

Tabla de Contenido

Introducción	1
1. Concentración de la medida	4
1.1. Algunos preliminares sobre <i>mixing times</i>	4
1.1.1. <i>Variación total</i> : definición y caracterizaciones	4
1.1.2. Introducción a los <i>mixing times</i>	7
1.1.3. Teoremas de convergencia	9
1.2. Algunos preliminares y técnicas sobre concentración de la medida	12
1.2.1. Concentración de la medida	12
1.2.2. Desigualdades de transporte	14
1.2.3. Desigualdades Log-Sobolev y de Poincaré	20
1.2.4. Relaciones entre distintas desigualdades	23
1.2.5. Concentración de la medida gaussiana vía la desigualdad de Prékopa-Leindler	27
1.2.6. Isoperimetría y concentración de la medida	29
1.2.7. La transformada de Laplace, el <i>largo</i> de un espacio métrico finito y el ejemplo del hipercubo	31
2. La curvatura de Ricci discreta	35
2.1. Introducción a la curvatura de Ricci discreta	35
2.1.1. Definición de curvatura de Ricci discreta	35
2.1.2. Espacios geodésicos	36
2.1.3. Algunos ejemplos	37
2.1.4. El ejemplo de \mathbb{Z}^N y \mathbb{R}^N	37
2.1.5. El ejemplo del hipercubo	38
2.1.6. El ejemplo de los árboles	39
2.1.7. El ejemplo de los grafos completos	42
2.2. La curvatura de Ricci discreta y los <i>mixing times</i>	43
2.2.1. Contracción en el espacio de medidas de probabilidad	43
2.2.2. <i>Mixing times</i> para hipercubo vía la curvatura de Ricci discreta	46
2.2.3. <i>Mixing times</i> para el hipercubo vía el <i>spectral gap</i>	49
2.3. La curvatura de Ricci discreta y el fenómeno de concentración de la medida	50
2.3.1. Algunas definiciones previas al resultado de concentración	50
2.3.2. Teorema de concentración Gaussiana	52
2.3.3. La existencia genuina de un tiempo máximo	58
2.3.4. Concentración exponencial con curvatura no negativa	59

3. Operadores no expansivos en espacios con curvatura de Ricci discreta nula	61
3.1. Operadores T_m y T_{m^α}	61
3.1.1. Propiedad básica de los operadores T_m y T_{m^α}	62
3.2. Tasa de convergencia para iteraciones de Krasnosel'skii-Mann en distancia de Wasserstein 1	63
3.2.1. Introducción	63
3.2.2. Definición de iteración de Krasnosel'skii-Mann en el espacio de medidas $\mathcal{P}_1(\mathcal{X})$	63
3.2.3. Generalización del Teorema 3.1	66
3.3. Convergencia débil de las iteraciones de Krasnosel'skii-Mann	70
3.3.1. Preliminares	70
3.3.2. Convergencia débil de las iteraciones de Krasnosel'skii-Mann	71
 Conclusión	 73
 Bibliografía	 74