



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

# USO DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN CUANTITATIVA EN RENTA FIJA EXTRANJERA PARA UNA AFP

## MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

BENJAMÍN VILLALOBOS SAAVEDRA

PROFESOR GUÍA:  
JAVIER SUAZO SÁEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
CARLOS PULGAR ARATA  
GUILLERMO ESPINOZA ARMIJO

SANTIAGO DE CHILE  
2019

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil Industrial  
**POR:** Benjamín Villalobos Saavedra  
**FECHA:** 15/07/2019  
**PROFESOR GUÍA:** Javier Suazo Sáez

## **USO DE ESTRATEGIAS DE INVERSIÓN CUANTITATIVA EN RENTA FIJA EXTRANJERA PARA UNA AFP**

Las Administradoras de Fondo de Pensión o AFP están encargadas de administrar el ahorro previsional obligatorio, lo que realizan a través de cinco multifondos con distintos niveles de riesgo y retorno. Al 31 de Diciembre del 2018 las AFP administraban un patrimonio de MMUS\$ 193.110, siendo el actor más importante del mercado chileno. De este total el 60% corresponde a instrumentos de Renta Fija.

Por otro lado, las últimas tendencias en el mundo muestran un considerablemente aumento en el uso de tecnologías en la industria de inversiones producto de avances en el poder de computo y en la cantidad información disponible (el 90% de los datos fueron generados en los últimos dos años). Esto se refleja en el fuerte incremento en la inversión en fondos cuantitativos y la inversión en tecnología por parte de las administradoras para mejorar y actualizar sus procesos de inversión.

Considerando lo anterior, esta memoria propone desarrollar e implementar estrategias cuantitativas, mediante el uso de Machine Learning, en el contexto de Renta Fija extranjera con el objetivo de incorporar nueva información a la toma de decisiones, mejorando así la rentabilidad de la AFP. Para esto, se utiliza una metodología de data mining fundamentada en el proceso KDD (selección de datos, limpieza, entrenamiento de modelos y evaluación) junto con el método de Black-Litterman para la construcción de portfolios. El criterio para la selección de predictores utilizados se basa en literatura asociada al tema, junto con el comportamiento de las distintas clases activos dependiendo de la fase del ciclo económico en que se encuentre la economía.

Luego del tratamiento de los datos, se entrenan distintos modelos de Machine Learning y un modelo basados en distintos momentum. La evaluación de las predicciones de los distintos modelos no entrega resultados concluyentes, por lo que deben ser evaluadas mediante el uso de backtests. Usando las predicciones de retornos, se construyen portfolios para dos distintos benchmark (Fondo C y portfolio Risk-Parity) utilizando Black-Litterman. La metodología genera excesos de retornos importantes (entre 1.00% y 1.60% al año), pero infactibles en la práctica, producto de rotaciones extremas. Dado lo anterior, se implementan dos soluciones alternativas (reglas de construcción y optimización con restricción de tracking error) las que logran mejoras importantes en la rotación.

Finalmente, se analiza la sensibilidad de las soluciones propuestas a los costos de transacción y el día de rebalanceo. Del análisis se obtiene que la mejor estrategia es la basada en reglas Long-Only y 5.00% de tilt. Esta se implementa fuera de la muestra generando retornos cercanos a 0.60%.

A modo de conclusión, se dan recomendaciones de como tratar la rotación ya que es el factor más relevante para la factibilidad de las estrategias y se analizan las causas de los resultados obtenidos. A su vez se da cuenta de que, si bien puede que las soluciones encontradas no sean implementables, las señales y direcciones que entregan sirven de insumo para mejorar la toma de decisión.

# Agradecimientos

Este trabajo representa el término de una de las etapas más importantes de mi vida y por lo mismo quiero agradecer a todas aquellas personas que estuvieron conmigo durante los buenos y los malos momentos.

En primer lugar, me gustaría darle las gracias a mi familia por creer en mi e inculcarme los valores que me han convertido en la persona que soy hoy en día. En especial, quiero agradecerle a mi mamá y mis tíos por todo el apoyo que me han entregado durante mis 24 años de vida y a mis abuelos que, si bien ya no se encuentran conmigo, fueron un pilar fundamental durante mi niñez.

Agradecerles a mis amigos, tanto de la universidad como del colegio, por todos los momentos que nos ha tocado vivir juntos, las risas, peleas y otros, ya que siempre estuvieron cuando los necesité. También quiero mencionar a todas las personas que he podido conocer a lo largo de los años, en proyectos, intercambio y en la vida en general, y que dejaron una huella en mi camino.

Por último, agradecer a las personas que hicieron de este trabajo posible y que confiaron en mi para llevarlo a cabo: a mis jefes y compañeros de trabajo y a mis profesores.

Gracias totales!

# Tabla de contenido

Agradecimientos.....	iii
Índice de tablas.....	vi
Índice de ilustraciones.....	vii
1. Introducción.....	1
1.1    Industria de Fondos de Pensión en Chile.....	1
1.2    Tendencias en el mundo: Uso de algoritmos e información.....	2
2    Especificaciones del Trabajo.....	3
2.1    Descripción.....	3
2.1.1    Proceso de Asset Allocation.....	4
2.2    Objetivos.....	6
2.2.1    Objetivos General.....	6
2.2.2    Objetivos Específicos.....	6
2.3    Alcances.....	7
3. Marco conceptual.....	8
3.1    Modelo de Factores para Exceso de Retorno Esperado.....	8
3.2    Ciclo Económico.....	9
3.3    Algoritmos de Regresión.....	11
3.4    Portfolio Tilting: Modelo Black-Litterman.....	13
4. Metodología.....	16
4.1    Tecnología.....	19
5. Desarrollo del trabajo.....	20
5.1    Datos y preprocesamiento.....	20
5.2    Tratamiento de Correlación.....	24
5.3    Selección de variables.....	24
5.4    Entrenamiento de modelos y evaluación.....	26
5.4.1    Modelos de Series de Tiempo.....	28
5.4.2    Modelos de Machine Learning.....	30
5.4.3    Evaluación.....	31
5.5    Construcción del portfolio y backtest.....	32
5.5.1    Black-Litterman.....	32
5.5.2    Backtest para el Fondo C de la AFP.....	34
5.5.3    Backtest para el portfolio Risk-Parity.....	36

5.6 Análisis de la estrategia .....	38
5.6.1 Portfolio basado en reglas.....	39
5.6.2 Restricciones al modelo de optimización .....	43
5.7 Análisis de sensibilidad y backtest fuera de la muestra.....	46
5.7.1 Costos de transacción .....	46
5.7.2 Decaimiento de alpha .....	47
5.7.3 Backtest fuera de la muestra.....	48
6. Conclusiones.....	49
Bibliografía.....	51
Anexos .....	54

## Índice de tablas

<b>Tabla 1:</b> Índices de Renta Fija Extranjera a utilizar. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	20
<b>Tabla 2:</b> p-values entregados por el test Dickey-Fuller aumentado para las distintas clases de activo. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	26
<b>Tabla 3:</b> Resultados de los modelos de series de tiempo de retornos utilizando datos mensuales. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	28
<b>Tabla 4:</b> Resultados de los modelos de Machine Learning de retornos utilizando datos mensuales. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	30
<b>Tabla 5:</b> Matriz P a utilizar para la construcción de portfolio. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....	32
<b>Tabla 6:</b> Métricas para el periodo completo de backtest para los modelos con Fondo C como portfolio base. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....	35
<b>Tabla 7:</b> Métricas para el periodo completo de backtest para los modelos con Risk-Parity como portfolio base. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....	37
<b>Tabla 8:</b> Métricas de backtest para los portfolios Long-Short. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	41
<b>Tabla 9:</b> Métricas del backtest para los portfolios Long-Only. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....	42
<b>Tabla 10:</b> Métricas de backtest para el modelo de optimización con restricción de TE utilizando el Fondo C como portfolio base. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	44
<b>Tabla 11:</b> Análisis de sensibilidad con respecto a los costos de transacción para la distintas estrategias. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....	47

## Índice de ilustraciones

<b>Figura 1:</b> Diagrama del proceso de Asset Allocation de una AFP. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ...5	5
<b>Figura 2:</b> Gráfico de un Ciclo Económico. <b>Fuente:</b> The Canadian Encyclopedia .....9	9
<b>Figura 3:</b> Retorno promedio de distintas clases de activo según fase del ciclo. <b>Fuente:</b> Oppenheimer Funds.....10	10
<b>Figura 4:</b> Diagrama de un Árbol de Regresión. ....12	12
<b>Figura 5:</b> Diagrama de un Multilayer Perceptron.....12	12
<b>Figura 6:</b> Diagrama del proceso de construcción de portfolio utilizando el método de Black-Litterman. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....14	14
<b>Figura 7:</b> Pipeline de selección y limpieza de datos. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....20	20
<b>Figura 8:</b> Índices de Renta Fija a considerar para la realización del trabajo. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....21	21
<b>Figura 9:</b> Composición de portfolios base. El gráfico superior muestra la composición del Fondo C de la AFP y el inferior la composición del portfolio Risk-Parity. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.22	22
<b>Figura 10:</b> Diagrama de construcción de set de entrenamiento. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....27	27
<b>Figura 11:</b> Resultados de backtest para los modelos utilizando como base el Fondo C de la AFP. El gráfico superior corresponde al retorno acumulado total y el inferior al retorno de las posiciones activas. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....34	34
<b>Figura 12:</b> Resultado de backtest para los modelos utilizando como base el portfolio Risk-Parity. El gráfico superior corresponde al retorno total acumulado y el inferior al retorno de las posiciones activas. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....36	36
<b>Figura 13:</b> Posiciones históricas para los modelos seleccionados para cada portfolio base. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....38	38
<b>Figura 14:</b> Backtest para estrategias Long-Short. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....40	40
<b>Figura 15:</b> Backtest para estrategias Long-Only. <b>Fuente:</b> Elaboración propia. ....41	41
<b>Figura 16:</b> Resultados backtest para los modelos de optimización con restricción de TE utilizando como base el Fondo C de la AFP. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....43	43
<b>Figura 17:</b> Gráfico de posiciones históricas del portfolio resultante para el Fondo C de la AFP. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....44	44
<b>Figura 18:</b> Decaimiento de alpha para estrategias aplicadas al Fondo C de la AFP. <b>Fuente:</b> Elaboración propia.....47	47

**Figura 19:** Resultado de backtest para el modelo seleccionado en el periodo fuera de la muestra para el Fondo C de la AFP. **Fuente:** Elaboración propia. ....48

# 1. Introducción

El presente trabajo de investigación es desarrollado para una AFP. Esta fue creada en 1981 en los inicios del sistema de pensión y en la actualidad maneja al 31 de Diciembre del 2018 fondos correspondientes a MMUS\$ 36.981,71 lo que corresponde a un 19.5% del total del sistema; esto la convierte en la tercera AFP más grande en cantidad de fondos bajo administración.

## 1.1 Industria de Fondos de Pensión en Chile

En Chile, las Administradoras de Fondos de Pensión o AFP tienen por objetivo administrar fondos bajo la modalidad de cuentas personales (Sistema de Capitulación Individual). Aquí, los trabajadores deben depositar todos los meses un porcentaje de su sueldo imponible (actualmente 10%) sumado a otro porcentaje correspondiente a la comisión cobrada por la AFP para gestionar esa cuenta y un porcentaje adicional para acceder al Seguro de Invalidez y Sobrevivencia (SIS)<sup>1</sup>.

El sector se encuentra regulado por la Superintendencia de Pensiones, la cual se relaciona con el gobierno a través del Ministerio del Trabajo. Esta institución fue creada por la Ley N° 20.255 de marzo del 2008, como sucesora y continuadora legal de la Superintendencia de Administradora de Fondos de Pensiones, creada por el Decreto Ley N° 3.500 de 1980, que inició sus funciones el 1 de mayo de 1981. Dentro de sus funciones se encuentra la definición del régimen de inversión de las administradoras, donde se encuentra el detalle de los límites de inversión que estas tienen [1].

Antiguamente existía un único fondo por administradora, pero a partir del 28 de Febrero del año 2002 se crea el sistema actual de multifondos el cual crea 5 fondos, denominados con letras desde la A a la E, cuya principal diferencia se encuentra en la proporción de renta variable que puede ser invertida en cada uno de ellos: entre 40% y 80% para el fondo A, 25% y 60% para el fondo B, 15% y 40% para el Fondo C, 5% y 20% para el fondo D, y 0% y 5% para el fondo E. Esta restricción implica que cada fondo tiene diferentes perfiles de riesgo y retorno<sup>2</sup>.

Hoy en día este sector se constituye como el más importante en cuanto a inversión se refiere, administrando un patrimonio al 31 de Diciembre del 2018 de MMUS\$ 193.110,03, un porcentaje significativamente mayor que el administrado por otros participantes de la industria, con un total de MMUS\$ 48.812,28 al 31 de Diciembre del 2018. Del total de fondos administrador por el

---

<sup>1</sup> SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Sistema de AFP. [en línea]  
<https://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/w3-propertyvalue-9897.html> [consulta 20 de Marzo del 2019]

<sup>2</sup> SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Sistema de Multifondos. [en línea]  
<http://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/w3-article-2834.html> [consulta 20 de Marzo del 2019]

sistema, aproximadamente un 61% corresponde a activos de renta fija, lo que transforma a esta clase de activo en una de las más importantes<sup>3</sup>.

## 1.2 Tendencias en el mundo: Uso de algoritmos e información

Ya desde los años 1970s, las bolsas en el mundo comenzaron a cambiar el sistema tradicional de subastas por el uso sistemas computacionales para ejecutar ordenes. Esto dio pie a que se desarrollarán las primeras estrategias algorítmicas o sistemáticas durante los años 1980s y 1990s, principalmente centradas en arbitraje estadístico<sup>4</sup>, pero a partir del año 2000 y gracias a los desarrollos empezaron a ganar cada vez más importancia, transformándose hoy en día en casi el 70% del flujo de mercado.

Las estrategias algorítmicas o sistemáticas consisten en utilizar reglas matemáticas para decidir si comprar o no un activo financiero y en que momento ejecutar esta compra o venta. Un ejemplo de estas estrategias son las estrategias pasivas que buscan replicar un índice (por ejemplo, el SP500, índice que sigue a las 500 compañías de mayor capitalización bursátil en Estados Unidos), que son vendidas al mercado principalmente a través de fondos transados en bolsa o ETF. Estos instrumentos han visto un crecimiento importante en el total de fondos administrados, pasando de aproximadamente MMUS\$ 400.000 en 2004 a MMUS\$ 5.000.000 en 2018, lo que es explicado en parte por sus bajas comisiones<sup>5</sup>.

Por otro lado, la cantidad de información disponible ha aumentado exponencialmente desde el año 2000; cifras de Liaison muestran que la cantidad de información hoy en día es cercana a los cuarenta y cinco Zetabytes, en comparación con al año 2000 cuyas cifras ni siquiera bordeaban un Zetabyte. Esta, no solo representa información tradicional como lo son las series de tiempo, sino que también data alternativa como lo son las imágenes satelitales y la información contenida en los tweets.

Lo anterior, en conjunto con el potencial de aumentar rentabilidad y la tendencia a la reducción de costos, a llevado a los fondos de inversión (Asset Managers y Hedge Funds) a invertir en tecnología y capital humano para procesar esta información. Ejemplos de esto son la encuesta “HF and Investor Survey” realizada por EY que muestra que el 78% de los fondos usan o esperan usar data

---

<sup>3</sup> SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Fondos administrados por el Sistema de AFP. 31 de Diciembre del 2018. [en línea] [https://www.spensiones.cl/apps/carteras/genera\\_xsl.php?fecpro=201812&listado=1](https://www.spensiones.cl/apps/carteras/genera_xsl.php?fecpro=201812&listado=1) [consulta 15 de Marzo del 2019]

<sup>4</sup> KUEPPER, JUSTIN. What is Algorithmic Trading? [en línea] <https://traderhq.com/introduction-algorithmic-trading/> [consulta 1 de Abril del 2019]

<sup>5</sup> MOONEY, ATTRACTA. 2018. Passive funds hit new highs on wave of investor approval. [en línea] Financial Times. 10 de Septiembre del 2018. <https://www.ft.com/content/9b4d79bc-8a8a-11e8-affd-da9960227309> [consulta 1 de Marzo del 2019]

alternativa en 2017 (aumento con respecto a un 52% en 2016) y información entregada por AlternativeData.org que muestra el aumento en la contratación de científicos de datos a lo largo del tiempo<sup>6</sup>.

Por último, la industria de los Hedge Funds y estrategias cuantitativas también ha evidenciado esta tendencia. En Enero de 2018, la industria manejaba cifras cercana a MMUS\$ 1.000.000, monto que duplica los valores observados en 2010 y que refleja que los inversionistas están aumentando su confianza en este tipo de estrategias<sup>7</sup>.

## 2 Especificaciones del Trabajo

### 2.1 Descripción

La construcción de estrategias sistemáticas ha ido en aumento durante los últimos años siendo su principal razón los avances tecnológicos, mayor cantidad de data y la disminución en costos asociados a estas. Pese lo anterior, la clase de renta fija está aún por detrás del grado de avance en renta variable.

Si se realiza una rápida búsqueda en Google sobre estrategias sistemáticas, es posible encontrar un número importante de literatura relacionada al mercado accionario, pero no así para renta fija. Un ejemplo de lo anterior, son los trabajos relacionados a Asset Pricing Theory (APT) en la literatura financiera, como los realizados por Eugene Fama y Kenneth French (modelo de factores), que solo recientemente han sido replicados para renta fija [2, 3, 4, 5]. A su vez, en el reporte “The Future of Fixed Income” publicado por AllianceBernstein, se habla como la industria de renta fija aún se encuentra atrasada con respecto al mercado accionario en materias como automatización en la ejecución de ordenes [6].

Dado lo anterior, el espacio de renta fija se presenta como el de mayor complejidad (en comparación al accionario) para incorporar este tipo de estrategias, debido principalmente a la naturaleza intrínsecamente matemática de este, así como a los drivers que lo caracterizan: Duración, Carry, Spread y Crédito. Por otra parte, como se evidencia en la composición del patrimonio administrado por el Sistema de AFP, renta fija constituye el activo financiero de mayor relevancia en cuanto a capital invertido. Dicho esto, y dado las tendencias en el mundo, el propósito de este trabajo es la utilización de estrategias sistemáticas en el proceso de inversión en renta fija

---

<sup>6</sup> ALTERNATIVE DATA ORG. Industry Statistics. [en línea] <https://alternativedata.org/stats/> [consulta 5 de Abril del 2019]

<sup>7</sup> WIGGLESWORTH, ROBIN. 2018. Quant hedge funds set to surpass \$1tn management mark. [en línea] Financial Times. 8 de Enero del 2018. <https://www.ft.com/content/ff7528bc-ec16-11e7-8713-513b1d7ca85a> [consulta 1 de Marzo del 2019]

para una AFP, mediante técnicas de Machine Learning. Aquí se privilegia el espacio de Renta Fija Extranjera ya que el mercado presenta una mayor liquidez y por ende el potencial de implementación de este tipo de metodología aumenta.

### **2.1.1 Proceso de Asset Allocation**

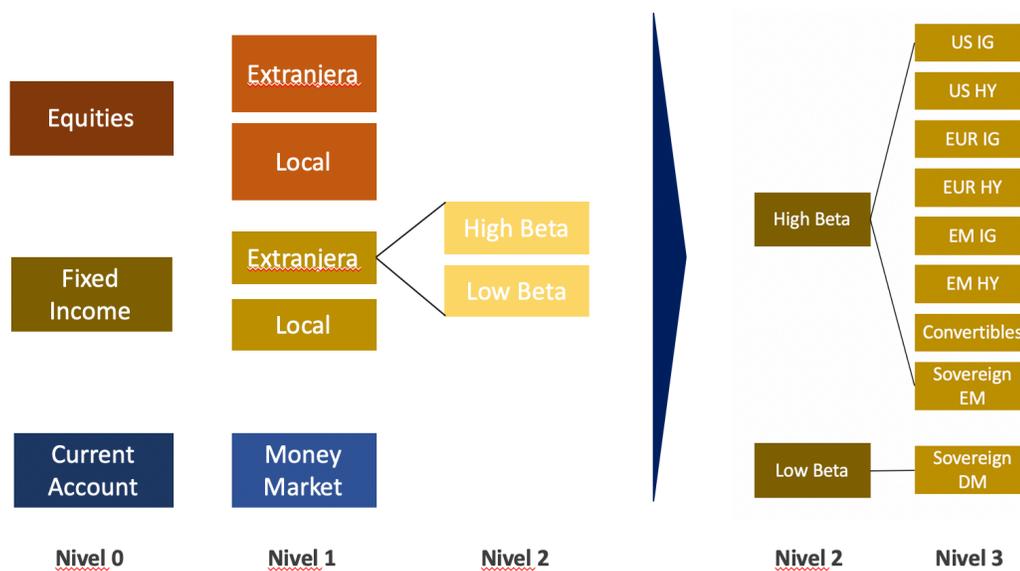
El proceso de Asset Allocation constituye una de las decisiones más importantes dentro de un fondo de inversión ya que determina que exposición se tomará en las distintas clases de activos con tal de cumplir el objetivo de inversión deseado (Perfil de Riesgo y Retorno); un ejemplo clásico de esto es el perfil 60/40 de exposición a acciones y bonos respectivamente. Existen estudios que confirman esta afirmación, los cuales indican que las decisiones de Asset Allocation explican aproximadamente un 90% de la variación de retornos de los fondos y entre 35% y 40% de la diferencia de rendimiento entre distintos fondos [7, 8].

Para el correcto desarrollo de este trabajo, se debe considerar el proceso de inversión de una AFP para instrumentos de renta fija, por lo cual se toma como modelo el proceso de Asset Allocation llevado por una AFP en particular. Se espera que los demás agentes del sistema se encuentren bien representados por este proceso ya que por ley los fondos poseen una restricción de rentabilidad mínima, lo que se traduce en que las AFPs midan tracking error para evitar desviarse en exceso entre ellas. Por esta razón, la composición de las carteras es similar entre los distintos competidores (movimiento de manada).

Dentro de esta AFP, este proceso se divide en distintos niveles de Asset Allocation:

- **Nivel 0:** distingue entre acciones, bonos y caja.
- **Nivel 1:** distingue entre mercado local y extranjero
- **Nivel 2:** distingue entre High Beta (Bonos Corporativos o Crédito) y Low Beta (Bonos Soberanos o Tasas). High Beta y Low Beta caracterizan el riesgo del instrumento.
- **Nivel 3:** distingue entre mercados emergentes (EM) y desarrollados (DM). Adicionalmente, dentro de High-Beta también se hace una división por clasificación de riesgo (Investment Grade y High Yield).

En la Figura 1, se presenta un diagrama del proceso antes descrito:



*Figura 1: Diagrama del proceso de Asset Allocation de una AFP. Fuente: Elaboración propia.*

Una vez completo el Asset Allocation en el nivel 2, se procede a tomar la decisión de qué instrumentos comprar. La AFP toma posiciones en las distintas clases de activos del nivel 3 principalmente a través de la compra de fondos de inversión (Selección de Managers) que sigan un índice representativo o benchmark de dicha clase. Por esta razón, la decisión del nivel 3 se podría considerar como una de las más importante del proceso de inversión: constituye el pilar para el proceso de selección de fondos, decidiendo que tipos de fondos se deben comprar.

El proceso en la actualidad se hace de manera discrecional, es decir, las decisiones son basadas en el análisis fundamental realizado por el Portfolio Manager de la clase de activo. Así, esta memoria busca ampliar el proceso antes descrito mediante la incorporación de estrategias cuantitativas de forma sistemática, las cuales por su naturaleza intrínseca utilizan una mayor cantidad de información de la que es posible analizar por un Portfolio Manager y no poseen un sesgo propio del analista; lo anterior constituye una innovación trascendental con respecto al procedimiento actualmente seguido por las AFP.

## **2.2 Objetivos**

### **2.2.1 Objetivos General**

- Diseñar una metodología que permita el uso de estrategias sistemáticas en el espacio de Renta Fija Extranjera para un Fondo de Pensión, con el objetivo de mejorar su rentabilidad en esta área.

### **2.2.2 Objetivos Específicos**

- Generar una metodología de limpieza y selección de variables que sea aplicable de manera automática.
- Generar una metodología de Market Tilting aplicables a otras clases de activos.
- Evaluar la aplicabilidad de los algoritmos de Machine Learning en el proceso de inversión de las AFP.
- Comparar el rendimiento de la solución propuesta con la historia de los fondos de la AFPs y contra una estrategia de tipo Risk-Parity.
- Analizar los resultados para determinar posibles limitaciones para su implementación.

## 2.3 Alcances

Para la realización de este trabajo, se han planteado los siguientes alcances en función del tiempo:

- Solo se trabaja en los niveles 2 y 3, entendiendo que la metodología podría ser replicable para cualquier clase de activo y para la totalidad del proceso de Asset Allocation en los niveles 2 y 3. Aquí no se consideran tampoco los Bonos Soberanos de mercados desarrollados, ya que siguen un proceso distinto, ni los Bonos Convertibles ya que su valorización es distinta a la de un Bono común y porque existe poca historia para esta clase. El proceso de Selección de Managers (fondos mutuos, ETF) constituye un problema a parte y por lo mismo, no se aborda dentro de esta memoria.
- Dentro de la construcción de la base de datos, solo se utilizan las variables obtenidas por los medios presentados más adelante, entendiendo que es posible extender la base aún más. De no ser así y considerando la cantidad de información relevante que existe hoy en día, se podría considerar un número significativamente mayor de variables, lo que en la práctica tomaría mucho tiempo en ser logrado.
- Solo se entrenan los modelos de regresión mencionados más adelante, entendiendo que no son los únicos existentes. La elección de estos modelos se hizo tomando en cuenta otros trabajos relacionados junto con el hecho que son modelos utilizados habitualmente en la práctica. Tampoco se considera la optimización de hiperparámetros durante el entrenamiento.
- No se considera la interpretabilidad de los resultados obtenidos ya que, a diferencia de la estadística clásica, los modelos de Machine Learning no poseen una forma simple de evaluar lo que ocurre dentro de ellos (Black-Box). Pese a esto, se tiene la información de que variables fueron seleccionadas en el proceso de selección de variables, lo que constituye un punto de partida para un trabajo futuro en este aspecto.
- Finalmente, no se considera la ejecución de las estrategias construidas. En la práctica, el modelo entrega una recomendación sistemática de inversión, la cual es considerada como un input mas del proceso discrecional que lleva a cabo el Portafolio Manager. La ejecución de la misma debe ser realizada por un(a) trader.

### 3. Marco conceptual

A continuación, se presenta el marco conceptual utilizado en el desarrollo de este trabajo. Se comienza por la literatura asociada a aquellos factores que explican el exceso de retorno esperado de los activos. Hoy en día, esta es la forma más común de aplicar estrategias sistemáticas.

#### 3.1 Modelo de Factores para Exceso de Retorno Esperado

¿Qué factores explican el exceso de retorno de los activos financieros? siempre ha sido un campo de interés para la literatura financiera. Un ejemplo de esto es el trabajo de Eugene Fama y Kenneth French “*Multifactor Explanations of Asset Pricing Anomalies*” en 1996 que extendía el modelo de CAPM añadiendo dos factores adicionales (HML y SMB) con poder predictivo para explicar el retorno de las acciones. Así, el enfoque de los modelos de Asset Pricing busca encontrar factores que explican el exceso de retorno esperado:

$$R_i - R_f = \alpha_i + \beta_1 Factor_i^1 + \dots + \beta_n Factor_i^n$$

donde  $\alpha_i = 0$  si los factores explican la totalidad del retorno.

En general, la literatura se centró en el exceso de retorno de las acciones con algunas extensiones a otras clases de activo como los factores *TERM* (diferencia de retorno entre bonos del Tesoro de largo plazo y un Treasury) y *DEF* (diferencia de retornos entre un portfolio de bonos Corporativos de largo plazo y bonos del Tesoro de largo plazo) encontrados por Fama y French en 1992 [2]. Pese a lo anterior, en los últimos años trabajados publicados por AQR y Robeco han extendido la literatura de factores a los bonos; algunos de los factores encontrados son:

- **TERM:** Diferencia entre el retorno de un Bono del Tesoro de largo plazo contra el retorno de un Treasury de un mes.
- **DEF:** Diferencia entre el retorno de un portfolio de Bonos Corporativos de largo plazo contra un Bono del Tesoro de largo plazo.
- **Momentum:** Credit Spread Momentum de 6 meses o Equity Momentum.
- **Value (buy cheap):** Yield de un Bono dividido en probabilidad de default.
- **Carry:** Yield de un Bono.
- **Quality o Low Risk:** Bajo apalancamiento, Rating alto y baja Duración.

