



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA HIDRODINÁMICA DEL
LAGO VILLARRICA AD PORTAS DEL ANTEPROYECTO DEL PLAN
DE DESCONTAMINACIÓN APROBADO MEDIANTE RESOLUCIÓN
EXENTA N°437/2020 DEL MINISTERIO DEL MEDIO AMBIENTE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

FELIPE ANDRÉS GALAZ GARCÍA

PROFESOR GUÍA:
YARKO NIÑO CAMPOS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PAULA DÍAZ PALMA
LUIS ZAMORANO RIQUELME

SANTIAGO DE CHILE

2020

RESUMEN DE MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: FELIPE GALAZ GARCÍA
FECHA: JULIO DE 2020
PROF. GUÍA: YARKO NIÑO CAMPOS

**MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA HIDRODINÁMICA DEL LAGO VILLARRICA, CHILE,
AD PORTAS DEL ANTEPROYECTO DEL PLAN DE DESCONTAMINACIÓN APROBADO
MEDIANTE RESOLUCIÓN EXENTA N°437/2020 DEL MINISTERIO DEL MEDIO AMBIENTE**

El Lago Villarrica es un cuerpo de agua con origen glacial que se encuentra en la zona precordillerana de la región de La Araucanía. Debido a la cercanía de centros urbanos, adquieren relevancia las actividades antrópicas desarrolladas en la cuenca de drenaje del lago, pues, estas acelerarían el enriquecimiento del cuerpo de agua en nutrientes que provocan un incremento del estado trófico. La preocupación por el estado trófico del Lago Villarrica conllevó al desarrollo de normas secundarias de calidad ambiental. Sin embargo, en base a resultados de mediciones efectuadas in situ, en las cuales se registró la superación de la normativa vigente, se declaró zona saturada a la cuenca del lago y se dio inicio al proceso de elaboración de un plan de descontaminación. En virtud de lo anterior, el objetivo general de esta investigación consiste en el desarrollo de un modelo numérico tridimensional sobre la hidrodinámica del Lago Villarrica, utilizando el software Delft3D, ad portas del anteproyecto del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del lago aprobado mediante Resolución Exenta N°437/2020 del Ministerio del Medio Ambiente. Los resultados derivados del modelo numérico permiten afirmar que (1) la evolución anual de la estructura térmica del Lago Villarrica comprende un periodo de incremento de la temperatura del agua durante el cual se desarrolla el fenómeno de estratificación térmica caracterizado por una termoclina ubicada en los 20 m de profundidad, una capa térmica superior a 20°C y una capa inferior a 10°C, seguido un periodo de descenso durante el cual el lago se enfría hasta alcanzar una temperatura homogénea de 10°C; (2) las componentes de menor contenido energético de la velocidad del lago coinciden con las componentes energéticas dominantes de la velocidad del viento y (3) la termoclina recibe la energía cinética del viento y, consecuentemente, comienza a generar oscilaciones que constituyen ondas Kelvin tipo fundamental, cuya amplitud es afectada por la interacción resonante con el viento, y ondas Poincaré de periodicidad comprendida entre 5 y 10 horas. Las afirmaciones anteriores corroboran los estudios realizados por varios autores sobre los fenómenos hidrodinámicos del Lago Villarrica, por lo cual, se concluye que el modelo numérico es adecuado para ser acoplado con un modelo de calidad del agua que, en última instancia, permitiría estudiar los efectos del anteproyecto del plan de descontaminación elaborado por el Ministerio del Medio Ambiente.

AGRADECIMIENTOS

La sucesión de eventos que han ocurrido desde el inicio de esta investigación ha sido caótica e inesperada. Sin ir más lejos, me encuentro escribiendo estas palabras de agradecimiento desde el aislamiento obligatorio debido a una pandemia global. El devenir es incierto y siembra miedo en quienes esperan y anhelan volver a una normalidad, cuya definición está en cuestionamiento desde la catarsis social que vivió nuestro país. Deteniendo, por un momento, la realidad actual en la que nos encontramos inmersos, me gustaría dedicarle unas cuantas palabras a quienes me condujeron a este momento de mi vida.

En primer lugar, agradezco a mi madre y hermana por cuidarme, ayudarme y acompañarme en la totalidad del camino que llevo recorriendo desde hace veinticinco años. La gratitud hacia ambas es inmensa e invaluable. Especialmente, debo reconocer a mi madre por su sacrificio y abnegación en criarnos a mi hermana y a mí. Su siembra se cosecha a través de los frutos que le entregamos, como hija e hijo, a una mujer fuerte y extraordinaria.

En segundo lugar, agradezco a mi compañera de aventuras, Carolina, por su cariño incondicional y su apoyo en momentos difíciles. Atesoro todos los momentos que hemos vivido juntos porque cada uno de ellos nos ha hecho crecer personal y mutuamente. Espero que tanto las proyecciones personales como los sueños que compartimos puedan concretarse en aquel devenir incierto que nos espera.

En tercer lugar, agradezco a Domínica, Ricardo y Karol por los agradables e hilarantes momentos que vivimos tanto en cátedra como en terreno. Les admiro muchísimo por sus logros en la universidad y espero puedan cumplir las metas que se hayan propuesto para sus vidas.

Por último, agradecer a todas aquellas personas con quienes compartí en la montaña: Luna, Fernanda, Valeria, Miguel, César, Francisco, Adrián, Magdalena, Alicia, Camila, Nicolás, Martín, Vicente, Jerónimo, Andrés, Paula, Natalia, Ronald, Elena, Matías y Cristian. Lamento haber omitido nombres en esta lista, la memoria siempre me ha fallado en ese ámbito, sin embargo, les agradezco a todas y todos por el frío, la alegría, el miedo y la tranquilidad que vivimos en nuestras aventuras.

Así, termino esta pausa ficticia impuesta sobre la situación actual, anhelando que, en el devenir incierto, seamos capaces de cuestionarnos sobre las injusticias existentes y actuar ante ellas, sin miedo a la represión constituida para asegurar la conservación de aquella normalidad ficticia que ha sido instaurada por quienes nos gobiernan y administran.

TABLA DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	1
1.1	Motivación	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivo General	2
1.2.2	Objetivos Específicos	3
1.3	Metodología	3
1.3.1	Estudio de la hidrodinámica en sistemas lacustres	3
1.3.2	Desarrollo de un modelo conceptual	3
1.3.3	Implementación del modelo numérico	3
1.3.4	Análisis de los resultados de la modelación	4
1.4	Organización del Informe	4
2	MARCO TEÓRICO	5
2.1	Sistemas Lacustres	5
2.2	Hidrodinámica en Sistemas Lacustres	7
2.2.1	Estratificación Térmica	8
2.2.2	Respuesta al Viento	11
2.2.3	Ondas Internas	14
2.3	Modelación Numérica de Sistemas Lacustres	16
2.4	Lago Villarrica	17

3	MODELO CONCEPTUAL	21
3.1	Fuentes de Información.....	21
3.2	Meteorología	23
3.3	Hidrología	27
3.4	Geología e Hidrogeología	30
3.5	Modelo Conceptual del Lago Villarrica.....	34
3.5.1	Ecuaciones del Modelo	34
3.5.2	Condiciones de Borde	34
3.5.3	Modelo de Turbulencia	36
3.5.4	Modelo de Flujo de Calor	36
4	MODELO NUMÉRICO	37
4.1	Selección del Software (Delft3D-Flow).....	37
4.2	Construcción del Modelo Numérico	37
4.2.1	Discretización Espacial	37
4.2.2	Discretización Temporal	39
4.2.3	Condiciones de Borde	39
4.2.4	Condiciones Iniciales	39
4.2.5	Puntos de Observación.....	41
4.3	Análisis de Resultados	41
4.3.1	Calibración del Modelo.....	41
4.3.2	Resultados del Modelo.....	45

5	CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES	65
5.1	Conclusión	65
5.2	Recomendaciones	67
	BIBLIOGRAFÍA	70
	ANEXOS	75
A	Descripción Conceptual del Modelo Numérico.....	76
A.1	Ecuaciones del Modelo	76
A.2	Condiciones de Borde	78
A.3	Modelo de Turbulencia	80
A.4	Modelo de Flujo de Calor	81
B	Resultados de Calibración del Modelo Numérico	83

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1. Esquema conceptual de los procesos asociados a la calidad de las aguas en un sistema lacustre.	7
Figura 2-2. Esquema conceptual de los procesos hidrodinámicos que ocurren en sistemas lacustres.	8
Figura 2-3. Circulación del agua en un sistema lacustre durante (A) otoño-invierno y (B) primavera-verano.	9
Figura 2-4. Esquema conceptual del balance de calor en un sistema lacustre.	10
Figura 2-5. Respuesta de un sistema lacustre al esfuerzo de corte superficial inducido por el viento durante (A) otoño-invierno y (B) primavera-verano. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la superficie libre y la interfaz de densidad.	12
Figura 2-6. Surgencia de la interfaz de densidad en la superficie libre de un sistema lacustre como resultado de eventos de viento intenso. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la interfaz de densidad.	13
Figura 2-7. Variación diaria de la velocidad del viento, en las cercanías del Lago Villarrica, registrada por la estación meteorológica Pucón entre los días 2 y 4 de enero de 2014.	13
Figura 2-8. Forma teórica de las ondas Kelvin a lo largo de la periferia de un sistema lacustre.	14
Figura 2-9. Forma teórica de las ondas Poncairé en el centro de un sistema lacustre.	15
Figura 2-10. Esquema conceptual para el desarrollo e implementación de un modelo numérico.	16
Figura 2-11. Ubicación geográfica del Lago Villarrica y su área de drenaje.	18
Figura 3-1. Ubicación geográfica de las estaciones fluviométricas en la zona de estudio.	22
Figura 3-2. Ubicación geográfica de las estaciones meteorológicas en la zona de estudio.	22
Figura 3-3. Isoyetas corregidas para la estimación de la precipitación media anual en el Lago Villarrica.	23
Figura 3-4. Distribución mensual de la precipitación media en el Lago Villarrica de acuerdo con el registro de precipitación en las estaciones Pucón y Villarrica desde 1994 al 2018.	24
Figura 3-5. Diagrama de cajas de la distribución mensual de (A) la temperatura del aire, (B) la humedad relativa y (C) la nubosidad en el Lago Villarrica desde 2013 al 2015. La línea horizontal central dentro de las cajas representa la mediana, las cajas engloban los dos cuartiles centrales y las líneas que se extienden desde las cajas representan los percentiles 10 y 90.	25
Figura 3-6. Diagrama de cajas de la distribución mensual de (A) la dirección y (B) la velocidad del viento en el Lago Villarrica corregida por altura y ubicación geográfica desde 2013 al 2015. La línea horizontal central dentro de las cajas representa la mediana, las cajas engloban los dos cuartiles centrales y las líneas que se extienden desde las cajas representan los percentiles 10 y 90.	26
Figura 3-7. Ubicación geográfica de las cuencas Río Trancura antes Río Llafenco, Río Liucura en Liucura y Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca).	28
Figura 3-8. Curvas de variación estacional en la cuenca del Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca) para probabilidades de excedencia del 95 % al 50 %.	29
Figura 3-9. Curva de descarga del Río Toltén en Villarrica.	29
Figura 3-10. Mapa geológico del Lago Villarrica.	31

Figura 3-11. Mapa hidrogeológico del Lago Villarrica.	32
Figura 3-12. Separación del flujo base desde la escorrentía total registrada en la estación Río Trancura antes Río Llafenco para el periodo 1994-2018.	33
Figura 3-13. Separación del flujo base desde la escorrentía total registrada en la estación Río Liucura en Liucura para el periodo 1994-2018.	33
Figura 3-14. Condiciones de borde de flujo en el modelo numérico del Lago Villarrica: (A) vista en planta del lago y (B) vista esquemática de perfil.	35
Figura 3-15. Condiciones de borde para el transporte de calor en el modelo numérico del Lago Villarrica.	36
Figura 4-1. Batimetría del Lago Villarrica.	38
Figura 4-2. Discretización espacial del Lago Villarrica en el plano vertical para una sección transversal arbitraria en el dominio de modelación.	39
Figura 4-3. Condiciones meteorológicas de (A) temperatura del aire, (B) humedad relativa, (C) nubosidad, (D) dirección y (E) velocidad del viento en el Lago Villarrica durante el periodo de simulación.	40
Figura 4-4. Ubicación geográfica de los puntos de observación seleccionados para la calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.	41
Figura 4-5. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 para (A) valores altos y (B) valores bajos de la difusividad turbulenta horizontal de fondo.	43
Figura 4-6. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 para (A) valores bajos y (B) valores altos de la profundidad de Secchi.	44
Figura 4-7. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 cuando la velocidad del viento es corregida por (A) altura de medición y cuando es corregida por (B) altura de medición y ubicación geográfica.	44
Figura 4-8. Evolución temporal de (A) la estructura térmica y (B) la estructura densimétrica en la zona pelagial del Lago Villarrica.	45
Figura 4-9. Distribución vertical mensual de la temperatura en la zona pelagial del Lago Villarrica durante el periodo de simulación.	46
Figura 4-10. Distribución vertical de la temperatura del agua en el Lago Villarrica: (A) simulación de la zona pelagial del lago durante febrero de 2014 y 2015, (B) mediciones en terreno realizadas por Meruane (2005) durante febrero de 2004 y (C) mediciones en terreno realizadas por Rozas (2011) durante febrero de 2009.	47
Figura 4-11. Espectro de energía de (A) la velocidad del viento y (B) la velocidad en la zona pelagial del Lago Villarrica promediada en la profundidad.	48
Figura 4-12. Condiciones meteorológicas de (A) dirección y (B) velocidad del viento, (C) temperatura del aire y (D) humedad relativa en el Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.	50
Figura 4-13. Estructura térmica del Lago Villarrica a 20 m de profundidad en el día 25 de febrero de 2015.	51
Figura 4-14. Estructura térmica del Lago Villarrica a 20 m de profundidad en el día 26 de febrero de 2015.	52

Figura 4-15. Esquema conceptual de la respuesta del Lago Villarrica al esfuerzo de corte superficial inducido por el viento durante el periodo de estratificación térmica. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la superficie libre y la interfaz de densidad.	53
Figura 4-16. Evolución temporal de la termoclina en la zona pelagial del Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.....	53
Figura 4-17. Evolución temporal de (A) la velocidad de corte del viento y (B) el número de Wedderburn en la zona pelagial del Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.....	54
Figura 4-18. Evolución temporal de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta en la zona pelagial del Lago Villarrica.....	55
Figura 4-19. Evolución temporal de la termoclina, con respecto a la evolución de la estructura densimétrica, en la zona pelagial del Lago Villarrica.....	56
Figura 4-20. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°1, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).	57
Figura 4-21. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°2, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).	58
Figura 4-22. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°3, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).	59
Figura 4-23. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°4, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).	60
Figura 4-24. Magnitud de la velocidad horizontal en la superficie libre del Lago Villarrica. Los vectores indican la dirección del flujo superficial.	63
Figura 4-25. Magnitud de la velocidad del Lago Villarrica promediada en la profundidad del lago. Los giros representan los patrones de circulación identificados en el cuerpo de agua.	64
Figura 5-1. Esquema conceptual de (A) las categorías de cargas de nutrientes afluentes al Lago Villarrica y del comportamiento hidrodinámico del cuerpo de agua durante (B) otoño-invierno y (C) primavera-verano.....	68

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1. Distribución regional del número de lagos en Chile y área del espejo de agua.	5
Tabla 2-2. Clasificación del estado trófico de los lagos en función de niveles de calidad del agua promedio.	6
Tabla 2-3. Niveles de calidad del agua medios anuales por áreas de vigilancia en el Lago Villarrica.	19
Tabla 3-1. Atributos de las estaciones fluviométricas ubicadas en la zona de estudio.	21
Tabla 3-2. Atributos de las estaciones meteorológicas ubicadas en la zona de estudio.	21
Tabla 3-3. Balance hídrico en el Lago Villarrica para la determinación del caudal afluente al cuerpo de agua.	27
Tabla 3-4. Aplicación de la técnica de transposición para la determinación del caudal afluente al Lago Villarrica.	28
Tabla 3-5. Rango conceptual de la transmisividad hidráulica de las unidades hidrogeológicas definidas en la cercanía del Lago Villarrica.	31
Tabla 4-1. Parámetros morfológicos del Lago Villarrica.	37
Tabla 4-2. Rango conceptual de los parámetros físicos evaluados durante el proceso de calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.	42
Tabla 4-3. Índices de error de la temperatura del agua en el Lago Villarrica.	42
Tabla 4-4. Condiciones meteorológicas en los eventos de viento Puelche ocurridos durante el periodo de simulación del Lago Villarrica.	49
Tabla 4-5. Intervalos de tiempo seleccionados para el análisis de las ondas internas en el Lago Villarrica.	56
Tabla 4-6. Clasificación de las ondas internas en el Lago Villarrica.	61

1.1 Motivación

El Lago Villarrica es un cuerpo de agua con origen glacial que se encuentra en la zona precordillerana de la región de La Araucanía (Campos et al., 1983), específicamente en los 39° 15' de latitud Sur y 72° 05' de longitud Oeste, ocupando una superficie aproximada de 170 km². Debido a la cercanía del lago y centros urbanos de la región (Villarrica, Pucón y Curarrehue), adquieren relevancia las actividades antrópicas que se desarrollen en la cuenca de drenaje del Lago Villarrica.

Estas actividades, las cuales incluyen entre otras a la agricultura, ganadería y piscicultura, generan y aceleran el enriquecimiento del cuerpo de agua en nutrientes como el fósforo y el nitrógeno. El proceso de aumento en el aporte de dichos nutrientes se denomina eutrofización y provoca un incremento del estado trófico o estado de alimentación del lago que desencadena una serie de procesos a nivel ecosistémico (Mazzeo et al., 2002), los cuales se traducen en un desequilibrio del sistema acuático junto con una importante pérdida de su estructura y biodiversidad constituyente.

La preocupación por el estado trófico del Lago Villarrica, entendido como la salud del cuerpo de agua, conllevó al desarrollo de las Normas Secundarias de Calidad Ambiental [NSCA] para la protección de las aguas continentales superficiales del Lago Villarrica, las cuales son aprobadas mediante Decreto N°19, dictado por el Ministerio del Medio Ambiente [MMA] con fecha 27 de mayo de 2013. Dichas normas definen niveles de calidad de las aguas en base al estado trófico del lago, para lo cual se establecieron seis áreas de vigilancia que permitirían asignar y gestionar la calidad ambiental del Lago Villarrica.

No obstante lo anterior, la Superintendencia del Medio Ambiente [SMA], a partir de los resultados de las mediciones efectuadas en las áreas de vigilancia durante los periodos 2014-2015 y 2015-2016, concluyó que los niveles máximos de calidad de aguas, en particular los parámetros clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto, fueron superados en ambos periodos. Debido a ello, mediante Decreto N°43, dictado por el MMA con fecha 19 de octubre de 2017, se declara zona saturada por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto a la cuenca del Lago Villarrica.

El problema de la calidad de las aguas del Lago Villarrica fue abordado por el MMA en el Análisis General de Impacto Económico y Social [AGIES] del anteproyecto de las NSCA, en el cual se desarrolló un modelo de calidad del agua.

El modelo implementado corresponde al modelo de Vollenweider (MMA, 2011), el cual consiste en un balance de masa simple que, en el ámbito del AGIES del anteproyecto de las NSCA, se orientó al análisis de los nutrientes fósforo total y nitrógeno total. En dicho modelo se consideró al Lago Villarrica como un reactor de mezcla completa y se supuso que la pérdida de nutrientes a través de la sedimentación es proporcional a su concentración en el lago y que las fluctuaciones estacionales de variables hidráulicas y carga de nutrientes son despreciables.

Si bien el modelo desarrollado en el AGIES permitió estimar niveles de calidad de las aguas para asegurar la calidad ambiental del Lago Villarrica, se trata de valores que sobrestiman los niveles de calidad que efectivamente podrían ser requeridos para evitar la eutrofización. Dicha afirmación se debe, entre otras razones que serán discutidas más adelante en esta investigación, a que el modelo implementado no considera los fenómenos hidrodinámicos que ocurren en el lago.

La importancia que adquiere la consideración de dichos fenómenos en un modelo de calidad del agua se debe a sus implicancias en el comportamiento del sistema acuático, lo cual ha sido demostrado en diversos estudios que, a modo de ejemplo, señalan que la energización en un cuerpo de agua estratificado térmicamente se debe al viento que actúa sobre la superficie libre, el cual excita ondas internas localizadas en la interfaz de densidad junto a otros fenómenos hidrodinámicos, favoreciendo procesos de dispersión horizontal y mezcla vertical (Abarca, 2018; Rozas, 2011; Ulloa 2011) de los nutrientes (Bruning, 2018) y la biomasa (Meruane et al., 2005) del sistema acuático.

En virtud de lo anterior y teniendo en consideración la Resolución Exenta N°437, dictada por el MMA con fecha 25 de mayo de 2020, en la cual se aprobó el anteproyecto del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del Lago Villarrica, en la presente investigación se desarrolla un modelo numérico tridimensional sobre la dinámica del agua en el lago que podría ser acoplado con un modelo de calidad del agua para estudiar los efectos e implicancias del plan de descontaminación elaborado por el MMA.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

El objetivo general de esta investigación consiste en el desarrollo de un modelo numérico tridimensional sobre la hidrodinámica del Lago Villarrica ad portas del anteproyecto del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del lago.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Caracterizar las principales variables meteorológicas y geomorfológicas involucradas en la hidrodinámica del Lago Villarrica.
- Implementar un modelo numérico tridimensional del Lago Villarrica, utilizando el software Delft3D para simular los fenómenos de flujo y transporte que resultan del forzamiento de las variables meteorológicas.
- Validar el modelo hidrodinámico para su acoplamiento, en un futuro próximo, con un modelo de calidad del agua en el Lago Villarrica que permita estudiar los efectos del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto.

1.3 Metodología

La metodología de trabajo adoptada para el cumplimiento de los objetivos señalados anteriormente comprende cuatro etapas, las cuales se describen a continuación.

1.3.1 Estudio de la hidrodinámica en sistemas lacustres

En primer lugar, se investigó acerca del problema de la dinámica del agua en sistemas lacustres y la utilización de modelos numéricos para resolver dicho problema. Además, se revisaron estudios relacionados con los fenómenos hidrodinámicos del Lago Villarrica.

1.3.2 Desarrollo de un modelo conceptual

En segundo lugar, se elaboró un modelo conceptual que incluye diferentes estudios en detalle (meteorología, hidrología, geología e hidrogeología), cuya finalidad es la caracterización de la dinámica del agua en el Lago Villarrica en términos de las forzantes meteorológicas, tales como el viento y la radiación solar, y las forzantes geomorfológicas de la zona.

1.3.3 Implementación del modelo numérico

En tercer lugar, a partir de la base de datos generada con en el modelo conceptual para la hidrodinámica del Lago Villarrica, se implementó el modelo numérico tridimensional, utilizando el software Delft3D para simular los fenómenos de flujo y transporte que ocurren en el sistema lacustre.

1.3.4 Análisis de los resultados de la modelación

Por último, se analizaron y discutieron los resultados de la modelación para evaluar la factibilidad del acoplamiento del modelo hidrodinámico que se desarrolló en esta investigación con un modelo de calidad del agua en el Lago Villarrica, el cual permitiría estudiar los efectos del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del lago.

1.4 Organización del Informe

El informe de esta investigación se compone de cuatro capítulos cuyo contenido se sintetiza a continuación.

El Capítulo 2 – Marco Teórico contiene una revisión bibliográfica sobre el problema de la hidrodinámica en sistemas lacustres y la aplicación de modelos numéricos para resolver dicha problemática.

El Capítulo 3 – Modelo Conceptual incluye un conjunto de estudios en detalle sobre los procesos involucrados en la dinámica del agua del Lago Villarrica. Dicha información se utiliza para elaborar un modelo conceptual que permita representar el forzamiento del sistema lacustre.

El Capítulo 4 – Modelo Numérico aborda la implementación del modelo numérico para la hidrodinámica del Lago Villarrica. En particular, la selección del software de modelación, la discretización espacial y temporal adoptada, la definición de las condiciones de borde e iniciales, y la identificación de los puntos de observación para la calibración del modelo. Adicionalmente, se muestra el proceso de calibración en función del registro en los puntos de observación y se sintetizan los principales resultados del modelo numérico.

El Capítulo 5 – Conclusión y Recomendaciones presenta un análisis crítico de los resultados de la modelación de la dinámica del agua en el Lago Villarrica y entrega las conclusiones y recomendaciones derivadas de esta investigación.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 Sistemas Lacustres

Los sistemas lacustres o lagos se definen como cuerpos de agua cerrados, generalmente de agua dulce, que están completamente rodeados de tierra y que poseen cursos afluentes y/o efluentes de agua (Mitra et al., 2014). Su origen es el resultado de la interacción entre procesos geológicos e hidrológicos (Hansen et al., 2010): los procesos geológicos, por un lado, generan el espacio físico apto para contener al cuerpo de agua, y los procesos hidrológicos, por otro lado, regulan el volumen de agua contenido en un lago.

En Chile, se han registrado 368 lagos, distribuidos a lo largo del territorio nacional, que integran un área total del espejo de agua de aproximadamente 7,000 km². En la Tabla 2-1 se presenta la distribución regional del número de lagos y el área del espejo, a partir de lo cual se desprende que los lagos de Chile están concentrados, principalmente, en las macrozonas sur y austral del país. Dicha afirmación se sustenta en los atributos hidrológicos que caracterizan a ambas macrozonas, los cuales favorecen la abundancia de sistemas lacustres (Dirección General de Aguas [DGA], 2016a).

Tabla 2-1. Distribución regional del número de lagos en Chile y área del espejo de agua.

Macrozona	Región	Cantidad de lagos		Área del espejo de agua	
		(Nº)	(%)	(km ²)	(%)
Norte	XV	1	0.3	23	0.3
	I	0	0.0	0	0.0
	II	0	0.0	0	0.0
	III	0	0.0	0	0.0
	IV	0	0.0	0	0.0
Centro	V	1	0.3	14	0.2
	RM	0	0.0	0	0.0
	VI	0	0.0	0	0.0
	VII	9	2.4	18	0.3
Sur	VIII	94	25.5	75	1.0
	IX	19	5.2	398	5.5
	XIV	20	5.4	912	12.7
	X	67	18.2	1,862	25.9
Austral	XI	119	32.3	2,771	38.6
	XII	38	10.3	1,106	15.4
Total		368	100	7,179	100

Fuente: Adaptado de DGA (2016a).

La importancia que poseen los sistemas lacustres se debe a la gran cantidad de servicios ecosistémicos que pueden proveer, los cuales incluyen, por ejemplo, el consumo de agua potable, el suministro de agua industrial, el riego agrícola, la generación energética y las actividades recreacionales, entre otros (Mitra et al., 2014). Debido a lo anterior, los lagos constituyen regiones favorables para el asentamiento humano y, consecuentemente, la utilización de los servicios señalados.

El desarrollo de actividades antrópicas en el área de drenaje de los sistemas lacustres influye fuertemente sobre estos, pues, generan y aceleran, de manera directa o indirecta, un enriquecimiento en nutrientes, como el fósforo y el nitrógeno, que modificaría el estado trófico o estado de alimentación de un cuerpo de agua (Mazzeo et al., 2002).

Smith et al. (1999) propone una clasificación para el estado trófico de los lagos en base a la concentración de nutrientes, la concentración de clorofila-a y la transparencia en los sistemas lacustres (véase Tabla 2-2). A partir de esta clasificación, se puede introducir el concepto de eutrofización, el cual se define como un proceso de aumento en el aporte de nutrientes que provoca una modificación del estado trófico de un lago y que desencadena una serie de procesos a nivel ecosistémico (Mazzeo et al., 2002), generando así un desequilibrio del sistema lacustre (Doña et al., 2011; Moreno et al., 2010).

Tabla 2-2. Clasificación del estado trófico de los lagos en función de niveles de calidad del agua promedio.

Estado trófico	Nitrógeno Total (mg/L)	Fósforo Total (mg/L)	Clorofila-a (µg/L)	Transparencia (m)
Oligotrófico	< 0.35	< 0.01	< 3.5	> 4
Mesotrófico	0.35 – 0.65	0.01 – 0.03	3.5 – 9	2 – 4
Eutrófico	0.65 – 1.20	0.03 – 0.10	9 – 25	1 – 2
Hipertrófico	> 1.20	> 0.10	> 25	< 1

Fuente: Adaptado de Smith et al. (1999).

La degradación de los lagos por eutrofización puede resultar en la pérdida de los servicios ecosistémicos que proporcionan estos (Smith et al., 1999). En este sentido, adquieren relevancia las medidas de gestión de la calidad del agua para garantizar que la carga de nutrientes afluentes en los cuerpos de agua no exceda su capacidad de asimilación ni altere su estado trófico (Loucks & van Beek, 2017).

La implementación de acciones para la gestión ambiental de los lagos depende, esencialmente, de la información disponible para caracterizar el estado trófico de los cuerpos de agua, la cual puede ser obtenida a partir del monitoreo de los parámetros utilizados en la clasificación de Smith et al. (1999) y/o el desarrollo de modelos de calidad del agua.

Estos últimos presentan una elevada complejidad inherente al conjunto de procesos involucrados en la calidad de las aguas de un sistema lacustre (véase Figura 2-1), sin embargo, se trata de una herramienta que ha sido ampliamente utilizada y validada (Andreadakis et al., 2003; Eladawy et al., 2014; Jones et al., 2014; Prilop et al., 2014).

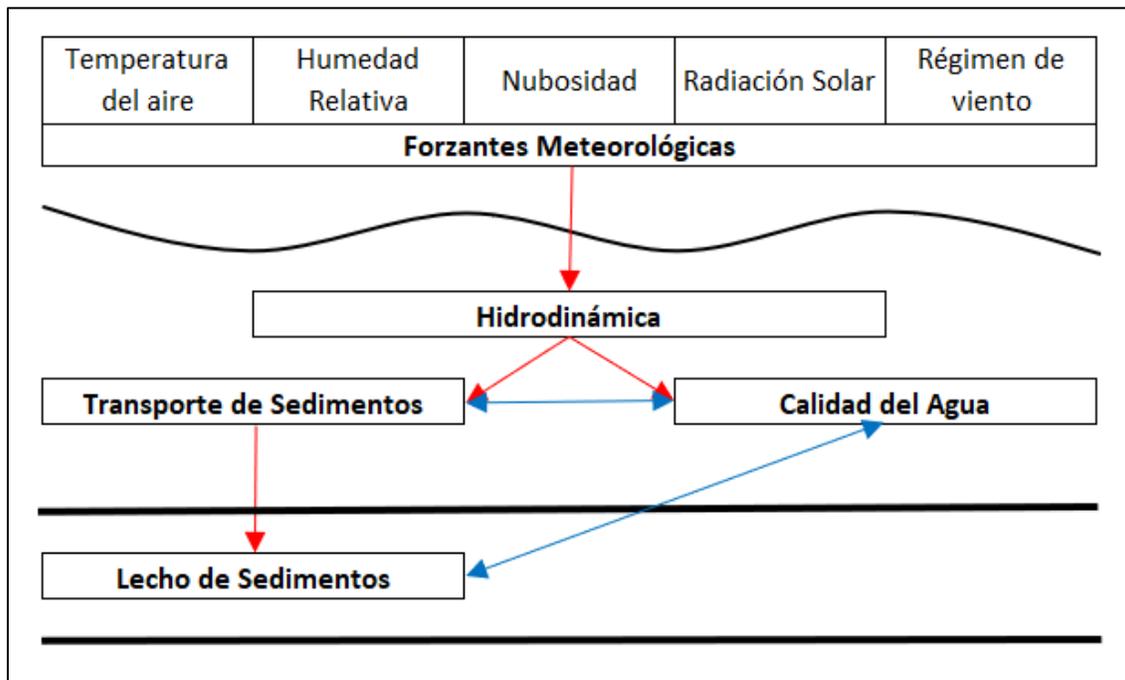


Figura 2-1. Esquema conceptual de los procesos asociados a la calidad de las aguas en un sistema lacustre.
Fuente: Elaboración propia en base a Ji (2008).

