



**Metodologías de Asignación de Portafolio Simples versus Reglas
Clásicas con Optimizaciones:
Evidencia con Múltiples Clases de Activos**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN FINANZAS

ALUMNO: ALEJANDRO JOSÉ CROVETTO NAVARRO

PROFESOR GUÍA: ERWIN HANSEN Ph.D.

Santiago, Marzo - 2019

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. REVISIÓN DE LITERATURA	4
3. METODOLOGÍA	6
3.1. Descripción metodológica	6
3.2. Procedimiento de estimación Fuera-de-Muestra	6
3.3. Modelos de Portafolios	6
3.3.1. Portafolio Naive (1/N)	6
3.3.2. Portafolio Risk-Parity (RP)	7
3.3.3. Portafolio Reward-to-Risk-Timing (RRT)	7
3.3.4. Portafolio Media-Varianza (MV)	8
3.3.5. Portafolio de Mínima-Varianza (MinVar)	8
3.3.6. Portafolios con restricciones de Venta-Corta	8
3.4. Medidas de desempeño	9
4. DATOS	11
4.1. Estadística Descriptiva	13
4.2. Conjuntos de Activos	13
5. RESULTADOS	15
5.1. Comparativa con Naive	16
5.1.1. Medida de Desempeño: Ratio de Sharpe	16
5.1.2. Medida de Desempeño: Certainty Equivalent Return	18
5.2. Análisis Vertical	18
5.3. Análisis Horizontal	19
6. RESULTADOS DE ROBUSTEZ	21
7. CONCLUSIONES	23

ANEXOS	25
A. GMM	25
A.1. Ratio de Sharpe	25
A.2. Certainty Equivalent Returns	26
B. METODOLOGÍA MORNINGSTAR	27
C. CUADROS	29
D. FIGURAS	44
BIBLIOGRAFÍA	50

1. INTRODUCCIÓN

El creciente desarrollo de los mercados financieros en el mundo genera interés en las personas naturales, las que cada vez están más interesadas en realizar inversiones debido, en parte, a la mayor accesibilidad que tiene el mercado financiero. Sin embargo, no todas las personas poseen los conocimientos para implementar medidas de optimización sofisticadas ni los recursos para pedir asesorías a expertos en el área, por lo que recurren a realizar inversiones individuales utilizando modelos de optimización ampliamente conocidos en la literatura y que sean fácil implementación.

El objetivo de esta investigación comparar modelos de asignación simple (Naive 1/N, Risk-Parity y Reward-to-Risk Timing) y de optimización (Media Varianza y Mínima Varianza) en un contexto de distintos conjuntos de activos, los que están compuestos por diferentes activos riesgosos, con el fin de estudiar, tanto el desempeño de las diferentes metodologías en un contexto fuera de muestra, como para analizar el impacto en el desempeño de los portafolios al modificar el abanico de activos de inversión. Si bien, en la literatura existen estudios que tratan cada uno de estos aspectos por separado (metodologías de asignación de portafolios e impacto en desempeños al añadir múltiples clases de activos), no existen muchos estudios que propongan realizar ambas cosas a la vez, considerando que entre los activos riesgosos a estudiar se encuentran Bonos Corporativos, Commodities y Real Estate Investment Trust (a llamar en adelante como REIT)¹.

Teniendo un enfoque en los inversionistas individuales, el estudio pretende responder las siguiente preguntas: i) **¿Cómo se desempeñan algunos portafolios ampliamente conocidos y utilizados, con respecto a la asignación de activos Naive 1/N?**; ii) **¿Cuál es el portafolio de inversión que se desempeña de mejor manera?**; y iii) **¿Cómo cambia el desempeño de los portafolios al agregar activos riesgosos adicionales al conjunto básico de Acciones y Bonos Gubernamentales?** Las preguntas se sitúan en un contexto de retornos fuera-de-muestra, con el fin de entregar una evidencia empírica similar a la presentada por DeMiguel et. al (2007) y Bessler and Wolff (2015), pero añadiendo el concepto de diversificación generado por una mayor cantidad de clases de activos riesgosos en la construcción de los portafolios.

Para dar una primera respuesta a las preguntas, se establecen dos rankings. El primero de ellos corresponde al de Portafolios, en donde se ordena de mayor a menor el desempeño de las distintas metodologías de asignación de portafolios (utilizando las métricas de Ratio de Sharpe y Certainty Equivalent Return) a

¹ El estudio más similar resulta ser el de Bessler and Wolff (2015), en donde comparan el desempeño de 6 portafolios en una base compuesta por Acciones, Bonos Gubernamentales y una diversidad de tipos de Commodities

lo largo de los distintos conjuntos de activos propuestos, los que se diferencian según la composición de activos riesgosos en los que se puede invertir. El segundo ranking corresponde al de Conjuntos de Activos, en donde se establece un orden de los activos riesgosos que logran generar el mejor desempeño a lo largo de los distintos portafolios de inversión. Sin embargo, los resultados entregados por estos rankings no poseen una significancia estadística, por lo que se procede a realizar 3 análisis (uno por cada pregunta) basados en la metodología GMM utilizada en el trabajo de Anderson and Cheng (2016).

El primer análisis se denomina Comparativa con Naive, en donde las hipótesis por evaluar, para responder la primera pregunta, son si es que las medidas de desempeño de Ratio de Sharpe y Certainty Equivalent Return (a llamar en adelante como CER) de los portafolios bajo análisis, son estadísticamente diferentes a las medidas del portafolio Naive 1/N. En caso de que no se cumplan, es decir, que las medidas no fueran estadísticamente significativas, se presentaría una evidencia empírica de que el uso de este tipo de metodologías por parte de inversionistas, puede que no genere mayores beneficios que los obtenidos en una asignación Naive 1/N, la que no requiere optimizaciones ni cálculos sofisticados. Los resultados de este análisis concluyen que, ninguno de los portafolios alternativos presenta tener diferencias estadísticamente significativas en las métricas de desempeño con respecto al portafolio Naive. Además, solo encuentran que los portafolios de Markowitz (Media Varianza con y sin restricción de venta corta) presentan tener diferencias negativas con respecto al Naive en la métrica de Ratio de Sharpe, implicando que estos portafolios tienen un peor desempeño, pero estas diferencias no son estadísticamente significativas.

El segundo estudio se denomina Análisis Vertical, en donde para dar una respuesta a la segunda pregunta, se debe realizar una comparación entre los portafolios, el que busca determinar, con las mismas medidas de desempeño nombradas anteriormente, cuál de los portafolios bajo análisis presenta mejor desempeño en cada uno de los conjuntos de activos propuestos, los que se diferencian según la composición de activos riesgosos. Los resultados de este análisis concluyen que, el portafolio Risk-Parity resulta ser el mejor en términos de desempeño de Ratio de Sharpe, pero solo para dos portafolios (Media varianza y Media Varianza con restricción de venta corta) las diferencias resultan ser estadísticamente significativas en 3 de los 5 conjuntos de activos estudiados. Por parte de la métrica de desempeño CER, se establece que el mejor portafolio resulta ser el Naive, pero ninguna de las diferencias con respecto a los otros portafolios resulta ser estadísticamente significativa.

El último análisis realizado se denomina Análisis Horizontal, en donde, para responder a la tercera pregunta, se realiza una comparación entre los conjuntos de activos, el que busca determinar en cuál composición

de activos riesgosos los portafolios estudiados logran un mejor desempeño, utilizando como benchmark (para cada uno de los métodos de asignación de activos) el portafolio ubicado en el conjunto de activos compuesto únicamente por acciones y bonos gubernamentales. Los resultados de este análisis concluyen que, la incorporación de los Bonos Corporativos al conjunto base de inversión compuesto por acciones y bonos gubernamentales (el conjunto de activos 2), genera que 4 de los 7 portafolios (Naive, Risk-Parity, Reward-to-Risk Timing y Media Varianza) presenten mejoras estadísticamente significativas en la métrica de desempeño de Ratio de Sharpe. En cuanto al CER, no hay ninguno de los conjuntos de activos que genere diferencias estadísticamente significativas con respecto al conjunto de activos base.

Finalmente, se plantea una prueba de robustez a los 3 análisis realizados anteriormente, en donde se modifican dos aspectos: i) la ventana tiempo para calcular los retornos fuera de muestra; y ii) la aversión al riesgo del inversionista utilizado en el CER y en la construcción del portafolio Media Varianza. Las pruebas mantienen los resultados para la Comparativa con Naive, mientras que, para el Análisis Vertical, el mejor desempeño del portafolio Risk-Parity sobre Media Varianza y Media Varianza con restricción de venta corta en la métrica de Ratio de Sharpe pierde la significancia estadística. Por parte del Análisis Horizontal, el conjunto de activos 2 sigue manteniendo la mejora estadísticamente significativa, pero no así el resto.

El resto de este estudio está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2 se encuentra la revisión de literatura. En la Sección 3 se describe las metodologías de asignación de portafolios a utilizar, la técnica para calcular los retornos fuera de muestra y las medidas de desempeño a evaluar. En la Sección 4 se describen los datos a utilizar y se presentan sus estadísticas descriptivas. En la Sección 5 se presentan los rankings, los tres análisis realizados y los resultados de éstos. En la Sección 6 se establece la prueba de robustez y sus resultados. Y finalmente en la Sección 7 se presentan las conclusiones del estudio.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

El estudio de Jacobs, Müller and Weber (2014) desarrolla unas guías generales destinado a la construcción de portafolios para inversionistas individuales, en donde investigan diferentes portafolios en múltiples conjuntos de activos de inversión internacional. Este tipo de estudios son frecuentes debido a que los inversionistas individuales usualmente cometen errores al participar en los mercados accionarios (Campbell, 2006; Kimball and Shumway, 2010), ya que tienden a sobre ponderar activos domésticos, causando que no accedan a la diversificación presente en los activos extranjeros (French and Poterba, 1991; Kilka and Weber, 2000). Adicionalmente, escogen pocos activos individuales, por lo que están más expuestos a los riesgos idiosincráticos de los activos riesgosos (Goetzmann and Kumar, 2008; Polkovnichenko, 2005). Entonces la pregunta clave a responder es ¿cómo los inversionistas individuales deberían diversificar? Respondiendo la pregunta, la primera solución encontrada en la literatura es el uso de los modelos de optimización de Markowitz (1952) (en su forma original o en alguna de sus extensiones), ya que por lo general las personas no poseen los conocimientos ni recursos para lograr implementar un sistema de optimización más complejo.

Desde el trabajo de Markowitz (1952), en donde se estableció una regla de optimización para la asignación de riquezas en un contexto de activos riesgosos y cuyos inversores solo se preocupan de la media-varianza del retorno del portafolio, múltiples estudios han investigado los problemas de implementación de dicho portafolio (Hodges and Brealey, 1973; Michaud, 1989; Best and Grauer, 1991; Litterman, 2004)². El conflicto más recurrente y estudiado en la literatura empírica, plantea que los modelos basados en la optimización de Markowitz sufren errores de estimación al momento de realizar predicciones en los retornos esperados (contexto de retornos fuera-de-muestra), varianzas y covarianzas (Welch and Goyal, 2007). Estudios de la década pasada encuentran que estos problemas llegan a opacar a las ganancias por diversificación, concluyendo que hasta el modelo Naive 1/N pueden tener mejores desempeños (DeMiguel et al., 2009; Duchin and Levy, 2009; y Tu and Zhou, 2011)³.

Otra respuesta a la pregunta planteada en el estudio de Jacobs, Müller and Weber (2014), resulta ser la inversión en portafolios con múltiples clases de activos, como los implementados por inversionistas

² Para mayor detalle, revisar el estudio de Campbell y Viceira (2002), en donde describen algunos de los métodos de selección de activos presentes en la literatura y sus problemas.

³ Los estudios acerca de los problemas presente en el modelo de optimización de Markowitz provienen de fuentes como Frankfurter et al. (1971) y Jobson and Korkie (1981). Por otra parte, se encuentra al menos un estudio que establece que el desempeño fuera de muestra del modelo de Markowitz supera al del portafolio Naive (Kritzman et al., 2010), por lo que hay evidencia para ambos sentidos.

institucionales y retails, los que según un estudio del 2016 señalan que más de \$9 trillones de dólares están invertidos en portafolios con múltiples activos, lo que corresponde al 13 % del total de inversión global, y se espera que crezca a \$14 trillones de dólares (15 % del total) en los próximos 5 años⁴. Entre los activos a tener en consideración están las acciones del mercado americano, los bonos gubernamentales, bonos corporativos, commodities y REIT's. Cada uno de estos activos tiene una amplia literatura que estudia por separado el desempeño de sus retornos en un contexto fuera de muestra⁵.

Uno de los activos de inversión de mayor interés de las últimas décadas ha sido los commodities, debido a que tienen un gran potencial de diversificación, generado por su baja correlación con las acciones y bonos, comportamiento que se atribuye a la creencia que el precio de los commodities cambia en relación a factores climáticos, políticos y condiciones de abastecimiento global (Geman, 2009; Daskalaki et al., 2014). Adicionalmente sirven como una cobertura natural frente a la inflación y son más atractivos en periodos inflacionarios (Erb and Harvey, 2016; Gorton and Rouwenhorst, 2015). El estudio de Bessler and Wolff (2015) realiza un estudio en profundidad acerca de los commodities (realiza distintos análisis con diferentes tipos y grupos de commodities) y su impacto en el desempeño de distintos portafolios al agregar este activo a la clásica composición de Acciones y Bonos.

⁴ Ver reporte "The Innovator's Advantage" de The Boston Consulting Group (2017)

⁵ Ver Campbell and Thompson (2007) y Rapach et al. (2010) para el mercado accionario americano; Thornton and Valente (2012) y Gargano et al. (2017) para bonos gubernamentales; Lin et al. (2014) y Lin et al. (2017) para bonos corporativos; Daskalaki and Skiadopoulas (2011) y Gao and Nardari (2017) para commodities; Wong et al. (2012) y Khoi (2011) para REIT's; Ang and Bekaert (2002) y Ghysels et al. (2016) para mercados internacionales.

3. METODOLOGÍA

3.1. Descripción metodológica

En esta sección se describe el proceso por los que se obtienen los retornos fuera de muestra de los activos riesgosos utilizados, los 7 métodos de asignación de activos bajo análisis y finalmente se presentan las 2 medidas de desempeño a evaluar para lograr las comparaciones y análisis requeridos para responder las preguntas planteadas al inicio.

3.2. Procedimiento de estimación Fuera-de-Muestra

Para obtener los retornos fuera-de-muestra, se emplea el enfoque *Rolling Window* de DeMiguel et al. (2007). En mayor detalle, este enfoque utiliza una base de datos de los retornos mensuales de los activos con una longitud T y toma una ventana de estimación de $M = 120$ meses. Para cada mes t , comenzando desde $t = M + 1$, se utilizan los datos de retornos mensuales de los M meses anteriores para estimar o calcular los parámetros requeridos para implementar cada uno de los métodos de selección de activos. Estos parámetros son usados para determinar las respectivas ponderaciones de inversión de los activos en cada una de las metodologías. Posteriormente, se computan los retornos del mes $t + 1$ utilizando las ponderaciones obtenidas anteriormente (para el mes t) y los retornos del mes $t + 1$. Este mismo proceso se repite continuamente añadiendo el retorno del siguiente periodo de la base de datos y eliminando el más antiguo, hasta que no existan más datos que agregar. El resultado de este enfoque *Rolling Window* es una serie de datos de $T - M$ retornos mensuales fuera-de-muestra, los que son generados para cada uno de las estrategias de portafolios analizadas.

3.3. Modelos de Portafolios

A continuación, se describen los 7 modelos de portafolios que están bajo análisis. En el Cuadro 1 se presenta un resumen de la información presentada a continuación.

3.3.1. Portafolio Naive (1/N)

La estrategia Naive considera mantener un portafolio cuyas ponderaciones son iguales a $w_i = 1/N$ para cada uno de los activos riesgosos. Esta estrategia no involucra ninguna estimación de parámetros ni optimizaciones.