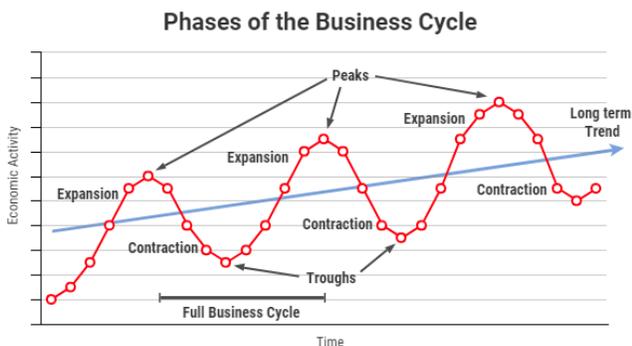
Lo anterior, corresponde a las definiciones más básicas de los factores encontrados y son las que se aplicarán en este trabajo. Con el tiempo se han mejorado estos factores, pero las nuevas definiciones requieren acceso a una gran cantidad de datos, lo que es virtualmente imposible de obtener dado el tiempo propuesto para la realización de este trabajo [3, 4, 5].

### 3.2 Ciclo Económico

El Ciclo Económico corresponde a la fluctuación natural entre periodos de expansión (crecimiento) y contracción (recesiones), y es medido generalmente por los cambios en el Producto Interno Bruto (PIB o GDP por sus siglas en Inglés). Una definición entregada por Burns y Mitchell (1964) es la siguiente:

*“El Ciclo Económico es un tipo de fluctuación encontrada en la actividad agregada de la economía de naciones que organizan su funcionamiento principalmente a través de empresas: un ciclo consiste en periodos de expansión que ocurren simultáneamente en varios sectores de la economía, seguidos por periodos generales de recesión, contracciones y recuperación que se traducen posteriormente en un nuevo periodo de expansión del siguiente ciclo; esta secuencia de eventos es recurrente pero no periódica; los ciclos económicos varían su duración desde más de 1 año hasta 10 o 12 años”.*

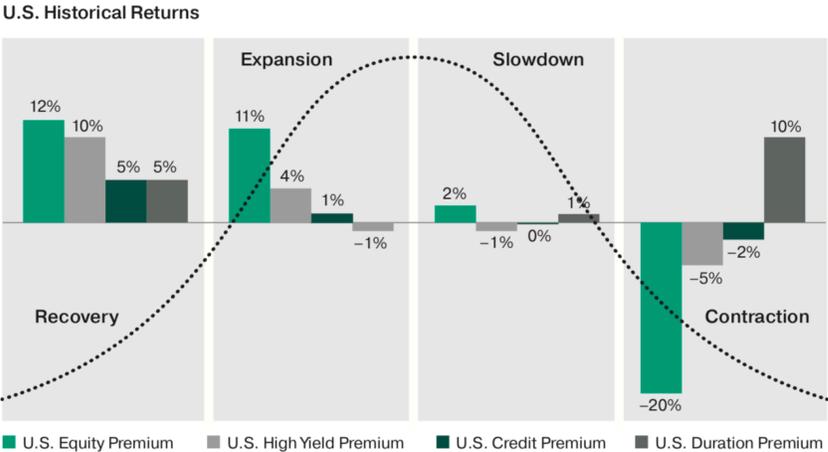
Así, el Ciclo Económico posee dos componentes: ciclo de largo plazo relacionado con el crecimiento promedio (tendencia) de la economía (por ejemplo, un 2% anual en promedio para Estados Unidos) y un ciclo de corto plazo relacionado con las variaciones sobre este promedio (la variación cuarto a cuarto del GDP, por ejemplo).



**Figura 2:** Gráfico de un Ciclo Económico. **Fuente:** The Canadian Encyclopedia

Un Ciclo Económico (de corto plazo) tradicional se compone de 4 fases: expansión, desaceleración, contracción y recuperación (Figura 2). Cada una de estas fases tiene características distintas sobre las variables económicas y la tolerancia al riesgo: por ejemplo, en un periodo de expansión es común ver la tasa de desempleo bajando, inflación subiendo dado el mayor poder de compra y demanda por bienes, mayor oferta de financiamiento (crédito), mercado accionario con retornos positivos y un aumento en la tolerancia al riesgo.

Considerando lo anterior, existe una amplia literatura sobre los retornos de las distintas clases de activos según la fase del ciclo en que se encuentre la economía<sup>8</sup>:



*Figura 3: Retorno promedio de distintas clases de activo según fase del ciclo. Fuente: Oppenheimer Funds.*

En la Figura 3 se puede apreciar como las clases de activos más riesgosas (Acciones y Bonos High Yield) tienen un mayor retorno esperado en fase de crecimiento, mientras que los activos más seguros, como los Bonos Soberanos, tienen mejores retornos en periodos de desaceleración y contracción (lo que tiene relación directa con una mayor tolerancia al riesgo cuando la economía está “bien” y una mayor aversión cuando no lo está).

Lo anterior permite concluir que se pueden usar variables que cambien según las fases del ciclo (cíclicas) como predictores del retorno esperado de las diferentes clases de activo.

<sup>8</sup> Ver, por ejemplo, “Economics”, CFA Program Curriculum Level 1, 2013.

### 3.3 Algoritmos de Regresión

Para predecir los retornos de las distintas categorías de instrumentos de Renta Fija de la fase de Asset Allocation, se utilizarán distintos algoritmos de regresión elegidos a partir del trabajo “Empirical Asset Pricing via Machine Learning” [9]:

**Elastic Network:** regresión lineal modificada para incluir parámetros de regularización dentro de la función objetivo a minimizar (de ahora en adelante Loss). Combina los métodos Lasso y Ridge:

$$Loss = \sum (y_i - w^T x_i)^2 + \lambda_1 p |w| + \lambda_2 (1 - p) \|w\|^2$$

El primer término que sigue al error cuadrático corresponde a la norma L1 (valor absoluto) de los pesos y el segundo a la norma L2 (norma euclidiana). El propósito de estos términos es tratar de evitar el overfitting a través de la penalización de los pesos: los pesos de las variables que no sean buenos predictores tienden a 0. Los términos  $\lambda_i$  y  $p$  corresponde a hiperparámetros que se deben elegir antes de entrenar el modelo.

La predicción del modelo corresponde a:  $\hat{y}_i = w^T x_i$

**Regresión KNN:** basada en el clásico algoritmo de los k vecinos más cercanos, la regresión entrega como predicción una suma ponderada de los valores de los retornos de los k vecinos más cercanos en base a una medida de distancia (euclidiana, por ejemplo):

$$\hat{y}_i = \sum_{k \in K} w_k y_k$$

donde  $K$  es el conjunto de los  $k$  vecinos más cercanos de la observación  $i$ . El término  $k$  corresponde a un hiperparámetro que se debe elegir antes de entrenar el modelo y los pesos  $w_k$  corresponden a que tanta importancia se le da a cada punto (generalmente se considera el mismo peso para todos los puntos o pesos proporcionales al inverso de la distancia).

**Árboles de Regresión:** este es un algoritmo que divide la data de forma binaria según la ganancia en la Loss. El objetivo es lograr formar un árbol donde cada nodo u hoja representa una celda de la partición que tiene incluida a su vez un modelo simple de regresión que solo se aplica en aquella celda (Figura 4):

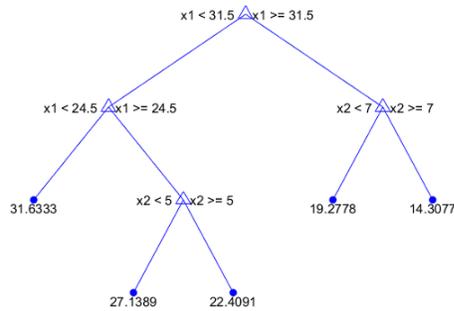


Figura 4: Diagrama de un Árbol de Regresión.

La predicción viene dada por:  $\hat{y}_i = \sum w_k 1(x_i \in K)$  (donde  $1(*)$  corresponde a la función indicatriz). Esta predicción es similar al algoritmo KNN ya que toma el promedio de los retornos de las observaciones perteneciente a la celda.

Dentro de los árboles de decisión se han empleado métodos de ensemble learning, los cuales buscan combinar múltiples predictores para mejorar el rendimiento. Los dos tipos existentes son:

- **Bagging:** está técnica separa el set de entrenamiento utilizando bootstrapping y entrena un árbol en cada subset; luego combina las predicciones de todos los árboles. El algoritmo clásico de esta categoría se denomina Random Forest.
- **Boosting:** está es una técnica secuencial que entrena un árbol sobre el error de predicción de un árbol anteriormente entrenado. El algoritmo clásico de esta categoría se denomina Gradient Boosting.

**Redes Neuronales:** existen distintos tipos de redes neuronales, pero para este trabajo se usa la más básica de ellas: Perceptrón de Multi-Capa o MLP (Multilayer Perceptron). Esta red consta de una capa de neuronas que contiene el input del modelo (una neurona por variable), una capa output que contiene el o los valores predichos por el modelo (una neurona por ser regresión) y capas intermedias conocidas como capas ocultas o hidden layers; en un MLP todas las neuronas de una capa se conectan con todas las neuronas de la capa siguiente, como se puede ver en la Figura 5:

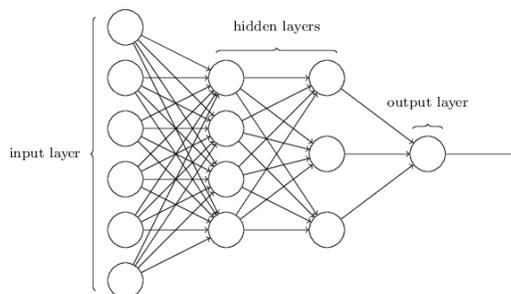


Figura 5: Diagrama de un Multilayer Perceptron.

A su vez, cada conexión tiene asociado un peso y cada neurona tiene asignada un peso especial denominado sesgo (representa una constante), con lo que la entrada a cada neurona tiene la forma lineal de una regresión:  $b + w^T x$ .

Por último, cada capa distinta a la de input tiene una función de activación que transforma el input ingresado a una neurona; estas funciones son las que permiten incorporar la no linealidad al modelo. Particularmente, para las capas ocultas se ocupará la función  $f(z) = \max(0, z)$  y para la capa output se ocupará la función  $f(z) = z$  y se entrenarán tres redes distintas con una, dos y tres capas ocultas respectivamente.

### 3.4 Portfolio Tilting: Modelo Black-Litterman

El mecanismo clásico de construcción de portfolios está dado por el modelo creado por Markowitz [10] que busca encontrar los pesos que deben tomar los distintos activos con tal de maximizar el retorno esperado del portfollio y minimizar su varianza:

$$\max_w w^T \mu - \frac{\gamma}{2} w^T \Sigma w$$

donde  $\mu$  representa el vector de retornos esperado,  $\Sigma$  la matriz de covarianza y  $\gamma$  la aversión al riesgo del inversionista. La solución de este problema se obtiene de forma analítica:

$$w^* = \gamma^{-1} \Sigma^{-1} \mu$$

El problema de este modelo radica principalmente en su poca robustez, dado que presenta mucha sensibilidad a las estimaciones del vector de retornos y la matriz de covarianza por lo que ligeras variaciones en estos modifican considerablemente la solución<sup>9</sup>. Por esto, en 1990 Fischer Black y Robert Litterman [11] crearon un modelo que corregía esto fenómeno y permitía incorporar las views del inversionista en el proceso mediante un enfoque bayesiano:

- Se parte de un portfollio benchmark (se tienen los pesos) y se hace una optimización inversa para obtener el vector de retornos esperados implícito:  $\mu^* = \gamma \Sigma w$

---

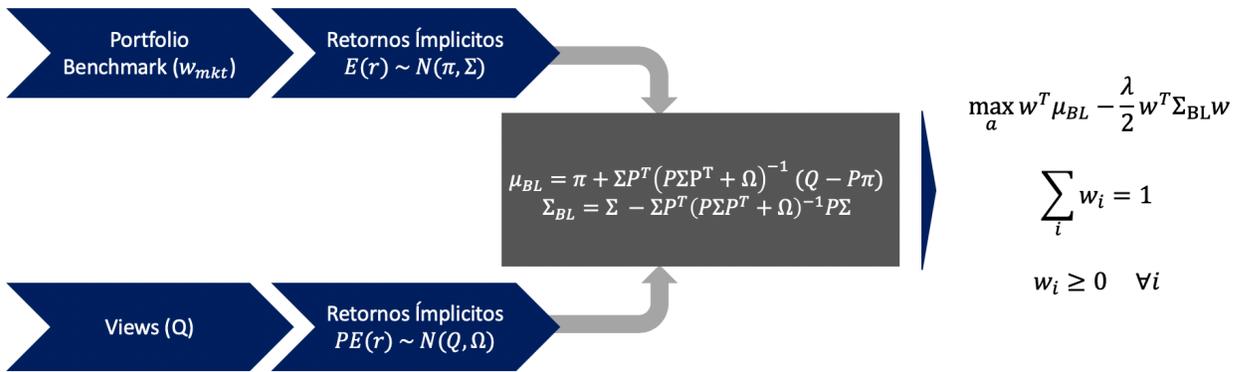
<sup>9</sup> HAUGH, MARTIN. 2009. IEOR E4602 - Quantitative Risk Management: Asset Allocation and Risk Management. [en línea] <http://www.columbia.edu/~mh2078/AssetAllocRiskConstraints.pdf> [consulta 20 de Marzo del 2019]

- Se asume que estos retornos siguen una distribución normal:  $E(r) = N(\mu, \Sigma)$ . Esta distribución corresponde a la distribución a priori.
- Se crea un vector de views  $V$  que se asume que distribuye normal:  $PE(r) = N(V, \Omega)$ . Aquí  $P$  es una matriz que se usa para construir los views (relativos o absolutos) que para este trabajo será igual a la matriz identidad ya que se tendrá un único view por clase de activo, y  $\Omega$  es una matriz que representa la confianza de los views.
- Finalmente, se combinan ambas distribuciones mediante la regla de Bayes para encontrar los retornos esperados y la matriz de covarianza que se usarán para construir el portfolio:

$$\mu_{BL} = \mu^* + \Sigma P^T (P \Sigma P^T + \Omega)^{-1} (V - P \mu^*)$$

$$\Sigma_{BL} = \Sigma - \Sigma P^T (P \Sigma P^T + \Omega)^{-1} P \Sigma$$

En la Figura 6 se resume el proceso descrito para la construcción de portfolio:



*Figura 6: Diagrama del proceso de construcción de portfolio utilizando el método de Black-Litterman.  
Fuente: Elaboración propia.*

Para generar los distintos views sobre el retorno esperado de las clases activos se usan los valores predichos por los modelos de Machine Learning. Solo resta definir la forma de estimación de las matrices  $\Sigma$  y  $\Omega$ .

Para  $\Omega$  sería ideal utilizar la varianza de los errores de las predicciones de los modelos, pero ya que no contamos con suficiente data para calcular la matriz desde el 2010, utilizamos la fórmula encontrada en el trabajo de J. Walters [12]. Aquí se define  $\Omega = \alpha \text{diag}(P \Sigma P^T)$  con  $\alpha \in [0, \infty)$  representando la confianza en nuestras views. La lógica de esta decisión viene dada bajo el argumento de que la confianza en una view para un activo particular es proporcional a la varianza de este: mientras menos varianza exista más probable es acertar al valor real.

Finalmente, dentro de la literatura existen diversos métodos para calcular  $\Sigma$  [13, 14]. Pese a esto, se decide por un modelo simple ya que en general estos métodos están pensados para una mayor cantidad de activos ( $N \approx T$ , con  $N$  la cantidad de activos y  $T$  el número de observaciones utilizadas para el cálculo de  $\Sigma$ ). Así se aplica un modelo EWMA (Exponential Weighted Moving Average), considerando tres años de retornos semanales y un half-life de aproximadamente 12 semanas ( $\lambda = 0.94$ ):

$$\sigma_{ij,t}^2 = \frac{1 - \lambda}{\lambda(1 - \lambda^T)} \sum_{k=1}^T r_{i,t-k} r_{j,t-k}$$

## 4. Metodología

La metodología de este trabajo esta basada en los tradicionales pasos del proceso KDD<sup>10</sup> y en los papers “*JPM: A Quantitative Framework for Cross Asset Style Investing*” [15] y “*Societe Generale: Enough Talk – Putting Machine Learning into practice*” [16]. El proceso se describe a continuación:

**Selección de Datos:** Se construye la base de datos, con información desde el año 2000, incluyendo variables que representen a los factores que explican el exceso de retorno esperado (Value, Momentum, Carry, etc.) sumado a variables macroeconómicas que sirvan como predictores del estado del Ciclo Económico.

**Preprocesamiento:** esta etapa busca la preparación y limpieza de los datos para que puedan ser incluidos de manera correcta en los modelos. Aquí, se eliminan aquellas variables que no son actualizadas de manera recurrente y que puedan estar sujetas a revisiones (correcciones) posterior a su fecha de publicación. También se crean rezagos de ciertas variables para evitar el fenómeno denominado “Data Snooping”<sup>11</sup>, todo con el fin de evitar sesgos y falso poder predictivo en los modelos.

El primer caso ocurre, por ejemplo, con variables de frecuencia trimestral, las que comúnmente no se actualizan en la fecha a la que corresponde el dato y pueden ser corregidas posterior a su publicación. El segundo caso, corresponde a variables de frecuencia mensual cuya actualización no ocurre a fin de mes y por ende las observaciones de esta variable no se conocían a dicha fecha; para evitar esto se rezagan las variables un mes (a menos que se sepa con seguridad que si son actualizadas en la fecha de la observación).

**Transformación:** en este proceso se construyen nuevas variables a partir de las que están presentes en la base y se realizan transformaciones como la normalización de los datos.

Aquí, se busca crear variables relevantes encontradas en la literatura financiera como lo es el empinamiento de la curva Treasury (Yield del Bono de 10 años menos Yield del Bono de 2 años) y se transforman algunas otras a unidades más representativas (un ejemplo es transformar una variable a su variación porcentual año contra año).

---

<sup>10</sup> CIOS, K.J, PEDRYCZ, W., SWINIARSKI, R.W. and KURGAN, L. 2007. The Knowledge Discovery Process. En: Data Mining: A Knowledge Discovery Approach. Springer. pp 9 – 24.

<sup>11</sup> Este fenómeno ocurre cuando se entrena el modelo con variables que no hubieran estado disponibles para el periodo en que se ha guardado la observación. También conocido como “Foward Looking”.

Por el lado de la normalización, se utiliza la metodología propuesta en los paper antes mencionados: se calcula un Rolling Z-Score ( $\frac{(x-\mu)}{\sigma}$ ) utilizando un año de data.

**Minería de Datos:** fase de modelamiento, donde se aplicarán los distintos modelos antes mencionados para obtener predicciones del retorno esperado en el mes siguiente. Aquí, se entrenan todos los modelos para cada una de las clases de activos de manera independiente, debido a la poca variabilidad que existe entre sus predictores (hay aproximadamente 20 variables únicas por clase de activo).

A su vez, se aplican técnicas de selección de variables, previo al entrenamiento de los modelos, para escoger las que potencialmente serían mejores predictores y disminuir los costos computacionales del entrenamiento. Un menor número de variables relevantes a demostrado mejorar la precisión de los modelos [17].

Los modelos se entrenan utilizando entre 7 y 10 años de datos diarios el 31 de Diciembre de cada año (2009 en adelante) y el portfolio se rebalancea una vez al mes, al comienzo de este.

**Interpretación y Evaluación:** en esta etapa se interpretan e identifican los patrones obtenidos y se evalúa el resultado de los modelos. Aquí, no interesa entender que variables son las más importantes para predecir los retornos (escapa del alcance de este trabajo), no así la precisión de las predicciones del modelo.

Para evaluar la precisión, se utilizan métricas tradicionales de precisión en regresiones (RMSE y R-cuadrado), así como otras utilizadas en Machine Learning (Porcentaje de signos de retorno correctamente clasificado). A continuación, se da una definición más detallada de las métricas:

- **MAE:** error absoluto medio. Se calcula como  $\frac{1}{n} \sum_i |y_i - \hat{y}_i|$ , donde  $n$  corresponde al número de observaciones.
- **MSE:** error cuadrático medio. Se calcula como  $\frac{1}{n} (\sum_i (y_i - \hat{y}_i)^2)^{\frac{1}{2}}$ , donde  $n$  corresponde al número de observaciones.
- **R<sup>2</sup>:** porcentaje de varianza explicado por el modelo. Se calcula como  $1 - \sum_i \frac{(y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_i y_i^2}$ .
- **TPR/TPN:** ratio total de positivos/negativos. Corresponde al porcentaje de retornos positivos/negativos a los que se les predice correctamente el signo.
- **Accuracy:** corresponde al porcentaje total de retornos a los que se les predice correctamente el signo.
- **Balanced Accuracy:** similar al accuracy, pero sobrepondera aquellos signos de menor frecuencia en la muestra para evitar sesgos.

Posterior a la etapa de modelamiento, se pasa a la etapa de construcción de portfolio y evaluación del rendimiento de la estrategia (backtest). Para la construcción del portfolio, se comienza desde un portfolio base y se aplica el modelo de Black-Litterman para obtener los nuevos retornos y matriz de covarianza. Como base se utilizan los siguientes modelos:

- **Risk Parity:** todos los activos tienen igual contribución a la volatilidad del portfolio. Lo anterior viene dado por la siguiente ecuación:

$$\sigma_i(w) = w_i \frac{\partial \sigma}{\partial w_i} = \sigma_j(w) \quad \forall i, j \in N$$

- **Fondo C:** se utilizan las posiciones históricas del Fondo C de las AFP. La explicación viene dada por la composición del fondo ya que este contiene porcentajes no despreciables de todos los activos que caen dentro de la categoría de Renta Fija Extranjera dadas las limitaciones existentes por normativa en activos de carácter restringido [1].

Finalmente, con los retornos y la matriz de covarianza obtenidos del modelo de Black-Litterman, se construye el portfolio considerando restricciones de invertir el total de capital y la prohibición de venta corta. No se incorporan restricciones de exposición máxima ya que se espera que el portfolio genere pequeñas desviaciones con respecto al portfolio base.

$$\begin{aligned} & \max_w \frac{w^T \mu_{BL}}{w^T \Sigma_{BL} w} \\ & s. a. \quad \sum w = 1 \\ & \quad w_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

Para evaluar el rendimiento del portfolio se realiza un backtest y se calculan las siguientes métricas:

- **CAGR:** rentabilidad anualizada de la estrategia. Se calcula como  $PnL_T^{1/n} - 1$ , donde  $PnL_T$  corresponde al retorno total acumulado a la última fecha y  $n$  al total de años.
- **Volatilidad:** se calcula la volatilidad anualizada de la estrategia.
- **Sharpe Ratio:** mide el retorno obtenido por nivel de volatilidad realizada. Se calcula como  $CAGR/Vol_p$ .
- **Max Drawdown:** corresponde a la máxima pérdida en términos porcentuales. Se calcula como  $\max_t \left( \frac{P_t - PnL_t}{P_t} \right)$ , donde  $P_t$  corresponde máximo retorno acumulado a la fecha (el peak) y  $PnL_t$  corresponde al retorno acumulado actual.
- **Hit Ratio:** total de meses con rentabilidad positivo sobre el total de meses transcurridos.

- **Turnover Ratio**: mide la rotación mensual promedio del portfolío durante el backtests. Se calcula como  $TO = \frac{1}{T} \sum_t \sum_{i \in N} |w_{i,t} - w_{i,t-1}(1 + r_{i,t})| / \sum_{i \in N} w_{i,t-1}(1 + r_{i,t})$ , donde  $w_{i,t}$  corresponde al peso del activo  $i$  en el periodo  $t$  y  $r_{i,t}$  corresponde a la rentabilidad mensual acumulada entre  $t$  y  $t - 1$ .

La evaluación de este proceso se realiza entre los años 2010 y 2016, dejando los años 2017 y 2018 para evaluar los mejores modelos. Esto se realiza ya que al momento de implementar la metodología se incorpora un sesgo en el periodo de evaluación al calibrar los modelos para mejorar el rendimiento. Así, se evalúa el resultado simulando una implementación real.

#### 4.1 Tecnología

El desarrollo de este trabajo se realiza en el lenguaje de programación Python ya que este cuenta con todas las librerías necesarias para implementar un proceso de Machine Learning:

- **Pandas y Numpy**: manejo de datos y operaciones matemáticas.
- **Matplotlib**: creación de gráficos.
- **Scipy**: rutinas de optimización y algoritmos de clustering.
- **Scikit-Learn**: librería más utilizada en Machine Learning. Cuenta con los algoritmos tradicionales, así como métodos para evaluar el rendimiento de los modelos y pre-procesar los datos.
- **Keras**: API de Tensor-Flow que se utiliza para la construcción de modelos simples de Deep Learning.

Los datos para este trabajo son obtenidos directamente desde Bloomberg, exceptuando la información con respecto a las posiciones históricas del Fondo C que son obtenidas directamente de la base de datos de la AFP.

## 5. Desarrollo del trabajo

### 5.1 Datos y preprocesamiento

Para el proceso de selección de datos y preprocesamiento se sigue el pipeline presentado en la Figura 7:

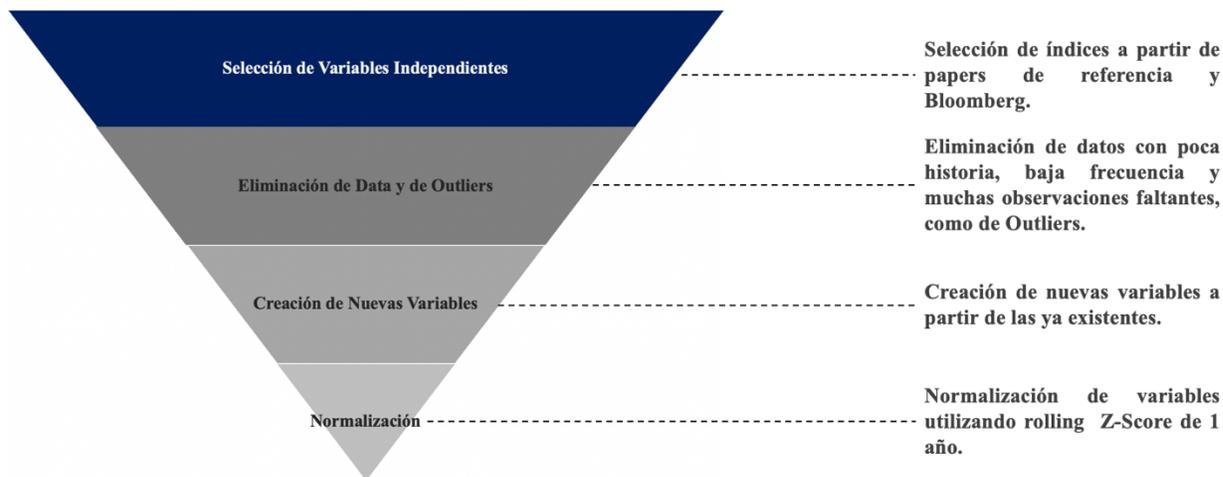


Figura 7: Pipeline de selección y limpieza de datos. Fuente: Elaboración propia.

**Selección:** la selección de datos se basa en los papers mencionados anteriormente y en la función “Economic Statistics” (ECST) de Bloomberg para el caso de las variables macroeconómicas. Aquí se obtienen aproximadamente 430 variables distintas.

Para el caso de las variables representativas de cada clase de activo, se consideran los índices que los managers de Renta Fija comúnmente usan como benchmark para sus fondos<sup>12</sup>:

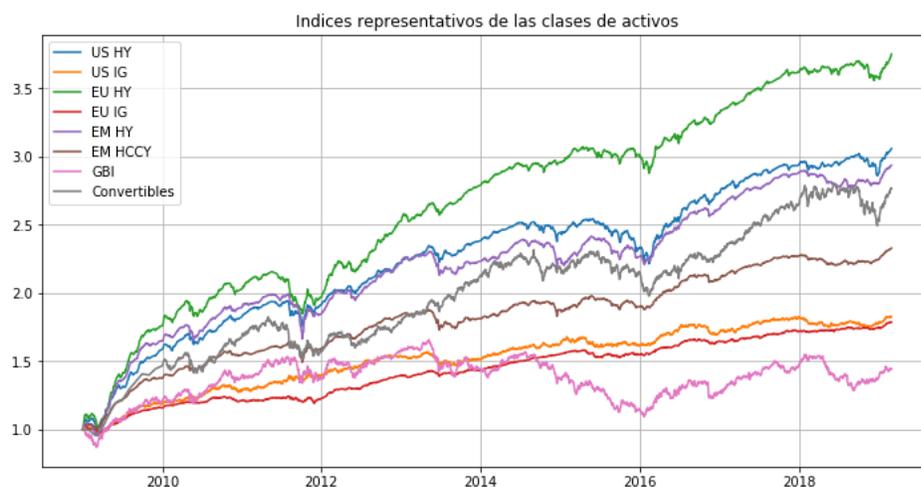
Asset Class	Index
Barclays US High Yield	LF89TRUU Index
Barclays US Investment Grade	LUACTRUU Index
Barclays EU High Yield	LP02TRUH Index
Barclays EU Investment Grade	LECPTRUH Index
JP Morgan EM High Yield	JBMQCPTR Index
JP Morgan EM Composite (HCCY)	JCBBCOMP Index
JP Morgan Sovereign Debt	JGENGUUG Index
Barclays Global Convertibles	BGCVTRUU Index

Tabla 1: Índices de Renta Fija Extranjera a utilizar. Fuente: Elaboración propia.