En virtud de lo anterior, se reconoce que el desarrollo de los modelos de calidad del agua requiere disponer de modelos para la hidrodinámica de los lagos (Loucks & van Beek, 2017), vale decir, comprender el comportamiento de la dinámica del agua en los sistemas lacustres.

2.2 Hidrodinámica en Sistemas Lacustres

Los procesos hidrodinámicos que ocurren en los lagos condicionan el transporte y la distribución de sustancias particuladas o disueltas, como por ejemplo nutrientes, dentro del cuerpo de agua (McGinnis & Wüest, 2005). Dichos procesos se ilustran en la Figura 2-2 e incluyen, principalmente, la estratificación térmica producto de la radiación solar, el efecto de un esfuerzo de corte inducido por el viento que actúa sobre el espejo de agua y la circulación de ondas internas en la interfaz de densidad del sistema lacustre.

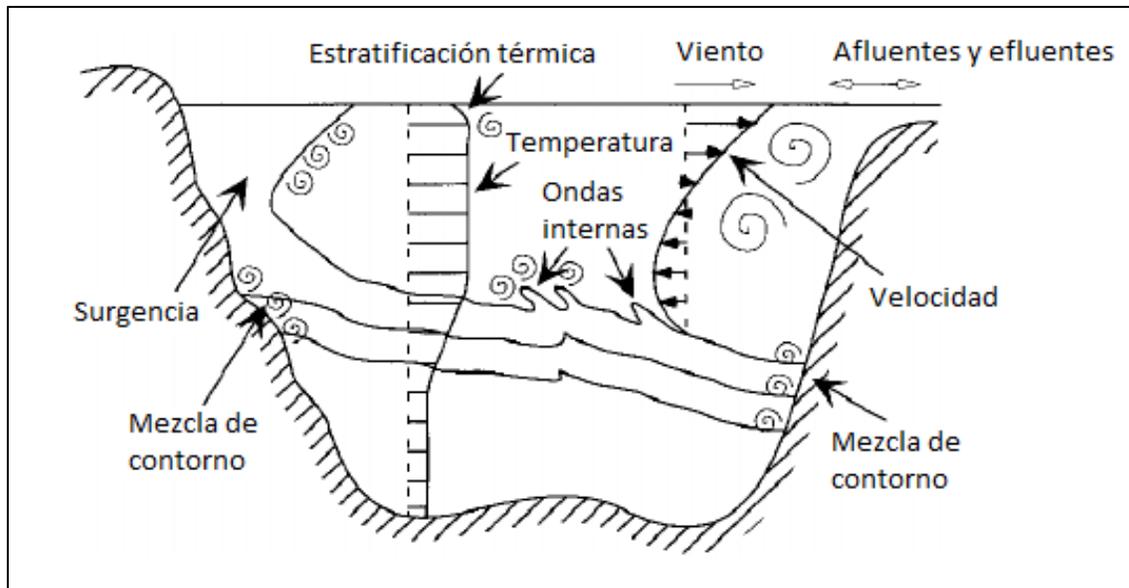


Figura 2-2. Esquema conceptual de los procesos hidrodinámicos que ocurren en sistemas lacustres.
Fuente: Adaptado de McIntyre & Jellison (2001).

2.2.1 Estratificación Térmica

Los sistemas lacustres suficientemente profundos y ubicados en latitudes medias, entre los 35° y 65° de latitud Norte y Sur, muestran, anualmente, un marcado ciclo térmico como resultado de la exposición a las estaciones del año (Boehrer & Schultze, 2008), las cuales se asocian a una variación en la intensidad de la radiación solar incidente a la superficie terrestre.

Por un lado, durante otoño e invierno, los lagos de latitudes medias tienden a circular completamente en la vertical (véase Figura 2-3-A) y se encuentran mezclados y homogenizados en todo su volumen (McGinnis & Wüest, 2005). Lo anterior se debe al enfriamiento de la superficie del sistema lacustre producto de las bajas temperaturas atmosféricas, provocadas por la disminución de la radiación solar incidente, que caracterizan a ambas estaciones.

Por otro lado, durante primavera y verano, las altas temperaturas atmosféricas, provocadas por el incremento de la radiación solar incidente, imponen una señal térmica en la superficie de los lagos de latitudes medias que tiende a generar el calentamiento del cuerpo de agua y, consecuentemente, una estratificación térmica del mismo (Boehrer & Schultze, 2008; Koue et al., 2018). Dicho fenómeno se debe a la dependencia de la densidad del agua con la temperatura y, por lo general, se desarrolla en dos capas de diferente densidad (McGinnis & Wüest, 2005) separadas por una zona con un alto gradiente densimétrico, denominada como termoclina, que suprime la circulación de los lagos en la vertical (véase Figura 2-3-B).

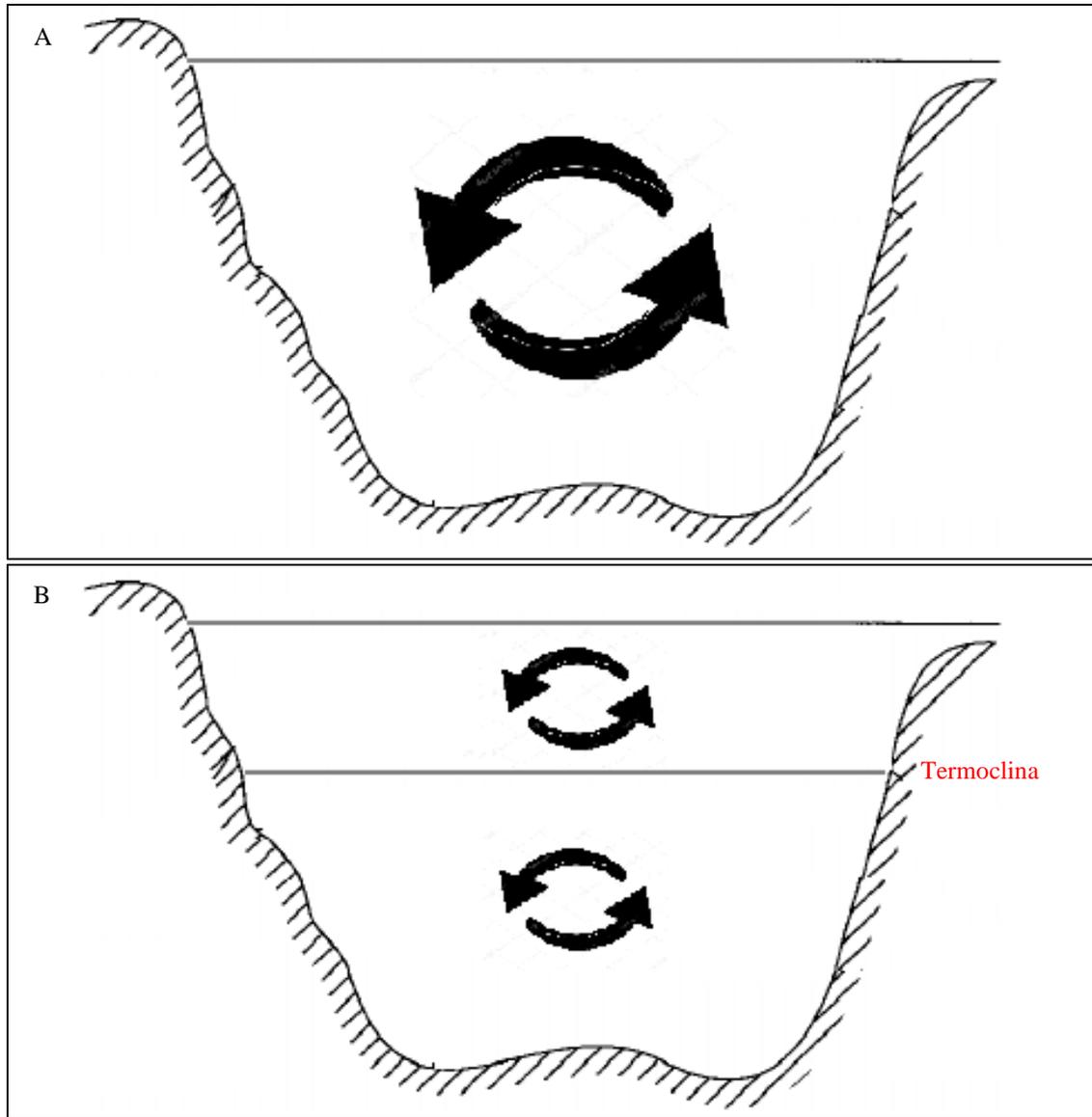


Figura 2-3. Circulación del agua en un sistema lacustre durante (A) otoño-invierno y (B) primavera-verano.
 Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001).

Para caracterizar el ciclo térmico descrito, se debe resolver el problema del transporte de calor en el cuerpo de agua, el cual es modelado con la ecuación de transporte de calor, cuya forma en notación tensorial es la siguiente:

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial (\bar{u}_j \bar{T})}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu}{\sigma} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right\} + \frac{W}{\rho C_p} \quad (2.1)$$

donde \bar{T} : temperatura promediada sobre la turbulencia, \bar{u}_j : velocidad del flujo promediada sobre la turbulencia, ν : viscosidad cinemática, σ : número de Schmidt, ν_t : viscosidad cinemática turbulenta, σ_t : número de Schmidt turbulento, W : término fuente de calor, ρ : densidad del agua y C_p : calor específico del agua. Los subíndices de la velocidad del flujo denotan sus componentes direccionales.

Una de las condiciones de borde requeridas para solucionar este problema corresponde a la temperatura en la superficie libre del sistema lacustre, la cual puede ser obtenida mediante un balance de calor sobre ésta:

$$Q = Q_{sn} - Q_{co} - Q_{eb} - Q_{ev} \quad (2.2)$$

donde Q : flujo térmico total a través de la superficie libre del sistema lacustre, Q_{sn} : radiación solar incidente neta, Q_{eb} : radiación de cuerpo negro efectiva, Q_{ev} : calor sensible y Q_{co} : calor latente. En la Figura 2-4 se observan los flujos involucrados en el balance de calor sobre la superficie de un sistema lacustre, para los cuales existen una gran variedad de formulaciones empíricas que permiten su estimación a partir de la información meteorológica disponible (Bogan et al., 2003).

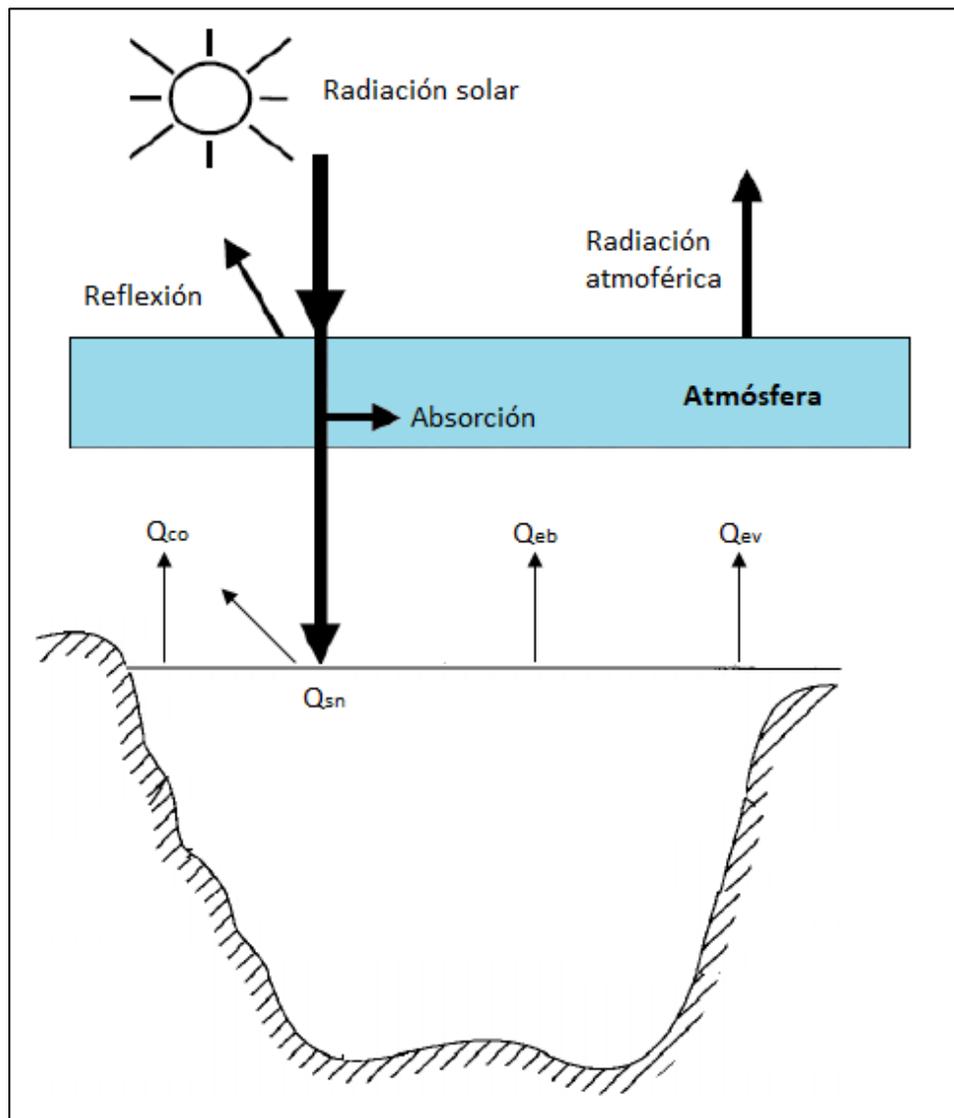


Figura 2-4. Esquema conceptual del balance de calor en un sistema lacustre.
Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001) y Deltares (2014).

Se debe notar que, en la ecuación utilizada para representar el problema del transporte de calor, se requiere conocer el campo de velocidades en el sistema lacustre y, por ende, se debe resolver el problema de la circulación en el cuerpo de agua, el cual puede ser modelado con las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia (2.3) y la ecuación de continuidad (2.4):

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (v + v_t) \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right\} \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.4)$$

donde \bar{u}_j : velocidad del flujo promediada sobre la turbulencia, ρ : densidad del agua, \hat{p} : presión motriz, v : viscosidad cinemática y v_t : viscosidad cinemática turbulenta. Análogamente al problema del transporte de calor, se requiere una condición de borde en la superficie del sistema lacustre para solucionar el problema de la circulación. Dicha condición corresponde al esfuerzo de corte inducido por el viento que actúa sobre la superficie del cuerpo de agua.

2.2.2 Respuesta al Viento

La circulación del agua en los sistemas lacustres es inducida por el viento, flujos afluentes y/o efluentes, y diferencias de densidad horizontal, sin embargo, en la mayoría de los lagos, el viento constituye la principal forzante de la circulación (Bengtsson, 1978; Boehrer & Schultze, 2008; Shintani et al., 2010; Valerio et al., 2017).

El efecto del viento en un sistema lacustre consiste en un esfuerzo de corte sobre la superficie del lago, cuya magnitud está representada por la siguiente expresión cuadrática:

$$|\overline{\tau_s}| = \rho_a C_d U_{10}^2 \quad (2.5)$$

donde $\overline{\tau_s}$: esfuerzo de corte, ρ_a : densidad del aire, C_d : coeficiente de arrastre del viento y U_{10} : velocidad del viento a 10 m sobre la superficie del cuerpo de agua. Para comprender la respuesta de los sistemas lacustres al viento, resulta conveniente considerar su ciclo térmico.

Por un lado, durante otoño e invierno, la respuesta del cuerpo de agua consiste en una inclinación de la superficie libre que puede ser expresada en forma adimensional por la relación:

$$\frac{\partial \xi_1}{\partial x} = +Fr_*^2 \quad (2.6)$$

donde ξ_1 : elevación de la superficie libre y Fr_* : número de Froude. El signo en esta relación denota que la inclinación es positiva. Así, la superficie libre aumenta su elevación en el extremo a favor de la dirección del viento y disminuye en el otro extremo como se observa en la Figura 2-5-A.

Por otro lado, durante primavera y verano, la respuesta del cuerpo de agua consiste en una inclinación de la superficie libre y la interfaz de densidad. Esta última puede ser expresada en forma adimensional por la relación:

$$\frac{\partial \xi_2}{\partial x} = -\frac{1}{Ri_0} \quad (2.7)$$

donde ξ_2 : elevación de la interfaz de densidad y Ri_0 : número de Richardson. El signo en esta relación denota que la inclinación es negativa. De este modo, mientras que la superficie libre exhibe el mismo comportamiento que aquel observado durante otoño e invierno, la interfaz de densidad disminuye su elevación en el extremo a favor de la dirección del viento y aumenta en el otro extremo como se observa en la Figura 2-5-B.

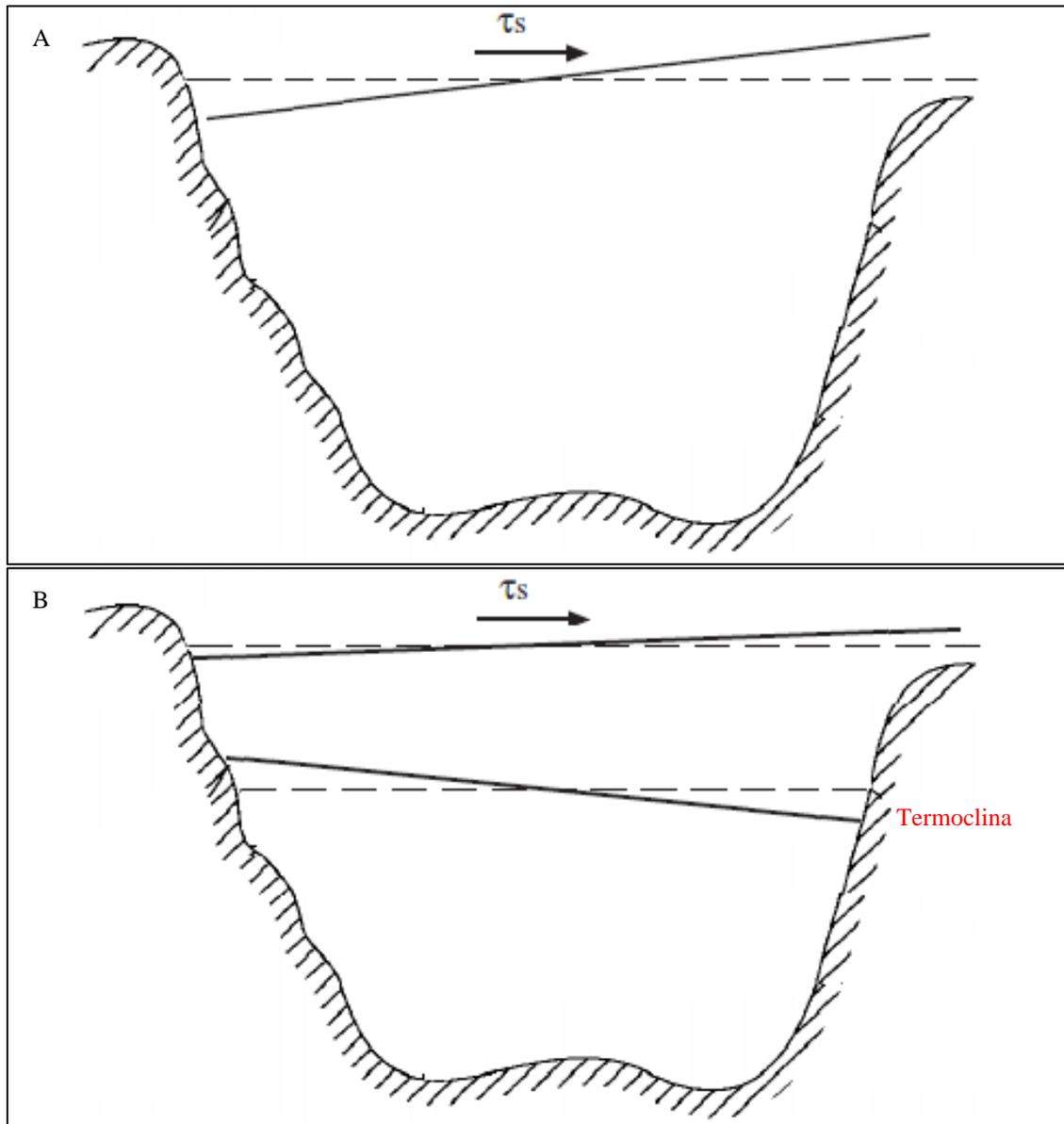


Figura 2-5. Respuesta de un sistema lacustre al esfuerzo de corte superficial inducido por el viento durante (A) otoño-invierno y (B) primavera-verano. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la superficie libre y la interfaz de densidad.

Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001).

Los parámetros adimensionales señalados, el número de Froude y el número de Richardson, son usualmente utilizados para caracterizar el comportamiento hidrodinámico de los sistemas lacustres (Niño et al., 2010; Ulloa et al., 2014). En particular, el número de Richardson permite predecir la ocurrencia del fenómeno de surgencia, en el cual la interfaz de densidad aflora en la superficie del cuerpo de agua (véase Figura 2-6) debido a episodios de viento intenso (Imberger, 1998).

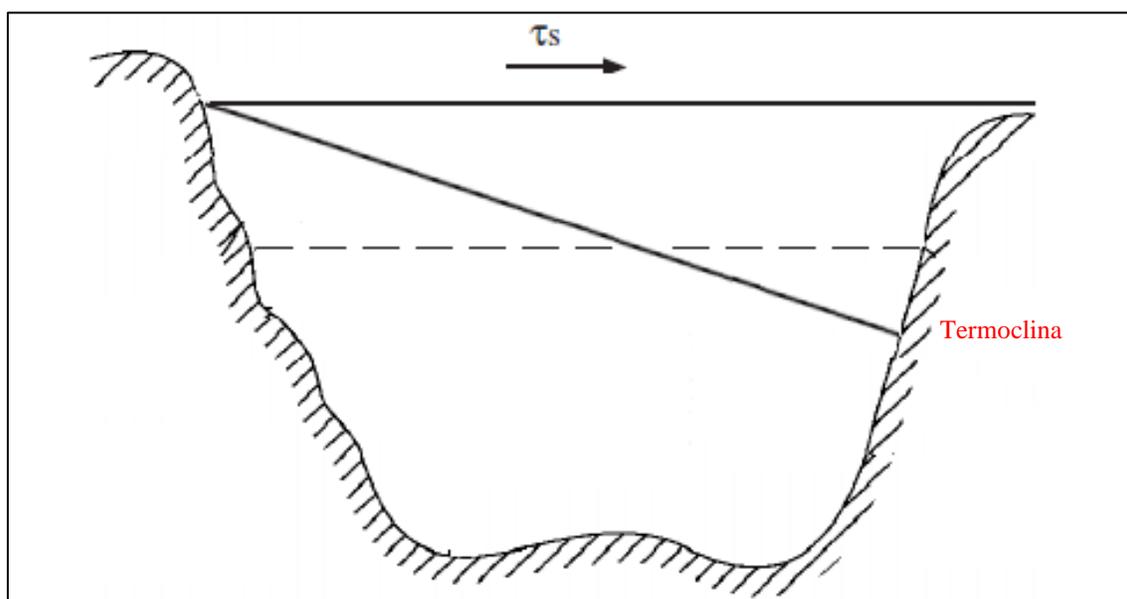


Figura 2-6. Surgencia de la interfaz de densidad en la superficie libre de un sistema lacustre como resultado de eventos de viento intenso. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la interfaz de densidad.
Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001).

Finalmente, se debe notar que el viento exhibe un marcado ciclo diario, como se ilustra en la Figura 2-7, por lo cual, una vez que éste disminuye su intensidad en forma diurna, la interfaz de densidad generada durante el periodo de estratificación térmica comienza a oscilar y se desarrollan, así, ondulaciones denominadas como ondas internas.

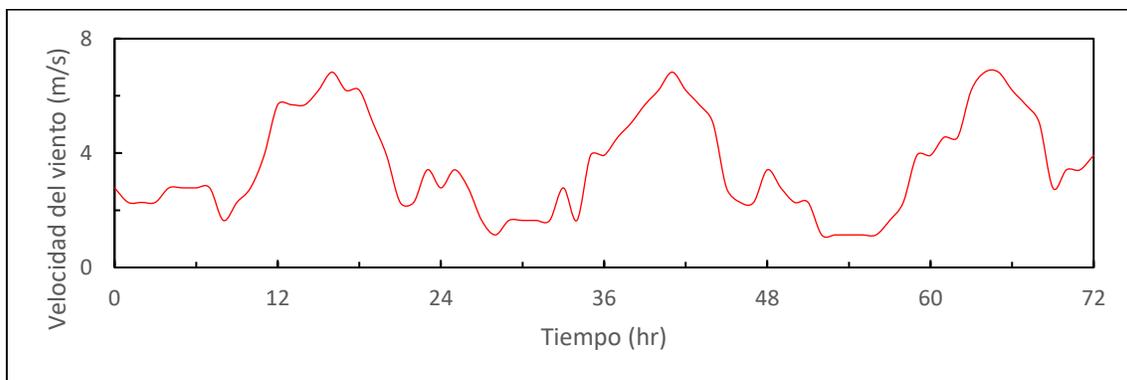


Figura 2-7. Variación diaria de la velocidad del viento, en las cercanías del Lago Villarrica, registrada por la estación meteorológica Pucón entre los días 2 y 4 de enero de 2014.
Fuente: Elaboración propia en base al registro disponible en <https://www.agromet.cl/>

2.2.3 Ondas Internas

La energía entregada por el viento en sistemas lacustres estratificados térmicamente conduce a la generación de ondas internas (Imberger, 1998), las cuales pueden ser afectadas por la rotación terrestre, específicamente por la aceleración local de Coriolis, dependiendo de las dimensiones y la ubicación geográfica del cuerpo de agua (Rojas et al., 2018). El parámetro adimensional que permite cuantificar dicho efecto corresponde al número de Burger:

$$S = \frac{c_i}{Rf} \quad (2.8)$$

donde S : número de Burger, c_i : celeridad de la onda interna, R : longitud del lago y f : frecuencia inercial. La celeridad puede ser aproximada por la siguiente relación:

$$c_i = \sqrt{\frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} \frac{g h_1 h_2}{h_1 + h_2}} \quad (2.9)$$

donde c_i : celeridad de la onda interna, ρ_1 : densidad de la capa térmica superior, ρ_2 : densidad de la capa térmica inferior, g : aceleración de gravedad, h_1 : espesor de la capa térmica superior y h_2 : espesor de la capa térmica inferior.

Si la rotación terrestre afecta al sistema lacustre, lo cual ocurre para números de Burger inferiores a la unidad (Ji, 2008), entonces se desarrollarán dos clases principales de ondas internas de gran escala que son típicamente identificadas como ondas Kelvin y ondas Poncairé.

Las ondas Kelvin son oscilaciones atrapadas en la periferia del sistema lacustre, cuya amplitud decae hacia el centro del cuerpo de agua (Hodges et al., 2000) como se observa en la Figura 2-8.

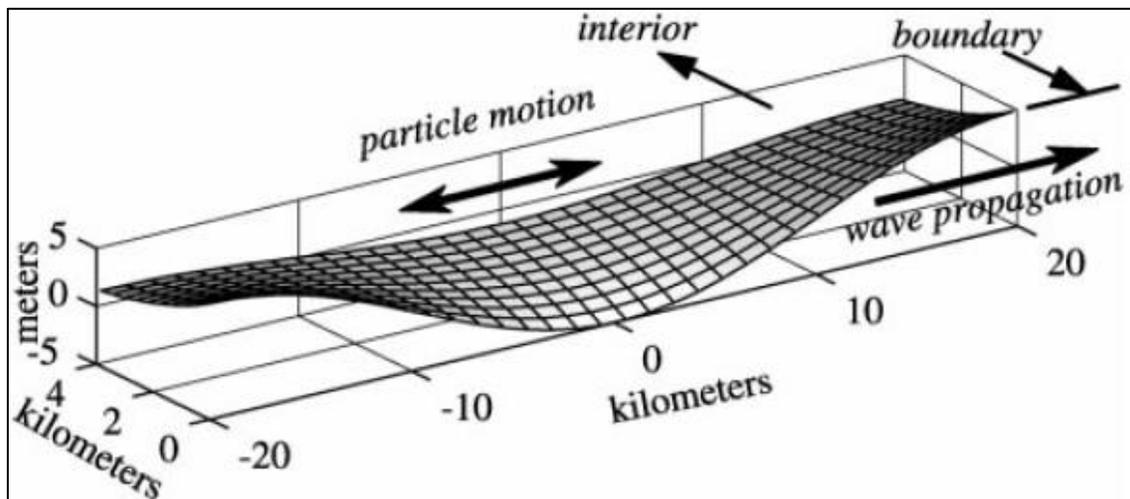


Figura 2-8. Forma teórica de las ondas Kelvin a lo largo de la periferia de un sistema lacustre.
Fuente: Recuperado de Hodges et al. (2000).

Las ondas Poncairé son, por el contrario, oscilaciones atrapadas en el centro del sistema lacustre y cuya amplitud decae hacia la periferia del cuerpo de agua (Rojas et al., 2018) como se observa en la Figura 2-9.