3.3.2. Portafolio Risk-Parity (RP)

Este enfoque de portafolio ha sido utilizado por proveedores de fondos de inversiones (como Aquila Risk-Parity, Invesco Blanced Risk y MSCI), fondos de pensiones, *endowments* y otros inversionistas de largo plazo (Anderson et al., 2012; Maillards et al., 2010). La idea principal de esta metodología es que cada uno de los componentes realice un aporte de forma equitativa al riesgo del portafolio. En este enfoque básico de Risk-Parity, las covarianzas entre los activos riesgosos no son tomadas en consideración y para las ponderaciones solo se consideran el inverso de las varianzas simples $\hat{\sigma}_i$ de la siguiente manera:

$$w_i = \frac{1/\hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^N (1/\hat{\sigma}_i)} \quad (1)$$

Los beneficios generados por esta metodología se generan debido a que los activos de baja volatilidad usualmente producen mayor premio por unidad de riesgo en comparación con los activos de alta volatilidad (Baker et al. 2011; Frazzini and Pedersen, 2014)

3.3.3. Portafolio Reward-to-Risk-Timing (RRT)

Esta estrategia establece las ponderaciones de activos basados en el ratio *Reward-to-Risk*, el que es medido con el promedio simple del retorno del activo i ($\hat{\mu}_i$) dividido por su varianza ($\hat{\sigma}_i^2$). La estrategia RRT sobre-pondera activos con alto retorno y baja volatilidad en el periodo de muestra, por lo que es similar a la estrategia de *momentum* para el riesgo y la varianza. Este modelo, al igual que el RP, ignora por completo la covarianza de los activos. Las ponderaciones de los activos se construyen de la siguiente manera:

$$w_i = \frac{\hat{\mu}_i^+ / \hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^N (\hat{\mu}_i^+ / \hat{\sigma}_i)} \quad (2)$$

Otra particularidad del modelo es que no se permite la venta corta, por lo que las ponderaciones se limitan a estar entre 0 y 1. Esto se logra al imponer que la media utilizada sea igual a $\hat{\mu}_i^+ = \max(\hat{\mu}_i, 0)$. En el caso de que toda la muestra de los retornos de los activos fuera negativo, lo que no debería ser un problema frecuente en un portafolio de múltiples activos de diferentes tipos, se asumen las ponderaciones del portafolio Naive.

3.3.4. Portafolio Media-Varianza (MV)

En el modelo de Media-Varianza de Markowitz (1952), los inversores optimizan el *trade-off* entre la media y la varianza del retorno del portafolio. Esto se logra mediante la solución del siguiente problema:

$$\max_{x_t} x_t^T \mu_t - \frac{\gamma}{2} x_t^T \Sigma_t x_t \quad (3)$$

En donde μ_t es usado para denotar el exceso de retorno esperado de los activos sobre la tasa libre de riesgo, Σ_t representa la matriz $N \times N$ de varianza-covarianza de los retornos, x_t es un vector columna ($N \times 1$) con las ponderaciones de los activos riesgosos del portafolio, por lo que la inversión en el activo libre de riesgo correspondería a $1 - \mathbf{1}_N x_t$, siendo $\mathbf{1}_N$ un vector fila ($1 \times N$) de unos, y γ representa el coeficiente de aversión al riesgo del inversionista.

La solución al problema de optimización anteriormente planteado resulta ser igual a $x_t = (1/\gamma)\Sigma_t^{-1}\mu_t$, por lo que el vector de ponderaciones relativas en un portafolio que solo contiene activos riesgosos es:

$$w_t = \frac{x_t}{|\mathbf{1}_N x_t|} = \frac{\Sigma_t^{-1}\mu_t}{\mathbf{1}_N \Sigma_t^{-1}\mu_t} \quad (4)$$

La aplicación de este modelo, requiere que se reemplace en la ecuación 3 los valores muestrales correspondientes a su media y varianza ($\hat{\mu}_t$ y $\hat{\Sigma}_t$ respectivamente).

3.3.5. Portafolio de Mínima-Varianza (MinVar)

En este modelo, se escoge un portafolio de activos riesgosos que minimice la varianza de los retornos, lo que se logra de la siguiente forma:

$$\min_{w_t} w_t^T \Sigma_t w_t, \quad \text{sujeto a } \mathbf{1}_N w_t = 1 \quad (5)$$

Con el fin de encontrar la solución, se estima únicamente la matriz de varianzas y covarianzas de los retornos de los activos riesgosos.

3.3.6. Portafolios con restricciones de Venta-Corta

Adicionalmente, se consideran dos portafolios con restricciones de venta corta, los que corresponden al portafolio Media-Varianza-restringido (MV-c) y el portafolio de Mínima-Varianza-restringido (MinVar-c),

los que se obtienen siguiendo los mismos procedimientos descritos anteriormente, con la consideración de agregar la restricción de no negatividad de las ponderaciones de los activos riesgosos en sus respectivos problemas de optimización.

3.4. Medidas de desempeño

Dada la serie de tiempo de retornos mensuales fuera-de-muestra (k) de cada una de las estrategias de portafolios, siguiendo los procedimientos descritos anteriormente en esta sección, se proceden a calcular dos medidas de desempeño.

La primera medida corresponde al Ratio de Sharpe, definido como el promedio simple entre los excesos de retornos fuera-de-muestra (sobre el activo libre de riesgo), $\hat{\mu}_k$, dividido por su desviación estándar, $\hat{\sigma}_k$:

$$\widehat{SR}_k = \frac{\hat{\mu}_k}{\hat{\sigma}_k} \quad (6)$$

Posteriormente, se prueba si es que la diferencia entre los Ratios de Sharpe del portafolio analizado, k , y el del portafolio benchmark (dependerá de que análisis se esté realizado) es estadísticamente distinta de cero, computando el *P-Value* de su diferencia utilizando la metodología presentada en el trabajo de Anderson and Cheng (2016), el que consiste en estimar los momentos condicionales utilizando la metodología GMM, bajo el enfoque de Newey and West (1986), el que se explica en detalle en el Anexo [A.1](#)

La segunda medida corresponde al Certainty-Equivalent-Return (CER), definido como la tasa libre de riesgo a la que el inversor está dispuesto a aceptar en vez de adoptar una estrategia particular k . CER se computa de la siguiente manera:

$$\widehat{CER}_k = \hat{\mu}_k - \frac{\gamma}{2} \hat{\sigma}_k^2 \quad (7)$$

En donde $\hat{\mu}_k$ y $\hat{\sigma}_k^2$ son la media y la varianza de los retornos fuera-de-muestra de la estrategia k , y γ es la aversión al riesgo⁶. Para todos los portafolios, la aversión al riesgo utilizada en este estudio es $\gamma = 1$. Para probar si es que la diferencia de los CER entre el portafolio k y el benchmark resulta ser estadísticamente diferente de cero, se computa el *P-Value* de su diferencia, utilizando la metodología presentada en el

⁶ La Ecuación 7 se refiere al nivel de la utilidad esperada de un inversor media-varianza, valor que aproximadamente es el CER de un inversor con una utilidad cuadrática.

trabajo de Anderson and Cheng (2016), el que consiste en estimar los momentos condicionales utilizando la metodología GMM, bajo el enfoque de Newey and West (1986), el que se explica en detalle en el Anexo A.2.

Otras medidas de desempeño, no utilizadas en este informe, que resultan de interés para la comparación de metodologías de asignación de portafolios, corresponden a las métricas de *Turnover* (definido como el promedio del valor absoluto de los costos de transacción que provienen de activos dentro del portafolio) y de *Return-loss* (definido como el retorno adicional requerido en la metodología bajo análisis para desempeñarse de igual manera al modelo Naive 1/N en términos de Ratio de Sharpe)⁷. La métrica de *Turnover* resulta de especial interés, debido a que captura los costos asociados al modificar las ponderaciones de cada uno de los portafolios de inversión (denominado como costos de rebalanceo de portafolios) a lo largo de la muestra y al cambiar el conjunto de activos en los que se está realizando la inversión. Estos costos de rebalanceo de portafolios son importantes debido a que complementan los resultados entregados por las otras métricas. Por ejemplo, en el caso de que un portafolio presente un alto Ratio de Sharpe y un alto *Turnover* simultáneamente, se puede asociar que para lograr ese mayor desempeño capturado en Ratio de Sharpe, el inversionista debe participar activamente en la construcción del portafolio modificando las ponderaciones de los activos en los que invierte en reiteradas ocasiones, lo que deducido por los altos costos de transacción registrados en la métrica de *Turnover*.

⁷ Ambas métricas de desempeño fueron utilizadas, junto al Ratio de Sharpe y CER, en el estudio de DeMiguel et al. (2007).

4. DATOS

Con el fin de trabajar con portafolios diversificados, la base de datos está compuesta por 5 activos riesgosos de diferentes clases más una tasa libre de riesgo, los que se describen a continuación.

1. **Retorno Accionario (S&P):** Se utiliza el índice accionario *S&P500*, el que se forma mediante la ponderación de la capitalización de mercado (market-cap) de las 500 empresas más grandes de Estados Unidos que cotizan en la bolsa (mediante el mercado de valores), las que en conjunto representan a las industrias que operan en el mercado de Estados Unidos.

Los datos de los precios de cierre en frecuencia mensual del índice *S&P500* (GSPC) fueron extraídos de Yahoo! Finance. Con el fin de trabajar con retornos, se procede a realizar la siguiente transformación:

$$Retorno_t = \frac{\text{Precio Cierre}_t}{\text{Precio Cierre}_{t-1}} - 1 \quad (8)$$

2. **Retorno de Bono Gubernamental (10-Y TB):** Se utiliza la *yield* de un bono del tesoro americano que tiene madurez constante (*10-Years Treasury Constant Maturity Yield*). En caso de que al cierre de mes, no exista la *yield* que corresponda al bono analizado, ésta se calcula mediante la interpolación de la curva de rendimientos diarios⁸.

Los datos de las *yield* en frecuencia mensual de *10-Years Treasury Constant Maturity Yield* (GS10) fueron extraídos de FRED Economic Data. Debido a que los datos en se encuentran en la unidad de medida de *yield* y se desea trabajar en retornos, se realiza la transformación efectuada por Morningstar, Inc. (2008), cuya metodología se presenta resumida en el Anexo B.

3. **Retorno de Bonos Corporativos (US Corp Bonds):** Se utiliza un índice de bonos corporativos proveniente de *Bank of America Merrill Lynch, ICE BofAML US Corp Master Total Return Index Value*, el que rastrea el desempeño de la deuda corporativa de clasificación de *investment-grade* (basado en el promedio de la clasificación de Moody's, S&P y Fitch) cuya denominación es en dólares estadounidenses, emitida públicamente en el mercado de los Estados Unidos⁹.

Los datos del valor del índice en frecuencia mensual de *ICE BofAML US Corp Master Total Return*

⁸ Para mayor detalle, revisar la documentación de *FEDERAL RESERVE statistical release (2016)*.

⁹ Para mayor detalle de la construcción del índice, revisar la documentación de ICE Benchmark Administration Limited (IBA).

Index Value (BAMLCC0A0CMTRIV) fueron extraídos de FRED Economic Data. Debido a que los datos se encuentran en la unidad de medida de índice, se realiza la siguiente transformación:

$$Retorno_t = \frac{\text{Índice}_t}{\text{Índice}_{t-1}} - 1 \quad (9)$$

4. **Retorno de Commodities (Comm):** Se utiliza el índice de commodities de Metales y Minerales proveniente del Banco Mundial, el que recoge el movimiento de los precios actuales de los siguientes minerales: Aluminio, Cobre, Hierro, Plomo, Níquel, Acero, Estaño y Zinc¹⁰.

Los datos del valor del índice en frecuencia mensual de índice de commodities de Metales y Minerales fueron extraídos del Banco Mundial. Debido a que los datos se encuentran en la unidad de medida de índice, se realiza la transformación presentada en la ecuación 9

5. **Retorno de REIT's (REIT's):** Se utiliza el índice *FTSE Nareit All REITs*, el que pondera la capitalización de mercado de inversión en bienes raíces que figuran en la Bolsa de Valores de Nueva York, la Bolsa de Valores de Estados Unidos o la Lista Nacional de Mercados del NASDAQ¹¹.

Los datos del valor del índice en frecuencia mensual de *FTSE Nareit All REITs* fueron extraídos de Nareit. Debido a que los datos se encuentran en la unidad de medida de índice, se realiza la transformación presentada en la ecuación 9

Adicionalmente, debido a que el estudio del portafolio óptimo de Markowitz (1952) requiere una tasa libre de riesgo, se utiliza el retorno del bono del tesoro americano de 1 mes (1-month TBill) proveniente del modelo de 3 factores de Fama & French, obtenido desde la página web de Kenneth R. French (2018).

Con todos los datos descritos anteriormente, es posible construir una base de datos de series de tiempo de los retornos de los activos, con frecuencia mensual, desde Marzo de 1973 hasta Octubre del 2018 (548 observaciones).

En la Figura 1 se encuentran los índices construidos con los retornos calculados siguiendo el procedimiento descrito¹² con los retornos de los 5 activos riesgosos, en donde este nuevo índice comienza desde febrero de 1973 (valor inicial = 100). Entre las Figuras 2 y 6 se encuentran los mismos índices, pero desagregados

¹⁰ Para mayor detalle, revisar los documentos de The World Bank (2018).

¹¹ Para mayor detalle, revisar la documentación de Nareit FTSE Russell (2019).

¹² La construcción de los índices se realiza de la siguiente manera: $\text{Índice}_t = \text{Índice}_{t-1}(1 + \text{Retorno}_t)$

individualmente y con las etiquetas de los valores de los índices ubicados en las marcas de Febrero de cada año. En estos gráficos se puede visualizar que el índice de retornos que ha tenido mayor crecimiento a lo largo del tiempo ha sido el índice de REIT's, el que crece desde la base 100 en Febrero de 1973 hasta un total de 6.158 en Febrero de 2018, el que supera en gran medida al resto de índices (1.417 de S&P, 2.839 de US Corp Bonds, 1.993 de 10-Y TB y 513 de Comm). Por otra parte, visualmente se puede ver que el índice REIT's también presenta una amplia volatilidad, cambiando en 3 ocasiones de tendencias. La primera tendencia alcista se captura entre Febrero de 2003 y Febrero de 2007, después cambiar a una tendencia bajista entre Febrero de 2007 y Febrero de 2009, para finalmente volver a presentar una tendencia alcista desde Febrero de 2009 hasta la actualidad. Estos movimientos recuerdan que no se debe escoger un activo solo por tener un mayor retorno, sino que también hay que tener en cuenta su volatilidad.

4.1. Estadística Descriptiva

En el Cuadro 2 se presentan las estadísticas descriptivas de los retornos mensuales de los activos riesgosos para el periodo entre Marzo de 1973 hasta Octubre de 2018, el que contiene un total de 548 observaciones. Los promedios de los retornos mensuales en orden descendente son: REIT's (0.90%), US Corp Bonds (0.62%), S&P 500 (0.58%), 10-Y TB (0.56%) y Comm (0.39%). En cuanto a las medidas de riesgo (Desviación Estándar y VaR¹³), los activos con mayor riesgo resultan ser REIT's, Comm y S&P, por lo que la mejor relación riesgo retorno (visto por el Ratio de Sharpe) es el US Corp Bonds (0.1277), mientras que el activo con peor desempeño resulta ser Comm (0.0019), sugiriendo que este activo resulta ser el menos atractivo para el caso de una inversión individual en el largo plazo. Por otra parte, a pesar de que Comm resulte ser el activo menos atractivo (según el Ratio de Sharpe), al analizar las correlaciones presentadas en el Cuadro 3, se descubre que los Commodities son los únicos activos que presentan correlación negativa tanto con el bono gubernamental (10-Y TB) como para los bonos corporativos (US Corp Bonds)¹⁴, por lo que puede agregar valor al portafolio en forma de diversificación.

4.2. Conjuntos de Activos

Al tener una base de datos con 5 activos riesgosos (en el Cuadro 5 se presenta un breve resumen de la información de los índices), se plantean 5 conjuntos de activos de inversión que se diferencian por la composición de los activos riesgosos que componen los portafolios.

¹³ Formulación VaR: $VaR_{t+1}^p = -\sigma_{PF,t+1} \Phi_p^{-1}$, siendo $p = 0,05$ y $\Phi_{0,05}^{-1} = 1,65$ el que es extraído de una tabla de Distribución Normal

¹⁴ Esta información también se puede corroborar con las Covarianzas entre los activos implicados, los que se encuentran en el Cuadro 4.

El primer conjunto está compuesto solo por el índice accionario (S&P) y el bono gubernamental del tesoro americano (10-Y TB). A esta primera combinación de activos, se denominará como “Base”. Los conjuntos de activos 2, 3 y 4 agregan, respectivamente, a la combinación “Base” los retornos de Bonos Corporativos (US Corp Bonds), Commodities (Comm) y REIT’s (REIT’s) por forma separada, por lo que cada uno de estos conjuntos está compuesto por 3 activos. Finalmente, el conjunto de activos 5 está conformado de la totalidad de los 5 activos riesgosos estudiados. En el Cuadro 6 se encuentra un resumen de la composición de los conjuntos de activos planteados.

La formación de estos conjuntos es con el motivo de dar respuesta a la tercera pregunta planteada en la introducción, la que investigará el cambio de las medidas de desempeño de cada uno de los 7 portafolios descritos en la Sección 3.3 al ir modificando el espectro de activos riesgosos con los que se construyen.

