



**UNIVERSIDAD DE CHILE.
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS.
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS.**

MODELAMIENTO GEOESTADÍSTICO DE LA LIXIVIABILIDAD DE UN YACIMIENTO DE COBRE.

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

FREDDY ENRIQUE ROJAS RIVEROS

PROFESOR GUÍA:

XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

NADIA MERY GUERRERO
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA
MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

SANTIAGO DE CHILE
2020

MODELAMIENTO GEOESTADÍSTICO DE LA LIXIVIABILIDAD DE UN YACIMIENTO DE COBRE.

En todo proyecto minero, la aplicación de criterios económicos al modelo geológico permite conocer la viabilidad de la explotación minera, entre los que destacan: costos mineros, precios de venta, recuperación minera y recuperación metalúrgica.

Debido a lo anterior, en la presente tesis se entrega un enfoque geoestadístico a la recuperación metalúrgica, bajo el concepto de solubilidad a partir de la lixiviación a muestras de sondajes, con la utilización de dos agentes lixiviantes para la disolución del cobre sulfurado, como son el cianuro de sodio y sulfato férrico.

El yacimiento en estudio ha sido reconocido por más de 3500 sondajes, con información de alteración, litología, zona mineral, ley de cobre total (TCu), cobre soluble (Cusol3), cobre soluble proveniente de la lixiviación con cianuro de sodio (Cusol1) y de la lixiviación con sulfato férrico (Cusol2). La solubilidad de las muestras por lixiviación a nivel de laboratorio, el resumen estadístico indica que la solubilidad resultante del ataque químico con 5 g/l de Fe^{+3} + 50 g/l de H_2SO_4 es en promedio de 0.22. Para el caso de la solubilidad conseguida por lixiviación con 10% NaCN, el valor medio es de 0.47.

En el cálculo mineralógico para minerales de cobre sulfurado en la muestra, la ley promedio de la calcopirita es de 0.61 %, posteriormente, la calcosina presenta una media de 0.30 %. Finalmente, la covelina obtiene una ley media de 0.07 %.

A través del análisis de componentes principales, se han obtenido tres unidades geológicas, de las cuales se utiliza la primera (zona oxidada y sulfuros secundarios) para la elaboración de modelos predictivos. Para estos, se proponen tres alternativas: cokriging directo de las leyes (TCu, Cusol1, Cusol2 y Cusol3); cokriging de las leyes junto con las proporciones mineralógicas (calcopirita, calcosina y covelina); cokriging de las proporciones minerales, seguido del cálculo de las leyes de cobre por regresión, basada en el análisis de los datos de sondajes.

De los tres enfoques presentados, el primero (cokriging de leyes) tiene la ventaja de ser el más directo, pero puede producir predicciones inconsistentes, es decir, las leyes predichas en un punto o un bloque podrían no corresponder a ninguna combinación de minerales. Una situación inversa ocurre con el cokriging de minerales (tercer enfoque), que permite obtener predicciones de las leyes de cobre total, férrico y cianurado, mediante la ecuación de regresión entre estas leyes y las proporciones de minerales, cuyos coeficientes de determinación son muy altos, entre 93 % y 100 %, resultando en predicciones consistentes con la mineralogía. Sin embargo, no permite obtener una predicción de la ley de cobre soluble, cuya regresión a partir de las proporciones de minerales tiene un coeficiente de determinación igual a 41.2 %. El segundo enfoque, cokriging de leyes y minerales, toma en cuenta toda la información, aun en contexto heterotópico. Para mejorar la coherencia de las leyes predichas, se sugiere reemplazar las predicciones de leyes de cobre total, cianurable y férrico por las leyes calculadas a partir de las predicciones de minerales usando la regresión adecuada.

GEOSTATISTICAL MODELING OF THE LEACHABILITY OF A COPPER DEPOSIT.

In any mining project, the application of economic criteria to the geological model allows to know the viability of mining exploitation, among which are: mining costs, sales prices, mining recovery and metallurgical recovery.

In relation to the above, in this thesis a geostatistical approach to metallurgical recovery is delivered, under the concept of solubility from leaching to samples drillhole, with the use of two leaching agents for the dissolution of sulfurized copper, such as sodium cyanide and ferric sulfate.

The mining deposit under study has been recognized by more than 3500 drill holes, with information on alteration, lithology, mineral zone, total copper grade (TCu), soluble copper (Cusol3), soluble copper from sodium cyanide leaching (Cusol1) and leaching with ferric sulfate (Cusol2). The solubility of the samples by leaching at the laboratory level, the statistical summary indicates that the solubility resulting from the chemical attack with 5 g/l Fe^{+3} + 50 g/l H_2SO_4 is on average 0.22. In the case of the solubility achieved by leaching with 10% NaCN, the average value is 0.47.

In the mineralogical calculation for sulphide copper ores in the sample, the average grade of chalcopyrite is 0.61%, subsequently, the chalcocite has an average of 0.30%. Finally, covellite obtains an average grade of 0.07%.

Through principal component analysis, three geological units have been obtained, of which the first (oxidized zone and secondary sulphides) is used for the development of predictive models. For these, three alternatives are proposed: direct cokriging of the grades (TCu, Cusol1, Cusol2 and Cusol3); cokriging of the grades along with the mineralogical proportions (chalcopyrite, chalcocite and covellite); cokriging of the mineral proportions, followed by the calculation of the copper grades by regression, based on the analysis of the drilling data.

Of the three approaches presented, the first (cokriging of grades) has the advantage of being the most direct, but can produce inconsistent predictions, that is, the grades predicted at a point or a block may not correspond to any combination of minerals. An inverse situation occurs with the cokriging of minerals (third approach), which allows to obtain predictions of the total, ferric and cyanurable copper grades, by means of the regression equation between these grades and the proportions of minerals, whose coefficients of determination are very high, between 93% and 100%, resulting in predictions consistent with mineralogy. However, it is not possible to obtain a prediction of the soluble copper grade, whose regression from the proportions of minerals has a coefficient of determination equal to 41.2%. The second approach, cokriging of grades and minerals, takes into account all the information, even in a heterotopic context. To improve the consistency of the predicted grades, it is suggested to replace the predictions of total, cyanurable and ferric copper grades with the grades calculated from the mineral predictions using the appropriate regression.

AGRADECIMIENTOS

Los primeros días de marzo de 1987, fueron testigos del inicio de mi primer vínculo académico con la educación minera a través de la Escuela Técnico Profesional de Copiapó. Este impulso y el más importante de todos, fue gracias al apoyo incondicional de mis padres, María y Domingo, y a mi profesor jefe de la Escuela N°14 de El Salvador, Don Manuel Caballero (Q.E.P.D) por creer en mí y por el lobby realizado con mis padres. El conocer y admirar el valor de la familia, proviene de Efigenia y Paloma, sin duda, la principal motivación que he tenido en estos últimos años para seguir mejorando. A mis hermanos, Lilian y Juan, por su enorme cariño con el último de la familia y por ser la brújula orientada a la lectura y el deporte.

Desde esa fecha hasta hoy, ha pasado mucha agua bajo el puente, talvez un verdadero diluvio, desde esa perspectiva, la corriente de este río me ha llevado por kilómetros hasta desembocar en un universo nuevo y dinámico con otras leyes físicas, exclusiva para aquellos soñadores con imaginación sin límites, el Departamento de Ingeniería de Minas de la Universidad de Chile, Gracias Dios por esta gigante y mágica oportunidad. En esta línea, para evitar la inmersión en algún curso, tuve el apoyo ilimitado de mis compañeros de magíster Rocío, Valeria, Carlos, Elmer, Fabián, José, Óscar y Luís; amigos muchas gracias por su alegría, amistad y conocimiento.

La magia de rebobinar los ecos del futuro hacia el presente para el desarrollo de un ciudadano avanzado en minería, es gestionado por el alto nivel profesional y personal de los profesores, lo pude ver en cada curso del postgrado en que tuve la bendición de asistir, en especial a la disciplina estadística y geoestadística impartida por mi profesor guía Xavier Emery. Infinitas gracias profesor por su amistad, apoyo y orientación desde el día -1 hasta hoy.

Reitero mis agradecimientos al Departamento de Ingeniería de Minas y al centro de investigación Advanced Mining Technology Center (AMTC) de la Universidad de Chile y a todos sus funcionarios por el apoyo en la realización de la tesis. Además, agradezco el apoyo y financiamiento recibido a través del proyecto N°1170101 para la realización de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.	Motivación del trabajo.....	1
1.2.	Objetivos.....	2
1.2.1	Objetivo Principal:.....	2
1.2.2	Objetivos Secundarios:.....	2
1.3.	Alcances del estudio.....	2
1.4.	Innovación y aporte al estado del arte.....	3
2.	ANTECEDENTES.....	4
2.1.	Antecedentes generales sobre geoestadística.....	4
2.2.	Predicción de variables regionalizadas.....	4
2.2.1	Estudio Exploratorio.....	4
2.2.2	Estudio variográfico.....	5
2.2.3	Métodos de predicción espacial.....	7
2.2.4	Validación cruzada.....	10
2.3	Hidrometalurgia de minerales de cobre sulfurados.....	11
2.3.1	Clasificación minerales de cobre.....	11
2.3.2	Minerales de cobre sulfurados.....	12
2.3.3	Agentes lixiviantes.....	13
2.3.4	Química de la Lixiviación de sulfuros.....	13
2.4	Cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra.....	15
3.	METODOLOGÍA.....	16
3.1.	Predicción conjunta de leyes y/o minerales considerando la técnica de cokriging.....	16
3.1.1	Estudio exploratorio y preparación de datos disponibles.....	16
3.1.2	Definición de unidades geológicas y análisis de contacto.....	16
3.1.3	Predicción de leyes y minerales por cokriging.....	17
3.1.4	Validación cruzada, procesamiento y análisis de resultados.....	17
4.	CASO DE ESTUDIO: YACIMIENTO DE COBRE.....	19
4.1	Análisis Exploratorio de Datos.....	19
4.1.1	Eliminación de datos outliers.....	20
4.2	Test de lixiviación y Solubilidad.....	22
4.2.1	Test de lixiviación a minerales de cobre.....	22
4.3	Cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra.....	23
4.4	Análisis espacial.....	28
4.4.1	Mapas de variables categóricas y continuas.....	28
4.5	Variables Geometalúrgicas correlacionadas con la ley de Cobre (total y Solubles).....	29

4.6	Regresiones lineales para Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT.....	30
4.6.1	Regresión Múltiple – Cobre Total.....	30
4.6.2	Regresión Múltiple – Cobre soluble por ácido sulfúrico.....	30
4.6.3	Regresión Múltiple - Cobre soluble por sulfato férrico.....	30
4.6.4	Regresión Múltiple - Cobre soluble por cianuro de sodio.....	30
5.	UNIDADES GEOLÓGICAS.....	32
5.1	Descripción de unidades geológicas (Subconjuntos).....	32
5.2	Análisis de componentes principales (PCA).....	35
5.3	Unidades de estimación por zona mineral de cobre.....	37
5.4	Zona de contacto.....	38
5.4.1	Zona de contacto UG1 v/s UG2.....	38
5.4.2	Zona de contacto UG1 v/s UG3.....	39
5.4.3	Zona de contacto UG2 v/s UG3.....	39
6.	UNIDAD GEOLÓGICA 1 (UG1).....	41
6.1	Análisis exploratorio de datos de UG1.....	41
6.2	Desagrupamiento de datos.....	42
6.3	Medias condicionales o derivas de cobre total (%).....	43
6.4	Proporcionalidad de medias.....	44
6.5	Análisis espacial unidad geológica 1.....	46
6.5.1	Mapas leyes UG1.....	46
6.5.2	Mapas de los tipos de roca de la UG1.....	51
6.5.3	Mapas de solubilidad de la UG1.....	52
6.5.4	Mapas de minerales de cobre de la UG1.....	55
7.	ANÁLISIS VARIOGRÁFICO.....	58
7.1	Mapas Variográficos.....	58
7.2	Variogramas experimentales.....	59
7.2.1	Variogramas experimentales para Leyes.....	59
7.2.2	Variogramas experimentales para leyes y minerales.....	61
7.2.3	Variogramas experimentales para minerales.....	63
7.3	Variograma modelado.....	64
7.3.1	Variogramas modelados para leyes.....	65
7.3.2	Variogramas modelados para leyes y minerales.....	66
7.3.3	Variogramas modelados para minerales.....	68
8.	PREDICCIÓN POR COKRIGING Y VALIDACIÓN CRUZADA PARA LEYES Y/O MINERALES.....	70
8.1	Predicción y validación cruzada para leyes.....	70
8.1.1	Predicción y Validación cruzada para leyes vía cokriging simple puntual.....	70

8.1.2	Predicción y Validación cruzada para leyes vía cokriging ordinario puntual y de bloques.....	73
8.2	Predicción y validación cruzada para leyes y minerales.....	78
8.2.1	Predicción y Validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging simple puntual.	78
8.2.2	Predicción y validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging ordinario puntual y de bloques.....	83
8.3	Predicción y validación cruzada para minerales.	91
8.3.1	Predicción y validación cruzada para minerales vía cokriging simple puntual.	91
8.3.2	Predicción y validación cruzada para minerales vía cokriging ordinario puntual y de bloques..	94
8.4	Predicción y validación cruzada de leyes a partir de minerales vía CKO puntual.	99
8.4.1	Predicción y validación cruzada de cobre total a partir de minerales.	99
8.4.2	Predicción y validación cruzada de cobre soluble cianurado a partir de minerales.	103
8.4.3	Predicción y validación cruzada de cobre soluble disuelto por sulfato férrico a partir de minerales.....	106
9.	DISCUSIONES Y CONCLUSIONES.....	114
10.	BIBLIOGRAFÍA.....	116
11.	ANEXOS.....	117
	Anexo A. Mapas de leyes globales.....	117
	Anexo B. Mapas de variables categóricas.....	121
	Anexo C. Mapas de minerales	124
	Anexo D. Mapas de solubilidad.	127

1. INTRODUCCIÓN.

En todo proyecto minero, independiente en la etapa en la que se encuentre (investigación, evaluación o desarrollo), siempre está asociado fuertemente a una dimensión económica inevitable que debe analizarse antes de asignar los recursos necesarios para llevarlos a cabo.

La dificultad de las actividades de investigación y explotación de yacimientos mineros, caracterizadas por la incertidumbre que las rodea y el gran volumen de capital requerido para su realización, resaltan la necesidad de invertir según criterios selectivos de eficiencia, estudiando las distintas alternativas para intentar acercarse a la solución óptima, tanto el plano técnico como económico.

En la actualidad, los métodos de evaluación geoestadísticos de yacimientos metálicos han evolucionado, tanto en las técnicas de modelamiento como en el desarrollo de aplicaciones computacionales, en las cuales, los resultados obtenidos constituyen la base de la toma de decisiones, al incluir en este análisis los riesgos geológicos. A nivel conceptual y de manera iterativa, el modelamiento geoestadístico en minería está enfocado en la estimación de recursos y reservas del yacimiento en estudio, cuyos parámetros son utilizados para generar un ciclo minero que incluye el ritmo de producción, costo de capital/operación y ley de corte; vinculados al precio del mineral actual y futuro (Abzalov M., 2016).

En el contexto global de la investigación del yacimiento, generalmente, las grandes fases que se deben cubrir en el estudio geológico son las siguientes: prospección y exploración, investigación y evaluación. Para ello es necesario aplicar técnicas geológicas, geofísicas, geoquímicas y la obtención de muestras (testigos) para obtener los datos geométricos y de leyes de los depósitos que se utilizan en la realización de los modelos (ITGE, 1993).

Generalmente, para yacimientos de cobre se les da importancia a los modelos de bloques y a los modelos de sólidos tridimensionales, apoyados por métodos de interpolación de leyes con técnicas de tipo geoestadístico (inventario de mineral).

Posteriormente, con la información del modelo geológico se construyen los modelos económicos, que constituyen la etapa previa al diseño de la explotación y evaluación de las reservas explotables. La información de entrada que se requiere para el programa de evaluación de bloques son: costos mineros, costos de procesamiento, valorización de los concentrados, la (s) recuperación (es) metalúrgica (s), etc.

Respecto a la recuperación metalúrgica a través de la minería química, o minería por disolución, es un parámetro que proviene del método de explotación minera para la extracción de metales y minerales por lixiviación química estática, que ha sido aplicado con éxito a menas de oro/plata, uranio y cobre.

Por otra parte, los minerales con sulfuros de cobre constituyen la principal fuente actual de cobre en el mundo, donde, la mayoría de los minerales sulfurados se tratan por el procedimiento convencional de concentración por flotación y fusión de los concentrados. La posibilidad de emplear la vía hidrometalúrgica para extraer el cobre a partir de cobre sulfurado por lixiviación, está adquiriendo en la actualidad un gran interés. Los minerales sulfurados, aunque no oxidados, pueden ser disueltos en soluciones ácidas (solubilidad), pero necesitan un oxidante.

En Chile, los minerales sulfurados relevantes son: la calcosina, covelina, calcopirita y bornita; cuya configuración tradicional es a partir de yacimientos constituidos por zonas altas de minerales oxidados y capas más profundas de sulfuros de cobre. En tales casos y dependiendo de las relaciones de ambos tipos de minerales, se realiza una selectividad minera, tratando por separado los óxidos (lixiviación) y los sulfuros (flotación) en una misma planta integral. Hoy en día, la lixiviación ácida en botaderos se limita a los sulfuros de cobre marginales, como es el caso de Sulfuros de Baja Ley de Chuquicamata (SBL).

1.1. Motivación del trabajo.

En el desarrollo actual y futuro de la minería, la tendencia indica una progresión positiva en cuanto al número de variables, y que de alguna forma tienen relaciones entre sí. En este sentido, el enfoque

multivariable es esencial, no solo en el desarrollo de la estimación de recursos y reservas, sino también, en el ciclo de vida de una operación minera.

Para conocer el comportamiento geo-metalúrgico de múltiples variables regionalizadas, es importante definir el vínculo que existe entre ellas. Actualmente, están disponibles las herramientas y los métodos para determinar las características principales en un depósito minero para el análisis multivariable, ya sea por métodos de predicción o simulación.

Desde el punto de vista geoestadístico, es transcendental realizar la predicción conjunta de las variables geológicas y metalúrgicas antes mencionadas (leyes, minerales, solubilidad, etc.) con técnicas como cokriging, las cuales interpolan el valor en un sitio no muestreado entregando una predicción, con mínima varianza del error (Edwards A.C. (ed.), 2001).

En un proyecto hidrometalúrgico de sulfuros de cobre, los principales atributos de interés provienen de la geología, la definición mineralógica de las muestras, las leyes, el tipo de reactivo lixivante, recuperaciones metalúrgicas, etc. Habitualmente, la industria minera construye los modelos tomando en consideración el análisis univariable, dejando de lado la relación que existe entre las variables.

En relación a lo anterior, el desafío está enfocado en vincular la información proporcionada por sondeos con los test hidrometalúrgicos realizados a nivel de laboratorio con dos tipos de agentes lixiviantes, cuyas relaciones permitirán interpretar los fenómenos complejos que se generan entre las variables, en vista a definir los modelos corregeionalizados en los depósitos minerales, de tal forma de especificar la estrategia para el diseño de la explotación del yacimiento vía lixiviación.

1.2. Objetivos.

En el presente trabajo se busca predecir las variables de interés de un yacimiento de cobre, mediante predicción conjunta de leyes de elementos principales (cobre total y cobre soluble), las leyes de los minerales sulfurados (calcosina, covelina y calcopirita) y las solubilidades (recuperaciones metalúrgicas con dos tipos de reactivos lixiviantes por muestra); vinculadas a las unidades geológicas.

Dentro de los alcances del proyecto, se contempla realizar las siguientes actividades claves:

1.2.1 Objetivo Principal:

Construir modelos predictivos con información de leyes y mineralogía, incorporando las relaciones estequiométricas entre abundancias de minerales de cobre, recuperaciones metalúrgicas y leyes parciales.

1.2.2 Objetivos Secundarios:

- ✓ Determinar las unidades geológicas relevantes para cada variable de interés y realizar su predicción.
- ✓ Predecir las leyes de los elementos de interés en las unidades definidas.
- ✓ Reproducir las relaciones existentes entre las variables de interés.
- ✓ Validar las predicciones.

1.3. Alcances del estudio.

El presente trabajo, está enfocado a predecir leyes y minerales de cobre sulfurados. Para el desarrollo de este estudio, se cuenta con una base de datos con sondeos de un yacimiento de cobre, la cual posee las

leyes de cabeza de cada muestra y de las soluciones obtenidas por el ataque de dos ácidos (PLS). Además, se dispone del mapeo geológico y de la definición de la obtención de los minerales en la muestra. En relación a lo último, se considera en este estudio las relaciones estequiométricas existentes entre las leyes de las variables continuas, sus solubilidades y los minerales de cobre sulfurados lixiviados, cuya dependencia se representa por la siguiente expresión:

$$\alpha * cc + \beta * cv + \gamma * cp = Cu(*) \quad (1.1)$$

Donde los términos cc, cv, y cp (Mineral symbols and abbreviations by Kretz. 1983), hacen referencia al contenido (%) en la muestra de calcosina, covelina y calcopirita, respectivamente. Además, α , β y γ , corresponden al porcentaje estequiométrico en cobre que entrega cada mineral, producto de la solubilidad. Continuando, la variable Cu(*) puede corresponder a las leyes de cobre total, cobre soluble proveniente de la solubilidad con el agente lixivante cianuro de sodio (Cusol1) o cobre soluble a partir de la solubilidad con el agente lixivante sulfato férrico (Cusol2) o cobre soluble convencional por ataque con ácido sulfúrico (Cusol3).

1.4. Innovación y aporte al estado del arte.

En relación a la hidrometalurgia de cobre, existen variables que tienen directa relación con la concentración de cobre en solución, entre las más relevantes están: la ley soluble de la especie mineral a lixiviar, grado de liberación, tipos de reactivos y su concentración, tipo de ganga, etc. Desde esta perspectiva, el presente trabajo incluye tres variantes significativas.

1. Predicción de leyes lixiviables en soporte puntual o de bloque, tomando en cuenta la aditividad de estas variables (a diferencia de razones de solubilidad que no son aditivas, por lo que no es inmediata su predicción en un soporte de bloque).
2. Tomar en cuenta la información multivariable (correlaciones entre variables), aun cuando el muestreo de estas variables no fuera el mismo (muestreo heterotópico).
3. Buscar metodologías que permitan asegurar la coherencia de las predicciones de leyes, es decir, que las leyes estimadas sean factibles de obtener a partir de una combinación de minerales (coherencia estequiométrica).

2. ANTECEDENTES.

2.1. Antecedentes generales sobre geoestadística.

La geoestadística es una rama de la estadística aplicada al estudio de variables regionalizadas, es decir, atributos que se distribuyen en el espacio y presentan cierta continuidad espacial, aunque varían irregularmente a escala local. Ejemplos de variables regionalizadas son la ley de los elementos del yacimiento, el tipo de roca, concentración de contaminantes, densidad de roca, entre otros. Los principales atributos que definen una variable regionalizada son su naturaleza, el dominio que abarca y el soporte sobre el cual fue medida (Chilès, JP., y Delfiner, P., 2012).

En el caso multivariable se habla de corregionalización para indicar a un conjunto de variables regionalizadas. Para comprender el estudio de una variable regionalizada $z(x)$, donde x denota la posición espacial, es vital entender que ésta se interpreta como una realización de un conjunto de variables aleatorias $Z(x)$, las que a su vez están determinadas por su distribución de probabilidad. El conjunto de variables aleatorias en el espacio se denomina función aleatoria y se representa por la siguiente expresión:

$$Z = \{ Z(x), x \in \text{Dominio} \}$$

Las funciones aleatorias quedan generalmente definidas por el cálculo de sus momentos y la presunción de hipótesis como la estacionaridad, es decir, considera que las distribuciones de probabilidad son invariantes por traslación en el espacio. Existen distintos grados de estacionaridad (estricta, de segundo orden, intrínseca, local), en función de qué momentos se consideran invariantes y a qué escala se supone válida la hipótesis. (Sinclair A.J. and Blackwell G.H., 2002).

2.2. Predicción de variables regionalizadas.

Existen diversos aspectos que se deben considerar al efectuar una predicción o estimación espacial. A continuación, se describen los principales.

2.2.1 Estudio Exploratorio.

El objetivo primordial es conocer la distribución de la variable regionalizada en estudio, definir zonas de interés, aplicar desagrupamiento en caso de muestreos irregulares, detectar errores, incoherencias o información duplicada en la base de datos, junto con la caracterización de los estadísticos uni y multivariados. Las herramientas que se emplean en esta etapa consideran, entre otras (Rossi M.E and Deutsch C.V., 2014):

1. Mapas de ubicación espacial de los datos.
2. Estadísticas descriptivas de las variables de interés.
3. Histogramas para determinar las distribuciones experimentales.
4. Gráficos de probabilidad y QQ plot para la comparación de distribuciones.
5. Nubes de correlación para visualizar variables en función de otras y determinar así su relación.
6. Otras herramientas como: matriz de correlación, nubes de correlación diferidas, etcétera.

2.2.2 Estudio variográfico.

Se busca caracterizar la dependencia espacial de las variables aleatorias en función de la correlación existente entre ellas. Para esto se cuenta con los momentos de segundo orden: variograma y covarianza (Emery, X., 2013).

2.2.2.1 Variograma.

El variograma es una de las herramientas más utilizadas en el estudio variográfico, tanto en su versión directa (univariable) como cruzada (multivariable), ya que corresponde a una medida de cómo se desestructura una variable regionalizada en el espacio. A continuación, se presenta la función del variograma experimental en su versión directa.

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z(x_\alpha) - z(x_\alpha + h)]^2 \quad (2.1)$$

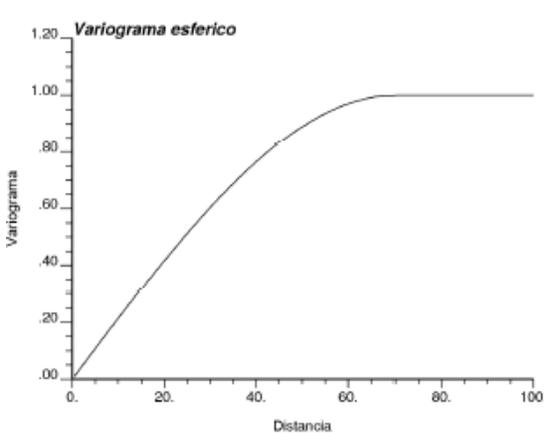
Donde la variable regionalizada es $z(x)$, $N(h)$ corresponde al número de pares de datos disponibles para una separación dada por un vector h , siendo $\{(x_\alpha), (x_\alpha + h); \alpha = 1, \dots, N(h)\}$ las posiciones de estos pares de datos. En el caso multivariable se define el variograma cruzado entre dos variables regionalizadas z_i y z_j , como:

$$\widehat{\gamma}_{ij}(h) = \frac{1}{2|N_{ij}(h)|} \sum_{N_{ij}(h)} [z_i(x_\alpha) - z_i(x_\alpha + h)] [z_j(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h)] \quad (2.2)$$

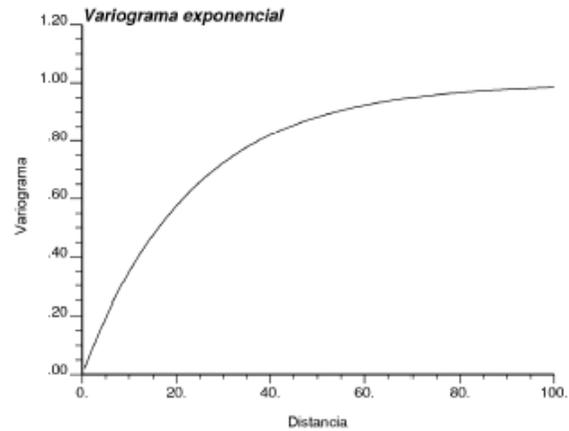
donde $N_{ij}(h)$ es el número de pares de datos que se consideran para calcular el estimador, los que se encuentran separados entre sí por un vector h . Cabe notar que la ecuación (2.2) requiere que ambas variables z_i y z_j estén medidas en las mismas posiciones del espacio para poder ser calculada.

Las expresiones anteriores representan la función obtenida de forma experimental, la cual debe ser modelada porque considera solamente determinadas distancias y orientaciones para el vector h .

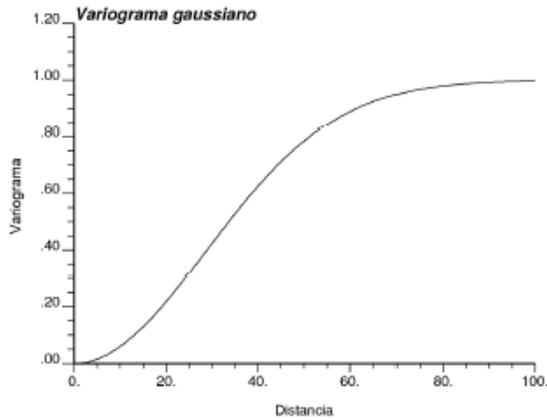
Los principales modelos consideran la definición de un efecto pepita, que tiene que ver con la discontinuidad en el origen, además de modelos teóricos como los esféricos, exponenciales, Gaussianos, entre otros. La siguiente figura muestra los principales modelos elementales antes indicados.



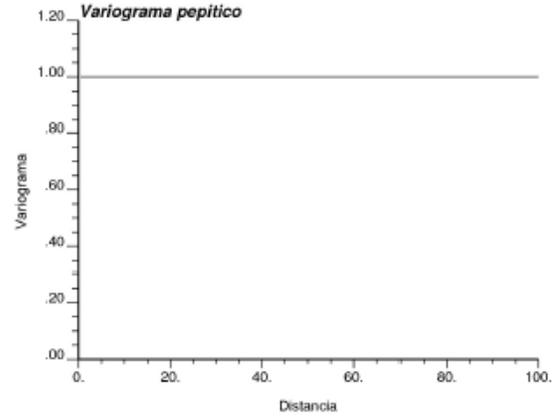
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 2.1: Modelos elementales para construcción de variograma modelado. Variograma esférico (a), variograma exponencial (b), variograma gaussiano (c) y variograma pepítico (d).

Para el caso multivariable el proceso de modelamiento debe considerar todos los variogramas experimentales directos y cruzados. Este proceso se plasma usualmente en un modelo lineal de correogionalización, es decir, un conjunto de estructuras básicas asociadas a matrices donde la diagonal corresponde a las mesetas asociadas a los variogramas directos y el resto corresponde a las de los variogramas cruzados (Wackernagel H., 2003). La ecuación general del modelo para N variables en forma matricial se define como sigue.

$$\Gamma(h) = \sum_{s=1}^S B_s * g_s(h) \quad (2.3)$$

donde $\Gamma(h)$ la matriz de variogramas directos y cruzados para un determinado vector h , $B_s = b_{ij}^s$ (con $i, j = 1, \dots, N$) se define como una matriz de correogionalización (simétrica y de tipo semi-definida positiva) y $g_s(h)$ es un modelo básico de variograma elegido entre los típicamente usados (exponencial, esférico, Gaussiano, etc).

2.2.2.2 Covarianza.

La función covarianza permite medir el grado de similitud entre dos variables regionalizadas z_i y z_j medidas en (x_α) y $(x_\alpha + h)$, respectivamente. La función experimental cruzada queda representada mediante la siguiente expresión:

$$\widehat{C}_{ij}(h) = \frac{1}{|N_{ij}(h)|} \sum_{N_{ij}(h)} [z_i(x_\alpha) - m_i] [z_j(x_\alpha + h) - m_j] \quad (2.4)$$

donde $N_{ij}(h)$ es análogo al presentado en el punto anterior y m_i, m_j representan las medias de las variables z_i y z_j , respectivamente. A diferencia del variograma cruzado, la covarianza cruzada \widehat{C}_{ij} se puede calcular incluso cuando las variables z_i y z_j no están muestreadas en las mismas posiciones espaciales.

En función de las hipótesis de estacionaridad y, por lo tanto, la forma de cálculo utilizada para predecir m_i y m_j se tienen distintos tipos de covarianza. Si se considera que la media de la variable corresponde a

la media de todos los valores disponibles, se trata de la función de covarianza tradicional. Si se considera que la media depende solo de los pares de datos ubicados a una distancia h se trata de la función de covarianza no ergódica. Si se considera que las medias de ambas variables tienen un valor igual a cero se trata de la covarianza no centrada.

Bajo hipótesis de estacionaridad de segundo orden y paridad, la covarianza cruzada se relaciona con el variograma cruzado mediante la siguiente expresión.

$$\gamma_{ij}(h) = C_{ij}(0) - C_{ij}(h) \quad (2.5)$$

Al igual que el variograma, la función covarianza considera los mismos parámetros para su modelamiento.

2.2.3 Métodos de predicción espacial.

La predicción tiene por objetivo interpolar el valor de una variable regionalizada en un sitio del espacio donde no se cuenta con información disponible. Esta predicción puede ser realizada a soporte puntual o de bloque, según se requiera.

Existen diversos métodos empleados para predecir como el inverso de la distancia, el vecino más cercano y el kriging, siendo esta última la técnica aplicada por excelencia, debido a que corresponde al mejor estimador lineal insesgado. Kriging considera la distancia de los datos al sitio a predecir, la redundancia de información y la continuidad espacial de la variable, lo que permite entender su alta aplicabilidad (Emery, X., y Pizarro, S., 2019).

Las principales desventajas en la aplicación de este método incluyen el suavizamiento que produce en los valores estimados.

2.2.3.1 Métodos de predicción multivariable: Cokriging.

El cokriging (Emery, X., y Pizarro, S., 2019) busca realizar la predicción conjunta de varias variables regionalizadas, tomando en cuenta su continuidad espacial y la relación de dependencia entre las variables, modeladas a través de sus variogramas directos y cruzados (Modelo de correogionalización). Esta técnica generaliza el Kriging: se construye el estimador como una combinación lineal ponderada de los datos disponibles, con error de esperanza nula y con ponderadores que minimizan la varianza del error de la predicción. Es ventajosa cuando la variable de interés (variable primaria) está submuestreada con respecto a otras variables correlacionadas con ella (covariables o variables secundarias).

2.2.3.1.1 Cokriging simple.

El estimador cokriging se plantea como una combinación lineal de datos disponibles en la vecindad de x_0 , o sea:

$$Z_1^*(x_0) = a_{i_0} + \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{n_i} \lambda_{\alpha,i,i_0} * Z_i(x_{\alpha}^i) \quad (2.6)$$

donde x_{α}^i representa al α -ésimo punto con dato de la i -ésima variable (Z_i) ubicado dentro de la vecindad de cokriging. El coeficiente aditivo a y los ponderadores $\{(\lambda_{\alpha,i,i_0}), i = 1, \dots, N, \alpha = 1 \dots n_i\}$ son las incógnitas del problema del cokriging.

Cabe señalar que es posible predecir todas las variables en forma simultánea si se consideran los mismos datos para todas las estimaciones. Para simplificar las notaciones, asumiendo que todas las variables están muestreadas en los mismos sitios (muestreo homotópico):

$$\forall i \in \{1, \dots, N\}, n_i = n \text{ y } \forall \alpha \in \{1, \dots, n_i\}, x_{\alpha,i} = x_\alpha$$

y denotemos:

- ✓ Z el vector $N \times 1$ cuyo término genérico es Z_i .
- ✓ m el vector $N \times 1$ cuyo término genérico es m_i .
- ✓ $C(x_\alpha - x_\beta)$ la matriz $N \times N$ cuyo término genérico es $C_{ij}(x_\alpha - x_\beta)$.
- ✓ Λ_α la matriz $N \times N$ cuyo término genérico es $\lambda_{\alpha,i,j}$ (ponderadores de cokriging).

Entonces, el estimador de cokriging simple, se escribe como:

$$Z^*(x_0) = \delta + \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha^T Z(x_\alpha) \text{ con } \delta = m - \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha^T m \quad (2.7)$$

En donde δ , es un parámetro aditivo que permite cumplir la condición de insesgo del predictor. Luego, los ponderadores son soluciones del siguiente sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & \cdots & C(x_1 - x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \cdots & C(x_n - x_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \vdots \\ \Lambda_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Por consiguiente, basta con invertir una sola matriz para obtener la predicción de todas las variables en el sitio x_0 . Sin embargo, se debe observar el importante tamaño de la matriz a invertir (en comparación con el caso univariable). Por ejemplo, este tamaño se multiplica por dos cuando se mide dos variables en los mismos sitios. Así, los tiempos de cálculos aumentan rápidamente al aumentar el número de variables.

2.2.3.1.2 Cokriging ordinario tradicional.

Se plantean las mismas hipótesis que en el cokriging simple, salvo ahora que se supone que las medias m_1, \dots, m_n son desconocidas y no están vinculadas por relaciones matemáticas. Las aplicaciones de las etapas de linealidad, insesgo y optimalidad conducen al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^N \sum_{\beta=1}^{n_j} \lambda_{\beta,j,i_0} * C_{ij}(x_\alpha^i - x_\beta^j) + \mu_i = C_{ii_0}(x_\alpha^i - x_0) \quad \forall i = 1 \dots N, \forall \alpha = 1 \dots n_i \\ \sum_{\alpha=1}^{n_{i_0}} \lambda_{\alpha,i_0,i_0} = 1 \\ \sum_{\alpha=1}^{n_i} \lambda_{\alpha,i_0,i_0} = 0 \quad \forall i = 1 \dots N, i \neq i_0 \end{array} \right. \quad (2.9)$$

Y varianza del error:

$$\sigma_{CKO-Z_{i_0}}^2(x_0) = C_{i_0 i_0}(0) - \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{n_i} \lambda_{\alpha, i, i_0} * C_{i i_0}(x_\alpha^i - x_0) - \mu_{i_0 i_0} \quad (2.10)$$

donde $\mu_{1i_0}, \dots, \mu_{Ni_0}$ son incógnitas adicionales (multiplicadores de Lagrange).

Asimismo, se puede escribir las ecuaciones anteriores en términos de variogramas en lugar de covarianzas: basta con reemplazar las covarianzas simples y cruzadas por el opuesto de los variogramas correspondientes.

Como en el caso del cokriging simple, si seleccionan los mismos datos para predecir todas las variables, el miembro de la izquierda (Ec. 2.12) no depende de la variable de interés, por lo cual basta con invertir una sola matriz para obtener la predicción de todas las variables en el sitio x_0 . En el caso de muestreo homotópico, el estimador del conjunto de variables se escribe como:

$$Z^*(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha^T Z(x_\alpha) \quad (2.11)$$

En donde los operadores son soluciones del siguiente sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) & I \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) & I \\ I & \dots & I & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \vdots \\ \Lambda_n \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ C(x_n - x_0) \\ I \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Indicado por:

I es la matriz identidad de tamaño $N \times N$.

O es la matriz de tamaño $N \times N$ de ceros.

M es la matriz de tamaño $N \times N$ cuyo término genérico es μ_{ij} (multiplicadores de Lagrange).

La matriz de varianza-covarianza de los errores de cokriging es:

$$\sum_{CKO} (x_0) = C(x_0 - x_0) - \sum_{\alpha=1}^n \Lambda_\alpha^T [C(x_\alpha - x_0) + M] \quad (2.13)$$

En el caso de un muestreo heterotópico, se adapta a ecuaciones matriciales anteriores, removiendo las filas y columnas de $C(x_\alpha - x_\beta)$, $C(x_\alpha - x_0)$ y Λ_α correspondiente a datos faltantes.

2.2.3.1.3 Cokriging de bloques.

Aquí, el objetivo es predecir el valor promedio de una o varias variables regionalizadas en un bloque de soporte volumétrico mayor que el soporte de los datos. En este caso, basta con reemplazar los términos de covarianza que aparecen en el segundo miembro del sistema de cokriging, por sus valores promedios cuando x_0 discretiza el bloque a predecir. Por ejemplo, para el cokriging ordinario tradicional (con medias desconocidas y no relacionadas), se tendrá el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} C(x_1 - x_1) & \dots & C(x_1 - x_n) & I \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C(x_n - x_1) & \dots & C(x_n - x_n) & I \\ I & \dots & I & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \Lambda_1 \\ \vdots \\ \Lambda_n \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{C}(x_1, v) \\ \vdots \\ \bar{C}(x_n, v) \\ I \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Con:

- ✓ v : bloque a predecir.
- ✓ $\bar{C}(x_n, v) \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C(x_n - u_m)$
- ✓ $\{u_1, \dots, u_n\}$: puntos que discretizan el bloque v .

2.2.3.1.4 Cokriging ordinario con medias relacionadas.

Una alternativa a la predicción de variables conjuntas por cokriging ordinario tradicional es el cokriging ordinario con medias relacionadas, el cual, introduce relaciones lineales entre las medias de las variables, aunque estas medias quedan desconocidas y puedan variar de una vecindad a otra. La utilización de esta herramienta permite aprovechar mejor las relaciones entre variables con respecto al cokriging ordinario tradicional (Emery, 2012).

2.2.3.1.5 Principales propiedades del cokriging.

La aplicación de cokriging posee las siguientes propiedades (Emery, 2013):

- ✓ Interpolación exacta, es decir se restituye el valor de un dato en un sitio con dato medido.
- ✓ Aditividad, lo que significa que el valor estimado en un bloque es el promedio de los valores puntuales estimados dentro de éste.
- ✓ Suavizamiento, lo que se refleja en que las estimaciones son menos variables que los datos originales.
- ✓ Una de las principales ventajas que presenta su aplicación respecto al método univariable (kriging), es el hecho de tener mejores resultados en casos donde el muestreo es heterotópico, cuando las variables auxiliares superan en proporción a la variable a predecir. Otra característica del cokriging es que permite incorporar las relaciones existentes entre las variables de interés, lo que genera una ventaja en caso de que exista correlación entre ellas y no sean colineales.

2.2.4 Validación cruzada.

Se puede verificar la adecuación entre los datos y los parámetros adoptados (modelo de variograma, vecindad de cokriging), utilizando la llamada técnica de la validación cruzada.

El principio es predecir sucesivamente, mediante cokriging, cada dato, considerando sólo los datos restantes. Se puede calcular entonces el error de predicción (diferencia entre el valor estimado y el valor verdadero) en cada sitio con dato y realizar un análisis estadístico de los errores cometidos en todos los sitios con datos.

La validación cruzada es presentada usualmente bajo la forma de pruebas gráficas, en especial:

- ✓ La nube de correlación entre los valores de los datos $\{z(x_\alpha), \alpha = 1 \dots n\}$ y los valores estimados $\{z^*(x_\alpha), \alpha = 1 \dots n\}$.
- ✓ El histograma de los errores estandarizados

$$\frac{z^*(x_\alpha) - z(x_\alpha)}{\sigma^*(x_\alpha)} \quad (2.15)$$

donde $\sigma^*(x_\alpha)$ es la desviación estándar de kriging (o sea, la raíz cuadrada de la varianza de cokriging) en el sitio x_α . Una predicción se considera buena si el error estandarizado asociado pertenece al intervalo $[-\alpha, \alpha]$, por ejemplo, con $\alpha = 2.5$ (este límite es elegido arbitrariamente). El análisis de los errores estandarizados, en lugar de los errores absolutos, permite liberarse de ciertas limitaciones de naturaleza geométrica. En efecto, independientemente del modelo variográfico, el error absoluto tiende a ser alto para un dato aislado, y bajo para un dato cercano a otros datos. Esto se corrige al considerar el error estandarizado, pues la desviación estándar de cokriging cuantifica la precisión que se espera de la predicción. Por construcción, el error estandarizado tiene una varianza igual a 1, independientemente de si existen datos cercanos del sitio a predecir.

- ✓ Las medias de los errores y de los errores estandarizados miden el sesgo del estimador, y deben ser cercanas a cero.
- ✓ La varianza de los errores, que mide la precisión del estimador, debe ser mínima.
- ✓ La varianza de los errores estandarizados debe ser cercana a 1:

$$\frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n \left(\frac{z^*(x_\alpha) - z(x_\alpha)}{\sigma^*(x_\alpha)} \right)^2 \approx 1 \quad (2.16)$$

Este criterio indica que el modelo de variograma cuantifica adecuadamente la amplitud de los errores cometidos, es decir, que el variograma elegido no es demasiado optimista ni tampoco pesimista.

- ✓ El coeficiente de correlación entre los valores estimados y los valores de los datos debe ser lo más cercano posible a 1.
- ✓ El número de datos mal estimados (con un error estandarizado mayor que 2.5 o menor que -2.5) debe ser el menor posible. Para fijar las ideas, este número se considera satisfactorio si representa menos del 5% del total de los datos.

Estos criterios permiten comprobar el desempeño del cokriging y comparar la calidad de diferentes ajustes posibles para los variogramas directos y cruzados.

Una técnica similar a la validación cruzada es el jack-knife, el cual, no considera una reposición de los datos: se divide los datos en dos grupos y se estima los datos de un grupo a partir de los datos del otro grupo.

2.3 Hidrometalurgia de minerales de cobre sulfurados.

2.3.1 Clasificación minerales de cobre.

Los minerales de cobre se presentan en la naturaleza en forma de menas sulfuradas, menas oxidadas y en asociaciones con otros sulfuros metálicos, constituyendo los llamados sulfuros complejos, masivos o polimetálicos (tabla 2.1). Dentro del primer grupo, los más abundantes son los sulfuros primarios (calcopirita y bornita), en menas de pórfidos de cobre, y los sulfuros secundarios (calcosina y covelina). Todas estas especies mineralógicas se encuentran asociadas en mayor o menor proporción con pirita (FeS_2) y a veces con sulfuros dobles de As y Sb. Entre los sulfuros dobles, c), incluimos la estannita, que realmente es un sulfuro triple (Cu-Fe-Sn); es un mineral poco común que forma parte de una pequeña proporción de algunos sulfuros complejos (Grupo 3).

En el segundo grupo, minerales oxidados, tienen importancia industrial la azurita, malaquita, crisocola y cuprita. Son minerales típicos en Chile, la brochantita (Chuquicamata) y la atacamita (Mantos Blancos), y poco común la dioptasa. En este grupo se suele incluir el cobre nativo, que, aunque químicamente no es un mineral oxidado, si lo es desde el punto de vista mineralúrgico.

Mención especial merece el tercer grupo de sulfuros complejos, asociaciones de sulfuros primarios con otros sulfuros metálicos, principalmente pirita, blenda y galena; constituyen una materia prima de gran interés como recursos de cobre y otros metales.

Por último, en el cuarto grupo se incluye un tipo de menas mixtas, compuestas de óxidos-sulfuros o sulfuros-óxidos, generalmente refractarias a un tratamiento convencional y que requieren procesos mixtos específicos, según la ganga sea ácida o alcalina (ITGE, 1993).

Tabla 2.1. Minerales de cobre.

Mineral	Composición	% Cu	Peso esp.
1. SÚLFUROS			
a) Simples			
Calcosina	Cu ₂ S	79.86	5.70
Covelina	CuS	66.48	4.60
b) Dobles (Cu/Fe)			
Bornita	Cu ₅ FeS ₄	63.33	5.20
Calcopirita	CuFeS ₂	34.64	4.20
Chalmersita	CuFe ₂ S ₃	23.41	-
Cubanita	CuFe ₂ S ₄	20.94	-
c) Dobles (Cu/As-Sb)			
Enargita	Cu ₂ AsS ₄	48.42	4.40
Tennanita	Cu ₈ As ₂ S ₇	57.60	4.46
Tetraedrita	Cu ₈ Sb ₂ S ₇	52.07	4.80
Estannita	Cu ₂ FeSnS ₄	29.58	4.40
2. OXIDADOS			
Cuprita	Cu ₂ O	88.82	6.00
Tenorita	CuO	79.70	6.00
Azurita	2CuCO ₃ *Cu(OH) ₂	55.30	3.83
Malaquita	CuCO ₃ *Cu(OH) ₂	57.60	4.00
Crisocola	CuSiO ₃ *2H ₂ O	36.10	2.12
Dioptasa	CuSiO ₃ *H ₂ O	57.90	-
Brochantita	CuSO ₄ *3Cu(OH) ₂	56.20	3.90
Chalcantita	CuSO ₄ *5H ₂ O	25.46	2.21
Antlerita	3CuO*SO ₃ *2H ₂ O	53.76	-
Atacamita	Cu ₂ (OH) ₃ Cl	59.50	3.77
Cobre Metálico	Cu	-	8.93
3. SÚLF. COMPLEJOS	(Fe-Cu-Pb-Zn)	-	-
4. MIXTOS	Óxidos-Sulfuros	-	-

2.3.2 Minerales de cobre sulfurados.

Constituyen la principal fuente actual de suministro de cobre en el mundo. La mayoría de los minerales sulfurados se tratan por el procedimiento convencional de concentración por flotación y fusión de concentrados, procesos que no son objeto en esta tesis.

La posibilidad de emplear la vía hidrometalúrgica para extraer cobre por lixiviación, está adquiriendo en la actualidad un gran interés, debido a los efectos de la vía tradicional sobre el medio ambiente.

Los minerales sulfurados, pueden ser disueltos en soluciones ácidas, pero necesitan de un oxidante, como el sulfato férrico. Dentro del grupo principal, la calcosina y la covelina, son solubles por ejemplo en $H_2SO_4/Fe_2(SO_4)_3$ (oxidación bacteriana), mientras que la bornita y la calcopirita, son menos solubles a este reactivo, siendo la lixiviación lenta, aun a temperaturas elevadas.

2.3.3 Agentes lixiviantes.

El aspecto más importante es que el agente lixiviante tiene que ser efectivo y lo más selectivo posible, para la disolución del cobre del mineral a tratar. Las diferencias de las características de las menas son tan amplias, incluso dentro de una misma zona, que los principios químicos establecidos solo pueden servir de guía para la selección del lixiviante. Las características importantes a tener en cuenta son: composición mineralógica, tipo de ganga, tamaños de grano y disseminación, contenido de azufre, presencia de carbonato, cloruros u otros constituyentes. Los agentes lixiviantes para los minerales de cobre se pueden dividir en dos grandes grupos: ácidos (ácido sulfúrico, sulfatos/sulfato férrico, cloro/cloruros, ácido nítrico y nitratos) y básicos (amoníaco/aminas, soda caustica, sulfuros y cianuro). Desde un punto de vista general, en la sección siguiente, discutiremos los dos agentes lixiviantes empleados en la lixiviación de sulfuros de este proyecto, cianuro de sodio (básico) y sulfato férrico (ácido).

2.3.4 Química de la Lixiviación de sulfuros.

La lixiviación de minerales conteniendo cobre es un proceso químico por disolución, cuyo factor principal es la cinética de la reacción entre dichos minerales y el agente o agentes lixiviantes seleccionados.

Según las distintas mineralizaciones de cobre, existe una dificultad de lixiviación que va desde los fácilmente solubles (carbonatos), pasando por los solubles (silicatos y óxidos) hasta los menos solubles (sulfuros), principalmente la calcopirita. Se comprende que las solubilidades generales corresponden a las solubilidades estequiométricas, cuyo valor es la máxima recuperación obtenible (ver tabla anterior), es decir, la solubilidad real de cada mineral depende de un gran número de factores, tales como el tamaño de partícula, concentración del agente lixiviante, tiempo de contacto, temperatura, etc.

Para desarrollar el factor principal de la cinética de reacción química, la investigación científica debe realizarse sobre las especies mineralógicas individuales, tan puras como sea posible., para evitar las interacciones con otras especies o ganga. Solo así se podrá averiguar el comportamiento de cada especie en la lixiviación, obteniendo resultados comparativos respecto a las otras especies mineralógicas del mismo metal.

Para el desarrollo de un proceso de lixiviación, el punto fundamental es el conocimiento de las reacciones de disolución de los minerales presentes, a veces con distintas interpretaciones según sus autores. Para los diferentes minerales de cobre, se indica a continuación las más generalizadas para los sulfuros (ITGE, 1993):

2.3.4.1 Química de la lixiviación de sulfuros con sulfato férrico.

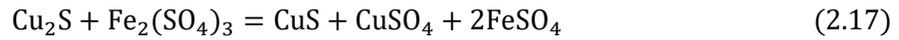
El sulfato férrico es una sal fácilmente soluble en agua fría, puede dar concentraciones tan altas como de 60-70 g/l de ión férrico.

Sus soluciones son fáciles de preparar y tienen un carácter fuertemente oxidante, lo que las hacen aptas para las lixivaciones de menas sulfuradas de cobre en mayor o menor proporción. La velocidad y

eficiencia de la disolución son diferentes para los distintos tipos de sulfuros, y dependen principalmente de la solubilidad de los productos, área de superficie expuesta, concentración y temperatura.

De manera general, la calcosina, covelina, bornita y calcopirita se disuelven en soluciones ácidas de sulfato férrico, tal como sigue:

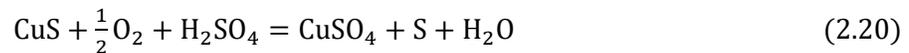
Calcosina (Cc):



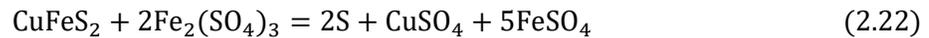
Bornita (Bn):

La bornita se puede considerar como compuesto de $\text{FeS} \cdot 2\text{Cu}_2\text{S} \cdot \text{CuS}$ = pirrotina, calcosina y covelina. Luego sus reacciones de disolución son prácticamente las mismas que las de la calcosina y covelina.

Covelina (Cv):



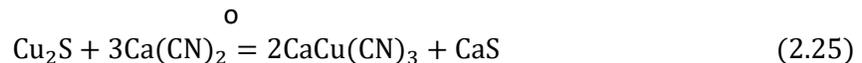
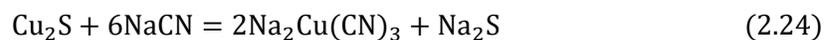
Calcopirita (Cp):



Ambas reacciones pueden tener lugar. En base a la química de la lixiviación para los minerales sulfurados, continuaremos el estudio geoestadístico con la calcosina, covelina y calcopirita.

2.3.4.2 Química de la lixiviación de sulfuros con cianuro.

Las condiciones de lixiviación de los minerales de cobre son distintas a la de los minerales de oro y plata: se necesitan de concentraciones de cianuro más altas, no son necesarias condiciones oxidantes y los tiempos de lixiviación son más cortos. En general, el cobre sulfurado se solubiliza bajo condiciones normales de cianuración, causando un exceso de consumo de cianuro, por la posibilidad de que el cobre sea acomplejado por el cianuro mediante la formación de $[\text{Cu}(\text{CN})^{-2}]$, $[\text{Cu}(\text{CN})_4^{-3}]$ y $[\text{Cu}(\text{CN})_3^{-2}]$, siendo el este último el complejo más común. El cobre forma con el cianuro el complejo $[\text{Cu}(\text{CN})_3^{-2}]$ en proporción de 3 moles de cianuro por un mol de cobre. Es decir, al menos se necesitan 2.320 g de NaCN equivalente para disolver 1.000 g de cobre. Aunque existen diversos criterios, las reacciones más generalizadas de los diferentes minerales de cobre soluble en cianuro, son las siguientes:



2.4 Cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra.

La predicción de los porcentajes de minerales de cobre sulfurados en la muestra, se realiza a partir de los siguientes análisis:

- ✓ Los tipos de minerales sulfurados y ganga observados en las muestras.
- ✓ Datos experimentales y teóricos de solubilidades referentes a los minerales de interés (solubilidad máxima teórica).
- ✓ Los resultados de los análisis de solubilidad a partir de test de lixiviación (solubilidad parcial).

Para el presente estudio, bajo la definición de pórfido cuprífero, los minerales sulfurados (sistemas mineralizados de Cu y Fe) predominantes en las muestras de sondajes son: calcosina, covelina, calcopirita y en menor proporción bornita. Desde el punto de vista hidrometalúrgico, la bornita se puede considerar como compuesto de $\text{FeS} \cdot 2\text{Cu}_2\text{S} \cdot \text{CuS}$ = pirrotina, calcosina y covelina. Luego sus reacciones de disolución son prácticamente las mismas que las de la calcosina y covelina (sección 2.3.4.1), esto permite simplificar el sistema a tres minerales (ITGE, 1993).

Las solubilidades máximas corresponden al comportamiento de cada mineral frente a un tipo de solución lixivante (ataque químico), en la cual, es posible obtener las velocidades de extracción, recuperaciones metalúrgicas máximas, consumo de reactivos, etc. De estos resultados, es posible deducir que cada mineral entrega una cierta proporción de su cobre contenido al ataque químico analítico, las cuales, son conocidas y son determinadas en forma experimental. Estas solubilidades son una consecuencia de la composición de cada mineral y la agresividad de la digestión, tal como se muestra a continuación:

Tabla 2.2. Porcentaje de solubilidad teórica máxima por mineral (Límite).

Ley (%)	Calcosina (Cc)	Covelina (Cv)	Calcopirita (Cp)
Tcu (Total)	100.0	100.0	100.0
Cusol1 (Reactivo NaCN)	99.0	96.0	9.4
Cusol2 (Reactivo $\text{Fe}_2(\text{SO}_4)_3$)	51.0	3.5	4.6

Cada partícula de mineral expuesto y en contacto con una determinada solución lixivante, alcanzará la solubilidad teórica máxima, cuya disolución será constante en todo el sistema bajo estas condiciones en el sistema.

Por otra parte, a continuación, se entregan los análisis químicos de las especies mineralógicas y que tienen por objetivo establecer el % de cobre que tiene disponible cada mineral, basado en la composición estequiométrica.

Tabla 2.3. Análisis químicos minerales de cobre sulfurados.

Mineral	Fórmula	Cu (%)	Fe (%)	S (%)	Insol. (%)
Calcosina	Cu_2S	79.8	0.21	20.95	0.54
Covelina	CuS	66.5	0.45	31.94	0.34
Calcopirita	CuFeS_2	34.6	31.00	34.06	2.32

3. METODOLOGÍA.

El trabajo de investigación consiste en generar un modelo de predicción de los principales elementos de interés en un yacimiento cobre. Para esto se propone un modelo de predicción conjunta, por un lado, el modelo de leyes de cobre, y por otro, el modelo de minerales; de tal forma de analizar su influencia en la solubilidad del yacimiento. El enfoque utilizado en el desarrollo del estudio es de tipo jerárquico, es decir, se debe definir el modelo geológico, el cual, es el input necesario para la posterior predicción de leyes y/o minerales, todo esto basado en el análisis de componentes principales (Journal A. G. and Huijbregts C. J., 1978).

Posteriormente, la estrategia se sustenta en el desarrollo sistemático, el cual, va desde el análisis exploratorio de la base de datos de sondajes, hasta la obtención de los mapas de predicción de leyes y minerales. Las principales particularidades en el proceso de predicción de las leyes y minerales en sitios no muestreados es la definición del dominio geológico que controla el comportamiento de cada una de las variables a predecir y de la correlación entre las variables. Otro aspecto específico del modelo de predicción conjunta es la reproducción de una relación estequiométrica existente entre las distintas variables. La perspectiva propuesta en la predicción de leyes y/o minerales, permitirá generar modelos de leyes y minerales en el yacimiento en estudio, y, por ende, definir la solubilidad en el dominio. A continuación, se detallan los pasos necesarios para la aplicación de cada modelo de predicción propuesto.

3.1. Predicción conjunta de leyes y/o minerales considerando la técnica de cokriging.

Este enfoque supone la predicción de forma conjunta de leyes de cobre y/o minerales de cobre (variables continuas) y unidades geológicas (variables categóricas) existentes en el depósito mineral. En una primera instancia se define la unidad geológica y luego se realiza en ella el cokriging de leyes de cobre y/o minerales de cobre, con el tamaño del dominio definido. Este procedimiento permite caracterizar la propiedad de insesgo con una mínima varianza de la predicción, tanto de las leyes como de minerales. Las principales etapas se explican y resumen a continuación.

3.1.1 Estudio exploratorio y preparación de datos disponibles.

Se analizará la información de los sondajes de exploración del yacimiento de cobre, estudiando sus estadísticos uni y multivariados. Como se busca reproducir la relación estequiométrica existente entre las variables se analiza si estas variables cumplen con los límites aceptables. Si existen datos que no la cumplen deben ser eliminados de la base de datos. Luego se efectuará el desagrupamiento de las variables de interés, con el objetivo de corregir eventuales muestreos no regulares. Además, estos valores estadísticos se confrontarán con el tamaño de bloque de la predicción con cokriging. Finalmente, para complementar este estudio se desplegarán los mapas de ubicación, histogramas, matriz de correlación y otros análisis sobre las variables de interés. (Wackernagel H., 2003).

3.1.2 Definición de unidades geológicas y análisis de contacto.

El yacimiento en estudio comprende una gran cantidad de variables continuas y categóricas, en especial existen diversos tipos de roca con características particulares. Debido a esto, es crucial determinar los dominios sobre los cuales serán estimados los valores de las variables de interés. Estas unidades geológicas se definen mediante la asociación de distintos tipos de roca que comparten atributos estadísticos y geológicos. Una vez definidas las unidades geológicas de cada variable de interés, es vital determinar si sus límites son duros o blandos, ya que esto influye en la selección de los datos relevantes

y los parámetros de la predicción. Para este propósito, se analizarán los contactos con el uso de gráficos de test de nubes de correlación diferida, para un vector de separación h definido. En este análisis, se considera el comportamiento omnihorizontal y vertical del cobre total, con un lag de separación de 20 metros (tolerancia de 10 metros). Es importante destacar que, independiente del tipo de límite definido, se considerará la correlación cruzada entre todas las variables de interés (Mery, 2016).

3.1.3 Predicción de leyes y minerales por cokriging.

Es de interés predecir las leyes y minerales de cobre en aquellos sitios que no muestreados, a partir de los valores de las variables regionalizadas disponibles en la base de datos de sondajes.

La interpolación y extrapolación de las variables de interés se realiza utilizando el estimador de cokriging, el cual, considera la función aleatoria para definir las variables regionalizadas en todo el dominio. Sus principales etapas son las siguientes (Emery, X., y Pizarro, S. 2019).

i) Mapas variográficos:

La base que sustenta el cálculo de las predicciones está relacionada con la cuantificación de la continuidad espacial de las leyes en todas las direcciones del espacio, a través de covarianzas o variogramas (directos y cruzados). En primera instancia, se definirán los variogramas para conocer si las direcciones principales son iguales en todas las direcciones (patrón isótropo) o distintas (anisotropía). En el primer caso, el mapa variográfico (que representa el variograma en todas las direcciones bajo la forma de un mapa de colores) forma un círculo, y en el segundo caso, se muestra una elipse u otra forma no circular (banda, etc.). Para el diseño de los mapas variográficos se utiliza la base de datos filtrada.

ii) Variogramas.

En la construcción de los variogramas experimentales de leyes y/o minerales, se realizará bajo el concepto de directo (variograma experimental de una variable regionalizada z) y cruzado (variograma experimental entre dos variables regionalizadas z_i y z_j) a lo largo de las direcciones principales de anisotropía identificadas, o en forma omnidireccional en caso de isotropía. Estos variogramas experimentales se ajustan luego por un modelo lineal de correogionalización, mediante una combinación de modelos básicos (estructuras anidadas).

iii) Cokriging.