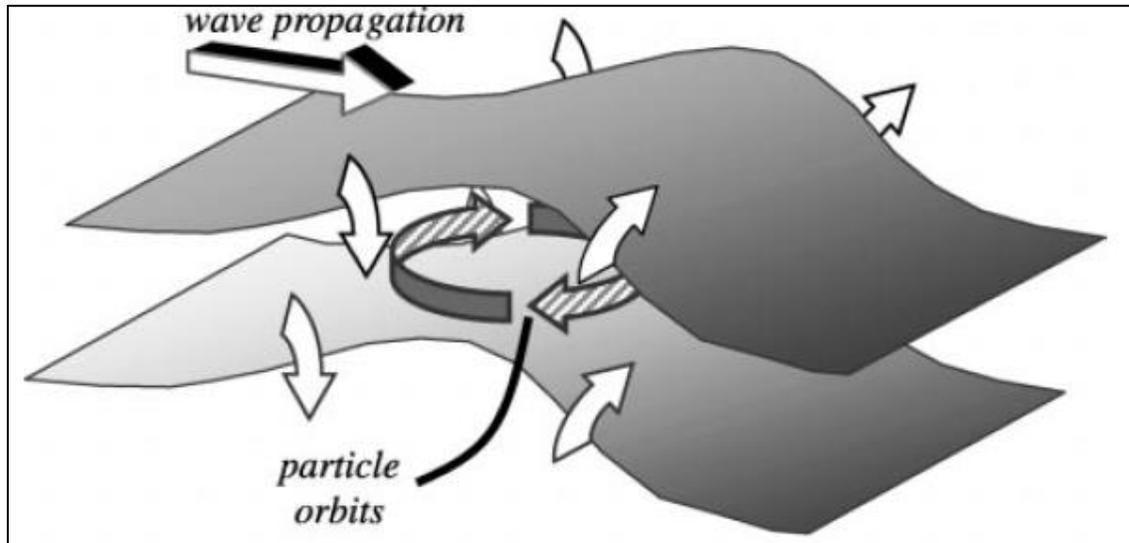


Figura 2-9. Forma teórica de las ondas Poncairé en el centro de un sistema lacustre.
Fuente: Recuperado de Hodges et al. (2000).

La caracterización del comportamiento espacial y temporal de ambas ondas internas se basa en la cuantificación de sus atributos principales (amplitud, frecuencia y celeridad) mediante herramientas analíticas (Gomes & Velho, 2015; Hawkins et al., 2008) como la transformada de Fourier y la transformada Wavelet. La primera herramienta proporciona información de las frecuencias características asociadas al contenido energético de las ondas internas en un régimen estacionario (Liu & Miller, 1996; Rahman et al., 2011), mientras que la segunda constituye un refinamiento de la transformada de Fourier (Hawkins et al., 2008), pues proporciona información de las ondas internas en un régimen transitorio (Walker, 1997), con lo cual, se obtiene una mejor representación en la evolución de estas oscilaciones.

La circulación de las ondas internas, en conjunto con los otros procesos hidrodinámicos que han sido presentados, afectan el funcionamiento de los sistemas lacustres ya que condicionan el transporte y la distribución de la temperatura, los nutrientes, el oxígeno disuelto, los sedimentos, los contaminantes y la biomasa en un cuerpo de agua (Ji, 2008). En este sentido, se desprende que la calidad del agua en un lago está subordinada a la hidrodinámica de éste, por lo cual, el desarrollo de modelos de calidad del agua requiere resolver el conjunto de ecuaciones que permiten describir los procesos hidrodinámicos señalados en la Figura 2-2.

2.3 Modelación Numérica de Sistemas Lacustres

Teniendo en consideración la dificultad existente para resolver analíticamente el conjunto de ecuaciones que describen los procesos hidrodinámicos que ocurren en un sistema lacustre, resulta conveniente la utilización de modelos numéricos (Ji, 2008).

La implementación del modelo numérico para un sistema lacustre se puede dividir en dos etapas como se observa en la Figura 2-10. La primera etapa consiste en el desarrollo de un modelo genérico que incorpora las teorías generales sobre los procesos hidrodinámicos, mientras que la segunda etapa consiste en el desarrollo de un modelo específico para el sistema lacustre a partir de la información registrada en la zona del cuerpo de agua.

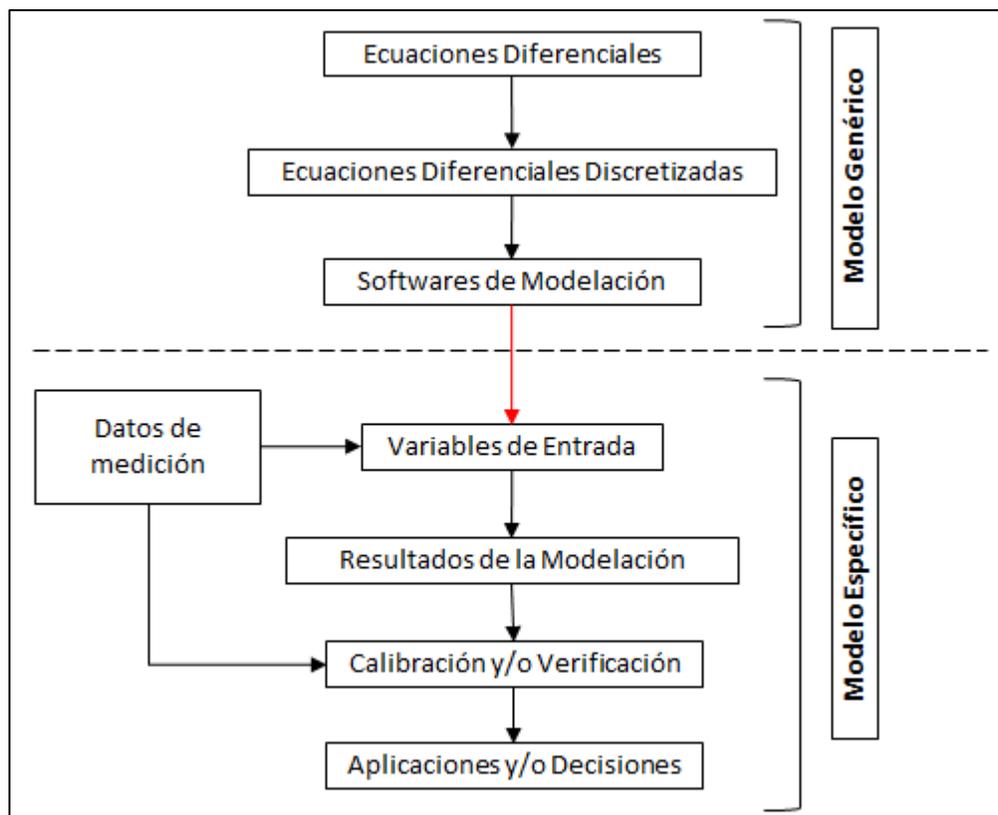


Figura 2-10. Esquema conceptual para el desarrollo e implementación de un modelo numérico.
Fuente: Adaptado de Ji (2008).

De acuerdo con la Figura 2-10, para resolver numéricamente las ecuaciones diferenciales que describen la dinámica del agua en un sistema lacustre, éstas deben ser discretizadas espacial y temporalmente. Las tres alternativas clásicas para abordar dicha discretización corresponden al método de diferencias finitas, el método de elementos finitos y el método de volúmenes finitos (Peiro & Sherwin, 2005).

Posteriormente, se debe seleccionar el software de modelación para resolver las ecuaciones. En este sentido, se ha reconocido que uno de los softwares más utilizados para la modelación numérica en sistemas lacustres corresponde a Delft3D (Bielecka & Kazmierski, 2003; Chanudet et al., 2012; Cornelissen, 2003; Trouw et al., 2012), en el cual se implementa el método de diferencias finitas para realizar simulaciones de flujos, transporte de sedimentos, oleaje, calidad del agua y ecología (Deltares, 2014).

Una vez definido el software de modelación, se realiza un levantamiento de la información relevante del sistema lacustre, la cual constituye un conjunto de variables de entrada para el modelo numérico. Dicha información incluye el registro de las variables geomorfológicas (batimetría del cuerpo de agua), meteorológicas (temperatura del aire, velocidad del viento, humedad relativa, radiación solar incidente y cobertura de nubes) e hidrológicas (flujos afluentes y efluentes aforados en estaciones de control fluviométrico).

Cuando las variables de entrada han sido ingresadas al software de modelación, éste es ejecutado y se obtienen, así, las condiciones hidrodinámicas del sistema lacustre (velocidades, elevaciones de agua, temperatura y densidad), para las cuales se debe desarrollar un proceso de calibración y/o validación en base a datos de medición in situ.

Finalmente, las condiciones hidrodinámicas calibradas y/o validadas pueden ser utilizadas como variables de entrada para los modelos de calidad del agua, los cuales permitirían generar una caracterización del estado trófico de los cuerpos de agua que, como se indicó anteriormente, constituye una fuente de información para la implementación de acciones para la gestión ambiental de los sistemas lacustres.

2.4 Lago Villarrica

El Lago Villarrica es un cuerpo de agua con origen glacial que se encuentra en la zona precordillerana de la región de La Araucanía (Campos et al., 1983), específicamente en los 39° 15' de latitud Sur y 72° 05' de longitud Oeste (véase Figura 2-11), a una altitud de 230 m.s.n.m. y ocupando una superficie aproximada de 170 km².

La cuenca del Río Pucón, afluente principal del Lago Villarrica, está conformada por las subcuencas de los cuatro tributarios que desembocan al cuerpo de agua (MMA, 2011) correspondientes a los ríos Liucura, Trancura, Maichin y Pangui.

A nivel del espejo de agua, el Lago Villarrica presenta una forma elíptica con un eje mayor orientado en la dirección este-oeste de 20 km y un eje menor de 10 km, una profundidad media igual a 120 m y un volumen de 20 km³ (MMA, 2011).

Se trata de un cuerpo de agua en cuya área de drenaje se desarrolla una amplia variedad de actividades antrópicas (MMA, 2011), las cuales incluyen al turismo, la explotación silvoagropecuaria y las pisciculturas salmoacuícolas. Dichas actividades pueden, como se señaló más atrás, generar y acelerar el enriquecimiento del Lago Villarrica en nutrientes que modificarían su estado trófico y, por ende, provocarían la eutrofización del sistema lacustre.

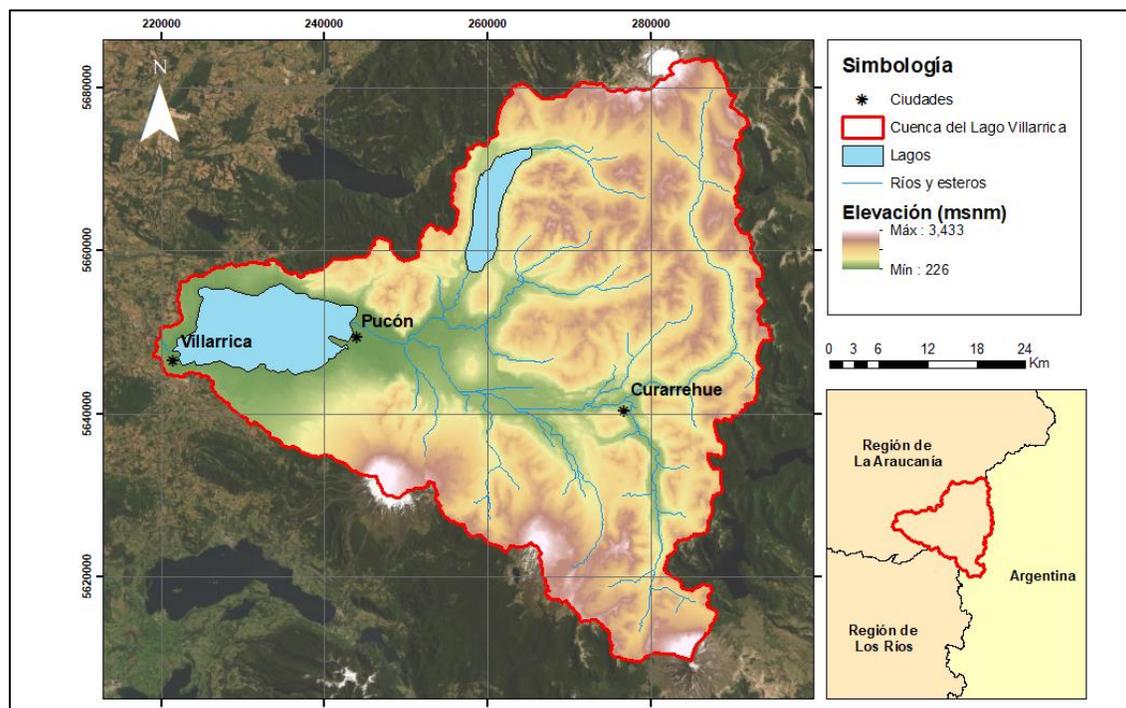


Figura 2-11. Ubicación geográfica del Lago Villarrica y su área de drenaje.
Fuente: Elaboración propia.

Con la intención de prevenir la degradación del Lago Villarrica por la eutrofización de éste, el MMA estableció las NSCA para la protección de las aguas continentales superficiales del cuerpo de agua, las cuales son aprobadas mediante Decreto N°19 con fecha 27 de mayo de 2013. Dichas normas definen niveles de calidad de las aguas en base al estado trófico del lago, para lo cual se establecieron seis áreas de vigilancia (un área pelagial y cinco áreas litorales) que permitirían asignar y gestionar la calidad ambiental del sistema lacustre. En la Tabla 2-3 se presentan los niveles de calidad para las áreas de vigilancia establecidas en el Lago Villarrica, los cuales se definen a partir de un modelo de calidad del agua implementado durante el AGIES del anteproyecto de las NSCA.

Tabla 2-3. Niveles de calidad del agua medios anuales por áreas de vigilancia en el Lago Villarrica.

Parámetro	Unidad	Área de vigilancia	
		Pelagial	Litoral
Estado trófico deseado		Oligotrófico	Oligo-mesotrófico
Nitrógeno total	mg/L	≤ 0.015	≤ 0.015
Fósforo total	mg/L	≤ 0.010	≤ 0.015
Clorofila-a	$\mu\text{g/L}$	≤ 3	≤ 5
Transparencia	m	≥ 9	≥ 7

Fuente: Adaptado del Decreto N°19/2013 del MMA.

El modelo de calidad del agua implementado corresponde al modelo de Vollenweider, el cual consiste en un balance de masa simple que, en el ámbito del AGIES del anteproyecto de las NSCA, se orientó al análisis de los nutrientes fósforo total y nitrógeno total. En dicho modelo se realizaron los siguientes supuestos (MMA, 2011):

1. El Lago Villarrica es modelado como un reactor de mezcla completa.
2. La pérdida de nutrientes a través de la sedimentación es proporcional a su concentración en el cuerpo de agua.
3. No se consideran las fluctuaciones estacionales de variables hidráulicas y carga de nutrientes ya que se utilizan a escalas anuales.

De acuerdo con el supuesto N°1 del modelo, los procesos hidrodinámicos que ocurrirían en el Lago Villarrica son omitidos, por lo cual, el transporte de los nutrientes dentro del cuerpo de agua sería nulo y la distribución de éstos sería homogénea.

En virtud de los antecedentes presentados, la declaración de zona saturada por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto a la cuenca del Lago Villarrica debido a la superación de los niveles de calidad de aguas definidos en las NSCA (Decreto N°43/2017 del MMA), es una consecuencia de un modelo de calidad del agua de baja complejidad a partir del cual se definieron niveles de calidad que sobrestimarían los niveles que efectivamente podrían ser requeridos para evitar la eutrofización del lago. Debido a ello, la implementación de acciones para la gestión ambiental del Lago Villarrica debe ser apoyada en un modelo de calidad del agua de alta complejidad que permita mejorar las predicciones del estado trófico del lago junto con la ocurrencia de la eutrofización y que considere los procesos hidrodinámicos que suceden en este sistema lacustre, los cuales ya han sido expuestos por varios autores como se muestra a continuación.

Meruane (2005) analizó los efectos de un tipo de viento, denominado como viento Puelche, en el comportamiento hidrodinámico y de calidad del agua del Lago Villarrica mediante mediciones en terreno y simulaciones numéricas con los softwares AQUASEA y CE-QUAL-W2. Su investigación concluyó que la ocurrencia del viento Puelche fuerza una mezcla importante de la columna de agua en el Lago Villarrica, provocando un cambio en la estructura térmica del cuerpo de agua, en el transporte vertical de nutrientes desde la termoclina y en el transporte desde las zonas litorales hacia la zona pelagial.

Ulloa (2011) desarrolló un estudio experimental de laboratorio para estudiar la respuesta de ondas internas de gran escala en un cuerpo de agua estratificado y afectado por la rotación del medio. Se realizaron 24 experimentos, simulando las condiciones adimensionales existentes en el Lago Villarrica, a partir de los cuales se concluyó que la dinámica vertical de la interfaz de densidad tiene un comportamiento transitorio, cuasi-periódico y no-lineal con componentes aleatorias y que las principales ondas internas excitadas fueron las ondas Kelvin y Poincaré fundamental.

Rozas (2011) realizó un análisis modal para estudiar la presencia de ondas internas de gran escala en el Lago Villarrica y determinar la resonancia entre éstas y el viento que actúa sobre el espejo de agua diariamente. Su estudio concluyó la existencia de una interacción resonante, controlada por la disipación friccional dentro del cuerpo de agua, entre la onda Kelvin fundamental y el viento de periodicidad diaria.

Por último, Bruning (2018) realizó una simulación de la hidrodinámica y la calidad del agua del Lago Villarrica, utilizando el software Delft3D, entre enero y diciembre de 2015. Si bien en dicha investigación se estimó, de manera exhaustiva, la carga de nutrientes afluentes al Lago Villarrica, el modelo hidrodinámico presentó resultados incongruentes, por ejemplo, la densidad simulada al día 31 de diciembre fue aproximadamente $1,023 \text{ kg/m}^3$, lo cual correspondería a agua salada.

Los resultados del modelo hidrodinámico limitan la utilización del modelo de calidad del agua del Lago Villarrica implementado por Bruning (2018), pues, como se indicó anteriormente, los procesos hidrodinámicos condicionan el transporte y la distribución de sustancias particuladas o disueltas dentro del cuerpo de agua.

En base a lo anterior y teniendo en consideración la Resolución Exenta N°437, dictada por el MMA con fecha 25 de mayo de 2020, en la cual se aprobó el anteproyecto del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del Lago Villarrica, en la presente investigación se desarrolla un nuevo modelo numérico tridimensional sobre la hidrodinámica en el lago que podría ser acoplado con un modelo de calidad del agua como aquel implementado por Bruning (2018).

3 MODELO CONCEPTUAL

La elaboración de un modelo conceptual para la hidrodinámica del Lago Villarrica tiene como objetivo identificar y recopilar las variables de entrada del modelo numérico. Dichas variables representan, principalmente, las forzantes de los procesos hidrodinámicos que ocurren en el cuerpo de agua anualmente, por lo cual, es fundamental su cuantificación y caracterización.

3.1 Fuentes de Información

Para determinar las variables de entrada del modelo numérico, se utilizan las mediciones hidrometeorológicas registradas en las estaciones vigentes, pertenecientes a la DGA, ubicadas en la zona de estudio. En la Figura 3-1 y Figura 3-2 se presenta la distribución espacial de las estaciones hidrometeorológicas consideradas, mientras que en la Tabla 3-1 y Tabla 3-2 se sintetizan sus principales atributos.

Tabla 3-1. Atributos de las estaciones fluviométricas ubicadas en la zona de estudio.

Nº	Código BNA	Nombre	UTM Este	UTM Norte	Altitud	Fecha Inicio
1	09414001-3	Río Trancura antes Río Llafenco	257,012	5,642,575	386	01-dic-1970
2	09416001-4	Río Liucura en Liucura	256,099	5,650,511	402	01-ene-1900
3	09418001-5	Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca)	245,238	5,650,881	220	01-ene-1975
4	09420001-6	Río Toltén en Villarica	738,555	5,649,042	250	01-ene-1969

Tabla 3-2. Atributos de las estaciones meteorológicas ubicadas en la zona de estudio.

Nº	Código BNA	Nombre	UTM Este	UTM Norte	Altitud	Fecha Inicio
1	09401001-2	Tricauco	278,578	5,697,440	520	01-nov-1988
2	09403001-3	Cunco	758,713	5,686,784	380	01-mar-1970
3	09404002-7	Los Laureles	755,934	5,679,385	260	01-feb-1939
4	09416002-2	Lago Tinquilco	263,997	5,660,514	850	01-ene-1992
5	09420003-2	Villarrica	733,571	5,655,573	210	01-nov-1961
6	09420002-4	Pucón	247,613	5,647,035	230	01-jul-1984
7	09414002-1	Llafenco	257,101	5,642,523	360	01-feb-1965
8	09412002-0	Curarrehue	277,536	5,639,541	420	01-nov-1976
9	10106003-9	Licanray	739,085	5,636,724	275	01-ene-1992
10	09412003-9	Puesco (aduana)	280,317	5,620,899	620	01-nov-1987
11	10106002-0	Lago Calafquén	746,258	5,618,836	385	01-mar-1970
12	10106001-2	Coñaripe	757,256	5,613,700	215	01-ene-1991
13	10102002-9	Liquiñe	255,436	5,598,536	230	01-ene-1992

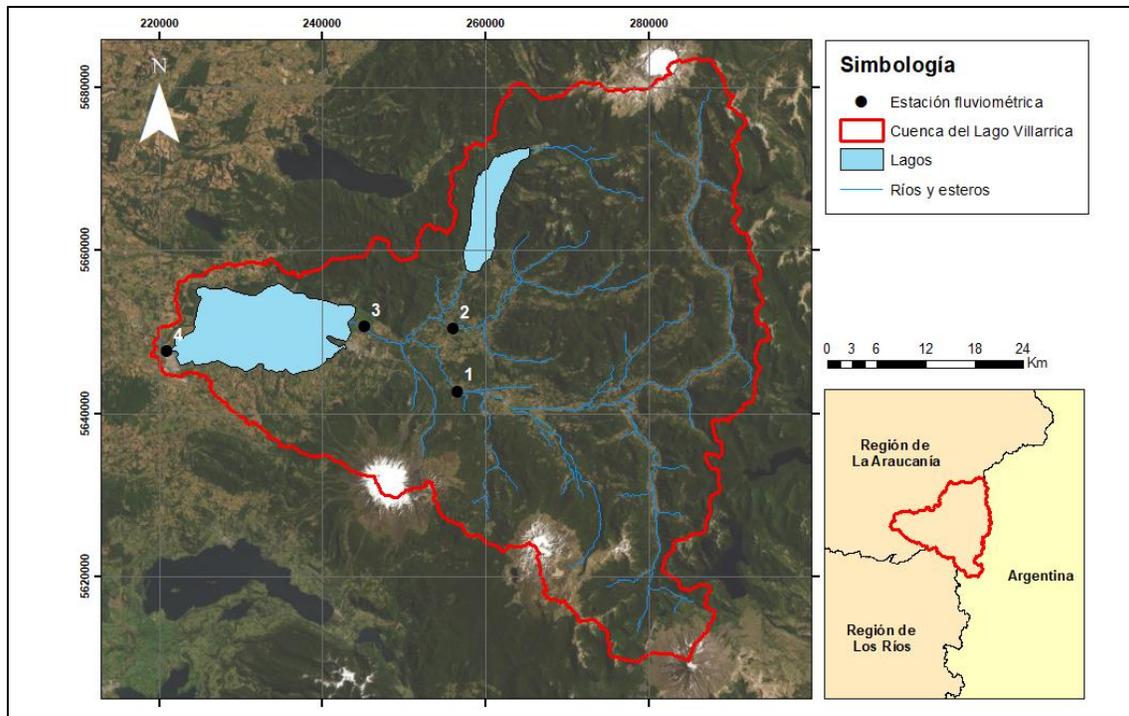


Figura 3-1. Ubicación geográfica de las estaciones fluviométricas en la zona de estudio.

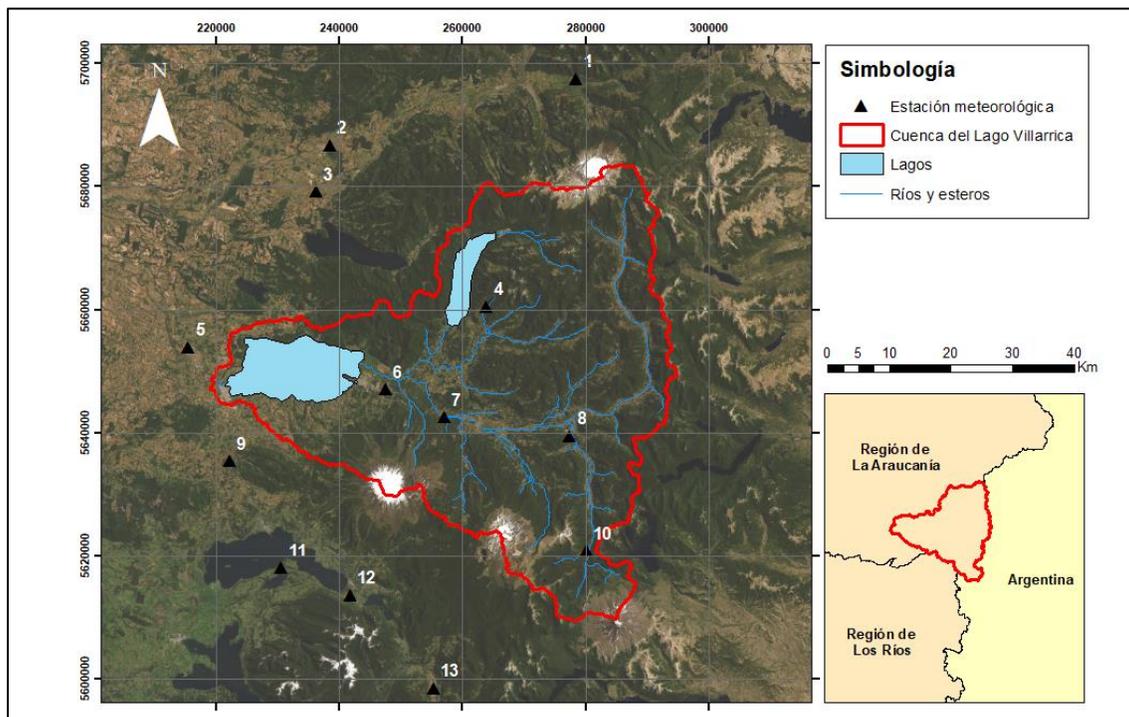


Figura 3-2. Ubicación geográfica de las estaciones meteorológicas en la zona de estudio.

3.2 Meteorología

Las principales variables meteorológicas evaluadas para la elaboración del modelo conceptual del Lago Villarrica incluyen la precipitación, temperatura del aire, humedad relativa, nubosidad y régimen de viento.

La estimación de las precipitaciones medias en el Lago Villarrica se realiza a partir del análisis de las características que exhibe la variable meteorológica, utilizando el registro en las estaciones meteorológicas cercanas a la zona de estudio (véase Tabla 3-2). Dicho análisis espacial es contrastado con la distribución de las isoyetas regionales trazadas por la DGA en el año 1987, resultando que, si bien las isoyetas de la DGA son consistentes a escala regional, a nivel de la cuenca del Lago Villarrica no representan a la mayoría de los valores registrados en las estaciones locales. Lo anterior, permite justificar la necesidad de corregir las isoyetas de la DGA en base a los promedios anuales actualizados. En la Figura 3-3 se presentan las isoyetas corregidas para la zona de estudio, resultando que, en particular para el Lago Villarrica, la precipitación media anual equivalente alcanza 2,242 mm.

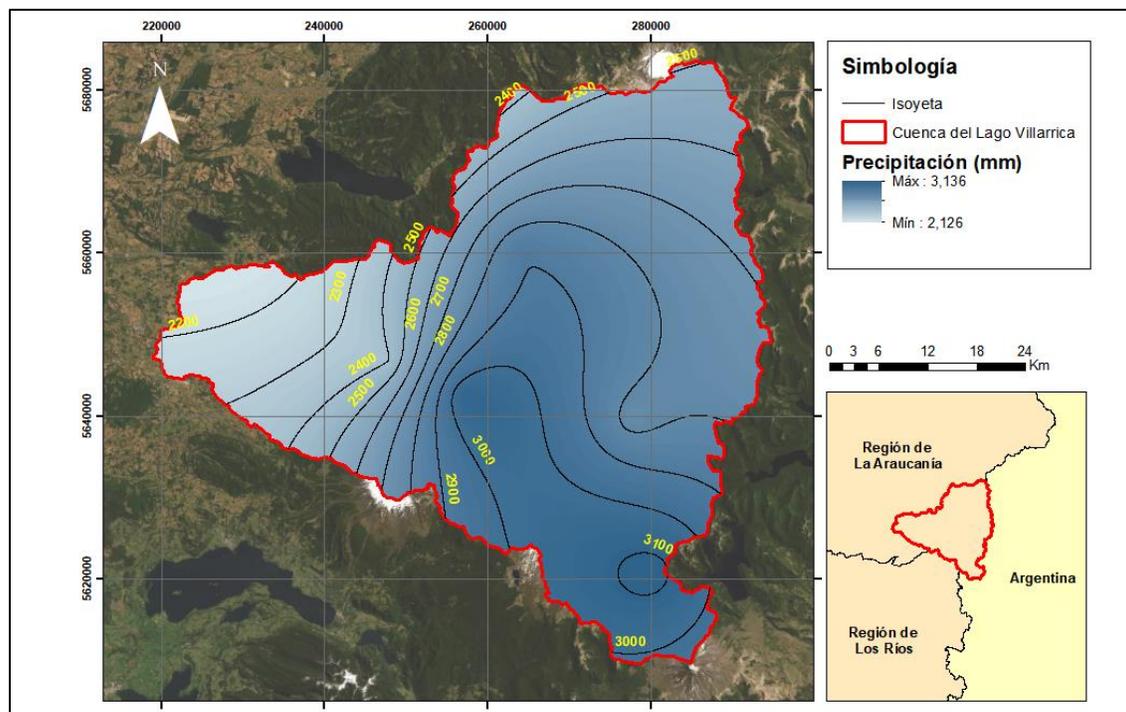


Figura 3-3. Isoyetas corregidas para la estimación de la precipitación media anual en el Lago Villarrica.

El monto de precipitación obtenido es similar a aquel registrado por las estaciones Pucón y Villarrica, por lo cual, es posible suponer que la distribución mensual de la variable meteorológica en el lago coincide con las distribuciones registradas por ambas estaciones. En la Figura 3-4 se observan los resultados derivados del supuesto realizado para la estimación de la distribución mensual de la precipitación en la zona de estudio.

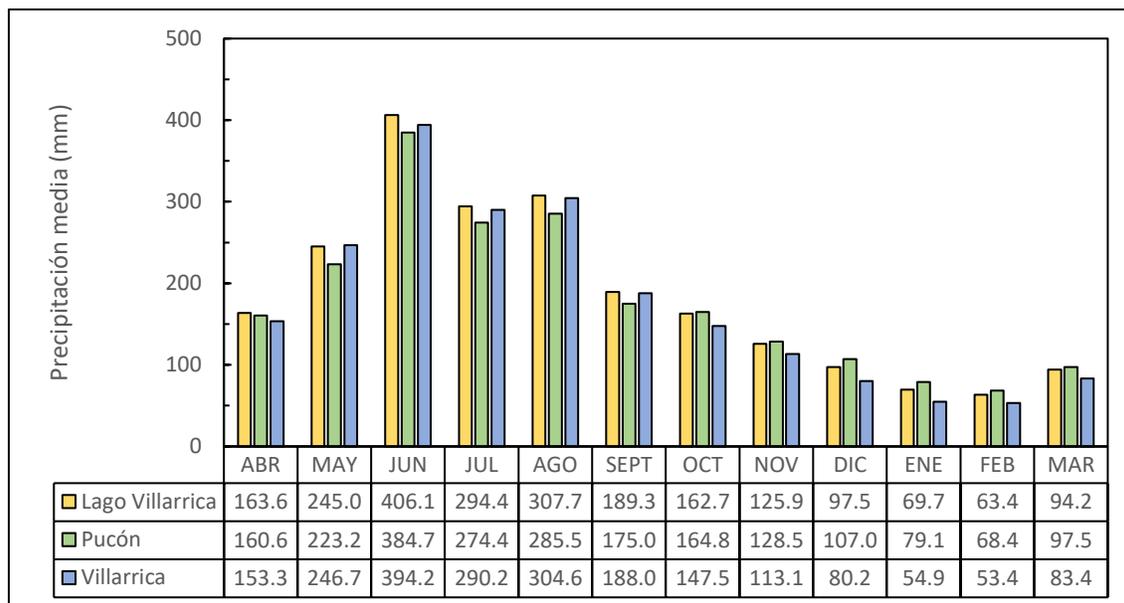


Figura 3-4. Distribución mensual de la precipitación media en el Lago Villarrica de acuerdo con el registro de precipitación en las estaciones Pucón y Villarrica desde 1994 al 2018.