5. RESULTADOS

En el Cuadros 7 y 8 se presentan las medidas de desempeño de Ratio de Sharpe y Certainty Equivalent Return (CER) en el contexto fuera-de-muestra¹⁵ de todos los portafolios en los 5 conjuntos de activos planteados en la Sección 4. Utilizando las medidas de desempeño mostradas anteriormente se realizan los siguientes rankings:

1. **Ranking de Portafolios:** En cada uno de los conjuntos, se ordenarán de mayor a menor los portafolios según la medida de desempeño que se esté analizando, para así asignar valores de 1 a 7 a cada portafolio, en donde el 1 corresponde al portafolio con mejor rendimiento, mientras que el 7 corresponderá al portafolio con peor rendimiento. Una vez calculado el puntaje para todos los conjuntos de activos, se procede a sumar los puntajes obtenidos por los portafolios en los distintos conjuntos. Los resultados se aprecian en el Cuadro 9, en donde se destaca que el portafolio RP ocupa el primer y segundo lugar de las medidas de Ratio de Sharpe y CER (respectivamente), causando que el valor Agrupado del portafolio RP tome la primera posición con un puntaje igual a 20. El resto de los portafolios se posiciona de manera descendente en el siguiente orden: Min Var (29 puntos), Min Var-c (33 puntos), Naive (34 puntos), RRT (34 puntos), MV (62 puntos) y MV-c (68 puntos).
2. **Ranking de Conjuntos de Activos:** Para cada uno de los portafolios, se asigna un puntaje de 1 a 5 a los distintos conjuntos, en donde el 1 corresponde al conjunto en donde ese portafolio presenta tener con mejor rendimiento, mientras que el 5 corresponderá al conjunto en donde ese portafolio presente el peor rendimiento. Una vez calculado el puntaje en todos los portafolios, se procede a sumar los valores obtenidos de los conjuntos de activos en los distintos portafolios. Los resultados se aprecian en el Cuadro 10, en donde se destaca que el Conjunto de Activos 2 ocupa el primer y segundo lugar de las medidas de Ratio de Sharpe y CER (respectivamente), causando que el valor Agrupado del Conjunto de Activos 2 tome la primera posición con un puntaje igual a 20. El resto de los conjuntos se posiciona de manera descendente en el siguiente orden: conjunto 4 (27 puntos), conjunto 5 (46), conjunto 1 (51 puntos) y conjunto 3 (66 puntos).

Del Ranking de Portafolios, se aprecia que el portafolio Naive se encuentra en la cuarta posición, lo que resulta interesante ya que es la regla de asignación más simple. Con el fin de dar respuesta a la pregunta,

¹⁵ Estas medidas se presentan en un formato anualizado, sin embargo, para realizar los análisis y pruebas estadísticas, se muestran y utilizan las medidas de desempeño en formato mensual. El proceso de anualización del Ratio de Sharpe se efectúa mediante la multiplicación del Ratio de Sharpe mensual y $\sqrt{12}$, mientras que la anualización del CER se calcula amplificando el CER mensual por 12.

¿Cómo se desempeñan algunos portafolios ampliamente conocidos y utilizados con respecto a la asignación de activos Naive 1/N?, se analizarán las diferencias de las medidas de desempeño (Ratio de Sharpe y CER) entre los portafolios analizados con respecto al portafolio Naive, estudio que se denominará “Comparativa con Naive”.

Por otra parte, las primeras posiciones de los rankings realizados indican que el mejor portafolio resulta ser el RP, mientras que la mejor combinación de activos se presenta en el Conjunto de Activos 2, lo que correspondería a las respuestas de las preguntas **¿Cuál es el portafolio que se desempeña de mejor manera?** y **¿Cómo cambia el desempeño de los portafolios al agregar activos riesgosos adicionales al conjunto básico de Acciones y Bonos Gubernamentales?** Pero para dar una significancia estadística a las respuestas, se realizará dos análisis: i) “Análisis Vertical”, donde en cada uno de los conjuntos de activos se evaluará si es que hay una diferencia estadística entre las medidas de desempeño de los mejores portafolios en cada una de las métricas de desempeño con respecto al resto ; y ii) “Análisis Horizontal”, en donde se evalúa el cambio en las medidas de desempeño de los 7 portafolios entre los distintos conjuntos de activos, utilizando como *benchmark* los portafolios del Conjunto 1, que solo posee Acciones y Bonos Gubernamentales (S&P + 10-Y TB).

5.1. Comparativa con Naive

Las hipótesis por evaluar son si es que las medidas de desempeño de Ratio de Sharpe y Certainty Equivalent Return (CER) de los portafolios bajo análisis son estadísticamente diferentes a las medidas del portafolio Naive 1/N . En caso de que estas hipótesis no se cumplieran, es decir, que las diferencias no fueran estadísticamente significativas, se presentaría una evidencia empírica de que el uso de este tipo de metodologías por parte de inversionistas, tanto individuales como institucionales, puede que no genere mayores beneficios que los obtenidos en una asignación 1/N, metodología que no requiere optimizaciones o cálculos sofisticados. A continuación, solo se mostrarán los resultados obtenidos del Conjunto de Activos 5, aquel que contiene la totalidad de los activos riesgosos, debido a que en el resto de los conjuntos se repiten las mismas conclusiones (resultados no mostrados).

5.1.1. Medida de Desempeño: Ratio de Sharpe

En el Cuadro 11 se encuentran los resultados de la implementación de la metodología de GMM utilizada en el trabajo de Anderson and Cheng (2016), en donde se prueba si es que las diferencias entre los Ratios

de Sharpe de los portafolios evaluados ¹⁶ y el Benchmark (1/N) resultan ser estadísticamente distintas de cero.

En la primera columna, se encuentran los 4 parámetros estimados por GMM, los que son el Sharpe del portafolio, la desviación estándar de los retornos del portafolio, la desviación estándar de los retornos del portafolio 1/N y la Diferencia entre los Ratios de Sharpe, siendo este último parámetro el relevante para este estudio. En la cuarta columna, se encuentra el *P-Value*, del que se puede apreciar que ninguno de los portafolios presenta un ratio de Sharpe estadísticamente distinto al portafolio Benchmark (1/N).

A continuación, se da un ejemplo de la interpretación de los resultados y se enumeran los hallazgos encontrados:

Analizando los resultados obtenidos, se encuentra que el Portafolio RP tiene un ratio de Sharpe igual a 0.2081 (0.7209 anualizado) en los retornos fuera de muestra, el que es mayor al portafolio Naive 1/N en 0.0591 (0.2047 anualizado), por lo que se puede inferir que el Ratio de Sharpe del portafolio 1/N es igual a 0.149 o 0.5162 anualizado¹⁷), sin embargo, esta diferencia no resulta ser estadísticamente significativa, debido a que su P-Value es igual a 0.2088.

1. Ninguno de los Ratios de Sharpe de los portafolios alternativos es estadísticamente distinto al Ratio de Sharpe del portafolio Naive 1/N.
2. Solo para el portafolio óptimo de Markowitz con o sin restricciones (MV y MV-c), el desempeño del portafolio Naive resulta ser mayor, ya que, para el resto de los portafolios, las diferencias de los Ratios de Sharpe resultan ser positivas. Este resultado puede ser explicado por los errores de estimación presentes en la media y varianza, lo que elimina la ganancia por diversificación de la optimización del portafolio. Este resultado es congruente con los hallazgos de DeMiguel et al. (2007).
3. Los portafolios con restricciones de venta corta se desempeñan de mejor manera que sus pares respectivos sin restricciones¹⁸, pero estas diferencias no resultan ser estadísticamente significativas (ver Cuadro 12). Estos resultados también son similares a los reportados por DeMiguel et al. (2007).

¹⁶ Ver Cuadro 1 para recordar cuáles son los portafolios bajo análisis

¹⁷ Esta inferencia se puede realizar con todos los otros portafolios, en donde el resultado es similar.

¹⁸ Ratios de Sharpe de 0.1016 vs 0.0753 para los portafolios Óptimos de Markowitz, y de 0.1797 vs 0.1763 para los de mínima varianza

5.1.2. Medida de Desempeño: Certainty Equivalent Return

En el Cuadro 13 se encuentran los resultados de la implementación de la metodología de GMM utilizada en el trabajo de Anderson and Cheng (2016), en donde se prueba si es que las diferencias entre los CER de los portafolios evaluados y el Benchmark (1/N) resultan ser estadísticamente distintas de cero.

En la primera columna, se encuentran los 4 parámetros estimados por GMM, los que son el Promedio de los retornos del Portafolio, el CER del portafolio, el promedio del retorno del portafolio 1/N y la Diferencia entre los CER, siendo este último parámetro el relevante para este estudio. En la cuarta columna, se encuentra el P-Value, del que se puede apreciar que ninguno de los portafolios presenta un CER estadísticamente distinto al portafolio Benchmark (1/N).

A continuación, se da un ejemplo de la interpretación de los resultados y se enumeran los hallazgos encontrados:

Analizando los resultados obtenidos, se encuentra que el Portafolio RP tiene un ratio CER igual a 0.0059 (0.0708 anualizado) en los retornos fuera-de-muestra, el que es menor al portafolio 1/N en 0.0001 (0.0012 anualizado), por lo que se puede inferir que el Ratio de Sharpe del portafolio 1/N es igual a 0.0060 (0.0721 anualizado)¹⁹, sin embargo, esta diferencia no resulta ser estadísticamente significativa, debido a que su *P-Value* es igual a 0.9445.

1. Ninguno CER de los portafolios alternativos es estadísticamente distinto al CER del portafolio Naive.
2. Para todos los portafolios alternativos, el CER del portafolio Naive resulta ser mayor, ya que, para la totalidad de los portafolios alternativos, la diferencia de los CER resulta ser negativa. Este resultado resulta ser muy similar con los hallazgos de DeMiguel et al. (2007).

5.2. Análisis Vertical

Primero se procederá a realizar el Análisis Vertical, el que nos señala en cada uno de los conjuntos de activos, cuál de todos los portafolios es el que tiene mejor desempeño bajo las dos medidas trabajadas.

En el Cuadro 7 se puede distinguir que el portafolio RP resulta tener el mejor desempeño medido en Ratio de Sharpe en los Conjuntos de Activos 2, 3 y 5 (con valores anualizados de 0.7226, 0.6121 y 0.7209

¹⁹ Esta inferencia se puede realizar con todos los otros portafolios, en donde el resultado es similar.

respectivamente), mientras que el portafolio Min Var tiene mejor desempeño en los Conjuntos de Activos 1 y 4 (valores anualizados de 0.5903 y 0.6142 respectivamente). Esto indica que posiblemente el portafolio RP resulta ser el mejor portafolio en forma transversal. Para probar esta hipótesis, se prueban si es que las diferencias de los Ratios de Sharpe de los otros portafolios con respecto al RP resultan ser estadísticamente diferentes, mediante el mismo procedimiento utilizado en la Subsección 5.1 (GMM).

En el Cuadro 14 se muestran los resultados de las pruebas, en donde las supra-columnas señalan los Conjuntos de Activos bajo las cuales se realizan las estimaciones, mientras que en las sub-columnas, se señalan tanto las estimaciones de cada parámetro y su *P-Value*. Se encuentra que solo hay una diferencia estadísticamente significativa en 2 portafolios: i) MV resulta tener menor Ratio de Sharpe con respecto al RP en los Conjuntos 1, 3 y 5, con una significancia estadística de 5% para los dos primeros y del 1% para el último; y ii) MV-c resulta tener menor Ratio de Sharpe con respecto al RP en los Conjuntos 1, 2 y 5, con una significancia estadística de 5% para el primero, del 10% para el segundo y del 1% para el último.

En cuanto a la otra medida de desempeño, el Cuadro 8 señala que el portafolio Naive resulta tener mejor desempeño medido en CER en los Conjuntos de Activos 1, 2, 4, 5 (con valores anualizados de 0.0721, 0.0735, 0.0805 y 0.0721 respectivamente), mientras que el portafolio RP resulta desempeñarse mejor en el Conjunto 3 (valor anualizado de 0.0673). Nuevamente, se utiliza la metodología de GMM para probar si es que las diferencias entre el CER del portafolio Naive es estadísticamente diferente a los CER de los portafolios alternativos. En el Cuadro 15 se muestran los resultados de las pruebas, los que señalan que no hay ningún portafolio alternativo que tenga un CER estadísticamente diferente al CER del portafolio Naive.

5.3. Análisis Horizontal

Continuando con el análisis Horizontal, se procede a estudiar en cuales conjuntos de activos los portafolios se desempeñan de mejor manera con respecto a sus símiles en el conjunto 1, el que está compuesto únicamente Acciones y Bonos Gubernamentales. En el Cuadro 16 se presentan las pruebas estadísticas de las diferencias entre los Ratios de Sharpe de cada uno de los portafolios en los Conjuntos de Activos 2, 3, 4 y 5, utilizando como benchmark los Ratios de Sharpe de los mismos portafolios en el Conjunto 1. Se aprecia que solo en el Conjunto 2 existen 4 portafolios (Naive, RP, RRT y MV) que presentan tener una diferencia positiva estadísticamente significativa. Este resultado señala que al agregar bonos corporativos entre los activos de inversión, se genera una mejora en el desempeño medido como Ratio de Sharpe de los

portafolios²⁰

Por parte de la comparación de la medida de desempeño del CER, en el Cuadro 17 no se encuentra evidencia de que haya diferencias significativas entre los CER de los portafolios de ninguno de los Conjuntos de Activos (2, 3, 4 y 5) con respecto a sus similares del Conjunto 1.

²⁰ Esta idea también se aprecia en el Cuadro 7, en donde en el Conjuntos 2, todos los portafolios presentan tener su mejor desempeño.

6. RESULTADOS DE ROBUSTEZ

En este apartado, se presentan los resultados de análisis realizados en la Sección 5, pero cambiando 2 aspectos relevantes: i) la ventana temporal del *Rolling Window* será de 240 días; y ii) la aversión al riesgo del inversionista pasa a ser $\gamma = 3$, el que afecta a la construcción del portafolio MV (ver ecuación 3) y a la medida de desempeño de CER (ver ecuación 7)²¹.

En los Cuadros 18 y 19 se encuentran las medidas de desempeño de Ratio de Sharpe y CER (respectivamente) bajo los nuevos aspectos de robustez, para los 5 conjuntos trabajados anteriormente, de los que se desprenden los siguientes análisis.

Los nuevos Rankings de Portafolios y de Conjuntos de Activos se presentan en los Cuadros 20 y 21 respectivamente, en donde se sigue manteniendo que el mejor portafolio resulta ser el RP y el mejor conjunto de activos resulta ser el Conjunto 2, sin embargo, algunas posiciones de los rankings individuales (Ratio de Sharpe y CER) se ven modificados levemente, generando que solo haya un cambio en términos agregados, en donde MV pasa a intercambiar la última posición con el portafolio MV-c (los conjuntos se mantienen intactos en términos agregados).

En cuanto a la Comparativa con Naive, el que toma el portafolio Naive (1/N) del Conjunto de Activos 5 como benchmark y realiza comparaciones con los otros portafolios (calcula las diferencias entre los ratios de sharpe y mediante GMM prueba si son estadísticamente diferentes de cero), el Cuadro 22 muestra los resultados de las pruebas estadísticas y los hallazgos anteriores se mantienen: Ninguno de los Ratios de Sharpe de los portafolios alternativos es estadísticamente diferente al del Portafolio Naive (1/N). En la misma línea anterior, el Cuadro 24 muestra los resultados de las pruebas estadísticas de las diferencias de la medida de desempeño del CER de los portafolios alternativos con respecto al mismo benchmark descrito anteriormente y los hallazgos anteriores se mantienen: i) Ninguno de los CER de los portafolios alternativos es estadísticamente diferente CER del portafolio Naive (1/N); y ii) el portafolio Naive presenta el mejor CER, con un valor de 0.0580 (0.0048 mensualmente).

Cambiando al Analisis Vertical, en los Cuadros 25 y 26 se encuentran los nuevos resultados del Ratio de Sharpe y CER, respectivamente. Por parte del análisis vertical del Ratio de Sharpe, los hallazgos encontrados anteriormente no se mantienen, ya que ninguna de las diferencias entre los Ratios de Sharpe

²¹ Hay que recordar que los resultados planteados anteriormente fueron calculados con una ventana temporal de 120 días y un $\gamma = 1$.

de los portafolios evaluados con respecto al RP resulta ser estadísticamente significativa. En cuanto al análisis vertical del CER, los resultados se siguen siendo los mismos, debido a que no se encuentra ninguna diferencia estadísticamente significativa entre los CER de los portafolios alternativos y el del Naive.

Finalmente, por parte del Análisis Horizontal, en los Cuadros 27 y 28 se encuentran los nuevos resultados del Ratio de Sharpe y CER, respectivamente. Por parte del Ratio de Sharpe, solo el portafolio Naive presenta mejoras estadísticamente significativas (al 10% de confianza) en el Conjunto de Activos 2 en comparación al Conjunto 1 (los portafolios RP, RRT y MV pierden su significancia estadística). En cuanto al análisis horizontal del CER, se siguen manteniendo los resultados anteriormente mencionados, en donde ninguno de los portafolios presenta una mejora estadísticamente significativa a lo largo de los distintos conjuntos de activos.

