



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESTUDIO DE FENÓMENOS TRANSITORIOS EN ADUCCIONES DE CENTRALES  
HIDROELÉCTRICAS: ANÁLISIS COMPARATIVO CONSIDERANDO FENÓMENOS  
ACOPLADOS VS DESACOPLADOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL MECÁNICO

NICOLÁS MARTÍN MOLINA GODOY

PROFESOR GUÍA:  
LEONEL NÚÑEZ LAZO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
RODRIGO HERNÁNDEZ PELLICER  
AQUILES SEPÚLVEDA OSSES

SANTIAGO DE CHILE  
2019

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: NICOLÁS MARTÍN MOLINA GODOY  
FECHA: 2019  
PROF. GUÍA: LEONEL NÚÑEZ LAZO

ESTUDIO DE FENÓMENOS TRANSITORIOS EN ADUCCIONES DE CENTRALES  
HIDROELÉCTRICAS: ANÁLISIS COMPARATIVO CONSIDERANDO FENÓMENOS  
ACOPLADOS VS DESACOPLADOS

En Chile, la generación energética basada en centrales hidroeléctricas representa un gran porcentaje del total producido (29 %) en el país. Dada la naturaleza fluctuante del recurso utilizado es que se pueden producir fenómenos transitorios asociados a la apertura y cierre de válvulas reguladoras de flujo. Dos fenómenos importantes que se producen son el golpe de ariete y las oscilaciones de masa.

El objetivo general de esta memoria de título es evaluar el diseño hidráulico de aducciones de centrales hidroeléctricas con énfasis en el análisis de los fenómenos transitorios de manera acoplada. Para ello, se propone un modelo numérico que incluya ambos fenómenos y con esto poder diseñar de mejor manera las aducciones de centrales hidroeléctricas.

La metodología empleada considera primero ambos fenómenos de manera desacoplada; para las oscilaciones de masa se utiliza el método de Jakobsen y el de Runge-Kutta de orden cuatro y para el golpe de ariete, la ecuación de Allievi, el método de la columna rígida y el método de las características. Para analizar el caso acoplado, se utiliza el método de las características con una condición de borde especial que incluye el acoplamiento de una chimenea de equilibrio. También se considera 2 tipos distintos de cierre de válvula: un cierre instantáneo y un cierre lineal.

Como resultado, se obtiene que las oscilaciones de masa ocurridas en la chimenea de equilibrio al considerar el caso desacoplado, varían considerablemente dependiendo del método utilizado, del área de la chimenea de equilibrio y del tipo de cierre de válvula; independientemente del método utilizado y del cierre de válvula, a mayor área de la chimenea de equilibrio, las oscilaciones presentes son menores. Por otra parte, al estudiar el golpe de ariete de manera desacoplada los resultados son distintos entre sí pero presentan un comportamiento similar para el aumento de altura piezométrica al interior de la tubería. Finalmente, el acoplamiento de fenómenos muestra que las oscilaciones de altura piezométrica tienen una mayor atenuación y se puede observar el fenómeno de carga/descarga de caudal desde la chimenea de equilibrio hacia la tubería forzada. Además, el aumento máximo de altura piezométrica es mayor en el caso acoplado que en el caso desacoplado.

Se concluye que el caso acoplado, representa una mejor solución que el caso desacoplado ya que se pueden observar fenómenos que, al estudiar de manera desacoplada, no están presentes como es la carga/descarga de caudal desde la chimenea de equilibrio. También el uso de chimeneas de equilibrio para atenuar los aumentos de altura piezométrica debe ser muy bien estudiada ya que, al ser implementada de manera incorrecta, puede producir efectos adversos sobre los otros componentes del sistema de aducción. Como recomendación para la memoria de título, se propone realizar mediciones experimentales en una central modelo, como también estudiar el impacto de la posición de la chimenea de equilibrio y la geometría de esta.

*a mi mamá, mini , abuelita, hermana* と誠士郎鶴

# Agradecimientos

Primero que nada, quiero agradecer a mi mamá, a mi mini, a mi abuelita y a mi hermana por todo el apoyo que me han brindando, no tan solo en la etapa universitaria si no que a lo largo de todo mi paso por el sistema educativo. A mi madre que ha dado todo por entregarnos lo mejor día a día, a mi mini que hasta el día de hoy se levanta temprano para que comience de mejor manera mi día y siempre ha dado su 101 % por mi, a mi hermana que me acompaña siempre que la necesito y a mi abuelita, que a pesar de no estar conmigo, se que me brinda toda su fuerza y apoyo desde donde sea que esté.

También quisiera agradecer a Lucho, Menin, Micchan, Nachín, Nachito y Pollo por su grata compañía tanto en el colegio como en la universidad y espero que nuestra amistad perdure en el tiempo tal como ha sido hasta ahora. A mis amigos Cristian, Diego y Leonel quienes me acompañaron a lo largo de la carrera e hicieron mas gratas las clases. A Catalina y Yanara quienes me demostraron lo equivocado que estaba con respecto a los trabajos en grupo y que siempre existen excepciones.

Quisiera agradecer también a mis compañeros del laboratorio de Reología y Fluidodinámica; Bruno, Claudia, Cristian y Matías por su buena disposición para trabajar y grata compañía en la labores de investigación.

No menos importante, quiero agradecer a Claudia, Paula y Carolina ya que sin ellas mi labor docente se hubiera visto extremadamente mermada.

Al equipo de trabajo encargado del diseño y creación de la turbina Pelton; Ítalo, Camilo, Sebastián, Hugo, Eduardo y al profesor Salgado.

Finalmente, y no menos importante, quiero agradecer a todos los docentes que marcaron mi paso por esta carrera; Al profesor Elicer quién hizo que me interesara por la generación energética y con quién hemos compartido gratas conversaciones de la vida universitaria no académica. Al profesor Hernández le agradezco aceptar ser mi profesor co-guía en un tema que, quizás no a tan afín a sus gustos, ha sabido darme buenos consejos y siempre ha querido que termine de la mejor manera posible mi paso universitario. Al profesor Ihle quién fue el responsable que terminara estudiando ingeniería mecánica por la motivación colocada al enseñar mecánica de fluidos y al profesor Núñez por aceptar ser mi profesor guía y proponerme un tema en el que podría demostrar al máximo mis habilidades.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>3</b>
1.1. Motivación . . . . .	5
1.2. Objetivos y Alcances . . . . .	6
1.2.1. Objetivo General . . . . .	6
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	6
1.2.3. Alcances . . . . .	7
<b>2. Antecedentes</b>	<b>8</b>
2.1. Diseño de un sistema de aducción . . . . .	8
2.1.1. Cámara de aducción . . . . .	9
2.1.1.1. Centrales de embalse . . . . .	9
2.1.1.2. Centrales de pasada . . . . .	11
2.1.2. Sistema de conducción . . . . .	11
2.1.3. Tubería forzada . . . . .	13
2.1.4. Chimenea de equilibrio . . . . .	14
2.1.4.1. Clasificación de las chimeneas de equilibrio . . . . .	15
2.1.4.2. Estabilidad de una chimenea de equilibrio . . . . .	18
2.2. Fundamentos físicos y matemáticos . . . . .	19
2.2.1. Régimen permanente . . . . .	19
2.2.1.1. Pérdidas regulares . . . . .	19
2.2.1.2. Pérdidas singulares . . . . .	20
2.2.2. Régimen transitorio . . . . .	20
2.2.2.1. Oscilaciones de masa . . . . .	21
2.2.2.2. Golpe de ariete . . . . .	21
<b>3. Metodología</b>	<b>23</b>
3.1. Datos a utilizar en los cálculos . . . . .	23
3.2. Procedimiento general . . . . .	24
3.2.1. Oscilaciones de masa . . . . .	25
3.2.1.1. Situación sin pérdidas energéticas . . . . .	25
3.2.1.2. Situación con pérdidas energéticas . . . . .	26
3.2.2. Golpe de ariete . . . . .	28
3.2.2.1. Método de la columna rígida . . . . .	28
3.2.2.2. Ecuaciones de Allievi . . . . .	28
3.2.2.3. Método de las características . . . . .	29
3.2.3. Acoplamiento de fenómenos transitorios . . . . .	32

3.2.4.	Condiciones iniciales y de borde . . . . .	33
3.2.4.1.	Oscilaciones de masa . . . . .	33
3.2.4.2.	Golpe de ariete . . . . .	34
<b>4.</b>	<b>Resultados y Análisis</b>	<b>35</b>
4.1.	Resultados . . . . .	35
4.1.1.	Régimen permanente . . . . .	35
4.1.2.	Régimen transitorio . . . . .	35
4.1.2.1.	Oscilaciones de masa en la chimenea de equilibrio . . . . .	35
4.1.2.2.	Golpe de ariete en las tuberías de aducción y forzada . . . . .	36
4.1.2.3.	Acoplamiento de fenómenos . . . . .	40
4.2.	Validación de resultados . . . . .	46
4.3.	Análisis Comparativo . . . . .	48
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>51</b>
5.1.	Recomendaciones . . . . .	52
	<b>Bibliografía</b>	<b>52</b>
<b>A.</b>	<b>Perfiles hidráulicos en régimen permanente</b>	<b>56</b>
A.1.	Tubería de PE100 . . . . .	56
A.2.	Tubería de HDPE . . . . .	57
A.3.	Tubería de PVC . . . . .	57
A.4.	Tubería de GPR . . . . .	58
A.5.	Tubería de Acero al carbono . . . . .	58
<b>B.</b>	<b>Códigos Matlab Utilizados</b>	<b>59</b>
B.1.	Caso desacoplado . . . . .	59
B.1.1.	Método de la columna rígida . . . . .	59
B.1.2.	Oscilaciones de masa . . . . .	60
B.1.3.	Método de las características . . . . .	66
B.2.	Caso Acoplado . . . . .	68
B.2.1.	Método de las características . . . . .	68
B.3.	Subrutinas para el método de las características y oscilaciones de masa . . . . .	70

# Índice de Tablas

3.1. Constantes físicas y propiedades del agua a las condiciones ambientales indicadas. . . . .	23
3.2. Parámetros de operación obtenidos desde la central hidroeléctrica Carilafquen. . . . .	24
3.3. Propiedades mecánicas e hidráulicas de los materiales propuestos, valor de la constante C y factor de fricción de Darcy en régimen estacionario. . . . .	24
4.1. Valores de la velocidad de propagación de onda y periodo de esta para los materiales estudiados. . . . .	37

# Índice de Figuras

1.1.	Imágenes tomadas de la central Pangué, ubicada en la región del Bío Bío. . . . .	4
1.2.	Imágenes tomadas del complejo Florida, ubicado en la región Metropolitana. . . . .	5
1.3.	Ejemplos de daños producidos producto del golpe de ariete . . . . .	6
2.1.	Esquema básico de un sistema de aducción instalado en una central hidroeléctrica con chimenea de equilibrio. . . . .	8
2.2.	Distintas alineaciones y formas de las cámaras de aducción. . . . .	10
2.3.	Ejemplo de azud en una central de pasada. . . . .	11
2.4.	Ejemplo de canales utilizados. . . . .	12
2.5.	Distintos tipos de soportes para las tuberías forzadas dependiendo de su posición relativa al suelo. . . . .	14
2.6.	Esquema típico de las oscilaciones de masa ocurridas en una chimenea de equilibrio. . . . .	15
2.7.	Diagrama de chimenea de equilibrio simple. . . . .	16
2.8.	Diagrama de chimenea de equilibrio de orificio restringido. . . . .	17
2.9.	Diagrama de chimenea de equilibrio tipo galería. . . . .	17
2.10.	Diagrama de chimenea de equilibrio diferencial. . . . .	18
2.11.	Variación de la velocidad de propagación de onda al aumentar la relación $D/t$ para distintos materiales. . . . .	22
3.1.	Diagrama que resume todos los métodos a emplear en el desarrollo de la memoria de título. . . . .	25
3.2.	Representación gráfica del cierre lineal de una válvula con tiempo de cierre $t_c$ . . . . .	26
3.3.	Relación de los puntos A, B y P mediante el método de las características. . . . .	30
3.4.	Esquema del acoplamiento entre la chimenea de equilibrio y la tubería forzada. . . . .	32
4.1.	Variación de la altura piezométrica en régimen permanente para distintas tuberías utilizando los datos de la central Carilafquen. . . . .	36
4.2.	Oscilaciones en la chimenea de equilibrio considerando los 4 métodos de resolución cuando se tiene cierre instantáneo de válvula en función del tiempo: (a) Chimenea de equilibrio instalada en la central Carilafquen, (b) Chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	37
4.3.	Oscilaciones en la chimenea de equilibrio considerando los 4 métodos de resolución cuando se tiene cierre lineal de válvula en función del tiempo: (a) Chimenea de equilibrio instalada en la central Carilafquen, (b) Chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	38
4.4.	Aumento de presión en las tuberías utilizando la ecuación de Joukowski. . . . .	39

4.5.	Comportamiento de la Altura piezométrica en las tuberías para distintos materiales, en función del período de propagación de onda. . . . .	39
4.6.	Comportamiento del caudal en las tuberías utilizando el método de la columna rígida en función del tiempo. . . . .	40
4.7.	Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre de la misma en función del tiempo: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula. . . . .	41
4.8.	Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre instantáneo de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con una chimenea de equilibrio: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	42
4.9.	Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre lineal de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con una chimenea de equilibrio: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	43
4.10.	Avance de la altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al producirse un cierre instantáneo de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con un la tubería forzada: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	44
4.11.	Avance de la altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al producirse un cierre lineal de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con un la tubería forzada: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma. . . . .	45
4.12.	Validación con datos experimentales del método de las características sin acoplamiento considerando un cierre instantáneo de válvula. . . . .	47
4.13.	Validación con datos numéricos del método de las características con acoplamiento al analizar la chimenea de equilibrio y considerando un cierre lineal de válvula. . .	47
4.14.	Comparación entre la máxima y mínima altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos métodos en el caso desacoplado: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula. . . . .	48
4.15.	Máxima altura piezométrica en la válvula para distintos materiales producto del golpe de ariete: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula. . . .	49
4.16.	Máxima altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al acoplar ambos fenómenos: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula. . . . .	50
A.1.	Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de PE100. . . . .	56
A.2.	Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de HDPE. . . . .	57
A.3.	Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de PVC. . . . .	57
A.4.	Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de GPR. . . . .	58
A.5.	Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de Acero al carbono. . . .	58

# Glosario/Nomenclatura

	Definición	Unidad de medida
$A_p$	Área transversal de la tubería forzada	$m^2$
$A_s$	Área transversal de la chimenea de equilibrio	$m^2$
$g$	Aceleración de gravedad	$m/s^2$
$v_p$	Velocidad en la tubería forzada	$m/s$
$u$	Velocidad en la chimenea de equilibrio	$m/s$
$z$	Altura de la superficie libre en la chimenea	$m$
$D_s$	Diámetro de la chimenea de equilibrio	$m$
$D_p$	Diámetro de la tubería forzada	$m$
$D_t$	Diámetro de la tubería de aducción	$m$
$L$	Largo total del sistema de aducción	$m$
$L_p$	Largo de la tubería forzada	$m$
$L_t$	Largo de la tubería de aducción	$m$
$Q_0$	Caudal de diseño de la central hidroeléctrica	$m^3/s$
$t_c$	Tiempo de cierre de la válvula reguladora instalada en la central Carilafquen	$s$
$\Lambda_0$	Pérdida de carga entre el reservorio y la chimenea de equilibrio	$m$

	Definición	Unidad de medida
$\Delta H_{chim}$	Diferencia de altura energética total entre la válvula y la chimenea de equilibrio	$m$
$H$	Altura piezométrica en un punto e instante de tiempo específico al interior del sistema de aducción	$m$
$Q$	Caudal en un punto e instante de tiempo específico al interior del sistema de aducción	$m^3/s$
$v$	Velocidad en un punto e instante de tiempo específico al interior del sistema de aducción	$m/s$
$A_T$	Área transversal de la tubería utilizada en el sistema de conducción	$m^2$
$f_p$	Factor de fricción de Darcy en la tubería forzada	-
$f_s$	Factor de fricción de Darcy en la chimenea de equilibrio	-
$Q_{tur}$	Caudal instantáneo demandando por la sala de máquinas de la central hidroeléctrica	$m^3/s$
$w$	Altura geométrica de la chimenea de equilibrio	$m$
$a$	Velocidad de propagación del frente de onda al interior de la tubería	$m/s$
$x$	Coordenada que se mueve a lo largo de la tubería (horizontal o inclinada) y se considera positiva al avanzar desde la cámara de aducción hacia la chimenea de equilibrio	$m$
$K$	Módulo de compresibilidad del agua	$GPa$
$\rho$	Densidad del agua a una temperatura dada	$kg/m^3$
$t$	Espesor de pared de la tubería de aducción o forzada	$mm$
$E$	Módulo de elasticidad del material utilizado en la tubería de aducción o forzada	$GPa$
$\nu$	Módulo de Poisson del material utilizado en la tubería de aducción o forzada	-

# Capítulo 1

## Introducción

En Chile las centrales hidroeléctricas representan un gran porcentaje (29 %) de la energía total generada en el país. Lo anterior representa una capacidad instalada de 6,64 GW de toda la matriz energética al año 2017. Un 49 % de la potencia producida proviene de centrales de pasada mientras que el 51 % de centrales de embalse [1].

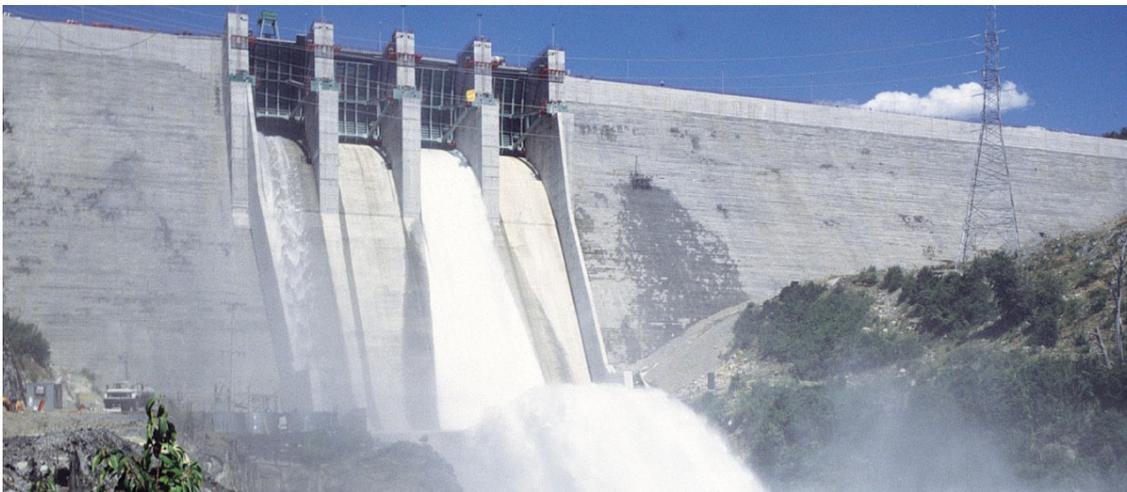
Una central de embalse (Figura 1.1) [2] funciona por la acumulación de agua en una represa y la libera para su posterior uso, según los requerimientos del sistema. La principal característica de este tipo de central es que puede ser utilizada como energía de base ya que tiene la capacidad de mantener una producción constante de energía durante largos periodos de tiempo, como también puede salir y entrar en operación en casos de variación de la demanda energética [3].

Por otro lado, una central de pasada (Figura 1.2) funciona por alimentación directa de un afluente dirigiendo el agua a través de una bocatoma y conduciéndola por medio de un sistema de aducción hacia las turbinas, devolviendo al cauce natural el agua utilizada en la producción; ya que el agua no sufre ninguna alteración física ni química por su paso a través de la central. Lo anterior permite un funcionamiento versátil de la central en caso de fluctuaciones del recurso hídrico y es por esto mismo que no se puede mantener una generación constante en este tipo de centrales [3].

Independientemente del tipo de central hidroeléctrica, las variaciones en la demanda energética o bien la disponibilidad del recurso hídrico pueden ocasionar la apertura o cierre de válvulas para regular el flujo, y con ello ocasionar un cambio en la capacidad de las turbinas instaladas en la central.



(a) Foto área del embalse



(b) Salida del embalse hacia las turbinas

Figura 1.1: Imágenes tomadas de la central Pangue, ubicada en la región del Bío Bío.



(a) Zona de bocatoma del canal San Carlos.



(b) Sistema de aducción desde el bocatoma hacia las turbinas.

Figura 1.2: Imágenes tomadas del complejo Florida, ubicado en la región Metropolitana.

## 1.1. Motivación

Una de las principales motivaciones para el trabajo de título es de índole económico ya que las consecuencias de los fenómenos transitorios tales como rotura y destrucción de tuberías, daños irreparables en válvulas, etc. (Figura 1.3 [4]). Lo anterior se traduce en costos onerosos de reparación y recambio de tuberías o reemplazo de válvulas.

Además, dado que los fenómenos transitorios mencionados se estudian de manera desacoplada, al estudiarlos de manera acoplada reflejaría de mejor manera lo que ocurre al interior del sistema

de aducción.



Figura 1.3: Ejemplos de daños producidos producto del golpe de ariete

No obstante, el estudio de estos fenómenos no se remite solamente a centrales hidroeléctricas ya que los fenómenos transitorios también pueden ocurrir en otros sistemas hidráulicos como un circuito de bombas siendo este un sistema utilizado en muchas industrias tales como la minera, alimenticia, refrigeración, sistemas de climatización, etc.

## 1.2. Objetivos y Alcances

A continuación se detallan los objetivos y alcances de la presente memoria

### 1.2.1. Objetivo General

Evaluar el diseño hidráulico de las aducciones de centrales hidroeléctricas, con especial énfasis en el análisis de los fenómenos transitorios de manera acoplada; así como sus efectos en el sistema hidráulico.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

Los objetivos específicos que se plantean, para alcanzar el objetivo general son:

- a) Evaluar el estado del arte sobre el diseño de sistemas de aducción en centrales hidroeléctricas, considerando los fenómenos que las afectan.
- b) Revisar las configuraciones de diseño del sistema de aducción en régimen permanente, compuesto por: cámara de aducción, tuberías de aducción, tubería forzada y chimenea de equilibrio.
- c) Analizar los fenómenos transitorios en el sistema de aducción de manera desacoplada y acoplada para evaluar las diferencias entre ambos métodos de análisis.

- d) Proponer un modelo numérico para realizar el cálculo de fenómenos transitorios en el diseño de sistemas de aducción de centrales hidroeléctricas.

### **1.2.3. Alcances**

El proyecto de título aborda las soluciones a las ecuaciones que describen los fenómenos, de manera numérica utilizando distintos métodos.

Para el desarrollo de estas soluciones se cuenta con datos reales de centrales hidroeléctricas (como Caudal de diseño, Perfil hidrodinámico en estado estacionario, diámetros de cañerías, condiciones ambientales y disposición geométrica). En particular se toma como referencia la central Carilafquen ubicada en el sector de Carén bajo, IX región.

Finalmente, dado que no es posible detener una central por temas técnico-económicos para validar los resultados obtenidos, es que se supone que el caso acoplado debe tener mejores resultados que el caso desacoplado por el hecho de que este admite la compresibilidad para el agua y que existe una propagación de onda por la tubería hacia la chimenea de equilibrio, cosa que el caso desacoplado no considera en su hipótesis al plantear el modelo.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Diseño de un sistema de aducción

Un sistema de aducción de una central hidroeléctrica cuenta con 4 partes principales que son:

- i) Cámara de aducción.
- ii) Sistema de conducción.
- iii) Tubería forzada.
- iv) Chimenea de equilibrio.

Cuya disposición general se muestra en la figura 2.1. A continuación se procede a detallar cada uno de estos elementos.

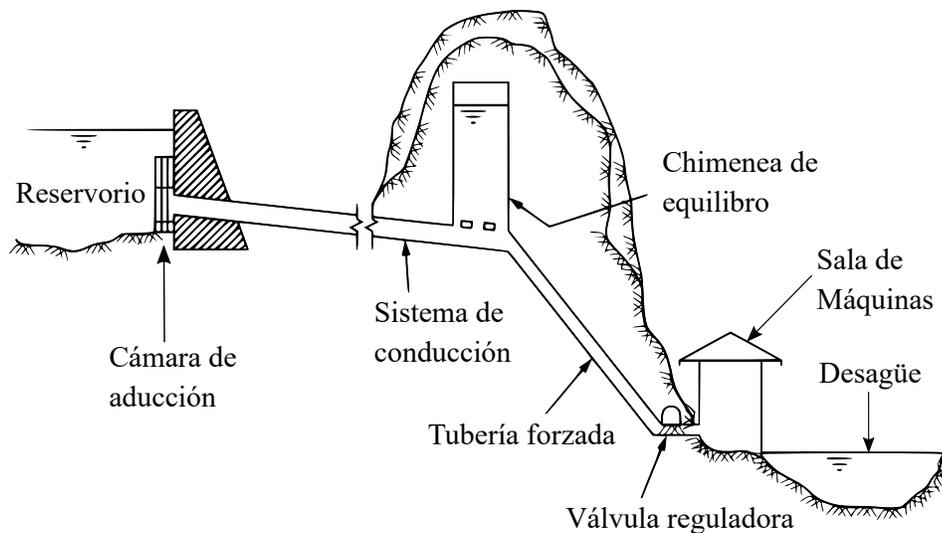


Figura 2.1: Esquema básico de un sistema de aducción instalado en una central hidroeléctrica con chimenea de equilibrio.

## 2.1.1. Cámara de aducción

La cámara de aducción (*Intake* en inglés) es la encargada de proveer la entrada de agua al sistema de aducción para la generación de energía hidroeléctrica. El diseño de estas debe cumplir, como mínimo, los siguientes puntos [5]:

- a) Deben minimizar las pérdidas de carga a la salida del reservorio ya sea que se utilice un embalse para la distribución del recurso hídrico o bien una bocatoma en el caso de una central de pasada.
- b) No debe existir formación de vórtices que permitan la entrada de aire al agua que será transportada hacia las turbinas.
- c) Debe existir una cantidad mínima de sedimentos en el agua para así evitar problemas en el sistema de aducción y turbinas. Lo anterior se consigue mediante el uso de desarenadores y clarificadores.
- d) Debe evitar el ingreso de grandes objetos (como ramas, hojas de árboles, basura, etc.) al sistema de aducción.

Dada la naturaleza de la central (ya sea de embalse o de pasada) existen dos grandes tipos de cámaras de aducción las que se detallan en la secciones 2.1.1.1 y 2.1.1.2.

### 2.1.1.1. Centrales de embalse

En este tipo de central, uno de los principales usos del embalse consiste en aumentar la altura neta para la producción energética. Los embalses puede formarse utilizando una presa de hormigón o de materiales sueltos dependiendo de las condiciones geográficas del terreno en donde se instala la central [6]. Las presas de materiales sueltos presentan las siguientes características:

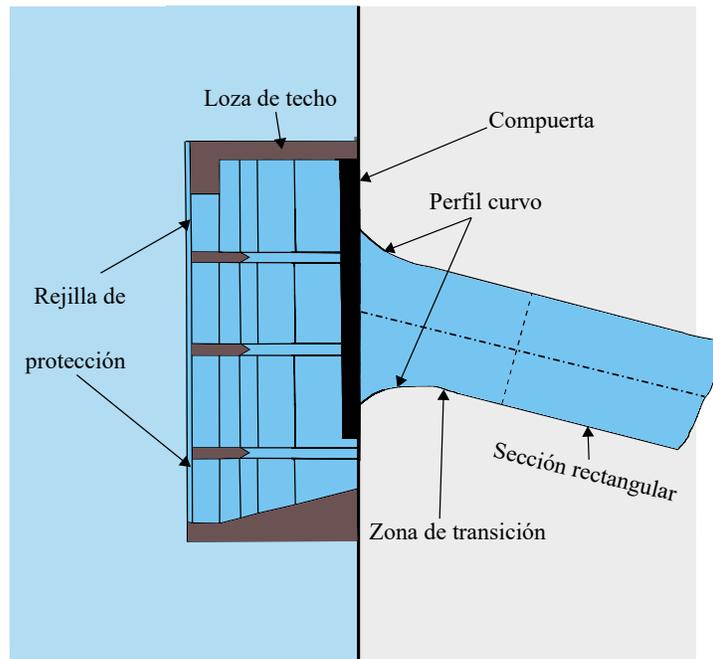
- Poco exigentes en lo referente a fundaciones.
- Para su construcción se utilizan materiales fáciles de encontrar en los alrededores del sitio de construcción (tales como arcillas y arenas silíceas).
- El proceso de construcción es continuo y se presta fácilmente a su mecanización.
- Su diseño es extraordinariamente flexible y admiten una gran variedad de componentes.
- Dada su naturaleza pueden sufrir daños por erosión lo que conlleva a frecuentes filtraciones.