En cuanto a las otras variables meteorológicas (temperatura del aire, humedad relativa, nubosidad y régimen de viento), existe una limitación de la información disponible en la zona de estudio, pues, sólo una estación meteorológica entre aquellas señaladas en la Tabla 3-2 cuenta con un registro suficientemente extenso de estas variables que permitiría caracterizar la meteorología del Lago Villarrica. En este sentido, se supone que dicha estación, correspondiente a la estación Pucón, es representativa de la variabilidad de las forzantes meteorológicas en el cuerpo de agua y, en particular, de la zona pelagial o centro del lago.

A partir del supuesto anterior, se deriva el comportamiento anual de la temperatura del aire, humedad relativa, nubosidad y régimen de viento en el Lago Villarrica como se observa en los diagramas de cajas de las Figura 3-5 y Figura 3-6.

Cabe destacar que el comportamiento del viento depende de las condiciones topográficas de la superficie sobre la cual actúa. Así, se desprende que la velocidad del viento registrada en la estación Pucón debe ser modificada, ya que, de acuerdo con Bengtsson (1978), la circulación del agua en los sistemas lacustres es inducida, principalmente, por el viento.

La primera modificación se relaciona con la altura de medición de la velocidad del viento en la estación Pucón, la cual alcanza los 2 m, pues, la magnitud del esfuerzo de corte impuesto por el viento que actúa sobre la superficie del lago depende de su velocidad a 10 m de altura. Dicha corrección se realiza utilizando la siguiente aproximación propuesta por Cole & Wells (2003):

$$U_{10} = U_2 \cdot \frac{\ln(10/z_0)}{\ln(2/z_0)} \quad (3.1)$$

donde U_{10} : velocidad del viento a 10 m de altura, U_2 : velocidad del viento registrada en la estación Pucón y z_0 : altura de aspereza del viento. Este último parámetro puede suponerse igual a 0.91 mm para vientos cuya velocidad es inferior a 2.23 m/s y 4.57 mm para vientos cuya velocidad es mayor.

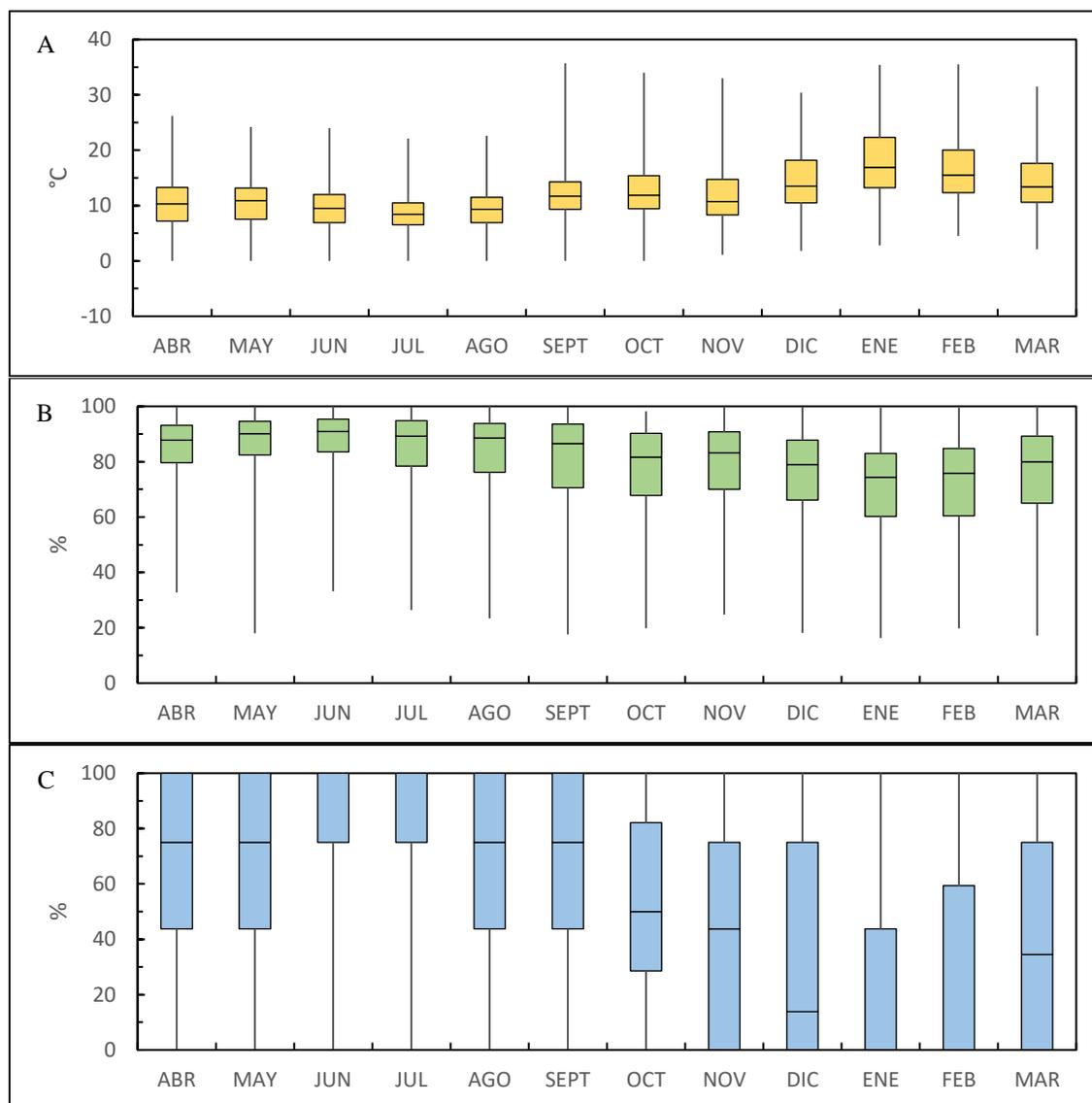


Figura 3-5. Diagrama de cajas de la distribución mensual de (A) la temperatura del aire, (B) la humedad relativa y (C) la nubosidad en el Lago Villarrica desde 2013 al 2015. La línea horizontal central dentro de las cajas representa la mediana, las cajas engloban los dos cuartiles centrales y las líneas que se extienden desde las cajas representan los percentiles 10 y 90.

La segunda modificación se asocia a la ubicación geográfica de la estación Pucón, lo cual implica trasladar el registro de la estación a la zona pelagial del lago. Esta corrección puede ser abordada mediante el siguiente modelo lineal utilizado por Abarca (2018), basado en la información disponible en el Explorador Eólico del Departamento de Geofísica de la Universidad de Chile¹:

$$\frac{1}{N} \sum_i^N |U'_C - U'_P|_i = \frac{1}{M} \sum_i^M |F \cdot U_P - U_P|_i \quad (3.2)$$

donde U'_C : velocidad del viento a 10 m de altura en la zona pelagial del lago obtenida del Explorador Eólico, U'_P : velocidad del viento a 10 m de altura en la estación Pucón obtenida del Explorador Eólico, U_P : velocidad del viento a 10 m de altura registrada en la estación Pucón, F : factor de traslación, N : extensión del registro obtenido del Explorador Eólico y M : extensión del registro en la estación Pucón. En la Figura 3-6-B se presenta el comportamiento anual de la velocidad del viento en el Lago Villarrica corregido por altura de medición y ubicación geográfica, considerando un factor de traslación igual a 1.85.

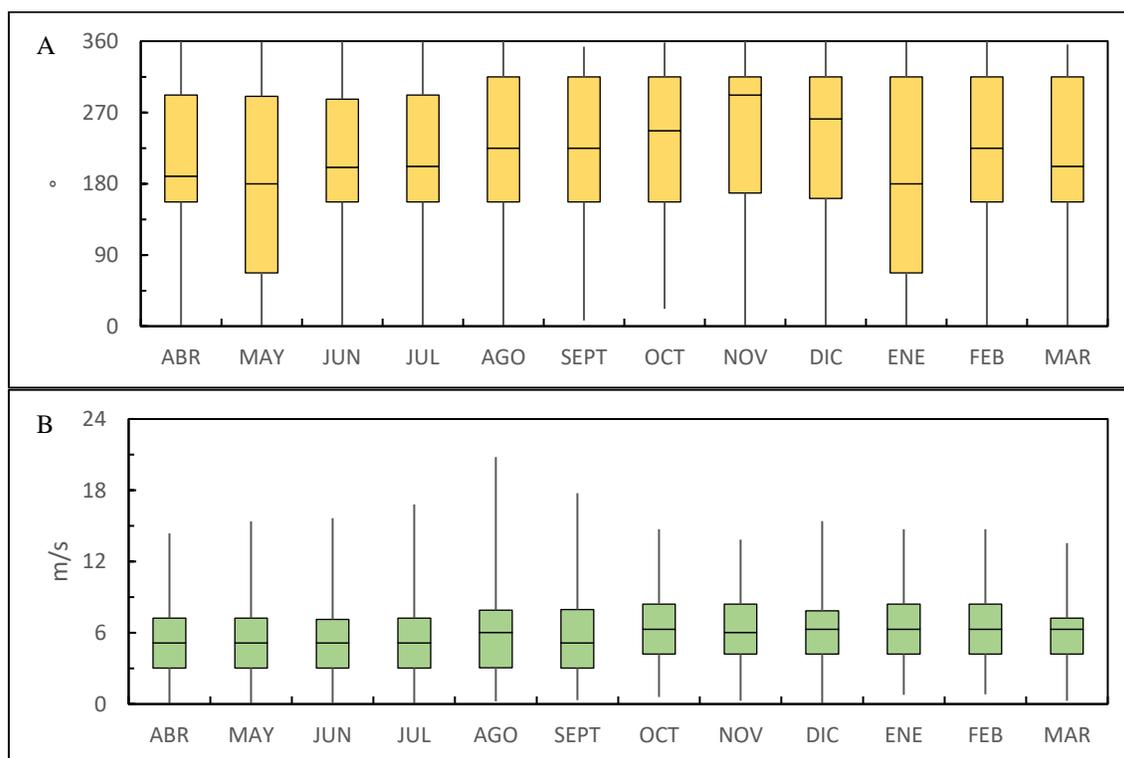


Figura 3-6. Diagrama de cajas de la distribución mensual de (A) la dirección y (B) la velocidad del viento en el Lago Villarrica corregida por altura y ubicación geográfica desde 2013 al 2015. La línea horizontal central dentro de las cajas representa la mediana, las cajas engloban los dos cuartiles centrales y las líneas que se extienden desde las cajas representan los percentiles 10 y 90.

¹ Véase <http://ernc.dgf.uchile.cl/Explorador/Eolico/>

3.3 Hidrología

El principal afluente del Lago Villarrica corresponde al río Pucón, el cual se origina en la confluencia de los ríos Trancura y Maichin, y tiene como principal contribuyente al desagüe del Lago Caburgua, correspondiente al río Liucura (MMA, 2011).

La cuantificación del caudal que ingresa al Lago Villarrica puede ser derivada a partir del registro en la estación fluviométrica Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca), ubicada en la desembocadura del río Pucón en el cuerpo de agua, no obstante, la estación presenta un registro incompleto, por lo cual, la estimación del caudal afluente se realiza de manera indirecta utilizando dos metodologías diferentes.

En el primer método, se considera el registro en la estación fluviométrica Río Toltén en Villarrica, ubicada en el desagüe del Lago Villarrica, la precipitación media que cae sobre el lago y la evaporación medida en la estación Pucón. De este modo, si se supone que, a nivel anual, la variación de volumen de agua almacenada en el cuerpo de agua es despreciable, entonces se puede aplicar el siguiente balance hídrico:

$$Q_{af} = Q_{ef} + (E - P) \cdot A \quad (3.3)$$

donde Q_{af} : caudal afluente al Lago Villarrica, Q_{ef} : caudal efluente, E : evaporación desde la superficie libre del lago, P : precipitación y A : área superficial del lago. En la Tabla 3-3 se presentan los montos determinados para cada una de las componentes del balance hídrico, a partir de lo cual se obtiene que el caudal medio anual afluente al Lago Villarrica alcanza 226 m³/s.

Tabla 3-3. Balance hídrico en el Lago Villarrica para la determinación del caudal afluente al cuerpo de agua.

Flujo volumétrico	Unidad	Valor
Flujos de salida		
Evaporación	mm/año	58.7
Río Toltén en Villarrica	m ³ /s	237.8
Flujos de entrada		
Precipitación	mm/año	2,242.3
Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca)	m ³ /s	225.8

En el segundo método, se utiliza el registro en las estaciones Río Trancura antes Río Llafenco y Río Liucura en Liucura para implementar la técnica de transposición en base a los rendimientos específicos en las cuencas definidas por ambas estaciones, con lo cual se deriva la siguiente relación:

$$\frac{Q_1}{A_1 \cdot P_1} = \frac{Q_2}{A_2 \cdot P_2} \quad (3.4)$$

donde Q_i : caudal aportado por la cuenca, A_i : área de la cuenca y P_i : precipitación media sobre la cuenca. En la Tabla 3-4 se indican los rendimientos específicos en las cuencas Río Trancura antes Río Llafenco y Río Liucura en Liucura (véase Figura 3-7), resultando que el caudal medio anual afluente al Lago Villarrica es, aproximadamente, 200 m³/s.

Tabla 3-4. Aplicación de la técnica de transposición para la determinación del caudal afluente al Lago Villarrica.

Parámetro	Unidad	Cuenca Río Trancura antes Río Llafenco	Cuenca Río Liucura en Liucura	Cuenca Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca)
Caudal medio anual	m ³ /s	104.8	28.8	200.1
Precipitación	mm/año	2,952.0	2,580.8	2,965.4
Área	km ²	1,414.5	349.1	2,363.0
Rendimiento	-	0.8	1.0	0.9

De manera conservadora, se opta por utilizar la media aritmética entre ambas metodologías, resultando que la descarga del río Pucón al Lago Villarrica alcanza un valor medio anual de 213 m³/s.

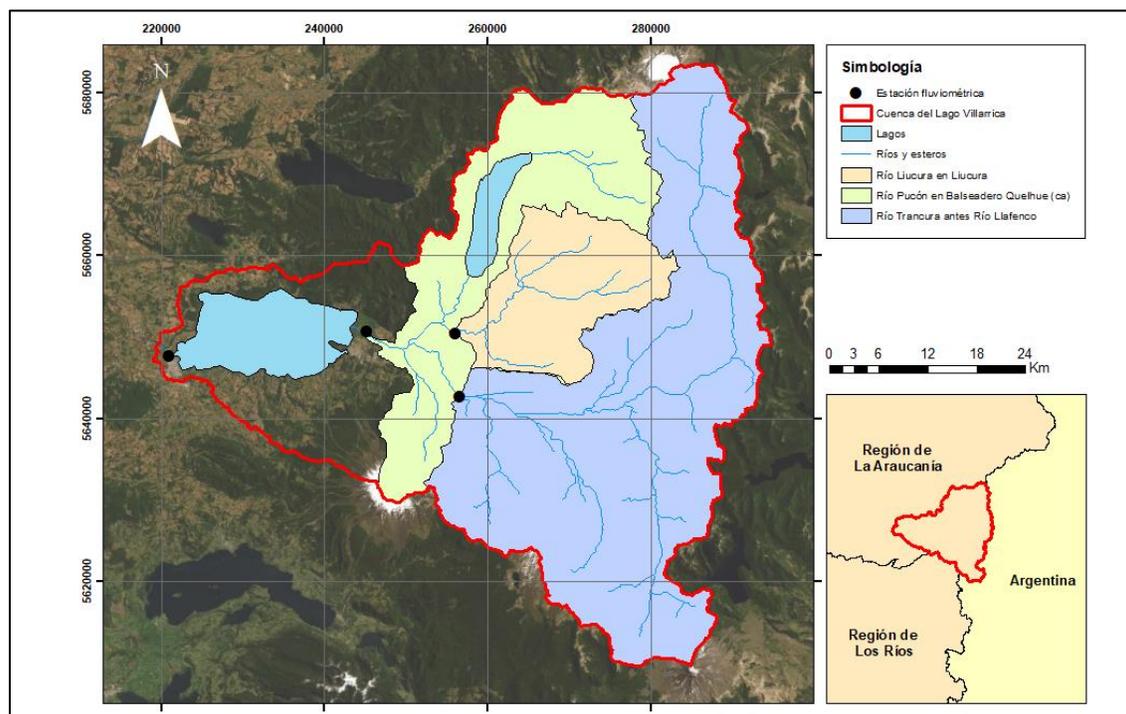


Figura 3-7. Ubicación geográfica de las cuencas Río Trancura antes Río Llafenco, Río Liucura en Liucura y Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca).

Adicionalmente, con la intención de caracterizar el régimen hidrológico de la cuenca definida en la desembocadura del río Pucón (véase Figura 3-7), se vuelve a utilizar la técnica de transposición para generar una serie de caudales medios mensuales que permite determinar las curvas de variación estacional (véase Figura 3-8) a partir del análisis de frecuencias de la serie de caudales.

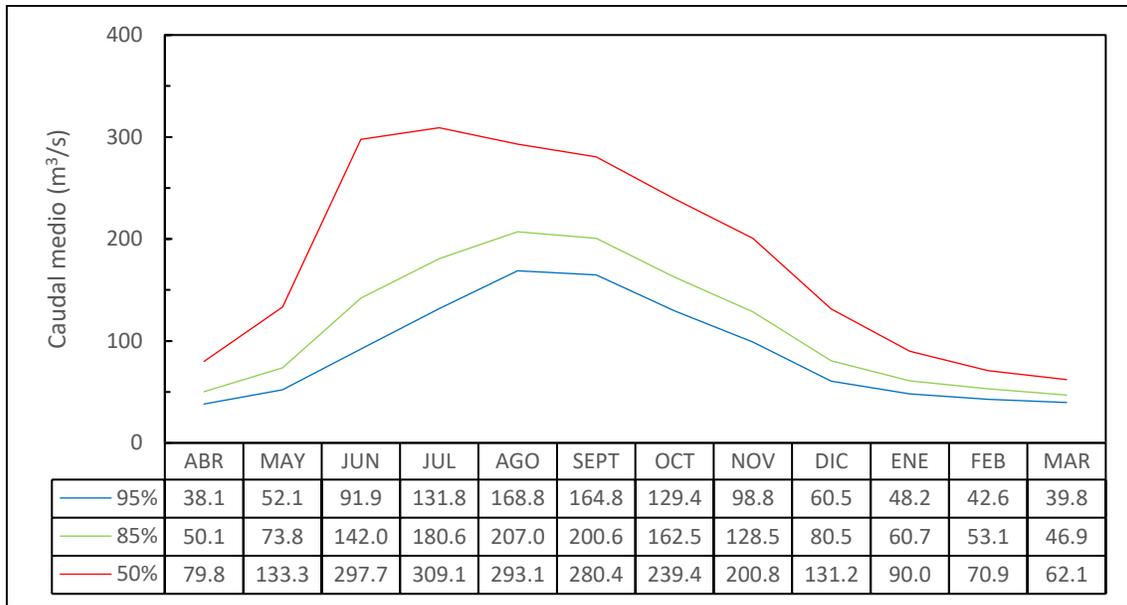


Figura 3-8. Curvas de variación estacional en la cuenca del Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca) para probabilidades de excedencia del 95 % al 50 %.

En cuanto a la estimación del caudal efluente del Lago Villarrica, se dispone, como se indicó anteriormente, del registro en la estación fluviométrica Río Toltén en Villarrica. Además, se cuenta con las mediciones del nivel de las aguas en el lago registradas por un limnógrafo instalado en la estación fluviométrica. A partir de ambas variables, se elabora la curva de descarga del Río Toltén en Villarrica, realizando un ajuste lineal sobre los valores medidos, como se observa en la Figura 3-9.

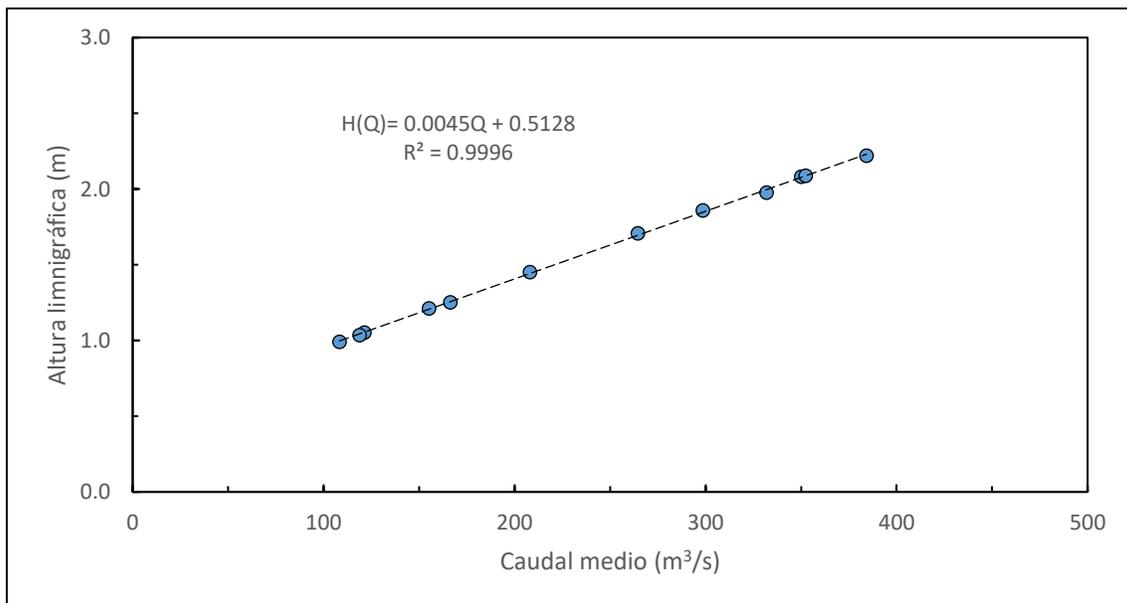


Figura 3-9. Curva de descarga del Río Toltén en Villarrica.

3.4 Geología e Hidrogeología

La geología local del Lago Villarrica es descrita a partir de los siguientes documentos:

- Geología del área Pucón-Curarrehue, Regiones de La Araucanía y de Los Ríos. Mapa escala 1:100,000 (Servicio Nacional de Geología y Minería [SERNAGEOMIN], 2008).
- Geología del Área Villarrica-Huiscapi, Regiones de La Araucanía y de Los Ríos. Mapa escala 1:100,000 (SERNAGEOMIN, 2011).

De acuerdo con lo anterior, las unidades que afloran en la cercanía del cuerpo de agua (véase Figura 3-10), teniendo en consideración la nomenclatura utilizada en las cartas geológicas del SERNAGEOMIN, pueden ser agrupadas en tres categorías:

- I. Rocas Intrusivas
 - Granitoides Carhuello Mgc (Oligoceno-Mioceno)
- II. Rocas Estratificadas
 - Formación Curamallín OMcm (Oligoceno-Mioceno)
 - Formación Malleco PPlm (Plioceno-Pleistoceno)
 - Lavas y rocas volcanoclásticas Plmsv (Plioceno-Pleistoceno)
- III. Depósitos no consolidados
 - Depósitos glaciales de la Glaciación Llanquihue Plm1 (Plioceno-Pleistoceno)
 - Lavas tardiglaciales PIHv (Pleistoceno-Holoceno)
 - Lavas y conos de piroclastos recientes Hv (Holoceno)
 - Depósitos laháricos recientes e históricos HIh (Holoceno)
 - Depósitos poligénicos y deltaicos Hpd (Holoceno)
 - Depósitos de abanico aluvial Hal (Holoceno)

La primera categoría consiste en un cuerpo intrusivo plutónico formado por dioritas, granitos y granodioritas, cuyos afloramientos se ubican al noreste del Lago Villarrica, en particular, en el sector de Quelhue y en el cerro Carhuello.

La segunda categoría comprende secuencias volcánicas de composición mayormente andesítica con intercalaciones sedimentarias e intruidas por numerosos cuerpos subvolcánicos asociados a una composición andesítica.

Por último, la tercera categoría incluye depósitos morrénicos y glaciofluviales que afloran en gran parte de la zona litoral del Lago Villarrica, lavas y coladas de lavas emitidas por los estratovolcanes modernos, depósitos de flujo de detritos volcánicos asociados a erupciones del volcán Villarrica y depósitos de arenas y gravas que forman abanicos en la desembocadura del río Pucón al Lago Villarrica y de las quebradas tributarias a los valles principales.

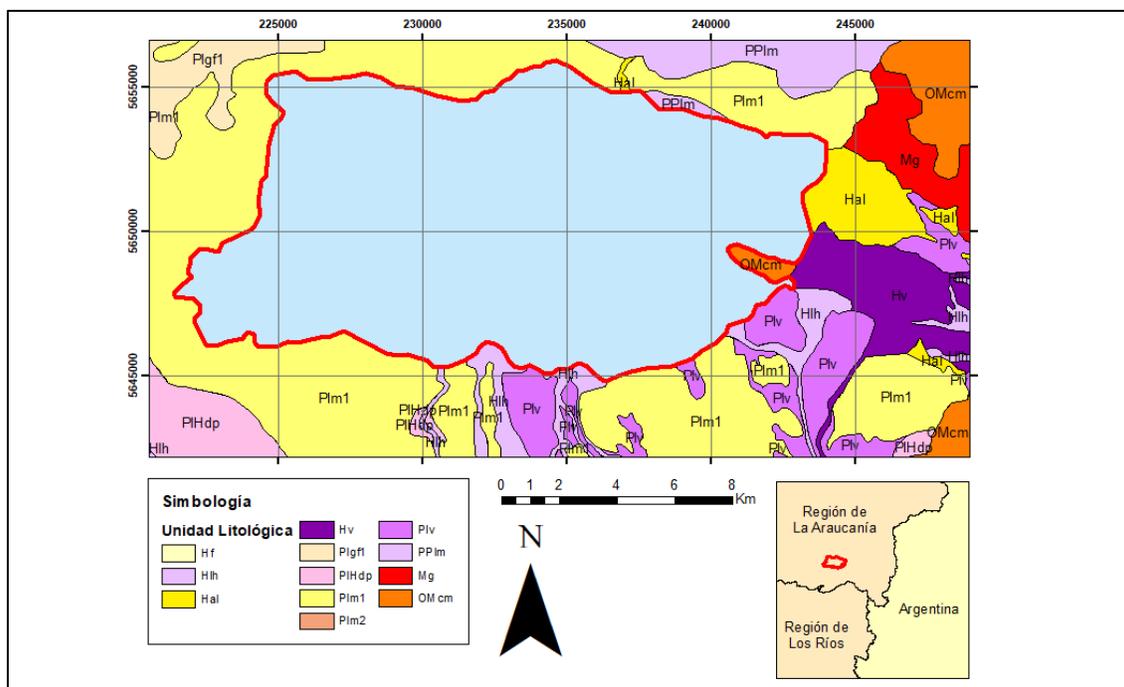


Figura 3-10. Mapa geológico del Lago Villarrica.
 Fuente: Elaboración propia en base a Valenzuela (2018).

La hidrogeología del Lago Villarrica es descrita en un estudio desarrollado por la DGA en la región de La Araucanía, en el cual se definen, a partir de las unidades litológicas reconocidas en el área de estudio, cinco unidades hidrogeológicas (véase Figura 3-11), cuyas transmisividades hidráulicas se presentan en la Tabla 3-5. Valenzuela (2018) utilizó esta información para obtener una estimación del flujo subterráneo afluente al cuerpo de agua, resultando que este aporte alcanzaría aproximadamente $2 \text{ m}^3/\text{d}/\text{m}$ y se generaría a lo largo de la zona litoral sur del Lago Villarrica, por lo cual, se produciría un aporte subterráneo de 500 L/s desde dicha zona.

Tabla 3-5. Rango conceptual de la transmisividad hidráulica de las unidades hidrogeológicas definidas en la cercanía del Lago Villarrica.

Unidad Hidrogeológica	Descripción	Transmisividad (m^2/d)		
		Mínimo	Máximo	Media
UH-1	Depósitos detríticos no consolidados	10.95	3,845.63	721.68
UH-2	Depósitos glaciofluviales no consolidados	29.11	1,270.51	369.58
UH-3	Depósitos volcanosedimentarios	12.65	12.65	12.65
UH-4	Lavas y depósitos volcanosedimentarios	158.11	3,870.75	1,436.58
UH-5	Basamento metamórfico	59.59	59.59	59.59

Fuente: Adaptado de DGA (2016b).

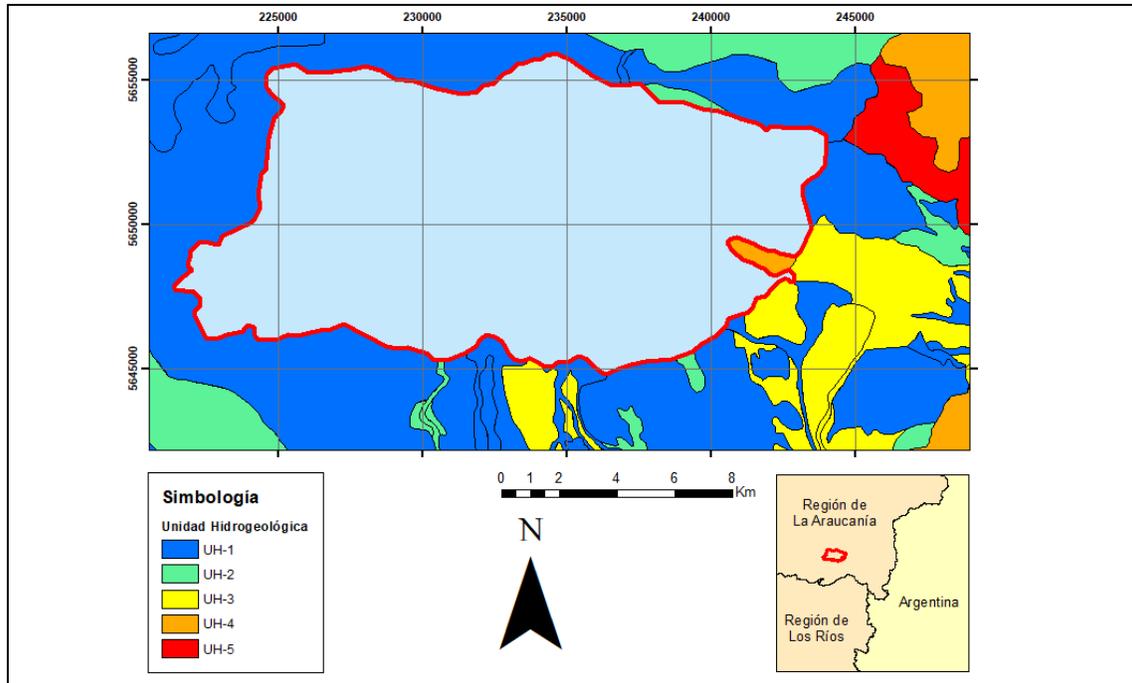


Figura 3-11. Mapa hidrogeológico del Lago Villarrica.
 Fuente: Elaboración propia en base a Valenzuela (2018).

