



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

# ESTUDIO DE FACTIBILIDAD PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE FUNDACIONES PERIÓDICAS EN EDIFICACIONES CHILENAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

ALONSO ANTONIO LÓPEZ MARÍN

PROFESOR GUÍA:

LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

FELIPE OCHOA CORNEJO

FABIÁN ROJAS BARRALES

SANTIAGO DE CHILE

2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE: INGENIERO CIVIL CON MENCIÓN EN  
ESTRUCTURAS, CONSTRUCCIÓN Y GEOTECNIA.  
POR: ALONSO LÓPEZ MARÍN  
FECHA: 23/06/2020  
PROFESOR GUÍA: LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

## **“ESTUDIO DE FACTIBILIDAD PARA LA IMPLEMENTACIÓN DE FUNDACIONES PERIÓDICAS EN EDIFICACIONES CHILENAS”**

---

El presente trabajo de título tiene por objetivo principal estudiar la factibilidad del uso de fundaciones periódicas en estructuras en Chile. Este tipo de fundaciones, además de ofrecer la capacidad de soporte de las cargas de la edificación llevadas al suelo, brindan un gran potencial en el futuro como aplicación de tecnología de aislación sísmica.

Conformadas por capas de hormigón y materiales sintéticos de propiedades únicas, metamateriales como el caucho, generan una o más bandas de frecuencias, *band gaps*, para las cuales, si el contenido de frecuencias del sismo cae en dichos intervalos, la respuesta sísmica es atenuada reduciendo las aceleraciones y desplazamientos de la estructura. Investigaciones teóricas y experimentales han demostrado que la inclusión de fundaciones periódicas a una estructura reduce significativamente su respuesta sísmica en comparación a una sin aislación hasta en un 90% del máximo valor de la aceleración en su base.

La banda de frecuencia de la fundación periódica para atenuar la respuesta sísmica de una estructura en términos de demanda de desplazamiento se define en base al principal contenido de frecuencia de un grupo de registros sísmicos ocurridos en Chile hasta los 30 Hz, y para edificaciones habitacionales rígidas de baja a mediana altura hasta 10 pisos que trabajan esencialmente a corte, y con períodos fundamentales entre 0,3 y 0,8 segundos.

Mediante espectros de respuesta, se calcula la demanda de desplazamiento de la estructura modelada como una capa equivalente por sobre la fundación periódica a través de la ecuación de propagación de ondas en una dimensión; y como un sistema estructura-fundación de varios grados de libertad utilizando análisis modal para espectros de aceleración de diseño. Los resultados muestran una reducción de la demanda de desplazamiento de la estructura entre un 60% y 90% utilizando una fundación periódica frente a la misma sin un sistema de aislación, o fundación rígida. Al comparar esta tecnología con un sistema tradicional de aislador sísmico, el análisis mediante ecuación de onda entrega demandas de un 30% superior, indicando una captura de mayor información acerca de la propagación de la onda sísmica a través de la estructura.

Como forma de comparar estos resultados de forma empírica, se propone la realización de un ensayo a escala de una estructura de 10 pisos sobre una fundación periódica de 25 cm de caucho y 100 cm de hormigón, describiendo los pasos constructivos, instrumentación y resultados esperados de su demanda de desplazamiento.

# Dedicatoria

*Dedico este trabajo a la hermosa familia que tengo y amo.*

*A mi madre **Patricia Elizabeth** y a mi padre **Juan Antonio**, quienes son el mayor ejemplo de vida y calidad humana que puedo seguir y artífices de este logro. Su incondicional amor y apoyo han estado desde mis primeros años hasta hoy, y sé que siempre contaré con ellos. Soy un privilegiado en haber recibido una educación de calidad en cada etapa de mi formación académica, y todos los éxitos que he alcanzado gracias a ellos, no hacen más que valorar aún más todo el esfuerzo que han hecho desde el día en que ambos emprendieron su aventura universitaria fuera de sus hogares y alejados de sus familias, formando una con dos hijos afortunados.*

*A mi hermano **Aníbal Óscar**, que sé que siempre estará conmigo y al cual siempre protegeré y amaré. Como en ocasiones anteriores, espero esta experiencia guíe sus pasos en lograr sus propósitos y sueños, porque estoy seguro de que triunfará en su vida y será feliz.*

*A mis tías y tíos, mis primas y primos, mis abuelitas y mis abuelitos que han partido, mi madrina y padrino, que me han acompañado en mi vida fuera de la Universidad, quienes siempre han creído en mí y con los cuales he compartido y vivido bellos e inolvidables momentos en la intimidad familiar.*

*Un párrafo especial para mi tío **Óscar**, por todo su cariño, sus palabras de enseñanza y experiencia a pesar de su juventud. Sus consejos acerca de cómo afrontar esta carrera más allá de los números y fórmulas, sino de la comprensión de los conceptos y sus aplicaciones, sumado a su ayuda académicamente, fueron muy importante en mis años de especialidad con sus conocimientos de la misma profesión que desde ahora compartiremos.*

*Palabras muy especiales de dedicatoria también para mi tía y madrina **Angélica**, y mi tía **Mónica**, que siempre me han demostrado su amor y apoyo como a un hijo, y han sido hinchas número uno de todos mis logros académicos y personales.*

*A mis primos menores **Manuel y Javier** que quiero muchísimo, hoy en día aún son muy jóvenes, pero que la experiencia de su primo Alonso los motive a alcanzar sus sueños con perseverancia, humildad y gratitud con la familia que los ama.*

## Agradecimientos

*En primer lugar, agradezco este trabajo a mi profesor guía Leonardo Massone por la confianza en desarrollar este tema y su muestra de interés, preocupación y disposición a llevarlo a cabo. Agradezco también a los profesores de la comisión Felipe Ochoa y Fabián Rojas por siempre disponer de su tiempo ante las distintas situaciones que se fueron presentando en el camino.*

*Es difícil resumir tantos años de alumno y agradecer a tantas personas que han sido parte de mi vida, muchas que continúan, otras que han seguido diferentes caminos e incluso, unas que han partido.*

*A mis amigos de la básica **Sergio, Jose, Nicolás y Guillermo**, vecinos también de mi querido San Miguel y que, pese a los años, aún continúa esta linda amistad y la confianza de nuestros primeros años de colegio.*

*A mis amigos del Instituto y ahora ya profesionales, **José, Felipe, Sebastián, Cristián, Joaquín y Mauricio**, que me han acompañado en los buenos momentos y, sobre todo, en los que he necesitado de fuerzas para salir adelante. Con ellos, las risas nunca faltaron.*

*Mi historia en Beauchef no pudo comenzar el año 2013 que correspondía por obstáculos y pruebas que nos pone la vida, pero sí al año siguiente y doy gracias por esto pues conocí a muchas lindas personas.*

*A mis amigos de la Universidad, que fueron parte importante de mi día a día no tan solo de estudio, si no de distensión y apoyo desde mis días de mechón hasta viejón. Desde plan común **Diego, Víctor, Pablo, Ignacio, José, Rodrigo y Edgar**, con los cuales compartí inolvidables momentos, y también, de largas jornadas de estudio por cada prueba que se nos presentaba.*

*Agradezco también a mis amigos y amigas que conocí en Civil en cada ramo que cursé, en cada sala de estudio, pero también, en cada junta y paseos civiles que asistimos. A los muchos amigos con los cuales compartí mi pasión por el fútbol en cada partido que jugué en la mítica cancha de 850, sin olvidar los cuales defendimos la camiseta del Sapo Diablo; y en mis últimos años, a mis amigos y amigas de distintas especialidades con los cuales compartí un lado distinto de la Universidad.*

*A la familia de la Academia Boris Cárdenas, Boris, Marisol, Levi, señora Ana, Ingrid y Fran, que me quisieron como uno más desde mi paso como alumno y luego por varios años como profesor, permitiéndome desarrollar mi gusto por la docencia y enseñar a muchos niños y niñas durante su etapa escolar.*

*Finalmente, a los profesionales que me recibieron en mis respectivas prácticas profesionales de gran manera, en especial la tercera, quienes dedicaron de su tiempo y me transmitieron sus conocimientos de la carrera aplicados a la realidad laboral.*

# Tabla de Contenido

1. Introducción.....	1
1.1. Motivación.....	1
1.2. Objetivos.....	2
1.2.1. Objetivos generales.....	2
1.2.2. Objetivos Específicos.....	3
1.3. Metodología.....	3
1.3.1. Estudio del fenómeno.....	3
1.3.2. Validación Resultados Tesis Bibliográfica.....	3
1.3.3. Determinación Band Gaps.....	3
1.3.4. Definición de configuración Fundación Periódica.....	3
1.3.5. Análisis Tiempo-Historia y Construcción de espectros de respuesta.....	4
1.3.6. Discusión análisis discreto y continuo.....	4
1.3.7. Proposición de Ensayo.....	4
1.4. Organización del informe.....	5
1.4.1. Introducción.....	5
1.4.2. Revisión Bibliográfica.....	5
1.4.3. Marco teórico.....	5
1.4.4. Resultados y Análisis.....	5
1.4.5. Propuesta de Ensayo.....	5
1.4.6. Conclusiones.....	5
2. Revisión Bibliográfica.....	6
2.1. Fundación periódica bidimensional.....	6
2.2. Fundación periódica tridimensional.....	13
3. Marco teórico.....	20

3.1. Teoría de materiales periódicos .....	20
3.1.1. Teorema Bloch-Floquet .....	20
3.2. Métodos de análisis .....	21
3.2.1. Método de matriz de transferencia.....	21
3.2.2. Método de elementos finitos .....	25
3.2.3. Estudio analítico de materiales periódicos .....	27
3.2.4. Estudio analítico con amortiguamiento .....	27
3.3. Respuesta a una excitación arbitraria .....	29
3.3.1. Integral de Fourier.....	29
3.3.2. Respuesta a una excitación arbitraria.....	30
3.4. Construcción de espectros de respuesta .....	30
3.4.1. Análisis continuo .....	31
3.4.2. Análisis discreto .....	31
3.5. Propiedades capa equivalente para una superestructura .....	32
3.5.1. Variables de entrada de superestructura .....	33
3.5.2. Variables de salida de superestructura .....	33
3.5.3. Módulo de Corte equivalente .....	35
3.5.4. Densidad equivalente .....	37
3.5.5. Altura equivalente .....	37
3.6. Respuesta de un aislador sísmico .....	38
4. Resultados y Análisis de datos.....	39
4.1. Validación .....	39
4.1.1. Curva de Dispersión fundación periódica .....	39
4.1.2. Curva de Dispersión fundación periódica y superestructura .....	42
4.1.3. Función de transferencia con amortiguamiento viscoso .....	44

4.2. Análisis de sensibilidad de parámetros .....	45
4.2.1. Módulo de elasticidad metamaterial.....	45
4.2.2. Densidad metamaterial .....	47
4.2.3. Altura total de cada material .....	48
4.2.4. Número de capas.....	48
4.3. Definición <i>band gaps</i> .....	50
4.3.1. Contenido de frecuencia de Sismos .....	50
4.3.2. Período estructura objetivo .....	51
4.4. Configuración de estudio de Fundación Periódica .....	53
4.4.1. Consideraciones bibliográficas .....	53
4.4.2. Consideraciones análisis de sensibilidad.....	53
4.4.3. Celdas unitarias de estudio.....	54
4.4.4. Alternativa nuevo material .....	56
4.4.5. Análisis de sensibilidad capa de suelo.....	57
4.4.6. Soluciones de estudio.....	60
4.5. Respuesta techo fundación ante onda sinusoidal.....	60
4.6. Aceleración de respuesta en techo fundación .....	64
4.6.1. Input.....	64
4.6.2. Output.....	65
4.7. Deformación por capas fundación periódica .....	67
4.8. Análisis discreto y continuo incluyendo superestructura .....	69
4.8.1. Espectros de respuesta: Ecuación de propagación de ondas. ....	70
4.8.2. Espectros de respuesta: Ecuación de movimiento .....	72
4.8.3. Espectros de respuesta: Aislador sísmico tradicional .....	77
5. Propuesta de ensayo .....	80

5.1. Confección .....	80
5.2. Instrumentación.....	84
5.3. Resultados esperados .....	84
6. Conclusiones y Comentarios.....	88
7. Bibliografía .....	90

## Índice de Tablas

Tabla 2.1 Registros sísmicos de aceleración seleccionados (Cheng & Shi, 2017). .....	10
Tabla 4.1 Propiedades de materiales. ....	40
Tabla 4.2 Propiedades de materiales para modelo original y escalado de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018). ....	43
Tabla 4.3 Fundación periódica 1D de dos capas. ....	46
Tabla 4.4 Altura por capas para fundación periódica 1D de 100 cm de alto. ....	49
Tabla 4.5 Rigidez de edificios representativos de la práctica chilena (Lagos, 2019) .....	52
Tabla 4.6 Celdas unitarias de estudio. ....	55
Tabla 4.7 Clasificación sísmica del terreno de fundación (NCh 433). ....	57
Tabla 4.8 Capas de suelo de estudio. ....	58
Tabla 4.9 Función de transferencia fundación periódica de 2 capas para distintas frecuencias de excitación. ....	62
Tabla 4.10 Amplitud máxima de aceleración en techo de fundación periódica y razón de amplificación.....	63
Tabla 4.11 PGA para cuatro estaciones Terremoto Maule 2010.....	64
Tabla 4.12 Deformación angular $\gamma$ capa de hormigón para cuatro registros sísmicos. ...	68
Tabla 4.13 Deformación angular $\gamma$ capa de caucho para cuatro registros sísmicos. ....	68
Tabla 4.14 Deformación angular $\gamma$ capa de suelo para cuatro registros sísmicos. ....	68

# Índice de Ilustraciones

Figura 1.1 Clasificación de las fundaciones periódicas. (a) 1D, (b) 2D, (c) 3D. ....	2
Figura 2.1 Mecanismo de aislación de la fundación periódica (Cheng & Shi, 2017). ....	7
Figura 2.2 (a) Fundación periódica bidimensional, (b) celda unitaria, (c) primera zona irreducible de Brillouin, (d) condiciones de borde periódica (Cheng & Shi, 2017). ....	8
Figura 2.3 (a) Superficies de dispersión, (b) Curvas de dispersión (Cheng & Shi, 2017). ....	9
Figura 2.4 (a) Reactor nuclear con diferentes fundaciones, (b) Modelo numérico simplificado (Cheng & Shi, 2017). ....	10
Figura 2.5 Registros sísmicos de aceleración en el tiempo, dirección horizontal y vertical (Cheng & Shi, 2017). ....	11
Figura 2.6 Espectro de aceleración de respuesta, (b) razón de amplificación de aceleración máxima de la superestructura en la dirección horizontal (Cheng & Shi, 2017). ....	11
Figura 2.7 Aceleración horizontal de respuesta en el techo de la superestructura. (a) frecuencia dentro de CAZ, (b) frecuencia fuera de CAZ. ....	12
Figura 2.8 Razón de aceleración máxima de respuesta de dos estructuras de diferente frecuencia natural (Cheng & Shi, 2017). ....	13
Figura 2.9 (a) Celda unitaria fundación periódica 3D, (b) sección transversal celda unitaria (Yan, 2015). ....	14
Figura 2.10 Banda de frecuencia de atenuación fundación periódica 3D (Yan, 2015). ....	14
Figura 2.11 Casos de fundación periódica 3D (Yan, 2015). ....	15
Figura 2.12 FRF bajo onda-S para tres casos de fundación periódica (Yan, 2015). ....	15
Figura 2.13 FRF bajo Onda-S para fundación periódica y convencional (Yan, 2015). ....	16
Figura 2.14 Arreglo de acelerómetros de espécimen E y F (Yan, 2015). ....	16
Figura 2.15 Montaje experimental para Ondas-S (Yan, 2015). ....	17
Figura 2.16 (a) Función de transferencia entre techo de columna y base de fundación, (b) Razón de función de transferencia en ambos especímenes. (Yan, 2015). ....	18
Figura 2.17 (a) Aceleración en techo de columna de acero para onda sinusoidal de 35,1 Hz; (b) Aceleración en el techo de la fundación para onda sinusoidal de 35,1 Hz (Yan, 2015). ....	18

Figura 2.18 Aceleración en la dirección X en el techo de la columna de acero para registro sísmico modificado con frecuencia principal 35,1 Hz (Yan, 2015). .....	19
Figura 3.1 Celda unitaria de N capas en material periódico de una dimensión (Witarto W. , 2018). .....	21
Figura 3.2 Fundación periódica 1D con N capas (Witarto W. , 2018).....	22
Figura 3.3 Analogía mecánica de modelo Kelvin-Voigt (Witarto W. , 2018). .....	27
Figura 3.4 Sistema de 3 grados de libertad.....	32
Figura 3.5 (a) Estructura sin aislación; (b) Estructura con aislación. (Chopra, 2012). ....	38
Figura 4.1 Fundación periódica 1D con M celdas unitarias de hormigón y caucho (Witarto W. , 2018).....	39
Figura 4.2 (a) Curva de dispersión Onda-S celda unitaria de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.....	40
Figura 4.3 (a) Diagrama Dispersión Onda-S celda unitaria de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.....	41
Figura 4.4 (a) Diagrama de Amplitud Onda-S celda unitaria de fundación periódica (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.....	41
Figura 4.5 Espesores de cada capa incluyendo superestructura equivalente (Witarto W. , 2018). .....	42
Figura 4.6 Curva de dispersión fundación periódica 1D de 4 capas escalada (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación. ....	43
Figura 4.7 (a) Curva de dispersión fundación periódica 1D escalada con superestructura equivalente (Witarto W. , 2018) (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación. ....	44
Figura 4.8 (a) Función de transferencia fundación periódica 1D de 2 capas en medio viscoelástico (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación. ....	45
Figura 4.9 Función de transferencia para distintas razones del módulo de Young E del caucho.....	46
Figura 4.10 Función de transferencia para distintas razones de la densidad $\rho$ del caucho. ....	47
Figura 4.11 Función de transferencia para distintos espesores de capa de caucho y hormigón en 1 m de fundación.....	48

Figura 4.12 (a) Fundación periódica de altura total 50 cm de caucho y 50 cm de hormigón distribuidas en 2, 4 y 8 capas; (b) 30 cm de caucho y 70 cm hormigón; (c) 10 cm de caucho y 90 cm hormigón .....	49
Figura 4.13 Epicentro Terremoto Maule del 2010 (RENADIC, 2010).....	50
Figura 4.14 Transformada de Fourier de registros sísmicos de aceleración.....	51
Figura 4.15 Celda unitaria de fundación periódica. ....	54
Figura 4.16 Función de transferencia de celdas unitarias de estudio.....	55
Figura 4.17 Función de transferencia celdas unitarias con amortiguamiento.....	56
Figura 4.18 Celda unitaria de fundación periódica incluyendo una capa de suelo. ....	56
Figura 4.19 Función de transferencia de celda unitaria A con capa de suelo de espesor constante y rigidez variable. ....	58
Figura 4.20 Función de transferencia de celda unitaria A con capa de suelo de espesor variable y rigidez constante. ....	59
Figura 4.21 Función de transferencias para las celdas unitarias incluyendo distintas capas de suelo.....	59
Figura 4.22 Celda unitaria de fundación periódica sometida a sollicitación sinusoidal ...	60
Figura 4.23 Función de transferencia compleja fundación periódica de 2 capas. ....	61
Figura 4.24 Módulo Función de transferencia fundación periódica de 2 capas.....	61
Figura 4.25 Respuesta en techo fundación periódica ante onda sinusoidal en la base con frecuencia de excitación dentro del intervalo band gap.....	62
Figura 4.26 Respuesta en techo fundación periódica ante onda sinusoidal en la base con frecuencia de excitación fuera del intervalo band gap.....	63
Figura 4.27 Aceleración en el tiempo set de 4 registros sísmicos y su respectivo canal. ....	65
Figura 4.28 Deamplificación PGA en techo/base fundación para las seis configuraciones de celdas unitarias con suelo 1 (blando) para cuatro registros sísmicos. ....	66
Figura 4.29 Deamplificación PGA en techo/base fundación celda unitaria A con los tres suelos para cuatro registros sísmicos. ....	67
Figura 4.30 (a) Esquema fundación y estructura según análisis continuo, (b) esquema fundación y estructura según análisis discreto. ....	69

Figura 4.31 Función de transferencia para capa de estructura de diferente período natural T. ....	70
Figura 4.32 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias con el suelo 5, según análisis continuo. ....	71
Figura 4.33 Espectro de desplazamiento para cuatro registros sísmicos seleccionados. ....	72
Figura 4.34 Espectro de aceleración para cuatro registros sísmicos seleccionados.....	73
Figura 4.35 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias con el suelo 5, según análisis discreto. ....	74
Figura 4.36 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis continuo y discreto. ....	75
Figura 4.37 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis discreto y estructura con fundación rígida o convencional. ....	76
Figura 4.38 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias según análisis como aislador sísmico tradicional.....	78
Figura 4.39 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis continuo, discreto y como aislador sísmico tradicional.....	79
Figura 5.1 Esquema general de la mesa vibratoria (Barrientos, 2008). ....	80
Figura 5.2 Plano en elevación de ensayo de fundación periódica.....	81
Figura 5.3 Plano de elevación estructura a ensayar sobre fundación periódica en escala real. ....	82
Figura 5.4 Plano de planta estructura a ensayar en escala real.....	83
Figura 5.5 Forma modal del modo 1 de la estructura a ensayar con período natural 0,51 s. ....	83
Figura 5.6 Plano en planta de ensayo de fundación periódica. ....	84
Figura 5.7 Función de transferencia teórica de celda unitaria B.....	85
Figura 5.8 Amplitud output/input teórica para celda unitaria a con y sin amortiguamiento para frecuencias dentro y fuera del intervalo de atenuación. ....	86
Figura 5.9 Deamplificación aceleración output/input para set de sismos al 100% con y sin amortiguamiento (1 Concepción, 2 Constitución, 3 Lolleo, 4 Matanzas). ....	86

Figura 5.10 Resultados esperados de espectro de desplazamiento para estructura de  $T=0,51$  segundos a ensayar con fundación periódica mediante tres análisis y con fundación rígida o tradicional (1 Concepción, 2 Constitución, 3 Lolleo, 4 Matanzas). ...87

# 1. Introducción

## 1.1. Motivación

Los movimientos telúricos a lo largo de la historia han generado severos daños en edificaciones, y más importante aún, cobrado la vida de cientos de miles de personas. Chile, país con una alta actividad sísmica, ha sido escenario de los eventos de mayor magnitud registrados en el tiempo.

En los métodos de diseño sísmico tradicionales, la condición sismorresistente de la estructura es asegurada por medio del aumento de la capacidad de sus elementos estructurales. Afortunadamente, estos métodos basados sólo en la capacidad han sido gradualmente remplazados por nuevas teorías y diseños en los cuales el sistema de aislación sísmica ha sido reconocido como efectivo (Bao, Shi, & Xiang, 2012).

Las estrategias más populares para este sistema añaden un elemento de baja rigidez entre la estructura a aislar y la fundación. Esto otorga a la estructura una frecuencia fundamental mucho menor que sin considerar la aislación o las frecuencias propias del movimiento del suelo. De acuerdo con el diseño espectral, la disminución de la frecuencia fundamental puede reducir significativamente la aceleración de respuesta (Bao, Shi, & Xiang, 2012).

Algunas investigaciones recientes en el campo de la física de sólidos indican que materiales fononónicos, referidos como estructura periódica, presentan una capacidad dinámica única, denominada band gap (Gaofeng & Zhifei, 2010). Cuando el contenido de frecuencias de la onda cae en este intervalo, ésta no se propaga a través de dicho cristal. Llamados también metamateriales, generalmente estructuras artificiales que exhiben respuestas no observables en materiales naturales (La Salandra, 2017)

De acuerdo con el concepto de una banda de frecuencias en dichos materiales, nace las fundaciones periódicas. Este sistema, además de ofrecer capacidad de soporte a las cargas de la estructura llevadas al suelo, ofrecen una solución de aislación sísmica tanto para propagación de ondas en las direcciones vertical y horizontales. La importancia de su estudio en el presente trabajo radica en la existencia de constantes terremotos por toda la geografía de Chile y su potencial reducción de daños y víctimas.

Según el número de direcciones donde la celda unitaria se repita, las fundaciones periódicas pueden clasificar en unidimensionales (1D), bidimensionales (2D) y tridimensionales (3D) tal como se muestra en la Figura 1.1.

El presente trabajo de estudio considera el sistema unidimensional, mediante una configuración de celdas unitarias, conformadas por capas alternadas de hormigón y metamateriales, con propiedades físicas, como su densidad y módulo elástico; y geométricas, como el espesor de la capa.

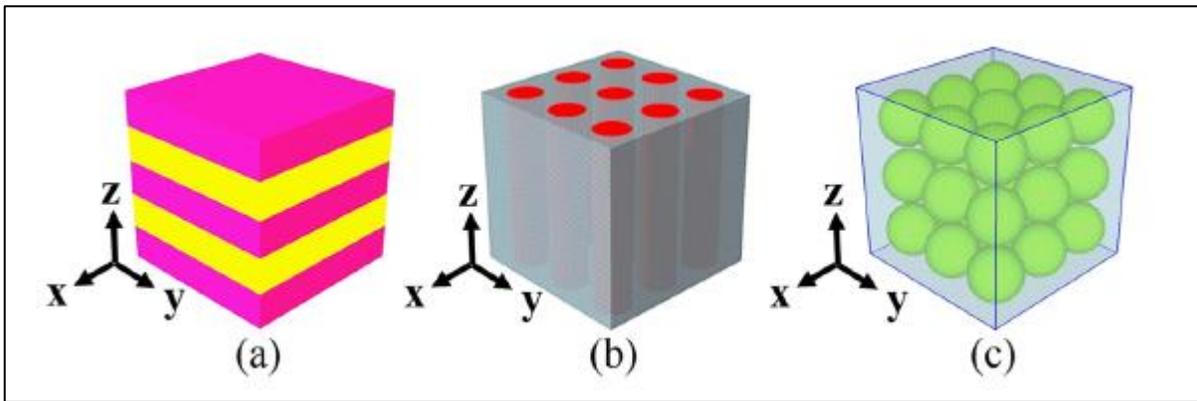


Figura 1.1 Clasificación de las fundaciones periódicas. (a) 1D, (b) 2D, (c) 3D.

Estudios de factibilidad de este sistema de aislación sísmica confluyen a determinar la zona de atenuación, *band gaps*, para disminuir la respuesta de la estructura en estructuras reales, tales como reactores nucleares.

La implementación de este sistema en edificaciones chilenas, considerando los tipos de suelo en distintas zonas del país, contenido de frecuencias de eventos sísmicos y períodos de vibración de las estructuras, se pretende estudiar como una modelación numérica de la ecuación de propagación de ondas para determinadas configuraciones de la fundación de forma de su función de transferencia.

Posteriormente, por medio de un análisis tiempo-historia de registros de sismos ocurridos en Chile, incluir la respuesta en la estructura mediante espectros de respuesta de desplazamiento y aceleración, realizando una comparación entre el modelo continuo, propagación de ondas; y discreto, ecuación de movimiento para un sistema de varios grados de libertad.

Para esto se requiere una acabada y detallada revisión de bibliografía del desarrollo y modelamiento de las fórmulas que gobiernan este fenómeno, como la propagación de ondas en medios elásticos y teoría de dispersión, de manera de realizar las simplificaciones o supuestos necesarios y determinar la factibilidad de aplicar el sistema analizado al contexto chileno.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivos generales

El objetivo por desarrollar en este trabajo consiste en estudiar la factibilidad en la implementación de la tecnología de fundaciones periódicas en edificaciones chilenas de manera de disminuir la demanda sísmica en la respuesta de la estructura.

A partir de distintas configuraciones y propiedades de los materiales a utilizar, y para un set seleccionado de registros de sismos ocurridos en Chile, se pretende reducir la respuesta en términos de desplazamientos y aceleraciones.

## 1.2.2. Objetivos Específicos

Comprender la teoría detrás de la física que gobierna la tecnología de las fundaciones periódicas: teoría de propagación y dispersión de ondas, para luego realizar una modelación numérica y validar resultados en base a la tesis bibliográfica guía.

Definir una banda de frecuencias donde se pretende atenuar la energía de la onda sísmica según la configuración de la fundación periódica, en relación con el tipo de estructura de acuerdo con su rigidez y contenido de frecuencia del sismo.

Estudiar la respuesta de la superestructura al incluir el efecto de la fundación periódica mediante un análisis tiempo-historia de forma continua y discreta, construyendo posteriormente espectros de respuesta de desplazamiento y aceleración.

Proponer un ensayo de un prototipo a escala de una estructura sobre la fundación periódica estudiada en el trabajo, incluyendo métodos constructivos, instrumentación y resultados esperados.

## 1.3. Metodología

### 1.3.1. Estudio del fenómeno

El fenómeno que gobierna el concepto de fundación periódica corresponde a la teoría de dispersión y propagación de ondas transversales y longitudinales en una dimensión para medios elásticos. Para esto, es vital comprender los supuestos y parámetros involucrados en la deducción de las distintas fórmulas y su aplicabilidad en la ingeniería sísmica.

### 1.3.2. Validación Resultados Tesis Bibliográfica

De la tesis bibliográfica de la cual se apoya principalmente el presente trabajo de investigación, *Periodic Materials for seismic base isolation: Theory and applications to modular reactors*, se eligen resultados de sus estudios de manera de obtener los mismos utilizando los códigos programados de la teoría de propagación y dispersión de ondas de manera de validar la modelación numérica de realización propia.

### 1.3.3. Determinación Band Gaps

Para estudiar la factibilidad de la aplicación de las fundaciones periódicas en Chile, se debe elegir una zona de atenuación de la propagación de las ondas, *band gaps*, que considere él o los intervalos de mayor energía en el contenido de frecuencias de un set de sismos a definir, como el período fundamental de estructuras objetivos que se pretende reducir su respuesta, en término de su número de pisos y rigidez.

### 1.3.4. Definición de configuración Fundación Periódica

A partir de la determinación de los intervalos de frecuencia donde se busca una deamplificación de la onda, se realiza un proceso iterativo de las propiedades mecánicas

de los materiales de utilizar para la fundación periódica, módulo de Young y densidad; como de las propiedades geométricas, altura de la capa de cada material.

Este proceso pretende encontrar una configuración de fundación periódica en particular para ser estudiada en cuanto a la respuesta de la estructura en términos de desplazamiento y aceleración.

### 1.3.5. Análisis Tiempo-Historia y Construcción de espectros de respuesta

Para el set de sismos registrados en Chile elegidos aplicados en la base de la fundación periódica, *input*, se estudia la respuesta en el tiempo de la aceleración y desplazamiento en primer lugar para el primer *output* en el techo de la fundación, utilizando la función de transferencia de la fundación obtenida de las curvas de dispersión.

Posteriormente, se incluye el efecto de la superestructura sobre la fundación como una capa equivalente, calculando sus máximos valores de desplazamiento y aceleración para distintos períodos fundamentales de la estructura, de manera de construir un espectro de respuesta. El período fundamental dependerá del número de pisos del edificio y su rigidez en términos de razón H/T.

### 1.3.6. Discusión análisis discreto y continuo

Al análisis continuo de la respuesta de la estructura, a partir de la ecuación de propagación de ondas unidimensional para Ondas-S, se añade la respuesta de un análisis discreto por medio de la ecuación de movimiento de la estructura y fundación como un sistema de varios grados de libertad.

Debido al aumento del período natural de la estructura con la adición de la fundación periódica como aislador sísmico, se comparan los valores de la demanda de desplazamiento de la estructura para ambos métodos de análisis.

### 1.3.7. Proposición de Ensayo

Finalmente, estudiada la configuración de la fundación periódica, para materiales definidos y alturas de las capas respectivas y la respuesta de una estructura a la aplicación de distintas sollicitaciones sísmicas, se propone un ensayo a escala del modelo de fundación y estructura.

En esta propuesta, se incluyen métodos constructivos de la fundación; instrumentos de medición y los lugares donde deben ser ubicados; y resultados de demanda de desplazamiento y aceleración máxima de respuesta en el techo de la fundación ante registros sísmicos.

## 1.4. Organización del informe

### 1.4.1. Introducción

Se presenta una motivación y contextualización del tema de estudio en relación con la revisión bibliográfica recopilada. Se discute de los objetivos a lograr, metodología de trabajo y resultados esperados.

### 1.4.2. Revisión Bibliográfica

Se describen algunos de los trabajos e investigaciones de la nueva tecnología de fundaciones periódicas y su amplia factibilidad y potencial en la ingeniería sísmica y estructural, tanto resultados teóricos y experimentales.

### 1.4.3. Marco teórico

Se enmarca el trabajo en la teoría de la tecnología de fundaciones periódicas que es regida principalmente por el estudio de propagación de ondas. Se establecen las formulaciones y supuestos a utilizar en la futura obtención de resultados.

### 1.4.4. Resultados y Análisis

Se presentan los resultados obtenidos en forma teórica y numérica de la implementación de las fundaciones periódicas. En primer lugar, validando los resultados de la tesis bibliográfica guía con los códigos programados; posteriormente de un análisis de sensibilidad de los parámetros de estudio de los materiales en capas que conforman la fundación.

Se elige un set de registros sísmicos, analizando su contenido de frecuencia y definiendo la estructura objetivo para la cual se pretende deamplificar su respuesta según su período de vibración. Los resultados son estudiados en un análisis discreto y continuo en espectros de respuesta de desplazamiento de la superestructura ante un sistema tradicional o rígido de fundación y ante la inclusión de la tecnología de fundaciones periódicas.

### 1.4.5. Propuesta de Ensayo

Se propone un ensayo a escala de una estructura de muros acoplados con una configuración de celda unitaria ante un set de registros sísmicos, detallando su confección, instrumentación y resultados esperados de su demanda de desplazamiento.

### 1.4.6. Conclusiones

Se resumen los resultados obtenidos, en particular la factibilidad y ventajas y desventajas de la implementación de las fundaciones periódicas en edificaciones chilenas en comparación a la fundación rígida tradicional, en términos de espectros de respuesta de aceleración y desplazamiento. Se comenta de la proposición de un ensayo a escala y sus resultados esperados en forma teórica.

## 2. Revisión Bibliográfica

Estudios acerca de la factibilidad y utilización del sistema de fundaciones periódicas como un sistema de aislación ante ondas sísmicas en estructuras de ingeniería civil datan incluso a los inicios de la década del 2010, prolongándose hasta hoy. Estos estudios tienen una fuerte componente teórica de la formulación de propagación de ondas que gobierna el problema, añadiendo un estudio mediante análisis numérico e inclusive en algunos casos, experimental.

Las investigaciones en general intentan comparar la respuesta de una estructura sometida a una acción sísmica, o armónica también, utilizando una fundación rígida, un sistema tradicional de aislación sísmica como anillos de caucho y el de fundaciones periódicas, que además de utilizar como material el hormigón tradicional, añaden a su construcción un(os) metamaterial(es).

Los metamateriales son generalmente estructuras artificiales que exhiben una respuesta inusual no observada en materiales naturales. Si se diseñan adecuadamente, son capaces de detener o atenuar la propagación de ondas. Estudios recientes han mostrado que, si estructuras resonantes son periódicamente dispuestas en una matriz, el metamaterial resultante crea una banda capaz de prohibir la propagación elástica de la onda en un determinado rango de frecuencias (La Salandra, 2017).

El principio básico de este sistema de fundaciones periódicas es que, si el contenido de frecuencias de la onda cae dentro de esta banda de frecuencias, la onda no puede propagarse a través de la estructura sin ser atenuada (Bao, Shi, & Xiang, 2012). La variación de esta banda de frecuencias también ha sido investigada en función de los parámetros físicos y geométricos como la densidad y módulo elástico, y la fracción de cada material (Gaofeng & Zhifei, 2010).

Por otro lado, el sistema de fundación periódica puede ser clasificado en unidimensional, bidimensional y tridimensional de acuerdo con las direcciones en que atenúe la onda incidente y su simetría geométrica. Si bien este trabajo estudia un sistema unidimensional, el cual corresponde a capas alternadas de hormigón y un metamaterial, existen investigaciones para los otros dos casos que serán presentados en esta revisión bibliográfica.