Por otro lado, las presas de hormigón presentan las siguientes características:

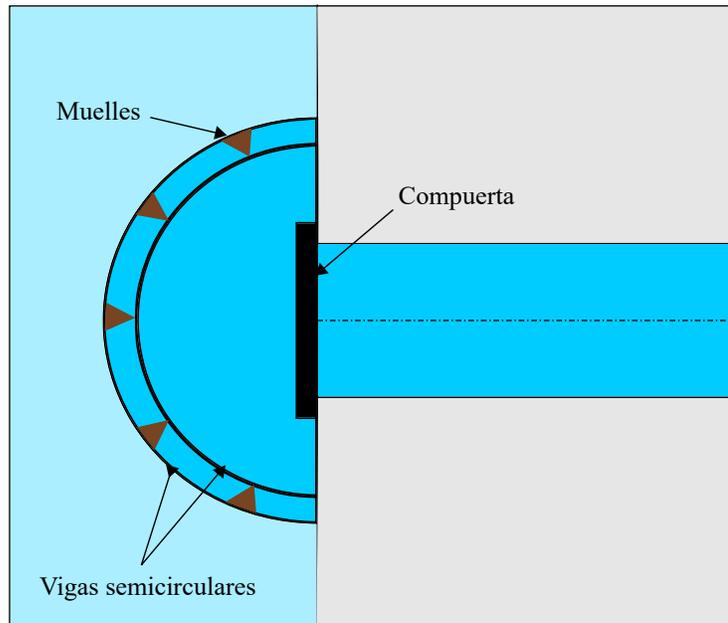
- Exigentes en el diseño de fundaciones como también en los materiales de construcción empleados.
- Proceso de construcción discontinuo y poco mecanizable por el traslado de grandes cantidades de cemento lo que eleva el costo de la central.
- Se adaptan a una gran variedad de valles ya sean estrechos o amplios.
- No son sensibles al desbordamiento.
- Se puede ubicar su vertedero en la parte superior de la presa (coronación).
- En su interior se pueden construir galerías de inspección, drenajes, tuberías, etc.

- La sala de máquinas puede ubicarse al pie de la presa.

En este tipo de central la cámara de aducción se ubica, por lo general, en la parte inferior del embalse debido a que existen algunos casos donde se tienen cámaras multinivel para ajustar la altura neta [5]. La cámara de aducción puede estar alineada de manera horizontal o inclinada la cual posee una compuerta de control del flujo. En la figura 2.2 se aprecia una configuración típica de esta y las formas de la rejilla de protección.



(a) Cámara de aducción inclinada con rejilla de protección rectangular.



(b) Cámara de aducción alineada horizontalmente con protección circular.

Figura 2.2: Distintas alineaciones y formas de las cámaras de aducción.

### 2.1.1.2. Centrales de pasada

A diferencia de las centrales de embalse, acá no existe un acopio del recurso hídrico si no que se capta directamente desde un río. En este caso, se tiene una cámara de aducción (o bocatoma) la que se encarga principalmente de encausar el afluente de agua y eliminar grandes elementos en el agua como troncos, ramas, hojas, etc. Podemos clasificar las bocatomas en dos grandes tipos [6]:

- Estructuras fijas: También denominadas azudes, son estructuras simples que no requieren mantenimiento y son económicas. Presentan el inconveniente de que la producción de energía fluctúa con la variación de caudal en el afluente. En su forma mas simple, están hechos de muro de poco mas de un metro construido de rocas sueltas [6] tal como se muestra en la figura 2.3.
- Estructuras móviles: También denominadas aliviaderos con compuerta, tienen como característica principal el poder regular el nivel de agua de forma que permanezca mas o menos constante el caudal que ingresa a las turbinas. Son estructuras mas costosas y delicadas que los azudes ya que requieren un mantenimiento mas cuidadoso y deben contar con un suministro constante de energía eléctrica para el accionamiento de las compuertas [6].

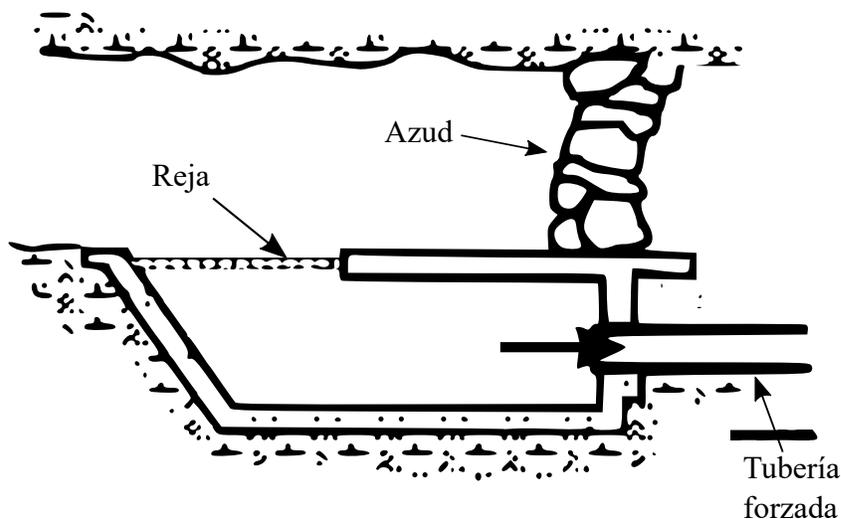


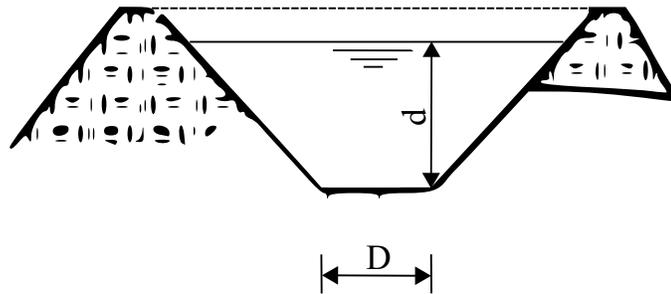
Figura 2.3: Ejemplo de azud en una central de pasada.

### 2.1.2. Sistema de conducción

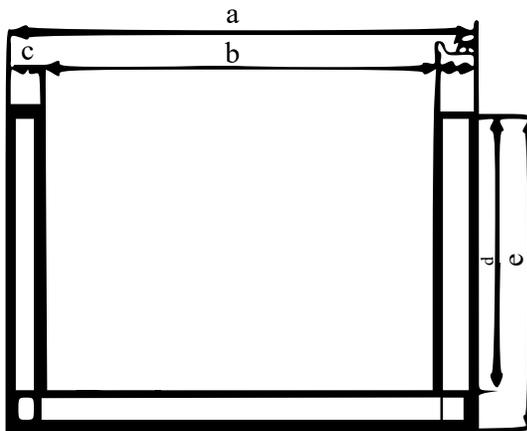
Luego de que el agua entra al sistema de aducción por la cámara de aducción, dependiendo de la naturaleza de la central, puede ir directamente hacia las tuberías forzadas o bien pasar a través de un sistema de conducción para llegar a estas.

El sistema de conducción tiene como principal función transportar el agua hacia las tuberías forzadas mediante distintas formas:

- Túneles: Son utilizados cuando la sala de máquinas se encuentra de manera subterránea y las condiciones geográficas del suelo son las adecuadas para soportar el flujo del recurso hídrico en su interior sin peligros de derrumbe [5].
- Canales: Dependiendo de las condiciones geográficas y de impermeabilidad, este sistema de conducción puede utilizar el mismo terreno para su construcción. En caso de que las condiciones de impermeabilidad del terreno sean bajas, se construyen canales artificiales que pueden ser de concreto, asfalto, plástico entre otros materiales. Con lo anterior se busca que el flujo hacia las tuberías forzadas sea lo mas uniforme posible [5]. Perfiles de canales se muestran en la figura 2.4.



(a) Vista en corte de un canal en V utilizando el terreno para el transporte de agua.



(b) Vista en corte de un canal cuadrado fabricado para el transporte de agua.

Figura 2.4: Ejemplo de canales utilizados.

- Tuberías: En este caso, el sistema de conducción se denomina tubería de aducción. Consiste en un sistema de tuberías y fittings para transportar el agua hacia las tuberías forzadas. Lo que diferencia a estas tuberías de las forzadas es que el agua no está altamente presurizada en su interior [5].

### 2.1.3. Tubería forzada

Las tuberías forzadas (*Penstock* en inglés) son conductos a presión que tienen como función transportar agua desde el sistema de conducción hacia las turbinas. Dado que son tuberías altamente presurizadas, el efecto de golpe de ariete debe ser considerado en el diseño de estas. Una pequeña clasificación está dada por [5]:

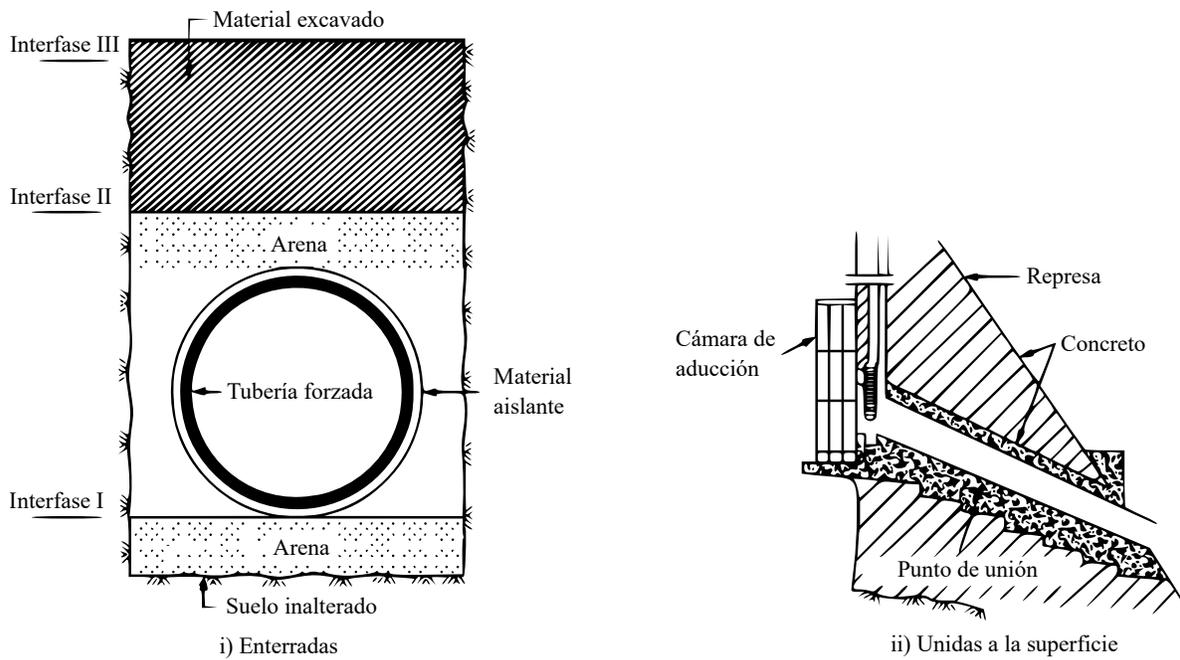
- **Materiales de fabricación:** El material empleado dependerá, entre otras cosas, de las condiciones de diseño de la central y condiciones topográficas. Los principales materiales empleados son acero (laminado y forjado), concreto reforzado, asbesto, madera y polímeros (PVC, HDPE, Fibra de vidrio, entre otros) [7].
- **Métodos de soporte:** Las tuberías forzadas pueden ser subterráneas o expuestas a la atmósfera. En el caso de ser subterráneas están pueden estar enterradas o unidas en el terreno. La principal ventaja de las tuberías enterradas es la protección de la misma frente a fluctuaciones de temperatura ambiental o bien deslizamientos de tierra en la zona de la central. En cambio, sus desventajas se refieren a dificultad en la inspección y mantenimiento preventivo o correctivo. En la figura 2.5a se muestra un ejemplo de este tipo de soporte.

Por otro lado, las tuberías expuestas a la atmósfera están simplemente apoyadas o empotradas mediante alguna estructura a la superficie. Sus ventajas son de índole económica ya que en el caso de grandes tuberías, son mas fáciles de inspeccionar y mantener. En cambio, sus principales desventajas son la exposición al medioambiente y el desarrollo de esfuerzos longitudinales en los puntos de apoyo haciendo necesario el uso de juntas de expansión para minimizar el efecto de dichos esfuerzos. En la figura 2.5b se muestra un ejemplo de este tipo de soporte.

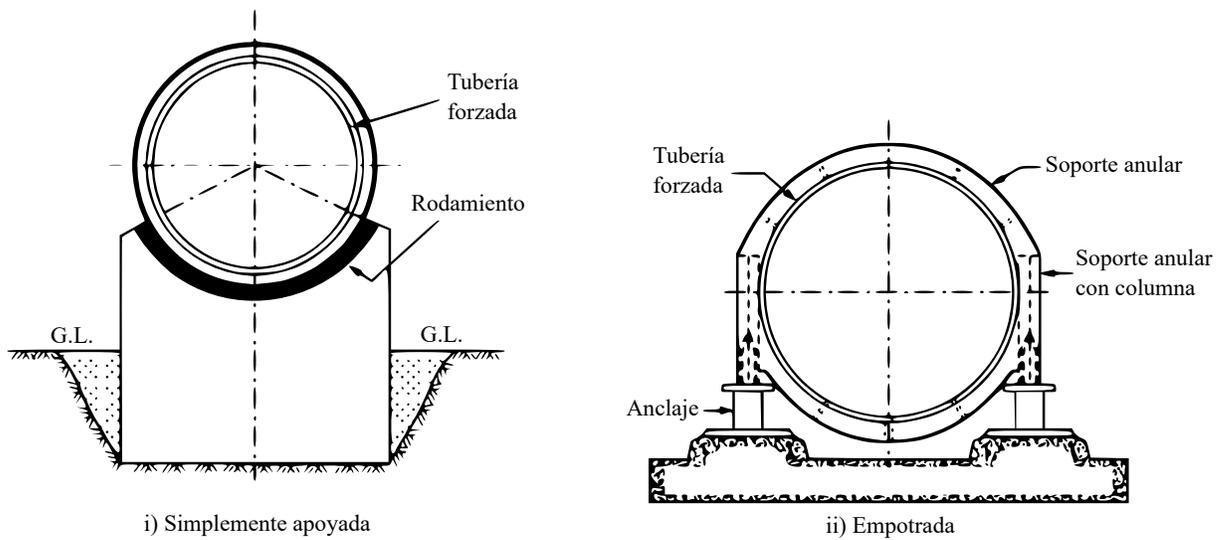
- **Conexiones y apoyos:** Existen tres métodos de apoyos; Uniones rígidas que se encuentran ancladas y, por consiguiente, el movimiento de la tubería es completamente restringido. Es ideal para pequeños cambios de temperatura.

Uniones semi-rígidas en donde la tubería se fija en un punto y permite el movimiento en otros soportes instalados.

Finalmente, las uniones flexibles consisten en juntas de expansión entre cada unión de tuberías para evitar los esfuerzos longitudinales en la tubería.



(a) Tuberías forzadas subterráneas



(b) Tuberías forzadas expuestas a la atmósfera.

Figura 2.5: Distintos tipos de soportes para las tuberías forzadas dependiendo de su posición relativa al suelo.

### 2.1.4. Chimenea de equilibrio

Una chimenea de equilibrio (*Surge Tank* en inglés) es uno de los componentes presentes en el sistema de aducción de una central hidroeléctrica.

Su función consiste en bloquear o absorber los aumentos de presión en las tuberías forzadas

(golpe de ariete) producto de algún fenómeno transitorio (Sección 2.2.2) como también servir de reservorio de agua en caso de que las turbinas demanden un mayor recurso hídrico [8].

Cuando la sala de máquinas (*powerhouse* en inglés) se encuentra a una distancia corta desde el reservorio, las chimeneas de equilibrio no son necesarias. Sin embargo, en la mayoría de las centrales hidroeléctricas esto no sucede, siendo las chimeneas de equilibrio parte fundamental del sistema de aducción [5].

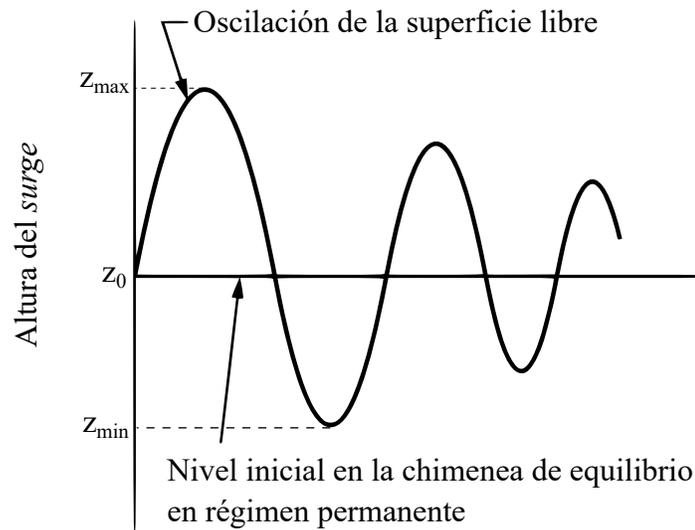


Figura 2.6: Esquema típico de las oscilaciones de masa ocurridas en una chimenea de equilibrio.

Para cumplir su función, las chimeneas de equilibrio interceptan y amortiguan las ondas de presión evitando de este modo que se propaguen a lo largo del sistema de conducción. En el caso de que el sistema de conducción sea una tubería, dado que funciona a baja presión, sufriría graves daños producto del golpe de ariete.

Como consecuencia de lo anterior, la frecuencia de oscilación de las ondas producto del golpe de ariete dependerá de la posición de la chimenea de equilibrio. Mientras mas cerca de la sala de turbinas, mayor será la frecuencia de las oscilaciones.

Un esquema típico de las oscilaciones de masa en la chimenea de equilibrio se muestra en la figura 2.6. En esta se muestra que las oscilaciones alcanzan un nivel máximo con respecto al nivel de agua en régimen permanente y la amplitud va disminuyendo a medida que transcurre el tiempo.

#### 2.1.4.1. Clasificación de las chimeneas de equilibrio

Las chimeneas de equilibrio se pueden clasificar de diferentes maneras, entre las cuales se encuentran:

- a) Materiales de construcción.
- b) Posición con respecto a la superficie; Subterránea o sobre la superficie.

- c) Posición con respecto al sistema de aducción; Aguas arriba o aguas abajo de la sala de máquinas.

Sin embargo, esta clasificación no nos indica las características geométricas e hidráulicas de las chimeneas de equilibrio. Para ello, [9] propone la siguiente clasificación para las chimeneas de equilibrio:

- a) Chimenea de equilibrio simple (*Simple Surge Tank* en inglés): Son el tipo más simple de chimenea y se utilizan cuando las alturas de carga son bajas. Pueden ser abiertas en su parte superior y ubicarse al aire libre o de manera subterránea. En el caso de estar ubicada en el subsuelo, tienen forma cilíndrica y pueden estar tanto abiertas como cerradas. La central hidroeléctrica de Nathpa Jhakri (6 x 250 MW) [10] posee una chimenea de equilibrio de 21,6 m de diámetro y se ubica a 301 m bajo el suelo, siendo una de las chimeneas de equilibrio más profundas del mundo [5]. Se conectan de manera directa a la tubería forzada, tal como se muestra en la figura 2.7.

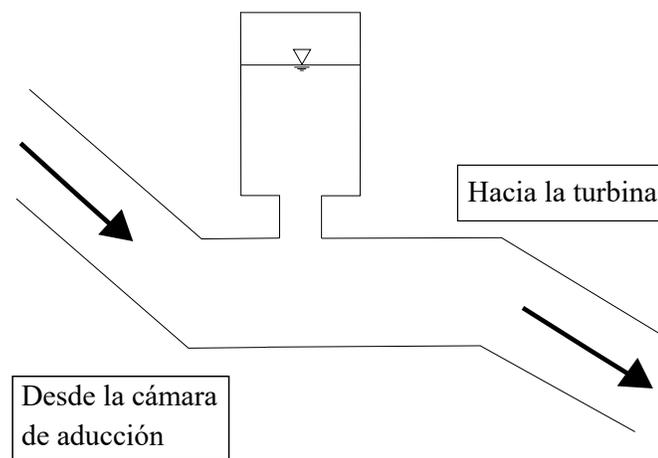


Figura 2.7: Diagrama de chimenea de equilibrio simple.

- b) Chimenea de equilibrio de orificio restringido (*Restricted Orifice Surge Tank* en inglés): Este tipo consiste en una modificación de las chimeneas de equilibrio simples; Consiste en agregar una serie de orificios de diámetro considerablemente pequeño con respecto al diámetro de la chimenea, el que se ubica en entre la chimenea de equilibrio y la tubería forzada tal como muestra la figura 2.8.

La incorporación de estos orificios se traduce en un aumento de las pérdidas de carga lo que produce una mejora en la estabilidad y amortiguación de las oscilaciones de masa producidas al interior de la chimenea de equilibrio [5].

Un ejemplo de este tipo de chimenea se encuentra en la central Yamuna Hydroeléctric Etapa-II Parte 1 (240 MW) [11] en la cual se tiene que el diámetro del orificio es 5 veces más pequeño que el diámetro de la chimenea (Relación 4:20).

- c) Chimenea de equilibrio tipo galería (*Chamber Surge Tank* en inglés): Este tipo de chimenea cuenta con dos estanques, uno superior (cámara de expansión) y uno inferior (Figura 2.9), los que tienen por función el amortiguar, de mejor manera, el efecto del *surge* y actuar como reservorio de agua para el descenso de masa de agua producto de la oscilación respectivamente.

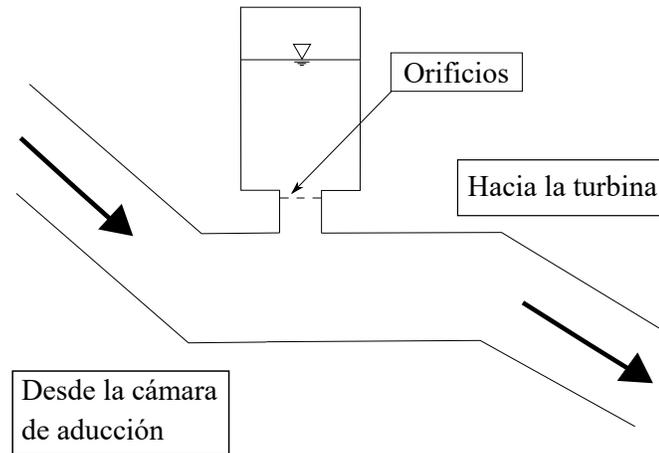


Figura 2.8: Diagrama de chimenea de equilibrio de orificio restringido.

Un ejemplo de aplicación de este tipo de chimenea se encuentra en la central Koyna Etapa I (240 MW) [12].

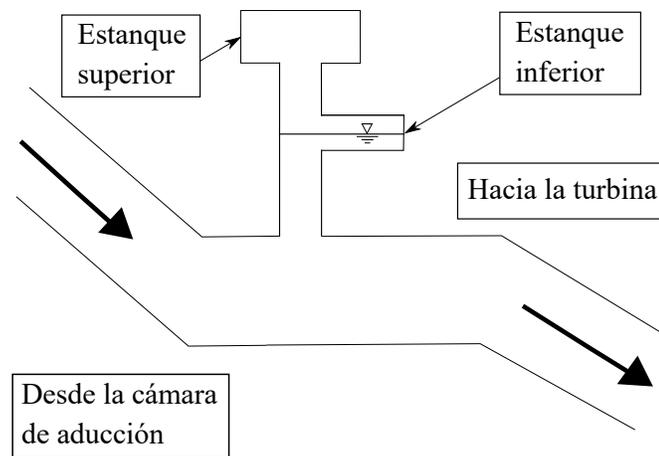


Figura 2.9: Diagrama de chimenea de equilibrio tipo galería.

- d) Chimenea de equilibrio diferencial (*Differential Surge Tank* en inglés): Este tipo de estanque cuenta con un capilar interior que conecta directamente con la línea principal y que además posee orificios que permiten el flujo de agua con el resto del estanque (Figura 2.10). Este mecanismo permite que, cuando la demanda de agua en la tubería forzada aumenta el agua al interior del capilar disminuya rápidamente para así satisfacer la demanda en la tubería. Por el contrario, cuando se produce *surge* al interior de la tubería forzada, es la zona exterior al capilar quien actúa como amortiguador de las oscilaciones. Es este mecanismo el que le otorga una mayor eficiencia con respecto a otros tipos de chimenea de equilibrio [5]. Un ejemplo de este tipo de chimenea se encuentra en la central Beas-Satluj (6 x 165 MW), la cual posee un diámetro de 22,86 m y una altura de 121,91 m, haciendo esta la chimenea de equilibrio mas grande construida [13].

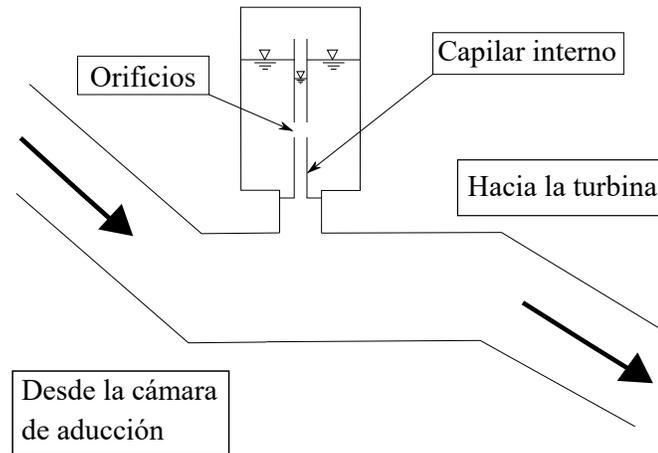


Figura 2.10: Diagrama de chimenea de equilibrio diferencial.

#### 2.1.4.2. Estabilidad de una chimenea de equilibrio

Uno de los principales criterios de diseño para una chimenea se basa en su estabilidad; Tal como se mencionó en la sección 2.1.4 la chimenea de equilibrio actúa como amortiguador de las oscilaciones de masa producto del golpe de ariete. Si no existiera tal efecto se dice que la chimenea es inestable ya que posee oscilaciones perpetuas en el tiempo. Para asegurar la estabilidad de una chimenea de equilibrio se debe calcular la mínima área transversal que debe poseer. Esto depende de distintas condiciones presentes en la central como:

- a) Flujo constante en la aducción de la central.
- b) Apertura de compuerta constante en el reservorio.
- c) Potencia entregada por las turbinas constante.

Dentro de los casos anteriores, el caso mas probable en una central y caso crítico es cuando la potencia de la central se mantiene constante [5]. El primero en analizar este caso fue Thoma [14], el cual Jaeger [15] toma como referencia y señala las siguientes hipótesis:

- i) Potencia suministrada por las turbinas constante.
- ii) Pequeñas oscilaciones en la chimenea de equilibrio.
- iii) La eficiencia de las turbinas es constante y la energía cinética del flujo es despreciable.
- iv) Pérdidas energéticas en la tubería de aducción son despreciables.
- v) Respuesta del sistema frente a perturbaciones es instantánea.
- vi) La sala de máquinas no se encuentra conectada a otra (está aislada).

Bajo estas hipótesis el área que asegura la estabilidad de las oscilaciones de masa se calcula como:

$$A_s = nA_{th} = n \cdot \frac{v_0^2}{2g} \frac{LA_T}{\Lambda_0 \Delta H_{chim}} \quad (2.1)$$

donde  $n$  representa el coeficiente de estabilidad de la chimenea. En el caso  $n = 1$  se denomina área de Thoma y representa el área mínima que debe tener una chimenea para un óptimo funcionamiento.

## 2.2. Fundamentos físicos y matemáticos

### 2.2.1. Régimen permanente

Los fenómenos que ocurren en régimen permanente son aquellos inherentes al desplazamiento de un fluido por una superficie tales como pérdidas por fricción (o carga), fuerzas producidas al ocurrir cambio de dirección del flujo (cambio de momentum), etc. Para estudiar el régimen permanente, primero se debe utilizar el principio de conservación de energía, que según [16] se describe como:

$$H_i + H_A = H_f + H_E + H_L \quad (2.2)$$

en donde:

- $H_i$  y  $H_f$  representan a los estados energéticos entre dos puntos espaciales de análisis (punto inicial y punto final). Estos vienen dados por:

$$H_i = z_i + \frac{p_i}{\rho g} + \frac{v_i^2}{2g} \quad (2.3)$$

$$H_f = z_f + \frac{p_f}{\rho g} + \frac{v_f^2}{2g} \quad (2.4)$$

En ambas ecuaciones se tiene que el término  $z$  es conocido como la altura geométrica,  $v^2/2g$  la altura de velocidad y  $p/\rho g$  la altura de presión.

- $H_A$ ,  $H_L$  y  $H_E$  representan las adiciones de energía, las pérdidas de energía y las extracciones de energía respectivamente. [16] señala que cuando se tiene flujo incompresible y régimen permanente,  $H_E$  es despreciable frente a los otros términos.

A continuación se ahonda en el término de  $H_L$  de la ecuación de energía (pérdidas de energía).