En base al estudio hidrogeológico de la DGA, el aporte del flujo subterráneo afluente al Lago Villarrica sólo puede ocurrir en las zonas litorales norte y sur del cuerpo de agua, mientras que la contribución desde la cuenca Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca), correspondiente a la zona litoral este, es despreciable, pues, el área de drenaje del lago está constituida, principalmente, por rocas con bajo potencial hidrogeológico (DGA, 2016b). La afirmación anterior puede ser verificada mediante la separación del flujo base desde el flujo total registrado en la estación Río Trancura antes Río Llafenco y Río Liucura en Liucura, utilizando el siguiente algoritmo (DGA, 2016b):

$$Q_b(t) = \frac{K}{2-K} \cdot Q_b(t-1) + \frac{1-K}{2-K} \cdot Q_d(t) \quad (3.5)$$

donde Q_b : flujo base, Q_d : flujo directo y K : parámetro de separación único para toda la serie de caudales. La determinación del parámetro de separación se realiza minimizando la diferencia entre la escorrentía total y el flujo base para los meses de estiaje ya que, en el largo plazo, la escorrentía total proviene mayoritariamente del vaciamiento del volumen subsuperficial que ocurre durante estos periodos (DGA, 2016b). En la Figura 3-12 y Figura 3-13 se observa la separación del flujo base desde la escorrentía total registrada en las estaciones consideradas, con lo cual se confirmaría que el aporte subterráneo desde la cuenca Río Pucón en Balseadero Quelhue (ca) es despreciable con respecto al flujo superficial afluente al Lago Villarrica.

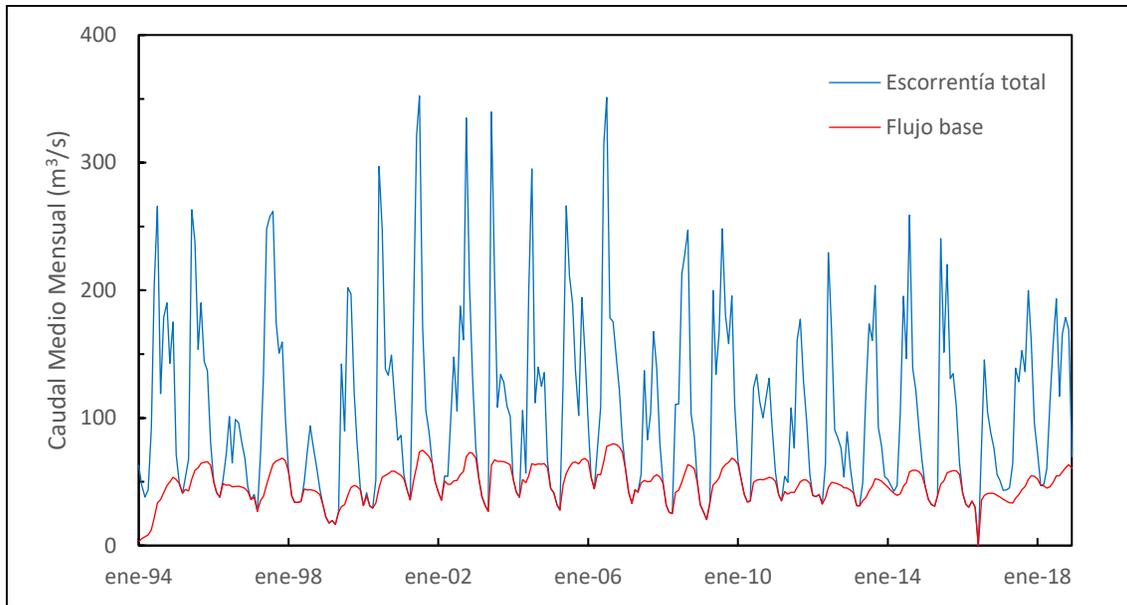


Figura 3-12. Separación del flujo base desde la escorrentía total registrada en la estación Río Trancura antes Río Llafenco para el periodo 1994-2018.

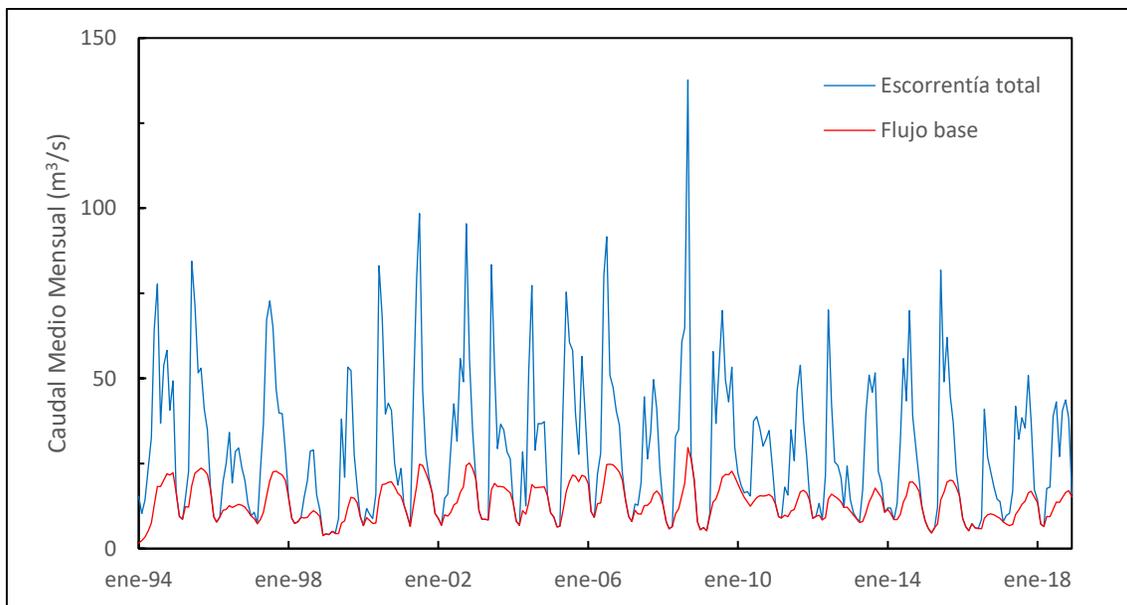


Figura 3-13. Separación del flujo base desde la escorrentía total registrada en la estación Río Liucura en Liucura para el periodo 1994-2018.

3.5 Modelo Conceptual del Lago Villarrica

De acuerdo con los antecedentes expuestos en el presente capítulo, se definen las condiciones de borde para el modelo numérico tridimensional del Lago Villarrica. Adicionalmente, se indican las ecuaciones consideradas en la representación de la hidrodinámica del cuerpo de agua y los modelos de turbulencia y flujo de calor adoptados para la implementación del modelo numérico.

3.5.1 Ecuaciones del Modelo

Las ecuaciones que permiten describir la dinámica del agua en el Lago Villarrica corresponden a las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia, la ecuación de continuidad, la ecuación de transporte de calor y la ecuación de estado, las cuales son descritas en el Anexo A.1.

3.5.2 Condiciones de Borde

3.5.2.1 Condiciones de Borde de Flujo

Las condiciones de borde para las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia y la ecuación de continuidad se ilustran en la Figura 3-14 y se encuentran formuladas en el Anexo A.2.

En la superficie libre del Lago Villarrica, la condición de borde está representada por el viento que actúa sobre ésta, el cual es caracterizado en función de la velocidad y dirección de la variable meteorológica (véase Figura 3-6).

En la base del Lago Villarrica, la condición de borde depende del esfuerzo de corte de fondo definido a partir de un coeficiente de fricción, denominado como coeficiente de Chézy, cuyo valor es una función de la discretización espacial del modelo numérico.

Por último, la condición de borde para la línea litoral del Lago Villarrica, entendida como la transición tierra-agua, consiste en un flujo nulo, excepto en la desembocadura del río Pucón, el desagüe del cuerpo de agua hacia el río Toltén y la línea litoral sur del lago. En la primera y tercera excepción se impone una condición de borde tipo Neumann con un flujo que alcanza, en promedio, $213 \text{ m}^3/\text{s}$ y 500 L/s , respectivamente, mientras que en la segunda excepción se impone una condición de borde tipo Dirichlet caracterizada por un nivel de aguas conocido (véase Figura 3-9).

No obstante lo anterior, se opta por descartar dichas excepciones del modelo numérico debido a que su efecto en la hidrodinámica del Lago Villarrica es despreciable en relación al efecto del viento en el cuerpo de agua (Bengtsson, 1978; Boehrer & Schultze, 2008; Shintani et al., 2010; Valerio et al., 2017), sin embargo, se trata de condiciones que deben ser validadas y consideradas para la implementación de un modelo de calidad del agua.

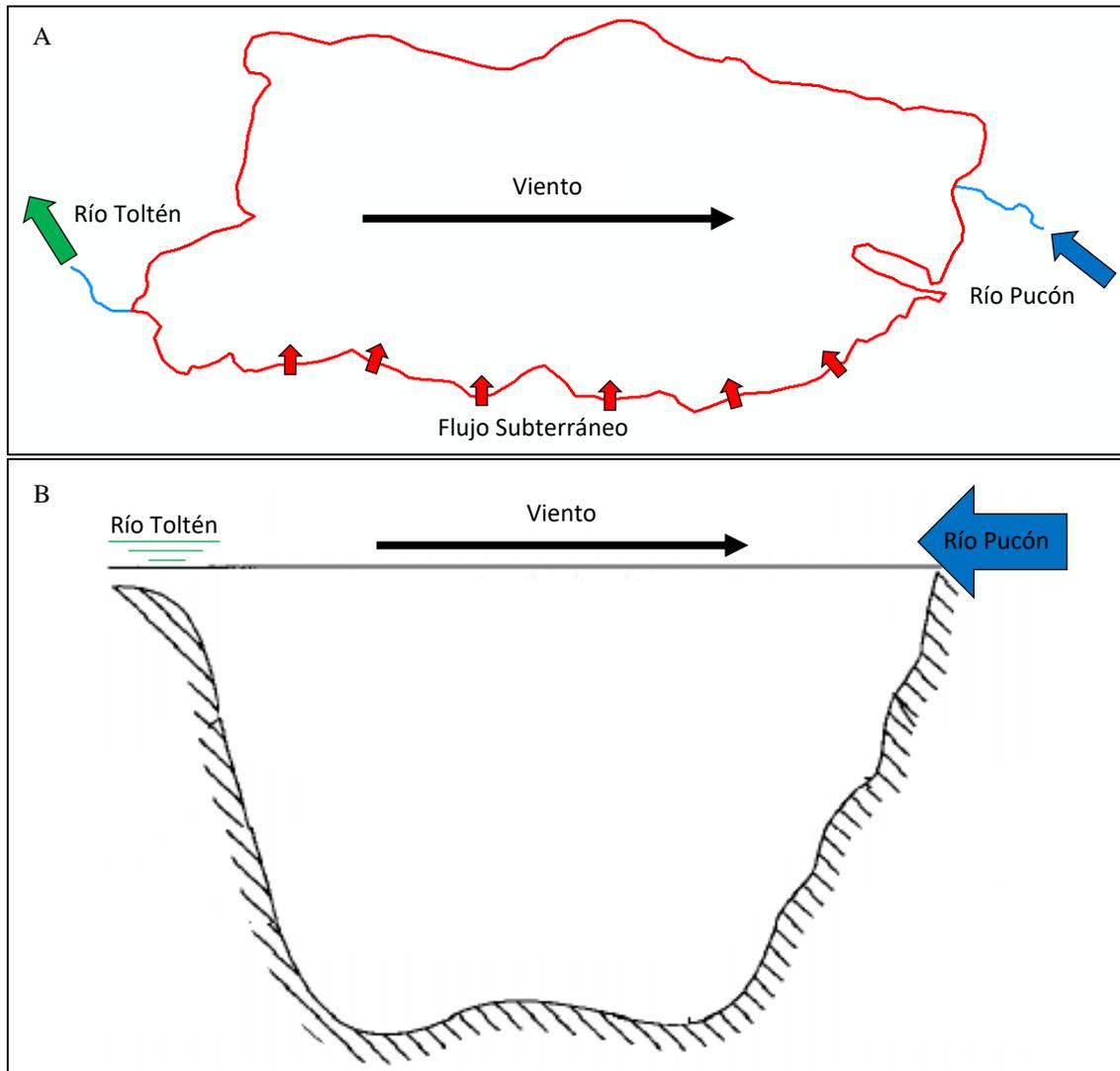


Figura 3-14. Condiciones de borde de flujo en el modelo numérico del Lago Villarrica: (A) vista en planta del lago y (B) vista esquemática de perfil.

Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001).

3.5.2.2 Condiciones de Borde de Transporte

Las condiciones de borde para la ecuación de transporte de calor se ilustran en la Figura 3-15 y se encuentran formuladas en el Anexo A.2.

En la superficie libre del Lago Villarrica, la condición de borde se deriva a partir del intercambio térmico que ocurre en ésta, el cual es representado mediante un modelo de flujo de calor que permite cuantificar el flujo térmico total a través de la interfaz aire-agua.

En cuanto a la base y la línea litoral del Lago Villarrica, se supone que no existe intercambio térmico (Deltares, 2014), por lo cual, el flujo de calor es nulo.

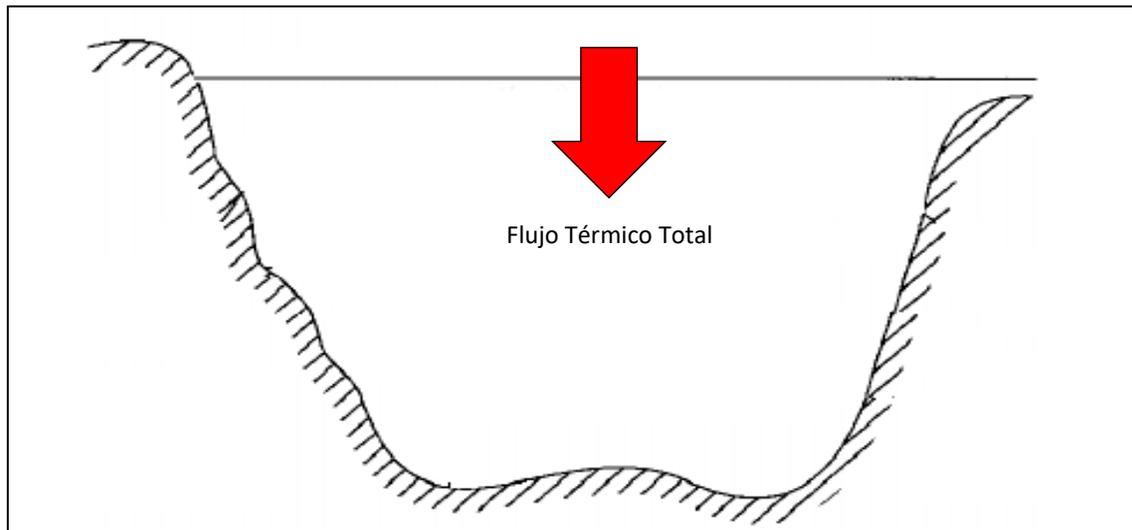


Figura 3-15. Condiciones de borde para el transporte de calor en el modelo numérico del Lago Villarrica.
Fuente: Elaboración propia en base a McIntyre & Jellison (2001).

3.5.3 Modelo de Turbulencia

La determinación de la viscosidad y difusividad turbulenta vertical en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia se realiza utilizando el modelo de cierre turbulento de segundo orden $K - \epsilon$, cuya descripción se presenta en el Anexo A.3.

3.5.4 Modelo de Flujo de Calor

El modelo utilizado para representar el intercambio térmico en la superficie libre del Lago Villarrica corresponde al modelo de flujo de calor oceánico, el cual es definido en el Anexo A.4.

4 MODELO NUMÉRICO

A partir del modelo conceptual elaborado para caracterizar las forzantes de los procesos hidrodinámicos que ocurren en el Lago Villarrica, se procede a implementar el modelo numérico tridimensional, simulando los fenómenos de flujo y transporte que resultan del forzamiento anual de las variables meteorológicas.

4.1 Selección del Software (Delft3D-Flow)

Delft3D es un software, desarrollado por el centro holandés de investigación costera Deltares, que permite realizar simulaciones de flujos, transporte de sedimentos, oleaje, calidad del agua, desarrollos morfológicos y ecología, y que se compone por varios módulos agrupados en torno a una interfaz mutua (Deltares, 2014).

Uno de los módulos de Delft3D es Delft3D-Flow, el cual aborda la simulación transitoria de los fenómenos de flujo y transporte multidimensional que resultan del forzamiento mareal o meteorológico en sistemas acuáticos.

En virtud de lo anterior, se decide utilizar el módulo Delft3D-Flow del software Delft3D para determinar las condiciones hidrodinámicas del Lago Villarrica, entre las cuales se encuentran velocidades, temperatura y densidad.

4.2 Construcción del Modelo Numérico

4.2.1 Discretización Espacial

La malla o grilla computacional para la discretización espacial del dominio de modelación se construye en base a la batimetría del Lago Villarrica, la cual se deriva de un estudio de terreno realizado por el Instituto Geográfico Militar [IGM]. La Figura 4-1 muestra el levantamiento batimétrico del lago y la Tabla 4-1 sintetiza los parámetros morfológicos característicos.

Tabla 4-1. Parámetros morfológicos del Lago Villarrica.

Parámetro	Unidad	Valor
Largo máximo	km	23.2
Ancho máximo	km	11.2
Área superficial	km ²	175.4
Profundidad máxima	m	173.4
Profundidad media	m	114.6

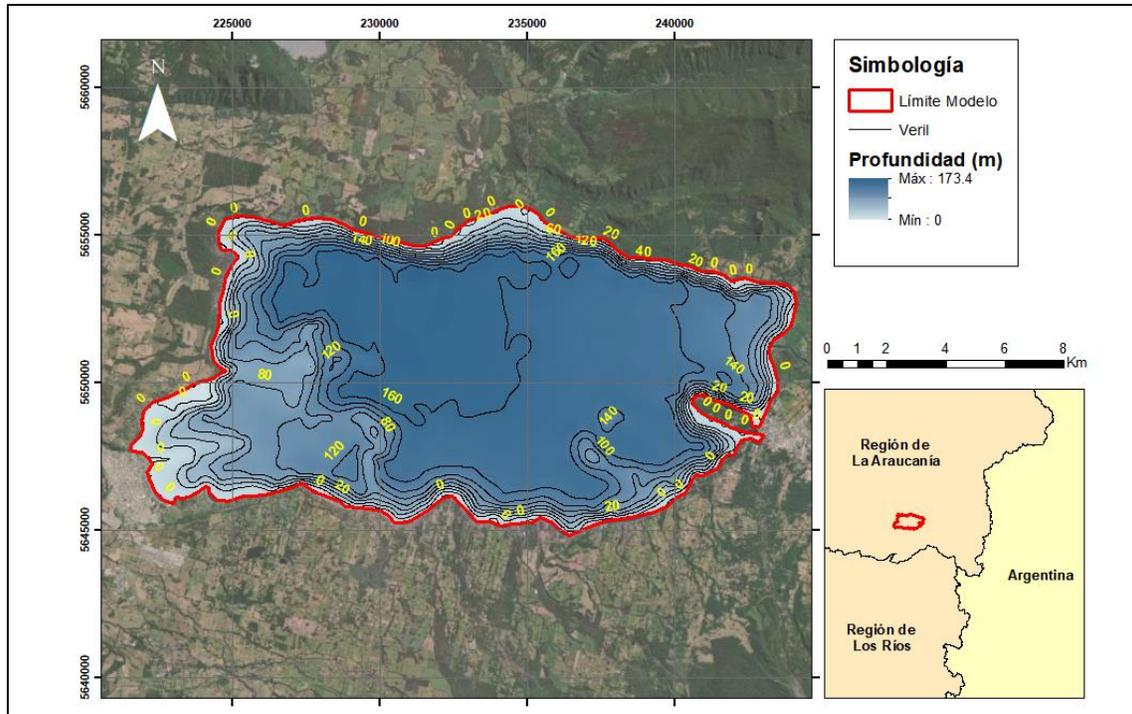


Figura 4-1. Batimetría del Lago Villarrica.
Fuente: Elaboración propia en base a Bruning (2018).

En base al levantamiento batimétrico, se construye la malla computacional para la discretización espacial del dominio del Lago Villarrica utilizando los módulos RGFGRID y QUICKIN del software Delft3D.

En el plano horizontal, por un lado, se utiliza el sistema de coordenadas cartesianas curvilíneas ortogonales en una grilla estructurada, cuyo tamaño de celdas es de 120 m, conformando así una malla de 98 filas en la dirección norte-sur y 193 columnas en la dirección este-oeste.

En el plano vertical, por otro lado, se utiliza el sistema de coordenadas sigma en una grilla no estructurada de 20 capas, cuyo espesor relativo de celdas en las primeras 15 capas alcanza un 3 % y en el resto del plano vertical alcanza un 10 %. La implementación de esta malla se justifica en la intención de reproducir, con mayor precisión, el cambio de temperatura en la capa superficial del Lago Villarrica. La Figura 4-2 muestra la discretización espacial del lago en el plano vertical definido en una sección transversal arbitraria en el dominio de modelación.

Es importante notar que el sistema de coordenadas sigma genera, inevitablemente, difusión vertical y circulación artificial en las zonas de mayor gradiente de los sistemas acuáticos (Cornelissen, 2003), como por ejemplo en la zona litoral del Lago Villarrica ilustrada en la Figura 4-2. No obstante, la selección de dicho sistema de coordenadas se sustenta en que el software Delft3D sólo permite acoplar los modelos hidrodinámicos con los modelos de calidad del agua a través del sistema de coordenadas sigma (Deltares, 2014).

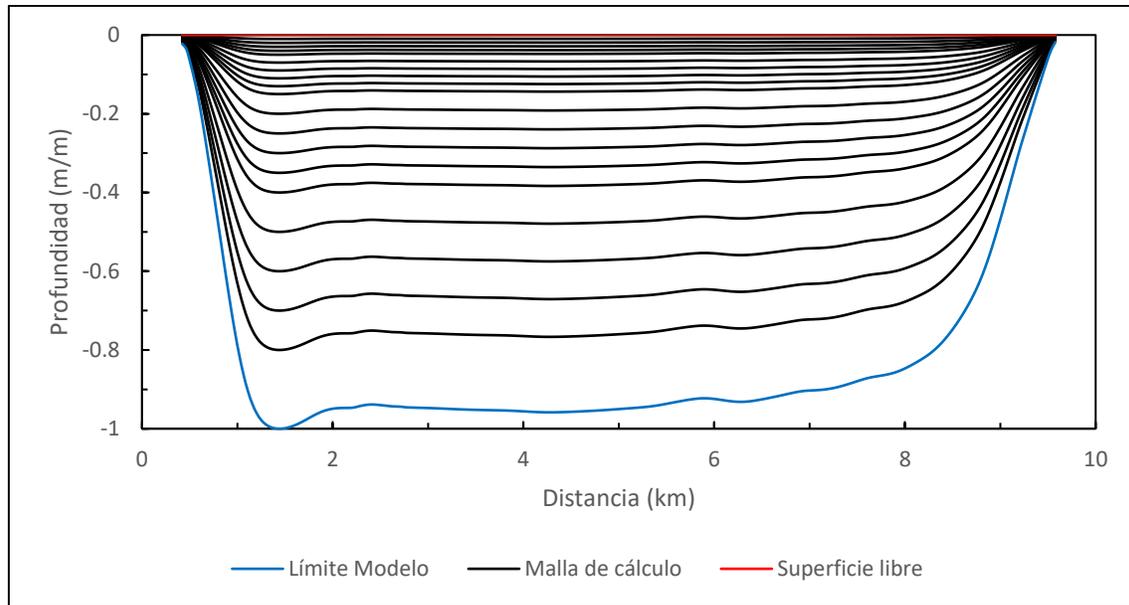


Figura 4-2. Discretización espacial del Lago Villarrica en el plano vertical para una sección transversal arbitraria en el dominio de modelación.

4.2.2 Discretización Temporal

La modelación numérica del Lago Villarrica se realiza desde el 1 de agosto de 2013 hasta el 31 de julio de 2015, adoptando una resolución temporal igual a 2.5 minutos. Se debe notar que la selección del periodo de simulación se justifica en la calibración del modelo a partir de las mediciones in situ efectuadas en las estaciones de monitoreo del cuerpo de agua en el periodo comprendido entre 2014-2015. Adicionalmente, el inicio y término de la modelación se basan en el comportamiento hidrodinámico que exhibiría el Lago Villarrica durante los meses de otoño-invierno (Campos et al., 1983), el cual es ilustrado esquemáticamente en la Figura 2-3-A.

4.2.3 Condiciones de Borde

Las condiciones de borde del modelo numérico son aquellas definidas anteriormente en el modelo conceptual para la hidrodinámica del Lago Villarrica, las cuales están representadas por las condiciones meteorológicas en el lago durante el periodo de simulación (véase Figura 4-3).

4.2.4 Condiciones Iniciales

Para las condiciones iniciales del modelo numérico, se supone que el Lago Villarrica está en reposo (Deltares, 2014), por lo cual, la circulación del agua es nula. En cuanto a la temperatura del sistema lacustre, se supone que este se encuentra bien mezclado, circulando completamente en la vertical, con una temperatura homogénea que alcanza los 10°C (Campos et al., 1983; Meruane, 2005; Rozas, 2011).

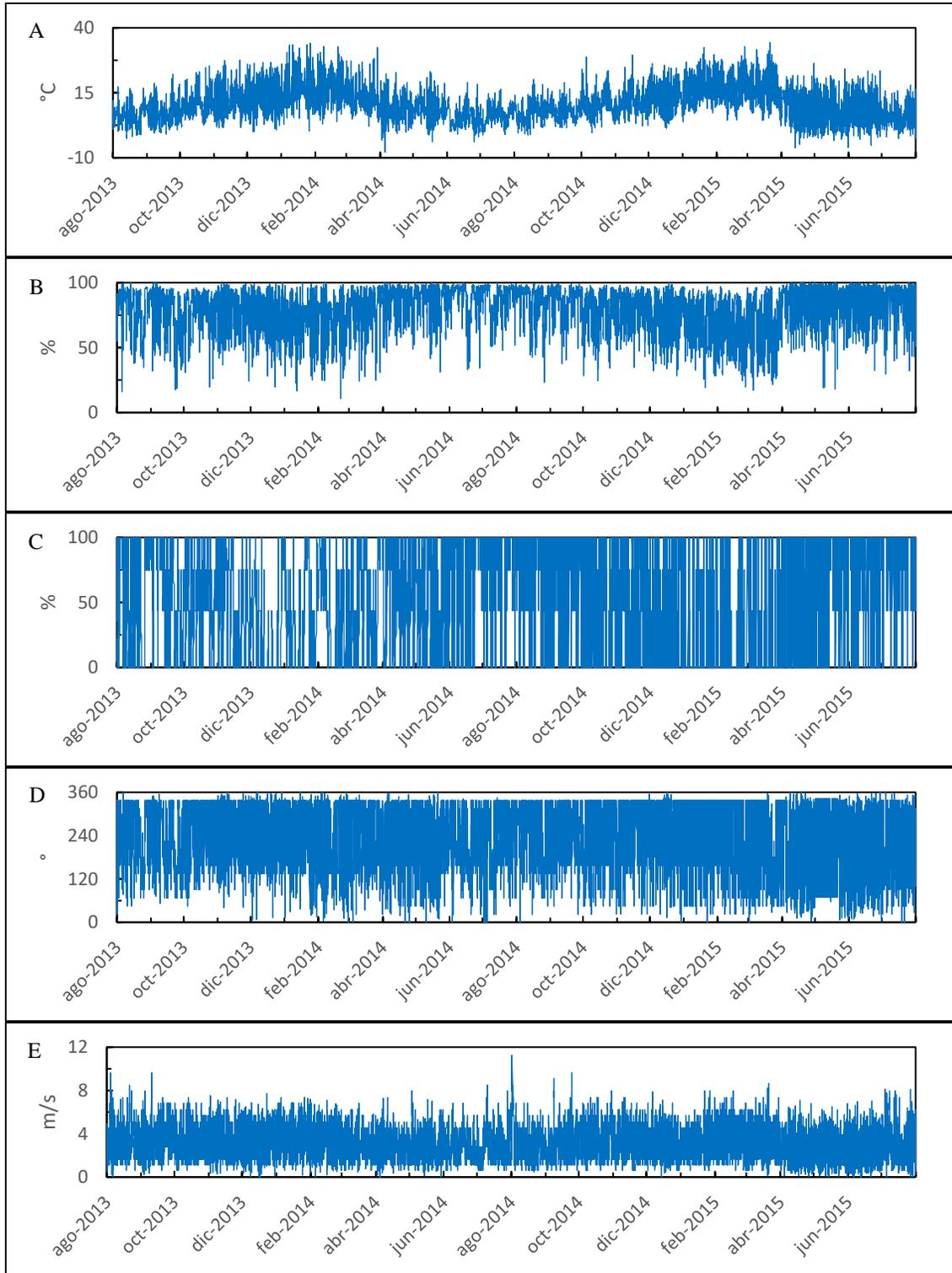


Figura 4-3. Condiciones meteorológicas de (A) temperatura del aire, (B) humedad relativa, (C) nubosidad, (D) dirección y (E) velocidad del viento en el Lago Villarrica durante el periodo de simulación.

4.2.5 Puntos de Observación

Los puntos de observación seleccionados para la calibración del modelo numérico coinciden con las estaciones de monitoreo definidas en las áreas de vigilancia del Lago Villarrica, las cuales fueron establecidas mediante Decreto N°19 dictado por el MMA con fecha 27 de mayo de 2013. La Figura 4-4 muestra la ubicación de los puntos de observación.