<sup>12</sup> Información levantada a través del jefe de Crédito Extranjero de la AFP.

Estos índices tienen asociados indicadores de Duración, Yield y Spread. Los factores restantes son construidos utilizando los reportes de crédito corporativo publicados mensualmente por Bank of America (BofA).

A continuación, se presenta un gráfico donde se pueden ver las distintas clases de activos a partir del año 2009:



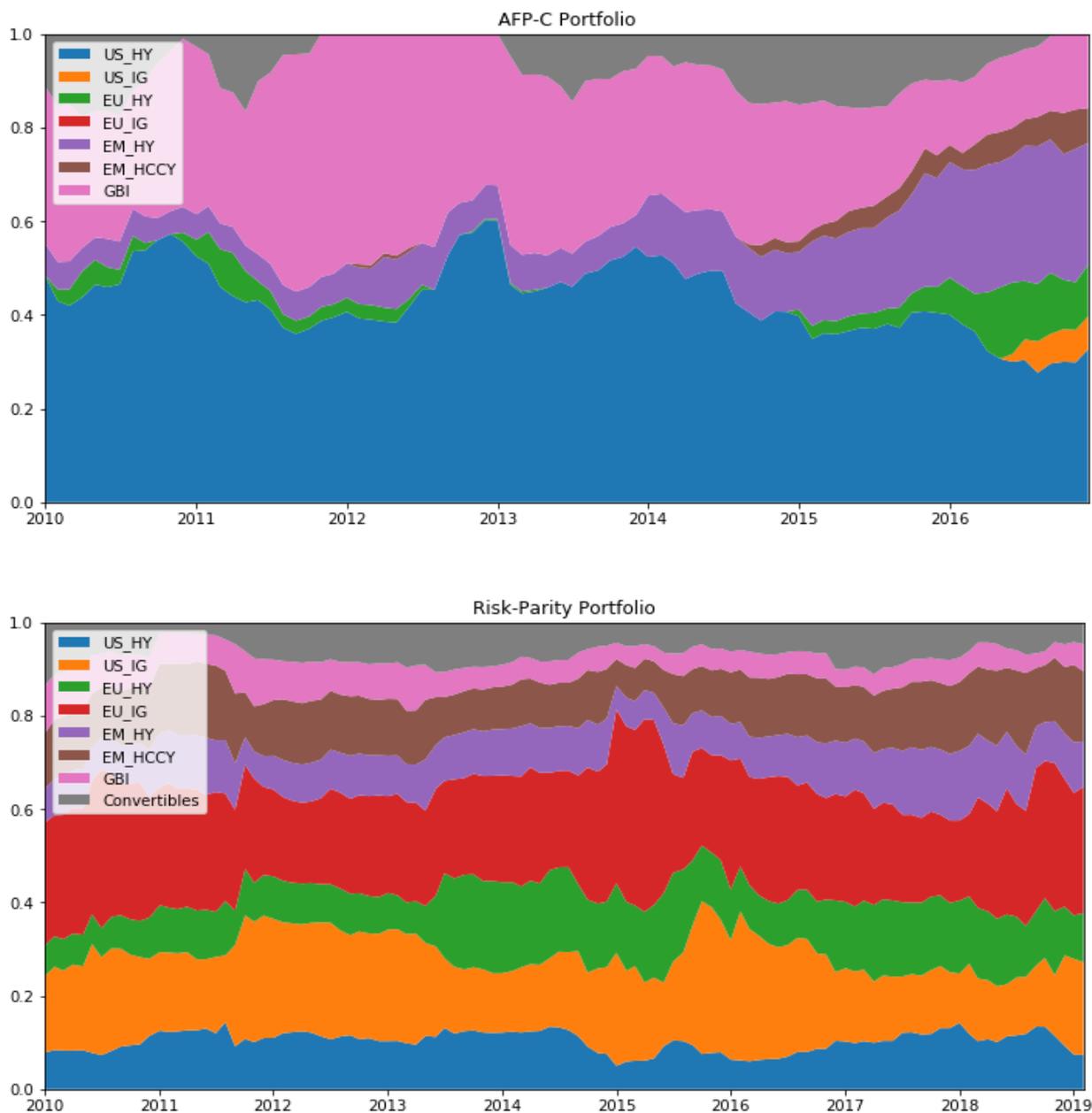
*Figura 8: Índices de Renta Fija a considerar para la realización del trabajo. Fuente: Elaboración propia.*

De la Figura 8 se puede notar que las distintas clases de activos se encuentran al alza. En particular, si se calcula la proporción de retornos mensuales (inicio de mes contra inicio del mes siguiente) positivos correspondientes a cada clase de activo se encuentran valores entre 60% y 73%. Esto indica que el problema se encuentra fuertemente cargado hacia los retornos positivos, por lo que la capacidad de predecir retornos negativos cobra mayor importancia.

Por último, se debe obtener la composición de los portafolios que se utilizarán como base. Para la construcción del portafolio asociado al Fondo C de la AFP, se utiliza la información histórica de la exposición a los distintos activos clasificados dentro de Renta Fija Extranjera. Estos se agrupan para cada fecha según su pertenencia a las distintas clases de activos estudiados y luego se normalizan dividiendo por el total en cada fecha; el resultado corresponde a posiciones correspondiente al porcentaje total invertido en cada clase de activo para cada fecha.

Para la construcción del portafolio Risk-Parity se resuelve un problema de optimización que busca encontrar los pesos que igualen la contribución al riesgo de las distintas clases de activos (todas contribuyen de igual forma a la varianza del portafolio), de acuerdo a la fórmula presentada en la sección anterior.

Los resultados del proceso anterior se observan en la Figura 9:



**Figura 9:** Composición de portfolios base. El gráfico superior muestra la composición del Fondo C de la AFP y el inferior la composición del portfolio Risk-Parity. **Fuente:** Elaboración propia.

De la Figura 9 se puede ver que el portfolio de la AFP está fuertemente concentrado en Bonos High Yield estadounidenses y Bonos Soberanos de mercados emergentes. La explicación de este allocation radica en que como la AFP debe pagar pensiones y alcanzar tasas de reemplazo del orden del 80%, se tiende a sobre ponderar los instrumentos que tengan mejores yield. Por otra parte, el portfolio Risk-Parity presenta posiciones más constantes a lo largo del tiempo, privilegiando los Bonos Investment Grade estadounidense y europeos, lo que es razonable ya que estos instrumentos son los de menor volatilidad.

De la composición del Fondo C de la AFP se pueden obtener la exposición máxima a cada clase de activo, lo que se puede usar como aproximación para las restricciones que debe cumplir por regulación y restringir así los pesos en la optimización.

**Eliminación:** se automatiza el proceso de eliminación de datos. El propósito de este es eliminar aquellas variables que no entregan la suficiente pureza como para ser utilizadas; se eliminan: 1) variables de baja frecuencia de actualización como las anuales y trimestrales, 2) las variables que no poseen observaciones previo al 1 de Enero del 2010, 3) las variables que no posean al menos el 90% de las observaciones en el periodo de evaluación, y 4) aquellas variables que no posean datos en los últimos dos meses para variables de frecuencia mensual y en las últimas dos semanas para variables de frecuencia semanal (esto porque no es posible saber de manera simple la fecha de actualización y ponen en riesgo la integridad del modelo).

**Tratamiento de Outliers:** los outliers representan un riesgo para el entrenamiento de los modelos ya que estos pueden aprender relaciones no existentes en la realidad o relaciones espurias. Pese a lo anterior, se decide no eliminar outliers que no sean visualmente identificables ya que al utilizar un procedimiento estándar se podrían eliminar variables cíclicas de valor para los modelos como lo son las crisis.

**Transformaciones y Normalización:** posterior a esto se transforman las variables para crear variables comúnmente encontradas dentro de la literatura financiera. A su vez, se completan las observaciones faltantes con el último dato observado previo a dicha observación (se elige este método para evitar el fenómeno de Data Snooping). Finalmente, se normalizan las variables utilizando un Z-Score rolling de un año para asegurar el comportamiento adecuado de los modelos.

En el Anexo se puede encontrar un listado de las variables comunes entre clases de activo utilizadas para el entrenamiento de los modelos.

## 5.2 Tratamiento de Correlación

La alta correlación puede afectar de manera negativa el rendimiento de los modelos, por lo que conviene tratar este fenómeno. Para esto, se crea un algoritmo basado en clustering jerárquico que agrupa aquellas variables que presentan correlaciones por sobre un umbral. A continuación, se presenta el algoritmo utilizado el cual es aplicado a aquellas variables que presenten correlaciones superiores a 80% en valor absoluto previo al periodo de entrenamiento:

---

### Algoritmo 1: Cluster de Correlación

---

- Calcular matriz de correlación.
- Crear lista L.
- Para cada predictor en la matriz de correlación:
  - Si el predictor presenta al menos una correlación superior a 80% en valor absoluto → agregar predictor a L.
- Eliminar predictores pertenecientes a L del set de variables.
- Calcular matriz de correlación de predictor en L.
- Calcular distancia entre predictores como  $(1 - |\rho|)/2$ .
- Aplicar algoritmo de clustering jerárquico y obtener cluster (distancia de corte 0.1).
- Para c perteneciente al número de clusters:
  - Para predictor en predictores pertenecientes a c:
    - Calcular matriz de correlación de predictores en c.
    - Calcular correlación promedio del predictor con los otros predictores en c.
    - Si correlación promedio  $< 0$  → multiplicar predictor por -1.
  - Promediar predictores en c para general nueva variable.
  - Incorporarlo nueva variable al set de observaciones.

**Resultado:** Set de variables con predictores agrupados en clusters.

---

## 5.3 Selección de variables

Como se menciona anteriormente elegir un número de variables independientes reducido y que tengan poder predictivo tienen el potencial para aumentar la precisión de los modelos de Machine Learning. Aquí existen variadas técnicas, algunas considerando cada predictor de manera individual y otras en conjunto [17, 18].

Para este trabajo se seleccionan dos de ellas tomando en consideración, principalmente, la facilidad de su implementación: un ranking basado en la correlación de cada predictor con la variable dependiente (evaluación individual) y un método de selección de subset (evaluación conjunta) basada en el atributo de los árboles de regresión que permite obtener la importancia de cada variable en función de la ganancia en costos. La primera de estas técnicas mide la relación lineal entre el predictor y la variable dependiente, calculando una nota a partir de un test F para una regresión construida únicamente con dicho predictor; la segunda se construye a partir del método de

importancia de variables de un Random Forest, el cual permite evaluar de manera conjunta los atributos y entregar una nota para cada uno de ellos.

A su vez, para la construcción del algoritmo se utiliza cross-validation<sup>13</sup> para evitar elegir las variables utilizando información dentro de la muestra creando un sesgo que se podría traducir en over-fitting durante el entrenamiento de los modelos [15]. Por otra parte, se incorporan 5 variables normales descorrelacionadas entre si y con la variable independiente que sirven como punto de corte para el algoritmo, permitiendo discriminar entre predictores que entregan valor y aquellos que son puramente ruido. A continuación, se detalla el algoritmo:

---

**Algoritmo 2: Selección de Variables**

---

- Incorporar variables aleatorias al set de observaciones
- Dividir set de observaciones en (entrenamiento, testeo) K veces
- Crear lista L
- Para cada set k de entrenamiento:
  - Entrenar modelo con set de entrenamiento k
  - Ordenar nota entregada por modelo en orden decreciente
  - Eliminar predictores con nota igual o menor a la mejor variable aleatoria
  - Elegir  $\min(\# \text{ predictores resultantes, mejores threshold } \times \text{ total de predictores del set de observaciones})$
  - Guardar listado de predictores seleccionados en L
- Crear lista de predictores definitivos L\_d
- Para predictor en set de observaciones:
  - Contador = 0
  - Para listado en L:
    - Si variable está en listado  $\rightarrow$  Contador = Contador + 1
  - Si  $\text{Contador}/K > 50\% \rightarrow$  Guardar variable en L\_d

**Resultado:** Listado con predictores seleccionados.

---

El parámetro threshold se define como 20% para obtener un numero razonable de predictores en caso de que muchos de ellos superen la nota de la mejor variable aleatoria. Además, se decide utilizar la técnica de correlación para los modelos Elastic Network y KNN ya que estos miden dependencia lineal, mientras que los restantes al medir dependencia no-lineal quedan cubiertos de manera más apropiada utilizando Random Forest.

---

<sup>13</sup> Se divide el set de observaciones en set entrenamiento y set de testeo. Luego, se entrena el algoritmo en el set de entrenamiento y se evalúa en el set de testeo. Este proceso se repite k veces, utilizando distintas particiones del entrenamiento y testeo.

## 5.4 Entrenamiento de modelos y evaluación

Una vez listo el proceso de selección de datos, preprocesamiento y selección de variables se entrenan los modelos. Para esto, primero se construyen modelos simples de series de tiempo de retornos para cada clase de activo, que sirven como base para la comparación. Se construyen los siguientes modelos utilizando datos diarios:

$$\text{Modelo 1: } r_{t+1} = \alpha + \beta_1 r_{1m,t}$$

$$\text{Modelo 2: } r_{t+1} = \alpha + \beta_1 r_{1m,t} + \beta_2 r_{3m,t}$$

$$\text{Modelo 3: } r_{t+1} = \alpha + \beta_1 r_{1m,t} + \beta_2 r_{3m,t} + \beta_3 r_{12m,t}$$

donde  $r_{i,t}$  corresponde al momentum de  $i$  meses, calculado como  $r_{i,t} = \frac{P_t}{P_{t-i}} - 1$ . Cabe destacar que previo al entrenamiento se corrobora que las series utilizadas son estacionarias (supuesto necesario para evitar correlaciones espúreas y  $R^2$  elevado dentro de la muestra) para lo cual se realiza un test de Dickey-Fuller aumentado cuya hipótesis nula es que la serie es no estacionaria:

Momentum/Index	US_IG	US_HY	EU_IG	EU_HY	EM_HCCY	EM_HY	GBI
1m	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3m	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
12m	0.005	0.006	0.013	0.008	0.002	0.003	0.016

*Tabla 2: p-values entregados por el test Dickey-Fuller aumentado para las distintas clases de activo. Fuente: Elaboración propia.*

Aquí un p-valor  $< 0.05$  indica que se puede rechazar la hipótesis nula al 0.05 de significancia; nótese además que la Tabla 2 no contiene la variable dependiente ya que el momentum de 1 mes es idéntica a esta, pero con un rezago de 21 días hábiles. De la Tabla 2 se aprecia que efectivamente las series son estacionarias por lo que el modelo econométrico está correctamente especificado<sup>14</sup>.

<sup>14</sup> Al menos en términos de estacionariedad, lo que implica que las variables no se deben cointegrar. No se evalúan los residuos para identificar correlación serial; en caso de existir se debe considerar un modelo ARMA(p, q).

Luego, se entrenan los modelos de Machine Learning anteriormente seleccionados. Para esto se consideran seis maneras distintas de construir el set de predictores a utilizar para entrenar:

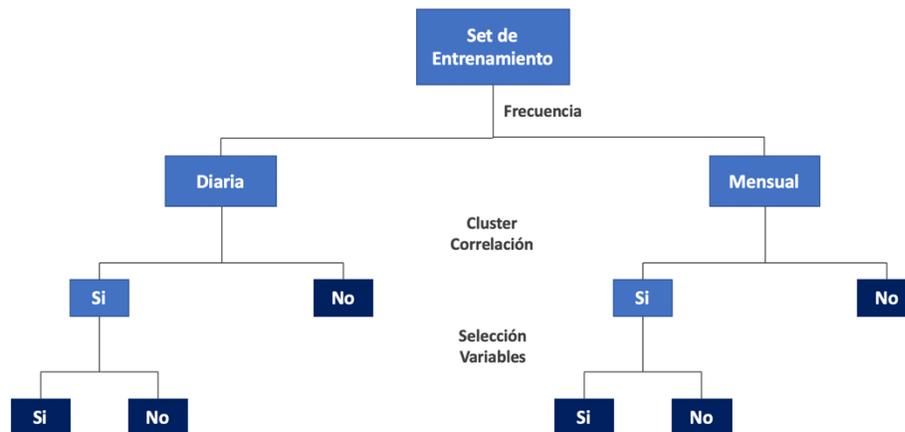


Figura 10: Diagrama de construcción de set de entrenamiento. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 10 se pueden apreciar las distintas formas de construcción que se utilizaron para entrenar los distintos modelos (azul oscuro), lo que se resume en decidir la frecuencia de los datos, si utilizar el cluster por correlación, y, de usarse lo anterior, si utilizar el algoritmo de selección de variables. La utilización de las distintas maneras de construir el set de entrenamiento se debe al hecho de que, si bien la literatura indica que disminuir la dimensionalidad y seleccionar variables tiende a mejorar la precisión de los modelos, el resultado siempre dependerá del problema que se esté resolviendo y por lo tanto conviene evaluar todos los casos. La elección de las frecuencias presentes en el diagrama se sustenta en el hecho de predecir retornos futuros a un mes: los datos con frecuencia mensual son el caso estándar ya que presentan la misma frecuencia que los retornos que se desean predecir; los datos con frecuencia diarias tienen el potencial de entregar más información.

Los resultados para los distintos modelos se presentan a continuación. Se debe recordar que para el entrenamiento se utilizan entre 7 y 10 años de datos dependiendo de la cantidad de historia disponible a la fecha de entrenamiento. A su vez, cada modelo se entrena una vez cada fin de año desde el 2009 hasta el 2015 y se hacen predicciones al inicio de cada mes del año siguiente utilizando los datos disponibles a esa fecha; los años 2017, 2018 y principios del 2019 se dejan fuera de la muestra ya que se utilizan para evaluar los resultados encontrados fuera del periodo de estudio (out of sample).

## 5.4.1 Modelos de Series de Tiempo

En la siguiente tabla se resumen los resultados obtenidos para cada clase de activo y los tres distintos modelos, donde los colores corresponde a un mapa de calor de los valores de cada métrica para cada clase de activo (verde corresponde a los mejores valores y rojo a los peores)<sup>15</sup>; se evalúan las métricas anteriormente mencionadas en la metodología:

	US_IG							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
Model 1	0.9886	1.6117	6.03%	96.61%	0.00%	67.86%	48.31%	1.4805	3.7258	1.34%	91.53%	12.00%	67.86%	51.76%
Model 2	1.0051	1.6868	1.65%	96.61%	0.00%	67.86%	48.31%	1.4852	3.7430	0.89%	89.83%	12.00%	66.67%	50.92%
Model 3	1.0054	1.6952	1.16%	94.92%	0.00%	66.67%	47.46%	1.5242	3.8252	-1.29%	89.83%	8.00%	65.48%	48.92%
	EU_IG							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
Model 1	0.7904	1.0715	8.16%	95.16%	0.00%	70.24%	47.58%	1.5608	4.8270	6.31%	91.53%	4.00%	65.48%	47.76%
Model 2	0.7926	1.0680	8.46%	95.16%	0.00%	70.24%	47.58%	1.5551	4.7861	7.10%	91.53%	4.00%	65.48%	47.76%
Model 3	0.8024	1.0775	7.64%	95.16%	0.00%	70.24%	47.58%	1.6317	5.0594	1.80%	86.44%	8.00%	63.10%	47.22%
	EM_HCCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
Model 1	1.2170	2.8606	-2.89%	88.33%	12.50%	66.67%	50.42%	1.7161	6.8688	-14.08%	91.67%	20.83%	71.43%	56.25%
Model 2	1.2287	2.9446	-5.91%	90.00%	12.50%	67.86%	51.25%	1.7275	6.9868	-16.04%	91.67%	20.83%	71.43%	56.25%
Model 3	1.2826	3.0318	-9.04%	85.00%	8.33%	63.10%	46.67%	1.7465	7.0504	-17.10%	86.67%	25.00%	69.05%	55.83%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
Model 1	2.7504	12.7907	-4.37%	100.00%	0.00%	55.95%	50.00%							
Model 2	2.7738	13.1130	-7.00%	100.00%	0.00%	55.95%	50.00%							
Model 3	2.8343	13.6290	-11.21%	97.87%	0.00%	54.76%	48.94%							

Tabla 3: Resultados de los modelos de series de tiempo de retornos utilizando datos mensuales. Fuente: Elaboración propia.

De la Tabla 3 se puede notar que los modelos presentan valores ligeramente positivos de  $R^2$  para los bonos estadounidenses y europeos (US\_IG, US\_HY, EU\_IG, EU\_HY), pero no así para los de mercados emergentes, lo que significa que los modelos para estos últimos presentan un mayor error fuera de la muestra que una predicción de 0 y por ende predicen mayor varianza que la de los retornos realizados durante el periodo de estudio. A su vez, de las métricas de error se puede observar un error importante en la magnitud de las predicciones, en concordancia con los  $R^2$ . En particular, el MAE refleja un error absoluto entre 0.79% hasta 2.75% en el retorno predicho dependiendo de la clase de activo considerada, lo que constituye un error importante considerando el horizonte de predicción de un mes en el futuro.

Por otra parte, se observa un importante poder predictivo para los signos positivos (TPR) para los diferentes modelos, hecho que no sorprende ya que los retornos de estas clases de activo son mayoritariamente positivos. Para el caso de los retornos negativos, los modelos presentan un bajo

<sup>15</sup> Esta regla de colores se aplica, desde ahora en adelante, para todas las tablas que contengan métricas de algún tipo.

poder predictivo (TNR), siendo en algunos casos incluso 0, lo que produce que la precisión balanceada sea menor a 50% en la mayoría de los casos.

Considerando lo anterior se eligen los mejores modelos para cada clase de activo (en negrita). La elección es bastante directa para la mayoría de los activos analizados, exceptuando el caso de bonos Investment Grade de mercados emergentes (EM\_HCCY), donde se le da mayor importancia a la precisión por sobre el error en magnitud. Los modelos seleccionados se utilizarán como base para comparar los resultados de los modelos de Machine Learning.

## 5.4.2 Modelos de Machine Learning

A continuación, se presenta los resultados para los modelos de Machine Learning<sup>16</sup>. Por simplicidad, la tabla solo muestra los resultados para el caso de datos diarios por lo que se recomienda al lector revisar los Anexos (Anexo A.2 en adelante) para una comprensión más acabada:

	US_IG								US_HY							
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc		
EN	1.0101	1.6639	2.98%	77.97%	12.00%	58.33%	44.98%	1.5432	4.3424	-14.98%	67.80%	44.00%	60.71%	55.90%		
KNN	1.0481	1.8174	-5.96%	71.19%	28.00%	58.33%	49.59%	1.6465	4.9791	-31.84%	64.41%	24.00%	52.38%	44.20%		
RF	1.0535	1.7796	-3.76%	79.66%	16.00%	60.71%	47.83%	1.7516	6.0085	-59.10%	71.19%	8.00%	52.38%	39.59%		
XGB	1.1419	2.2377	-30.47%	74.58%	12.00%	55.95%	43.29%	1.7156	5.8794	-55.68%	64.41%	20.00%	51.19%	42.20%		
NN 1	1.0041	1.6929	1.29%	91.53%	4.00%	65.48%	47.76%	1.5806	4.5197	-19.68%	81.36%	8.00%	59.52%	44.68%		
NN 2	1.0382	1.7865	-4.17%	88.14%	0.00%	61.90%	44.07%	1.7252	4.9518	-31.12%	69.49%	20.00%	54.76%	44.75%		
NN 3	0.9898	1.6460	4.03%	88.14%	4.00%	63.10%	46.07%	1.7007	4.6691	-23.64%	57.63%	28.00%	48.81%	42.81%		
	EU_IG								EU_HY							
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc		
EN	0.8420	1.1427	2.05%	75.81%	27.27%	63.10%	51.54%	1.5953	5.2213	-1.34%	76.27%	28.00%	61.90%	52.14%		
KNN	0.8500	1.2000	-2.86%	85.48%	22.73%	69.05%	54.11%	1.5756	5.3475	-3.79%	72.88%	32.00%	60.71%	52.44%		
RF	0.8330	1.1395	2.33%	75.81%	27.27%	63.10%	51.54%	1.7970	7.1722	-39.21%	74.58%	20.00%	58.33%	47.29%		
XGB	0.8474	1.1673	-0.06%	77.42%	22.73%	63.10%	50.07%	1.7340	7.3577	-42.81%	81.36%	20.00%	63.10%	50.68%		
NN 1	0.8831	1.2400	-6.29%	87.10%	18.18%	69.05%	52.64%	1.6226	5.2906	-2.69%	86.44%	8.00%	63.10%	47.22%		
NN 2	0.8823	1.1928	-2.24%	70.97%	18.18%	57.14%	44.57%	1.6368	5.3700	-4.23%	69.49%	20.00%	54.76%	44.75%		
NN 3	0.9172	1.2982	-11.28%	69.35%	9.09%	53.57%	39.22%	1.7763	6.1669	-19.70%	66.10%	40.00%	58.33%	53.05%		
	EM_HCY								EM_HY							
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc		
EN	1.3372	3.1516	-13.35%	61.67%	25.00%	51.19%	43.33%	1.9038	7.6436	-26.95%	55.00%	54.17%	54.76%	54.58%		
KNN	1.3921	4.0616	-46.08%	60.00%	20.83%	48.81%	40.42%	1.9004	9.4171	-56.41%	60.00%	29.17%	51.19%	44.58%		
RF	1.3193	3.4973	-25.79%	71.67%	8.33%	53.57%	40.00%	1.9336	9.6387	-60.09%	48.33%	41.67%	46.43%	45.00%		
XGB	1.4968	4.7753	-71.75%	58.33%	16.67%	46.43%	37.50%	1.8344	8.8093	-46.32%	70.00%	33.33%	59.52%	51.67%		
NN 1	1.2570	2.9317	-5.44%	95.00%	8.33%	70.24%	51.67%	1.8173	6.8063	-13.05%	55.00%	41.67%	51.19%	48.33%		
NN 2	1.3638	3.1655	-13.85%	73.33%	4.17%	53.57%	38.75%	1.8423	7.2059	-19.68%	55.00%	41.67%	51.19%	48.33%		
NN 3	1.2771	2.8856	-3.79%	73.33%	12.50%	55.95%	42.92%	1.8416	6.9729	-15.81%	60.00%	20.83%	48.81%	40.42%		
	GBI															
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc									
EN	2.8443	13.9913	-14.16%	44.68%	48.65%	46.43%	46.66%									
KNN	2.9694	14.7467	-20.33%	44.68%	56.76%	50.00%	50.72%									
RF	3.0418	15.5935	-27.24%	61.70%	29.73%	47.62%	45.72%									
XGB	2.8388	13.8031	-12.63%	61.70%	45.95%	54.76%	53.82%									
NN 1	2.8780	14.0987	-15.04%	80.85%	21.62%	54.76%	51.24%									
NN 2	2.7342	12.9168	-5.40%	72.34%	37.84%	57.14%	55.09%									
NN 3	2.8258	13.2885	-8.43%	65.96%	40.54%	54.76%	53.25%									

Tabla 4: Resultados de los modelos de Machine Learning de retornos utilizando datos mensuales. Fuente: Elaboración propia.

<sup>16</sup> Para el entrenamiento de los modelos se utilizan los hiperparámetros descritos en el Marco Teórico dadas las restricciones de tiempo. En la práctica se debe utilizar cross-validation para elegir el mejor set de hiper-parámetros.

Aquí EN representa el modelo de Elastic Network, KNN la regresión de K vecinos más cercanos, RF el Random Forest, XGB el algoritmo XGBoost, y NN1, NN2 y NN3 las redes neuronales de 1, 2 y 3 capas respectivamente.

De la Tabla 4 se tiene que los modelos presentan  $R^2$  mayoritariamente negativos (en muchos casos bastante importantes), lo que indica un mayor error con respecto a una predicción de 0 y una predicción de varianza mayor a la realizada durante el periodo de estudio. Esto se evidencia también en las otras métricas de error, donde el MAE refleja errores promedio entre 0.84% y 3.04% para los retornos predichos, lo que constituye un error importante.

A pesar de los errores en la magnitud de la predicción, los algoritmos presentan un importante poder predictivo para los signos del retorno. En cuanto a la métrica TPR, se ve que la gran mayoría de los modelos presentan valores sobre el 65%, lo que al igual que el caso de los modelos base no es inesperado dado las características de los activos. Por otra parte, evaluando la métrica TNR, se puede ver una importante mejora en el poder predictivo de signos negativos, llegando en algunos casos a valores superiores al 40%, lo que se traducen en valores de precisión balanceada superiores al 50% en la mayoría de los casos.