#### 2.2.1.1. Pérdidas regulares

Las pérdidas regulares son aquellas asociadas al paso del fluido por una tubería (o canal), pero no por elementos particulares de esta (como codos, expansiones, fittings en general). Se caracterizan mediante la fórmula de Darcy-Weisbach como [17]:

$$h_r = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g} \quad (2.5)$$

en donde:

- $v$  representa la velocidad de flujo en la tubería.
- $L$  y  $D$  son el largo y diámetro de la tubería, respectivamente.
- $f$  corresponde al factor de fricción de Darcy para pérdidas regulares. Este factor de fricción es función del número de Reynolds, que se define como:

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu} \quad (2.6)$$

en donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido. En función del número de Reynolds se definen las siguientes expresiones para  $f$  [16]:

$$f = \frac{64}{Re} \quad Re \leq 2.000 \quad (2.7)$$

$$f = 0,316Re^{-0,25} \quad 3.000 \leq Re \leq 100.000 \quad (2.8)$$

$$1/\sqrt{f} = 2 \log (Re\sqrt{f}) - 0,8 \quad Re \geq 3.000.000 \quad (2.9)$$

$$1/\sqrt{f} = 2 \log (D/2\varepsilon) + 1,74 \quad Re \geq 4.000 \quad (2.10)$$

$$1/\sqrt{f} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right) \quad Re \geq 4.000 \quad (2.11)$$

en donde la ecuación 2.7 corresponde a flujo laminar, las ecuaciones 2.8 y 2.9 a flujo turbulento con tubería hidrodinámicamente lisa, la ecuación 2.10 a flujo turbulento con tubería hidrodinámicamente rugosa y la ecuación 2.11 corresponde a la ecuación de Colebrook que se utiliza para flujo turbulento independiente de la rugosidad ( $\varepsilon$ ) de la tubería.

### 2.2.1.2. Pérdidas singulares

Las pérdidas singulares están asociadas a expansiones/contracciones del fluido, cambios de direcciones (codos), válvulas, etc. Las pérdidas de carga están dadas por [16]:

$$h_s = K \frac{v^2}{2g} \quad (2.12)$$

donde el valor de K varía según el elemento a analizar (codos, contracción-expansión, válvulas, etc.).

### 2.2.2. Régimen transitorio

A diferencia de los fenómenos descritos en la sección 2.2.1 los fenómenos en régimen transitorio se asocian a una perturbación del flujo que tiene como consecuencia una variación temporal del mismo, la cual puede ser continua en el tiempo o bien asociarse a un estado de transición entre dos flujos en régimen permanente [18]. Entre las principales causas que generan este régimen transitorio están las siguientes [18]:

- a) Cambio en la apertura de válvulas.
- b) Partida o detención de bombas.
- c) Rotura de tuberías.
- d) Llenado incorrecto de tuberías o remoción de aire desde las mismas.
- e) Aire atrapado en las tuberías.
- f) En el caso de una central, cambio en la demanda de potencia por parte de las turbinas hidráulicas.

Producto de lo anterior se desarrollan dos fenómenos principales en el sistema de aducción; Oscilaciones de masa y golpe de ariete. Ambos fenómenos se describen en las secciones 2.2.2.1 y 2.2.2.2 respectivamente.

### 2.2.2.1. Oscilaciones de masa

Cuando se tiene régimen transitorio producto de alguna de las causas mencionadas en la sección 2.2.2 y además se desprecia la compresibilidad del líquido ocurre el fenómeno de *surge*. Este fenómeno tiene como consecuencia una variación de presión (ya sea brusca o no) al interior de la tubería forzada [19]. Producto de esta variación de presión es que se origina un movimiento de líquido al interior denominado oscilación de masa. Para atenuar los efectos de esta oscilación es que se diseñan chimeneas de equilibrio (Sección 2.1.4) [19] tal como se muestra en la figura 2.1 y en las cuales el nivel de agua al interior de la chimenea presenta una variación tal como se muestra en la figura 2.6. Las ecuaciones que gobiernan este fenómeno son las de continuidad y conservación del momentum las cuales al ser aplicadas en las chimeneas de equilibrio quedan las expresiones mostradas en las ecuaciones 2.13 y 2.14 [19].

$$\frac{L_p}{g} \frac{dv}{dt} + z + \frac{f_p L_p}{D_p} \frac{v|v|}{2g} + \frac{f_s w}{D_s} \frac{u|u|}{2g} = 0 \quad (2.13)$$

$$vA_p - A_s \frac{dz}{dt} - Q = 0 \quad (2.14)$$

Al despreciar las pérdidas energéticas en la chimenea de equilibrio, Jaeger [20] agrega una modificación a la ecuación 2.13, quedando la expresión mostrada en la ecuación 2.15.

$$\frac{L_p}{g} \frac{dv}{dt} + z + \frac{f_p L_p}{D_p} \frac{v|v|}{2g} = 0 \quad (2.15)$$

### 2.2.2.2. Golpe de ariete

Al igual que en la sección 2.2.2.1 el golpe de ariete corresponde a una variación de presión producto de alguno de los eventos mencionados en la sección 2.2.2 sin embargo, es un caso particular de *surge*; ya que el Golpe de Ariete solo ocurre cuando el aumento de presión es brusco [21]. Es producto de este aumento brusco de presión que se produce un frente de onda que viaja por la línea principal y, a diferencia del *surge*, no se puede despreciar la compresibilidad del agua ya que se produce un aumento de densidad. La velocidad de propagación del frente de onda (Celeridad) depende de la densidad del líquido, pero también de la elasticidad de la tubería principal [19] como muestra la ecuación 2.16. Las ecuaciones que rigen este fenómeno son las de continuidad y momentum, las que al ser aplicadas en la tubería forzada, Tullis [18] desarrolla las expresiones mostradas en las ecuaciones 2.17 y 2.18 :

$$\frac{\sqrt{K/\rho}}{\sqrt{1 + (C \cdot K \cdot D_T)/(E \cdot t)}} = a \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + v \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{v|v|}{2D_T} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

donde, según Featherstone [19], la constante  $C$  tiene las expresiones mostradas en las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.21.

$$C = \frac{5}{4} - \nu \quad \text{Apoyo deslizando a lo largo de la tubería} \quad (2.19)$$

$$C = 1 - \nu^2 \quad \text{Apoyo simple a lo largo de la tubería sin uniones de expansión} \quad (2.20)$$

$$C = 1 - 0.5\nu \quad \text{Apoyo simple a lo largo de la tubería con uniones de expansión} \quad (2.21)$$

Finalmente, velocidad de propagación de onda es un valor que depende de las propiedades mecánicas de la tubería como también de su geometría. El comportamiento de la velocidad de propagación de onda para distintos materiales y la relación  $D/t$  se muestra en la figura 2.11 [22].

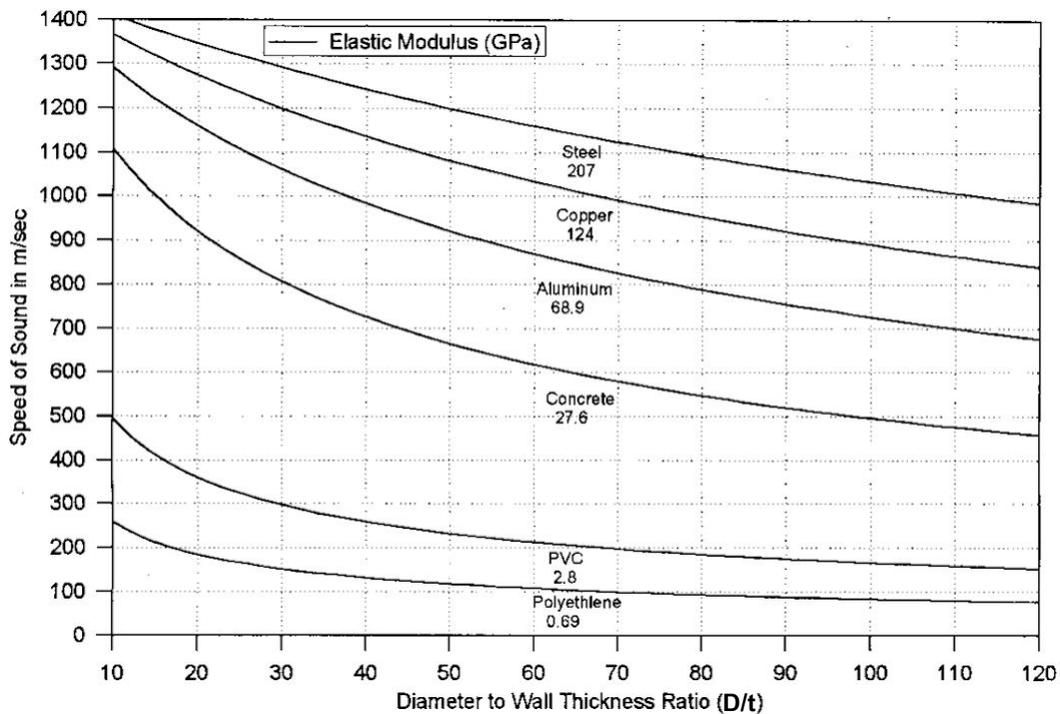


Figura 2.11: Variación de la velocidad de propagación de onda al aumentar la relación  $D/t$  para distintos materiales.

# Capítulo 3

## Metodología

### 3.1. Datos a utilizar en los cálculos

Para poder realizar los cálculos hidráulicos en régimen permanente y transitorio, se debe conocer los valores de operación de la central como también las configuraciones geométricas del sistema de aducción. Para ello se toma como referencia la central hidroeléctrica Carilafquen, ubicada en la IX región, en el sector de Carén bajo. Esta central cuenta con 2 turbinas Pelton de eje vertical con una potencia total de 11,9 MW.

Las condiciones ambientales principales, las propiedades del agua y el valor de la aceleración de gravedad en el terreno donde se encuentra instalada la central Carilafquen se muestran en la tabla 3.1. Por otro lado, en la tabla 3.2 se muestran las condiciones de operación de la central, el caudal de diseño, largo y diámetro de las tuberías, etc. [23].

Tabla 3.1: Constantes físicas y propiedades del agua a las condiciones ambientales indicadas.

Elevación promedio del terreno	1007,28	<i>msnm</i>
Temperatura	10,90	<i>°C</i>
Presión atmosférica local	89,80	<i>kPa</i>
Módulo de compresibilidad del agua	2,15 [24]	<i>GPa</i>
Densidad del agua	999,57 [25]	<i>kg/m<sup>3</sup></i>
Aceleración de gravedad	9,81 [26]	<i>m/s<sup>2</sup></i>
Peso específico del agua	9805,78	<i>N/m<sup>3</sup></i>
Viscosidad dinámica del agua	1,27	<i>mPa · s</i>

Tabla 3.2: Parámetros de operación obtenidos desde la central hidroeléctrica Carilafquen.

Diámetro interior tubería de aducción	1611,60 <i>mm</i>
Espesor tubería de aducción	7,00 <i>mm</i>
Longitud tubería de aducción	1879,25 <i>m</i>
Diámetro interior tubería forzada	1600,60 <i>mm</i>
Espesor tubería forzada	12,50 <i>mm</i>
Longitud tubería forzada	700,00 <i>m</i>
Área de la chimenea de equilibrio instalada	132,73 <i>m</i> <sup>2</sup>
Diámetro de la chimenea de equilibrio instalada	13,00 <i>m</i>
Área de Thoma para la instalación	624,36 <i>m</i> <sup>2</sup>
Diámetro de Thoma para la instalación	28,20 <i>m</i>
Caudal de diseño	5,20 <i>m</i> <sup>3</sup> / <i>s</i>
Número de Reynolds en estado estacionario	3,24·10 <sup>6</sup> -
Tiempo de cierre de válvula reguladora	60 <i>s</i>

Por otro lado, para hacer mas amplio este estudio, se consideran otros materiales además del instalado en la central. Estos materiales fueron estudiados previamente por Kumar [27]. Además, en base a la información obtenida en la central de referencia se tiene que la unión en las tuberías no poseen juntas de expansión, por lo que el valor de la constante *C* se calcula mediante la ecuación 2.20. En la tabla 3.3 se mencionan los materiales a utilizar, sus propiedades mecánicas e hidráulicas relevantes y el valor de la constante *C*.

Para la resolución de las ecuaciones se consideran dos casos de cierre de válvula: El primero es el caso crítico donde el tiempo de cierre es igual a 0, por ende se produce el máximo aumento de presión, y el segundo caso considera un cierre lineal de válvula.

Tabla 3.3: Propiedades mecánicas e hidráulicas de los materiales propuestos, valor de la constante *C* y factor de fricción de Darcy en régimen estacionario.

Material	Módulo de Young [ <i>GPa</i> ]	Módulo de Poisson	Valor de <i>C</i>	Rugosidad absoluta [ <i>m</i> ]	<i>f</i> <sub>Darcy</sub>
Polietileno (PE100) [28]	0,20	0,45	0,798	2,50 · 10 <sup>-6</sup>	1,03 · 10 <sup>-2</sup>
HDPE [29]	0,80	0,46	0,788	1,52 · 10 <sup>-6</sup>	9,70 · 10 <sup>-3</sup>
PVC [29]	3,25	0,40	0,840	5,00 · 10 <sup>-6</sup>	9,80 · 10 <sup>-3</sup>
GPR [30]	80,50	0,22	0,952	1,60 · 10 <sup>-6</sup>	1,01 · 10 <sup>-2</sup>
Acero al carbono [31]	210,00	0,30	0,910	4,60 · 10 <sup>-5</sup>	1,08 · 10 <sup>-2</sup>

## 3.2. Procedimiento general

En la figura 3.1 se muestra un resumen los métodos empleados. En ella se explica como analizar los fenómenos transitorios (de manera acoplada o desacoplada), y los métodos a emplear.

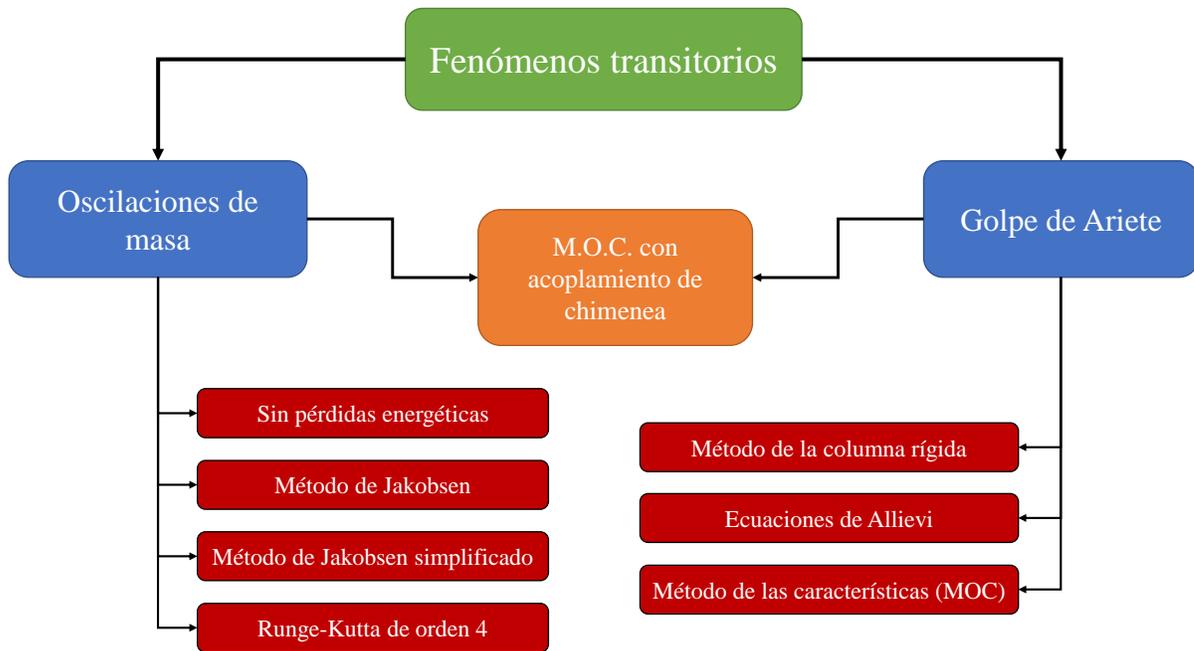


Figura 3.1: Diagrama que resume todos los métodos a emplear en el desarrollo de la memoria de título.

### 3.2.1. Oscilaciones de masa

#### 3.2.1.1. Situación sin pérdidas energéticas

Para esta situación, Jaeger [20] plantea el caso en que se produce un cierre repentino de una válvula (por ejemplo una válvula reguladora). Este efecto se traduce que en la ecuación 2.14,  $Q = 0$ . Además, al despreciar todo tipo de pérdidas en la ecuación 2.15, los términos  $F_T v^2$  y  $F_s u^2$  se anulan. Con lo anterior queda la ecuación diferencial (Caso I-A) mostrada en la ecuación 3.1 (Oscilador armónico simple).

$$\frac{L_p}{g} \frac{A_s}{A_p} \frac{d^2 z}{dt^2} + z = 0 \quad (3.1)$$

Utilizando las condiciones iniciales mostradas en la sección 3.2.4, dicha ecuación tiene como solución la expresión mostrada en la ecuación 3.2.

$$z = z_0 \cos\left(\frac{t}{T}\right) \quad (3.2)$$

Donde  $T = \sqrt{\frac{L_p A_s}{g A_p}}$  corresponde al periodo de oscilación.

Por otro lado, si se considera que la válvula tiene un tiempo de cierre asociado ( $t_c$ ) y el cierre de la válvula ocurre de manera lineal (Figura 3.2), la ecuación diferencial que gobierna el movimiento de la superficie libre en la chimenea de equilibrio está dada por la ecuación 3.3 (Caso I-B).

$$\frac{L_p}{g} \frac{A_s}{A_p} \frac{d^2 z}{dt^2} + z = \frac{L_p}{g A_p} \frac{dQ}{dt} \quad (3.3)$$

en donde el caudal  $Q(t)$  se puede escribir utilizando la función escalón unitario,  $u(t)$ , de la forma:  $Q(t) = Q'(t)[u(t) - u(t - t_c)]$ . Con esto al calcular la transformada de Laplace de la ecuación 3.3, queda que la transformada de Laplace para  $z$ ,  $Z(s)$ , considerando las condiciones iniciales mostradas en la sección 3.2.4, está dada por la ecuación 3.4.

$$Z(s) = \frac{sL_p(Q(s) + z_0A_s) - L_pQ_d}{s^2L_pA_s + gA_p} \quad (3.4)$$

Donde,  $Q(s)$  está dada por la ecuación 3.5.

$$Q(s) = \frac{Q_d}{s} + \frac{Q_d}{s^2t_c}(\exp(-st_c) - 1) \quad (3.5)$$

Al combinar las ecuaciones 3.4 y 3.5 queda la expresión final que gobierna, en el espacio de Laplace, la solución para  $Z(s)$  (Ecuación 3.6).

$$Z(s) = L_pA_s z_0 \frac{s}{(s^2L_pA_s + gA_p)} + \frac{Q_dL_p}{t_c} \frac{\exp(-st_c)}{s(s^2L_pA_s + gA_p)} - \frac{Q_dL_p}{t_c} \frac{1}{s(s^2L_pA_s + gA_p)} \quad (3.6)$$

Donde la transformada inversa de Laplace de la ecuación 3.6 está dada por la ecuación 3.7, dando así la solución para la altura  $z(t)$  de la superficie libre en la chimenea de equilibrio. Al igual que en el caso I-A, el periodo de la oscilación está dado por  $T = \sqrt{\frac{L_p A_s}{g A_p}}$

$$z(t) = z_0 \cos\left(\frac{t}{T}\right) + \frac{Q_dL_p}{t_c g A_p} \left( \left[1 - \cos\left(\frac{t-t_c}{T}\right)\right]u(t-t_c) - \left[1 - \cos\left(\frac{t}{T}\right)\right]u(t) \right) \quad (3.7)$$

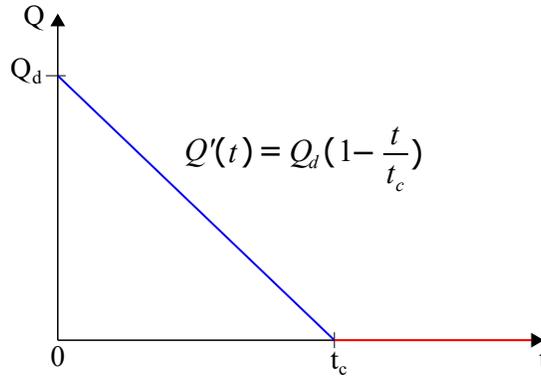


Figura 3.2: Representación gráfica del cierre lineal de una válvula con tiempo de cierre  $t_c$ .

### 3.2.1.2. Situación con pérdidas energéticas

En primera instancia, se considera que el cierre de válvula ocurre de manera instantánea. Además si se considera que  $f_s = 0$  se puede emplear la ecuación 2.15 y, el problema se reduce a resolver las ecuaciones 3.8 y 3.9.

$$\frac{L_p A_s}{g A_p} \frac{dv}{dt} + z + \frac{f_p L_p}{D_p} \frac{v|v|}{2g} = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{dz}{dt} = v \frac{A_p}{A_s} \quad (3.9)$$

donde esta ecuación solo se puede resolver de manera numérica dado que  $f_p$  es una función desconocida en el tiempo. Para ello utilizaremos el método de Jakobsen (Caso II-A), el método de Jakobsen simplificado (Caso III-A) y el método de Runge-Kutta de orden 4 (Caso IV-A).

El método de Jakobsen es descrito por [32] como un modelo iterativo que se basa en el método de diferencias finitas al considerar las derivadas de primer orden según la ecuación 3.10.

$$\frac{df}{dx} \approx \frac{\Delta f}{\Delta x} \quad (3.10)$$

Además, considera que las variables  $v$  y  $z$  pueden expresarse según las ecuaciones 3.11 y 3.12.

$$v_{j+1} = v_j + \frac{1}{2}\Delta v \quad (3.11)$$

$$z_{j+1} = z_j + \frac{1}{2}\Delta z \quad (3.12)$$

Al considerar todo lo anterior, las ecuaciones 3.8 y 3.9 se expresan como:

$$\frac{L_p A_s \Delta v}{g A_p \Delta t} + z_{j+1} + \frac{f_p L_p \left( v_j + \frac{1}{2}\Delta v \right) \left| \left( v_j + \frac{1}{2}\Delta v \right) \right|}{D_p 2g} = 0 \quad (3.13)$$

$$\left( v_j + \frac{1}{2}\Delta v \right) \frac{A_p \Delta t}{A_s} = \Delta z \quad (3.14)$$

Al considerar la expresión mostrada en la ecuación 3.15, y al trabajar las ecuaciones 3.13 y 3.14 se obtiene la ecuación 3.16 que es la correspondiente al método de Jakobsen (Caso II-A), la cual se debe resolver para  $\Delta v$ .

$$\left( v_j + \frac{1}{2}\Delta v \right) \left| \left( v_j + \frac{1}{2}\Delta v \right) \right| = \left( v_j^2 + v_j \Delta v + \frac{1}{4}\Delta v^2 \right) \quad (3.15)$$

$$\frac{f_p L_p}{8g D_p} \Delta v^2 \Delta t + \frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j \Delta v \Delta t + \frac{A_p}{4A_s} \Delta v \Delta t^2 + \frac{L_p}{g} \Delta v + z_j \Delta t + A_s \frac{v_j \Delta t^2}{2A_p} + \frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j^2 \Delta t = 0 \quad (3.16)$$

Si se considera que los términos de orden cuadrático son despreciables ( $\Delta v^2 \approx 0$ ), queda la ecuación 3.17 que representa el método de Jakobsen modificado (Caso III-A). Esta ecuación debe resolverse, de igual manera, para  $\Delta v$ .

$$\frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j \Delta v \Delta t + \frac{A_p}{4A_s} \Delta v \Delta t^2 + \frac{L_p}{g} \Delta v + z_j \Delta t + A_s \frac{v_j \Delta t^2}{2A_p} + \frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j^2 \Delta t = 0 \quad (3.17)$$

Por otra parte, al considerar un cierre lineal de válvula, el problema se reduce a resolver las ecuaciones 2.14 y 2.15. Al igual que el caso anterior, estas se resuelven utilizando el método de Jakobsen (Caso II-B), el método de Jakobsen modificado (Caso III-B) y Runge-Kutta de orden 4 (Caso IV-B). A diferencia del cierre instantáneo de válvula, las ecuaciones en diferencias finitas que entregan la solución para  $\Delta v$  en el caso II-B y III-B están dadas por las ecuaciones 3.18 y 3.19 respectivamente.

$$\frac{f_p L_p}{8g D_p} \Delta v^2 + \Delta v \left( \frac{L_p}{g \Delta t} + \frac{A_p \Delta t}{4A_s} + \frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j \right) + z_j + \frac{1}{2} \frac{A_p}{A_s} v_j \Delta t + \frac{f_p L_p}{2g D_p} v_j^2 = \frac{Q_j \Delta t}{2A_s} \quad (3.18)$$

$$\Delta v \left( \frac{L_p}{g\Delta t} + \frac{A_p\Delta t}{4A_s} + \frac{f_p L_p}{2gD_p} v_j \right) + z_j + \frac{1}{2} \frac{A_p}{A_s} v_j \Delta t + \frac{f_p L_p}{2gD_p} v_j^2 = \frac{Q_j \Delta t}{2A_s} \quad (3.19)$$

Cabe destacar que los métodos de Jakobsen y Runge-Kutta fueron estudiados y probados por [33] y [34] respectivamente. Estos métodos fueron aplicados en el desarrollo de soluciones para chime-neas de equilibrio en régimen transitorio.

### 3.2.2. Golpe de ariete

#### 3.2.2.1. Método de la columna rígida

Este método, según [35] corresponde a una simplificación de las ecuaciones que rigen el golpe de ariete (Sección 2.2.2.2) en las cuales se considera flujo incompresible y que la altura energética no es una función del tiempo. Con lo anterior, las ecuaciones que rigen son las 3.20 y 3.21.

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{f_T v |v|}{2D_T} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (3.21)$$

Al resolver el sistema de EDO's anterior entre dos puntos (1 y 2) a una distancia L entre ellos, produce la ecuación 3.22 para expresar la velocidad en función del tiempo.

$$H_2 - H_1 + \frac{f_T L_T}{D_T} \frac{v |v|}{2g} + \frac{L_T}{g} \frac{dv}{dt} = 0 \quad (3.22)$$

#### 3.2.2.2. Ecuaciones de Allievi

Las ecuaciones de Allievi son descritas por [19] como una simplificación de las ecuaciones originales, quedando las ecuaciones 3.23 y 3.24.

$$\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{g}{a^2} \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (3.23)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.24)$$

donde, la solución a este sistema de ecuaciones diferenciales fue dada por D'Alambert [36], y las expresiones para H y v están dadas por las ecuaciones 3.25 y 3.26.

$$H - H_0 = F\left(t + \frac{x}{a}\right) + f\left(t - \frac{x}{a}\right) \quad (3.25)$$

$$v - v_0 = -\frac{g}{a} \left[ F\left(t + \frac{x}{a}\right) - f\left(t - \frac{x}{a}\right) \right] \quad (3.26)$$

donde  $H_0$  corresponde a la altura piezométrica en el reservorio y  $v_0$  corresponde a la velocidad al interior de las tuberías en estado estacionario. Un caso particular de las ecuaciones de Allievi

es cuando el tiempo de cierre de la válvula es menor a 2 veces el tiempo de viaje característico de la onda ( $T_c = L/a$ ). Esta ecuación se denomina ecuación de Joukowski y se expresa por la ecuación 3.27.

$$\boxed{\Delta H = \frac{aQ_0}{gA_t}} \quad (3.27)$$

Para el caso en que el tiempo de cierre de válvula es mayoros veces  $T_c$ , [35] nos describe el método seguido por Allievi para la resolución de sus ecuaciones. Este consiste en:

- a) El reservorio mantiene una altura piezométrica constante en el tiempo. Con esto, al emplear la ecuación 3.25 en el reservorio se cumple la relación 3.28:

$$h_0 - h_0 = F - f \Rightarrow F = -f \quad (3.28)$$

lo que implica que, al llegar al reservorio el frente de onda se refleja de manera especular pasando a viajar en sentido contrario al que llevaba anteriormente.

- b) Se supone que, para un instante  $t$ , se tiene una perturbación  $F_t$  originada en la válvula la que, al transcurrir un tiempo  $L/a$  llegará al estanque y dará origen a una perturbación  $f$  en el sentido contrario al movimiento. Al transcurrir nuevamente un tiempo  $L/a$ , la onda  $f$  volverá a la válvula y se tiene que la perturbación  $F_t$  se relaciona con  $f$  según la ecuación 3.29.

$$F_t = -f_{T_c} \quad (3.29)$$

- c) Como consecuencia del punto anterior, las ecuaciones de Allievi para un tiempo múltiplo de  $T_c$  cualquiera se transforman en las ecuaciones 3.30 y 3.31.

$$h_i - h_0 = F_i - F_{i-i} \quad (3.30)$$

$$\frac{a}{g}(v_i - v_0) = -(F_i + F_{i-1}) \quad (3.31)$$

Al combinar ambas expresiones de manera adecuada, entrega el avance de la altura piezométrica en función del cambio de velocidad en la válvula para tiempos  $T_c$  sucesivos dada por la ecuación 3.32.

$$\boxed{h_i + h_{i-1} - 2h_0 = \frac{a}{g}(v_{i-1} - v_i)} \quad (3.32)$$

### 3.2.2.3. Método de las características

Para este método, [37] deriva 2 ecuaciones basadas en las ecuaciones 2.18 y 2.17 al introducir un parámetro  $\lambda$ . Las ecuaciones propuestas (denominadas ecuaciones de compatibilidad) son las ecuaciones 3.33, 3.34, 3.35 y 3.36.

$$\frac{gA_T}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{dQ}{dt} + JA_T = 0 \quad (3.33)$$

$$\frac{dx}{dt} = +a \quad (3.34)$$

$$\frac{gA_T}{a} \frac{dH}{dt} - \frac{dQ}{dt} - JA_T = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{dx}{dt} = -a \quad (3.36)$$

este método transforma dos ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias las que se resuelven de manera numérica. Para ello, se consideran tres puntos de análisis; El punto A, P y B los cuales, gráficamente, se relacionan según lo mostrado en la figura 3.3.