7. CONCLUSIONES

Se comienza estableciendo dos rankings: i) Ranking de Portafolio, en donde se encuentra que el mejor portafolio (al evaluar conjuntamente las métricas de Ratio de Sharpe y CER), a lo largo de los distintos conjuntos de activos, resulta ser el RP, que tiene la primera posición en el Ratio de Sharpe y el segundo lugar en el CER. Los otros lugares del ranking son seguidos por los portafolios Min Var, Min Var-c, Naive, RRT, MV y MV-c. ii) Ranking de Conjuntos de Activos, el que establece que el conjunto en donde los distintos portafolios logran su mejor desempeño es el Conjunto 2, el que está compuesto por Acciones, Bonos Gubernamentales y Bonos Corporativos. Después lo sigue el Conjunto 4 (añade REIT'S a la base de Acciones y Bonos Gubernamentales), Conjunto 5 (los 5 Activos riesgosos), Conjunto 1 (Acciones y Bonos Gubernamentales) y Conjunto 3 (añade Commodities a la base de Acciones y Bonos Gubernamentales).

Con el fin de dar una respuesta con estudios estadísticos, además de considerar los resultados de los rankings, se han realizado tres análisis, basados en la metodología GMM utilizada en el trabajo de Anderson and Cheng (2016), en donde se involucran las dos medidas de desempeño de los 7 modelos de asignación de activos bajo los 5 conjuntos de activos estudiados. El primer análisis recoge el estudio de DeMiguel et al. (2007), comparando las medidas de desempeño de Ratio de Sharpe y CER (utilizando retornos fuera-de-muestra) del portafolio Naive con las métricas de desempeño de los otros 6 portafolios alternativos presentados (en el conjunto compuesto por los 5 activos riesgosos). Se encuentra que ningún portafolio presenta tener un Ratio de Sharpe estadísticamente diferente al del Naive. También se encuentra que los portafolios óptimos de Markowitz (con y sin restricción de venta corta) resultan tener un Ratio de Sharpe menor al Naive, el que puede ser explicado por los errores de estimación presentes en la media y varianza, lo que elimina la ganancia por diversificación presente en el portafolio. Con respecto a la medida CER, se encuentra que el desempeño del Naive es mayor al resto de los portafolios, pero esta diferencia no resulta ser estadísticamente significativa en ningún caso.

El segundo análisis denominado Análisis Vertical, encontró que el portafolio RP se desempeña de mejor manera en 3 de los 5 conjuntos de activos bajo la métrica de Ratio de Sharpe, mientras que, bajo el contexto de CER, el portafolio Naive sobresale en 4 de los 5 conjuntos. Al realizar pruebas estadísticas a las diferencias entre los Ratios de Sharpe y CER, utilizando como benchmark el portafolio RP para la primera y el Naive para la segunda, se encuentra que para el Ratio de Sharpe del portafolio RP resulta tener una diferencia positiva estadísticamente significativa con respecto a 2 portafolios: MV (en 3 de los 5 conjuntos) y MV-c (en 2 de 5 conjuntos). Para el resto de los casos, a pesar de que existieran diferencias

positivas, estas no resultaron ser estadísticamente diferentes de cero. En cuanto al resultado del análisis de la métrica CER, a pesar de que el portafolio Naive sobresaliera en 4 de los 5 conjuntos de activos, las diferencias con respecto a los otros portafolios no resultaron ser estadísticamente diferentes de cero.

El último análisis denominado Análisis Horizontal, es el que prueba si es que los portafolios se desempeñan de mejor manera al ir incorporando activos riesgosos al mix de inversión, teniendo como base el Conjunto de Activos 1, compuesto por solo Acciones y Bonos corporativos. Los resultados concluyen que, al incorporar los bonos corporativos (Conjunto 2), 4 de los 7 portafolios analizados (Naive, RP, RRT y MV) logran mejoras significativas en la métrica de Ratio de Sharpe, pero no hay una mejoría estadísticamente significativa en la métrica de CER.

Por otra parte, se realiza una prueba de robustez, en donde se modifica la longitud de la ventana temporal del *Rolling Window* de 120 a 240 días y cambia la aversión al riesgo del inversionista de 1 a 3. Los resultados se mantienen intactos para el primer análisis realizado, mientras que para la comparativa Vertical, el mejor desempeño medido como Ratio de Sharpe presentado por el portafolio RP sobre 2 portafolios (MV y MV-c), ya no resulta ser estadísticamente significativo bajo ningún conjunto de activos. Por parte del Análisis Horizontal, el Conjunto 2 sigue presentando mejoras estadísticamente significativas el Ratio de Sharpe del portafolio Naive, no así para el resto (RP, RRT y MV).

Finalmente, los resultados del estudio se resumen en 5 puntos: i) Se establece un ranking de Portafolios, en donde se establece que los mejores portafolios se ordenan de la siguiente manera: RP, Min Var, Min Var-c, Naive, RRT, MV y MV-c. Por otra parte se establece un Ranking de Conjuntos de Activos, el que señala que los activos riesgosos que logran el mejor desempeño en los distintos portafolios son: Bonos Corporativos más la base clásica (Acciones y Bonos Gubernamentales), REIT's más la base clásica, Bonos Corporativos/Commodities/REITS más la base clásica, base clásica y finalmente los Commodities más la base clásica ; ii) Bajo ninguna de las 2 métricas de desempeño analizadas, el portafolio Naive presenta tener diferencias estadísticamente significativas con respecto a los otros portafolios analizados; iii) El portafolio RP resulta presentar un mejor desempeño con respecto al portafolio de Markowitz (con y sin restricción de venta corta) bajo la métrica de Ratio de Sharpe, lo que pierde significancia en las pruebas de robustez; iv) El portafolio Naive presenta tener el mejor desempeño de la métrica CER, pero este resultado no es estadísticamente significativo; Y v) Agregar bonos corporativos a la base compuesta únicamente de acciones y bonos gubernamentales genera una mejora en el Ratio de Sharpe, pero este resultado no se mantiene bajo las pruebas de robustez.

ANEXOS

A. GMM

Para evaluar el desempeño de los portafolios se necesitan los errores estándar de las diferencias de los Ratios de Sharpe y de los CER de los retornos fuera-de-muestra. Con este fin, se utiliza la metodología GMM (*Generalized Method of Moments*) de Hansen (1982) para obtener los errores estándar asintóticos, los que son válidos bajo muchas especificaciones de distribuciones. Por otra parte, se selecciona esta metodología de GMM debido a que éste requiere muy pocas suposiciones de los datos fuera-de-muestra, como el supuesto de que los errores estándar de los retornos de los activos son estacionarios, por lo que su media y varianza incondicional existen. Para calcular los errores estándar, se utilizan las fórmulas de GMM con las derivaciones analíticas de los momentos condicionales relevantes y la estimación de Newey and West (1987) de la densidad espectral a frecuencia cero.

A.1. Ratio de Sharpe

Se construyen los momentos condicionales de la siguiente manera:

$$E[R_{pt+1} - s\sigma] = 0 \quad (10)$$

$$E[(R_{pt+1} - s\sigma)^2 - \sigma^2] = 0 \quad (11)$$

$$E[R_{pt+1}^* - (s-d)\sigma^*] = 0 \quad (12)$$

$$E\left[\left(R_{pt+1}^* - (s-d)\sigma^*\right) - \sigma^{*2}\right] = 0 \quad (13)$$

En donde R_{pt+1} es el exceso retorno del portafolio alternativo, R_{pt+1}^* es el exceso de retorno del portafolio benchmark, σ es la desviación estándar del portafolio alternativo, σ^* es la desviación estándar del portafolio benchmark, s es el Ratio de Sharpe del portafolio alternativo y d es la diferencia entre los Ratios de Sharpe del portafolio alternativo y el benchmark.

Teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores, y que \bar{E} representa la media simple y que $\bar{\sigma}$ denota la desviación estándar simple, GMM estima:

$$\hat{\sigma} = \bar{\sigma}(R_{pt+1}), \quad \hat{s} = \frac{\bar{E}R_{pt+1}}{\bar{\sigma}(R_{pt+1})}, \quad \hat{\sigma}^* = \bar{\sigma}(R_{pt+1}^*), \quad \hat{d} = \frac{\bar{E}R_{pt+1}}{\bar{\sigma}(R_{pt+1})} - \frac{\bar{E}R_{pt+1}^*}{\bar{\sigma}(R_{pt+1}^*)}$$

de los parámetros (σ , s , σ^* y d) desde los momentos muestrales correspondientes a los momentos

poblacionales de las ecuaciones 14 a 17, las que están exactamente identificadas al tener 4 parámetros y 4 momentos.

A.2. Certainty Equivalent Returns

Realizando el mismo enfoque que se aplicó anteriormente, se construyen los momentos condicionales de la siguiente manera:

$$E[R_{pt+1} - \mu] = 0 \quad (14)$$

$$E\left[\mu - \frac{\gamma}{2}(R_{pt+1} - \mu) - q\right] = 0 \quad (15)$$

$$E[R_{pt+1}^* - \mu^*] = 0 \quad (16)$$

$$E\left[q - \mu^* + \frac{\gamma}{2}(R_{pt+1}^* - \mu^*)^2 - \varepsilon\right] = 0 \quad (17)$$

En donde μ es el promedio del portafolio alternativo, μ^* es promedio del portafolio benchmark, q es el CER del portafolio alternativo y ε es la diferencia entre los CER del portafolio alternativo y el benchmark.

Teniendo en cuenta las ecuaciones anteriores, y que \bar{E} representa la media simple y que \bar{V} denota la varianza simple, GMM estima:

$$\begin{aligned} \hat{\mu} &= \bar{E}(R_{pt+1}), & \hat{q} &= \bar{E}(R_{pt+1}) - \frac{\gamma}{2}\bar{V}(R_{pt+1}) \\ \hat{\mu}^* &= \bar{E}(R_{pt+1}^*), & \hat{\varepsilon} &= \bar{E}(R_{pt+1}) - \frac{\gamma}{2}\bar{V}(R_{pt+1}) - \bar{E}(R_{pt+1}^*) + \frac{\gamma}{2}\bar{V}(R_{pt+1}^*) \end{aligned}$$

de los parámetros (μ , q , μ^* y ε) desde los momentos muestrales correspondientes a los momentos poblacionales de las ecuaciones 14 a 17, las que están exactamente identificadas al tener 4 parámetros y 4 momentos.

B. METODOLOGÍA MORNINGSTAR

A continuación se señalan los 5 supuestos que establece Morningstar, INC. para calcular el retorno de un bono U.S. Treasury Constant Maturity con uno o más años de madurez:

1. Cada índice consiste en un solo bono de cupón.
2. Al comienzo de cada mes, se compra un bono al precio de cierre del mes anterior, y los retornos diarios en el mes reflejan el cambio en la valoración diaria de este bono.
3. El cupón se paga el último día del mes cada seis meses a partir del día de compra.
4. Cada bono se cotiza a la par en la compra.
5. La curva de rendimiento es plana en el momento deseado para la madurez.

La metodología de Morningstar, INC. establece que un bono se compra al comienzo de cada mes al precio señalado el último día del mes anterior. El precio de este bono se rastrea diariamente durante el mes para llegar al rendimiento total diario del bono. Al final del mes, este bono se vende y se compra un nuevo bono para el próximo mes. La fecha de vencimiento, indicada como m , refleja el vencimiento del índice en el momento de la compra.

Los precios (tanto compra como venta del bono) son calculados de la siguiente manera:

$$P(t, y, m) = \left[\frac{100}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^{2N_m - 1 + \frac{D_{t,m}}{S_m}}} \right] + \left\{ 100 \frac{y_{p,m}}{y} \left(1 + \frac{y}{2}\right)^{1 - \frac{D_{t,m}}{S_m}} \left[1 - \left(1 + \frac{y}{2}\right)^{-2N_m} \right] \right\} \quad (18)$$

$$D_{t,m} = c_m - t \quad (19)$$

$$S_m = c_m - p \quad (20)$$

En donde:

$P(t, y, m)$ = precio del bono con fecha de vencimiento “m”, yield “y”, en el momento “t”

y = la yield, también conocido como tasa de interés, expresado en formato decimal

N_m = vencimiento del bono, expresado en número de años.

$D_{t,m}$ = número de días entre el tiempo “t” y la próxima fecha de cupón del bono

S_m = número de días en el período del cupón en el que cae el tiempo “t”, que es el primer período del cupón

$y_{p,m}$ = tasa de cupón expresada en formato decimal, y es la yield del bono en su día de compra “p”

c_m = el día del primer pago del cupón, el que corresponde el último día del sexto mes a partir del día de compra “p”

Finalmente, cuando se tenga el precio de compra y de venta del bono para cada uno de los meses, se calcula el retorno del bono:

$$Retorno_t = \frac{\text{Precio Venta}_t}{\text{Precio Compra}_{t-1}} - 1 \quad (21)$$

C. CUADROS

Cuadro 1: Resumen de los portafolios bajo análisis

#	Modelo / Portafolio	Abreviación	Ponderaciones u Optimización
Portafolios Simples			
1	Naive o Equal weight	Naive o 1/N	$w_i = 1/N$
2	Risk-Parity	RP	$w_i = \frac{1/\hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^N (1/\hat{\sigma}_i)}$
3	Reward-to-Risk Timing	RRT	$w_i = \frac{\hat{\mu}_i^+/\hat{\sigma}_i}{\sum_{i=1}^N (\hat{\mu}_i^+/\hat{\sigma}_i)}$
Portafolios con Optimizaciones			
4	Media Varianza	MV	$\max_{x_t} x_t^T \mu_t - \frac{\gamma}{2} x_t^T \Sigma_t x_t$
5	Mínima Varianza	MinVar	$\min_{w_t} w_t^T \Sigma_t w_t$, sujeto a $\mathbf{1}_N w_t = 1$
Portafolios con Restricciones			
6	Media Varianza con restricción de Venta Corta	MV-c	
7	Mínima Varianza con restricción de Venta Corta	MinVar-c	

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 2: Estadística Descriptiva (Marzo 1973 - Octubre 2018) / Retornos Mensuales

Variable	Media (%)	Desv. Est. (%)	Simetría	Curtosis	Sharpe	VaR 95 % (%)
S&P	0.5821	4.3862	-0.7316	2.8639	0.0455	-7.2372
10-Y TB	0.5666	2.0198	0.4279	3.0463	0.0911	-3.3327
US Corp Bonds	0.6288	1.9285	0.3711	5.8505	0.1277	-3.1821
Comm	0.3914	4.7247	-0.2694	3.1447	0.0019	-7.7958
REIT's	0.9029	5.0561	-0.3896	7.4174	0.1029	-8.3425
Obs.	548					

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 3: Matriz de Coeficientes de Correlación (Marzo 1973 - Octubre 2018) / Retornos Mensuales

	S&P	10-Y TB	US Corp Bonds	Comm	REIT's
S&P	1.0000	0.1018	0.2974	0.0937	0.5929
10-Y TB	0.1018	1.0000	0.6187	-0.2147	0.2379
US Corp Bonds	0.2974	0.6187	1.0000	-0.0389	0.3443
Comm	0.0937	-0.2147	-0.0389	1.0000	0.1234
REIT's	0.5929	0.2379	0.3443	0.1234	1.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 4: Matriz de Varianzas-Covarianzas (Marzo 1973 - Octubre 2018) / Retornos Mensuales

	S&P	10-Y TB	US Corp Bonds	Comm	REIT's
S&P	0.0019	0.0001	0.0003	0.0002	0.0013
10-Y TB	0.0001	0.0004	0.0002	-0.0002	0.0002
US Corp Bonds	0.0003	0.0002	0.0004	0.0000	0.0003
Comm	0.0002	-0.0002	0.0000	0.0022	0.0003
REIT's	0.0013	0.0002	0.0003	0.0003	0.0026

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 5: Resumen de la Base de Datos

#	Indice	Instrumento	Abreviación	Fuente
Activos Riesgosos				
1	Accionario	S&P 500	S&P	Yahoo! Finance
2	Bono Gubernamental	10- Years Treasury Constant Maturity Yield	10-Y TB	FRED
3	Bonos Corporativos	ICE BofAML US Corp Master Total Return Index Value	US Corp Bonds	FRED
4	Commodities	Metales y Minerales	Comm	World Bank
5	REIR's	FTSE Nareit All REITs	REIT's	Nareit
Activo Libre de Riesgo				
		1-Month Treasury Bond	RF	Kenneth R. French

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 6: Resumen de Conjuntos de Activos

	S&P	10-Y TB	US Corp Bonds	Comm	REIT's
Conjunto 1	X	X			
Conjunto 2	X	X	X		
Conjunto 3	X	X		X	
Conjunto 4	X	X			X
Conjunto 5	X	X	X	X	X