Para el resto de los experimentos las conclusiones son similares y no se evidencia a simple vista resultados consistentemente mejores a través de las distintas clases de activos. Se elige el mejor modelo (en negrita) para cada activo en cada experimento.

### 5.4.3 Evaluación

A partir de las métricas analizadas se puede observar que los modelos de series de tiempo tienen, en general, mejores  $R^2$  que los modelos de Machine Learning, lo que se aprecia también en las otras métricas de error; a partir de estos resultados se puede concluir que los modelos base predicen mejor la magnitud de los retornos futuros. Por otra parte, evaluando las métricas de precisión (en particular interesa la predicción de signo negativos) se puede ver que los modelos de Machine Learning presentan una importante mejora en la TNR y la precisión balanceada, lo que implica que estos modelos predicen mejor la dirección del retorno. A su vez para el caso de los algoritmos de Machine Learning, no se puede apreciar diferencias considerables para concluir sobre que experimento es mejor, pese a que existe evidencia que disminuir las variables correlacionadas y seleccionar los predictores que entregan más información puede mejorar el rendimiento de los modelos.

Otro punto que se debe destacar es que los resultados en si pueden considerarse malos si se comparan con un problema de regresión tradicional. En general, la literatura indica que la predicción de retornos es un problema sumamente difícil, por lo que valores de  $R^2$  fuera de la

muestra ligeramente positivos y precisiones superiores al 50% se consideran buenos resultados. Lo anterior implica que un  $R^2$  fuera de la muestra ligeramente negativo no es suficiente evidencia para eliminar un modelo si es que este también presenta buenas métricas de precisión. Considerando esto, además de evaluar métricas tradicionales de regresión, se deben evaluar los modelos en conjunto para determinar su capacidad de generar retornos consistentes en un portfolio; esta es la única forma de determinar que método es el mejor.

## 5.5 Construcción del portfolio y backtest

### 5.5.1 Black-Litterman

Una vez elegidos los mejores modelos se procede a la construcción de portfolios utilizando el método de Black-Litterman, el cual se aplica el primer día hábil de cada mes. Para esto, lo primero que se debe hacer es obtener los retornos implícitos relacionados al portfolio base utilizando la solución analítica para la optimización del portfolio. El valor de los retornos depende de la aversión al riesgo  $\lambda$ , por lo que se debe definir un valor razonable para este parámetro. Se utiliza como referencia un trabajo realizado para el CQF (Certificate of Quantitative Finance) [19], donde se mencionan cuatro diferentes valores para el coeficiente: 0.02, 2.4 (valor utilizado en el paper original), 5.42 y 12. Se decide utilizar el valor más alto, que representa una mayor aversión al riesgo, ya que la AFP, por regulación, tiene importantes restricciones de inversión en sus carteras: no existe venta corta, límite de exposición por emisor, límite de exposición a activos restringidos, restricción de tracking error con respecto al sistema, entre otras.

Luego, se construye el vector de views para los distintos activos. Como se tiene un modelo por clase de activo, se tiene un único view absoluto para cada una de ellas con excepción de los Bonos Convertibles. Esto hace que la matriz P quede de la siguiente forma:

	US_IG	US_HY	EU_IG	EU_HY	EM_HCCY	EM_HY	GBI	Convertibles
1	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
2	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
3	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000	0.000
6	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000	0.000
7	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	0.000

Tabla 5: Matriz P a utilizar para la construcción de portfolio. Fuente: Elaboración propia.

Las dimensiones de la matriz son 7x8, ya que se tienen 7 views distintas para 8 activos. El 1 de la diagonal representa un view absoluto para cada clase de activo (por ejemplo, US Investment Grade tendrá un exceso de retorno de 2% el siguiente mes).

Para aplicar las fórmulas para la esperanza y varianza de Black-Litterman resta definir la matriz  $\Omega$ , para lo cual se debe definir el parámetro  $\alpha$  que representa la confianza que se tiene en las views. En la literatura no existe evidencia de una forma comúnmente aceptada para definir este parámetro, por lo que se decide utilizar  $\alpha = 10$ . La razón principal de esta decisión está en los valores de las métricas de error de la predicción de los modelos ya que en general presentan errores importantes en la magnitud de los retornos predichos, por lo tanto, se elige un valor elevado para evitar que las views se traduzcan en retornos esperados extremos y portfolios con locaciones imposibles de utilizar en la realidad. Esta decisión, junto con la de  $\lambda$ , constituyen un supuesto conservador.

Por último, se calculan los valores  $\mu_{BL}$  y  $\Sigma_{BL}$ , los que se utilizan para la construcción de portfolio. Para esto se resuelve el siguiente problema de optimización:

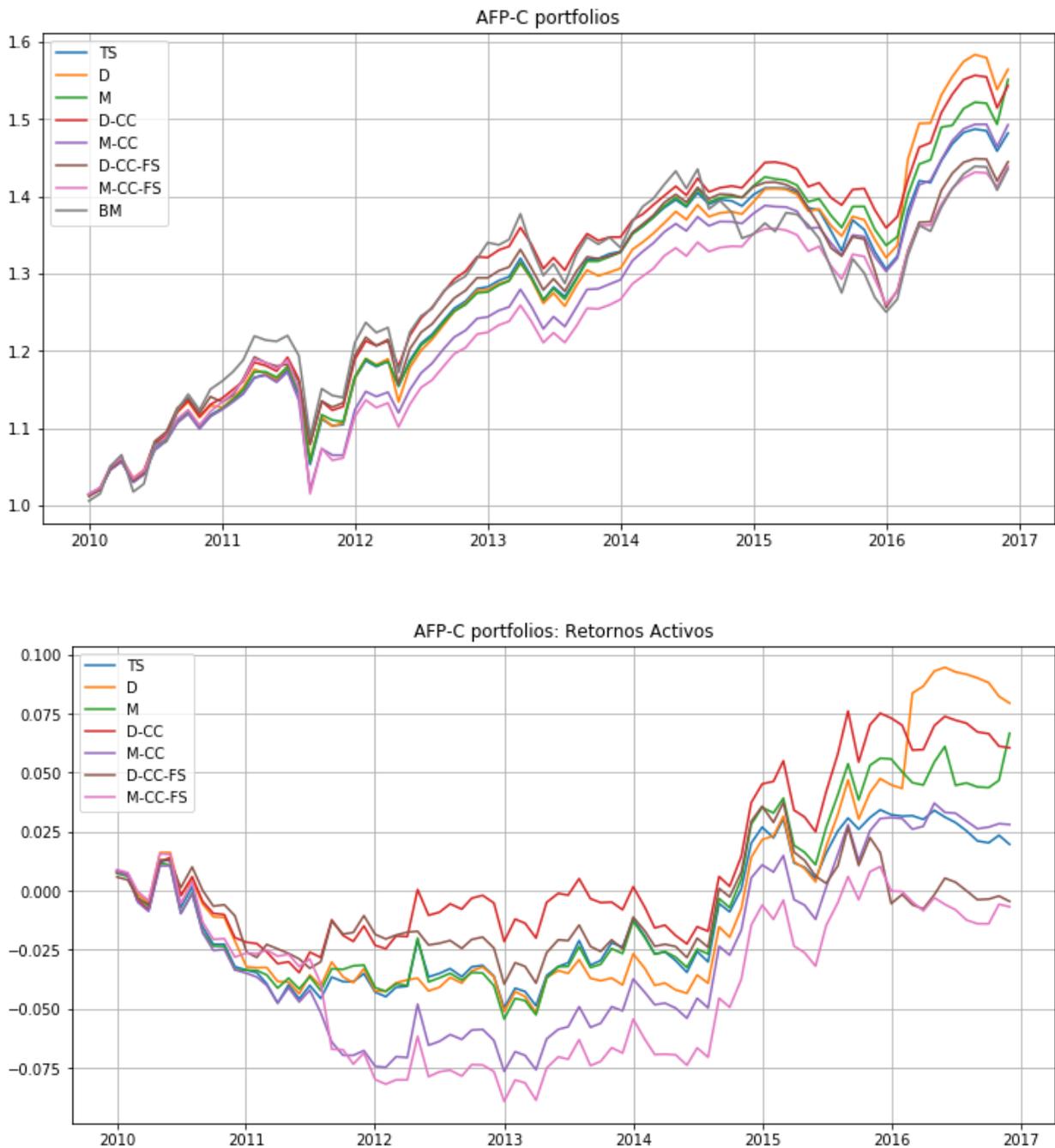
$$\begin{aligned} \max_w \quad & w^T \mu_{BL} - \frac{\lambda}{2} w^T \Sigma_{BL} w \\ \text{s. a.} \quad & \sum_{i \in N} w_i = 1 \\ & w_i \geq 0 \quad \forall i \end{aligned}$$

La primera restricción corresponde a invertir el total de capital y la segunda a la prohibición de venta corta. No se imponen más restricciones ya que se espera que el modelo solo genere pequeñas desviaciones con respecto al portfolio base. A su vez, se reemplaza el valor de  $\lambda$  a  $1^T \Sigma_{BL}^{-1} \mu_{BL}$ , donde  $1^T$  representa el vector de unos de dimensión  $8 \times 1$ , ya que dicho valor es el que se utiliza si se quiere obtener portfolios que cumplan la primera restricción con el problema sin restricciones (ver Anexo A.7 para demostración).

Los resultados del backtest para los distintos portfolios base se presentan a continuación, donde TS se refiere al modelo base de series de tiempo, D al entrenamiento de modelos de Machine Learning utilizando datos diarios, M al entrenamiento utilizando datos mensuales, D-CC al entrenamiento utilizando datos diarios con cluster por correlación, M-CC al entrenamiento utilizando datos mensuales con cluster de correlación, D-CC-FS al entrenamiento utilizando datos diarios con cluster de correlación y selección de variables, M-CC-FS al entrenamiento utilizando datos mensuales con cluster de correlación y selección de variables y BM corresponde al portfolio base o benchmark.

### 5.5.2 Backtest para el Fondo C de la AFP

En la Figura 11 se presentan los resultados para los modelos cuyo portfolio base corresponde al Fondo C de la AFP.



**Figura 11:** Resultados de backtest para los modelos utilizando como base el Fondo C de la AFP. El gráfico superior corresponde al retorno acumulado total y el inferior al retorno de las posiciones activas. **Fuente:** Elaboración propia.

De la Figura 11 se puede observar que la mayoría de los modelos superan al fondo en rentabilidad, resultado que se debe principalmente al rendimiento obtenido desde mediados del 2014 en adelante. En particular, el Fondo C hasta dicho año presentaba un rendimiento superior a los modelos, los que solo superan al portfolio base producto de las rentabilidades obtenidas entre mediados del 2014 y finales del 2016, ya que luego la rentabilidad acumulada se mantiene prácticamente constante; este hecho se observa en el gráfico de retornos activos<sup>17</sup>. Lo anterior implica que los modelos no generan rendimientos en exceso del portfolio base de manera consistente durante el periodo de estudio.

Por otro lado, se calculan las métricas asociadas al backtest:

Metric/Strategy	Benchmark	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	5.30%	5.78%	6.59%	6.47%	6.39%	5.89%	5.39%	5.33%
Vol.	8.29%	6.48%	7.20%	6.48%	6.27%	6.78%	6.84%	7.30%
Sharpe	0.640	0.891	0.916	0.999	1.018	0.869	0.788	0.731
Max DD	12.90%	10.41%	10.21%	10.42%	9.41%	12.97%	11.41%	14.65%
Turnover	6.60%	17.78%	47.81%	47.86%	46.60%	35.00%	53.80%	49.05%
Hit-Ratio	61.90%	66.67%	67.86%	70.24%	67.86%	69.05%	65.48%	67.86%
CAGR/Turnover	80.28%	32.49%	13.79%	13.52%	13.70%	16.83%	10.03%	10.87%

*Tabla 6: Métricas para el periodo completo de backtest para los modelos con Fondo C como portfolio base. Fuente: Elaboración propia.*

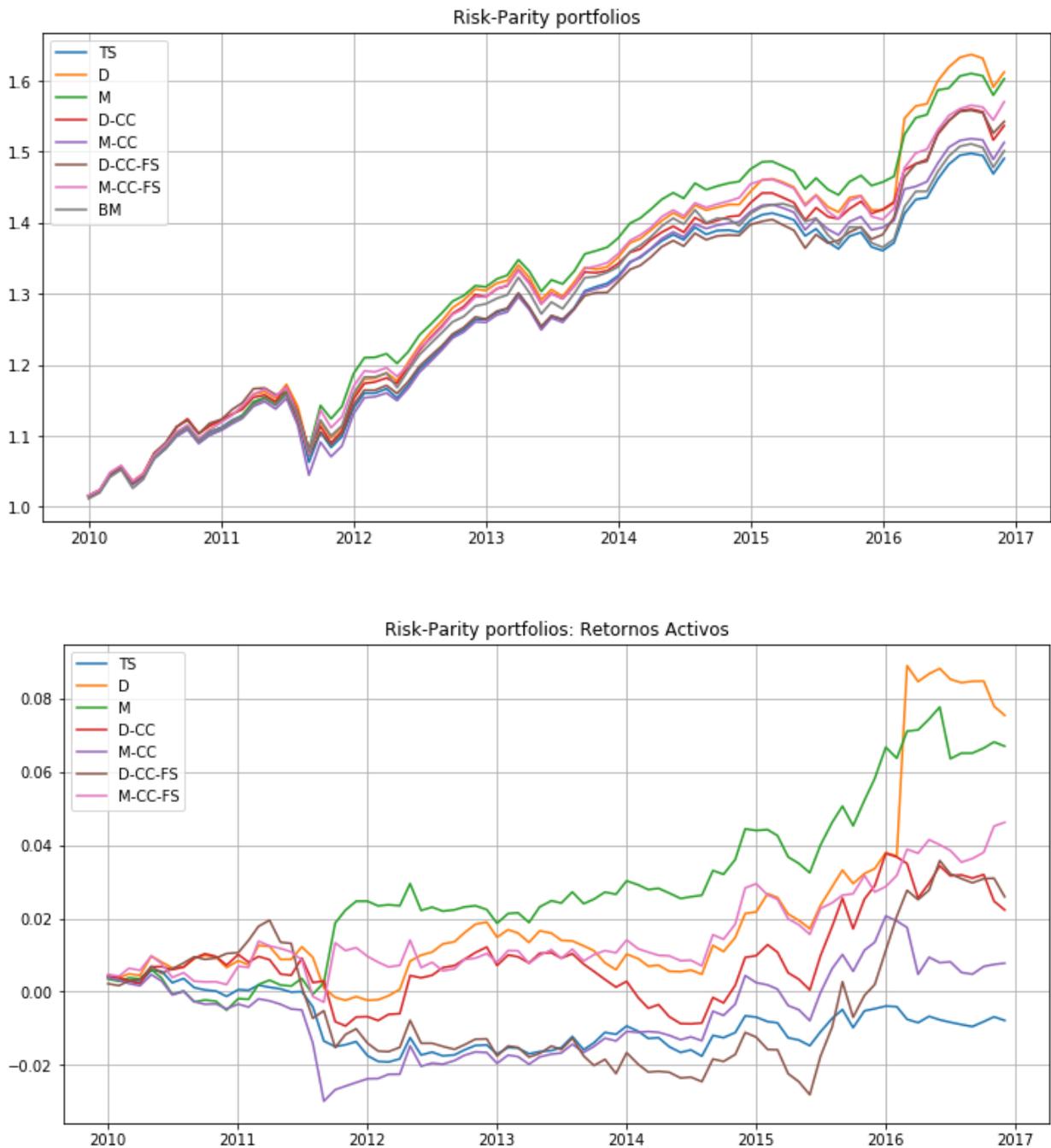
De la Tabla 6 se ve que todos los modelos tienen mejores CAGR, volatilidades y Sharpe Ratio que el portfolio base, así como también Hit Ratio, acorde con lo evidenciado en los gráficos. Aquí es interesante observar que para todos los modelos el Turnover Ratio aumenta de manera considerable, con factores que se encuentra entre el 2.6x y el 8x aproximadamente, lo que implica que para generar el exceso de retorno se tuvo que aumentar la rotación de las posiciones del portfolio. Por otra parte, del ratio CAGR/Turnover se ve que el aumento en rentabilidad generado no compensa el aumento en la rotación, y se ve una leve tendencia a la baja del ratio con el aumento del CAGR.

Por último, a partir de los resultados obtenidos se elige el entrenamiento con datos diarios y cluster de correlación como el mejor modelo de entrenamiento ya que presenta la menor volatilidad, mejor Sharpe Ratio y menor Drawdown de todos los modelos.

<sup>17</sup> Retornos activos se refiere al retorno obtenido únicamente por los pesos activos o tilts que se obtienen substrayendo las posiciones del portfolio base de las del portfolio generado por cada modelo. Se denomina activo ya que esta es la apuesta que hace el modelo contra los pesos de mercado.

### 5.5.3 Backtest para el portfolio Risk-Parity

En la Figura 12 se presentan los resultados para los modelos cuyo portfolio base corresponde al portfolio Risk-Parity:



*Figura 12:* Resultado de backtest para los modelos utilizando como base el portfolio Risk-Parity. El gráfico superior corresponde al retorno total acumulado y el inferior al retorno de las posiciones activas. **Fuente:** Elaboración propia.

De la Figura 12 se puede observar que todos los modelos de Machine Learning superan en rentabilidad al portfolio base, pero no así el modelo de series de tiempo. Del gráfico de retornos activos se puede ver que dos de los seis modelos presentan consistencia en el exceso de retorno: el modelo de datos mensuales presenta retornos acumulados crecientes a partir de finales del 2011, al igual que el modelo de mensuales con cluster de correlación y con selección de variables; pese a lo anterior se evidencia un salto importante en el retorno acumulado cercano al inicio del último cuarto de año 2011, hecho que se debe analizar. Por otro lado, el modelo de datos diarios presenta la mayor rentabilidad acumulada, lo que se debe a un salto importante a comienzos del 2016 que podría ser explicado por posiciones extremas en el portfolio o por un simple hecho puntual del periodo; este comportamiento no es deseado en un portfolio y revela señales de inconsistencia.

También, se calculan las métricas asociadas al backtest para todos los modelos:

Metric/Strategy	Benchmark	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	5.97%	5.87%	7.06%	6.96%	6.33%	6.10%	6.38%	6.66%
Vol.	5.10%	4.98%	5.81%	5.05%	4.88%	5.20%	4.84%	5.26%
Sharpe	1.171	1.179	1.215	1.380	1.296	1.173	1.318	1.267
Max DD	6.95%	8.26%	8.03%	7.06%	7.54%	9.37%	8.16%	8.04%
Turnover	7.35%	15.40%	44.29%	47.31%	44.58%	32.07%	51.43%	48.61%
Hit-Ratio	72.62%	71.43%	71.43%	75.00%	73.81%	75.00%	73.81%	72.62%
CAGR/Turnover	81.24%	38.10%	15.94%	14.72%	14.19%	19.01%	12.41%	13.70%

*Tabla 7: Métricas para el periodo completo de backtest para los modelos con Risk-Parity como portfolio base. Fuente: Elaboración propia.*

De la Tabla 7 se puede ver que todos los modelos de Machine Learning entregan retornos superiores al portfolio base y al modelo base, acorde con la evidencia gráfica. Para el caso de la volatilidad, solo en tres de los siete modelos se aprecian mejoras importantes con respecto al portfolio base, pero esto es compensado por el aumento en rentabilidad lo que se refleja en los Sharpe Ratio obtenidos. El Hit Ratio también aumenta en la mayoría de los modelos, lo que refleja mejor poder predictivo que el portfolio base. El máximo Drawdown aumenta a través de los modelos, hecho que se evidencia en la caída sufrida a mediados del 2011 pero que es compensando por el aumento de CAGR en algunos casos. Respecto al Turnover, se evidencia el mismo fenómeno que en el caso anterior, donde la rotación aumenta en factores considerables de entre 2x y 7x, hecho que no se compensa por el aumento de rentabilidad como se ve en el ratio CAGR/Turnover.

Al igual que para el caso del Fondo C, se elige el mejor modelo en base a los resultados obtenidos. Se selecciona el modelo de datos mensuales ya que presenta el segundo mejor CAGR, el mejor Sharpe Ratio y Hit Ratio y el menor Drawdown dentro de los modelos.

## 5.6 Análisis de la estrategia

Dado los resultados encontrados en la sección anterior, el hecho más preocupante es el aumento significativo de la rotación del portfolio. Para ver el efecto que esto tiene sobre las posiciones, se grafican las posiciones durante el periodo de estudio para ambas estrategias:

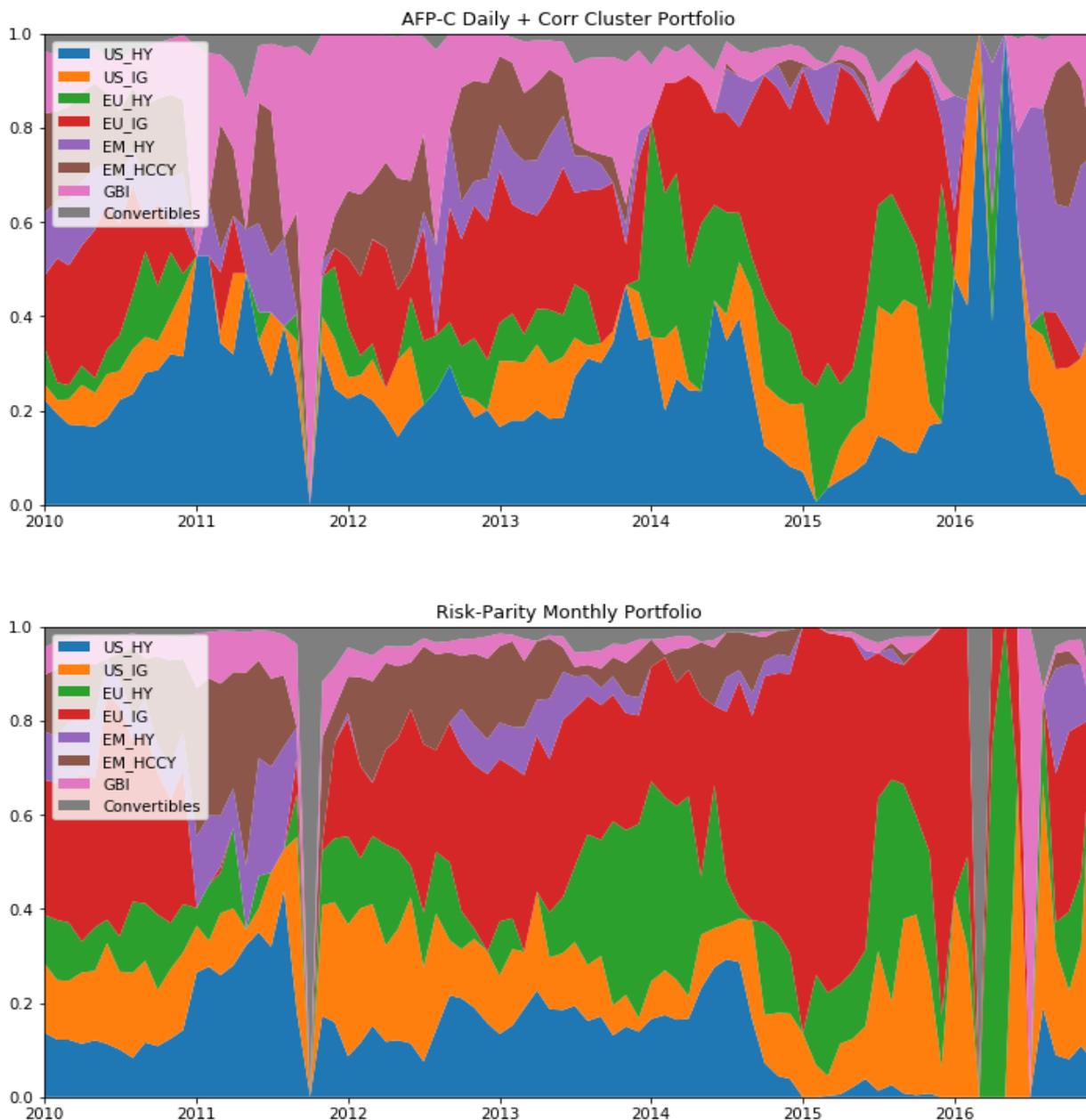


Figura 13: Posiciones históricas para los modelos seleccionados para cada portfolio base. Fuente: Elaboración propia.

De los gráficos de la Figura 13 se puede observar un cambio general importante en las posiciones con respecto a su portfolio base, incorporando, por ejemplo, posiciones considerables en Bonos Investment Grade europeos sobretodo para el caso del Fondo C ya que no tiene exposición a esta clase de activo. Por otra parte, se pueden observar cambios extremos en las posiciones de ambos portfolios, siendo las más relevante las de finales del 2011 y primer semestre del 2016. De aquí, se

puede notar que el exceso de retorno para los portfolios del Fondo C viene dado principalmente por los extremos del 2016. Para el caso del portfolio de Risk-Parity se puede ver que las fechas coinciden que los mayores incrementos de rentabilidad acumulada: para la estrategia con datos mensuales se ve en el salto a finales del 2011 y la aceleración posterior de la rentabilidad acumulada que se ve a partir del segundo semestre del 2015.

Lo anterior implica que los portfolios no son factibles de realizar en la práctica ya que la inversión en las distintas clases de activos se hace a través de la compra de fondos de inversión, por lo que para ejecutar estos cambios se requiere el rescate del capital invertido y la reinversión en nuevos fondos. En primer lugar, los rescates e inversión son acciones que toman tiempo para ejecutarse correctamente y por ende puede que al momento de que se implementen las posiciones estas ya no generen los retornos esperados. Por otra parte, los aportes y rescates generan costos asociados dependientes de la cantidad de capital invertido que son cobrados al inversionista que los solicita<sup>18</sup>. Independiente de lo anterior, la inversión directa en los instrumentos también genera costos asociados en la transacción: liquidar una posición cambia el precio del instrumento en función de la cantidad transada, es decir, si se quiere liquidar una cantidad significativa el mercado va a castigar el precio (esto ya que el mercado funciona por oferta y demanda).

En resumen, los resultados son extremos en ciertos periodos a pesar de los supuestos conservadores para los parámetros  $\lambda$  y  $\alpha$ . La magnitud de los cambios se puede acotar aumentando el valor de estos parámetros, pero se estarían utilizando valores que no se encuentra dentro de los límites razonables, es más, es probable que el parámetro  $\alpha$  definido este fuera de este rango. Considerando esto, a continuación, se estudian dos medidas que tienen el potencial de entregar portfolios razonables: la construcción de una regla y la incorporación de restricciones asociadas a los pesos activos del portfolio.

### 5.6.1 Portfolio basado en reglas

Dentro de la literatura es común encontrar reglas para la construcción de portfolios, siendo la más común de ellas la construcción por quintiles. Aquí, se genera una nota para los activos del universo invertible, se ordenan en orden decreciente y se toman posiciones largas de igual peso en el primer quintil y posiciones cortas de igual peso en el último quintil; este portfolio es conocido como portfolio Long-Short o portfolio beta neutral. Otra opción similar y que se utiliza cuando existen restricciones sobre la venta corta es tomar posiciones largas de igual peso en el primer quintil o tercil. A continuación, se analizan ambas opciones.

---

<sup>18</sup> Los fondos de inversión tienen mecanismo que generan costos para el inversionista al momento de aportar o rescatar capital. Esto se produce por que la entrada/salida genera cambios en los precios de los activos del fondo, lo que puede afectar la rentabilidad de los demás aportantes; estos cambios son cobrados al inversionista que solicita un aporte o rescate.