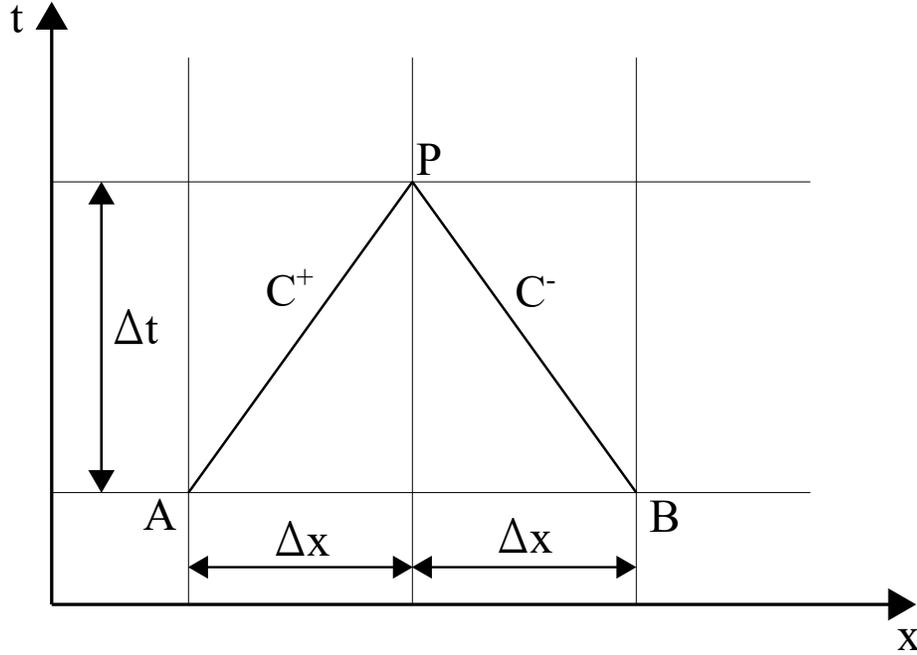


Figura 3.3: Relación de los puntos A, B y P mediante el método de las características.

Para la resolución numérica, mediante el método de diferencias finitas, la ecuación 3.33 al multiplicarla por  $\frac{a}{gA}dt$  se transforma en la ecuación 3.37.

$$\frac{a}{gA}dQ + dH + \frac{a}{g}Jdt = 0 \quad (3.37)$$

si integramos, en primera instancia, entre los puntos A y P (ecuación característica positiva), la ecuación 3.37 conlleva a la ecuación 3.39.

$$\frac{a}{gA} \int_{Q_A}^{Q_P} dQ + \int_{H_A}^{H_P} dH + \frac{a}{g} \int_{t_A}^{t_P} Jdt = 0 \quad (3.38)$$

$$B(Q_P - Q_A) + H_P - H_A + \frac{a}{g}J_A\Delta t = 0 \quad (3.39)$$

donde se define  $B = \frac{a}{gA}$  y  $C_P = H_A + BQ_A - \frac{a}{g}J_A\Delta t$ . Realizando, de manera análoga, la integración entre los puntos P y B, nos queda la ecuación 3.40.

$$B(Q_B - Q_P) + H_B - H_P + \frac{a}{g}J_B\Delta t = 0 \quad (3.40)$$

donde se define  $C_m = H_B - BQ_B + \frac{a}{g}J_B\Delta t$ . Con todo lo anterior, podemos expresar  $H_P$  como:

$$H_P = C_P - BQ_P = C_m + BQ_P \quad (3.41)$$

donde, si trabajamos la 3.41, podemos llegar a las expresiones para  $H_P$  y  $Q_P$  mostradas en las ecuaciones 3.42 y 3.43.

$$H_P = \frac{C_m + C_p}{2} \quad (3.42)$$

$$Q_P = \frac{H_P - C_m}{B} \quad (3.43)$$

La principal característica de las ecuaciones 3.42 y 3.43 es que  $H_p$  y  $Q_p$  quedan en función de valores entregados por los puntos A y B, los cuales son conocidos ya que corresponden al instante anterior de tiempo, en las vecindades del punto de interés P.

Por otro lado, a diferencia de las ecuaciones originales, [37] plantea una modificación al término relacionado a las pérdidas. El término  $J$  se define por la ecuación 3.44.

$$J = J_{uns} + \frac{f_T Q |Q|}{2D_T A_T^2} \quad (3.44)$$

Esta modificación contiene, no tan solo las pérdidas en régimen permanente (pérdidas regulares y singulares) ,si no que también agrega pérdidas en régimen transitorio ( $J_{uns}$ ). Para caracterizarlas, se tienen los siguientes modelos:

- Modelo de Brunone: Propuesto por [38], este modelo se rige por la ecuación 3.45.

$$J_{uns} = \frac{k}{A_T} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} - a \frac{\partial Q}{\partial x} \right) \quad (3.45)$$

donde, el parámetro  $k$  está definido por la ecuación 3.46:

$$k = \frac{C^*}{2} \quad (3.46)$$

y el parámetro  $C^*$  es función del número de Reynolds según la ecuación 3.47.

$$C^* = \begin{cases} 0,000476 & \text{Flujo laminar} \\ \frac{7,41}{Re^{\log(14,3/Re^{0,05})}} & \text{Flujo turbulento} \end{cases} \quad (3.47)$$

- Modelo de Brown: Propuesto por [39], este modelo se rige por la ecuación 3.48 y depende de manera explícita de las propiedades físicas del fluido.

$$J_{uns} = \frac{16\mu}{\rho D_T^2 A_T} \left( \frac{\partial Q}{\partial t} * W(\tau) \right) \quad (3.48)$$

donde  $W(\tau)$  es una función de peso que depende del tiempo adimensional  $\tau$  definido por la ecuación 3.49.

$$\tau = \frac{4\rho t}{\mu D_T^2} \quad (3.49)$$

el trabajo realizado en [39] define esta función según la ecuación 3.50.

$$W(\tau) = \frac{A' \exp\{\tau B'\}}{\sqrt{\tau}} \quad (3.50)$$

donde  $A' = \frac{1}{2\sqrt{\pi}}$ ,  $B' = \frac{Re^k}{12,86}$  y  $k = \log\left(\frac{15,29}{Re^{0,0567}}\right)$ .

Con lo anterior, el modelo elegido para resolver las ecuaciones del golpe de ariete será el modelo de Brunone ya que no depende del factor de peso si no que de valores mas propios del problema como lo serían las derivadas temporales y espaciales de  $Q$ .

Finalmente, dado que este método busca la resolución de un sistema de EDP's, se verifica la convergencia del método utilizando la ley de Courant-Friedrichs. Esta ley nos relaciona el paso temporal con el paso espacial según la ecuación 3.51, donde  $C_0$  es un número adimensional denominado número de Courant. Para asegurar la convergencia del método se debe cumplir que  $C_0 = 1$ .

$$C_0 = a \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (3.51)$$

### 3.2.3. Acoplamiento de fenómenos transitorios

El estudio de los fenómenos transitorios de manera acoplada ha sido estudiada por algunos autores ([40], [41], [42] y [43]) de distintas maneras a nivel de laboratorio. Uno de estos enfoques consiste en considerar la chimenea de equilibrio como un elemento paralelo en la instalación hidráulica. Un esquema de este modelo se muestra en la figura 3.4, en el que se relaciona la chimenea de equilibrio con la tubería forzada mediante la ecuación de continuidad (Ecuación 3.52).

$$Q_1(t) = Q_3(t) + Q_2(t) \quad (3.52)$$

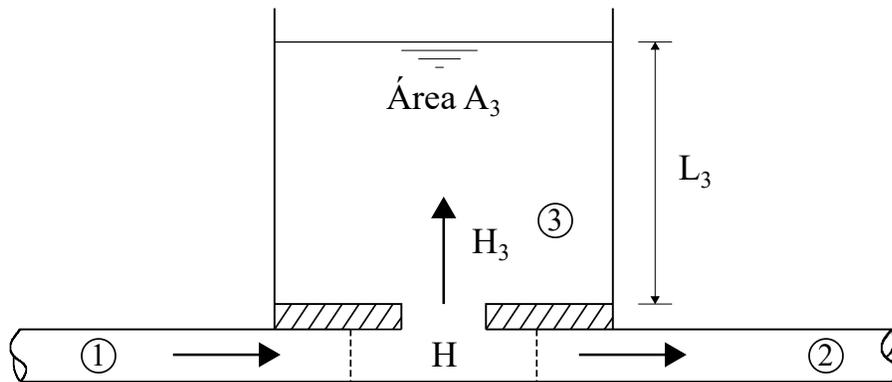


Figura 3.4: Esquema del acoplamiento entre la chimenea de equilibrio y la tubería forzada.

La variación de altura en la chimenea de equilibrio está dada por la ecuación 3.53. Al integrar directamente se obtiene la expresión para la altura  $L_3(t)$  dada por la ecuación 3.54, sin embargo

dado que  $Q_3(t)$  es una función desconocida se aproxima el valor de la integral utilizando la regla del trapecio quedando la expresión para  $L_3(t)$  dada por la ecuación 3.55.

$$\frac{dL_3}{dt} = \frac{Q_3(t)}{A_s} \quad (3.53)$$

$$L_3(t) = L_3(t - \Delta t) + \frac{1}{A_s} \int_{t-\Delta t}^t Q_3(\tau) d\tau \quad (3.54)$$

$$L_3(t) \approx L_3(t - \Delta t) + \frac{Q_3(t - \Delta t) + Q_3(t)}{2A_s} \Delta t \quad (3.55)$$

Por otro lado, [44] utiliza el *lumped inertia model* para relacionar las pérdidas energéticas con el cambio de caudal y utilizando conservación de la energía relaciona el caudal de ingreso a la chimenea de equilibrio con la variación de altura en la misma. Lo anterior se describe mediante las ecuaciones 3.56 y 3.57 respectivamente.

$$\frac{L_3}{gA_3\Delta t}(Q'_3 - Q_3) = H'_3 + H_3 - (L'_3 + L_3) - \frac{f_3 L_3}{gD_3 A_3^2} Q'_3 |Q_3| \quad (3.56)$$

$$Q'_3 = \pm C_D \sqrt{2g(H' - H'_3)} \quad (3.57)$$

en donde dada una función  $g(t)$  cualquiera,  $g'$  corresponde al instante actual y  $g$  corresponde al instante anterior.

El modelo anterior es válido para chimeneas de equilibrio con diámetros pequeños. Para diámetros grandes se considera que la chimenea tiene una variación de altura hidroestática y se cumple la relación dada por la ecuación 3.58.

$$H_3(t) = L_3(t) \quad (3.58)$$

Mediante el uso de las ecuaciones 3.42, 3.43, 3.52, 3.55, 3.57 y 3.58, se puede determinar los valores, para cualquier instante de tiempo, de  $H_3(t)$ ,  $L_3(t)$  y  $Q_3(t)$ .

### 3.2.4. Condiciones iniciales y de borde

#### 3.2.4.1. Oscilaciones de masa

Para el caso de la chimenea de equilibrio, no tenemos condiciones de borde ya que es un problema que solo depende del tiempo. Las condiciones iniciales son:

1. Altura inicial en la chimenea de equilibrio ( $z(0)$ ): Está dada por la altura de la superficie libre en estado estacionario.
2. Velocidad inicial en la chimenea de equilibrio ( $u(0)$ ): Inicialmente, la chimenea se encuentra en reposo cinemático.
3. Velocidad inicial en la tubería forzada ( $v(0)$ ): Es la velocidad en la tubería en estado estacionario.

$$z(0) = z_0 \quad (3.59)$$

$$u(0) = 0 \quad (3.60)$$

$$v(0) = v_d \quad (3.61)$$

### 3.2.4.2. Golpe de ariete

Las condiciones de borde e iniciales para resolver el problema se reducen a:

1. Aguas arriba ( $x = 0, t$ ): Condición de reservorio a nivel constante.
2. Aguas abajo ( $x = L_T, t$ ): Válvula reguladora de caudal.
3. Altura energética inicial ( $x, t = 0$ ): Perfil hidráulico en estado estacionario.
4. Caudal inicial ( $x, t = 0$ ): Caudal constante en estado estacionario.

$$H(0, t) = H_{reservorio} \quad (3.62)$$

$$Q(L_T, t) = \begin{cases} 0 & \text{Para cierre instantáneo} \\ Q_d \left(1 - \frac{t}{t_c}\right) [u(t) - u(t - t_c)] & \text{Para cierre lineal} \end{cases} \quad (3.63)$$

$$H(x, 0) = h_r \quad (3.64)$$

$$Q(x, 0) = Q_d \quad (3.65)$$

# Capítulo 4

## Resultados y Análisis

### 4.1. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos mediante cálculo numérico para las distintas situaciones; Perfil hidráulico en régimen permanente, variación de la altura geométrica de la chimenea de equilibrio en el tiempo, variación de la altura piezométrica en las tuberías en el tiempo y el efecto de acoplar una chimenea de equilibrio con las tuberías en la variación de la altura piezométrica en el tiempo.

#### 4.1.1. Régimen permanente

Para el cálculo de los perfiles hidráulicos en régimen permanente se utilizan las propiedades hidráulicas descritas en la tabla 3.3, las pérdidas regulares utilizando la ecuación 2.11, las pérdidas singulares calculándolas mediante la ecuación 2.12 y los datos suministrados en el informe técnico de la central Carilafquen [23]. Parte de los resultados anteriormente descritos se muestran en la figura 4.1. En esta se aprecia que, mientras mayor es la rugosidad específica del material utilizado en las tuberías mayor son las pérdidas en régimen permanente. En el anexo A se muestran los perfiles hidráulicos completos.

#### 4.1.2. Régimen transitorio

##### 4.1.2.1. Oscilaciones de masa en la chimenea de equilibrio

En las figuras 4.2 y 4.3 se muestra la variación de altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintas configuraciones. Se puede apreciar que las oscilaciones varían de manera considerable al cambiar el área de la chimenea instalada para un mismo tipo de cierre. En particular, a mayor área el movimiento presenta una amplitud menor y también un periodo mayor. Por otro lado, al considerar las mismas condiciones de cierre de válvula (independiente el área de la chimenea),

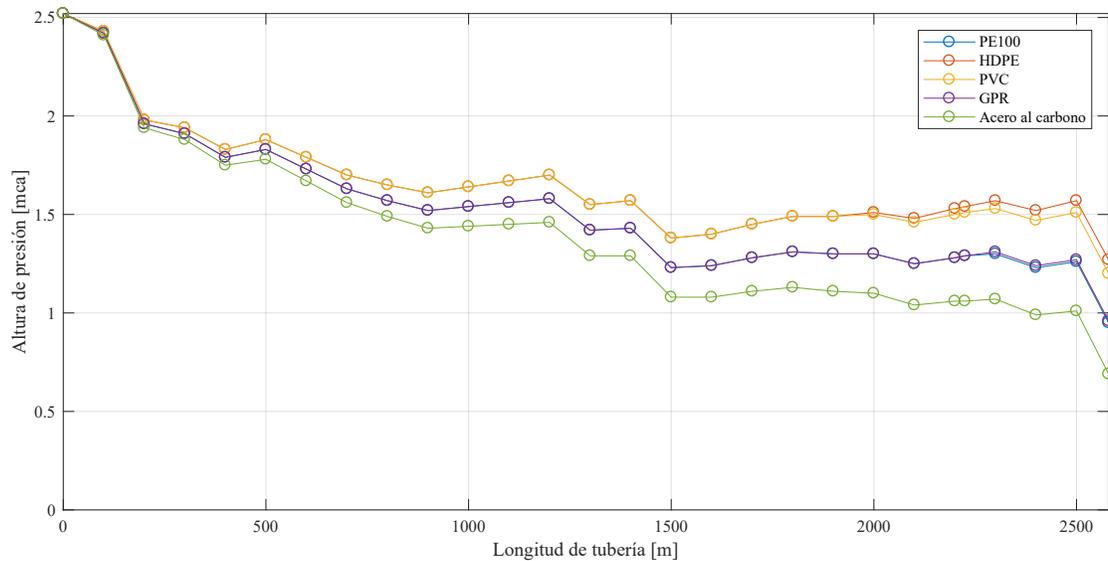


Figura 4.1: Variación de la altura piezométrica en régimen permanente para distintas tuberías utilizando los datos de la central Carilafquen.

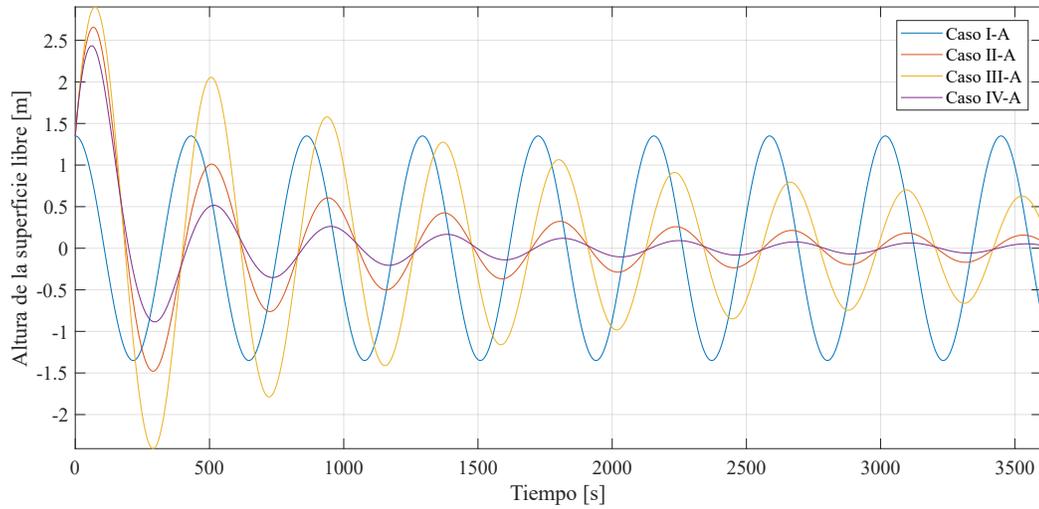
se aprecia una disminución en la altura máxima para el caso II ya un cierre lineal no presenta una inestabilidad importante en la solución como si lo hace un cierre instantáneo. Esta inestabilidad se origina ya que la inclusión de términos no lineales en la solución son sensibles a cambios bruscos en los otros parámetros. Al analizar la convergencia de los distintos casos, salvo los casos IA y IIA (ideal, sin pérdidas energéticas), los otros métodos muestran converger a distinta rapidez. Sin embargo, podemos ver que, salvo en el cierre lineal, los métodos nos entregan distintas soluciones para las mismas condiciones de operación. Es por ello que estos resultados numéricos nos entregan cotas inferiores y superiores a los valores de altura máxima alcanzada en la chimenea de equilibrio.

Finalmente podemos observar que para todas las situaciones en las que se consideran pérdidas energéticas, el movimiento en la chimenea de equilibrio se comporta como un movimiento armónico amortiguado; En el caso de la chimenea instalada en Carilafquen, para ambos tipos de cierre de válvula el movimiento oscilatorio es sub amortiguado con coeficientes de amortiguación entre 0,1 y 0,5 [45], en cambio para una chimenea considerando el área de Thoma, esta presenta el mismo tipo de movimiento pero con coeficientes de amortiguación mayores rondando entre 0,4 y 0,8 [45].

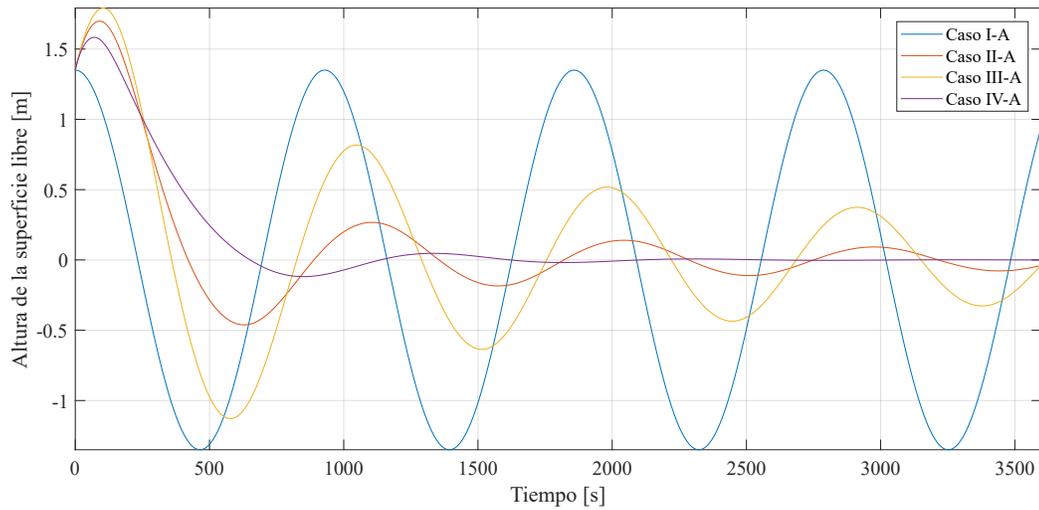
#### 4.1.2.2. Golpe de ariete en las tuberías de aducción y forzada

Un parámetro fundamental para el cálculo del golpe de ariete es la velocidad de propagación de onda tal como lo muestra la ecuación 2.17. En la tabla 4.1 se muestran las velocidades de propagación de onda para los distintos materiales estudiados como también el periodo de oscilación asociado.

En la figura 4.4 y 4.5 se muestra el aumento de la altura piezométrica al utilizar la ecuación de Joukowski y el método de Allievi, respectivamente. Cabe destacar que el método de Allievi entrega una variación constante en el tiempo ya que, este método no considera pérdidas en el sistema. Este



(a)

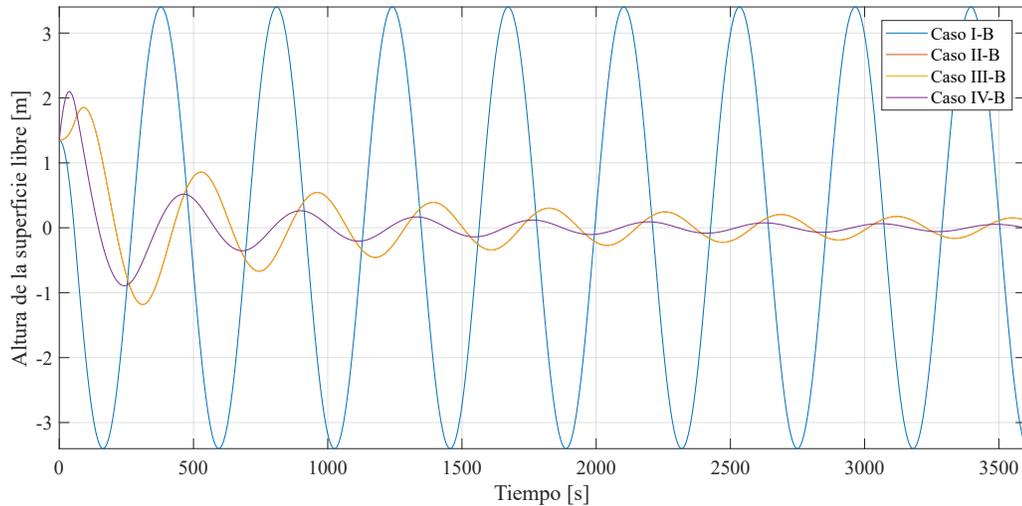


(b)

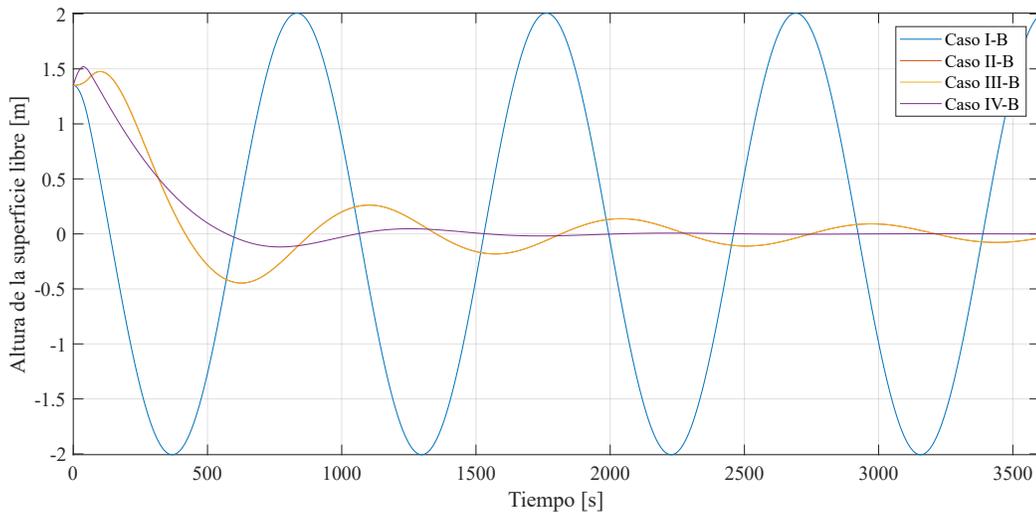
Figura 4.2: Oscilaciones en la chimenea de equilibrio considerando los 4 métodos de resolución cuando se tiene cierre instantáneo de válvula en función del tiempo: (a) Chimenea de equilibrio instalada en la central Carilafquen, (b) Chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

Tabla 4.1: Valores de la velocidad de propagación de onda y periodo de esta para los materiales estudiados.

Materiales	$a$ [m/s]	$T_w$ [s]
PE100	44,244	84,948
HDPE	88,875	42,290
PVC	172,655	21,769
GPR	711,040	5,286
Acero al carbono	990,365	3,795



(a)



(b)

Figura 4.3: Oscilaciones en la chimenea de equilibrio considerando los 4 métodos de resolución cuando se tiene cierre lineal de válvula en función del tiempo: (a) Chimenea de equilibrio instalada en la central Carilafquen, (b) Chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

comportamiento se presentará a contar de cierto periodo (mayor al tiempo de cierre de la válvula).

En ambos tipos de cierre de válvula, se puede apreciar que el aumento de la altura piezométrica es proporcional a la velocidad de onda de cada material, teniendo un mínimo en las tuberías de PE100 y un máximo en las tuberías de Acero al carbono.

Por otro lado, en la figura 4.6 se muestra el avance del caudal en función del tiempo al utilizar el método de la columna rígida. Al analizar los resultados entregados por este método se aprecia un decaimiento exponencial para cada material estudiado, lo que es característico de un movimiento armónico sobre amortiguado. Sin embargo, no predice de manera correcta el caudal en estado estacionario, ya que este debería ser nulo.

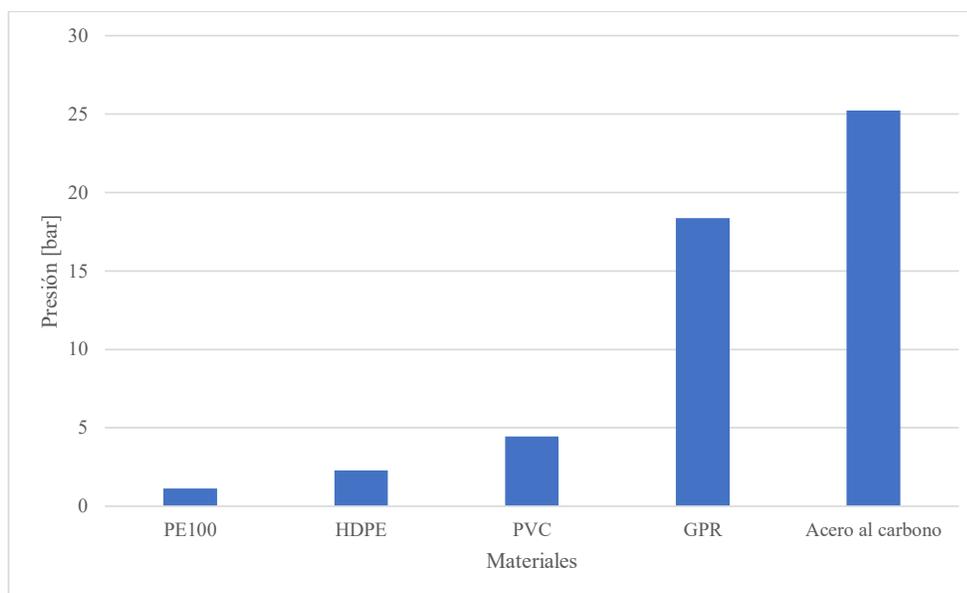


Figura 4.4: Aumento de presión en las tuberías utilizando la ecuación de Joukowski.