El siguiente paso es la predicción de las variables regionalizadas. Al respecto, para el cálculo de la predicción se debe tener en cuenta el dominio para la predicción, el tamaño de bloque, la forma y tamaño del elipsoide de búsqueda, el número de datos por octante, los valores promedios de las variables (según corresponda) y los variogramas modelados (directos y cruzados). El análisis estará enfocado en: predicción de leyes de cobre, predicción de leyes y minerales de cobre sulfurado y predicción de minerales de cobre sulfurado.

Para los tres casos anteriores, se realizará la predicción utilizando el cokriging simple y ordinario con medias relacionadas.

3.1.4 Validación cruzada, procesamiento y análisis de resultados.

En primera instancia se validarán las predicciones efectuadas a través del método de validación cruzada, en el cual, se revisará la efectividad de las estimaciones, revisando el retorno de valores consistentes, según los parámetros del diseño.

Finalmente, en función de los resultados obtenidos se generará un análisis cuantitativo y cualitativo de la predicción de leyes y/o minerales efectuada, apoyado por el análisis de los atributos de interés (forma del histograma, rango de valores estimados y resumen de estadísticas). En la siguiente figura se muestra un esquema general de las etapas consideradas en este estudio.

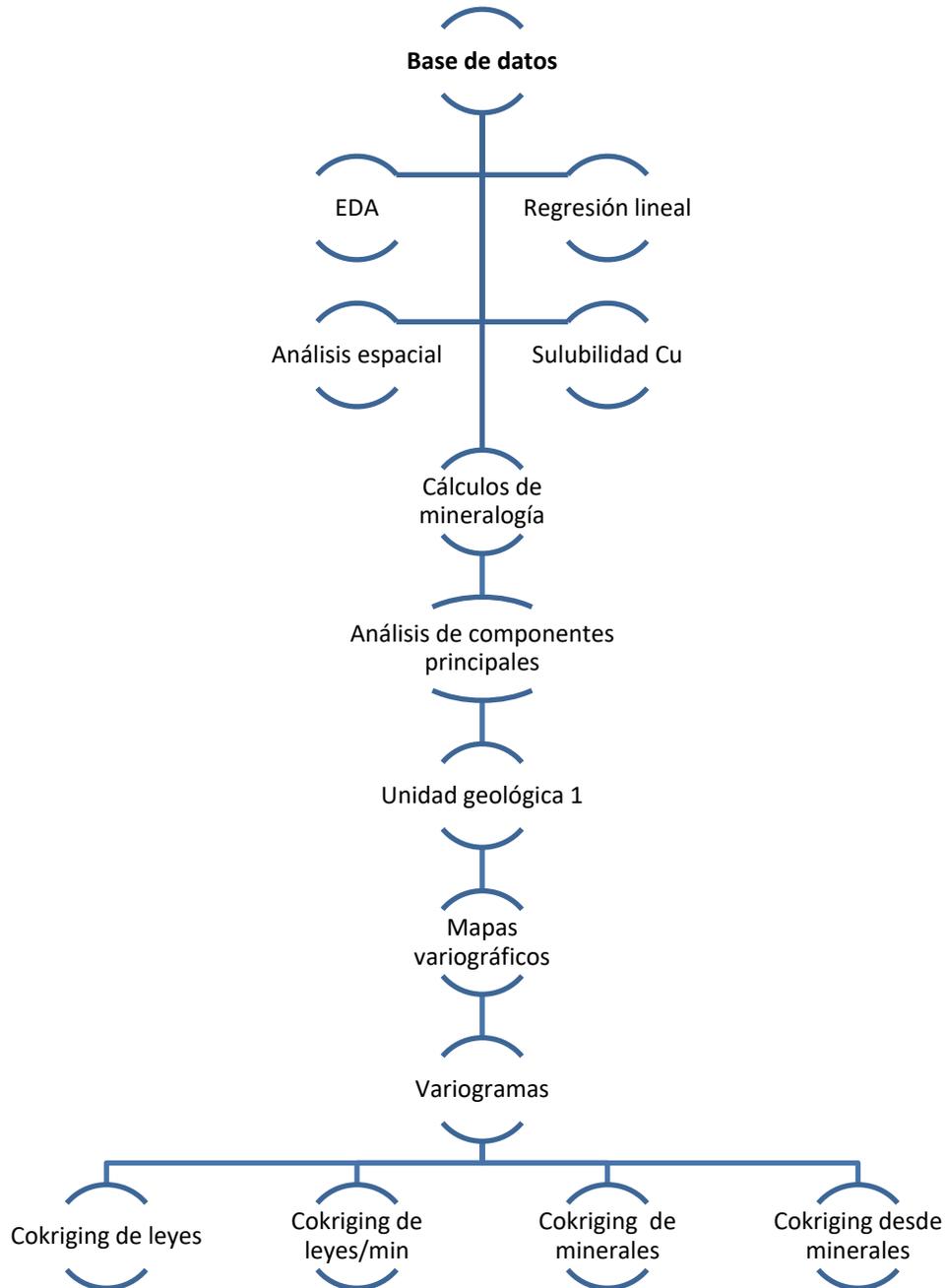


Figura 3.1. Esquema para el desarrollo del estudio.

4. CASO DE ESTUDIO: YACIMIENTO DE COBRE.

En un yacimiento de cobre de tipo porfídico, es habitual la presencia de hierro, cobre y azufre en sus distintas combinaciones de minerales, como, por ejemplo: Covelina (Cv), Calcosina (Cc), Calcopirita (Cp), Bornita (Bn), Pirita (Py), etc. Es habitual que todos los proyectos mineros realicen el procesamiento de estos minerales (ROM) vía concentración por flotación, y posteriormente, la fusión y refinación de sus concentrados. En estas últimas etapas, el mayor impacto sobre el medioambiente lo generan las fundiciones de concentrado de cobre, principalmente, con emisiones de dióxido de azufre (SO₂), arsénico (As) y material particulado (MP).

Para el desarrollo de este proyecto, se ha considerado una campaña de exploraciones realizada en la zona norte de nuestro país, cuyas coordenadas mínimas son: 0.0 (x: Este), 0.0 (y: Norte) y 0.0 (z: Elevación) (información anonimizada).

El yacimiento tiene una orientación N30E de 5140.6 metros de largo y unos 3644.0 metros de ancho y un espesor de 767.4 metros. Ha sido reconocido por más de 3500 sondajes, con un largo variable que va desde los 16 metros hasta 984 metros, totalizando 797791 m compositados cada 5 metros. Algunos sondajes conforman una malla regular de 50 x 50 m hasta 500 x 500 m, aproximadamente. El proyecto considerado en este estudio, tiene por objetivo, analizar la solubilidad de los minerales de cobre al ponerlos en contacto con dos tipos de soluciones lixiviantes.

4.1 Análisis Exploratorio de Datos.

En primera instancia, se ha realizado el análisis exploratorio de los datos disponibles (EDA), el cual tiene por objetivo identificar dificultades o problemas que puedan surgir en la fase de predicción local, como, por ejemplo: presencia de valores atípicos que se destacan de aquellos de los datos, grado de dificultad esperado para ajustar un variograma, etc. Para el caso de los datos analizados, a continuación, en la tabla 4.1, se muestran las estadísticas básicas de los datos originales.

Tabla 4.1. Análisis estadístico a los datos originales.

	x (m)	y (m)	z (m)	Litología	Alteración	Cu zona	Cusol1 (%)	Cusol2 (%)	Cusol3 (%)	TCu (%)
Recuento	150422	150422	150422	150422	112082	112142	84808	84798	107657	108162
Promedio	1471	2826	512	145	237	358	0.294	0.151	0.093	0.471
Mediana	1457	2993	540	160	240	360	0.082	0.029	0.017	0.283
Varianza	244474	877369	17641	297	122	357	0.370	0.124	0.096	0.449
Mínimo	0	0	0	110	210	310	0.001	0.001	0.001	0.001
Máximo	3644	5141	767	160	260	380	51.394	14.558	10.796	55.655
Rango	3644	5141	767	50	50	70	51.393	14.558	10.796	55.654
Sesgo	565	-1118	-3780	-2131	7768	5158	-7190	-4354	-10742	-12620
Curtosis	16	-65	116	-90	112	-11	37787	6802	8243	31477

Nota: Cu zona: corresponde a la codificación realizada al tipo de zona mineral, Cusol1: es el % de cobre soluble proveniente de la lixiviación con cianuro de sodio, Cusol2: es el % de cobre soluble proveniente de la lixiviación con sulfato férrico, Cusol3: es el % de cobre soluble proveniente del análisis químico convencional y TCu: es el % de cobre total de las muestras por análisis químico convencional.

De la tabla anterior, para la limpieza de datos, se analizaron posibles datos duplicados, erróneos y aberrantes. Para ello, se analizó cada variable en el archivo, relativos a Coordenadas, Litología, Alteración, Zona Mineral de Cobre, Leyes, etc. La estrategia para la eliminación de datos, se muestran en la tabla 4.2.

Tabla 4.2. Procedimientos para identificar y eliminar datos duplicados y erróneos.

Variable	Datos en conflicto	Observación	Tratamiento
Codificación de Lito, Alteración y Zona min.	Texto	Texto	Asignación de números
CuT, Cusol3	$Cusol3 \geq CuT$	$Cu\ soluble \geq Cu\ total$	Se eliminan filas con valores negativos
CuT, Cusol1	$Cusol1 \geq CuT$	$Cu\ soluble\ en\ cianuro\ de\ sodio \geq Cu\ Total$	Se eliminan filas con valores negativos
CuT, Cusol2	$Cusol2 \geq CuT$	$Cu\ Soluble\ en\ sulfato\ férrico \geq Cu\ total$	Se eliminan filas con valores negativos
Outliers	Leyes	Presencia de altas leyes	Las altas leyes se mantienen
Outliers	$Pesos\ específicos \leq 2\ t/m^3$	Presencia en zonas intermedias de los sondajes	Se eliminan filas

4.1.1 Eliminación de datos outliers.

Para identificar la existencia de datos outliers, se estudiaron los datos de las leyes de Cusol3 y Cu Total. Para ello, se realizó un test de outliers sobre las leyes denominado método gráfico de aberrantes. Para ejecutar este test, la muestra estudiada se debe distribuir normalmente.

En el análisis, se considera la posibilidad de que una muestra de n observaciones contiene uno o más valores atípicos es el gráfico de aberrantes. En la figura 4.1, se muestran los posibles datos atípicos.

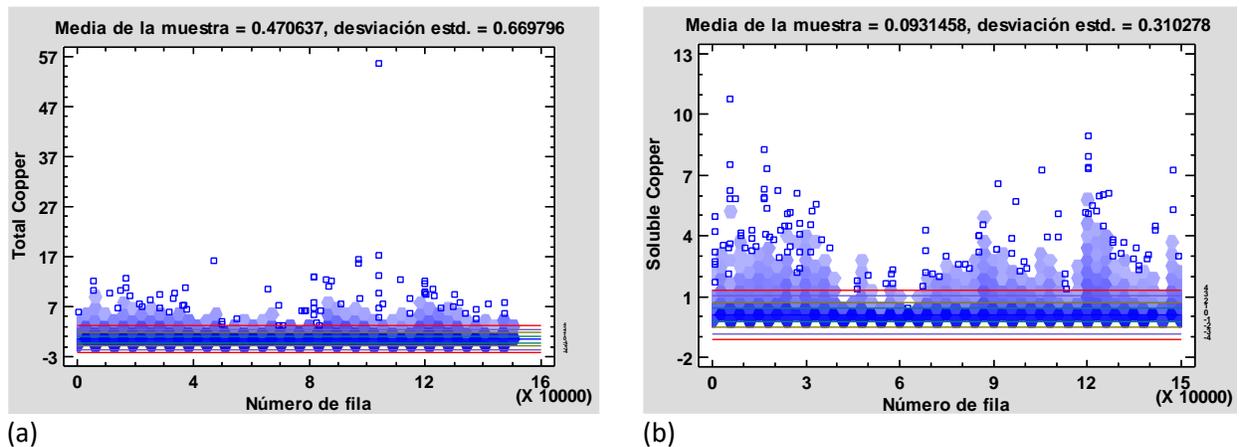


Figura 4.1. Gráfico de aberrante con límites Sigma. (a) CuT y (b) Cusol3.

Este gráfico muestra cada valor de los datos, en torno a la media de la muestra están unas líneas horizontales, que corresponden a $\pm 1, 2, 3,$ y 4 desviaciones estándar (σ). Puntos más allá de 3 sigmas, se considera que son valores atípicos potenciales y dignos de investigación adicional. Al respecto, se ha decidido eliminar 1 valor aberrante de CuT superior a 55%, debido a que estos valores no se presentan en yacimientos de cobre (un solo compuesto). A continuación, en la tabla 4.3, se muestra una tabla resumen del análisis exploratorio de datos. Por otra parte, en la Figura 4.2, se muestra las gráficas que analizan el comportamiento estadístico.

Tabla 4.3. Resumen de análisis estadístico con la limpieza de datos duplicados y erróneos.

	x (m)	y (m)	z (m)	Litología	Alteración	Cu zona	Cusol1 (%)	Cusol2 (%)	Cusol3 (%)	TCu (%)
Recuento	150152	150152	150152	150152	111815	111872	84539	84529	107387	107892
Promedio	1471	2827	512	145	237	358	0.290	0.149	0.092	0.468
Mediana	1457	2994	540	160	240	360	0.082	0.029	0.016	0.282
Varianza	244559	877281	17665	297	122	357	0.328	0.117	0.095	0.415
Mínimo	0	0	0	110	210	310	0.001	0.001	0.001	0.001
Máximo	3644	5141	767	160	260	380	15.650	11.292	10.796	17.180
Rango	3644	5141	767	50	50	70	15.649	11.292	10.796	17.180

De la tabla anterior, se establece que las dimensiones del yacimiento son: 3644 metros en la dirección este, 5141 metros orientados hacia el norte y un espesor de 767 metros. En este punto, a continuación, se muestran las gráficas del análisis estadístico a los datos filtrados.

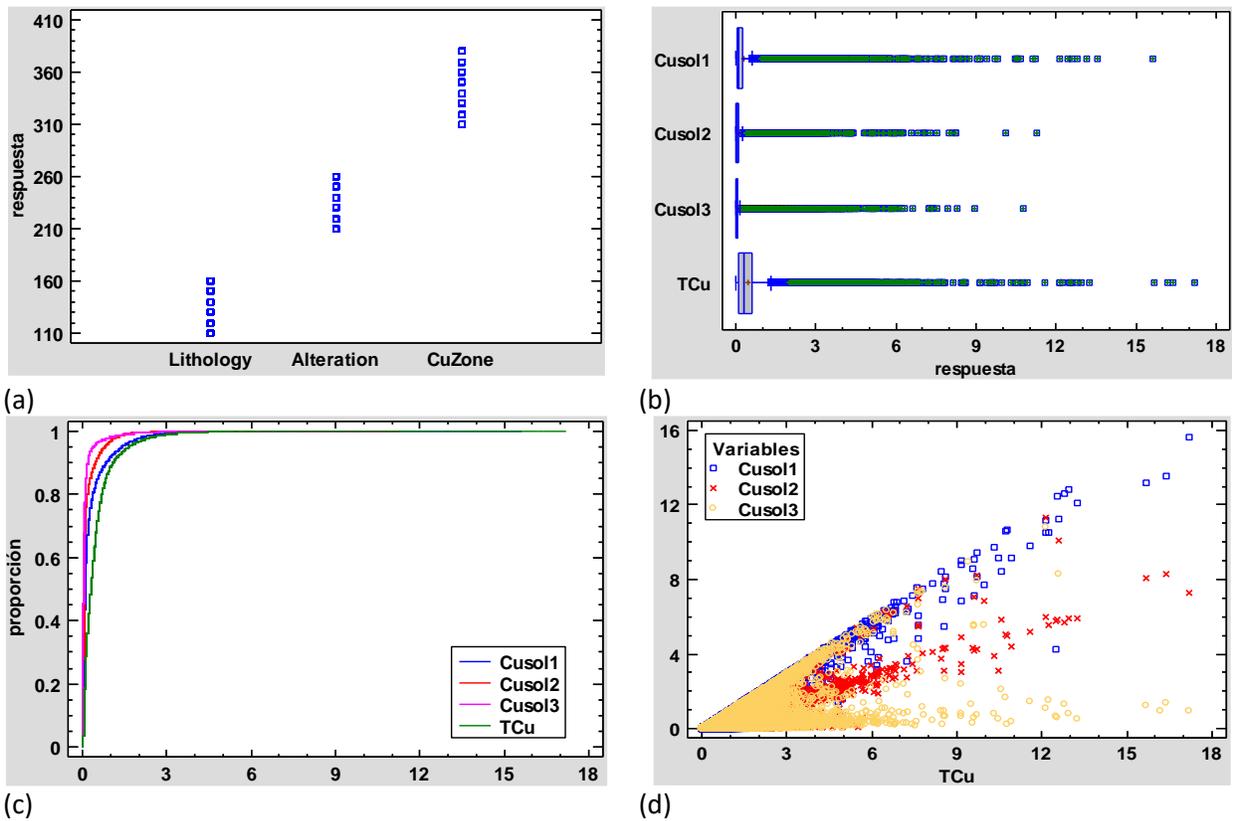


Figura 4.2. Dispersión de códigos (a), Gráfico de box-plot (b), cuantiles (c) y solubilidad (d).

En la figura anterior, es posible verificar que la litología tiene seis componentes, alteración seis componentes y la zona mineral ocho componentes (a). Por otro lado, la ley de cobre total (b) es mayor que las de cobre soluble, tanto en los valores promedios, como los máximos. En tanto, es el cobre total el que presenta una mayor proporción de leyes y, por el otro extremo, el cobre soluble es más acotado su rango (c). Finalmente, la gráfica (d) muestra que la relación de desigualdad entre el cobre total (TCu) y cobre soluble (Cusol1, Cusol2 y Cusol3) se cumple. También sugiere la existencia de varias poblaciones de datos, debido a las multi-modalidades observadas en las nubes de correlación.

4.2 Test de lixiviación y Solubilidad.

Desde el punto de vista técnico y económico, uno de los factores relevantes en los procesos hidrometalúrgicos es el parámetro de recuperación metalúrgica del elemento de interés. En general, la práctica industrial de la lixiviación presenta diferentes sistemas de operación que se seleccionan de acuerdo a los siguientes factores: ley de la especie de interés a recuperar, reservas de mineral, caracterización mineralógica y geológica, comportamiento metalúrgico, capacidad de procesamiento costos de operación y de capital, rentabilidad económica, etc. Una forma de clasificar los métodos de lixiviación es (ITGE, 1993):

- ✓ Lixiviación de lechos fijos: in situ/in place, en botaderos, en pilas y en bateas.
- ✓ Lixiviación de pulpas: por agitación (a presión ambiente) y en autoclaves.

Para determinar el método de disolución del mineral o el destino de los bloques, se realiza el análisis a la solubilidad de las muestras presente en la base de datos, mediante test de lixiviación.

4.2.1 Test de lixiviación a minerales de cobre.

Para conocer el grado de solubilidad de las muestras de cobre, se han realizado test hidrometalúrgicos a nivel de laboratorio, utilizando los compósitos de cinco metros provenientes de los sondajes. Cada uno de estos compósitos fue sometido al ataque químico con dos tipos de soluciones: cianuro de sodio, y sulfato férrico. A continuación, se muestra un resumen de los análisis realizados a las muestras:

- ✓ Cobre total (CuT): ataque con $\text{HCl} - \text{HClO}_4 - \text{HNO}_3$, luego calentar a sequedad, disolver en HCl, lectura con equipo de absorción atómica (AA).
- ✓ Cobre soluble en cianuro sódico (Cusol1): la solución lixiviante tiene 10% NaCN, lixiviación por 30 minutos a temperatura ambiente, lectura con AA.
- ✓ Cobre soluble en sulfato férrico (Cusol2): disolución de la muestra por 5 g/l de Fe^{+3} y 50 g/l H_2SO_4 , lixiviación por 1 hora a temperatura ambiente, lectura con AA.
- ✓ Para sulfuros: análisis con "LECO" para determinar sulfuro (S^{-2}) después de un lavado para eliminar el azufre en forma de sulfato (SO_4^{-2}).
- ✓ Para Hierro: $\text{HF} - \text{HClO}_4 - \text{HNO}_3$ calentar a sequedad, disolver en HCl, lectura con AA.

La relación entre el Cobre total y el cobre soluble se describe por intermedio de diagramas de dispersión. Este vínculo ha sido graficado considerando la interpretación geológica de las muestras (litología, alteración y zona mineral de cobre), tal como se muestra en las figuras 4.3, 4.4 y 4.5.

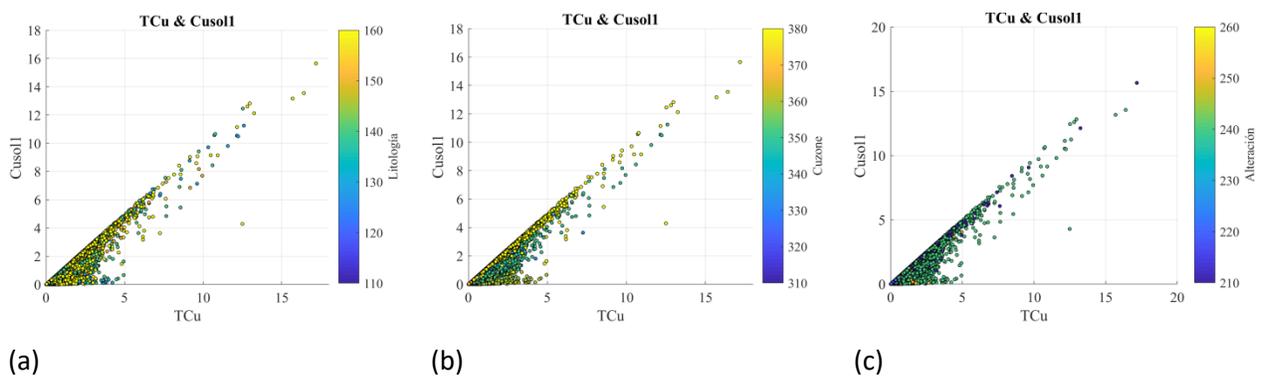


Figura 4.3. Diagrama de dispersión para %CuT versus % Cusol1. Litología (a), zona mineral de Cu (b) y alteración (c).

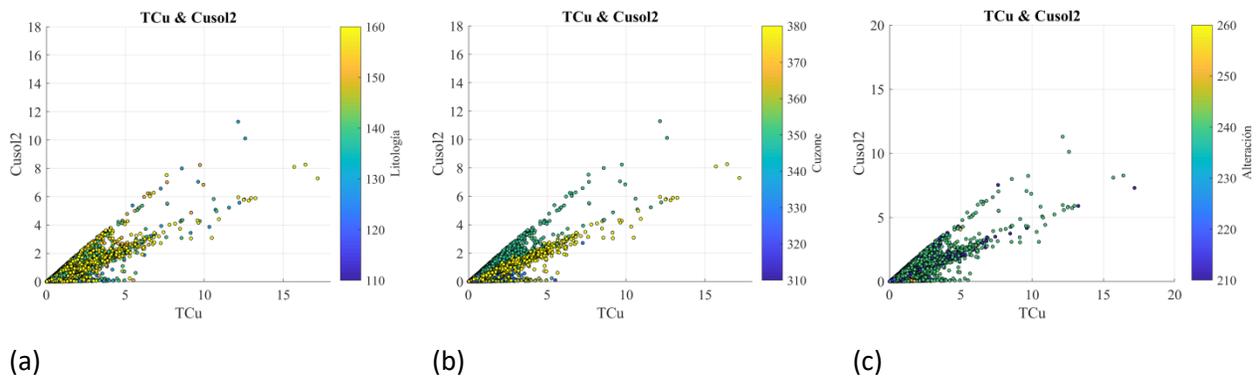


Figura 4.4. Diagrama de dispersión para % CuT versus % Cusol2. Litología (a), zona mineral de Cu (b) y alteración (c).

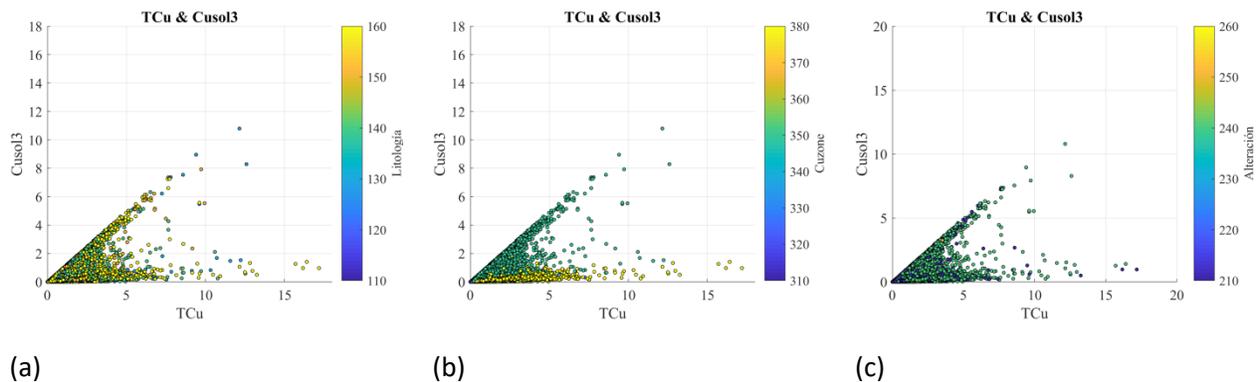


Figura 4.5. Diagrama de dispersión % CuT versus % Cusol3. Litología (a), zona mineral de Cu (b) y alteración (c).

Estas figuras, describen el comportamiento de las distintas muestras al ataque químico de las distintas soluciones bajo el concepto de solubilidad, las cuales, se han graficado en función de las variables categóricas provenientes del mapeo geológico, es decir, solubilidad en función de la litología, alteración o zona de mineral de cobre. Esta última unidad geológica, es la que presenta una diferenciación más clara de sus categorías en este análisis. Por otra parte, en la mayoría de los casos se muestran más de dos poblaciones de datos.

4.3 Cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra.

En esta sección, se establece la metodología para el cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra. Existen tres variables esenciales en este análisis: la solubilidad máxima obtenida experimentalmente (tabla 2.2), la solubilidad parcial conseguida a través de test hidrometalúrgicos (base de datos de sondajes) y el cobre estequiométrico de cada mineral (tabla 2.3). En este sentido, las solubilidades de cada mineral de cobre sulfurado provienen de dos escenarios de lixiviación: Cusol1/TCu y Cusol2/TCu.

Para el cálculo de mineralogía en las muestras, se definen 3 variables: Cp (contenido de calcopirita en la muestra), Cv (contenido de covelina en la muestra) y Cc (contenido de calcosina en la muestra). La definición del cálculo de la mineralogía en las muestras, se puede describir como:

Suma de Cu de la muestra que reporta a Cu total (TCu):

$$\alpha_1 * Cc + \beta_1 * Cv + \gamma_1 * Cp = TCu / TCu \quad (4.1)$$

Suma de Cu de la muestra que es soluble en NaCN (Cusol1):

$$\alpha_2 * Cc + \beta_2 * Cv + \gamma_2 * Cp = Cusol1 / TCu \quad (4.2)$$

Suma de Cu de la muestra que es soluble en Sulfato Férrico (Cusol2):

$$\alpha_3 * Cc + \beta_3 * Cv + \gamma_3 * Cp = Cusol2 / TCu \quad (4.3)$$

donde:

α_i : corresponde al producto de cobre estequiométrico y cobre soluble máximo para calcosina, según el ataque químico correspondiente.

β_i : corresponde al producto de cobre estequiométrico y cobre soluble máximo para covelina, según el ataque químico correspondiente.

γ_i : corresponde al producto de cobre estequiométrico y cobre soluble máximo para calcopirita, según el ataque químico correspondiente.

En relación a lo anterior, las ecuaciones 4.1, 4.2 y 4.3 forman un sistema de ecuaciones con tres incógnitas (3 x 3), cuya resolución, a través del método de Gauss/Jordan, permite obtener el % de mineral (Cc, Cv y Cp) en cada una de las muestras proveniente de los sondajes. La forma matricial es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 & \beta_1 & \gamma_1 \\ \alpha_2 & \beta_2 & \gamma_2 \\ \alpha_3 & \beta_3 & \gamma_3 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Cc \\ Cv \\ Cp \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ Cusol1 / TCu \\ Cusol2 / TCu \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Considerando el método de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas, se ha desarrollado el cálculo para la obtención del % de cada mineral de cobre en la muestra. En la tabla 4.4 y figura 4.6, se muestra el resumen estadístico de cálculo de mineralogía.

Tabla 4.4. Resumen estadístico de cálculo de mineralogía.

Ítem	Recuento	Promedio	Mediana	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
Cusol1 (%)	84539	0.290	0.082	0.328	0.001	15.650	15.649
Cusol2 (%)	84529	0.149	0.029	0.117	0.001	11.292	11.292
Cusol3 (%)	107387	0.092	0.016	0.095	0.001	10.796	10.796
Tcu (%)	107892	0.468	0.282	0.415	0.001	17.180	17.180
Calcosina (%)	84533	0.300	0.040	0.474	0.000	17.210	17.210
Covelina (%)	84533	0.068	0.011	0.027	0.000	7.480	7.480
Calcopirita (%)	84533	0.605	0.330	0.519	0.000	16.494	16.494

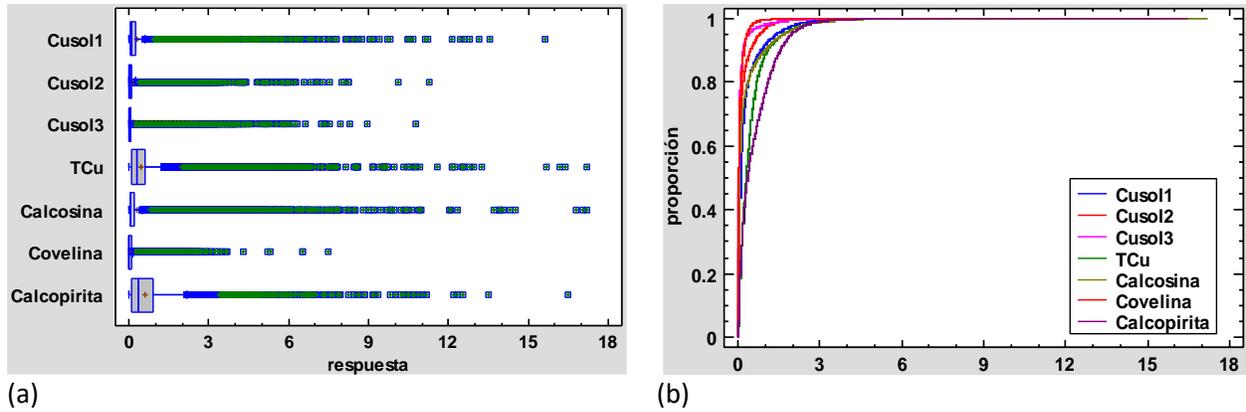


Figura 4.6. Análisis exploratorio de leyes y minerales. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

En relación a lo anterior, el mayor porcentaje de mineral en la muestra lo tiene la calcosina y la calcopirita, en menor proporción la covelina. En cuanto a la ley promedio, el mayor valor lo presenta la calcopirita con un 0.605 % en la muestra y la calcosina presenta la mayor amplitud de leyes (proporción), muy similar al cobre total.

Por otra parte, en las figuras que se muestran a continuación, se describen los gráficos de dispersión de ley versus mineral de cobre, con los datos categóricos de la zona mineral de cobre.

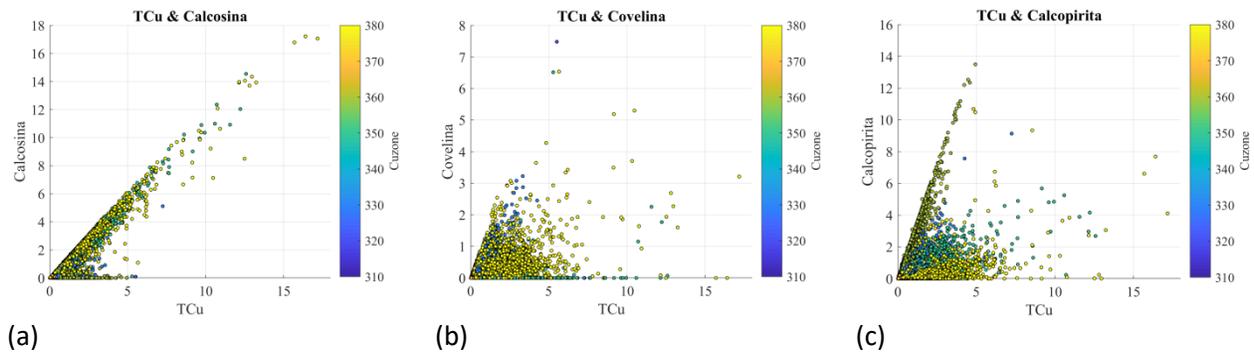


Figura 4.7 Gráficos de ley de CuT por mineral (zona mineral). Calcosina v/s CuT (a), covelina v/s CuT (b) y calcopirita v/s CuT (c).

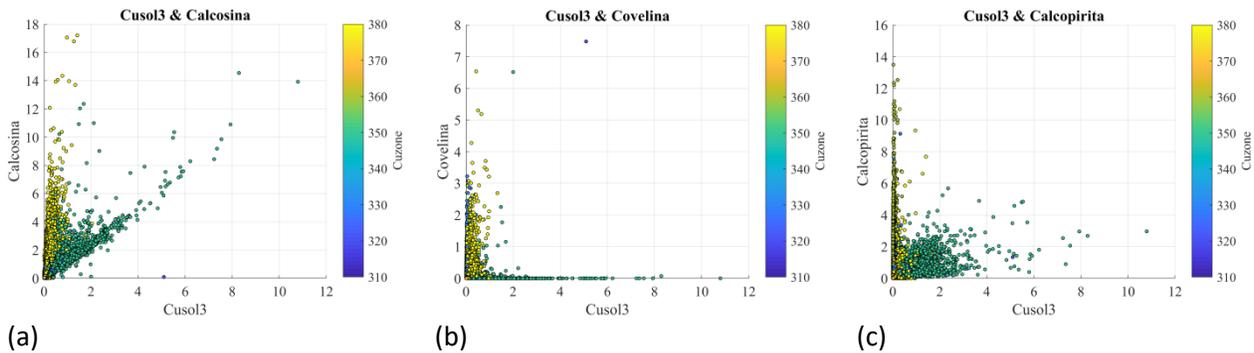
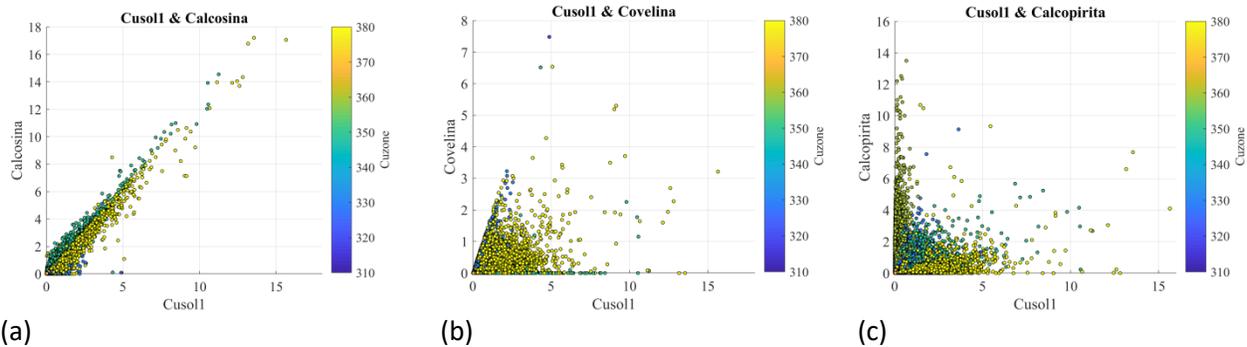
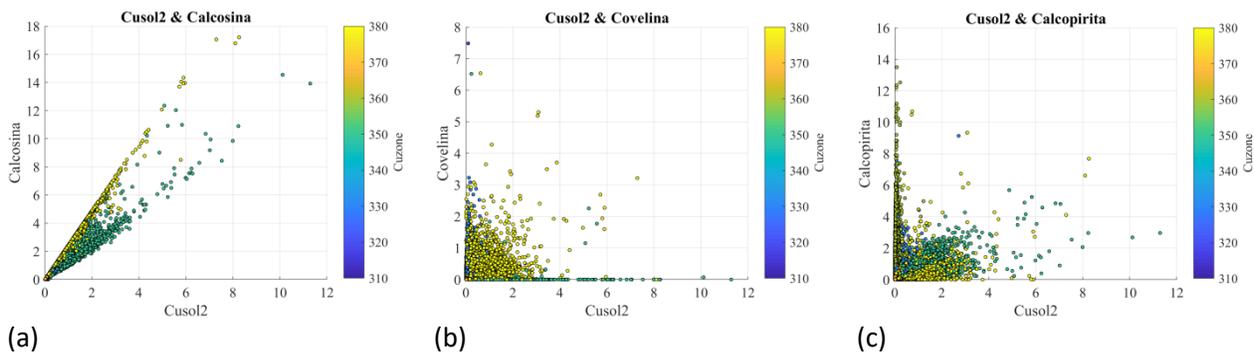


Figura 4.8. Gráficos de ley de Cusol3 por mineral (zona mineral). Calcosina v/s Cusol3 (a), covelina v/s Cusol3 (b) y calcopirita v/s Cusol3 (c).



(a) (b) (c)
 Figura 4.9. Gráficos de ley de Cusol1 por mineral (zona mineral). Calcosina v/s Cusol1 (a), covelina v/s Cusol1 (b) y calcopirita v/s Cusol1 (c).



(a) (b) (c)
 Figura 4.10. Gráficos de ley de Cusol2 por mineral (zona mineral). Calcosina v/s Cusol2 (a), covelina v/s Cusol2 (b) y calcopirita v/s Cusol2 (c).

En la figura 4.7, es posible verificar que todos los minerales de cobre sulfurado contribuyen a establecer el % de cobre total en la muestra.

Particularmente, para el caso del cobre soluble (Cusol3) v/s mineral, la dispersión de datos es dispar (figura 4.8), es decir, tanto la calcopirita como la covelina presentan valores que se mueven a lo largo del eje de las ordenadas con una contribución muy baja o nula sobre cobre soluble, a excepción de la calcosina. Por el otro lado, para el caso de la calcosina, la gráfica presenta valores de Cusol3 a través del eje de las abscisas hasta 11 %, con valores muy bajos de covelina (valor cercano a cero o ausencia de este mineral en la muestra).

Para el caso de los gráficos de ley de Cusol1 y Cusol2 por mineral, indica que el aporte de cobre a la solución rica, está influenciada por el tipo de categoría de la zona mineral, principalmente, por la calcosina y calcopirita.

Por otra parte, las solubilidades parciales de las muestras pueden ser graficadas considerando las solubilidades máximas y la zona mineral, ver en la figura 4.11.

Finalmente, en la figura 4.12 se muestran las razones de solubilidad por mineral.

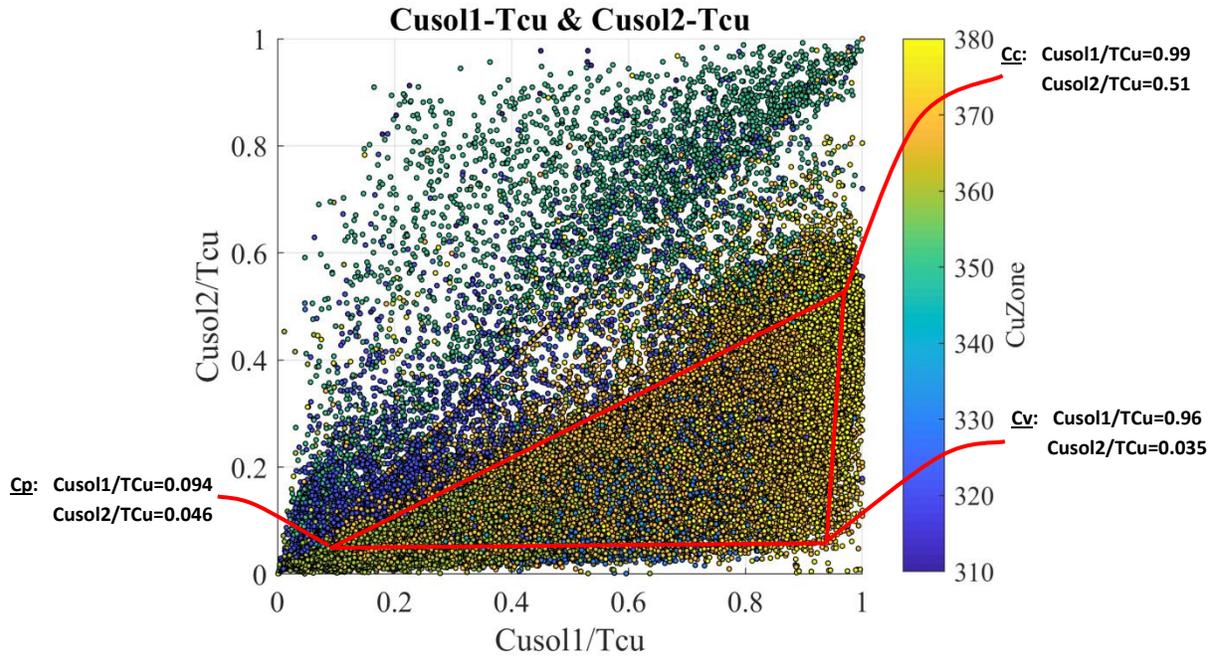
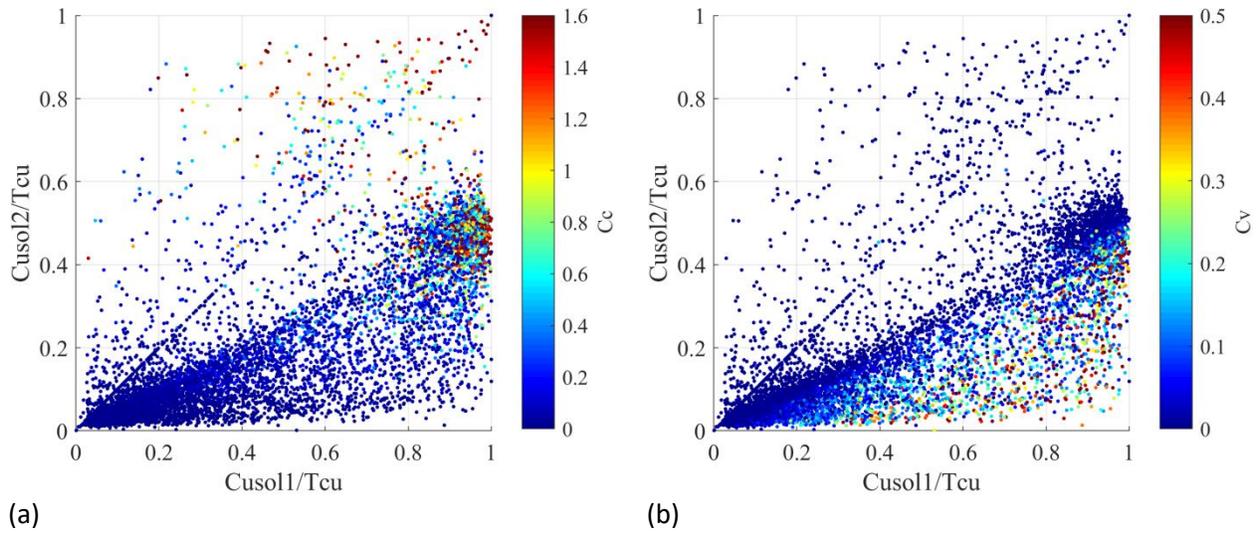
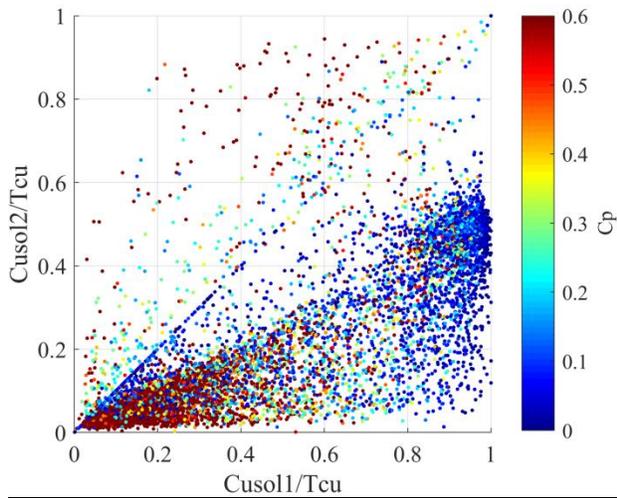


Figura 4.11. Extracción parcial (solubilidad) y máxima en función de la zona mineral.

De la figura anterior, es posible verificar que el mayor aporte a la solubilidad del cobre en la lixiviación lo realiza el cianuro de sodio, incluyendo, a los tres puntos de las extracciones límites o máximas.





(c)

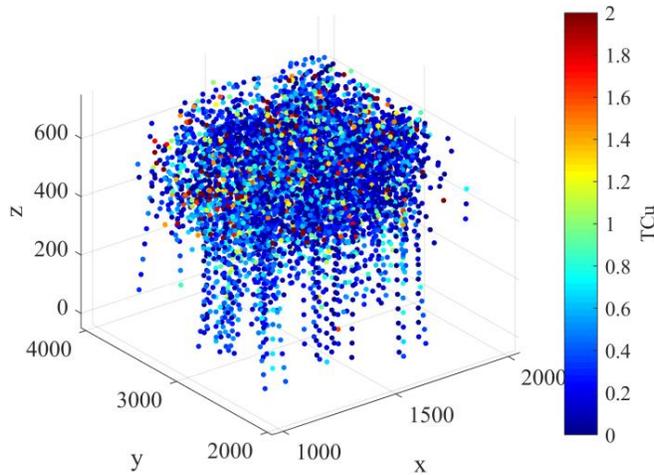
Figura 4.12. Razón de solubilidad y minerales. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

En las figuras anteriores, se puede apreciar que cada mineral presenta sus mayores porcentajes de solubilidad en la muestra en aquellos puntos donde están ubicadas sus extracciones límites (solubilidades máximas teóricas) (ver figura 4.11).

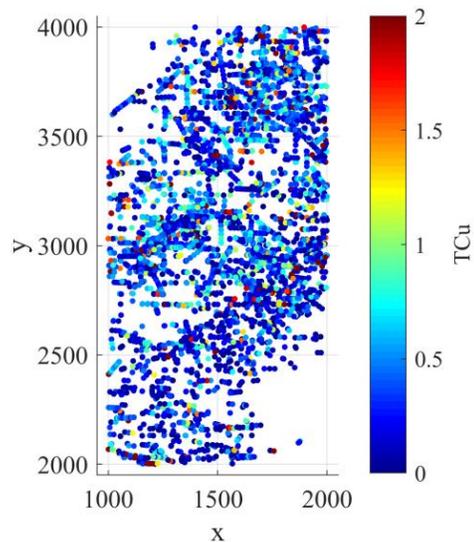
4.4 Análisis espacial.

4.4.1 Mapas de variables categóricas y continuas.

En esta sección se realizan los mapas de las variables categóricas y continuas. Se ha realizado un análisis georreferenciado, para determinar la distribución espacial de las leyes de cobre (total y soluble) y las solubilidades para identificar sectores con distribución preferencial de sus valores, todo esto, con el objetivo de focalizar el proceso de predicción. En segunda instancia se analiza la distribución espacial de los minerales de cobre sulfurado (Calcosina, covelina y calcopirita) y las variables categóricas (Litología, alteración y zona mineral). En las figuras que se presentan a continuación, se muestra una sección acotada de la distribución espacial de las leyes de CuT en las distintas vistas.



(a)



(b)

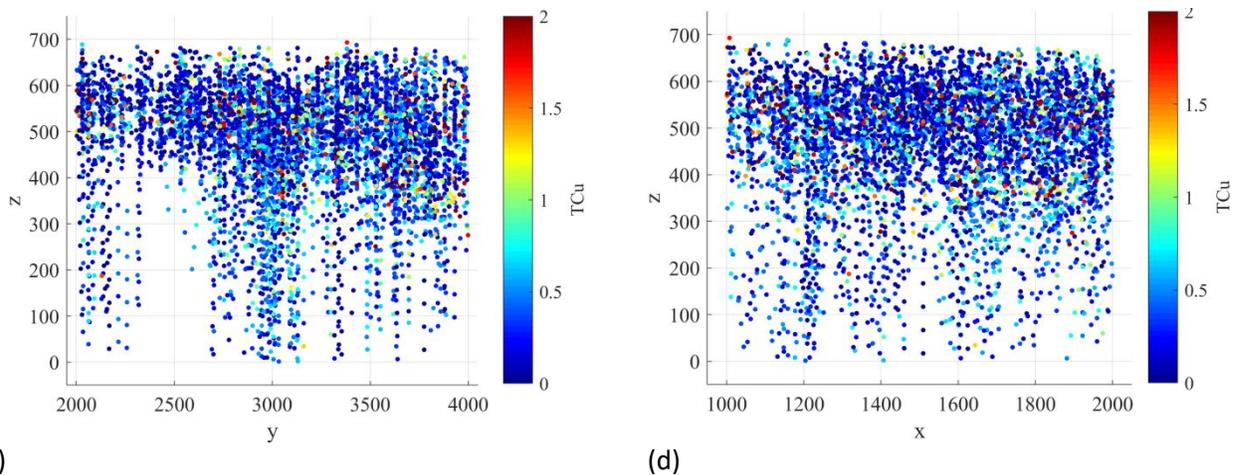


Figura 4.13. Distribución espacial de la ley de CuT (%). Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De las vistas anteriores, es posible verificar que el espaciamiento de los sondajes llega a una malla regular de 500 x 500 metros, en la periferia del yacimiento. Además, se destaca la presencia de leyes, en su mayoría, entre 0 y 1 % de CuT. Por otra parte, se muestra un muestreo mucho más denso hacia el centro del yacimiento. En este análisis, en el anexo A, se muestra la distribución en el espacio de las leyes de TCu, Cusol1, Cusol2 y Cusol3 (%). Por otra parte, en el anexo B, C y D se muestran los mapas de variables categóricas, mapas de minerales y mapas de solubilidad.

4.5 Variables Geometalúrgicas correlacionadas con la ley de Cobre (total y Solubles).

Para analizar la correlación entre las variables, se utiliza el método de correlaciones Producto Momento de Pearson. Este procedimiento es usado frecuentemente antes de construir un modelo de regresión múltiple. En este análisis, los coeficientes de correlación miden la fuerza de la relación lineal entre dos columnas en una escala de -1 a $+1$. Entre mayor sea el valor absoluto de la correlación, más fuerte es la relación lineal entre las dos variables. A continuación, en la siguiente tabla se muestran las correlaciones de leyes y minerales.

Tabla 4.5. Correlaciones de Variables Geometalúrgicas v/s análisis químico y mineralógico.

	x	y	z	Litología	Alteración	Cuzone	Cusol1	Cusol2	Cusol3	TCu	Cusol1/TCu	Cusol2/TCu	Cusol3/TCu	Calcosina	Covelina	Calcopirita
x	1.00	0.62	0.23	0.07	0.03	0.02	0.04	0.03	0.00	0.02	-0.10	-0.09	0.05	0.05	0.01	0.10
y	0.62	1.00	-0.29	0.09	0.04	0.03	-0.05	0.05	0.03	0.02	-0.16	-0.16	0.11	-0.06	0.02	0.16
z	0.23	-0.29	1.00	-0.38	0.19	0.22	0.18	0.16	0.13	0.04	0.37	0.31	0.29	0.17	0.16	-0.24
Litología	0.07	0.09	-0.38	1.00	-0.13	0.03	-0.03	0.02	0.01	-0.06	0.22	0.19	0.00	-0.01	-0.05	-0.28
Alteración	0.03	0.04	-0.19	-0.13	1.00	0.13	-0.09	0.09	0.08	0.03	-0.21	-0.22	0.21	-0.10	0.02	0.20
Cuzone	0.02	0.03	0.22	0.03	0.13	1.00	0.27	0.19	0.03	0.22	0.46	0.25	-0.17	0.27	0.08	-0.11
Cusol1	-0.04	-0.05	0.18	-0.03	0.09	0.27	1.00	0.92	0.52	0.92	0.51	0.49	0.15	0.98	0.45	-0.05
Cusol2	-0.03	-0.05	0.16	-0.02	0.09	0.19	0.92	1.00	0.78	0.88	0.43	0.57	0.34	0.96	0.22	-0.01
Cusol3	0.00	-0.03	0.13	-0.01	0.08	0.03	0.52	0.78	1.00	0.60	0.24	0.49	0.61	0.58	0.06	0.04
TCu	0.02	0.02	0.04	0.06	0.03	0.22	0.92	0.88	0.60	1.00	0.28	0.32	0.14	0.90	0.42	0.34
Cusol1/TCu	-0.10	-0.16	0.37	0.22	0.21	0.46	0.51	0.43	0.24	0.28	1.00	0.77	0.42	0.49	0.29	-0.52
Cusol2/TCu	-0.09	-0.16	0.31	0.19	0.22	0.25	0.49	0.57	0.49	0.32	0.77	1.00	0.78	0.55	-0.01	-0.41
Cusol3/TCu	-0.05	-0.11	0.29	0.00	0.21	0.17	0.15	0.34	0.61	0.14	0.42	0.78	1.00	0.22	-0.11	-0.29
Calcosina	-0.05	-0.06	0.17	-0.01	0.10	0.27	0.98	0.96	0.58	0.90	0.49	0.55	0.22	1.00	0.27	-0.07
Covelina	0.01	0.02	0.16	-0.05	0.02	0.08	0.45	0.22	0.06	0.42	0.29	0.01	0.11	0.27	1.00	0.01
Calcopirita	0.10	0.16	-0.24	0.28	0.20	-0.11	-0.05	0.01	0.04	0.34	-0.52	-0.41	-0.29	0.07	0.01	1.00

De la tabla anterior, se observa que el cobre total se correlaciona fuertemente con el cobre proveniente de la cianuración, el cobre presente en sulfato férrico y la calcosina. Por otro lado, la ley cobre soluble Cusol1 y Cusol2 se correlaciona fuertemente con la calcosina y con la ley de cobre total. Luego, la calcopirita se correlaciona moderadamente con el cobre total y con las solubilidades (Cusol1/TCu y Cusol2/TCu).

4.6 Regresiones lineales para Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT.

El procedimiento de Regresión Múltiple está diseñado para construir un modelo estadístico describiendo el impacto de dos o más factores cuantitativos X sobre una variable dependiente Y. El modelo diseñado puede ser usado para hacer predicciones, incluyendo límites de confianza y límites de predicción (Statgraphics, 2007).

Para diseñar la ecuación que represente el modelo ajustado entre leyes y minerales de cobre, se considera la regresión lineal sin la constante en el modelo, considerando a las leyes como las variables dependientes (Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%)) y a los minerales como las variables independientes (calcosina, covelina y calcopirita (%)).

A continuación, se muestran las regresiones para el modelo de cada una de las variables.

4.6.1 Regresión Múltiple – Cobre Total.

$$TCu = 0.799494 * Cc + 0.664468 * Cv + 0.346095 * Cp \quad (4.5)$$

Número de observaciones: 84533.

R-cuadrada = 99.9283 %.

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99.9283 %.

4.6.2 Regresión Múltiple – Cobre soluble por ácido sulfúrico.

$$Cusol3 = 0.191666 * Cc - 0.140388 * Cv + 0.0269373 * Cp \quad (4.6)$$

Número de observaciones: 84528.

R-cuadrada = 41.1982 %.

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 41.1968 %.

4.6.3 Regresión Múltiple - Cobre soluble por sulfato férrico.

$$Cusol2 = 0.482753 * Cc - 0.108254 * Cv + 0.0248743 * Cp \quad (4.7)$$

Número de observaciones: 84529.

R-cuadrada = 93.6546 %.

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 93.6544 %.

4.6.4 Regresión Múltiple - Cobre soluble por cianuro de sodio

$$Cusol1 = 0.772349 * Cc + 0.692001 * Cv + 0.0162114 * Cp \quad (4.8)$$

Número de observaciones: 84530.

R-cuadrada = 99.54 %.

R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 99.54 %.

De las regresiones lineales realizadas, la discrepancia está en la predicción del cobre soluble a partir de los minerales de cobre, en el cual, se obtiene un coeficiente de determinación bajo, es decir, un R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 41.2 %. Esta baja afinidad, se debe principalmente, al aporte que hacen los minerales oxidados de cobre en el resultado de cobre soluble, por efecto de la utilización de H_2SO_4 como disolvente en el ataque químico. Las otras tres regresiones tienen coeficientes de determinación entre 93.6% y 99.9%, es decir, muy altos, permitiendo predecir con poco error las leyes de cobre total, cobre presente en el sulfato férrico y cobre presente en la cianuración, a partir de las proporciones de calcosina, covelina y calcopirita. En particular, abren la posibilidad a predecir las leyes (TCu, Cusol1 y Cusol2) en el espacio a partir de una estimación de las proporciones de las tres especies de minerales en el espacio.

5. UNIDADES GEOLÓGICAS.

5.1 Descripción de unidades geológicas (Subconjuntos).

Desde el punto de vista geológico, es necesario realizar el análisis a aquellas unidades geológicas (mapeo geológico) que controla el comportamiento de las variables en estudio. El procedimiento de análisis de subconjuntos calculará las estadísticas básicas de la litología, zona mineral de cobre y alteración en función del % de cobre total.

A continuación, en la tabla 5.1, 5.2 y 5.3 se muestran las características de los subconjuntos en función de la ley de cobre total (%) y su clasificación.

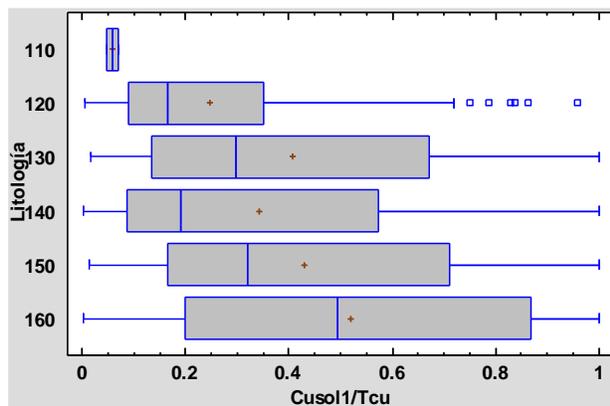
Tabla 5.1. Estadísticas básicas de la litología por TCu (%).

Litología	Códigos	Recuento	Promedio	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
Nivel de arcilla	110	484	0.022	0.002	0.001	0.586	0.585
Carpeta superficial	120	2403	0.089	0.048	0.001	2.382	2.382
Brecha hidrotermal	130	1008	1.046	2.264	0.005	12.590	12.585
Pórfido mineralizado	140	22892	0.647	0.468	0.001	12.520	12.519
Pórfido no mineralizado	150	10146	0.379	0.352	0.003	9.942	9.939
Roca entera	160	70959	0.431	0.373	0.001	17.180	17.180
Total		107892	0.468	0.415	0.001	17.180	17.180

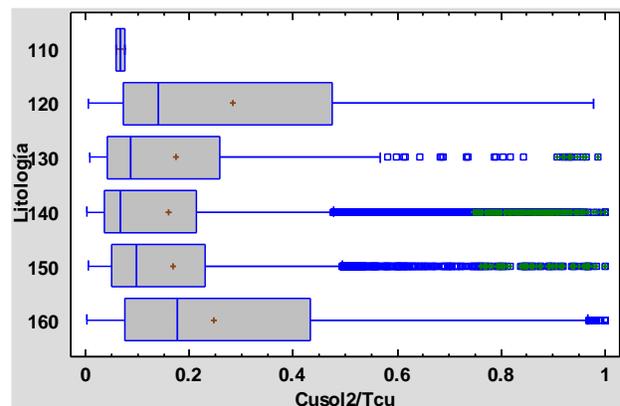
La categorización de la litología se ha realizado en seis grupos, en los cuales, destaca por el número de muestras el pórfido mineralizado (140) con 22892, el pórfido no mineralizado (150) con 10146 y las muestras de roca entera (160) con 70959. Esta última categoría, es la que entrega el mayor rango y ley de TCu, llegando a un 17.18 %.

Por otra parte, la brecha hidrotermal tiene el mayor promedio en comparación con las otras categorías con un 1.06 % de cobre total, seguido del pórfido mineralizado con 0.65 %.

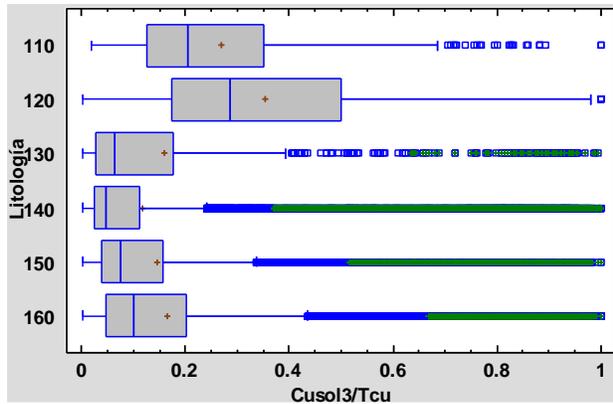
Por otro lado, a continuación, en la figura 5.1 su muestra el diagrama de box-plot para los valores de solubilidad de Cu_{sol1}/TCu , Cu_{sol2}/TCu y Cu_{sol3}/TCu correspondientes a cada uno de los seis niveles de litología. En este análisis, se muestran los valores promedios, medianas y los cuartiles para analizar la distribución de la variable en estudio.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.1. Box-plots de solubilidad para litología. Cusol1/TCu versus litología (a), Cusol2/TCu versus litología (b) y Cusol3/TCu versus litología (c).

En cuanto a la solubilidad de las muestras en la litología, se puede comentar que el rango intercuartil de las solubilidades obtenidas por el ataque con cianuro de sodio (a) es superior al del ataque por sulfato férrico (b), esto también se ve reflejado en la media (signo + de color rojo) y la mediana (línea azul vertical dentro de la caja), a excepción de la carpeta superficial (120).

En referencia a la solubilidad Cusol3/TCu, el análisis gráfico describe un comportamiento opuesto a las gráficas (a) y (b), es decir, se ha obtenido una mayor solubilidad en el nivel de arcilla (110) y en la carpeta superficial (120).

A continuación, en la tabla 5.2 se detalla el análisis del cobre total en función de las categorías de la zona mineral.

Tabla 5.2. Estadísticas básicas de la zona mineral de cobre por TCu (%).