## Portfolios Long-Short

Para la construcción de este portfolio se considera como nota el retorno predicho por cada modelo, donde un valor mayor implica una mejor nota. Dado que no se tienen predicciones para los Bonos Convertibles, esta clase de activo queda fuera del análisis. La regla se consiste en tomar posiciones largas de igual valor (50%) en los dos activos con mejores retornos y posiciones cortas de igual valor (-50%) en lo de peor retorno. En la Figura 14 se muestran los resultados, donde BM corresponde a un portfolio con pesos iguales para todos los activos (EW portfolio):

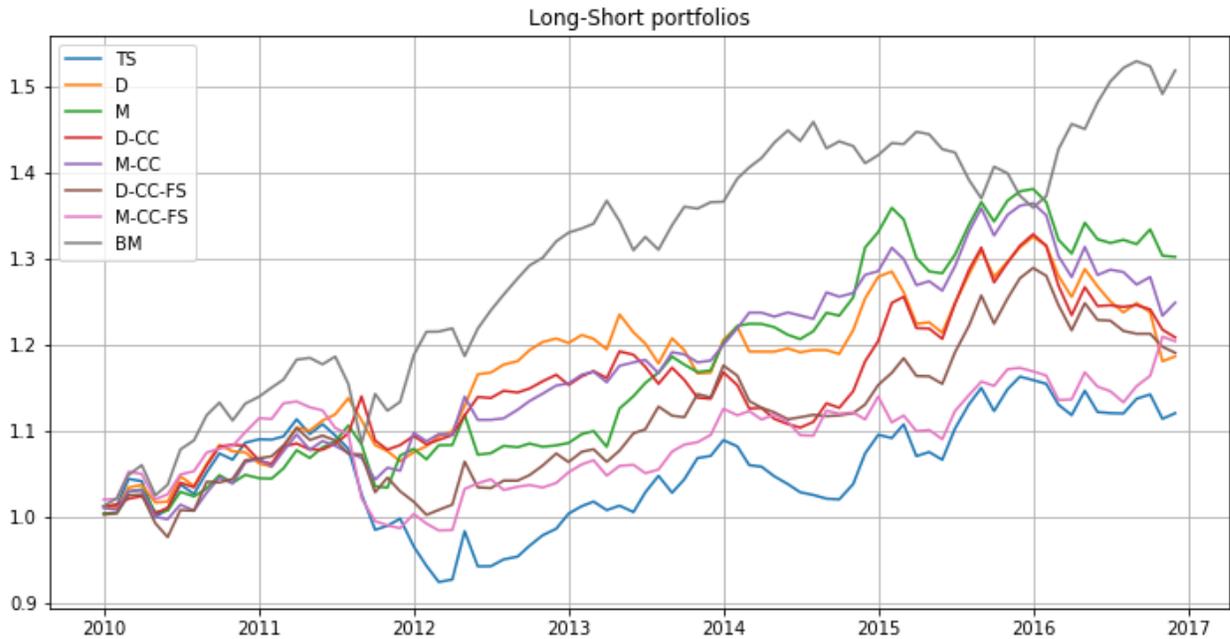


Figura 14: Backtest para estrategias Long-Short. Fuente: Elaboración propia.

Del gráfico de la Figura 14 se puede apreciar que todos los modelos generan retornos positivos de manera consistente, lo que se ve por la trayectoria de la serie. A su vez, los algoritmos de Machine Learning superan el rendimiento del portfolio base. Por otra parte, se puede ver que la estrategia EW supera el rendimiento de todos los modelos, pero la comparación no es directa ya que las estrategias Long-Short por definición generan alpha, por lo que se podría mejorar el rendimiento de la estrategia base aplicando tilts que sigan las recomendaciones de estos modelos.

Para generar los tilts se deben ajustar los pesos a valores razonables que puedan ser aplicados al portfolio sin provocar rotaciones extremas. Esto se puede lograr bajando la exposición a cada clase de activo (por ejemplo 5% en vez de 50%), lo que a su vez disminuye el rendimiento de manera proporcional.

Al igual que para los casos anteriores, se presentan las métricas asociadas al backtest, donde se puede ver que la estrategia utilizando datos mensuales es la que tiene mejor comportamiento, acorde a lo encontrado en el gráfico anterior:

Metric/Strategy	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	1.63%	2.47%	3.84%	2.74%	3.22%	2.52%	2.68%
Vol.	6.68%	5.88%	5.81%	5.84%	5.42%	5.79%	5.71%
Sharpe	0.245	0.420	0.661	0.469	0.594	0.435	0.470
Max DD	17.00%	10.92%	6.53%	9.04%	9.58%	9.16%	13.22%
Turnover	77.62%	140.43%	155.47%	132.33%	127.03%	136.54%	195.80%
Hit-Ratio	54.76%	54.76%	59.52%	54.76%	58.33%	53.57%	58.33%
CAGR/Turnover	2.10%	1.76%	2.47%	2.07%	2.54%	1.84%	1.37%

Tabla 8: Métricas de backtest para los portfolios Long-Short. Fuente: Elaboración propia.

## Portfolios Long-Only

Al igual que para las estrategias Long-Short se utiliza el retorno predicho como nota. Para la construcción del portfolio se toman posiciones largas de igual valor (33.33%) en los tres activos de mejor nota. Los resultados se presentan en la siguiente figura:

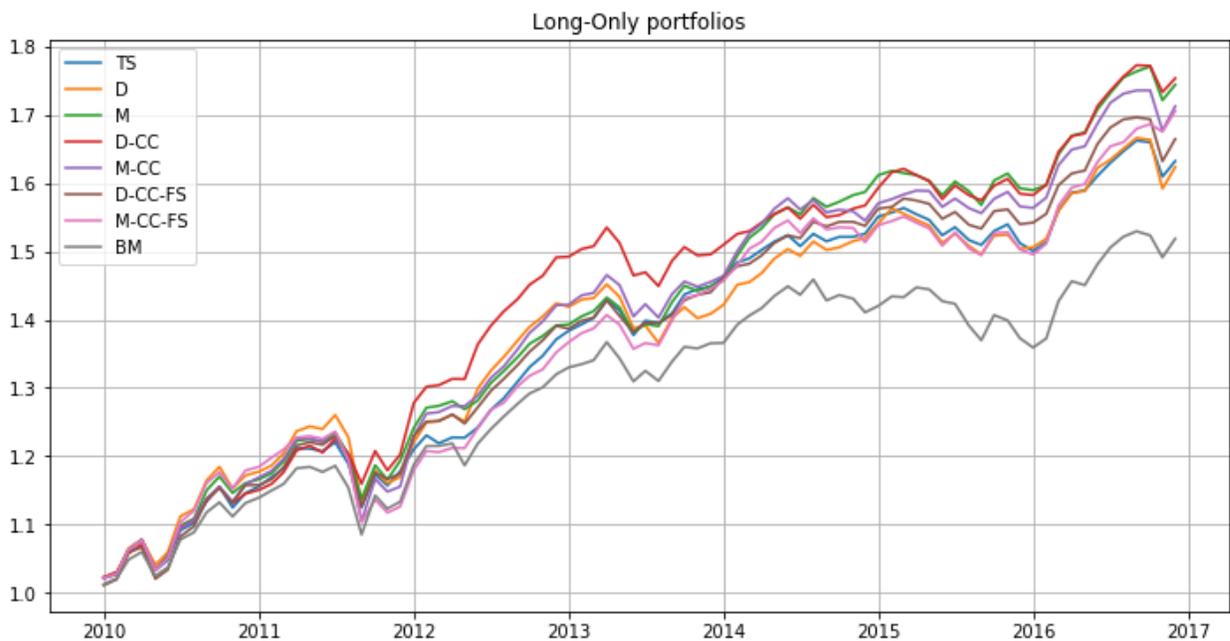


Figura 15: Backtest para estrategias Long-Only. Fuente: Elaboración propia.

Del gráfico de la Figura 15 se puede observar que todas las estrategias son consistentemente mejores que el portfolio EW, y en particular que solo uno de los modelos de Machine Learning pierde contra el modelo base. Esto implica que los modelos generan valor con respecto a un portfolio EW.

Nuevamente, esta estrategia se puede utilizar para generar tilts sobre un portfolio base. Para esto se deben escalar los pesos a valores razonables, lo que a su vez escala el rendimiento de manera proporcional.

Se presentan las métricas de backtest para los distintos modelos:

Metric/Strategy	Benchmark	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	6.07%	7.25%	7.16%	8.27%	8.35%	7.98%	7.55%	7.92%
Vol.	6.01%	5.66%	6.70%	5.84%	5.81%	6.66%	5.93%	6.35%
Sharpe	1.010	1.280	1.069	1.417	1.438	1.198	1.272	1.248
Max DD	7.94%	7.85%	10.21%	7.85%	5.60%	10.03%	8.44%	10.75%
Turnover	1.06%	30.85%	63.06%	57.53%	54.74%	45.74%	49.29%	73.10%
Hit-Ratio	67.86%	72.62%	72.62%	73.81%	73.81%	72.62%	73.81%	72.62%
CAGR/Turnover	572.80%	23.50%	11.36%	14.37%	15.25%	17.45%	15.32%	10.84%

*Tabla 9: Métricas del backtest para los portfolios Long-Only. Fuente: Elaboración propia.*

De la Tabla 9 se puede ver que la mejor estrategia corresponde al modelo con datos diarios y cluster de correlación. Al igual que para los portfolios generados con el método de Black-Litterman, los resultados dan cuenta de un aumento importante en la rotación del portfolión que no es compensado por el aumento en rentabilidad, por lo que se deben ponderar los pesos por un factor de escalamiento para que el portfolión sea factible.

### Resultados sobre los portfolios

Para la construcción de portfolios se utiliza el mejor método para cada una de las reglas, es decir, utilizando datos mensuales para los portfolios Long-Short y datos diarios con cluster de correlación para los portfolión Long-Only.

Por otra parte, se utiliza la siguiente metodología para modificar los pesos: se escalan a  $x\%$  las posiciones entregadas por la regla y se suman a las posiciones del portfolión base. En caso de existir alguna posición negativa (la regla entrega una posición corta en un activo en el cual el portfolión base no está invertido) se cambia el valor a 0; luego se normalizan las posiciones resultantes para que sumen 1. Los valores utilizados para  $x$  son 2.5%, 5.0% y 10%.

Todos los modelos entregan excesos de retorno en torno al 0.20% para  $x$  de 2.5%, aumentando con  $x$  de manera aproximadamente lineal hasta valores de entre 0.70% y 0.81%. A su vez, y al igual que para el modelo inicial se evidencia un aumento en la rotación con respecto al portfolión base y una disminución del ratio CAGR/Turnover, lo que implica que la ganancia en exceso de retorno no compensa la rotación generada. Pese a lo anterior, se mejora el ratio en más del doble, se gana consistencia en los excesos de retornos generados con respecto al modelo original y se eliminan las posiciones extremas<sup>19</sup>. Los resultados para las distintos  $x$  y portfolios base se encuentra en Anexo (A.8 a A.11).

<sup>19</sup> Esto es producto del escalamiento de las posiciones entregadas por la regla, ya que la diferencia entre los pesos originales y los nuevos no será superior a  $x\%$  para cada clase de activo.

## 5.6.2 Restricciones al modelo de optimización

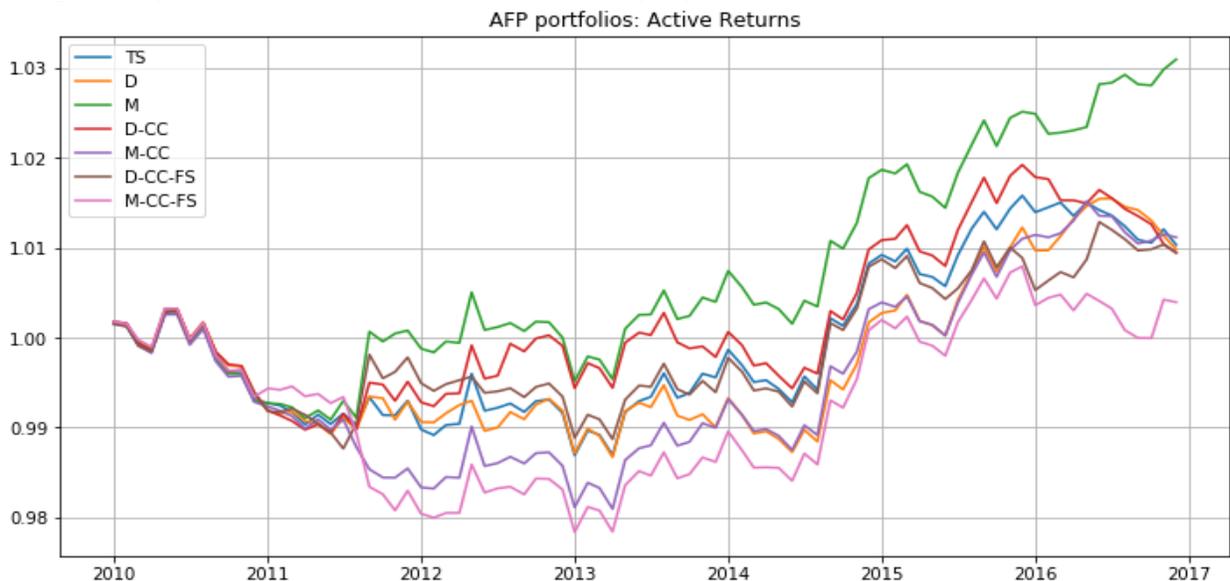
Otra opción para evitar las posiciones extremas es controlar directamente la rotación del portfolio. Esto se puede lograr incorporando una restricción de Turnover máximo, pero se decide un enfoque distinto basado en restricciones de tracking error ya que es el enfoque más utilizado por los Asset Managers. Para esto se plantea el siguiente problema:

$$\begin{aligned} \max_w & (w_{BM} + a)^T \mu_{BL} - \frac{\lambda}{2} (w_{BM} + a)^T \Sigma_{BL} (w_{BM} + a)^T \\ \text{s. a.} & \sum_{i \in N} (w_{BM,i} + a_i) = 1 \\ & w_{BM,i} + a_i \geq 0 \quad \forall i \\ & a^T \Sigma a \leq TE^2 \end{aligned}$$

Esto es, en vez de optimizar los pesos de la forma tradicional, se optimiza los pesos activos (tilts) sujetos a una restricción de volatilidad activa máxima (TE). Para esta restricción se suelen utilizar valores entre 1.0% y 2.5% al año, pero dada la baja volatilidad de los activos estudiados se emplea un valor de 0.2% mensual (aproximadamente 0.8% al año).

### Resultados para el modelo de optimización con restricciones

A continuación, se presentan únicamente los resultados para el portfolio del Fondo C ya que los resultados son prácticamente idénticos (ver Anexo A.12 y A.13 para resultados del portfolio Risk-Parity). Los parámetros utilizados son los mismo que para el modelo inicial:



**Figura 16:** Resultados backtest para los modelos de optimización con restricción de TE utilizando como base el Fondo C de la AFP. Fuente: Elaboración propia.

De la Figura 16 se puede ver que los distintos modelos presentan retornos negativos con respecto al portfolio base durante el primer año y primer semestre del segundo año, luego de lo cual algunos modelos comienzan a ganarle al benchmark, en especial el modelo que utiliza datos con frecuencia mensual el cual es el claro ganador. Otro punto importante es notar que se mejora notoriamente la consistencia de los excesos de retornos a través de todos los modelos, lo que es un resultado deseable.

A su vez se presentan las métricas para el backtest, donde se ve que el modelo con datos mensuales es el mejor:

Metric/Strategy	Benchmark	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	5.30%	5.50%	5.49%	5.81%	5.49%	5.51%	5.49%	5.39%
Vol.	8.29%	7.71%	7.83%	7.64%	7.73%	7.83%	7.73%	7.91%
Sharpe	0.640	0.714	0.701	0.761	0.710	0.703	0.710	0.682
Max DD	12.90%	11.10%	10.95%	10.96%	10.91%	11.33%	11.83%	11.76%
Turnover	6.60%	10.00%	18.66%	15.56%	18.03%	12.85%	18.41%	16.55%
Hit-Ratio	61.90%	63.10%	63.10%	63.10%	63.10%	63.10%	63.10%	63.10%
CAGR/Turnover	80.28%	55.05%	29.41%	37.36%	30.45%	42.87%	29.82%	32.57%

Tabla 10: Métricas de backtest para el modelo de optimización con restricción de TE utilizando el Fondo C como portfolio base. Fuente: Elaboración propia.

De la Tabla 10 se ve que el modelo con datos mensuales genera un exceso de retorno de 0.51% al año con menos volatilidad que el portfolio base. Al igual que en todos los casos anteriores, se aumenta la rotación del portfolio y el ratio CAGR/Turnover disminuye, pero este mejora con respecto al caso base (de 13.70 a 37.36).

Por otra parte, se presenta el gráfico de posiciones durante el periodo de estudio:

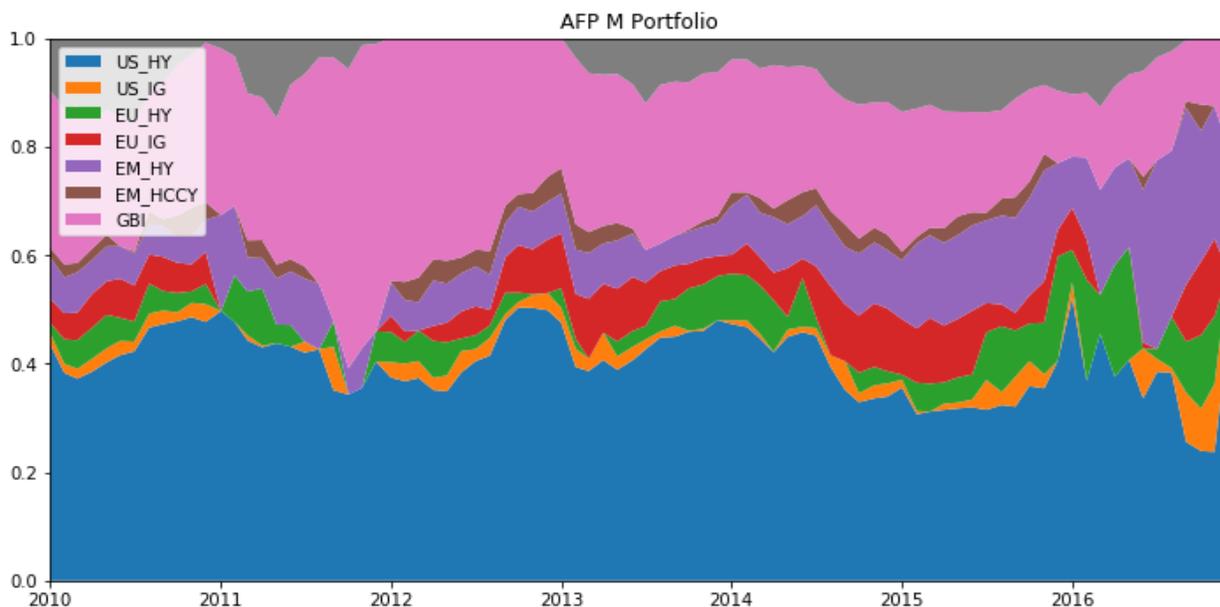


Figura 17: Gráfico de posiciones históricas del portfolio resultante para el Fondo C de la AFP. Fuente: Elaboración propia.

De la Figura 17 se puede observar una mejora notoria en la rotación del portfolio donde ya no se ven las posiciones extremas del caso original. A su vez, se ve que en algunos periodos, como por ejemplo a finales del 2011 y mediados del 2016, se cierran posiciones para volver a abrirse en el periodo siguiente lo que implica costos de transacción importantes y una posible causa para descartar el modelo. Pese a esto y dado los mejores resultados obtenidos con respecto al caso base, se puede argumentar que es posible evitar esto en la práctica implementando solo parcialmente las recomendaciones lo que no debería disminuir significativamente los retornos dado la consistencia evidenciada en el gráfico anteriormente presentado.

## 5.7 Análisis de sensibilidad y backtest fuera de la muestra

De los análisis realizados anteriormente queda descartado el modelo original por presentar cambios de posiciones extremos e impracticables. Las mejoras propuestas lograron solucionar considerablemente este problema, pero aún se evidencia el fenómeno de aumento de rotación y disminución del ratio CAGR/Turnover.

Considerando lo anterior, se debe estudiar la sensibilidad de los modelos a los costos de transacción involucrados en la rotación del portfolio. Por otra parte, para efectos del backtest se asumió que los modelos se rebalancen el primer día hábil de cada mes, pero en la práctica esto no necesariamente es reproducible por lo que se debe estudiar cómo se afecta el día de rebalanceo a los excesos de retornos generados (decaimiento del alpha). Estos dos análisis permiten seleccionar el mejor modelo.

Cabe destacar que el análisis solo se realiza para el Fondo C de la AFP ya que es el caso que interesa en la práctica. El portfolio Risk-Parity se utilizó para comparar los resultados obtenidos por la metodología con un portfolio base distinto, pero se ha evidenciado a lo largo de este proyecto que los resultados son bastante similares en ambos casos.

### 5.7.1 Costos de transacción

Para analizar el efecto de los costos de transacción se considera un costo promedio  $C$  que se incurre al momento de liquidar todo el portfolio<sup>20</sup>. Con el Turnover adicional promedio  $TO_a$  se calcula el costo mensual de la estrategia, para luego obtener el costo anualizado. Este último se compara con el CAGR adicional generado. Lo anterior es equivalente a la siguiente ecuación:

$$(1 + C \times TO_a)^{12} = (1 + CAGR_a)$$

donde  $(1 + C \times TO_a)^{12}$  corresponde al costo anual asociado a la estrategia. La ecuación anterior permite encontrar el costo de liquidación máximo  $C$  para el cual la estrategia deja de funcionar, es decir, el costo para el cual no hay diferencia entre utilizar las recomendaciones del modelo propuesto y no hacer nada. Los resultados para los distintos modelos se presentan a continuación:

---

<sup>20</sup> El costo representa el porcentaje de la inversión que se pierde al momento de liquidar. Por ejemplo, si tengo una posición de 100 unidades con costo  $C$  de 5%, al momento de liquidar la posición obtengo 95 unidades.

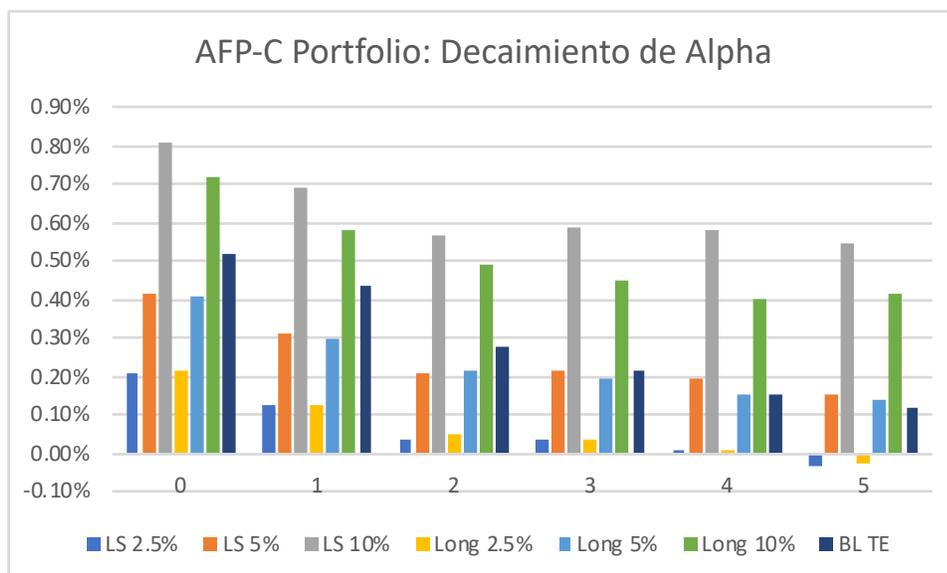
	LS 2.5%	LS 5%	LS 10%	Long 2.5%	Long 5%	Long 10%	BL TE
Extra CAGR	0.21%	0.41%	0.81%	0.22%	0.41%	0.72%	0.52%
Extra Turnover	4.07%	8.68%	16.97%	2.19%	4.69%	8.91%	8.96%
Costo Liquidar	0.43%	0.40%	0.39%	0.83%	0.72%	0.67%	0.48%

*Tabla 11: Análisis de sensibilidad con respecto a los costos de transacción para la distintas estrategias. Fuente: Elaboración propia.*

De la Tabla 11 se puede apreciar que las estrategias menos sensibles a los costos de transacción (costo de liquidar más alto) corresponden a las estrategias Long-Only con valores de entre 0.67% y 0.83%, por lo que son las con mayor potencial de aplicarse en la práctica. Por otra parte, estadísticas de la industria muestran que el costo promedio de liquidación tiene un valor aproximado de 0.35%, con máximos cercanos a 0.5%<sup>21</sup>, por lo que los portfolios Long-Only serían los únicos que superan este umbral.

## 5.7.2 Decaimiento de alpha

Para analizar el impacto que tiene el día de ejecución sobre los excesos de retorno generados por la estrategia se estudia el efecto que tiene desfazar el rebalanceo en  $d$  de días hábiles, es decir, cambiar posiciones  $d$  días después del comienzo de mes. Los resultados se presentan a continuación, utilizando  $d$  entre 0 y 5:



*Figura 18: Decaimiento de alpha para estrategias aplicadas al Fondo C de la AFP. Fuente: Elaboración propia.*

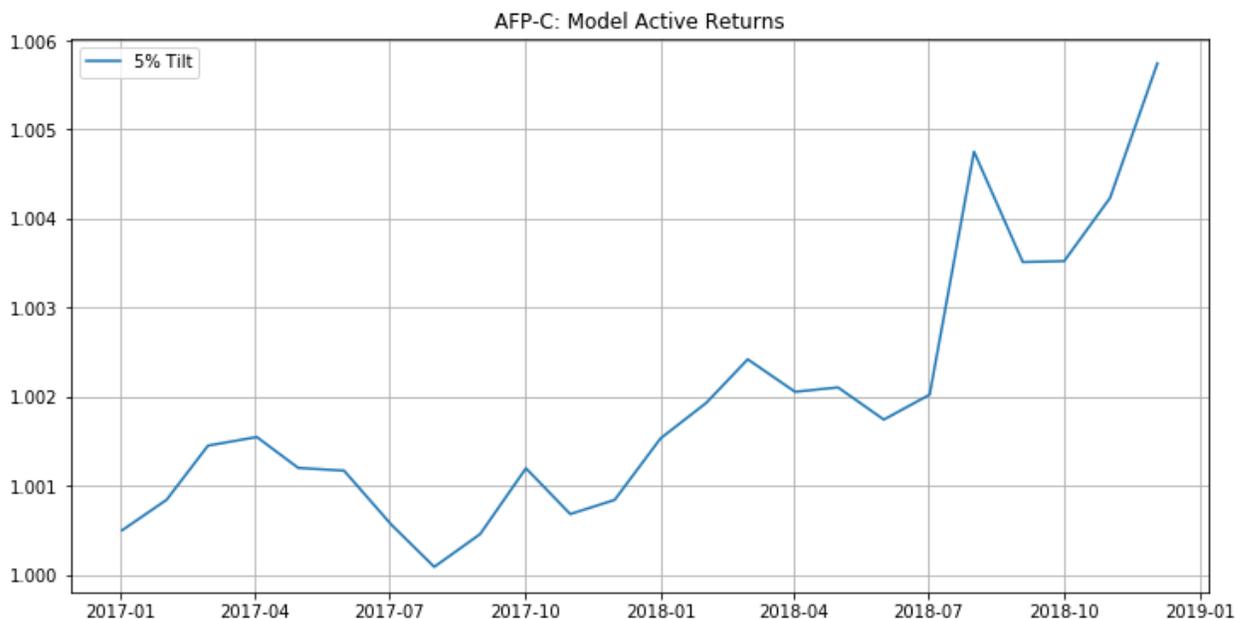
Del gráfico de la Figura 18 se puede observar que el exceso de retorno generado disminuye a medida que se aumenta el desfase, llegando en algunos casos a perderse totalmente el efecto (por ejemplo, Long-Short 2.5%). Producto del análisis de costos, interesa particularmente ver el efecto que se tiene sobre los portfolios Long-Only, donde se tiene que solo el portfolio Long-Only 2.5%

<sup>21</sup> Información obtenida de base de datos interna de la AFP.

presenta retornos negativos al quinto día. Para los portfolios con tilts de 5% y 10% se ve que la pérdida de exceso de retorno disminuye a medida que se aumenta el desfase y nunca se pierde el efecto generado, pero dado que el segundo portfolio genera mayores desviaciones con respecto al portfolio base se elige el primero para su implementación fuera de la muestra.

### 5.7.3 Backtest fuera de la muestra

Finalmente, se implementa el modelo elegido siguiendo la metodología antes descritas para el periodo 2017-2018, de donde se obtienen los siguientes resultados:



*Figura 19: Resultado de backtest para el modelo seleccionado en el periodo fuera de la muestra para el Fondo C de la AFP. Fuente: Elaboración propia.*

Del gráfico de la Figura 19 se puede ver que durante la primera mitad del 2017 el portfolio no presenta excesos de retorno considerables con respecto al portfolio base, pero luego comienza a ganar consistentemente durante finales del 2017 y 2018 logrando un exceso de retorno cercano al 0.6%. Esto refleja el potencial del modelo para generar alpha, en especial considerando que el 2018 fue un año de bastante incertidumbre en los mercados a nivel global. Las métricas del backtest se encuentra en Anexo (A.14)

## 6. Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo de inversión cuantitativa y sistemática para el proceso de Asset Allocation en Renta Fija Extranjera de una AFP, el cual permite incorporar nuevas fuentes de información a un proceso que tradicionalmente es realizado de manera discrecional. Esto se logra mediante metodologías de data mining que permiten predecir los retornos futuros de las distintas clases de activos utilizando técnicas de Machine Learning, para luego utilizar los resultados en la construcción de portfolios.

Lo anterior, permitió generar una metodología de limpieza de datos y selección de variables automática para cualquier problema similar al abordado en este trabajo, junto con una metodología de inversión aplicable a otras clases de activos.