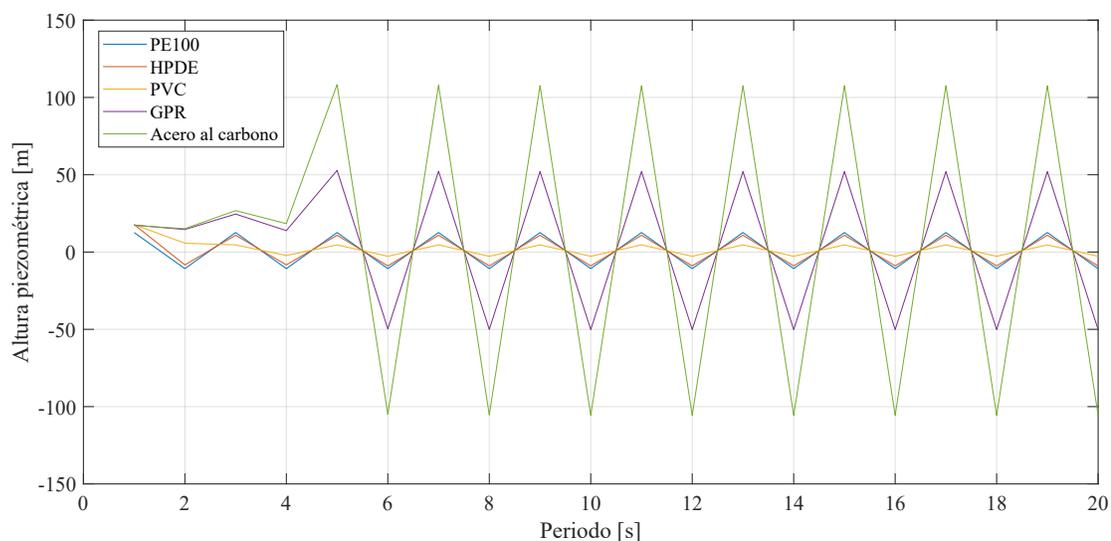


Figura 4.5: Comportamiento de la Altura piezométrica en las tuberías para distintos materiales, en función del período de propagación de onda.

Por otra parte, los resultados entregados por el método de las características para ambos tipos de cierre se muestran en la figura 4.7.

Para el caso de cierre instantáneo se puede apreciar que durante los primeros 200 s, todas las tuberías presentan una tendencia a la convergencia; en la que mientras menor es la velocidad de propagación de la onda mayor es el periodo de la onda. Para este caso el mayor periodo lo presentan las tuberías de PE100 y el menor las tuberías de Acero al carbono.

Si se analiza el caso de cierre lineal de una válvula, a diferencia del cierre instantáneo, la mayor altura piezométrica no la presentan las tuberías de Acero al carbono sino que las tuberías de PVC.

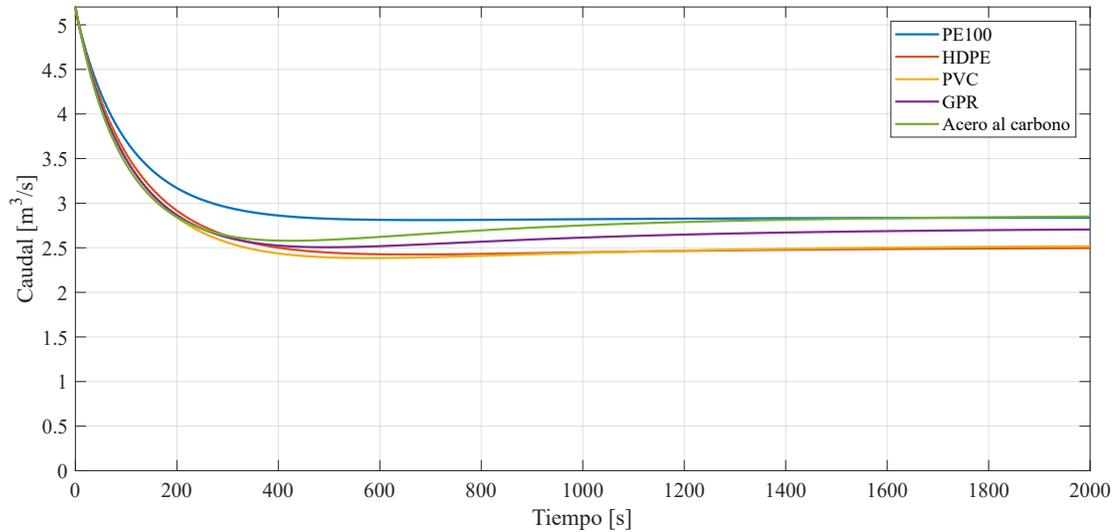


Figura 4.6: Comportamiento del caudal en las tuberías utilizando el método de la columna rígida en función del tiempo.

Sin embargo, las tuberías de Acero al carbono presentan la menor altura piezométrica y presentan un aumento oscilante hasta llegar al cierre completo de la válvula (en donde se detiene el aumento de presión y comienza una fase de amortiguamiento de las oscilaciones).

El comportamiento anterior también se da en las tuberías de GPR y se explica por el hecho de que la velocidad de onda es muy alta y el cierre de la válvula no es lo suficientemente rápido como para que todo el aumento de altura piezométrica sea transmitido.

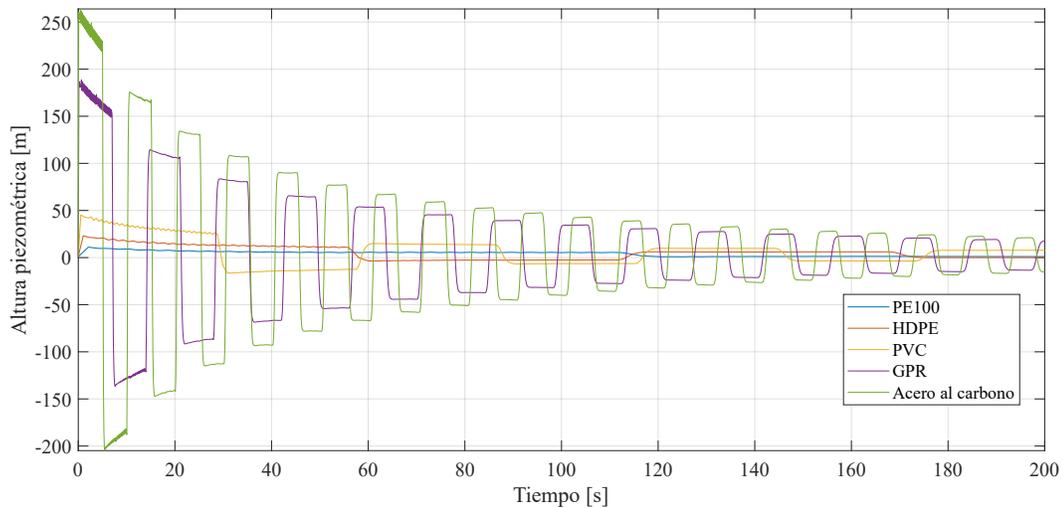
Finalmente, las diferencias entre el método de Allievi y el método de las características es que el primero considera periodos en el cálculo de las variaciones de altura piezométrica por lo que no entrega una función discreta en el tiempo en cambio el método de las características dado que se basa en un método de diferencias finitas puede entregar una función mas continua en el tiempo. También, el método de Allievi al desprestigiar las pérdidas no muestra el efecto de amortiguamiento en las oscilaciones por lo cual entrega información errónea a la hora de, por ejemplo, querer saber el tiempo de duración de este fenómeno transitorio.

#### 4.1.2.3. Acoplamiento de fenómenos

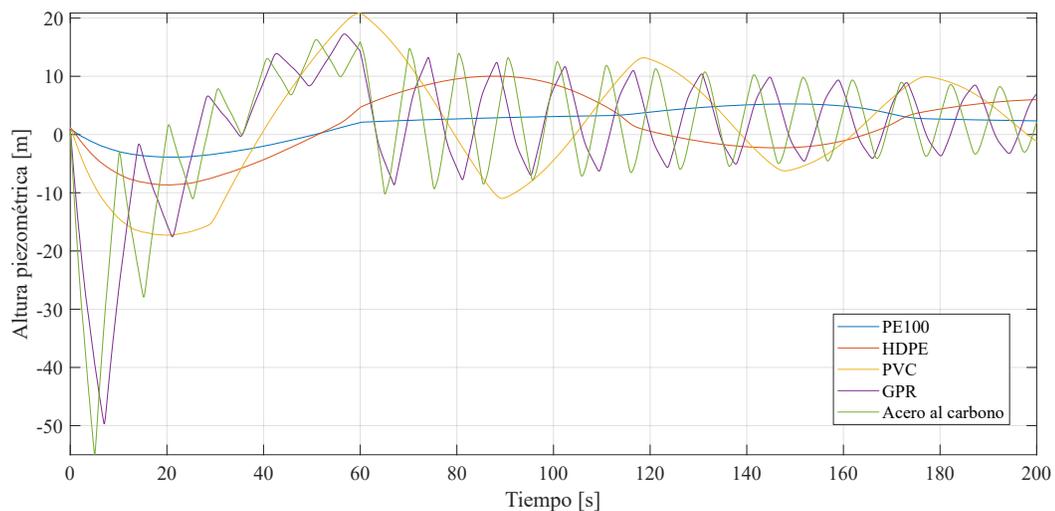
En la figura 4.8 se muestra el comportamiento de la altura piezométrica al considerar un cierre instantáneo de válvula con chimeneas de equilibrio con área igual a la instalada en Carilafquen y área de Thoma.

Se puede apreciar que, para ambas áreas, el comportamiento es el mismo para todos los materiales estudiados. Al igual que en el caso de cierre instantáneo sin chimenea de equilibrio, se presenta que el material con el mayor aumento de altura piezométrica corresponde al Acero al carbono.

Por otra parte, el efecto de acoplar una chimenea de equilibrio se traduce en que la altura



(a)



(b)

Figura 4.7: Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre de la misma en función del tiempo: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula.

piezométrica muestra un decaimiento exponencial a lo largo del tiempo con algunas oscilaciones en dicho decaimiento; las cuales se explican por el hecho de que en la chimenea de equilibrio se produce un proceso de carga/descarga lo que produce variaciones en la altura piezométrica de la válvula. Se podría considerar este decaimiento exponencial como un movimiento críticamente amortiguado [45].

De la misma manera, en la figura 4.9 se muestra el comportamiento de la altura piezométrica al considerar un cierre lineal de válvula con las mismas chimeneas descritas anteriormente.

Em ambas chimeneas, se muestra que las oscilaciones presentan una combinación valle-monte en el intervalo de tiempo correspondiente al cierre de válvula. Para todas las tuberías instaladas

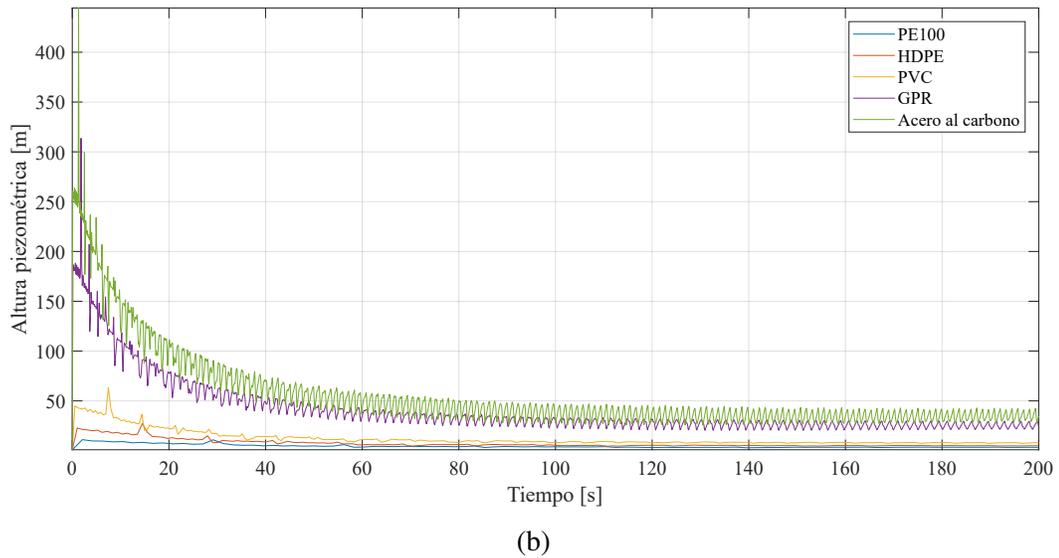
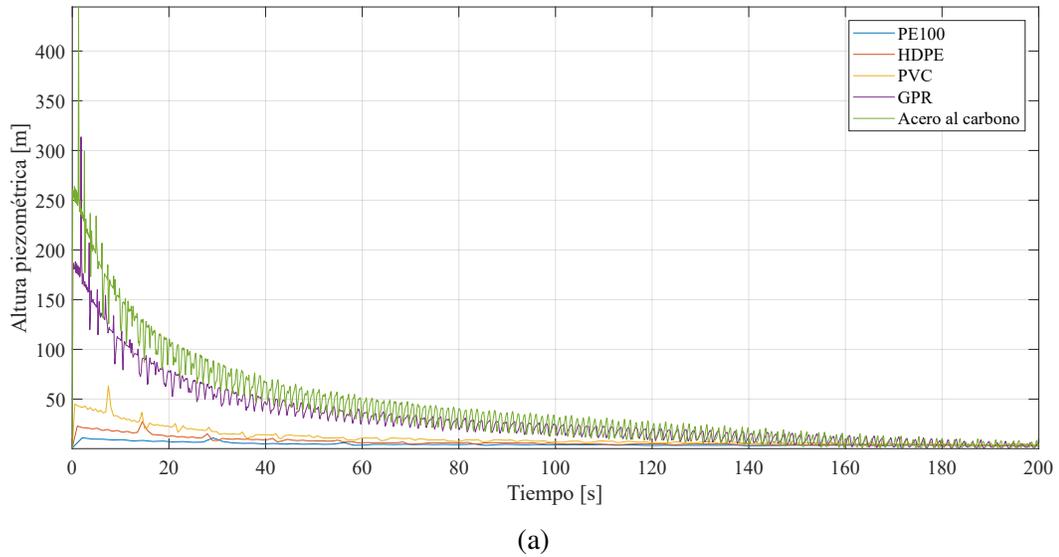
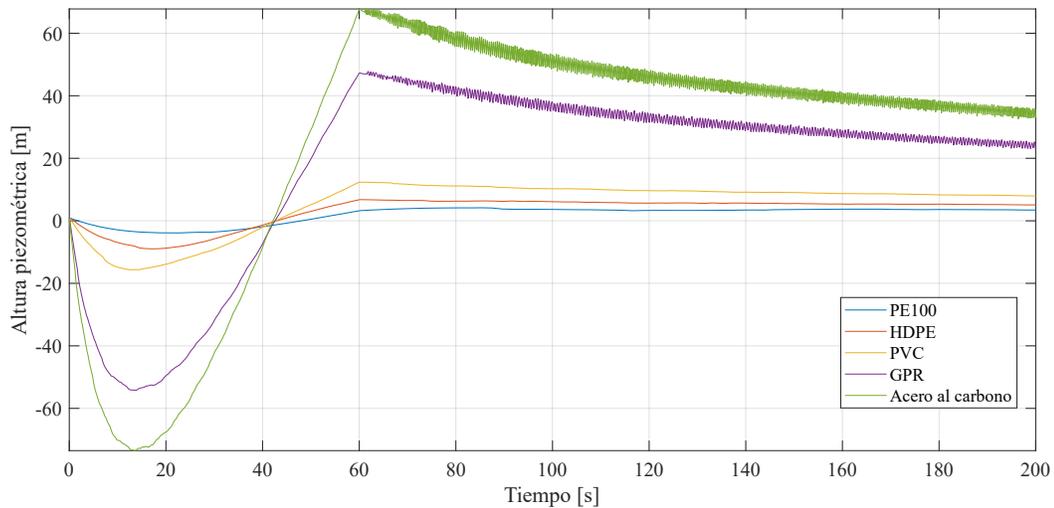


Figura 4.8: Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre instantáneo de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con una chimenea de equilibrio: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

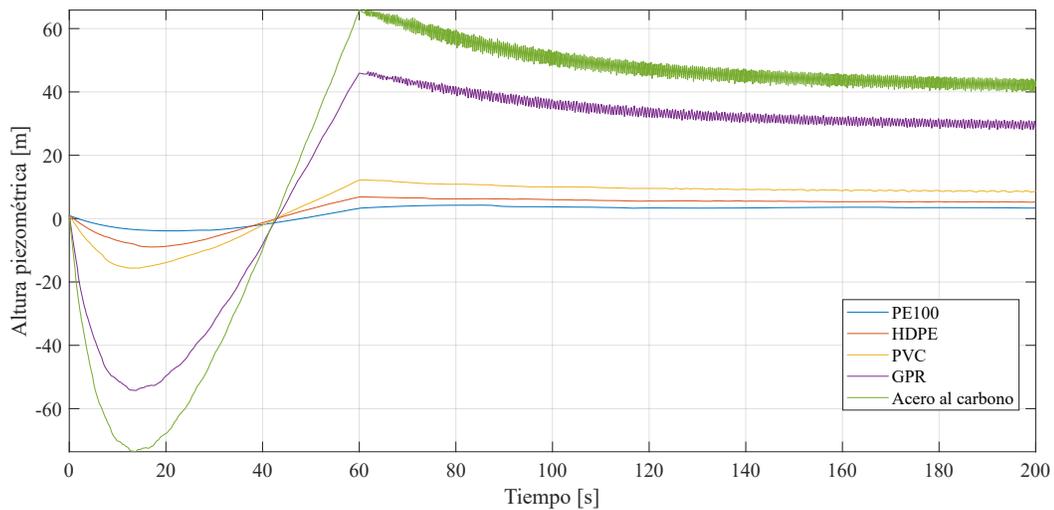
se muestra un movimiento que se asemeja a uno oscilatorio amortiguado con coeficientes de amortiguamiento cercanos a 1. En el caso de la chimenea con área igual a la de Thoma se aprecia que, en la curva de decaimiento se presentan oscilaciones un poco mayores a la chimenea de Carilafquen producto de que el área es mayor y por lo tanto el proceso de carga/descarga entrega mayores caudales.

Cabe destacar que producto del aumento de duración la duración en la transición valle-monte, el tiempo que se demoran en converger las tuberías de GPR y Acero al carbono es mayor.

El efecto producido en la superficie libre de una chimenea de equilibrio como la instalada en



(a)



(b)

Figura 4.9: Avance de la altura piezométrica en la válvula para distintos materiales al producirse un cierre lineal de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con una chimenea de equilibrio: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

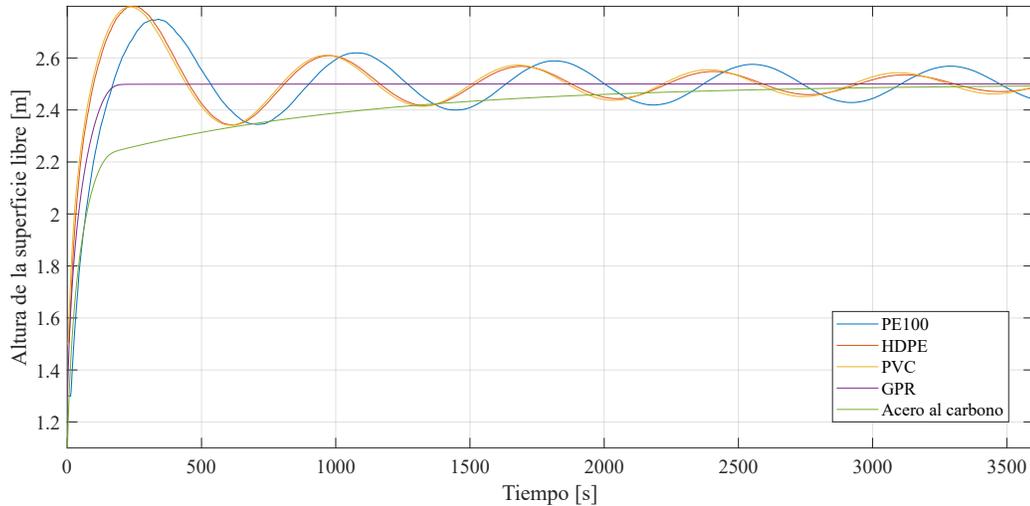
Carilafquen y una con área igual a la de Thoma considerando un cierre instantáneo de válvula se aprecia en la figura 4.10.

Para la chimenea instalada en Carilafquen se muestra que, en el caso de las tuberías de Acero al Carbono y GPR, existe una rápida convergencia al valor deseado pero para los otros materiales se notan oscilaciones amortiguadas a lo largo del tiempo. En particular, describen un movimiento que se asemeja a uno subamortiguado.

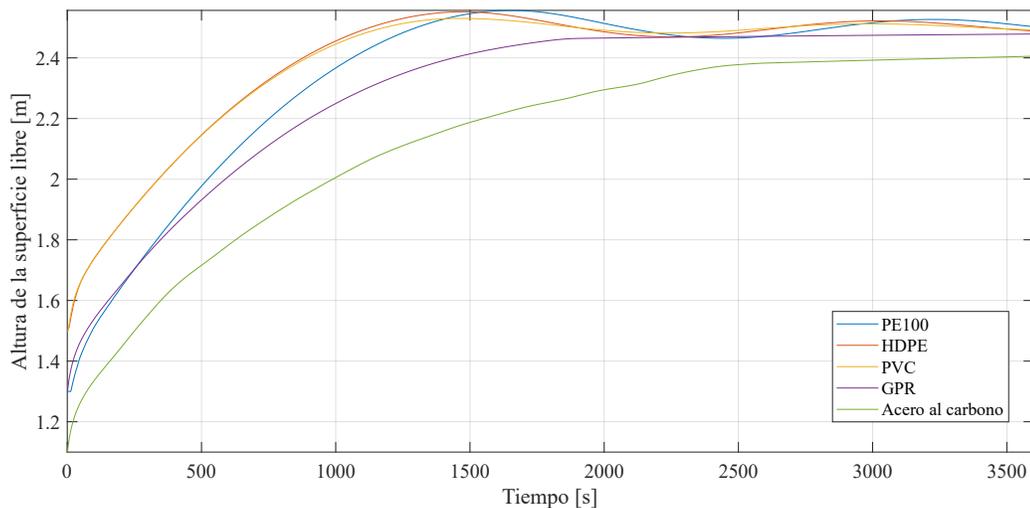
Por otra parte, en el caso de una chimenea de equilibrio con área igual a la de Thoma, estas oscilaciones presenta una amortiguación mucho mas grande, pudiendo considerarse coeficientes de

amortiguación cercanos a 1 independientemente del tipo de material.

Además, para ambos casos se cumple que el comportamiento oscilatorio de la chimenea de equilibrio no se condice con las oscilaciones de la altura piezométrica en la válvula.



(a)



(b)

Figura 4.10: Avance de la altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al producirse un cierre instantáneo de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con un la tubería forzada: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

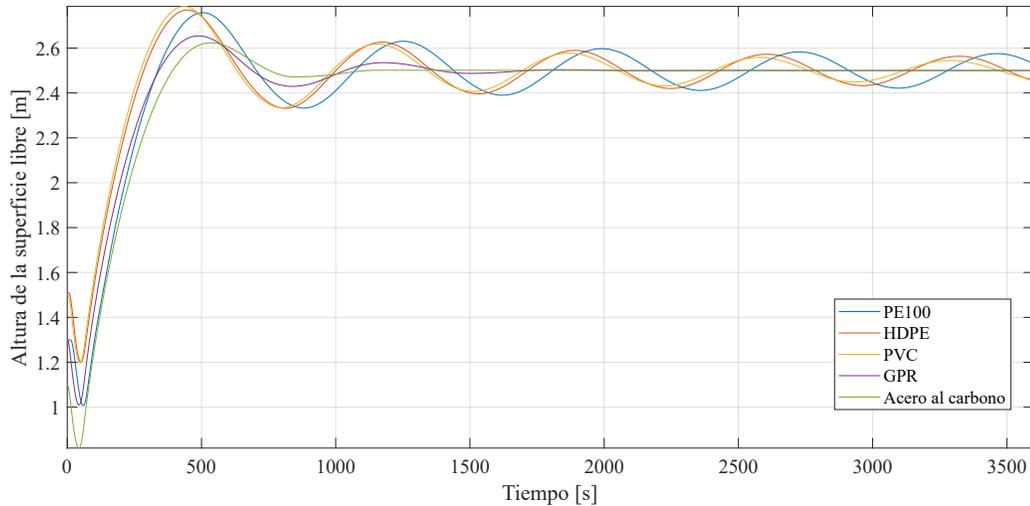
Finalmente, en la figura 4.11 se muestra el efecto producido en la superficie libre de una chimenea de equilibrio como la instalada en Carilafquen y una con área igual a la de Thoma considerando un cierre lineal de válvula.

El mayor cambio, con respecto al cierre instantáneo, es el hecho que en un comienzo la altura de la superficie libre de la chimenea disminuye lo que implica que se produce una descarga de caudal

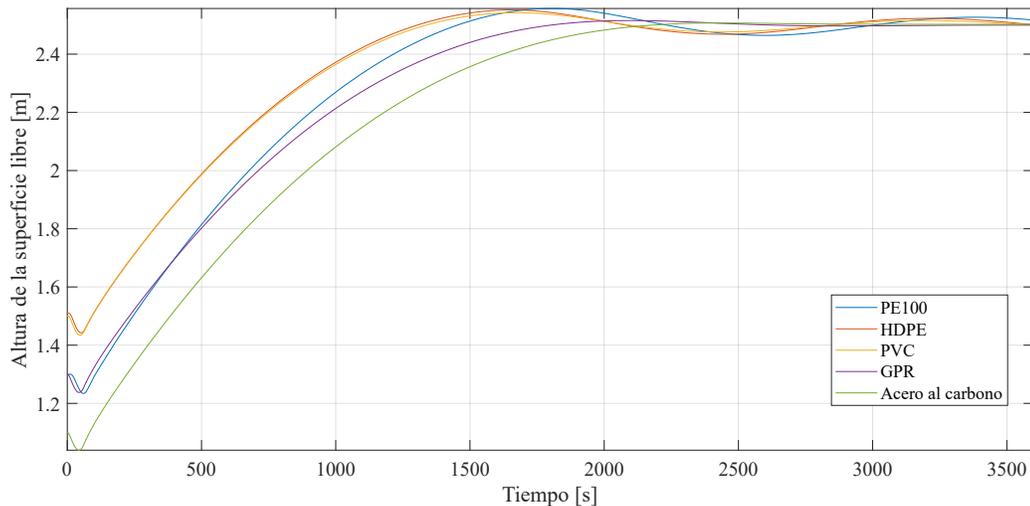
hacia las tuberías producto del cierre lento de válvula.

Para la chimenea instalada en Carilafquen, las tuberías de Acero al carbono y GPR no convergen rápidamente si no que presentan oscilaciones en su movimiento. De igual manera, podría considerarse todas las oscilaciones como subamortiguadas.

En el caso de una chimenea con área de igual a la de Thoma, se muestra que las tuberías de Acero al carbono y GPR se demoran mas en alcanzar el punto de equilibrio mientras que el resto presenta un comportamiento similar al cierre instantáneo.



(a)



(b)

Figura 4.11: Avance de la altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al producirse un cierre lineal de la misma en función del tiempo considerando el acoplamiento con una tubería forzada: (a) Acoplamiento con chimenea de equilibrio instalada en central Carilafquen, (b) Acoplamiento con chimenea de equilibrio considerando el área de Thoma.

## 4.2. Validación de resultados

Para verificar la validez de los métodos propuestos, estos se comparan con resultados disponibles en la literatura. Es por esto que se verifica los resultados obtenidos mediante el método de las características tanto en el caso desacoplado como en el acoplado.

En el caso desacoplado, Brunone [46] encuentra resultados experimentales utilizando velocimetría Doppler ultrasónica (UDV) bajo las siguientes condiciones:

- Material utilizado en las tuberías: HDPE.
- Largo de la tubería: 350 *m*.
- Diámetro interno de la tubería: 93,3 *mm*.
- Espesor de tubería: 8,9 *mm*.
- Número de Reynolds: 60.700
- Altura piezométrica en el reservorio: 20,95 *m*
- Características de la válvula utilizada: Cierre instantáneo.

Por otro lado, en el caso acoplado, Wang [42] al desarrollar sus resultados numéricos utiliza el Método de Volúmenes de Fluido en tres dimensiones (VOF 3D) bajo las siguientes condiciones:

- Material utilizado en las tuberías: Acero al carbono.
- Largo de la tubería: 300 *m*.
- Diámetro interno de la tubería: 1,128 *m*.
- Diámetro de la chimenea de equilibrio: 1,596 *m*.
- Velocidad de propagación de onda al interior de la tubería: 1.000 *m/s*.
- Caudal de diseño: 4  $m^3/s$ .
- Altura piezométrica en el reservorio: 20 *m*.
- Características de la válvula utilizada: Cierre lineal con una duración de 4 *s*.