### 2.1. Fundación periódica bidimensional

La idea básica de este nuevo sistema de aislación sísmica es reemplazar a la tradicional fundación rígida con la fundación periódica. Con un diseño apropiado, la zona de atenuación de esta fundación puede cubrir un amplio rango de frecuencias del espectro de onda del sismo. Las ondas sísmicas con frecuencia dentro de estas áreas no son capaces de propagarse a través de la fundación periódica, permitiendo una reducción en la energía sísmica transferida a la fundación y, por ende, una atenuación en la respuesta sísmica de la estructura (Cheng & Shi, 2017).

En la Figura 2.1, se puede apreciar mediante un espectro de respuesta el principio de este sistema de aislación sísmica. Para un intervalo de período (zona gris) en este caso de la onda sísmica incidente, existe una reducción de la respuesta de la estructura en términos de aceleración en la banda de atenuación diseñada de la fundación periódica, frente a la misma estructura sobre una fundación tradicional o rígida. Fuera de este rango de reducción, la respuesta tiende a ser similar en ambos sistemas.

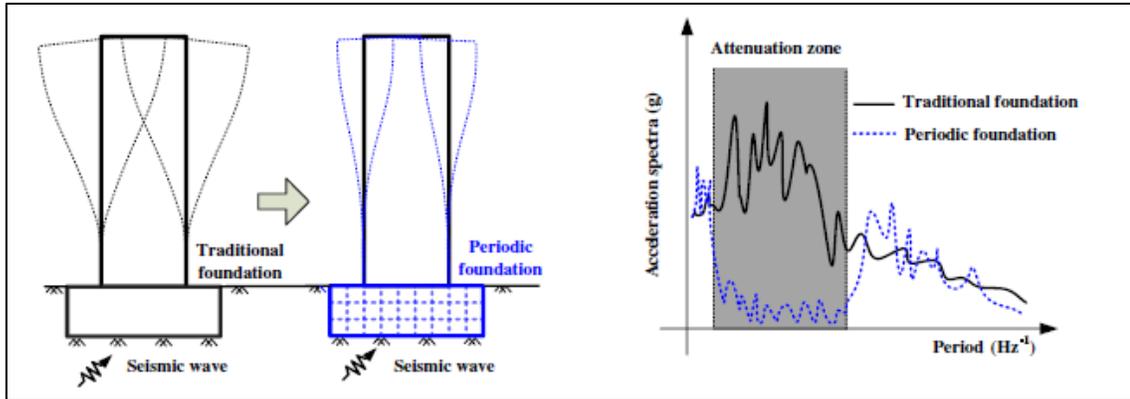


Figura 2.1 Mecanismo de aislación de la fundación periódica (Cheng & Shi, 2017).

En este artículo se trabaja un modelo de fundación periódica bidimensional, que reemplaza las capas de caucho ahora por bloques del mismo material (ver Figura 2.2). El efecto de atenuación se debe a la interacción dinámica entre el oscilador interno y la matriz estructural (Cheng & Shi, 2017).

De esta manera, una fundación periódica bidimensional de tres componentes (hormigón, acero y caucho) se prueba frente a una planta de reactor nuclear para mostrar la efectividad de reducir la respuesta sísmica de una estructura a excitaciones que se encuentren dentro de la zona de atenuación. Estas superestructuras son altamente rígidas, con períodos fundamentales de vibración bajos.

Comparada con fundaciones periódicas estratificadas o unidimensionales, la matriz estructural del caso bidimensional provee un soporte más estable a la estructura superior e incluso, podría ser diseñada de tal forma que pueda aislar vibraciones sísmicas tanto en la dirección horizontal como vertical (Cheng & Shi, 2017).

La propagación de la onda se considera en el plano frente a una fundación periódica infinita de dos dimensiones, tal como se muestra en la Figura 2.2 (a). La celda unitaria contiene un resonador elástico embebido en el centro de la matriz. Esta matriz está hecha de hormigón armado, mientras que el oscilador interno (hormigón o acero) de una inclusión sólida con un revestimiento de silicona de caucho como se ve en la Figura 2.2 (b). Como supuesto, los materiales están perfectamente unidos en sus interfaces en cada celda unitaria. En la misma imagen, se aprecia el tamaño de cada celda  $A$ , ancho del oscilador  $b$  y espesor de la capa de caucho  $t$ , en ambas direcciones.

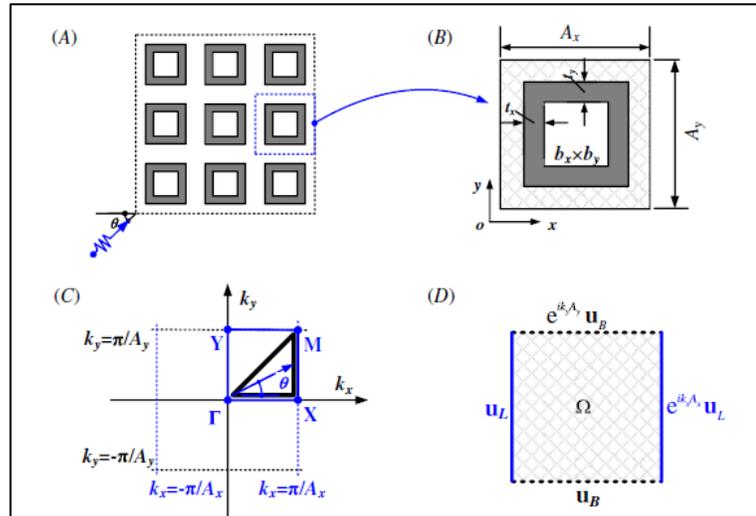


Figura 2.2 (a) Fundación periódica bidimensional, (b) celda unitaria, (c) primera zona irreducible de Brillouin, (d) condiciones de borde periódica (Cheng & Shi, 2017).

La resolución de este problema corresponde a la ecuación de propagación de onda en sólido bidimensional en dos dimensiones, asumiendo materiales continuos, isotrópicos, perfectamente elásticos, pequeñas deformaciones y sin considerar amortiguamiento propio. Para efectos de esta revisión bibliográfica se mencionan los supuestos y teorías asociadas, dado que en la sección de Marco Teórico se trabaja la resolución de este problema en detalle para el caso unidimensional.

Utilizando el teorema de Bloch-Floquet, que en términos generales es una solución a la ecuación de onda que separa la variable temporal y espacial asociado a un número de onda y frecuencia angular. Las condiciones de borde del problema corresponden al desplazamiento al desplazamiento  $u$  de la celda unitaria, como se ve en la Figura 2.2 (d).

Estas condiciones corresponden a la diferencia en fase entre el lado donde incide la onda y donde sale la misma en la celda unitaria. De acuerdo con esto, el modo de la onda de una estructura periódica infinita puede ser vista como una repetición infinita de modos de vibración de sus celdas unitarias.

Con las condiciones de borde, se obtiene la ecuación de dispersión de propagación de onda que corresponde a la relación entre el número de onda y su frecuencia angular asociada. En una fundación periódica infinita, matemáticamente corresponde a un problema de vectores y valores propios en el espacio infinito, pero es simplificado a un problema finito.

La zona de Brillouin representa el modo de onda en una estructura periódica infinita. Debido a su periodicidad, todos estos modos de onda posibles pueden ser representados en una zona mínima repetible, conocida como la primera zona de Brillouin como se muestra en la Figura 2.2 (c).

Las curvas/superficies de dispersión de estructuras homogéneas son continuas en el dominio de la frecuencia, lo que significa que ondas de cualquier frecuencia pueden propagarse en las estructuras. Sin embargo, las curvas/superficies de dispersión de estructuras periódicas son discontinuas en el dominio de la frecuencia, lo que establece que onda en ciertas regiones de frecuencia no se pueden propagar en estas estructuras (Cheng & Shi, 2017).

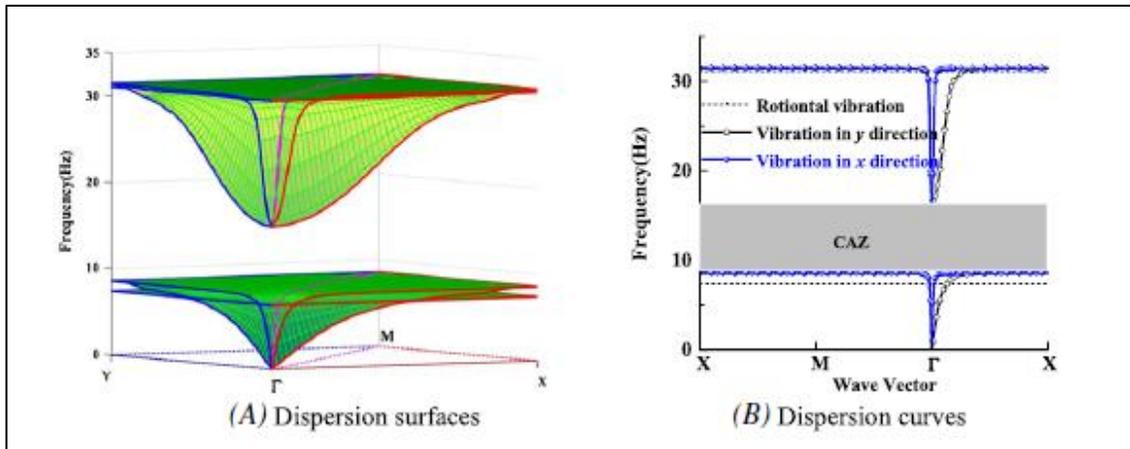


Figura 2.3 (a) Superficies de dispersión, (b) Curvas de dispersión (Cheng & Shi, 2017).

Lo anterior se muestra en la Figura 2.3 para una cierta configuración geométrica de la fundación periódica bidimensional, donde se aprecia que no existe números de onda en un rango de frecuencia de 8,58 a 16,49 Hz, lo cual significa que ondas en cualquier dirección en este rango no se pueden propagar en la fundación periódica. Esta zona de atenuación se le denomina CAZ en el artículo. Fuera de esta región, se identifican 2 bandas donde sí existe propagación (superficies verdes y curvas azules en (a) y (b) respectivamente).

Tal como se menciona antes, el estudio de esta fundación periódica se aplica para proteger una planta de reactor nuclear de excitaciones sísmicas, mediante simulaciones numéricas de manera de investigar la eficacia de este sistema como aislación sísmica.

En aplicaciones prácticas, las plantas de reactores nucleares y sus subestructuras son usualmente diseñadas para ser lo suficientemente rígidas para asegurar el control y sistemas de seguridad de trabaja confiablemente. El reactor puede ser simplificado y modelado usando el modelo de masa concentrado, el cual ha sido extensivamente utilizado en investigaciones de energía nuclear (Cheng & Shi, 2017).

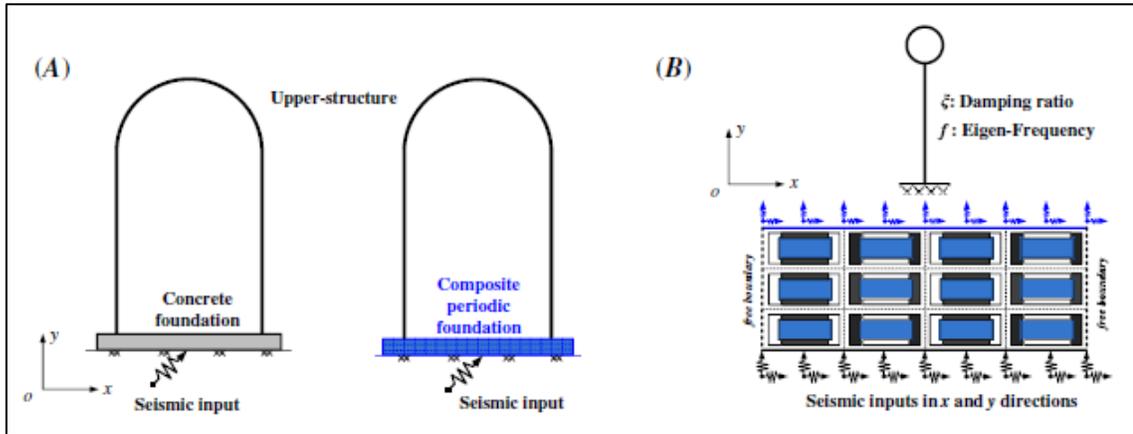


Figura 2.4 (a) Reactor nuclear con diferentes fundaciones, (b) Modelo numérico simplificado (Cheng & Shi, 2017).

Dado que se utiliza esta fundación periódica para atenuar las vibraciones sísmicas en dos dimensiones, se combinan dos celdas unitarias: una con atenuación para bajas frecuencias en la dirección x DAZ-X, y la otra con reducción de bajas frecuencias en la dirección y DAZ-Y, conformando la fundación periódica compuesta como se observa en la Figura 2.4 (a).

El modelo que se aprecia en la Figura 2.4 (b) contiene una combinación alternadas de dichas celdas unitarias para trabajar en las direcciones horizontal y vertical y es analizado en el software de elementos finitos ANSYS. Ignorando las interacciones entre la estructura superior y la fundación periódica, las respuestas sísmicas de ambas son simuladas por separado. También, se ignoran la relación entre el suelo y la fundación periódica, mientras que hay condiciones de borde libre en los costados de la misma.

Para estudiar la respuesta en la superestructura, se realiza un análisis tiempo historia de la demanda de aceleración en ella sobre una fundación tradicional o rígida y la fundación periódica, ante cinco registros sísmicos de la base de datos PEER como aceleraciones forzantes en la base de ambas fundaciones, en las direcciones vertical y horizontal como se ve en la Tabla 2.1 y en la Figura 2.5.

Tabla 2.1 Registros sísmicos de aceleración seleccionados (Cheng & Shi, 2017).

Site Type	Earthquake (Record Place)	Record-1 (PGA(g))	Record-2 (PGA(g))
Hard site	Anza-2001 (Anza-Pinyon Flat)	PFT-090 (0.123)	PFT-UP (0.111)
Medium site	Imperial Valley-1979 (Superstition Mtn Camera)	H-Sup-045 (0.111)	H-Sup-Up (0.08)
Medium site	Northridge-1994 (LA-Brentwood VA Hospital)	BVA-195 (0.185)	BVA-UP (0.138)
Soft site	Imperial Valley-1940 (El Centro Array #9)	ELC-180 (0.312)	ELC-UP (0.205)
Soft site	Loma Prieta-1989 (Alameda Naval Air Stn Hanger)	NAS-180 (0.265)	NAS-UP (0.061)

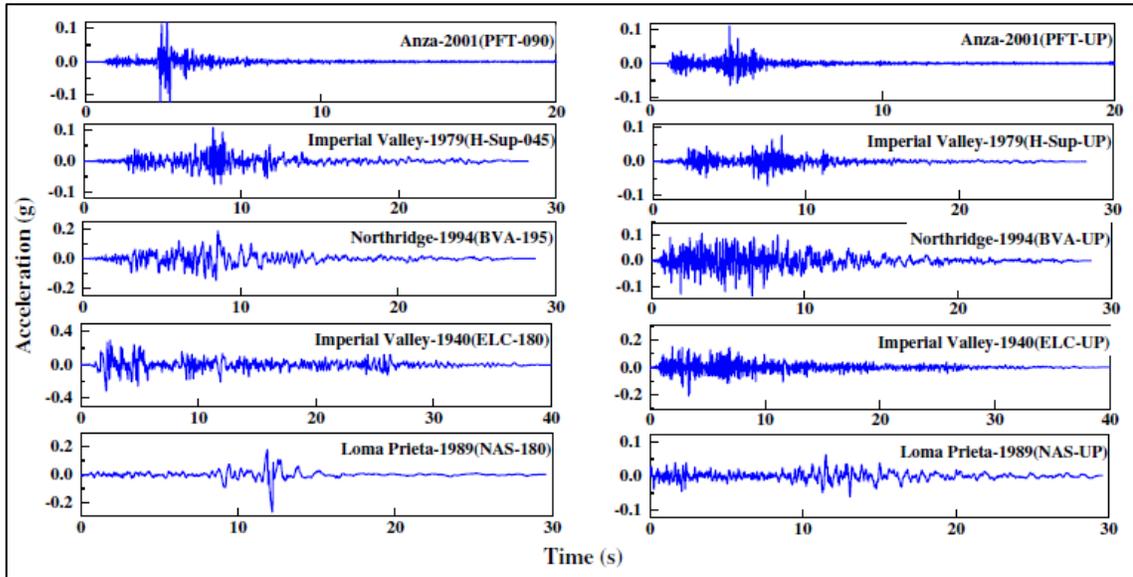


Figura 2.5 Registros sísmicos de aceleración en el tiempo, dirección horizontal y vertical (Cheng & Shi, 2017).

Para efectos de comparación, se consideran superestructuras con frecuencia característica en un rango de 0 a 20 Hz. Mientras que la aceleración forzante a la estructura corresponde a la aceleración de respuesta en el techo de la fundación tradicional y periódica.

Se presentan los resultados para el caso de sismo en la dirección horizontal, donde se construyen espectros de aceleración de respuesta y razón de amplificación de la aceleración máxima como se muestra en la Figura 2.6.

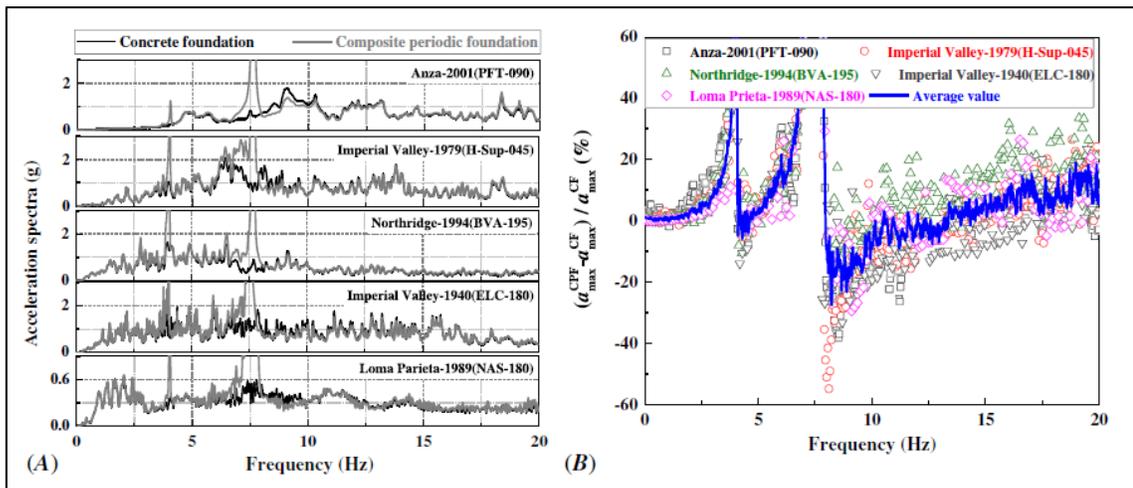


Figura 2.6 Espectro de aceleración de respuesta, (b) razón de amplificación de aceleración máxima de la superestructura en la dirección horizontal (Cheng & Shi, 2017).

Como se aprecia en la Figura 2.6, la máxima aceleración de respuesta PGA en el techo de la superestructura es atenuada en ciertas regiones de frecuencia, pero aumentada en

otras zonas. En particular, se eligen dos superestructuras con frecuencia natural dentro y fuera del intervalo de atenuación de frecuencias y se estudia la aceleración de respuesta en el tiempo y la posterior amplificación del máxima valor de aceleración para ambas estructuras seleccionadas.

En la Figura 2.7 se muestra la aceleración de respuesta en el tiempo en el techo de la estructura para ambas fundaciones, donde en (a) se encuentra la superestructura con frecuencia natural dentro del intervalo de atenuación y en (b), con frecuencia característica fuera de dicha zona. Como se podía inferir, la aceleración de respuesta de la super estructura dentro del rango de atenuación es mucho más baja que si se utiliza una fundación rígida. Por otro lado, para el caso que se encuentra fuera de la banda de deamplificación, la respuesta no es atenuada e incluso amplificada.

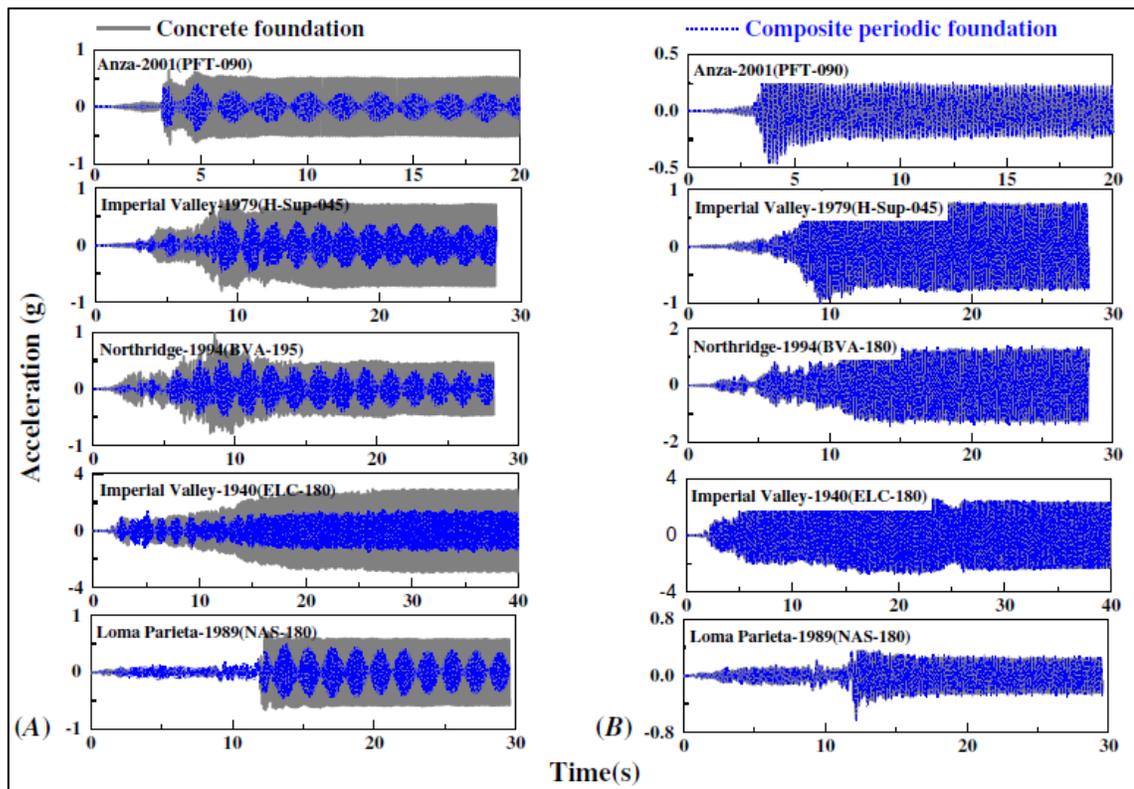


Figura 2.7 Aceleración horizontal de respuesta en el techo de la superestructura. (a) frecuencia dentro de CAZ, (b) frecuencia fuera de CAZ.

En la Figura 2.8, se muestra la razón de respuesta de las aceleraciones máximas, donde la línea punteada corresponde al promedio entre los cinco sismos. Se puede apreciar que utilizando la fundación periódica para una estructura con frecuencia natural dentro del intervalo de atenuación, la aceleración se reduce alrededor de un 22%, mientras que para el caso de la superestructura fuera de dicho intervalo, la respuesta aumenta ligeramente en un 5%.

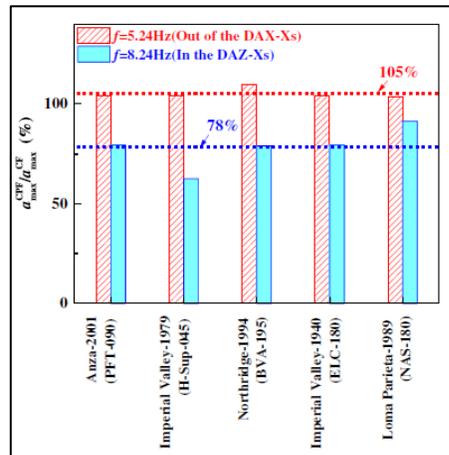


Figura 2.8 Razón de aceleración máxima de respuesta de dos estructuras de diferente frecuencia natural (Cheng & Shi, 2017).

## 2.2. Fundación periódica tridimensional

Las fundaciones periódicas son capaces de bloquear la transmisión de ondas incidentes en las direcciones de periodicidad. Por ejemplo, si las celdas unitarias de una fundación periódica unidimensional (1D) está repetida en la dirección vertical, la propagación de la onda a lo largo de dicha dirección será atenuada. Por lo tanto, la fundación periódica tridimensional (3D) es superior a la uni y bidimensional (2D), cambiando los patrones de la propagación de la onda a lo largo de las tres direcciones (Yan, 2015).

Varios estudios se han concentrado en investigar fundaciones periódicas 1D y 2D en estructuras de ingeniería civil. Programas experimentales de fundaciones escalas con una estructura superior fueron desarrollados para verificar el efecto de las bandas de frecuencia de atenuación. Estos programas mostraron que las estructuras periódicas tienen potencial en aplicaciones de ingeniería civil (Yan, 2015).

La bibliografía que se revisa en esta sección corresponde a un programa experimental de una fundación periódica tridimensional; primero utilizando el método de elementos finitos, luego la respuesta dinámica de la fundación ante ondas de corte y compresionales, S y P respectivamente en especímenes de prueba diseñados en comparación a una fundación de hormigón armado tradicional. Además, los resultados experimentales se contrastan con las simulaciones de elementos finitos en el espacio de la frecuencia y tiempo.

De igual forma que el caso de la fundación periódica bidimensional de la revisión bibliográfica anterior, y para la fundación 1D que se estudia en este trabajo y la formulación teórica se desarrolla en la sección 3. Marco teórico, las bandas de frecuencia de atenuación de la fundación se resuelven bajo el método de elementos finitos. Asumiendo materiales continuos, isotrópicos, perfectamente elásticos y a pequeñas deformaciones; la solución de desplazamiento de la onda del teorema Bloch-Floquet y condiciones periódicas de borde, se obtiene un problema de valores propios de manera de determinar la relación de frecuencia y número de onda en una curva de dispersión.

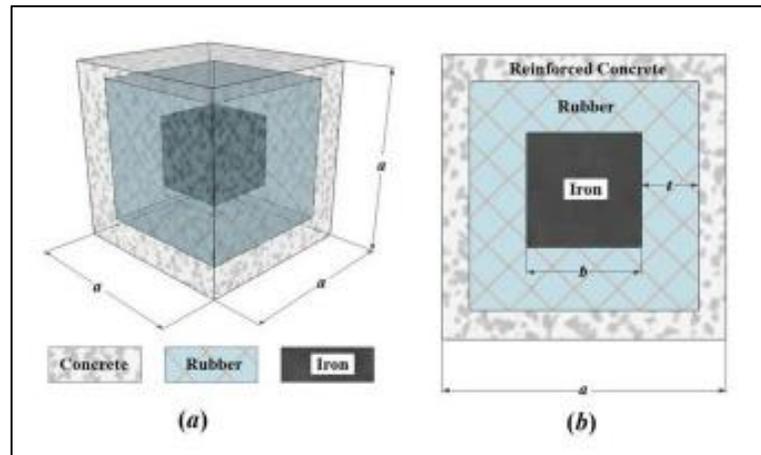


Figura 2.9 (a) Celda unitaria fundación periódica 3D, (b) sección transversal celda unitaria (Yan, 2015).

En la Figura 2.9 se observa la celda unitaria y su sección transversal de la fundación periódica tridimensional de estudio. Utiliza un cubo como núcleo de acero dúctil, un revestimiento de poliuretano y una matriz de hormigón de dimensiones y propiedades mecánicas definidas.

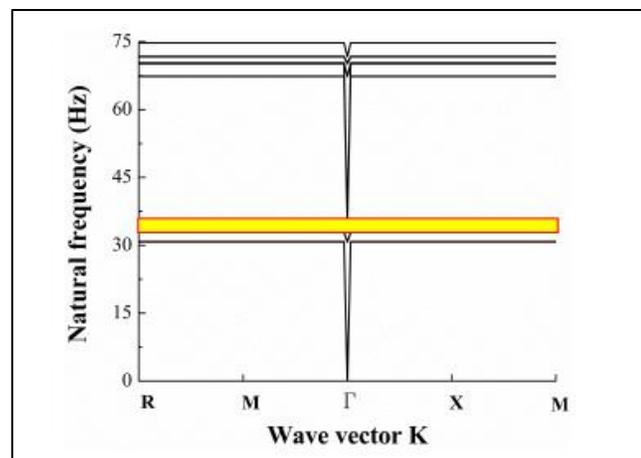


Figura 2.10 Banda de frecuencia de atenuación fundación periódica 3D (Yan, 2015).

Por otro lado, en la Figura 2.10 se muestra la curva de dispersión asociada a la configuración de la fundación periódica 3D, resuelta por el software COMSOL, donde la primera banda de atenuación corresponde a la zona sombreada en amarillo, entre los 32,9 y 35,6 Hz. Este rango bloquea las ondas elásticas en las direcciones X, Y y Z para las ondas S y P. El sismograma puede ser desacoplado en las tres direcciones y se puede encontrar las zonas de atenuación usando ABAQUS en dichas direcciones de la fundación compuesta de celdas unitarias finitas (Yan, 2015).

Por medio del software de elementos finitos, ABAQUS, se determinan las características dinámicas de tres configuraciones o casos de fundación periódica con una superestructura sobre ella como se muestra en la Figura 2.11. Caso 1, fundación compuesta por 5x5 celdas unitarias y un marco; caso 2, fundación compuesta por 3x3

celdas unitarias; y caso 3, fundación de 5x1 celdas unitarias y una columna de acero de sección S. Estos casos están sometidos a ondas tipo S, mientras que los casos 4, 5 y 6 corresponden a ondas del tipo P.

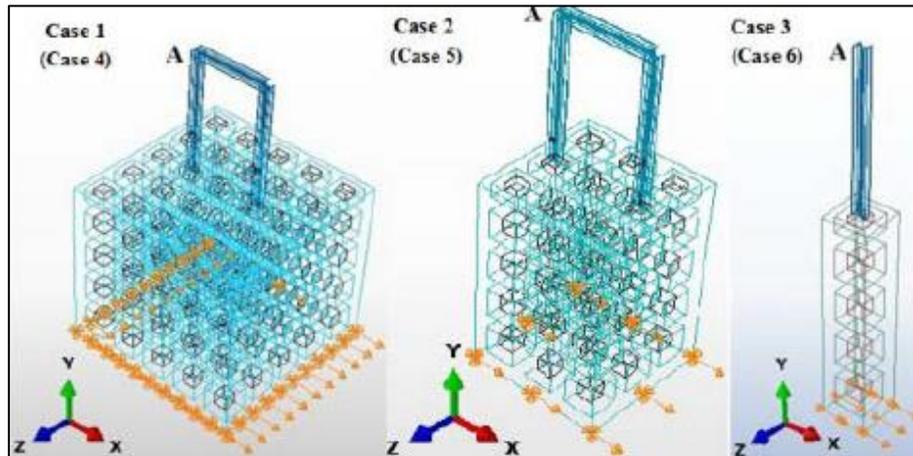


Figura 2.11 Casos de fundación periódica 3D (Yan, 2015).

En el dominio de la frecuencia, se define una función de respuesta de frecuencia FRF por medio de la relación  $20 \log (\delta_o / \delta_i)$ . Un desplazamiento instantáneo en la dirección X de amplitud  $\delta_i$  es aplicado en la base, mientras que el desplazamiento en el nodo A (techo de la superestructura como se ve en la Figura 2.11) se denota como  $\delta_o$ .

De acuerdo con la forma de la función logarítmica, si el desplazamiento resultante es igual al incidente, el valor de FRF toma el valor de cero. En este sentido, un valor negativo de FRF responde a una atenuación de la onda y en caso contrario, un valor positivo indica una amplificación de la respuesta, tal como se muestra en la Figura 2.12.

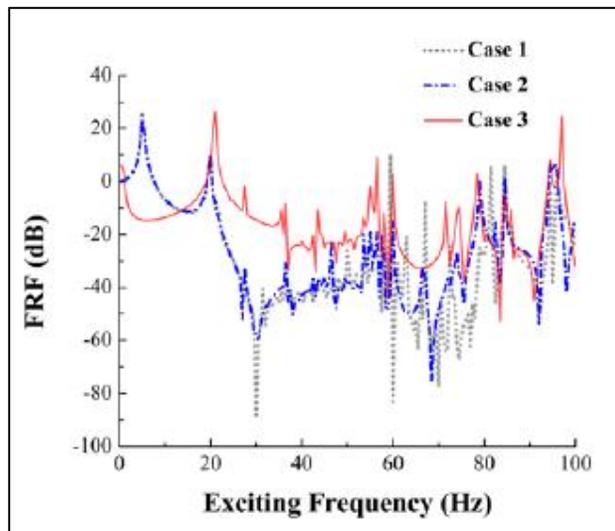


Figura 2.12 FRF bajo onda-S para tres casos de fundación periódica (Yan, 2015).

En la Figura 2.12, las curvas FRF de los tres casos tienen una misma tendencia, y de manera de hacer el trabajo de pruebas eficiente en tiempo y costo, el modelo del caso 3 es testeado, pudiendo representar las zonas de atenuación de los restante casos (Yan, 2015).

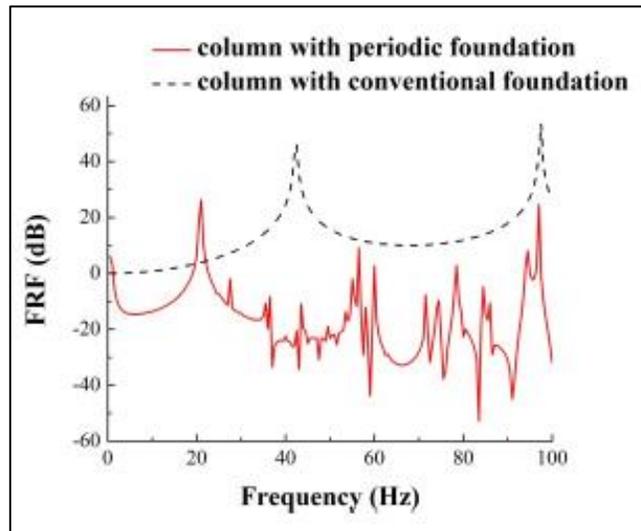


Figura 2.13 FRF bajo Onda-S para fundación periódica y convencional (Yan, 2015).

Por otra parte, la fundación periódica del caso 3 y una fundación convencional, ambas con una columna de acero sobre ambas, se analiza mediante ABAQUS como se muestran en las curvas de la Figura 2.13. Se aprecian rangos de atenuación de la fundación periódica para Ondas-S en intervalos de frecuencia 1,5 Hz - 19 Hz; 23 Hz - 56 Hz; 57 Hz - 59,5 Hz; 60,5 Hz - 78 Hz; 79 Hz - 93,5 Hz; 95 Hz - 96 Hz; y 97,5 Hz - 100 Hz; mientras que la fundación tradicional presenta amplificaciones en la respuesta.

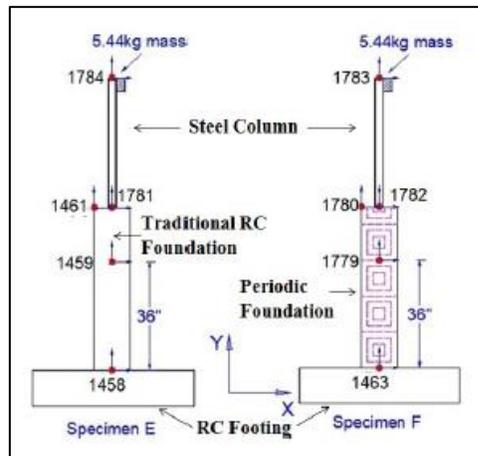


Figura 2.14 Arreglo de acelerómetros de espécimen E y F (Yan, 2015).

Ya analizada la parte teórica del estudio de una fundación tradicional y periódica tridimensional, se presenta el programa experimental. En la Figura 2.14 se presenta el arreglo de acelerómetros para medir aceleraciones en dos direcciones ortogonales, horizontal y vertical, para la fundación tradicional o espécimen E y la fundación periódica o espécimen F.