De los resultados, en primer lugar se destaca que un simple modelo basado en distintos tipos de momentum pareciera tener mejor poder predictivo que modelos más complejos de Machine Learning, si solo se considera la métrica de  $R^2$ , pero, una vez que se analizan las métricas de predicción de signo, los últimos presentan mayor precisión. Esto se traduce en la imposibilidad de decidir que modelo se presenta como una mejor alternativa para la construcción del portfolios a partir de las métricas utilizadas en problemas de regresión; es más, luego de analizar los backtest se logra observar que, en general, los modelos de Machine Learning entregan mejores resultados.

En segundo lugar, al implementar el modelo de construcción de portfolios de Black-Litterman, se generan excesos de retorno sobre el benchmark de entre 1.00% y 1.30% a costa de aumentar la rotación del portfolios en factores de entre 2x y 8x, dependiendo del caso. A su vez, se analiza el ratio de CAGR/Turnover lo que muestra que el exceso de retorno generado no compensa la rotación adicional, lo que queda aún más en evidencia al analizar las posiciones históricas durante el periodo de estudio. Estas últimas muestran rotaciones infactibles en los portfolios construidos, a pesar de los supuestos conservadores en los valores de los parámetros.

Dicho lo anterior, se proponen dos alternativas para corregir este fenómeno: generar reglas de construcción de portfolios y restringir la rotación del portfolios mediante un target de tracking error. Ambas alternativas generan excesos de retornos de entre 0.2% y 0.8% dependiendo del caso, pero nuevamente a costa de un aumento de la rotación y disminución del ratio CAGR/Turnover. Pese a esto, se mejora dicho ratio en al menos el doble en todos los casos, se gana consistencia en los excesos de retorno y se eliminan en gran parte las posiciones extremas, siendo los casos en donde ocurre este fenómeno posibles de controlar en la práctica.

Una vez determinada la eficacia de las soluciones propuestas, se estudia el efecto que tienen los costos de transacción sobre los excesos de retornos generados, así como el día de rebalanceo. Del análisis de costos se determina el costo de liquidación máximo que soporta la estrategia, donde se ve que solo los portfolios construidos en base a la regla Long-Only superan los costos observados en la industria (en al menos 0.16% al costo máximo). Luego, del análisis de día de implementación del rebalanceo, se ve que el exceso de retorno disminuye a medida que se aumenta el desfase y que de los portfolios Long-Only solo los de 5% y 10% logran generar alpha luego del quinto día.

Se decide implementar el portfolio Long-Only 5% ya que este presenta menor rotación que su competidor. Así del periodo fuera de la muestra, se ve que la solución genera excesos de retornos cercanos al 0.60%, lo que se presentan como un resultado satisfactorio dado la incertidumbre presente en los mercados durante el 2018.

Ahora bien, dadas las restricciones que tiene la AFP puede que una desviación de 5% en tres clases de activos sea demasiado extrema, pero como se pudo ver de los backtest individuales para las reglas, las señales generan valor y pueden ser usadas como insumos en las decisiones del PM.

A modo de recomendación para la AFP si desea implementar la estrategia, el análisis de decaimiento de alpha da cuenta que el efecto puede ser regulado al ir implementando el portfolio progresivamente en el tiempo, lo que ayuda a su vez a controlar los costos. También se observa la importancia de controlar la rotación del portfolio, donde existen alternativas que se pueden aplicar al problema de optimización como lo es la construcción de un modelo de costos de transacción que se puede incorporar como penalización en la función objetivo; esto constituye un tema a parte y se propone como trabajo futuro.

Por otra parte, se comprueban algunos hechos esenciales dentro del rubro de inversiones, como lo son la dificultad de predecir retornos y el hecho de que  $R^2$  pequeños e incluso negativos no son criterio suficiente para descartar un modelo. A su vez, se puede concluir sobre las posibles causas de los valores de  $R^2$ : al construir un modelo específico para cada clase de activo se aumenta la probabilidad de over-fitting durante el entrenamiento, y el hecho de que en la literatura muchas veces solo se utilizan características específicas de los instrumentos, permitiendo entrenar modelos con data de panel lo que por si solo sirve de mecanismo de control de over-fitting.

Por último, la metodología propuesta no es en ningún caso la única ni la mejor solución a este problema, pero se presenta como una posibilidad interesante y da cuenta de la factibilidad de utilizar este tipo de técnicas. Es importante señalar que el mundo de las inversiones permite muchas posibles soluciones para un mismo problema y crea la necesidad de estar constantemente cambiando las formas de invertir, lo que requiere ir mejorando las soluciones encontradas en una primera instancia.

## Bibliografía

- [1] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Régimen de inversión de los Fondos de Pensiones. 1 de Noviembre del 2017. [en línea] [https://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/articles-12678\\_recurso\\_1.pdf](https://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/articles-12678_recurso_1.pdf) [consulta 8 Abril del 2019]
- [2] FAMA, EUGENE and FRENCH, KENNETH. 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds, *Journal of Financial Economic* 33, 3-56.
- [3] ISRAEL, R., PALHARES, D. and RICHARDSON, S. 2018. Common Factors in Corporate Bond Returns, *Journal of Investment Management* 16 (2), 17-46.
- [4] HOUWELING, P. and VAN ZUNDERT, J. 2017. Smart Credit Investing: Harvesting Factor Premiums, *Journal of Superannuation Management*.
- [5] FRIEDA, APRIL and RICHARDSON, SCOTT. 2016. White Paper: Systematic Credit Investing.
- [6] DISTENFELD, G.M., SKOGLUND, J., DIMAGGIO, S. and SWITZER, J. 2018. The Future of Fixed Income: How technology will revolutionize Asset Management. AllianceBernstein, October 2018.
- [7] CFA LEVEL III. 2018. Economic Analysis, Asset Allocation and Fixed-Income Portfolio Management. USA, Kaplan University. Book 3.
- [8] GHAI, SACHA and TARNOWSKI, MARCOS. 2016. How leading institutions are changing the rules on portfolio construction. McKinsey & Company, Agosto 2016.
- [9] GU, S., KELLY, B. and XIU, D. 2018. Empirical Asset Pricing via Machine Learning: 31ST AUSTRALIAN Finance and Banking Conference 2018. Australia. 67 pages.
- [10] MARKOWITZ, HARRY. 1952. Portfolio Selection, *The Journal of Finance* 7 (1), 77-91.
- [11] BLACK, FISCHER and LITTERMAN, ROBERT. 1992. Global Portfolio Optimization, *Financial Analysts Journal* 48 (5), 28-43.
- [12] WALTERS, JAY. 2014. Black-Litterman model in detail.
- [13] LALOUX, L., POTTERS, M. and BOUCHAUD, JP. Random Matrix Theory and Financial Correlations, *International Journal of Theoretical and Applied Finance* 03 (03), 391 – 397.
- [14] BUN, J., BOUCHAUD JP. and POTTERS, M. 2016. Cleaning Correlation Matrix, *RISK magazine*.
- [15] LAU, ADA. 2018. A Quantitative Framework for Cross Asset Style Investing. JP Morgan Global Quantitative and Derivatives Strategies, 03 October 2018.
- [16] LAPTHORNE, A., ANTUNES, R., CARSON, J., OIKONOMOU, G., LE JALLE, Y., TADESSE, S. and SINGH, P. 2019. Global Quantitative Strategy: Enough talk – Putting machine learning into practice. Societe Generale Cross Asset Research, 18 February 2019.
- [17] GUYON, ISABELLE and ELISSEEF, ANDRÉ. An Introduction to Variable and Feature Selection, *Journal of Machine Learning Research* 3, 1157-1182.

- [18] KUHN, MAX. Variable Selection Using The caret Package. June 10, 2010.
- [19] PROYECTO FINAL para certificado en finanzas cuantitativas CQF. Paul Cox. 14 de Noviembre del 2016. <https://es.slideshare.net/PaulCoxCQF/paul-cox-cqf-final-project-with-matlab-code> [consulta 5 de Mayo del 2019]
- [20] MARKS, HOWARD. 2018. Mastering the Market Cycle: Getting the odds on your side. New York, Houghton Mifflin Harcourt.
- [21] ILMANEN, ANTTI. 2011. Expected Returns: An Investor's Guide to Harvesting Market Rewards. Wiley Finance.
- [22] IDZOREK, THOMAS. A step by step guide to the Black-Litterman model, Incorporating user-specified confidence levels. 2005. Ibbotson Associates.
- [23] LAKOS-BUJAS, DUBRAVKO. 2015. A Framework for Style Investing: Style Rotation and the Business Cycle. JP Morgan Global Equity Quantitative Research, 07 May 2015.
- [24] CFA LEVEL I. 2013. Economics. USA, Wiley. Volume 2.
- [25] KOLANOVIC, MARKO and RAJESH T., KRISHNAMACHARI. 2017. Big Data and AI Strategies: Machine Learning and Alternative Data Approach to Investing. JP Morgan Global Quantitative and Derivatives Strategies, May 2017.
- [26] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Sistema de AFP. [en línea] <https://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/w3-propertyvalue-9897.html> [consulta 20 de Marzo del 2019]
- [27] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Sistema de Multifondos. [en línea] <http://www.spensiones.cl/portal/institucional/594/w3-article-2834.html> [consulta 20 de Marzo del 2019]
- [28] SUPERINTENDENCIA DE PENSIONES. Fondos administrados por el Sistema de AFP. 31 de Diciembre del 2018. [en línea] [https://www.spensiones.cl/apps/carteras/genera\\_xsl.php?fecpro=201812&listado=1](https://www.spensiones.cl/apps/carteras/genera_xsl.php?fecpro=201812&listado=1) [consulta 15 de Marzo del 2019]
- [29] KUEPPER, JUSTIN. What is Algorithmic Trading? [en línea] <https://traderhq.com/introduction-algorithmic-trading/> [consulta 1 de Abril del 2019]
- [30] MOONEY, ATTRACTA. 2018. Passive funds hit new highs on wave of investor approval. [en línea] Financial Times. 10 de Septiembre del 2018. <https://www.ft.com/content/9b4d79bc-8a8a-11e8-affd-da9960227309> [consulta 1 de Marzo del 2019]
- [31] ALTERNATIVE DATA ORG. Industry Statistics. [en línea] <https://alternativedata.org/stats/> [consulta 5 de Abril del 2019]
- [32] WIGGLESWORTH, ROBIN. 2018. Quant hedge funds set to surpass \$1tn management mark. [en línea] Financial Times. 8 de Enero del 2018. <https://www.ft.com/content/ff7528bc-ec16-11e7-8713-513b1d7ca85a> [consulta 1 de Marzo del 2019]

[33] HAUGH, MARTIN. 2009. IEOR E4602 - Quantitative Risk Management: Asset Allocation and Risk Management. [en línea] <http://www.columbia.edu/~mh2078/AssetAllocRiskConstraints.pdf> [consulta 20 de Marzo del 2019]

[34] CIOS, K.J, PEDRYCZ, W., SWINIARSKI, R.W. and KURGAN, L. 2007. The Knowledge Discovery Process. En: Data Mining: A Knowledge Discovery Approach. Springer. pp 9 – 24.

# Anexos

## A.1 Listado de variables utilizadas.

Ticker/Nombre	Nombre Real	Ticker/Nombre	Nombre Real
<b>AAIIBEAR Index</b>	AAII US Investor Sentiment Bear	<b>CONSENT Index</b>	University of Michigan Consumer Sentiment
<b>AAIIBULL Index</b>	AAII US Investor Sentiment Bull	<b>CPEXEMUY Index</b>	Eurostat Eurozone Core MUICP Y
<b>ACMTP10 Index</b>	Adrian Crump & Moench 10 Year	<b>CPI XYOY Index</b>	US CPI Urban Consumers Less Food YoY
<b>ADS BCI Index</b>	Aruoba Diebold Scotti Business Conditions	<b>CPI YOY Index</b>	US CPI Urban Consumers YoY NSA
<b>ADXY Currency</b>	Bloomberg JPMorgan Asia Dollar	<b>CPMINODD Index</b>	China Backlogs of Orders PMI SA
<b>AUDUSDCR Index</b>	AUD-USD Carry Return	<b>CPMINEXO Index</b>	China New Export Orders PMI SA
<b>AWH TOTL Index</b>	US Average Weekly Hours All Employees	<b>CPMINORD Index</b>	China New Orders PMI SA
<b>BDIY Index</b>	Baltic Dry Index	<b>CPTICHNG Index</b>	US Capacity Utilization % of Total Production
<b>BFCIUS Index</b>	Bloomberg United States Financial Conditions	<b>CSFB Index</b>	Credit Suisse Fear Barometer
<b>BFCIUS+ Index</b>	Bloomberg United States Financial Conditions	<b>CSI A Index</b>	US Corp A/A - Treasury 10 Year
<b>BI10SPR Index</b>	Bloomberg Barclays CDX IG 10Y	<b>CSI BARC Index</b>	BarCap US Corp HY YTW - 10 Year
<b>BP0003M Index</b>	ICE LIBOR GBP 3 Month	<b>CSI BBB Index</b>	US Corp BBB/Baa - Treasury 10 Year
<b>BXIIMMUE Index</b>	BXIIMMUE	<b>CSIICNY Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - CNY
<b>CADUSDCR Index</b>	CAD-USD Carry Return	<b>CSIEM Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - EM
<b>CDXTHL15 Index</b>	CDX.NA.HY 5-year TOTAL	<b>CSIIEUR Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - EUR
<b>CDXTIL15 Index</b>	CDX.NA.IG 5-year Total	<b>CSIIG10 Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - G10
<b>CEOCINDX Index</b>	CEO Confidence Index Measures	<b>CSIIGL Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - GL
<b>CESIG10 Index</b>	Citi Economic Surprise Index -G10	<b>CSIILTAM Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - Latam
<b>CESIEM Index</b>	Citi Economic Surprise Index -EM	<b>CSIIUSD Index</b>	Citi Inflation Surprise Index - US
<b>CESIGL Index</b>	Citi Economic Surprise Index -GL	<b>DBQSGSI Index</b>	DBQS Gbl Sentiment Indicator
<b>CESIUSD Index</b>	Citi Economic Surprise - US	<b>DJST Index</b>	EURO STOXX 50 P INDEX
<b>CFNAI Index</b>	Chicago Fed National Activity	<b>DXY Currency</b>	DOLLAR INDEX SPOT
<b>CFNAIMA3 Index</b>	Chicago Fed National Activity	<b>ECCPEMUY Index</b>	Euro Area MUICP All Items YoY
<b>CGERUSA1 Index</b>	Citi ERI US	<b>ECMSM1Y Index</b>	ECB Money Aggregates M1 YoY
<b>CHBGMCI Index</b>	China Monetary Conditions Index	<b>ECMSM2Y Index</b>	ECB Money Aggregates M2 YoY
<b>CHEFTYOY Index</b>	China PPI YoY	<b>EE0003M Index</b>	ICE LIBOR EUR 3M
<b>CHFUSDCR Index</b>	CHF-USD Carry Return	<b>EMDINP1M Index</b>	Bureau of Labor Statistics Employment Diff Index
<b>CISEMRA Index</b>	Citi EM Risk Aversion	<b>EMPRGBCI Index</b>	US Empire State Manufacturing
<b>CITMMCI Index</b>	Citi China Monetary Condition	<b>EPUCCEUM Index</b>	European Economic Policy Uncertainty
<b>CNCGOVY Index</b>	China WPI Overall YoY	<b>EPUCCEUM Index</b>	US Economic Policy Uncertainty
<b>CNCPIYOY Index</b>	China CPI YoY	<b>EPUCGLCP Index</b>	Global Economic Policy Uncertainty
<b>CNLNTTL Index</b>	China Total CNY Loans of Financial Institutions	<b>EPUCMONE Index</b>	US Categorical Economic Policy
<b>CNLNTTLY Index</b>	China Total Loans of Financial Institutions	<b>EPUCNCHM Index</b>	China - Hong Kong Economic Policy
<b>CNMS1YOY Index</b>	China Monthly Money Supply M1	<b>EPUCTRAD Index</b>	US Categorical Economic Policy
<b>CNMS2YOY Index</b>	China Monthly Money Supply M2	<b>ETSLMOM Index</b>	US Existing Homes Sales MoM SA
<b>CNMSM2 Index</b>	China Monthly Money Supply M2	<b>ETSLTOTL Index</b>	US Existing Homes Sales SAAR
<b>CNPPIY Index</b>	China Purchasing Price YoY	<b>EUBC12M Index</b>	European Commission Euro Area Business Conditions
<b>CNRPIYOY Index</b>	China RPI National - Total YoY	<b>EUBCI Index</b>	European Commission Euro Area Business Climate Indicator
<b>CNYUSD Currency</b>	CNY-USD X-RATE	<b>EUCCEMU Index</b>	European Commission Consumer Confidence
<b>CNYUSDCR Index</b>	CNY-USD Carry Return	<b>EUSEMU Index</b>	European Commission Economic Sentiment
<b>CO1 Comdty</b>	Generic 1st 'CO' Future	<b>EUICEMU Index</b>	European Commission Manufacturing Sentiment
<b>COMFCOMF Index</b>	Bloomberg US Weekly Consumer Confidence	<b>EUPPEMUY Index</b>	Eurostat PPI Eurozone Industry
<b>CONCCONF Index</b>	Conference Board Consumer Confidence	<b>EUR Currency</b>	Euro Spot
<b>CONCEXP Index</b>	Conference Board Consumer Confidence	<b>EUR003M Index</b>	Euribor 3 Month ACT/360
<b>CONCPSIT Index</b>	Conference Board Consumer Confidence	<b>EURJPY25R1M Currency</b>	EUR-JPY RR 25D 1M



Ticker/Nombre	Nombre Real	Ticker/Nombre	Nombre Real
<b>RCHSINDX Index</b>	Richmond Manufacturing Survey	<b>GRZEEUEX Index</b>	ZEW Eurozone Expectation of Economic Conditions
<b>RR10HDE Index</b>	Real 10 Year Yield Based on Headline	<b>JFRIEURO Index</b>	JPMorgan Forecast Revision Index - EU
<b>RR10HUS Index</b>	Real 10 Year Yield Based on Headline	<b>JFRIGB Index</b>	JPMorgan Forecast Revision Index - GB
<b>RSTAXYOY Index</b>	Adjusted Retail Sales Less Aut	<b>JFRIJP Index</b>	JPMorgan Forecast Revision Index - JP
<b>RSTAYOY Index</b>	Adjusted Retail & Food Service	<b>MXCN Index</b>	MSCI CHINA
<b>RSWAEMUY Index</b>	Eurostat Retail Sales Eurozone	<b>JFRICN Index</b>	JPMorgan Forecast Revision Index - CN
<b>SHCOMP Index</b>	SHANGHAI SE COMPOSITE	<b>MXWO Index</b>	MSCI WORLD
<b>SHIF3M Index</b>	CFETS SHIBOR Fixing-3 Month	<b>USGG30YR Index</b>	US Generic Govt 30 Year Yield
<b>SKEW Index</b>	CBOE SKEW Index	<b>USGG1M Index</b>	US Generic Govt 1 Month Yield
<b>SLF FSI Index</b>	St Louis Federal Reserve Bank	<b>HYGSO Index</b>	iShare iBoxx Hi Yld SO
<b>SPGSCI Index</b>	S&P GSCI Index Spot Indx	<b>MXWD Index</b>	MSCI ACWI
<b>SPX Index</b>	S&P 500 INDEX	<b>JNKSO Index</b>	SPDR Lehman HY Bond SO
<b>TINSALHI Index</b>	U.S. JP Morgan Treasury Invest	<b>COI TOTL Index</b>	Conference Board Coincident Indicator
<b>TINSALLO Index</b>	U.S. JP Morgan Treasury Invest	<b>LEI TOTL Index</b>	Conference Board US Leading Indicator
<b>TINSALNL Index</b>	U.S. JP Morgan Treasury Invest	<b>LAGITOTL Index</b>	Conference Board US Lagging Indicator
<b>TYVIX Index</b>	CBOE 10y US Trs Note Vol	<b>CECICUSS Index</b>	Citi Economic Consensus Change
<b>UMRTEMU Index</b>	Eurostat Unemployment Eurozone	<b>CECIDEM Index</b>	Citi Economic Data Change Index
<b>US0003M Index</b>	ICE LIBOR USD 3 Month	<b>CECIDEUR Index</b>	Citi Economic Data Change Index
<b>USCRWTIC Index</b>	US Crude Oil WTI Cushing OK Sp	<b>CECIDUSH Index</b>	Citi Economic Data Change Index
<b>USDGBP Curncy</b>	USD-GBP X-RATE	<b>CGERAPXJ Index</b>	Citi ERI APac ex-Japan
<b>USDJPY25R1M Curncy</b>	USD-JPY RR 25D 1M	<b>CGEREUXU Index</b>	Citi ERI Europe ex-UK
<b>USDJPYV1M Index</b>	USD-JPY OPT VOL 1M	<b>CGERGLDM Index</b>	Citi ERI Developed Mkts
<b>USEMNCNG Index</b>	US Employment Total in Labor Force	<b>CGERGLEM Index</b>	Citi ERI Emerging Mkts
<b>USEMTOT Index</b>	US Employment Total in Labor Force	<b>CGERGLOB Index</b>	Citi ERI Global
<b>USERTOT Index</b>	US Employment Population Ratio	<b>CGERJAPN Index</b>	Citi ERI Japan
<b>USFS0C10 Curncy</b>	USD FORWARD SWAP 3MX10Y	<b>CGERUKUK Index</b>	Citi ERI UK
<b>USGG10YR Index</b>	US Generic Govt 10 Year Yield	<b>CIISCI EP Index</b>	CitiCommInflPure Europe
<b>USGG2YR Index</b>	US Generic Govt 2 Year Yield	<b>CIISCSEP Index</b>	CitiCredSprdPure Europe
<b>USGG3M Index</b>	US Generic Govt 3 Month Yield	<b>CIISEGEP Index</b>	CitiErpEcoGrPure Europe
<b>USGG5YR Index</b>	US Generic Govt 5 Year Yield	<b>CIISEMEP Index</b>	CitiEarnMomePure Europe
<b>USGGBE10 Index</b>	US Breakeven 10 Year	<b>CIISEREP Index</b>	CitiEuroLgRtPure Europe
<b>USHBMIDX Index</b>	National Association of Home Builders	<b>CIISGREP Index</b>	CitiEarnGrowPure Europe
<b>USHEYOY Index</b>	US Avg Hourly Earnings Private	<b>CIISLREP Index</b>	CitiLowRiskPure Europe
<b>USSP10 Index</b>	USD SWAP SPREAD SEMI 10Y	<b>CIISOPEP Index</b>	CitiOilPricePure Europe
<b>USSP2 Index</b>	USD SWAP SPREAD SEMI 2YR	<b>CIISPMEP Index</b>	CitiPriceMomPure Europe
<b>USSV0C5 Curncy</b>	USD SWPT %VOL OIS 3M5Y	<b>CIISQUEP Index</b>	CitiQualityPure Europe
<b>USTWBROA Index</b>	US Trade Weighted Broad Dollar	<b>CIISSZEP Index</b>	CitiSizePure Europe
<b>USUDMAER Index</b>	US U-6 Unemployed & Part Time	<b>CIISUEEP Index</b>	CitiUSD/EURPure Europe
<b>USURTOT Index</b>	U-3 US Unemployment Rate Total	<b>CIISVAEP Index</b>	CitiValuePure Europe
<b>USWHTOT Index</b>	US Avg Weekly Hours Nonfarm Total	<b>JULIZ Index</b>	J.P. Morgan JULI Avg Spread
<b>V2X Index</b>	VSTOXX Index	<b>MSFCI Index</b>	Morgan Stanley Financial Conditions
<b>VIX Index</b>	CBOE Volatility Index	<b>VTRXEHP Index</b>	J.P. Morgan Volatility Index V
<b>XAUUSD Curncy</b>	XAU-USD X-RATE	<b>VTRXEIP Index</b>	J.P. Morgan Volatility Index V
<b>XAUUSDV1M Curncy</b>	XAU-USD OPT VOL 1M	<b>VTRXUHP Index</b>	J.P. Morgan Volatility Index V
<b>SBOITOTL Index</b>	NFIB Small Business Optimism Index	<b>VTRXUIP Index</b>	J.P. Morgan Volatility Index V

<b>Ticker/Nombre</b>	<b>Nombre Real</b>	<b>Ticker/Nombre</b>	<b>Nombre Real</b>
<b>PE SPX</b>	SP500 PE	<b>MPMIEZMA Index</b>	Markit Eurozone Manufacturing
<b>PE MXUS</b>	MSCI US PE	<b>LEI-LAG Spread</b>	Conference Board Leading-Lagging Spread
<b>PE MXCN</b>	MSCI CN PE	<b>TRAN/UTIL YOY</b>	Dow Transport over Utility YOY
<b>PE MXEU</b>	MSCI EU PE	<b>US 30Y-10Y</b>	US 30Y Rate minus US 10Y Rate
<b>PE MXWO</b>	MSCI WORLD PE	<b>US 10Y-2Y</b>	US 10Y Rate minus US 2Y Rate
<b>PE MXWD</b>	MSCI ACWI PE	<b>US 5Y-2Y</b>	US 5Y Rate minus US 2Y Rate
<b>DIV SPX</b>	SP500 DIV	<b>US 10Y-3M</b>	US 10Y Rate minus US 3M Rate
<b>DIV MXUS</b>	MSCI US DIV	<b>US 10Y-1M</b>	US 10Y Rate minus US 1M Rate
<b>DIV MXCN</b>	MSCI CN DIV	<b>Market Exp Inf 5Y</b>	US 5Y Rate minus US 5Y TIPS
<b>DIV MXEU</b>	MSCI EU DIV	<b>Market Exp Inf 10Y</b>	US 10Y Rate minus US 10Y TIPS
<b>DIV MXWO</b>	MSCI WORLD DIV	<b>Market Exp Inf 30Y</b>	US 30Y Rate minus US 30Y TIPS
<b>DIV MXWD</b>	MSCI ACWI DIV	<b>RAILYOY</b>	Rail Roads Freight Cargo YOY
<b>PB SPX</b>	SP500 PB	<b>US Small-Large YOY</b>	MSCI US Small minus Large cap YOY
<b>PB MXUS</b>	MSCI US PB	<b>EU Small-Large YOY</b>	MSCI EU Small minus Large cap YOY
<b>PB MXCN</b>	MSCI CN PB	<b>EM Small-Large YOY</b>	MSCI EM Small minus Large cap YOY
<b>PB MXEU</b>	MSCI EU PB	<b>SPX 3Y</b>	SP500 3Y
<b>PB MXWO</b>	MSCI WORLD PB	<b>SHCOMP 3Y</b>	Shangai Index 3Y
<b>PB MXWD</b>	MSCI ACWI PB	<b>DJST 3Y</b>	EURO Stoxx 3Y
<b>PS SPX</b>	SP500 PS	<b>MXUS 3Y</b>	MSCI US 3Y
<b>PS MXUS</b>	MSCI US PS	<b>MXEU 3Y</b>	MSCI EU 3Y
<b>PS MXCN</b>	MSCI CN PS	<b>MXCN 3Y</b>	MSCI CN 3Y
<b>PS MXEU</b>	MSCI EU PS	<b>MXEF 3Y</b>	MSCI EM 3Y
<b>PS MXWO</b>	MSCI WORLD PS	<b>MXWO 3Y</b>	MSCI WORLD 3Y
<b>PS MXWD</b>	MSCI ACWI PS	<b>MXWD 3Y</b>	MSCI ACWI 3Y
<b>FLOW AGG US</b>	FLOW AGG US	<b>SPX YOY</b>	SP500 YOY
<b>FLOW TIP US</b>	FLOW TIP US	<b>MZM &amp; SPX Corr</b>	SP500 & MZM 1Y Correlation
<b>FLOW EZU US</b>	FLOW EZU US	<b>SPX 1M</b>	SP500 1M
<b>FLOW HYG US</b>	FLOW HYG US	<b>SPX 3M</b>	SP500 3M
<b>FLOW CWB US</b>	FLOW CWB US	<b>SPX 6M</b>	SP500 6M
<b>FLOW EEM US</b>	FLOW EEM US	<b>WTI 1M</b>	WTI OIL 1M
<b>FLOW EMB US</b>	FLOW EMB US	<b>WTI 3M</b>	WTI OIL 3M
<b>FLOW LQD US</b>	FLOW LQD US	<b>WTI 6M</b>	WTI OIL 6M
<b>FLOW SPY US</b>	FLOW SPY US	<b>WTI YOY</b>	WTI OIL YOY
<b>FLOW EWJ US</b>	FLOW EWJ US	<b>SPGSCI 1M</b>	SP GSCI 1M
<b>CESICNY Index</b>	Citi Economic Surprise Index - CNY	<b>SPGSCI 3M</b>	SP GSCI 3M
<b>CESIEUR Index</b>	Citi Economic Surprise Index - EUR	<b>SPGSCI 6M</b>	SP GSCI 6M
<b>GTII5 Govt</b>	TSY INFL IX 5Y	<b>SPGSCI YOY</b>	SP GSCI YOY
<b>GTII10 Govt</b>	TSY INFL IX 10Y	<b>XAU 1m</b>	Gold 1M
<b>GTII30 Govt</b>	TSY INFL IX 30Y	<b>XAU 3M</b>	Gold 3M
<b>PE MXEF</b>	MSCI EM PE	<b>XAU 6M</b>	Gold 6M
<b>DIV MXEF</b>	MSCI EM DIV	<b>XAU YOY</b>	Gold YOY
<b>PS MXEF</b>	MSCI EM PS	<b>LF94 1M</b>	Inflation-Linked Debt 1M
<b>PB MXEF</b>	MSCI EM PB	<b>LF94 3M</b>	Inflation-Linked Debt 3M
<b>MPMICNMA Index</b>	Caixin China Manufacturing PMI	<b>LF94 6M</b>	Inflation-Linked Debt 6M
<b>MPMIEZCA Index</b>	Markit Eurozone Composite PMI	<b>LF94 YOY</b>	Inflation-Linked Debt YOY