Zona de Cobre Mineralizada	Códigos	Recuento	Promedio	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
Gravas exóticas	310	254	0.504	0.133	0.059	2.200	2.141
Zona lixiviada	320	14398	0.083	0.024	0.001	5.508	5.508
Zona de bajo enriquecimiento	330	3645	0.703	0.194	0.004	7.246	7.242
Zona no mineralizada	340	465	0.021	0.001	0.001	0.390	0.390
Zona de óxidos	350	8659	0.979	1.207	0.005	12.590	12.585
Sulfuros primarios de alta Cpy	360	39069	0.445	0.080	0.004	4.937	4.933
Sulfuros primarios de baja Cpy	370	20808	0.098	0.006	0.001	2.731	2.731
Sulfuros secundarios	380	17838	1.043	0.899	0.004	17.180	17.176
Total		105136	0.479	0.421	0.001	17.180	17.180

La zona mineral de cobre se desglosa en ocho grupos, entre los que destaca por el número de muestras los sulfuros primarios de alta calcopirita (360), los sulfuros primarios de baja calcopirita (370) y los sulfuros secundarios (380). Las mejores leyes y promedios se obtienen en la zona de sulfuros secundarios (380), la zona de óxidos (350) y la zona de bajo enriquecimiento (330).

Por otro lado, a continuación, en la figura 5.2, se muestra el comportamiento de la solubilidad en cada una de las zonas mineralizadas.

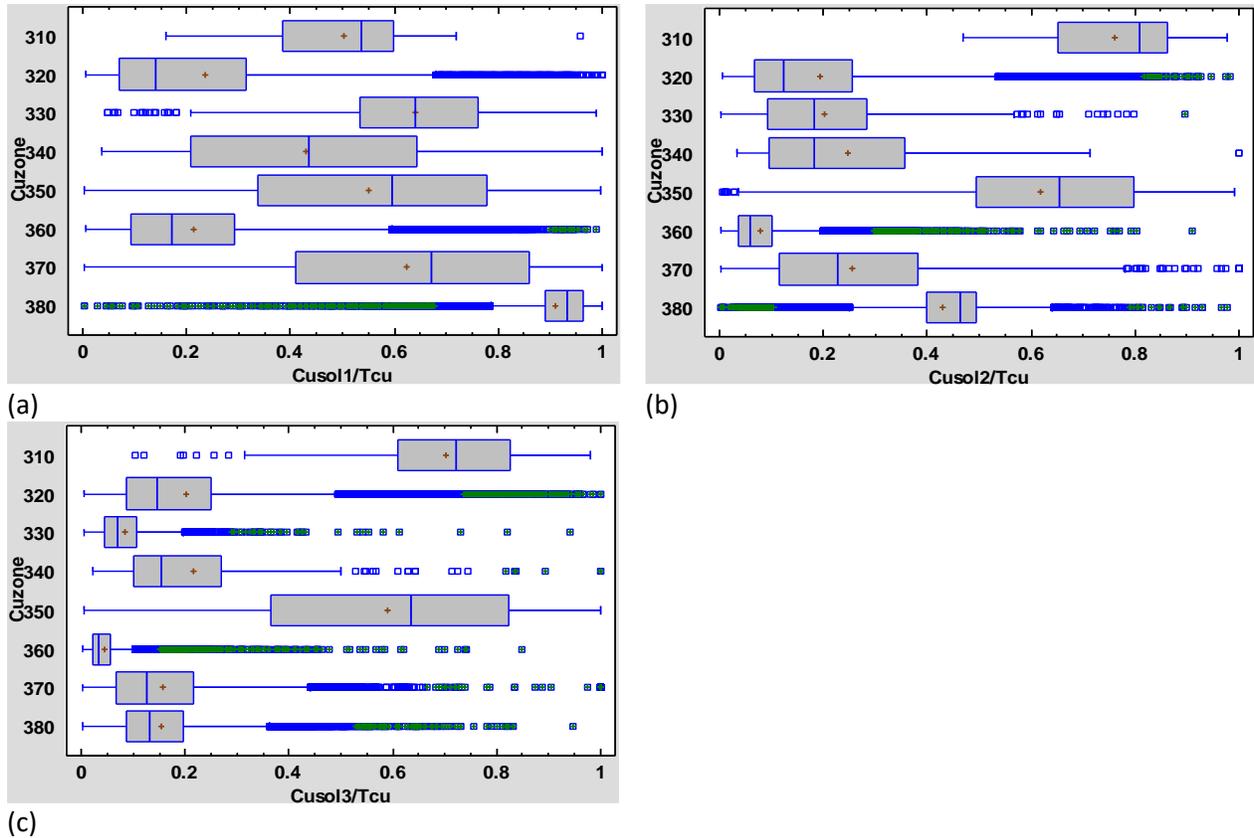


Figura 5.2. Box-plots de solubilidad para zona mineral de cobre. Cusol1/TCu versus zona mineral (a), Cusol2/TCu versus zona mineral (b) y Cusol3/TCu versus zona mineral (c).

En el caso de la figura (a), el ataque con cianuro de sodio ha tenido buenos resultados en la zona de sulfuros secundarios (380), de óxidos (350) y de bajo enriquecimiento (330). Los resultados de solubilidad efectuados a cada una de las muestras con sulfato férrico, la solubilidad es mayor en la zona de gravas exóticas (310), luego, la zona de óxidos (350) y, posteriormente, la zona sulfuros secundarios (380). Para la razón de solubilidad Cusol3/TCu, el mejor resultado se ha logrado para gravas exóticas (310), e inmediatamente, la zona de óxidos (350). Al margen de lo anterior, a continuación, en la tabla 5.3 se detalla el análisis del cobre total en función de las categorías de la zona de alteración.

Tabla 5.3. Estadísticas básicas de la Alteración por TCu (%).

Alteración	Códigos	Recuento	Promedio	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
Argílica	210	10439	0.46	0.584	0.001	17.180	17.180
Clorítica	220	4395	0.143	0.037	0.001	2.194	2.193
Roca fresca	230	180	0.02	0.001	0.001	0.128	0.128
Fílica	240	75318	0.519	0.475	0.001	16.405	16.404
Potásica	250	13463	0.412	0.085	0.001	4.970	4.970
Propilítica	260	974	0.079	0.055	0.001	2.796	2.796
Total		104769	0.479	0.421	0.001	17.180	17.180

Las zonas de alteración se desglosan en seis conjuntos, entre los que destaca la alteración fílica (240) con 75318 muestras y leyes que van desde 0,001 a 16,405 % de cobre total. Luego, la alteración potásica (250) con 13463 muestras y concentraciones de cobre desde 0,001 a 4,970 %. Posteriormente, aparece

la alteración argílica (210) con leyes que van desde 0,001 a 17,180 % de cobre total para 10438 muestras. A continuación, en la figura 5.3, se muestra el comportamiento de la solubilidad en cada zona de alteración.

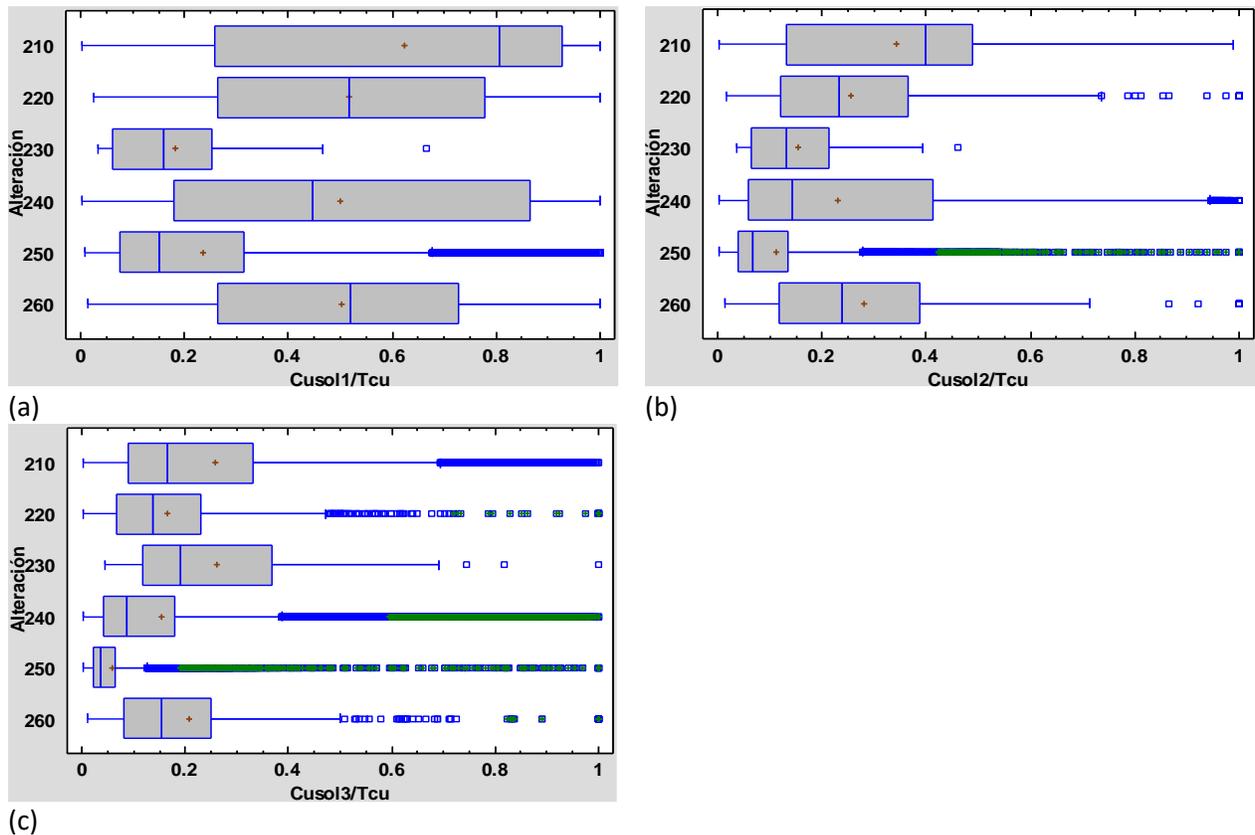


Figura 5.3. Box-plots de solubilidad para la zona alteración. Cusol1/TCu versus zona mineral (a), Cusol2/TCu versus alteración (b) y Cusol3/TCu versus alteración (c).

De las figuras anteriores, el rango intercuartil de las gráficas (a) y (b) tiene la misma forma para las unidades de alteración argílica (210), clorítica (220), fílica (240), potásica (250) y propilítica (260), sin embargo, en la amplitud de los valores de solubilidad, la mediana y media favorece a Cusol1/TCu.

Para el caso de la razón de solubilidad de Cusol3/TCu, el rango intercuartil y las medidas de tendencia central se mantienen bajo el valor de 0,4 % de TCu.

Finalmente, en el anexo B, se muestra la distribución espacial de las variables categóricas.

5.2 Análisis de componentes principales (PCA).

El procedimiento de PCA está diseñado para extraer k componentes principales de un conjunto de p variables cuantitativas X . Determinar los componentes principales se usa frecuentemente para reducir las dimensiones de un conjunto de variables predictivas antes de su uso en algunos procedimientos como el de regresión múltiple o análisis de conglomerados. Cuando las variables están altamente correlacionadas, los primeros componentes principales pueden ser suficientes para describir la mayoría de la variabilidad presente. El propósito es obtener un reducido número de combinaciones lineales de las cuatro variables en estudio (litología, alteración, zona mineral y cobre total) que explique la mayor variabilidad en los datos. Para realizar el análisis de componentes entre estas variables, se ha utilizado la base de datos obtenida de la realización de la predicción por kriging puntual de indicadores para las

variables categóricas (litología, alteración y zona mineral) y kriging ordinario puntual para la variable continua (cobre total). En la tabla 5.4, se entrega el análisis de componentes principales entre las distintas variables (Statgraphics, 2015).

Tabla 5.4. Análisis de componentes principales.

Componente número	Variables	Recuento	Valor propio	Porcentaje de varianza	Porcentaje acumulado
1	Litología	149834	1.51	37.62	37.62
2	Alteración	145276	1.04	25.90	63.52
3	Zona mineral	145446	0.97	24.16	87.68
4	Cobre total	149834	0.49	12.33	100.00

En este caso, la litología y la alteración, se han extraído puesto que estos dos componentes tuvieron valores propios \geq que 1.0 o la mayor variabilidad (medida en %) entre las combinaciones lineales. En conjunto, ellos explican 63.52 % de la variabilidad en los datos originales. Por otra parte, para la descripción gráfica del análisis, a continuación, se muestra la tabla de componentes principales:

Tabla 5.5. Pesos de los Componentes.

	Componente 1	Componente 2
Litología	0.261	0.673
Alteración	-0.030	0.692
Zona min. Cu	0.708	0.022
Cobre total	0.656	-0.259

Esta tabla muestra las ecuaciones de los componentes principales. Por ejemplo, el primer componente principal tiene la ecuación:

$$0.261 * \text{Lito} - 0.030 * \text{Alter} + 0.708 * \text{CuZone} + 0.656 * \text{TCu} \% \quad (4.9)$$

A continuación, en la figura 5.4, se entrega el análisis gráfico de componentes principales entre las distintas unidades geológicas y la ley de cobre total (%).

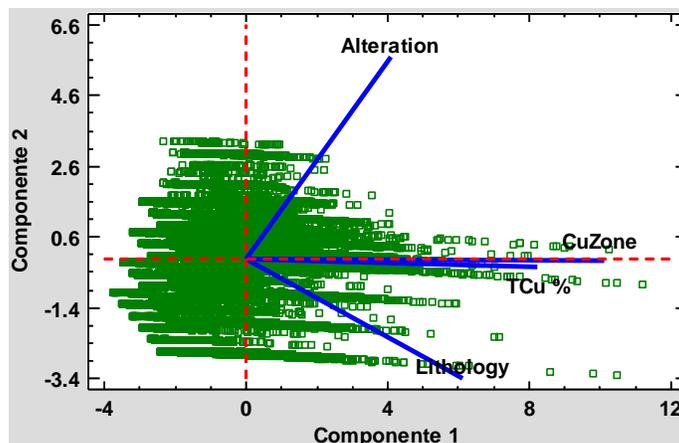


Figura 5.4. Análisis de Componentes Principales.

Los componentes 1 y 2 corresponden a los ejes de las gráficas y los puntos verdes pertenecen a su diagrama de dispersión. Las variables más alejadas de las líneas de referencia en 0 hacen la mayor contribución a los componentes desde el punto de vista de la varianza, además de su inclinación respecto de las otras rectas. En este sentido, la zona mineral y la ley de cobre total son las que tiene menor influencia en el porcentaje de varianza de los datos y la mayor correlación entre ellas. De aquí en adelante, todos los análisis estarán vinculados a esta unidad de estimación.

5.3 Unidades de estimación por zona mineral de cobre.

El "gráfico de burbujas" es una herramienta de dos dimensiones que permite graficar las distintas zonas de mineral en función del promedio y la desviación estándar del cobre total (%) de las muestras de sondajes. En este enfoque, a continuación, en la figura 5.5, se muestra el análisis a las unidades de estimación.

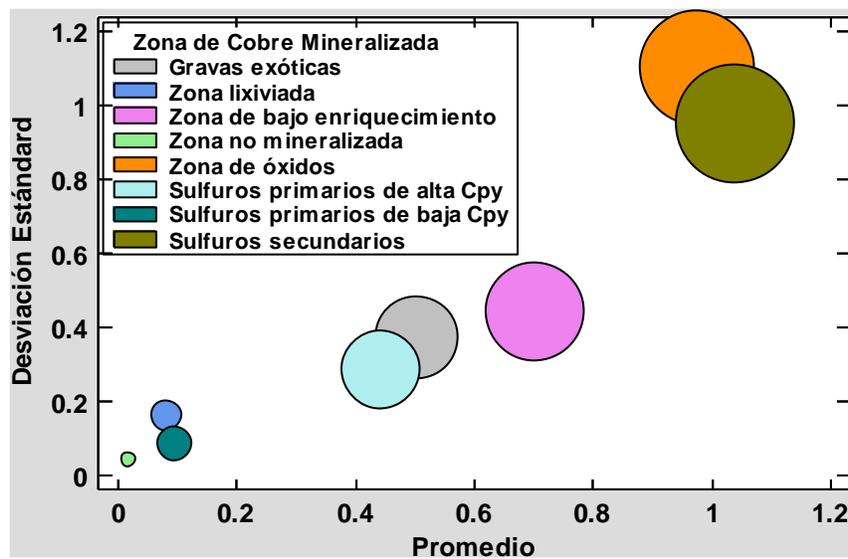


Figura 5.5. Gráfico de burbujas de % de CuT por Zona Mineralizada de cobre.

Desde el punto de vista estadístico, la figura anterior nos permite subdividir la zona mineral en tres grupos o unidades geológicas (UG), tal como se describe a continuación:

- ✓ UG 1: Zona Oxidada y Sulfuros Secundarios.
- ✓ UG 2: Zona de bajo enriquecimiento, Gravas exóticas y Sulfuros Primarios de alta Calcopirita.
- ✓ UG 3: Zona no mineralizada, Sulfuros Primarios de baja Calcopirita y Zona Lixiviada.

En función del análisis anterior, a continuación, se muestran las estadísticas básicas de las unidades geológicas, obtenidas a partir de las distintas zonas de mineral.

Tabla 5.6. Estadísticas básicas de las Unidades Geológicas (% CuT).

UG	Recuento	Promedio	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango	Sesgo Est.	Curtosis Est.
1	26497	1.022	1.000	0.004	17.180	17.180	222	803
2	42968	0.467	0.095	0.004	7.246	7.240	258	950
3	35671	0.091	0.014	0.001	5.508	5.510	901	11949

Considerando la información de esta sección, el enfoque para las etapas posteriores de este estudio, se realizará considerando a la unidad geológica 1 (UG1), la cual, contiene las mayores leyes de cobre.

5.4 Zona de contacto.

Para validar el comportamiento de cada unidad geológica en contacto con otras, se utiliza el test de nubes de correlación diferida con los datos originales, para el vector de separación h (20 metros). En este análisis, se considera el comportamiento omnihorizontal y vertical del cobre total, con un lag de separación de 20 metros (tolerancia de 10 metros). A continuación, en las siguientes subsecciones, se indican los gráficos de nubes de correlación diferidas para las unidades geológicas.

5.4.1 Zona de contacto UG1 v/s UG2.

En las siguientes figuras, se analiza el tipo de contacto existente entre las unidades geológicas 1 y 2.

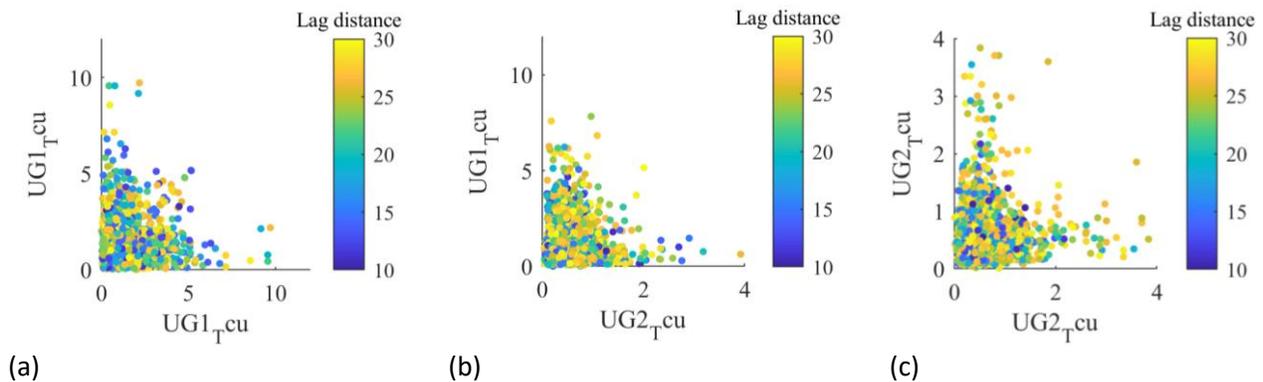


Figura 5.6. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en el plano horizontal (Dip=0). UG1 v/s UG1 (a), UG1 v/s UG2 (b) y UG2 v/s UG2 (c).

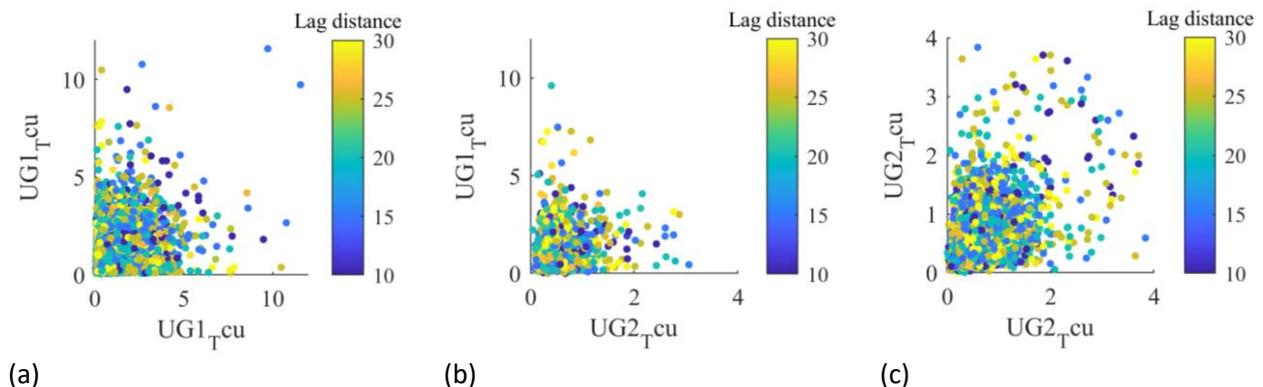


Figura 5.7. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en la dirección vertical (Dip=90). UG1 v/s UG1 (a), UG1 v/s UG2 (b) y UG2 v/s UG2 (c).

Para distancias pequeñas de separación, en este caso es 20 metros, la nube de dispersión de datos (b) no se restringe en torno a la bisectriz, la cual, indica que la ley en la UG1 medida en un punto x está poco

correlacionada con la ley en la UG2 medida en un punto vecino $x+h$, es decir, ambas unidades geológicas tienen un contacto duro, lo cual indica poca o nula influencia de los datos de un lado a otro de la frontera, independiente si el análisis es horizontal (figura 5.6) o vertical (figura 5.7).

5.4.2 Zona de contacto UG1 v/s UG3.

En las siguientes figuras, se analiza el tipo de contacto existente entre las unidades geológicas 1 y 3.

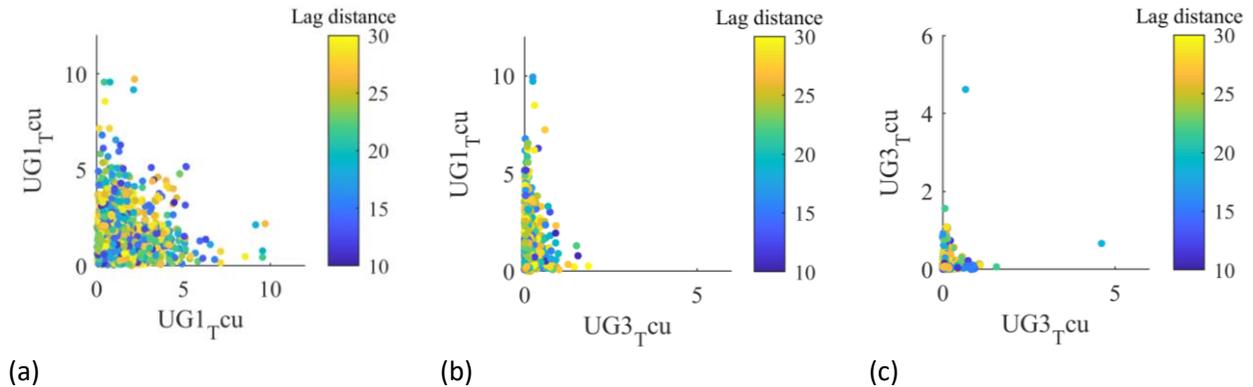


Figura 5.8. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en el plano horizontal (Dip=0). UG1 v/s UG1 (a), UG1 v/s UG3 (b) y UG3 v/s UG3 (c).

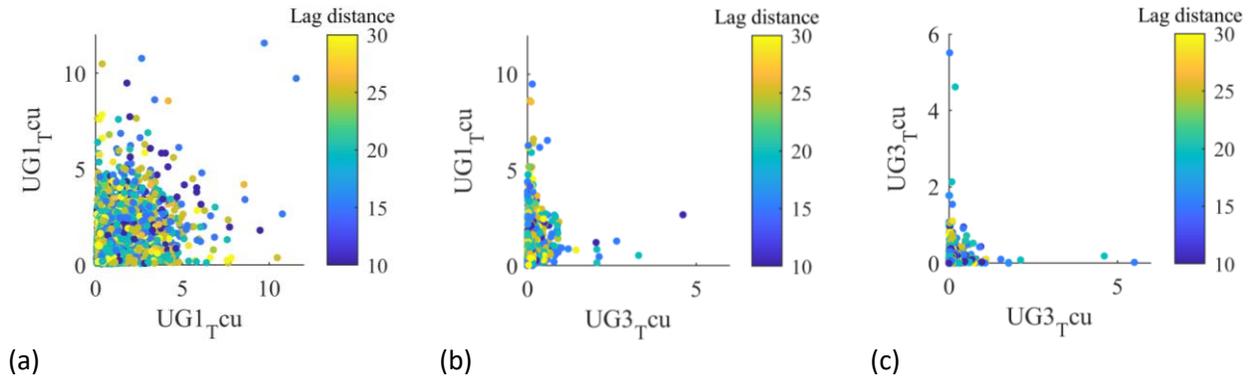
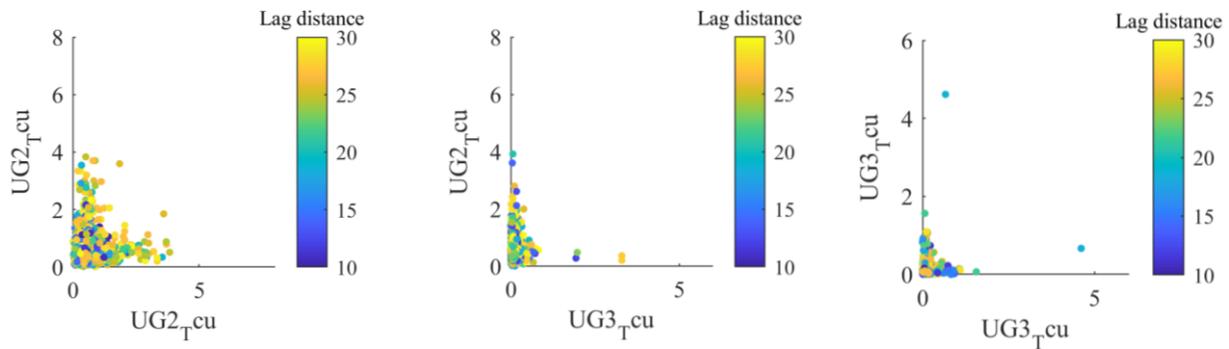


Figura 5.9. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en la dirección vertical (Dip=90). UG1 v/s UG1 (a), UG1 v/s UG3 (b) y UG3 v/s UG3 (c).

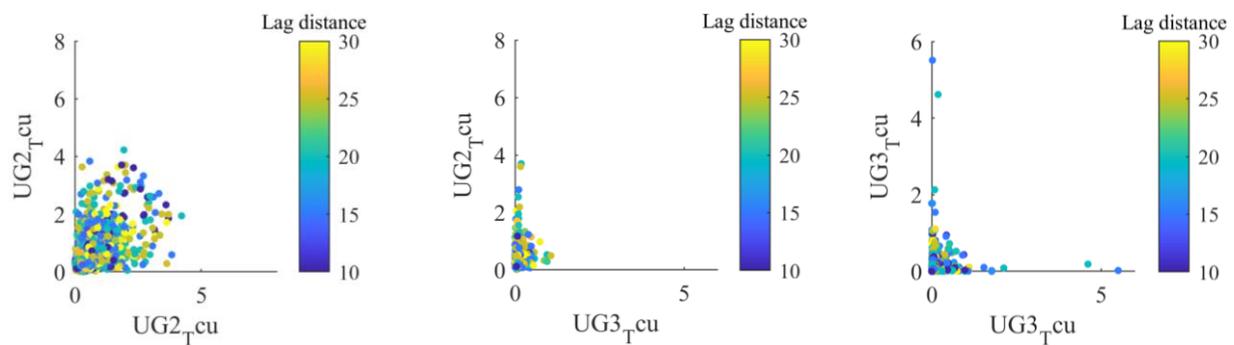
En la figura de la sección (b), tanto en el análisis horizontal (figura 5.8) como vertical (figura 5.9) no existe correlación significativa entre ambas unidades geológicas.

5.4.3 Zona de contacto UG2 v/s UG3.

En las siguientes figuras, se analiza el tipo de contacto existente entre las unidades geológicas 2 y 3.



(a) (b) (c)
 Figura 5.10. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en el plano horizontal (Dip=0). UG2 v/s UG2 (a), UG2 v/s UG3 (b) y UG3 v/s UG3 (c).



(a) (b) (c)
 Figura 5.11. Gráficos de nubes de correlación diferida para distancias de 20 m en la dirección vertical (Dip=90). UG2 v/s UG2 (a), UG2 v/s UG3 (b) y UG3 v/s UG3 (c).

Al realizar el análisis a la zona de contacto entre las unidades geológicas 2 y 3, es posible verificar gráficamente que la nube de dispersión no se distribuye a lo largo de la bisectriz entre los ejes de la figura (b), más bien, se localizan en la cercanía del eje de la UG2 (% CuT). Esta tendencia indica que la continuidad espacial de CuT a través de su frontera, entre ambas unidades geológicas es abrupta (contacto duro).

En resumen, en el desarrollo de este capítulo se logra establecer el vínculo entre las variables continuas y categóricas, en el cual, se define a la zona mineral de cobre como la principal unidad que describe la variabilidad del cobre total en el yacimiento, todo esto, a través del análisis de componentes principales. Considerando esta evaluación, se definen tres unidades geológicas que fueron clasificadas con la utilización del gráfico de burbujas y los datos estadísticos básicos (media y desviación estándar). Posteriormente, se analizan los contactos de estas tres unidades, cuya gráfica de nubes de dispersión diferida ($h=20$ m) indica que el comportamiento de la ley en las fronteras entre ellas se conceptualiza como contacto duro.

Finalmente, la continuidad de este estudio estará basada en la utilización de la unidad geológica 1 (UG1), es decir, zona oxidada y sulfuros secundarios, por ser la unidad de mayor ley.

6. UNIDAD GEOLÓGICA 1 (UG1).

6.1 Análisis exploratorio de datos de UG1.

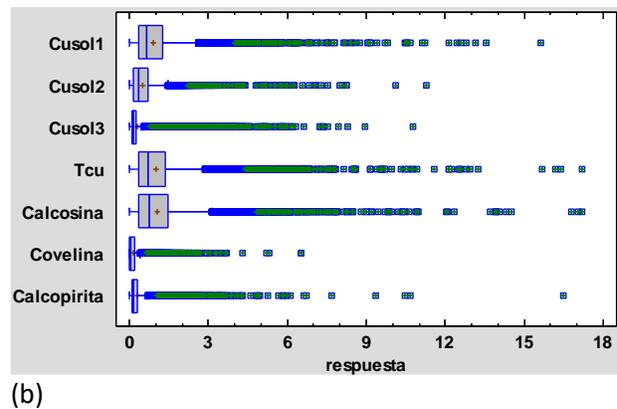
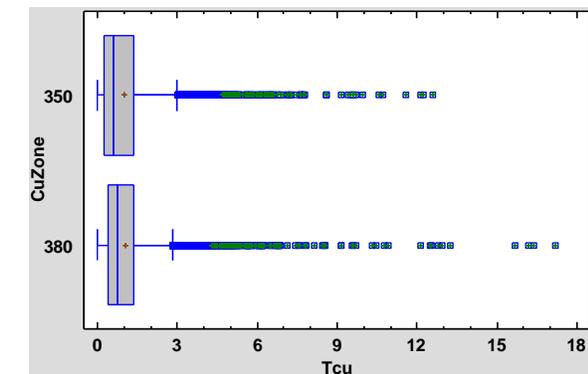
En esta sección se realiza el análisis estadístico, de desagrupamiento y de distribución espacial de la unidad geológica número 1. Es importante destacar que esta unidad geológica está constituida por la zona oxidada (350) y de sulfuros secundarios (380). En la siguiente tabla, se entrega el resumen estadístico de la UG1.

Tabla 6.1. Resumen estadístico unidad geológica 1.

	Recuento	Promedio	Mediana	Varianza	Mínimo	Máximo	Rango
X (m)	27893	1467.2	1451.6	245524.0	8.4	3635.5	3627.1
Y (m)	27893	2769.0	2979.3	964432.0	10.8	5140.6	5129.7
Z (m)	27893	530.0	545.2	5987.8	88.8	737.9	649.1
Litología	27893	155	160	72	120	160	40
Alteración	27829	235	240	133	210	260	50
Cu Zona	27893	370	380	198	350	380	30
Cusol1 (%)	19867	0.913	0.641	0.814	0.001	15.650	15.649
Cusol2 (%)	19867	0.509	0.348	0.312	0.001	11.292	11.292
Cusol3 (%)	26484	0.308	0.126	0.313	0.001	10.796	10.796
Tcu (%)	26497	1.022	0.714	1.000	0.004	17.180	17.176
Cusol1/Tcu	19867	0.848	0.921	0.038	0.001	1.000	0.999
Cusol2/Tcu	19867	0.462	0.471	0.025	0.001	0.993	0.992
Cusol3/Tcu	26484	0.297	0.178	0.071	0.001	1.000	0.999
Calcosina (%)	19867	1.067	0.750	1.177	0.000	17.210	17.210
Covelina (%)	19867	0.132	0.029	0.068	0.000	6.534	6.534
Calcopirita (%)	19867	0.269	0.151	0.178	0.000	16.494	16.494

De la tabla anterior, se establece que las dimensiones del yacimiento son: 3627.1 metros en la dirección este, 5129.7 metros orientados hacia el norte y un espesor de 649.1 metros. Por otra parte, el número de muestras se redujo drásticamente desde 111872 (base de datos completa) a 27893 (UG1).

En este punto, a continuación, se muestra las gráficas del análisis estadístico de la unidad geológica 1.



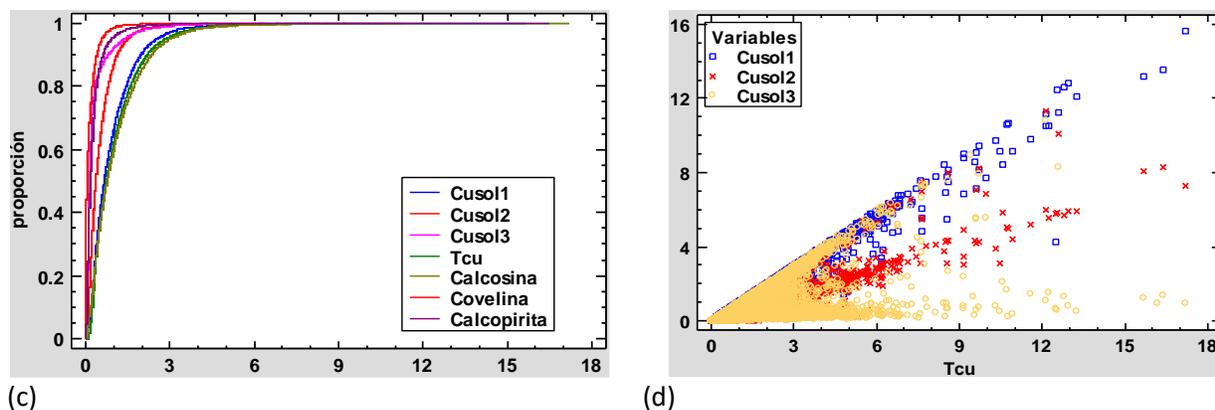


Figura 6.1. Dispersión de códigos (a), box-plot (b), cuantiles (c) y solubilidad (d).

De la figura anterior, es posible verificar que la UG1 tiene 2 componentes (a), zona oxidada (350) y de sulfuros secundarios (380), las cuales, tienen una ley media de 0.979 % de CuT ([0.005; 12.59], % CuT) y 1.043 % de CuT ([0.004; 17.18], % CuT), respectivamente.

Por otro lado, la ley de cobre total (b) es mayor que las de cobre soluble (Cusol1, Cusol2 y Cusol3), tanto en los valores promedios, como los máximos. En tanto, es el cobre total el que presenta una mayor proporción de leyes y, por el otro extremo, el cobre soluble es más acotado su rango (c). Finalmente, la gráfica (d) muestra que la relación de desigualdad entre el cobre total (TCu) y cobre soluble (Cusol1, Cusol2 y Cusol3) se cumple.

6.2 Desagrupamiento de datos.

En esta sección, se calculan los ponderadores para desagrupar los datos ubicados irregularmente en el espacio. El ponderador asignado a un dato es inversamente proporcional a la cantidad de datos ubicados en una celda rectangular centrada en el dato objetivo. El tamaño de la celda considerado para el desagrupamiento es de 30 x 30 x 30 metros, definido por la gráfica de tamaño de celda versus ley media de CuT desagrupada. Las variables desagrupadas corresponden a las leyes y los minerales de la unidad geológica 1, cuyo desagrupamiento, se realiza orientado a las estadísticas univariable (todos los datos) y a las estadísticas multivariable (muestras con datos completos). En la tabla 6.2 y tabla 6.3 se muestra el análisis.

Tabla 6.2. Resumen estadístico de desagrupamiento de estadísticas univariable de UG1 (todos los datos).

	Cusol1 (%)	Cusol2 (%)	Cusol3 (%)	CuT (%)	Cc (%)	Cv (%)	Cp (%)
Recuento	19,867	19,867	26,484	26,497	19,867	19,867	19,867
Promedio	0.797	0.441	0.266	0.883	0.918	0.132	0.252
Varianza	0.701	0.263	0.254	0.859	1.010	0.066	0.153
Mínimo	0.001	0.001	0.001	0.004	0.000	0.000	0.000
Cuartil inferior	0.273	0.130	0.061	0.300	0.281	0.000	0.067
mediana	0.517	0.272	0.111	0.562	0.581	0.027	0.150
Cuartil superior	1.056	0.574	0.218	1.154	1.236	0.172	0.299
Máximo	15.650	11.292	10.796	17.180	17.210	6.534	16.494

En esta tabla se muestra las estadísticas básicas de desagrupamiento de leyes y minerales (%), considerando el análisis de forma individual para todas las variables. En cuanto a las leyes y minerales, si se comparan con el resumen estadístico de la unidad geológica 1, presente en la tabla 6.1, se puede

verificar una disminución tanto en sus valores medios (promedios y medianas) como en su variabilidad (varianza). En este análisis, se muestra una medida de la dispersión estadística de los datos a través de cuartiles, en los cuales, se muestra la mediana de cada uno de ellos.

Tabla 6.3. Resumen estadístico de desagrupamiento de estadísticas multivariable de UG1 (datos completos).

	Cusol1 (%)	Cusol2 (%)	Cusol3 (%)	CuT (%)	Cc (%)	Cv (%)	Cp (%)
Recuento	19,867	19,867	19,867	19,867	19,867	19,867	19,867
Promedio	0.797	0.441	0.194	0.910	0.918	0.132	0.252
Varianza	0.701	0.263	0.126	0.829	1.010	0.066	0.153
Mínimo	0.001	0.001	0.001	0.004	0.000	0.000	0.000
Cuartil inferior	0.273	0.130	0.062	0.333	0.281	0.000	0.067
mediana	0.517	0.272	0.104	0.606	0.581	0.027	0.150
Cuartil superior	1.056	0.574	0.180	1.184	1.236	0.172	0.299
Máximo	15.650	11.292	10.796	17.180	17.210	6.534	16.494

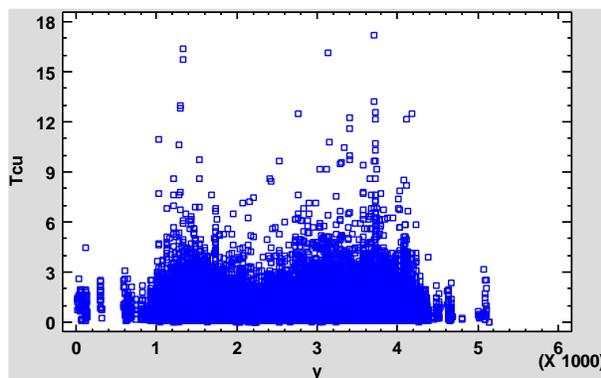
En el análisis de la tabla 6.3, se destaca que el análisis se ha realizado a las muestras que dispongan de todos los valores de las variables en estudio. En este análisis, la tendencia, al igual que en la tabla 6.2, es que los valores de los promedios, medianas y varianzas son inferiores comparados con los datos originales de la unidad geológica número 1.

En el contraste con la información presente en la tabla 6.2, se puede indicar que son iguales, a excepción de la ley de Cusol3 y TCu. En tal caso, el número de muestras es inferior y cambian levemente sus valores medios y de variabilidad.

Como consecuencia de lo anterior, los valores de cobre soluble (Cusol3) en el resumen estadístico de desagrupamiento de estadísticas multivariable (tabla 6.3) son inferiores en comparación con el % de Cusol3 en el desagrupamiento de estadísticas univariable (tabla 6.2). Para el caso de cobre total, se observa un promedio mayor y una varianza menor en el análisis multivariable.

6.3 Medias condicionales o derivas de cobre total (%).

Para analizar el comportamiento del porcentaje de cobre total a lo largo de cada dirección del espacio (este, norte o elevación), se construyen los gráficos de dispersión y de medias condicionales. En este sentido, a continuación, en la figura 6.2 se muestra este análisis.



(a)



(b)

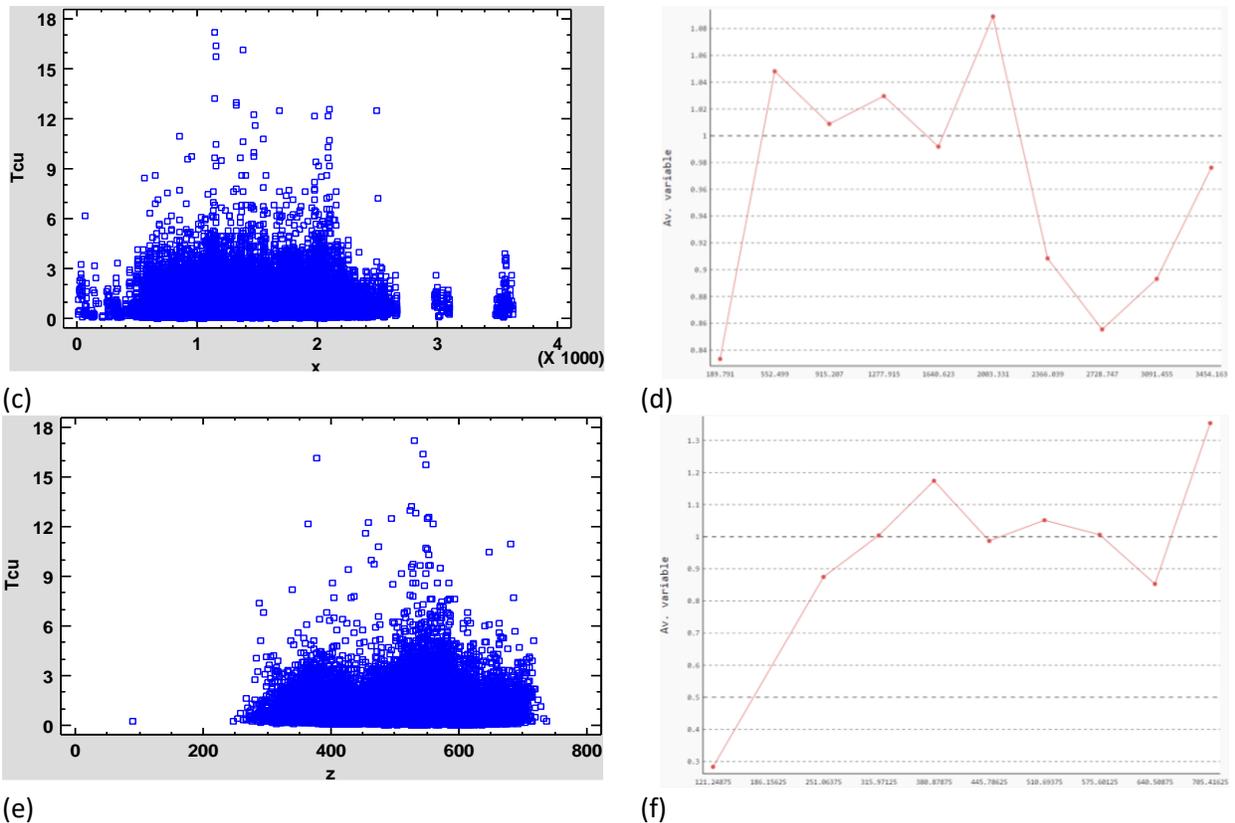


Figura 6.2. Distribución de cobre total a lo largo de cada dirección del espacio (nube de dispersión y medias condicionales). Norte (a, b), este (c, d) y elevación (e, f).

En cuanto a la dispersión de los valores de cobre total en cada una de las direcciones principales del espacio, se aprecia que es homogéneo con una leve tendencia a encontrar las mayores leyes en los puntos centrales de cada una de las coordenadas [(a), (c) y (e)]. En referencia las medias condicionales [(b), (d) y (f)], no existe una caída abrupta en las leyes a través de las distintas coordenadas, que permitan inferir la división del yacimiento por zonas.

6.4 Proporcionalidad de medias.

En el siguiente apartado, se analiza la proporcionalidad de medias y sus constantes entre dos variables obtenidas a partir de los valores de los datos de la UG1. El objetivo de este análisis, es verificar la influencia de cada uno de los reactivos en la solubilidad de las muestras, a partir del cobre total (%). Se analiza gráficamente el cobre total (%) versus el cobre soluble (%) proveniente del ataque con cianuro de sodio y sulfato férrico, respectivamente. Para validar la relación de las medias y obtener las ecuaciones que describen el comportamiento, se realiza una regresión lineal con ambas variables, sin la constante en el modelo, considerando las siguientes ecuaciones:

$$m_{CuSol1} = \alpha * m_{CuT} \quad (6.1)$$

$$m_{CuSol2} = \beta * m_{CuT} \quad (6.2)$$

El resultado de la regresión múltiple se presenta en las ecuaciones 6.3 y 6.4. Posteriormente, en la tabla 6.4, se muestran las estadísticas de este análisis.

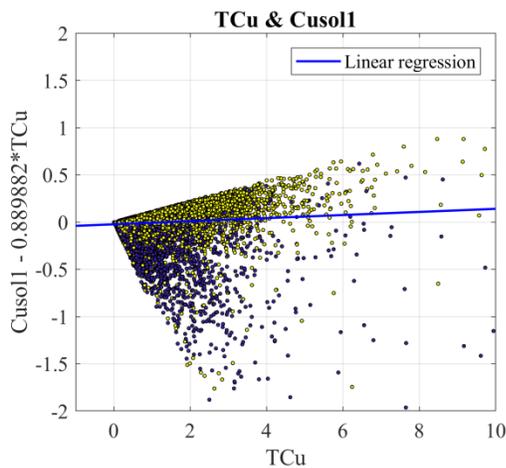
$$\text{Cusol1} - 0.889882 * \text{TCu} = 0.0 \quad (6.3)$$

$$\text{Cusol2} - 0.507725 * \text{TCu} = 0.0 \quad (6.4)$$

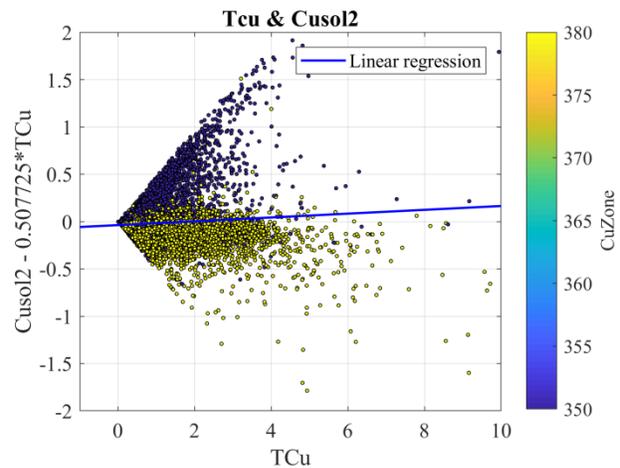
Tabla 6.4. Estadísticas de proporcionalidad de medias UG1 ($\alpha=0.889882$ y $\beta=0.507725$).

	x (m)	y (m)	z (m)	Cusol1 (%)	Cusol2 (%)	TCu (%)	Cusol1-0.889882 * TCu (%)	Cusol2-0.507725 * TCu (%)
Recuento	27893	27893	27893	19867	19867	26497	19867	19867
Promedio	1,467	2,769	530	0.913	0.509	1.022	-0.008	-0.017
Mediana	1,452	2,979	545	0.641	0.348	0.714	0.017	-0.027
Varianza	245524	964432	5988	0.814	0.312	1.000	0.035	0.046
Mínimo	8.4	10.8	88.8	0.001	0.001	0.004	-6.835	-2.451
Máximo	3,635.5	5,140.6	737.9	15.650	11.292	17.180	1.309	5.126
Rango	3627	5130	649	15.649	11.291	17.176	8.144	7.577
Sesgo	0.3	-0.3	-0.9	197	241	222	-338	270
Curtosis	0.4	-1.0	0.7	739	1078	803	3255	1875

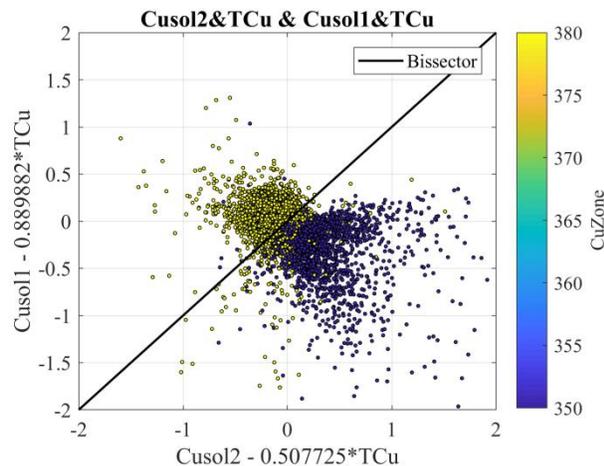
Las ecuaciones (6.3) y (6.4), entregan las pendientes que relacionan a ambas variables en términos de solubilidad, otorgando mayor relevancia al uso de cianuro de sodio para la lixiviación de la zona oxidada (350) y de sulfuros secundarios (380). El análisis estadístico de estas dos combinaciones lineales se muestra en las últimas dos columnas de la tabla 6.4. En cuanto a los valores extremos, por un lado, los valores negativos indican el alto valor de cobre total en las muestras y una baja solubilidad y, por el otro extremo, los valores altos revelan un alto valor de cobre total en las muestras y una alta solubilidad. Por otra parte, a continuación, se presentan las gráficas que relacionan la zona mineral de cobre con las medias proporcionales.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.3. Medias proporcionales y zona mineral de cobre. TCu v/s Cusol1 - 0.889882*TCu (a) y TCu v/s Cusol2 - 0.507725*TCu (b) y Cusol2 - 0.507725*TCu v/s Cusol1 - 0.889882*TCu (c).

En cuanto a la nube de dispersión de la proporcionalidad de medias de las variables Cusol1 y TCu (%), se aprecia que la mayor contribución positiva la entrega la zona mineral de sulfuros secundarios (380) (a).

Por otra parte, para el caso de la proporcionalidad de medias de las variables Cusol2 y TCu (%), las mayores solubilidades son influenciadas por la zona oxidada (350).

Finalmente, en la gráfica (c) se analiza la proporcionalidad de medias entre las solubilidades y el cobre total a partir de la zona mineral, en ella, se aprecia que en la zona oxidada (350) se logran mejores recuperaciones metalúrgicas con el uso de sulfato férrico y, por otro lado, la efectividad en la disolución del cobre en la zona de sulfuros secundarios (380) se consigue con el uso cianuro de sodio como agente lixivante.

6.5 Análisis espacial unidad geológica 1.

Con el propósito de establecer la distribución espacial de las muestras de la zona oxidada y sulfuros secundarios, se establecen los mapas de leyes, minerales y zona mineral de cobre.

En las subsecciones que se presentan a continuación, se muestra la distribución espacial de las variables continuas y categóricas de la unidad geológica número uno.

6.5.1 Mapas leyes UG1.

En esta subsección, se analiza el comportamiento espacial de las leyes de cobre para la unidad geológica número 1. A continuación, en las figuras 6.4, 6.5, 6.6 y 6.7 se muestran las distintas vistas para la ley de TCu, Cusol1, Cusol2 y Cusol3 (%).

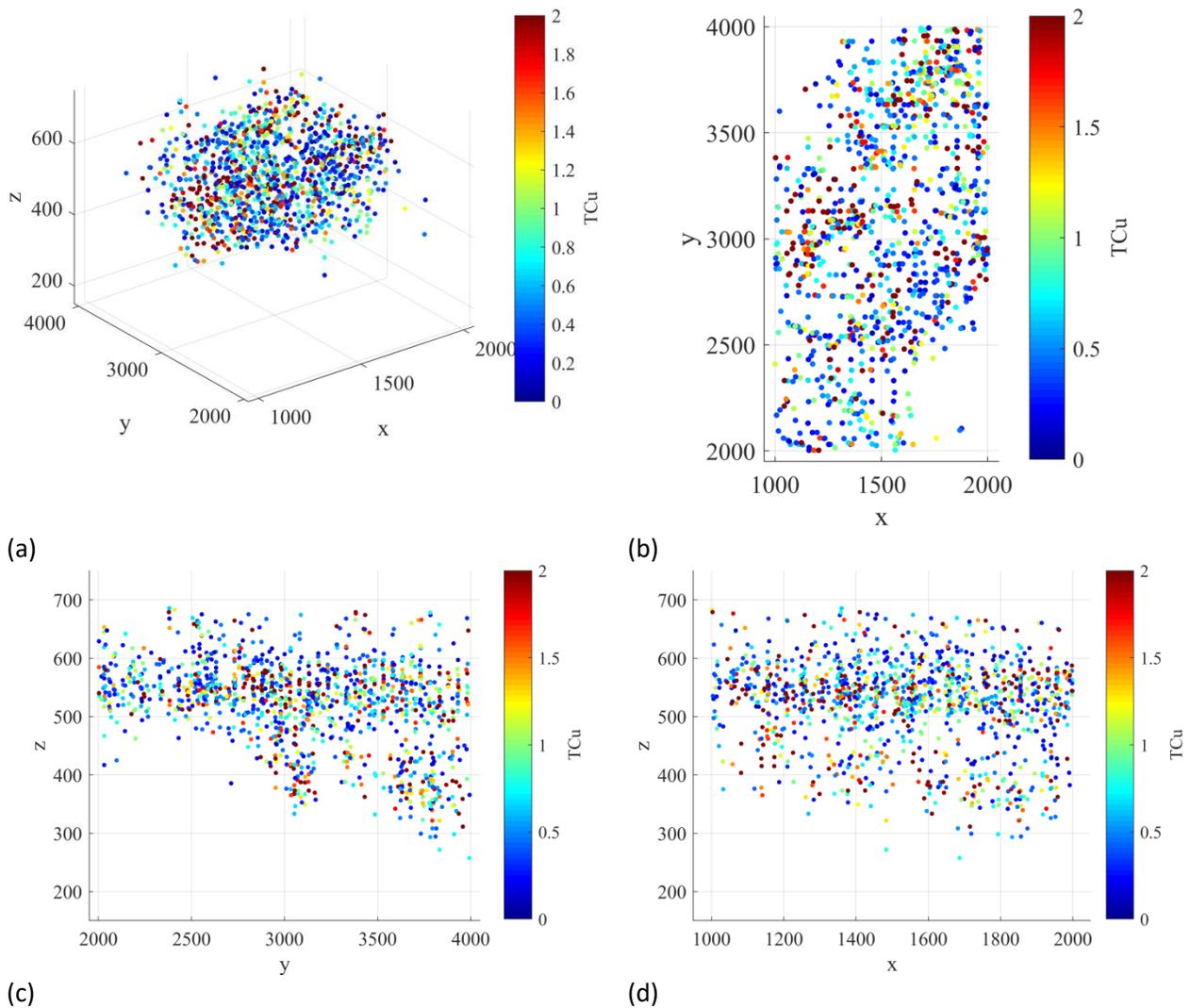


Figura 6.4. Distribución espacial de la ley de CuT. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De las figuras anteriores, es posible verificar que el espaciamiento de las muestras va desde una malla de 50 x 50 hasta una malla de 500 x 500 metros. Además, se destaca que las leyes de CuT (%) no tienen una ubicación preferencial en las vistas expuestas y las muestras se ubican en el centro del dominio, aproximadamente. El rango de leyes que se ha dibujado llega hasta un 2 % de CuT y, según su colorimetría, la mayor cantidad de muestras tienen una ley inferior a 2 % de CuT. Por otro lado, a continuación, se presenta la distribución espacial de la ley de Cusol1 (%).

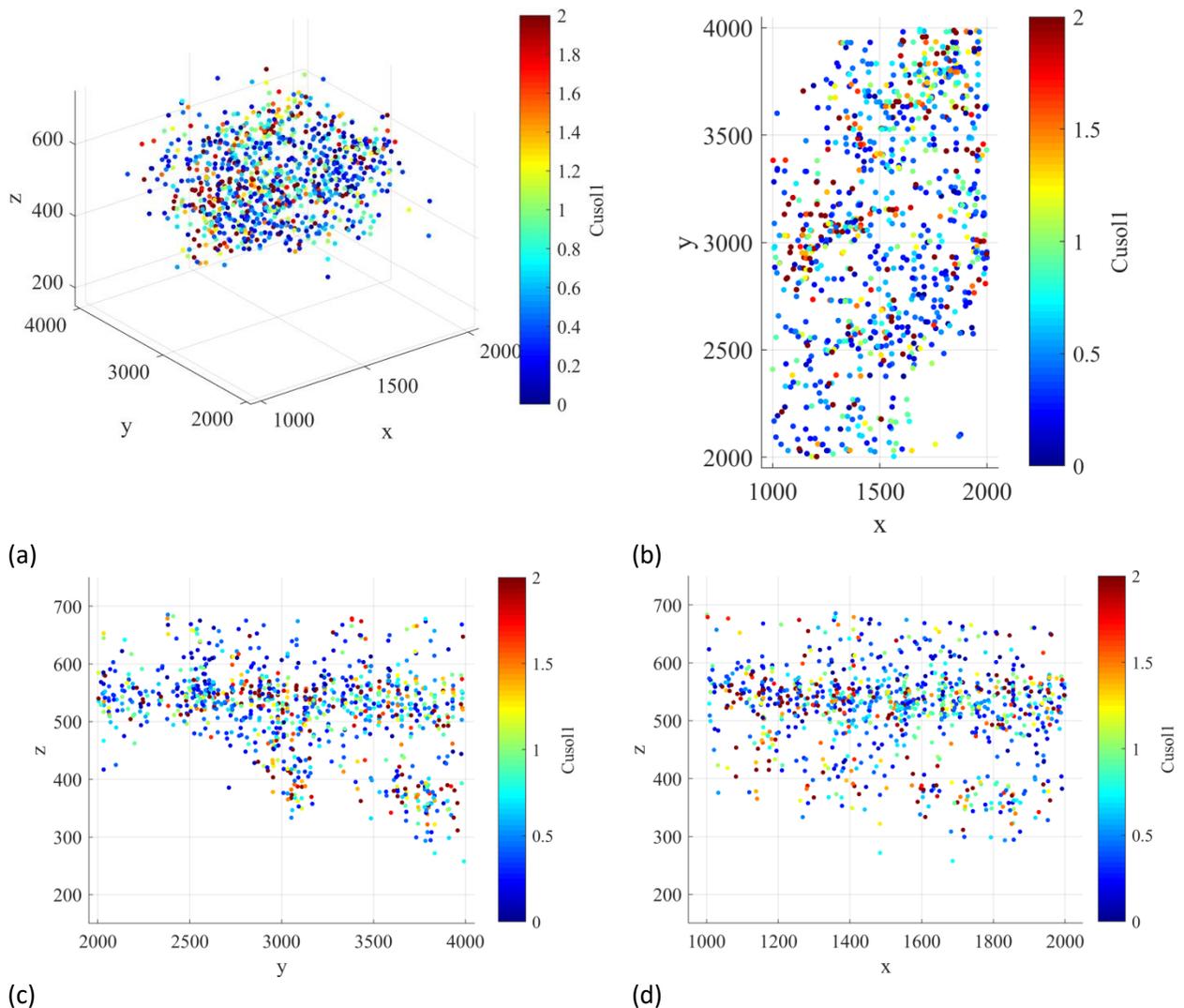
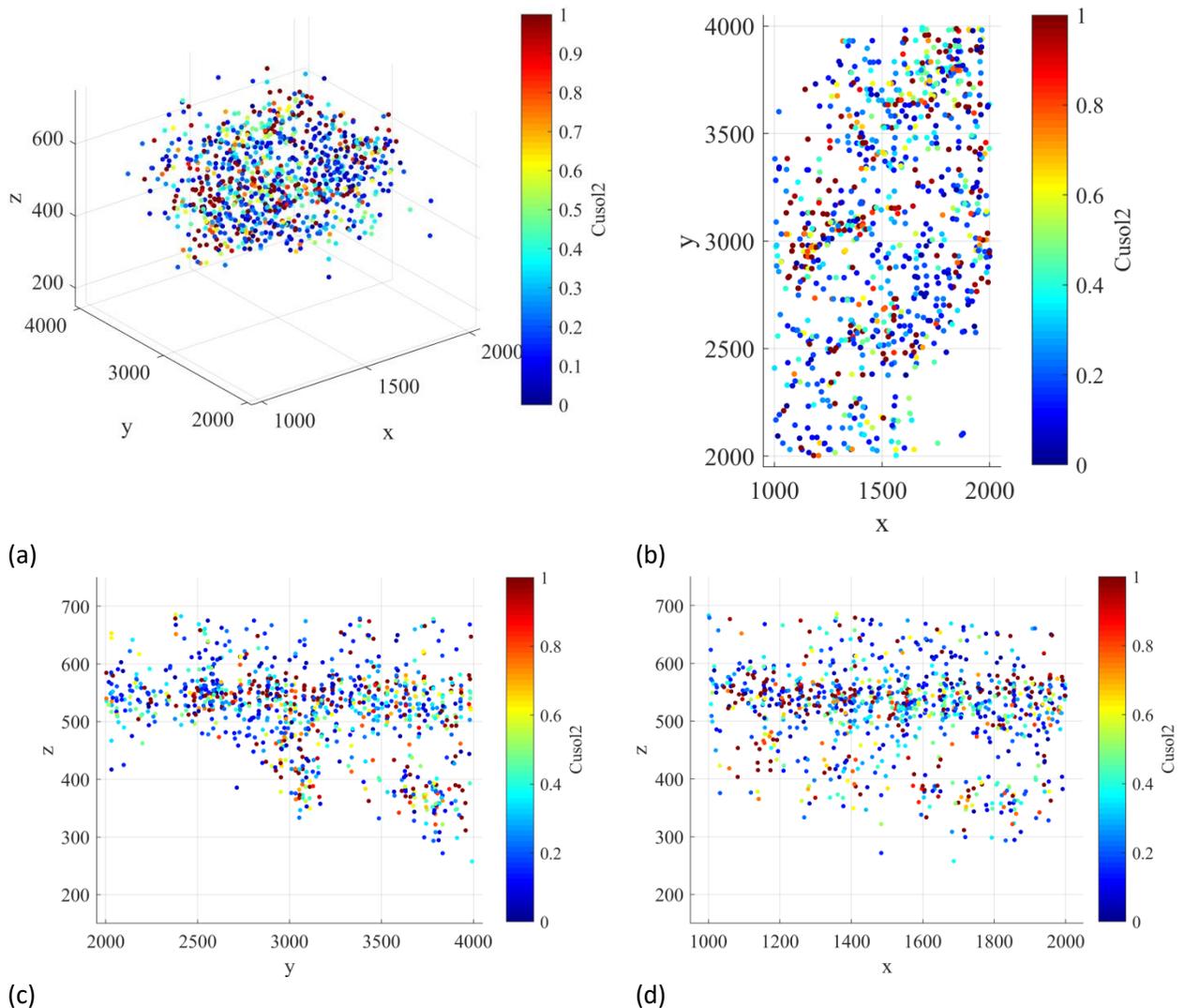


Figura 6.5. Distribución espacial de la ley de Cusol1. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

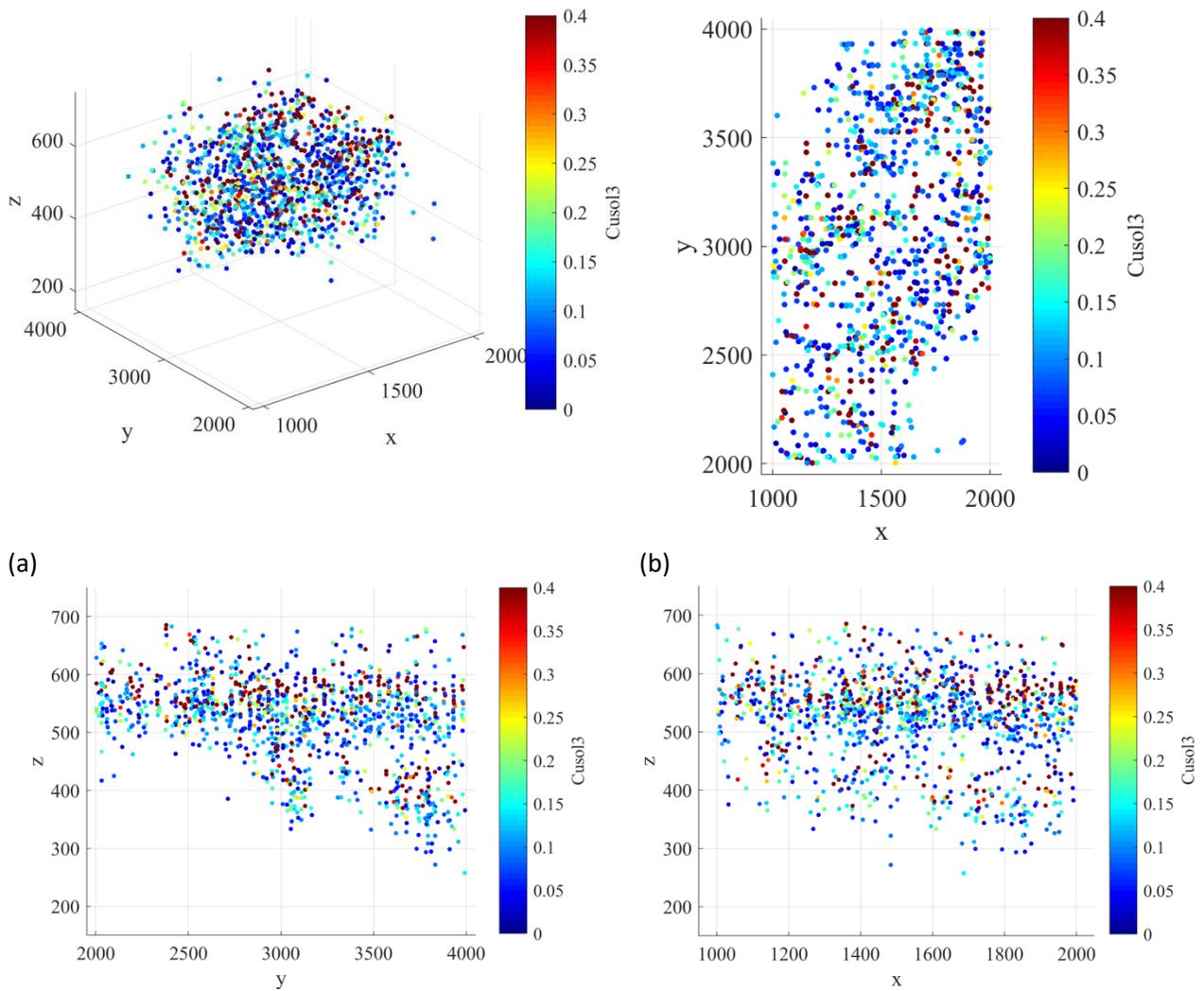
De la interpretación espacial, se destaca la similitud en la forma en que se presentan las muestras de Cusol1 (%) en comparación con los mapas de CuT (%), sin embargo, es perceptible el número inferior de muestras y ley.