Los acelerómetros se ubican en la base de la fundación periódica, a una altura intermedia y en el techo de la misma. En cuanto a la columna de acero, se ubican en sus dos extremos. Ambas fundaciones se apoyan sobre una zapata de hormigón armado.

En la Figura 2.15 se muestra la disposición experimental del camión rattler que provee ondas de corte para frecuencia entre los 5 y 100 Hz. Se realizan tres diferentes pruebas: ondas sinusoidales pausadas para determina las bandas de atenuación de la fundación periódica; ondas sinusoidales para medir las aceleraciones en el techo de la columna con frecuencias en el intervalo de atenuación de la fundación periódica; y, por último, un registro sísmico de la base de datos Pacific Earthquake Engineering Research (PEER).



Figura 2.15 Montaje experimental para Ondas-S (Yan, 2015).

Por medio de la prueba de ondas sinusoidales pausadas, se determina la función de transferencia que muestra la razón de aceleración medida en el techo de la columna de acero y la base de ambas fundaciones, que se muestra en la Figura 2.16 (a). Una forma de visualizar de mejor manera las bandas de frecuencia de atenuación de la onda se observa en la Figura 2.16 (b), donde se muestra la razón entre las funciones de transferencia de ambos especímenes. Las bandas de frecuencia de atenuación corresponden a las razones menor a 1, que está por bajo de la línea segmentada, y oscilan entre los 10,3 Hz - 44,1 Hz; 45,6 Hz - 50,4 Hz; 53,2 Hz - 88,1 Hz; y 90,0 Hz - 100 Hz.

Cuando las amplitudes de la función de transferencia del espécimen F es menor que del espécimen E, los movimientos sísmicos son mitigados por la fundación periódica (Yan, 2015).

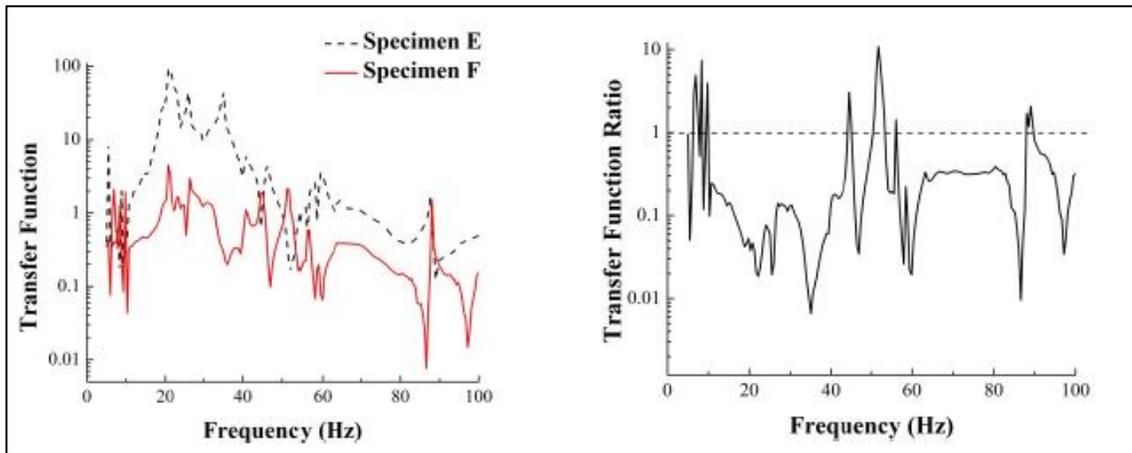


Figura 2.16 (a) Función de transferencia entre techo de columna y base de fundación, (b) Razón de función de transferencia en ambos especímenes. (Yan, 2015).

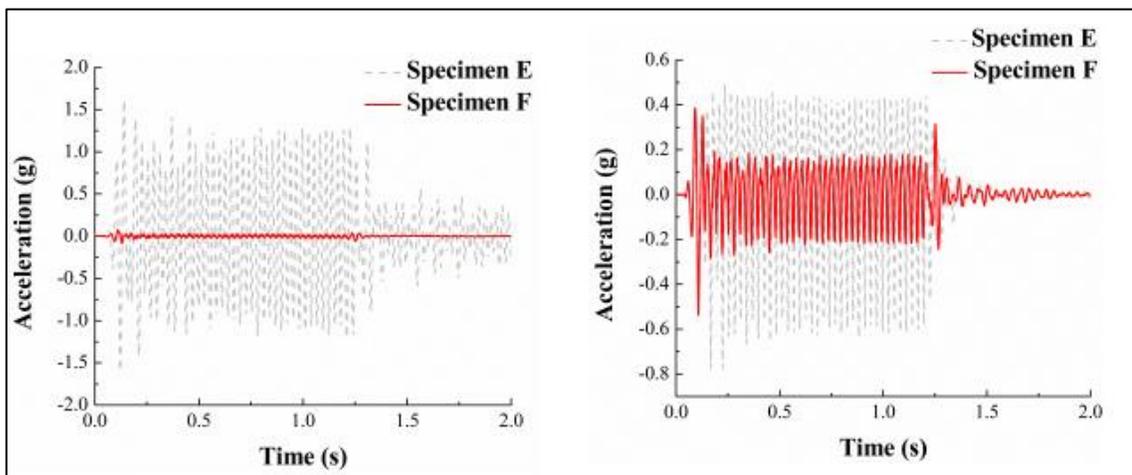


Figura 2.17 (a) Aceleración en techo de columna de acero para onda sinusoidal de 35,1 Hz; (b) Aceleración en el techo de la fundación para onda sinusoidal de 35,1 Hz (Yan, 2015).

En la Figura 2.17 se muestran los resultados de la aceleración en el tiempo para el techo de cada fundación, (a), y de la de la columna de acero, (b), para una onda sinusoidal de frecuencia 35,1 Hz con 40 ciclos, de manera de verificar los efectos de la banda de frecuencia de atenuación.

Al inicio de la aceleración incidente, ambos especímenes están sujetos a efectos transientes hasta que alcanzan el estado estacionario. Cuando la excitación se detiene, los especímenes comienzan a vibrar libremente, y la frecuencia de la onda ya no es igual a la frecuencia de la excitación. Las aceleraciones, entonces, son amplificadas antes y después del estado estacionario (Yan, 2015).

En el techo de la fundación tradicional se tiene un máximo de aceleración de 0,78 g y en la fundación periódica de 0,58 g, significando una reducción de 74,8%. En el caso estacionario, la reducción es de un 37,5%.

Para el estudio ante registros sísmicos, modificados sismogramas se utilizaron para verificar el efecto de la banda de frecuencia de atenuación. La transformada de Fourier fue empleada para determinar el espectro de frecuencia correspondiente a cada registro sísmico. La frecuencia a la cual la amplitud alcanza su mayor valor se considera la principal frecuencia (Yan, 2015). Las aceleraciones se mantuvieron y el período fue modificado para alcanzar la frecuencia principal de 35,1 Hz.

Como se observa en la Figura 2.18, las aceleraciones en el tiempo son reducidas para la columna de acero con fundación periódica. El máximo de aceleración en este caso corresponde a 0,14 g mientras que, para la fundación tradicional, el máximo alcanza un valor de 1,73 g.

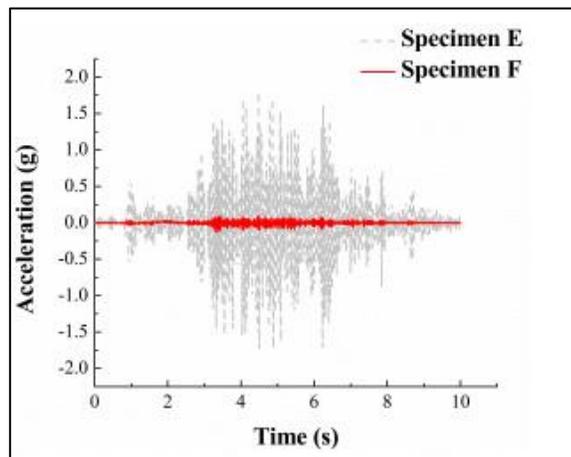


Figura 2.18 Aceleración en la dirección X en el techo de la columna de acero para registro sísmico modificado con frecuencia principal 35,1 Hz (Yan, 2015).

Los resultados indican que la fundación periódica es capaz de proveer efectiva aislación para ondas S que caen en la banda de frecuencia de atenuación diseñadas.

## 3. Marco teórico

### 3.1. Teoría de materiales periódicos

#### 3.1.1. Teorema Bloch-Floquet

Como forma de contextualizar la teoría detrás de la formulación de la propagación de ondas y obtener como resultado curvas de dispersión y función de transferencia de una estructura, se presentan algunos conceptos importantes acerca de los estudios de la Cristalografía que sirven para la comprensión de la tecnología de las funciones periódicas.

La teoría de Bloch-Floquet describe la función de onda de una partícula en un medio infinito periódico, tal como un cristal, en funciones de onda en el espacio de vectores recíprocos para una celda de Bravais. La teoría fue originalmente desarrollada para resolver ecuaciones diferenciales parciales de onda en ciencias físicas. En 1946, Brillouin utilizó la teoría para resolver la ecuación de onda tridimensional (Cheng & Shi, 2017).

La solución a la ecuación de onda según la teoría de Bloch-Floquet puede ser expresada como:

$$u(r, t) = e^{i(K \cdot r - \omega t)} u_K(r)$$

Donde  $\omega$  es la frecuencia angular,  $u_K(r)$  una función modular y  $K = (k_x, k_y, k_z)$  denota el vector de onda en el espacio recíproco de Brillouin. Matemáticamente, dicho espacio corresponde a la transformada de Fourier del espacio de vectores de una celda. La base de vectores de espacio recíproco de Brillouin está dada por:

$$k_x = \frac{2\pi(a_y \times a_z)}{a_x \cdot (a_y \times a_z)}; k_y = \frac{2\pi(a_z \times a_x)}{a_x \cdot (a_y \times a_z)}; k_z = \frac{2\pi(a_x \times a_y)}{a_x \cdot (a_y \times a_z)}$$

Donde  $a_x, a_y, a_z$  corresponde a la base de vectores del espacio de vectores de la celda. Para el caso unidimensional de la estructura periódica que se estudia en este trabajo, la base de vectores queda:

$$a_x = (A_x, 0, 0); a_y = (0, 1, 0); a_z = (0, 0, 1)$$

En física, la magnitud y dirección del vector de onda indica el modo y dirección de viaje de la onda, respectivamente. Por lo tanto, cada punto del espacio de Brillouin representa un modo en la estructura infinitamente periódica. De esta manera, para una celda unitaria de periodicidad  $a$ , la función modular  $u_K(r)$  cumple la relación:

$$u_K(r + a) = u_K(r)$$

En la siguiente sección 3.2 Métodos de análisis se describen en forma matemática los supuestos de este teorema para resolver la ecuación de propagación de ondas en el caso particular de una celda unitaria con periodicidad en una dirección.

## 3.2. Métodos de análisis

Los métodos de análisis a estudiar para obtener la función de transferencia asociada a la fundación periódica a definir posteriormente se basan en los supuestos teóricos presentados en la tesis bibliográfica guía de este trabajo, *Periodic Materials for seismic base isolation: Theory and applications to small modular reactors*.

### 3.2.1. Método de matriz de transferencia

Los intervalos de frecuencia de atenuación de la onda, *band gaps*, para los materiales periódicos pueden ser obtenidos analizando una celda unitaria del modelo con condiciones periódicas de borde (Witarto W. , 2018).

En esta sección se presenta la derivación de la obtención de dichas bandas de frecuencia para una fundación periódica en una dimensión, utilizando capas alternadas en la dirección z de análisis como se muestra en la siguiente figura.

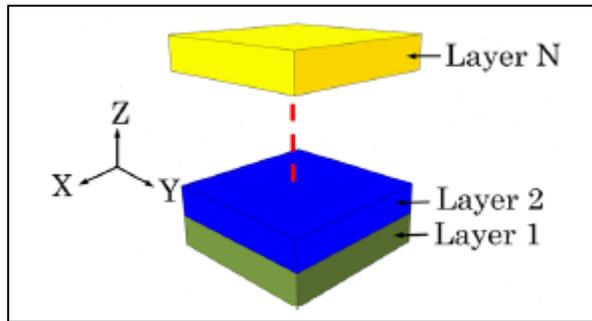


Figura 3.1 Celda unitaria de N capas en material periódico de una dimensión (Witarto W. , 2018).

Considerando una celda unitaria de la fundación periódica de N capas, se tiene que la ecuación elástica de onda para cada capa n obedece la ecuación (3-1).

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = C_n^2 \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_n^2} \quad (3-1)$$

$$C_n = \sqrt{\frac{\mu_n}{\rho_n}} \quad (3-2)$$

$$C_n = \sqrt{\frac{\lambda_n + 2\mu_n}{\rho_n}} \quad (3-3)$$

Donde  $C_n$  equivale a la constante para ondas transversales y longitudinales, Onda-S y Onda-P, respectivamente según las ecuaciones (3-2) y (3-3).

Con  $\rho_n$  la densidad del material y  $\lambda_n$  y  $\mu_n$  el primer y segundo parámetro de Lamé, respectivamente.

Para el caso de las Onda-S,  $u_n$  representa el desplazamiento lateral en la dirección  $y$ . Mientras que para el caso de Onda-P, corresponde al desplazamiento axial en la dirección  $z$ .

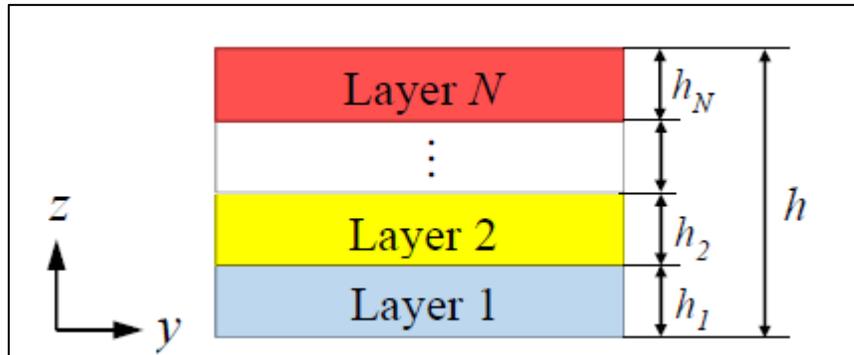


Figura 3.2 Fundación periódica 1D con N capas (Witarto W. , 2018).

La Figura 3.2 muestra un modelo unidimensional de fundación periódica de N capas, con  $h_i$  el espesor de cada estrato y  $h$  la altura total de la fundación.

La solución que satisface el teorema de Bloch-Floquet de variables separadas espacial y temporalmente se muestra en la ecuación (3-4).

$$u_n(z_n, t) = e^{i\omega t} u_n(z_n) \quad (3-4)$$

Reemplazando (3-4) en (3-5), se reduce a una ecuación de onda espacial.

$$C_n^2 \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_n^2} + \omega^2 u_n(z_n) = 0 \quad (3-5)$$

Cuya solución de desplazamiento corresponde a la ecuación (3-6).

$$u_n(z_n) = A_n \sin\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) + B_n \cos\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) \quad (3-6)$$

Con  $A_n$  y  $B_n$  las amplitudes de desplazamiento de cada capa  $n$ . Se tiene que, para cuerpos elásticos, las leyes constitutivas para el esfuerzo normal  $\sigma_n$  y esfuerzo de corte  $\tau_n$  para cada capa  $n$  se calculan según la ecuación (3-7) y (3-8) respectivamente.

$$\sigma_n(z_n) = (\lambda_n + 2\mu_n) \frac{\partial u_n}{\partial z_n} \quad (3-7)$$

$$\tau_n(z_n) = \mu_n \frac{\partial u_n}{\partial z_n} \quad (3-8)$$

Luego, reemplazando por la solución del desplazamiento de cada capa según (3-6), se obtienen las ecuaciones (3-9) y (3-10) para el esfuerzo normal y de corte respectivamente.

$$\sigma_n(z_n) = \frac{(\lambda_n + 2\mu_n)\omega}{C_n} [A_n \cos\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) - B_n \sin\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right)] \quad (3-9)$$

$$\tau_n(z_n) = \frac{\mu_n \omega}{C_n} [A_n \cos\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) - B_n \sin\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right)] \quad (3-10)$$

Escrito matricialmente como se muestra en la ecuación (3-11) para Ondas-S y la constante  $C_n$  de ecuación (3-2). Para el caso de Ondas-P, se debe considerar la tensión normal  $\sigma_n$  en reemplazo del esfuerzo de corte  $\tau_n$  de la ecuación (3-10).

$$\begin{pmatrix} u_n(z_n) \\ \tau_n(z_n) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \sin\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) & \cos\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) \\ \frac{\mu_n \omega}{C_n} \cos\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) & -\frac{\mu_n \omega}{C_n} \sin\left(\frac{\omega z_n}{C_n}\right) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_n \\ B_n \end{pmatrix} \quad (3-11)$$

O de la forma:

$$w_n(z_n) = H_n(z_n) \Psi_n \quad (3-12)$$

El vector del lado izquierdo de la ecuación (3-12), se denota como  $w_n^b$  para la base de cada capa  $n$ , que da información acerca del desplazamiento y esfuerzo de corte en dicho punto. Asimismo, para el techo de cada capa  $n$  se utiliza la notación  $w_n^t$  y cuya altura es definida como  $h_n$ .

La ecuación de la base y techo de cada capa puede ser relacionada mediante una función de transferencia  $T_n$  para cada capa  $n$ , tal como se deduce en las ecuaciones (3-13) y (3-14).

$$w_n^b \equiv w_n(0) = H_n(0)\Psi_n \quad (3-13)$$

$$w_n^t \equiv w_n(h_n) = H_n(h_n)\Psi_n \quad (3-14)$$

Luego, igualando la constante  $\Psi_n$  en (3-13) y (3-14) se obtiene la función o matriz de transferencia para la base y techo de cada capa en (3-15).

$$w_n^t = T_n w_n^b \quad (3-15)$$

Que se calcula según la ecuación (3-16) a continuación:

$$T_n = H_n(h_n)[H_n(0)]^{-1} \quad (3-16)$$

Para cada interfaz entre capas, se asume perfecta adherencia. De acuerdo con esto, el desplazamiento y esfuerzo de corte deben satisfacer continuidad. Por lo tanto, dichas variables en el techo de la capa  $n$ , deben ser iguales en la base de la capa  $n+1$  como se muestra en la ecuación (3-17).

$$w_{n+1}^b = w_n^t \quad (3-17)$$

De esta forma, se obtiene la función de transferencia de una celda unitaria de la fundación periódica de  $N$  capas en una dimensión,  $T(\omega)$ , definiendo la base de esta celda como  $w^b = w_1^b$  y su techo como  $w^t = w_N^t$  en la ecuación (3-18).

$$w_N^t = T_N w_N^b = T_N w_{N-1}^t = T_N T_{N-1} w_{N-1}^b = \dots = (T_N T_{N-1} \dots T_1) w_1^b \quad (3-18)$$

Que, escrito de forma simplificada, relacionando la base y techo de la fundación según (3-19).

$$w^t = T(\omega) w^b \quad (3-19)$$

Donde la función de transferencia se calcula de acuerdo con (3-20).

$$T(\omega) = T_N T_{N-1} \dots T_1 \quad (3-20)$$

Basado en el teorema de Bloch-Floquet, las condiciones periódicas de borde pueden ser expresadas según la ecuación (3-21), donde  $h = \sum_1^N h_n$  es la altura de la celda unitaria,  $k$  es el número de onda e  $i$  el número imaginario.

$$w^t = e^{ikh} w^b \quad (3-21)$$

Igualando las ecuaciones (3-19) y (3-21) se obtiene un problema de valores propios como se muestra en la ecuación (3-22) a continuación:

$$[T(\omega) - e^{ikh} I] w^b = 0 \quad (3-22)$$

Donde la ecuación no trivial se obtiene igualando el determinante a cero en la ecuación (3-23).

$$|T(\omega) - e^{ikh} I| = 0 \quad (3-23)$$

Donde  $e^{ikh}$  equivale a los valores propios de la matriz de transferencia  $T(\omega)$ . Resolviendo dicha ecuación, se obtienen la relación entre el número de onda  $k$  y frecuencia  $\omega$  que forman las curvas de dispersión para las Ondas-S que permiten encontrar las zonas de atenuación, *band gaps*.

### 3.2.2. Método de elementos finitos

Para un cuerpo de material continuo, isotrópico, elástico y asumiendo pequeñas deformaciones sin amortiguamiento (Witarto W. , 2018), la ecuación que gobierna el movimiento es:

$$\rho(r) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla[(\lambda(r) + 2\mu(r))(\nabla \cdot u)] - \nabla \times [\mu(r)\nabla \times u] \quad (3-24)$$

Donde  $r$  es el vector posición,  $u$  el vector desplazamiento,  $\rho(r)$  la densidad, y  $\lambda(r)$  y  $\mu(r)$  los parámetros de Lamé para el módulo de Young  $E(r)$  y módulo de Poisson  $\nu(r)$  según las siguientes relaciones:

$$\lambda(r) = \frac{E(r)v(r)}{[1 + v(r)][1 - 2v(r)]} \quad (3-25)$$

$$\mu(r) = \frac{E(r)}{2[1 + v(r)]} \quad (3-26)$$

La solución de desplazamiento que satisface el teorema Bloch Floquent corresponde a:

$$u(r, t) = e^{i(k \cdot r - \omega t)} \tilde{u}(r) \quad (3-27)$$

Con  $k$  el número de onda en el espacio recíproco descrito en la sección 3.1.1 Teorema Bloch-Floquent,  $i$  número imaginario,  $\omega$  la frecuencia angular,  $t$  el tiempo y  $\tilde{u}(r)$  la amplitud de la onda. De acuerdo con la periodicidad  $a$  de la celda unitaria, esta amplitud es periódica en el intervalo  $[0, a]$  como se muestra en la siguiente ecuación (3-28).

$$\tilde{u}(r + a) = \tilde{u}(r) \quad (3-28)$$

Sustituyendo (3-28) en la ecuación (3-27), las condiciones periódicas de borde se obtienen según la ecuación (3-29).

$$u(r + a, t) = e^{ik \cdot a} u(r, t) \quad (3-29)$$

Finalmente, aplicando estas condiciones de borde en la ecuación (3-24), el problema de propagación de ondas puede ser reducido a un problema de valores propios según:

$$[\Omega(k) - \omega^2 M]u = 0 \quad (3-30)$$

Donde  $\Omega$  es la matriz de rigidez y  $M$  la matriz de masa de la celda unitaria. El problema de valores propios también es llamado ecuación de dispersión. Para cada número de onda  $k$ , se obtiene una serie de frecuencias  $\omega$  correspondientes. La relación entre el número de onda y la frecuencia forma la curva de dispersión, la cual provee información para el intervalo de frecuencia *band gaps* (Witarto W. , 2018).

### 3.2.3. Estudio analítico de materiales periódicos

Al resolver el problema de valores propios de la ecuación (3-23), es posible encontrar un set de dos números de onda complejos de la forma  $k = k_R + ik_M$  para una frecuencia dada, donde  $k_R$  indica la parte real del número de onda y representa la oscilación en el espacio;  $k_{IM}$  indica la parte imaginaria y representa el decaimiento exponencial de la amplitud de la onda (Witarto W. , 2018).

Para una frecuencia dentro de la *pass band*, o afuera del intervalo de frecuencia *band gaps*, cada número de onda tiene solo parte real ( $k_{IM} = 0$ ). Esto significa que la onda se propaga sin decaimiento de su amplitud. Ambos números de onda tienen el mismo valor, pero con signo diferente, que indica la dirección de propagación (Witarto W. , 2018).

Para el caso de la frecuencia dentro del intervalo *band gaps*, los dos números de onda complejos son conjugados uno del otro. El valor positivo de la parte imaginaria indica un decaimiento exponencial en la dirección positiva; el valor negativo por otra parte muestra una amplificación en la dirección positiva. Lo anterior puede ser visto también como un decaimiento de la amplitud de la onda en la dirección contraria.

### 3.2.4. Estudio analítico con amortiguamiento

Una estructura real no solo tiene dimensión finita, sino que también posee un amortiguamiento inherente al material. Algunos, tales como el caucho, poliuretano y otros tipos de elastómeros, son conocidos por tener un alto amortiguamiento intrínseco. Emplear estos materiales como uno de los componentes de la celda unitaria convierte a la estructura altamente disipativa (Witarto W. , 2018).

En esta sección se presenta el análisis de materiales periódicos incluyendo el efecto del amortiguamiento de manera de observar la respuesta de una estructura en términos de las curvas de dispersión.

Usando el modelo de Kelvin-Voigt para materiales viscoelásticos, se puede reproducir mecánicamente en forma análoga como un disipador conectado en paralelo a un resorte elástico como se muestra en la Figura 3.3.

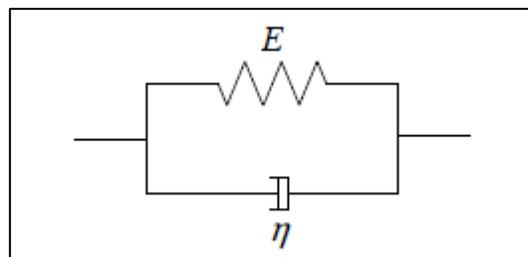


Figura 3.3 Analogía mecánica de modelo Kelvin-Voigt (Witarto W. , 2018).

La formulación matemática para esta relación constitutiva corresponde a:

$$\sigma = E\varepsilon + \eta\dot{\varepsilon} \quad (3-31)$$

Donde  $\sigma$  es la tensión,  $\varepsilon$  la deformación y  $\eta$  la viscosidad.

La ecuación elástico-dinámica para cada capa corresponde a:

$$\rho_n \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_n}{\partial z_n} \quad (3-32)$$

Donde  $\sigma_n$  representa el esfuerzo normal o esfuerzo de corte  $\tau_n$ , según corresponda al tipo de onda incidente. Basado en el modelo análogo, las ecuaciones constitutivas para la tensión normal y de corte se calculan según las ecuaciones (3-33) y (3-34).

$$\sigma_n(z_n) = (\lambda_n + 2\mu_n) \frac{\partial u_n}{\partial z_n} + \eta_n \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_n}{\partial z_n} \right) \quad (3-33)$$

$$\tau_n(z_n) = \mu_n \frac{\partial u_n}{\partial z_n} + \eta_n \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_n}{\partial z_n} \right) \quad (3-34)$$

Para el caso particular de estudio de Ondas-S, se reemplaza la ecuación (3-33) en ecuación (3-32), obteniendo una ecuación viscoelástica para este tipo de onda como muestra la ecuación .

$$\rho_n \frac{\partial^2 u_n}{\partial t^2} = \mu_n \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_n^2} + \eta_n \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_n^2} \right) \quad (3-35)$$

Luego, sustituyendo la solución de Bloch Floquent (3-4) en (3-35), da como resultado una ecuación espacial para la Onda-S como se indica en la ecuación (3-36).

$$C_n^{*2} \frac{\partial^2 u_n}{\partial z_n^2} + \omega^2 u_n(z_n) = 0 \quad (3-36)$$

Donde la constante de velocidad anteriormente  $C_n$  (3-2) ahora tiene una componente compleja y se calcula según la ecuación (3-37) para Ondas-S. Realizando la misma derivación para el caso de la relación constitutiva del esfuerzo normal, se obtiene la

constante de velocidad para Ondas-P en un medio viscoelástico como indica la ecuación (3-38).

$$C_n^* = \sqrt{\frac{\mu_n + \eta_n i\omega}{\rho_n}} \quad (3-37)$$

$$C_n^* = \sqrt{\frac{\lambda_n + 2\mu_n + \eta_n i\omega}{\rho_n}} \quad (3-38)$$

La viscosidad  $\eta$  se relaciona con el amortiguamiento  $\beta$  según la relación (3-39).

$$\eta = \frac{2\mu\beta}{\omega} \quad (3-39)$$

De esta forma, reemplazando la viscosidad en función del amortiguamiento de la ecuación (3-39) en (3-37), la constante de velocidad para Ondas-S se define según la fórmula (3-40).

$$C_n^* = \sqrt{\frac{\mu_n(1 + 2i\beta)}{\rho_n}} \quad (3-40)$$

### 3.3. Respuesta a una excitación arbitraria

#### 3.3.1. Integral de Fourier

Cuando la excitación  $p(t)$  no es periódica, puede ser representada por medio de la Integral de Fourier (Chopra, 2012) según indica la ecuación (3-41).

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3-41)$$

Donde:

$$P(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) e^{-i\omega t} dt \quad (3-42)$$

La ecuación (3-42) representa la Transformada de Fourier, conocida también como la Transformada directa de Fourier, de la función en el tiempo  $p(t)$ . Mientras que la ecuación (3-41) es la inversa de la Transformada de Fourier de la fundación en el espacio de la frecuencia  $P(\omega)$  (Chopra, 2012).

### 3.3.2. Respuesta a una excitación arbitraria

El método a utilizar es conocido como el método del dominio de la frecuencia para análisis de la respuesta estructural ante una excitación arbitraria. La ecuación (3-43) es la inversa de la Transformada de Fourier de  $U(\omega)$ , el producto de la función de transferencia compleja en el espacio de la frecuencia y la Transformada de Fourier de la excitación  $p(t)$  según la ecuación (3-44) (Chopra, 2012).

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} U(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (3-43)$$

$$U(\omega) = H(\omega)P(\omega) \quad (3-44)$$

## 3.4. Construcción de espectros de respuesta

Los espectros de respuesta corresponden a la máxima magnitud de una variable de movimiento asociada al período natural  $T$  de una estructura frente a una excitación externa y su amortiguamiento  $\beta$ .

Para la construcción de espectros de respuesta, se consideran los máximos desplazamientos y aceleraciones de una estructura modelada como una capa equivalente, en un análisis continuo; y como un oscilador de un grado de libertad, en un análisis discreto frente a distintos registros sísmicos acontecidos en Chile utilizando el efecto de la fundación periódica.

Los resultados de espectro de respuesta de desplazamiento corresponden a la máxima diferencia absoluta relativa en el tiempo entre los desplazamientos del techo de la estructura y techo de la capa de hormigón, para el caso continuo; y la máxima diferencia absoluta de los desplazamientos reales del grado de libertad de la estructura y de hormigón en un sistema de tres grados de libertad a explicar en la sección, utilizando análisis modal frente a un espectro de diseño de aceleración.

Este espectro de respuesta de desplazamiento permite cuantificar lo que se conoce como la medición de daño de la estructura en función de solamente el período natural del edificio y no del sistema equivalente que forma con la fundación periódica.

De esta manera, el espectro de respuesta de desplazamiento y aceleración se calcula como indican las ecuaciones (3-45) y (3-46), respectivamente.

$$S_d(\omega, \beta) = \text{Máx}_{i=1,N} [|x_{techo\ estructura}(t) - x_{techo\ fundación}(t)|] \quad (3-45)$$

$$S_d(\omega, \beta) = \text{Máx}_{i=1,N} [x(T, \beta)] \quad (3-46)$$

### 3.4.1. Análisis continuo

La construcción de espectros de respuesta para el análisis continuo considera la función de transferencia obtenida del estudio de la ecuación de propagación de ondas y su resolución de valores propios en la ecuación (3-23).

Para esto, además de las  $n$  capas a considerar de la fundación periódica, se incluye una capa equivalente de la estructura por sobre la fundación con propiedades equivalentes de período natural  $T$ , módulo de corte  $\mu$ , densidad  $\rho$ , altura  $h$  y viscosidad  $\eta$  si se considera el modelo viscoelástico. Estos parámetros se deducen teóricamente en la sección 3.5.

Para esta nueva celda unitaria de  $n+1$  capas y su nueva función de transferencia asociada, se calcula la respuesta a una excitación arbitraria como se muestra en las ecuaciones (3-43) y (3-44).

En términos del programa Matlab, se calcula la transformada de Fourier del registro sísmico de desplazamiento y aceleración en el tiempo con el comando *fft()* y se pondera por la función de transferencia, obteniendo la respuesta en el techo de la celda unitaria, en este caso la estructura, en el espacio de la frecuencia. Posteriormente, con el comando *ifft()*, se obtiene la respuesta ahora en el espacio del tiempo.

El proceso se realiza para distintos períodos naturales de una estructura de acuerdo con su número de pisos y rigidez, como se indica en la sección 3.5.1.

### 3.4.2. Análisis discreto

El análisis discreto considera a la estructura y fundación periódica como un sistema de tres grados de libertad, variando el período natural del edificio y utilizando espectros de aceleración de diseños obtenidos a partir del algoritmo numérico *Nigam & Jennings* para un set de registros sísmicos.

El análisis continuo y discreto difieren su cálculo en que la ecuación de propagación de ondas trabaja las condiciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones por medio de tensiones, mientras que el análisis discreto en base de la ecuación de movimiento utiliza el equilibrio de fuerzas, por lo que se requiere un área que relacione ambos métodos. Dicha área equivalente se determina en la sección 3.5.2.

Para estudiar de la respuesta modal se calculan en primer lugar las matrices de masa y rigidez del sistema en la ecuación (3-47), considerando los grados de libertad de desplazamiento horizontal en cada elemento como se muestra en la Figura 3.4.

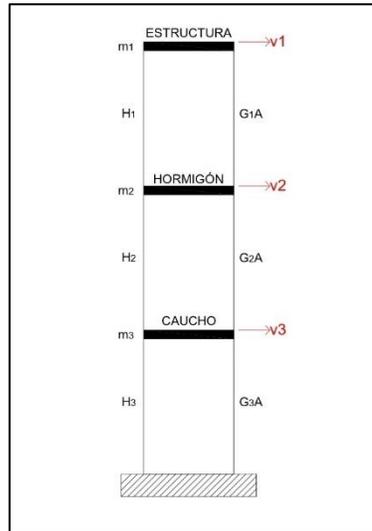


Figura 3.4 Sistema de 3 grados de libertad.

El sistema de tres grados de libertad corresponde en forma similar a un edificio de corte, sin giro en cada elemento, de un área transversal constante A, altura  $H_i$  y módulo de corte  $G_i$ .

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} k & -k & 0 \\ -k & k + \frac{G_2 A}{H_2} & -\frac{G_2 A}{H_2} \\ 0 & -\frac{G_2 A}{H_2} & \frac{G_3 A}{H_3} + \frac{G_3 A}{H_3} \end{pmatrix} \quad (3-47)$$

La rigidez  $k$  de la superestructura se calcula en la sección 3.5.2 para un período natural  $T$  y masa  $m$ , compatibilizado para una viga empotrada-empotrada en sus extremos, de módulo de corte  $G$  o  $\mu$  y un área equivalente  $A$ .

### 3.5. Propiedades capa equivalente para una superestructura

Los siguientes supuestos y deducciones corresponden al análisis continuo de la respuesta de una estructura, modelada como una capa de propiedades geométricas y mecánicas equivalentes, por sobre la fundación periódica utilizando la función de transferencia obtenida de la ecuación de propagación de ondas en (3-23).

### 3.5.1. Variables de entrada de superestructura

Las variables de entrada para el modelamiento de un edificio de hormigón armado como una capa equivalente en el análisis continuo por sobre la fundación periódica como celda unitaria se definen según:

- Período natural
- Número de pisos
- Altura entrepiso
- Largo y ancho de planta (Losa cuadrada)
- Espesor de losa
- Masa de planta por unidad de ancho

Con estos valores es posible determinar en forma discreta la rigidez lateral  $k$  de la estructura, período natural  $T$  y cuantía de muros asociada  $\rho_w$ .

Posteriormente, es posible calcular las propiedades de la estructura como capa equivalente que definen la constante de  $C_n$  de la ecuación de propagación de onda para Ondas S en (3-2), tales como el módulo de rigidez al corte  $\mu$ , densidad  $\rho$  y altura de la capa  $h$ .

### 3.5.2. Variables de salida de superestructura

Se asume el edificio de hormigón armado como una viga empotrada en voladizo con toda su masa  $m$  concentrada en su extremo libre, tal como un sistema de un grado de libertad y compatibilizando la deformación de la estructura de empotrado-empotrado en sus dos extremos. La rigidez lateral de esta estructura equivale a:

$$k = \frac{12EI}{H^3} \quad (3-48)$$

Con  $E$  el módulo de Young del material,  $I$  inercia de los elementos verticales y  $H$  la altura de la viga correspondiente a la altura total del edificio que equivale al número de pisos  $n$  por la altura entrepiso  $h$ .