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 7: Medida de Desempeño Ratio de Sharpe Anualizados (Fuera-de-Muestra)

	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
Naive	0.4905	0.6190	0.3547	0.5123	0.5162
RP	0.5785	0.7226	0.6121	0.6028	0.7209
RRT	0.5404	0.7046	0.5179	0.5449	0.6422
MV	0.3235	0.4742	0.3069	0.4569	0.2608
Min Var	0.5903	0.6734	0.5518	0.6142	0.6107
MV-c	0.3235	0.4101	0.2882	0.3793	0.3520
Min Var-c	0.5903	0.6838	0.5518	0.6142	0.6225

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 8: Medida de Desempeño CER Anualizados (Fuera-de-Muestra)

	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
Naive	0.0721	0.0735	0.0604	0.0805	0.0721
RP	0.0689	0.0718	0.0673	0.0721	0.0708
RRT	0.0678	0.0710	0.0649	0.0697	0.0696
MV	0.0583	0.0642	0.0566	0.0678	0.0516
Min Var	0.0688	0.0698	0.0640	0.0723	0.0660
MV-c	0.0583	0.0612	0.0557	0.0644	0.0576
Min Var-c	0.0688	0.0702	0.0640	0.0723	0.0660

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 9: Ranking de Portafolios

Ratio de Sharpe		CER		Agrupado	
Portafolio	Puntaje	Portafolio	Puntaje	Portafolio	Puntaje
RP	9	Naive	9	RP	20
Min Var	12	RP	11	Min Var	29
Min Var-c	13	Min Var	17	Min Var-c	33
RRT	16	RRT	18	Naive	34
Naive	25	Min Var-c	20	RRT	34
MV	31	MV	31	MV	62
MV-c	34	MV-c	34	MV-c	68

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 10: Ranking de Conjuntos de Activos

Ratio de Sharpe		CER		Agrupado	
Conjunto	Puntaje	Conjunto	Puntaje	Conjunto	Puntaje
2	7	4	8	2	20
4	19	2	13	4	27
5	19	1	23	5	46
1	28	5	27	1	51
3	32	3	34	3	66

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 11: Comparativa con Naive / Ratios de Sharpe Mensuales (GMM) / Benchmark Naive - Conjunto de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio RP				
Sharpe de Portafolio	0.2081	0.0630	3.3050	0.0010
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0145	0.0011	12.9160	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0591	0.0470	1.2570	0.2088
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0025	8.6260	0.0000
Portafolio RRT				
Sharpe de Portafolio	0.1854	0.0646	2.8690	0.0041
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0157	0.0014	11.2020	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0363	0.0458	0.7940	0.4274
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0026	8.4540	0.0000
Portafolio MV				
Sharpe de Portafolio	0.0753	0.0645	1.1670	0.2433
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0209	0.0026	7.9760	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	-0.0738	0.0499	-1.4780	0.1393
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0026	8.2370	0.0000
Portafolio MinVar				
Sharpe de Portafolio	0.1763	0.0589	2.9940	0.0028
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0147	0.0013	11.3760	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0273	0.0497	0.5490	0.5831
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0024	8.8790	0.0000
Portafolio MV-c				
Sharpe de Portafolio	0.1016	0.0650	1.5620	0.1182
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0197	0.0026	7.6050	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	-0.0475	0.0447	-1.0640	0.2874
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0027	7.9250	0.0000
Portafolio MinVar-c				
Sharpe de Portafolio	0.1797	0.0612	2.9350	0.0033
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0147	0.0012	12.3410	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0307	0.0478	0.6410	0.5214
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0215	0.0024	9.1250	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 12: Comparativa con Naive / Ratios de Sharpe Mensuales (GMM) / Restricciones Venta Corta - Conjuntos de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio MV-c / Benchmark: Portafolio MV				
Sharpe de Portafolio	0.1016	0.0644	1.5800	0.1148
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0197	0.0025	7.7400	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-Benchmark)	0.0263	0.0206	1.2800	0.2011
Desv. Est. Retorno Benchmark	0.0209	0.0026	8.0700	0.0000
Portafolio MinVar-c Benchmark: Portafolio MinVar				
Sharpe de Portafolio	0.1797	0.0646	2.7810	0.0054
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0147	0.0012	11.9500	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-Benchmark)	0.0034	0.0092	0.3680	0.7132
Desv. Est. Retorno Benchmark	0.0147	0.0013	11.7170	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 13: Comparativa con Naive / CER Mensuales (GMM) / Benchmark Naive - Conjunto de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio RP				
Promedio Retorno Portafolio	0.0060	0.0008	7.2836	0.0000
CER Portafolio	0.0059	0.0008	7.1193	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0013	4.7215	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0001	0.0010	-0.0697	0.9445
Portafolio RRT				
Promedio Retorno Portafolio	0.0059	0.0009	6.4740	0.0000
CER Portafolio	0.0058	0.0009	6.2805	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0013	4.7090	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.0009	-0.2012	0.8406
Portafolio MV				
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0012	3.6745	0.0002
CER Portafolio	0.0043	0.0013	3.4100	0.0006
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0013	4.6369	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0016	0.0010	-1.5929	0.1112
Portafolio MinVar				
Promedio Retorno Portafolio	0.0056	0.0008	6.9863	0.0000
CER Portafolio	0.0055	0.0008	6.8289	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0013	4.8457	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0005	0.0010	-0.5073	0.6119
Portafolio MV-c				
Promedio Retorno Portafolio	0.0050	0.0011	4.3872	0.0000
CER Portafolio	0.0048	0.0012	4.1085	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0014	4.5483	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0012	0.0009	-1.3203	0.1867
Portafolio MinVar-c				
Promedio Retorno Portafolio	0.0056	0.0008	6.8768	0.0000
CER Portafolio	0.0055	0.0008	6.7111	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0062	0.0013	4.6706	0.0000
Diferencia de CER (Portafolio-1/N)	-0.0005	0.0010	-0.4632	0.6432

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 14: Análisis Vertical / Ratio de Sharpe Mensuales / Benchmark RP

	Conjunto 1		Conjunto 2		Conjunto 3		Conjunto 4		Conjunto 5	
	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value
Portafolio Naive										
Sharpe de Portafolio	0.1415	0.0059	0.1787	0.0012	0.1024	0.1445	0.1479	0.0141	0.1491	0.0397
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0233	0.0000	0.0186	0.0000	0.0225	0.0000	0.0278	0.0000	0.0215	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0254	0.5756	-0.0299	0.3676	-0.0743	0.2087	-0.0261	0.5551	-0.0591	0.2087
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Portafolio RRT										
Sharpe de Portafolio	0.1560	0.0046	0.2034	0.0005	0.1495	0.0057	0.1573	0.0036	0.1854	0.0066
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0182	0.0000	0.0150	0.0000	0.0172	0.0000	0.0191	0.0000	0.0157	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0109	0.4187	-0.0052	0.5156	-0.0273	0.2295	-0.0167	0.1725	-0.0227	0.1705
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Portafolio MV										
Sharpe de Portafolio	0.0934	0.1370	0.1369	0.0392	0.0886	0.1466	0.1319	0.0172	0.0753	0.2461
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0229	0.0000	0.0186	0.0000	0.0225	0.0000	0.0221	0.0000	0.0209	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0735**	0.0423	-0.0717	0.1179	-0.0881**	0.0646	-0.0421	0.1166	-0.1329***	0.0006
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Portafolio Mín Var										
Sharpe de Portafolio	0.1704	0.0020	0.1944	0.0020	0.1593	0.0040	0.1773	0.0017	0.1763	0.0036
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0170	0.0000	0.0152	0.0000	0.0155	0.0000	0.0181	0.0000	0.0147	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	0.0034	0.7062	-0.0142	0.1296	-0.0174	0.1789	0.0033	0.6944	-0.0318	0.2648
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Portafolio MV-c										
Sharpe de Portafolio	0.0934	0.1370	0.1184	0.0709	0.0832	0.1927	0.1095	0.0767	0.1016	0.1210
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0229	0.0000	0.0195	0.0000	0.0232	0.0000	0.0246	0.0000	0.0197	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0735**	0.0423	-0.0902*	0.0580	-0.0936	0.1045	-0.0645	0.0470	-0.1066***	0.0040
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Portafolio Mín Var-c										
Sharpe de Portafolio	0.1704	0.0020	0.1974	0.0017	0.1593	0.0040	0.1773	0.0017	0.1797	0.0036
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0170	0.0000	0.0152	0.0000	0.0155	0.0000	0.0181	0.0000	0.0147	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	0.0034	0.7062	-0.0112	0.1783	-0.0174	0.1789	0.0033	0.6944	-0.0284	0.2665
Desv. Est. Retorno RP	0.0175	0.0000	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 15: Análisis Vertical / CER Mensuales / Benchmark Naive

	Conjunto 1		Conjunto 2		Conjunto 3		Conjunto 4		Conjunto 5	
	Estimación	P-Value								
Portafolio RP										
Promedio Retorno Portafolio	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0053	0.0003	0.0071	0.0000	0.0062	0.0000
CER Portafolio	0.0057	0.0000	0.0058	0.0000	0.0050	0.0007	0.0067	0.0000	0.0060	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0003	0.7616	-0.0003	0.5723	-0.0006	0.6498	0.0007	0.5214	0.0001	0.9443
Portafolio RRT										
Promedio Retorno Portafolio	0.0058	0.0000	0.0060	0.0000	0.0056	0.0000	0.0060	0.0000	0.0059	0.0000
CER Portafolio	0.0056	0.0000	0.0059	0.0000	0.0054	0.0000	0.0058	0.0000	0.0058	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0004	0.7330	-0.0002	0.7164	-0.0002	0.5892	-0.0002	0.3610	-0.0001	0.6136
Portafolio MV										
Promedio Retorno Portafolio	0.0059	0.0000	0.0060	0.0000	0.0050	0.0001	0.0059	0.0000	0.0046	0.0003
CER Portafolio	0.0057	0.0000	0.0059	0.0000	0.0047	0.0004	0.0056	0.0000	0.0043	0.0007
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0003	0.7616	-0.0003	0.6104	-0.0009	0.3614	-0.0004	0.5155	-0.0016	0.0586
Portafolio Min Var										
Promedio Retorno Portafolio	0.0051	0.0000	0.0055	0.0000	0.0055	0.0000	0.0062	0.0000	0.0056	0.0000
CER Portafolio	0.0049	0.0002	0.0054	0.0000	0.0053	0.0000	0.0060	0.0000	0.0055	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0011	0.2971	-0.0008	0.2827	-0.0003	0.1630	0.0000	0.8865	-0.0004	0.2872
Portafolio MV-c										
Promedio Retorno Portafolio	0.0059	0.0000	0.0061	0.0000	0.0049	0.0002	0.0057	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0057	0.0000	0.0060	0.0000	0.0046	0.0007	0.0054	0.0000	0.0048	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0003	0.7675	-0.0001	0.7842	-0.0010	0.3871	-0.0006	0.3571	-0.0011	0.1060
Portafolio Min Var-c										
Promedio Retorno Portafolio	0.0051	0.0000	0.0053	0.0000	0.0055	0.0000	0.0062	0.0000	0.0056	0.0000
CER Portafolio	0.0049	0.0002	0.0051	0.0000	0.0053	0.0000	0.0060	0.0000	0.0055	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0011	0.2971	-0.0010	0.1692	-0.0003	0.1630	0.0000	0.8865	-0.0004	0.3017

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 16: Análisis Horizontal / Ratio Sharpe Mensuales / Benchmark Conjunto de Activos 1

	Conjunto 2 vs 1		Conjunto 3 vs 1		Conjunto 4 vs 1		Conjunto 5 vs 1	
	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value
Portafolio Naive								
Sharpe de Portafolio	0.1787	0.0011	0.1024	0.1458	0.1479	0.0146	0.1491	0.0461
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0186	0.0000	0.0226	0.0000	0.0278	0.0000	0.0215	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0371***	0.0056	-0.0391	0.4494	0.0063	0.8190	0.0075	0.8806
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0233	0.0000	0.0233	0.0000	0.0233	0.0000	0.0233	0.0000
Portafolio RP								
Sharpe de Portafolio	0.2086	0.0004	0.1767	0.0010	0.1740	0.0014	0.2081	0.0013
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0149	0.0000	0.0155	0.0000	0.0184	0.0000	0.0145	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0416*	0.0913	0.0098	0.8074	0.0070	0.7373	0.0412	0.3668
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0175	0.0000	0.0175	0.0000	0.0175	0.0000	0.0175	0.0000
Portafolio RRT								
Sharpe de Portafolio	0.2034	0.0004	0.1495	0.0052	0.1573	0.0034	0.1854	0.0060
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0150	0.0000	0.0173	0.0000	0.0191	0.0000	0.0157	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0474*	0.0993	-0.0066	0.8540	0.0013	0.9643	0.0294	0.5992
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0182	0.0000	0.0182	0.0000	0.0182	0.0000	0.0182	0.0000
Portafolio MV								
Sharpe de Portafolio	0.1369	0.0354	0.0886	0.1426	0.1319	0.0204	0.0753	0.2428
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0186	0.0000	0.0225	0.0000	0.0221	0.0000	0.0210	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0434*	0.0604	-0.0048	0.9076	0.0385	0.3783	-0.0182	0.8110
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000
Portafolio Min Var								
Sharpe de Portafolio	0.1944	0.0015	0.1593	0.0040	0.1773	0.0016	0.1764	0.0039
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0152	0.0000	0.0155	0.0000	0.0181	0.0000	0.0147	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0240	0.3472	-0.0110	0.8206	0.0069	0.7767	0.0060	0.9140
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000
Portafolio MV-c								
Sharpe de Portafolio	0.1184	0.0653	0.0832	0.1949	0.1095	0.0808	0.1016	0.1046
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0195	0.0000	0.0233	0.0000	0.0246	0.0000	0.0197	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0250	0.2771	-0.0103	0.7652	0.0161	0.5949	0.0081	0.9070
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000	0.0229	0.0000
Portafolio Min Var-c								
Sharpe de Portafolio	0.1974	0.0012	0.1593	0.0040	0.1773	0.0016	0.1797	0.0042
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0151	0.0000	0.0155	0.0000	0.0181	0.0000	0.0147	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0270	0.2861	-0.0110	0.8206	0.0069	0.7767	0.0094	0.8662
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000	0.0170	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 17: Análisis Horizontal / CER Mensuales / Benchmark Conjunto de Activos 1

	Conjunto 2 vs 1		Conjunto 3 vs 1		Conjunto 4 vs 1		Conjunto 5 vs 1	
	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value
Portafolio Naive								
Promedio Retorno Portafolio	0.0063	0.0000	0.0053	0.0003	0.0071	0.0000	0.0062	0.0000
CER Portafolio	0.0061	0.0000	0.0050	0.0007	0.0067	0.0000	0.0060	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000	0.0063	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0001	0.6737	-0.0010	0.3941	0.0007	0.3229	0.0000	0.9640
Portafolio RP								
Promedio Retorno Portafolio	0.0061	0.0000	0.0057	0.0000	0.0062	0.0000	0.0060	0.0000
CER Portafolio	0.0060	0.0000	0.0056	0.0000	0.0060	0.0000	0.0059	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0002	0.4804	-0.0001	0.8329	0.0003	0.4383	0.0002	0.8110
Portafolio RRT								
Promedio Retorno Portafolio	0.0060	0.0000	0.0056	0.0000	0.0060	0.0000	0.0059	0.0000
CER Portafolio	0.0059	0.0000	0.0054	0.0000	0.0058	0.0000	0.0058	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0058	0.0000	0.0058	0.0000	0.0058	0.0000	0.0058	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.5408	-0.0002	0.6924	0.0002	0.7284	0.0001	0.8828
Portafolio MV								
Promedio Retorno Portafolio	0.0055	0.0000	0.0050	0.0001	0.0059	0.0000	0.0046	0.0002
CER Portafolio	0.0054	0.0000	0.0047	0.0003	0.0056	0.0000	0.0043	0.0006
Promedio Retorno Port E1	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0005	0.3720	-0.0001	0.8737	0.0008	0.3297	-0.0005	0.7296
Portafolio Min Var								
Promedio Retorno Portafolio	0.0059	0.0000	0.0055	0.0000	0.0062	0.0000	0.0056	0.0000
CER Portafolio	0.0058	0.0000	0.0053	0.0000	0.0060	0.0000	0.0055	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0001	0.8076	-0.0004	0.6141	0.0003	0.4623	-0.0003	0.7445
Portafolio MV-c								
Promedio Retorno Portafolio	0.0053	0.0000	0.0049	0.0002	0.0057	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0051	0.0000	0.0046	0.0007	0.0054	0.0000	0.0048	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000	0.0051	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0002	0.6455	-0.0002	0.7842	0.0005	0.4393	-0.0001	0.9561
Portafolio Min Var-c								
Promedio Retorno Portafolio	0.0060	0.0000	0.0055	0.0000	0.0062	0.0000	0.0056	0.0000
CER Portafolio	0.0059	0.0000	0.0053	0.0000	0.0060	0.0000	0.0055	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000	0.0059	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0001	0.7180	-0.0004	0.6141	0.0003	0.4623	-0.0002	0.7941