Por otro lado, a continuación, se presenta la distribución espacial de la ley de Cusol2 (%).



(a) (b) (c) (d)
 Figura 6.6. Distribución espacial de la ley de Cusol2. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De los mapas anteriores, es posible verificar que las vistas son idénticas a la distribución espacial de la ley de Cusol1, excepto una ley inferior del cobre soluble proveniente del ataque con sulfato férrico. Por otra parte, a continuación, se presenta la distribución espacial de la ley de Cusol3 (%).



(a) (b) (c) (d)
 Figura 6.7. Distribución espacial de la ley de Cusol3. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De las vistas anteriores, en general, las muestras tienen una ley en cobre soluble inferior con respecto a la ley de CuT, Cusol1 y Cusol2 (%). Se debe, principalmente, a que las muestras provenientes de la zona de óxidos y de sulfuros secundarios fueron analizadas utilizando ácido sulfúrico como disolvente. Sobre la cota 550 msnm tiene una mejor respuesta al ataque químico.

6.5.2 Mapas de los tipos de roca de la UG1.

En este apartado, se han dibujado la zona mineral de cobre de la UG1, la cual, tiene dos componentes: zona oxidada (350) y zona de sulfuros secundarios (380). A continuación, en la siguiente figura se muestran los mapas.

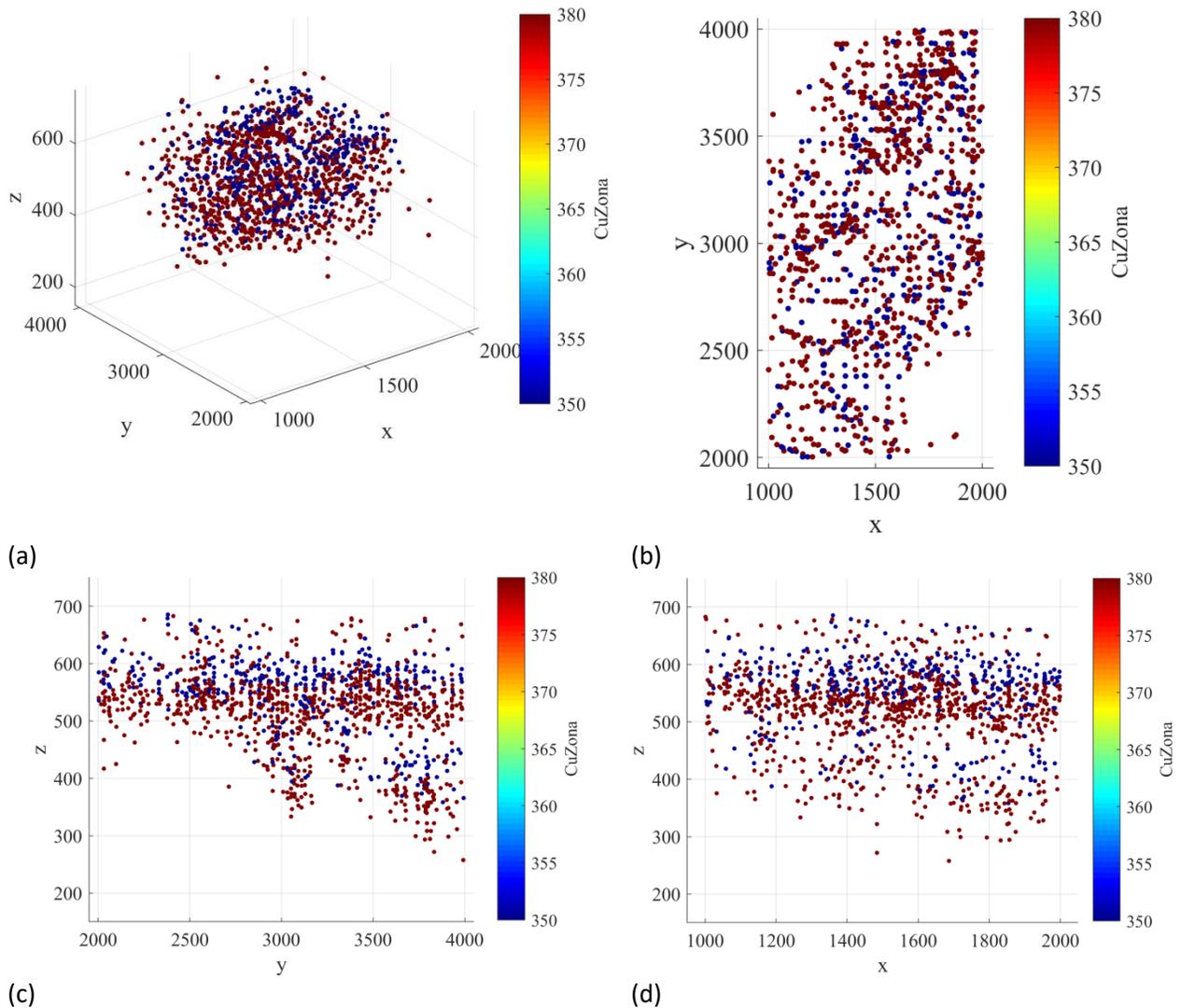


Figura 6.8. Distribución espacial de la zona mineral de cobre. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De la figura anterior, es posible verificar que la mayoría de las muestras de la zona oxidada (350) están sobre la zona de sulfuros secundarios (380), en la cota 550 msnm, aproximadamente.

6.5.3 Mapas de solubilidad de la UG1.

En esta sección se analiza la distribución espacial de las solubilidades de $Cusol1/CuT$, $Cusol2/CuT$ y $Cusol3/CuT$ de la unidad geológica número 1. A continuación en las figuras 6.9, 6.10 y 6.11 se muestran los mapas correspondientes a las solubilidades.

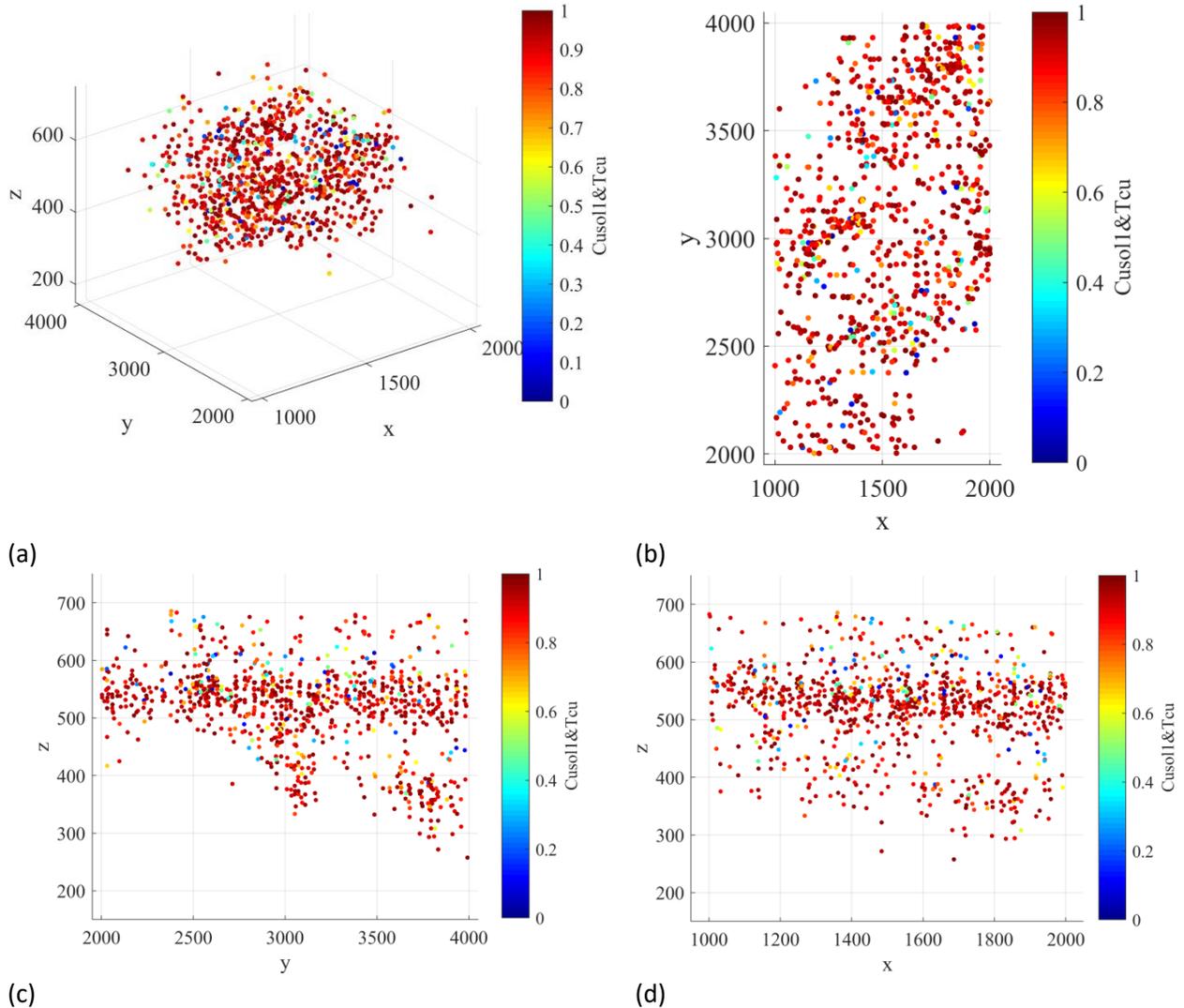


Figura 6.9. Distribución espacial de la solubilidad $Cusol1/CuT$. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

En la figura anterior, es posible destacar la alta solubilidad de las muestras al ser sometidas a lixiviación con cianuro de sodio, y que es ratificado por el color rojo cercano a la escala máxima, independientemente de la zona mineral para cobre.

Por otra parte, en la figura 6.10 se muestran los mapas de solubilidad $Cusol2/CuT$.

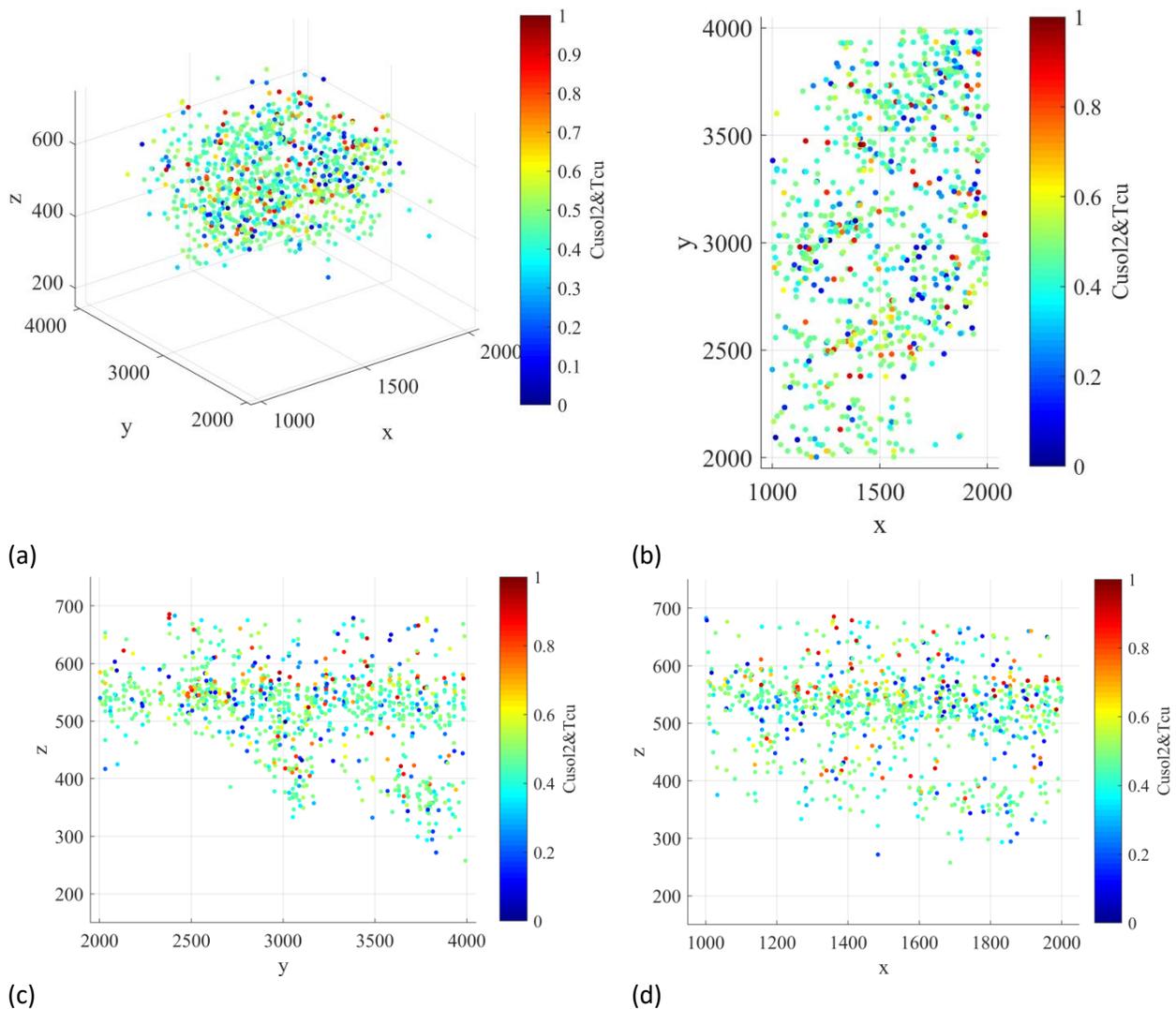


Figura 6.10. Distribución espacial de solubilidad Cu_{sol2}/CuT . Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De las vistas anteriores, sin duda, el color que impera en los mapas es el verde, esto indica que la mayoría de las muestras presenta una solubilidad media, cuyos valores recurrentes están en alrededor de 0.5 %. En general, la lixiviación de las muestras con sulfato férrico entrega menores solubilidades que el uso cianuro de sodio como reactivo de disolución.

Continuando, en la figura 6.11 se muestran los mapas de solubilidad Cu_{sol3}/CuT .

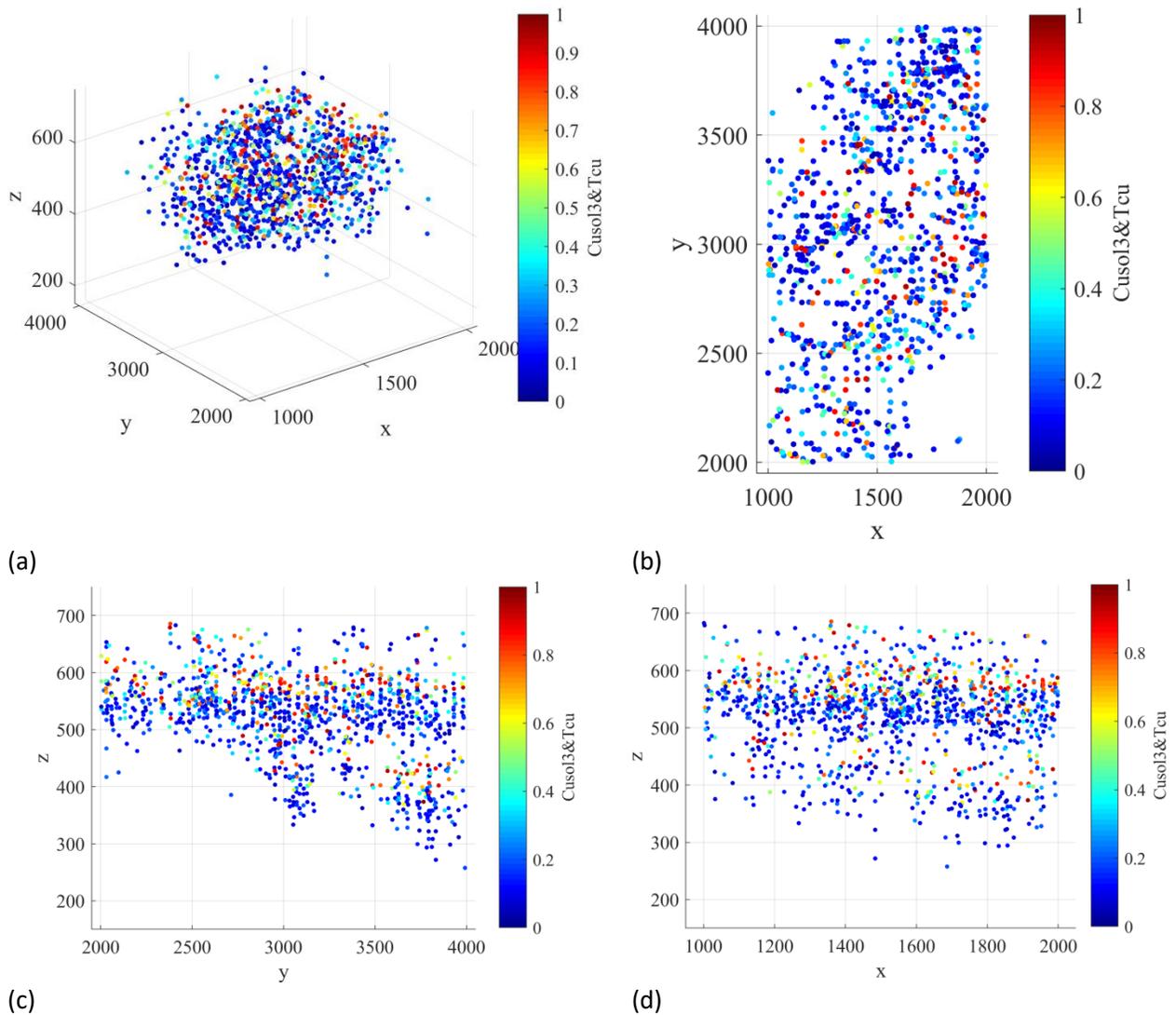


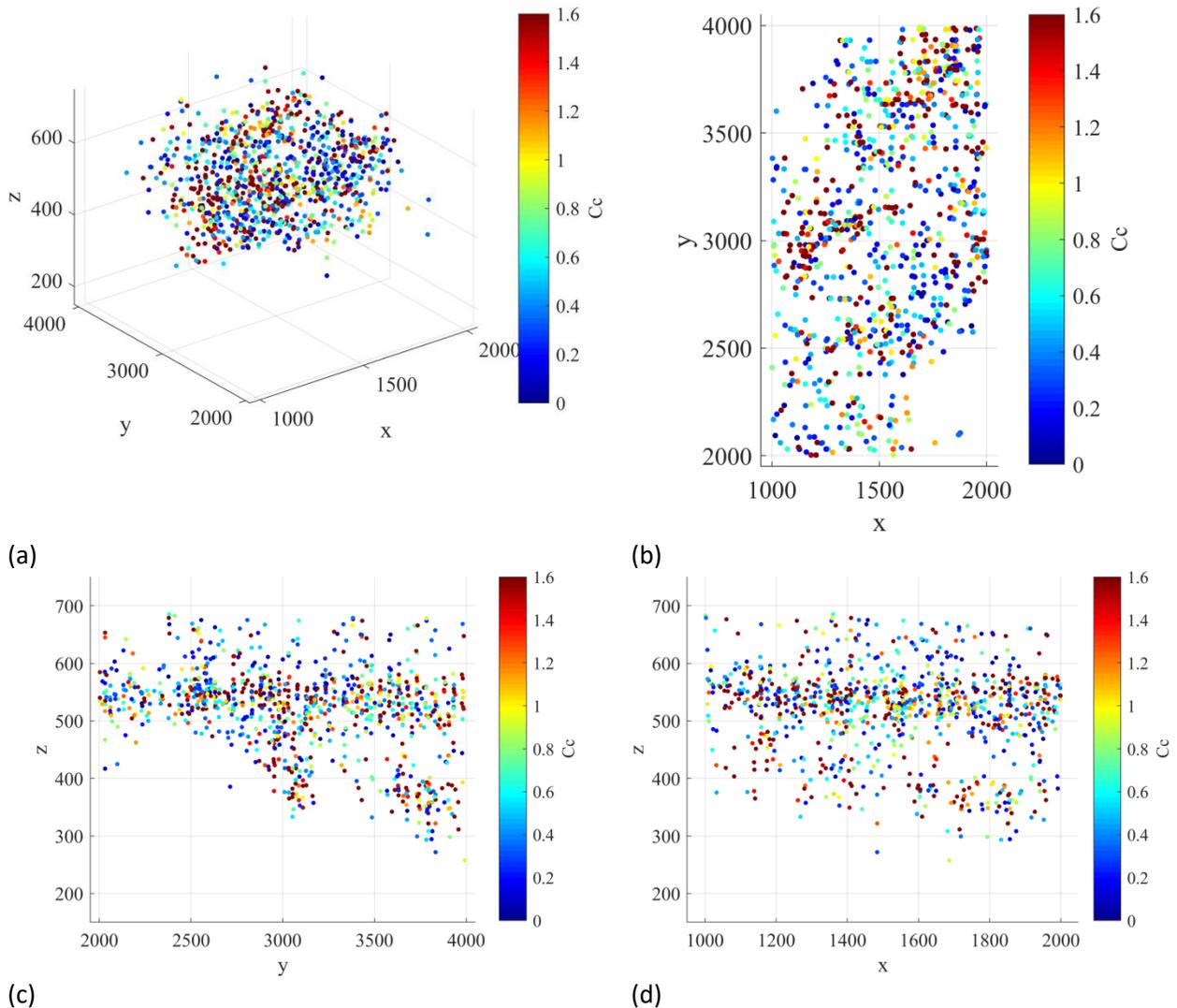
Figura 6.11. Distribución espacial de solubilidad Cusol3 v/s CuT. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

En estas vistas, se verifica que las muestras de la zona de óxidos (350) obtuvieron una buena solubilidad, sin embargo, en la zona de sulfuros secundarios, es baja debido a la refractariedad de las muestras de cobre sulfurado al ataque con ácido sulfúrico.

6.5.4 Mapas de minerales de cobre de la UG1.

En esta sección, se dibujan los mapas de los minerales de cobre sulfurado presente en cada una de las muestras de la unidad geológica número 1. La escala colorimétrica corresponde al % de mineral en la muestra (calcosina, covelina y calcopirita).

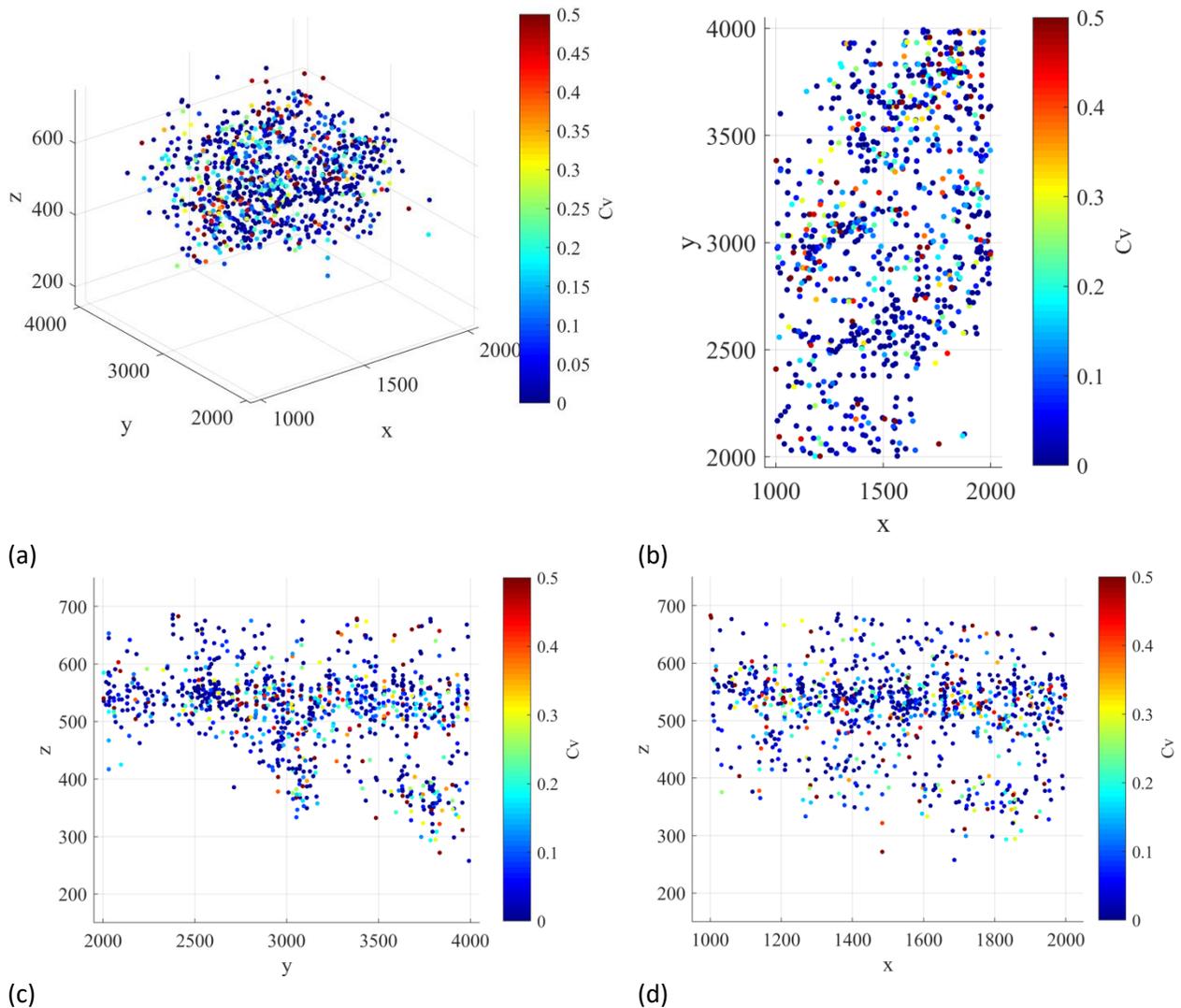
A continuación, en las figuras 6.12, 6.13 y 6.14 se muestran los mapas correspondientes a los minerales.



(a) (b) (c) (d)
Figura 6.12. Distribución espacial de calcosina. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

En las vistas de la figura 6.12, la covelina está presente en la mayoría de las muestras de la UG1 con porcentajes moderados, cuyos valores, no tienen preferencia por algún sector en cuanto a su concentración.

Continuando, en la figura 6.13 se muestran los mapas del % de covelina en la muestra.



(a) (b) (c) (d)
 Figura 6.13. Distribución espacial de la covelina. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

En la figura 6.13, el % de covelina en las muestras es homogéneo en todas en todas las vistas de la figura 6.13. En cuanto al nivel de concentración, se aprecia que es menor que el % de calcosina, con muy pocas muestras cercanas a 0.5 %.

Finalmente, en la figura 6.14 se muestran los mapas del % de calcopirita en la muestra.

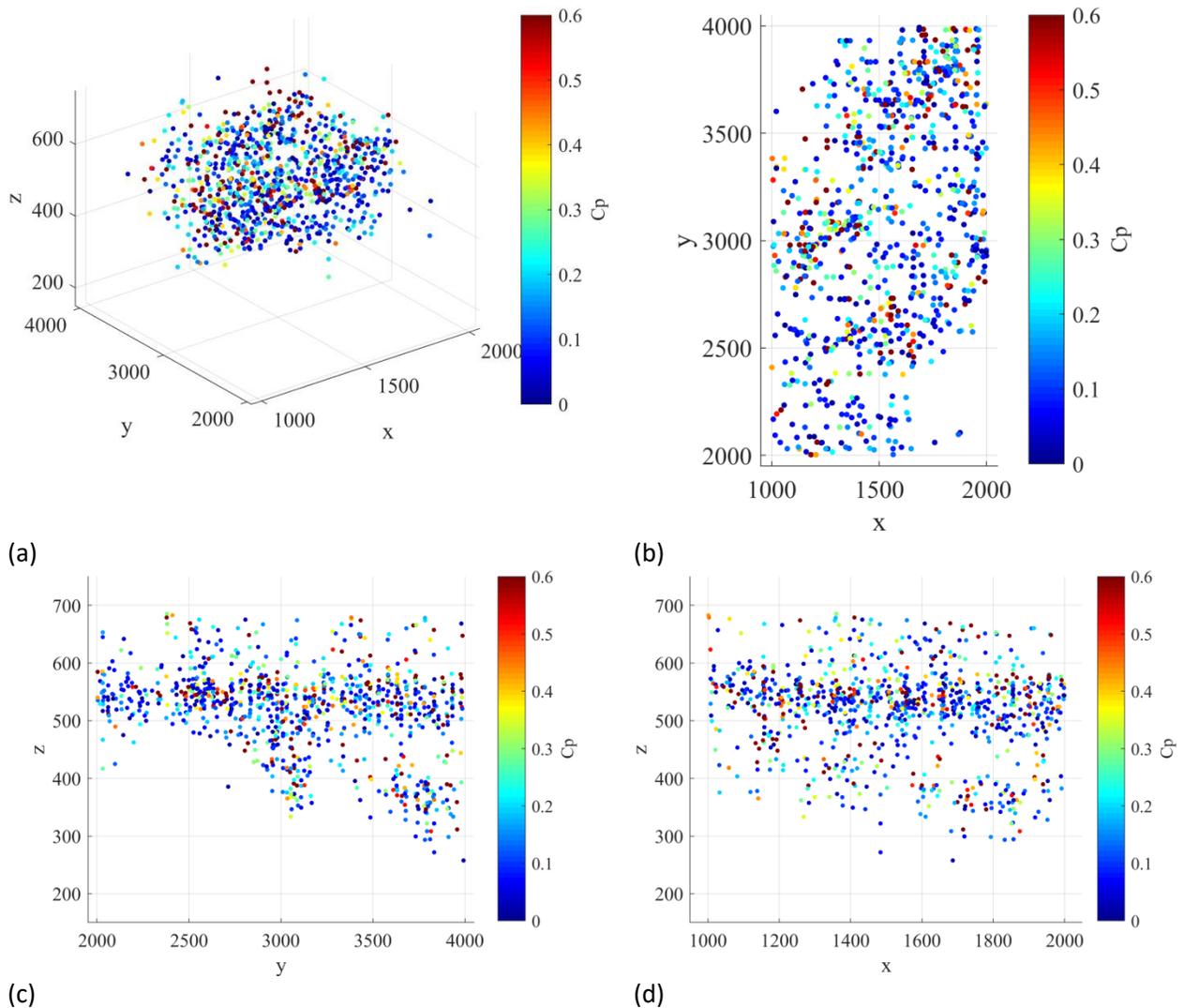


Figura 6.14. Distribución espacial de la Calcopirita. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

De estas imágenes, se puede verificar que el % de calcopirita en la muestra es levemente superior en contraste con el % de covelina.

7. ANÁLISIS VARIOGRÁFICO.

7.1 Mapas Variográficos.

Una de las herramientas para conocer el variograma experimental en el espacio de tres dimensiones, es la construcción de los mapas variográficos destinados a determinar la continuidad espacial (dirección principal de anisotropía) de la ley de cobre total, mediante una escala colorimétrica.

Para el diseño de los mapas, se ha considerado la base de datos original de sondajes (Tabla 4.3. Resumen de análisis estadístico con la limpieza de datos duplicados y erróneos) destinado a la visualización de la preferencia espacial de las leyes de cobre total. En la tabla que se muestra a continuación, se indican los parámetros iniciales para la construcción de los mapas variográficos. Posteriormente, en las figuras 7.1, 7.2 y 7.3 se muestran los mapas diseñados.

Tabla 7.1. Parámetros para mapa variográfico de cobre total.

X	Y	Z	Observaciones	
-1900.0	-2500.0	-350.0	x0, y0, z0	Coordenadas mínimas
19.0	25.0	7.0	nx, ny, nz	Número de nodos
200.0	200.0	100.0	dx, dy, dz	Largo de pasos (m)

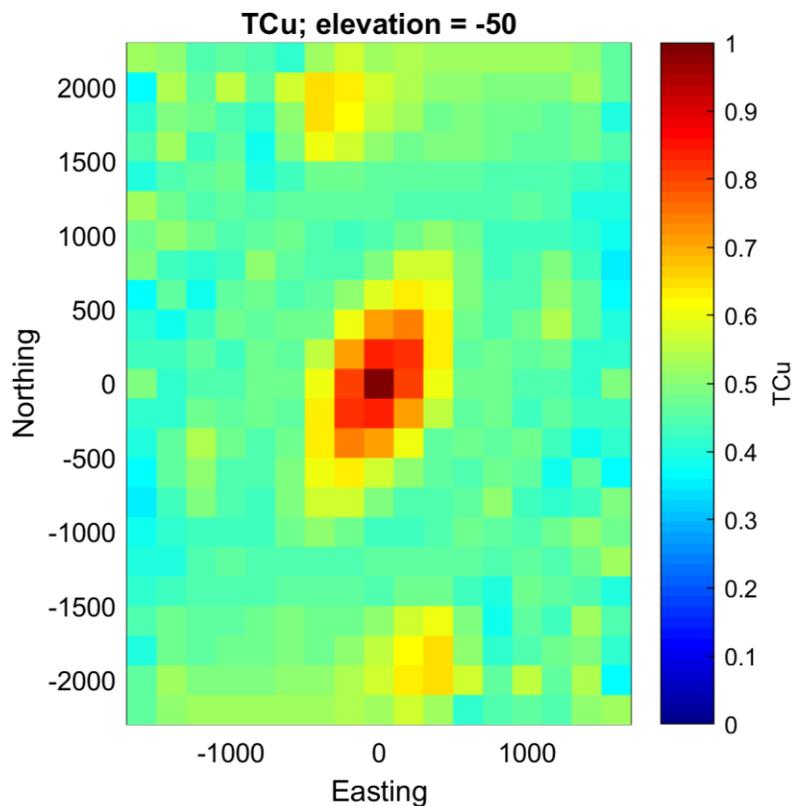


Figura 7.1. Mapa variográfico para la ley de CuT (%) en el plano Norte-Este.

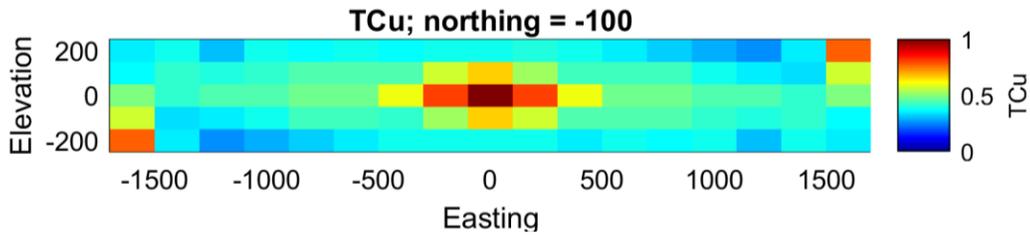


Figura 7.2. Mapa variográfico para la ley de TCu (%) en el plano Este-Cota.

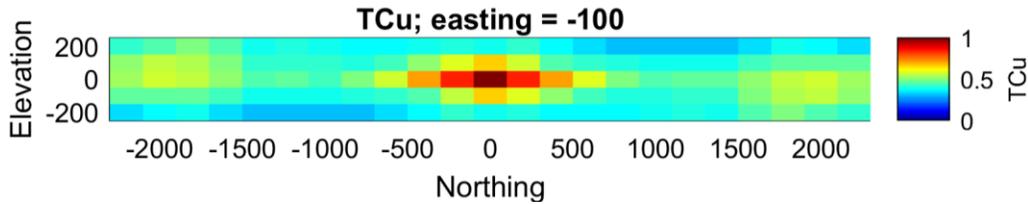


Figura 7.3. Mapa variográfico para la ley de TCu (%) en el plano Norte-Cota.

En la figura 7.1, se muestra que existe una leve anisotropía geométrica en la dirección N30°E, no muy significativa. Por otra parte, en la figura 7.2 y 7.3, se observa que hay una anisotropía muy marcada perpendicular al eje de la cota. Esto se observa tanto en el mapa variográfico este v/s cota como en norte v/s cota.

7.2 Variogramas experimentales.

En este apartado se determina la continuidad espacial de las variables en estudio, en la primera etapa del análisis variográfico, se ha definido la utilización de las leyes de cobre (total y soluble) y los minerales de cobre sulfurados, a partir de los valores observados en los distintos sitios de la unidad geológica 1. Para la construcción de los variogramas se han considerado el comportamiento horizontal y vertical, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 7.2. Parámetros de construcción de los variogramas.

Dirección	Azimut (°)	Azim_tol. (°)	Dip (°)	dip_tol. (m)	Lag (m)	nlag	lag_tol. (m)
1	0	90	0	20	15	20	7.5
2	0	90	90	20	15	15	5

A continuación, con los parámetros de la construcción de los variogramas, se realizan los variogramas directos y cruzados experimentales para leyes, leyes/minerales y minerales. Posteriormente, en la sección 7.3 se describe el ajuste del modelo de variograma a partir del variograma experimental.

7.2.1 Variogramas experimentales para Leyes.

En esta sección, se han diseñado los variogramas experimentales de la unidad geológica 1 para las leyes de Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%). A continuación, en la figura 7.4 se muestran los variogramas directos y, posteriormente, en la figura 7.5, se muestran los variogramas cruzados de leyes en el plano horizontal (curvas negras) y en la dirección vertical (curvas azules).

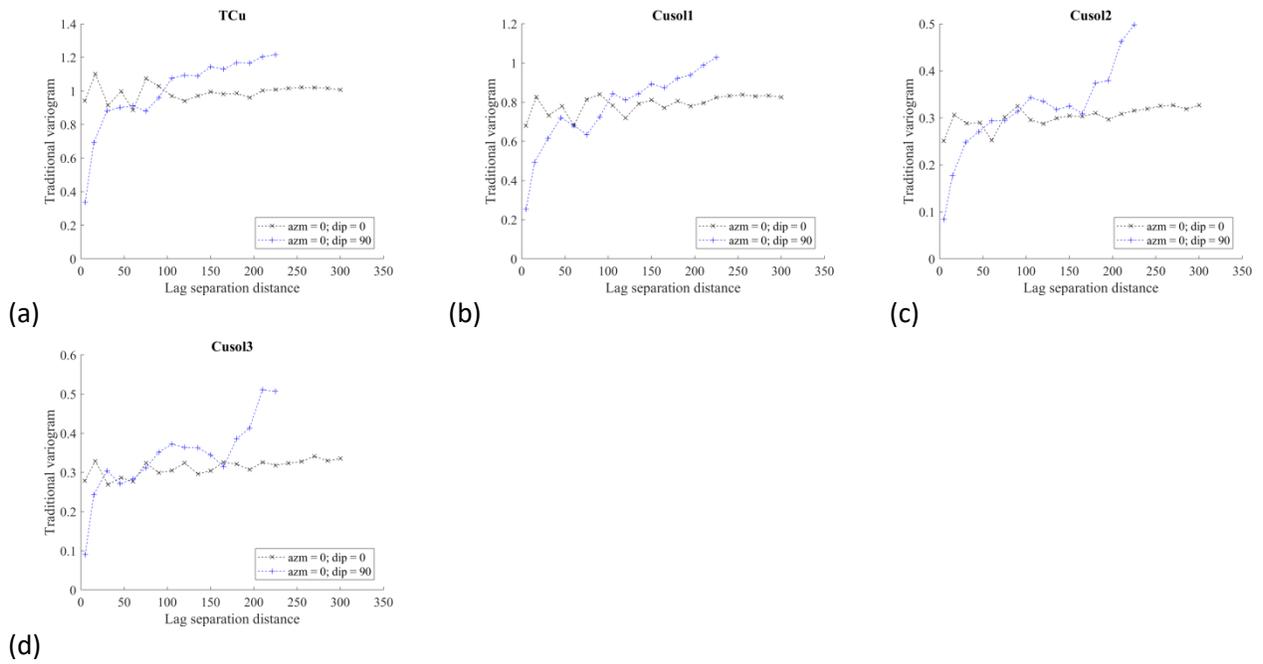


Figura 7.4. Variogramas directos de leyes. TCu (a), Cusol1 (b), Cusol2 (c) y Cusol3 (d).

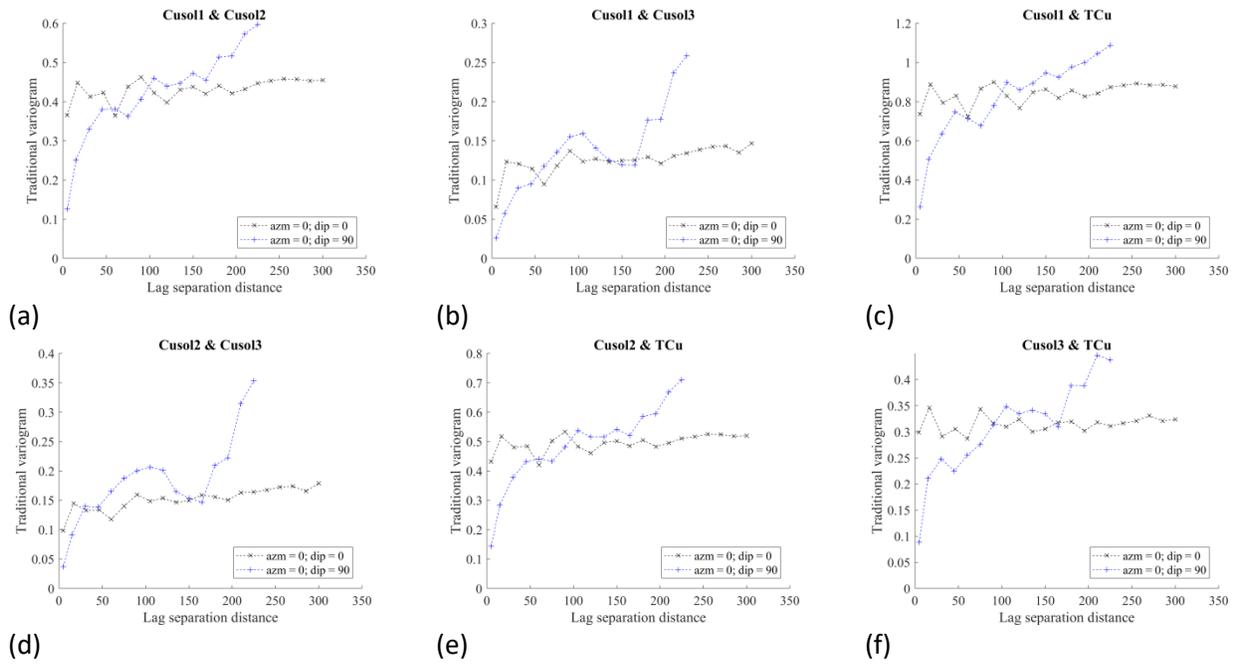


Figura 7.5. Variogramas cruzados para leyes. Cusol1 v/s Cusol2 (a), Cusol1 v/s Cusol3 (b), Cusol1 v/s TCu (c), Cusol2 v/s Cusol3 (d), Cusol2 v/s TCu (e) y Cusol3 v/s TCu (f).

Las figuras 7.4 y 7.5, muestran las funciones del variograma tradicional, directas y cruzadas, para las diferentes variables a predecir, definidas en la unidad geológica 1. Cada gráfica muestra la función del variograma experimental horizontal (línea continua de color negro) y vertical (línea continua de color azul), es decir, cada línea representa la pérdida de continuidad de las variables en el espacio.

Se destaca el efecto pepita para todas las variables de los variogramas directos y su continuidad espacial de hasta los 100 metros en la dirección horizontal y 150 metros en el sentido vertical. Por otro lado, en los variogramas cruzados, tanto en la dirección horizontal como vertical, se puede apreciar un comportamiento similar a los variogramas directos.

7.2.2 Variogramas experimentales para leyes y minerales.

En este apartado, para la construcción de los variogramas experimentales se han considerado el análisis en conjunto de leyes y minerales. Por un lado, están las leyes de Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT; y por otro, los minerales de cobre sulfurado como calcosina, covelina y calcopirita.

A continuación, se presentan los variogramas experimentales direccionales obtenidos a partir de las muestras de sondajes.

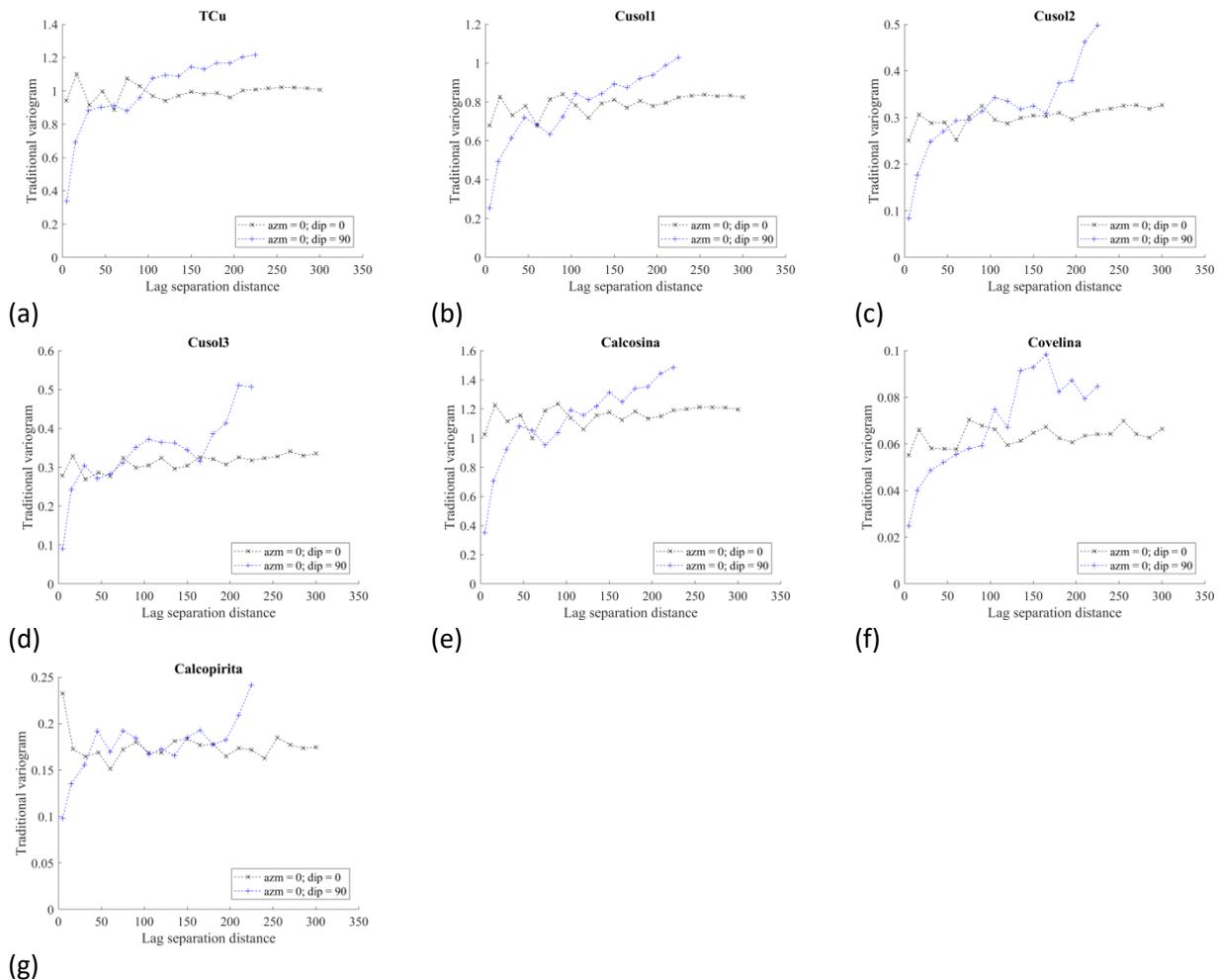
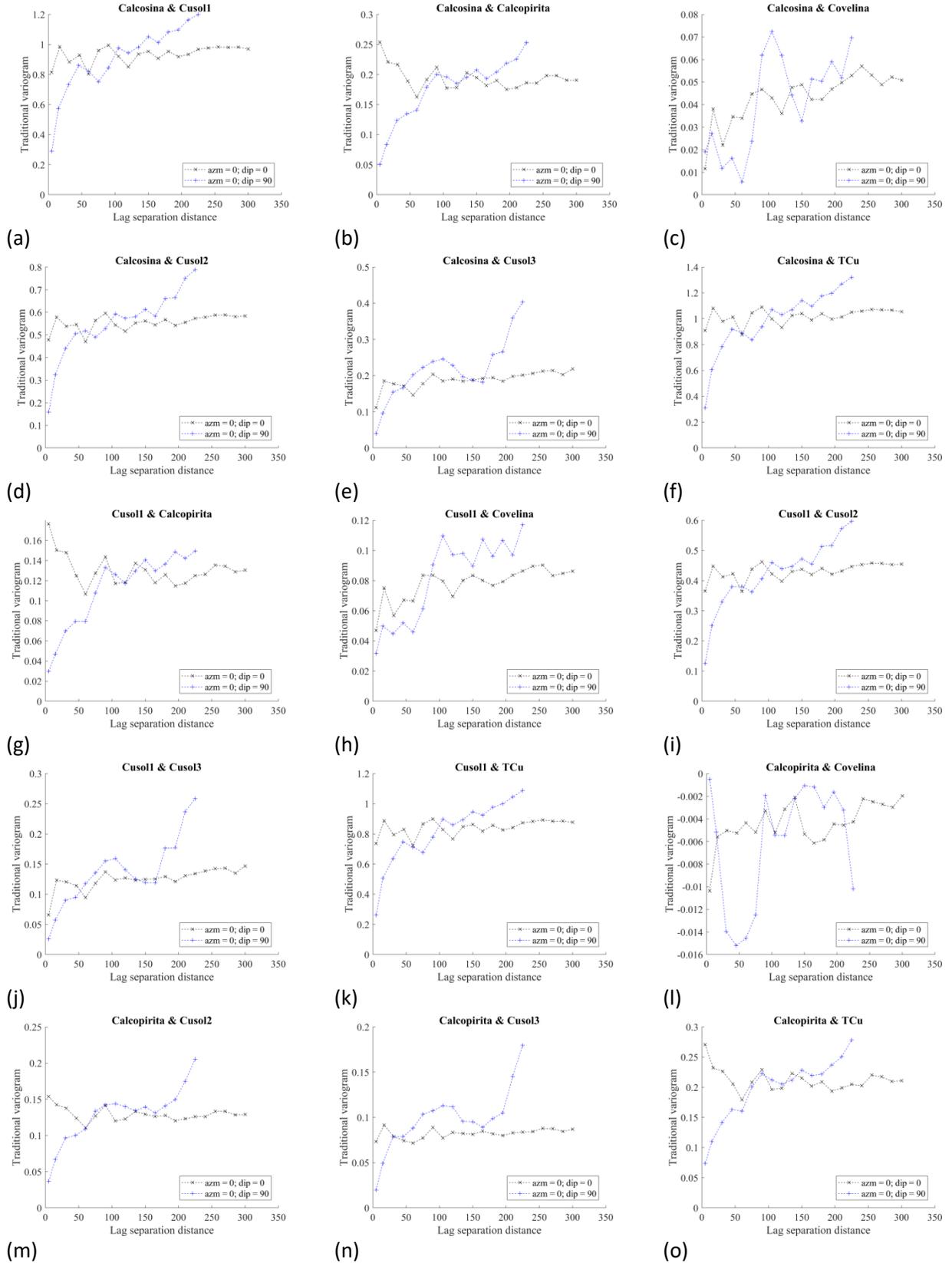


Figura 7.6. Variogramas directos de leyes y minerales. TCu (a), Cusol1 (b), Cusol2 (c), Cusol3 (d), Cc (e) y Cv (f) y Cp (g).



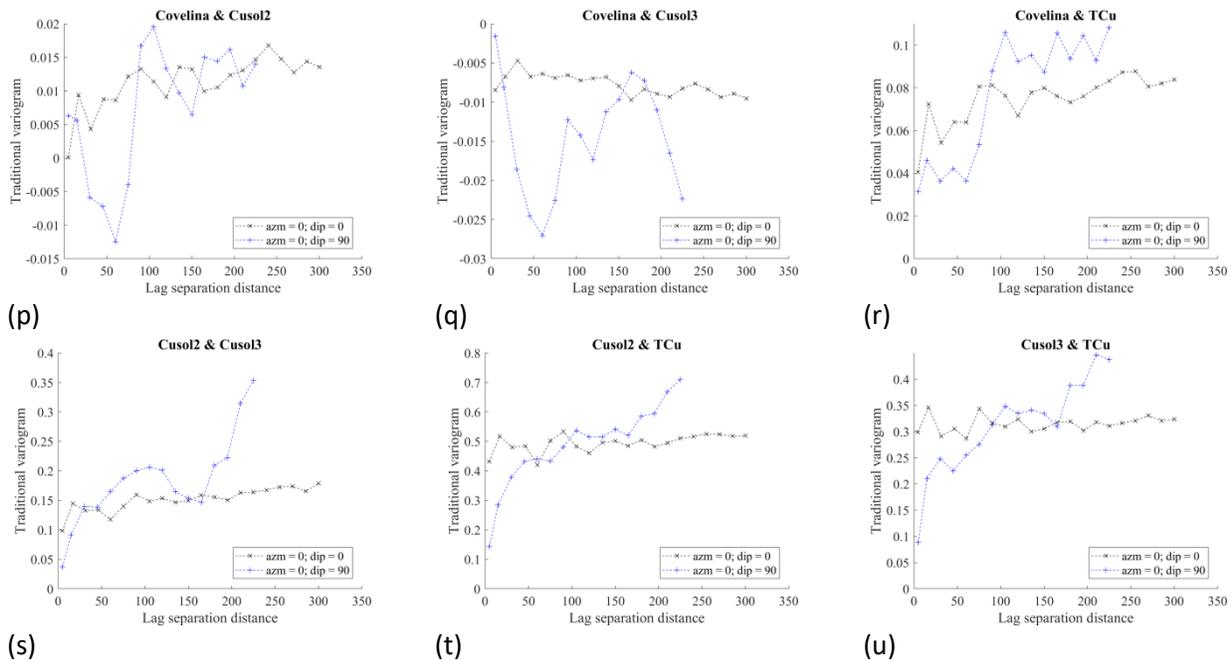


Figura 7.7. Variogramas cruzados leyes y minerales. Cc v/s Cusol1 (a), Cc v/s Cp (b), Cc v/s Cv (c), Cc v/s Cusol2 (d), Cc v/s Cusol3 (e), Cc v/s TCu (f), Cusol1 v/s Cp (g), Cusol1 v/s Cv (h), Cusol1 v/s Cusol2 (i), Cusol1 v/s Cusol3 (j), Cusol1 v/s TCu (k), Cp v/s Cv (l), Cp v/s Cusol2 (m), Cp v/s Cusol3 (n), Cp v/s TCu (o), Cv v/s Cusol2 (p), Cv v/s Cusol3 (q), Cv v/s TCu (r), Cusol2 v/s Cusol3 (s), Cusol2 v/s TCu (s) y Cusol3 v/s TCu (u).

Las figuras 7.6 y 7.7, muestran los variogramas tradicionales, directos y cruzados para leyes y minerales, pertenecientes a la unidad geológica 1. Cada gráfica muestra la función variograma experimental horizontal (línea continua de color negro) y vertical (línea continua de color azul), es decir, cada línea representa la pérdida de continuidad de las variables en el espacio.

Se destaca el efecto pepita para todas las variables en el sentido horizontal de los variogramas directos y su continuidad espacial hasta los 100 metros en el plano horizontal y 150 metros en la vertical. Por otro lado, en los variogramas cruzados se puede apreciar la similitud de ambas variables, a excepción del origen (primeros 50 metros).

De particular interés, son los variogramas experimentales de la calcopirita (Cp), directos y cruzados. En ellos, se aprecia una pendiente negativa en sentido horizontal de los primeros 50 metros, tanto en su comportamiento individual como corregionalizado con otras variables, esto indica poca continuidad espacial en el plano horizontal.

7.2.3 Variogramas experimentales para minerales.

A continuación, se presentan los variogramas experimentales direccionales de la calcosina, covelina y calcopirita, obtenidos a partir de las muestras de sondajes:

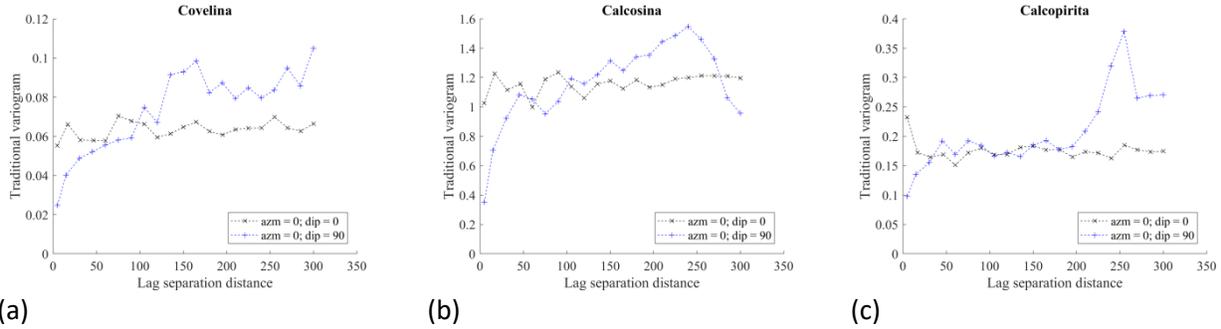


Figura 7.8. Variogramas directos. Cv (a), Cc (b) y Cp (c).