Por otro lado, se asume una planta cuadrada de lado  $L$  y espesor de muros  $e$  tal que corresponde a una proporción  $\rho$  de su largo, como se indica en (3-49).

$$e = \rho L \quad (3-49)$$

Para un número  $n_w$  de muros en las dos direcciones, se tiene que el área de muros por piso  $A_w$  se calcula según (3-50).

$$A_w = n_w \cdot e \cdot L = n_w \cdot \rho L^2 = (n_w \rho) L^2 = \rho_w A_f \quad (3-50)$$

Con esto, la cuantía de muros para un área de planta  $A_f$  se define como:

$$\rho_w = \frac{A_w}{A_f} \quad (3-51)$$

Calculando la inercia de todos los muros en la dirección de análisis, se tiene que:

$$I = \frac{1}{12} e \cdot L^3 \cdot n_w = \frac{1}{12} \rho L \cdot L^3 \cdot n_w = \frac{1}{12} \rho_w L^4 \quad (3-52)$$

Por otro lado, se tiene una relación de la rigidez lateral, período natural de la estructura y su masa según ecuación (3-53).

$$k = \omega^2 m = \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot m \quad (3-53)$$

Donde se utilizando una distribución de masa por unidad de ancho de valor  $q = 1 \text{ tonf/m}^2$ . De esta manera, la masa de la estructura para los  $n$  pisos de una losa cuadrada  $L$  se calcula como:

$$m = n \cdot q \cdot L^2 \quad (3-54)$$

Igualando las ecuaciones que relacionan la rigidez en (3-48) y (3-53), se tiene que:

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot m = \frac{12EI}{H^3} \quad (3-55)$$

Reemplazando por la ecuación (3-52) para la inercia  $I$  en (3-55), se obtiene una relación para la cuantía de muros  $\rho_w$  en la ecuación (3-56).

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 \cdot m = \frac{12E \cdot \frac{1}{12} \rho_w L^4}{H^3} \quad (3-56)$$

$$\rho_w = \frac{kH^3}{EL^4}$$

Con lo anterior, es posible determinar el volumen total conformados por muros de altura  $h$  y losas del edificio de espesor  $e_f$ . Obtenido el volumen, es posible determinar la densidad equivalente de la estructura.

$$V_{total} = V_{muros} + V_{losa} = (\rho_w h + e_f) \cdot nL^2$$

$$\rho_{est} = \frac{m}{V_{total}} = \frac{m}{(\rho_w h + e_f) \cdot nL^2} \quad (3-57)$$

Dado que se quiere modelar la estructura como una capa equivalente, utilizando esta densidad y fijando la altura del edificio  $H$ , se determina un área equivalente de la capa para posteriormente ser utilizada como el área de corte de las capas inferiores de la fundación periódica en el análisis discreto.

De esta manera, el área equivalente de una capa de la densidad equivalente de la estructura y una altura  $H$  se calcula según la ecuación (3-58).

$$A_{eq} = \frac{m}{\rho_{est} \cdot H} \quad (3-58)$$

### 3.5.3. Módulo de Corte equivalente

El primer parámetro equivalente por determinar, y principal para definir la superestructura, corresponde al módulo de corte del edificio modelado como una capa sobre la celda unitaria de fundación periódica.

Existen trabajos que han estudiado la respuesta de edificios modelados mediante capas por medio de la propagación de ondas ante una respuesta sísmica. La representación de edificios por modelos homogéneos es realista solo para edificios sin mayores discontinuidades en las propiedades de los materiales, por ejemplo, marcos resistentes a momento. Sin embargo, edificios son a menudo más complicado que dichos marcos. Tienen muros de corte o un ascensor en su núcleo, lo cual incrementa la rigidez en la dirección lateral (Todorovska, 1989).

Por simplicidad, se asumen estructuras simétricas, con solo deformaciones de corte y sin deslizar o que se encuentren sobre roca. Por lo tanto, no hay movimiento torsional, las plantas son rígidas y no rotan. Con respecto a la relación suelo-estructura, el modelo incorpora el efecto de rigidez finita del suelo (Safak, 1999).

Lo anterior, acota la elección de la estructura objetivo a edificios bajos acoplados de manera que no existan deformaciones por flexión o torsión, si no que sólo de corte. Esto también, según las ecuaciones de compatibilidad de la propagación de ondas que considera solo movimientos de corte, o axial. Si se considerase edificios altos, se tendría que incluir la componente flexural y sus respectivas relaciones de la mecánica de sólidos que derivan en ecuaciones diferenciales de cuarto orden.

Para un sólido continuo de área transversal  $A$  y altura  $H$ , aplica una fuerza lateral  $F$  que desplaza horizontalmente el extremo libre de la barra en  $\Delta u$ . Las ecuaciones asociadas a este problema de mecánica de sólidos relacionan la fuerza lateral con la rigidez lateral del cuerpo y el desplazamiento impuesto según la ecuación (3-59); y el esfuerzo de corte, relacionada con el módulo de corte  $\mu$  y la deformación angular  $\gamma$  según (3-60).

$$F = k \cdot \Delta u \quad (3-59)$$

$$\tau = \mu \cdot \gamma \quad (3-60)$$

Multiplicando la ecuación (3-60) por la sección transversal de muros  $A$  se tiene que:

$$\tau \cdot A = \mu \cdot \gamma \cdot A \quad (3-61)$$

Y luego por la altura de la barra  $H$ , se obtiene:

$$\tau \cdot A_w \cdot H = \mu \cdot \gamma \cdot A_w \cdot H \quad (3-62)$$

Por otro lado, se tiene una relación de la fuerza tangencial con el esfuerzo de corte y área transversal en la ecuación (3-63); y para pequeñas deformaciones se tiene una relación geométrica del desplazamiento horizontal con la altura de la barra y su deformación angular según la ecuación (3-64).

$$F = \tau \cdot A_w \quad (3-63)$$

$$\Delta u = \gamma \cdot H \quad (3-64)$$

Reemplazando las ecuaciones (3-63) para la fuerza y (3-64) para el desplazamiento en la ecuación (3-62) se tiene que:

$$F \cdot H = \mu \cdot A_w \cdot \Delta u \quad (3-65)$$

Y de acuerdo con la ecuación (3-59), se obtiene que:

$$k \cdot \Delta u \cdot H = \mu \cdot A_w \cdot \Delta u \quad (3-66)$$

Finalmente, de (3-66), el módulo de corte  $\mu$  de la estructura como capa equivalente se calcula según la ecuación (3-67).

$$\mu = \frac{k \cdot H}{A} \quad (3-67)$$

Donde dicha área corresponde a la equivalente calculada en la ecuación (3-58).

#### 3.5.4. Densidad equivalente

De acuerdo con la tesis bibliográfica guía de este trabajo, la densidad equivalente de la estructura se calcula como su masa total en el volumen total, que corresponde a la altura de la capa equivalente por el área de la planta según la ecuación (3-68).

$$\rho_{eq} = \frac{m_{eq}}{A_f \cdot h_{eq}} \quad (3-68)$$

Esta relación supone que existe una densidad promedio de la estructura que incluye los vacíos al interior de ésta sin conocer en mayor detalle cómo viaja la onda a través de sus elementos estructurales.

De todas formas, analizar la estructura como capa equivalente se utiliza una densidad promedio de la estructura según la ecuación (3-57) de manera de obtener posteriormente la constante de velocidad en la ecuación de onda.

#### 3.5.5. Altura equivalente

En la tesis bibliográfica guía, la altura equivalente de la capa modelada como estructura por sobre la fundación se define arbitrariamente como de igual espesor que la capa inmediatamente inferior de hormigón armado. Sin embargo, este supuesto tampoco responde a cómo se propaga la onda en la estructura real.

Para efectos de la capa equivalente de la estructura, se utiliza la altura total real de la estructura  $H$ .

### 3.6. Respuesta de un aislador sísmico

Para realizar una comparación entre el análisis continuo como capa equivalente de la estructura y la fundación periódica, y el análisis discreto como un oscilador de un grado de libertad, se estudia la influencia de la fundación periódica en la modificación del período de la estructura como un aislador sísmico.

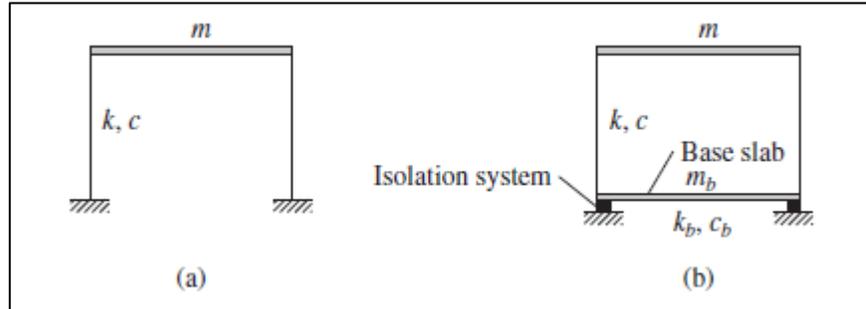


Figura 3.5 (a) Estructura sin aislación; (b) Estructura con aislación. (Chopra, 2012).

Como se muestra en la Figura 3.5, se tiene una estructura de masa  $m$ , período  $T$  y rigidez lateral  $k$  sin aislación sísmica y luego la misma montada sobre un aislador de masa  $m_b$ , rigidez lateral  $k_b$  y amortiguamiento viscoso  $c_b$ . El aislador en este caso corresponde a la fundación periódica por bajo de la estructura.

De esta manera, la frecuencia  $\omega_b$  y período natural de la estructura incluido el sistema de aislación  $T_b$  se calcula según la ecuación (3-69) y (3-70) respectivamente.

$$\omega_b = \sqrt{\frac{k_{fund}}{m_{est} + m_{fund}}} \quad (3-69)$$

$$T_b = \frac{2\pi}{\omega_b} \quad (3-70)$$

Por otro lado, la rigidez lateral de una capa unidimensional se calcula según la ecuación (3-67) deducida en la 3.5.3, conocido el módulo de corte, área transversal y altura de la misma. Por último, el sistema de capas se puede modelar como un sistema de resortes conectados en serie, donde su rigidez lateral equivalente  $k_{fund}$  se calcula según la ecuación (3-71).

$$k_{fund} = \frac{1}{\sum_i^N \frac{1}{k_i}} \quad (3-71)$$

## 4. Resultados y Análisis de datos

En el presente capítulo, se muestran los resultados y sus respectivos análisis de acuerdo con lo detallado en metodología y los modelos y supuestos desarrollados en el capítulo de Marco Teórico.

### 4.1. Validación

En los tres casos de estudio a continuación, se realiza la validación de los modelos y resultados de la tesis bibliográfica (Witarto, 2018) para códigos programados por el autor de este trabajo, de manera de tener el respaldo numérico de que se están aplicando de forma correcta las consideraciones teóricas. Posteriormente, estos procedimientos permitirán obtener la respuesta de una estructura que utiliza la tecnología de fundación periódica frente a una sin sistema de aislación sísmica o con fundación convencional.

#### 4.1.1. Curva de Dispersión fundación periódica

Tal como se indica en la sección de metodología, se inicia el proceso de obtención de resultados validando en primer lugar los mostrados en la tesis bibliográfica de estudio (Witarto, 2018). En particular, se comparan los gráficos de dispersión de Ondas-S y Función de transferencia para una determinada configuración de una fundación periódica, con y sin la consideración de amortiguamiento viscoso.

Los resultados construidos por el autor se obtienen de acuerdo con la programación desarrollando las ecuaciones del método de la matriz de transferencia resolviendo el problema de valores propios de la ecuación (3-23).

La celda unitaria  $M$  de la fundación a validar en 1D consiste en dos capas de hormigón y caucho, con un ancho cada una de 20 cm, como se muestra en la Figura 4.1.

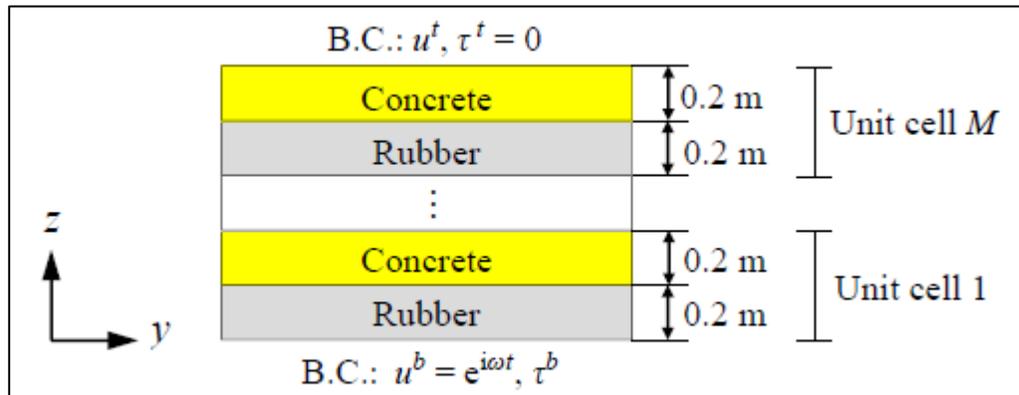


Figura 4.1 Fundación periódica 1D con  $M$  celdas unitarias de hormigón y caucho (Witarto W. , 2018).

Mientras que sus propiedades mecánicas se resumen en la siguiente tabla:

Tabla 4.1 Propiedades de materiales.

Material	Módulo de Young [MPa]	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Módulo de Poisson [-]
Hormigón	40.000	2.300	0,2
Caucho	0,1586	1.277	0,463

La curva de dispersión asociada a la celda unitaria de la Figura 4.1 para una onda del tipo S, se muestra en la Figura 4.2 junto a su gráfico de validación.

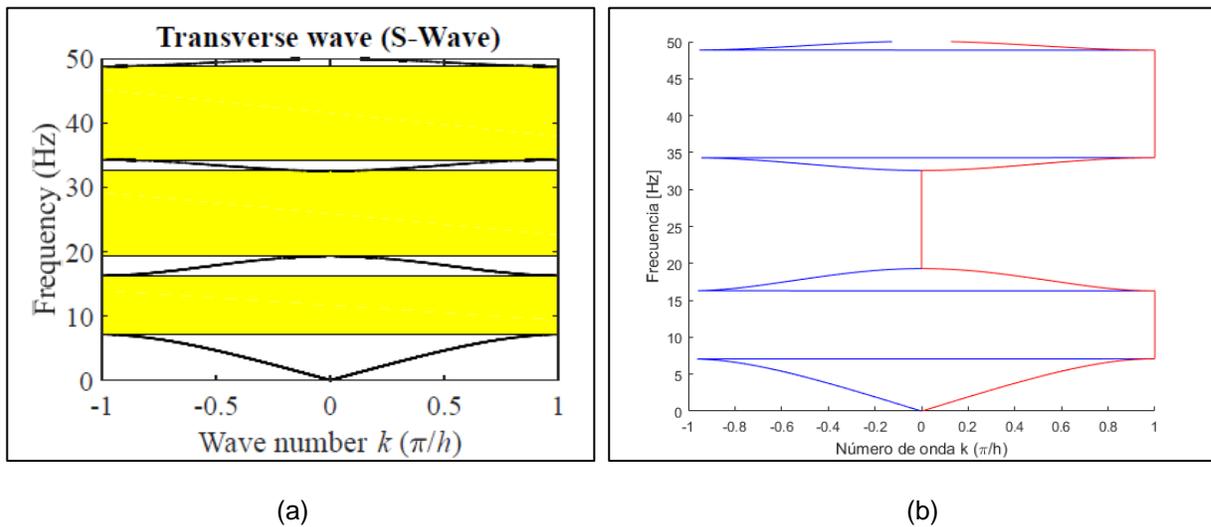


Figura 4.2 (a) Curva de dispersión Onda-S celda unitaria de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018);  
(b) Curva de validación.

La zona sombreada en amarillo en la Figura 4.2 corresponde los intervalos de frecuencia en el cual no se permite la propagación de la onda incidente. Esta área en forma análoga se observa en los intervalos de frecuencia que se encuentran entre las curvas horizontales de color azul en la imagen (b).

Por otro lado, en la Figura 4.3, se representa la curva de dispersión para los valores reales y complejos del número de onda mientras con su respectiva validación en la imagen (b).

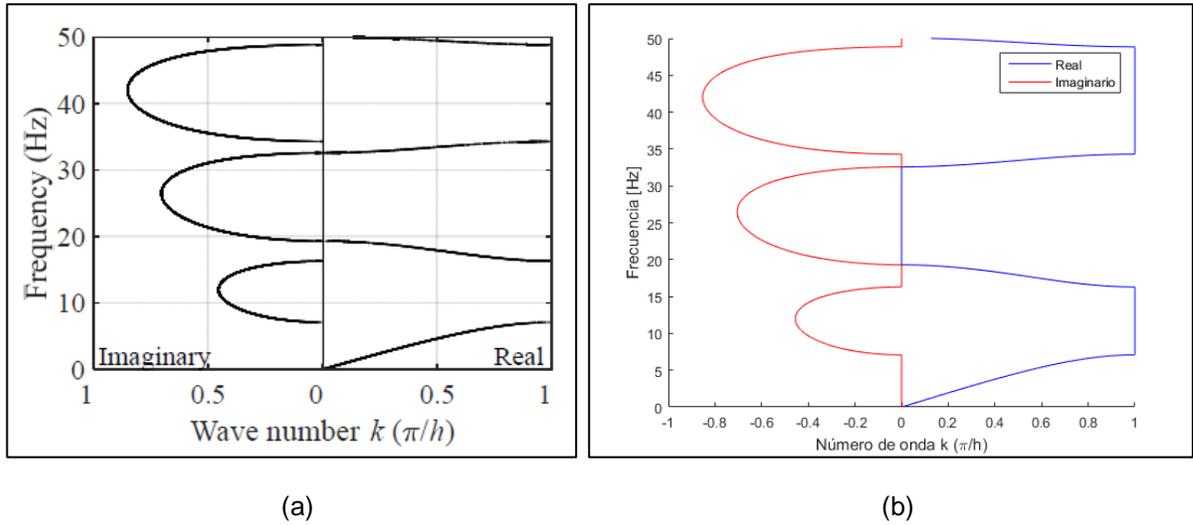


Figura 4.3 (a) Diagrama Dispersión Onda-S celda unitaria de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.

De la Figura 4.3, tal como se explica en la sección 3.2.3 Estudio analítico de materiales periódicos, para las zonas donde no existe atenuación de la onda (fuera de las bandas amarillas en la Figura 4.2), se observa que el número de onda asociado no tiene componente imaginaria.

Por último, la función de transferencia vinculada a la fundación periódica en estudio se presenta en la Figura 4.4 con su correspondiente validación.

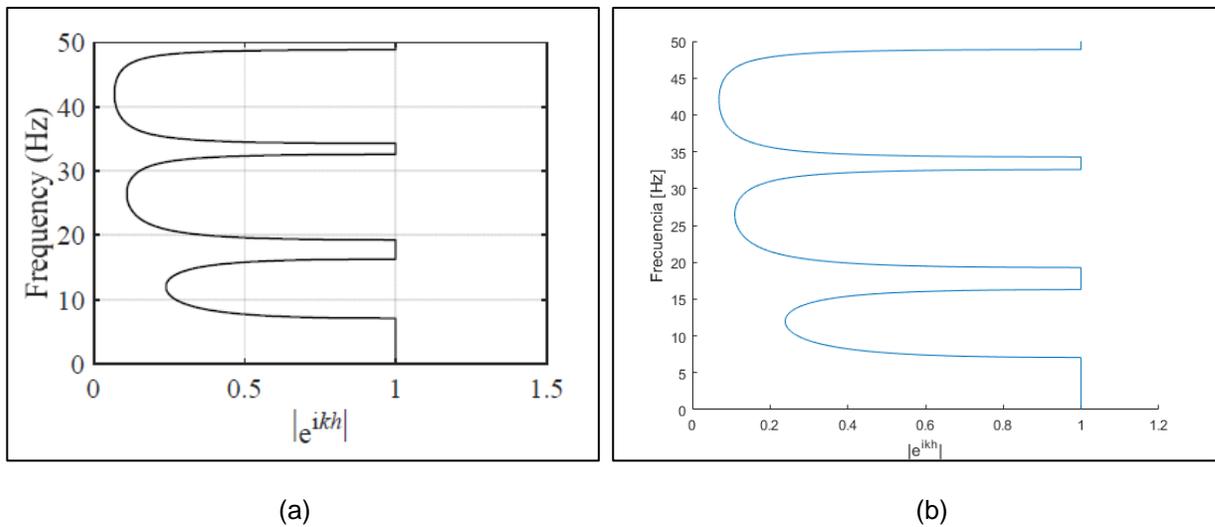


Figura 4.4 (a) Diagrama de Amplitud Onda-S celda unitaria de fundación periódica (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.

De acuerdo con la función de transferencia en los gráficos de la Figura 4.4, se aprecia la reducción en la amplitud de la onda en las bandas de frecuencia correspondientes a las zonas sombreadas de amarillo en la Figura 4.2. A su vez, en los intervalos de frecuencia fuera de estas zonas, la onda no sufre ni reducción ni amplificación.

#### 4.1.2. Curva de Dispersión fundación periódica y superestructura

Para continuar con el proceso de validación de resultados, se selecciona la configuración de la fundación periódica desarrollada en la tesis bibliográfica destinada a utilizar para un reactor nuclear (Witarto, 2018).

Como forma de incluir la influencia del reactor nuclear en el diagrama de dispersión de la fundación periódica, se añade una capa equivalente de la superestructura de altura impuesta igual al espesor de la capa de hormigón inmediatamente inferior.

Esta fundación consiste en la unión de dos celdas unitarias de dos capas hormigón y caucho como en el caso anterior. Combinadas ambas celdas de diferentes zonas de deamplificación, se forma una célula única de fundación con sus propios intervalos de frecuencia de reducción de la amplitud de la onda incidente.

Por otro lado, para realizar posteriormente el ensayo del modelo como también se busca en este trabajo, se diseña un prototipo a escala de la fundación periódica y reactor nuclear para lo cual las dimensiones de cada espesor de capa y sus propiedades mecánicas, como módulo de Young y densidad, deben ser reajustadas según una ley de escalas.

Las dimensiones de cada elemento y las propiedades del modelo original y escalado a una razón  $l_r = 1/22$  se muestra a continuación en la Figura 4.5.

Equivalent Superstructure layer	$h_{struct}^* = 1.32 \text{ m}$	Equivalent Superstructure layer	$h_{struct}^* = 6 \text{ cm}$
RC layer 2	$h_{concl} = 1.32 \text{ m}$	RC layer 2	$h_{concl} = 6 \text{ cm}$
Rubber layer 2	$h_{rub1} = 0.88 \text{ m}$	Polyurethane layer 2	$h_{poly1} = 4 \text{ cm}$
RC layer 1	$h_{concl} = 1.1 \text{ m}$	RC layer 1	$h_{concl} = 5 \text{ cm}$
Rubber layer 1	$h_{rub1} = 1.1 \text{ m}$	Polyurethane layer 1	$h_{poly1} = 5 \text{ cm}$

Figura 4.5 Espesores de cada capa incluyendo superestructura equivalente (Witarto W. , 2018).

Las dimensiones y propiedades mecánicas de cada capa se muestran en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2 Propiedades de materiales para modelo original y escalado de fundación periódica 1D (Witarto W. , 2018).

Material	Material para modelo original			Material para modelo a escala		
	Módulo de Young [MPa]	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Módulo de Poisson [-]	Módulo de Young [MPa]	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Módulo de Poisson [-]
Hormigón armado	31.400	2.300	0,2	31.400	2.300	0,2
Caucho/Poliuretano	3.49	1.100	0,463	0,1586	1.100	0,463

Para el caso de la fundación periódica con cuatro capas y el caso que incluye la capa equivalente de la superestructura, se construye el diagrama de dispersión del modelo original y prototipo a escala de forma de comparar con las curvas obtenidas de la programación.

La validación de estos resultados se realiza también resolviendo el problema de valores propios de la ecuación (3-23), pero ahora para el caso de 4 capas y 5 capas al considerar una superestructura por sobre la fundación.

Se presenta los resultados obtenidos en la tesis bibliográfica y del autor para la curva de dispersión del modelo a escala de la fundación periódica sin superestructura en la Figura 4.6.

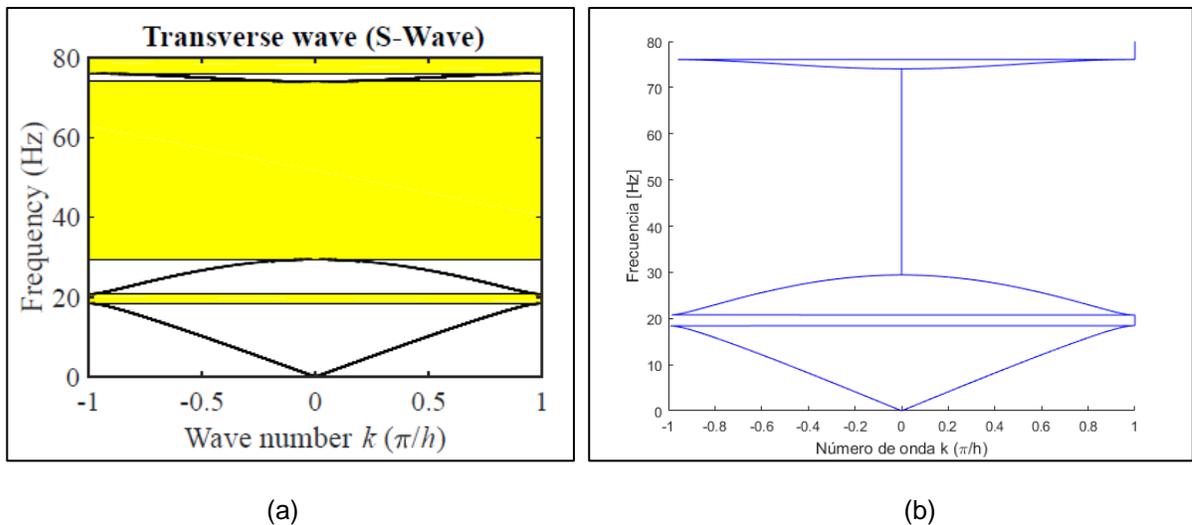


Figura 4.6 Curva de dispersión fundación periódica 1D de 4 capas escalada (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.

De igual forma que el análisis de validación anterior, las zonas sombreadas en amarillo corresponden a los intervalos de frecuencia donde ocurre una deamplificación de la onda.

Por otro lado, en la Figura 4.7 se muestran los diagramas de dispersión de la fundación de transferencia de 4 capas incluyendo la superestructura como capa equivalente.

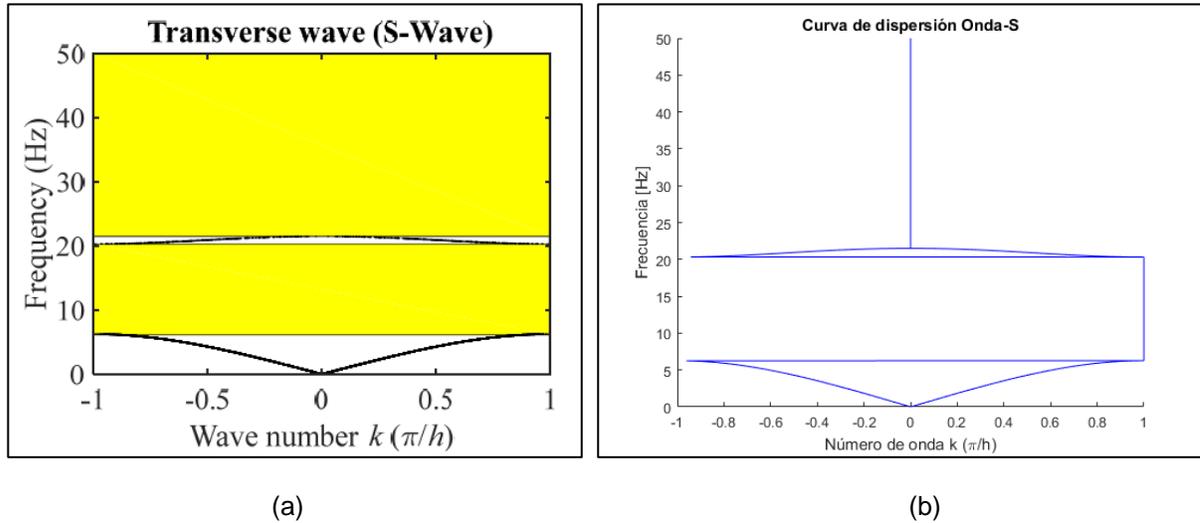


Figura 4.7 (a) Curva de dispersión fundación periódica 1D escalada con superestructura equivalente (Witarto W. , 2018) (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.

Observando las curvas de dispersión del caso de fundación periódica de 4 capas, Figura 4.6 y el caso en que se añade una capa equivalente de superestructura, Figura 4.7, los intervalos de frecuencia de deamplificación son incluso de menor magnitud y más amplios con respecto a sólo considerar la fundación. Lo anterior debido a que la estructura actúa como un cuerpo rígido y un proveedor de masa a la fundación periódica (Witarto W. , 2018).

#### 4.1.3. Función de transferencia con amortiguamiento viscoso

Como último caso de validación, se incluye el efecto de amortiguamiento viscoso en los materiales. Estos resultados se obtienen igualmente de la resolución del problema de valores propios de la matriz de transferencia de la ecuación (3-23) pero utilizando la constante de velocidad compleja para Ondas-S de la ecuación (3-37).

El nuevo parámetro a utilizar corresponde a la viscosidad del material  $\eta$ , de dimensión de unidad de presión por unidad de tiempo. La configuración de estudio de la fundación periódica corresponde a la celda unitaria M de dos capas de la Figura 4.1.

Se realiza la comparación para la función de transferencia sin considerar amortiguamiento y para dos valores de viscosidad que corresponden a una razón del módulo de Young de cada material, hormigón y caucho, respectivamente, tal como se muestra en la Figura 4.8.

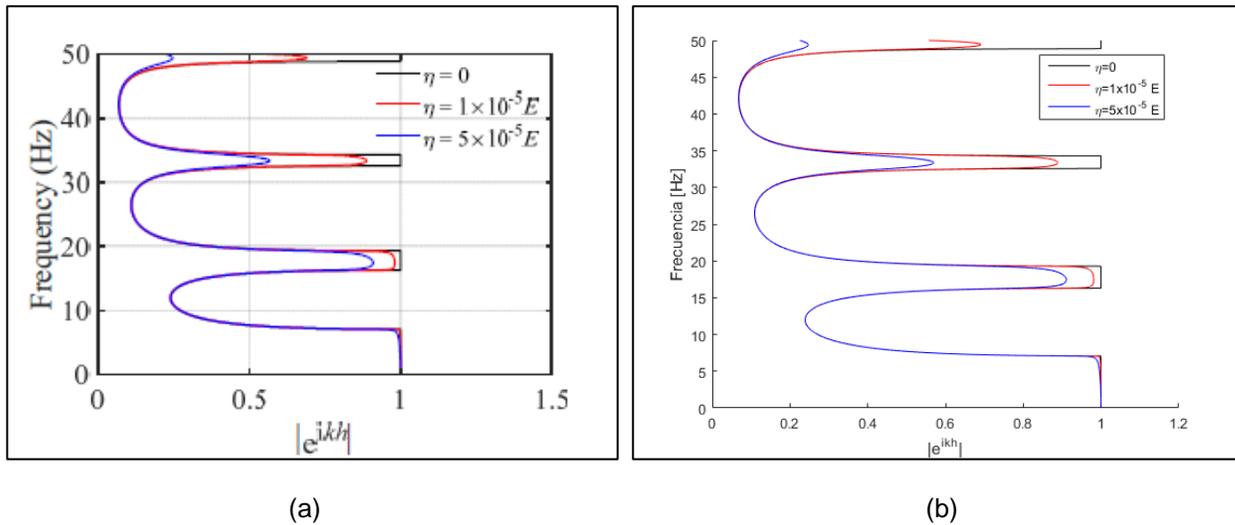


Figura 4.8 (a) Función de transferencia fundación periódica 1D de 2 capas en medio viscoelástico (Witarto W. , 2018); (b) Curva de validación.

Tal como se describe en la sección 3.2.4 Estudio analítico con amortiguamiento, en la Figura 4.8 se aprecia que la viscosidad afecta en mayor magnitud en el intervalo de frecuencia donde se permite el paso de la onda incidente, presentando una deamplificación de la onda a mayores valores de viscosidad. Por otro lado, dentro del intervalo de frecuencias de reducción de la amplitud, la respuesta se mantiene similar a los casos de bajo o nulo amortiguamiento.

De esta manera, se comprueba que los códigos programados en base a las deducciones teóricas de la tesis bibliográfica y dispuestas en el Marco Teórico, entregan los mismos resultados en términos de curvas de dispersión y función de transferencia o razón de amplitud.

## 4.2. Análisis de sensibilidad de parámetros

Posterior a la validación de los resultados de las curvas de dispersión obtenidos en la tesis bibliográfica (Witarto, 2018), corresponde realizar un análisis de sensibilidad de los principales parámetros asociados a la configuración de una fundación periódica. Para esto, se analizará el comportamiento de la función de transferencia de manera de notar el cambio de los intervalos de frecuencia *band gaps* variando:

- Módulo de elasticidad metamaterial
- Densidad metamaterial
- Altura total de cada material
- Número de capas

### 4.2.1. Módulo de elasticidad metamaterial

Dado que las fundaciones para la edificación se construyen de hormigón armado, su módulo de elasticidad es prácticamente constante y fluctúa según la resistencia a

compresión del material. De acuerdo con esto, se analiza la rigidez del metamaterial encargado de producir los intervalos de frecuencia *band gaps*.

Para una configuración simple de celda unitaria de dos capas de altura constante, hormigón y metamaterial, se calculan sus curvas de dispersión y por consiguiente, función de transferencia de manera de notar la variación de los intervalos de deamplificación de la onda.

Tabla 4.3 Fundación periódica 1D de dos capas.

Material	Altura [cm]
Hormigón armado	100
Metamaterial	20

El análisis de sensibilidad para este caso se hace en base a factores de aumento y reducción del módulo de rigidez E del caucho, según su valor encontrado en la Tabla 4.2.

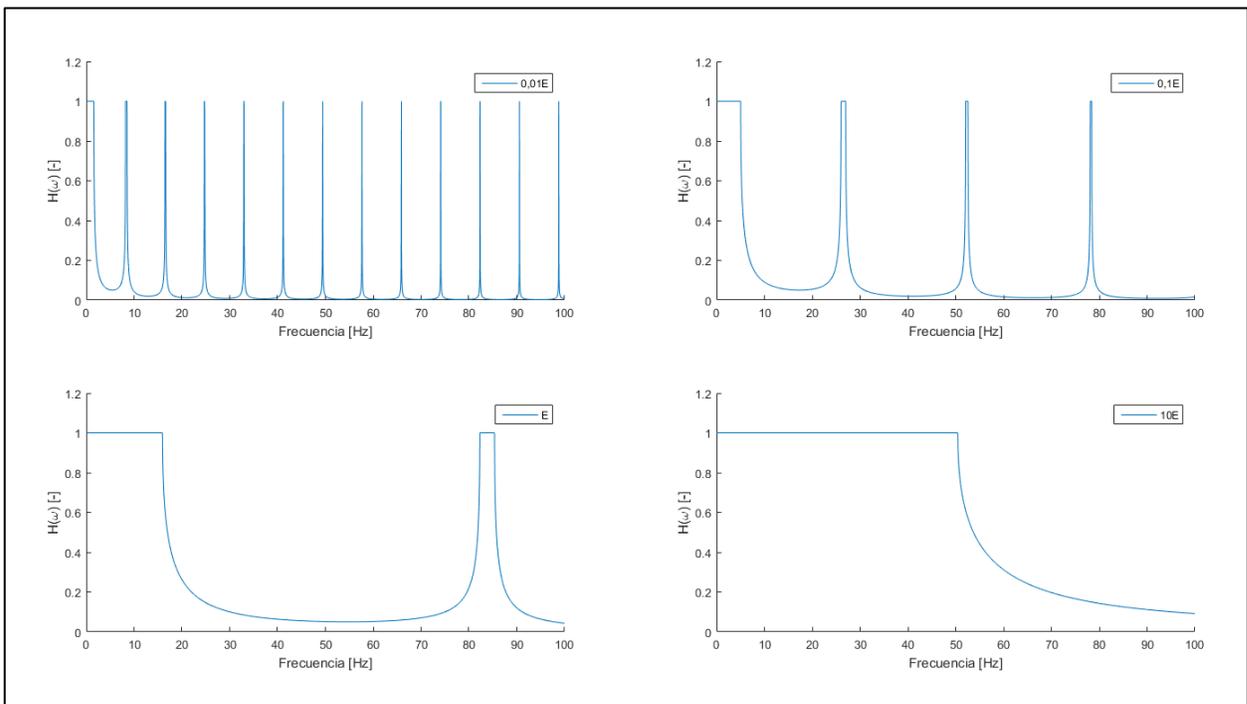


Figura 4.9 Función de transferencia para distintas razones del módulo de Young E del caucho.