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 18: Prueba de Robustez - Medida de Desempeño Ratio de Sharpe Anualizados

	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
Naive	0.4919	0.6090	0.4095	0.5410	0.5581
RP	0.5653	0.7056	0.6083	0.6398	0.7485
RRT	0.5459	0.6970	0.5536	0.6014	0.7196
MV	0.5328	0.6443	0.5297	0.5714	0.5098
Min Var	0.5785	0.7025	0.5743	0.6378	0.6480
MV-c	0.5328	0.6523	0.5356	0.5709	0.5911
Min Var-c	0.5785	0.7025	0.5743	0.6378	0.6654

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 19: Prueba de Robustez - Medida de Desempeño CER Anualizados

	Conjunto 1	Conjunto 2	Conjunto 3	Conjunto 4	Conjunto 5
Naive	0.0521	0.0546	0.0466	0.0624	0.0580
RP	0.0501	0.0536	0.0496	0.0563	0.0560
RRT	0.0493	0.0532	0.0485	0.0530	0.0670
MV	0.0497	0.0524	0.0507	0.0529	0.0498
Min Var	0.0507	0.0539	0.0481	0.0574	0.0499
MV-c	0.0497	0.0527	0.0495	0.0526	0.0524
Min Var-c	0.0507	0.0539	0.0481	0.0574	0.0512

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 20: Prueba de Robustez - Ranking de Portafolios

Ratio de Sharpe		CER		Agrupado	
Portafolio	Puntaje	Portafolio	Puntaje	Portafolio	Puntaje
RP	7	Naive	11	RP	23
Min Var	11	RP	16	Min Var	27
Min Var-c	14	Min Var	16	Min Var-c	33
RRT	18	Min Var-c	19	Naive	45
MV-c	27	MV	25	RRT	46
MV	29	MV-c	25	MV-c	52
Naive	34	RRT	28	MV	54

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 21: Prueba de Robustez - Ranking de Conjuntos de Activos

Ratio de Sharpe		CER		Agrupado	
Conjunto	Puntaje	Conjunto	Puntaje	Conjunto	Puntaje
2	9	4	9	2	23
5	15	2	14	4	29
4	20	5	23	5	38
1	30	1	27	1	57
3	31	3	32	3	63

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 22: Prueba de Robustez - Comparativa con Naive / Ratios de Sharpe Mensuales (GMM) / Benchmark Naive - Conjunto de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio RP				
Sharpe de Portafolio	0.2161	0.0792	2.7290	0.0064
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0137	0.0014	10.1450	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0550	0.0538	1.0220	0.3069
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0031	7.3070	0.0000
Portafolio RRT				
Sharpe de Portafolio	0.2077	0.0711	2.9200	0.0035
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0145	0.0015	9.6090	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0466	0.0592	0.7870	0.4311
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0032	7.0490	0.0000
Portafolio MV				
Sharpe de Portafolio	0.1472	0.0642	2.2910	0.0219
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0181	0.0019	9.4170	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	-0.0139	0.0754	-0.1850	0.8535
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0034	6.6380	0.0000
Portafolio Min Var				
Sharpe de Portafolio	0.1871	0.0768	2.4360	0.0148
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0130	0.0015	8.5660	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0260	0.0515	0.5040	0.6139
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0030	7.3500	0.0000
Portafolio MV-c				
Sharpe de Portafolio	0.1706	0.0677	2.5210	0.0117
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0163	0.0018	8.9410	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0095	0.0655	0.1460	0.8841
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0033	6.7710	0.0000
Portafolio Min Var-c				
Sharpe de Portafolio	0.1921	0.0800	2.4020	0.0163
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0133	0.0015	9.1120	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-1/N)	0.0310	0.0501	0.6190	0.5361
Desv. Est. Retorno 1/N	0.0224	0.0030	7.5350	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 23: Prueba de Robustez - Comparativa con Naive / Ratios de Sharpe Mensuales (GMM) / Restricciones Venta Corta - Conjunto de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio MV-c / Benchmark: Portafolio MV				
Sharpe de Portafolio	0.1706	0.0704	2.4300	0.0153
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0163	0.0018	8.8900	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-Benchmark)	0.0235	0.0211	1.1100	0.2649
Desv. Est. Retorno Benchmark	0.0181	0.0019	9.4300	0.0000
Portafolio MinVar-c Benchmark: Portafolio MinVar				
Sharpe de Portafolio	0.1921	0.0860	2.2340	0.0255
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0133	0.0017	7.9340	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-Benchmark)	0.0050	0.0057	0.8870	0.3753
Desv. Est. Retorno Benchmark	0.0130	0.0017	7.8100	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 24: Prueba de Robustez - Comparativa con Naive / CER Mensuales (GMM) / Benchmark Naive - Conjunto de Activos 5

	Estimación	Error Estándar	T-Value	P-Value
Portafolio RP				
Promedio Retorno Portafolio	0.0050	0.0009	5.4110	0.0000
CER Portafolio	0.0047	0.0009	4.9670	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0017	3.2410	0.0012
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.0013	-0.1300	0.8970
Portafolio RRT				
Promedio Retorno Portafolio	0.0050	0.0009	5.5320	0.0000
CER Portafolio	0.0047	0.0009	5.0480	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0017	3.3490	0.0008
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.0014	-0.1120	0.9108
Portafolio MV				
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0011	4.3880	0.0000
CER Portafolio	0.0042	0.0011	3.8390	0.0001
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0017	3.3410	0.0008
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0007	0.0015	-0.4420	0.6585
Portafolio Min Var				
Promedio Retorno Portafolio	0.0044	0.0008	5.2140	0.0000
CER Portafolio	0.0042	0.0009	4.7650	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0016	3.5980	0.0003
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0007	0.0012	-0.5680	0.5703
Portafolio MV-c				
Promedio Retorno Portafolio	0.0048	0.0010	4.8640	0.0000
CER Portafolio	0.0044	0.0010	4.3340	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0016	3.3910	0.0007
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0005	0.0014	-0.3350	0.7376
Portafolio Min Var-c				
Promedio Retorno Portafolio	0.0045	0.0009	5.0970	0.0000
CER Portafolio	0.0043	0.0009	4.6580	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0056	0.0016	3.5630	0.0004
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0006	0.0012	-0.4910	0.6237

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 25: Prueba de Robustez - Análisis Vertical / Ratio de Sharpe Mensuales / Benchmark RP

	Conjunto 1		Conjunto 2		Conjunto 3		Conjunto 4		Conjunto 5	
	Estimación	P-Value								
Portafolio Naive										
Sharpe de Portafolio	0.1420	0.0260	0.1758	0.0080	0.1182	0.2008	0.1562	0.0310	0.1611	0.0845
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0216	0.0000	0.0171	0.0000	0.0225	0.0000	0.0283	0.0000	0.0224	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0212	0.7277	-0.0279	0.5233	-0.0574	0.4541	-0.0285	0.6112	-0.0550	0.3071
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Portafolio RRT										
Sharpe de Portafolio	0.1576	0.0108	0.2012	0.0045	0.1598	0.0042	0.1736	0.0025	0.2077	0.0050
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0160	0.0000	0.0136	0.0000	0.0150	0.0000	0.0164	0.0000	0.0145	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0056	0.2366	-0.0025	0.4100	-0.0158	0.5631	-0.0111	0.6088	-0.0083	0.5251
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Portafolio MV										
Sharpe de Portafolio	0.1538	0.0120	0.1860	0.0033	0.1530	0.0067	0.1650	0.0053	0.1472	0.0274
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0168	0.0000	0.0145	0.0000	0.0179	0.0000	0.0175	0.0000	0.0181	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0093	0.5092	-0.0177	0.3477	-0.0227	0.6240	-0.0197	0.6065	-0.0689	0.0986
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Portafolio Mín Var										
Sharpe de Portafolio	0.1670	0.0104	0.2028	0.0059	0.1658	0.0122	0.1841	0.0031	0.1871	0.0216
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0156	0.0000	0.0138	0.0000	0.0140	0.0000	0.0178	0.0000	0.0130	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	0.0039	0.6810	-0.0009	0.9087	-0.0098	0.5017	-0.0006	0.9488	-0.0290	0.2883
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Portafolio MV-c										
Sharpe de Portafolio	0.1538	0.0120	0.1883	0.0028	0.1546	0.0041	0.1648	0.0035	0.1707	0.0154
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0168	0.0000	0.0145	0.0000	0.0166	0.0000	0.0173	0.0000	0.0163	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	-0.0093	0.5092	-0.0154	0.4171	-0.0210	0.5894	-0.0199	0.5208	-0.0454	0.1802
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Portafolio Mín Var-c										
Sharpe de Portafolio	0.1670	0.0104	0.2028	0.0059	0.1658	0.0122	0.1841	0.0031	0.1921	0.0207
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0156	0.0000	0.0138	0.0000	0.0140	0.0000	0.0178	0.0000	0.0133	0.0000
Diferencia de Sharpes (Portafolio-RP)	0.0039	0.6810	-0.0009	0.9087	-0.0098	0.5017	-0.0006	0.9488	-0.0240	0.3586
Desv. Est. Retorno RP	0.0157	0.0000	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 26: Prueba de Robustez - Análisis Vertical / CER Mensuales / Benchmark Naive

	Conjunto 1		Conjunto 2		Conjunto 3		Conjunto 4		Conjunto 5	
	Estimación	P-Value								
Portafolio RP										
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0000	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000	0.0053	0.0000	0.0044	0.0000
CER Portafolio	0.0042	0.0001	0.0045	0.0000	0.0040	0.0000	0.0048	0.0000	0.0042	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0001	0.0050	0.0000	0.0046	0.0127	0.0064	0.0002	0.0056	0.0003
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0001	0.9204	-0.0001	0.9329	0.0001	0.9365	-0.0004	0.7803	-0.0007	0.5703
Portafolio RRT										
Promedio Retorno Portafolio	0.0045	0.0000	0.0047	0.0000	0.0044	0.0000	0.0048	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0041	0.0001	0.0044	0.0000	0.0040	0.0000	0.0044	0.0000	0.0047	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0000	0.0050	0.0000	0.0046	0.0142	0.0064	0.0002	0.0056	0.0008
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.8389	-0.0001	0.8665	0.0002	0.9377	-0.0008	0.6643	-0.0002	0.9108
Portafolio MV										
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0000	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000	0.0053	0.0000	0.0045	0.0000
CER Portafolio	0.0042	0.0001	0.0045	0.0000	0.0040	0.0000	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0001	0.0050	0.0000	0.0046	0.0127	0.0064	0.0002	0.0056	0.0004
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0001	0.9204	-0.0001	0.9329	0.0001	0.9365	-0.0004	0.7803	-0.0006	0.6237
Portafolio Min Var										
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0000	0.0047	0.0000	0.0047	0.0000	0.0049	0.0000	0.0046	0.0000
CER Portafolio	0.0041	0.0002	0.0044	0.0000	0.0042	0.0001	0.0044	0.0000	0.0042	0.0001
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0001	0.0050	0.0000	0.0046	0.0145	0.0064	0.0002	0.0056	0.0008
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.8672	-0.0002	0.7953	0.0003	0.8809	-0.0008	0.6927	-0.0007	0.6585
Portafolio MV-c										
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0000	0.0047	0.0000	0.0044	0.0000	0.0051	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0042	0.0000	0.0045	0.0000	0.0041	0.0000	0.0047	0.0000	0.0047	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0000	0.0050	0.0000	0.0046	0.0127	0.0064	0.0002	0.0056	0.0012
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.8798	-0.0001	0.8976	0.0003	0.8844	-0.0005	0.7376	-0.0002	0.8970
Portafolio Min Var-c										
Promedio Retorno Portafolio	0.0046	0.0000	0.0047	0.0000	0.0045	0.0000	0.0048	0.0000	0.0048	0.0000
CER Portafolio	0.0041	0.0002	0.0044	0.0000	0.0041	0.0000	0.0044	0.0000	0.0044	0.0000
Promedio Retorno 1/N	0.0050	0.0001	0.0050	0.0000	0.0046	0.0148	0.0064	0.0002	0.0056	0.0007
Diferencia CER (Portafolio-1/N)	-0.0002	0.8672	-0.0002	0.8233	0.0002	0.9120	-0.0008	0.6767	-0.0005	0.7376

Fuente: Elaboración Propia.

Cuadro 27: Prueba de Robustez - Análisis Horizontal / Ratio Sharpe Mensuales / Benchmark Conjunto de Activos 1

	Conjunto 2 vs 1		Conjunto 3 vs 1		Conjunto 4 vs 1		Conjunto 5 vs 1	
	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value
Portafolio Naive								
Sharpe de Portafolio	0.1758	0.0094	0.1182	0.2065	0.1562	0.0224	0.1611	0.0659
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0171	0.0000	0.0225	0.0000	0.0283	0.0000	0.0224	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0338*	0.0563	-0.0237	0.6985	0.0142	0.6548	0.0191	0.7310
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0215	0.0000	0.0215	0.0000	0.0215	0.0000	0.0216	0.0000
Portafolio RP								
Sharpe de Portafolio	0.2037	0.0036	0.1756	0.0045	0.1847	0.0026	0.2161	0.0051
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0135	0.0000	0.0139	0.0000	0.0170	0.0000	0.0137	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0405	0.2302	0.0124	0.7601	0.0215	0.4665	0.0529	0.3879
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0157	0.0000	0.0157	0.0000	0.0157	0.0000	0.0157	0.0000
Portafolio RRT								
Sharpe de Portafolio	0.2012	0.0034	0.1598	0.0055	0.1736	0.0046	0.2077	0.0047
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0136	0.0000	0.0150	0.0000	0.0164	0.0000	0.0145	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0437	0.2070	0.0023	0.9092	0.0161	0.2175	0.0502	0.3776
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0160	0.0000	0.0160	0.0000	0.0160	0.0000	0.0160	0.0000
Portafolio MV								
Sharpe de Portafolio	0.1860	0.0036	0.1529	0.0096	0.1649	0.0079	0.1472	0.0254
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0145	0.0000	0.0178	0.0000	0.0175	0.0000	0.0181	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0322	0.3588	-0.0009	0.9695	0.0111	0.5342	-0.0067	0.9072
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000
Portafolio Min Var								
Sharpe de Portafolio	0.2028	0.0054	0.1658	0.0115	0.1841	0.0035	0.1871	0.0206
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0138	0.0000	0.0140	0.0000	0.0178	0.0000	0.0130	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0358	0.3851	-0.0012	0.9818	0.0171	0.6585	0.0200	0.7861
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000
Portafolio MV-c								
Sharpe de Portafolio	0.1883	0.0031	0.1546	0.0084	0.1648	0.0076	0.1706	0.0144
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0145	0.0000	0.0166	0.0000	0.0173	0.0000	0.0163	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0345	0.3272	0.0008	0.9681	0.0110	0.3710	0.0168	0.7927
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000	0.0168	0.0000
Portafolio Min Var-c								
Sharpe de Portafolio	0.2028	0.0054	0.1658	0.0115	0.1841	0.0035	0.1921	0.0198
Desv. Est. Retorno Portafolio	0.0138	0.0000	0.0140	0.0000	0.0178	0.0000	0.0133	0.0000
Diferencia de Sharpes (Port-Port E1)	0.0358	0.3851	-0.0012	0.9818	0.0171	0.6585	0.0251	0.7373
Desv. Est. Retorno Port E1	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000	0.0156	0.0000

Fuente: Elaboración Propia.