Cabe destacar que los resultados obtenidos, en este caso, corresponden a las oscilaciones de masa ocurridas en la chimenea de equilibrio.

En la figura 4.12 se muestra la comparación entre los resultados experimentales y los resultados obtenidos al utilizar el método de las características para el caso desacoplado. Se puede apreciar que; el método numérico aproxima el comportamiento de las oscilaciones al comienzo de estas pero, a contar de los primeros 5 segundos, los resultados se comienzan a distanciar tanto en magnitud como en ubicación temporal. Estas diferencias se pueden explicar por el hecho que el método numérico planteado consiste en un modelo unidimensional y, en cambio, los resultados experimentales contienen fenómenos como la propagación de las ondas de presión en otras direcciones como también la absorción de energía por parte de las paredes de las tuberías. Sin embargo, los resultados numéricos siempre son mayores (en magnitud) que los resultados experimentales por lo que no se tienen problemas al considerar estos como base para el diseño de un sistema de aducción.

Por otro lado, en la figura 4.13 se muestra la comparación entre las oscilaciones de masa existentes en la chimenea de equilibrio mediante simulaciones numéricas utilizando el método de volúmenes

de fluido en tres dimensiones y el método de las características para el caso acoplado. Se puede apreciar que; ambos métodos presentan un comportamiento similar en el tiempo, concordando las oscilaciones en su ubicación temporal pero, las magnitudes de ambas oscilaciones son diferentes. En particular, el método de las características entrega un menor valor para los montes y un menor valor para los valles de ambas oscilaciones. Dicha diferencia alcanza un valor cercano al 20 % para el valor máximo de la oscilación; esto debe ser considerado a la hora de diseñar la chimenea de equilibrio mediante algún factor de seguridad para evitar un mal funcionamiento de la chimenea de equilibrio.

Finalmente, se desprende de la validación de ambos casos (desacoplado y acoplado) entrega resultados satisfactorios para los métodos propuestos ya que, si bien no son exactamente iguales, son capaces de describir de manera correcta la fenomenología involucrada y, en el peor de los casos, los resultados entregados permiten asegurar un buen diseño de un sistema de aducción.

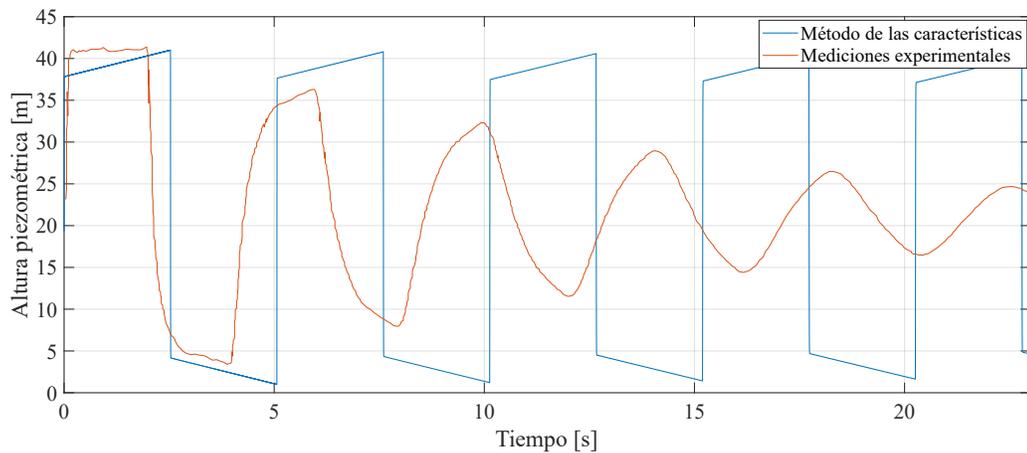


Figura 4.12: Validación con datos experimentales del método de las características sin acoplamiento considerando un cierre instantáneo de válvula.

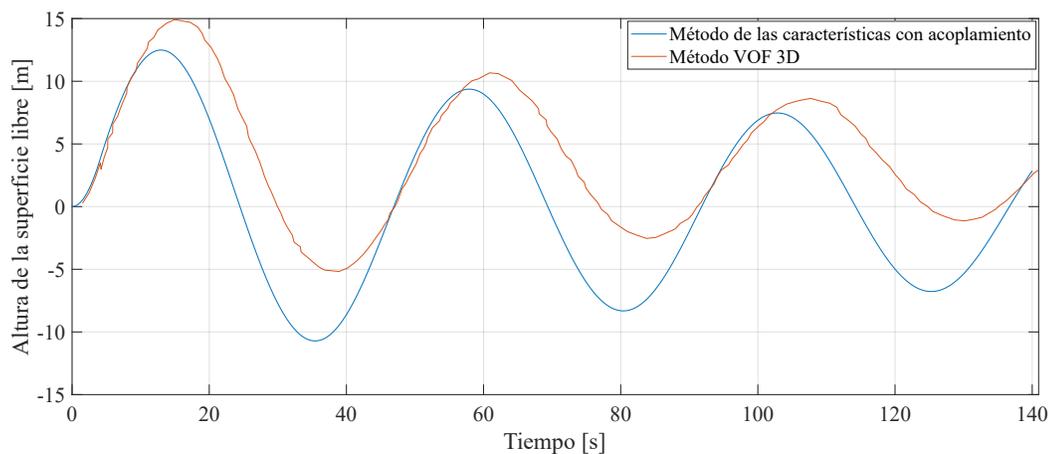
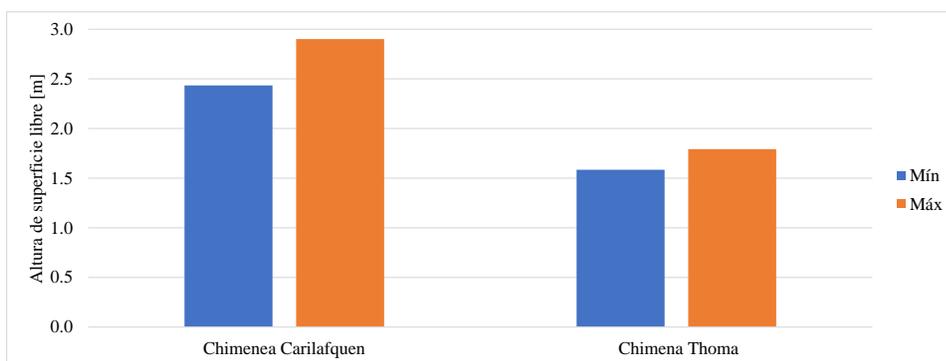


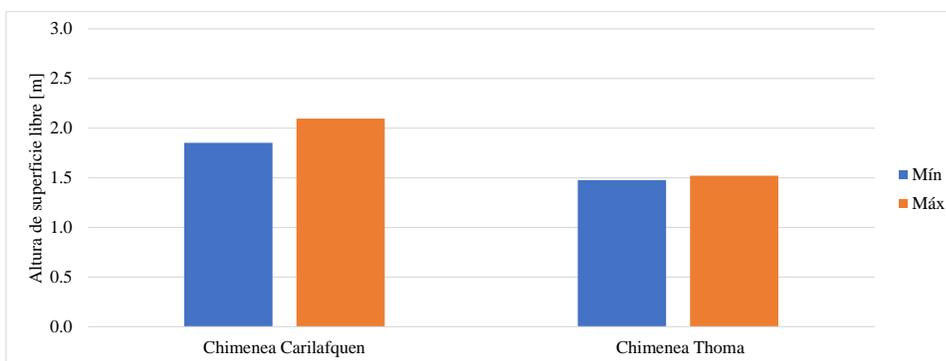
Figura 4.13: Validación con datos numéricos del método de las características con acoplamiento al analizar la chimenea de equilibrio y considerando un cierre lineal de válvula.

### 4.3. Análisis Comparativo

En la figura 4.14 se muestran los valores mínimos y máximos alcanzados en la chimenea de equilibrio para las situaciones con pérdidas energéticas y ambos casos de cierre de válvula. En esta se aprecia que la diferencia entre el mínimo y el máximo para ambos tipos de cierre no es considerable siendo menor en el caso en que el área es mayor (Chimenea con área de Thoma).



(a)

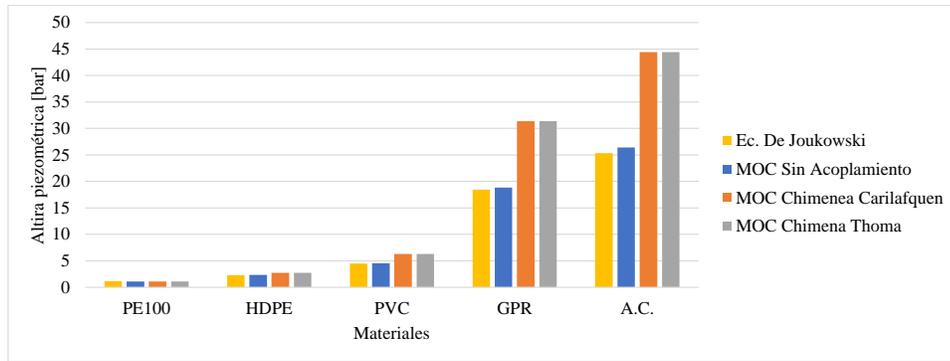


(b)

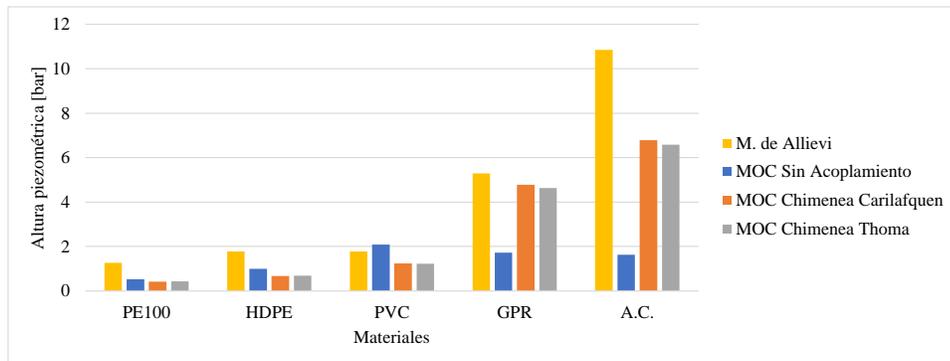
Figura 4.14: Comparación entre la máxima y mínima altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos métodos en el caso desacoplado: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula.

Los resultados para la máxima altura piezométrica alcanzada producto del golpe de ariete para los distintos métodos se muestran en la figura 4.15. Acá se presentan muchas variaciones entre los distintos métodos; En el caso de cierre instantáneo, y considerando el fenómeno desacoplado la ecuación de Joukowski entrega prácticamente los mismos resultados que el método de las características.

En el caso de que el cierre sea lineal, al considerar el fenómeno desacoplado, al contrario del caso anterior, el método de Allievi entrega los mayores valores aumentos de altura piezométrica en



(a)



(b)

Figura 4.15: Máxima altura piezométrica en la válvula para distintos materiales producto del golpe de ariete: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula.

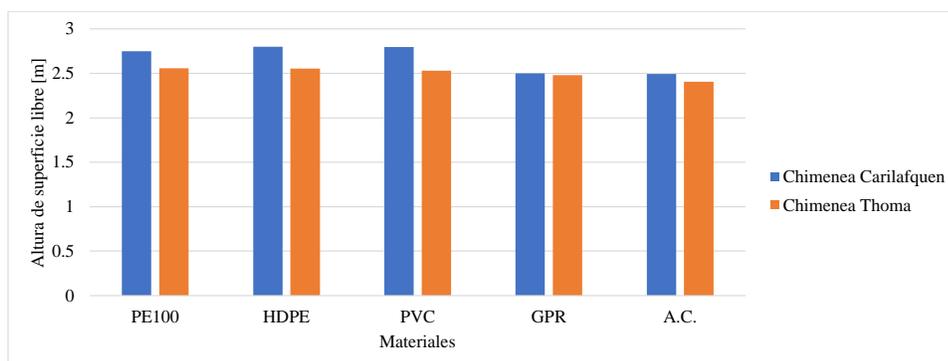
4 de los 5 casos de estudiados. La diferencia máxima se produce en la tubería de Acero al carbono con una diferencia aproximada de 10 bar.

Por otra parte, al considerar el acoplamiento de fenómenos y comparar el máximo en la altura piezométrica con el caso sin acoplar, la ecuación de Joukowski entrega los menores valores para la válvula existiendo una diferencia cercana a los 20 bar para la tubería de Acero al carbono. Esta diferencia se explica por el hecho de que, al añadir una chimenea de equilibrio se cambia el orden del sistema por lo que la respuesta de este a distintas perturbaciones se ve afectada; En particular, se observa el fenómeno de *Overshoot* en el sistema producto del cierre de la válvula que, en el caso instantáneo, entrega la respuesta al escalón del sistema mientras que en el cierre lineal entregaría una respuesta a la rampla.

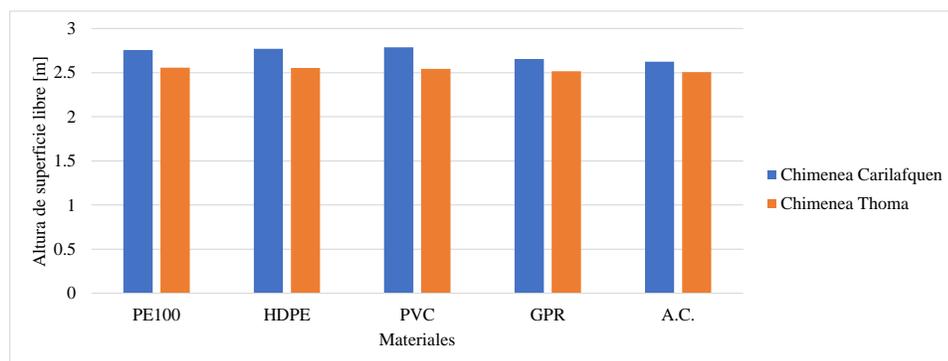
Independientemente del caso estudiado (desacoplado o acoplado) el aumento de la altura piezométrica es función de la velocidad de propagación de onda, donde el mayor valor corresponde al Acero al carbono. Esto se puede explicar ya que al ser este el material mas rígido entre todos los estudiados implica que no se deforma fácilmente frente a un esfuerzo aplicado y con ello no posee

una buena capacidad de absorción del aumento de altura piezométrica. En cambio, tuberías menos rígidas sí posee esta capacidad y al deformarse con mayor facilidad, puede disipar de mejor manera el aumento de altura piezométrica a lo largo de su estructura interna.

Finalmente, en la figura 4.16 se muestra la altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales y ambos casos de cierre de válvula. Al comparar la altura de la superficie libre en ambas configuraciones de chimeneas entre los casos desacoplado y acoplado, este último muestra el efecto del cierre lineal en la tubería principal el que consiste en ingresar agua al sistema producto de un 'vaciado' en la tubería. También, en el caso desacoplado se alcanzan alturas menores a las mostradas por el acoplamiento en un valor considerable (en el peor de los casos cercano a 1 m). Este comportamiento es transversal a los materiales estudiados.



(a)



(b)

Figura 4.16: Máxima altura de la superficie libre en la chimenea de equilibrio para distintos materiales al acoplar ambos fenómenos: (a) Cierre instantáneo de válvula, (b) Cierre lineal de válvula.

# Capítulo 5

## Conclusiones

El presente trabajo de memoria de título analizó dos fenómenos transitorios ocurridos en una central hidroeléctrica: Oscilaciones de masa y golpe de ariete. Para ello se propusieron dos enfoques principales los cuales consisten en estudiar estos fenómenos de manera desacoplada y acoplada. Se utilizó condiciones de operación, diseño y configuraciones geométricas reales obtenidas desde la central hidroeléctrica Carilafquen para modelar ambos casos y, a modo de extensión del estudio, se consideraron mas materiales que el instalado en la central.

Dentro de los resultados obtenidos en el caso desacoplado para las oscilaciones de masa, se tienen métodos de resolución que entregan cotas superiores e inferiores para la altura en la chimenea de equilibrio considerando un cierre instantáneo y lineal de una válvula ubicada al final de la entrada a la turbina.

Por otra parte, para el caso desacoplado del golpe de ariete los resultados obtenidos varían considerablemente al tener un cierre instantáneo de válvula v/s un cierre lineal produciéndose, en el peor de los casos, una diferencia de 10 bar lo que podría dañar severamente algún punto en la tubería.

Al considerar el acoplamiento de fenómenos se muestran diversos resultados; Para el cierre lineal de válvula se producen menores alturas piezométricas que en el caso instantáneo sin embargo ambas situaciones siguen siendo mayores que en el caso desacoplado del orden de 5 bar para el cierre lineal y 20 bar para el cierre instantáneo en el peor caso. Esta diferencia puede traer graves consecuencias ya que un aumento de presión de este orden podría ser mayor a lo que soporta la tubería.

Es por ello que al acoplar una chimenea de equilibrio como método de atenuación del aumento de altura piezométrica producto del golpe de ariete se debe tener especial cuidado de sobre los efectos que se pueden producir en las tuberías ya que, se evidenció en los resultados obtenidos que la inclusión de este mecanismo produce un *Overshoot* en el aumento de altura piezométrica ocurrido en la tubería y, en cambio, amortigua de mejor manera las oscilaciones ocurridas produciendo que estas disminuyan en el tiempo, llegando a un mínimo dentro de los primeros 200 segundos para la situación de cierre instantáneo.

Con respecto al uso de materiales, se puede apreciar que mientras menor sea su módulo de elasticidad menor será el efecto producido por el golpe de ariete en la tubería dado que estos materiales disipan de mejor manera el aumento de altura piezométrica a través de su estructura interna. Es por ello que, se recomienda utilizar tuberías de polímeros orgánicos (PE100, HDPE y PVC) para contrarrestar de mejor manera este fenómeno transitorio. Sin embargo, para la instalación de las tuberías de aducción y forzada en una central no tan solo se debe tener en cuenta el aspecto dinámico si no que se debe considerar las condiciones geográficas y ambientales, disponibilidad de materiales, costo del proyecto etc.

Con todo lo anterior, se puede concluir que para estudiar los fenómenos transitorios se debe realizar de manera acoplada, ya que si se estudia las oscilaciones de masa en una chimenea de equilibrio y el golpe de ariete en el sistema de aducción de manera desacoplada no se observaría el *Overshoot* ocurrido al producirse el cierre completo de la válvula (en ambas situaciones), el vaciado inicial de la chimenea al comienzo del cierre lineal de la válvula o la amortiguación en los aumentos de altura piezométrica en ocurridos en la válvula.

## 5.1. Recomendaciones

Una de las principales mejoras que se podrían considerar para el presente trabajo sería comprobar experimentalmente los resultados obtenidos. Dado que es imposible probar los resultados en la central de referencia, se propone como idea (para otro trabajo de título) la elaboración e implementación de un sistema de aducción acoplado con una chimenea de equilibrio a escala de laboratorio. Para comprobar si los resultados son equivalentes, dicha instalación experimental debe realizarse mediante criterios de similaridad (geométrica, dinámica y cinemática) con la central de Carilafquen.

Por otra parte, a modo de complemento, podría estudiarse como afecta la posición de la chimenea dentro del sistema de aducción. También proponer un diseño de chimenea mas complejo ya que, en el presente trabajo se considero una chimenea de equilibrio simple. Se propone como idea de trabajo una chimenea de equilibrio cilíndrica con un mecanismo de aletas interiores y, de este modo, cambiar el factor de amortiguamiento de la propia chimenea. Dicho sistema de aletas podría ser instrumentada como método de control del amortiguamiento para disminuir el *Overshoot* producido en el sistema.

# Bibliografía

- [1] Generadoras de Chile. Energía Hidroeléctrica. [En línea]. <http://generadoras.cl/tipos-energia/energia-hidroelectrica>, 2017. Consultado: 2019-07-10.
- [2] Enel. Central Hidroeléctrica Pangué. [En línea]. <https://www.enel.cl/es/inversionistas/inversionistas-enel-generacion/nuestras-centrales/pangué.html>, 2015. Consultado: 2019-07-10.
- [3] World Energy Council. Hydropower. In *World Energy Resources*, 2016.
- [4] TLV. What is waterhammer. [En línea]. <https://www.tlv.com/global/CN/steam-theory/what-is-waterhammer.html>, 2010. Consultado: 2019-07-30.
- [5] M. M. Dandekar and K.N. Sharma. *Water Power Engineering*. Vikas Publishing House PVT LTD, New Delhi, 2013.
- [6] European Small Hydropower Association. Guide on how to develop a small hydropower plant. In *Thematic Network on Small Hydropower*, 2004.
- [7] J. Gulliver and Arndt R. *Hydropower Engineering Handbook*. McGraw-Hill, EEUU, 1991.
- [8] R.D. Johnson. The Surge Tank in Water Power Plants. *ASME Transactions*, 30:443–502, 1908.
- [9] W.P. The Constructor-Civil Engineering Home. Surge Tanks - Type of Surge Tanks, it's functions and uses. [En línea]. <https://theconstructor.org/water-resources/surge-tank-types-function/12946/>, 2016. Consultado: 2019-02-04.
- [10] International hydropower association. Case Study: Nathpa Jhakri, India [En línea]. <https://www.hydropower.org/case-studies/india-nathpa-jhakri>, 2017. Consultado: 2019-05-08.
- [11] Uttarakhand Irrigation Department. Contribution of irrigation department in hydropower projects of the state [En línea]. <http://uttarakhandirrigation.com/hydropower-projects>, 2016. Consultado: 2019-05-08.
- [12] The World Bank. Koyna Power Project [En línea]. <http://projects.worldbank.org/P009626/koyna-power-project-02?lang=en>, 2011. Consultado: 2019-05-08.
- [13] Bhakra Beas Management Board. Development History of Beas Project [En línea]. <http://>

//bbmb.gov.in/beas-project-.htm, 2017. Consultado: 2019-05-08.

- [14] D. Thoma. *Zur Theorie des Wasserschlosses bei selbstätig geregelten Turbinen*. Oldenburg, Germany, 1910.
- [15] C. Jaeger. A Review of Surge-Tank Stability Criteria. *Journal of Basic Engineering*, 82:765–775, 1960.
- [16] R. V. Giles, J. B. Evett, and C. Liu. *Theory and Problems of Fluid Mechanics and Hydraulics*. McGraw-Hill, EEUU, 1994.
- [17] B. R. Munson, T. H. Okiishi, W. W. Huebsh, and A. P. Rothmayer. *Fundamentals of Fluid Mechanics*. John Wiley & Sons, EEUU, 2013.
- [18] J. P. Tullis. *Hydraulics of pipelines: Pumps, Valves, Cavitation and Transients*. John Wiley & Sons, EEUU, 1989.
- [19] R.E. Featherstone and C. Nalluri. *Civil Engineering Hydraulics: Essential Theory with Worked Examples*. Blackwell Science, EEUU, 1995.
- [20] C. Jaeger. *Fluid Transients in Hydro-Electric Engineering Practice*. Blackie & Son, England, 1997.
- [21] H. M. Chaundhry. *Applied Hydraulic Transients*. Springer, England, 2014.
- [22] W. Larry and S Martin. *Water Distribution System Handbook*, chapter Hydraulic Transient Design for Pipeline Systems. McGraw-Hill, London, 2000.
- [23] C. Muñoz and A. Falconi. Revisión Memoria de Cálculo Hidráulica - Aducción Carilafquén. *Inovatec YNC Ltda.*, (INN-CH-DOC-001 Rev 0.), 2018.
- [24] W.P. The Engineering Toolbox. Water - Thermophysical Properties. [En línea]. [https://www.engineeringtoolbox.com/water-thermal-properties-d\\_162.html](https://www.engineeringtoolbox.com/water-thermal-properties-d_162.html), 2003. Consultado: 2019-02-08.
- [25] W.P. The Engineering Toolbox. Water - Density, Specific Weight and Thermal Expansion Coefficient. [En línea]. [https://www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d\\_595.html](https://www.engineeringtoolbox.com/water-density-specific-weight-d_595.html), 2003. Consultado: 2019-02-08.
- [26] W.P. The Engineering Toolbox. Acceleration of Gravity and Newton's Second Law. [En línea]. [https://www.engineeringtoolbox.com/acceleration-gravity-d\\_340.html](https://www.engineeringtoolbox.com/acceleration-gravity-d_340.html), 2003. Consultado: 2019-02-06.
- [27] R. Kumar and S.K. Singal. Penstock material selection in small hydropower plants using MADM methods. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 52:240–255, 2015.
- [28] KRAH Piping Solutions. *Catálogo de productos*. Chile, 2013.
- [29] Pipeflow. *Materials database*. England, 2016.

- [30] Amiblu Holding GmbH. *Hydropower Pipelines*. Austria, 2018.
- [31] *ASM Handbook, Volume 1: Properties and Selection: Irons, Steels, and High-Performance Alloys*. EEUU, 1990.
- [32] J. Pickford. *Analysis of Surge*. Macmillan, London, 1969.
- [33] D.B. Mehdi, D.M. Mohan, and B. Sarma. Evaluation of Numerical Methods of Solution and Resistance Equations Applicable to Unsteady Flow Situation In Surge Tank. *International Research Journal of Engineering and Technology*, 03(11):999–1007, 2016.
- [34] A. Ramadan and H. Mustafa. Controlling Water Hammer Effects at Hydro-electric Power Plants. *University Bulletin*, 3:147–160, 2013.
- [35] M. V. Méndez. *Tuberías a presión en los sistemas de abastecimiento de agua*. Publicaciones UCAB, Caracas, 1995.
- [36] K. Murawski. *Analytical and Numerical Methods for Wave Propagation in Fluid Media*. World Scientific Printers, Singapore, 2014.
- [37] R. Jensen, J. Larsen, and Lassen K. Modelling of a Two Phase Water Hammer. Master’s thesis, Aalborg University, 2018.
- [38] B. Brunone, B. W. Karney, M. Mecarelli, and Ferrante M. Velocity profiles and unsteady pipe friction in transient flow. *Journal of water resources planning and management*, 259:236–244, 2003.
- [39] A. E. Vardy and J.M.B. Brown. Transient turbulent friction in smooth pipe flows. *Journal of sound and vibration*, 259:1011–1036, 2003.
- [40] J. Izquierdo and P.L. Iglesias. Mathematical Modelling of Hydraulic Transients in Simple Systems. *Mathematical and Computer Modelling*, 35:801–812, 2002.
- [41] J. Izquierdo and P.L. Iglesias. Mathematical Modelling of Hydraulic Transients in Complex Systems. *Mathematical and Computer Modelling*, 39:529–540, 2004.
- [42] C. Wang and J. Yang. Water Hammer Simulation Using Explicit-Implicit Coupling Methods. *Journal of Hydraulic Engineering*, 141, 2015.
- [43] C. Wang, J. Yang, and H. Nilsson. Simulation of Water Level Fluctuations in a Hydraulic System Using a Coupled Liquid-Gas Model. *Water*, 7:4446–4476, 2015.
- [44] E. B. Wylie and V. L. Streeter. *Fluid Transients in Systems*. Prentice-Hall, EEUU, 1993.
- [45] N. Nise. *Control Systems Engineering*. John Wiley & Sons, Inc, EEUU, 2011.
- [46] B. Brunone and A. Berni. Wall Shear Stress in Transient Turbulent Pipe Flow by Local Velocity Measurement. *Journal of Hydraulic Engineering*, 136:716–726, 2010.

# Apéndice A

## Perfiles hidráulicos en régimen permanente

### A.1. Tubería de PE100

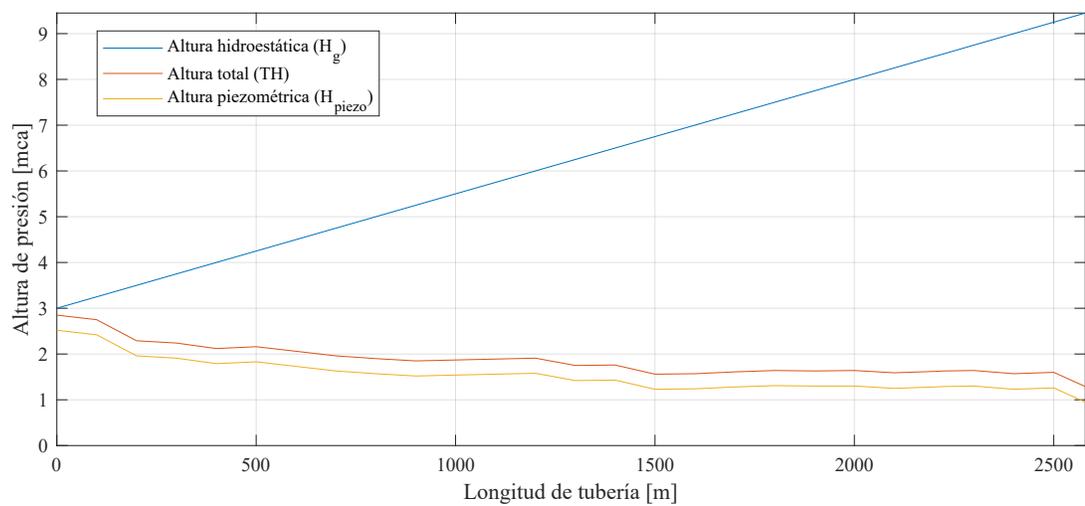


Figura A.1: Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de PE100.