Como se observa en la Figura 4.9, la influencia de la rigidez del metamaterial afecta directamente la amplitud de los intervalos de frecuencia de atenuación como también, del inicio de éstos. Es posible notar que a medida que se disminuye el módulo de Young de

dicho material, el comienzo de la deamplificación ocurre para frecuencias más bajas. Por otra parte, una mayor rigidez genera intervalos más amplios, pero en aumento de los valores de frecuencia.

#### 4.2.2. Densidad metamaterial

De igual forma que el análisis anterior, se estudia el comportamiento en términos de *band gaps* para la densidad del metamaterial en comparación al caucho, dado el valor asumido del mismo en el caso del hormigón armado, según las mismas dimensiones de los elementos de la Tabla 4.3.

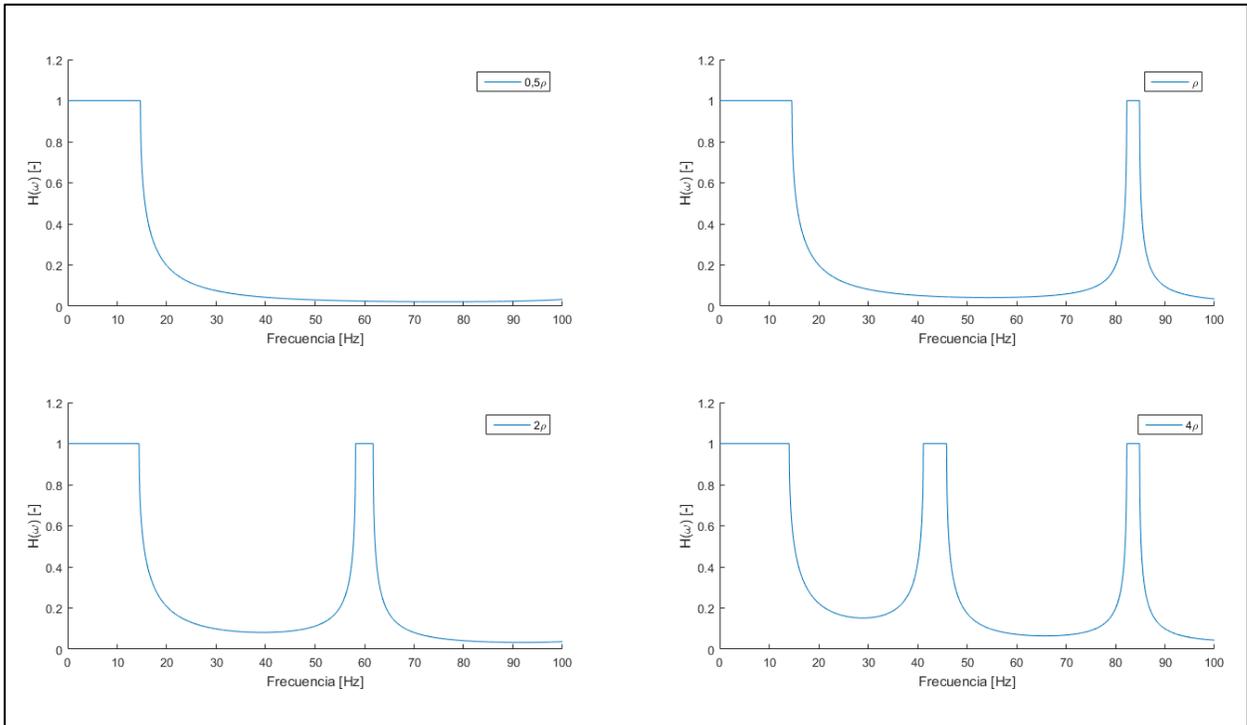


Figura 4.10 Función de transferencia para distintas razones de la densidad  $\rho$  del caucho.

De acuerdo con la Figura 4.10, existe una influencia del aumento o disminución de la densidad del metamaterial en los intervalos de frecuencia *band gaps*. Para materiales más densos, la amplitud de las zonas de deamplificación disminuyen, pero no considerablemente como el análisis anterior de la variación del módulo de Young.

Sin embargo, el inicio de los intervalos de frecuencia *band gaps* es prácticamente constante tanto para materiales más o menos densos que el caucho, del cual se compara. Esto indica que la elección del metamaterial según su densidad no es un parámetro determinante.

### 4.2.3. Altura total de cada material

Para este análisis, se utilizan los valores de las propiedades mecánicas de módulo de Young, densidad y módulo de Poisson del hormigón armado (H) y caucho (C) según la Tabla 4.1. De acuerdo con lo anterior, se varía la altura de cada material para 1 metro de fundación periódica de dos capas.

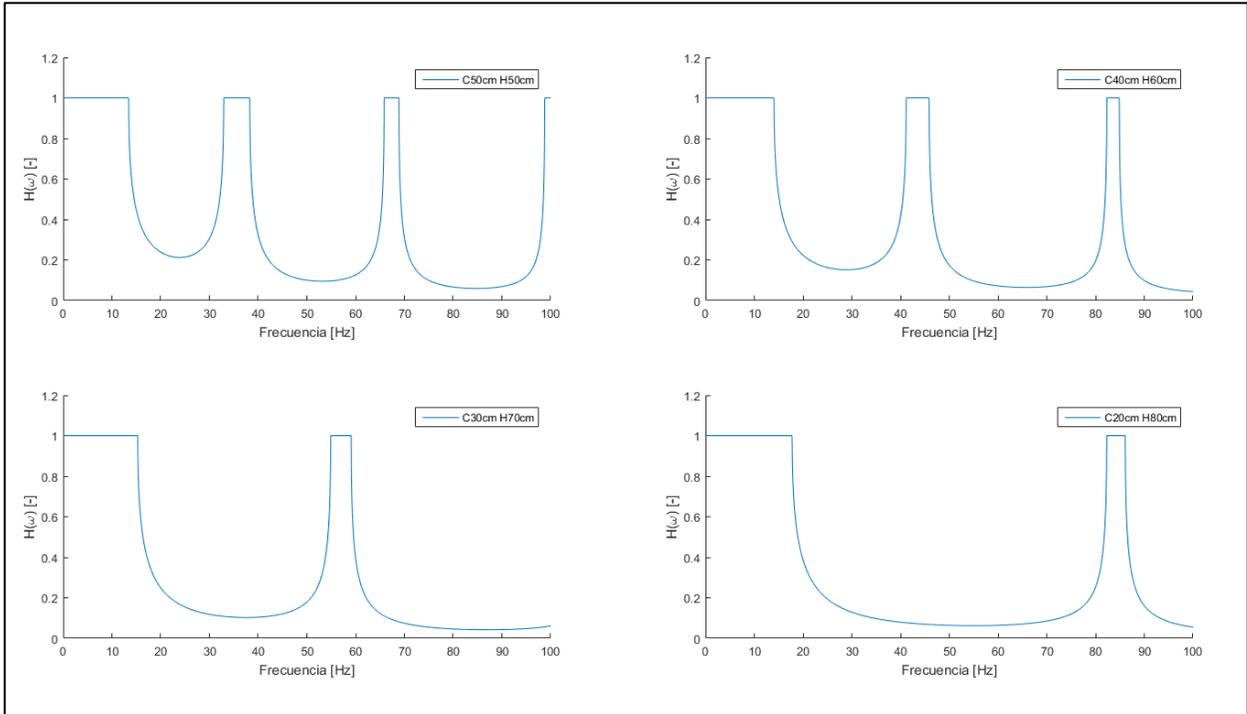


Figura 4.11 Función de transferencia para distintos espesores de capa de caucho y hormigón en 1 m de fundación.

Según la Figura 4.11, se aprecia comportamientos significativos de la altura de la capa de caucho y de hormigón. Para el primer material, un mayor espesor genera un inicio de la zona de deamplificación para frecuencias más bajas. Mientras que el segundo, controla en forma directa la amplitud de los intervalos *band gaps*, siendo mayores en orden del aumento de la capa de hormigón.

### 4.2.4. Número de capas

Para este análisis, se utilizan 3 configuraciones de fundaciones periódicas de dos capas de la sección anterior con distintos espesores de hormigón y caucho. Como forma de estudiar la influencia del número de capas en la función de transferencia, se mantiene la altura total del material repartido alternadamente ahora en 4 capas (2 celdas unitarias) y en 8 capas (4 celdas unitarias) de la siguiente forma:

Tabla 4.4 Altura por capas para fundación periódica 1D de 100 cm de alto.

Número de capas	Altura caucho [cm]	Altura Hormigón [cm]
2	50 (1)	50 (1)
4	15 (2)	35 (2)
8	2,5 (4)	22,5 (4)

De acuerdo con los gráficos de la Figura 4.12, es posible notar que el aumento del número de capas de la fundación periódica, o de más celdas unitarias, conlleva a que la zona de deamplificación ocurre para frecuencias mayores, pero para intervalos más amplios de frecuencia.

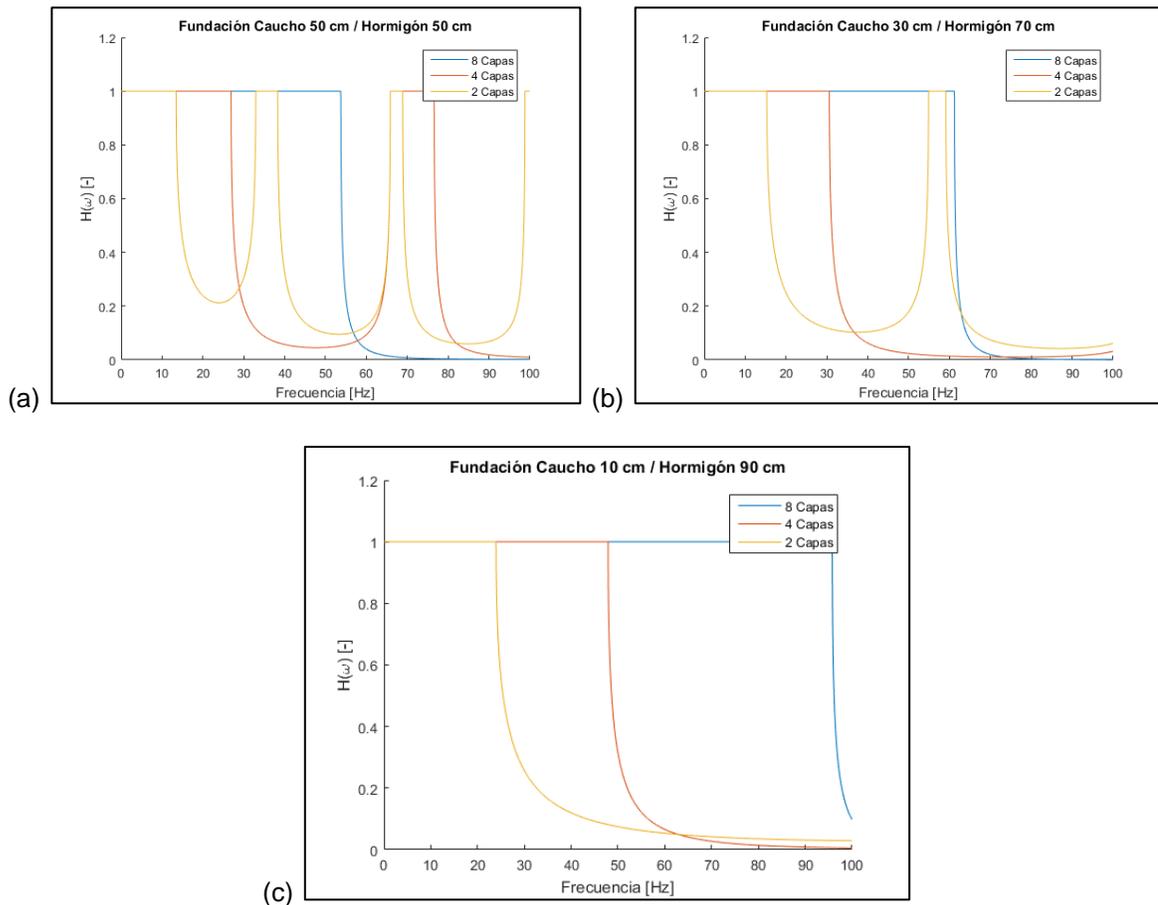


Figura 4.12 (a) Fundación periódica de altura total 50 cm de caucho y 50 cm de hormigón distribuidas en 2, 4 y 8 capas; (b) 30 cm de caucho y 70 cm hormigón; (c) 10 cm de caucho y 90 cm hormigón

### 4.3. Definición *band gaps*

Conocido el comportamiento de los intervalos de frecuencia *band gaps* según la variación de las distintas propiedades mecánicas de los materiales que forman la fundación periódica como módulo de Young, densidad y la altura de cada capa, corresponde definir la zona de frecuencias a la cual se busca disminuir la respuesta para la acción de un sismo en la base de la fundación.

Para tal determinación, se considera la mayor energía en el contenido de frecuencia de distintos registros sísmicos ocurridos a lo largo de Chile, como también, del rango de períodos fundamentales de estructuras objetivo a analizar.

#### 4.3.1. Contenido de frecuencia de Sismos

Para el presente estudio, se trabajará con los registros del Terremoto de Maule ocurrido el 27 de Febrero en Chile del año 2010, con magnitud de momento  $M_w=8,8$ , afectando la zona centro sur de Chile, entre la V y XV Región. Sin embargo, los principales daños y víctimas se concentraron en la zona costera de la V a IX Región.

El epicentro fue estimado a 43 kilómetros al sur oeste de la localidad de Cobquecura (VIII Región), como se ve en la Figura 4.13.

Las estaciones a considerar corresponden a las de:

- Lolleo, V Región
- Matanzas, VI Región
- Constitución, VII Región
- Concepción Centro, VIII Región

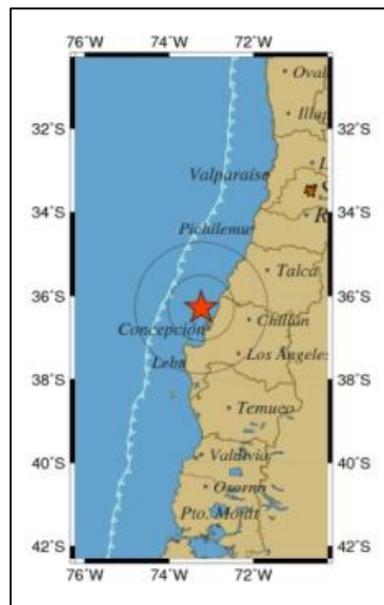


Figura 4.13 Epicentro Terremoto Maule del 2010 (RENADIC, 2010).

En la sección 4.6.1 se detalla el registro de aceleración en el tiempo de cada sismo y sus respectivas aceleraciones máximas en cada dirección, puesto que aquí se presenta dicho registro en el espacio de la frecuencia.

En las Figura 4.14 se muestra el contenido de frecuencias del set de sismos considerados de su registro de aceleración y desplazamiento respectivamente obtenidos mediante la función `fft()` en Matlab.

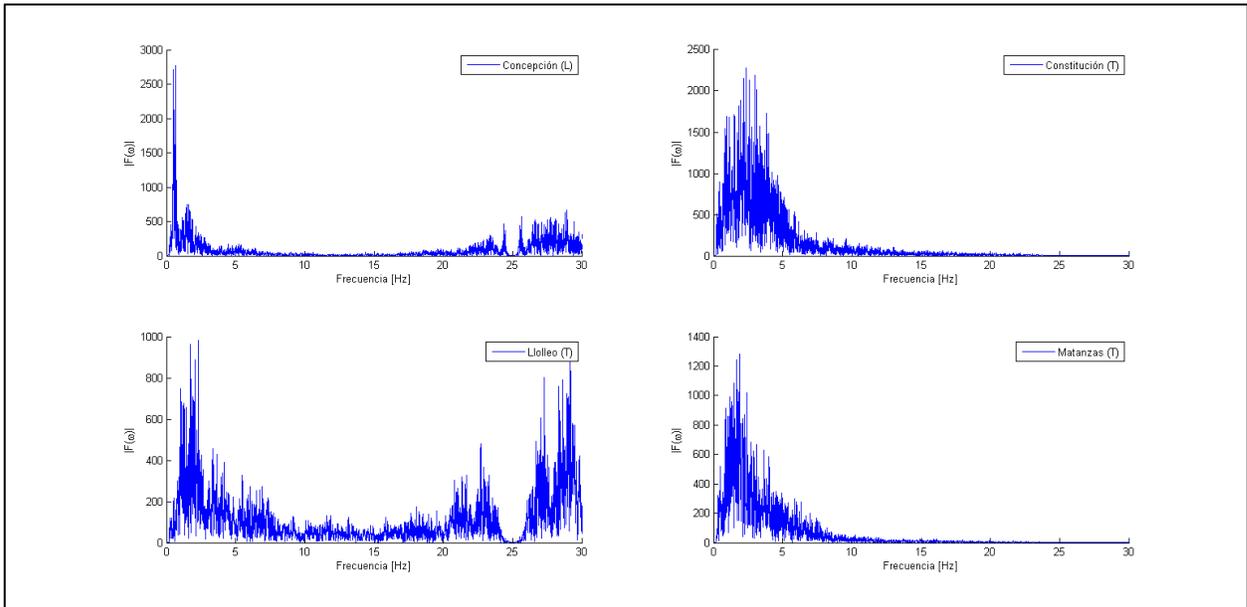


Figura 4.14 Transformada de Fourier de registros sísmicos de aceleración.

De acuerdo con lo observado en los contenidos de frecuencia de los registros de aceleración, la mayor energía se encuentra entre los 0 y 30 Hz, por lo que la zona de deamplificación a buscar para la configuración de la fundación periódica se debe construir en base a dicho intervalo.

Sin embargo, se encuentra un importante contenido también por sobre este límite en los registros de Concepción y Lollco hasta los 50 Hz. En términos de magnitud, los sismos de Concepción y Constitución tienen mayor energía contenida en sus sismos para el caso de la aceleración y desplazamiento que los sismos de Lollco y Matanzas.

#### 4.3.2. Período estructura objetivo

En la práctica chilena, los edificios en altura son típicamente estructuras de hormigón armado y pueden ser clasificadas en dos principales categorías de acuerdo con su uso: residencial y edificios de oficina (Lagos, 2019).

Los primeros consisten en losas de hormigón armado como sistema de pisos con espesores que fluctúan entre los 14-18 cm; dichas losas por su parte son soportadas por muros de corte, vigas invertidas en el perímetro, pero sin vigas en el interior. Los sistemas

de carga vertical y lateral son mediante sistemas de muros de hormigón armado (Lagos, 2019).

En el caso de los edificios de oficina, utilizan losas post tensadas como sistema de piso con espesores que oscilan entre 17-20 cm; estas losas son soportadas de igual forma que los edificios habitacionales. Sin embargo, el sistema de carga vertical y lateral son núcleos de muros de hormigón y hormigón especial o marcos intermedios de momento resistentes en el perímetro. Los edificios de oficina tienen usualmente largos de muros menores y de mayor espesor que las estructuras residenciales (Lagos, 2019).

Para caracterizar las propiedades estructurales de edificios típicos chilenos, la Tabla 4.5 muestra una clasificación sugerida de la rigidez de edificios de hormigón armado según el número de pisos.  $H_0$  corresponde a la altura del edificio sobre el nivel del suelo; y  $T_{cr}$  corresponde al primer período natural traslacional en la dirección de análisis considerando secciones de hormigón fisuradas.

Tabla 4.5 Rigidez de edificios representativos de la práctica chilena (Lagos, 2019) .

Número de pisos	Clasificación del edificio /Rigidez	Fuera de rango	Flexible	Normal	Rígido	Fuera de rango
		$\frac{H_0}{T_{cr}}$ < 11 m/s	$\frac{H_0}{T_{cr}}$ 11 a 21 m/s	$\frac{H_0}{T_{cr}}$ 21 a 43 m/s	$\frac{H_0}{T_{cr}}$ 43 a 80 m/s	$\frac{H_0}{T_{cr}}$ > 11 a 21 m/s
1-10	Bajos	1,5%	6,6%	24,5%	57,7%	9,7%
11-20	Bajos a medios	0,0%	1,8%	53,0%	43,7%	1,5%
21-30	Medios	0,0%	4,5%	73,7%	21,8%	0,0%
31-40	Altos	0,0%	13,4%	78,7%	7,9%	0,0%
41+	Rascacielos	0,0%	25,0%	75,0%	0,0%	0,0%
Total muestras		0,7%	4,9%	43,3%	45,9%	5,2%

En consideración de lo anterior, se realizará el estudio de respuesta sísmica para un edificio de muros de tipo habitacional de 10 pisos, caracterizado como bajo según la Tabla 4.5, con una altura entrepiso de 2,7 metros.

Para dicho edificio, se calcula su período fisurado de acuerdo con distintas rigideces, equivalentes a la razón H/T. Para este caso de estudio, se consideran razones H/T entre los 43 a 80 m/s calificados como edificios rígidos según la Tabla 4.5, cuyo período natural de vibración fluctúa entre los 0,34 y 0,63 segundos que representan aproximadamente un 26,5% de la edificación nacional.

## 4.4. Configuración de estudio de Fundación Periódica

### 4.4.1. Consideraciones bibliográficas

De acuerdo con lo señalado al estudio bibliográfico acerca de las fundaciones periódicas, la superestructura objetivo a la cual pretende tanto dar capacidad de soporte como de disminuir la demanda de desplazamiento y aceleración en la misma, corresponden a reactores nucleares.

Estas edificaciones son principalmente estructuras muy rígidas, por lo que su período natural es considerablemente bajo y sus modos de vibración ocurren a altas frecuencias. De esta manera, las configuraciones en las cuales se trabajan los modelos de fundación periódica en la revisión realizada generan intervalos de alta frecuencia para su atenuación.

### 4.4.2. Consideraciones análisis de sensibilidad

En base a los resultados del análisis de sensibilidad de los distintos parámetros involucrados en la solución de propagación ondas de la sección 4.2 y la definición de los intervalos de frecuencia objetivo en la sección 4.3, es posible establecer los requerimientos de los materiales y dimensiones para estudiar una determinada configuración de fundación periódica.

En primer lugar, dado que para alcanzar una deamplificación a frecuencias bajas, entre los 0 y 20 Hz, donde se encuentra la mayor cantidad de energía de los sismos chilenos, se requiere de un metamaterial aún menos rígido que el caucho o en su defecto, una altura importante de capa de este sintético. Tal como se puede apreciar en la Figura 4.9, para una altura de 100 cm de hormigón y 25 cm de caucho, la zona de atenuación de la onda inicia por sobre los 20 Hz.

Considerando que el caucho ya es en sí mismo un material poco rígido fabricado en el mercado, para alcanzar el intervalo de frecuencia deseado la búsqueda de un metamaterial que cumpla dicho requerimiento dificulta y, además, reduce la capacidad resistente o soportante de la fundación como elemento estructural. Junto con esto, aumentar la altura significativamente del elemento sintético complica las labores constructivas.

La capa de hormigón, si bien controla la amplitud de la zona de respuesta de la onda, no influye en el inicio de ésta, por lo que se debe realizar un proceso iterativo para encontrar una altura óptima conociendo ya el comienzo del intervalo de frecuencia (*band gap*).

Por otro lado, un número de capa menor de la fundación periódica permite alcanzar zonas de atenuación para frecuencias menores, por lo cual se elige una celda unitaria de la fundación de 2 capas: una inferior de metamaterial y una superior de hormigón armado.

De esta manera, se pretende construir una configuración de fundación periódica que visto en su función de transferencia asociada contenga una banda de frecuencia de atenuación entre los 0 y 50 Hz, que en términos de período equivale a ondas menores a 1 segundo e incluye al rango de períodos naturales de vibración de la estructura objetivo en estudio como se define en la sección 4.3.2.

#### 4.4.3. Celdas unitarias de estudio

En consideración de los resultados del análisis de sensibilidad anterior de las propiedades geométricas y mecánicas de los materiales para construir la fundación periódica en busca de generar intervalos de atenuación consecuentes al contenido de frecuencias de los sismos seleccionados y el período fundamental de la estructura objetivo, se proponen una serie de celdas unitarias como se aprecia en la Figura 4.15 y su función de transferencia asociada.

Como metamaterial se utilizará el caucho de propiedades bibliográficas presentadas en la Tabla 4.1 y una capa de hormigón armado de resistencia a la compresión de 30 MPa y una densidad de 2500 kg/m<sup>3</sup>. Para la altura del caucho se trabajará con capas de 25, 50 y 75 cm; mientras que, para el espesor del estrato de hormigón con una altura de 80 y 100 cm, dimensiones estándar para la fundación de edificaciones del tipo seleccionadas.

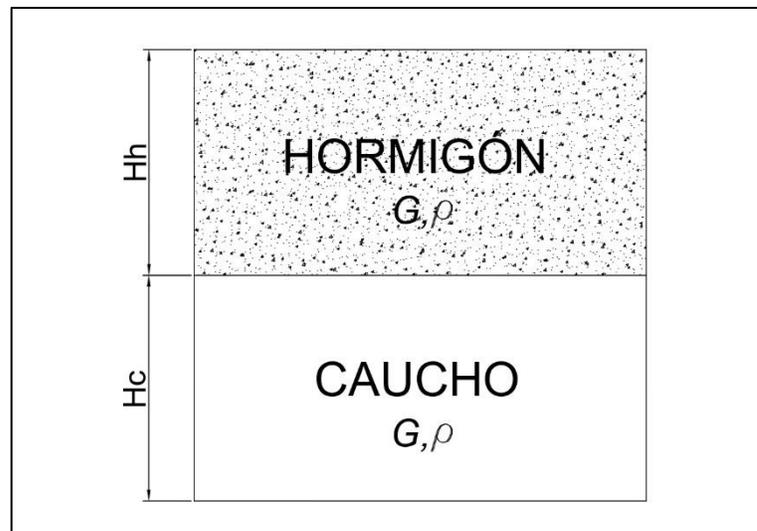


Figura 4.15 Celda unitaria de fundación periódica.

De esta forma, se estudian seis celdas unitarias y se determinan la banda de frecuencia, o período, de atenuación. Junto a eso, se presentan las funciones de transferencia de cada celda considerando y sin considerar un amortiguamiento del 5% en cada una de las capas en función de la frecuencia de la onda hasta 30 Hz.

En la Tabla 4.6 se presenta la nomenclatura de cada configuración o caso y las respectivas dimensiones de cada capa, incluyendo la banda de período T de atenuación para visualizarlo en relación con el período natural de vibración de la estructura objetivo.

Tabla 4.6 Celdas unitarias de estudio.

Celda	Caucho	Hormigón
	Altura [cm]	Altura [cm]
A	25	80
B	25	100
C	50	80
D	50	100
E	75	80
F	75	100

Tal como se aprecia en la Tabla 4.6 y en la Figura 4.16, en concordancia con el análisis de sensibilidad realizado, para capas de caucho de mayor espesor se logra alcanzar una banda de atenuación para frecuencias más bajas, mientras que para una altura mayor de la capa de hormigón, estos intervalos son más amplios.

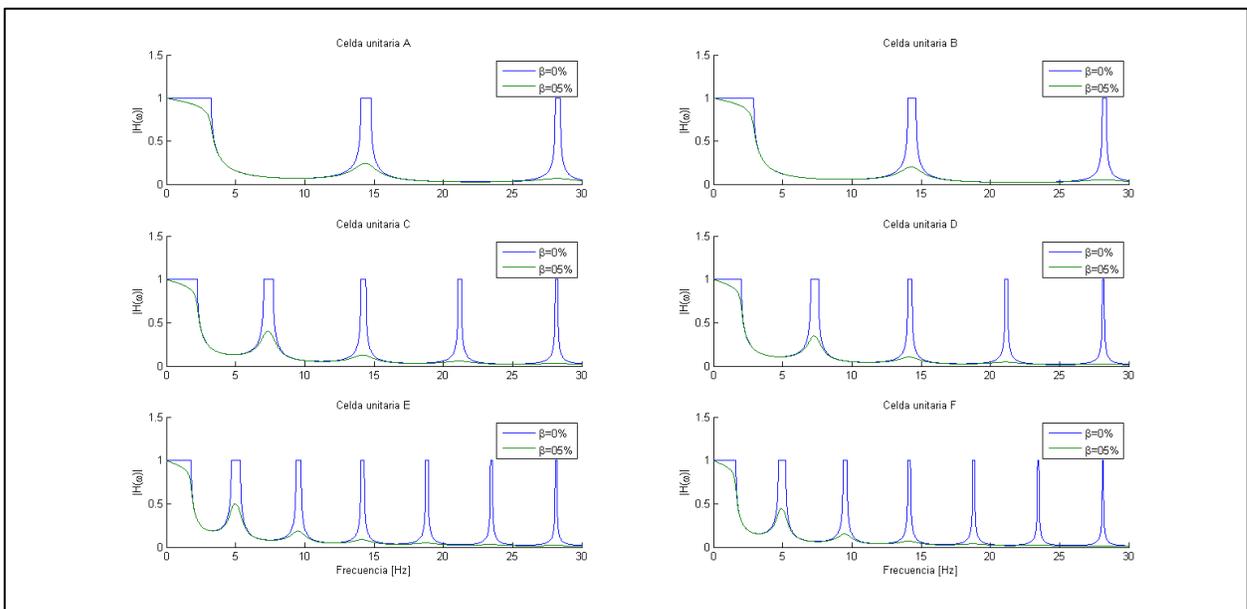


Figura 4.16 Función de transferencia de celdas unitarias de estudio.

Visto en términos de período análogamente como se observa en la Figura 4.17, la capa del metamaterial controla el inicio de la banda de atenuación como se demuestra en los, mientras que el aumento de la capa de hormigón permite extender la zona de deamplificación a períodos mayores de la onda y por ende, a cubrir un mayor espectro del tipo de estructura según su período fundamental. Se puede observar en la misma Figura 4.17 que la banda de períodos de atenuación oscila aproximadamente entre los 0,1 y 0,7 segundos con una deamplificación de hasta un 90% de la amplitud de la onda.

Sin embargo, en la siguiente sección se estudia la posibilidad de incluir un nuevo material a la celda unitaria de dos capas de manera de reducir en mayor medida el espesor de la capa del metamaterial y que permita ampliar la banda de frecuencia, o período, de atenuación que alcance incluso 1 segundo como período natural de la estructura.

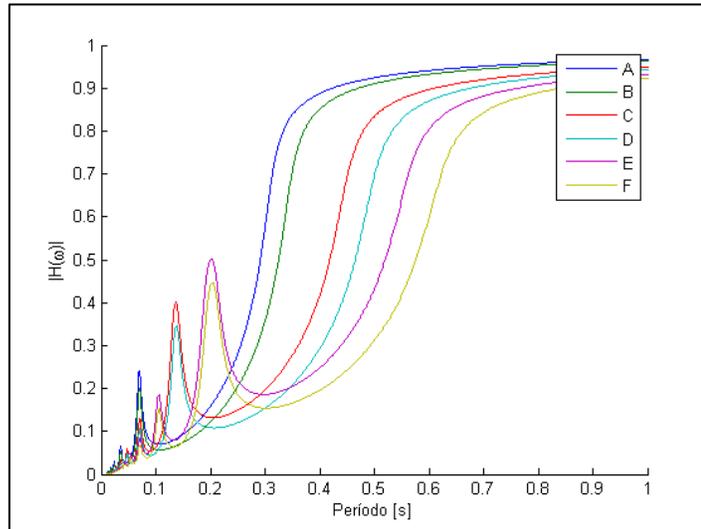


Figura 4.17 Función de transferencia celdas unitarias con amortiguamiento.

#### 4.4.4. Alternativa nuevo material

En relación con lo anterior, se propone y discute la inclusión de un nuevo material a la celda unitaria de la fundación periódica como lo es una capa de suelo con el fin de poder ampliar la banda de frecuencias de atenuación y también, de reducir la altura necesaria de caucho obteniendo funciones de transferencia similares.

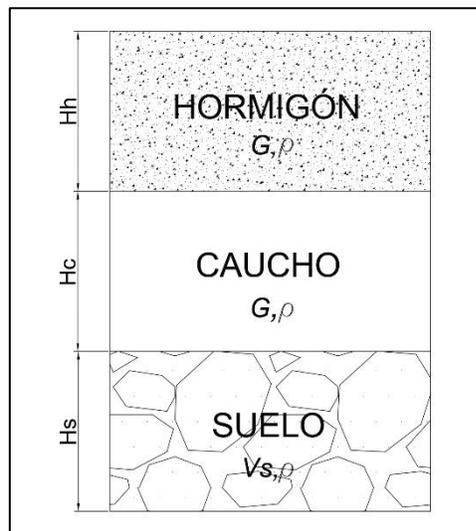


Figura 4.18 Celda unitaria de fundación periódica incluyendo una capa de suelo.

Este material se ubicará por debajo de las dos capas ya establecidas de caucho y hormigón, formando una celda unitaria de tres estratos como lo muestra la Figura 4.18.

Las propiedades mecánicas y espesor de esta nueva capa de suelo, como se velocidad de onda de corte y densidad, se determinarán de acuerdo con distintas iteraciones en vista de las funciones de transferencia asociadas a las distintas configuraciones con el fin de encontrar la atenuación en la banda de frecuencias entre los intervalos dispuestos en el análisis del contenido de frecuencia de los sismos y período natural de las estructuras objetivo en la sección 4.3.

Por otro lado, se añade además la clasificación del suelo de fundación que realice la norma chilena NCh 433 Diseño sísmico de estructuras según la velocidad de onda de corte en los primeros 30 metros de estrato  $V_{s30}$  en la Tabla 4.7

Tabla 4.7 Clasificación sísmica del terreno de fundación (NCh 433).

Suelo Tipo		Vs30 [m/s]
A	Roca, suelo cementado	$\geq 900$
B	Roca blanda o fracturada, suelo muy denso o muy firme	$\geq 500$
C	Suelo denso o firme	$\geq 350$
D	Suelo medianamente denso, o firme	$\geq 180$
E	Suelo de compacidad, o consistencia mediana	$< 180$
F	Suelos Especiales	*

En base a las tablas de clasificación anterior, se utilizarán tres tipos de suelo según su densidad y velocidad de onda de corte para la capa inferior de las celdas unitarias definidas, para lo cual se realiza una análisis de sensibilidad en la siguiente sección.

#### 4.4.5. Análisis de sensibilidad capa de suelo

Como forma de elegir el espesor de la capa de suelo por debajo de la fundación, se considera como parámetro principal su velocidad de onda de corte que, en términos geotécnicos, caracteriza o identifica un tipo de suelo de otro.

Por otro lado, los valores de densidad de los distintos tipos de suelo se extraen de la literatura respectiva, pero recordando que  $V_s = \sqrt{\mu/\rho}$ , la velocidad de onda corresponde a la constante de velocidad de la ecuación de propagación de ondas por lo que el valor de la densidad y rigidez del suelo no se requiere. Luego, resta resolver el problema de los valores propios de la matriz de transferencia para una celda unitaria de 3 capas.