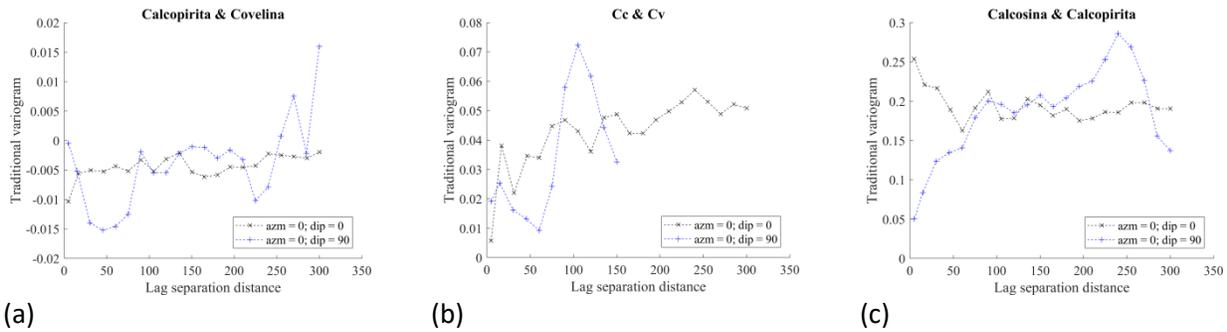


Figura 7.9. Variogramas cruzados. Cv v/s Cp (a), Cc v/s Cv (b) y Cp v/s Cc (c).

El variograma experimental para minerales es dispar en el origen, con un efecto pepita variable, tanto para el sentido vertical como horizontal. En esta última dirección, al igual que en los casos anteriores, existe poca correlación espacial.

7.3 Variograma modelado.

El objetivo es ajustar un modelo teórico de variograma a partir del variograma experimental, para modelar la continuidad espacial de la variable en estudio. Al respecto, se utiliza el modelo esférico para definir su función y parámetros, tales como: mesetas, alcances, estructuras anidadas, etc. En la siguiente tabla, se muestra un resumen de los parámetros para realizar el ajuste:

Tabla 7.3. Parámetros variogramas modelados.

Modelo (alcance)	Mesetas acumuladas		
	Pepita	Esférico (10,10,50)	Esférico (100,100,150)
TCu	0.360	0.900	1.100
Cusol3	0.090	0.300	0.370
Cusol1	0.230	0.700	0.900
Cusol2	0.080	0.250	0.340
Calcosina	0.360	1.080	1.300
Covelina	0.024	0.050	0.090
Calcopirita	0.100	0.180	0.200

Los parámetros de la tabla anterior, son utilizados para la construcción de los variogramas modelados, los cuales, son conformados por 4 estructuras anidadas para cada una de las variables, además de una estandarización de la varianza a 1.

7.3.1 Variogramas modelados para leyes.

En esta sección se grafican los variogramas modelados directos y cruzados para las leyes de Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%). A continuación, en las figuras 7.10 y 7.11 se muestran los análisis de cada una de las variables:

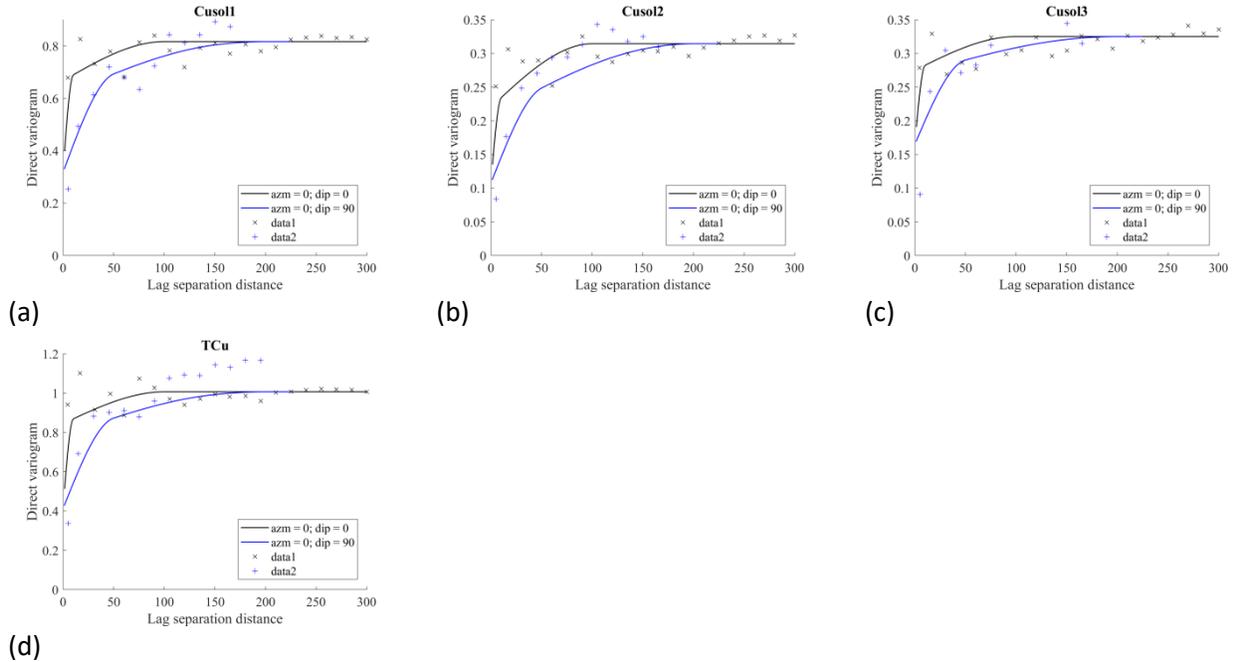


Figura 7.10. Variogramas modelados directos. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c) y TCu (d).

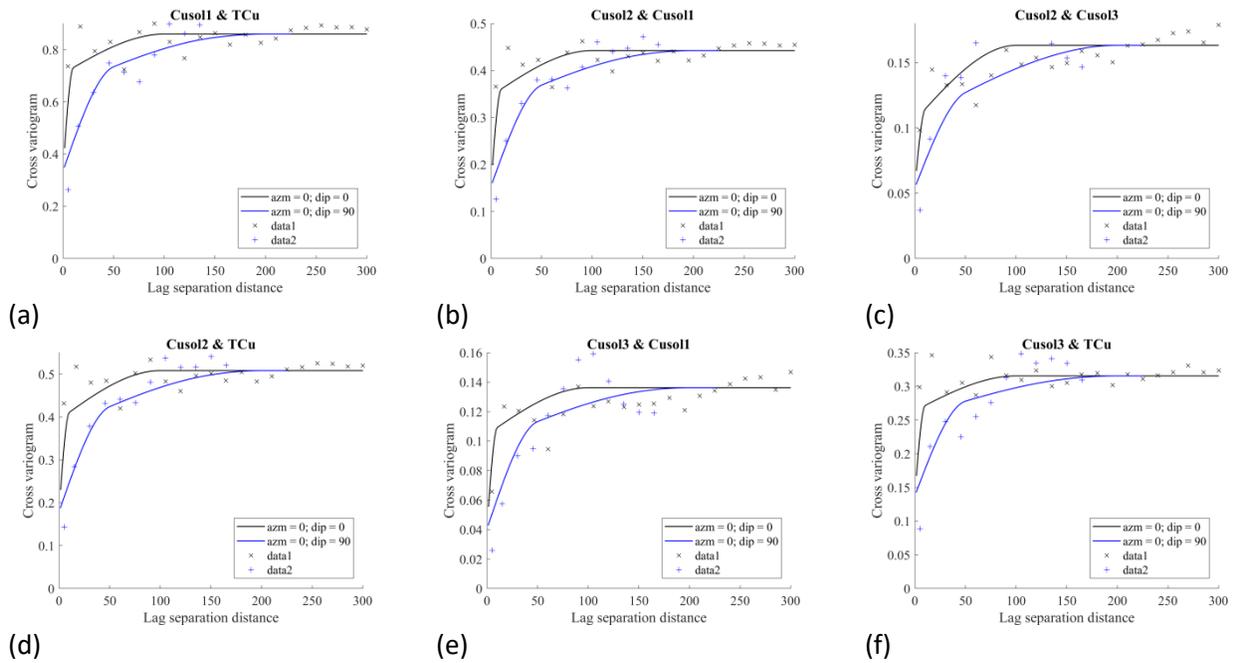


Figura 7.11. Variogramas modelados cruzados. Cusol1 v/s TCu (a), Cusol1 v/s Cusol2 (b), Cusol2 v/s Cusol3 (c), Cusol2 v/s TCu (d), Cusol1 v/s Cusol3 (e) y Cusol3 v/s TCu (f).

El comportamiento de los variogramas ajustados directos de leyes es similar entre ellos, donde cerca del origen tiene pendiente finita, como por ejemplo en el caso del TCu y Cusol1. Además, posee un efecto pepita que indica discontinuidades en las distribuciones espaciales de las variables a escalas pequeñas. En general, para distancias grandes, la estabilidad de la variable regionalizada se logra a 100 metros para distancias horizontales (línea continua de color negro) y 150 metros para la distancia vertical (línea continua de color azul).

Por otra parte, los variogramas modelados cruzados para las diferentes variables combinadas, son análogos a los variogramas modelados directos respecto de su interpretación.

7.3.2 Variogramas modelados para leyes y minerales.

En este apartado, se presentan los variogramas modelados directos y cruzados para las leyes (Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%)) y minerales de cobre sulfurados (calcosina, covelina y calcopirita (%)). A continuación, en las figuras 7.12 y 7.13 se muestran los análisis de cada una de las variables:

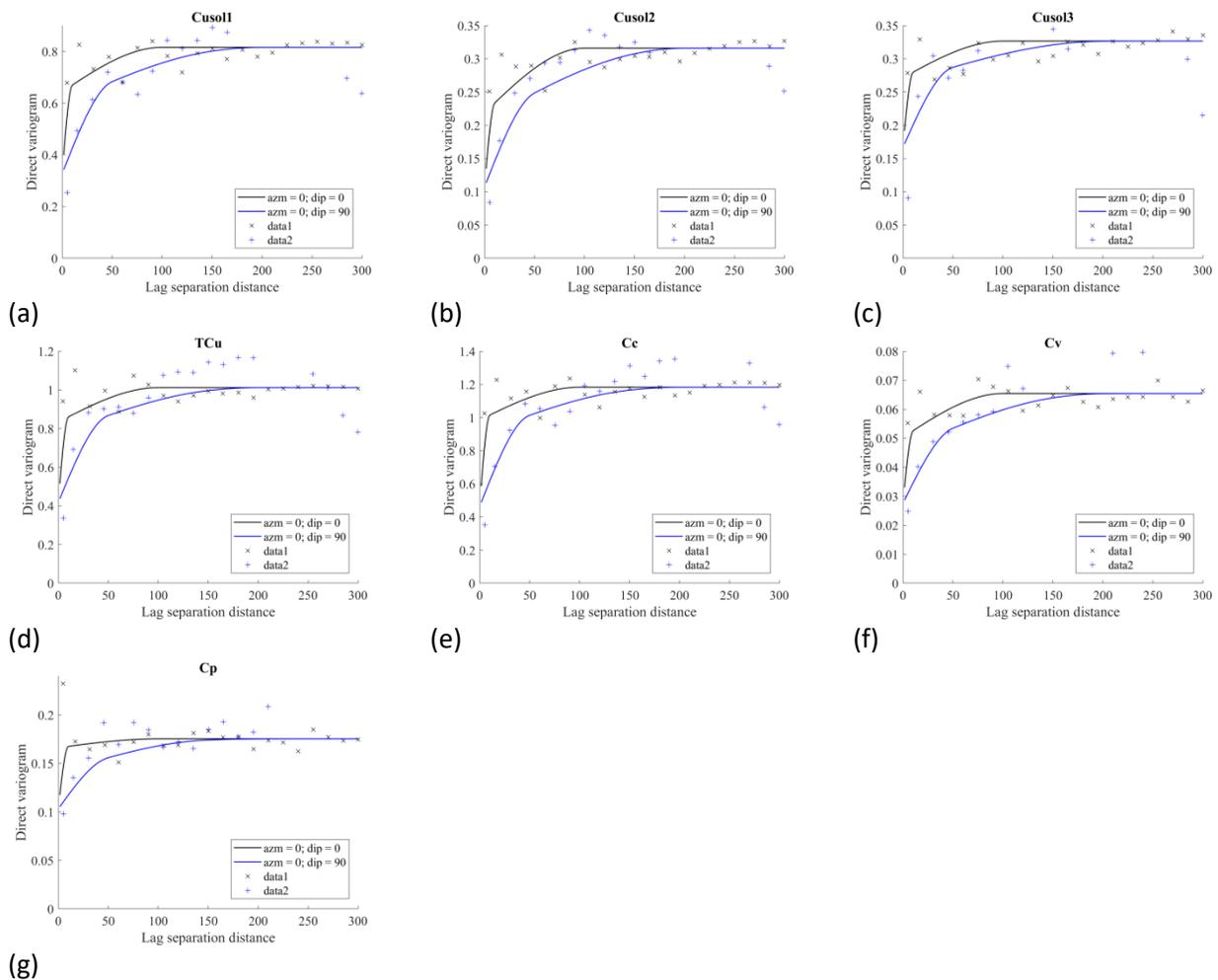
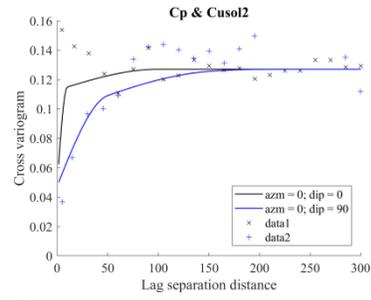
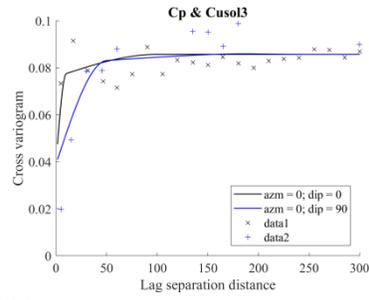


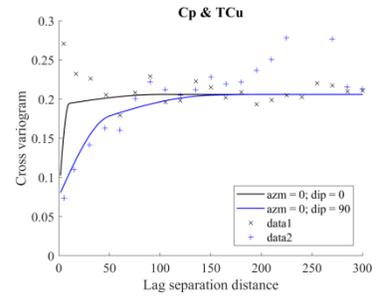
Figura 7.12. Variogramas modelados directos leyes y minerales. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), Cc (e) y Cv (f) y Cp (g).



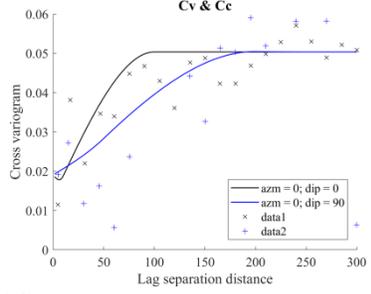
(a)



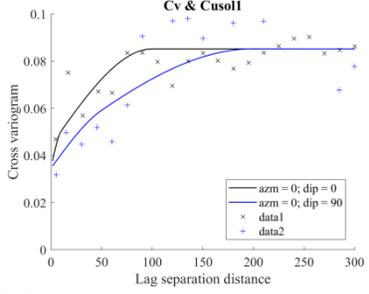
(b)



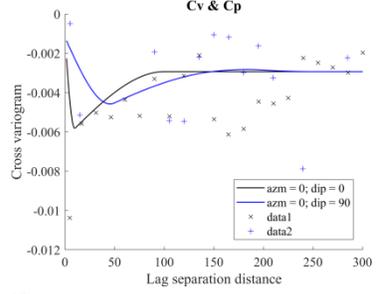
(c)



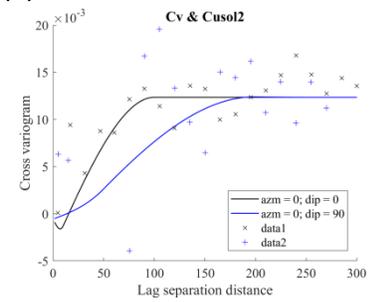
(d)



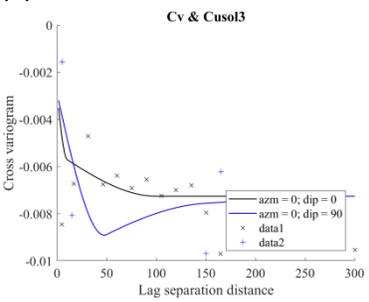
(e)



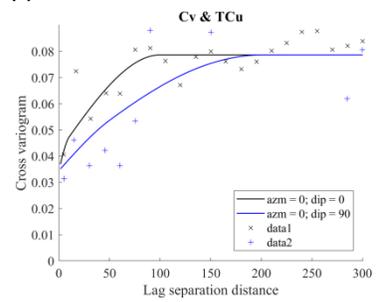
(f)



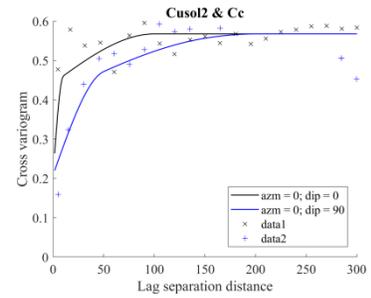
(g)



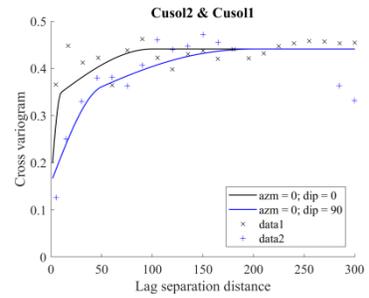
(h)



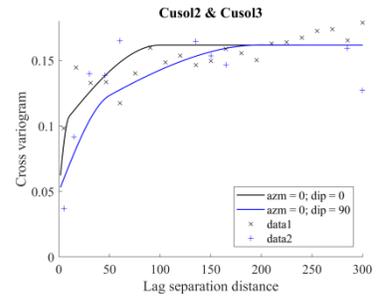
(i)



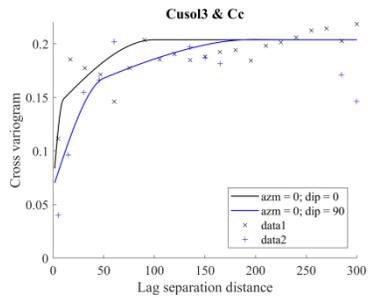
(j)



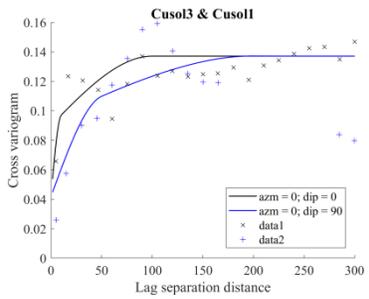
(k)



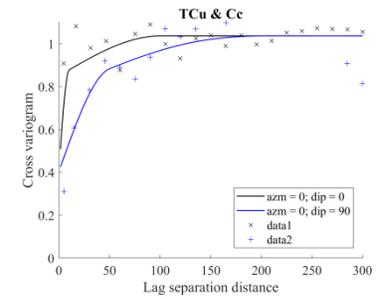
(l)



(m)



(n)



(o)

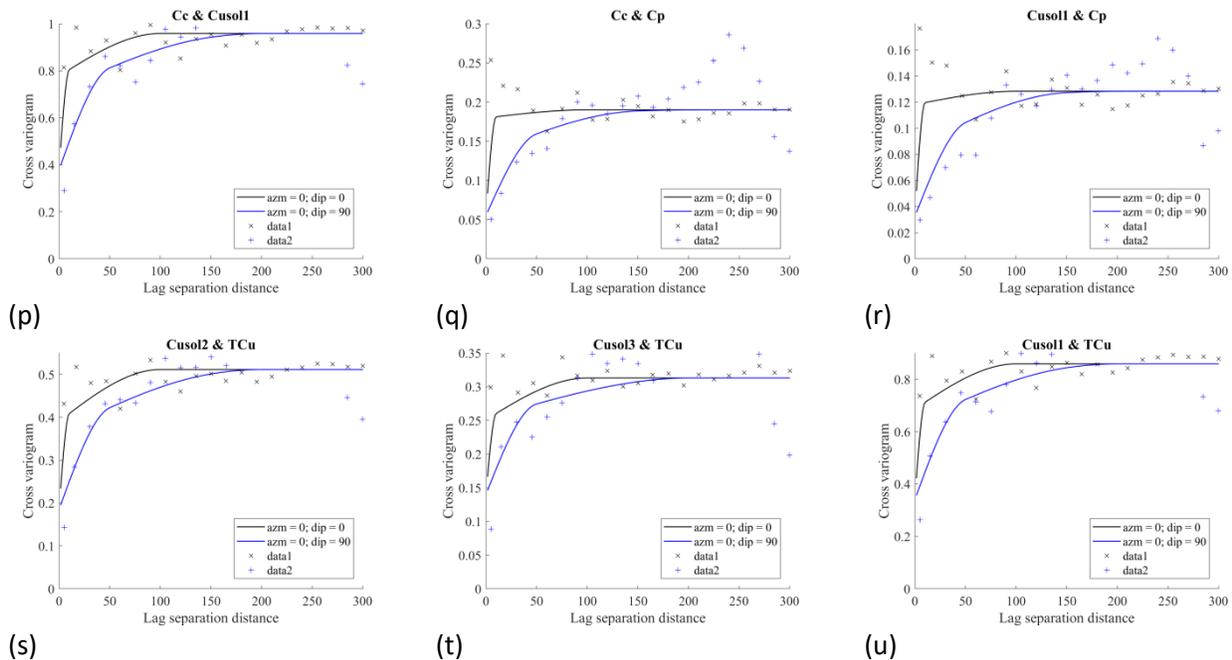


Figura 7.13. Variogramas modelados cruzados para leyes y minerales. Cp v/s Cusol2 (a), Cp v/s Cusol3 (b), Cp v/s TCu (c), Cc v/s Cv (d), Cusol1 v/s Cv (e), Cp v/s Cv (f), Cv v/s Cusol2 (g), Cv v/s Cusol3 (h), Cv v/s TCu (i), Cc v/s Cusol2 (j), Cusol1 v/s TCu Cusol1 v/s Cusol2 (k), Cusol2 v/s Cusol3 (l), Cc v/s Cusol3 (m), Cusol1 v/s Cusol3 (n), Cc v/s TCu (o), Cc v/s Cusol1 (p), Cc v/s Cp (q), Cusol1 v/s Cp (r), (s), Cusol2 v/s TCu (s), Cusol3 v/s TCu (t) y Cusol1 v/s TCu (u).

En general, los variogramas modelados directos tienen una forma equivalente, sin embargo, en todos los casos, presentan un efecto pepita y una meseta distinta.

En cuanto a los variogramas cruzados, la mayoría de ellos tiene un comportamiento regular en el origen logrando estabilidad en los 100 metros (distancia horizontal) o 150 metros (distancia vertical), con mesetas distintas, excepto, en el caso de la covelina y su análisis con otras variables, tal es el caso del análisis variográfico entre la covelina y la Cp (f), Cusol2 (g) y Cusol3 (h). Para distancias largas, el variograma se estabiliza a las mismas distancias mencionadas con anterioridad, pero, a distancias pequeñas se genera el efecto de hoyo a los 10 metros (variograma horizontal) o 50 metros (variograma vertical), es decir, el variograma no es monótono.

Respecto a las figuras (f) y (h), el variograma modelado cruzado es negativo, lo que indica que las variables tienen incrementos que se correlacionan negativamente; esto sucede cuando las variables mismas están correlacionadas negativamente (cuando una tiende a aumentar, la otra tiende a disminuir).

7.3.3 Variogramas modelados para minerales.

En esta sección, se exhiben los variogramas modelados directos y cruzados para minerales de cobre sulfurados (calcosina, covelina y calcopirita). A continuación, en las figuras 7.14 y 7.15 se muestran los análisis de cada una de las variables:

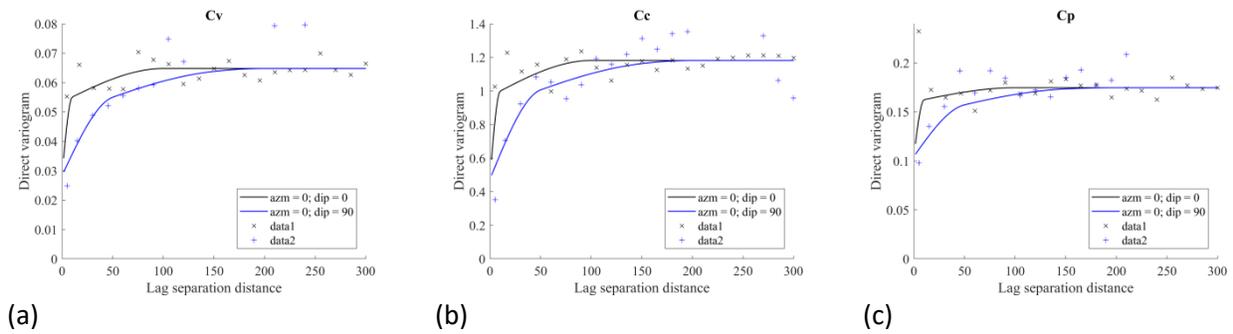


Figura 7.14. Variogramas modelados directos para minerales. Cv (a), Cc (b) y Cp (c).

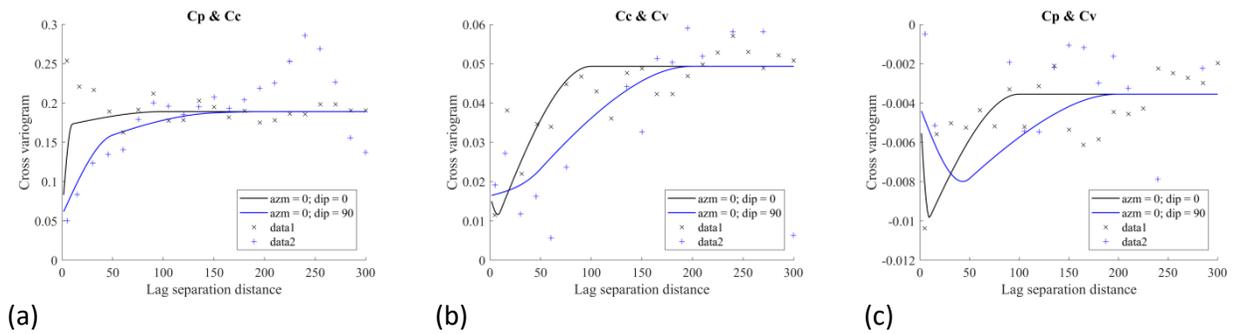


Figura 7.15. Variogramas modelados cruzados para minerales. Cp v/s Cc (a), Cc v/s Cv (b) y Cp v/s Cv (c).

En los variogramas modelados directos de los minerales, en todos los casos hay presencia del efecto pepítico con diferencias apreciables en sus valores. Además, se aprecian en cada uno de ellos una pendiente positiva hasta llegar a alcances ya conocidos. Respecto a los variogramas modelados cruzados, se presentan con tendencias distintas, es el caso de la relación de Cp & Cc (a), cuyo comportamiento es monótono. Por el lado contrario, está el variograma modelado cruzado de la relación Cp v/s Cv (c), el cual presenta el efecto de hoyo a corta distancia.

8. PREDICCIÓN POR COKRIGING Y VALIDACIÓN CRUZADA PARA LEYES Y/O MINERALES.

En el presente apartado, se realiza la predicción y la validación conjunta de leyes y minerales, utilizando la técnica de cokriging. Para las estimaciones de cada caso, se considera la utilización de cokriging simple puntual (CKS), cokriging ordinario puntual (CKO) y cokriging ordinario de bloques (CKOb). Este análisis multivariable, se subdivide en tres secciones: leyes de cobre (total y soluble), leyes de cobre más minerales y minerales.

En este punto, se realiza la predicción conjunta para todas las variables, considerando tamaños de bloques de 30 m x 30 m x 30 m (x-y-z; este-norte-elevación), los cuales, se han discretizado en forma puntual (1x1x1, para cokriging puntual) y de bloque (5 x 5 x 2 para cokriging de bloque). En relación a lo anterior, el tamaño de bloque no debería tener relación con el desagrupamiento de los datos.

El elipsoide de búsqueda se ha establecido en 2000 m x 2000 m x 1000 m (x-y-z), un ángulo de búsqueda del elipsoide de 0 grados y un número óptimo de datos por octante en 100.

En las secciones que siguen, para cada predicción y validación se han utilizado los variogramas modelados (sección 7.3. variogramas modelados) según sea el caso.

Para la validación cruzada, es decir, predecir cada dato, dejándolo fuera al momento de la predicción, se utiliza la base de datos original.

Para la validación de la predicción, se utilizan las medias de los errores y de los errores estandarizados, los cuales, miden el sesgo del estimador y deben ser cercanas a cero.

Por otro lado, la varianza de los errores estandarizados debe ser cercana a 1, este criterio indica que el modelo de variograma cuantifica adecuadamente la amplitud de los errores cometidos, es decir, que el variograma elegido no es demasiado optimista ni tampoco pesimista.

Finalmente, el coeficiente de correlación entre los valores estimados y los valores de los datos debe ser lo más cercano posible a 1 (Emery, 2013).

Con los parámetros definidos, en las secciones que siguen se presentan las estimaciones (CKS, CKO y CKOb) y las validaciones para leyes, leyes/minerales y minerales.

8.1 Predicción y validación cruzada para leyes.

En esta sección se realiza la predicción y validación cruzada para Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%).

8.1.1 Predicción y Validación cruzada para leyes vía cokriging simple puntual.

Para la realización de la predicción conjunta de leyes por CKS puntual, el análisis se divide en dos secciones: validación cruzada y predicción con el soporte considerado.

8.1.1.1 Validación cruzada para leyes vía cokriging simple puntual.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la grilla de la base de datos original.

Tabla 8.1. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes por CKS puntual.

	Pred error Cusol1	Pred error Cusol2	Pred error Cusol3	Pred error TCu	Stand pred error Cusol1	Stand pred error Cusol2	Stand pred error Cusol3	Stand pred error TCu
Recuento	19867	19867	26484	26497	19867	19867	26484	26497
Promedio	0.0825	0.0515	0.0031	0.0528	0.1218	0.1286	0.0082	0.0713
Varianza	0.4308	0.1657	0.1621	0.5455	0.8717	0.9505	0.6736	0.8602

De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción (Pred error) y la varianza de los errores estandarizados (Stand pred error) están muy cerca de 1. En este sentido, los errores estandarizados de la predicción indican una buena predicción debido a que sus varianzas están sobre 0.7, aproximadamente. Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos mal estimados es menor a 0.1 % para todas las leyes.

Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de dispersión del valor predicho en comparación con el valor real, para cada una de las leyes de cobre.

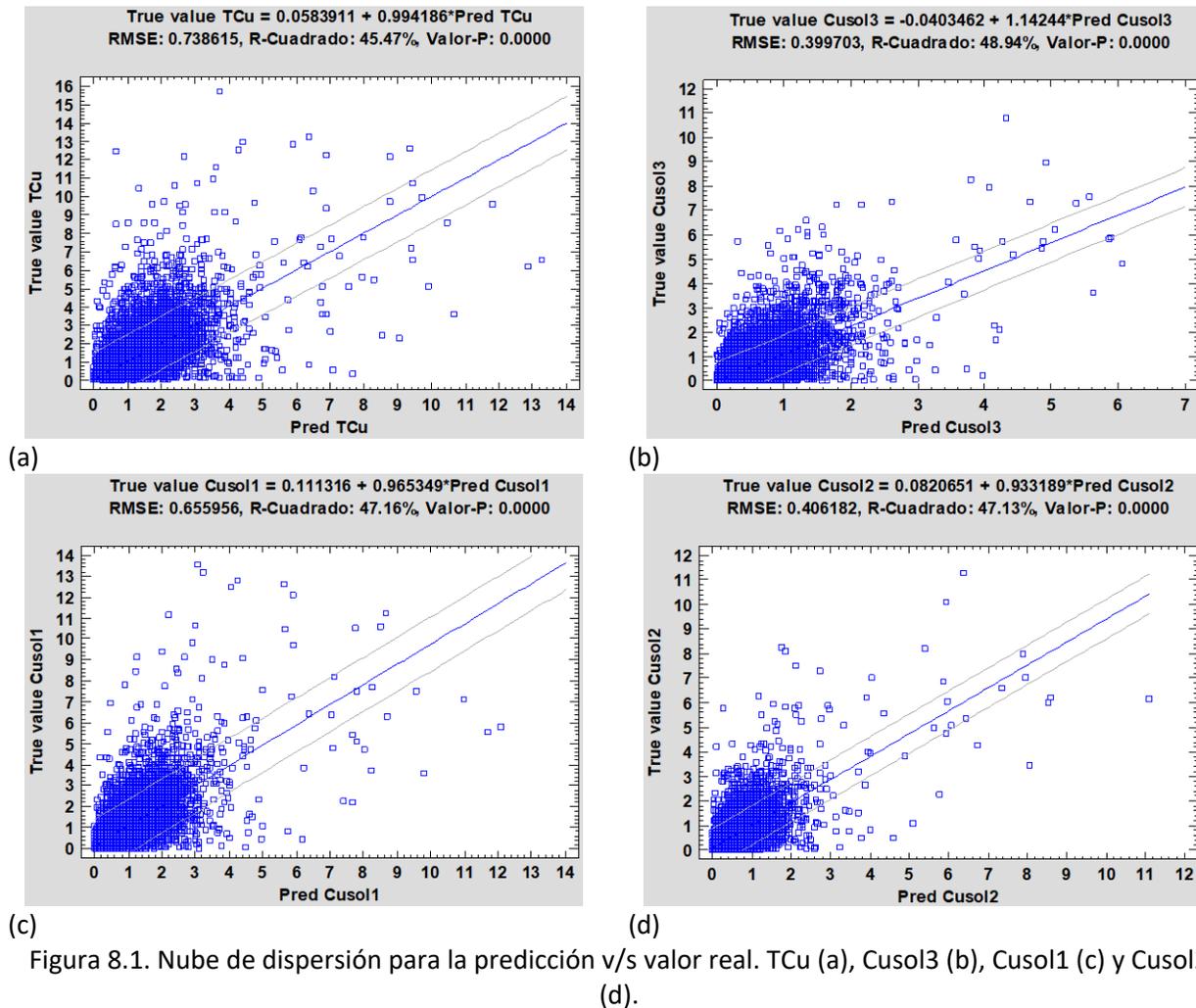


Figura 8.1. Nube de dispersión para la predicción v/s valor real. TCu (a), Cusol3 (b), Cusol1 (c) y Cusol2 (d).

En la figura anterior, se describen las ecuaciones de regresión entre el valor predicho y el real, en las cuales, la mejor correlación se obtuvo para el cobre proveniente de la cianuración (Cusol1), con un R-cuadrado de 48.52 %, valor que representa el porcentaje de variabilidad de Cusol1. El restante 51.48% es atribuido a las desviaciones del modelo, las cuales pueden aparecer debido a otros factores, errores de medición o fallas del modelo actual para ajustar los datos adecuadamente. La regresión de las leyes reales en función de las leyes estimadas tiene una pendiente cercana a 1 y un intercepto cercano a 0, lo que indica ausencia de sesgo condicional del cokriging, con excepción de la ley de cobre soluble (pendiente 1.14).

8.1.1.2 Predicción para leyes vía cokriging simple puntual.

Se ha realizado el cokriging simple puntual para las leyes utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.2, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.2. Resumen de estadísticas de la predicción de leyes por CKS puntual.

	x	y	z	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu
Recuento	430920	430920	430920	430920	430920	430920	430920
Promedio	1785	2550	300	0.8892	0.4940	0.3028	0.9996
Mediana	1785	2550	300	0.9130	0.5090	0.3080	1.0220
Varianza	1079930	2193010	33000	0.0130	0.0065	0.0020	0.0127
Mínimo	0	0	0	-2.4230	-1.9640	-0.8680	-2.3620
Máximo	3570	5100	600	9.2100	7.3700	4.3950	9.9210
Rango	3570	5100	600	11.6330	9.3340	5.2630	12.2830

Se aprecia una fuerte disminución de la varianza, cercana a cero, en los cálculos de la predicción para cada bloque de 30 m x 30 m x 30 m, en este sentido, es posible verificar que la varianza de los valores predichos para cada ley de cobre es inferior en relación a los datos originales (ver tabla 6.1). Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes, por consiguiente, son eliminados de la base de datos. En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una muy leve disminución respecto de los datos originales de la UG1 (ver tabla 6.1), probablemente, se debe al efecto de desagrupamiento al aplicar los ponderadores en el proceso de predicción por Kriging. A continuación, en la figura 8.2, se muestran las gráficas de las estadísticas básicas y en la figura 8.3, se muestra una vista en planta de la ubicación de los datos estimados y su concentración.

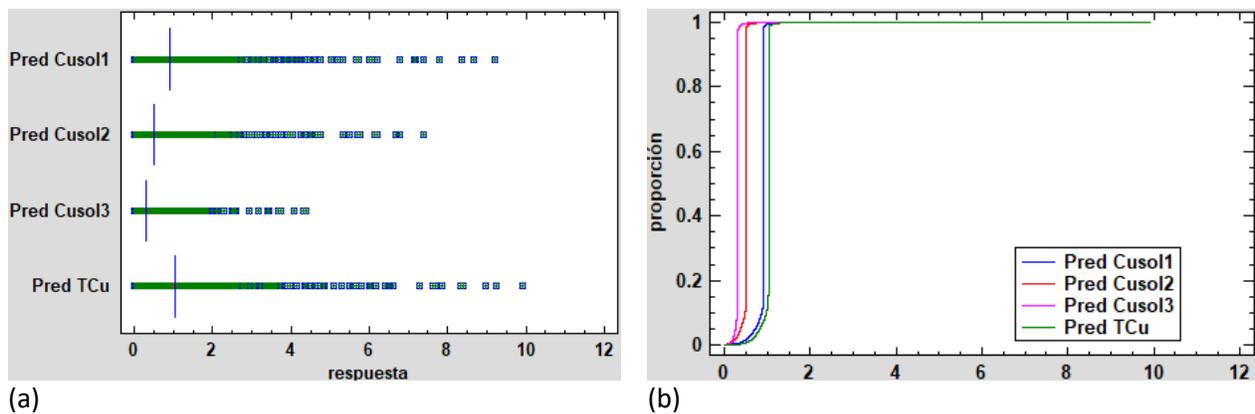


Figura 8.2. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

Las mejores leyes, tanto en el promedio como en la mediana lo tiene el cobre total. Por otra parte, la verticalidad del gráfico de cuantiles, indica que una gran proporción de las leyes (0.1;0.9) están con leyes muy similares.

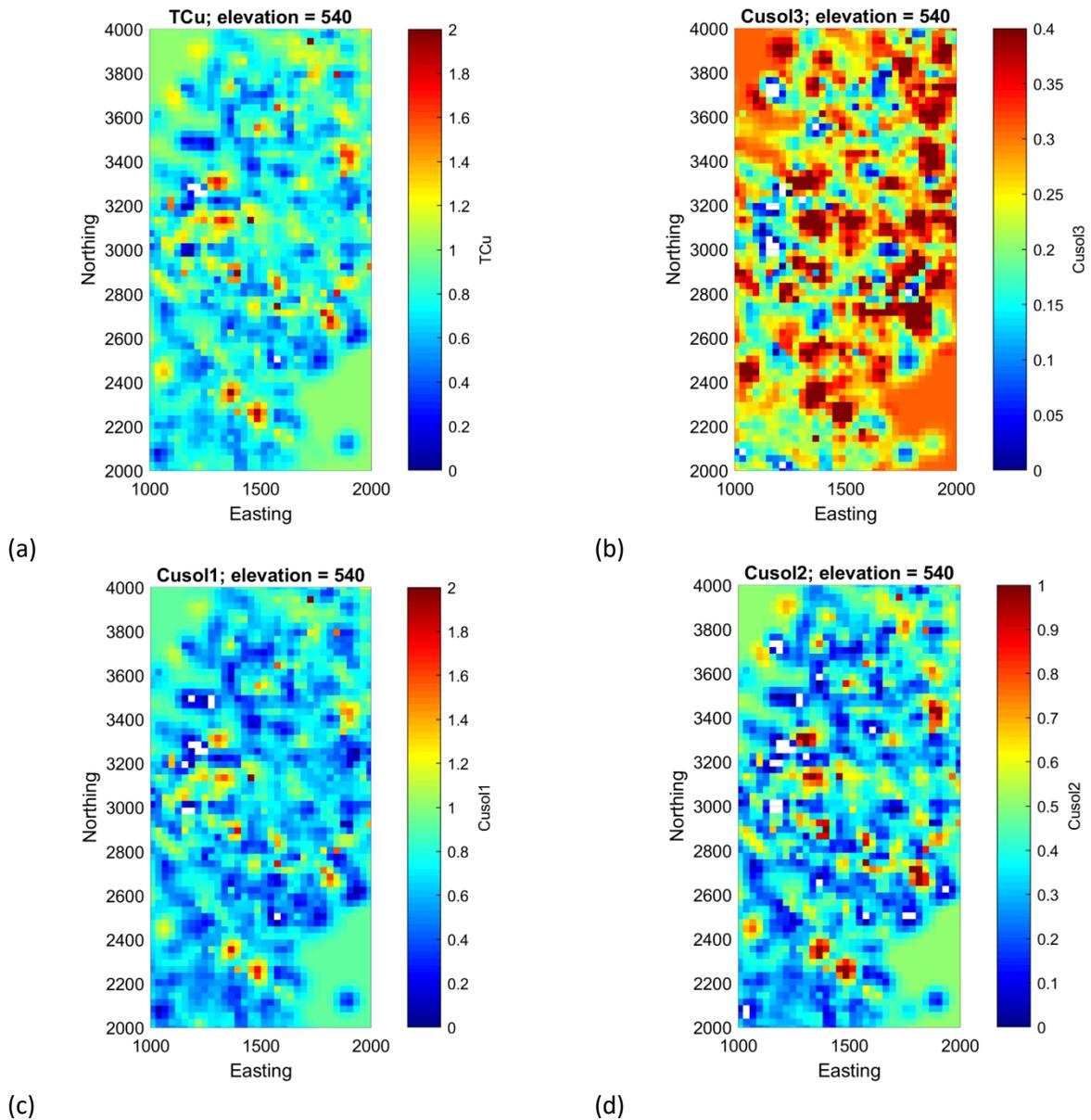


Figura 8.3. Vista en planta de los datos estimados por CKS puntual. TCU (a), Cusol3 (b), Cusol1 (c) y Cusol2 (d).

8.1.2 Predicción y Validación cruzada para leyes vía cokriging ordinario puntual y de bloques.

Para la realización de la predicción conjunta de Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT (%) por CKO, se considera las relaciones entre leyes medias (ecuaciones 6.3 y 6.4) establecidas anteriormente, de modo de aprovechar la fuerte relación lineal entre leyes de cobre total, férrico y cianurable.

8.1.2.1 Validación cruzada para leyes vía cokriging ordinario puntual.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores y los errores estandarizados de la predicción, utilizando la grilla de la base de datos original.

Tabla 8.3. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes por CKO puntual.

	Pred error Cusol1	Pred error Cusol2	Pred error Cusol3	Pred error TCu	Stand pred error Cusol1	Stand pred error Cusol2	Stand pred error Cusol3	Stand pred error TCu
Recuento	19867	19867	26481	26489	19867	19867	26481	26489
Promedio	0.0043	-0.0072	-0.0072	-0.0218	0.0122	-0.0101	-0.0124	-0.0209
Varianza	0.4203	0.1625	0.1625	0.5358	0.8465	0.9267	0.6844	0.8394

De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción y las varianzas de los errores estandarizados están cerca de 1. Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos mal estimados es menor a 0.1 % para todas las leyes. Según estos antecedentes, la predicción es exitosa, con valores de varianzas de los errores estandarizados superiores a 0,7, aproximadamente.

Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de dispersión del valor predicho en comparación con el valor real, para cada una de las leyes de cobre.

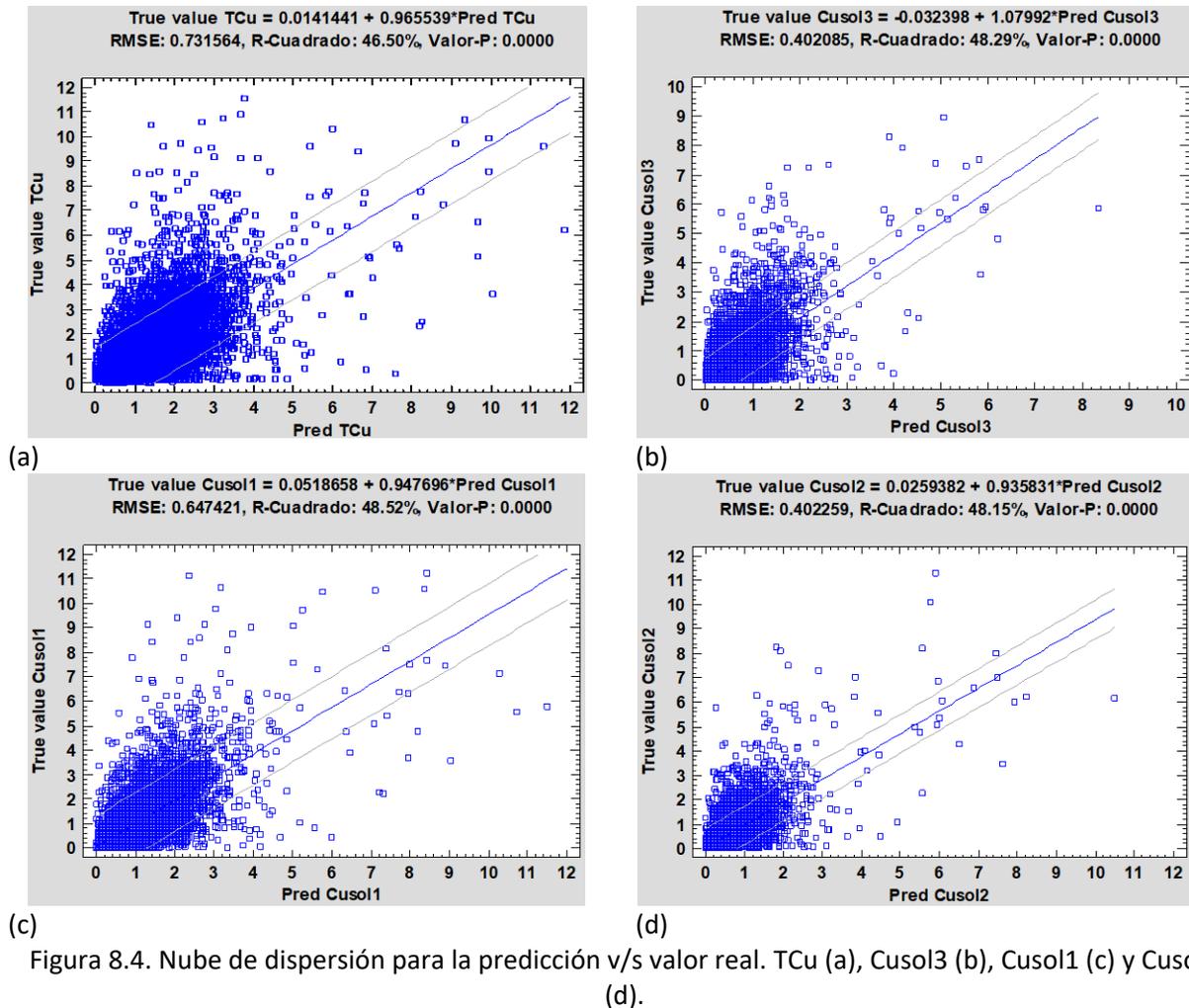


Figura 8.4. Nube de dispersión para la predicción v/s valor real. TCu (a), Cusol3 (b), Cusol1 (c) y Cusol2 (d).

De esta figura, se desprenden las ecuaciones de regresión entre el valor predicho y el real, en las cuales, la mejor correlación se obtuvo para Cusol1, con un R-cuadrado de 48.52 %. Las regresiones de las leyes reales en función de las leyes estimadas son cercanas a la identidad e indican la ausencia de sesgo

condicional del cokriging. La regresión correspondiente a cobre soluble mejoró respecto al cokriging simple (pendiente 1.08).

8.1.2.2 Predicción para leyes vía cokriging ordinario puntual.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para las leyes utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.4, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.4. Resumen de estadísticas de la predicción de leyes por CKO puntual.

	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu
Recuento	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.7277	0.3988	0.1809	0.8368
Mediana	0.7100	0.3860	0.1750	0.8130
Varianza	0.0429	0.0149	0.0062	0.0493
Mínimo	-2.4380	-1.5670	-0.7410	-2.1780
Máximo	8.3470	6.8950	4.5090	9.0680
Rango	10.7850	8.4620	5.2500	11.2460

De la tabla anterior, se aprecia una baja varianza, cercana a cero, en los cálculos de la predicción para cada bloque de 30 m x 30 m x 30 m. Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes. En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una muy leve disminución respecto de los datos originales y se debe al efecto de desagrupamiento (ver tabla 6.1).

En este sentido, en la figura 8.5 se muestra el histograma de los datos, cuyo comportamiento es asimétrico negativo (sesgo) y curva empinada (con una tendencia central de los datos).

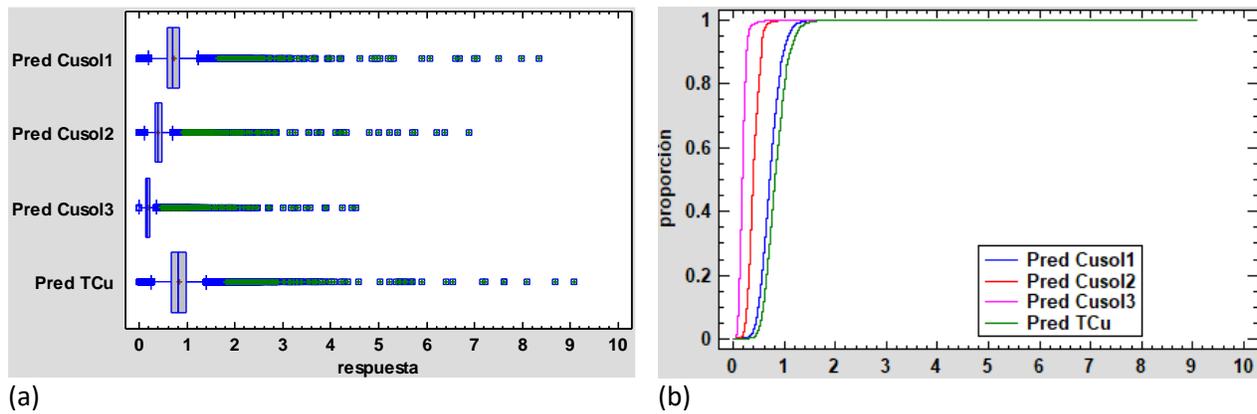


Figura 8.5. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

Por otra parte, en la siguiente figura se muestran las vistas en planta de la predicción de leyes vía CKO.

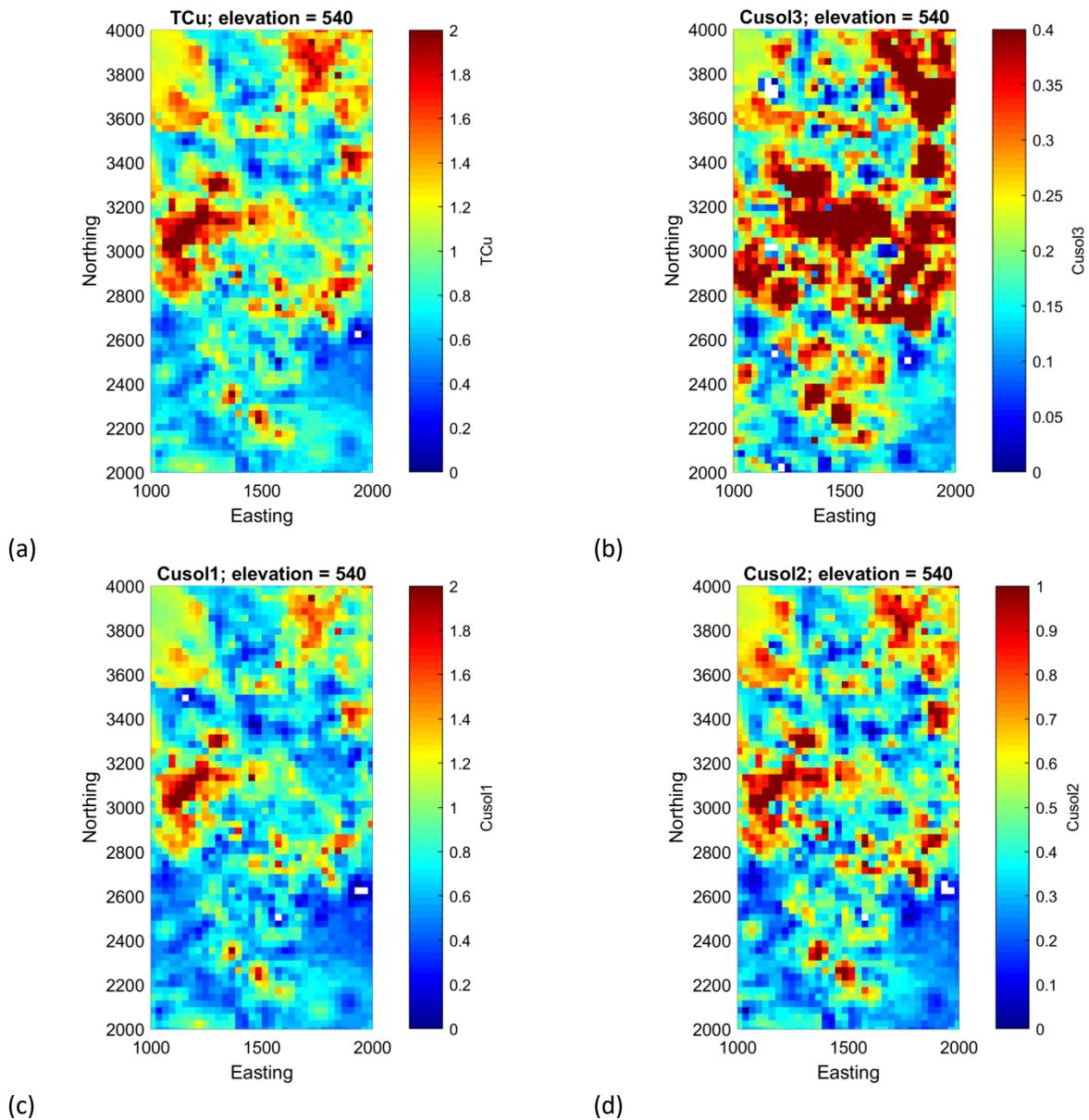


Figura 8.6. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. TCU (a), Cusol3 (b), Cusol1 (c) y Cusol2 (d).

De la figura anterior, se puede indicar que las mejores concentraciones se logran sobre a partir de 2600 norte para este nivel.

8.1.2.3 Predicción para leyes vía cokriging ordinario de bloques.

Se ha realizado el cokriging ordinario de bloques para las leyes utilizando la grilla con espaciamento de 30 m en sus tres direcciones y una discretización de cada bloque en 5 x 5 x 2 puntos. A continuación, en la tabla 8.5, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.5. Resumen de estadísticas de la predicción de leyes por CKO de bloques.

	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu
Recuento	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.7277	0.3988	0.1809	0.8368
Mediana	0.7100	0.3860	0.1750	0.8130
Varianza	0.0420	0.0144	0.0060	0.0483
Mínimo	-2.0700	-1.3500	-0.6540	-1.7770
Máximo	8.0350	6.6040	4.0940	8.7280
Rango	10.1050	7.9540	4.7480	10.5050

Por otra parte, en comparación con el CKO puntual de las leyes (tabla 8.4), las estadísticas y distribuciones son muy similares.

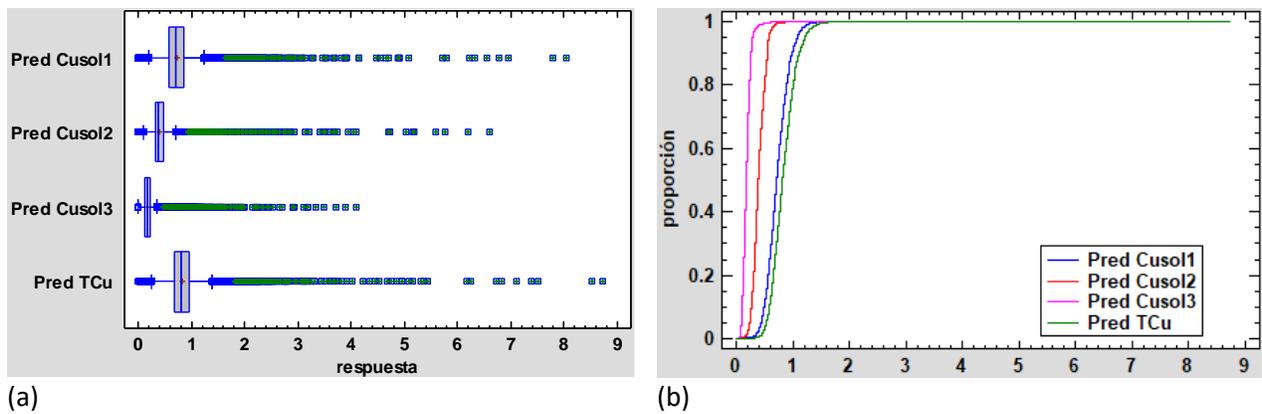
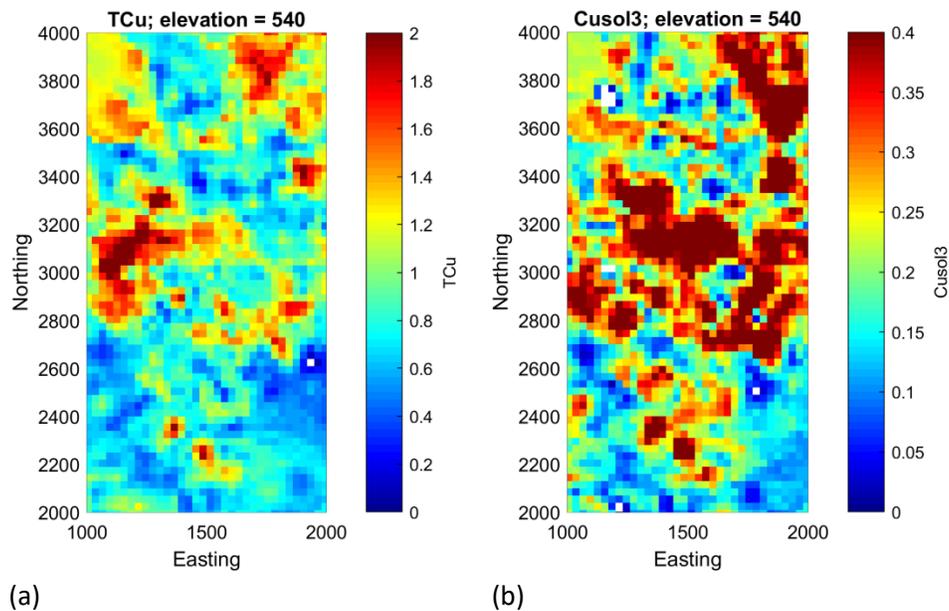


Figura 8.7. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).



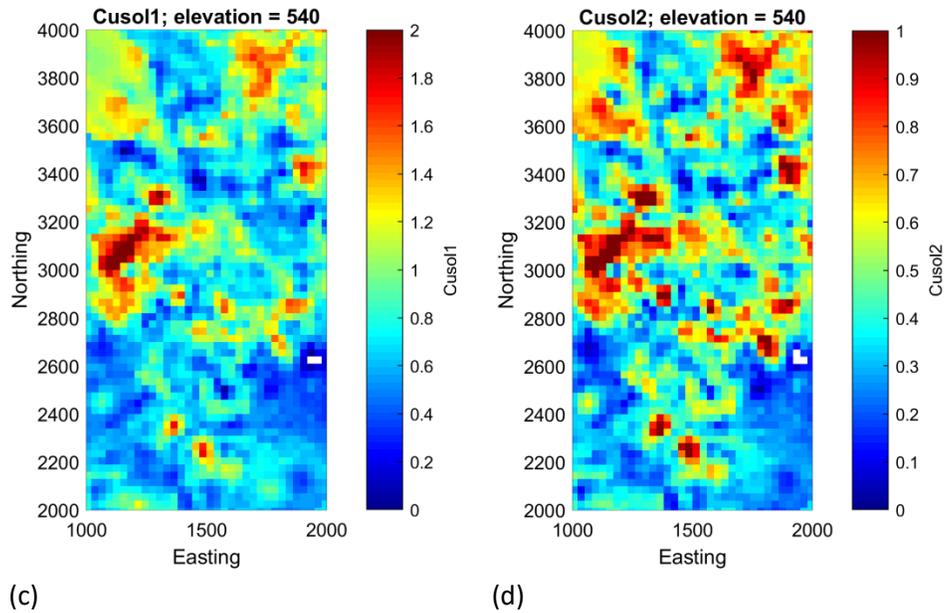


Figura 8.8. Vista en planta de los datos estimados por CKO de bloques. TCu (a), Cusol3 (b), Cusol1 (c) y Cusol2 (d).

En estas secciones, en base a las concentraciones por colorimetría, es posible verificar la similitud con la figura 8.7 en el nivel 540 msnm.

8.2 Predicción y validación cruzada para leyes y minerales.

Este apartado, se realiza la predicción y validación conjunta para leyes y minerales utilizando dos tipos de cokriging: simple puntual (CKS) y ordinario puntual (CKO).

8.2.1 Predicción y Validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging simple puntual.

Para la realización de la predicción conjunta de leyes (Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT) y minerales (Cc, Cv y Cp) se utiliza el CKS puntual con el soporte considerado. Las etapas de cálculos se dividen en dos secciones: validación cruzada y predicción.

8.2.1.1 Validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging simple puntual.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la grilla de la base de datos original y sus errores estandarizados de la predicción.

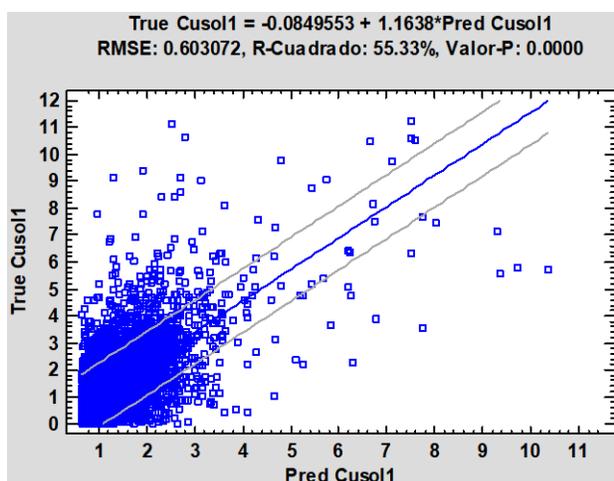
Tabla 8.6. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes y minerales por CKS puntual.