<b>Ticker/Nombre</b>	<b>Nombre Real</b>	<b>Ticker/Nombre</b>	<b>Nombre Real</b>
<b>ITRXEU 1M</b>	iTraxx EU 5Y 1M	<b>MXEF0CX0 3M</b>	EM Currency 3M
<b>ITRXEU 3M</b>	iTraxx EU 5Y 3M	<b>MXEF0CX0 6M</b>	EM Currency 6M
<b>ITRXEU 6M</b>	iTraxx EU 5Y 6M	<b>MXEF0CX0 YOY</b>	EM Currency YOY
<b>ITRXEU YOY</b>	iTraxx EU 5Y YOY	<b>DM/EM PE</b>	DM over EM PE
<b>ITRXX 1M</b>	iTraxx Crossover 1M	<b>DM/EM PB</b>	DM over EM PB
<b>ITRXX 3M</b>	iTraxx Crossover 3M	<b>DM/EM PS</b>	DM over EM PS
<b>ITRXX 6M</b>	iTraxx Crossover 6M	<b>DM/EM DIV</b>	DM over EM DIV
<b>ITRXX YOY</b>	iTraxx Crossover YOY	<b>JPY CR YOY</b>	JPYUSD Carry YOY
<b>CDX IG 1M</b>	CDX NA IG 1M	<b>EUR CR YOY</b>	EURUSD Carry YOY
<b>CDX IG 3M</b>	CDX NA IG 3M	<b>CAD CR YOY</b>	CADUSD Carry YOY
<b>CDX IG 6M</b>	CDX NA IG 6M	<b>AUD CR YOY</b>	AUDUSD Carry YOY
<b>CDX IG YOY</b>	CDX NA IG YOY	<b>NZD CR YOY</b>	NZDUSD Carry YOY
<b>CDX HY 1M</b>	CDX NA HY 1M	<b>CHF CR YOY</b>	CHFUSD Carry YOY
<b>CDX HY 3M</b>	CDX NA HY 3M	<b>GBP CR YOY</b>	GBPUSD Carry YOY
<b>CDX HY 6M</b>	CDX NA HY 6M	<b>CNY CR YOY</b>	CNYUSD Carry YOY
<b>CDX HY YOY</b>	CDX NA HY YOY	<b>FXG10 CR YOY</b>	G10 Carry Trade YOY
<b>DXY 1M</b>	US Dollar 1M	<b>BCOM YOY</b>	BBG Commodity YOY
<b>DXY 3M</b>	US Dollar 3M	<b>BCOMIN YOY</b>	BBG Commodity Metals YOY
<b>DXY 6M</b>	US Dollar 6M	<b>TED SPREAD</b>	Ted Spread
<b>DXY YOY</b>	US Dollar YOY		
<b>EUR 1M</b>	Euro 1M		
<b>EUR 3M</b>	Euro 3M		
<b>EUR 6M</b>	Euro 6M		
<b>EUR YOY</b>	Euro YOY		
<b>JPY 1M</b>	JPY 1M		
<b>JPY 3M</b>	JPY 3M		
<b>JPY 6M</b>	JPY 6M		
<b>JPY YOY</b>	JPY YOY		
<b>CNY 1M</b>	CNY 1M		
<b>CNY 3M</b>	CNY 3M		
<b>CNY 6M</b>	CNY 6M		
<b>CNY YOY</b>	CNY YOY		
<b>GBP 1M</b>	GBP 1M		
<b>GBP 3M</b>	GBP 3M		
<b>GBP 6M</b>	GBP 6M		
<b>GBP YOY</b>	GBP YOY		
<b>MXN 1M</b>	MXN 1M		
<b>MXN 3M</b>	MXN 3M		
<b>MXN 6M</b>	MXN 6M		
<b>MXN YOY</b>	MXN YOY		
<b>ADXY 1M</b>	Assian Currency 1M		
<b>ADXY 3M</b>	Assian Currency 3M		
<b>ADXY 6M</b>	Assian Currency 6M		
<b>ADXY YOY</b>	Assian Currency YOY		
<b>MXEF0CX0 1M</b>	EM Currency 1M		

## A.2 Resultados de los modelos de Machine Learning utilizando datos mensuales.

	US_IG							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.9990	1.6323	4.83%	77.97%	8.00%	57.14%	42.98%	1.6047	4.4990	-19.13%	76.27%	36.00%	64.29%	56.14%
KNN	1.0475	1.7463	-1.82%	72.88%	20.00%	57.14%	46.44%	1.5832	4.4562	-18.00%	61.02%	20.00%	48.81%	40.51%
RF	<b>0.9903</b>	<b>1.6106</b>	<b>6.10%</b>	<b>84.75%</b>	<b>8.00%</b>	<b>61.90%</b>	<b>46.37%</b>	1.6153	4.5206	-19.70%	62.71%	28.00%	52.38%	45.36%
XGB	1.0814	1.7948	-4.65%	69.49%	24.00%	55.95%	46.75%	1.8553	5.6344	-49.20%	62.71%	32.00%	53.57%	47.36%
NN 1	1.0319	1.7186	-0.20%	86.44%	8.00%	63.10%	47.22%	1.5605	4.7855	-26.72%	77.97%	12.00%	58.33%	44.98%
NN 2	1.0002	1.6936	1.25%	94.92%	0.00%	66.67%	47.46%	1.5631	4.3672	-15.64%	77.97%	28.00%	63.10%	52.98%
NN 3	0.9910	1.6917	1.36%	91.53%	0.00%	64.29%	45.76%	<b>1.5072</b>	<b>4.0353</b>	<b>-6.85%</b>	<b>81.36%</b>	<b>24.00%</b>	<b>64.29%</b>	<b>52.68%</b>
	EU_IG							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.8325	1.1209	3.92%	77.42%	27.27%	64.29%	52.35%	1.6351	5.3193	-3.25%	76.27%	20.00%	59.52%	48.14%
KNN	0.8564	1.1812	-1.25%	87.10%	22.73%	70.24%	54.91%	1.6525	5.6227	-9.14%	74.58%	20.00%	58.33%	47.29%
RF	<b>0.8139</b>	<b>1.0627</b>	<b>8.91%</b>	<b>82.26%</b>	<b>27.27%</b>	<b>67.86%</b>	<b>54.77%</b>	1.6767	5.5355	-7.44%	81.36%	16.00%	61.90%	48.68%
XGB	0.8568	1.1878	-1.82%	82.26%	22.73%	66.67%	52.49%	<b>1.6588</b>	<b>5.5628</b>	<b>-7.97%</b>	<b>79.66%</b>	<b>28.00%</b>	<b>64.29%</b>	<b>53.83%</b>
NN 1	0.8341	1.1033	5.43%	83.87%	13.64%	65.48%	48.75%	1.6015	5.4063	-4.94%	83.05%	16.00%	63.10%	49.53%
NN 2	0.8324	1.1005	5.67%	90.32%	13.64%	70.24%	51.98%	1.5967	5.4610	-6.00%	86.44%	16.00%	65.48%	51.22%
NN 3	0.8797	1.2225	-4.79%	85.48%	18.18%	67.86%	51.83%	1.6510	5.8503	-13.55%	76.27%	24.00%	60.71%	50.14%
	EM_HCCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	<b>1.3009</b>	<b>3.1248</b>	<b>-12.39%</b>	<b>65.00%</b>	<b>41.67%</b>	<b>58.33%</b>	<b>53.33%</b>	1.9256	7.8417	-30.24%	60.00%	45.83%	55.95%	52.92%
KNN	1.3874	3.4477	-24.00%	51.67%	12.50%	40.48%	32.08%	1.8958	7.8993	-31.20%	55.00%	16.67%	44.05%	35.83%
RF	1.3521	3.7213	-33.84%	71.67%	4.17%	52.38%	37.92%	1.9314	9.3829	-55.84%	43.33%	41.67%	42.86%	42.50%
XGB	1.4091	6.8452	-146.20%	80.00%	8.33%	59.52%	44.17%	2.0559	11.9441	-98.38%	71.67%	16.67%	55.95%	44.17%
NN 1	1.2890	3.1526	-13.39%	75.00%	12.50%	57.14%	43.75%	<b>1.8764</b>	<b>7.1531</b>	<b>-18.81%</b>	<b>51.67%</b>	<b>45.83%</b>	<b>50.00%</b>	<b>48.75%</b>
NN 2	1.2637	2.9985	-7.84%	85.00%	8.33%	63.10%	46.67%	1.8148	7.1359	-18.52%	56.67%	41.67%	52.38%	49.17%
NN 3	1.2929	3.2260	-16.03%	81.67%	16.67%	63.10%	49.17%	1.7920	6.8262	-13.38%	61.67%	20.83%	50.00%	41.25%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	2.8440	14.0183	-14.38%	40.43%	51.35%	45.24%	45.89%							
KNN	2.8678	13.1222	-7.07%	34.04%	72.97%	51.19%	53.51%							
RF	2.8433	13.7918	-12.53%	61.70%	32.43%	48.81%	47.07%							
XGB	2.7674	13.4884	-10.06%	63.83%	40.54%	53.57%	52.19%							
NN 1	2.6885	12.6283	-3.04%	74.47%	29.73%	54.76%	52.10%							
NN 2	2.6945	12.5163	-2.13%	61.70%	54.05%	58.33%	57.88%							
NN 3	2.7802	13.0630	-6.59%	74.47%	37.84%	58.33%	56.15%							

### A.3 Resultados de los modelos de Machine Learning utilizando datos diarios y cluster por correlación.

	US_IJ							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.0126	1.6692	2.67%	76.27%	12.00%	57.14%	44.14%	1.5297	4.2770	-13.25%	64.41%	48.00%	59.52%	56.20%
KNN	1.0808	1.9097	-11.35%	67.80%	32.00%	57.14%	49.90%	1.7561	5.4109	-43.28%	59.32%	20.00%	47.62%	39.66%
RF	1.1091	1.9408	-13.16%	79.66%	16.00%	60.71%	47.83%	1.8156	6.2006	-64.19%	66.10%	16.00%	51.19%	41.05%
XGB	1.1471	2.2856	-33.26%	66.10%	16.00%	51.19%	41.05%	1.6486	5.3167	-40.78%	67.80%	24.00%	54.76%	45.90%
NN1	1.0020	1.7196	-0.26%	91.53%	0.00%	64.29%	45.76%	1.5290	4.2140	-11.58%	86.44%	12.00%	64.29%	49.22%
NN2	1.0158	1.7676	-3.06%	83.05%	4.00%	59.52%	43.53%	1.6446	4.5863	-21.44%	74.58%	16.00%	57.14%	45.29%
NN3	1.0807	1.8767	-9.42%	72.88%	12.00%	54.76%	42.44%	1.5068	3.9410	-4.35%	81.36%	16.00%	61.90%	48.68%
	EU_IJ							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.8460	1.1518	1.27%	77.42%	22.73%	63.10%	50.07%	1.5999	5.2706	-2.30%	74.58%	28.00%	60.71%	51.29%
KNN	0.8510	1.1637	0.25%	87.10%	22.73%	70.24%	54.91%	1.6073	5.8290	-13.14%	76.27%	36.00%	64.29%	56.14%
RF	0.8298	1.0870	6.82%	75.81%	27.27%	63.10%	51.54%	1.7938	6.9177	-34.27%	67.80%	24.00%	54.76%	45.90%
XGB	0.8216	1.1016	5.57%	79.03%	27.27%	65.48%	53.15%	1.9397	8.2701	-60.52%	66.10%	32.00%	55.95%	49.05%
NN1	0.8676	1.1994	-2.81%	83.87%	18.18%	66.67%	51.03%	1.6661	5.2684	-2.26%	77.97%	24.00%	61.90%	50.98%
NN2	0.8468	1.1243	3.63%	88.71%	13.64%	69.05%	51.17%	1.6725	5.6761	-10.17%	72.88%	28.00%	59.52%	50.44%
NN3	0.8662	1.1020	5.54%	80.65%	18.18%	64.29%	49.41%	1.6364	5.3544	-3.93%	69.49%	36.00%	59.52%	52.75%
	EM_HCCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.3439	3.1413	-12.98%	61.67%	25.00%	51.19%	43.33%	1.8952	7.5424	-25.27%	55.00%	54.17%	54.76%	54.58%
KNN	1.4823	4.2977	-54.57%	60.00%	20.83%	48.81%	40.42%	2.0268	9.6037	-59.51%	51.67%	33.33%	46.43%	42.50%
RF	1.3796	3.7435	-34.64%	68.33%	29.17%	57.14%	48.75%	1.9188	9.6379	-60.08%	61.67%	45.83%	57.14%	53.75%
XGB	1.4844	5.3546	-92.59%	60.00%	25.00%	50.00%	42.50%	1.9844	10.7680	-78.85%	66.67%	33.33%	57.14%	50.00%
NN1	1.2771	2.8974	-4.21%	86.67%	8.33%	64.29%	47.50%	1.8801	7.1554	-18.85%	48.33%	45.83%	47.62%	47.08%
NN2	1.2848	2.8923	-4.03%	76.67%	12.50%	58.33%	44.58%	1.8696	7.2190	-19.90%	58.33%	41.67%	53.57%	50.00%
NN3	1.2704	2.8684	-3.17%	70.00%	29.17%	58.33%	49.58%	1.8771	7.3853	-22.66%	56.67%	41.67%	52.38%	49.17%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc							
EN	2.8443	13.9913	-14.16%	44.68%	48.65%	46.43%	46.66%							
KNN	3.1602	15.7171	-28.24%	38.30%	56.76%	46.43%	47.53%							
RF	3.0225	15.2138	-24.14%	53.19%	43.24%	48.81%	48.22%							
XGB	3.0491	15.1798	-23.86%	51.06%	54.05%	52.38%	52.56%							
NN1	2.7409	12.6048	-2.85%	72.34%	35.14%	55.95%	53.74%							
NN2	2.7607	13.0235	-6.27%	74.47%	37.84%	58.33%	56.15%							
NN3	2.7331	12.8020	-4.46%	61.70%	56.76%	59.52%	59.23%							

## A.4 Resultados de los modelos de Machine Learning utilizando datos mensuales y cluster por correlación.

	US_IG							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.0027	1.6411	4.32%	76.27%	8.00%	55.95%	42.14%	1.6002	4.4330	-17.38%	74.58%	36.00%	63.10%	55.29%
KNN	1.0280	1.7076	0.44%	76.27%	16.00%	58.33%	46.14%	1.6495	4.6043	-21.92%	55.93%	20.00%	45.24%	37.97%
RF	0.9882	1.5912	7.22%	72.88%	12.00%	54.76%	42.44%	1.6492	4.4992	-19.13%	57.63%	28.00%	48.81%	42.81%
XGB	1.0761	1.8610	-8.51%	72.88%	28.00%	59.52%	50.44%	1.7383	4.8266	-27.80%	62.71%	16.00%	48.81%	39.36%
NN 1	1.0354	1.7304	-0.89%	83.05%	0.00%	58.33%	41.53%	1.7178	5.0944	-34.90%	77.97%	16.00%	59.52%	46.98%
NN 2	1.0134	1.7082	0.40%	89.83%	0.00%	63.10%	44.92%	1.6856	5.1874	-37.36%	79.66%	28.00%	64.29%	53.83%
NN 3	1.0151	1.7751	-3.50%	94.92%	0.00%	66.67%	47.46%	1.6212	4.6720	-23.71%	77.97%	32.00%	64.29%	54.98%
	EU_IG							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.8326	1.1212	3.90%	77.42%	27.27%	64.29%	52.35%	1.6436	5.3513	-3.87%	76.27%	24.00%	60.71%	50.14%
KNN	0.8362	1.1170	4.25%	87.10%	18.18%	69.05%	52.64%	1.6447	5.5533	-7.79%	76.27%	24.00%	60.71%	50.14%
RF	0.8397	1.1138	4.53%	82.26%	27.27%	67.86%	54.77%	1.6256	5.3529	-3.90%	77.97%	24.00%	61.90%	50.98%
XGB	0.8037	1.1056	5.23%	82.26%	31.82%	69.05%	57.04%	1.7573	6.3733	-23.70%	76.27%	16.00%	58.33%	46.14%
NN 1	0.8287	1.1218	3.84%	88.71%	18.18%	70.24%	53.45%	1.6172	5.3757	-4.34%	81.36%	20.00%	63.10%	50.68%
NN 2	0.8192	1.0422	10.66%	95.16%	18.18%	75.00%	56.67%	1.5673	5.3055	-2.98%	88.14%	20.00%	67.86%	54.07%
NN 3	0.8456	1.1595	0.61%	85.48%	18.18%	67.86%	51.83%	1.6101	5.6178	-9.04%	84.75%	16.00%	64.29%	50.37%
	EM_HCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.2764	2.9886	-7.49%	70.00%	33.33%	59.52%	51.67%	1.8858	7.4623	-23.94%	63.33%	41.67%	57.14%	52.50%
KNN	1.3820	3.3469	-20.38%	50.00%	16.67%	40.48%	33.33%	1.9155	7.5755	-25.82%	50.00%	25.00%	42.86%	37.50%
RF	1.3003	3.2222	-15.89%	70.00%	8.33%	52.38%	39.17%	1.9533	9.2231	-53.19%	53.33%	45.83%	51.19%	49.58%
XGB	1.5978	9.4731	-240.72%	80.00%	4.17%	58.33%	42.08%	2.1890	17.3661	-188.44%	70.00%	20.83%	55.95%	45.42%
NN 1	1.3105	3.1331	-12.69%	75.00%	12.50%	57.14%	43.75%	1.8736	7.0082	-16.40%	48.33%	54.17%	50.00%	51.25%
NN 2	1.3157	3.3166	-19.29%	85.00%	4.17%	61.90%	44.58%	1.8144	6.8116	-13.14%	56.67%	33.33%	50.00%	45.00%
NN 3	1.2589	2.9255	-5.22%	86.67%	0.00%	61.90%	43.33%	1.7677	6.9725	-15.81%	73.33%	33.33%	61.90%	53.33%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	2.8439	14.0210	-14.40%	40.43%	51.35%	45.24%	45.89%							
KNN	2.8004	13.0803	-6.73%	34.04%	72.97%	51.19%	53.51%							
RF	2.8382	13.3674	-9.07%	57.45%	35.14%	47.62%	46.29%							
XGB	2.9001	14.0265	-14.45%	53.19%	37.84%	46.43%	45.51%							
NN 1	2.7006	12.5745	-2.60%	68.09%	27.03%	50.00%	47.56%							
NN 2	2.6041	12.1960	0.49%	70.21%	45.95%	59.52%	58.08%							
NN 3	2.7044	12.6400	-3.14%	61.70%	43.24%	53.57%	52.47%							

## A.5 Resultados de los modelos de Machine Learning utilizando datos diarios, cluster por correlación y selección de variables.

	US_IG							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.0131	1.6707	2.59%	76.27%	12.00%	57.14%	44.14%	1.5323	4.2948	-13.72%	64.41%	48.00%	59.52%	56.20%
KNN	1.0669	1.8143	-5.79%	76.27%	20.00%	59.52%	48.14%	1.7733	5.3440	-41.51%	69.49%	24.00%	55.95%	46.75%
RF	1.1038	1.9265	-12.33%	79.66%	12.00%	59.52%	45.83%	1.7426	6.0281	-59.62%	71.19%	32.00%	59.52%	51.59%
XGB	1.1364	2.0478	-19.40%	76.27%	20.00%	59.52%	48.14%	1.6966	5.5978	-48.22%	66.10%	20.00%	52.38%	43.05%
NN 1	1.0068	1.7028	0.71%	89.83%	12.00%	66.67%	50.92%	1.5310	4.1454	-9.77%	79.66%	12.00%	59.52%	45.83%
NN 2	1.0202	1.7087	0.37%	76.27%	32.00%	63.10%	54.14%	1.5036	3.9819	-5.44%	72.88%	36.00%	61.90%	54.44%
NN 3	1.0588	1.7481	-1.93%	71.19%	32.00%	59.52%	51.59%	1.8807	5.7401	-51.99%	44.07%	52.00%	46.43%	48.03%
	EU_IG							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.8460	1.1518	1.27%	77.42%	22.73%	63.10%	50.07%	1.6067	5.4008	-4.83%	74.58%	32.00%	61.90%	53.29%
KNN	0.8322	1.1795	-1.11%	82.26%	22.73%	66.67%	52.49%	1.8643	7.0123	-36.11%	72.88%	28.00%	59.52%	50.44%
RF	0.8372	1.1570	0.82%	79.03%	31.82%	66.67%	55.43%	1.9294	7.6338	-48.17%	67.80%	36.00%	58.33%	51.90%
XGB	0.8743	1.2123	-3.91%	77.42%	31.82%	65.48%	54.62%	2.2095	11.1607	-116.63%	61.02%	32.00%	52.38%	46.51%
NN 1	0.8700	1.2080	-3.55%	79.03%	27.27%	65.48%	53.15%	1.7167	5.7112	-10.85%	77.97%	16.00%	59.52%	46.98%
NN 2	0.8504	1.1830	-1.41%	82.26%	18.18%	65.48%	50.22%	1.7541	6.2459	-21.23%	67.80%	32.00%	57.14%	49.90%
NN 3	0.8449	1.1920	-2.17%	70.97%	31.82%	60.71%	51.39%	1.6242	5.2409	-1.72%	66.10%	52.00%	61.90%	59.05%
	EM_HCCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.3441	3.1504	-13.31%	61.67%	25.00%	51.19%	43.33%	1.9045	7.7350	-28.47%	56.67%	54.17%	55.95%	55.42%
KNN	1.3614	3.3018	-18.76%	61.67%	37.50%	54.76%	49.58%	2.0109	8.8542	-47.06%	60.00%	37.50%	53.57%	48.75%
RF	1.4381	4.3444	-56.25%	66.67%	29.17%	55.95%	47.92%	2.0307	10.7553	-78.64%	60.00%	37.50%	53.57%	48.75%
XGB	1.5801	4.8649	-74.97%	61.67%	12.50%	47.62%	37.08%	2.0994	10.4151	-72.99%	60.00%	41.67%	54.76%	50.83%
NN 1	1.3508	3.2940	-18.47%	68.33%	4.17%	50.00%	36.25%	1.7202	6.5074	-8.08%	86.67%	8.33%	64.29%	47.50%
NN 2	1.4269	3.4866	-25.40%	55.00%	20.83%	45.24%	37.92%	1.9664	7.5480	-25.37%	51.67%	45.83%	50.00%	48.75%
NN 3	1.3446	3.1923	-14.82%	73.33%	16.67%	57.14%	45.00%	2.2859	9.7618	-62.14%	35.00%	62.50%	42.86%	48.75%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc							
EN	2.8446	13.9919	-14.17%	44.68%	48.65%	46.43%	46.66%							
KNN	3.1002	15.4746	-26.27%	36.17%	43.24%	39.29%	39.71%							
RF	3.2715	17.0991	-39.52%	44.68%	35.14%	40.48%	39.91%							
XGB	3.3303	17.1035	-39.56%	31.91%	43.24%	36.90%	37.58%							
NN 1	2.8654	13.4207	-9.51%	51.06%	35.14%	44.05%	43.10%							
NN 2	2.8359	13.5725	-10.75%	46.81%	48.65%	47.62%	47.73%							
NN 3	3.1262	16.0116	-30.65%	34.04%	62.16%	46.43%	48.10%							

## A.6 Resultados de los modelos de Machine Learning utilizando datos mensuales, cluster por correlación y selección de variables.

	US_IG							US_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	1.0023	1.6387	4.46%	77.97%	8.00%	57.14%	42.98%	1.6280	4.5835	-21.37%	67.80%	44.00%	60.71%	55.90%
KNN	<b>1.0011</b>	<b>1.6688</b>	<b>2.70%</b>	<b>86.44%</b>	<b>12.00%</b>	<b>64.29%</b>	<b>49.22%</b>	1.7089	4.7817	-26.62%	66.10%	16.00%	51.19%	41.05%
RF	1.0535	1.7154	-0.02%	79.66%	12.00%	59.52%	45.83%	1.7368	4.7752	-26.44%	59.32%	36.00%	52.38%	47.66%
XGB	1.1577	2.0376	-18.80%	69.49%	16.00%	53.57%	42.75%	1.7472	4.5611	-20.77%	61.02%	12.00%	46.43%	36.51%
NN1	1.0002	1.6396	4.40%	83.05%	4.00%	59.52%	43.53%	1.4940	4.0149	-6.31%	89.83%	8.00%	65.48%	48.92%
NN2	1.0159	1.7300	-0.87%	86.44%	0.00%	60.71%	43.22%	<b>1.4678</b>	<b>4.4296</b>	<b>-17.29%</b>	<b>76.27%</b>	<b>36.00%</b>	<b>64.29%</b>	<b>56.14%</b>
NN3	1.0092	1.6935	1.26%	91.53%	0.00%	64.29%	45.76%	1.5135	4.1112	-8.86%	79.66%	24.00%	63.10%	51.83%
	EU_IG							EU_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	0.8389	1.1294	3.19%	77.42%	27.27%	64.29%	52.35%	1.6382	5.5552	-7.82%	72.88%	32.00%	60.71%	52.44%
KNN	<b>0.8352</b>	<b>1.1215</b>	<b>3.87%</b>	<b>88.71%</b>	<b>31.82%</b>	<b>73.81%</b>	<b>60.26%</b>	1.5792	5.4388	-5.57%	72.88%	28.00%	59.52%	50.44%
RF	0.8479	1.1420	2.11%	75.81%	18.18%	60.71%	46.99%	1.8756	7.0069	-36.00%	76.27%	20.00%	59.52%	48.14%
XGB	0.8600	1.2611	-8.10%	79.03%	27.27%	65.48%	53.15%	<b>1.8564</b>	<b>6.9270</b>	<b>-34.45%</b>	<b>86.44%</b>	<b>24.00%</b>	<b>67.86%</b>	<b>55.22%</b>
NN1	0.8907	1.3493	-15.66%	79.03%	22.73%	64.29%	50.88%	1.6208	5.7973	-12.52%	89.83%	4.00%	64.29%	46.92%
NN2	0.9054	1.3416	-15.00%	75.81%	18.18%	60.71%	46.99%	1.6470	5.7997	-12.57%	84.75%	8.00%	61.90%	46.37%
NN3	0.8918	1.3156	-12.77%	82.26%	22.73%	66.67%	52.49%	1.5932	5.5417	-7.56%	91.53%	4.00%	65.48%	47.76%
	EM_HCY							EM_HY						
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	<b>1.2720</b>	<b>3.0602</b>	<b>-10.07%</b>	<b>70.00%</b>	<b>33.33%</b>	<b>59.52%</b>	<b>51.67%</b>	1.9039	7.7742	-29.12%	56.67%	50.00%	54.76%	53.33%
KNN	1.3266	3.3211	-19.45%	63.33%	33.33%	54.76%	48.33%	1.8950	7.6806	-27.57%	63.33%	16.67%	50.00%	40.00%
RF	1.2979	3.3497	-20.48%	70.00%	16.67%	54.76%	43.33%	1.8550	8.9887	-49.29%	68.33%	25.00%	55.95%	46.67%
XGB	1.6716	9.8270	-253.44%	75.00%	16.67%	58.33%	45.83%	<b>2.2657</b>	<b>17.3417</b>	<b>-188.03%</b>	66.67%	16.67%	52.38%	41.67%
NN1	1.3595	3.2121	-15.53%	68.33%	25.00%	55.95%	46.67%	<b>1.6949</b>	<b>6.8655</b>	<b>-14.03%</b>	<b>88.33%</b>	<b>20.83%</b>	<b>69.05%</b>	<b>54.58%</b>
NN2	1.2168	2.7888	-0.30%	83.33%	4.17%	60.71%	43.75%	1.8242	7.0258	-16.69%	75.00%	12.50%	57.14%	43.75%
NN3	1.2624	2.9335	-5.51%	71.67%	16.67%	55.95%	44.17%	1.8239	7.2692	-20.74%	73.33%	29.17%	60.71%	51.25%
	GBI													
	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc	MAE	MSE	R2	TPR	TNR	Acc	B_Acc
EN	2.8376	13.9812	-14.08%	42.55%	48.65%	45.24%	45.60%							
KNN	<b>2.8579</b>	<b>13.7907</b>	<b>-12.53%</b>	<b>59.57%</b>	<b>40.54%</b>	<b>51.19%</b>	<b>50.06%</b>							
RF	2.9503	14.9365	-21.87%	57.45%	40.54%	50.00%	48.99%							
XGB	3.2269	17.4790	-42.62%	55.32%	37.84%	47.62%	46.58%							
NN1	2.9484	14.4684	-18.06%	68.09%	27.03%	50.00%	47.56%							
NN2	2.9030	13.9290	-13.65%	53.19%	40.54%	47.62%	46.87%							
NN3	2.9669	14.9507	-21.99%	46.81%	35.14%	41.67%	40.97%							