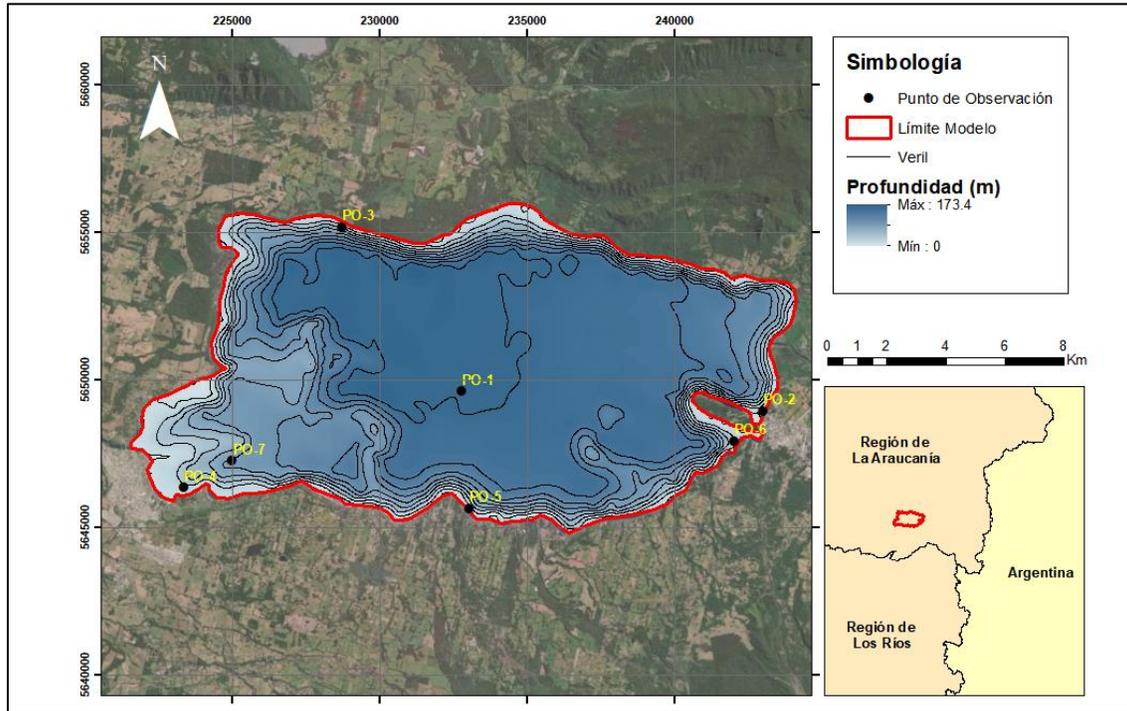


Figura 4-4. Ubicación geográfica de los puntos de observación seleccionados para la calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.

4.3 Análisis de Resultados

4.3.1 Calibración del Modelo

La calibración del modelo numérico implementado se realiza contrastando las condiciones hidrodinámicas simuladas con las mediciones efectuadas in situ en los puntos de observación, en particular la temperatura del agua en el Lago Villarrica durante febrero de 2014, utilizando los siguientes índices de error:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i^N (T_i - T'_i)^2} \quad (4.1)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{N} \sum_i^N |T_i - T'_i| \quad (4.2)$$

donde T_i : temperatura registrada en el punto de observación, T'_i : temperatura simulada en el modelo numérico y N : extensión del registro de las mediciones realizadas en las áreas de vigilancia.

Se debe notar que la información levantada durante las campañas de muestreo en las estaciones de monitoreo del Lago Villarrica consiste, en términos de la hidrodinámica del sistema lacustre, en la medición de un perfil térmico en cada punto de observación, por lo cual, el cálculo de los índices de error se realiza para toda la columna de agua muestreada.

Finalmente, el proceso de calibración del modelo numérico del Lago Villarrica se sustenta en la variación de los parámetros físicos señalados en la Tabla 4-2, de manera de minimizar tanto la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés) como el error absoluto medio (MAE).

Tabla 4-2. Rango conceptual de los parámetros físicos evaluados durante el proceso de calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.

Parámetro	Unidad	Rango conceptual	Valor adoptado	Referencia
Viscosidad turbulenta horizontal de fondo	m ² /s	0.05 - 20	10	1, 2, 3
Difusividad turbulenta horizontal de fondo	m ² /s	0.05 - 20	10	1, 2, 3
Viscosidad turbulenta vertical de fondo	m ² /s	0 - 10 ⁻⁶	0	2
Difusividad turbulenta vertical de fondo	m ² /s	0 - 10 ⁻⁶	0	2
Longitud de escala Ozmidov	m	0 - 0.05	0	1
Profundidad de Secchi	m	5.5 - 11.5	5.5	5
Número de Dalton	-	0.0015 - 0.0030	0.0015	1, 2, 4
Número de Stanton	-	0.0015 - 0.0030	0.0015	1, 2, 4

1: Chanudet et al. (2012); 2: Gerritsen et al. (2008); 3: Deltares (2014); 4: Abarca (2018); 5: Bruning (2018).

En el Anexo B se incluyen los resultados del proceso de calibración del modelo numérico y en la Tabla 4-3 se sintetizan los índices de error para los puntos de observación seleccionados, resultando que el desempeño global del modelo numérico en términos del RMSE y MAE es igual a 2.03 y 1.74°C, respectivamente.

Tabla 4-3. Índices de error de la temperatura del agua en el Lago Villarrica.

Punto de observación	Índice de error	
	RMSE	MAE
PO-1	1.73	1.35
PO-2	1.93	1.84
PO-3	1.62	1.33
PO-4	2.48	2.17
PO-5	2.50	2.31
PO-6	2.28	2.12
PO-7	1.74	1.37

Teniendo en consideración la adecuada reproducción de las temperaturas simuladas y observadas en la estación de monitoreo ubicada en la zona pelagial del cuerpo de agua, representada por el punto de observación PO-1, se concluye que es factible el análisis del comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica a través del modelo numérico implementado.

Cabe destacar que, a partir del proceso de calibración, se desprende que el parámetro físico más relevante en la modelación del comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica corresponde a la difusividad turbulenta horizontal de fondo. Los valores bajos de dicho parámetro, en el rango conceptual definido (véase Tabla 4-2), provocan que la señal térmica impuesta en la superficie del cuerpo de agua se propague lentamente, con lo cual no se desarrolla el fenómeno de estratificación térmica durante primavera-verano, mientras que valores altos tienen un efecto completamente contrario como se ilustra en la Figura 4-5.

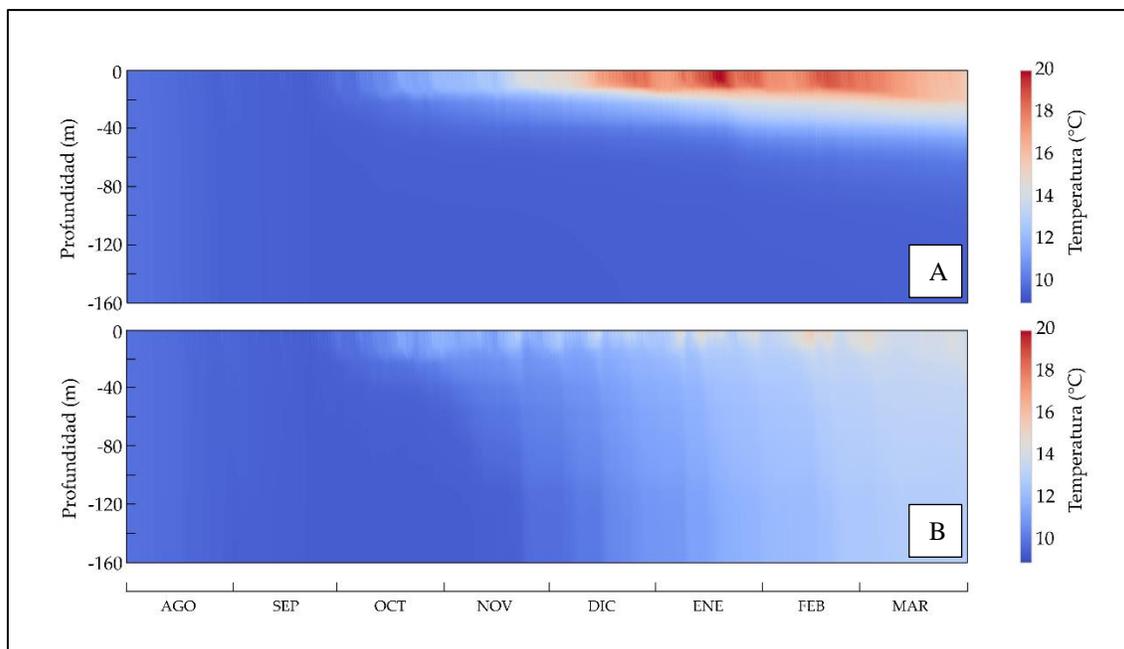


Figura 4-5. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 para (A) valores altos y (B) valores bajos de la difusividad turbulenta horizontal de fondo.

De manera adicional, se debe notar que la profundidad de Secchi y la corrección de la velocidad del viento por ubicación geográfica, también inciden en el comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica, en particular, durante primavera-verano.

Por un lado, los valores altos de la profundidad de Secchi generan una profundización de la termoclina acompañada de una disminución leve de la temperatura en la capa superficial de la estratificación térmica, mientras que valores bajos resultan en una respuesta contraria como se observa en la Figura 4-6.

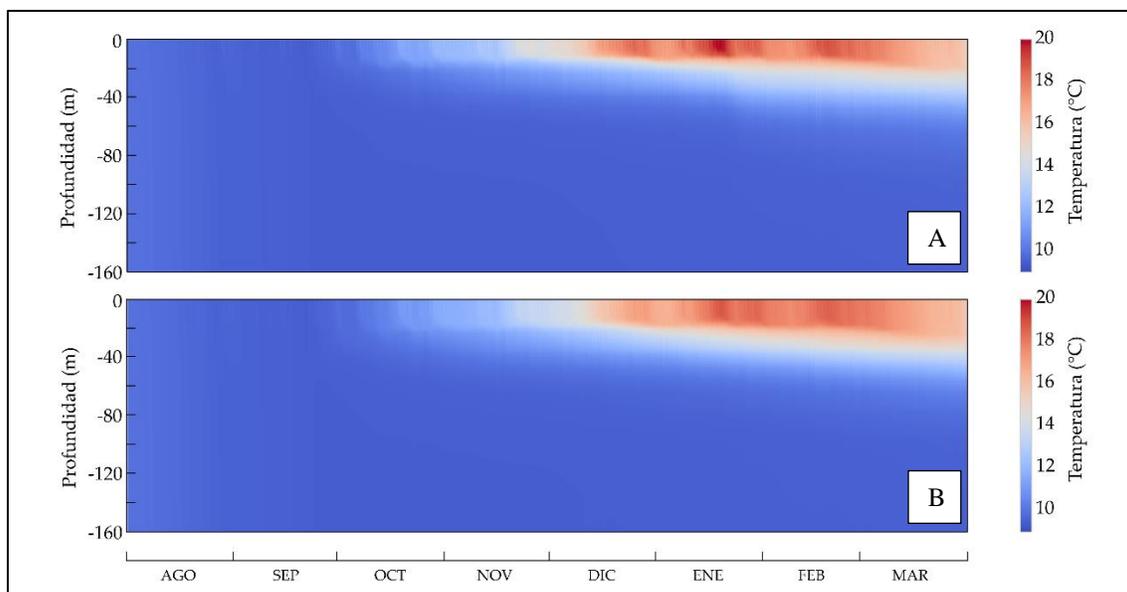


Figura 4-6. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 para (A) valores bajos y (B) valores altos de la profundidad de Secchi.

Por otro lado, cuando el viento es corregido por ubicación geográfica, junto con la corrección por altura de medición, entonces la respuesta es análoga a aquella observada en la Figura 4-6-B, sin embargo, se produce una disminución importante de la temperatura en la capa superficial de la estratificación térmica como se ilustra en la Figura 4-7-B. En base a este resultado, la velocidad del viento evaluada en el modelo numérico del Lago Villarrica sólo es corregida por altura de medición.

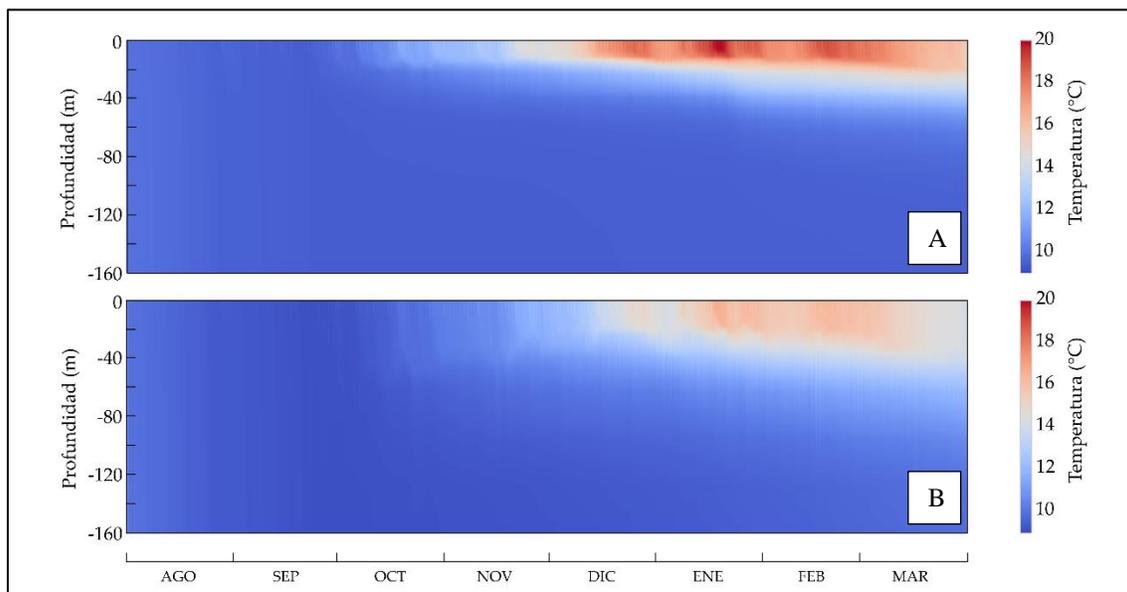


Figura 4-7. Evolución temporal de la estructura térmica en el punto de observación PO-1 durante 2013-2014 cuando la velocidad del viento es corregida por (A) altura de medición y cuando es corregida por (B) altura de medición y ubicación geográfica.

4.3.2 Resultados del Modelo

4.3.2.1 Estructura Térmica

La caracterización de la estructura térmica del Lago Villarrica se enfoca en describir el comportamiento anual de la zona pelagial del cuerpo de agua, la cual es supuesta como representativa del sistema lacustre y se atribuye, en adelante, al punto de observación PO-1. La Figura 4-8 muestra la evolución temporal de la temperatura y la densidad del agua en el lago, y la Figura 4-9 representa la distribución vertical mensual de la temperatura durante el periodo de simulación.

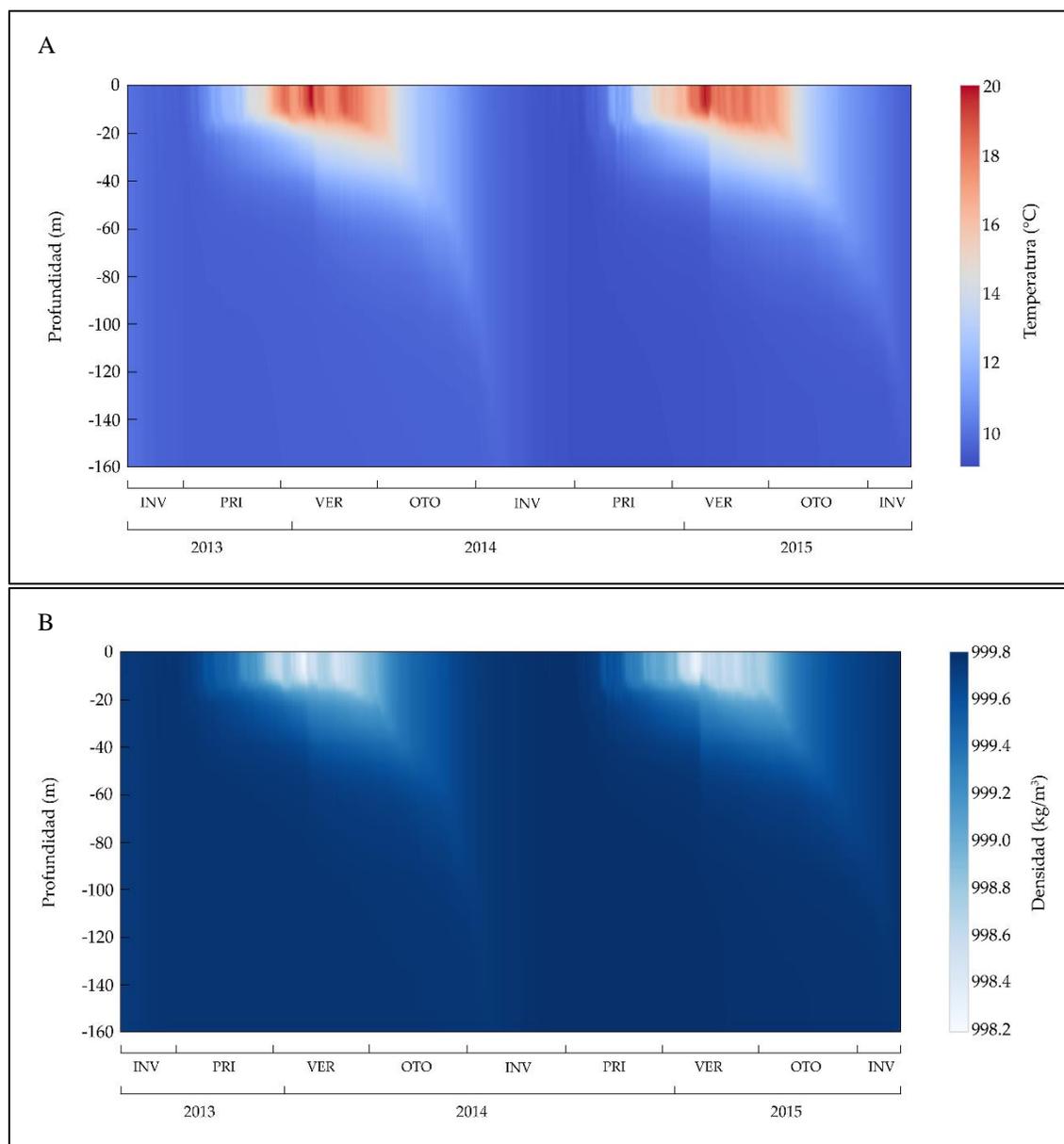


Figura 4-8. Evolución temporal de (A) la estructura térmica y (B) la estructura densimétrica en la zona pelagial del Lago Villarrica.

INV: Invierno; PRI: Primavera; VER: Verano; OTO: Otoño.

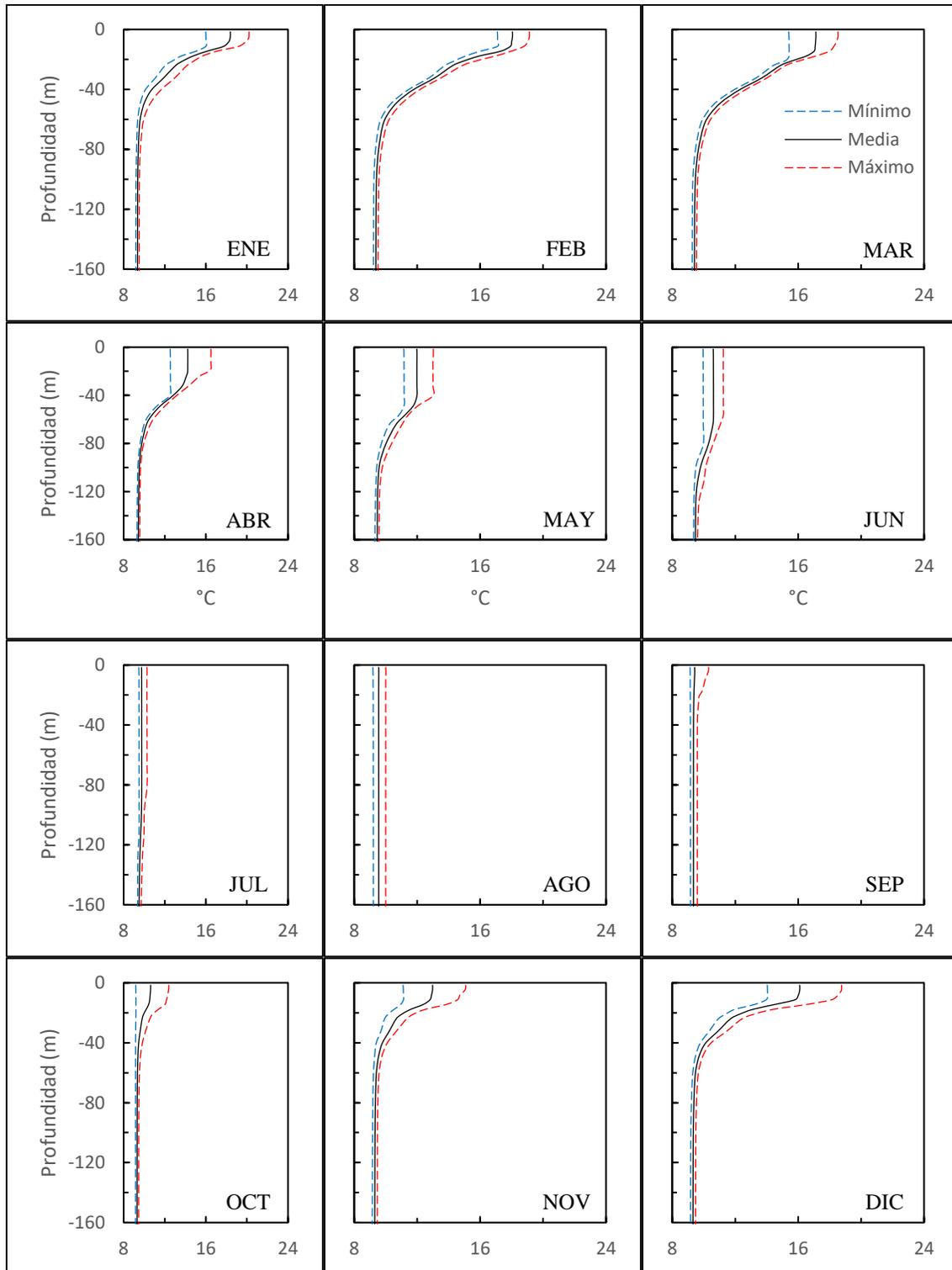


Figura 4-9. Distribución vertical mensual de la temperatura en la zona pelagial del Lago Villarrica durante el periodo de simulación.

En virtud de lo anterior, el modelo hidrodinámico del Lago Villarrica confirma las observaciones realizadas por Campos et al. (1983) y validadas por Meruane (2005) y Rozas (2011) durante las mediciones en terreno ejecutadas en el cuerpo de agua (véase Figura 4-10). Dichas observaciones permiten afirmar que, como resultado de la señal térmica impuesta por la radiación solar incidente en la superficie del lago, ocurre un incremento del contenido energético o flujo térmico total en el Lago Villarrica entre primavera y verano, seguido por un descenso del contenido energético entre otoño e invierno como se observa en la Figura 4-8.

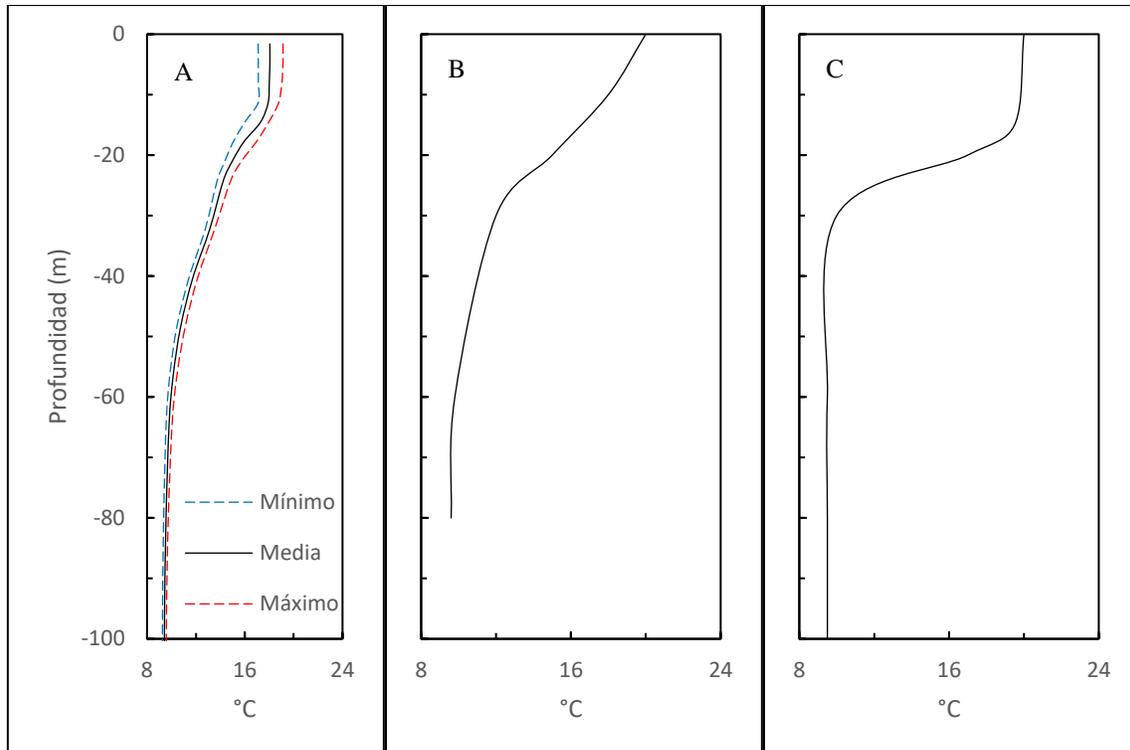


Figura 4-10. Distribución vertical de la temperatura del agua en el Lago Villarrica: (A) simulación de la zona pelagial del lago durante febrero de 2014 y 2015, (B) mediciones en terreno realizadas por Meruane (2005) durante febrero de 2004 y (C) mediciones en terreno realizadas por Rozas (2011) durante febrero de 2009.

Durante el periodo de incremento, se desarrolla el fenómeno de estratificación térmica en el Lago Villarrica, el cual tiende a comenzar en noviembre y se caracteriza por una termoclina ubicada en los 20 m de profundidad que genera una capa térmica superior a 20°C con una densidad de 998.2 kg/m³ y una capa térmica inferior a 10°C con una densidad de 999.8 kg/m³.

Posteriormente, durante el periodo de descenso, el Lago Villarrica se enfría, producto de la disminución en la radiación solar incidente en la superficie del lago y, consecuentemente, la pérdida del contenido energético, hasta alcanzar una temperatura homogénea de 10°C, con pequeñas diferencias entre la superficie y el fondo del cuerpo de agua. Cabe destacar que la ruptura de la estratificación térmica tiende a comenzar en marzo y se trataría de un proceso gradual cuya duración se extiende por dos meses.

4.3.2.2 Respuesta al Viento

El comportamiento del Lago Villarrica en respuesta al esfuerzo de corte inducido por el viento sobre su superficie libre es analizado en función de la interacción con el viento y la modificación de la estructura térmica del cuerpo de agua debido a eventos de viento Puelche.

Por un lado, el análisis de la interacción del Lago Villarrica con el viento se realiza a través de la Figura 4-11, la cual muestra los espectros de energía de la velocidad del viento y la velocidad del lago promediada en la profundidad para la zona pelagial del cuerpo de agua, correspondiente al punto de observación PO-1 como se estableció más atrás.

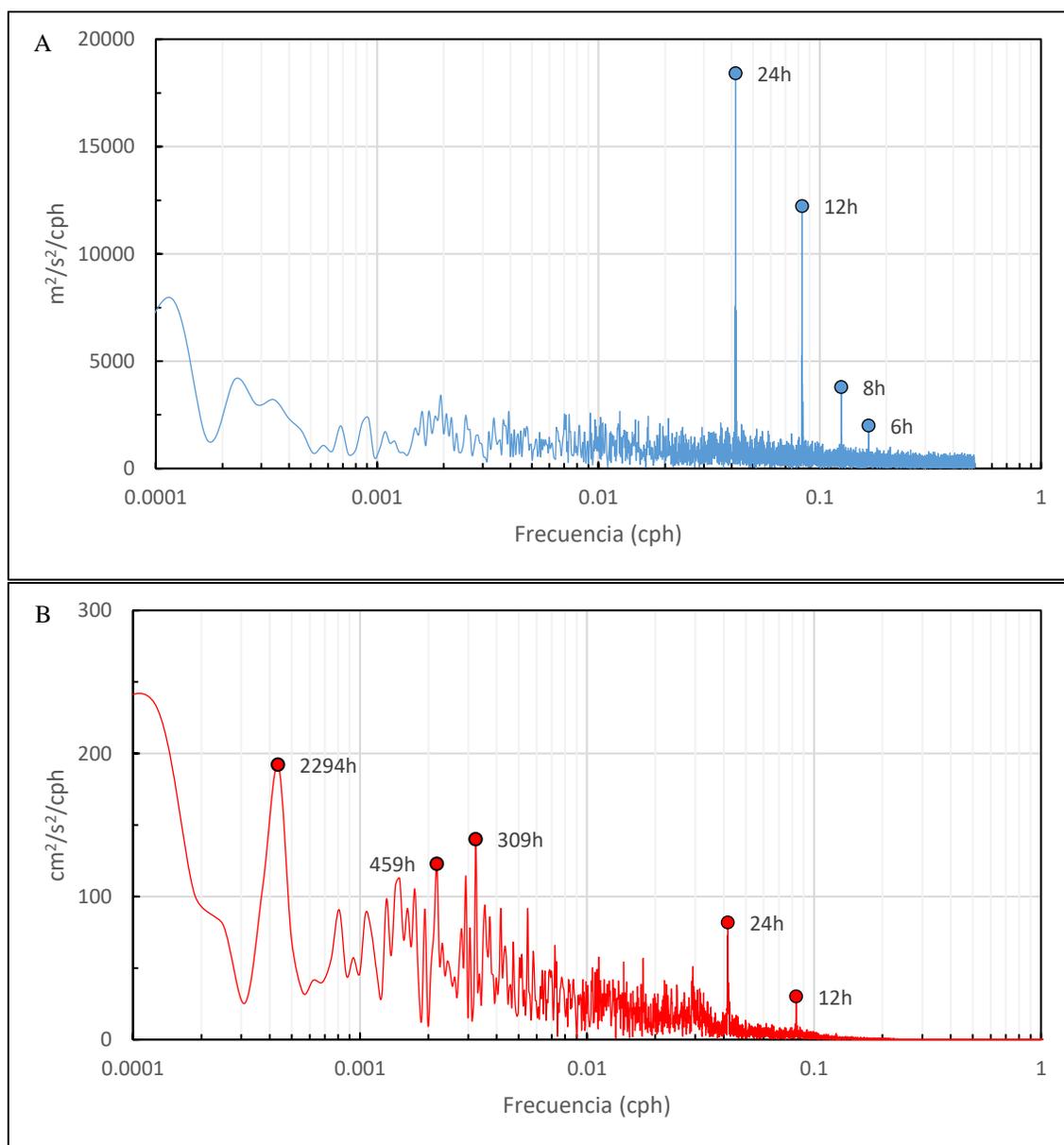


Figura 4-11. Espectro de energía de (A) la velocidad del viento y (B) la velocidad en la zona pelagial del Lago Villarrica promediada en la profundidad.