Para el estudio de análisis de sensibilidad de la capa de suelo bajo la celda unitaria de metamaterial y hormigón, se elige a modo de ejemplo la configuración A de la Tabla 4.6. A continuación, se muestran las funciones de transferencia estudiando la respuesta de una capa de suelo de espesor constante y distinta velocidad de onda de corte y; para un suelo de rigidez constante y espesor variable con las propiedades que se presentan en la Tabla 4.8. Cabe destacar que la densidad se demostró que no es el principal parámetro que define la banda de atenuación, como sí lo son la altura y rigidez del estrato.

Tabla 4.8 Capas de suelo de estudio.

Suelo	Altura [cm]	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Vs [m/s]
1	50	1600	250
2	50	1800	500
3	50	2000	750
4	25	2000	750
5	75	2000	750

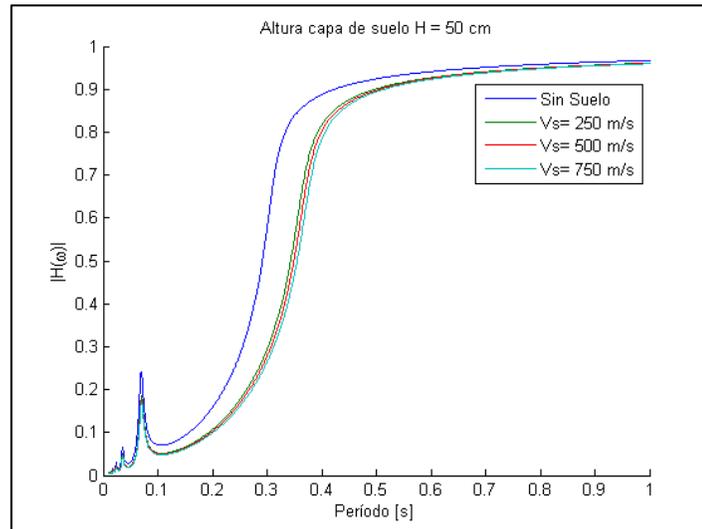


Figura 4.19 Función de transferencia de celda unitaria A con capa de suelo de espesor constante y rigidez variable.

De las funciones de transferencia obtenidas para la celda unitaria A de ejemplo con y sin una capa de suelo, se observa que la inclusión de esta nueva permite ampliar la banda de frecuencia, en este caso período, de atenuación, con intervalos similares para distintas rigideces, y mantener la magnitud de la reducción de la onda como se observa en la Figura 4.19 para una espesor de estrato de suelo constante.

Sin embargo, para frecuencias altas puede existir una amplificación al incluir una capa de suelo. Este aumento es superior, incluso hasta 4 veces la respuesta, para un suelo de mayor rigidez o velocidad de onda. Cabe destacar que la inclusión de la capa de suelo no altera el inicio de la banda de atenuación, que es controlado por la capa de metamaterial, pero que de todas maneras el contenido de frecuencia de los sismos de estudio se realiza hasta frecuencias de 30 Hz.

Por otro lado, luego de realizar iteraciones del espesor de la capa de suelo a diferente velocidad de onda, se requiere de una altura mayor para suelos más rígidos para alcanzar una mayor banda de atenuación como se observa en la Figura 4.20. En términos generales, la capa de suelo aumenta la amplitud de atenuación y la existencia de amplificaciones.

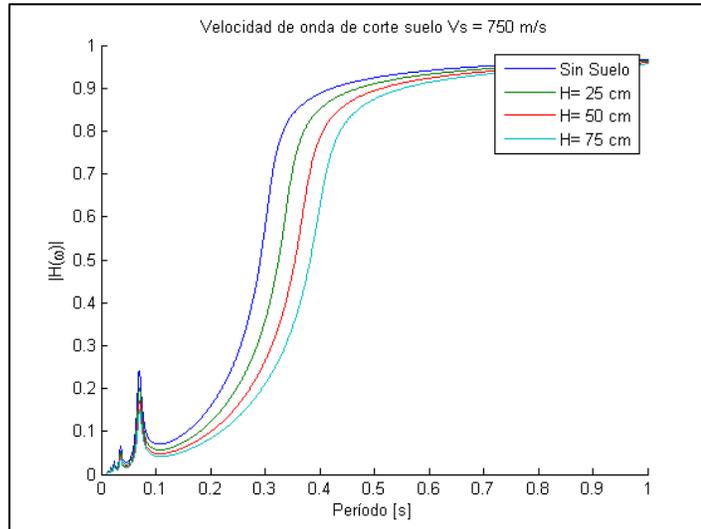


Figura 4.20 Función de transferencia de celda unitaria A con capa de suelo de espesor variable y rigidez constante.

Esto puede permitir en el futuro análisis, reducir la capa de caucho teniendo como consideración la banda de intervalo de frecuencia de atenuación para el contenido de frecuencias de los sismos seleccionados y el período natural de las estructuras en estudio.

En la Figura 4.21 se muestran las funciones de transferencia de las celdas unitarias con la capa de suelo de distintas rigideces y espesor de estrato, donde se puede ampliar la banda de período de atenuación hasta aproximadamente 0,9 segundos con deamplificaciones bajo un 90%.

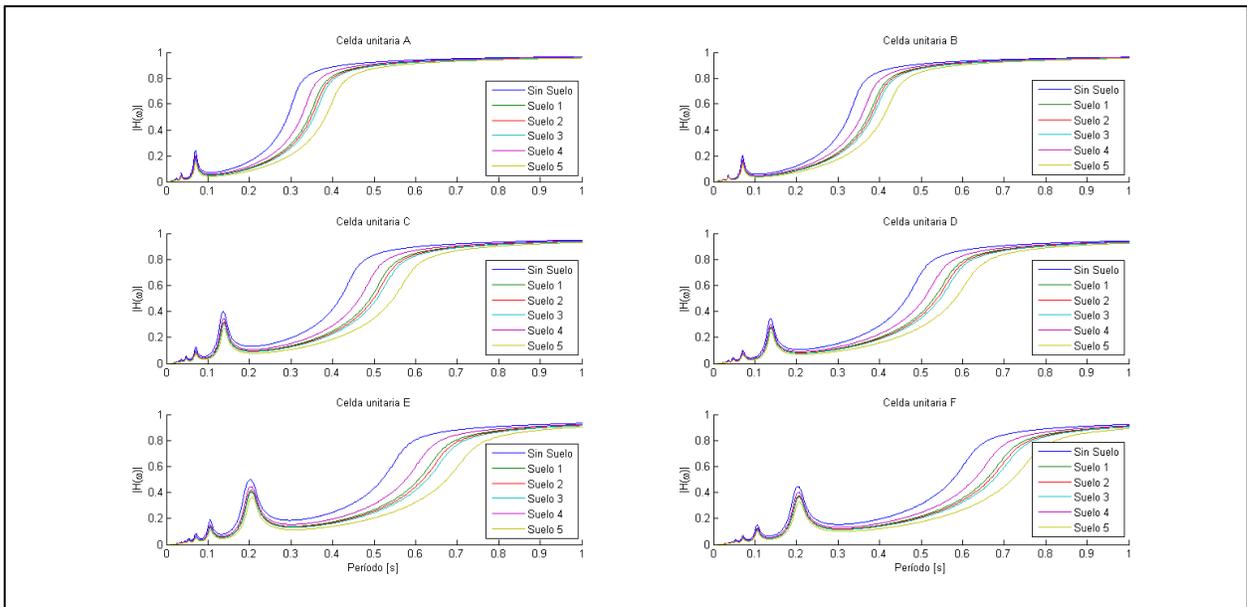


Figura 4.21 Función de transferencias para las celdas unitarias incluyendo distintas capas de suelo.

#### 4.4.6. Soluciones de estudio

De acuerdo con el análisis de sensibilidad de la capa de suelo en la sección anterior, se definen modelos de fundación periódica que tienen como celda unitaria una configuración de 3 capas: suelo, caucho y hormigón armado, como se muestra en la Figura 4.18.

La nomenclatura de cada fundación corresponde al número de la capa de suelo definido en la Tabla 4.8 y la letra de las celdas unitarias de metamaterial y hormigón establecidas en la Tabla 4.6.

Tal como se había observado en el análisis de sensibilidad de la capa de suelo, al incluir un estrato de este material por debajo de la celda unitaria de metamaterial y hormigón, la banda de atenuación del período de la onda se amplía; mientras que el inicio de este intervalo de deamplificación no se ve alterado dado que depende del espesor de la capa de caucho como se observa en las funciones de transferencia de la Figura 4.21.

#### 4.5. Respuesta techo fundación ante onda sinusoidal

Antes de realizar el estudio de la respuesta de una estructura implementando una fundación periódica, se verifica el comportamiento de este sistema ante una sollicitación armónica, en este caso, del tipo sinusoidal como se muestra en la Figura 4.22.

Utilizando la configuración de la celda unitaria de dos capas, la inferior de caucho y la superior de hormigón de 20 cm cada uno como se estudia en la sección 4.1.1 y de propiedades de la Tabla 4.1 se construye la función de transferencia, correspondiente a la función exponencial compleja como indica la ecuación (3-19) y (3-21), separando sus partes real e imaginaria y su respectivo módulo el cual entrega la zona de atenuación de la onda, band gap, y las zonas fuera de ella, pass band.

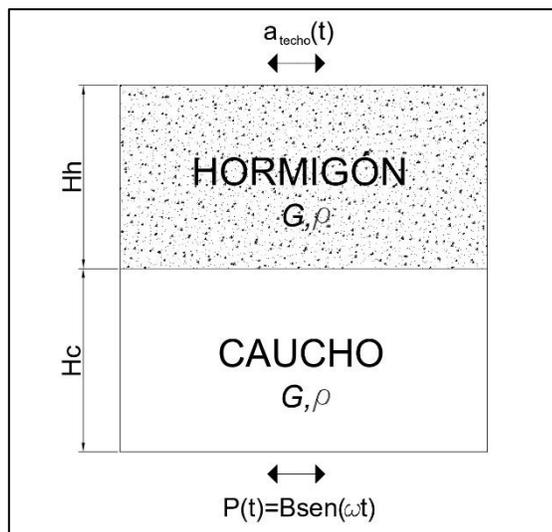


Figura 4.22 Celda unitaria de fundación periódica sometida a sollicitación sinusoidal

En la Figura 4.23 se grafica la función de transferencia hasta una frecuencia de 50 Hz, para una tasa de muestreo de 200 Hz, separando la parte real e imaginaria de la función exponencial compleja.

Tal como se describe en la sección 3.2.3 acerca de las propiedades de la función de transferencia en materiales periódicos, en la zona de atenuación de la onda existe solo la parte real, mientras que fuera de ella se añade la componente imaginaria de la función.

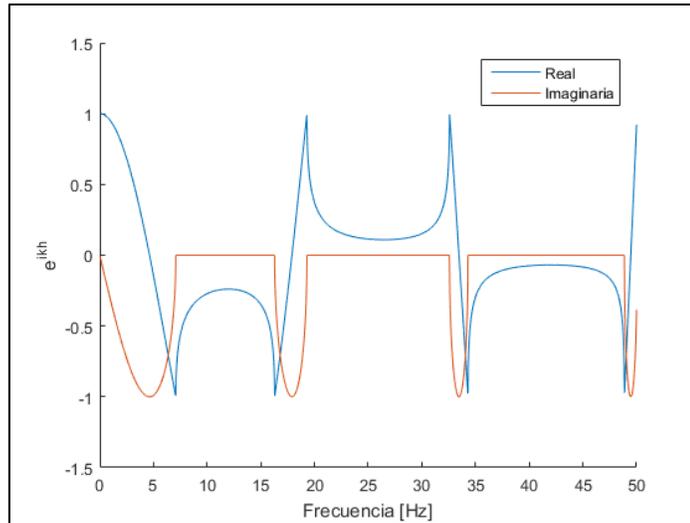


Figura 4.23 Función de transferencia compleja fundación periódica de 2 capas.

En términos del valor absoluto de la función de transferencia, permite visualizar el intervalo de frecuencia de atenuación correspondiente a la reducción del valor de la función exponencial, mientras que fuera de esta banda la función de transferencia toma el valor de la unidad, esto es, la onda incidente no sufre amplificación o reducción como se aprecia en la Figura 4.24.

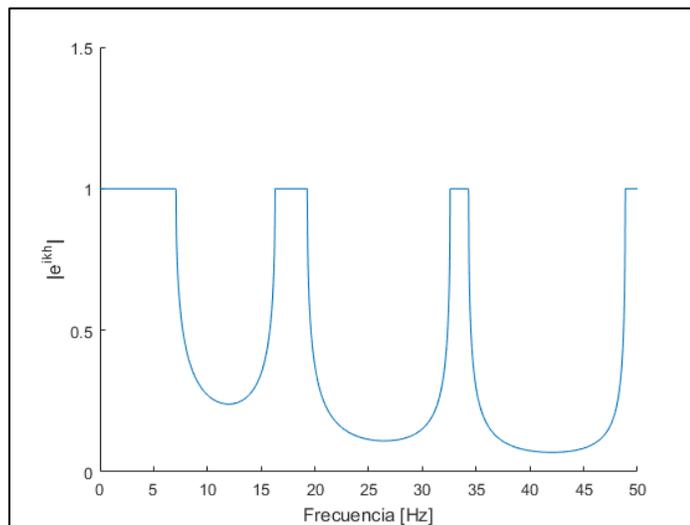


Figura 4.24 Módulo Función de transferencia fundación periódica de 2 capas.

De esta manera, dada una aceleración sinusoidal del tipo  $P(t) = A\sin(\omega t)$  donde A corresponde a la amplitud de la onda y  $\omega$  su frecuencia angular con  $\omega = 2\pi f$ , se eligen tres frecuencias f dentro del intervalo de atenuación (12, 25 y 42 Hz) y tres frecuencias fuera de dicho intervalo (4, 18 y 34 Hz) calculando la parte real, imaginaria y módulo del valor en la función de transferencia asociada a la celda unitaria de la Figura 4.24, como se resume en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9 Función de transferencia fundación periódica de 2 capas para distintas frecuencias de excitación.

Frecuencia [Hz]	Parte Real	Parte Imaginaria	$ H(\omega) $
4	0,232	-0,973	1,00
12	-0,239	0	0,24
18	0,068	-0,998	1,00
25	0,115	0	0,11
34	-0,640	0,768	1,00
42	0,069	0	0,07

Escogidas las frecuencias de excitación de la onda, se calcula la respuesta en el tiempo de la aceleración en el techo de la fundación periódica para una aceleración sinusoidal en la base de ella. Para esto, se calcula la transformada de Fourier de la onda incidente, se multiplica por la función de transferencia de la celda unitaria en el espacio de la frecuencia, y se retorna al espacio del tiempo utilizando la anti transformada de Fourier de dicha ponderación.

La respuesta en el tiempo en el techo de la fundación periódica, output, y en la base de ella, input se gráfica en la Figura 4.25 y Figura 4.26, para frecuencias de la onda sinusoidal dentro y fuera del intervalo de atenuación, respectivamente y una amplitud A de 5.

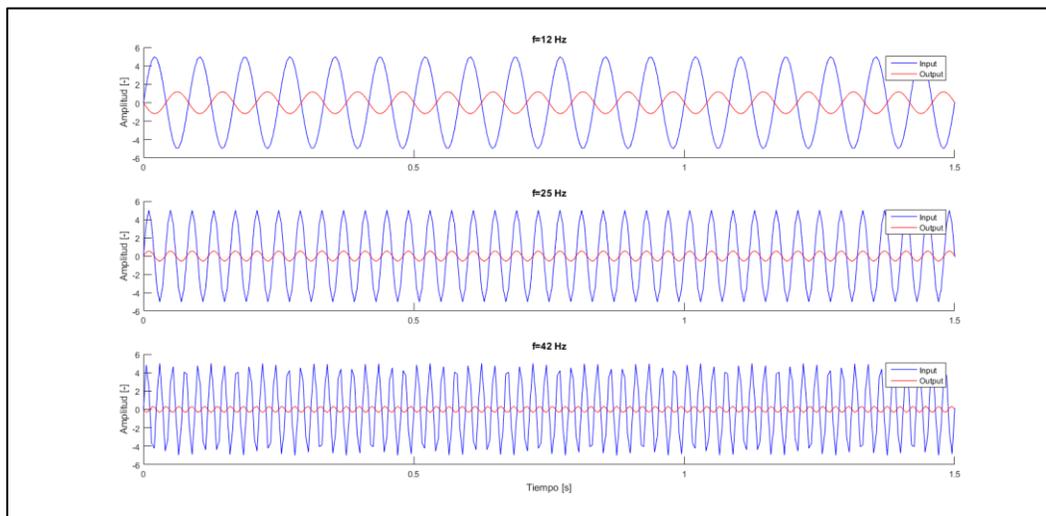


Figura 4.25 Respuesta en techo fundación periódica ante onda sinusoidal en la base con frecuencia de excitación dentro del intervalo band gap.

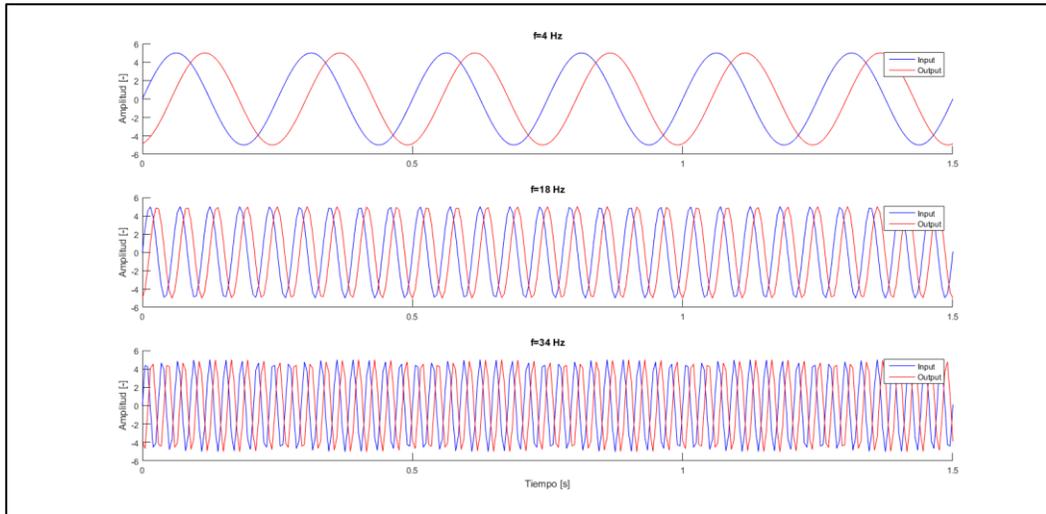


Figura 4.26 Respuesta en techo fundación periódica ante onda sinusoidal en la base con frecuencia de excitación fuera del intervalo band gap.

De la respuesta en el tiempo de la aceleración en el techo, output, de las Figura 4.25 y Figura 4.26 se obtiene la amplitud de la onda sinusoidal resultante. Por otro lado, se calcula la razón de amplificación entre la amplitud máxima de respuesta de la aceleración en el techo y base de la fundación periódica, cuyos resultados se presentan en la Tabla 4.10.

Tabla 4.10 Amplitud máxima de aceleración en techo de fundación periódica y razón de amplificación.

Frecuencia [Hz]	Amplitud [-]	Razón A output / A input [-]
4	5,00	1,00
12	1,19	0,24
18	5,00	1,00
25	0,57	0,11
34	5,00	1,00
42	0,34	0,07

Como se observa en la Tabla 4.10, la razón de amplificación entre la máxima aceleración de respuesta en el techo y base de la fundación periódica corresponde al valor de la parte real de la función de transferencia para cada frecuencia de excitación según se indica en la Tabla 4.9.

Por otro lado, observando la aceleración en el tiempo en el techo de la fundación, además de existir una deamplificación de su magnitud, existe un desfase con la aceleración sinusoidal basal, lo cual se explica por la componente imaginaria de la función exponencial compleja correspondiente a la función de transferencia de la celda unitaria.

## 4.6. Aceleración de respuesta en techo fundación

Se realiza un análisis tiempo-historia para el set de registros sísmicos elegidos, estudiando la máxima respuesta de aceleración en el techo de la fundación de las distintas configuraciones en la Tabla 4.6 y Tabla 4.8, utilizando sus funciones de transferencia respectiva calculadas en la Figura 4.21, realizando también el efecto al añadir amortiguamientos propios de los materiales al sistema de aislación.

### 4.6.1. Input

Para el estudio de la respuesta en el techo de la fundación, se consideran los registros de aceleración en el tiempo definidos en la sección 4.3.1 de cuatro estaciones para el Terremoto del Maule del año 2010 como input en la base de la fundación periódica.

Los registros fueron obtenidos de la Red Nacional de Acelerógrafos, del Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile. Los datos fueron medidos con equipos digitales Kinematics Etna, QDR, SSA-2 o K2 orientados según el Norte Geográfico y con equipos análogos Kinematics SMA-1 cuyo Azimut entre el Norte y el sentido longitudinal del equipo es conocido (RENADIC, 2010).

Los 3 canales de medición tienen la siguiente dirección:

- Canal 1, dirección longitudinal L.
- Canal 2, dirección vertical V.
- Canal 3, dirección transversal T.

Para las tres direcciones del equipo, en la Tabla 4.11 se presentan las máximas aceleraciones registradas (PGA) para las cuatro estaciones durante el sismo.

Tabla 4.11 PGA para cuatro estaciones Terremoto Maule 2010.

Estación	Evento	Canal 1 (L)	Canal 2 (V)	Canal 3 (T)
		PGA [g]	PGA [g]	PGA [g]
Concepción	Maule 2010	0,401	0,398	0,286
Constitución	Maule 2010	0,538	0,352	0,626
Llolleo	Maule 2010	0,324	0,702	0,557
Matanzas	Maule 2010	0,344	0,234	0,286

En la Figura 4.27, se muestra el registro de la aceleración en el tiempo para las cuatro estaciones en el canal de medición donde se encuentre su mayor PGA en las dirección longitudinal o transversal, según la Tabla 4.11. No se considera la componente vertical del sismo pues el supuesto de este estudio considera ondas de corte, Ondas-S, como acción solicitante.

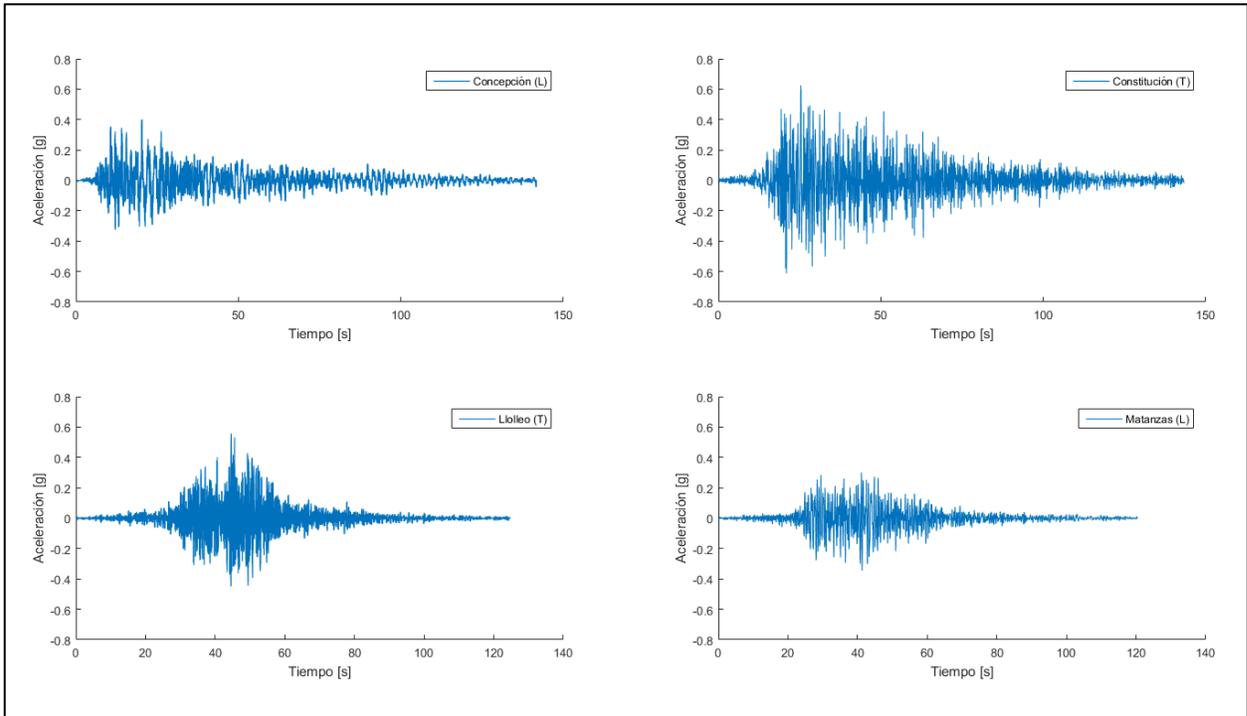


Figura 4.27 Aceleración en el tiempo set de 4 registros sísmicos y su respectivo canal.

#### 4.6.2. Output

Como *output* de la acción sísmica en la base de la zapata, se estudia la respuesta en términos de aceleración en el techo de la fundación periódica utilizando la función de transferencia obtenida del análisis de la ecuación de onda y los parámetros de la fundación en particular en estudio de la sección 4.4.6.

La aceleración *input* en el tiempo debe ser estudiada en el espacio de la frecuencia utilizando la transformada de Fourier, ponderarla por la función de transferencia, para posteriormente volver al espacio del tiempo con la anti transformada de Fourier.

Para los cuatro registros sísmicos, se calcula la máxima respuesta de aceleración, PGA, en el techo de la fundación de cada una de las configuraciones propuestas en la Tabla 4.6 con o sin amortiguamiento  $\beta$  de 5%.

Recordando los PGA de los registros sísmicos en la base de la fundación en el canal de mayor aceleración máxima como se tiene en la Tabla 4.11: Concepción 0,401g; Constitución 0,626g; Lolleo 0,557g y Matanzas 0,344g se construye un gráfico con la deamplificación en la respuesta en el techo de la fundación con respecto a la base de acuerdo con los valores de PGA obtenidos en cada configuración.

La deamplificación de la máxima aceleración entre el techo y base de la fundación se calcula como  $\frac{|PGA_{techo} - PGA_{base}|}{PGA_{base}}$  para cada celda unitaria con distinto tipo de suelo y para los cuatro registros sísmicos.

La nomenclatura para el eje X de la Figura 4.28 y Figura 4.29 corresponde a la numeración del set de sismos según:

1. Concepción (2010)
2. Constitución (2010)
3. Lolleo (2010)
4. Matanzas (2010)

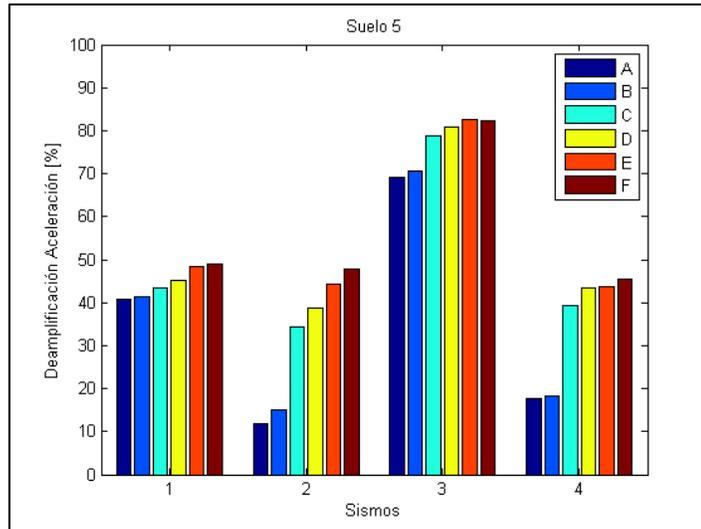


Figura 4.28 Deamplificación PGA en techo/base fundación para las seis configuraciones de celdas unitarias con suelo 1 (blando) para cuatro registros sísmicos.

De lo observado en la Figura 4.28, existen importantes deamplificaciones de la respuesta máxima de la aceleración en el techo y base de la fundación periódica, con intervalos de disminución del PGA que fluctúan entre el 10 y 80%, siendo el caso del registro sísmico de Lolleo donde se presenta la mayor reducción de la respuesta en términos de aceleración.

Por otro lado, las celdas unitarias que presentan una mayor deamplificación corresponden a las que contienen un mayor espesor de la capa de caucho (en orden decreciente E o F, C o D y A o B) y las que poseen una mayor capa de hormigón (B, D y F de 100 cm y A, C y E de 80 cm). Esto se verifica de acuerdo con las funciones de transferencia de celda unitaria de la Figura 4.17.

Se muestra el caso de celdas unitarias con un tipo de suelo en la Figura 4.28 dado que los restantes presentan el mismo patrón. Sin embargo, en la Figura 4.29, se presenta la deamplificación del PGA en el techo y base para la celda unitaria A, a modo de ejemplo, sobre una capa de los diferentes suelos de estudio para los cuatro registros sísmicos.

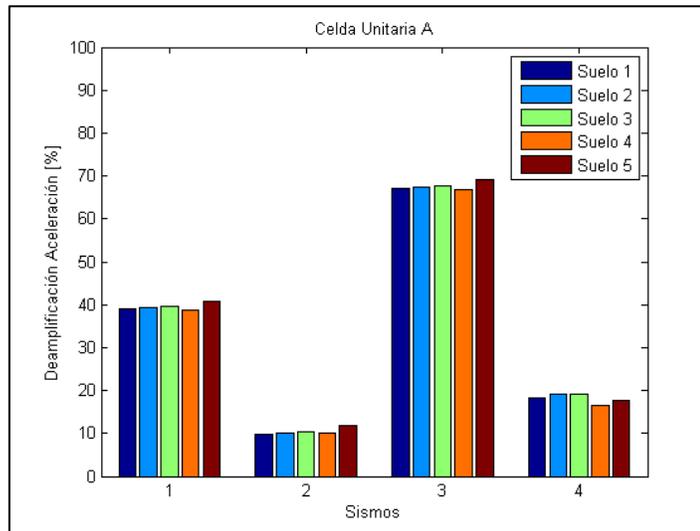


Figura 4.29 Deamplificación PGA en techo/base fundación celda unitaria A con los tres suelos para cuatro registros sísmicos.

Se puede notar de la Figura 4.29 que al incluir una capa de suelo más rígida, como el suelo 5, la deamplificación de la respuesta de la aceleración en el techo aumenta, aunque no de manera significativa en comparación a un suelo más blando de acuerdo a lo que se observa en la función de transferencia de una celda con las cinco capas de suelo de la Figura 4.19.

Cabe recordar que la elección de la configuración de la capa de suelo en la sección 4.4.5 Análisis de sensibilidad capa de suelo, asocia un mayor espesor a un suelo firme y una altura menor a un suelo más blando. Esto puede significar que, si se desea utilizar una capa de caucho menor, es posible lograr deamplificaciones similares utilizando una capa de suelo firme de mayor altura bajo la fundación periódica.

## 4.7. Deformación por capas fundación periódica

De acuerdo con estudio en la sección anterior de la aceleración de respuesta en el techo de la fundación periódica y su deamplificación con respecto a la onda sísmica en la base de la misma, se analiza también la deformación que existe por las capas que conforman la fundación.

La forma de medir dicha deformación de cada capa corresponde a calcular en valor absoluto, la máxima diferencia de los desplazamientos del techo y base de cada capa, esto significa que es una deformación relativa de cada capa con respecto al estrato inferior.

Como resultado se muestra la deformación angular  $\gamma$  de cada capa que equivale a la razón entre el desplazamiento horizontal relativo entre el techo y base de la capa, y su altura.

En primer lugar, se presenta en la Tabla 4.12 la deformación angular de la capa de hormigón de las celdas unitarias A, C y E de 80 cm de alto y las celdas B, D y F de 100 cm. En todos estos casos, se presentan deformaciones prácticamente constantes para cada sismo y que son inferior al 0,0012 de la altura total de cada capa de hormigón. Notar además que el efecto del amortiguamiento reduce las deformaciones de esta capa.

Tabla 4.12 Deformación angular  $\gamma$  capa de hormigón para cuatro registros sísmicos.

Capa	Concepción		Constitución		Llolleo		Matanzas	
	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$
Hormigón	0,0003	0,0002	0,0003	0,0002	0,0001	0,0001	0,0002	0,0001

De la misma manera, se obtiene la deformación angular en la Tabla 4.13 de cada celda unitaria de caucho donde se obtienen los mismos valores para las celdas con igual altura de caucho A-B de 25 cm, C-D de 50 cm y E-F de 75 cm. Para cada sismo, la deformación angular de cada capa de caucho es prácticamente similar y disminuye al considerar amortiguamiento propio del material.

Tabla 4.13 Deformación angular  $\gamma$  capa de caucho para cuatro registros sísmicos.

Celda	Concepción		Constitución		Llolleo		Matanzas	
	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$
A, B	0,09	0,06	0,10	0,06	0,03	0,02	0,06	0,03
C, D	0,09	0,07	0,10	0,05	0,03	0,02	0,06	0,03
E, F	0,09	0,06	0,10	0,07	0,030	0,02	0,06	0,03

Por último, se calcula la deformación angular en la Tabla 4.14 de cada configuración de suelo bajo la celda unitaria de caucho y hormigón. Se aprecia que, para los suelos menos rígidos, como las configuración 1 ( $V_s=250$  m/s) o 2 ( $V_s=500$  m/s), la deformación angular es mayor que para los suelos más rígidos tales como el 3, 4 o 5 ( $V_s=750$  m/s). Al igual que las anteriores capas, al considerar el amortiguamiento disminuyen la deformación angular de la capa.

Tabla 4.14 Deformación angular  $\gamma$  capa de suelo para cuatro registros sísmicos.

Suelo	Concepción		Constitución		Llolleo		Matanzas	
	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$	$\beta=0\%$	$\beta =5\%$	$\beta =0\%$	$\beta =5\%$
1	0,003	0,002	0,003	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001
2	0,0013	0,0007	0,0014	0,0009	0,0004	0,0003	0,0009	0,0004
3	0,0008	0,0005	0,0009	0,0005	0,0003	0,0002	0,0006	0,0003
4	0,0008	0,0005	0,0009	0,0005	0,0003	0,0002	0,0006	0,0003
5	0,0008	0,0005	0,0009	0,0005	0,0003	0,0002	0,0006	0,0003

## 4.8. Análisis discreto y continuo incluyendo superestructura

En la presente sección de resultados y a modo de aunar los procedimientos anteriores, se construyen espectros de respuesta de desplazamiento para una superestructura equivalente como una capa utilizando dos análisis de estudio: continuo y discreto.

El primero, un análisis continuo que se ha desarrollado en gran parte del trabajo, que modela a la estructura como una capa equivalente por sobre la fundación de manera de obtener la máxima respuesta en el tiempo del desplazamiento relativo en el techo de la capa de estructura y el techo de la fundación periódica, tal como se aprecia en la Figura 4.31 (a).

En segundo lugar, un modelo discreto que considera a la estructura junto a la fundación periódica como un sistema de tres grados de libertad, calculando así su máximo valor de desplazamiento relativo entre la estructura y techo de la fundación utilizando el método de análisis modal frente a un espectro de diseño de aceleración de un set de registros sísmicos.

Para ambos modelos, se estudia primera la respuesta en términos de aceleración y desplazamiento en la capa de suelo. De esta manera, el registro del movimiento del sismo se aplica como input en la base del estrato de suelo, siendo el output de esta capa el nuevo input para las capas superiores para el análisis continuo, o masas en el análisis discreto, de la fundación periódica y superestructura.