	Pred error Cusol1	Pred error Cusol2	Pred error Cusol3	Pred error TCu	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp
Recuento	19867	19867	26484	26497	19867	19867	19867
Promedio	0.0555	0.0239	-0.0048	0.0226	0.0578	0.0136	-0.0038
Varianza	0.3726	0.1427	0.1585	0.4797	0.5284	0.0367	0.1196

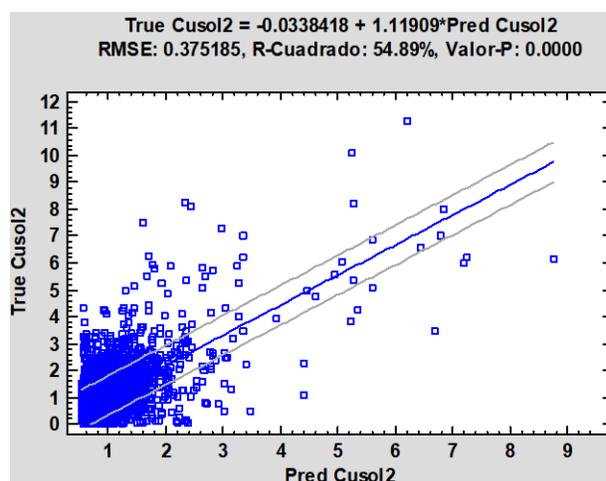
Tabla 8.6. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes y minerales por CKS puntual (continuación).

	Stand pred error Cusol1	Stand pred error Cusol2	Stand pred error Cusol3	Stand pred error TCu	Stand pred error Cc	Stand pred error Cv	Stand pred error Cp
Recuento	19867	19867	26484	26497	19867	19867	19867
Promedio	0.0825	0.0618	-0.0077	0.0333	0.0726	0.0635	-0.0097
Varianza	0.7308	0.7828	0.6562	0.7337	0.7078	0.8197	0.8302

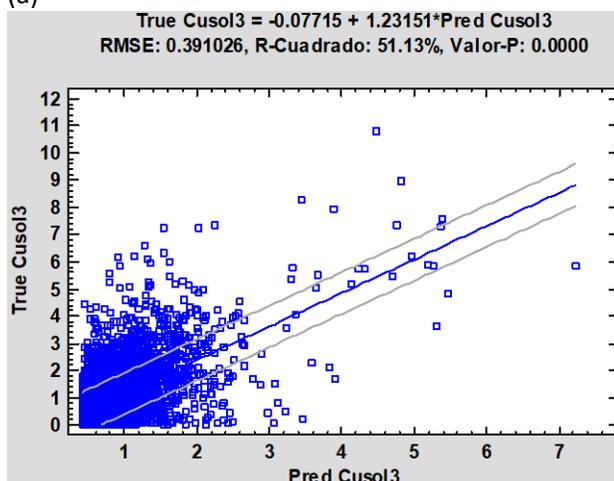
De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción y las varianzas de los errores estandarizados están sobre 0,7, indicando que la predicción es buena. Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de dispersión del valor predicho en comparación con el valor real, para cada una de las leyes y minerales de cobre.



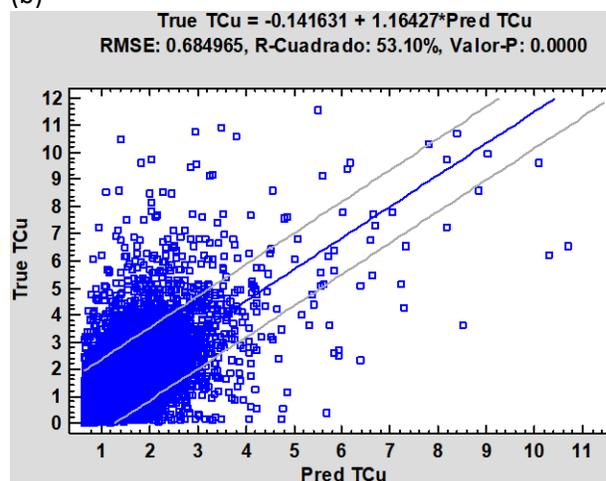
(a)



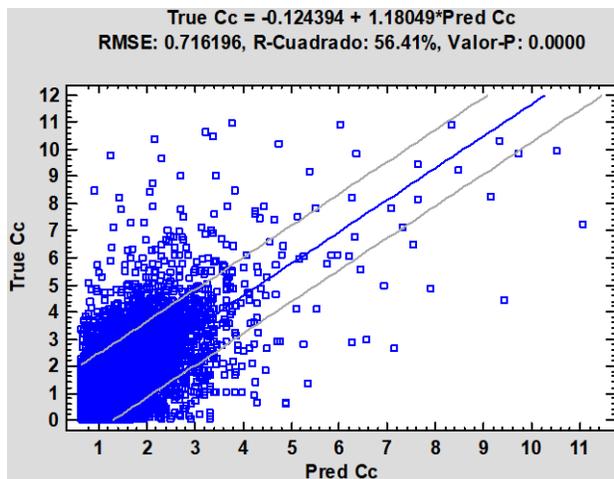
(b)



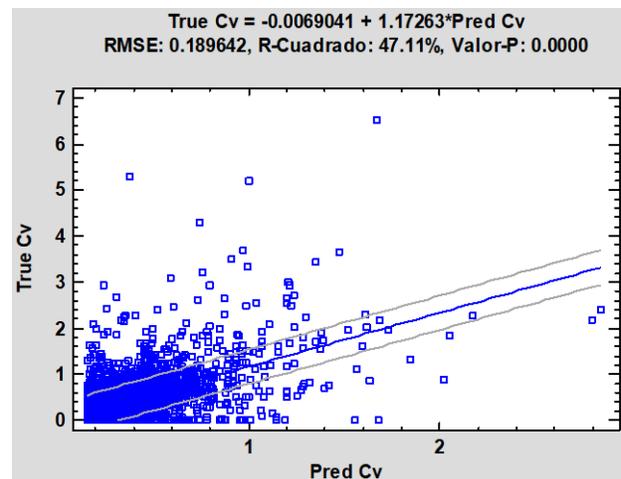
(c)



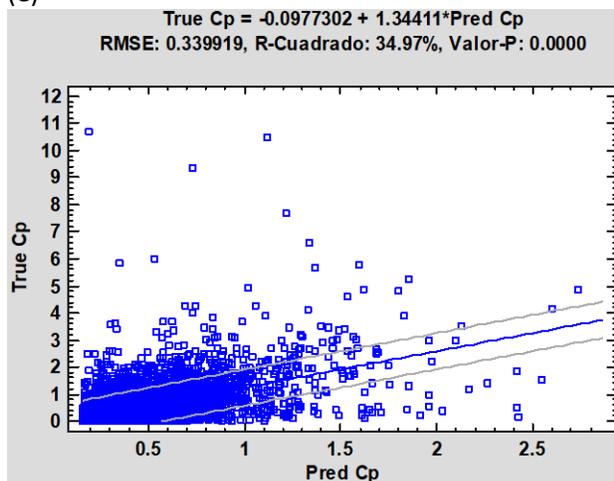
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 8.9. Nube de dispersión para la predicción para leyes y minerales (CKS). Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), Calcosina (e), Covelina (f) y Calcopirita (g).

El mejor R-cuadrado de la regresión lineal se obtuvo para la calcosina (Cc) con un valor de 56.41 %. En general, el R-cuadrado está sobre el 50 %, excepto, para la calcopirita con 34.97 %. El sesgo condicional es mayor que en el caso de la predicción de leyes solas, dado que las regresiones entre valores reales y estimados tienen pendientes de 1.11 a 1.34. En este sentido, la incorporación de las variables de mineralogía deterioró la predicción de las leyes de cobre.

8.2.1.2 Predicción para leyes y minerales vía cokriging simple puntual.

Se ha realizado el cokriging simple puntual para las leyes y minerales utilizando los parámetros presentes en el inicio del capítulo, es decir, una grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones, discretización de forma puntual y un elipsoide de 2000 m x 2000 m x 1000 m (ángulo de búsqueda del elipsoide de 0 grados y un número óptimo de datos por octante en 100).

A continuación, en la tabla 8.7, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.7. Resumen de estadísticas de la predicción de leyes y minerales por CKS puntual.

	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.8973	0.5010	0.3048	1.0086	1.0497	0.1292	0.2682
Mediana	0.9130	0.5090	0.3080	1.0220	1.0670	0.1320	0.2690
Varianza	0.0073	0.0033	0.0015	0.0072	0.0092	0.0003	0.0002
Mínimo	-0.6330	-0.5390	-0.4270	-0.5110	-0.8220	-0.0990	0.1040
Máximo	7.7870	6.2880	4.4590	8.4060	9.1210	1.0290	1.9030
Rango	8.4200	6.8270	4.8860	8.9170	9.9430	1.1280	1.7990

De la tabla anterior, se aprecia una reducción de la varianza, cercana a cero, en comparación con los datos originales de la UG1 (ver tabla 6.1). Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos mal estimados (valores negativos) es inferior a 0.1 % para todas las leyes. En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una muy leve disminución respecto de los datos originales, tal como se muestra en la figura 8.10.

Por otra parte, en la figura 8.11, se muestran las vistas en planta de los valores estimados.

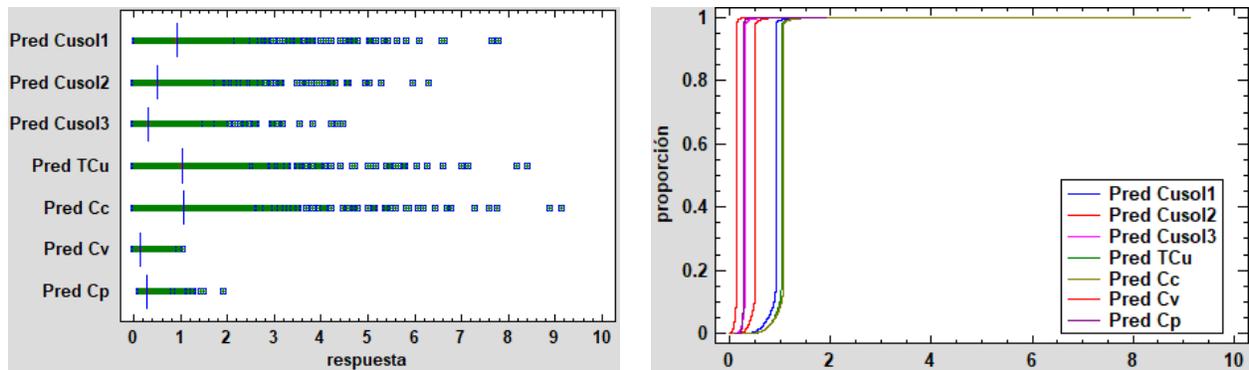
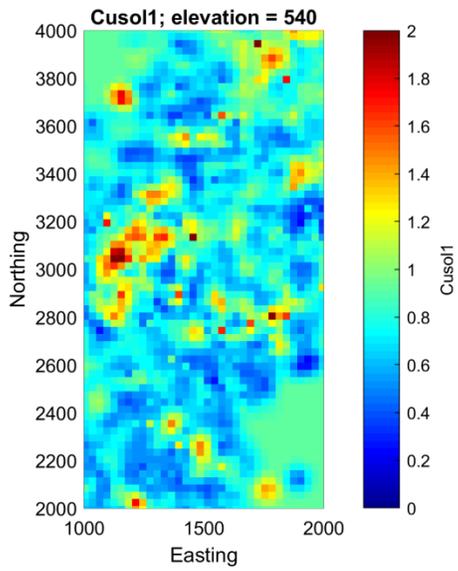
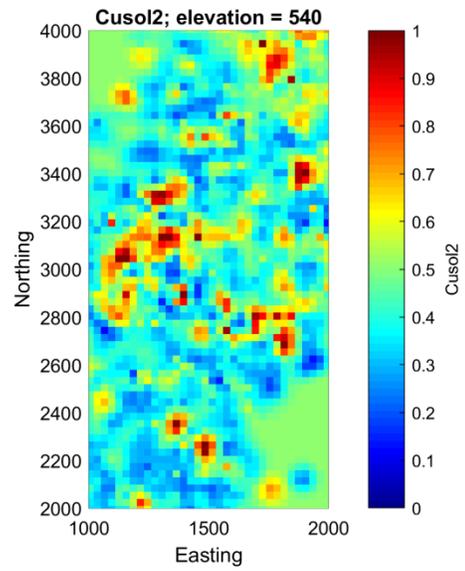


Figura 8.10. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

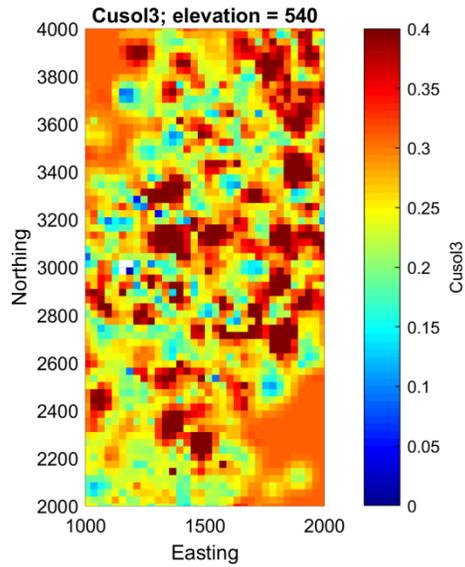
De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para las leyes y minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales. La figura (b) indica que una gran proporción de los valores tienen una tendencia central.



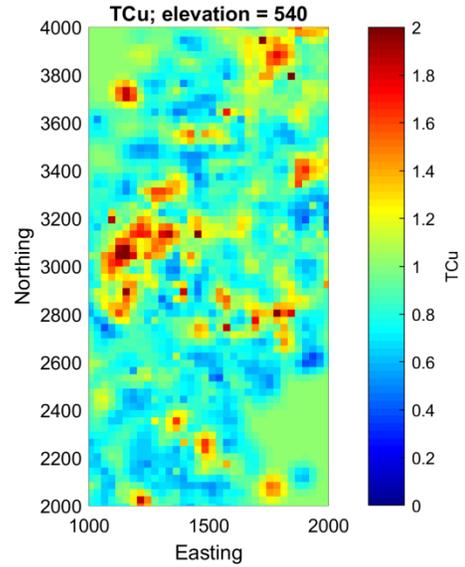
(a)



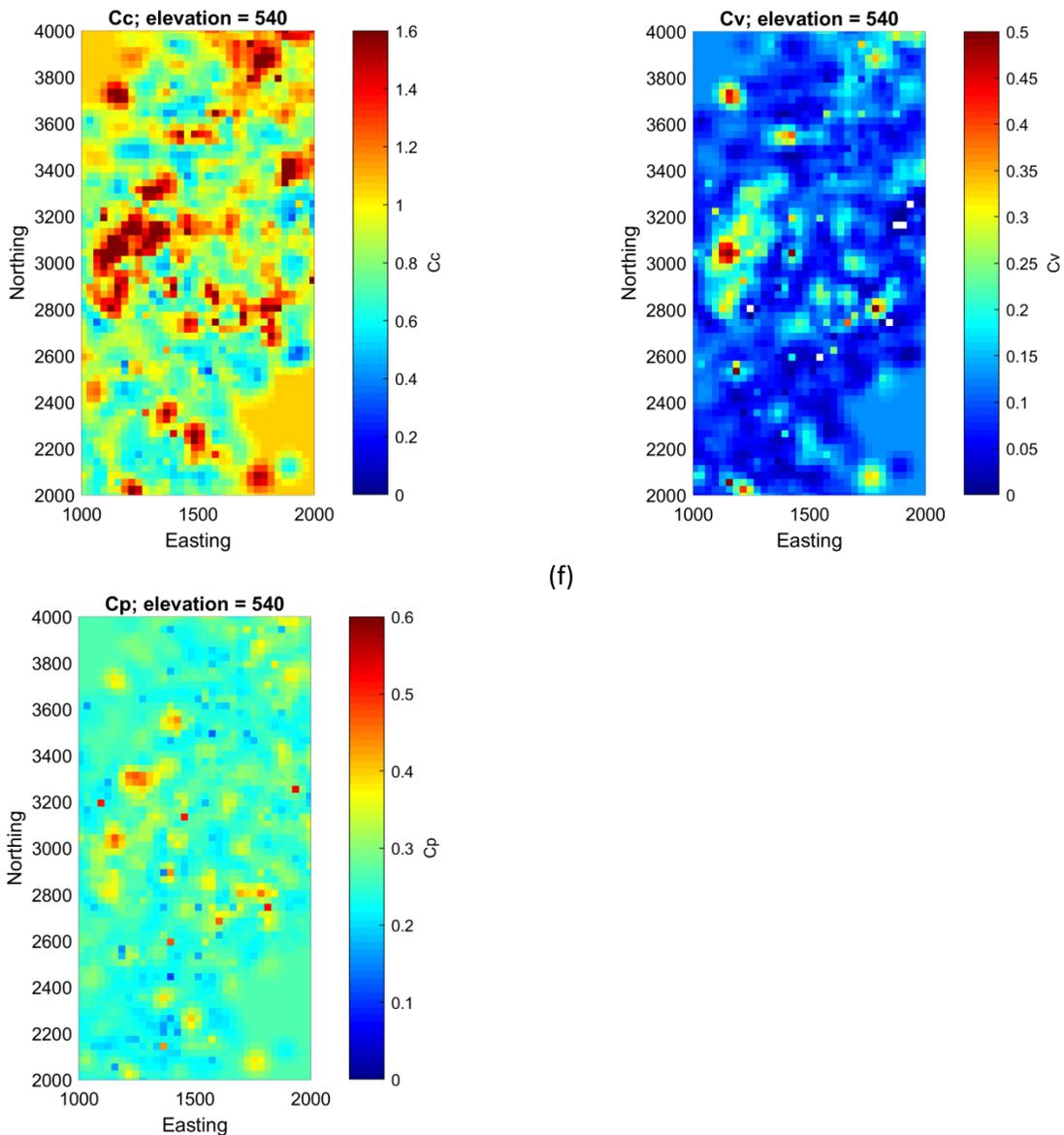
(b)



(c)



(d)



(e)

(f)

(g)

Figura 8.11. Vista en planta de los datos estimados por CKS puntual. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), Calcosina (e), Covelina (f) y Calcopirita (g).

8.2.2 Predicción y validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging ordinario puntual y de bloques.

Para la realización de la predicción conjunta de leyes (Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT) y minerales (Cc, Cv y Cp) se utiliza el CKO con medias relacionadas, basadas en las ecuaciones (4.5) a (4.8) (relaciones entre medias de minerales y medias de leyes).

8.2.2.1 Validación cruzada para leyes y minerales vía cokriging ordinario puntual.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la grilla de la base de datos original.

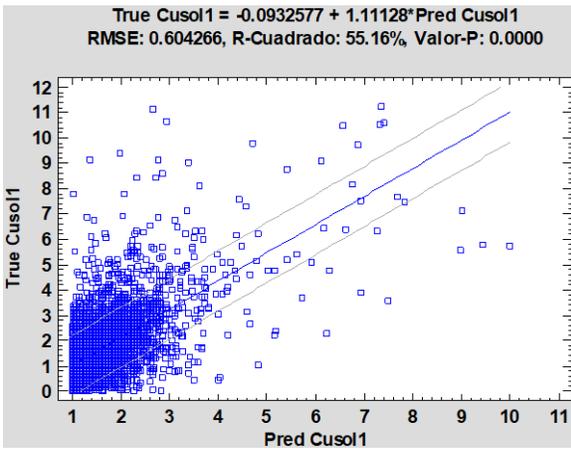
Tabla 8.8. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes y minerales por CKO puntual.

	Pred error Cusol1	Pred error Cusol2	Pred error Cusol3	Pred error TCu	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp
Recuento	19867	19867	26481	26489	19867	19867	19867
Promedio	0.0075	-0.0047	-0.0070	-0.0199	0.0025	0.0051	-0.0028
Varianza	0.3696	0.1422	0.1587	0.4787	0.5251	0.0365	0.1189

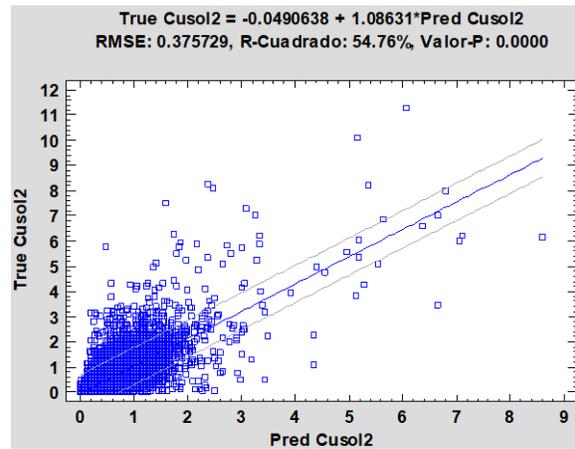
Tabla 8.8. Resumen estadístico de validación de la predicción de leyes y minerales por CKO puntual (continuación).

	Stand pred error Cusol1	Stand pred error Cusol2	Stand pred error Cusol3	Stand pred error CuT	Stand pred error Cc	Stand pred error Cv	Stand pred error Cp
Recuento	19867	19867	26481	26489	19867	19867	19867
Promedio	0.0157	-0.0050	-0.0120	-0.0189	0.0089	0.0234	-0.0072
Varianza	0.7213	0.7753	0.7259	0.7274	0.6993	0.9237	0.8687

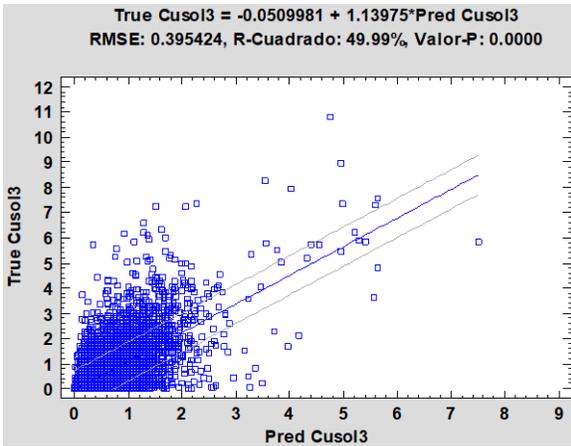
En cuanto al promedio de los errores de predicción y de los errores estandarizados de la predicción, los valores tienden a cero, lo cual, indica el comportamiento insesgado del estimador. En relación a la varianza de los errores estandarizados de la predicción, la predicción ha sido buena, con valores que van desde 0.7 a 0.9. Por otra parte, a continuación, se muestran las nubes de correlación entre los valores de los datos y los valores estimados.



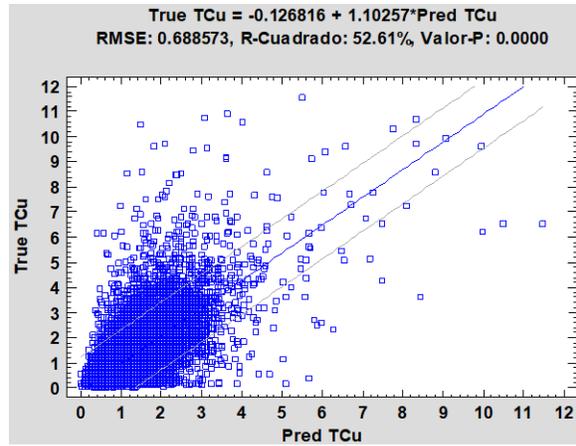
(a)



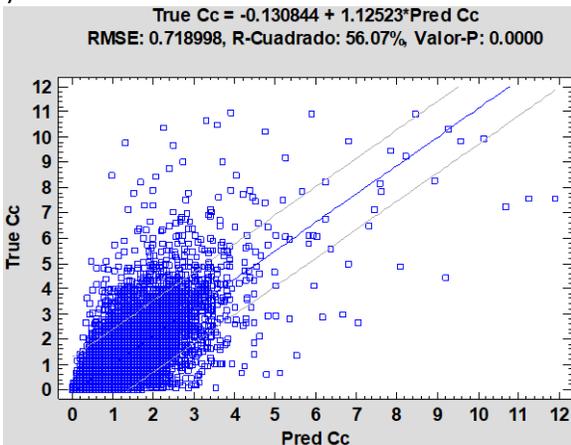
(b)



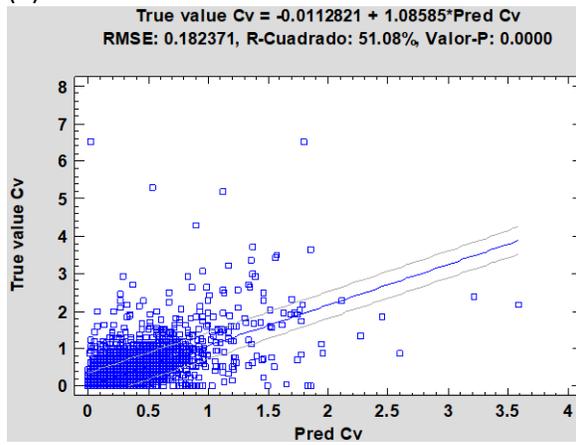
(c)



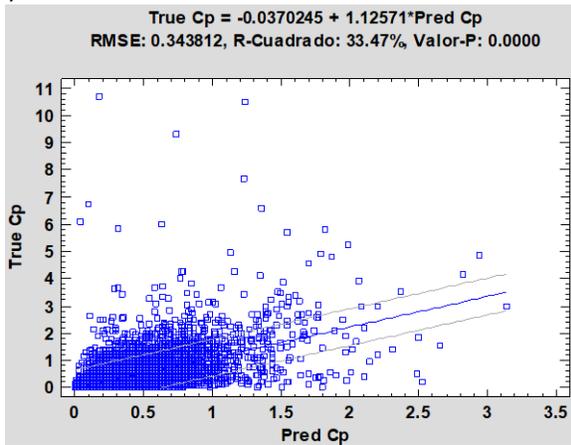
(d)



(e)



(f)



(g)

Figura 8.12. Nube de dispersión para la predicción para leyes y minerales. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), Calcosina (e), Covelina (f) y Calcopirita (g).

En cuanto a la regresión lineal, la mejor correlación se obtuvo para la calcosina (Cc), con un R-cuadrado de 56.07 %. En general, el R-cuadrado está sobre el 50 %, excepto, para la calcopirita. Las regresiones entre valores reales y estimados tienen pendientes entre 1.08 y 1.14, indicando presencia de un sesgo condicional, menor que en el caso de cokriging simple pero mayor que en el caso de no utilizar los datos de mineralogía.

8.2.2.2 Predicción para leyes y minerales vía cokriging ordinario puntual.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para las leyes y minerales utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones y los metros descritos al inicio del capítulo.

A continuación, en la tabla 8.9, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.9. Resumen estadístico para la predicción de leyes y minerales por CKO puntual.

	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.7405	0.4079	0.1825	0.8457	0.8562	0.1161	0.2105
Mediana	0.7150	0.3930	0.1750	0.8160	0.8250	0.1030	0.1970
Varianza	0.0354	0.0120	0.0059	0.0414	0.0474	0.0033	0.0049
Mínimo	-0.7440	-0.5840	-0.4720	-0.6590	-0.9680	-0.1930	-0.0390
Máximo	7.5990	6.2880	4.5740	8.2610	8.9650	1.0270	1.9810
Rango	8.3430	6.8720	5.0460	8.9200	9.9330	1.2200	2.0200

Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes.

En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una disminución respecto de los datos originales (ver tabla 6.1), además, es posible verificar que la varianza de la predicción es inferior en relación a los datos originales, por efecto del suavizamiento de la predicción. En este sentido, en la figura 8.13, se muestra el gráfico de caja-bigotes y de cuantiles de la predicción. Además, en la figura 8.14 se muestran los valores predichos en una vista en planta.

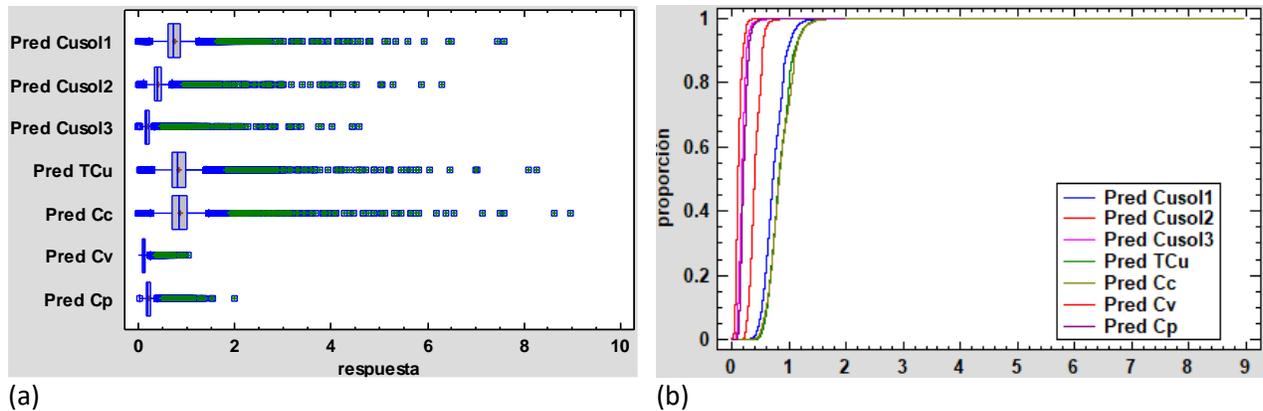
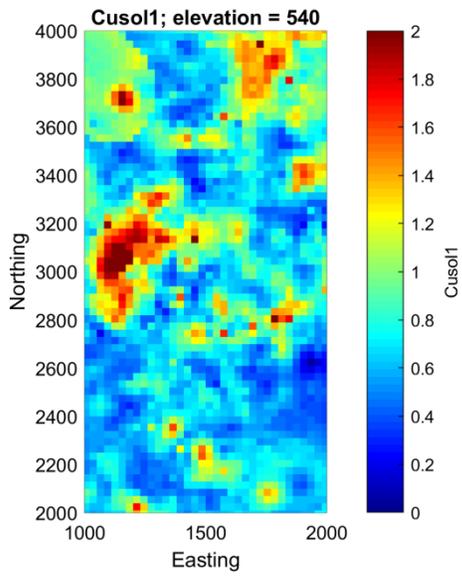
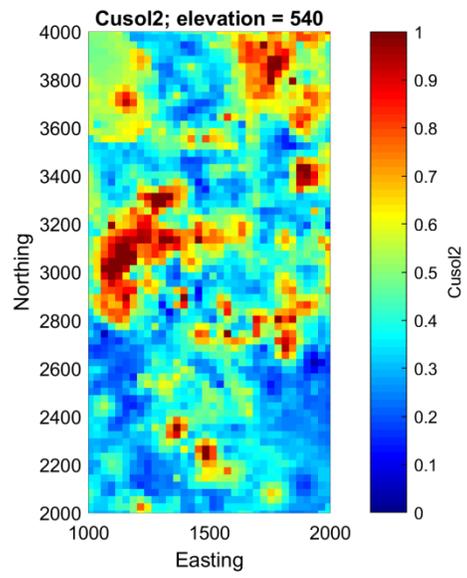


Figura 8.13. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

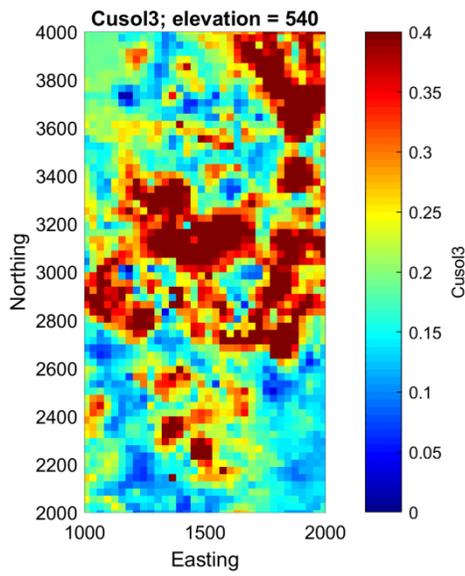
De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para las leyes y minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales. La figura (b) indica que las proporciones de cada una de las leyes de cobre y minerales son variables, llegando hasta un rango de 2 %.



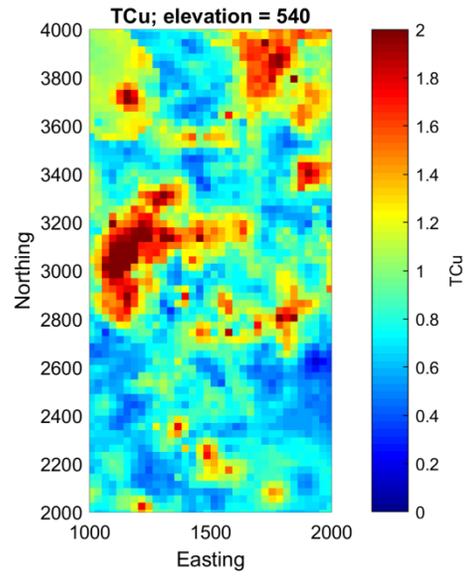
(a)



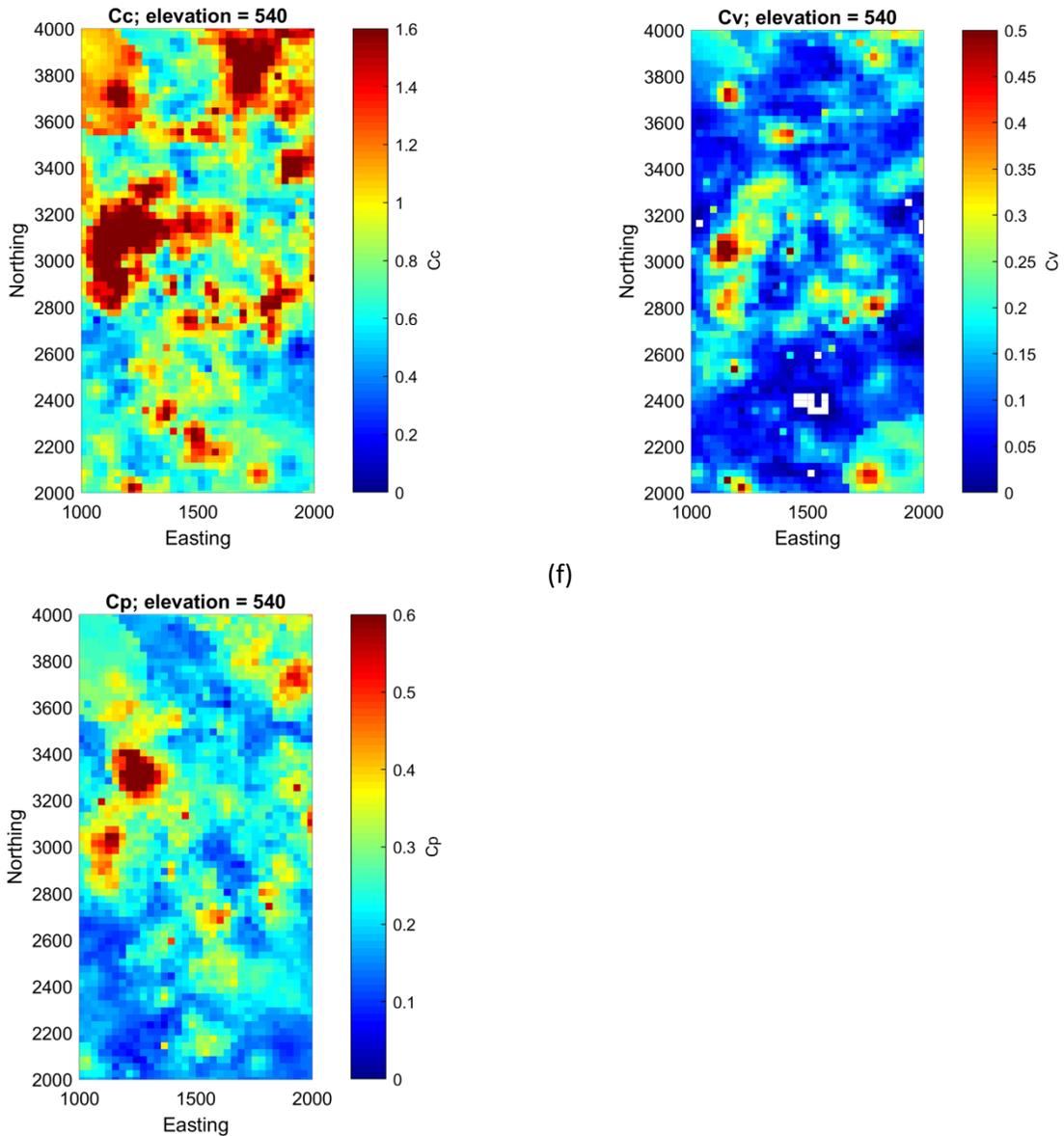
(b)



(c)



(d)



(g) Figura 8.14. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), calcosina (e), covelina (f) y calcopirita (g).

8.2.2.3 Predicción para leyes y minerales vía cokriging ordinario de bloques.

Se ha realizado el cokriging ordinario de bloques para las leyes y minerales utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones y una discretización de cada bloque en 5 x 5 x 2 datos. A continuación, en la tabla 8.10, se muestra el resumen de la predicción. Respecto de los datos globales, en la figura 8.15, se muestran las estadísticas básicas. Luego, en la figura 8.16 se muestran las vistas en planta de la predicción de leyes y minerales por CKO de bloques.

Tabla 8.10. Resumen estadístico para la predicción de leyes y minerales por CKO de bloques.

	Pred Cusol1	Pred Cusol2	Pred Cusol3	Pred TCu	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.7405	0.4079	0.1825	0.8457	0.8562	0.1161	0.2105
Mediana	0.7150	0.3930	0.1750	0.8160	0.8250	0.1030	0.1970
Varianza	0.0348	0.0117	0.0057	0.0408	0.0467	0.0033	0.0048
Mínimo	-0.5560	-0.4340	-0.3990	-0.4260	-0.7140	-0.1880	-0.0320
Máximo	7.2300	5.9860	4.2480	7.8660	8.5350	0.9660	1.5460
Rango	7.7860	6.4200	4.6470	8.2920	9.2490	1.1540	1.5780

Por otra parte, en comparación con el CKO puntual de las leyes (tabla 8.9), el promedio y la varianza es levemente inferiores, aunque las estadísticas y distribuciones son en gran medida similares.

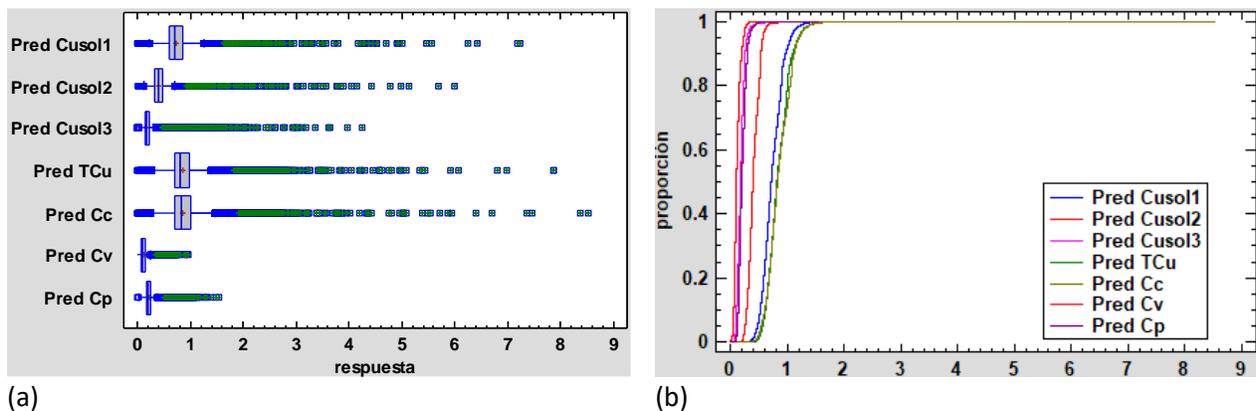
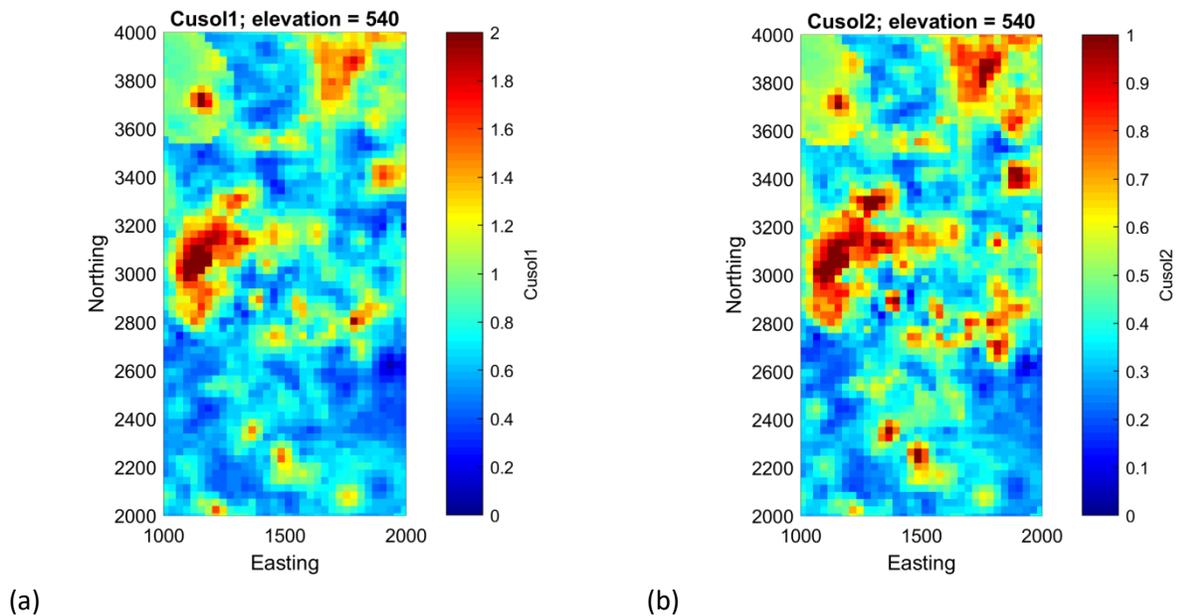
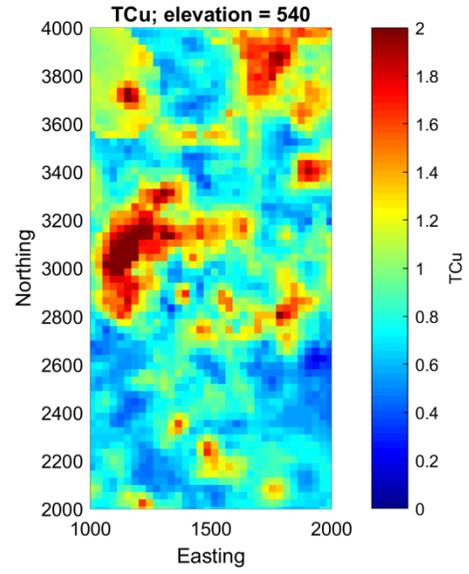
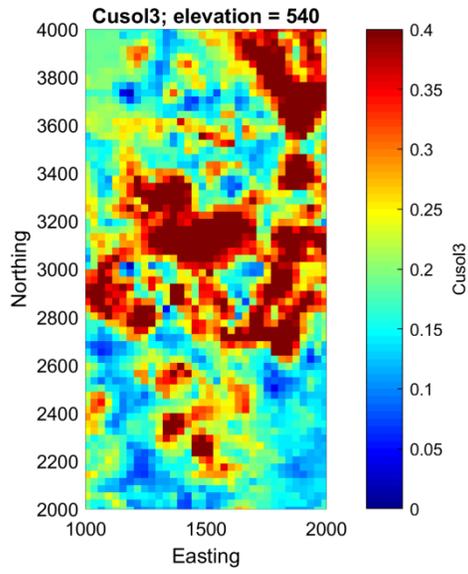


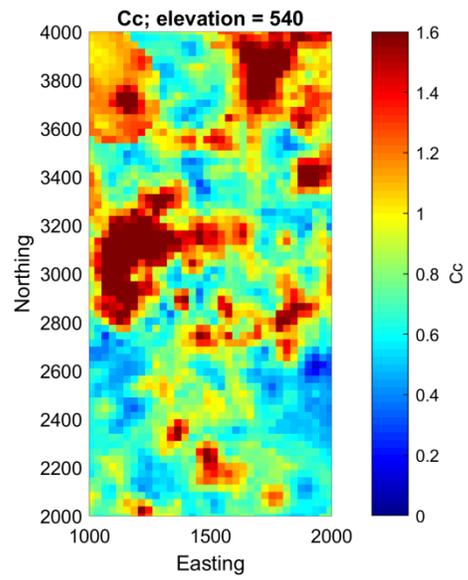
Figura 8.15. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para las leyes y minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales.

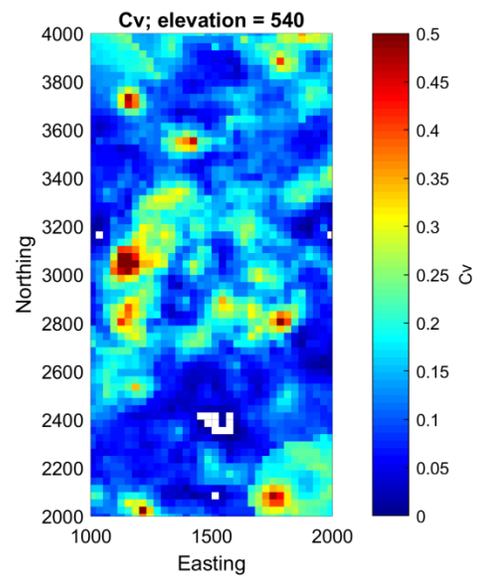




(c)

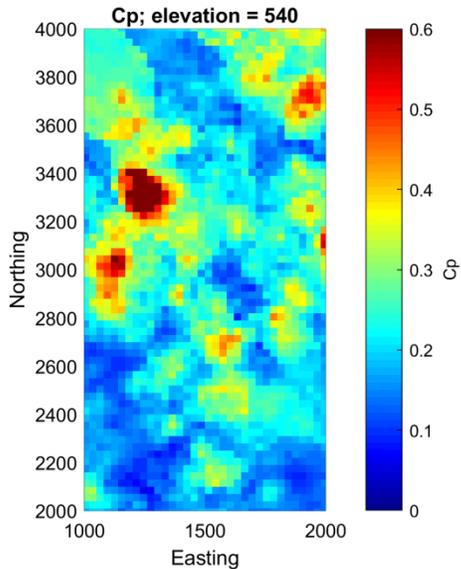


(d)



(e)

(f)



(g)

Figura 8.16. Vista en planta de los datos estimados por CKO de bloques. Cusol1 (a), Cusol2 (b), Cusol3 (c), TCu (d), calcosina (e), covelina (f) y calcopirita (g).

8.3 Predicción y validación cruzada para minerales.

En esta sección se realiza la predicción y validación cruzada para calcosina, covelina y calcopirita (%).

8.3.1 Predicción y validación cruzada para minerales vía cokriging simple puntual.

Para la realización de la predicción conjunta de minerales por CKS puntual, el análisis se divide en dos secciones: validación cruzada y predicción con el soporte considerado.

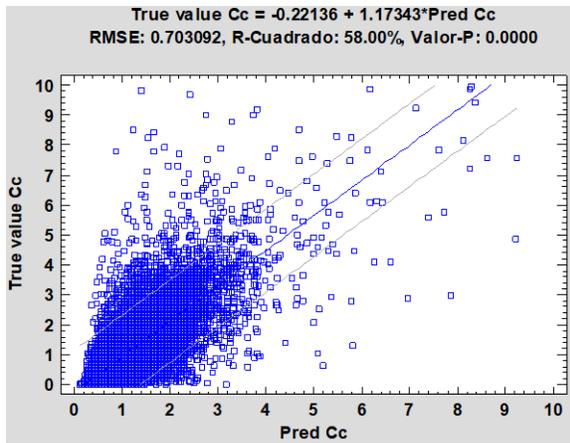
8.3.1.1 Validación cruzada para minerales vía cokriging simple puntual.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción de minerales utilizando la grilla de la base de datos original.

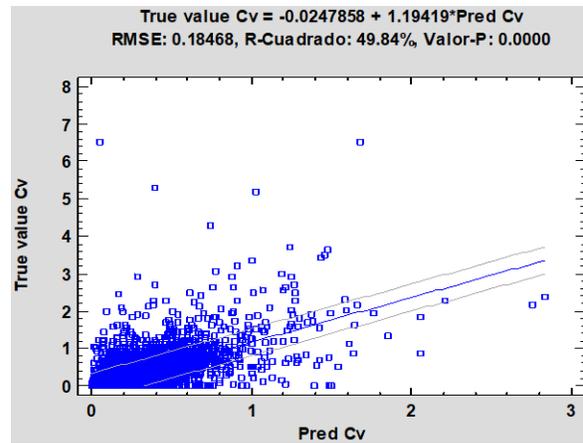
Tabla 8.11. Resumen estadístico de validación de la predicción de minerales por CKS puntual.

	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp	Stand Pred error Cc	Stand Pred error Cv	Stand Pred error Cp
Recuento	19867	19867	19867	19867	19867	19867
Promedio	-0.0309	0.0008	-0.0023	-0.0288	0.0033	-0.0063
Varianza	0.5092	0.0350	0.1179	0.6860	0.7881	0.8609

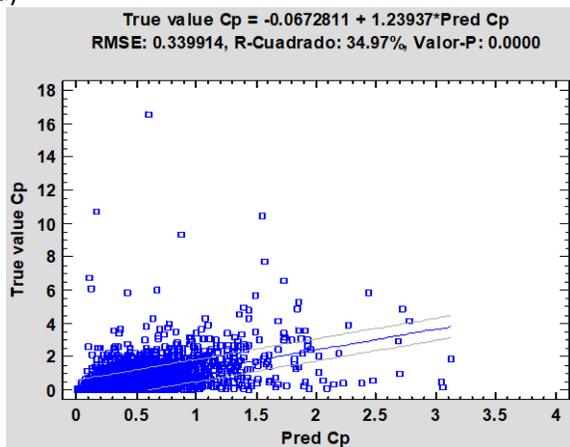
De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción (Pred error) y las varianzas de los errores estandarizados (Stand pred error) están sobre 0.7. Considerando en número total de datos, el porcentaje de datos mal estimados es menor a 0.1 % para todos los minerales. Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestran las nubes de correlación del valor predicho en comparación con el valor real, a través de la regresión lineal para cada uno de los minerales sulfurados de cobre.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.17. Nube de dispersión de la predicción v/s valor real. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

En el ajuste de las variables predichas v/s los valores reales, a través de la regresión lineal, se obtuvo la mejor correlación para el cobre proveniente de la cianuración (Cusol1), con un R-cuadrado de 50.47 %. Por el otro lado, la calcopirita obtuvo un R-cuadrado de 34.97 %. Las regresiones tienen pendientes entre 1.17 y 1.24, lo que indica la presencia de un sesgo condicional leve a moderado.

8.3.1.2 Predicción para minerales vía cokriging simple puntual.

Se ha realizado el cokriging simple puntual utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.12, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.12. Resumen de estadísticas de la predicción de minerales por CKS puntual.

	Cc Pred	Cv Pred	Cp Pred
Recuento	430920	430920	430920
Promedio	1.0632	0.1312	0.2686
Mediana	1.0670	0.1320	0.2690
Varianza	0.0051	0.0003	0.0002
Mínimo	0.2270	0.0050	0.0900
Máximo	5.3250	1.0250	2.0390
Rango	5.0980	1.0200	1.9490

Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.2 % para todas las variables.

En cuanto al % de mineral estimado, los valores promedios han tenido una disminución respecto de los datos originales (ver tabla 6.1). Además, es posible verificar que la varianza de la predicción es inferior en relación a los datos originales, por efecto del suavizamiento de la predicción. En este sentido, en la figura 8.18, se muestra el gráfico de caja-bigotes y de cuantiles del % de minerales predichos.

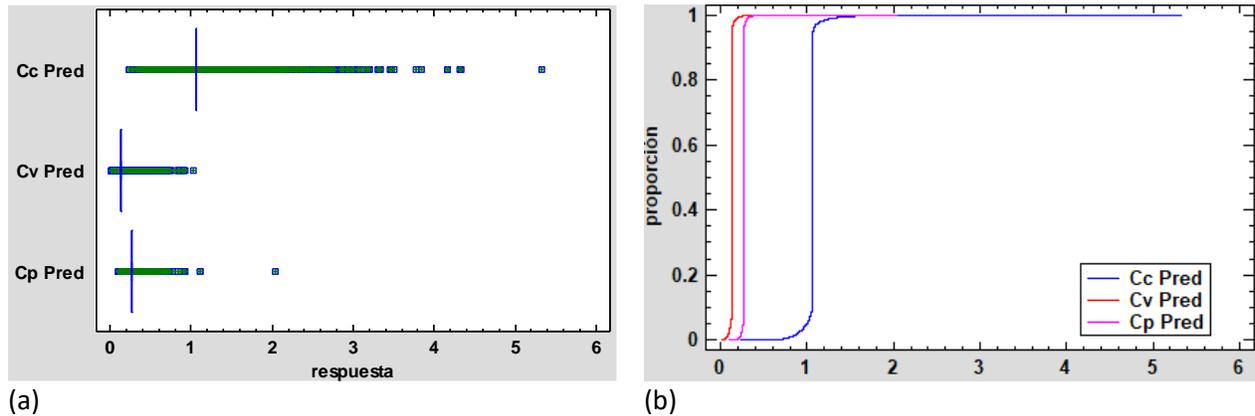
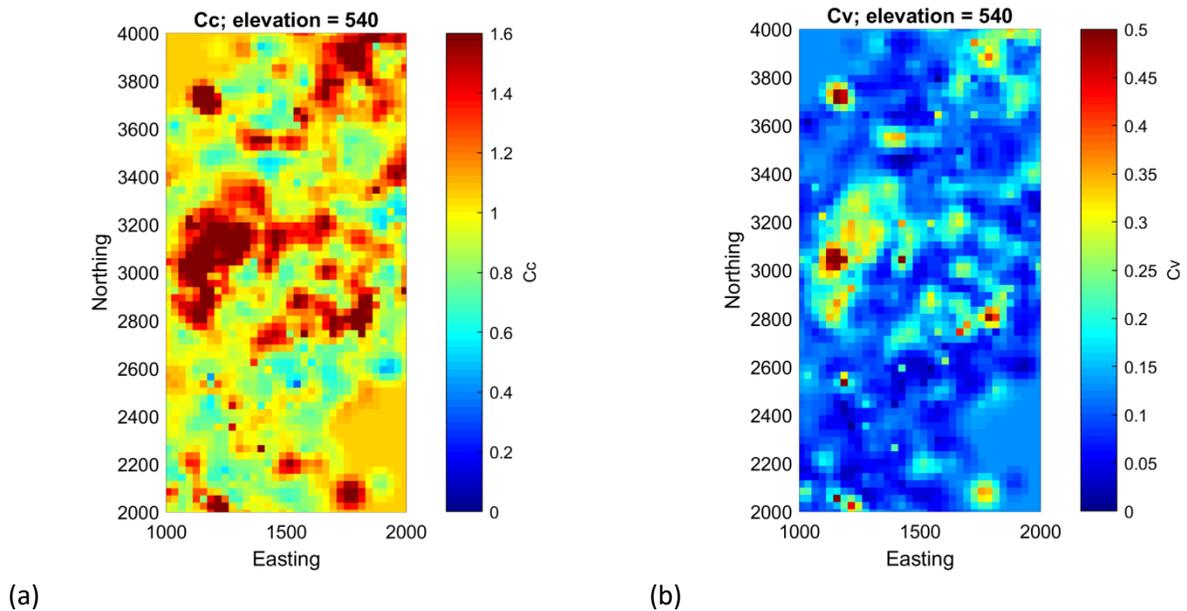
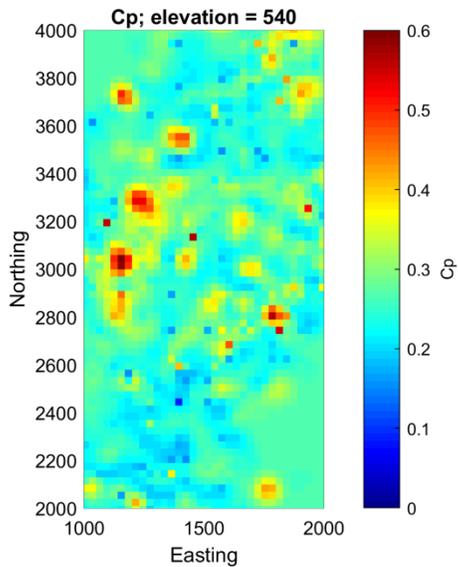


Figura 8.18. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales.

Por otra parte, en la figura 8.19 se muestran los valores predichos vistos en planta.





(c)

Figura 8.19. Vista en planta de los datos estimados por CKS puntual. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

De cada uno de los mapas, se puede apreciar que en todos los casos de predicción por CKS, la variabilidad en los colores es mínima.

8.3.2 Predicción y validación cruzada para minerales vía cokriging ordinario puntual y de bloques.

Para la realización de la predicción conjunta de minerales (Cc, Cv y Cp) se utiliza el CKO puntual y de bloques, sin relaciones entre medias.

8.3.2.1 Validación cruzada para minerales vía cokriging ordinario puntual.

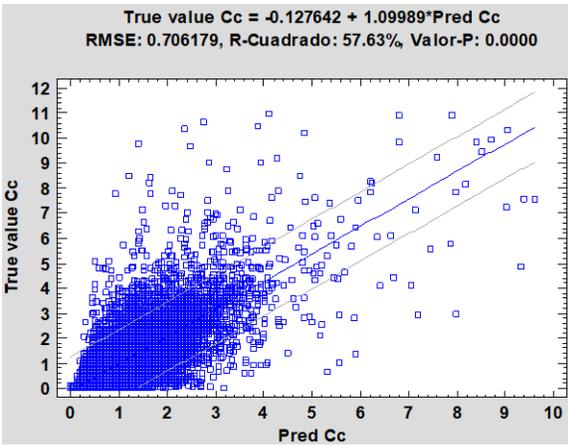
En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la grilla de la base de datos original.

Tabla 8.13. Resumen estadístico de validación de la predicción de minerales por CKO puntual.

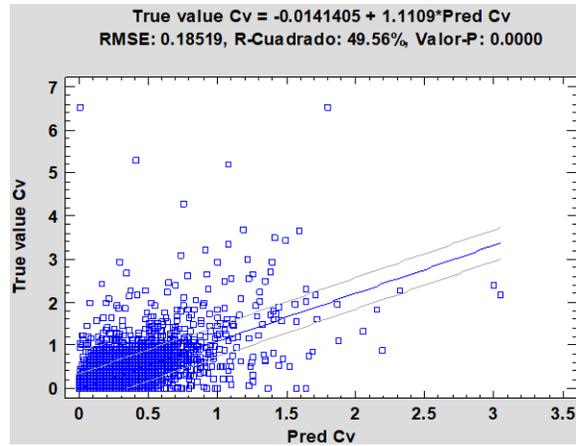
	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp	Stand Pred error Cc	Stand Pred error Cv	Stand Pred error Cp
Recuento	19867	19867	19867	19867	19867	19867
Promedio	-0.0191	0.0005	-0.0001	-0.0156	0.0019	-0.0005
Varianza	0.5043	0.0346	0.1204	0.6778	0.7847	0.8209

De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción y las varianzas de los errores estandarizados están en un rango entre 0.68 y 0.92, valores considerados destacados, desde el punto de vista de la predicción.

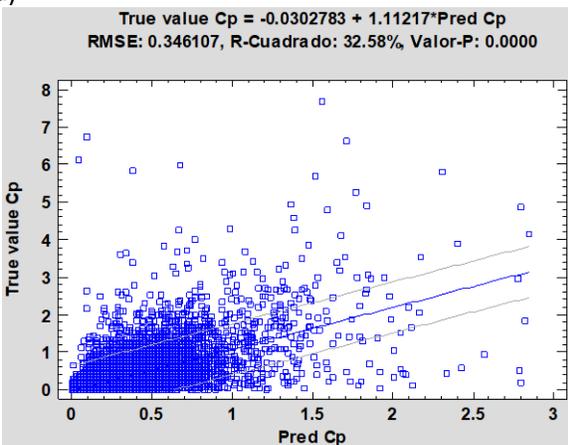
Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de correlación del valor predicho en comparación con el valor real, para cada una de los minerales de cobre.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.20. Nube de correlación para la predicción para minerales. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

La mejor correlación se obtuvo para la calcosina (Cc), con un R-cuadrado de 57.35 %. En general, el R-cuadrado está sobre el 50 %, a excepción de la calcopirita (32.58 %). Existe un leve sesgo condicional, aunque inferior al caso del cokriging simple (pendientes de regresión entre 1.09 y 1.11).

8.3.2.2 Predicción de minerales vía cokriging ordinario puntual.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para minerales utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.14, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.14. Resumen estadístico para la predicción de minerales por CKO puntual.

	Cc Pred	Cv Pred	Cp Pred
Recuento	430920	430920	430920
Promedio	0.8705	0.1179	0.2091
Mediana	0.8440	0.1030	0.1970
Varianza	0.0491	0.0034	0.0051
Mínimo	-0.0470	-0.0900	0.0320
Máximo	5.3870	1.0160	2.1040
Rango	5.4340	1.1060	2.0720

En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una disminución respecto de los datos originales, además, es posible verificar que la varianza de la predicción es inferior en relación a los datos originales, todo ello, por efecto del suavizamiento de la predicción (ver tabla 6.1).

Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes.

Por otro lado, en la figura 8.22 se muestran los valores predichos en una vista en planta.