## A.7 Demostración de valor de $\lambda$ para asegurar la inversión del total del capital en el problema irrestricto.

Se tiene el siguiente problema irrestricto de maximización de utilidad de portfolio:

$$\max_w w^T \mu - \frac{\lambda}{2} w^T \Sigma w$$

Cuya solución viene dada por:

$$w^* = \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} \mu$$

Si se quiere invertir todo el capital, se debe cumplir que:

$$\sum_{i \in N} w_i = 1 \leftrightarrow 1^T w^*$$

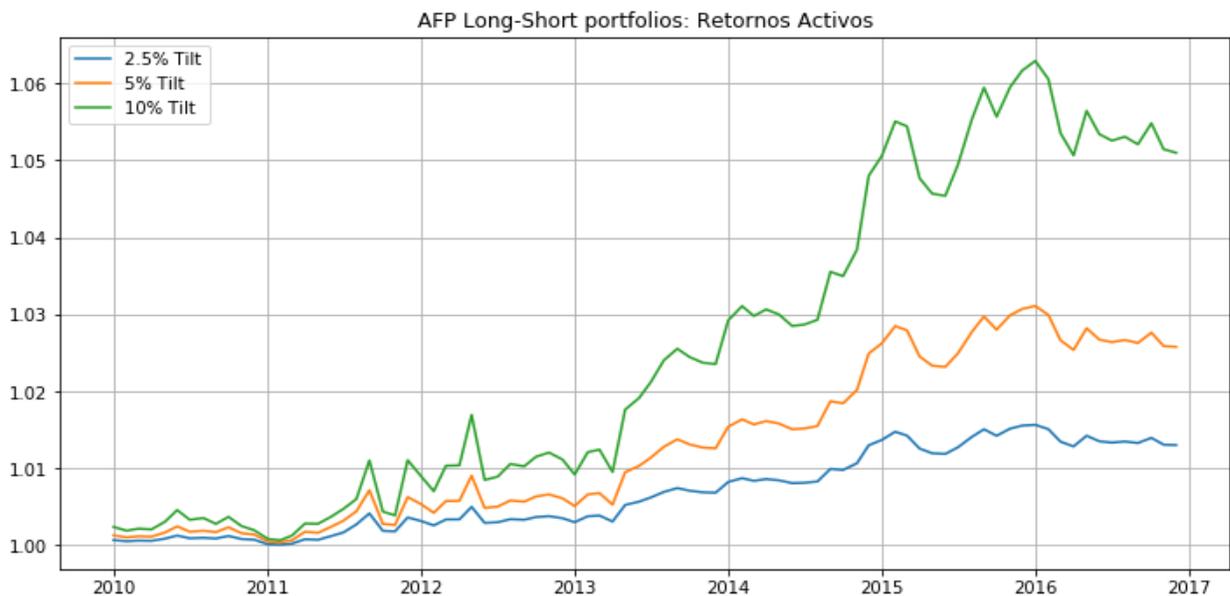
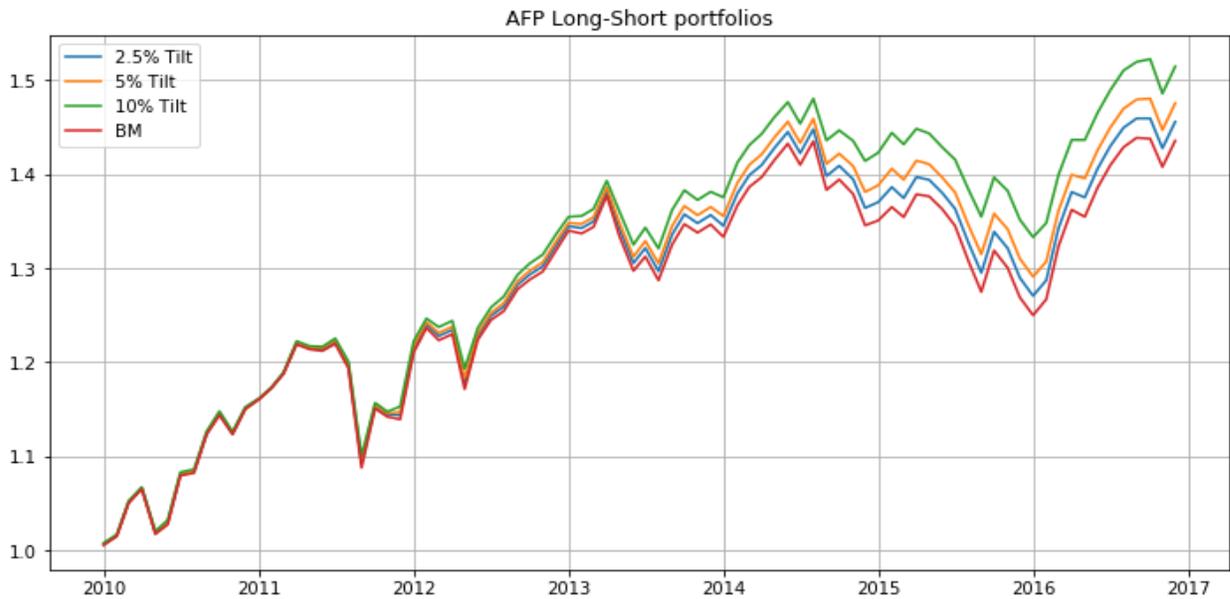
Reemplazando  $w^*$  por el valor encontrado:

$$1^T \left( \frac{1}{\lambda} \Sigma^{-1} \mu \right) = 1$$

De donde se tiene que:

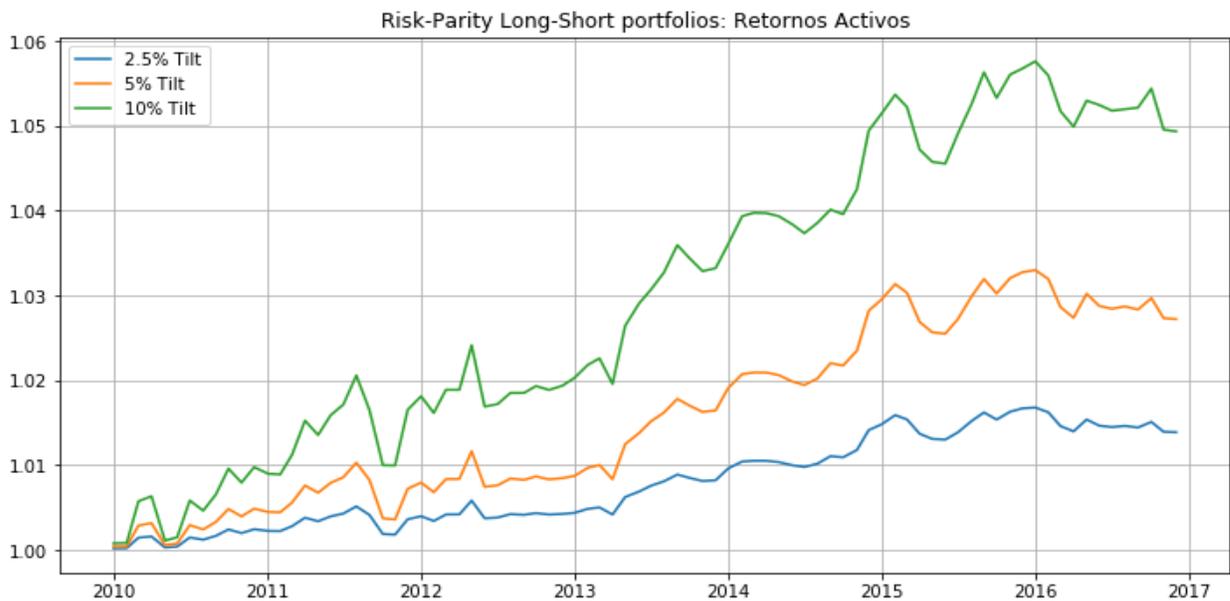
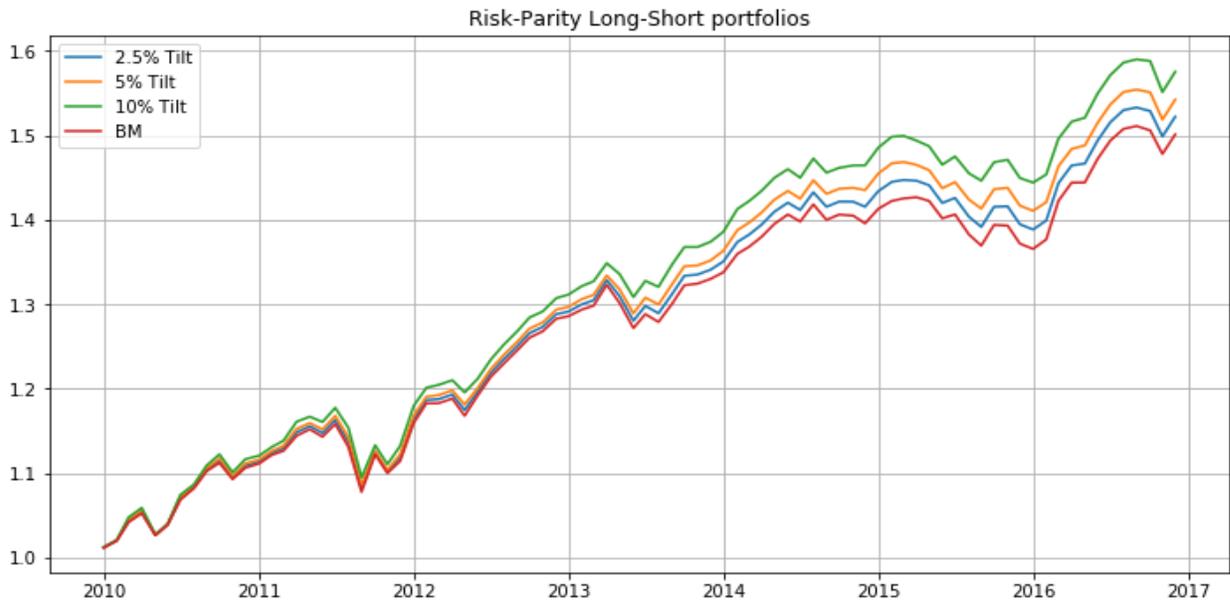
$$\lambda = 1^T \Sigma^{-1} \mu$$

## A.8 Resultados para el portfolio del Fondo C utilizando regla de construcción Long-Short.



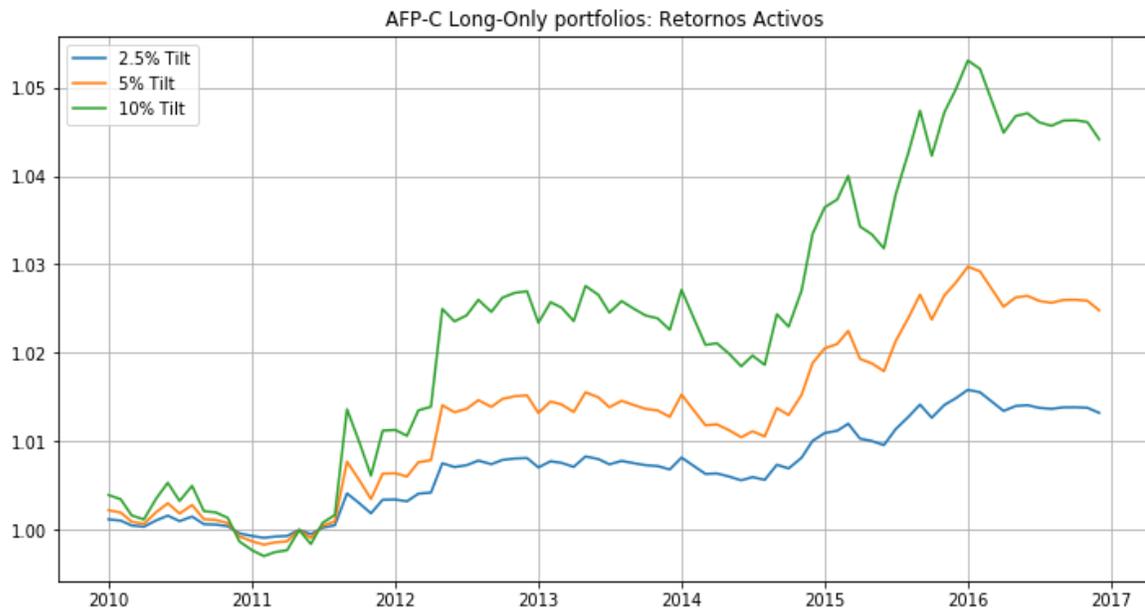
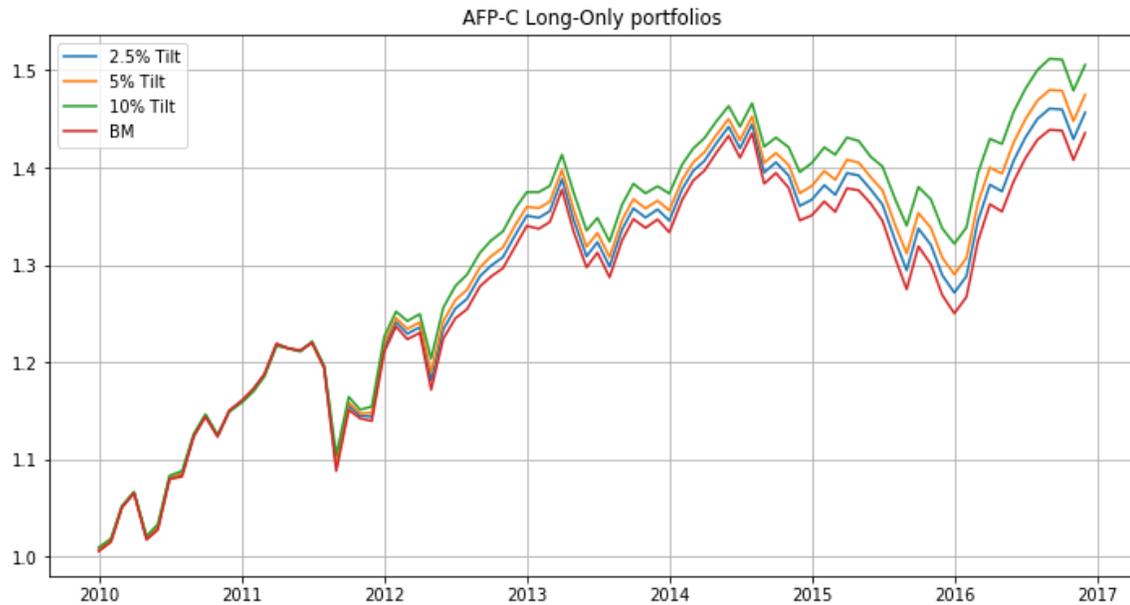
Metric/Strategy	AFP-C	2.5% Tilt	5% Tilt	10% Tilt
CAGR	5.30%	5.51%	5.71%	6.11%
Vol.	8.29%	8.11%	7.94%	7.63%
Sharpe	0.640	0.680	0.719	0.800
Max DD	12.90%	12.24%	11.51%	10.20%
Turnover	6.60%	10.67%	15.28%	23.57%
Hit-Ratio	61.90%	63.10%	64.29%	65.48%
CAGR/Turnover	80.28%	51.64%	37.37%	25.90%

## A.9 Resultados para el portfolio Risk-Parity utilizando regla de construcción Long-Short.



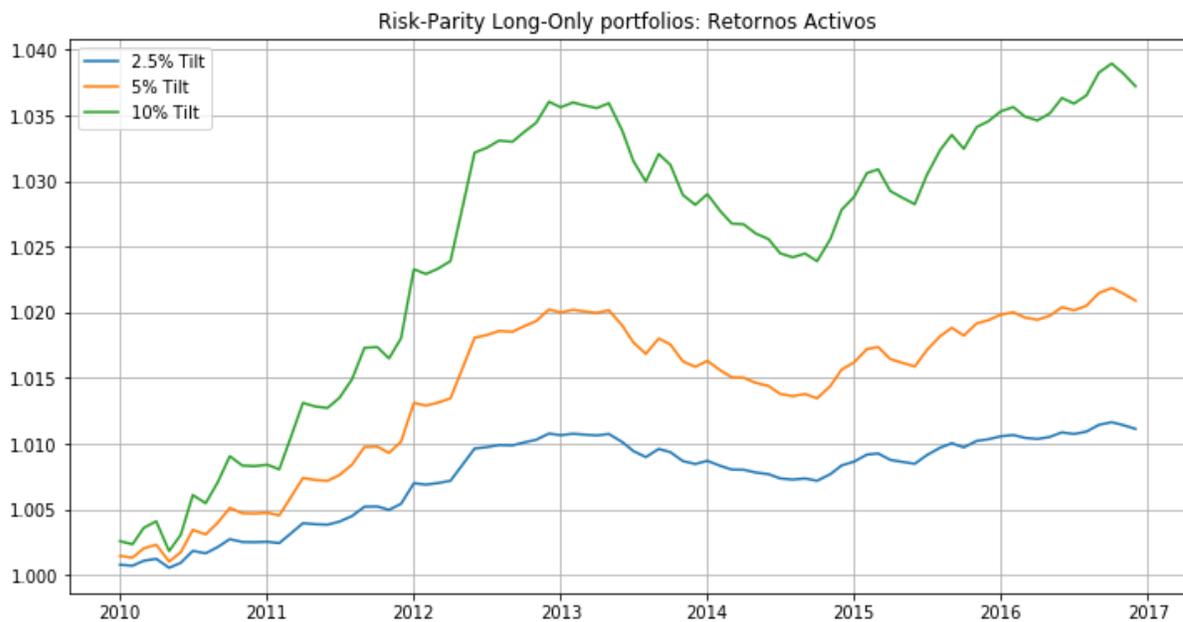
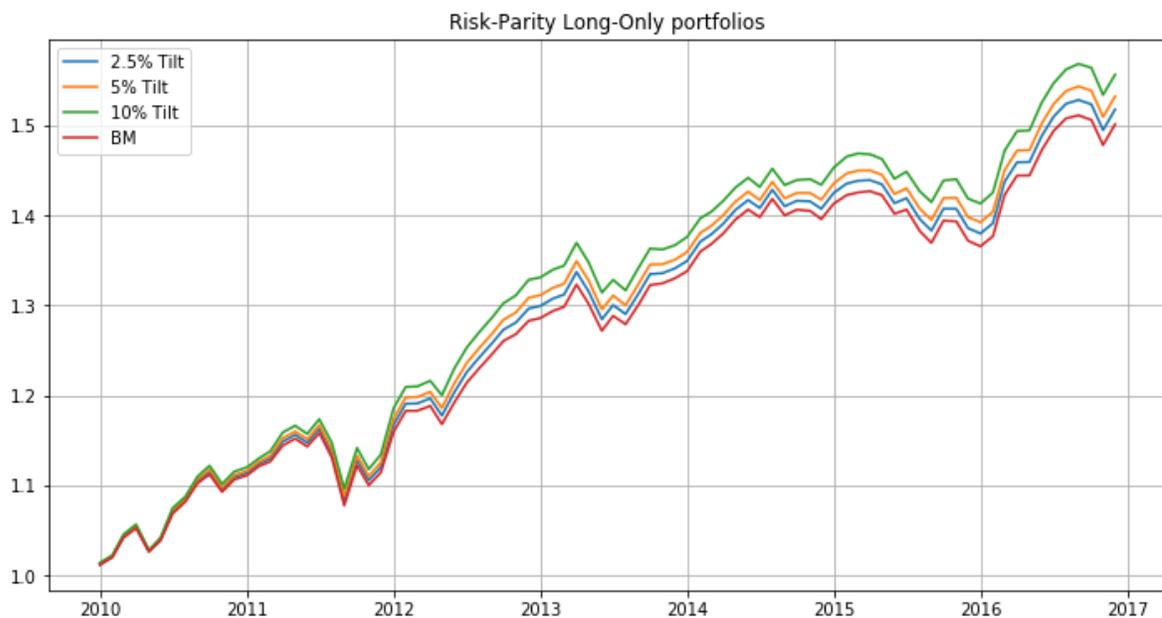
Metric/Strategy	RP	2.5% Tilt	5% Tilt	10% Tilt
CAGR	5.97%	6.18%	6.38%	6.71%
Vol.	5.10%	5.06%	5.03%	5.09%
Sharpe	1.171	1.223	1.270	1.317
Max DD	6.95%	6.97%	6.99%	7.02%
Turnover	7.35%	11.71%	17.70%	28.17%
Hit-Ratio	72.62%	72.62%	73.81%	73.81%
CAGR/Turnover	81.24%	52.83%	36.07%	23.81%

## A.10 Resultados para el portfolio del Fondo C utilizando regla de construcción Long-Only.



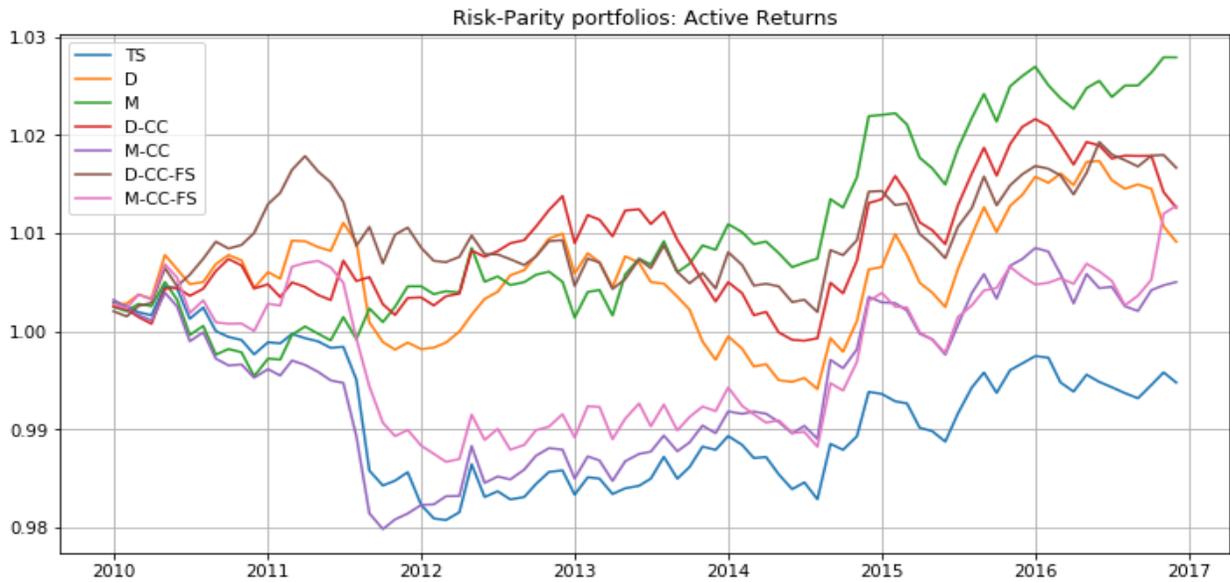
Metric/Strategy	AFP-C	2.5% Tilt	5% Tilt	10% Tilt
CAGR	5.30%	5.52%	5.71%	6.02%
Vol.	8.29%	8.05%	7.86%	7.54%
Sharpe	0.640	0.685	0.726	0.798
Max DD	12.90%	11.98%	11.18%	9.85%
Turnover	6.60%	8.79%	11.29%	15.51%
Hit-Ratio	61.90%	61.90%	63.10%	64.29%
CAGR/Turnover	80.28%	62.75%	50.52%	38.79%

## A.11 Resultados para el portfolio Risk-Parity utilizando regla de construcción Long-Only.



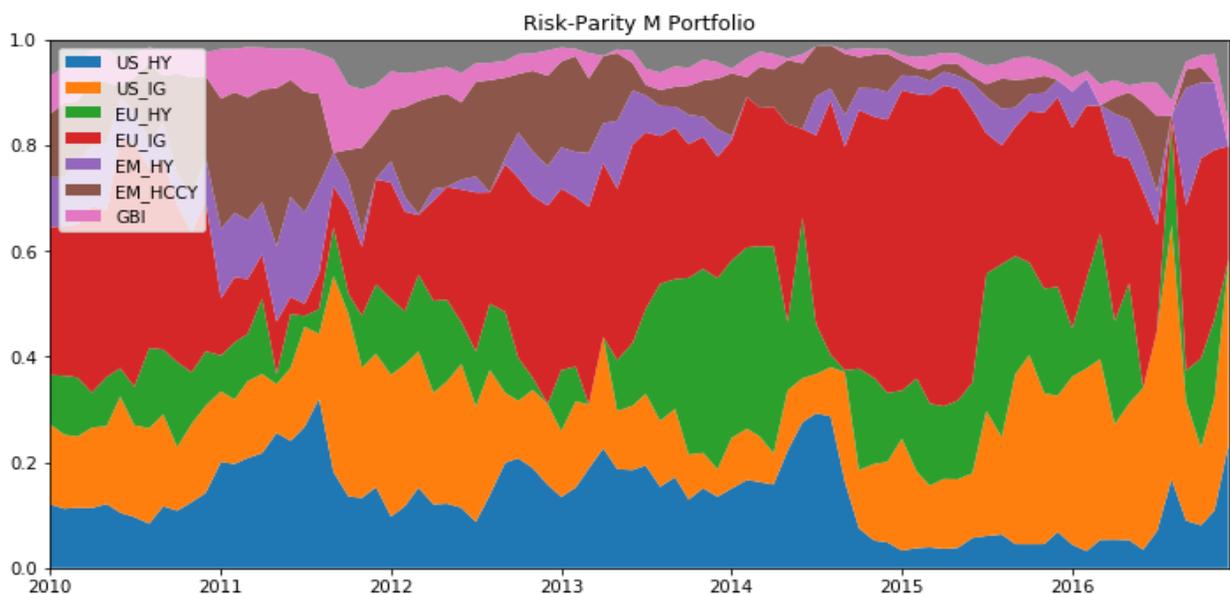
Metric/Strategy	RP	2.5% Tilt	5% Tilt	10% Tilt
CAGR	5.97%	6.14%	6.28%	6.52%
Vol.	5.10%	5.13%	5.15%	5.20%
Sharpe	1.171	1.198	1.220	1.255
Max DD	6.95%	6.84%	6.75%	6.59%
Turnover	7.35%	8.86%	11.17%	15.33%
Hit-Ratio	72.62%	72.62%	73.81%	72.62%
CAGR/Turnover	81.24%	69.28%	56.26%	42.55%

## A.12 Resultados para el portfolio Risk-Parity utilizando el modelo de optimización con restricciones.



Metric/Strategy	Benchmark	Time Series	Daily	Monthly	Daily + Corr Cluster	Monthly + Corr Cluster	Daily + Corr Cluster + FS	Monthly + Corr Cluster + FS
CAGR	5.97%	5.90%	6.11%	6.41%	6.17%	6.06%	6.24%	6.18%
Vol.	5.10%	5.00%	5.14%	4.81%	4.95%	5.01%	4.88%	4.97%
Sharpe	1.171	1.180	1.189	1.332	1.247	1.208	1.277	1.243
Max DD	6.95%	8.18%	7.93%	6.86%	7.11%	8.25%	7.19%	7.97%
Turnover	7.35%	12.96%	28.31%	27.43%	27.24%	21.73%	29.08%	29.42%
Hit-Ratio	72.62%	71.43%	70.24%	72.62%	71.43%	72.62%	71.43%	71.43%
CAGR/Turnover	81.24%	45.53%	21.59%	23.36%	22.66%	27.87%	21.45%	20.99%

## A.13 Gráfico de posiciones históricas para el portfolio Risk-Parity resultante del modelo de optimización con restricciones.



**A.14 Métricas del backtest para el portfolio del Fondo C en el periodo fuera de la muestra.**

<b>Metric/Strategy</b>	<b>AFP-C</b>	<b>5% Tilt</b>
<b>CAGR</b>	2.51%	2.91%
<b>Vol.</b>	3.88%	3.88%
<b>Sharpe</b>	0.646	0.750
<b>Max DD</b>	5.09%	5.00%
<b>Turnover</b>	4.26%	11.49%
<b>Hit-Ratio</b>	68.00%	70.83%
<b>CAGR/Turnover</b>	58.80%	25.30%