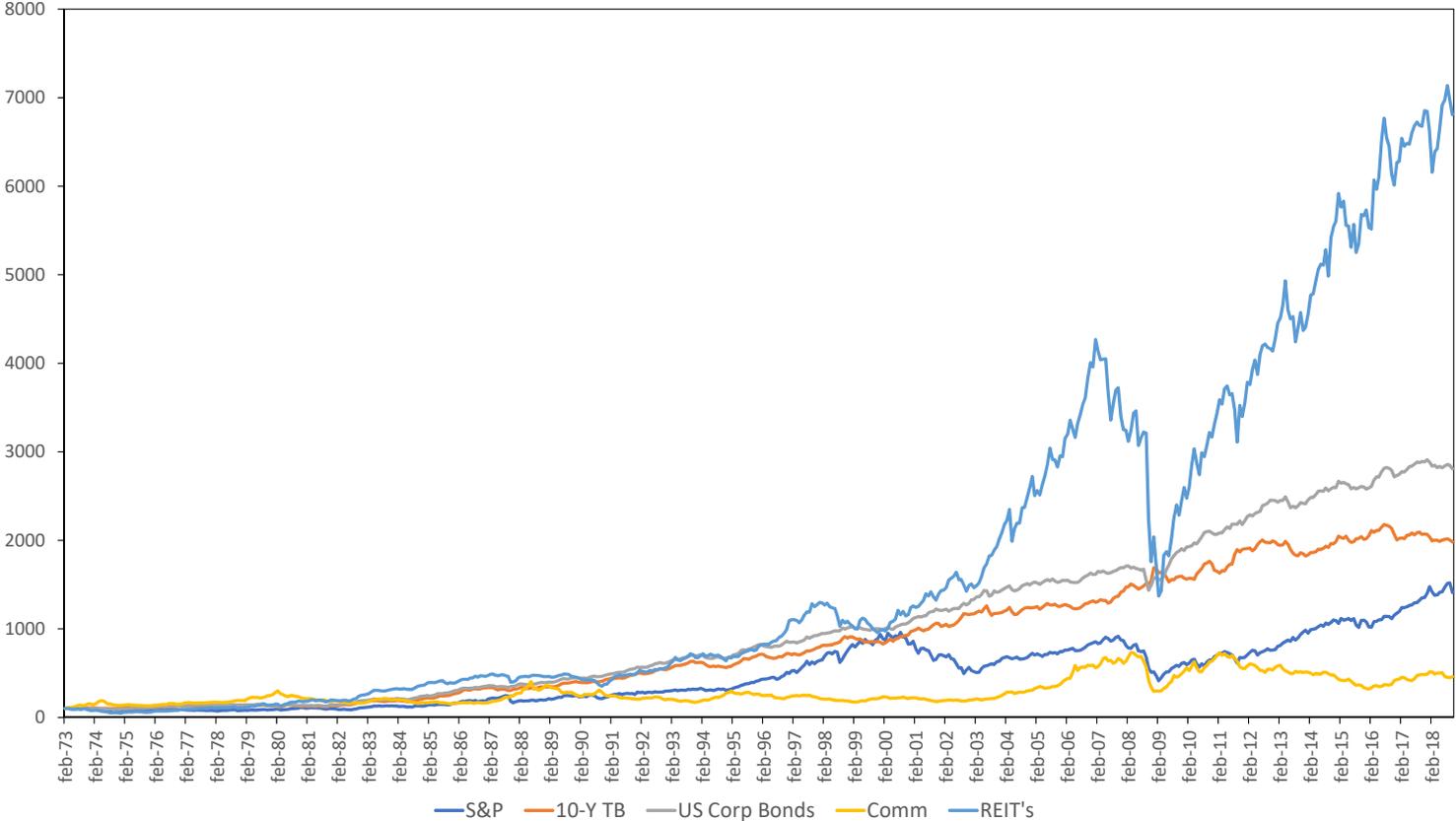
Cuadro 28: Prueba de Robustez - Análisis Horizontal / CER Mensuales / Benchmark Conjunto de Activos 1

	Conjunto 2 vs 1		Conjunto 3 vs 1		Conjunto 4 vs 1		Conjunto 5 vs 1	
	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value	Estimación	P-Value
Portafolio Naive								
Promedio Retorno Portafolio	0.0050	0.0000	0.0046	0.0126	0.0064	0.0001	0.0056	0.0006
CER Portafolio	0.0045	0.0000	0.0039	0.0512	0.0052	0.0034	0.0048	0.0062
Promedio Retorno Port E1	0.0050	0.0000	0.0050	0.0000	0.0050	0.0000	0.0050	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0002	0.5304	-0.0005	0.7338	0.0009	0.3381	0.0005	0.6631
Portafolio RP								
Promedio Retorno Portafolio	0.0047	0.0000	0.0044	0.0000	0.0051	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0045	0.0000	0.0041	0.0000	0.0047	0.0000	0.0047	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.4913	0.0000	0.9399	0.0005	0.2216	0.0005	0.5170
Portafolio RRT								
Promedio Retorno Portafolio	0.0047	0.0000	0.0044	0.0000	0.0048	0.0000	0.0050	0.0000
CER Portafolio	0.0044	0.0000	0.0040	0.0000	0.0044	0.0000	0.0047	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0045	0.0000	0.0045	0.0000	0.0045	0.0000	0.0045	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.4515	-0.0001	0.8161	0.0003	0.1057	0.0006	0.4335
Portafolio MV								
Promedio Retorno Portafolio	0.0047	0.0000	0.0047	0.0000	0.0049	0.0000	0.0046	0.0000
CER Portafolio	0.0044	0.0000	0.0042	0.0001	0.0044	0.0000	0.0042	0.0002
Promedio Retorno Port E1	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0002	0.6472	0.0001	0.8258	0.0003	0.3481	0.0000	0.9882
Portafolio Min Var								
Promedio Retorno Portafolio	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000	0.0053	0.0000	0.0044	0.0000
CER Portafolio	0.0045	0.0000	0.0040	0.0000	0.0048	0.0000	0.0042	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.5926	-0.0002	0.7876	0.0006	0.3278	-0.0001	0.9443
Portafolio MV-c								
Promedio Retorno Portafolio	0.0047	0.0000	0.0045	0.0000	0.0048	0.0000	0.0048	0.0000
CER Portafolio	0.0044	0.0000	0.0041	0.0000	0.0044	0.0000	0.0044	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.6138	0.0000	0.9614	0.0002	0.2182	0.0002	0.8138
Portafolio Min Var-c								
Promedio Retorno Portafolio	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000	0.0053	0.0000	0.0045	0.0000
CER Portafolio	0.0045	0.0000	0.0040	0.0000	0.0048	0.0000	0.0043	0.0000
Promedio Retorno Port E1	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000	0.0046	0.0000
Diferencia CER (Port-Port E1)	0.0003	0.5926	-0.0002	0.7876	0.0006	0.3278	0.0000	0.9626

Fuente: Elaboración Propia.

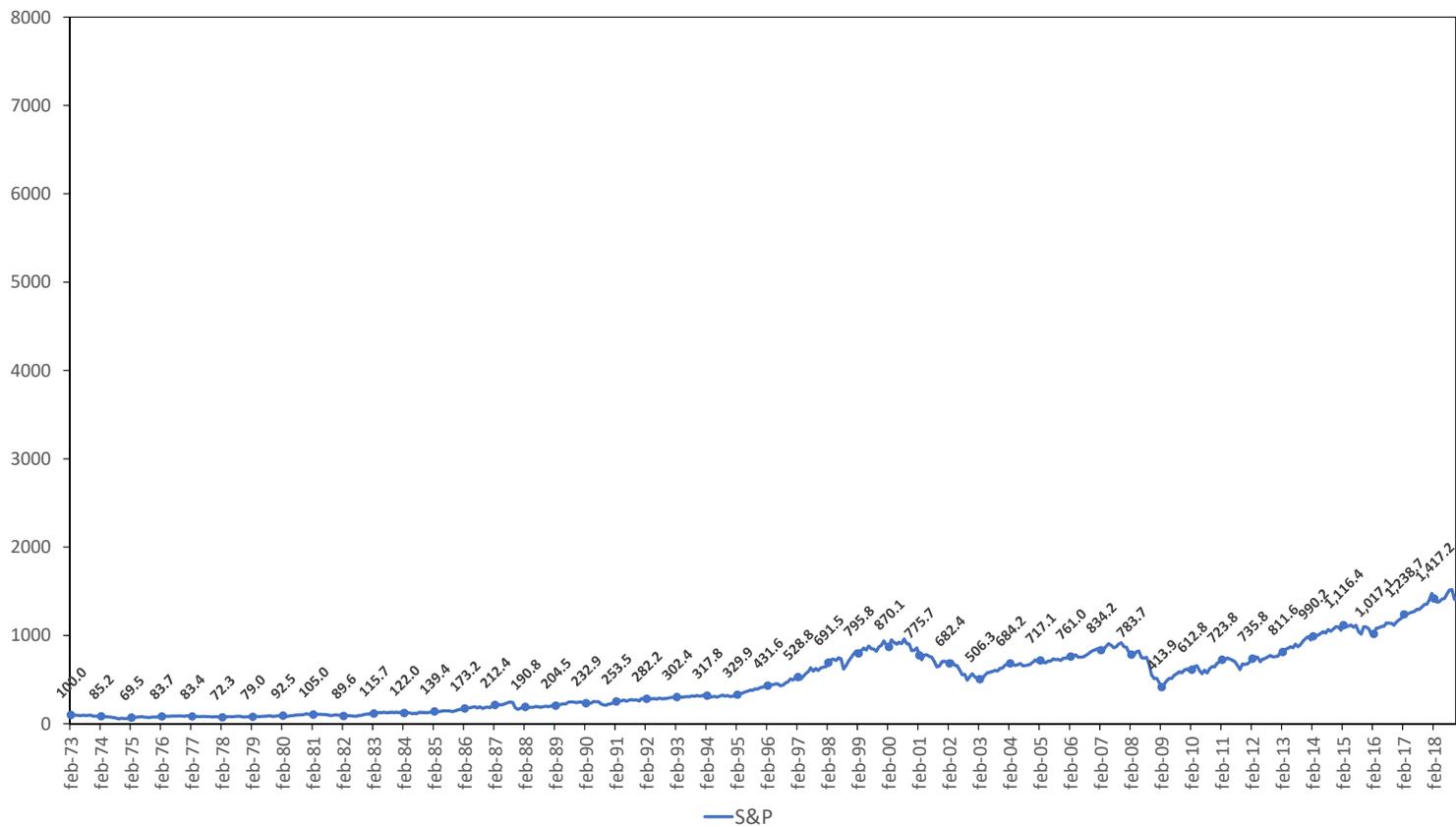
D. FIGURAS

Figura 1: Evolutivo de Índices



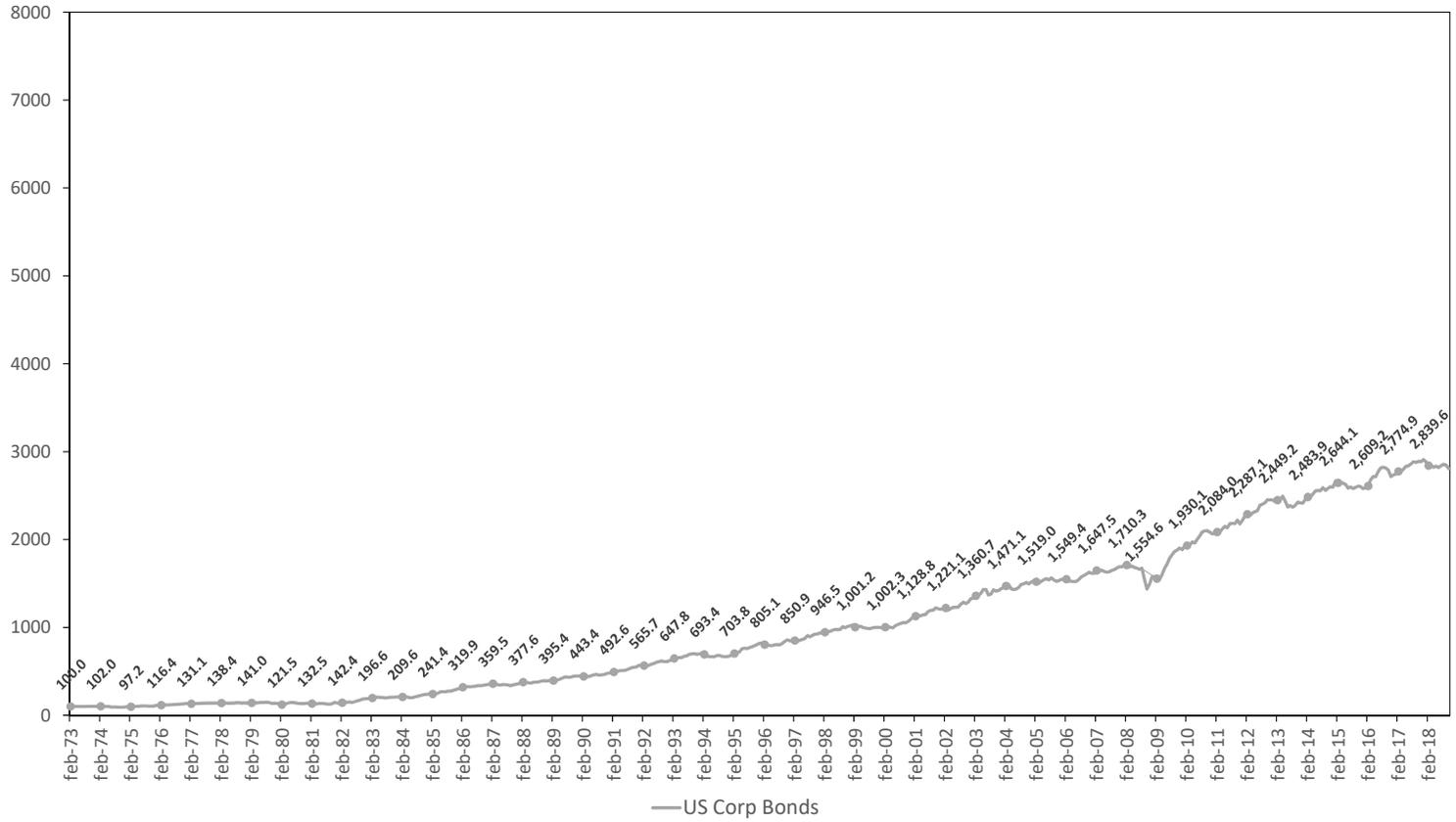
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 2: Evolutivo de Índice S&P



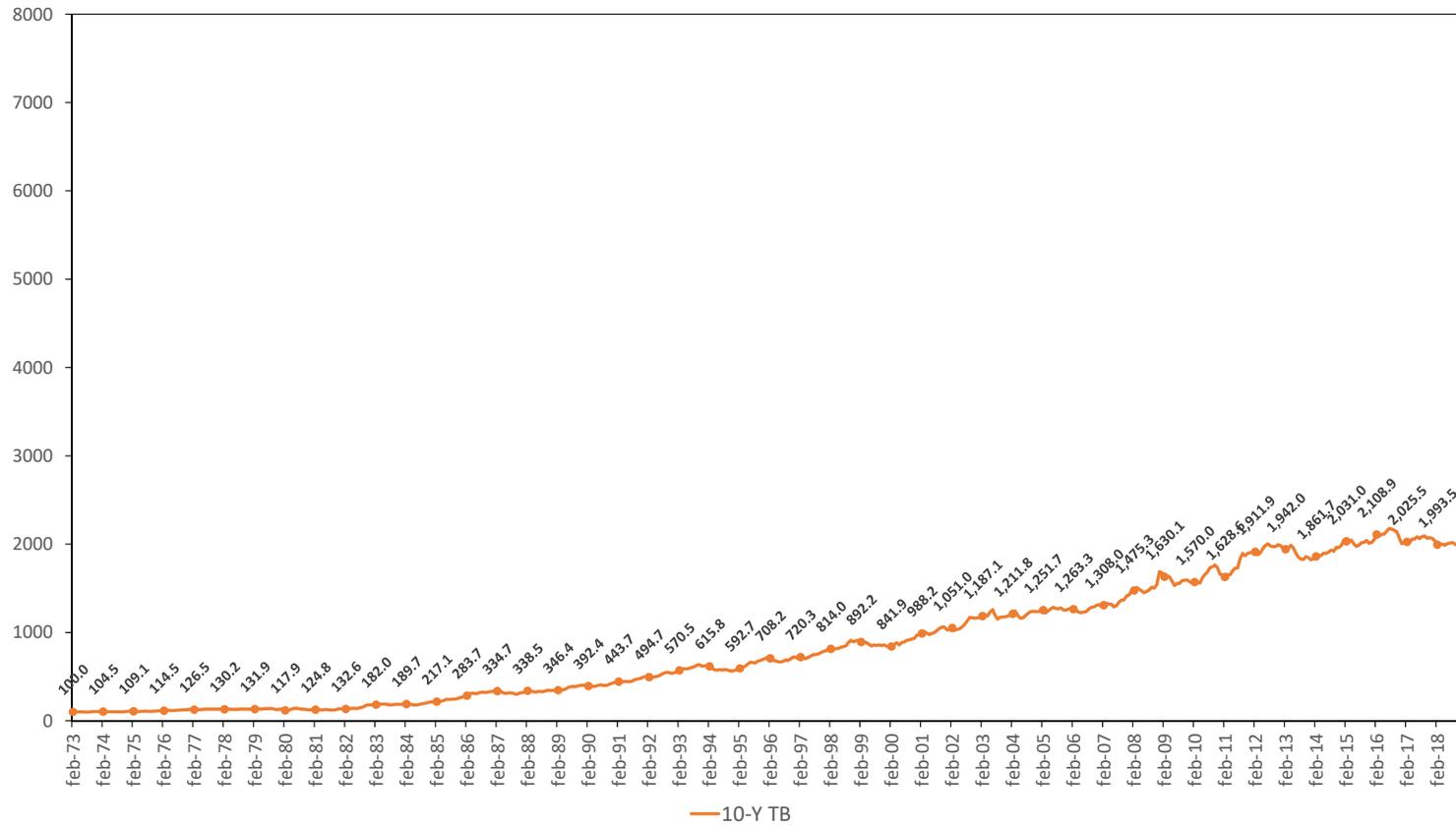
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 3: Evolutivo de Índice Bonos Corporativos