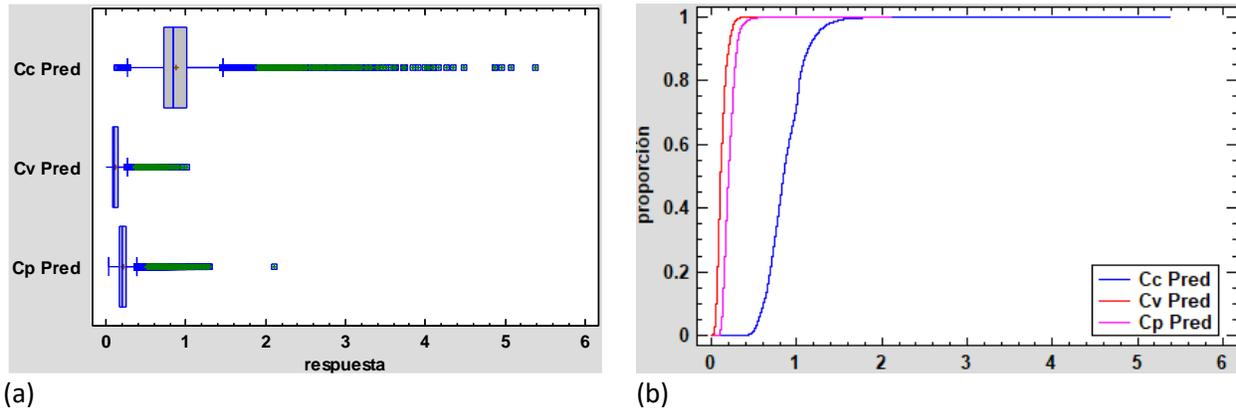
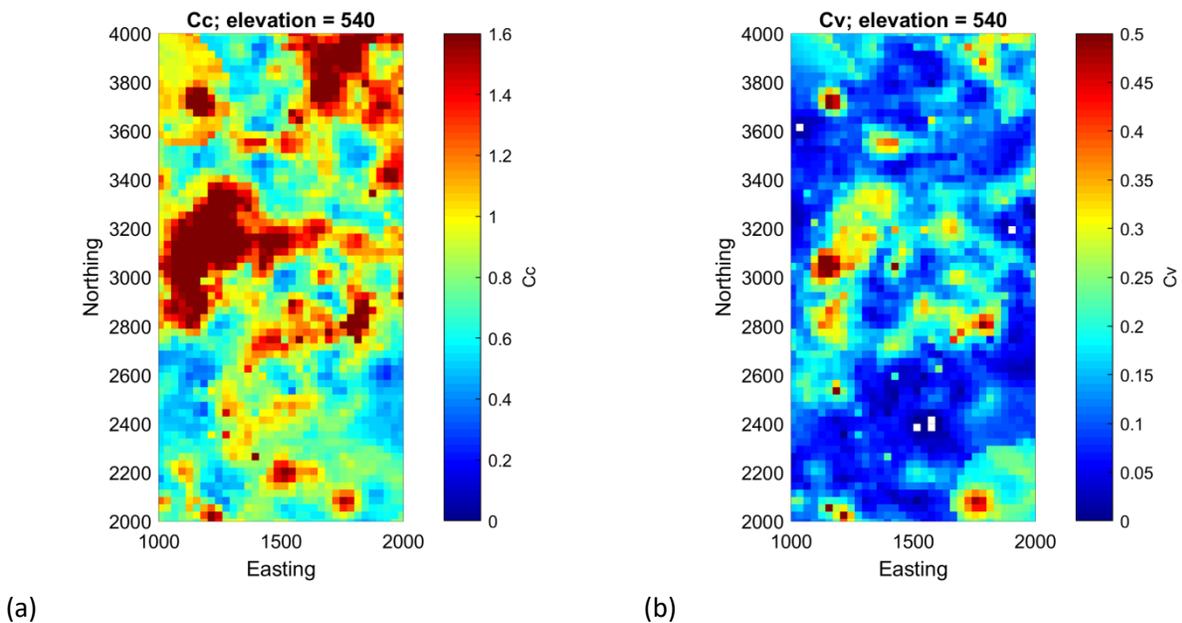
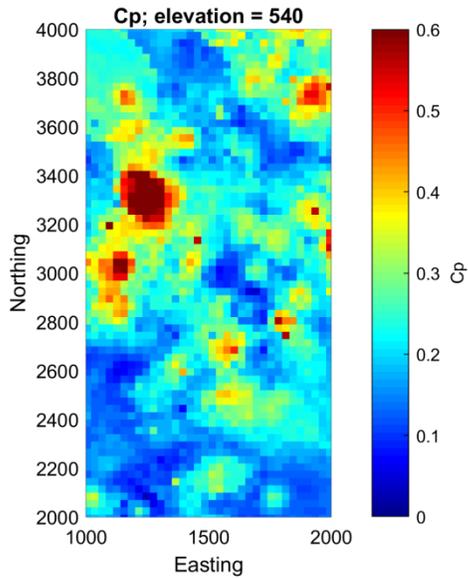


Figura 8.21. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para los minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales.

Por otra parte, la figura (b) indica que, independiente de la proporción, describe un amplio rango de leyes de cada uno de los minerales, principalmente, en la calcosina.





(c)

Figura 8.22. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

De los mapas de la figura anterior, es posible verificar que la ley de la calcosina en la muestra es mayor que la ley de covelina y calcopirita en el yacimiento.

8.3.2.3 Predicción para minerales vía cokriging ordinario de bloques.

Se ha realizado el cokriging ordinario de bloques para minerales, utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones y una discretización de cada bloque en 5 x 5 x 2 puntos.

A continuación, en la tabla 8.15, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.15. Resumen estadístico para la predicción del % de mineral por CKO de bloques.

	Cc Pred	Cv Pred	Cp Pred
Recuento	430920	430920	430920
Promedio	0.8705	0.1179	0.2090
Mediana	0.8440	0.1030	0.1970
Varianza	0.0485	0.0034	0.0050
Mínimo	-0.0270	-0.0870	0.0420
Máximo	5.0770	0.9620	1.2970
Rango	5.1040	1.0490	1.2550

En comparación con el CKO puntual de las leyes (tabla 8.14), el promedio es muy similar y la varianza levemente inferior.

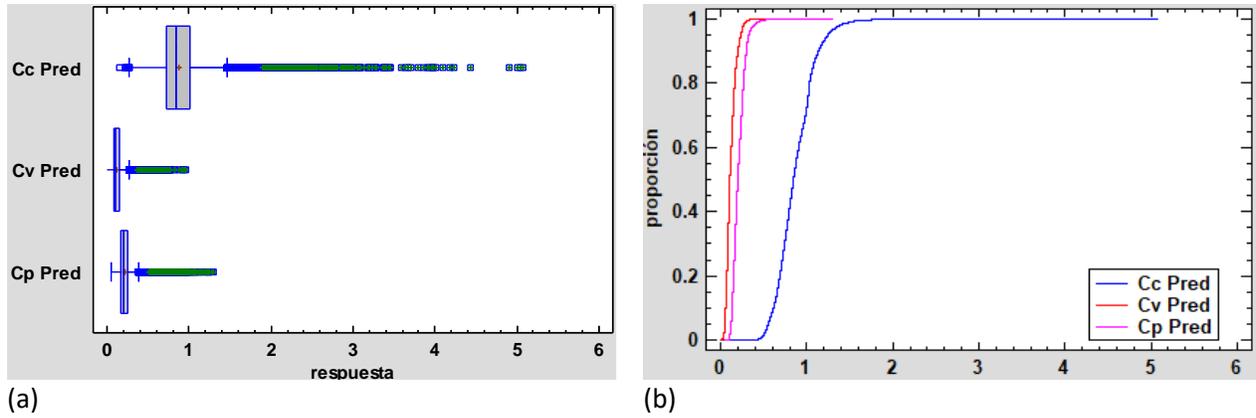
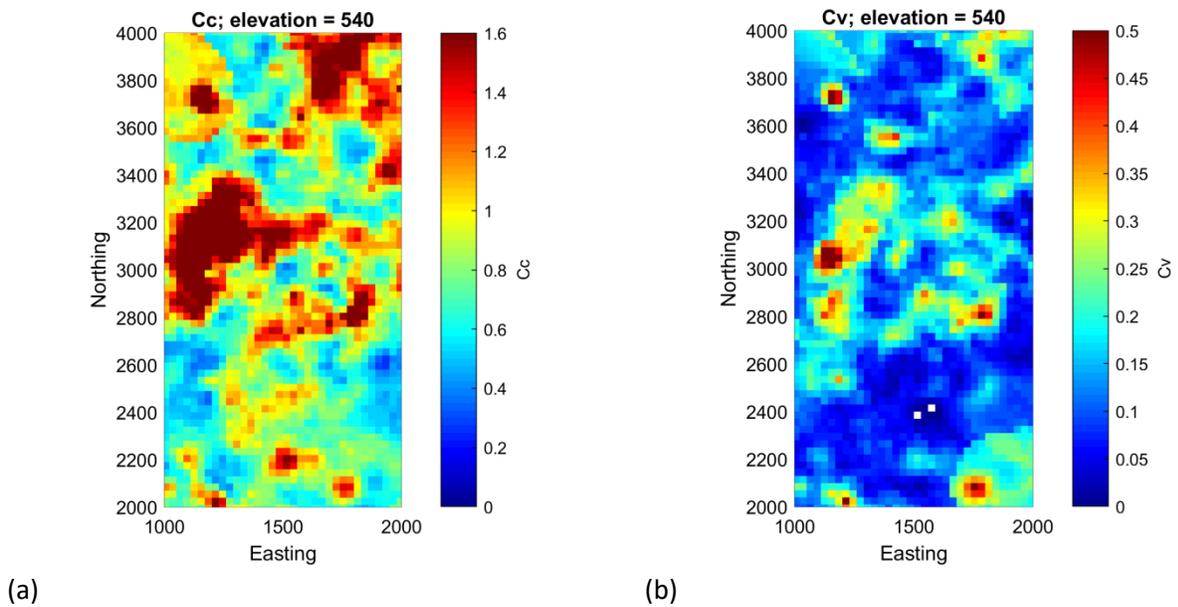
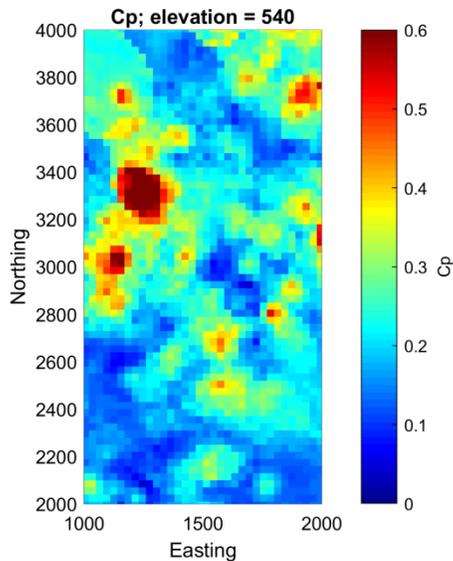


Figura 8.23. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

En el gráfico de cuantiles, se comprueba que la distribución del % de calcosina en la muestra es mayor que el resto de los minerales de cobre sulfurados. Por otro lado, a continuación, se muestra la vista en planta de la predicción de minerales vía cokriging ordinario de bloques.





(c)

Figura 8.24. Vista en planta de los datos estimados por CKO de bloques. Calcosina (a), covelina (b) y calcopirita (c).

De las gráficas anteriores, se verifica la mayor presencia de las altas concentraciones en el yacimiento de la calcosina, en desmedro de la calcopirita y covelina.

8.4 Predicción y validación cruzada de leyes a partir de minerales vía CKO puntual.

En este nuevo enfoque, se predicen las leyes de cobre total (TCu), cobre soluble proveniente de la disolución de cianuro de sodio (Cusol1) y de sulfato férrico (Cusol2) a partir de los minerales de cobre sulfurado (Cc, Cv y Cp), estos últimos, obtenidos de acuerdo a la metodología de cálculo de la concentración de los minerales de cobre sulfurado en la muestra, todo esto, bajo el concepto de pórfido cuprífero. Al respecto, con el objetivo de predecir las leyes en todo el dominio, se utilizan las ecuaciones de regresión múltiple entre leyes y minerales de cobre presentes en la sección 4.6 (regresiones lineales para Cusol1, Cusol2, Cusol3 y CuT). En este punto, a excepción del cobre soluble, las regresiones de leyes de cobre en función de los minerales tienen coeficientes de determinación superiores a 93%, por consiguiente, es posible predecir estas leyes una vez que se hayan estimado las proporciones de minerales, aplicando la fórmula de regresión respectiva.

En las secciones que siguen, se presentan los resultados de la predicción de leyes a partir de minerales utilizando la técnica de cokriging ordinario puntual.

8.4.1 Predicción y validación cruzada de cobre total a partir de minerales.

En esta sección, se realiza la validación y predicción conjunta de la ley de cobre total (TCu) y los minerales de cobre sulfurado (Cc, Cv y Cp) a partir de CKO puntual y la regresión lineal múltiple (ec. 4.5). El análisis se divide en dos secciones: validación cruzada y predicción con el soporte considerado.

8.4.1.1 Validación cruzada de ley de cobre total desde minerales.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la base de datos original.

Tabla 8.16. Resumen estadístico de validación de la predicción cobre total y minerales por CKO puntual.

	Pred error TCu	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp	Stand pred error TCu	Stand pred error Cc	Stand pred error Cv	Stand pred error Cp
Recuento	26489	19867	19867	19867	26489	19867	19867	19867
Promedio	-0.0204	-0.0166	0.0000	0.0001	-0.0194	-0.0127	-0.0011	0.0003
Varianza	0.4428	0.4818	0.0334	0.1207	0.6732	0.6994	0.9326	0.8371

De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción (Pred error), lo cual, indica el comportamiento insesgado del estimador. En cuanto a las varianzas de los errores estandarizados de la predicción, nos indican una buena predicción debido a que sus varianzas están entre 0.7 y 0.9, aproximadamente. Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes. Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de dispersión del valor predicho en comparación con el valor real, para la ley de cobre total y los minerales de cobre.

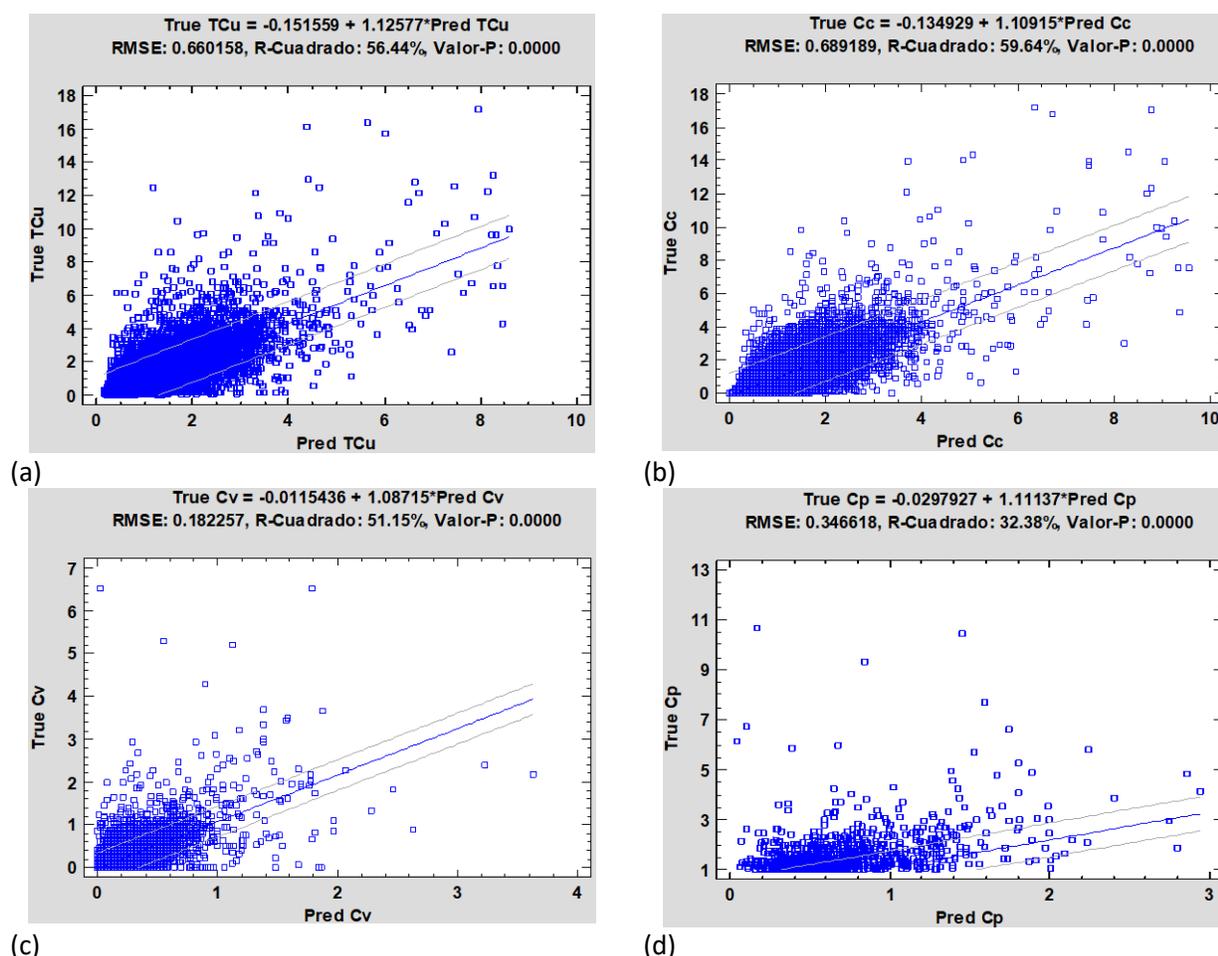


Figura 8.25. Nube de dispersión para la predicción v/s valor real. Cobre total (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

En la figura anterior, se describen las ecuaciones de regresión entre el valor predicho y el real, en las cuales, el mejor coeficiente de correlación se obtuvo para la calcosina (Cc), con un R-cuadrado de 59.64

% La regresión de las leyes reales en función de las leyes estimadas tiene una pendiente cercana a 1 y un intercepto cercano a 0, lo que indica ausencia de sesgo condicional del cokriging, con excepción de la ley de calcopirita (pendiente 1.11).

8.4.1.2 Predicción conjunta de ley de cobre total desde minerales.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para la ley de cobre total y los minerales de cobre sulfurado, utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.17, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.17. Resumen estadístico para la predicción ley de cobre total desde minerales por CKO puntual.

	Pred TCu	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.8390	0.8557	0.1164	0.2060
Mediana	0.8140	0.8250	0.1020	0.1930
Varianza	0.0365	0.0427	0.0034	0.0048
Mínimo	-0.0550	-0.3600	-0.1920	0.0290
Máximo	4.8180	5.3010	1.0760	2.0560
Rango	4.8730	5.6610	1.2680	2.0270

Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las variables.

En cuanto al % de cobre y de mineral estimado, los valores promedios han tenido una disminución respecto de los datos originales (ver tabla 6.1). Además, es posible verificar que la varianza de la predicción es inferior en relación a los datos originales, debido al suavizamiento de la predicción. En este sentido, en la figura 8.26, se muestra el gráfico de caja-bigotes y de cuantiles de este análisis, considerando el % cobre total y de minerales predichos.

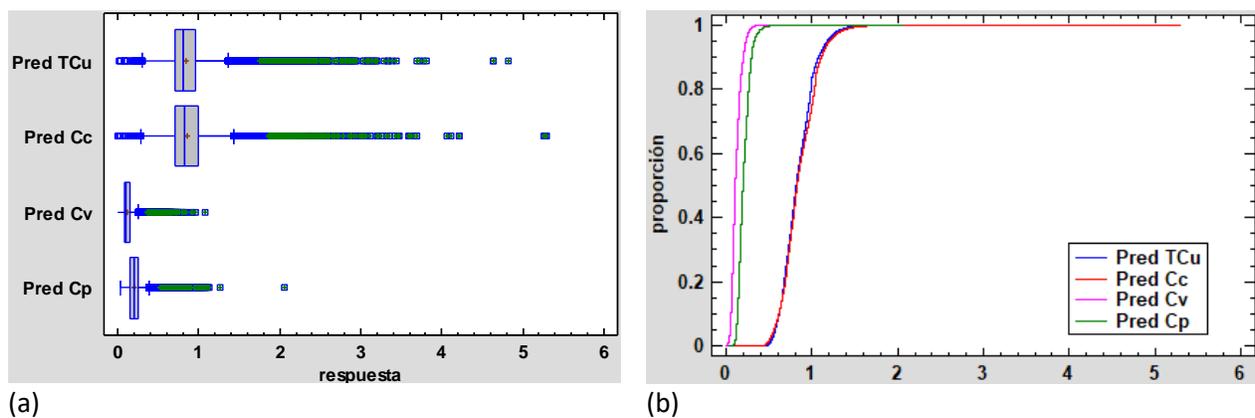


Figura 8.26. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para la ley de cobre total y los minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales. Respecto de las pendientes de las variables de la gráfica de cuantiles, es posible verificar dos pendientes, por un lado, está la verticalidad de la proporción de la covelina y la calcosina, la cual, indica que gran parte de los valores tienen una concentración menor a 0.5 %, y, por otro lado, la pendiente del cobre total y calcosina leyes nos indica un rango mayor.

Por otra parte, en la figura 8.27 se muestran los valores predichos vistos en planta.

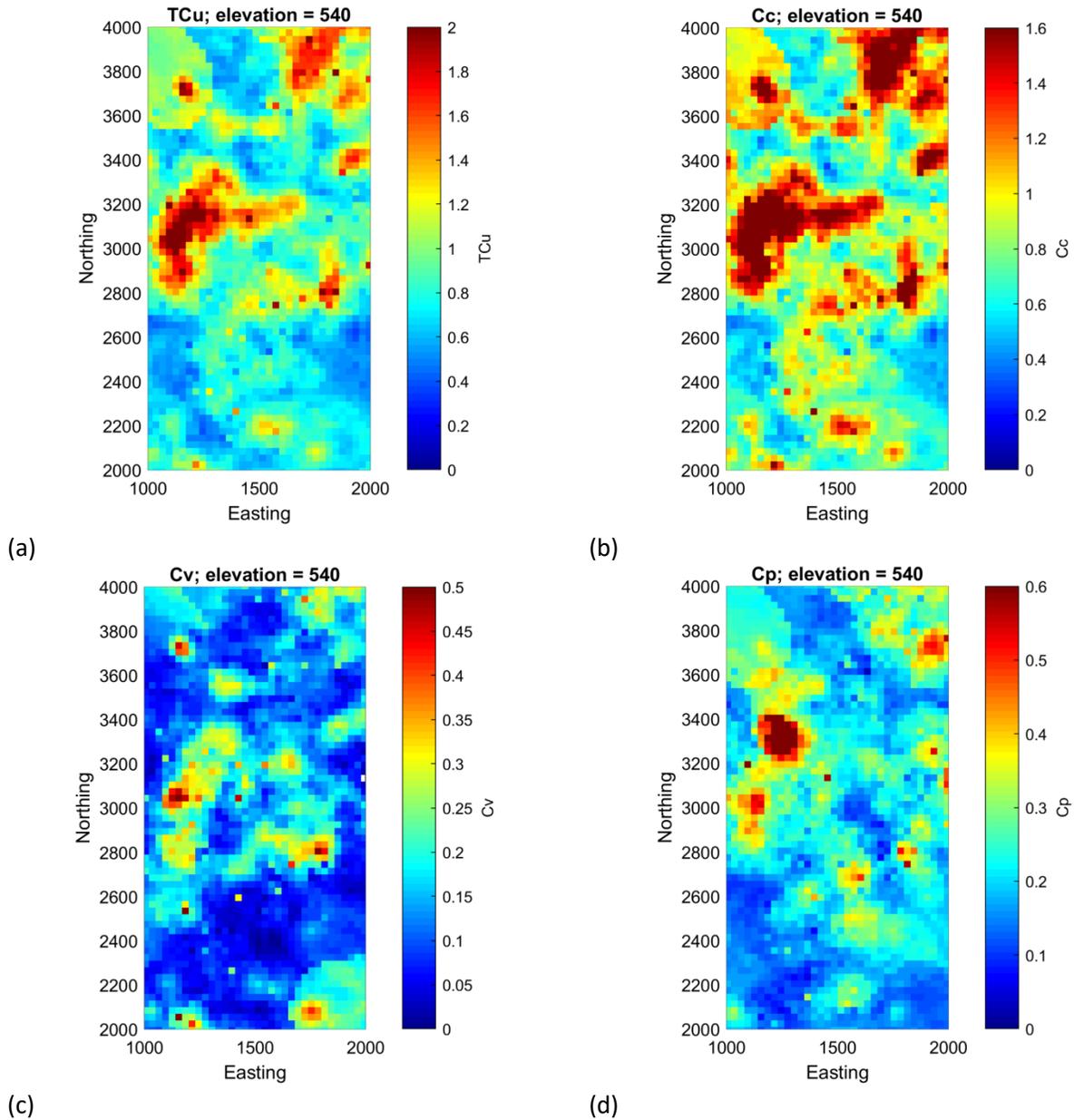


Figura 8.27. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Cobre total (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

De la figura anterior, es posible verificar una similitud espacial de las altas concentraciones de cobre total y la calcosina. De cada uno de los mapas, se puede apreciar que en todos los casos de predicción por CKO, la variabilidad en los colores es amplia.

8.4.2 Predicción y validación cruzada de cobre soluble cianurado a partir de minerales.

Para la realización de la predicción conjunta cobre soluble cianurado (Cusol1) y minerales (Cc, Cv y Cp) se utiliza el CKO puntual con medias relacionadas vía la dependencia de estas variables presentes en la ecuación (4.8).

8.4.2.1 Validación cruzada para cobre soluble cianurado desde minerales.

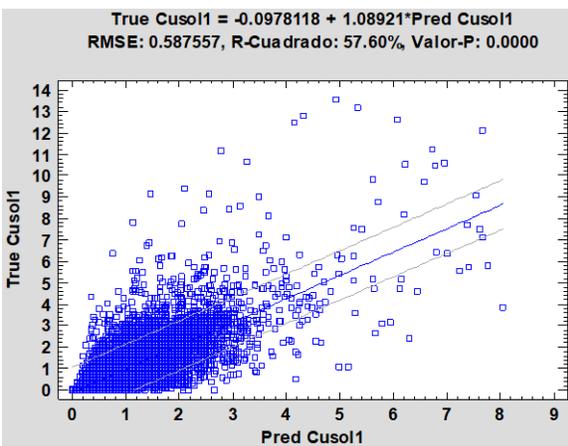
En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la base de datos original.

Tabla 8.18. Resumen estadístico de validación de la predicción de cobre soluble cianurado desde minerales vía CKO puntual.

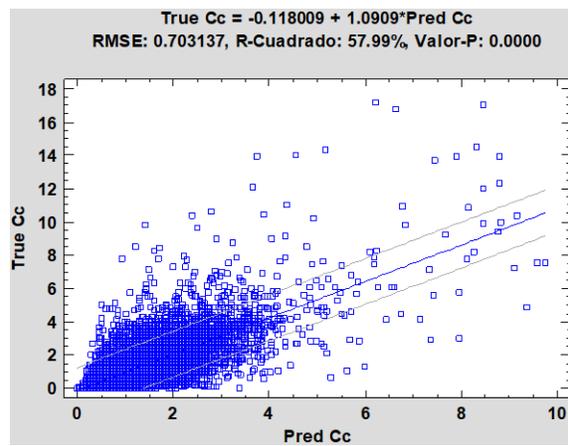
	Pred error Cusol1	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp	Stand pred error Cusol1	Stand pred error Cc	Stand pred error Cv	Stand pred error Cp
Recuento	19867	19867	19867	19867	19867	19867	19867	19867
Promedio	-0.0150	-0.0193	0.0005	0.0000	-0.0150	-0.0157	0.0020	-0.0002
Varianza	0.3484	0.4991	0.0346	0.1199	0.6989	0.6877	0.8023	0.8277

De la tabla anterior, se destaca el valor cercano a cero del promedio de los errores de la predicción y las varianzas de los errores estandarizados están en un rango entre 0.69 y 0.82, valores considerados destacados, desde el punto de vista de la predicción.

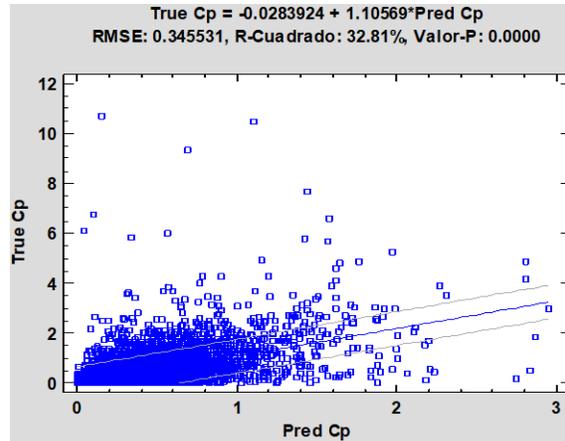
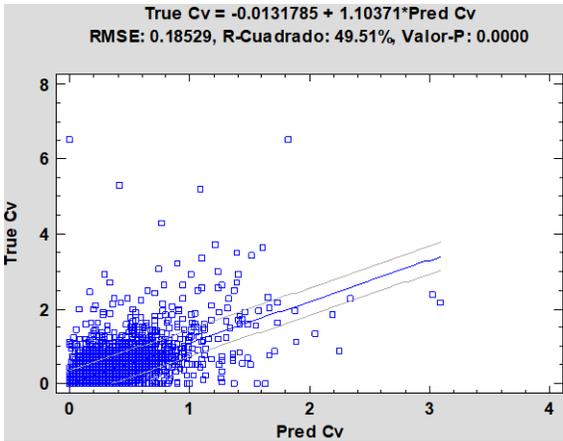
Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de correlación del valor predicho en comparación con el valor real, para el cobre soluble cianurado y cada uno de los minerales de cobre.



(a)



(b)



(c)

Figura 8.28. Nube de correlación para la predicción para minerales. Cobre en CN^{-2} (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

La mejor correlación se obtuvo para la calcosina (Cc), con un R-cuadrado de 57.99, muy similar a la ley de cobre cianurado (Cusol1) con 57.60 %. En general, el R-cuadrado está sobre el 50 %, a excepción de la calcopirita (32.81 %). Existe un leve sesgo condicional, con pendientes de regresión entre 1.09 y 1.10.

8.4.2.2 Predicción conjunta de ley de cobre soluble cianurado desde minerales.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para Cusol1, Cc, Cv y Cp utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.19, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.19. Resumen estadístico para la predicción ley de cobre soluble cianurado desde minerales por CKO puntual.

	Pred Cusol1	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.7531	0.8689	0.1179	0.2087
Mediana	0.7350	0.8420	0.1030	0.1970
Varianza	0.0372	0.0491	0.0034	0.0051
Mínimo	0.0990	-0.0190	-0.0690	0.0530
Máximo	4.4360	5.4460	1.0330	2.0550
Rango	4.3370	5.4650	1.1020	2.0020

En cuanto a la ley estimada de Cusol1, el valor promedio ha tenido una disminución respecto de los datos originales en 0.16 %, la misma tendencia proporcional se genera en la concentración de los minerales, además, es posible verificar que la varianza de la predicción en todos los casos es inferior en relación a los datos originales, todo ello, por efecto del suavizamiento de la predicción (ver tabla 6.1). Respecto del comportamiento estadístico de las cuatro variables, en la figura 8.29 se presentan las gráficas descriptivas. Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las leyes.

Por otro lado, en la figura 8.30 se muestran los valores predichos en una vista en planta.

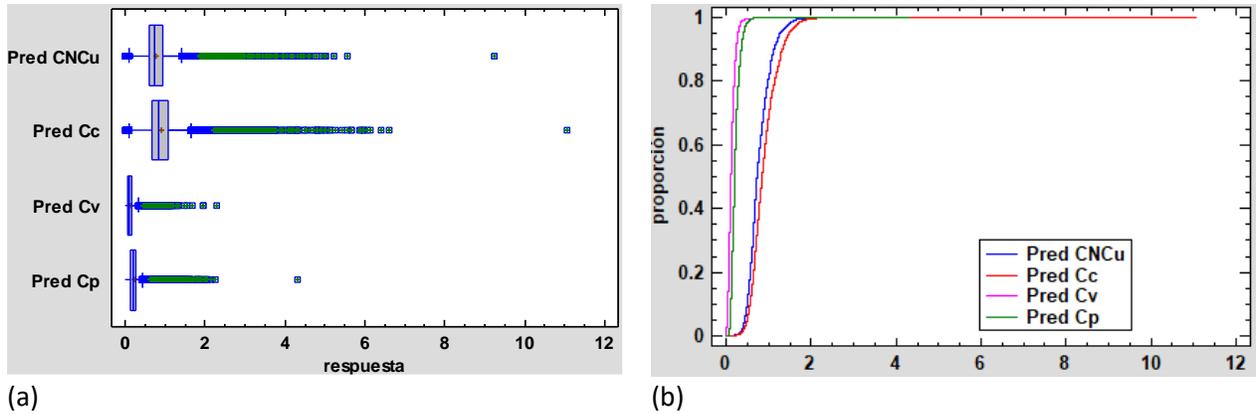
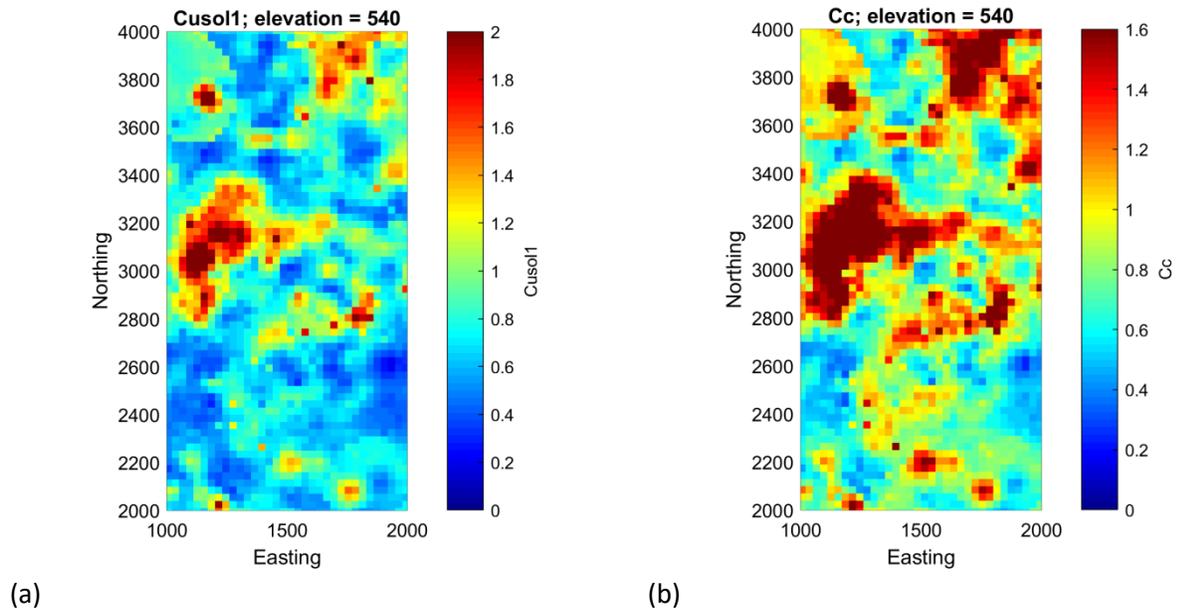
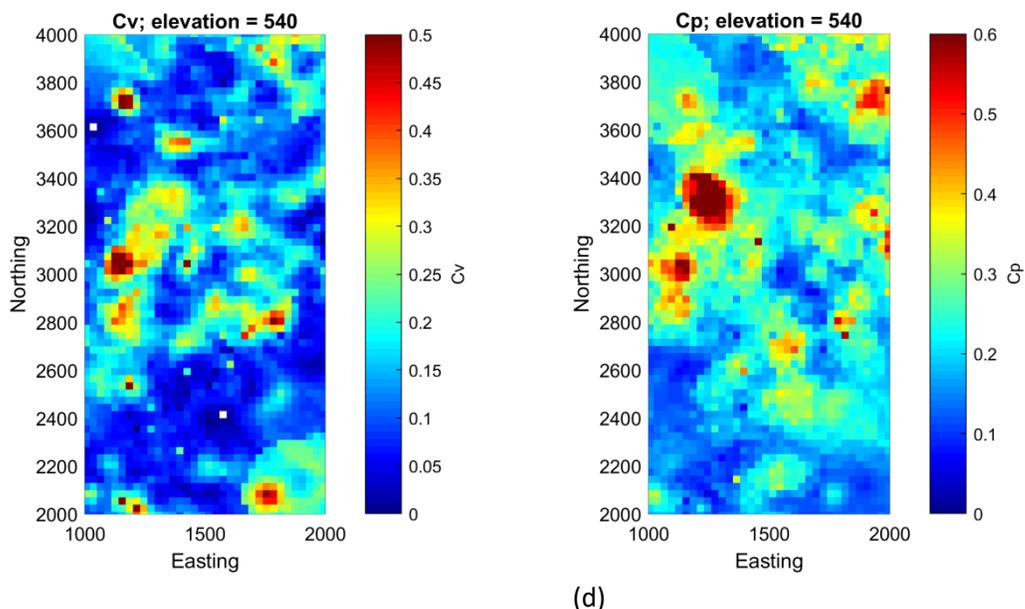


Figura 8.29. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para cobre soluble cianurado y los minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales.

Por otra parte, la figura (b) indica que, debido a la similitud en la forma de las curvas, las distribuciones de los valores de los datos se presentan en dos grupos: Cusol1&Cc y Cv&Cp.





(c) (d)
 Figura 8.30. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Cobre en CN^{-2} (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

De los mapas de la figura anterior, es posible visualizar una semejanza espacial en las altas leyes para el cobre soluble cianurado y la calcosina. Respecto de los minerales, en la representación de los mapas en la cota 540 msnm, es verificar que la ley de la calcosina en la muestra es mayor que la ley de covelina y calcopirita en el yacimiento, medida en porcentaje.

8.4.3 Predicción y validación cruzada de cobre soluble disuelto por sulfato férrico a partir de minerales.

Para la realización de la predicción conjunta de ley cobre soluble disuelto por sulfato férrico ($CuSol2$) y minerales (Cc , Cv y Cp) se utiliza el CKO puntual con el soporte considerado, utilizando la regresión lineal presente en la ecuación 4.7. En las subsecciones que siguen, se muestra la validación cruzada y predicción de estas variables.

8.4.3.1 Validación cruzada de cobre soluble disuelto por sulfato férrico desde minerales.

En la tabla que se muestra a continuación, se indican los errores obtenidos de la predicción utilizando la base de datos original y sus errores estandarizados de la predicción.

Tabla 8.20. Resumen estadístico de validación de la predicción de cobre soluble disuelto por sulfato férrico y minerales por CKO puntual.

	Pred error $CuSol2$	Pred error Cc	Pred error Cv	Pred error Cp	Stand pred error $CuSol2$	Stand pred error Cc	Stand pred error Cv	Stand pred error Cp
Recuento	19867	19867	19867	19867	19867	19867	19867	19867
Promedio	-0.0081	-0.0202	0.0004	-0.0001	-0.0132	-0.0168	0.0015	-0.0004
Varianza	0.1368	0.5036	0.0347	0.1196	0.7416	0.6831	0.7975	0.8246

De la tabla anterior, se verifica de la predicción ha resultado exitosa basándonos, por un lado, en las varianzas de los errores estandarizados de las variables analizadas, cuyos valores están entre 0.68 (Cc) y 0.82 (Cp); y, por otro lado, el promedio de los errores de la predicción, los cuales, están en torno a cero. Por otra parte, en las figuras que se exponen a continuación, se muestra la nube de dispersión del valor predicho versus el valor real, para el cobre soluble disuelto por sulfato férrico y cada mineral.

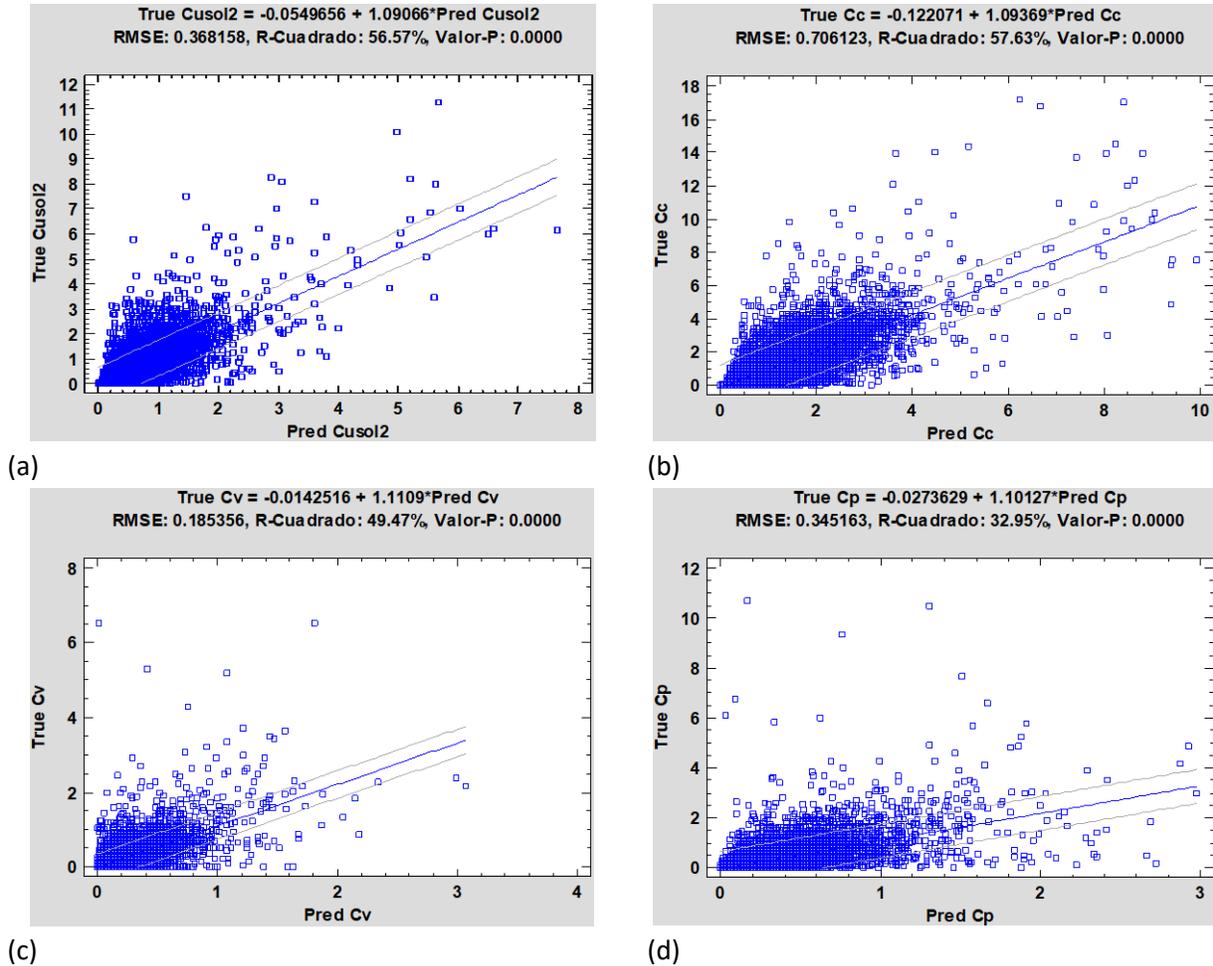


Figura 8.31. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Cobre en sulfato férrico (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

El mejor R-cuadrado de la regresión lineal se obtuvo para la calcosina (Cc) con un valor de 57.63 %. En general, el R-cuadrado está sobre el 50 %, excepto, para la calcopirita con 32.95 %. La regresión de las leyes reales en función de las leyes estimadas tiene una pendiente cercana a 1 y un intercepto cercano a 0, lo que indica ausencia de sesgo condicional del cokriging.

8.4.3.2 Predicción de cobre soluble disuelto por sulfato férrico desde minerales.

Se ha realizado el cokriging ordinario puntual para cobre soluble disuelto por sulfato férrico a partir de los minerales utilizando la grilla con espaciamiento de 30 m en sus tres direcciones. A continuación, en la tabla 8.21, se muestra el resumen de la predicción.

Tabla 8.21. Resumen de estadísticas de la predicción de cobre soluble disuelto por sulfato férrico desde minerales por CKO puntual.

	Pred Cusol2	Pred Cc	Pred Cv	Pred Cp
Recuento	430920	430920	430920	430920
Promedio	0.4089	0.8726	0.1178	0.2100
Mediana	0.3960	0.8470	0.1030	0.1980
Varianza	0.0111	0.0505	0.0034	0.0050
Mínimo	-0.1280	-0.1770	-0.1140	0.0300
Máximo	4.2030	6.1580	1.0310	2.1260
Rango	4.3310	6.3350	1.1450	2.0960

De la tabla anterior, se aprecia una reducción de la varianza, cercana a cero, en comparación con los datos originales de la UG1 (ver tabla 6.1). Considerando el número total de datos, el porcentaje de datos estimados con valores negativos es inferior a 0.1 % para todas las variables. En cuanto a las leyes estimadas, los valores promedios han tenido una muy leve disminución respecto de los datos originales, tal como se muestra en la figura 8.32. Por otra parte, en la figura 8.33, se muestran las vistas en planta de los valores estimados.

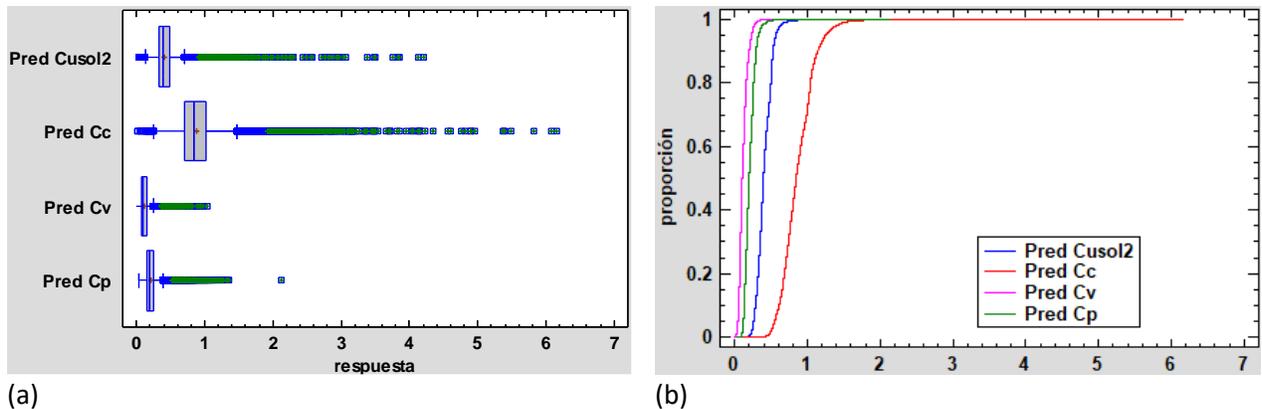


Figura 8.32. Gráficas estadísticas básicas. Box-plot (a) y gráfico de cuantiles (b).

De las figuras anteriores, se puede comentar que los valores predichos para las leyes y minerales han disminuido su rango en relación a los valores originales. Además, las variables que presentan las menores concentraciones en la muestra son la calcopirita y la covelina, situación que se ha mantenido constante en esta subsección. La figura (b) indica que una gran proporción de los valores tienen una tendencia central. En relación a la distribución de los valores de los datos de Cusol2, esta se dispone entre las curvas de la calcosina y calcopirita, lo cual, indica que para una proporción constante de datos sus valores presentan un rango más amplio que la calcopirita y covelina.

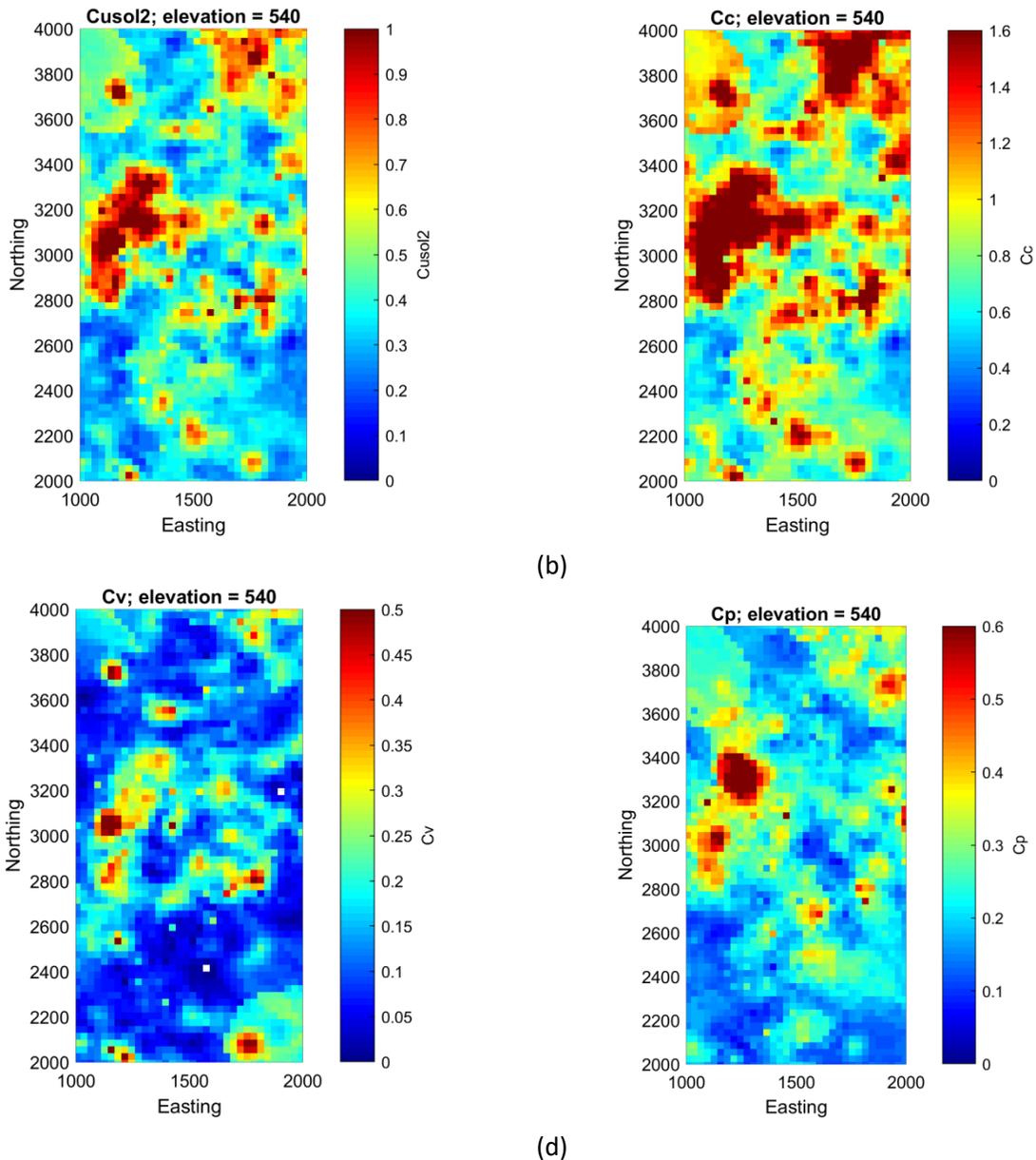


Figura 8.33. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Cusol2 (a), calcosina (b), covelina (c) y calcopirita (d).

En esta subsección, se ha verificado visualmente en los mapas que los patrones de las leyes predichas (TCu, Cusol1 y Cusol2) tienen un patrón similar a las concentraciones de la calcosina en el nivel 540 msnm.

En la finalización de este capítulo, se realiza la comparación de este nuevo enfoque con la predicción conjunta de leyes presentes en la subsección 8.1 y la predicción conjunta de leyes y minerales cobre, tal como se muestra en la subsección 8.2. En este sentido, en la figura que se muestra a continuación se muestra los mapas de leyes de cobre total (TCu) y solubles (Cusol1 y Cusol2) obtenidos por predicción conjunta con las siguientes combinaciones: leyes de cobre, leyes + minerales de cobre y leyes de cobre a partir de minerales de cobre.

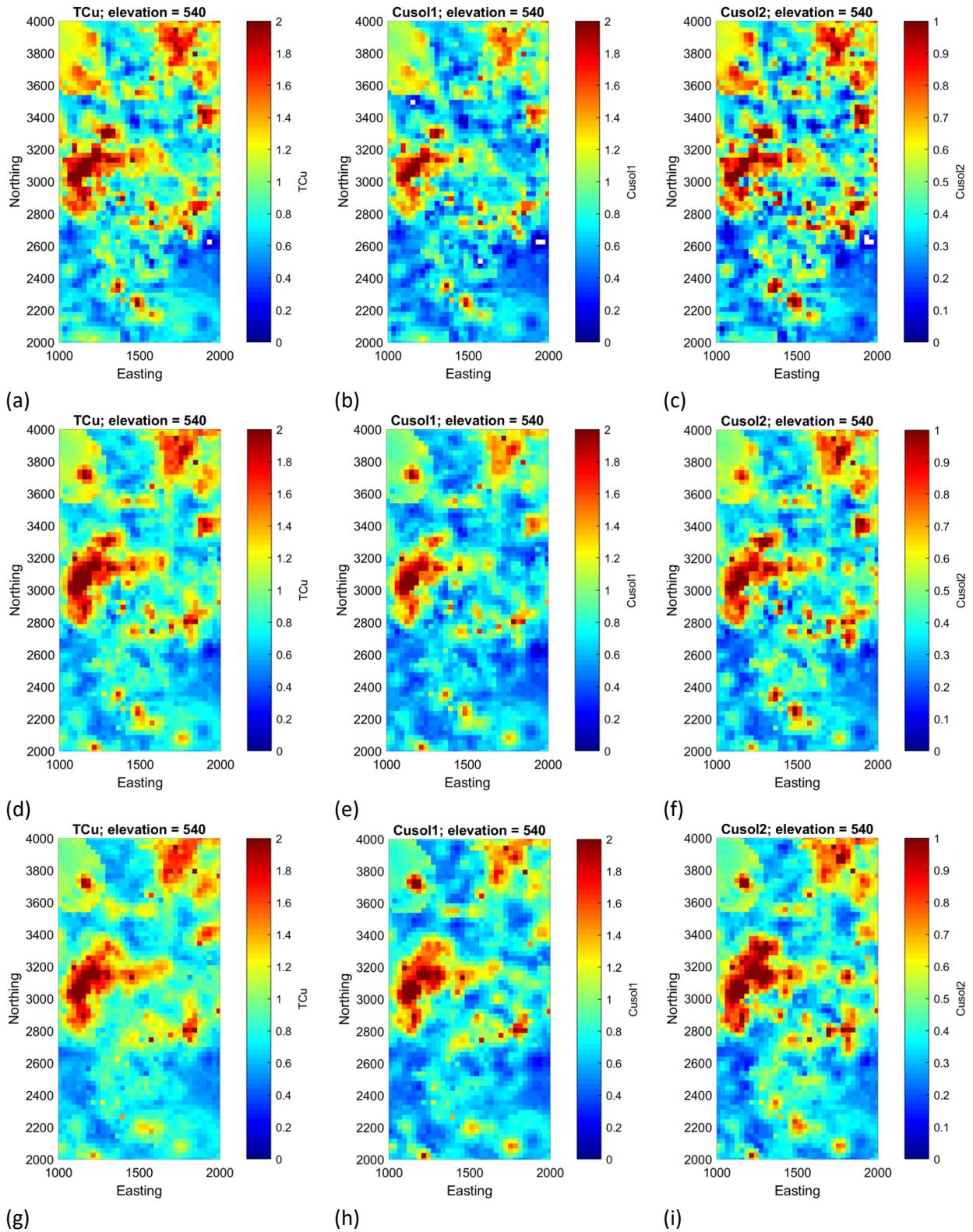


Figura 8.34. Vista en planta de los datos estimados por CKO puntual. Leyes: TCu (a), Cusol1 (b) y Cusol2 (c); Leyes y minerales: TCu (d), Cusol1 (e) y Cusol2 (f); Leyes a partir de minerales: TCu (g), Cusol1 (h) y Cusol2 (i).

De la figura anterior, los mapas de leyes generados a partir de este nuevo enfoque (TCu (g), Cusol1 (h) y Cusol2 (i)), es decir, mapas de leyes predichas a partir de minerales, presentan una coherencia visual en cuanto a sus concentraciones representadas por su colorimetría, muy similar a los mapas de predicción conjunta de leyes y de leyes/minerales.

La aplicación de este nuevo enfoque para la predicción de leyes a partir de minerales, presenta las siguientes características:

Ventajas:

✓ Entrega un conjunto de estimaciones afines (leyes lixiviables compatibles con una combinación de proporciones de minerales), mientras que las estimaciones por cokriging de leyes no siempre tendrán esta coherencia (se podría obtener leyes de cobre total, férrico y cianurable que no corresponden a ninguna combinación de calcosina, covelina, calcopirita).

Desventajas:

✓ Hay un leve error adicional al pasar de minerales a leyes (coeficientes de determinación no iguales a 100%) y se pierde la medida de error (varianza de cokriging).

✓ No se toman en cuenta los datos de leyes, que podrían ser más numerosos que los de minerales (muestreo heterotópico).

Por otra parte, en las tablas que se muestran a continuación se indican los parámetros que cuantifican la calidad de la predicción de este capítulo por CKO puntual.

Tabla 8.22. Promedio de los errores de predicción multivariable por CKO puntual.

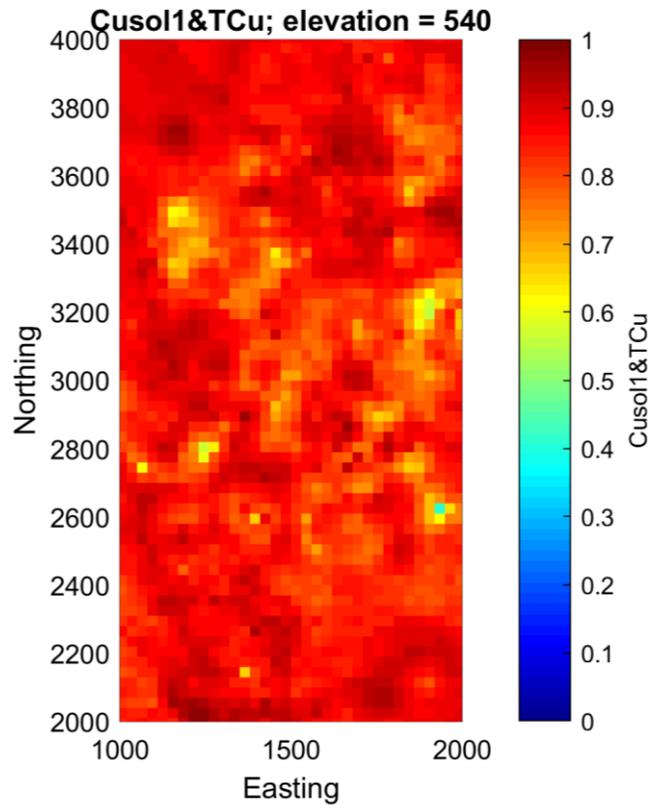
Enfoque	Predicción conjunta	Cusol1	Cusol2	Cusol3	TCu	Cc	Cv	Cp
1	Leyes	0.0043	-0.0072	-0.0072	-0.0218	-	-	-
2	Leyes y minerales	0.0075	-0.0047	-0.0070	-0.0199	0.0025	0.0051	-0.0028
3	Leyes a partir de minerales	-0.0150	-0.0081	-	-0.0204	-0.0166	0.0005	0.0001

Tabla 8.23. Coeficiente de correlación de entre el valor predicho y verdadero (R-cuadrado).

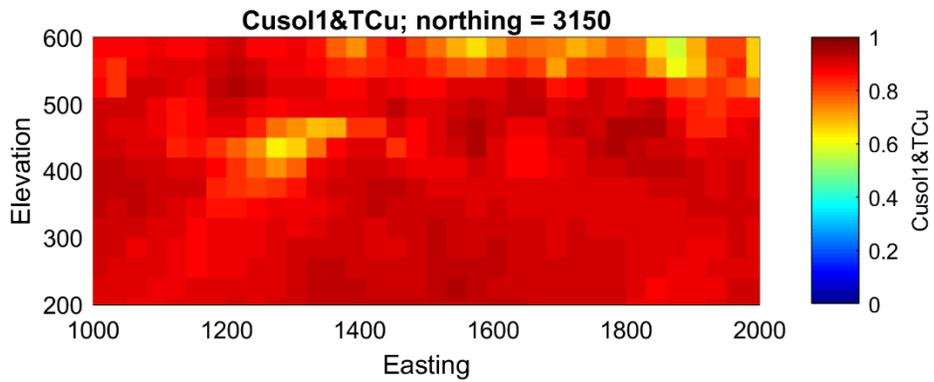
Enfoque	Predicción conjunta	Cusol1	Cusol2	Cusol3	TCu	Cc	Cv	Cp
1	Leyes	48.52	48.15	48.29	46.50	-	-	-
2	Leyes y minerales	57.90	56.92	50.59	56.64	58.43	51.08	33.72
3	Leyes a partir de minerales	57.60	56.57	-	56.44	57.63	49.47	32.95

En base al promedio de los errores de predicción multivariable y al coeficiente de correlación, entre el valor predicho y verdadero, los mejores resultados los entrega la predicción conjunta de leyes y minerales. En este punto, una recomendación relevante de este estudio sería la utilización del enfoque 2 (cokriging de leyes y minerales), cuya ventaja es la de aprovechar todos los datos para la predicción conjunta, incluso en un contexto de muestreo heterotópico. Para mejorar la coherencia de este enfoque, se podrían reemplazar las estimaciones de TCu, Cusol1 y Cusol2 por sus respectivas regresiones a partir de las estimaciones de minerales. En otras palabras, se conservaría las estimaciones de minerales y Cusol3, aunque se hayan estimado todas las variables, y se recalcularían las estimaciones de TCu, Cusol1 y Cusol2.

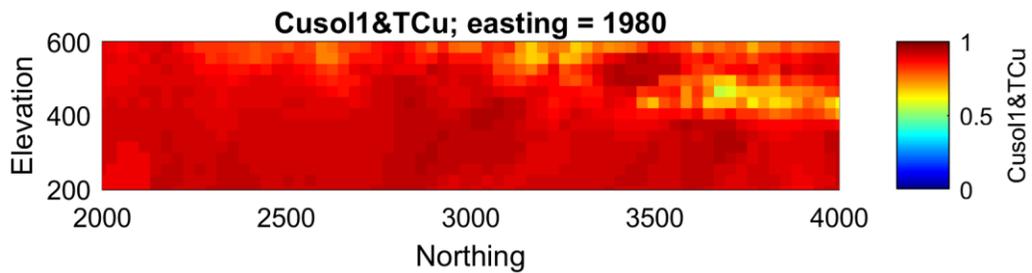
Finalmente, en las figuras que se muestra a continuación se presenta una sección acotada de las distintas vistas de las solubilidades de Cusol1/TCu y Cusol2/TCu, obtenidas con el enfoque 2.