El espectro de energía para la velocidad del viento refleja la naturaleza periódica de la variable meteorológica. En este sentido, se observa que el viento en el lago presenta una componente energética dominante de 24 horas seguida por una de 12 horas. Además, se observan componentes de 8 y 6 horas, cuyo contenido energético es inferior con respecto a las componentes dominantes.

En cuanto al espectro de energía para la velocidad del lago promediada en la profundidad, se observa una marcada componente de 2,294 horas, seguida por componentes de 459, 309, 24 y 12 horas. La componente dominante equivale, aproximadamente, a tres meses, lo cual reflejaría la naturaleza periódica del lago como resultado de la exposición a las estaciones del año.

A partir de lo expuesto en la Figura 4-11, se desprende que las componentes energéticas dominantes de la velocidad del viento coinciden con las componentes de menor contenido energético de la velocidad del lago promediada en la profundidad, lo cual indicaría la existencia de una interacción resonante entre el viento y el cuerpo de agua, específicamente, con las ondas internas generadas durante el periodo de estratificación térmica en el Lago Villarrica (Rozas, 2011). Dicha afirmación se verifica más adelante al estudiar los atributos principales de las ondas internas simuladas mediante el modelo numérico.

Por otro lado, el análisis de la modificación de la estructura térmica del Lago Villarrica debido a eventos de viento Puelche, se realiza teniendo en consideración la investigación desarrollada por Meruane (2005), en la cual se define al viento Puelche como un viento local fuerte de aire cálido y seco, cuya ocurrencia se asocia a las siguientes condiciones meteorológicas :

- La dirección del viento se encuentra entre 60° y 120°
- La temperatura del aire incrementa sobre los 30°C
- La humedad relativa disminuye en torno al 20 %

De manera preliminar, se identifica la ocurrencia de viento Puelche durante el periodo de simulación, según las condiciones meteorológicas características identificadas por Meruane (2005), como se observa en la Tabla 4-4.

Tabla 4-4. Condiciones meteorológicas en los eventos de viento Puelche ocurridos durante el periodo de simulación del Lago Villarrica.

Parámetro	Unidad	Evento N°1	Evento N°2	Evento N°3
Fecha de ocurrencia	-	11-ene-14	20-ene-15	26-feb-15
Dirección del viento	°	112	67.5	90
Temperatura del aire	°C	32.2	30.7	32.2
Humedad relativa	%	23.2	21.6	22.4

Se opta, por simplicidad, analizar solo uno de los eventos identificados, correspondiente al evento N°3. Dicho análisis consiste en evaluar la evolución de la estructura térmica durante la ocurrencia del evento. Las condiciones meteorológicas en el lago se muestran en la Figura 4-12, en la cual se debe notar que el evento analizado exhibe un evento precursor de menor intensidad, en términos de las condiciones meteorológicas características, que ocurre el día 25 de febrero.

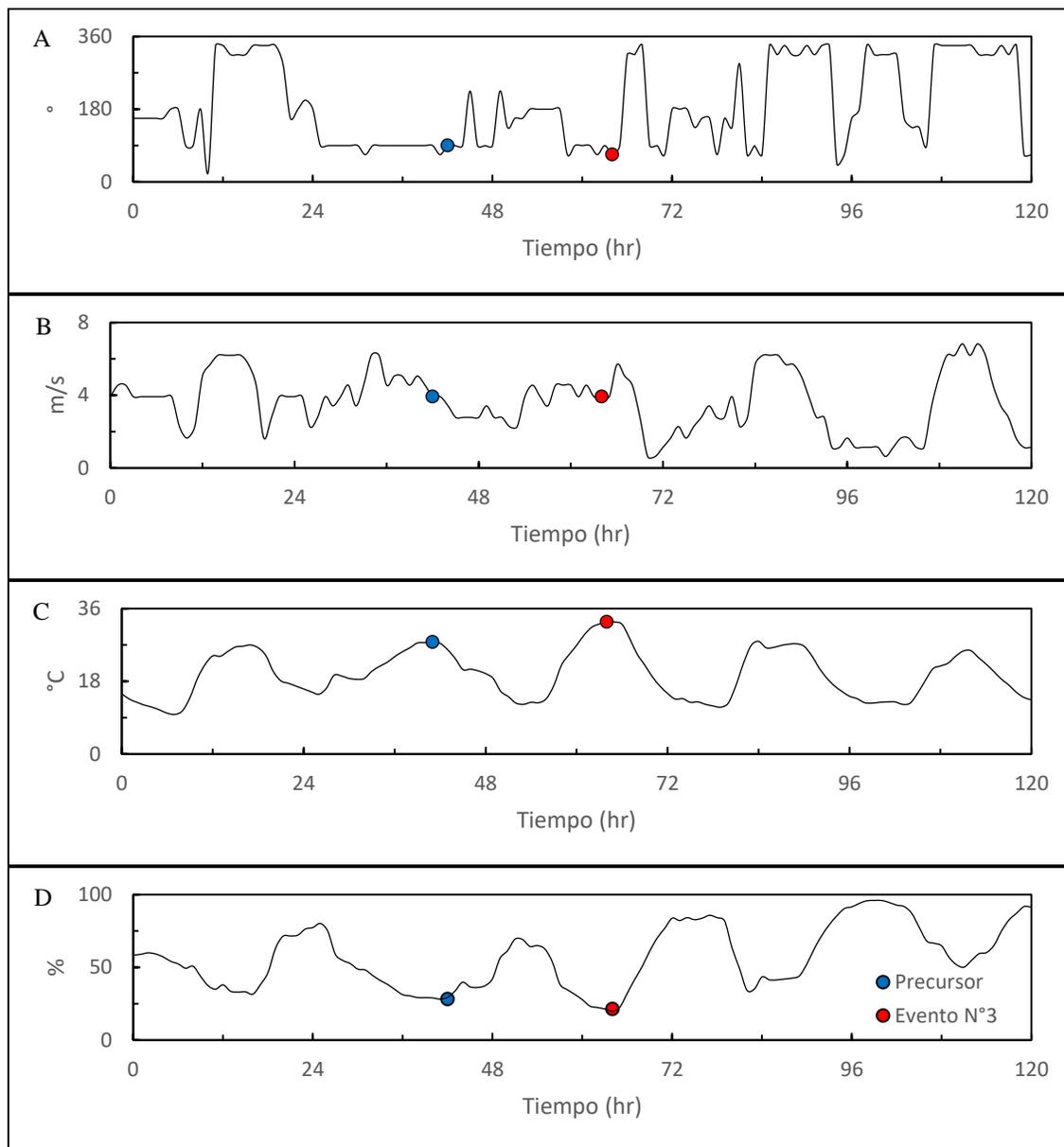


Figura 4-12. Condiciones meteorológicas de (A) dirección y (B) velocidad del viento, (C) temperatura del aire y (D) humedad relativa en el Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.

La Figura 4-13 y Figura 4-14 muestran la evolución de la estructura térmica del Lago Villarrica, a 20 m de profundidad, durante el evento de viento Puelche precursor y el evento principal, respectivamente.

La respuesta del lago para el evento principal es análoga a aquella simulada durante el evento precursor. Adicionalmente, se observa que la termoclina presenta un patrón de circulación en sentido horario, el cual comienza desde las 14:00 del 25 de febrero y continúa hasta las 22:00 del día siguiente.

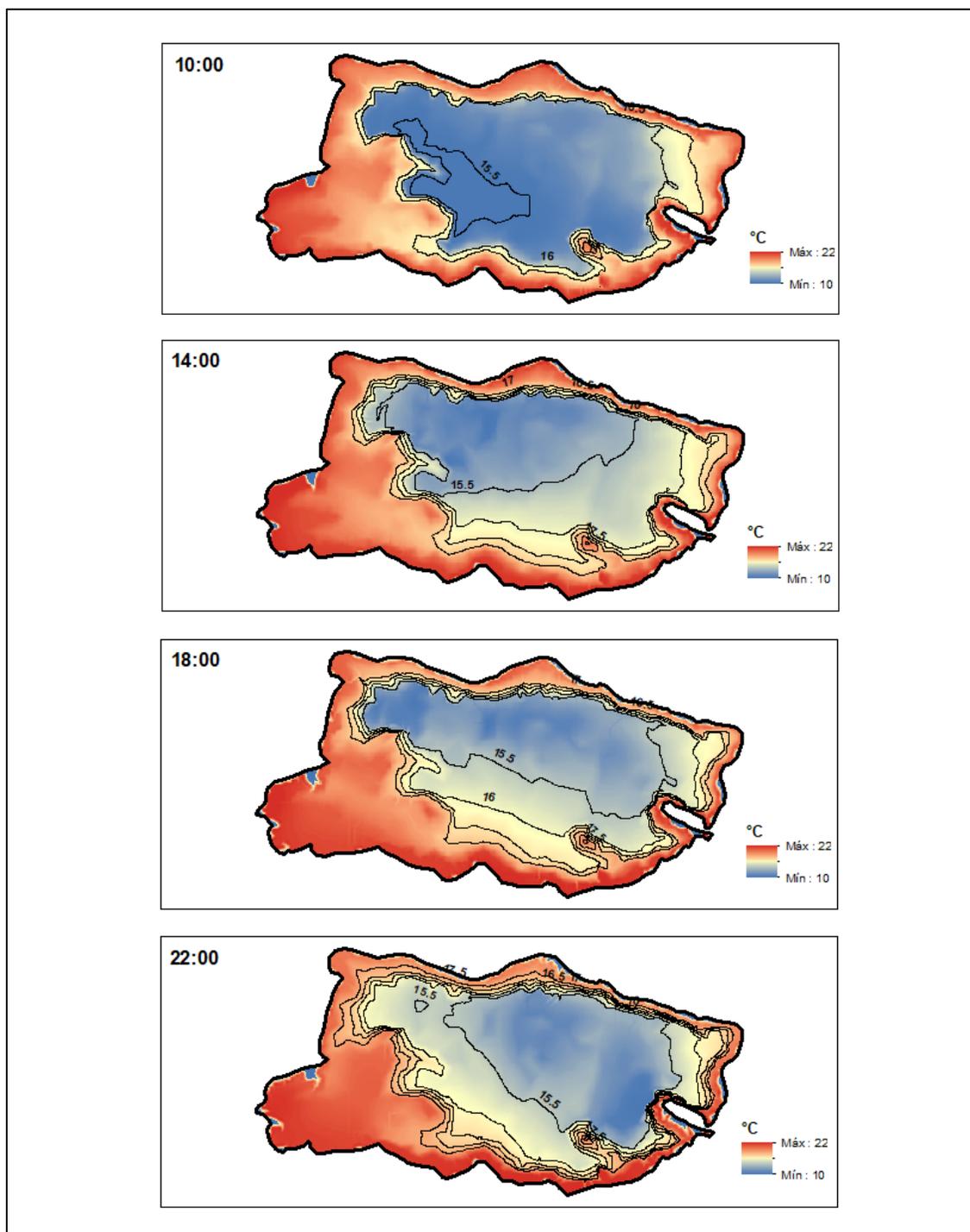


Figura 4-14. Estructura térmica del Lago Villarrica a 20 m de profundidad en el día 26 de febrero de 2015.

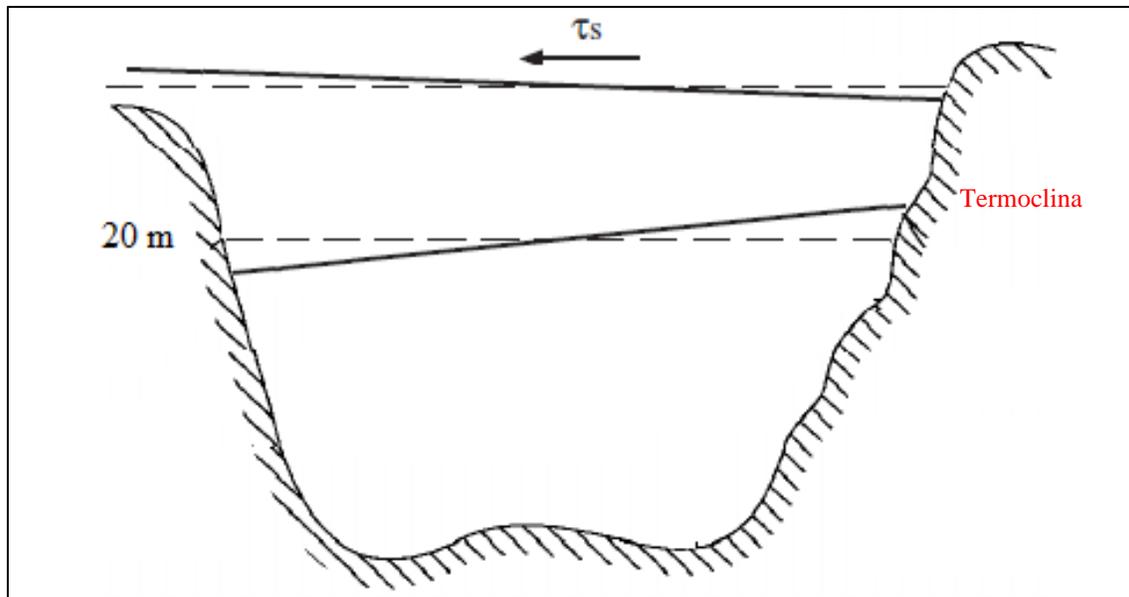


Figura 4-15. Esquema conceptual de la respuesta del Lago Villarrica al esfuerzo de corte superficial inducido por el viento durante el periodo de estratificación térmica. La línea punteada representa la posición de equilibrio de la superficie libre y la interfaz de densidad.

En virtud de lo anterior, el comportamiento del Lago Villarrica, durante el evento de viento Puelche analizado, se caracteriza, como sostiene Meruane (2005), por una inclinación importante de la termoclina, la cual es producida por la condición forzante del viento Puelche. La relajación de dicha condición genera una oscilación que, de acuerdo con Ulloa (2011), evoluciona en respuesta al efecto de la rotación terrestre y se propaga alrededor de la zona litoral del lago. Finalmente, la amplitud de la oscilación generada en la termoclina decae, producto de los mecanismos de difusión térmica en el cuerpo de agua, hasta alcanzar una configuración estable como se observa en la Figura 4-16.

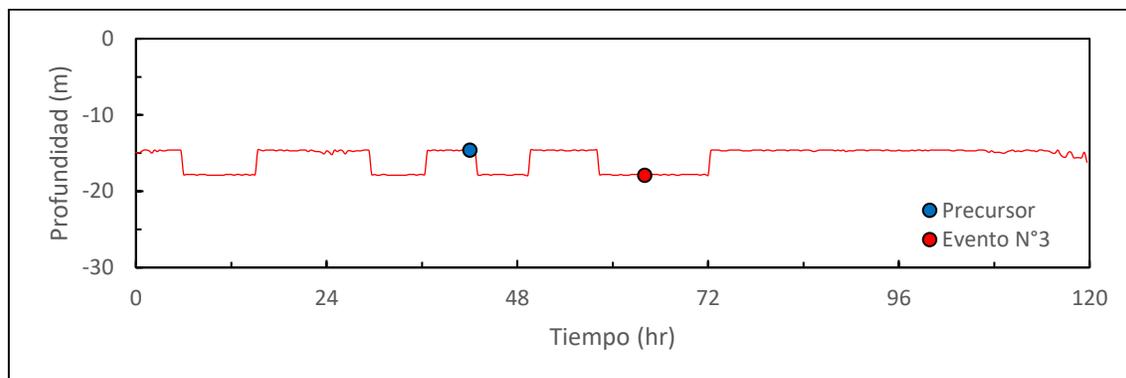


Figura 4-16. Evolución temporal de la termoclina en la zona pelagial del Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.

De manera adicional, se verifica si el evento precursor o el evento N°3 originan un afloramiento de la termoclina en la zona oriental del lago como en los eventos analizados por Meruane (2005). La verificación se realiza a partir del número de Wedderburn (Imberger, 1998):

$$W = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} \frac{gh_1^2}{u_*^2 L} \quad (4.3)$$

donde W : número de Wedderburn, ρ_1 : densidad de la capa térmica superior, ρ_2 : densidad de la capa térmica inferior, g : aceleración de gravedad, h_1 : espesor de la capa térmica superior, u_* : velocidad de corte del viento y L : largo máximo del lago. Cabe destacar que la velocidad de corte depende de la velocidad del viento según la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$u_* = \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_1} C_d U_{10}^2} \quad (4.4)$$

donde ρ_a : densidad del aire, C_d : coeficiente de arrastre del viento y U_{10} : velocidad del viento a 10 m sobre la superficie del cuerpo de agua. La Figura 4-17 muestra la evolución de la velocidad de corte del viento y el número de Wedderburn durante el evento de viento Puelche analizado, considerando los parámetros morfológicos (véase Tabla 4-1) y la estructura térmica (véase Figura 4-8) del Lago Villarrica.

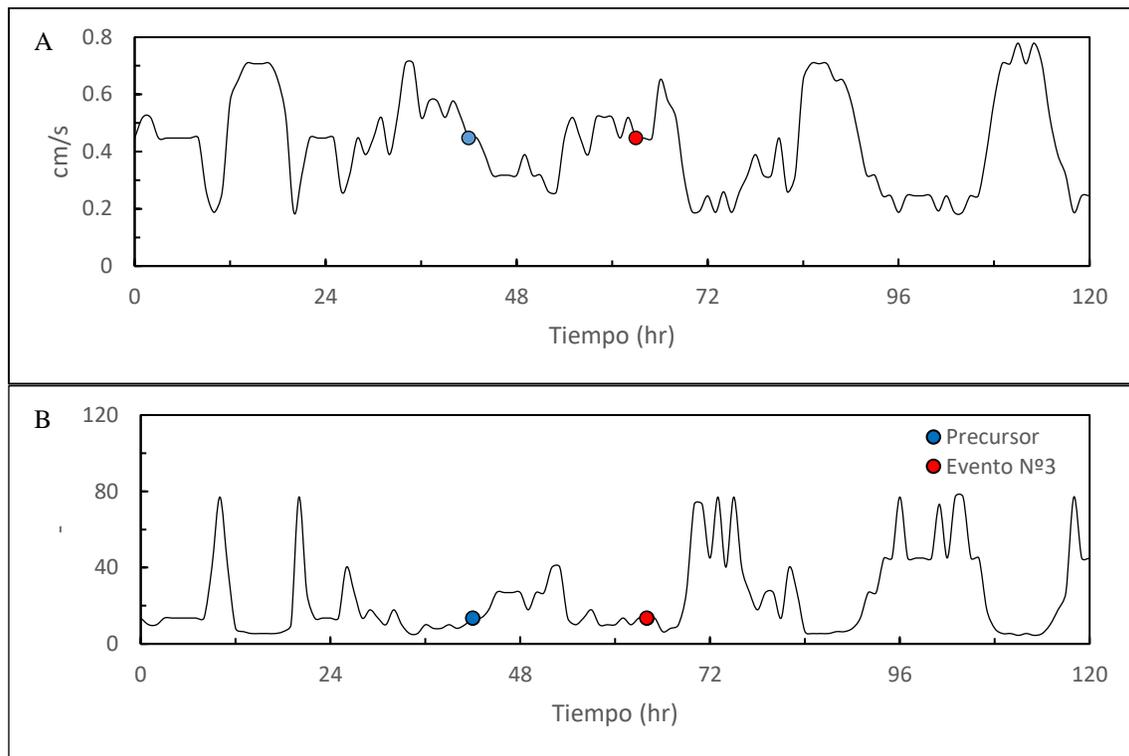


Figura 4-17. Evolución temporal de (A) la velocidad de corte del viento y (B) el número de Wedderburn en la zona pelagial del Lago Villarrica entre los días 24 y 27 de febrero de 2015.

El criterio utilizado para definir el afloramiento de la termoclina está representado por un número de Wedderburn inferior a 0.5 (Shintani et al., 2010), por lo cual, se concluye que tanto el evento precursor como el evento N°3 no provocaron un afloramiento de la termoclina en la zona oriental del Lago Villarrica.

4.3.2.3 Ondas Internas

Para estudiar el comportamiento de las ondas internas en el Lago Villarrica, se realiza, de manera preliminar, un análisis visual de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta en la zona pelagial del lago (véase Figura 4-18), correspondiente al punto de observación PO-1 como se estableció más atrás, para mostrar la distribución vertical del contenido energético en el cuerpo de agua.

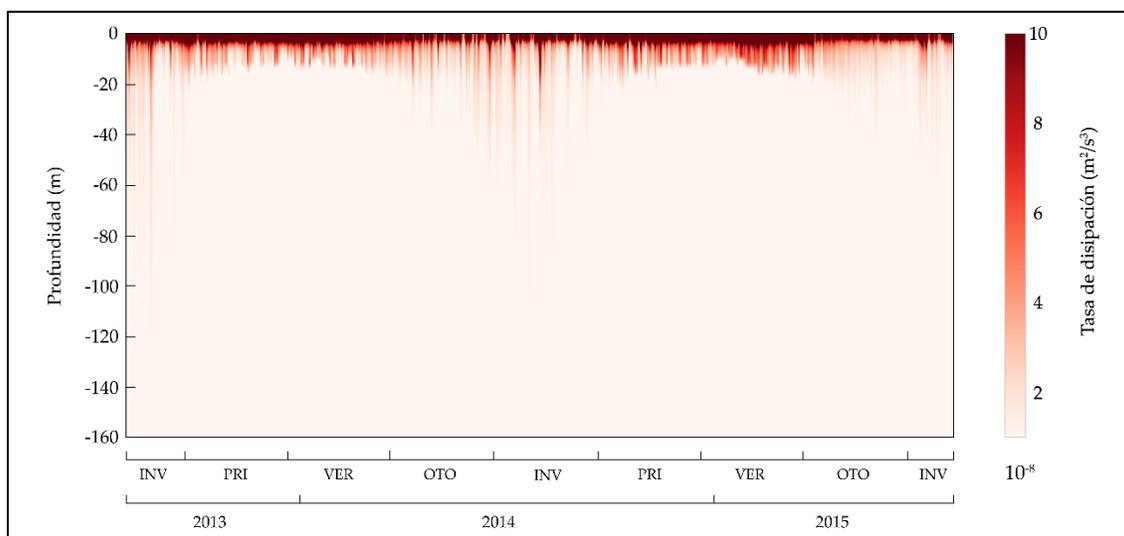


Figura 4-18. Evolución temporal de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta en la zona pelagial del Lago Villarrica.

INV: Invierno; PRI: Primavera; VER: Verano; OTO: Otoño.

La Figura 4-18 ilustra dos compartimentos característicos reconocidos en los sistemas lacustres (Wüest & Lorke, 2003): una zona superior dinámica, denominada como capa límite superficial, donde ocurre el intercambio de la energía cinética y térmica con la atmósfera, y una zona intermedia de menor contenido energético debido a la restricción impuesta por la termoclina generada durante el periodo de estratificación térmica, la cual suprime el transporte de la energía cinética y térmica desde la zona superior hacia el resto del lago.

En virtud de lo anterior, se infiere que la termoclina del Lago Villarrica recibe la energía cinética del viento que actúa sobre la superficie libre del cuerpo de agua y, consecuentemente, comienza a oscilar en respuesta al forzamiento diario inducido por la variable meteorológica, originándose así ondas internas.

Cabe destacar que a partir de las dimensiones del Lago Villarrica (véase Tabla 4-1), su ubicación geográfica (véase Figura 2-11) y su estructura térmica (véase Figura 4-8), se desprende que las ondas internas del lago son afectadas por la aceleración local de Coriolis debido a que el número de Burger, cuya definición se encuentra más atrás, es igual a 0.24. De este modo, se deduce, al igual que Meruane (2005), que se desarrollarían ondas internas de gran escala en el Lago Villarrica.

Posteriormente, se realiza un análisis espectral de las fluctuaciones de la termoclina, utilizando una transformación de Fourier sobre la serie temporal, para identificar las frecuencias de las ondas internas de gran escala en el cuerpo de agua. Dicho análisis se ejecuta sobre un conjunto de intervalos temporales definidos en base a la estabilidad que presentaría la ubicación de la termoclina, la cual se asocia al valor máximo de la frecuencia boyante (Turner, 1973):

$$N = \sqrt{-\frac{g}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z}} \quad (4.5)$$

donde N: frecuencia boyante, g: aceleración de gravedad, ρ : densidad del agua y $\partial \rho / \partial z$: gradiente densimétrico. Al evaluar la expresión anterior, se obtiene la evolución de la termoclina durante el periodo de simulación como se ilustra en la Figura 4-19, en la cual se añaden los intervalos temporales seleccionados (véase Tabla 4-5) para el análisis de las ondas internas de gran escala.

Tabla 4-5. Intervalos de tiempo seleccionados para el análisis de las ondas internas en el Lago Villarrica.

Intervalo	Fecha Inicio	Fecha Fin	Duración (día)
1	10-dic-2013	10-ene-2014	31
2	01-feb-2014	01-mar-2014	28
3	04-ene-2015	04-feb-2015	31
4	01-mar-2015	01-abr-2015	31

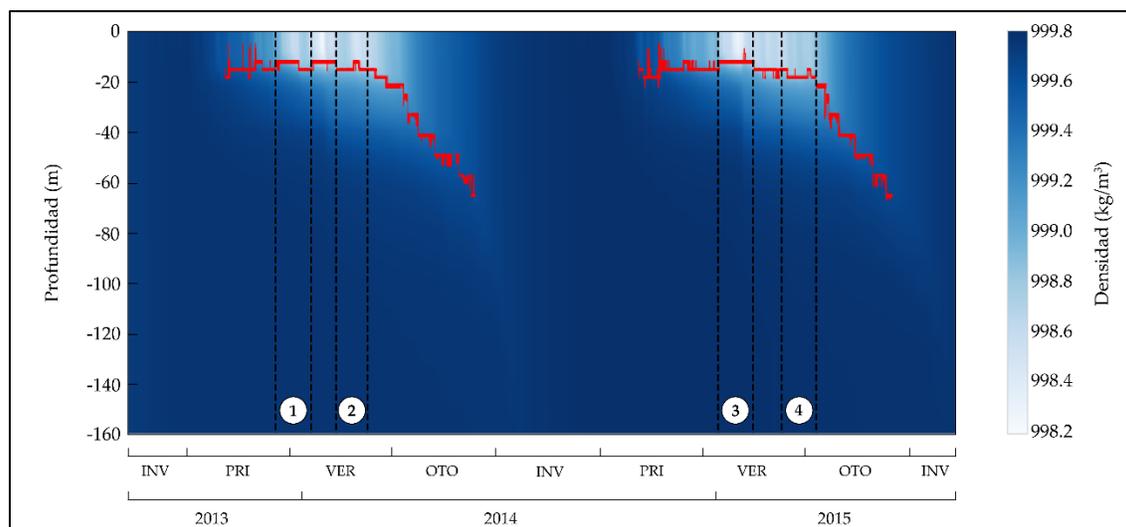


Figura 4-19. Evolución temporal de la termoclina, con respecto a la evolución de la estructura densimétrica, en la zona pelagial del Lago Villarrica.

Desde la Figura 4-20 a la Figura 4-23 se muestra el espectro de energía de la fluctuación de la termoclina en el punto de observación PO-1, el cual ha sido supuesto como representativo de la zona pelagial, y en los puntos PO-3, PO-5 y PO-7, los cuales se suponen representativos de la zona litoral del lago. De manera adicional, se añaden las frecuencias características de las ondas internas de gran escala reconocidas en el análisis modal realizado por Rozas et al. (2013) en el Lago Villarrica.

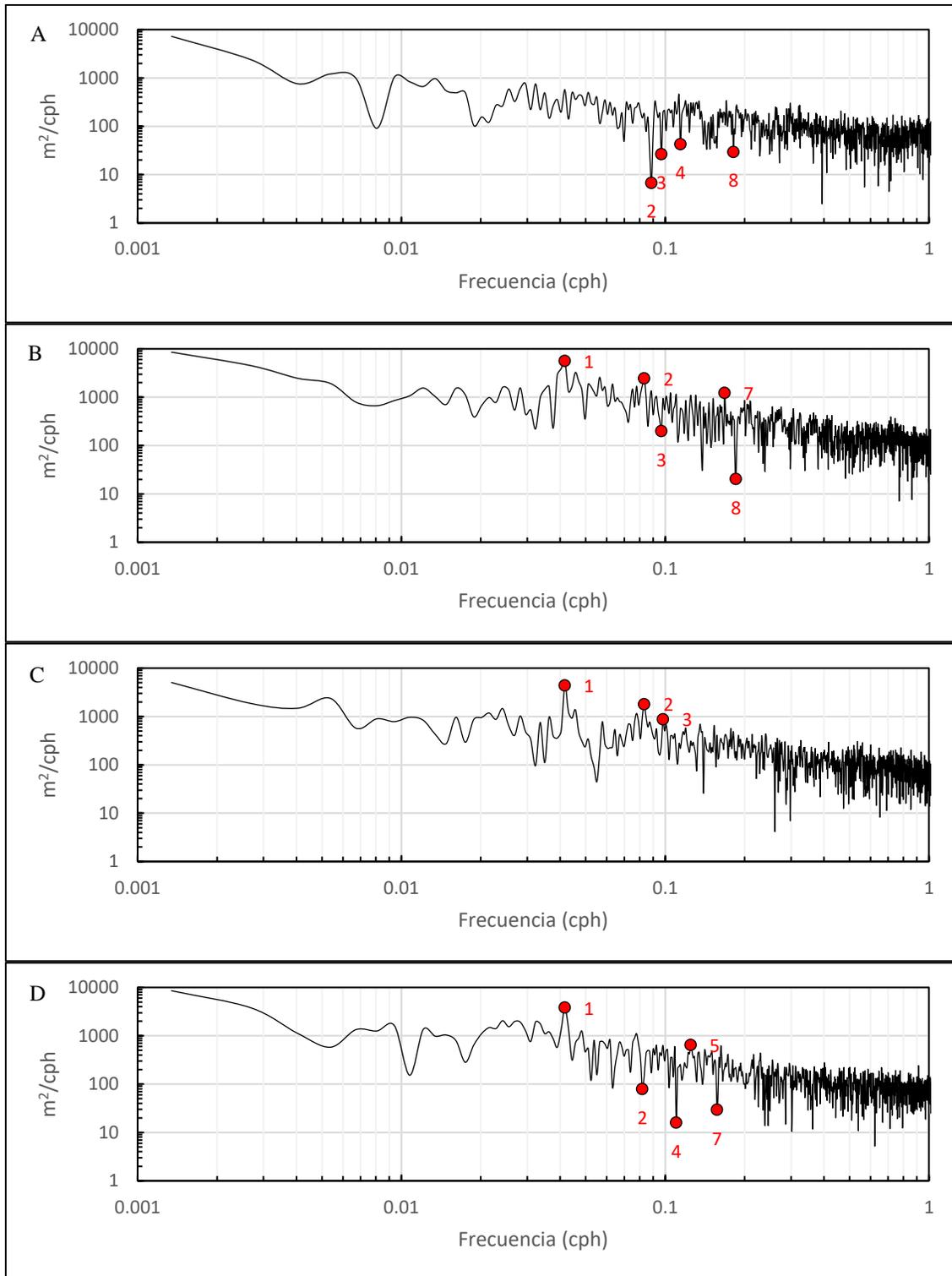


Figura 4-20. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°1, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).