## A.2. Tubería de HDPE

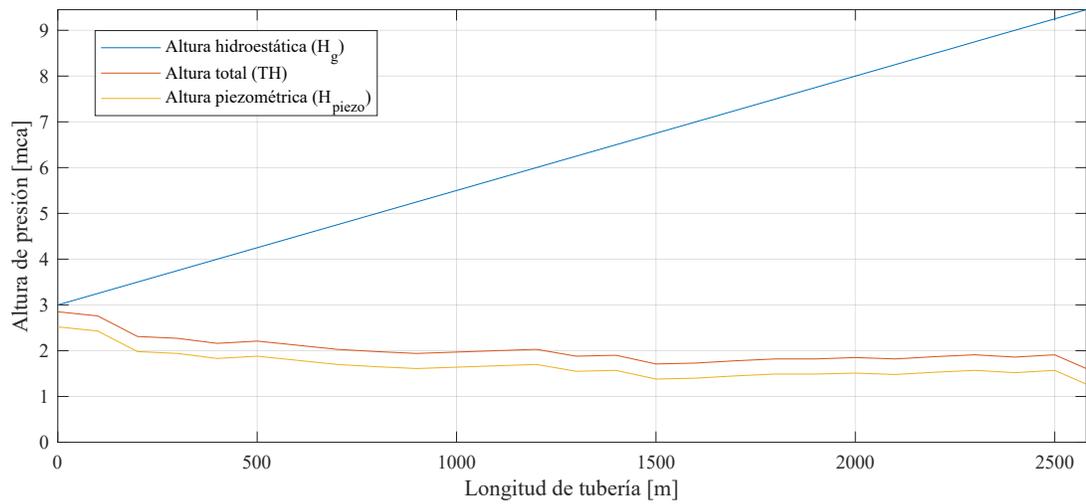


Figura A.2: Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de HDPE.

## A.3. Tubería de PVC

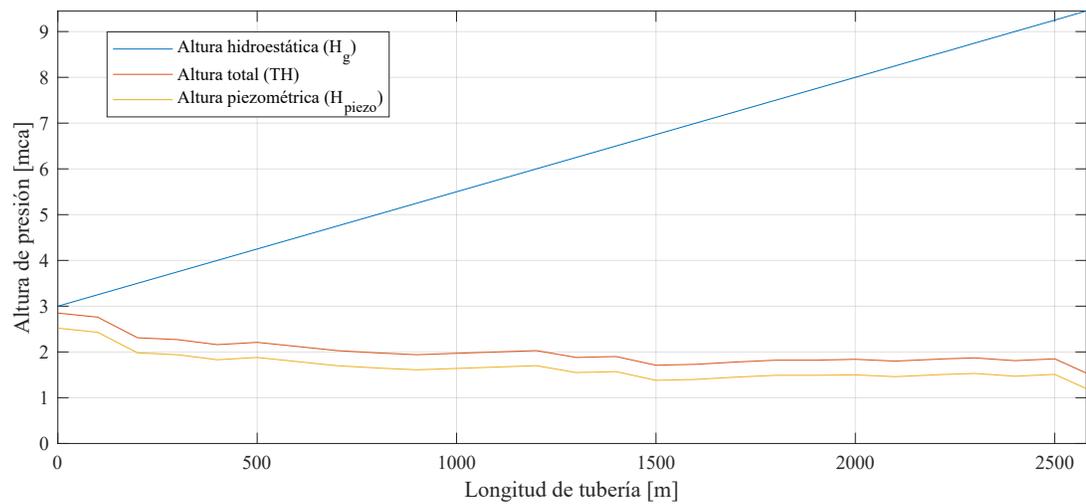


Figura A.3: Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de PVC.

## A.4. Tubería de GPR

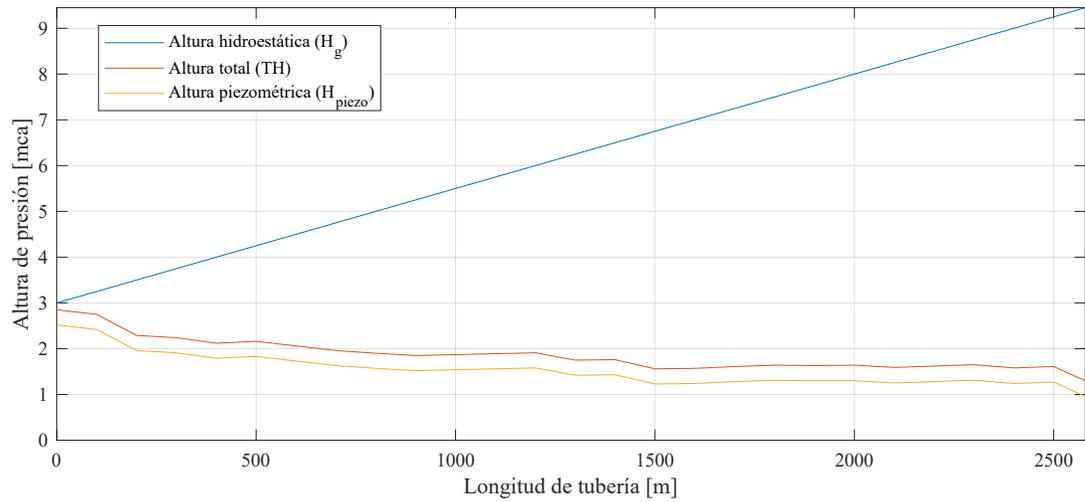


Figura A.4: Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de GPR.

## A.5. Tubería de Acero al carbono

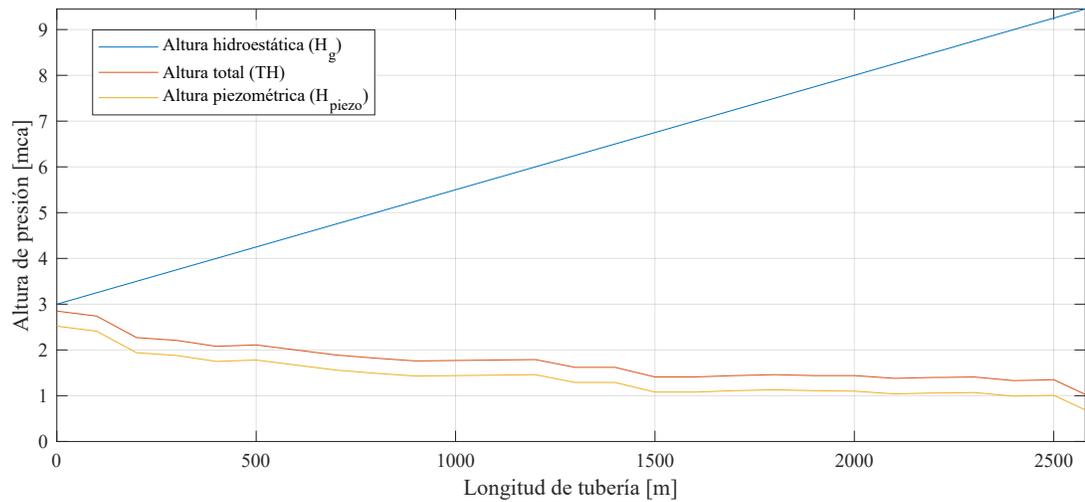


Figura A.5: Perfil hidráulico en régimen permanente para una tubería de Acero al carbono.

# Apéndice B

## Códigos Matlab Utilizados

### B.1. Caso desacoplado

#### B.1.1. Método de la columna rígida

```
1 %% Script for rigid column waterhammer analysis%%
2 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
3 clear all
4 clc
5 Q0=5.2; %nominal flow (steady state)
6 h1=[2.52, 2.52, 2.52, 2.52, 2.52] ; %Bernoulli of initial point of ...
    study in PE100, HDPE, PVC, GPR, MS
7 h2=[0.95, 1.27, 1.20, 0.96, 0.69] ; %Bernoulli of final point of study ...
    in PE100, HDPE, PVC, GPR, MS
8 rho=999.57; %density of water
9 mu=1.27e-03; %dinamic viscosity of water;
10 g=9.81; %gravity
11 L=2579.3; %length of penstock
12 Dt=1600.6e-03; %diameter of penstock
13 At=0.25*pi*Dt^2; %transversal area of penstock
14 v0=Q0/At; %initial value of velocity inside of penstock (steady state)
15 e=[2.5e-05, 1.52e-06, 5e-06, 1.6e-05, 4.6e-05]; %roughness PE100, HDPE, ...
    PVC, GPR, MS
16 ft0=9.45e-03; %in first instance, considerate friction factor constant.
17 Lr=L/g; %Length divided by gravity
18 ti=0; %intial time
19 tf=2000; %final time
20 n=2000; %number of point for simulation
21 dt=(tf-ti)/(n-1); %time step
22 t=linspace(ti,tf,n); %vector of time
23 v=zeros(length(e),length(t)); %matrix of velocity
24 ft=zeros(1,length(t)); %vector of friction factor
25 Ft=zeros(1,length(t)); %vector of friction factor
26 v(:,1)=v0;
27 %Classical 4th runge kutta
```

```

28 for k=1:length(e)
29     for i=1:length(t)-1
30         Re(i)=rho*Dt*abs(v(k,i))/mu;
31         if Re(i) ≤ 2000
32             ft(i)=64/Re(i);
33         else
34             ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e(k),Dt,Re(i));
35         end
36         Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
37         k1=(h1(k)-h2(k))/Lr-(Ft(i)/Lr)*v(i)*abs(v(i));
38         v1=v(k,i)+0.5*k1*dt;
39         k2=(h1(k)-h2(k))/Lr-(Ft(i)/Lr)*v1*abs(v1);
40         v2=v(k,i)+0.5*k2*dt;
41         k3=(h1(k)-h2(k))/Lr-(Ft(i)/Lr)*v2*abs(v2);
42         v3=v(k,i)+k3*dt;
43         k4=(h1(k)-h2(k))/Lr-(Ft(i)/Lr)*v3*abs(v3);
44         v(k,i+1)=v(k,i)+(1/6)*(k1+2*(k2+k3)+k4)*dt;
45     end
46 end

```

## B.1.2. Oscilaciones de masa

```

1  %% Script for resolution of Surge Tank include non linear terms and...
2  % instantaneous valve closure
3  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
4  clear all
5  clc
6  Q0=5.2; %nominal flow (steady state)
7  z0=1.35; %initial value of geometric high of surge tank (steady state)
8  rho=998; %density of water
9  mu=1e-03; %dinamic viscosity of water;
10 g=9.81; %gravity
11 L=700; %length of penstock
12 Dt=1600.6e-03; %diameter of penstock
13 At=0.25*pi*Dt^2; %transversal area of penstock
14 v0=Q0/At; %initial value of velocity inside of penstock (steady state)
15 Ds=13; %Diameter of surge tank Carilafquen
16 %Ds=28.02; %Diameter of surge tank Thoma
17 As=0.25*pi*Ds^2; %transversal area of surge tank. For this case, ...
    considerate a...
18     %simple surge tank
19 e=2.5e-05; %roughness of Pipe
20 T=sqrt(L*As/(g*At)); %Period of a wave for case I
21 ft0=9.45e-03; %in first instance, considerate friction factor constant.
22 Ar=As/At; %dimensionless paramether for area
23 Lr=L/g; %Length divided by gravity
24 ti=0; %intial time
25 tf=3600; %final time
26 n=7201; %number of point for simulation
27 dt=(tf-ti)/(n-1); %time step
28 t=linspace(ti,tf,n); %vector of time
29 v=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 1

```

```

30 ft=zeros(1,length(t)); %vector of friction factor
31 z=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 1
32 v(1)=v0; %assignment of initial velocity
33 z(1)=z0; %assignment of initial geometric high
34 v1=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 2
35 z1=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 2
36 v2=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 3
37 z2=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 3
38 v1(1)=v0; %assignment of initial velocity in case 1
39 z1(1)=z0; %assignment of initial geometric high in case 1
40 v2(1)=v0; %assignment of initial velocity in case 3
41 z2(1)=z0; %assignment of initial geometric high in case 3
42 u1=zeros(1,length(t)); %change of variable using 4th runge kutta method
43 u2=zeros(1,length(t)); %change of variable using 4th runge kutta method
44 u1(1)=z0; %assignment of initial value for u1
45 u2(1)=2.5843/Ar; %assignment of initial value for u2
46 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
47 %without non linear terms, case II: z
48 for i=1:length(v)-1
49     Re(i)=rho*Dt*abs(v(i))/mu;
50     ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
51     if v(i)>=0
52         dv=- (z(i)+0.5*v(i)*(At/As)*dt+(ft(i)*L*(v(i))^2)/(2*g*Dt))/...
53             (L/(g*dt)+0.25*(At/As)*dt+(ft(i)*L*v(i))/(2*g*Dt));
54         dz=(v(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt;
55     else
56         dv=(-z(i)-0.5*v(i)*(At/As)*dt+(ft(i)*L*(v(i))^2)/(2*g*Dt))/...
57             (L/(g*dt)+...
58             0.25*(At/As)*dt-(ft(i)*L*v(i))/(2*g*Dt));
59         dz=(v(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt;
60     end
61     v(i+1)=v(i)+dv;
62     z(i+1)=z(i)+dz;
63 end
64 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
65 %without losses and non linear terms, case I: z1
66 for j=1:length(t)
67     z1(j)=z1(1)*cos(t(j)/T);
68     v1(j)=v1(1)*cos(sqrt((g/L)*(At/As))*t(j));
69 end
70 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
71 %with non linear terms, case III: z2
72 for i=1:length(v2)-1
73     Re(i)=rho*Dt*abs(v2(i))/mu;
74     ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
75     Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
76     if v2(i)>=0
77         b=4*v2(i)+dt/(Ar*Ft(i))+(4*Lr)/(Ft(i)*dt);
78         c=4*z2(i)/Ft(i)+(2*v2(i)*dt)/(Ft(i)*Ar)+v2(i)^2;
79     else
80         b=-4*v2(i)+dt/(Ar*Ft(i))+(4*Lr)/(Ft(i)*dt);
81         c=4*z2(i)/Ft(i)+(2*v2(i)*dt)/(Ft(i)*Ar)+-v2(i)^2;
82     end
83     dv=(-b+sqrt(b^2-4*c))/2;
84     dz=(v2(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt;
85     v2(i+1)=v2(i)+dv;

```

```

86     z2(i+1)=z2(i)+dz;
87 end
88 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
89 %Classical 4th runge kutta, case IV: u1
90 for i=1:length(t)-1
91     Re(i)=rho*Dt*abs(u2(i))/mu;
92     if Re(i) ≤ 2000
93         ft(i)=64/Re(i);
94     else
95         ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
96     end
97     Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
98     k11=u2(i);
99     if u2(i) ≥ 0
100        k12=-(Ft(i)*Ar*u2(i)^2)/Lr-u1(i)/(Ar*Lr);
101    else
102        k12=(Ft(i)*Ar*u2(i)^2)/Lr-u1(i)/(Ar*Lr);
103    end
104    u11=u1(i)+0.5*k11*dt;
105    u21=u2(i)+0.5*k12*dt;
106    Re(i)=rho*Dt*abs(u21)/mu;
107    if Re(i) ≤ 2000
108        ft(i)=64/Re(i);
109    else
110        ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
111    end
112    Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
113    k21=u21;
114    if u21 ≥ 0
115        k22=-(Ft(i)*Ar*u21^2)/Lr-u11/(Ar*Lr);
116    else
117        k22=(Ft(i)*Ar*u21^2)/Lr-u11/(Ar*Lr);
118    end
119    u12=u1(i)+0.5*k21*dt;
120    u22=u2(i)+0.5*k22*dt;
121    Re(i)=rho*Dt*abs(u22)/mu;
122    if Re(i) ≤ 2000
123        ft(i)=64/Re(i);
124    else
125        ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
126    end
127    Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
128    k31=u22;
129    if u22 ≥ 0
130        k32=-(Ft(i)*Ar*u22^2)/Lr-u12/(Ar*Lr);
131    else
132        k32=(Ft(i)*Ar*u22^2)/Lr-u12/(Ar*Lr);
133    end
134    u13=u1(i)+k31*dt;
135    u23=u2(i)+k32*dt;
136    Re(i)=rho*Dt*abs(u23)/mu;
137    if Re(i) ≤ 2000
138        ft(i)=64/Re(i);
139    else
140        ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
141    end

```

```

142 Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
143 k41=u23;
144 if u23>=0
145     k42=- (Ft(i)*Ar*u23^2)/Lr-u13/(Ar*Lr);
146 else
147     k42=(Ft(i)*Ar*u23^2)/Lr-u13/(Ar*Lr);
148 end
149 u1(i+1)=u1(i)+(1/6)*(k11+2*k21+2*k31+k41)*dt;
150 u2(i+1)=u2(i)+(1/6)*(k12+2*k22+2*k32+k42)*dt;
151 end

```

```

1 %% Script for resolution of Surge Tank include non linear terms and...
2 % linear valve closure
3 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
4 clear all
5 clc
6 Q0=5.2; %nominal flow (steady state)
7 z0=1.35; %initial value of geometric high of surge tank (steady state)
8 rho=998; %density of water
9 mu=1e-03; %dinamic viscosity of water;
10 g=9.81; %gravity
11 L=700; %length of penstock
12 Dt=1600.6e-03; %diameter of penstock
13 At=0.25*pi*Dt^2; %transversal area of penstock
14 v0=Q0/At; %initial value of velocity inside of penstock (steady state)
15 % Ds=13; %Diameter of surge tank Carilafquen
16 Ds=28.02; %Diameter of surge tank Thoma
17 As=0.25*pi*Ds^2; %transversal area of surge tank. For this case, ...
    considerate a simple surge tank
18 e=2.5e-05; %roughness of pipe
19 tc=60; %closure time of valve
20 T=sqrt(L*As/(g*At)); %Period of a wave for case I
21 ft0=9.45e-03; %in first instance, considerate friction factor constant.
22 Ar=As/At; %dimensionless paramether for area
23 Lr=L/g; %Length divided by gravity
24 ti=0; %intial time
25 tf=3600; %final time
26 n=7201; %number of point for simulation
27 dt=(tf-ti)/(n-1); %time step
28 t=linspace(ti,tf,n); %vector of time
29 v=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 1
30 ft=zeros(1,length(t)); %vector of friction factor
31 z=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 1
32 Q=zeros(1,length(t)); %vector of volumetric flow for a suddenly closure ...
    valve
33 dQ=zeros(1,length(t)); %vector of rate volumetric flow for suddenly ...
    closure valve
34 v(1)=v0; %assignment of initial velocity
35 z(1)=z0; %assignment of initial geometric high
36 v1=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 2
37 z1=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 2
38 v2=zeros(1,length(t)); %vector of velocity in case 3
39 z2=zeros(1,length(t)); %vector of geometric high in case 3
40 v1(1)=v0; %assignment of initial velocity in case 1
41 z1(1)=z0; %assignment of initial geometric high in case 1

```

```

42 v2(1)=v0; %assignment of initial velocity in case 3
43 z2(1)=z0; %assignment of initial geometric high in case 3
44 u1=zeros(1,length(t)); %change of variable using 4th runge kutta method
45 u2=zeros(1,length(t)); %change of variable using 4th runge kutta method
46 u1(1)=z0; %assignment of initial value for u1
47 u2(1)=2.5843/Ar; %assignment of initial value for u2
48 Q(1)=Q0; %initial volumetric flow across valve
49 %%%%%%%%% Calculate of Q for a real valve %%%%%%%%%
50 for j=2:length(Q)
51     if t(j)≤tc
52         Q(j)=-Q(1)*t(j)/tc+Q(1);
53     else
54         Q(j)=0;
55     end
56 end
57 %%%%%%%%% Calculate of dQ for a real valve %%%%%%%%%
58 for j=1:length(dQ)
59     if j==1
60         dQ(j)=(Q(j+1)-Q(j))/(2*dt);
61     elseif j==length(dQ)
62         dQ(j)=(Q(j)-Q(j-1))/(2*dt);
63     else
64         dQ(j)=(Q(j+1)-Q(j-1))/(2*dt);
65     end
66 end
67 %%%%%%%%%
68 % without non linear terms, case II: z
69 for i=1:length(v)-1
70     if abs(v(i))<1e-05
71         ft(i)=0;
72     else
73         Re(i)=rho*Dt*abs(v(i))/mu;
74         ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
75     end
76     if v(i)≥0
77         dv=- (z(i)+0.5*v(i)*(At/As)*dt+(ft(i)*L*(v(i))^2)/(2*g*Dt)-...
78             Q(i+1)*dt/(2*Ar*At))/(L/(g*dt)+0.25*(At/As)*dt+...
79             (ft(i)*L*v(i))/(2*g*Dt));
80         dz=(v(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt-Q(i+1)*dt/(Ar*At);
81     else
82         dv=(-z(i)-0.5*v(i)*(At/As)*dt+(ft(i)*L*(v(i))^2)/(2*g*Dt)+...
83             Q(i+1)*dt/(2*Ar*At))/(L/(g*dt)+0.25*(At/As)*dt-...
84             (ft(i)*L*v(i))/(2*g*Dt));
85         dz=(v(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt-Q(i+1)*dt/(Ar*At);
86     end
87     v(i+1)=v(i)+dv;
88     z(i+1)=z(i)+dz;
89 end
90 %%%%%%%%%
91 % without losses and non linear terms, case I: z1
92 for j=1:length(t)
93     if t(j)≤tc
94         z1(j)=z0*cos(t(j)/T)-(Q0*L/(tc*g*At))*(1-cos(t(j)/T));
95     else
96         z1(j)=z0*cos(t(j)/T)+...
97         (Q0*L/(tc*g*At))*(-(1-cos(t(j)/T))+(1-cos((t(j)-tc)/T)));

```

```

98     end
99     v1(j)=v1(1)*cos(sqrt((g/L)*(At/As))*t(j));
100 end
101 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
102 % with non linear terms, case III: z2
103 for i=1:length(v2)-1
104     if abs(v2(i))<1e-05
105         ft(i)=0;
106         Ft(i)=0;
107     else
108         Re(i)=rho*Dt*abs(v2(i))/mu;
109         ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
110         Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
111     end
112     if v2(i)>=0
113         a=Ft(i)/4;
114         b=Ft(i)*v2(i)+dt/(4*Ar)+Lr/dt;
115         c=z2(i)+0.5*v2(i)*dt/Ar+Ft(i)*v2(i)^2-Q(i+1)*dt/(2*Ar*At);
116     else
117         a=-Ft(i)/4;
118         b=-Ft(i)*v2(i)+dt/(4*Ar)+Lr/dt;
119         c=z2(i)+0.5*v2(i)*dt/Ar-Ft(i)*v2(i)^2-Q(i+1)*dt/(2*Ar*At);
120     end
121     dv=(-b+sqrt(b^2-4*a*c))/(2*a);
122     dz=(v2(i)+0.5*dv)*(At/As)*dt-Q(i+1)*dt/(Ar*At);
123     v2(i+1)=v2(i)+dv;
124     z2(i+1)=z2(i)+dz;
125 end
126 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
127 % Classical 4th runge kutta, case IV: u1
128 for i=1:length(t)-1
129     Re(i)=rho*Dt*abs(u2(i))/mu;
130     if Re(i)<=2000
131         ft(i)=64/Re(i);
132     else
133         ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
134     end
135     Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
136     k11=u2(i);
137     if u2(i)>=0
138         k12=- (Ft(i)*Ar*u2(i)^2)/Lr-u1(i)/(Ar*Lr)+dQ(i)/(At*Ar)+...
139             2*Q(i)*Ft(i)*u2(i)/(At*Lr)-Ft(i)*Q(i)^2/(At^2*Lr*Ar);
140     else
141         k12=(Ft(i)*Ar*u2(i)^2)/Lr-u1(i)/(Ar*Lr)+dQ(i)/(At*Ar)-...
142             2*Q(i)*Ft(i)*u2(i)/(At*Lr)+Ft(i)*Q(i)^2/(At^2*Lr*Ar);
143     end
144     u11=u1(i)+0.5*k11*dt;
145     u21=u2(i)+0.5*k12*dt;
146     Re(i)=rho*Dt*abs(u21)/mu;
147     if Re(i)<=2000
148         ft(i)=64/Re(i);
149     else
150         ft(i)=bisectmod(@friction40mod,0,1,1,1e-05,e,Dt,Re(i));
151     end
152     Ft(i)=(ft(i)*L)/(2*g*Dt);
153     k21=u21;

```

```

154     if u21 ≥ 0
155         k22 = -(Ft(i) * Ar * u21^2) / Lr - u11 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) + ...
156             2 * Q(i) * Ft(i) * u21 / (At * Lr) - Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
157     else
158         k22 = (Ft(i) * Ar * u21^2) / Lr - u11 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) - ...
159             2 * Q(i) * Ft(i) * u21 / (At * Lr) + Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
160     end
161     u12 = u1(i) + 0.5 * k21 * dt;
162     u22 = u2(i) + 0.5 * k22 * dt;
163     Re(i) = rho * Dt * abs(u22) / mu;
164     if Re(i) ≤ 2000
165         ft(i) = 64 / Re(i);
166     else
167         ft(i) = bisectmod(@friction40mod, 0, 1, 1, 1e-05, e, Dt, Re(i));
168     end
169     Ft(i) = (ft(i) * L) / (2 * g * Dt);
170     k31 = u22;
171     if u22 ≥ 0
172         k32 = -(Ft(i) * Ar * u22^2) / Lr - u12 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) + ...
173             2 * Q(i) * Ft(i) * u22 / (At * Lr) - Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
174     else
175         k32 = (Ft(i) * Ar * u22^2) / Lr - u12 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) - ...
176             2 * Q(i) * Ft(i) * u22 / (At * Lr) + Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
177     end
178     u13 = u1(i) + k31 * dt;
179     u23 = u2(i) + k32 * dt;
180     Re(i) = rho * Dt * abs(u23) / mu;
181     if Re(i) ≤ 2000
182         ft(i) = 64 / Re(i);
183     else
184         ft(i) = bisectmod(@friction40mod, 0, 1, 1, 1e-05, e, Dt, Re(i));
185     end
186     Ft(i) = (ft(i) * L) / (2 * g * Dt);
187     k41 = u23;
188     if u23 ≥ 0
189         k42 = -(Ft(i) * Ar * u23^2) / Lr - u13 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) + ...
190             2 * Q(i) * Ft(i) * u23 / (At * Lr) - Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
191     else
192         k42 = (Ft(i) * Ar * u23^2) / Lr - u13 / (Ar * Lr) + dQ(i) / (At * Ar) - ...
193             2 * Q(i) * Ft(i) * u23 / (At * Lr) + Ft(i) * Q(i)^2 / (At^2 * Lr * Ar);
194     end
195     u1(i+1) = u1(i) + (1/6) * (k11 + 2 * k21 + 2 * k31 + k41) * dt;
196     u2(i+1) = u2(i) + (1/6) * (k12 + 2 * k22 + 2 * k32 + k42) * dt;
197 end

```

### B.1.3. Método de las características

```

1 %% MOC for a uncoupled case
2 clear
3 clc
4 %% Specify Input File
5 conditions

```

```

6 % Time step size [s]
7 dx=35;
8 t_max=300;
9 dt=dx/a;
10 % Number of time steps [-]
11 n_t = round(t_max/dt + 1) ;
12 % Number of nodes [-]
13 n = round(L/dx + 1) ;
14 %% Initialize matrices to reduce calculation time
15 % Volumetric flow rate [m^3/s]
16 Q(1:n,1:n_t) = 0 ;
17 % Piezometric head [m]
18 H(1:n,1:n_t) = 0 ;
19 % Time [ s ]
20 t(1:n_t) = 0 ;
21 % Volumetric flow rate acceleration [m^3/s^2]
22 dQ(n,n_t-2) = 0 ;
23 % i indicate node number [-]
24 %% Steady State
25 [Q,H] = SteadyState(Q_0 ,H_r,rho,D,viscosity ,a , A, roughness ,g,...
26 dx , Q, H, n , theta , Friction_Type , f_pre) ;
27 %% Transient flow
28 % j indicate time step number [-]
29 for j = 2 : n_t
30 % Time [s]
31 t(j) = t(j-1) + dt ;
32 %% Interior Nodes
33     for i = 2:(n-1)
34         [Q(i,j), H(i,j)] = InteriorNodes(a, g, A, rho, D,...
35             viscosity , roughness ,dx , theta, Q(i-1,j-1), H(i-1, j-1) ,...
36             Q(i+1,j-1) , H(i+1,j-1) , Q, Re_0 ,i , j ,dt , Friction_Type ,...
37             Q_0, f_pre, W, dQ ,n_t);
38     end
39 %% Upstream Boundary
40     switch Upstream_boundary
41     case 'Reservoir'
42         [Q(1,j) , H(1,j)] = Reservoir_Upstream(a, g, A, rho, D, dx,...
43             viscosity , roughness , theta, Q(2,j-1), H(2, j-1), H_r,...
44             Q, Re_0, i, j, dt, Friction_Type, Q_0 , f_pre, W, dQ, ...
45             n_t) ;
46     end
47 %% Downstream Boundary
48     switch Downstream_boundary
49     case 'Valve_Instantaneous_Closure'
50         [Q(n,j),H(n,j)] = Valve_Closure(a, g, A, D, dx, roughness ,...
51             rho, viscosity, t(j), t_c, m, theta, Q(n,1), H(n,1) ,...
52             Q(n-1,j-1), H(n-1,j-1) , Q, Re_0, i, j, dt,...
53             Friction_Type, f_pre, W, dQ, n_t) ;
54     case 'Valve_Transient_Closure'
55         [Q(n,j),H(n,j)]=Valve_Closure( a, g, A, D, dx, roughness,...
56             rho, viscosity, t(j) , t_c, m, theta, Q(n,1), H(n,1),...
57             Q(n-1,j-1), H(n-1,j-1) , Q, Re_0, i, j, dt,...
58             Friction_Type, f_pre , W, dQ, n_t) ;
59     end
60 end