(a)

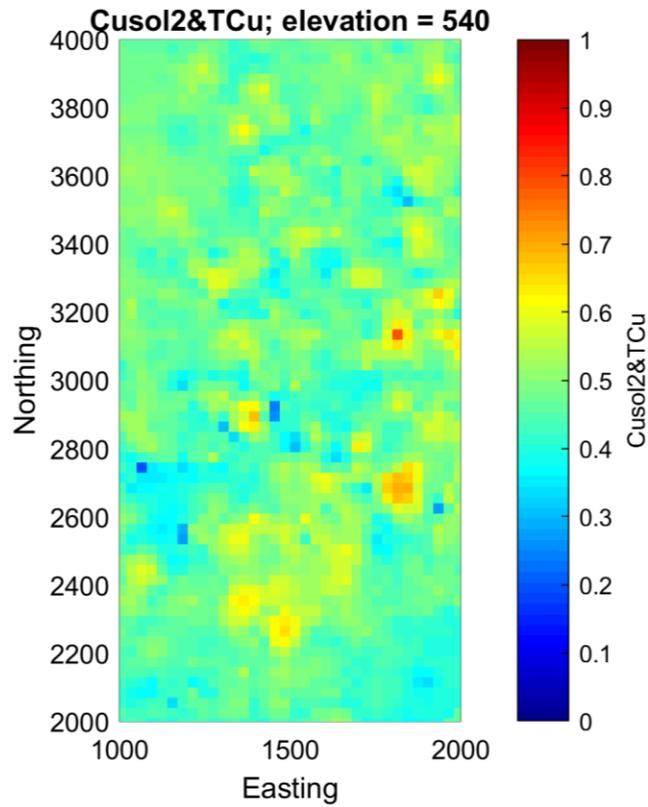


(b)

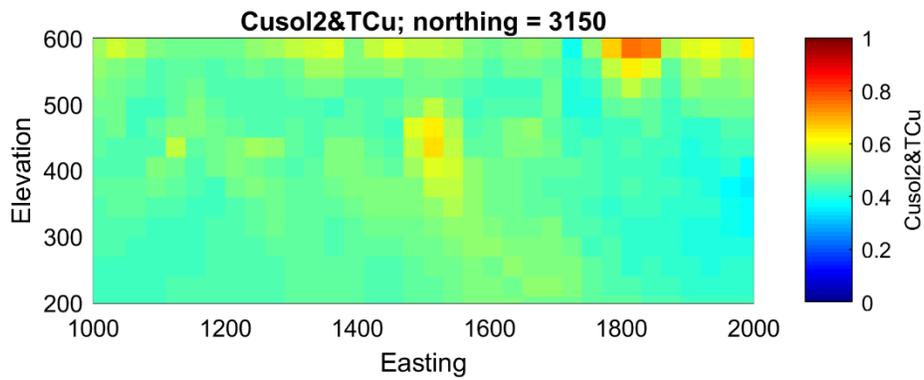


(c)

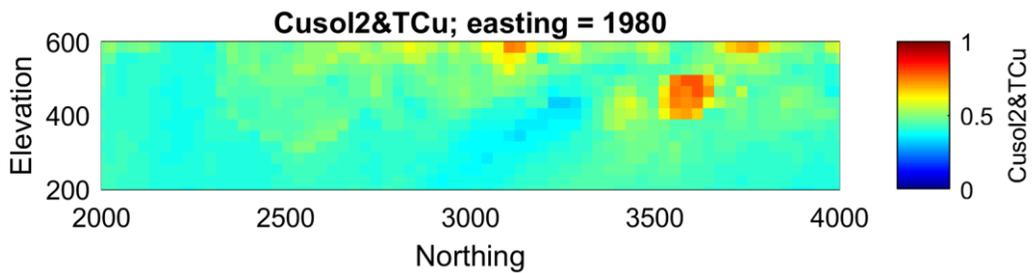
Figura 8.35. Análisis espacial de la solubilidad de Cusol1/TCu con los valores de los datos estimados por CKO puntual. Vista en planta (a), sección norte (b) y sección este (c).



(a)



(b)



(c)

Figura 8.36. Análisis espacial de la solubilidad de Cusol2/TCu con los valores de los datos estimados por CKO puntual. Vista en planta (a), sección norte (b) y sección este (c).

9. CONCLUSIONES.

✓ Este yacimiento de cobre de tipo porfídico, ha sido reconocido por 3,509 sondajes, con un largo variable que va desde los 16 metros hasta 984 metros, los cuales, se han compositado cada 5 metros. El yacimiento tiene una orientación N30E de 5140.6 metros de largo y unos 3644.0 metros de ancho y un espesor de 767.4 metros. Algunos sondajes conforman una malla regular que va desde 50 x 50 m hasta 500 x 500 m. El número de muestras con la información del estudio del tipo de roca (alteración, litología y zona mineral) es de 150152. Una vez realizada la limpieza de datos, el número de muestras con la información de análisis químico de cobre total (%) y cobre soluble (%) es de 107892 y 107387, respectivamente. En este sentido, la ley media de TCu es 0.47 % y de Cusol3 es de 0.09 %. Respecto del estudio hidrometalúrgico, se tiene una la ley media de cobre soluble proveniente de la lixiviación con cianuro de sodio (Cusol1) de 0.29 % y de la lixiviación con sulfato férrico (Cusol2) de 0.15 %.

✓ En cuanto a la solubilidad de las muestras por disolución con 5 g/l de Fe^{+3} + 50 g/l de H_2SO_4 y 10% NaCN, el resumen estadístico indica que la solubilidad resultante del ataque químico con sulfato férrico es en promedio de 0.22, una varianza de 0.04 y rango de 0.99. Para el caso de la solubilidad conseguida por lixiviación con cianuro de sodio, el valor medio es de 0.47, una varianza de 0.11 y un rango de 0.99. Asimismo, para describir el comportamiento de las distintas muestras al ataque químico de las distintas soluciones bajo el concepto de solubilidad, se han graficado en función de las variables categóricas provenientes del mapeo geológico, es decir, solubilidad en función de la litología, alteración o zona de mineral de cobre. Esta última unidad geológica, es la que presenta una diferenciación más clara de sus categorías en este análisis.

✓ En la construcción del modelo predictivo de las leyes de Cobre Total y Soluble a partir de los minerales, se obtuvo un coeficiente de determinación muy alto (entre 93% y 100%) para TCu, Cusol1 y Cusol2, sin embargo, para Cusol3 se obtuvo un coeficiente de determinación bajo. En este sentido, de las regresiones lineales realizadas, la discrepancia está en la predicción del cobre soluble a partir de los minerales de cobre, en el cual, se obtiene un R-cuadrado (ajustado para g.l.) = 41.2 %. Esta baja afinidad se debe, principalmente, al aporte que hacen los minerales oxidados de cobre en el resultado de cobre soluble, por efecto de la utilización de H_2SO_4 como disolvente en el ataque químico.

✓ En referencia al análisis de extracción límite y extracción parcial de las muestras, se ha cuantificado la relación entre minerales de cobre sulfurado, el agente lixivante y la solubilidad de cada muestra. Es la calcosina la que presenta la mejor respuesta frente al ataque con cianuro de sodio y sulfato férrico, con solubilidades de 0.99 y 0.51, respectivamente. En segunda instancia, está la covelina con solubilidades de Cusol1/TCu=0.96 y Cusol2/TCu=0.035. Finalmente, la calcopirita presenta la menor solubilidad debido a su comportamiento refractario frente a la disolución con estos dos reactivos lixiviantes (Cusol1/TCu=0.094 y Cusol2/TCu=0.046). Esta relación se confirma con el análisis visual de dispersión de la solubilidad proveniente de la lixiviación con el uso de dos reactivos y cada mineral.

✓ En el cálculo mineralógico para minerales de cobre sulfurado (% de mineral en la muestra), se han definido considerando el método de sistemas de ecuaciones con tres incógnitas. En la ley promedio, el mayor valor lo presenta la calcopirita con un 0.61 % en la muestra y, a la vez, la mayor amplitud de leyes (proporción), posteriormente, la calcosina se presenta con una media de 0.30 % y una varianza de 0.47. Finalmente, la covelina se presenta con una ley media de 0.07 % y una varianza de 0.03.

✓ En la definición de los fenómenos que explican el comportamiento entre el mapeo geológico y la ley de cobre total, se ha definido a la zona mineral y la ley de cobre total a través del análisis de

componentes principales, cuyas variables, explican la mayor estabilidad en la variabilidad de los datos. A partir de este análisis, se han obtenido tres unidades geológicas clasificadas de acuerdo a la media de los datos y la desviación estándar a través del gráfico de burbujas, de las cuales, se ha decidido continuar el estudio de predicción con aquella que tiene mejor varianza y media, es decir, se utiliza la unidad geológica 1 (zona oxidada y sulfuros secundarios), la cual, tiene un promedio de 1.02 % de TCu y una varianza de 1.00.

✓ En relación a la predicción conjunta por cokriging para leyes, leyes/minerales y minerales, se puede descartar la alternativa de cokriging simple de este análisis, debido a que los valores predichos son muy similares a la ley media de cada una de variables, generando una variabilidad mínima, la cual, no se aproxima al comportamiento real de los datos. Respecto de la utilización del cokriging ordinario con estimaciones en soporte puntual o de bloques de 30x30x30 metros, se han obtenido buenas predicciones de leyes y/o minerales, con varianzas de los errores estandarizados que van desde 0.7 a 0.9 (máximo 1) y promedios de los errores de la predicción en torno a cero, todo esto se ha realizado con la utilización de la validación cruzada. En referencia a las estadísticas de los valores predichos, los promedios y las varianzas de leyes y/o minerales predichos han tenido una disminución respecto de los datos originales, por un lado, la disminución de la media puede deberse al desagrupamiento que realiza el Kriging mediante la aplicación de ponderadores, y, por otro lado, la disminución de la varianza es explicada por el efecto del suavizamiento de la predicción. Evitar este suavizamiento requeriría utilizar técnicas de simulación condicional, lo que está fuera del alcance de la presente tesis. Por otra parte, es importante recalcar la conveniencia de predecir las leyes y proporciones de minerales, en lugar de razones de lixiviabilidad (cocientes), dado que estas razones no son aditivas, por lo que no se pueden calcular en un soporte de bloques. En cambio, las leyes y proporciones de minerales se pueden considerar como aditivas (suponiendo que la densidad de roca es constante a la escala de un bloque), lo que permite su predicción en el soporte de bloques por las técnicas de cokriging presentadas.

✓ De los tres enfoques presentados, el primero (cokriging de leyes) tiene la ventaja de ser el más directo, pero puede producir estimaciones inconsistentes, es decir, las leyes estimadas en un punto o un bloque podrían no corresponder a ninguna combinación de minerales. El cuarto enfoque (cokriging de leyes a partir de minerales) permite obtener estimaciones de las leyes de cobre total, férrico y cianurable, mediante la ecuación de regresión entre estas leyes y las proporciones de minerales, cuyos coeficientes de determinación son muy altos, resultando en estimaciones consistentes con la mineralogía. Sin embargo, no permite obtener una predicción de la ley de cobre soluble, cuya regresión a partir de las proporciones de minerales tiene un coeficiente de determinación bajo. Además, podría desperdiciar información al no tomar en cuenta los datos de leyes, especialmente si estos datos son más abundantes que los datos de mineralogía (muestreo heterotópico). El segundo enfoque (cokriging de leyes y minerales) podría resolver estas dificultades, al tomar en cuenta toda la información, aún en contexto heterotópico. Para mejorar la coherencia de las leyes estimadas, bastaría con reemplazar las estimaciones de leyes de cobre total, cianurable y férrico por las leyes calculadas a partir de las estimaciones de minerales usando la regresión adecuada.

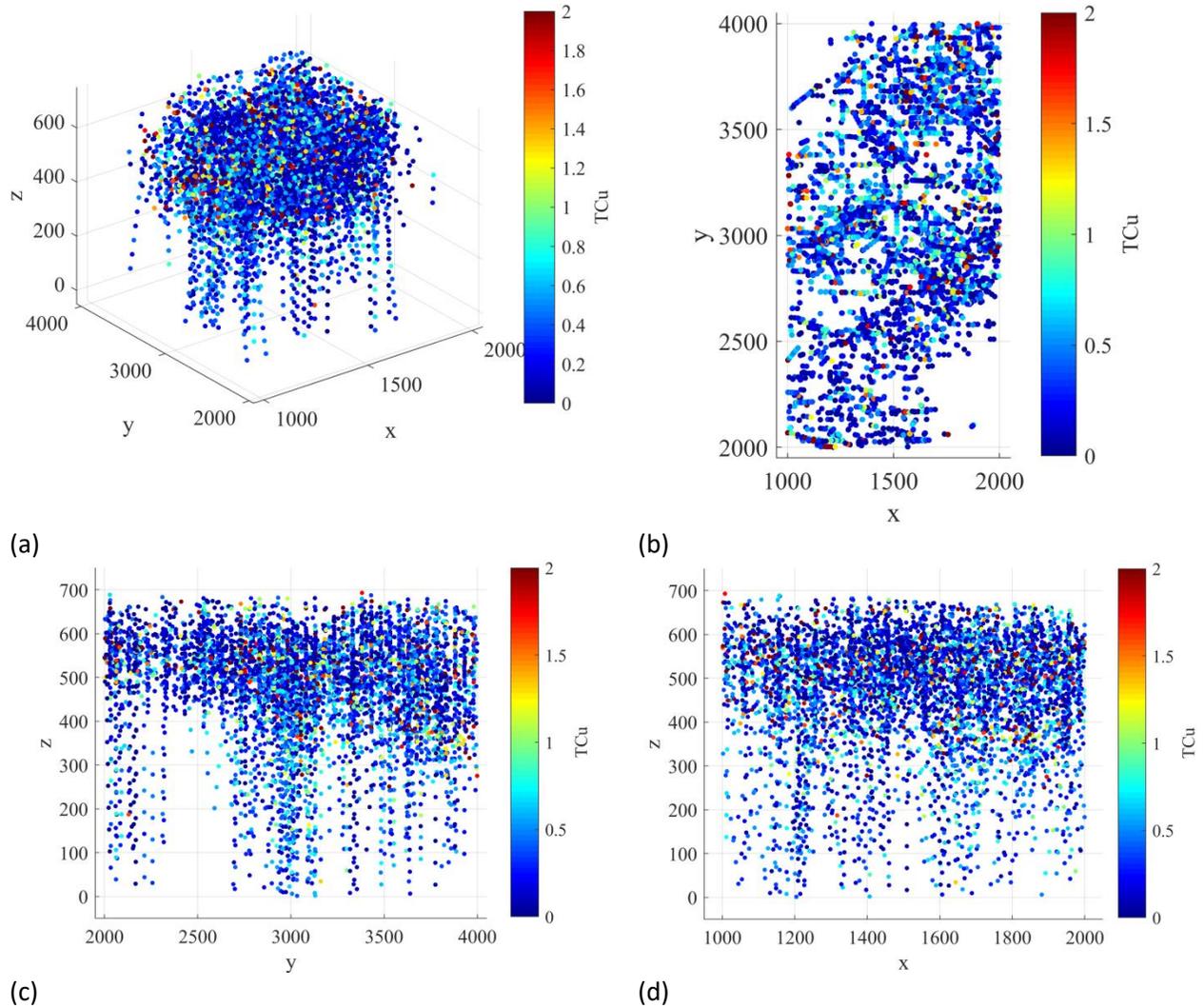
10. BIBLIOGRAFÍA.

- [1] **Abzalov M.**, 2016. Applied Mining Geology. Springer, New York.
- [2] **Chilès, JP., y Delfiner, P.** (2012). Geostatistics: modeling spatial uncertainty. Wiley, New York.
- [3] **Edwards A.C.** (ed.), 2001. Mineral Resources and Ore Reserve Estimation: The AusIMM Guide to Good Practice. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne.
- [4] **Emery, X.** (2012). Cokriging random fields with means related by known linear combinations.
- [5] **Emery, X.** (2013). Geoestadística, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [6] **Emery, X.** (2015). Librería de Modelamiento Geoestadístico, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [7] **Emery, X., y Pizarro, S.** (2019). Estudio exploratorio para datos multivariados, Laboratorio ALGES. Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [8] **Emery, X., y Pizarro, S.** (2019). Cokriging, Laboratorio ALGES, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [9] **Emery, X., y Pizarro, S.** (2019). Fundamentos de Análisis Variográfico Multivariable, Laboratorio ALGES, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [10] **ITGE.** (1993). Instituto Tecnológico GeoMinero de España, Minería Química, España.
- [11] **Journel A. G. and Huijbregts C. J.**, 1978. Mining geostatistics. Academic Press, London.
- [12] **Mery, N.** (2016). Modelamiento geoestadístico de la incertidumbre en leyes y tipos de roca en un yacimiento ferrífero, Universidad de Chile, Santiago de Chile.
- [13] **Rossi M.E and Deutsch C.V.**, 2014. Mineral Resource Estimation. Springer, New York.
- [14] **Sinclair A.J. and Blackwell G.H.**, 2002. Applied Mineral Inventory Estimation. Cambridge University Press, Cambridge.
- [15] **Statgraphics.** (2007). Regresión Múltiple, STATGRAPHICS – Rev. 25/04/2007.
- [16] **Statgraphics.** (2015). Componentes principales, STATGRAPHICS – Rev. 4/10/2015.
- [17] **Kretz.** (1983). Mineral symbols and abbreviations, Symbols for rock-forming minerals. American Mineralogist. <https://www.ugr.es/~agcasco/personal/petmet/seminario03/kretz.html>
- [18] **Wackernagel H.**, 2003. Multivariate geostatistics: an introduction with applications. Springer-Verlag, Berlin.

11. ANEXOS.

Anexo A. Mapas de leyes globales

Anexo A.1. Cobre total.



(a) (b) (c) (d)
Figura A1. Distribución espacial de la ley de CuT (%). Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo A.2. Cobre soluble.

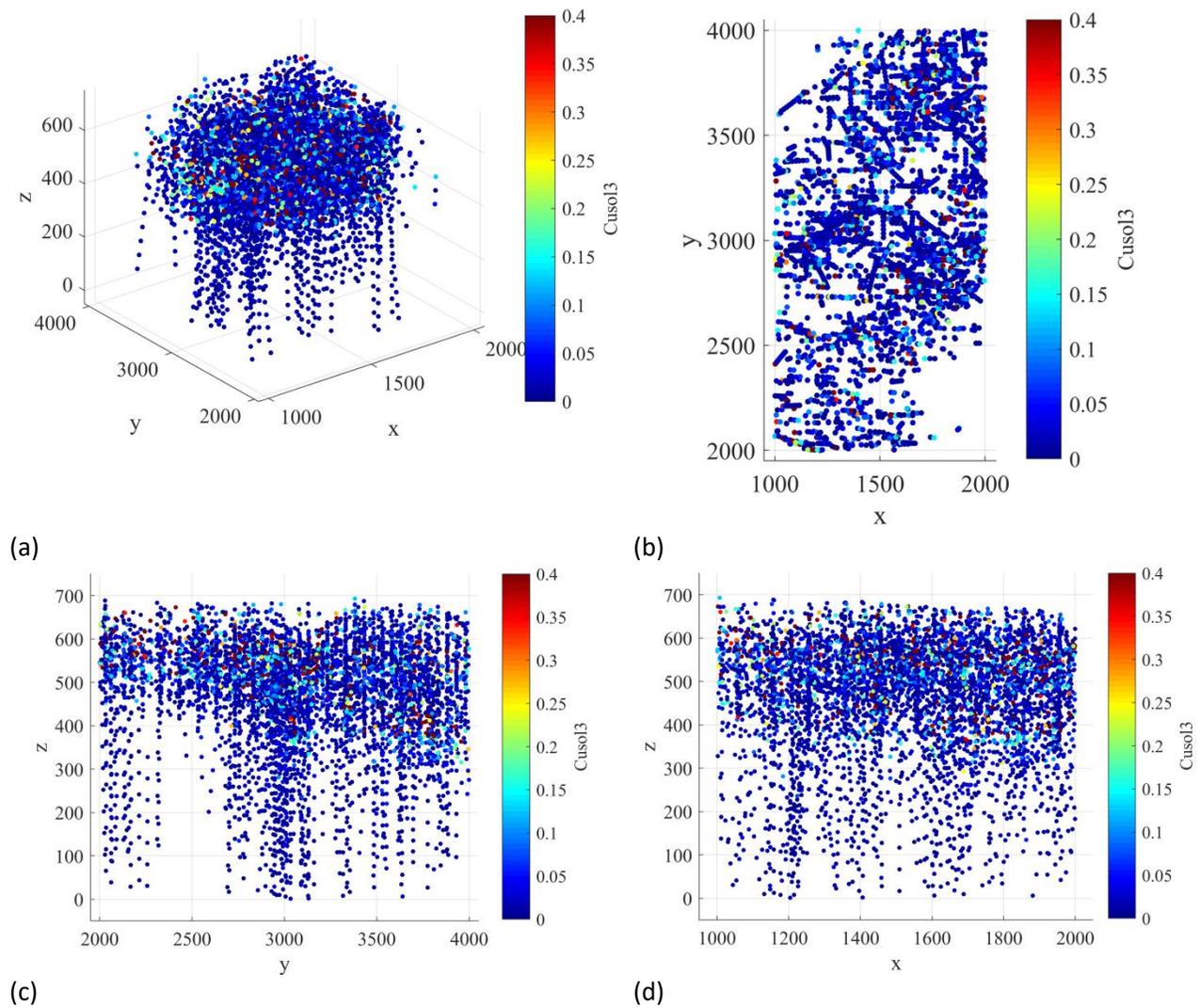


Figura A2. Distribución espacial de Solubilidad Cusol3. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo A.3. Cobre soluble lixiviado por Cianuro de Sodio.

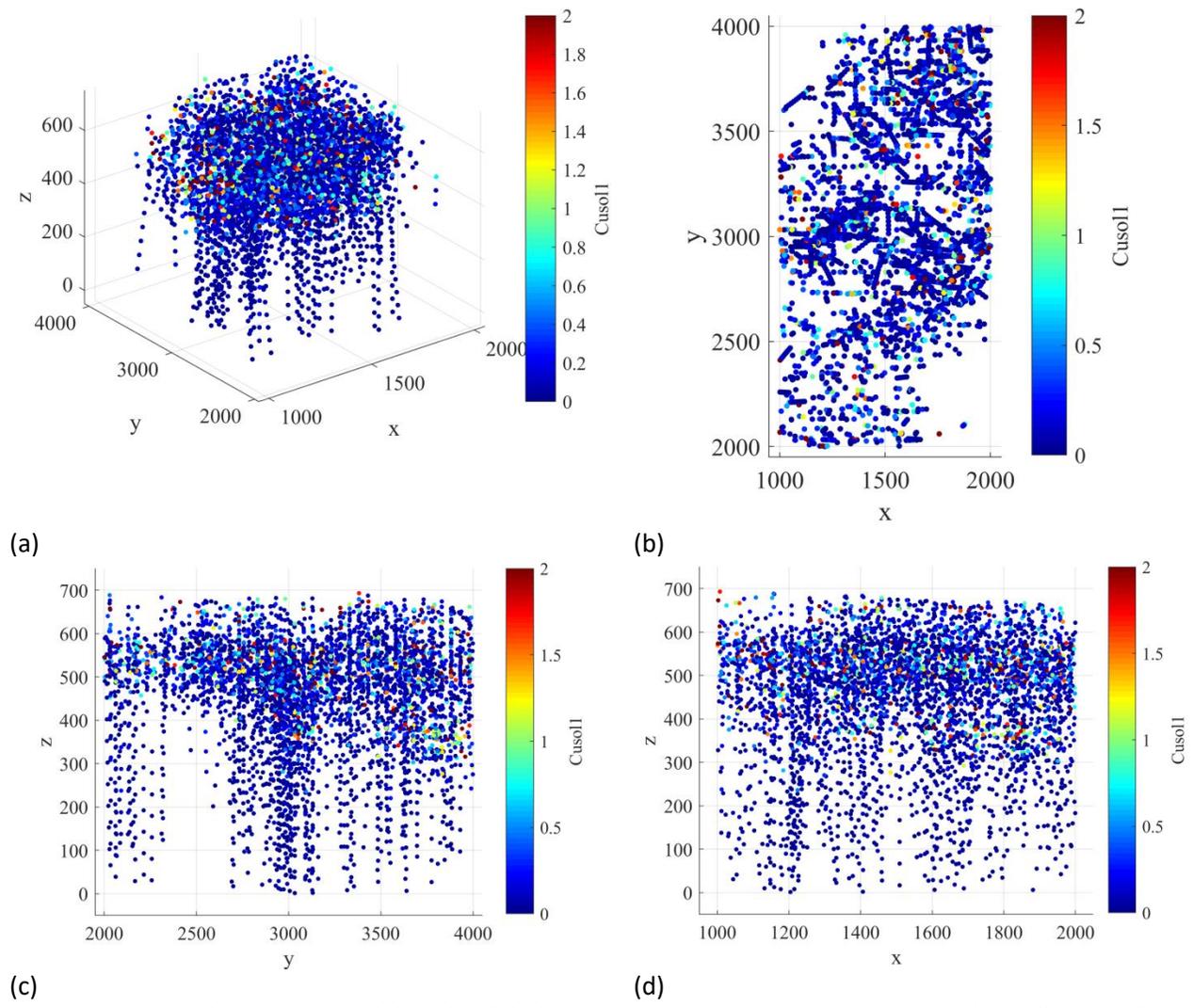


Figura A3. Distribución espacial de Solubilidad CusolI. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo A.4. Cobre soluble lixiviado por Sulfato Férrico.

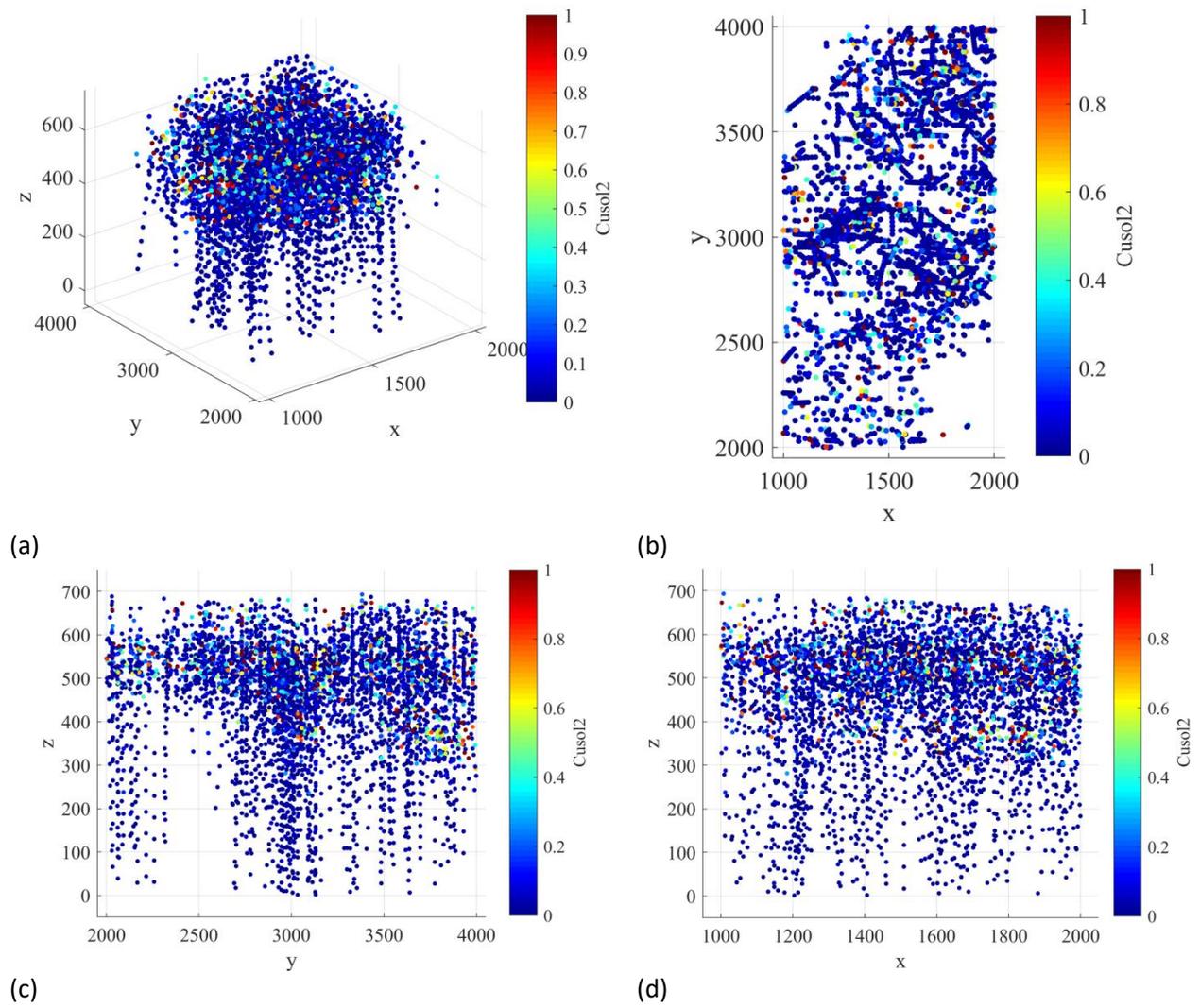
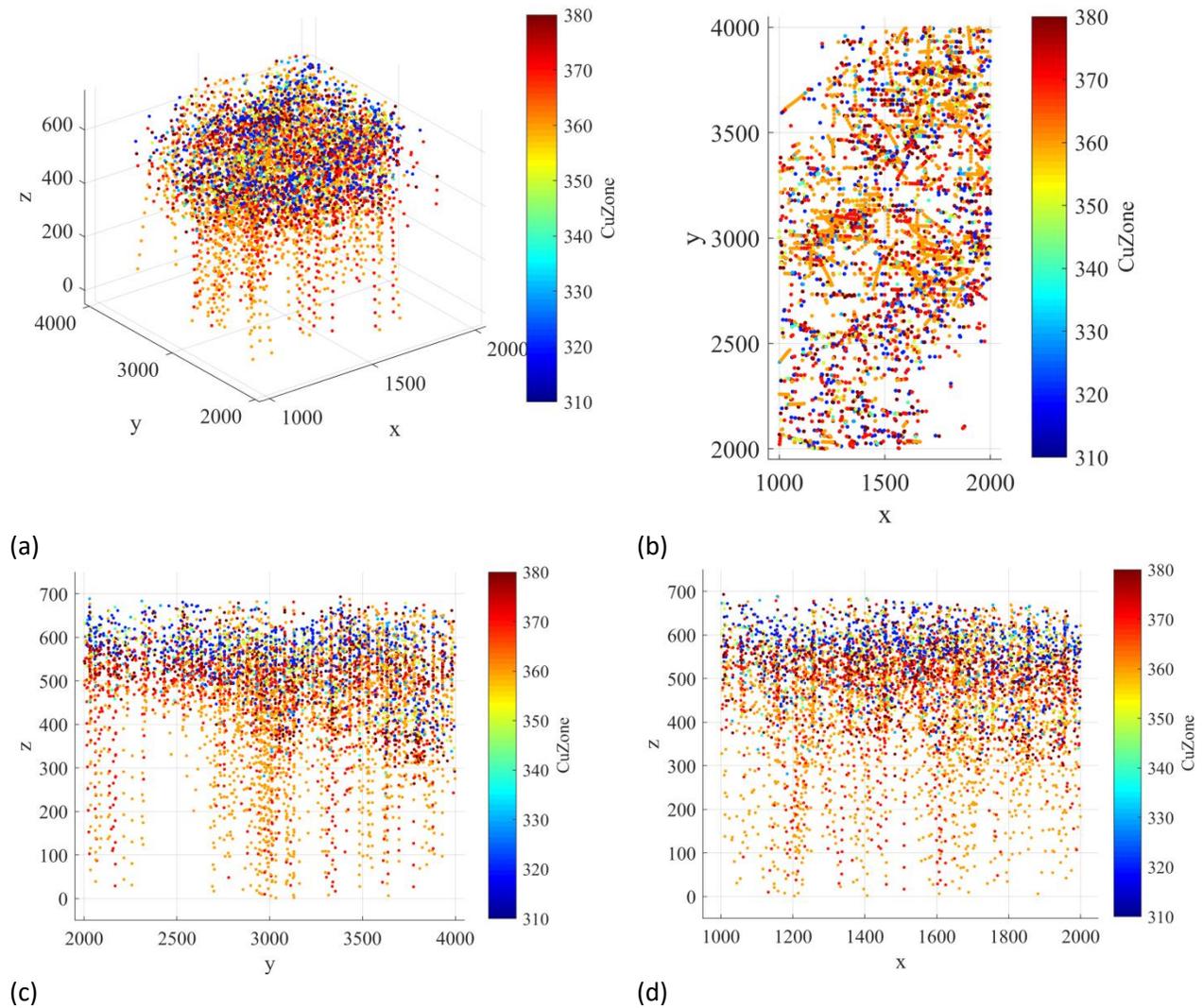


Figura A4. Distribución espacial de Solubilidad Cusol2. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

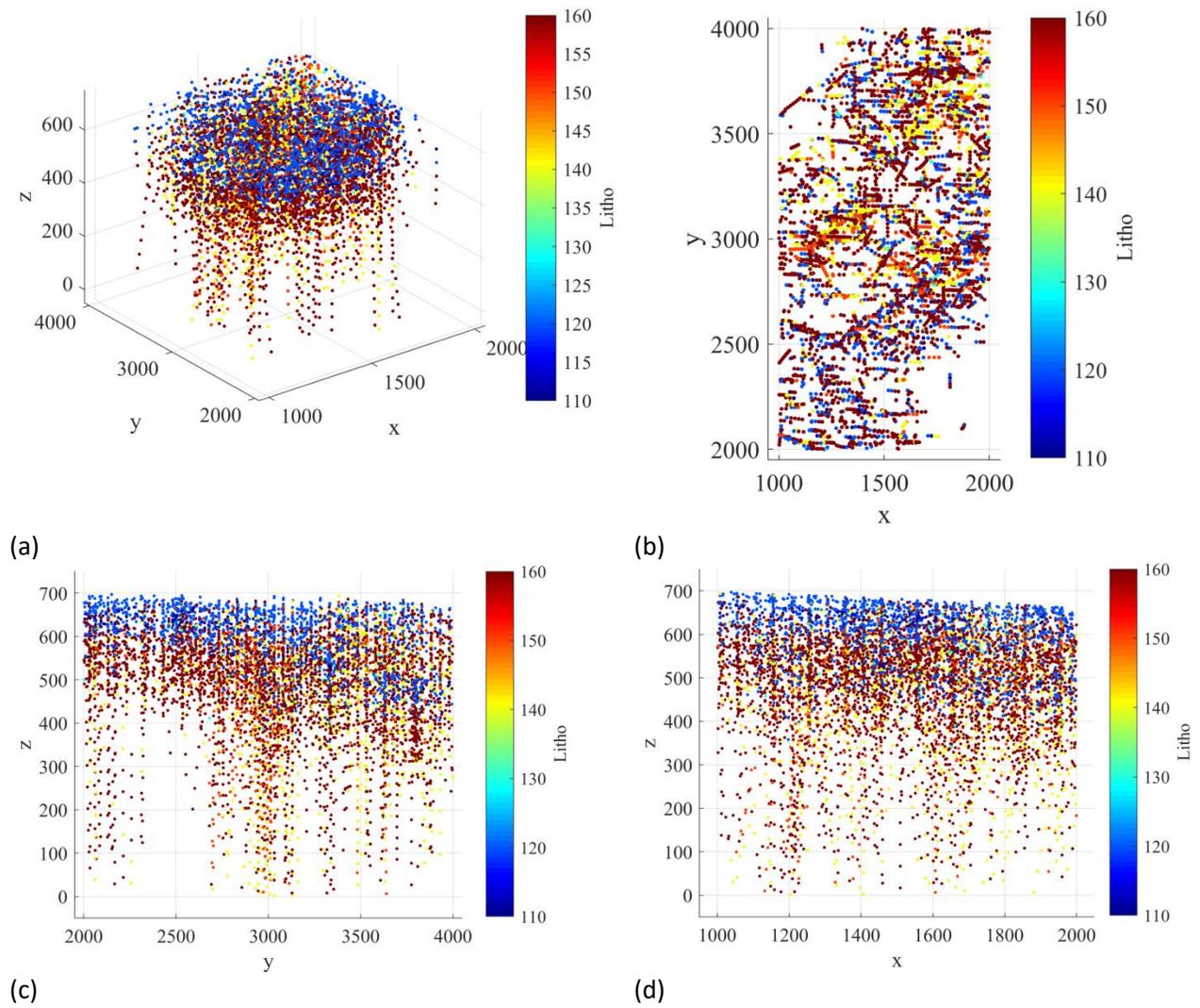
Anexo B. Mapas de variables categóricas.

Anexo B.1. Zona Mineral.



(a) (b) (c) (d)
Figura B1. Distribución espacial de la zona mineral. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo B.2. Litología.



(a) (b) (c) (d)
Figura B2. Distribución espacial de la Litología. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo B.3. Alteración.

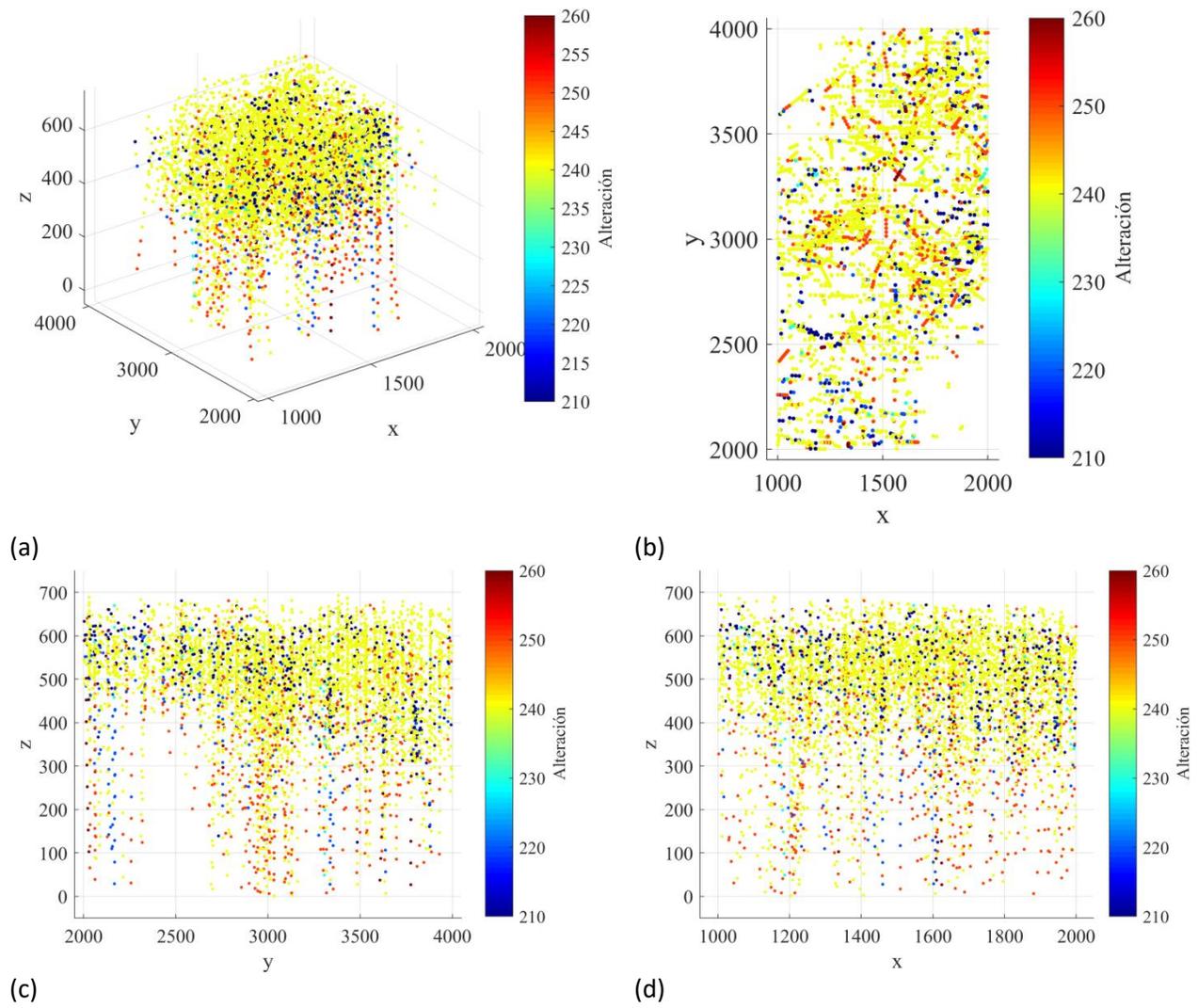
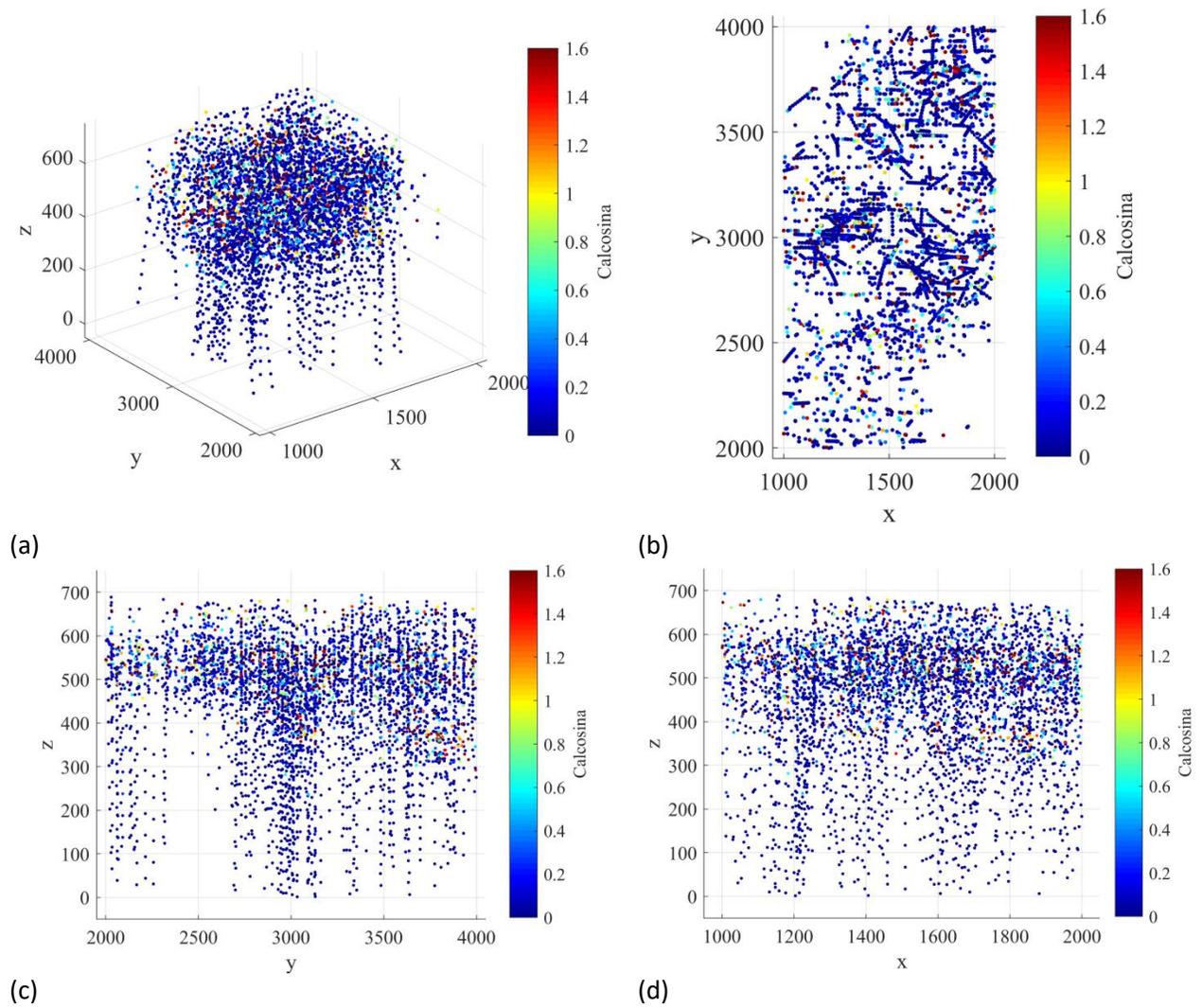


Figura B3. Distribución espacial de la Litología. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo C. Mapas de minerales

Anexo C.1. Calcosina.



(a) (b) (c) (d)
Figura C1. Distribución espacial de Calcosina. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo C.2. Covelina.

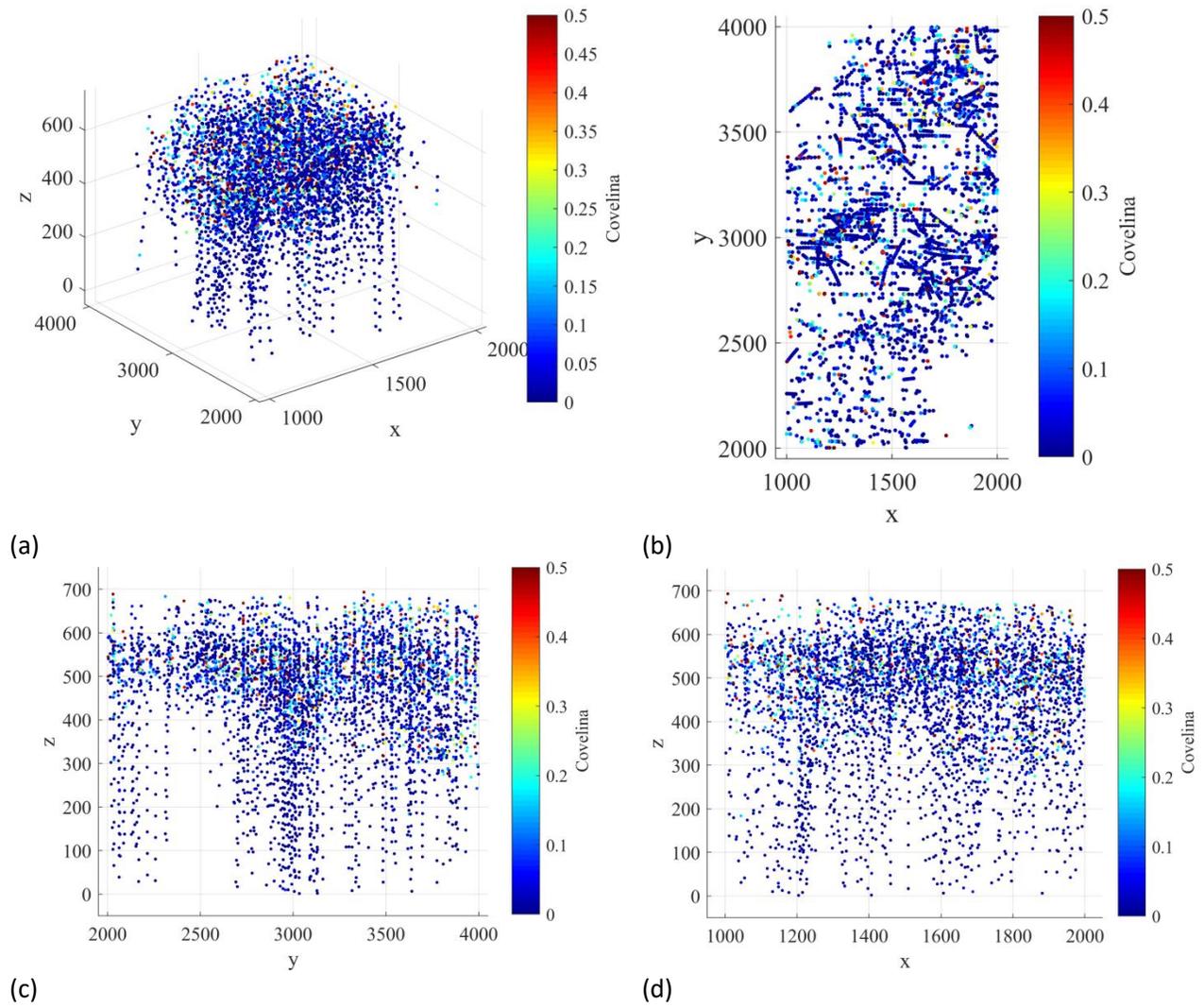


Figura C2. Distribución espacial de Covelina. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo C.3. Calcopirita.

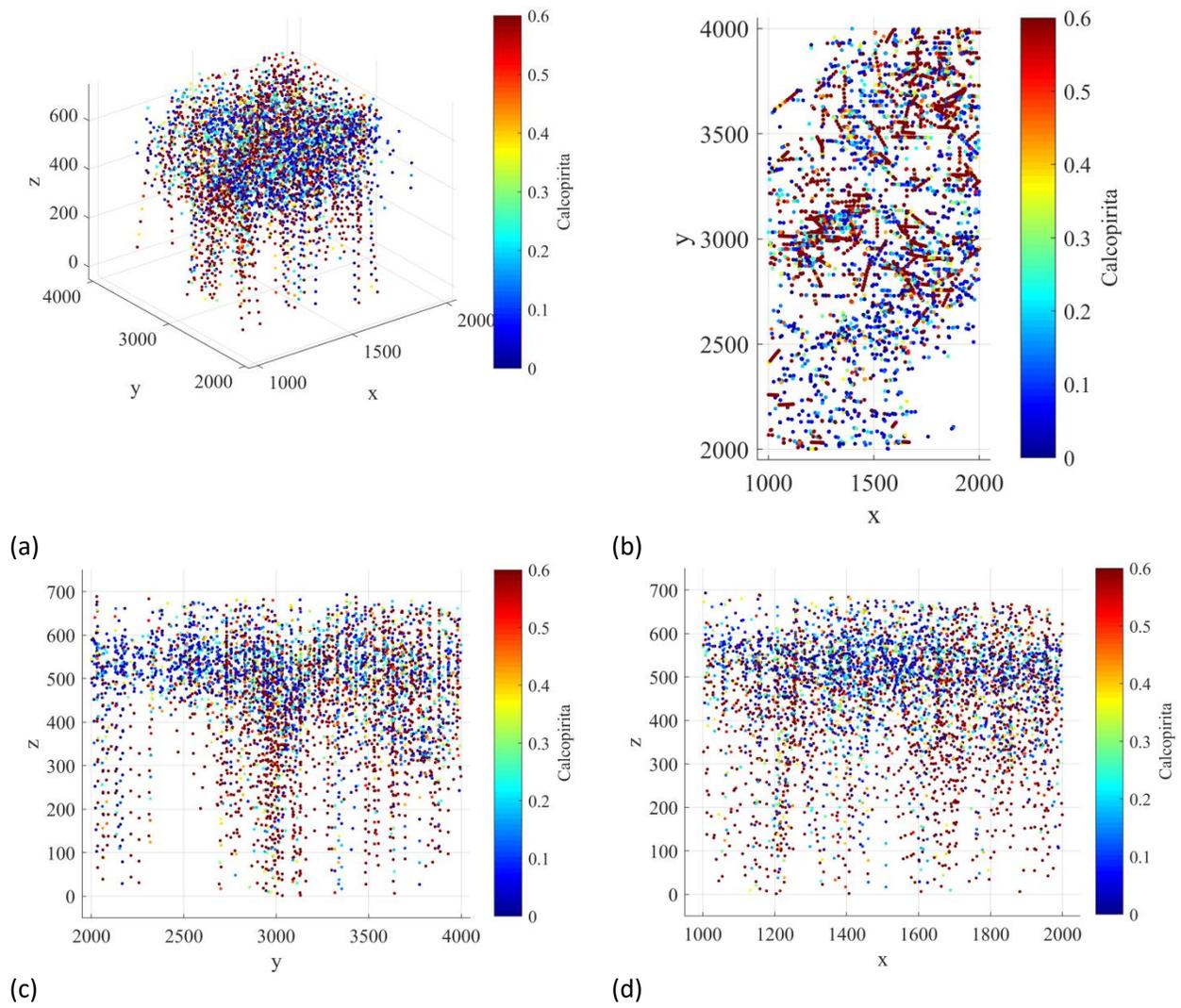
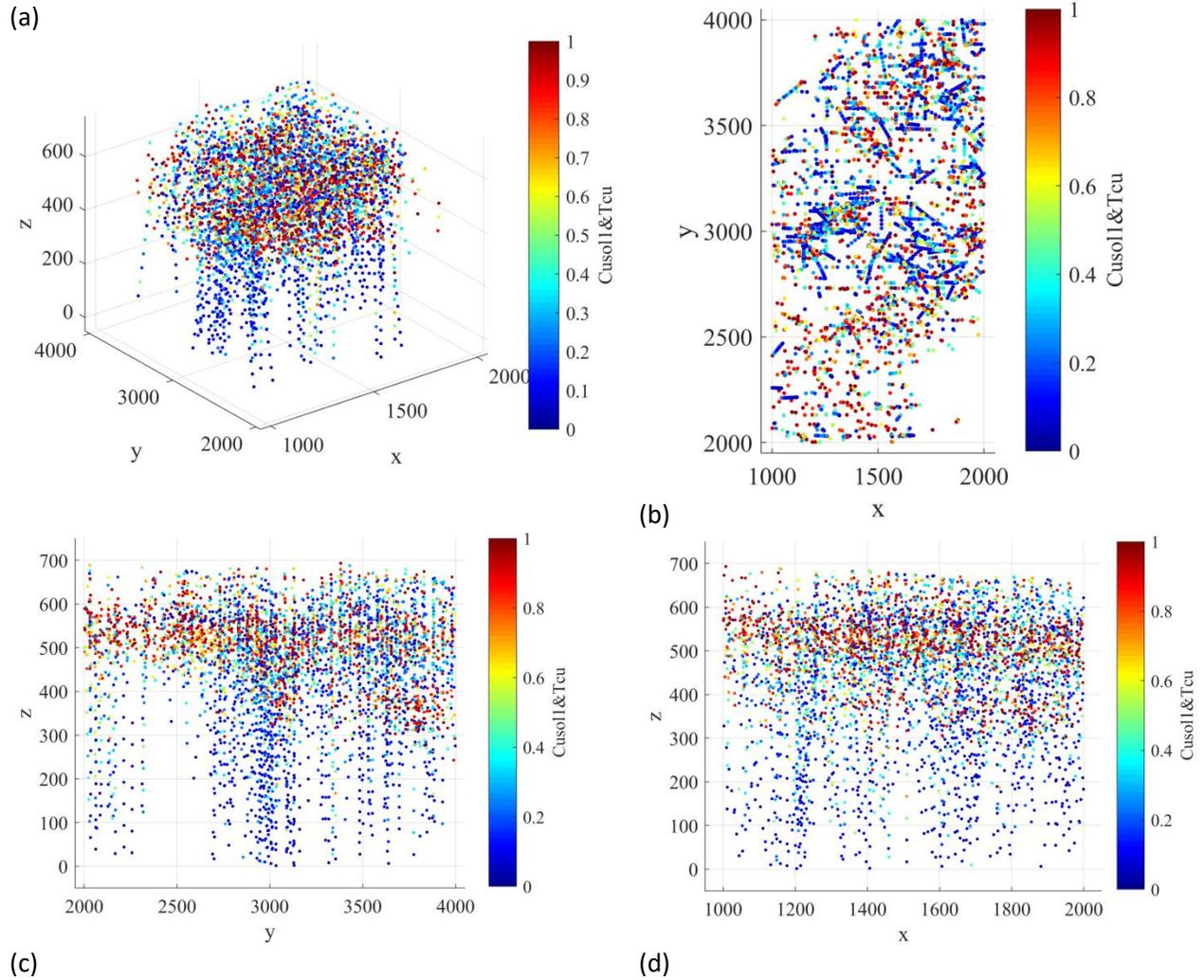


Figura C3. Distribución espacial de Calcopirita. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo D. Mapas de solubilidad.

Anexo D.1. Solubilidad Cusol1 v/s CuT.



(a) (b) (c) (d)
Figura D1. Distribución espacial de la Solubilidad Cusol1 v/s CuT. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo D.2. Solubilidad Cusol2 v/s CuT.

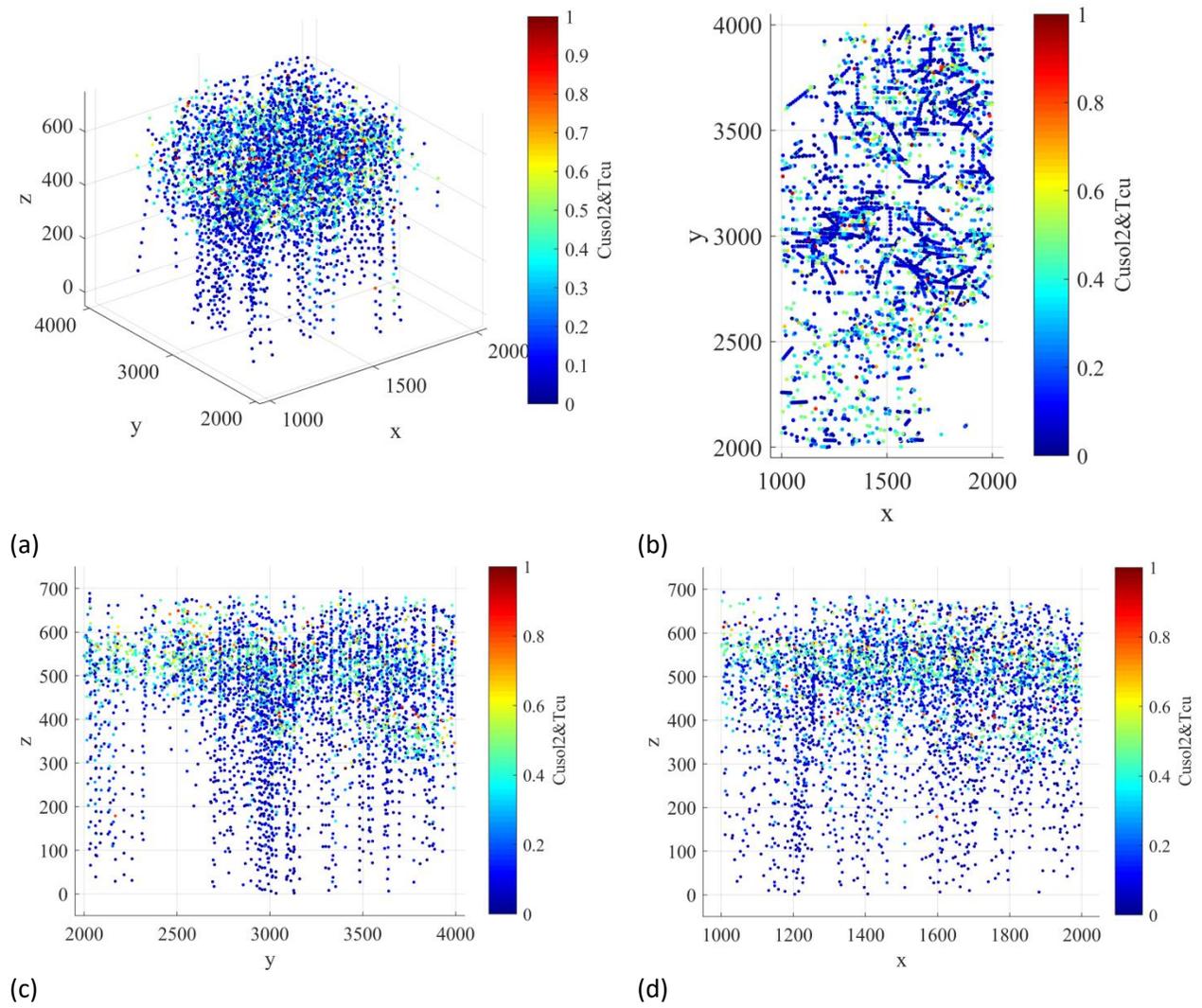


Figura D2. Distribución espacial de Solubilidad Cusol2 v/s CuT. Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).

Anexo D.3. Solubilidad Cu_{sol3} v/s CuT .

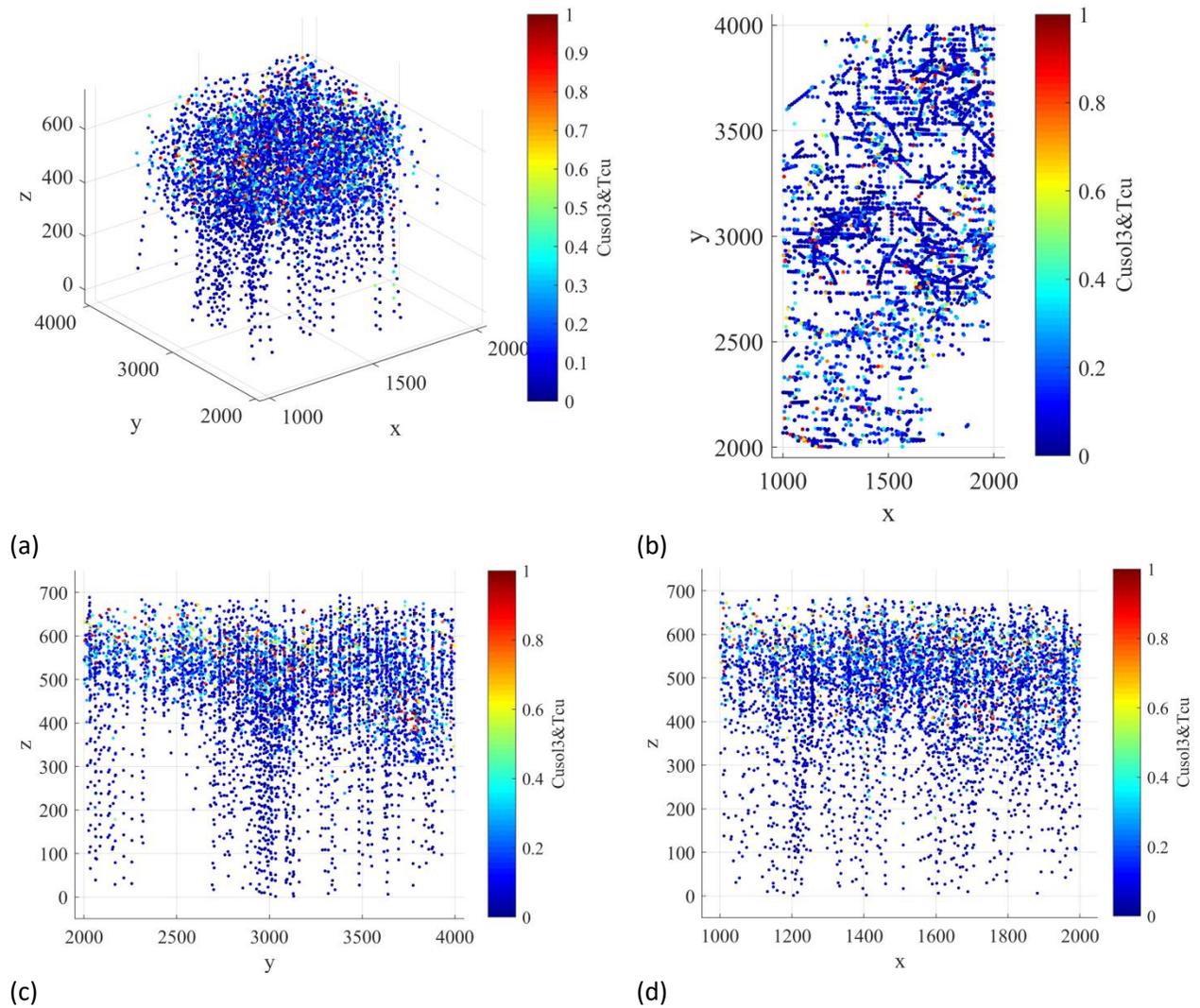


Figura D3. Distribución espacial de Solubilidad Cu_{sol3} v/s CuT . Vista isométrica (a), vista en planta (b), sección este (c) y sección norte (d).