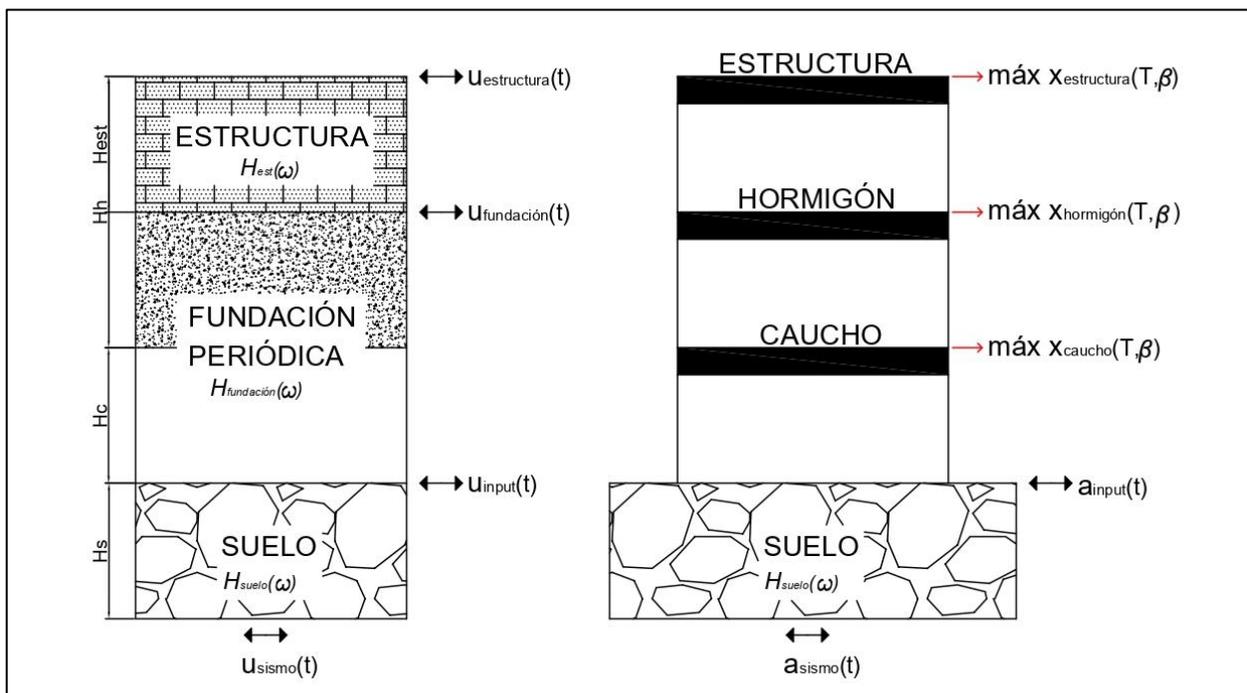


Figura 4.30 (a) Esquema fundación y estructura según análisis continuo, (b) esquema fundación y estructura según análisis discreto.

#### 4.8.1. Espectros de respuesta: Ecuación de propagación de ondas.

Para determinar la respuesta de la superestructura como una capa equivalente según el método continuo de ecuación de propagación de ondas, se estudia en primer lugar su respectiva función de transferencia  $H(\omega)$ .

En base a esto, se modelan sus propiedades de módulo de corte, densidad y altura equivalente de acuerdo con las fórmulas (3-67) y (3-57), respectivamente, y considerando la altura de la capa correspondiente a la altura real del edificio.

El parámetro que varía de la estructura para construir el espectro corresponde a su período natural  $T$ , de manera que se puede obtener una función de transferencia distinta para cada edificio, porque junto a su período de vibración, cambian su módulo de corte y rigidez, manteniendo la altura total de la capa o estructura.

En la Figura 4.31 se muestra la función de transferencia para una misma estructura de 10 pisos, una altura entrepiso de 2,7 metros; una losa cuadrada de 40 metros y espesor de losa de 20 cm, pero con distinta rigidez o período fundamental de vibración como se indica.

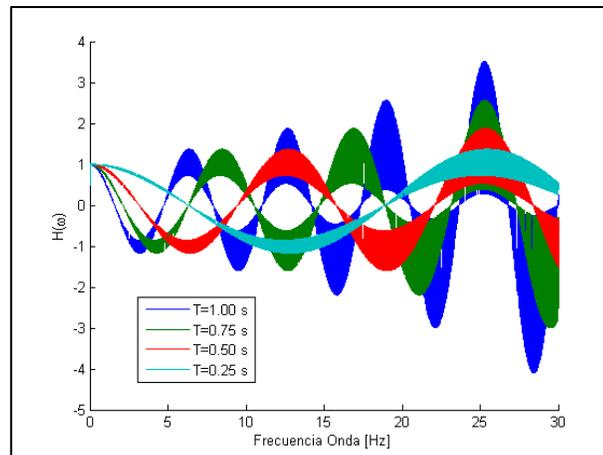


Figura 4.31 Función de transferencia para capa de estructura de diferente período natural  $T$ .

De la figura anterior, es posible apreciar que las amplificaciones en su respuesta aumentan de menor a mayores frecuencias de excitación de la onda. Por otro parte, dado que un mayor período de la estructura significa una pérdida de rigidez, los edificios que sufren mayores aumentos en la respuesta sísmica corresponden a cuyos períodos naturales sean más altos. Para edificios más rígidos, la función de transferencia asociada aumenta en forma gradual a mayores frecuencias de la onda.

La metodología para obtener el espectro de desplazamiento de la estructura corresponde en primer lugar, calcular la función de transferencia asociada a cada suelo y estudiar la respuesta de aceleración y desplazamiento en el techo de este estrato, aplicando el input sísmico en su base.

La aceleración y desplazamiento que se obtiene como output, corresponde al input aplicado a la base de la celda unitaria de la fundación periódica de dos capas, caucho y hormigón, obteniendo las aceleraciones y desplazamiento en su techo utilizando las funciones de transferencia que se calcularon tal como se muestra en la Figura 4.30 (a).

Análogamente, con este nuevo output se utiliza como input en la base de la capa de la estructura con su respectiva función de transferencia, obteniendo una respuesta de aceleración y desplazamiento en el tiempo. Tal como se indica en la fórmula (3-45), el máximo desplazamiento  $S_d$  para un cierto período natural  $T$  de la estructura, corresponde a la mayor diferencia absoluta en el tiempo del desplazamiento obtenido entre el techo de la fundación, o base de la estructura, y el techo de la misma como se indica en la Figura 4.30 (a).

En la Figura 4.32, se presenta el espectro de desplazamiento según el período natural de la estructura para los cuatro registros sísmicos de la Tabla 4.11 y para las seis configuraciones de celda unitaria de dos capas de la Tabla 4.6 y para el Suelo 5 de la Tabla 4.8, correspondiente al suelo más rígido.

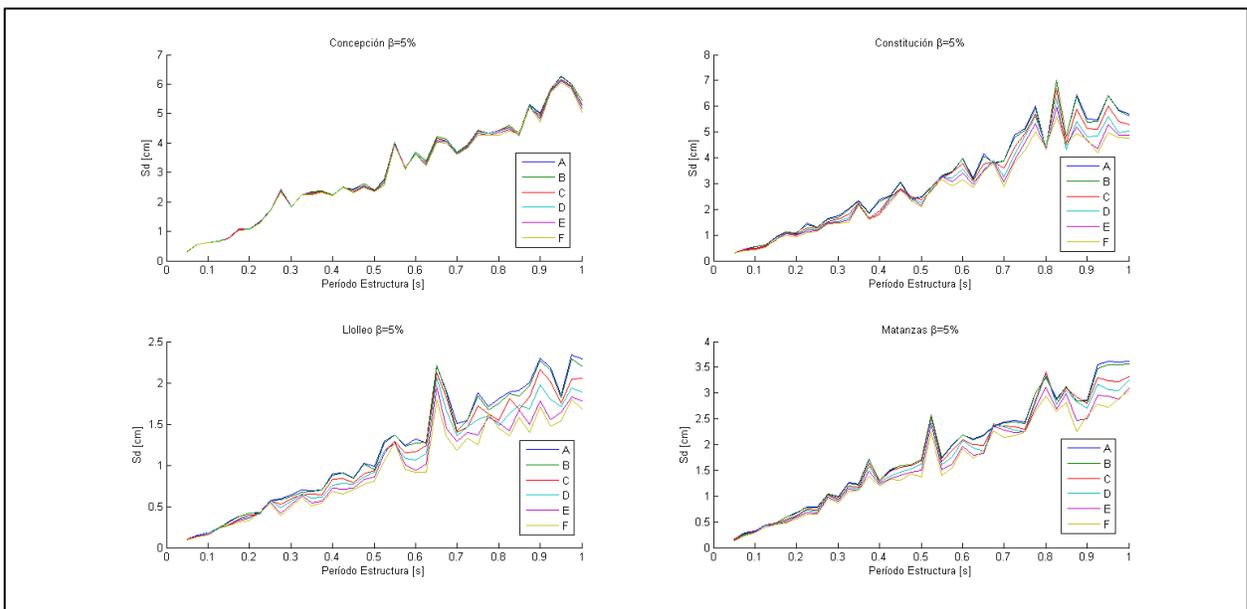


Figura 4.32 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias con el suelo 5, según análisis continuo.

De los resultados anteriores, en primer lugar, se puede observar un comportamiento esperable en términos de que se tiene una mayor respuesta de desplazamiento para estructuras con período natural más alto, o menos rígidas.

Comparando la respuesta según la celda unitaria de la fundación periódica, las curvas prácticamente se asemejan. Sin embargo, la celda unitaria F que corresponde a 75 cm de caucho y 100 cm de capa de hormigón presenta una menor demanda de desplazamiento. En términos comparativos con su homóloga de altura de caucho, la celda unitaria E que tiene una capa de hormigón de 80 cm, la presencia de una mayor

altura de esta última capa permite una banda de deamplificación más amplia, tal como se puede observar en la Figura 4.17.

De otra manera, contrastando con las celdas unitarias de menor altura de caucho, 25 cm para las celdas A y B, 50 cm para las celdas C y D, se comprueba que la presencia de una capa más ancha de este material conduce a una mayor deamplificación. Sin embargo, para notar una diferencia significativa, esta capa de caucho tiene que ser aún más alta. Lo anterior, sin desconocer sus complicaciones constructivas.

En la siguiente sección, se compara la demanda de desplazamiento de la estructura con fundación periódica según un análisis continuo de ecuación de onda, con un análisis discreto de la estructura con fundación periódica mediante ecuación de movimiento y contrastada además con una estructura sin un sistema de aislación sísmica o con fundación rígida o convencional.

#### 4.8.2. Espectros de respuesta: Ecuación de movimiento

Para estudiar la respuesta de la superestructura sin el sistema de aislación sísmica de fundación periódica, sino ante un sistema tradicional de fundación rígida, se modela el edificio como un oscilador de un sistema de un grado de libertad sujeto a una acción sísmica, mediante el algoritmo numérico de los autores Nigam y Jennings (Nigam & Jennings, 1969).

Se construye un espectro de respuesta de desplazamiento y aceleración para los cuatro registros sísmicos seleccionados, que se presentan en la Figura 4.33 y Figura 4.34 respectivamente. El espectro de aceleración corresponderá al de diseño para obtener el máximo desplazamiento relativo de la estructura con respecto a la capa de hormigón mediante un análisis modal para un sistema de 3 grados de libertad según la sección 3.4.2.

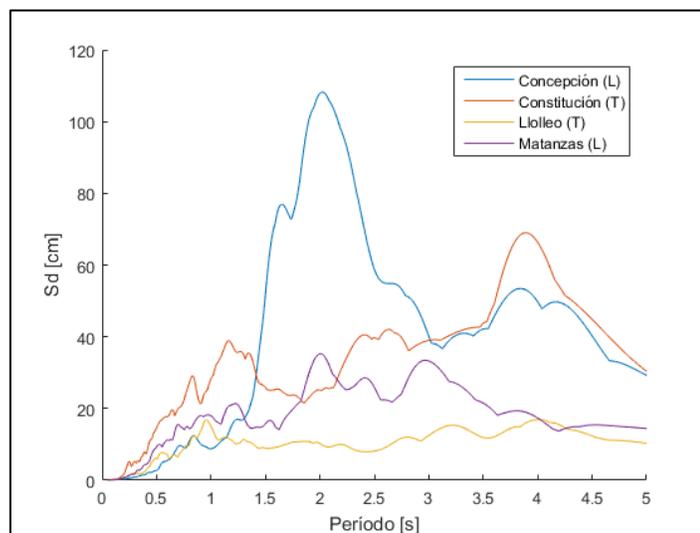


Figura 4.33 Espectro de desplazamiento para cuatro registros sísmicos seleccionados.

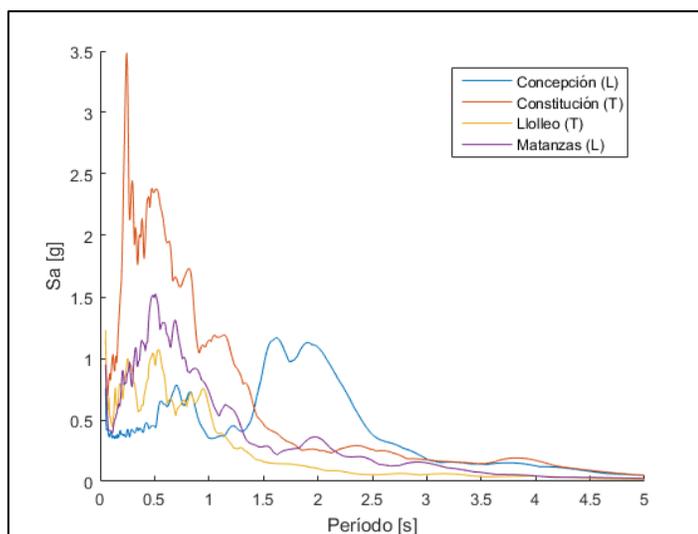


Figura 4.34 Espectro de aceleración para cuatro registros sísmicos seleccionados.

El grado de libertad de la superestructura corresponde a un edificio habitacional de 10 pisos, una altura entrepiso de 2,7 metros; una losa cuadrada de 40 metros y espesor de losa de 20 cm. Se utiliza un peso por ancho unitario de  $q = 1 \text{ tonf}/\text{m}^2$ .

Con estos datos, se calcula su rigidez lateral según la ecuación (3-53), para posteriormente calcular la cuantía de muros utilizando (3-56), de manera de obtener el volumen de la estructura y junto a la masa, calcular la densidad de la estructura según la fórmula (3-57).

Asumiendo la estructura como una capa de altura total del edificio, se calcula el área transversal equivalente según (3-58). Con esta área, se pueden obtener las masas y rigidez al corte de las capas de hormigón y caucho en las respectivas matrices de masa y rigidez en la ecuación (3-47).

El espectro de diseño de aceleración para el análisis modal corresponde a la aceleración en el tiempo como output de la capa de suelo para distintos valores de frecuencia natural de la estructura calculado mediante oscilador de un grado de libertad con 5% de amortiguamiento como se muestra en la Figura 4.30 (b).

El sistema de la fundación periódica es flexibilizar la estructura, que en términos de períodos significa que el sistema con aislación sísmica tiene un período mayor al sin considerar un aislador y que en el espectro de aceleración, reduce su respuesta como se observa en la Figura 4.34.

Utilizando la combinación modal SRSS, se calcula los máximos desplazamientos real de cada grado de libertad debido a cada modo de vibración como se indica en la Figura 4.30 (b). De esta manera, el gráfico de la Figura 4.35 muestra la diferencia absoluta entre el máximo desplazamiento del grado de libertad de la estructura y el de masa de hormigón, de manera de medir desplazamiento de la estructura por sobre la fundación periódica.

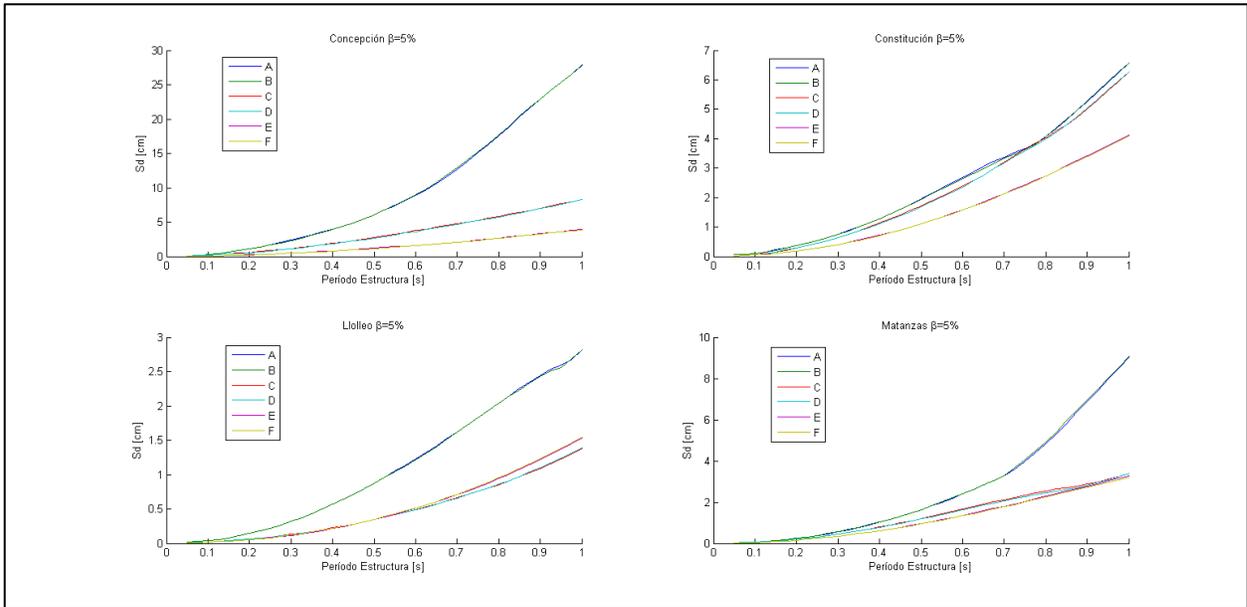


Figura 4.35 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias con el suelo 5, según análisis discreto.

En la Figura 4.35, al igual que en el caso del análisis por ecuación de onda, la demanda de desplazamiento de la estructura aumenta en función del aumento de su período natural de vibración, debido a la menor rigidez que posee. Junto a esto, también se comprueba que las menores demandas de desplazamiento ocurren para los sismos de Lolleo y Matanzas al igual que el análisis continuo mostrado en la Figura 4.32.

Por otra parte, en este espectro de desplazamiento según análisis modal se aprecian de forma marcada las diferencias para las distintas configuraciones de celdas unitarias. Es posible apreciar que el espesor de la capa de caucho cumple un factor clave en la respuesta de la estructura, de manera de que al aumentar la altura de ésta (celdas E y F 75 cm; celdas C y D de 50 cm; celdas A y B 25 cm), flexibilizan la estructura y disminuyen la demanda de aceleración en el espectro de diseño.

La diferencia entre la capa de hormigón de 80 y 100 cm no es un parámetro significativo en la respuesta, tal como se puede observar en que las curvas A-B, C-D, E-F son prácticamente idénticas.

A modo de comparación entre ambos análisis mencionados, se construye el gráfico de la Figura 4.36, para las celdas unitarias A, C y E y para el suelo 5, con los espectros de desplazamiento de la estructura analizada según propagación de onda por capas (Ec. Onda) y análisis modal (Ec. Mov).

Al aumentar la capa de caucho de la fundación periódica, por ende, flexibilizando aún más la estructura, la solución de la ecuación de movimiento y análisis modal para un sistema de 3 grados de libertad entrega una respuesta menor que al analizar la misma fundación periódica en el análisis por función de transferencia.

Como excepción de lo anterior, se encuentra el caso del sismo de Concepción. Esto se debe a la particularidad de este registro que posee un doble peak en su espectro de aceleración en torno a los 1,5 y 2,5 segundos, que incluye el primer período modal de la estructura que utiliza la celda A como fundación periódica lo cual aumenta su respuesta.

Se puede observar también que el análisis de la respuesta en forma discreta logra captar una mayor diferencia de la respuesta de desplazamiento para las distintas celdas unitarias con diferente altura de la capa de caucho. Sin embargo, en ambos análisis se comprueba que la demanda de desplazamiento disminuye para una celda unitaria con mayor altura de caucho.

Dentro de las explicaciones a esta diferencia en el resultado de ambos análisis, se puede incluir la presencia de reflexiones internas de la onda sísmica dentro de alguna de las capas de la fundación periódica y la estructura modelada como una capa equivalente para el caso continuo de propagación de ondas; para el caso discreto, al no poder estudiar la respuesta de cada modo tiempo a tiempo, como sí se hace para el caso continuo, ya que las respuestas máximas de cada modo no ocurren en el mismo instante, para lo cual se hace la combinación modal, que entrega desplazamientos relativos menores.

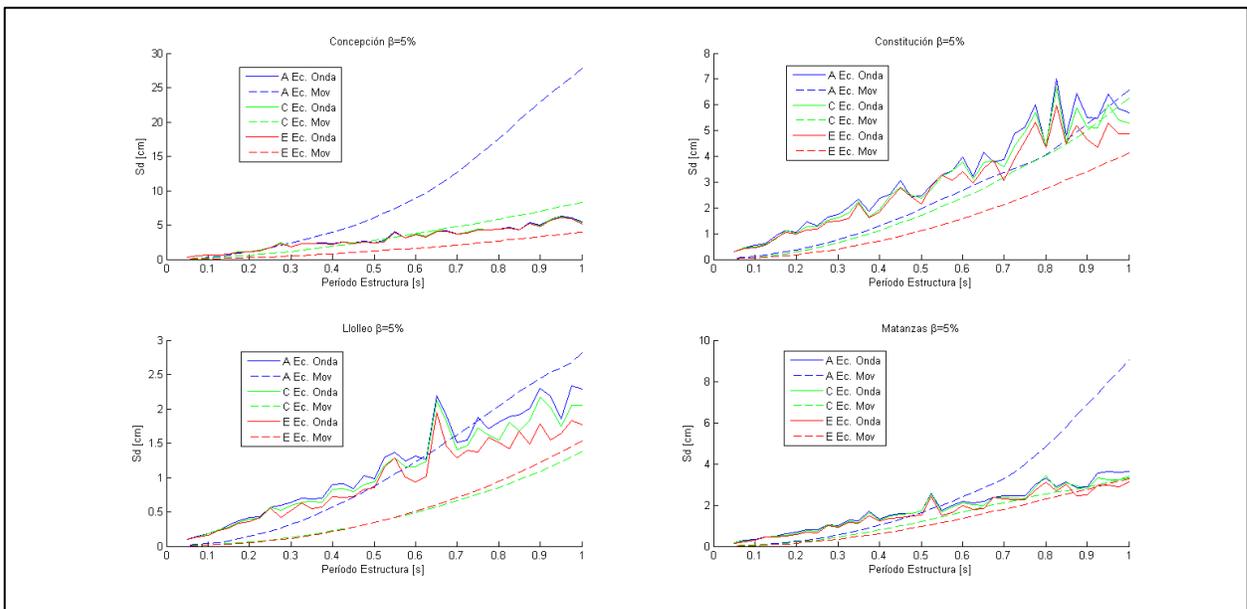


Figura 4.36 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis continuo y discreto.

Por último, en la Figura 4.37, se realiza una comparación entre el espectro de desplazamiento de la estructura utilizando fundación periódica mediante el análisis modal y para una estructura sin fundación periódica, o llamada en este caso como Fundación Rígida, que implica que el sistema equivalente de edificio y fundación se mueve como solo un cuerpo. Este espectro equivale analizar a la estructura como un oscilador de un grado de libertad que se encuentra en la Figura 4.33

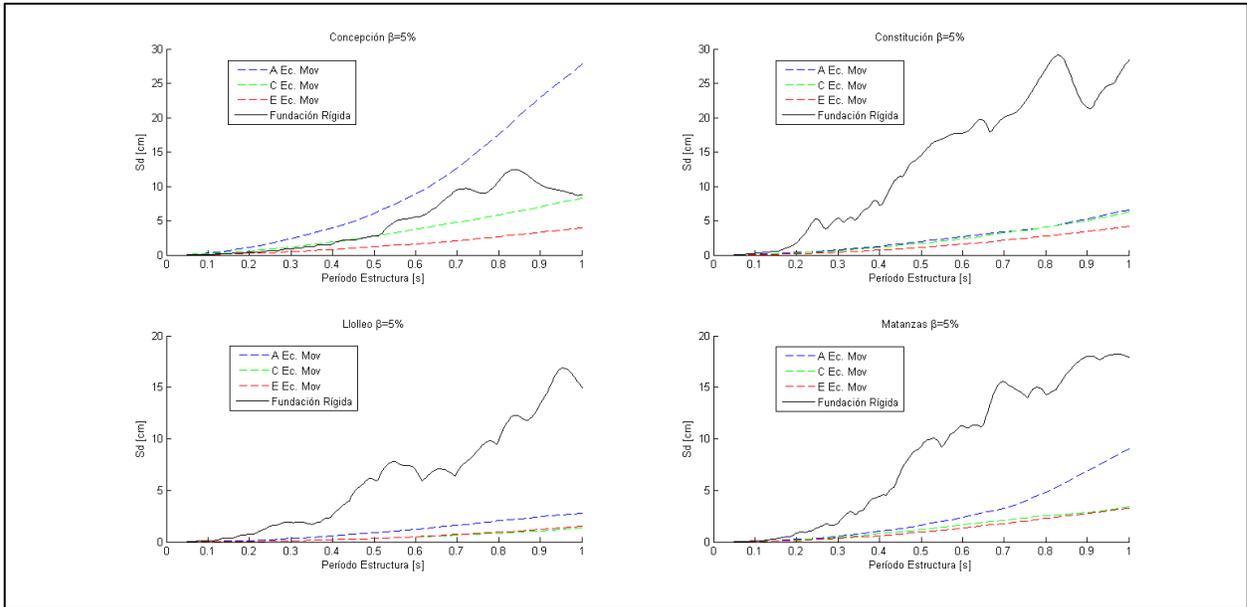


Figura 4.37 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis discreto y estructura con fundación rígida o convencional.

En el gráfico comparativo, se aprecia una notable reducción en la demanda de desplazamiento de la estructura utilizando fundación periódica estudiada mediante análisis modal, en relación con la estructura sin sistema de aislación sísmica, o con una fundación rígida o convencional.

Exceptuando el caso del registro de Concepción debido a la presencia de doble peak en su espectro de aceleración como fue comentado previamente para la estructura con celda unitaria A, las reducciones en promedio de la demanda de desplazamiento para las estructuras de estudio de período natural de 0,3 a 0,8 segundos utilizando fundación periódica ante estructuras sin este sistema de aislación sísmica fluctúan entre un 80 y 90% para el registro de Constitución, 75 a 95% para Lilloe, y 65 a 90% para Matanzas.

Esto se debe a que las deformaciones producto del sismo se traspasan al grado de libertad, o capa de menor rigidez, correspondiente al caucho, que concentra la mayor parte del desplazamiento de manera de disminuir el daño en la estructura.

Con respecto al estudio incluyendo una capa de suelo, tal como se aprecia en la Figura 4.19, la función de transferencia de la celda unitaria de fundación periódica que se genera permite alcanzar deamplificaciones para períodos de vibración de la onda mayores, o

frecuencias de onda menor, para un suelo más rígido de altura mayor, que un suelo menos rígido de menor altura.

Sin embargo, en la respuesta del espectro de desplazamiento incluyendo la superestructura y la nueva aceleración de input al sistema tras ser analizada en el espacio del tiempo y frecuencia previamente modelando la capa de suelo, se comprueba que entrega prácticamente los mismos resultados para los tipos de suelo propuestos. La función de transferencia obtenida para las configuraciones de suelo de la Tabla 4.8 entrega amplificaciones cercanas a la unidad para frecuencias bajas y altas, dando cuenta de que dicha capa se comporta como una estructura rígida teniendo prácticamente los mismos valores en el techo y base de aceleración y desplazamiento.

En términos generales, se puede establecer que la función de transferencia para un suelo de menor rigidez genera amplificaciones conforme el espesor del estrato aumente. Para un análisis más detallado, se debe tener en cuenta las condiciones de terreno donde se pretende fundar una estructura con este sistema, considerando las distintas capas de suelo presentes, junto a su espesor y velocidad de onda de corte de manera de estudiar la posible amplificación por efecto del suelo bajo la fundación periódica y realizar el análisis para esta nueva aceleración y desplazamiento en el tiempo.

#### 4.8.3. Espectros de respuesta: Aislador sísmico tradicional

Como último análisis de la respuesta de una estructura en términos de su desplazamiento máximo, se estudia el sistema de fundación periódica modelado como un aislador sísmico tradicional.

Para esto, se hace uso de lo explicado en la sección 3.6 Respuesta de un aislador sísmico, en donde se calcula el período equivalente de la estructura con un sistema de aislación que resulta mayor al de la estructura original,  $T_b$ , utilizando la rigidez equivalente de la fundación periódica y la masa total de la suma del peso del edificio y de las zapatas.

Esto otorga una mayor flexibilidad en la estructura que en el espectro de diseño corresponde un corrimiento en la curva hacia la derecha, en donde se aumentan los desplazamientos y se disminuyen la aceleraciones.

Sin embargo, este nueva demanda de desplazamiento en el espectro respectivo se debe descomponer según las formas modales del sistema de dos grados de libertad, fundación periódica y estructura, donde el sistema de aislación sísmica de menor rigidez toma mayoritariamente la demanda de desplazamiento.

De esta manera, se obtiene la respuesta del desplazamiento real máximo relativo del grado de libertad de la estructura con respecto al desplazamiento real máximo de la fundación periódica utilizando combinación modal SRSS.

Para las celdas unitarias con menor espesor de caucho A y B de 50 cm y 80 y 100 cm de capa de hormigón respectivamente, el período con aislación oscila entre los 2,5 y 3,5 segundos; para el caso de las celdas C y D de 50 cm de altura de la capa de caucho, el período  $T_b$  fluctúa entre los 3,5 y 5,0 segundos; mientras que para las celdas E y F de 75 cm la altura del metamaterial el período con aislación sísmica se encuentra entre 4,5 y 6,2 segundos. Tal como se puede pensar, la presencia de una mayor altura de la capa de caucho otorga mayor flexibilidad a la estructura.

En la Figura 4.38 se muestra la demanda de desplazamiento de la estructura por sobre la fundación periódica analizada como un aislador sísmico tradicional de dos grados de libertad para las seis celdas unitarias de estudio de la Tabla 4.6 y el suelo 5 de la Tabla 4.8.

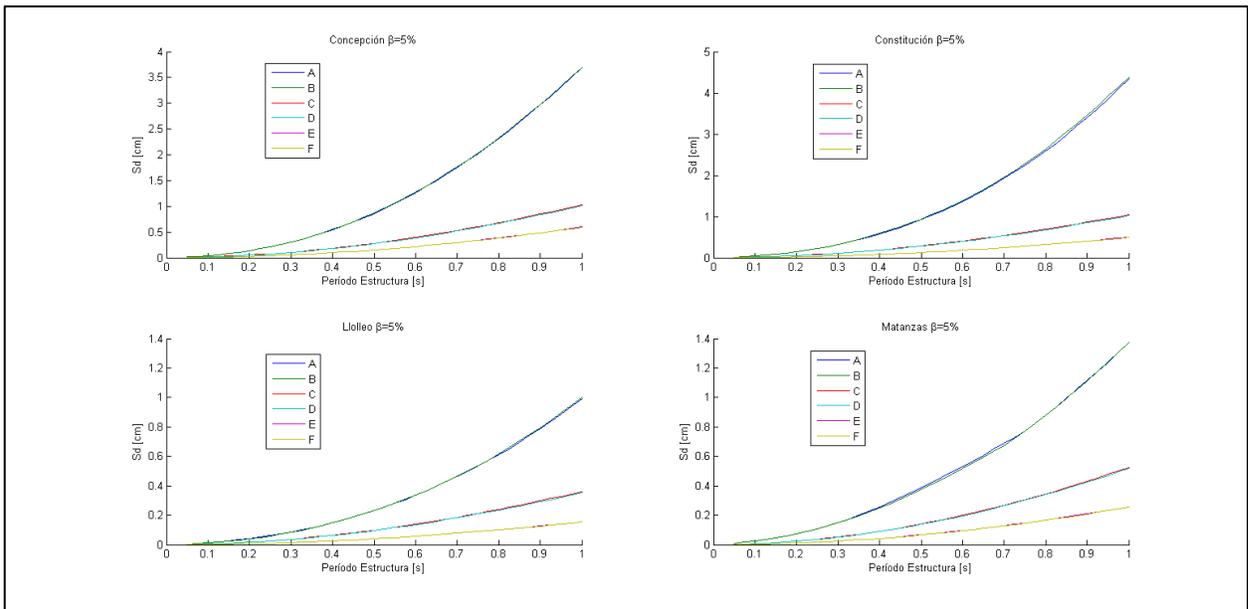


Figura 4.38 Espectro de desplazamiento para distintas celdas unitarias según análisis como aislador sísmico tradicional.

Tal como los análisis anteriores del espectro de desplazamiento de la estructura utilizando fundación periódica en los gráficos de la Figura 4.32 y Figura 4.35 mediante un análisis continuo de ecuación de onda y discreto mediante análisis modal respectivamente, una mayor altura de la capa de caucho tales como las celdas unitarias E y F presentan una mayor reducción de la demanda de desplazamiento en la estructura.

Por último, en la Figura 4.39 se realiza la comparación de los espectros de desplazamiento de la estructura por sobre la fundación periódica mediante el análisis continuo de ecuación de propagación de ondas, Ec. Onda, análisis discreto mediante ecuación de movimiento, Ec. Mov y como un sistema de aislación sísmico tradicional, AS Tradicional, para la celda unitaria B de la Tabla 4.6 y para el suelo 5 de la Tabla 4.8, estudiando el set de registros sísmicos elegidos.

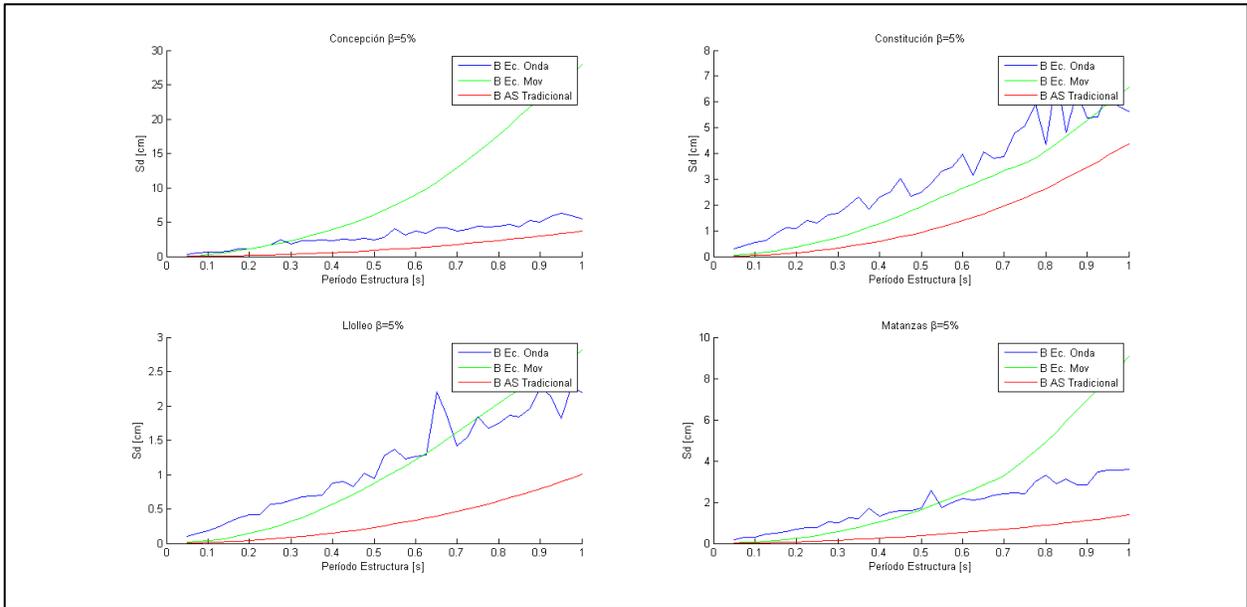


Figura 4.39 Comparación espectro de desplazamiento estructura con fundación periódica para análisis continuo, discreto y como aislador sísmico tradicional.