```

## B.2. Caso Acoplado

### B.2.1. Método de las características

```
1 %% MOC for a coupled case
2 clear
3 clc
4 %% Specify Input File
5 conditions
6 % Time step size [s]
7 dx=35;
8 t_max=300;
9 dt=dx/a;
10 % Number of time steps [-]
11 n_t = round(t_max/dt + 1) ;
12 % Number of nodes [-]
13 n = round(L/dx + 1) ;
14 %% Initialize matrices to reduce calculation time
15 % Volumetric flow rate [m^3/s]
16 Q(1:n,1:n_t) = 0 ;
17 % Piezometric head [m]
18 H(1:n,1:n_t) = 0 ;
19 % Time [ s ]
20 t(1:n_t) = 0 ;
21 % Volumetric flow rate acceleration [m^3/s^2]
22 dQ(n,n_t-2) = 0 ;
23 %volumetric flow across surge tank [m^3/s]
24 Q3(1:n_t)=0;
25 %piezometric head in surge tank [m]
26 H3(1:n_t)=0;
27 %volumetric upstream node of surge tank [m^3/s]
28 Q_up(1:n_t)=0;
29 %piezometric head upstream node of surge tank [m]
30 H_up(1:n_t)=0;
31 % H3(1)=1.51; %HDPE
32 % H3(1)=1.50; %PVC
33 % H3(1)=1.30; %GPR
34 % H3(1)=1.10; %MS
35 Q3(1)=0;
36 Q_up(1)=Q_0;
37 H_up(1)=1.25; %PE100
38 %H_up(1)=1.48; %HDPE
39 %H_up(1)=1.46; %PVC
40 %H_up(1)=1.25; %GPR
41 % H_up(1)=1.04; %MS
42 Cd=0.6;
43 % i indicate node number [-]
44 %% Steady State
45 [Q,H] = SteadyState(Q_0 ,H_r,rho,D,viscosity ,a , A, roughness ,g,...
46 dx , Q, H, n , theta , Friction_Type , f_pre) ;
47 %% Transient flow
48 % j indicate time step number [-]
49 for j = 2 : n_t
```

```

50 % Time [s]
51 t(j) = t(j-1) + dt ;
52 %% Interior Nodes
53     for i = 2:(n-1)
54         %select the node for surge tank
55         if i==21
56             [Q(i,j), H(i,j)] = InteriorNodes_SinglePhase(a, g, A, rho, D,...
57                 viscosity , roughness ,dx , theta, Q(i-1,j-1), H(i-1, j-1) ,...
58                 Q(i+1,j-1) , H(i+1,j-1) , Q, Re_0 ,i , j ,dt , Friction_Type ...
59                 ,...
60                 Q_0, f_pre, W, dQ ,n_t);
61             [Q_up(j),H_up(j)]=InteriorNodes_SinglePhase(a, g, A, rho, D,...
62                 viscosity , roughness ,dx , theta, Q(i,j-1), H(i,j-1) ,...
63                 Q(i+2,j-1) , H(i+2,j-1) , Q, Re_0 ,i+1 , j ,dt , ...
64                 Friction_Type ,...
65                 Q_0, f_pre, W, dQ ,n_t);
66             Q3(j)=Q(i-1,j)-Q_up(j); %Q3'
67             Q(i,j)=Q(i,j)+Q3(j);
68             L3(j)=L3(j-1)+(Q3(j)+Q3(j-1))*dt/(2*As); %L3'
69             H3(j)=L3(j); %H3'
70             if Q(i,j)>0
71                 H(i,j)=H3(j)+Q3(j)^2/(2*g*Cd^2); %H'
72             else
73                 H(i,j)=H3(j)-Q3(j)^2/(2*g*Cd^2); %H'
74             end
75         else
76             [Q(i,j), H(i,j)] = InteriorNodes_SinglePhase(a, g, A, rho, ...
77                 D,...
78                 viscosity , roughness ,dx , theta, Q(i-1,j-1), H(i-1, j-1) ,...
79                 Q(i+1,j-1) , H(i+1,j-1) , Q, Re_0 ,i , j ,dt , Friction_Type ...
80                 ,...
81                 Q_0, f_pre, W, dQ ,n_t);
82         end
83     end
84 %% Upstream Boundary
85 [Q(1,j) , H(1,j)] = Reservoir_Upstream(a, g, A, rho, D, dx,...
86 viscosity , roughness , theta, Q(2,j-1), H(2, j-1), H_r,...
87 Q, Re_0, i, j, dt, Friction_Type, Q_0 , f_pre, W, dQ, n_t) ;
88 %% Downstream Boundary
89 switch Downstream_boundary
90     case 'Valve_Instantaneous_Closure'
91         [Q(n,j),H(n,j)] = Valve_Closure(a, g, A, D, dx, roughness ,...
92             rho, viscosity, t(j), t_c, m, theta, Q(n,1), H(n,1) ,...
93             Q(n-1,j-1), H(n-1,j-1) , Q, Re_0, i, j, dt,...
94             Friction_Type, f_pre, W, dQ, n_t) ;
95     case 'Valve_Transient_Closure'
96         [Q(n,j),H(n,j)]=Valve_Closure( a, g, A, D, dx, roughness,...
97             rho, viscosity, t(j) , t_c, m, theta, Q(n,1), H(n,1),...
98             Q(n-1,j-1), H(n-1,j-1) , Q, Re_0, i, j, dt,...
99             Friction_Type, f_pre , W, dQ, n_t) ;
100     end
101 end

```

### B.3. Subrutinas para el método de las características y oscilaciones de masa

```
1 function root = bisectmod(func,x1,x2,filter,tol,e,D,Re)
2 % Finds a bracketed zero of f(x) by bisection.
3 % USAGE: root = bisect(func,x1,x2,filter,tol)
4 % func = handle of function that returns f(x).
5 % x1,x2 = limits on interval containing the root.
6 % filter = singularity filter: 0 = off (default), 1 = on.
7 % tol = error tolerance (default is 1.0e4*eps).
8 % root = zero of f(x), or NaN if singularity suspected.
9 if nargin < 5; tol = 1.0e4*eps; end
10 if nargin < 4; filter = 0; end
11 f1 = feval(func,x1,e,D,Re);
12 if f1 == 0.0; root = x1; return; end
13 f2 = feval(func,x2,e,D,Re);
14 if f2 == 0.0; root = x2; return; end
15 if f1*f2 > 0
16     error('Root is not bracketed in (x1,x2)')
17 end
18 n = ceil(log(abs(x2 - x1)/tol)/log(2.0));
19 for i = 1:n
20     x3 = 0.5*(x1 + x2);
21     f3 = feval(func,x3,e,D,Re); %Help for visualization of progress in ...
        solving equation
22     if(filter == 1) && (abs(f3) > abs(f1))...
23         && (abs(f3) > abs(f2))
24
25         root = NaN; return
26     end
27     if f3 == 0.0
28         root = x3; return
29     end
30     if f2*f3 < 0.0
31         x1 = x3; f1 = f3;
32     else
33         x2 = x3; f2 = f3;
34     end
35 end
36 root=(x1 + x2)/2;
```

```
1 function y=friction40(f)
2 %Friction factor gives by Colebrook equation
3 %Input of function is the friccion factor
4 %You need to pun manually the value of Reynolds number
5 e=4.60e-05;
6 %D=1611.60e-03;
7 D=1600.60e-03;
8 %Re=3.2334e+06; %Reynolds in the first section
9 Re=3.2557e+06; %Reynolds in the second section
10 y=-2*log10((e/(3.7*D))+(2.51/(Re*sqrt(f))))-1/sqrt(f);
```

```

1 %% conditions
2 %% Choose Boundary Conditions and Wave Speed method
3 % Also, specify the pipe's properties
4 % Choose downstream boundary condition :
5 % 1) Valve Instantaneous Closure
6 % 2) Valve Transient Closure
7 Downstream_boundary = 'Valve_Transient_Closure' ;
8 % Choose wave speed method : already known or need calculation:
9 % 1) WaveSpeed Known
10 % 2) WaveSpeed Calculate
11 WaveSpeed_Type = 'WaveSpeed_Calculate' ;
12 Friction_Type = 'Unsteady_Friction_Brunone' ;
13 %% Universal Constants
14 % Gravitational acceleration [m/s^2]
15 g = 9.8 ;
16 %% Pipe Dimensions and Parameters
17 % Length of pipe [m]
18 L = 2579 ;
19 % Diameter of pipe [m]
20 D = 1.6 ;
21 % Cross sectional area of pipe [m^2]
22 A = pi*D^2/4;
23 % Thickness of pipe [m]
24 e = 12.50e-3;
25 % Young's modulus [Pa]
26 %E = 0.2E9; %PE100
27 %E = 0.8E9; %HDPE
28 %E = 3.25E9; %PVC
29 E = 80.50E9; %GPR
30 %E = 210E9; %MS
31 % Absolute roughness [m]
32 %roughness = 2.5E-05; %PE100
33 %roughness = 1.52E-06; %HDPE
34 %roughness = 5.00E-06; %PVC
35 roughness = 1.60E-05; %GPR
36 %roughness = 4.60E-05; %MS
37 % Poisson's ratio [-]
38 %nu_p = 0.45 ; %PE100
39 %nu_p = 0.46 ; %HDPE
40 %nu_p = 0.4 ; %PVC
41 nu_p = 0.22 ; %GPR
42 %nu_p = 0.3 ; %MS
43 % Angle of inclination [deg]
44 theta = 0 ;
45 %% Fluid Properties
46 % Density of water [kg/m^3]
47 rho = 999.57;
48 % Bulk modulus of water [Pa]
49 K = 2.15E9 ;
50 % Dynamic viscosity [kg/ms]
51 viscosity = 1.27E-3;
52 %% Flow Inputs
53 % Initial volumetric flow rate [m^3/s]
54 Q_0 = 5.2;
55 % Initial flow velocity [m/s]
56 u_0 = Q_0/A;

```

```

57 % Initial Reynolds number [-]
58 Re_0 = rho*u_0*D/viscosity ;
59 %% Upstream reservoir / Initial head
60 % Height / pressure of the reservoir [m]
61 H_r =2.52 ;
62 %% Downstream valve
63 % Closing time of valve [s]
64 t_c = 60;
65 switch Downstream_boundary
66     case 'Valve_Instantaneous_Closure'
67         % Valve closure coefficient [-]
68         m = 0 ;
69     case 'Valve_Transient_Closure'
70         % Valve closure coefficient [-]
71         m = 1 ;
72 end
73 %% Wave speed of water
74 a = WaveSpeed( e,D, K, rho, E, nu_p ) ;
75 %% Prescribed steady state friction coefficient
76 % Prescribed steady state friction coefficient [-]
77 f_pre = 0 ;

```

```

1 function [Q,H]=SteadyState(Q_0, H_r, rho, D, viscosity, A,...
2     roughness, g, dx, Q, H, Friction_Type , f_pre)
3 %% Steady State Solver
4 % Volumetric flow rate [m^3/s]
5 Q(:,1)=Q_0 ;
6 % Piezometric head at reservoir [m]
7 H(1,:)=H_r ;
8 % R is a resistance coefficient, which describes the friction at steady ...
9 % state where unsteady friction is zero.
10 switch Friction_Type
11     case 'Prescribed_Steady_State_Friction'
12         %Resistance coefficient [s^2/m^5]
13         R = f_pre*dx / (2*g*D*A^2) ;
14     otherwise
15         % Resistance coefficient[s^2/m^5]
16         f=FricFac(D, roughness, rho, Q_0, viscosity, A);
17         R=f*dx/ (2*g*D*A^2);
18 end
19 % H(1,1)=2.52;
20 % H(2,1)=2.42;
21 % H(3,1)=1.96;
22 % H(4,1)=1.91;
23 % H(5,1)=1.79;
24 % H(6,1)=1.83;
25 % H(7,1)=1.73;
26 % H(8,1)=1.63;
27 % H(9,1)=1.57;
28 % H(10,1)=1.52;
29 % H(11,1)=1.54;
30 % H(12,1)=1.56;
31 % H(13,1)=1.58;
32 % H(14,1)=1.42;
33 % H(15,1)=1.43;

```

34 % H(16,1)=1.23;  
35 % H(17,1)=1.24;  
36 % H(18,1)=1.28;  
37 % H(19,1)=1.31;  
38 % H(20,1)=1.30;  
39 % H(21,1)=1.30;  
40 % H(22,1)=1.25;  
41 % H(23,1)=1.28;  
42 % H(24,1)=1.29;  
43 % H(25,1)=1.30;  
44 % H(26,1)=1.23;  
45 % H(27,1)=1.26;  
46 % H(28,1)=0.95;  
47 % % H(1,1)=2.52;  
48 % % H(2,1)=2.43;  
49 % % H(3,1)=1.98;  
50 % % H(4,1)=1.94;  
51 % % H(5,1)=1.83;  
52 % % H(6,1)=1.88;  
53 % % H(7,1)=1.79;  
54 % % H(8,1)=1.70;  
55 % % H(9,1)=1.65;  
56 % % H(10,1)=1.61;  
57 % % H(11,1)=1.64;  
58 % % H(12,1)=1.67;  
59 % % H(13,1)=1.70;  
60 % % H(14,1)=1.55;  
61 % % H(15,1)=1.57;  
62 % % H(16,1)=1.38;  
63 % % H(17,1)=1.40;  
64 % % H(18,1)=1.45;  
65 % % H(19,1)=1.49;  
66 % % H(20,1)=1.49;  
67 % % H(21,1)=1.51;  
68 % % H(22,1)=1.48;  
69 % % H(23,1)=1.53;  
70 % % H(24,1)=1.54;  
71 % % H(25,1)=1.57;  
72 % % H(26,1)=1.52;  
73 % % H(27,1)=1.57;  
74 % % H(28,1)=1.27;  
75 % % % H(1,1)=2.52;  
76 % % % H(2,1)=2.43;  
77 % % % H(3,1)=1.98;  
78 % % % H(4,1)=1.94;  
79 % % % H(5,1)=1.83;  
80 % % % H(6,1)=1.88;  
81 % % % H(7,1)=1.79;  
82 % % % H(8,1)=1.70;  
83 % % % H(9,1)=1.65;  
84 % % % H(10,1)=1.61;  
85 % % % H(11,1)=1.64;  
86 % % % H(12,1)=1.67;  
87 % % % H(13,1)=1.70;  
88 % % % H(14,1)=1.55;  
89 % % % H(15,1)=1.57;

```

90  % % % H(16,1)=1.38;
91  % % % H(17,1)=1.40;
92  % % % H(18,1)=1.45;
93  % % % H(19,1)=1.49;
94  % % % H(20,1)=1.49;
95  % % % H(21,1)=1.50;
96  % % % H(22,1)=1.46;
97  % % % H(23,1)=1.50;
98  % % % H(24,1)=1.51;
99  % % % H(25,1)=1.53;
100 % % % H(26,1)=1.47;
101 % % % H(27,1)=1.51;
102 % % % H(28,1)=1.20;
103 H(1,1)=2.52;
104 H(2,1)=2.42;
105 H(3,1)=1.96;
106 H(4,1)=1.91;
107 H(5,1)=1.79;
108 H(6,1)=1.83;
109 H(7,1)=1.73;
110 H(8,1)=1.63;
111 H(9,1)=1.57;
112 H(10,1)=1.52;
113 H(11,1)=1.54;
114 H(12,1)=1.56;
115 H(13,1)=1.58;
116 H(14,1)=1.42;
117 H(15,1)=1.43;
118 H(16,1)=1.23;
119 H(17,1)=1.24;
120 H(18,1)=1.28;
121 H(19,1)=1.31;
122 H(20,1)=1.30;
123 H(21,1)=1.30;
124 H(22,1)=1.25;
125 H(23,1)=1.28;
126 H(24,1)=1.29;
127 H(25,1)=1.31;
128 H(26,1)=1.24;
129 H(27,1)=1.27;
130 H(28,1)=0.96;
131 % % % % H(1,1)=2.52;
132 % % % % H(2,1)=2.41;
133 % % % % H(3,1)=1.94;
134 % % % % H(4,1)=1.88;
135 % % % % H(5,1)=1.75;
136 % % % % H(6,1)=1.78;
137 % % % % H(7,1)=1.67;
138 % % % % H(8,1)=1.56;
139 % % % % H(9,1)=1.49;
140 % % % % H(10,1)=1.43;
141 % % % % H(11,1)=1.44;
142 % % % % H(12,1)=1.45;
143 % % % % H(13,1)=1.46;
144 % % % % H(14,1)=1.29;
145 % % % % H(15,1)=1.29;

```

```

146 % % % % % H(16,1)=1.08;
147 % % % % % H(17,1)=1.08;
148 % % % % % H(18,1)=1.11;
149 % % % % % H(19,1)=1.13;
150 % % % % % H(20,1)=1.11;
151 % % % % % H(21,1)=1.10;
152 % % % % % H(22,1)=1.04;
153 % % % % % H(23,1)=1.06;
154 % % % % % H(24,1)=1.06;
155 % % % % % H(25,1)=1.07;
156 % % % % % H(26,1)=0.99;
157 % % % % % H(27,1)=1.01;
158 % % % % % H(28,1)=0.69;
159 end

```

```

1 function [Q_P,H_P]=InteriorNodes( a, g, A, rho, D,...
2     viscosity, roughness, dx, theta, Q_A, H_A, Q_u_B, H_B, Q, Re_0 , i, ...
3     j,...
4     dt, Friction_Type, Q_0, f_pre, W, dQ, n_t)
5 %% Interior nodes
6 % Pipe constant [s/m^2]
7 B = a/(g*A);
8 % Positive characteristics equation [m]
9 C_p = Characteristic_Plus(a, g, A, D, dx , roughness , rho, viscosity,...
10     theta, Q_A, H_A, Q, Re_0 , i, j, dt, Friction_Type , Q_0, f_pre, W,...
11     dQ, n_t);
12 % Negative characteristics equation [m]
13 C_m = Characteristic_Minus(a, g, A, D, dx , roughness , rho, viscosity,...
14     theta, Q_u_B, H_B, Q, Re_0 , i, j, dt, Friction_Type , Q_0, f_pre, ...
15     W,...
16     dQ, n_t);
17 % Piezometric head [m]
18 H_P = (C_p + C_m) / 2 ;
19 % Volumetric flow rate [m^3/s]
20 Q_P = (H_P - C_m) /B;
21 end

```

```

1 function [Q_P,H_P]=Reservoir_Upstream( a, g, A, rho, D, dx,...
2     viscosity, roughness, theta, Q_B, H_B, H_r, Q, Re_0, i, j, dt,...
3     Friction_Type, Q_0, f_pre , W, dQ, n_t)
4 %% Boundary conditions for upstream reservoir
5 % Pipe constant [s/m^2]
6 B = a/(g*A) ;
7 % Piezometric head [m]
8 H_P = H_r ;
9 % Negative characteristics equation [m]
10 C_m = Characteristic_Minus(a, g, A, D, dx, roughness, rho, viscosity,...
11     theta, Q_B, H_B, Q, Re_0 , i, j, dt, Friction_Type, Q_0, f_pre, W,...
12     dQ, n_t);
13 % Volumetric flow rate [m]
14 Q_P=(H_P-C_m)/B;
15 end

```

```

1 function [Q_P,H_P]=Valve_Closure( a, g, A, D, dx, roughness, rho,...
2     viscosity, t, t_c, m, theta, Q_0, Q_A, H_A, Q, Re_0 , i, j, dt,...
3     Friction_Type, f_pre, W, dQ, n_t)
4 %% Calculating the volumetric flow rate at the valve
5 % Pipe constant [s/m^2]
6 B = a/(g*A);
7 % Positive characteristics equation [m]
8 C_p =Characteristic_Plus(a, g, A, D, dx, roughness, rho,...
9     viscosity, theta, Q_A, H_A, Q, Re_0, i, j, dt,...
10    Friction_Type, Q_0 , f_pre, W, dQ, n_t) ;
11 if m==0;
12     Q_P=0;
13 else
14     %Calculate of flow rate in linear valve
15     if t<t_c
16         % Flow rate across valve before completed closure[-]
17         Q_P=-Q_0*t/t_c+Q_0;
18     else
19         % Flow rate across valve after completed closure
20         Q_P =0;
21     end
22 end
23 % Calculation of the head
24 % Piezometric head [m]
25 H_P = C_p - B*Q_P;
26 end

```

```

1 function a=WaveSpeed(e, D, K, rho, E, nu_p)
2 %You need to know thickness, diameter, bulk modulus and density of ...
3     water, Young and Poisson modulus of pipe
4 %% Calculation of c_1
5     % Coefficient [-]
6     c_1=1-nu_p^(2) ;
7 end
8 %% Calculation of the wave speed
9 % Wave speed [m/s]
10 a = sqrt(K/rho)/sqrt(1+(K*D/(E*e))*c_1) ;
11 end

```

```

1 function f=FricFac(D, roughness, rho, Q, viscosity, A)
2 %% Calculation of the Darcy friction factor.
3 % Reynolds number [-]
4 Re = rho*D*abs(Q)/(viscosity*A) ;
5 if Re==0
6     % Darcy friction factor for zero flow [-]
7     f = 1 ;
8 elseif Re>0 & Re<2100
9     %% Laminar f low
10    % Darcy friction factor for laminar flow [-]
11    f = 64/Re ;
12 else
13    %% Colebrook-White equation
14    % The friction factor, f, is solved iteratively with ff being the

```

```

15     % initial
16     % value, and the accepted error being 1E-12. err is the error compared
17     % with the al low error , and the friction factor is only accepted when
18     % err becomes lower than 1E-12.
19     % Initializing ff [-]
20     ff = 10;
21     % Setting lower error limit [-]
22     err = 0.0001 ;
23     % Initializing Darcy friction factor [-]
24     ff_old = 0 ;
25     while err > 1E-12
26         % Darcy friction factor for turbulent flow [-]
27         f = 1/ff^2 ;
28         % Result from Colebrook equation [-]
29         ff = -2*log10(roughness/(3.7*D) + 2.51/(Re*sqrt(f))) ;
30         % Error between iterations [-]
31         err = abs(ff_old) ;
32         % Darcy friction factor for turbulent flow [?]
33         f_old = f;
34     end
35 end
36 end

```

```

1 function C_p =Characteristic_Plus(a,g,A,D,dx,roughness,rho,...
2     viscosity, alpha, Q_p, H_p, Q, Re_0, i, j, dt, Friction_Type, Q_0,...
3     f_pre, W, dQ, n_t)
4 %% Calculation of the positive characteristics line.
5 % In "FrictionTerm", "Charact_Line" indicates whether the friction term is
6 % for the positive or the negative characteristics line.
7 Charact_Line = 'Plus';
8 % Pipe constant [s/m^2]
9 B = a/(g*A);
10 % Friction term [m]
11 J = FrictionTerm(Friction_Type, D, roughness, rho, Re_0, Q_0, Q_p, Q,...
12     viscosity , A, i, j, dx, dt, Charact_Line , g, a, f_pre, W, dQ, ...
13     n_t) ;
14 % Positive characteristics equation [m]
15 C_p = H_p + Q_p*B-J*a*dt/g ;
16 end

```

```

1 function C_m =Characteristic_Minus(a, g, A, D, dx, roughness, rho,...
2     viscosity, alpha, Q_m, H_m, Q, Re_0, i, j, dt, Friction_Type, Q_0,...
3     f_pre, W, dQ, n_t)
4 %% Calculation of the negative characteristics line.
5 % In "FrictionTerm", "Charact_Line " indicates whether the friction ...
6 % term is
7 % for the positive or the negative characteristics line.
8 Charact_Line = 'Minus';
9 % Pipe constant [s/m^2]
10 B = a/(g*A);
11 % Friction term [m]
12 J = FrictionTerm(Friction_Type, D, roughness, rho, Re_0, Q_0, Q_m, Q,...
13     viscosity, A, i, j, dx, dt, Charact_Line , g, a, f_pre, W, dQ, n_t) ;

```

```

13 % Negative characteristics equation [m]
14 C_m = H_m - Q_m*B + J*a*dt/g ;
15 end

```

```

1 function [J]=FrictionTerm(Friction_Type, D, roughness, rho, Re_0, Q_0,...
2     Q_point, Q, viscosity, A, i, j, dx, dt, Charact_Line, g, a, f_pre)
3 % The friction term is comprised of three parts, steady state friction, J_s
4 % (only used by " Prescribed Steady State Friction " and
5 % "Steady State Friction") , quasi-steady friction, J_q, and unsteady
6 % friction, J_u(for the unsteady friction models). These three are
7 % summarized after the calculation of each part.
8 switch Friction_Type
9     case 'Unsteady_Friction_Brunone'
10         % Darcy friction factor, determined for either laminar flow or via
11         % the Colebrook-White equation for turbulent flow [-]
12         f_q = FricFac(D, roughness, rho, Q_point, viscosity , A);
13         % Resistance coefficient [s^2/m^5]
14         R = f_q*dx / (2*g*D*A^2) ;
15         J_s = 0 ;
16         J_q = R*Q_point*abs(Q_point) ;
17     switch Charact_Line
18         case 'Plus'
19             J_u = BrunoneFricp(Q, Re_0, D, j, i, a, dt, dx, g,A) ;
20         case 'Minus'
21             J_u = BrunoneFricm(Q, Re_0, D, j, i, a, dt, dx, g,A) ;
22     end
23 end
24 % Friction term [m]
25 J = J_s + J_q + J_u ;
26 end

```

```

1 function J_u=BrunoneFricm(Q, Re, D, j, i, a, dt, dx, g ,A)
2 %% Brunone's unsteady friction model
3 % Brunone's unsteady friction is calculated for the positive
4 % characteristics line.
5 if Re < 2100
6     % Vardy shear coefficient for laminar flow [-]
7     C = 0.00476;
8 else
9     % Vardy shear coefficient for turbulent flow [-]
10    C = 7.41/(Re^(log10(14.3/Re^0.05))) ;
11 end
12 % Brunone's friction coefficient [-]
13 k = sqrt(C)/2;
14 % For j = 2 , there is no nodes two time steps , so it is not possible to
15 % calculate the acceleration of the volume tric flow rate. It is therefore
16 % set to zero , because two values from steady state would otherwise be
17 % used, which would result in zero for the acceleration term.
18 if j == 2
19     % Unsteady friction term [m]
20     J_u = a*dt*k/(g*A)*(a*sign(Q(i+1,j-1))*abs((Q(i+1,j-1)-Q(i,j-1))/dx));
21 else
22     % Unsteady friction term [m]

```

```

23     J_u = a*dt*k/(g*A)*((Q(i+1,j-1)-Q(i+1,j-2))/dt+a*sign(Q(i+1,j-1))...
24     *abs((Q(i+1,j-1)-Q(i,j-1))/dx)) ;
25 end
26 end

```

```

1 function h_up=BrunoneFricp(Q, Re, D, j, i, a, dt, dx, g ,A)
2 %% Brunone's unsteady friction model
3 % Brunone's unsteady friction is calculated for the positive
4 % characteristics line.
5 if Re < 2100
6     % Vardy shear coefficient for laminar flow [-]
7     C = 0.00476;
8 else
9     % Vardy shear coefficient for turbulent flow [-]
10    C = 7.41/(Re^(log10(14.3/Re^0.05))) ;
11 end
12 % Brunone's friction coefficient [-]
13 k = sqrt(C)/2;
14 % For j = 2 , there is no nodes two time steps , so it is not possible to
15 % calculate the acceleration of the volume tric flow rate. It is therefore
16 % set to zero , because two values from steady state would otherwise be
17 % used, which would result in zero for the acceleration term.
18 if j == 2
19     % Unsteady friction term [m]
20     h_up = a*dt*k/(g*A)*(a*sign(Q(i-1,j-1))*abs((Q(i,j-1)-Q(i-1,j-1))/dx));
21 else
22     % Unsteady friction term [m]
23     h_up = a*dt*k/(g*A)*((Q(i-1,j-1)-Q(i-1,j-2))/dt+a*sign(Q(i-1,j-1))...
24     *abs((Q(i,j-1)-Q(i-1,j-1))/dx)) ;
25 end
26 end

```