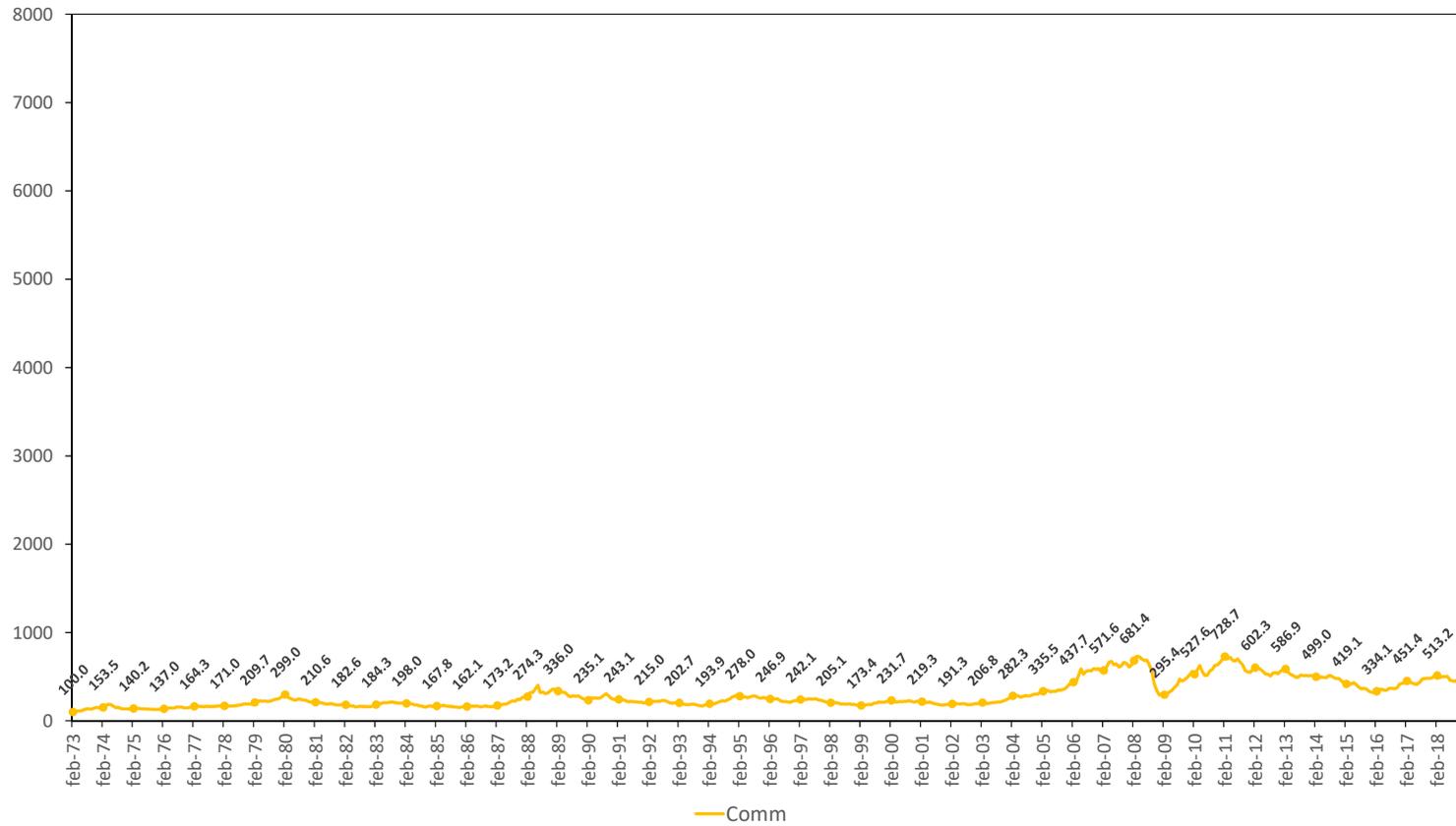
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 4: Evolutivo de Índice 10 Years Treasury Bond



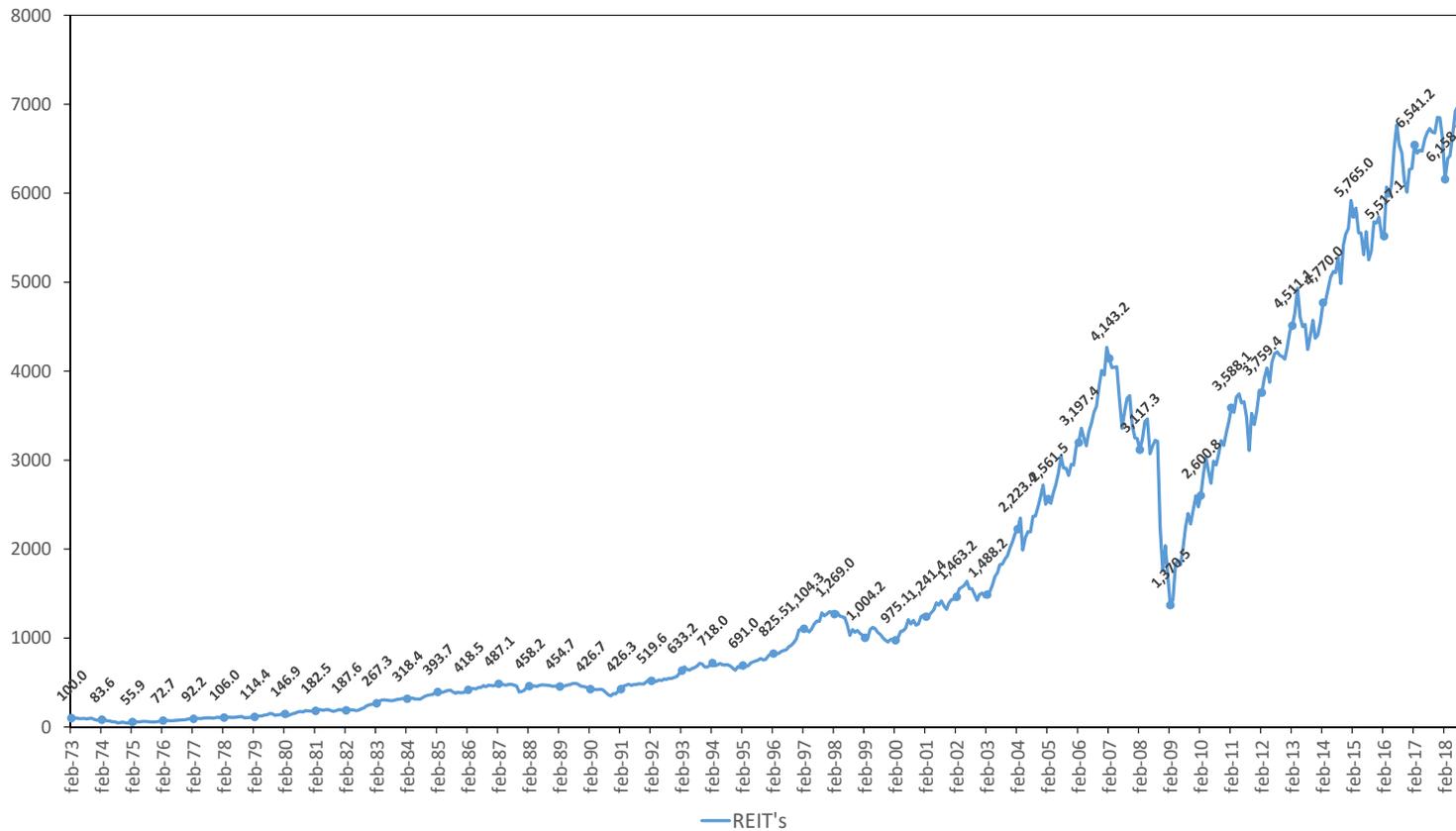
Fuente: Elaboración Propia.

Figura 5: Evolutivo de Índice Commodities (Metales y Minerales)



Fuente: Elaboración Propia.

Figura 6: Evolutivo de Índice REIT's



Fuente: Elaboración Propia.

BIBLIOGRAFÍA

- Anderson, R. M., Bianchi, S. W., & Goldberg, L. R. (2012). Will my risk parity strategy outperform?. *Financial Analysts Journal*, 68(6), 75-93.
- Anderson, E. W., & Cheng, A. R. (2016). Robust bayesian portfolio choices. *The Review of Financial Studies*, 29(5), 1330-1375.
- Ang, A., & Bekaert, G. (2002). International asset allocation with regime shifts. *The Review of Financial Studies*, 15(4), 1137-1187.
- Baker, M., Bradley, B., & Wurgler, J. (2011). Benchmarks as limits to arbitrage: Understanding the low-volatility anomaly. *Financial Analysts Journal*, 67(1), 40-54.
- Bessler, W., & Wolff, D. (2015). Do commodities add value in multi-asset portfolios? An out-of-sample analysis for different investment strategies. *Journal of Banking & Finance*, 60, 1-20.
- Best, M. J., & Grauer, R. R. (1991). On the sensitivity of mean-variance-efficient portfolios to changes in asset means: some analytical and computational results. *The review of financial studies*, 4(2), 315-342.
- Campbell, J. Y. (2006). Household finance. *The journal of finance*, 61(4), 1553-1604.
- Campbell, J. Y., & Thompson, S. B. (2007). Predicting excess stock returns out of sample: Can anything beat the historical average?. *The Review of Financial Studies*, 21(4), 1509-1531.
- Campbell, J. Y., Viceira, L. M., & Viceira, L. M. (2002). Strategic asset allocation: portfolio choice for long-term investors. *Clarendon Lectures in Economic*.
- Daskalaki, C., Kostakis, A., & Skiadopoulos, G. (2014). Are there common factors in individual commodity futures returns?. *Journal of Banking & Finance*, 40, 346-363.
- Daskalaki, C., & Skiadopoulos, G. (2011). Should investors include commodities in their portfolios after all? New evidence. *Journal of Banking & Finance*, 35(10), 2606-2626.
- DeMiguel, V., Garlappi, L., & Uppal, R. (2007). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *The review of Financial studies*, 22(5), 1915-1953.
- Duchin, R., & Levy, H. (2009). Markowitz versus the Talmudic portfolio diversification strategies. *Journal of Portfolio Management*, 35(2), 71.
- Erb, C. B., & Harvey, C. R. (2016). The strategic and tactical value of commodity futures. In *The World Scientific Handbook Of Futures Markets* (pp. 125-178).
- FEDERAL RESERVE statistical release (2016). H.15 (519) SELECTED INTEREST RATES. Recuperado de: <https://www.federalreserve.gov/releases/h15/current/h15.pdf>
- Frankfurter, G. M., Phillips, H. E., & Seagle, J. P. (1971). Portfolio selection: the effects of uncertain means, variances, and covariances. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 6(5), 1251-1262.

- Frazzini, A., & Pedersen, L. H. (2014). Betting against beta. *Journal of Financial Economics*, 111(1), 1-25.
- French, K. R., & Poterba, J. M. (1991). Investor diversification and international equity markets (No. w3609). National Bureau of Economic Research.
- Gao, X., & Nardari, F. (2017). Investing in Mutual Funds: Exploiting the Cross-sectional Predictability in Fund Performance.
- Gargano, A., Pettenuzzo, D., & Timmermann, A. (2017). Bond return predictability: Economic value and links to the macroeconomy. *Management Science*.
- Geman, H. (2009). *Commodities and commodity derivatives: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy*. John Wiley & Sons.
- Ghysels, E., Plazzi, A., & Valkanov, R. (2016). Why invest in emerging markets? The role of conditional return asymmetry. *The Journal of Finance*, 71(5), 2145-2192.
- Goetzmann, W. N., & Kumar, A. (2008). Equity portfolio diversification. *Review of Finance*, 12(3), 433-463.
- Gorton, G., & Rouwenhorst, K. G. G.(2006) Facts and Fantasies about Commodity Futures. In *Financial Analysts Journal*.
- Hansen, L. P. (1982). Large sample properties of generalized method of moments estimators. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 1029-1054.
- Hodges, S. D., & Brealey, R. A. (1973). Portfolio selection in a dynamic and uncertain world. *Financial Analysts Journal*, 29(2), 50-65.
- ICE Benchmark Administration Limited (IBA), ICE BofAML US Corp Master Total Return Index Value [BAMLCC0A0CMTRIV], obtenido desde FRED, Federal Reserve Bank of St. Louis; <https://fred.stlouisfed.org/series/BAMLCC0A0CMTRIV>, Enero 24, 2019.
- Jacobs, H., Müller, S., & Weber, M. (2014). How should individual investors diversify? An empirical evaluation of alternative asset allocation policies. *Journal of Financial Markets*, 19, 62-85.
- Jobson, J. D., & Korkie, B. M. (1981). Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. *The Journal of Finance*, 36(4), 889-908.
- Kenneth R. French. (2018). Data Library: Fama/French 3 Factors. Recuperado de: <http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/>
- Khoi Pham, A. (2011). The performance of Thai-REITs in a mixed-asset portfolio. *Pacific Rim Property Research Journal*, 17(2), 197-214.
- Kilka, M., & Weber, M. (2000). Home bias in international stock return expectations. *The Journal of Psychology and Financial Markets*, 1(3-4), 176-192.
- Kimball, M. S., & Shumway, T. (2010). Investor sophistication and the home bias, diversification, and employer stock puzzles. *Diversification, and Employer Stock Puzzles* (January 29, 2010).

- Kritzman, M., Page, S., & Turkington, D. (2010). In defense of optimization: the fallacy of 1/N. *Financial Analysts Journal*, 66(2), 31-39.
- Lin, H., Wang, J., & Wu, C. (2014). Predictions of corporate bond excess returns. *Journal of Financial Markets*, 21, 123-152.
- Lin, H., Wu, C., & Zhou, G. (2017). Forecasting corporate bond returns with a large set of predictors: An iterated combination approach. *Management Science*, 64(9), 4218-4238.
- Litterman, B. (2004). *Modern investment management: an equilibrium approach* (Vol. 246). John Wiley & Sons.
- Maillard, S., Roncalli, T., & Teiletche, J. (2010). The Properties of Equally Weighted Risk Contribution Portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 36(4), 60-70.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The journal of finance*, 7(1), 77-91.
- Michaud, R. O. (1989). The Markowitz optimization enigma: Is 'optimized' optimal?. *Financial Analysts Journal*, 45(1), 31-42.
- Morningstar, Inc. (2008). Return Calculation of U.S. Treasury Constant Maturity Indices. Morningstar Methodology Paper.
- Nareit FTSE Russell (2019) FTSE Nareit US Real Estate Index Series v3.9. Recuperado de: <https://www.reit.com/data-research/reit-indexes>
- Newey, W. K., & West, K. D. (1986). A simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelationconsistent covariance matrix.
- Newey, W. K., & West, K. D. (1987). Hypothesis testing with efficient method of moments estimation. *International Economic Review*, 777-787.
- Polkovnichenko, V. (2005). Household portfolio diversification: A case for rank-dependent preferences. *The Review of Financial Studies*, 18(4), 1467-1502.
- Rapach, D. E., Strauss, J. K., & Zhou, G. (2010). Out-of-sample equity premium prediction: Combination forecasts and links to the real economy. *The Review of Financial Studies*, 23(2), 821-862.
- The Boston Consulting Group. (2017). *The Innovator's Advantage*. Recuperado de: <https://www.bcg.com/>
- The World Bank. (2018). *Commodity Markets Outlook*. Recuperado de: <http://www.worldbank.org/en/research/commodity-markets>
- The World Bank. (2018). *World Bank Commodities Price Data (The Pink Sheet)*. Recuperado de: <http://www.worldbank.org/en/research/commodity-markets>
- Thornton, D. L., & Valente, G. (2012). Out-of-sample predictions of bond excess returns and forward rates: An asset allocation perspective. *The Review of Financial Studies*, 25(10), 3141-3168.

- Tu, J., & Zhou, G. (2011). Markowitz meets Talmud: A combination of sophisticated and naive diversification strategies. *Journal of Financial Economics*, 99(1), 204-215.
- Welch, I., & Goyal, A. (2007). A comprehensive look at the empirical performance of equity premium prediction. *The Review of Financial Studies*, 21(4), 1455-1508.
- Wong, A., Tong, C., & Keow, Y. M. (2012). Performance and role of Singapore REITs in multi-asset class investment portfolios. *Journal of Management Research*, 4(1), 1.