De los espectros de desplazamiento del gráfico anterior se puede notar una tendencia entre las curvas construidas para los distintos análisis previamente mencionados. Salvo en el registro de Concepción para estructuras por sobre los 0,3 segundos de período natural, la demanda de desplazamiento de la estructura por sobre la fundación periódica se encuentra por sobre la curva determinada mediante análisis modal de un sistema de 3 GDL (estructura, capa de hormigón y capa de caucho), y ésta a su vez para un sistema de aislación sísmica tradicional de un sistema de 2 GDL (estructura y fundación periódica).

Las diferencias relativas entre las demandas de desplazamiento estudiado mediante un análisis continuo de ecuación de onda con respecto al sistema como un aislador sísmico tradicional fluctúan entre un 20 y 30%, lo que puede indicar que el primer análisis mediante capas de la fundación y estructura permite capturar más información de la demanda sísmica.

Dentro de las diferencias que se mencionan al igual que para el caso continuo y de análisis modal, existen posibles reflexiones internas en la estructura y su modelo como capa continua, junto con que la demanda de desplazamiento se calcula tiempo a tiempo. A diferencia del sistema de aislación sísmica, que trabaja a la fundación periódica de hormigón y caucho con una rigidez equivalente y posteriormente con la estructura modifica su período para calcular en el espectro de desplazamiento la nueva demanda y la respuesta máxima de cada grado de libertad real debido a la influencia de cada modo mediante combinación modal.

## 5. Propuesta de ensayo

Como última parte del presente trabajo de investigación, se describe en forma general los procedimientos constructivos, de instrumentación y los resultados esperados para un montaje de una estructura a escala de 10 pisos de dos muros unidos con losas de acople sobre una configuración de fundación periódica estudiada de manera de medir: los desplazamientos máximos relativos entre cada una de sus capas; la aceleración de respuesta en el techo ante una aceleración forzante, sinusoidal y sísmica; y la demanda de desplazamiento en el techo de la estructura a ensayar sobre la mesa vibratoria del Laboratorio de Dinámica de Estructuras del Departamento de Ingeniería Civil.

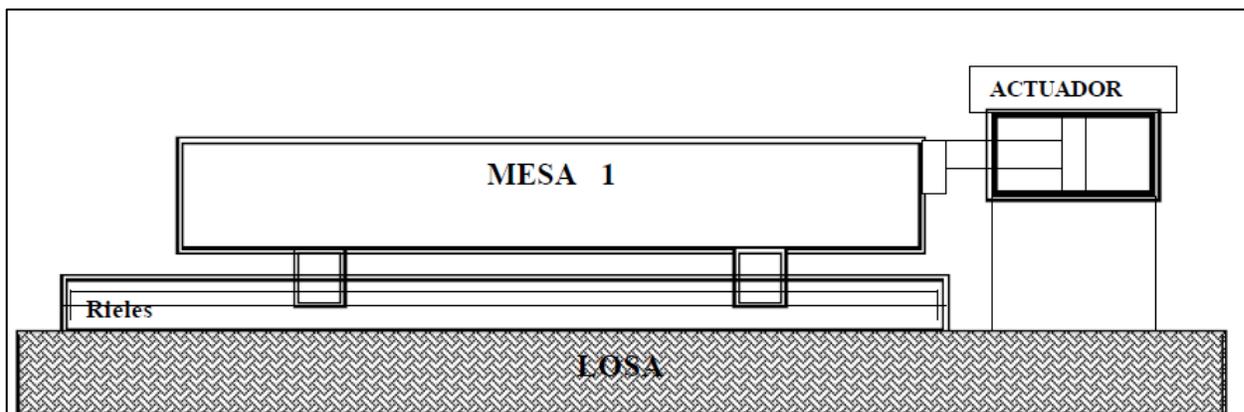


Figura 5.1 Esquema general de la mesa vibratoria (Barrientos, 2008).

El ensayo propuesto tiene como objetivo principal comparar las mediciones mencionadas con los resultados teóricos de la demanda de desplazamiento de la sección anterior para los análisis continuo de ecuación de onda, discreto mediante aislador y trabajando el sistema de fundación periódica como un sistema de aislación sísmica tradicional.

En esta experiencia se busca verificar la existencia de la atenuación de las ondas para un sistema conformado por una capa de caucho y hormigón armado obteniendo de forma experimental la función de transferencia asociada a la fundación periódica, observando la presencia de bandas de atenuación para distintos intervalos de frecuencia de una onda sísmica.

### 5.1. Confección

Se elige la celda unitaria la fundación periódica B de la Tabla 4.6, de altura 25 cm de caucho y 100 cm de hormigón. En primer lugar, se deben fabricar las capas de la fundación periódica tales como la capa de metamaterial, en este caso caucho, y la capa de hormigón armado. Las dimensiones del prototipo es a una escala 1 de la configuración estudiada, mientras que el área transversal no se especifica en las ecuaciones de onda por trabajar con tensiones, se elige una de forma arbitraria.

En la Figura 5.2 se detalla el plano en elevación de las capas de la fundación periódica, su base y la disposición de la mesa vibratoria. Como forma de anclar la fundación periódica a la mesa vibratoria, se construye una base de hormigón armado con armadura mínima y una altura de 20 cm, dejando un número de huecos transversales en su perímetro suficientes para fijarla mediante pernos en los espacios dispuestos por la mesa vibratoria. La dimensión de su área transversal está sujeto al área de los muros de la estructura real que se detalla más adelante en la Figura 5.4.

Para construir la capa de caucho de 25 cm y de 100cmx100cm en planta, se debe consultar en el mercado las dimensiones que se ofrecen para alcanzar dicha altura. En el supuesto que se encuentren de la dimensión deseada, como forma de lograr una perfecta adherencia a la base de hormigón, se utilizan productos compuesto de solución de resina como de la marca Sika que consiste en un líquido de baja viscosidad que se seca por reacción con la humedad atmosférica (Sika Primer-215). Dicho pegamento fue utilizado por el montaje experimental de la tesis bibliográfica guía.

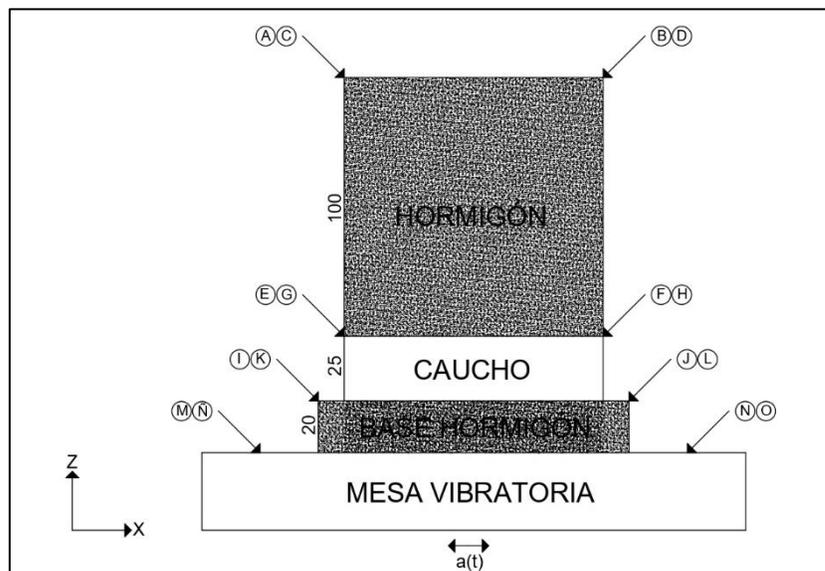


Figura 5.2 Plano en elevación de ensayo de fundación periódica.

Para el caso de la base de hormigón y la capa de hormigón sobre la de caucho, se calcula la armadura mínima a utilizar, de manera que cumple la cuantía mínima de flexión de 0,0018 por temperatura y retracción de fraguado. Para un recubrimiento de 5 cm, la armadura que cumple cuantía mínima para la base de hormigón es de  $\phi 8\text{mm}@16\text{cm}$  y para la capa de hormigón de 100 cm de altura, una armadura de  $\phi 18\text{mm}@14\text{cm}$  o  $\phi 16\text{mm}@10\text{cm}$  para ambas direcciones. Para el caso de la armadura transversal, para cumplir la cuantía mínima por corte en vigas se escoge una configuración de  $\phi 8\text{mm}@12\text{cm}$  asumiendo una resistencia a compresión del hormigón de 30 MPa y fluencia de 420 MPa.

En ambos casos, se debe realizar cuidadosamente el proceso de confección y enfierradura de la probeta, armado del moldaje, aplicación de desmoldante, vaciado y vibración del hormigón, y un curado adecuado de 28 días con riegos diarios. Al igual que

para la unión base de hormigón y la capa de caucho, se utiliza el producto adhesivo mencionado para esta capa de metamaterial y la de hormigón anteriormente descrito.

Por otro lado, se detallan los planos en elevación y planta de una estructura de 10 pisos de dos muros en serie con losas de acople a escala real en la Figura 5.3 y Figura 5.4 respectivamente, sobre la celda unitaria B de fundación periódica. La altura de entrepiso corresponde a 2,5 m, el espesor de muro de 30 cm y su largo de 5 m, con cuantía mínima de flexión y corte de 0,0025 que equivale a una doble malla vertical D.M.V y horizontal D.M.H de  $\phi 10\text{mm}@20\text{cm}$ . Se diseña la estructura para una carga de  $1 \text{ tonf}/\text{m}^2$  para un área tributaria de 5 m x 5 m sobre cada muro. Mientras que, para las losas de acople, se utiliza un espesor de 15 cm y un área de 1,5 m x 2,0 m, con una cuantía mínima de 0,0018 equivalente a una armadura principal y secundaria  $\phi 8\text{mm}@18\text{cm}$ .

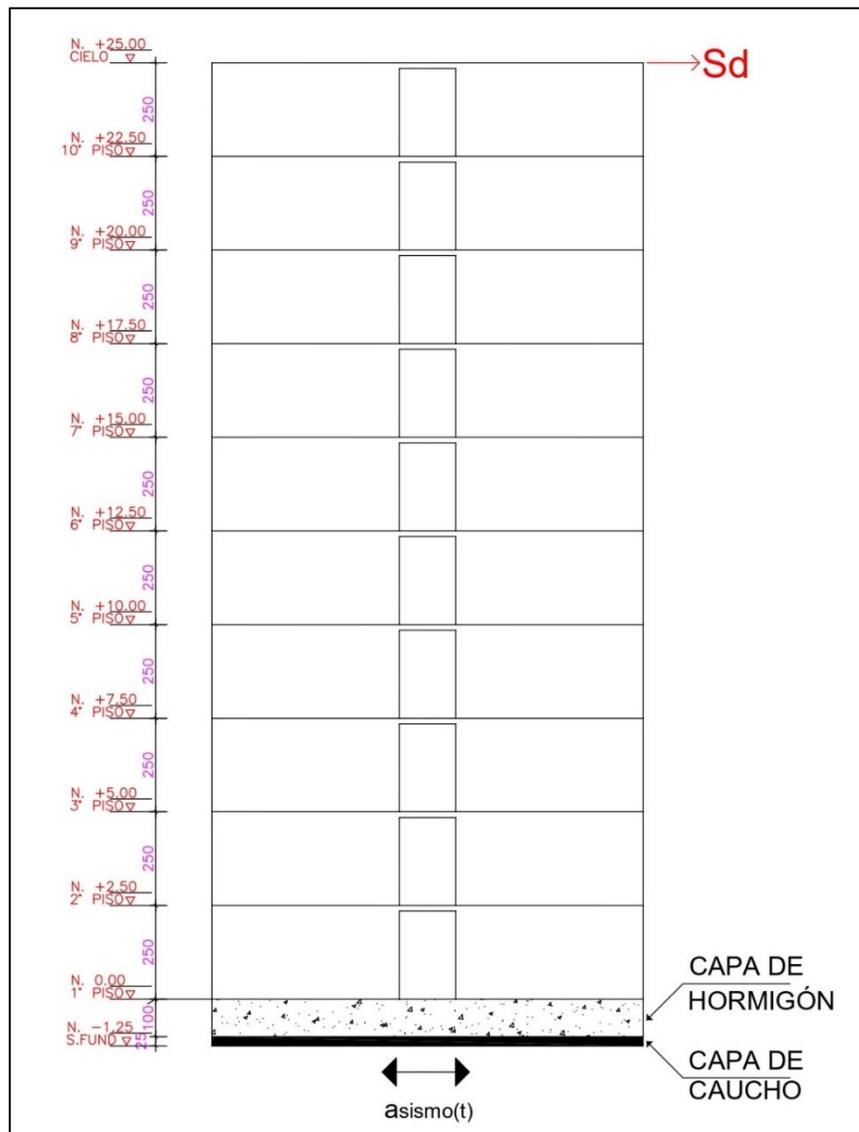


Figura 5.3 Plano de elevación estructura a ensayar sobre fundación periódica en escala real.

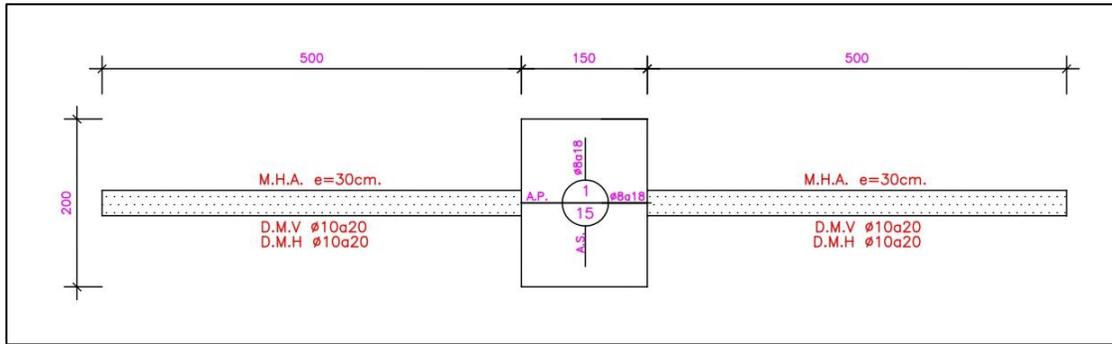


Figura 5.4 Plano de planta estructura a ensayar en escala real.

Para esta estructura, se obtienen los períodos y formas modales para un sistema de 20 grados de libertad, considerando deformación horizontal y giro en cada piso. Dado que se busca simular un edificio de corte, se condensan los giros de la estructura a una matriz de rigidez con 10 grados de libertad de desplazamiento horizontal y una matriz de masa diagonal con una masa constante por cada piso.

En la Figura 5.5 se grafica la forma modal del modo 1 de la estructura con período de 0,51 segundos que simula una estructura en cantiléver, con desplazamiento horizontal en su extremo y empotrado en la base. Con este período natural se puede obtener la demanda de desplazamiento  $S_d$  en el techo de la estructura según la Figura 5.3 en los espectros calculados en la sección 4.8 para los análisis continuo, discreto y de aislador sísmico tradicional.

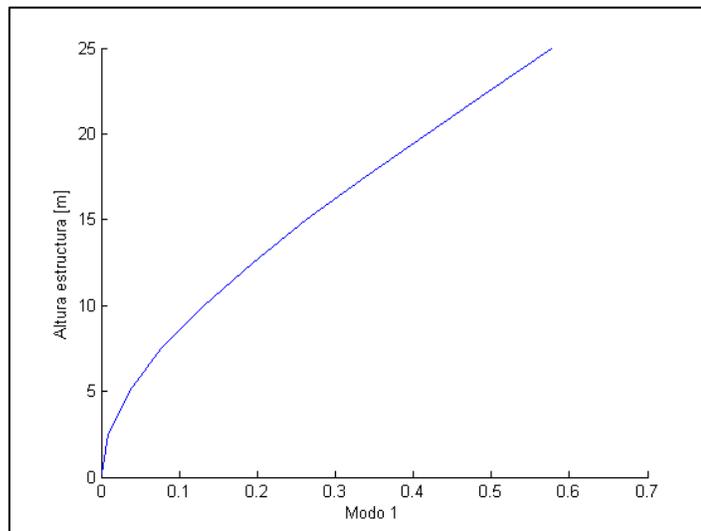


Figura 5.5 Forma modal del modo 1 de la estructura a ensayar con período natural 0,51 s.

Cabe destacar que los planos realizados de la estructura y fundación periódica deben ser escalados a un valor  $\lambda$  tal de poder ser materializado y siguiendo los factores de amplificación de las leyes de Cauchy y Froude (Carvalho, 1998), con  $\lambda$  la relación entre el largo del prototipo y largo del modelo.

## 5.2. Instrumentación

Dada la unidimensionalidad de vibración de la mesa, para medir las aceleraciones en la base y techo de la fundación periódica y mesa vibratoria, se disponen de 4 acelerómetros en las direcciones transversales N-S en cada esquina del techo de la fundación periódica, techo de la base de hormigón, o base de la capa de caucho, y en el input correspondiente a la mesa vibratoria.

En la Figura 5.6, se detalla el esquema de la disposición de los acelerómetros en planta para las distintos puntos de medición de las capas y su respectiva dirección, de manera de obtener la aceleración de respuesta en el techo de la fundación y construir su función de transferencia.

Para el caso de la estructura, se ubican extensómetros en cada nivel y en el techo de la fundación, de manera de medir los desplazamientos en el tiempo relativos entre cada piso. La medición final de la demanda de desplazamiento,  $S_d$  en la Figura 5.3, corresponde a la máxima diferencia en el tiempo de los desplazamientos entre el techo de la estructura y el techo de la fundación periódica.

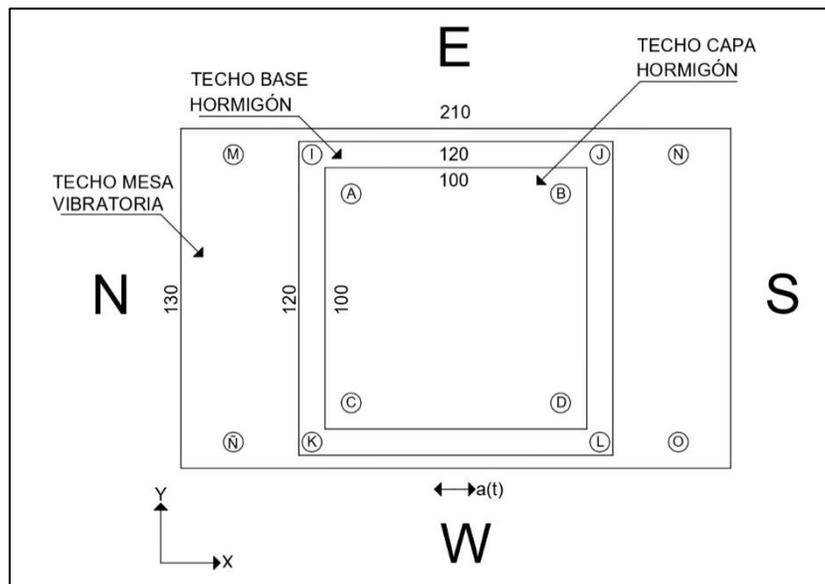


Figura 5.6 Plano en planta de ensayo de fundación periódica.

## 5.3. Resultados esperados

En primer lugar, se estudia la respuesta de la fundación periódica ante una excitación del tipo sinusoidal. Para esto, se configura la mesa para vibrar con una onda del tipo seno con una amplitud  $B$  y frecuencias angulares que se encuentren fuera y dentro del intervalo de atenuación de la función de transferencia de la fundación.

Tal como se detalla en la sección 4.5, la respuesta de la fundación ante una onda sinusoidal con frecuencia angular dentro del intervalo de atenuación debe entregar una

respuesta en el techo igual al valor absoluto de la función de transferencia para dicha frecuencia ponderado por la amplitud inicial. Para el caso de una frecuencia angular fuera del intervalo band gap, que corresponde a la zona pass band, la aceleración en el techo de la fundación debe ser igual a aceleración en su base.

La función de transferencia de la celda unitaria B se puede muestra en detalle en la Figura 5.7 para un intervalo de 0 a 30 Hz y considerando caso sin amortiguamiento y con amortiguamiento de 5%.

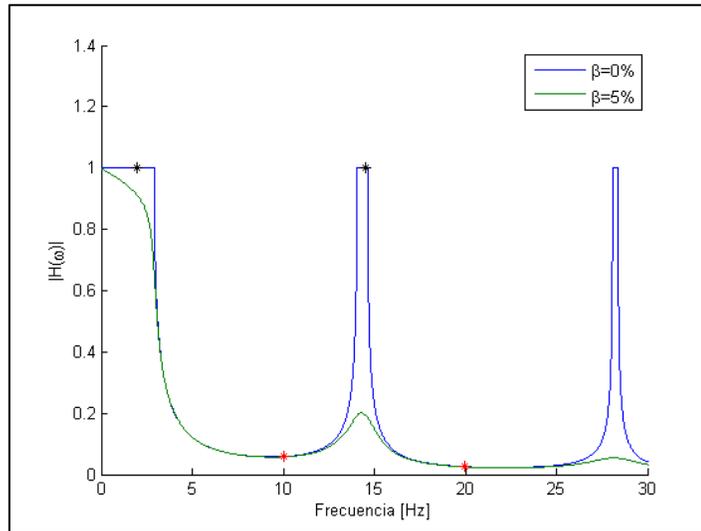


Figura 5.7 Función de transferencia teórica de celda unitaria B.

En la figura anterior, los puntos marcados con negro corresponden a frecuencias en el intervalo de donde pasa sin amplificación o reducción la onda y cuya amplitud se muestra en la . Cabe destacar que el efecto del amortiguamiento en las capas reduce la respuesta en este intervalo. Para el caso de frecuencias dentro del intervalo de atenuación, puntos marcados con rojo, es claro notar la importante reducción, cercana a un 10% de la onda incidente, y que el amortiguamiento no actúa en dicho intervalo.

Para efectos del ensayo, se debe medir la respuesta en el techo de la fundación para una onda sinusoidal con las frecuencias elegidas dentro del intervalo de atenuación (2 y 14,5 Hz) y fuera de él (10 y 20 Hz) y calcular la razón entre sus aceleraciones output/input conocida la amplitud B de la onda sinusoidal, de manera de contrastar los resultados esperados de la Figura 5.8.

Para estudiar la respuesta en el techo de la fundación periódica se elige el set de 4 sismos estudiados al 100%, asumiendo un amortiguamiento de un 5% de ambas capas y para el caso sin considerar amortiguamiento también. La razón entre las amplitudes de las máximas aceleraciones en el techo de la fundación y su base, o deamplificación output/input se muestra en la Figura 5.9.

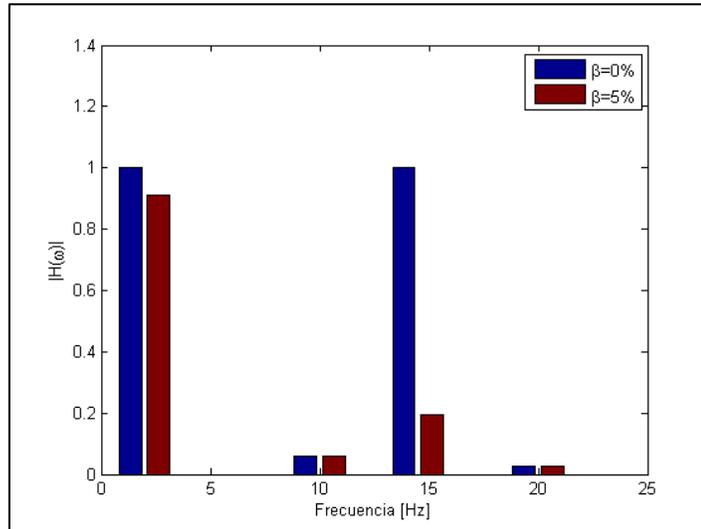


Figura 5.8 Amplitud output/input teórica para celda unitaria a con y sin amortiguamiento para frecuencias dentro y fuera del intervalo de atenuación.

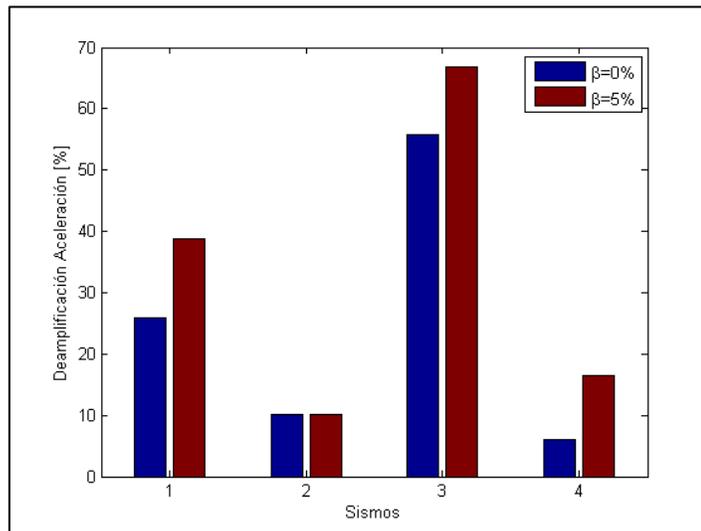


Figura 5.9 Deamplificación aceleración output/input para set de sismos al 100% con y sin amortiguamiento (1 Concepción, 2 Constitución, 3 Lolleo, 4 Matanzas).

De acuerdo con análisis tiempo-historia utilizando la función de transferencia de la celda unitaria estudiada, los resultados esperados para el ensayo ante un set de registros sísmicos para la fundación periódica en la mesa vibratoria muestran deamplificaciones de la aceleración de respuesta entre un 10% para el sismo de Constitución y hasta un 70% para el evento en Lolleo, considerando un amortiguamiento de un 5%.

Para estudiar la respuesta de desplazamiento de la estructura utilizando la celda unitaria B fundación periódica, se mide la diferencia máxima en el tiempo entre el desplazamiento del techo de la estructura y el techo de la fundación cuyos resultados teóricos fueron determinados mediante los espectros de desplazamiento construidos en la sección 4.8 y mostrados en forma comparativa en la Figura 4.39.

De esta manera, en la Figura 5.10, se muestra la demanda de desplazamiento anteriormente descrita para una estructura de período natural 0,51 segundos con fundación rígida o tradicional, Fund. Rig, que equivale al espectro de desplazamiento de un oscilador de un 1 GDL; la demanda según un análisis continuo utilizando propagación de ondas por capas, Ec. Onda; la demanda según un análisis modal de un sistema de 3 GDL, Ec. Mov; y la demanda estudiando la fundación periódica como un aislador sísmico tradicional, AS Trad.

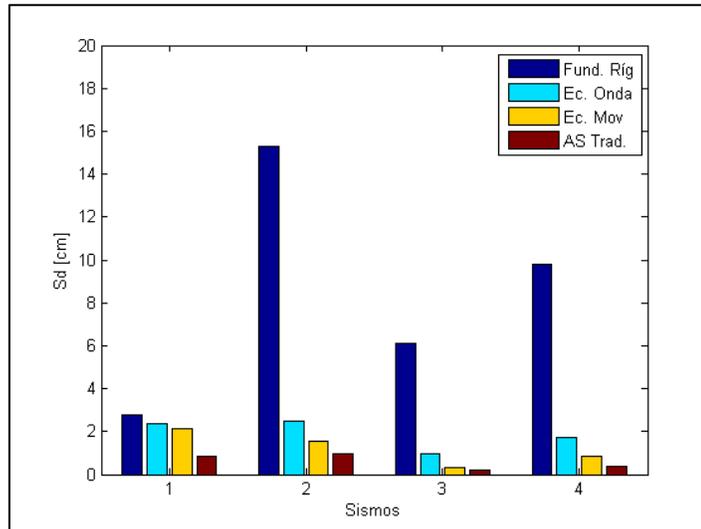


Figura 5.10 Resultados esperados de espectro de desplazamiento para estructura de  $T=0,51$  segundos a ensayar con fundación periódica mediante tres análisis y con fundación rígida o tradicional (1 Concepción, 2 Constitución, 3 Llolleo, 4 Matanzas).

La reducción promedio en la demanda de desplazamiento de la estructura utilizando fundación periódica y sin este sistema de aislación sísmica, o con fundación sísmica o tradicional, oscila entre los 70 y 80% para los sismos de Constitución, Llolleo y Matanzas, mientras que para el registro de Concepción la reducción es en promedio de un 30% para los tres análisis de estudio.

## 6. Conclusiones y Comentarios

Debido a la alta sismicidad en la geografía del territorio nacional, los métodos de aislación sísmica para las estructuras siempre cobran un interés en su factibilidad y aplicabilidad real para disminuir los daños en la edificación habitacional y más importante aún, evitar pérdidas humanas. Sistemas en Chile de aislación sísmica se pueden encontrar por ejemplo en el edificio de la Cámara Chilena de la Construcción, CChC, con su sistema de Amortiguador de Masa Sintonizada, o los disipadores de energía de la torre Titanium.

La tecnología de aislación sísmica que se presenta en este trabajo y se desarrolla en forma teórica, las fundaciones periódicas, muestran importantes ventajas de factibilidad para la reducción de la demanda de aceleración en el techo de la fundación, y de desplazamiento en estructuras rígidas de baja a mediana altura para sismos de diseño ocurridos en Chile. Esta tecnología mediante capas de hormigón y caucho muestra una analogía con losa de fundación pero que, sin embargo, dada la solución más utilizada en Chile de fundaciones aisladas o corridas, para este nuevo sistema se debe estudiar en futuros trabajos si actúa como un sistema sincrónico al momento del sismo.

El fundamento teórico principal de este sistema de aislación consiste en determinar intervalos de atenuación, *band gap*, en la función de transferencia entre la base y techo de la fundación periódica mediante la solución de la ecuación de propagación de onda unidimensional. En dicha zona se deamplifica la onda incidente cuyas frecuencias de excitación se encuentren en dicho rango; en caso contrario, existen los intervalos *pass band* donde la onda se propaga sin sufrir amplificación o reducción de su amplitud.

Para determinar la demanda de desplazamiento de la estructura por sobre la fundación periódica, se define una banda de atenuación en base primero, al contenido de frecuencia con mayor energía de un set de sismos elegidos del evento Terremoto del Maule en 2010 hasta los 30 Hz. Y segundo, dado que se analiza un sistema por capas asumiendo sólo deformaciones horizontales, se estudian edificios rígidos de baja a mediana altura hasta 10 pisos, con períodos naturales de vibración entre los 0,3 y 0,8 segundos, que trabajan esencialmente a corte, eliminando la componente flexural que no se incluye en la deducción de las ecuaciones de propagación de onda unidimensional.

En términos generales, mediante un análisis de sensibilidad, las características de los materiales, capa de caucho (metamaterial) y hormigón armado, que conforman la fundación periódica corresponden al espesor del estrato, su densidad y módulo de corte o rigidez. Un mayor alto de la capa de caucho, o una menor rigidez de este metamaterial, definen intervalos de atenuación que inician a frecuencias más bajas; mientras que un mayor espesor del hormigón aumenta el ancho de atenuación de dichos intervalos hacia mayores frecuencias.

Las configuraciones de fundación periódica estudiadas en este trabajo utilizan un rango de altura de caucho de 25, 50 y 75 cm; y para la capa de hormigón, un alto tradicional de 80 y 100 cm. En este sentido, para compensar la baja rigidez o mayor altura requerida de la capa de caucho, se estudia la adición de un estrato de suelo B, C o D según la norma sísmica chilena NCh 433 (INN, 1996), bajo la fundación periódica, determinado

por su velocidad de propagación de onda y espesor, el cual permite reducir el alto del metamaterial sin afectar significativamente su función de transferencia.

Para dichas configuraciones, se obtienen deamplificaciones de la máxima respuesta de aceleración en el techo de la fundación periódica con respecto al máximo valor de aceleración en su base, PGA, que oscilan entre un 15% y 80% para el set de sismos elegidos. Esta reducción aumenta conforme la configuración tenga una mayor altura de caucho y hormigón, y si el estrato de suelo es más competente, o más rígido.

El estudio de la demanda de desplazamiento de la superestructura por sobre la fundación periódica se realiza mediante los métodos de: ecuación de propagación de onda como una capa equivalente, modelo continuo; análisis de la ecuación de movimiento mediante un análisis modal para un sistema de varios grados de libertad, modelo discreto; y analizando la fundación como un sistema de aislación sísmica tradicional que modifica el período natural de la estructura en el espectro de diseño.

Los resultados de analizar la respuesta de la estructura con una fundación tradicional o rígida, de espectro de diseño de desplazamiento determinado, y la respuesta utilizando una fundación periódica mediante los métodos continuo y discreto mencionados, muestran una reducción en promedio de la demanda de desplazamiento entre 65 y 90% para los eventos de Concepción, Constitución, Lolleo y Matanzas.

Si se comparan los anteriores resultados analizando la fundación periódica como un aislador sísmico tradicional, existen diferencias relativas en el espectro de desplazamiento en las estructuras objetivos de hasta un 30% superior para el análisis continuo mediante la ecuación de onda por capas, indicando que este último captura una mayor información acerca de la propagación de la onda sísmica por la fundación y estructura.

A modo de validar los resultados de redacción de la demanda de aceleración en el techo de la fundación periódica, y de desplazamiento de la estructura de manera experimental, se propone en forma generalizada los procedimientos para realizar un ensayo a escala de un prototipo de edificio de 10 pisos, de período natural cercano a los 0,5 segundos, sobre una fundación periódica de 25 cm de altura de caucho y 100 cm de hormigón. Se detallan los materiales y dimensiones a utilizar, métodos constructivos, instrumentación y los resultados esperados de la experiencia de acuerdo con lo determinado teóricamente en este trabajo.

Como primer estudio de factibilidad de fundaciones periódicas en Chile de este nuevo sistema de aislación sísmica, los resultados presentados para la reducción de la demanda de desplazamiento en edificaciones chilenas muestran un importante potencial para su implementación. Sin embargo, como trabajos complementarios futuros restan entre otros, estudiar la factibilidad de su montaje y construcción en terreno; un análisis de beneficio y costo de incluir esta tecnología en proyectos nacionales; y el cálculo de la capacidad de soporte de la capa de fundación de hormigón armado por sobre la de caucho y la resistencia de esta última.

## 7. Bibliografía

- Bao, J., Shi, Z., & Xiang, H. (2012). Dynamic responses of a structure with periodic foundations. *Journal of engineering mechanics*.
- Barrientos, J. F. (2008). *Montaje, puesta en marcha y calibración de una mesa de vibrar de un grado de libertad*.
- Carvalho, E. (1998). Seismic testing of structures. Proceedings of the Eleventh European Conference on Earthquake Engineering.
- Casablanca, O., & Ventura, G. (2018). Seismic isolation of buildings using composite foundations based on metamaterials. *Journal of applied physics*.
- Cheng, Z., & Shi, Z. (2017). Composite periodic foundation and its application for seismic isolation.
- Chopra, A. (2012). *Dynamics of structures Theory and applications to earthquake engineering*.
- Gaofeng, J., & Zhifei, S. (2010). A new seismic isolation system and its feasibility study. *Earthquake engineering and engineering vibration*.
- Geng, Q., Zhu, S., & Chong, K. (2018). Issues in design of one-dimensional metamaterials for seismic protection. *Soil dynamics and earthquake engineering*.
- INN. (1996). *NCh 433: Diseño sísmico de edificios*.
- La Salandra, V. (2017). Conception of a 3D Metamaterial-Base Foundation for static and seismic protection of fuel storage tanks.
- Lagos, R. (2019). The quest for resilience-The Chilean practice of seismic design for reinforced concrete buildings.
- Nigam, N. C., & Jennings, P. C. (1969). Calculation of response spectra from strong-motion earthquake records. *Bulletin of the seismological Society of America*.
- RENADIC. (2010). *Registros del Terremoto del Maule Mw=8.8 27 de Febrero de 2010*.
- Safak, E. (1999). Wave-Propagation formulation of seismic response of multistory buildings. *Journal of Structural Engineering*.
- Todorovska, M. (1989). Seismic waves in buildings with shear walls or central core.
- Witarto. (2018). *Periodic materials for seismic base isolation: theory and applications to small modular reactors*.
- Witarto, W. (2018). Seismic isolation of small modular reactors using metamaterials.

Xiong, C., Shi, Z., & Xiang, H. (2012). Attenuation of building vibration using periodic foundations.

Yan, Y. (2015). Three dimensional periodic foundations for base seismic isolation.