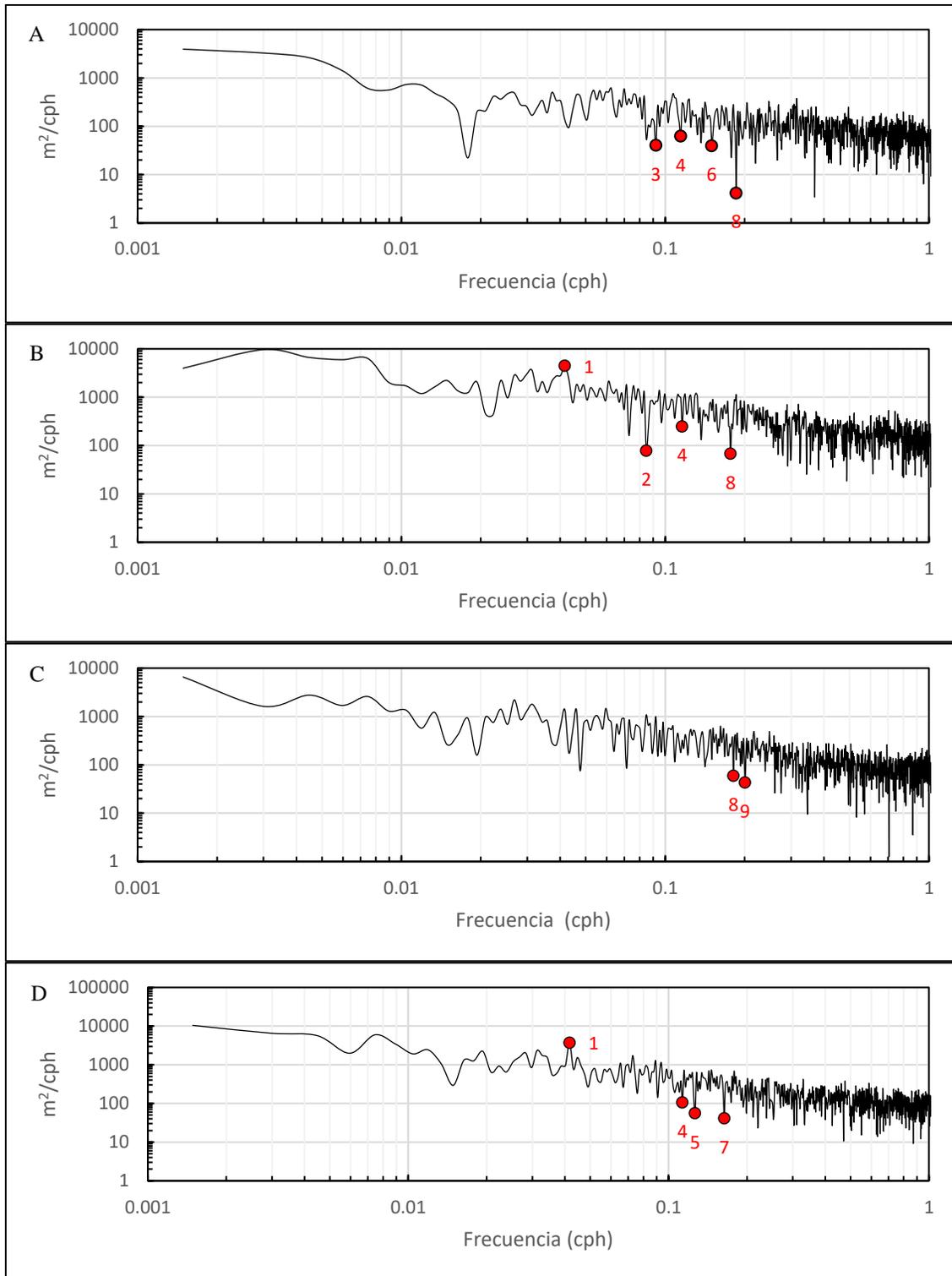


Figura 4-21. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°2, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).

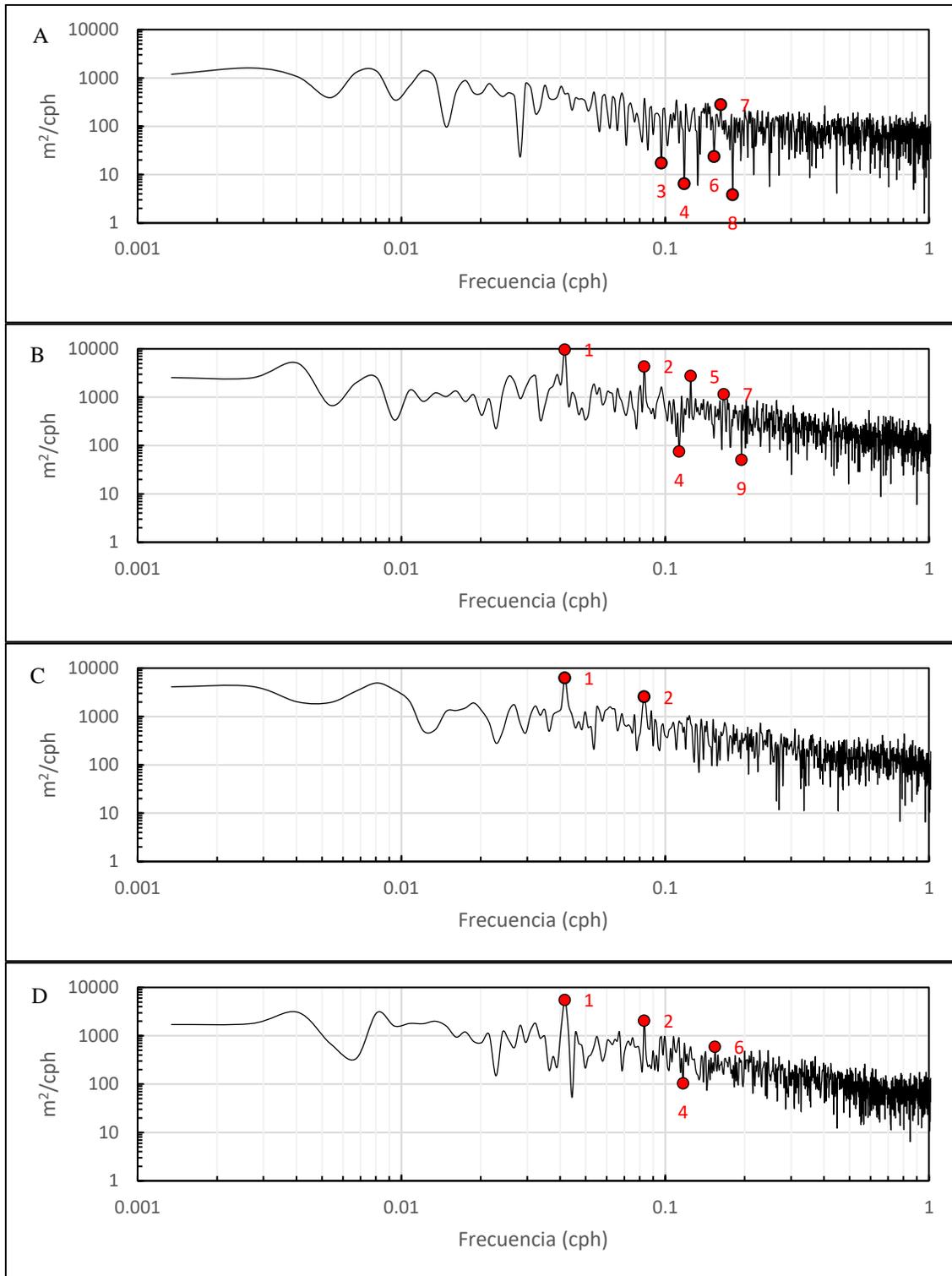


Figura 4-22. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°3, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).

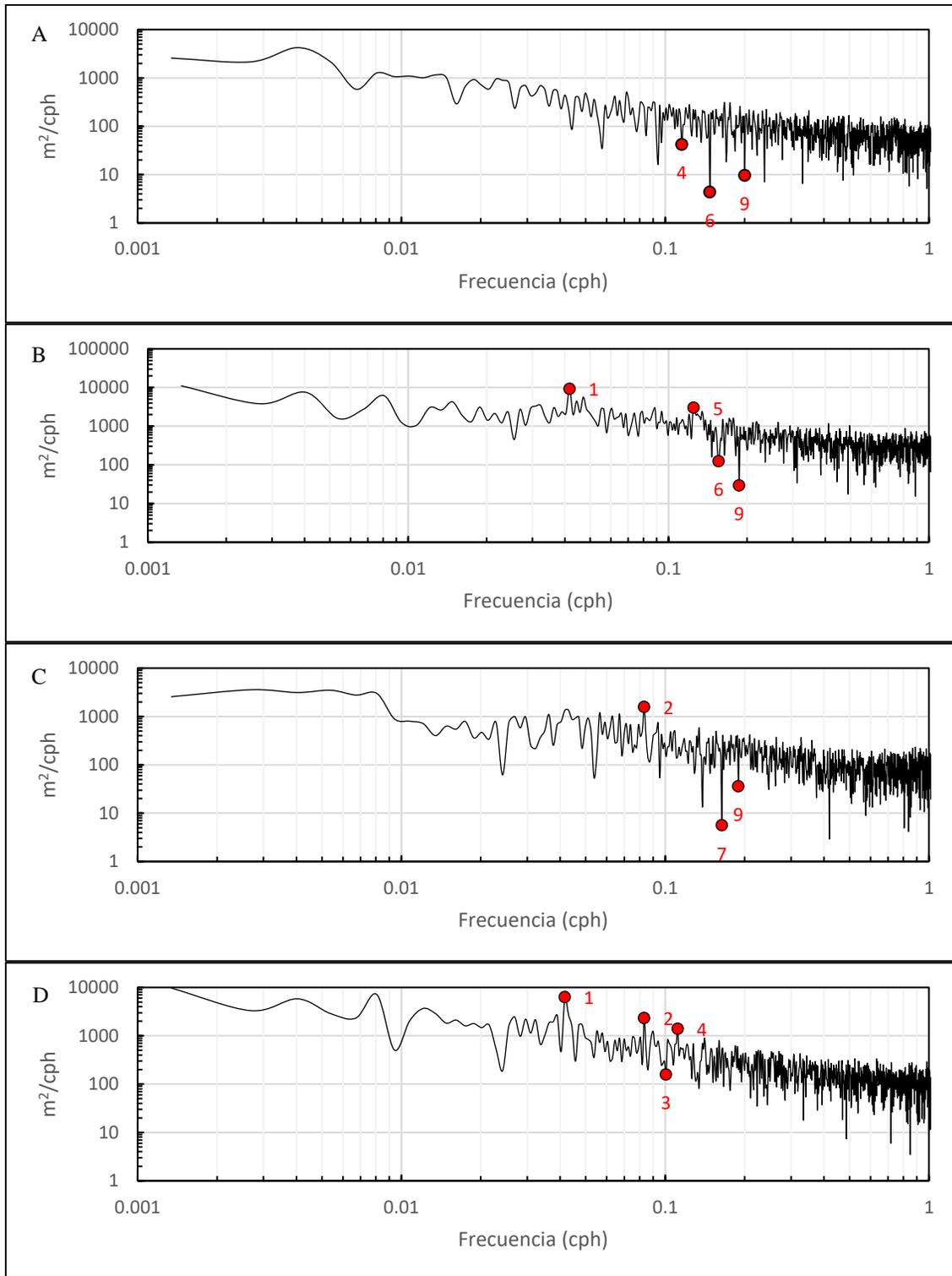


Figura 4-23. Espectro de energía de la fluctuación de la termoclina, durante el intervalo temporal N°4, en el punto de observación (A) PO-1, (B) PO-3, (C) PO-5 y (D) PO-7. Los puntos representan las frecuencias características de las ondas internas de gran escala identificadas por Rozas et al. (2013).

La Tabla 4-6 sintetiza los resultados derivados de la identificación de las frecuencias características de las ondas internas de gran escala del Lago Villarrica y su clasificación con respecto al análisis modal desarrollado por Rozas et al. (2013).

Tabla 4-6. Clasificación de las ondas internas en el Lago Villarrica.

Oscilación	Periodo (hr)					Clasificación	Modo	
	AM	PO-1	PO-3	PO-5	PO-7		Horizontal	Vertical
1	22.6	-	24.0	24.0	24.0	Kelvin	-	1
2	12.5	11.3	11.9	12.0	12.1	Kelvin	-	2
3	10.0	10.5	10.3	10.2	9.9	Poincaré	3	1
4	8.7	8.7	8.7	-	8.9	Poincaré	3	2
5	8.2	-	8.0	-	8.0	Poincaré	4	1
6	6.5	6.7	6.4	-	6.5	Poincaré	4	2
7	6.3	6.2	6.0	6.1	6.2	Poincaré	5	1
8	5.4	5.5	5.5	5.5	-	Poincaré	5	2
9	5.3	5.0	5.2	5.1	-	Poincaré	6	1

AM: Análisis Modal.

De acuerdo con lo expuesto en la Tabla 4-6, se desprende que el modelo hidrodinámico del Lago Villarrica confirma las observaciones realizadas por Rozas (2011) y Ulloa (2011): la dinámica de las ondas internas en el lago, durante el periodo de estratificación térmica, se atribuye, principalmente, a la circulación de ondas Kelvin tipo fundamental, cuya amplitud es afectada por la interacción resonante con el viento, en particular, con las componentes de 24 y 12 horas de la variable meteorológica (véase Figura 4-11). Adicionalmente, se identifican ondas Poincaré de periodicidad comprendida entre 5 y 10 horas, las cuales reflejan el proceso de desintegración de las ondas internas de mayor contenido energético en respuesta al efecto de la rotación terrestre y los efectos dispersivos no-lineales en el cuerpo de agua (Rojas et al., 2018).

4.3.2.4 *Circulación General*

A partir de un análisis generalizado de la circulación anual del agua en la superficie libre del Lago Villarrica (véase Figura 4-24), se reconoce un flujo principal cuya orientación coincide con la componente direccional predominante registrada en la estación Pucón, correspondiente a vientos del oeste (véase Figura 3-6), lo cual refleja el supuesto realizado durante la elaboración del modelo conceptual del cuerpo de agua, en el cual se considera a la estación meteorológica como representativa de la variabilidad de las forzantes de la hidrodinámica del lago. En última instancia, dicho supuesto resulta ser adecuado, pues, teniendo en consideración la topografía del área de estudio, es esperable la ocurrencia de vientos del oeste (Rozas, 2011) y, consecuentemente, la circulación simulada en la superficie libre del Lago Villarrica presentaría la misma dirección.

Adicionalmente, la Figura 4-24 evidencia la restricción impuesta por la termoclina, generada durante el periodo de estratificación térmica, al suprimir el transporte vertical de la energía cinética entregada por el viento, la cual acaba siendo almacenada en la capa térmica superior, cuyo espesor alcanza aproximadamente los 20 m (véase Figura 4-8). En este sentido, el Lago Villarrica presentaría velocidades superficiales mayores, en torno a los 10 cm/s, durante primavera-verano y velocidades menores, en torno a los 5 cm/s, durante otoño-invierno.

No obstante lo anterior, al examinar la velocidad del lago promediada en la profundidad (véase Figura 4-25), se reconoce la existencia de flujos secundarios que constituyen patrones de circulación distribuidos en distintas zonas del Lago Villarrica y cuyo origen es atribuible al efecto de la batimetría, la circulación de ondas internas de gran escala y la distribución espacial de la capa térmica superior durante primavera-verano. Esta última afirmación se sustentaría en que los patrones de circulación se generarían en regiones del lago donde la temperatura es mayor (Liu et al., 2018).

Finalmente, la orientación del flujo de circulación principal en conjunto con la estructura térmica y densimétrica del Lago Villarrica, en particular durante primavera-verano, permiten explicar la saturación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto (Decreto N°43/2017 del MMA): la carga de nutrientes que ingresa al lago es almacenada en una capa térmica de 20 m y se concentraría, especialmente, en la zona oriental, provocando, por tanto, la acumulación de nutrientes que desencadenaría el proceso de eutrofización en el cuerpo de agua.

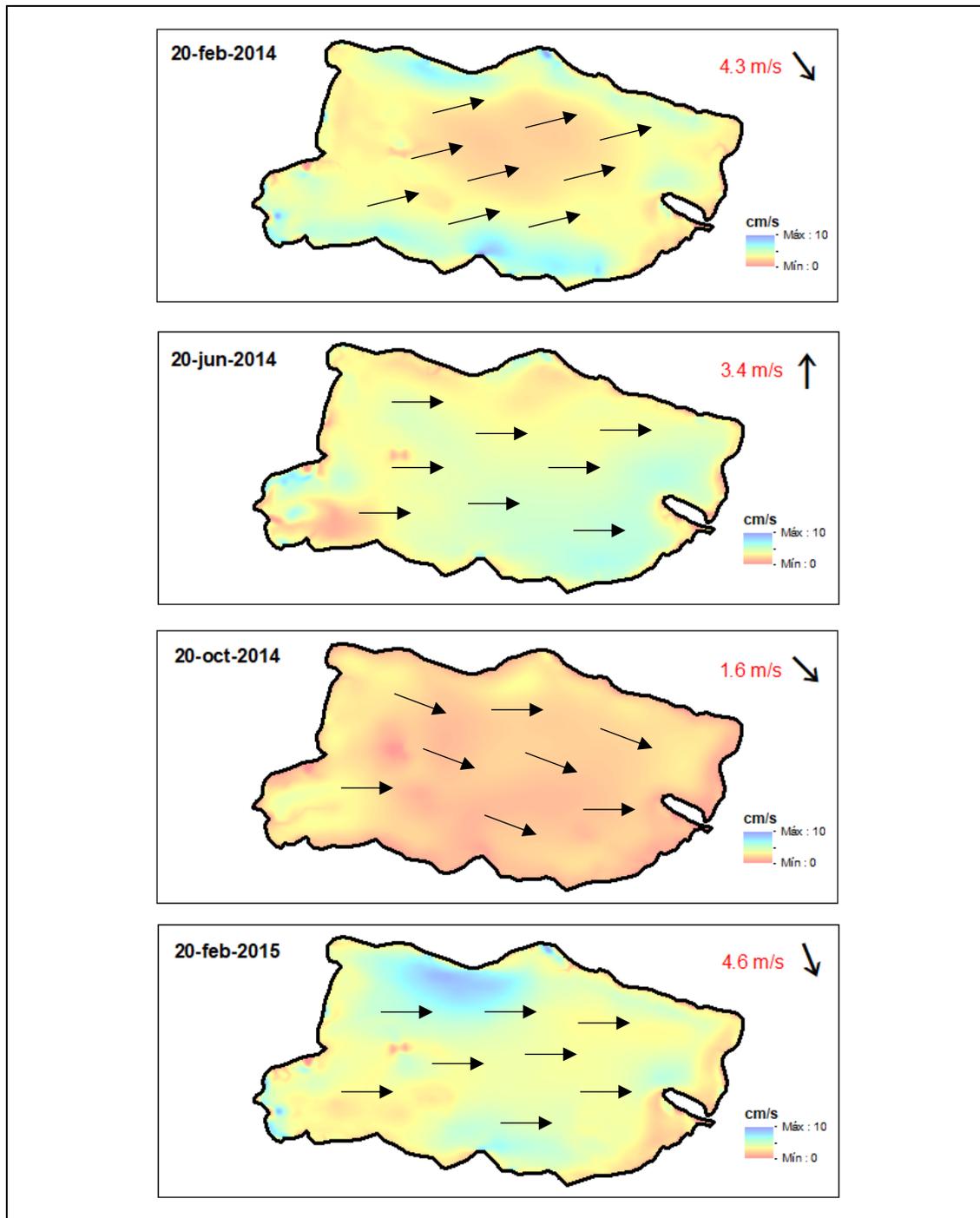


Figura 4-24. Magnitud de la velocidad horizontal en la superficie libre del Lago Villarrica. Los vectores indican la dirección del flujo superficial.

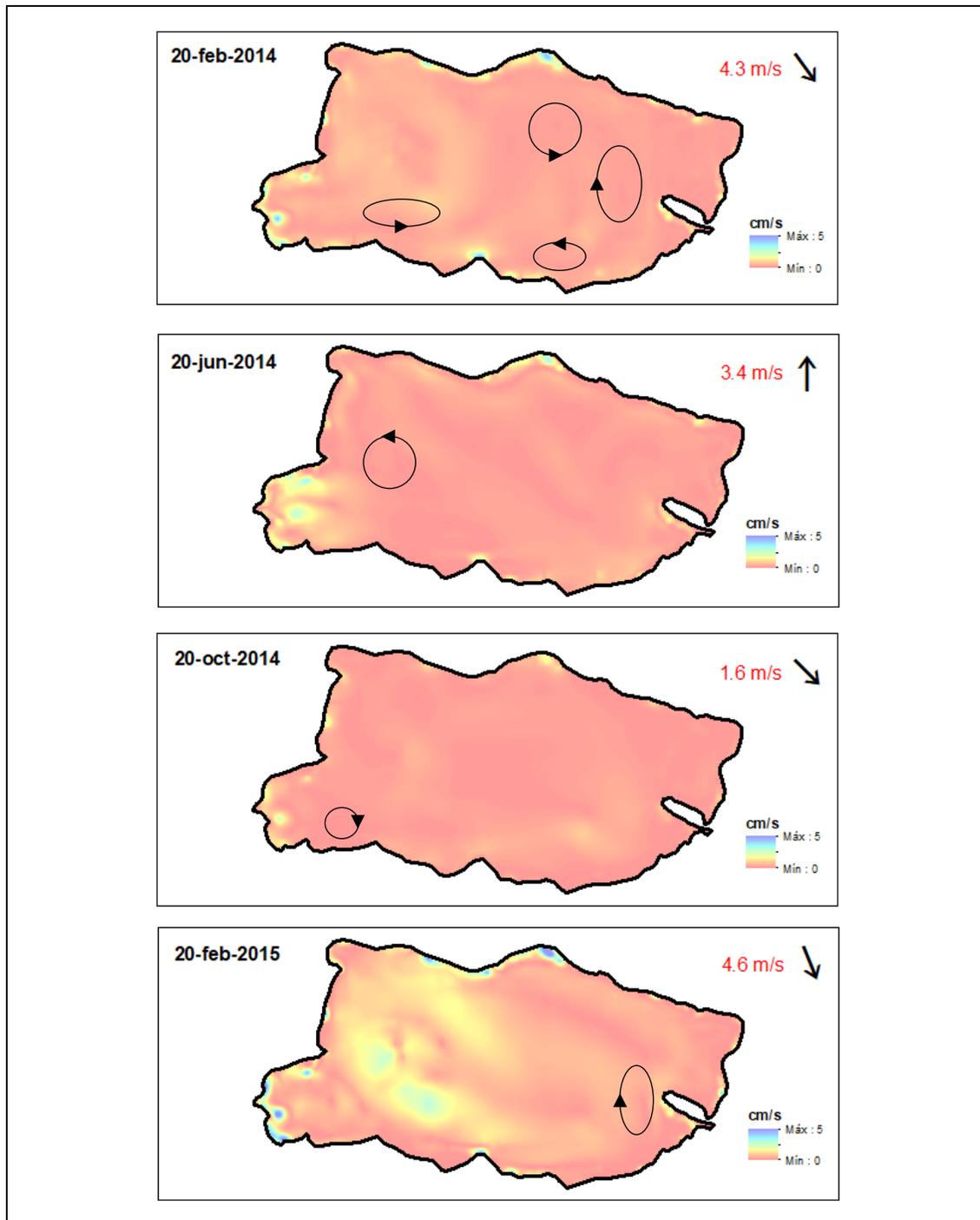


Figura 4-25. Magnitud de la velocidad del Lago Villarrica promediada en la profundidad del lago. Los giros representan los patrones de circulación identificados en el cuerpo de agua.

5 CONCLUSIÓN Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusión

En la presente investigación se implementa un modelo numérico tridimensional, utilizando el software Delft3D, para evaluar la reproductibilidad de los cambios estacionales e interanuales de los procesos hidrodinámicos que ocurren en el Lago Villarrica durante el periodo comprendido entre el 1 de agosto de 2013 y el 31 de julio de 2015.

La obtención de las variables de entrada del modelo numérico se realiza mediante la elaboración de un modelo conceptual del lago, en el cual se identifican y cuantifican las forzantes de la hidrodinámica del cuerpo de agua. Dichas forzantes están representadas, principalmente, por las variables meteorológicas en el área de estudio (temperatura del aire, humedad relativa, nubosidad y régimen de viento), cuyo registro se supone atribuible a las mediciones de la estación meteorológica Pucón ubicada en la zona oriental del lago.

Una vez construida la malla computacional e ingresadas las variables de entrada del modelo numérico del Lago Villarrica en el software Delft3D, se desarrolla un proceso de calibración sobre un conjunto de parámetros físicos característicos del modelo, el cual se orienta a minimizar la raíz del error cuadrático medio y el error absoluto medio entre las temperaturas simuladas y las temperaturas medidas in situ en las estaciones de monitoreo del cuerpo de agua entre 2014-2015. A partir de la variación de los parámetros físicos, se desprende que la hidrodinámica del Lago Villarrica es controlada, fundamentalmente, por la difusividad horizontal turbulenta. Dicha variable determina la estructura térmica y densimétrica del cuerpo de agua al regular la propagación de la señal térmica impuesta por la radiación solar incidente en la superficie libre del lago.

Teniendo en consideración la relevancia del parámetro físico señalado, se recomienda levantar un estudio de terreno enfocado en la estimación de la difusividad horizontal turbulenta en el Lago Villarrica, la cual puede ser abordada, a modo de ejemplo, mediante una metodología de percepción remota como aquella propuesta por Bogucki et al. (2005), en la cual se debe generar una serie temporal de fotografías sobre la inyección de un trazador conservativo en el cuerpo de agua, liberado desde un helicóptero ubicado en la zona pelagial del lago, para estimar las tasas de difusión en el plano horizontal.

Cabe destacar que una de las variables de entrada del modelo numérico, correspondiente a la velocidad del viento, también controla la hidrodinámica del lago, sin embargo, su efecto sólo es apreciable durante el periodo de estratificación térmica al determinar la profundidad de la termoclina, la cual resulta ser proporcional a la intensidad de la variable meteorológica.

En virtud de lo anterior, se recomienda además levantar un estudio de terreno orientado a investigar la variabilidad espacial del viento en el Lago Villarrica para verificar la capacidad predictiva de la estación meteorológica Pucón en la representación del régimen de viento en el lago.

En cuanto a los resultados del modelo numérico tridimensional, se concluye lo siguiente respecto al comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica:

- La estructura térmica del sistema lacustre depende del contenido energético anual, el cual define un periodo de incremento y un periodo de descenso de las temperaturas en el lago. Durante el periodo de incremento, se desarrolla el fenómeno de estratificación térmica caracterizado por una termoclina ubicada en los 20 m de profundidad, una capa térmica superior a 20°C y una capa inferior a 10°C. En cambio, durante el periodo de descenso, el cuerpo de agua se enfría hasta alcanzar una temperatura homogénea de 10°C.
- Las componentes de menor contenido energético de la velocidad del lago coinciden con las componentes energéticas dominantes de la velocidad del viento, cuyas periodicidades corresponden a 24 y 12 horas, lo cual indicaría la existencia de una interacción resonante entre la variable meteorológica y el sistema lacustre.
- El efecto del viento Puelche en el cuerpo de agua, durante el periodo de estratificación térmica, consiste en una inclinación importante de la termoclina, la cual es originada por la condición forzante de la variable meteorológica. La relajación de dicha condición genera una oscilación que evoluciona debido al efecto de la rotación terrestre y se propaga alrededor de la zona litoral del lago, decayendo en intensidad, como resultado de los mecanismos de difusión térmica, hasta alcanzar una configuración estable.
- La termoclina del sistema lacustre recibe la energía cinética del viento y, consecuentemente, comienza a generar ondas internas de gran escala. Dichas oscilaciones constituyen ondas Kelvin tipo fundamental, cuya amplitud es afectada por la interacción resonante con el viento. Adicionalmente, se desarrollan ondas Poincaré de periodicidad comprendida entre 5 y 10 horas, las cuales reflejan el proceso de desintegración de las ondas internas de mayor contenido energético en respuesta al efecto de la rotación terrestre y los efectos dispersivos no-lineales en el cuerpo de agua.
- La circulación anual del agua en el sistema lacustre exhibe un flujo principal, cuya orientación coincide con la componente direccional predominante del viento, correspondiente a vientos del oeste, y flujos secundarios que constituyen patrones de circulación distribuidos en distintas zonas del lago y cuyo origen es atribuible al efecto de la batimetría, la circulación de ondas internas de gran escala y la distribución espacial de la capa térmica superior durante primavera-verano.

En base al desempeño del modelo numérico implementado para reproducir el comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica con respecto a las mediciones in situ efectuadas en las estaciones de monitoreo del cuerpo de agua y los trabajos realizados por Campos et al. (1983), Meruane (2005), Rozas (2011) y Ulloa (2011), se concluye que el modelo numérico es adecuado para ser acoplado con un modelo de calidad del agua, el cual permitiría estudiar los efectos del Plan de Descontaminación por clorofila-a, transparencia y fósforo disuelto para la cuenca del lago.

Finalmente, se debe señalar que, si bien varios autores sostienen que los procesos hidrodinámicos que ocurren en los sistemas lacustres condicionan el transporte y la distribución de sustancias particuladas o disueltas (Ji, 2008; Loucks & van Beek, 2017; McGinnis & Wüest, 2005), configurando así una dependencia de la calidad del agua con la hidrodinámica, los resultados derivados de esta investigación permiten afirmar que existe una reciprocidad entre ambas áreas, la cual está representada por el parámetro físico asociado a la transparencia del agua medida como profundidad de Secchi. En este sentido, se deduce que los valores bajos para el parámetro físico, debido a una alta concentración de sustancias particuladas o disueltas (Qin et al., 2007), afectan la propagación de la señal térmica impuesta en la superficie libre del sistema lacustre, modificando, por ende, el comportamiento hidrodinámico del mismo.

5.2 Recomendaciones

La evolución temporal de la concentración de nutrientes en el Lago Villarrica, como resultado de la implementación de las medidas establecidas en el anteproyecto del Plan de Descontaminación Ambiental (PDA), se determina, al igual que en la definición de los niveles de calidad del agua de las NSCA, con el modelo de Vollenweider (MMA, 2020).

En el ámbito del AGIES del anteproyecto del PDA, el modelo de calidad del agua implementado se orienta al análisis del nutriente fósforo total, el cual se considera como limitante para el crecimiento de la biomasa, específicamente fitoplancton, en el cuerpo de agua. En dicho modelo, se representa al Lago Villarrica como un reactor de mezcla completa, por lo cual, los fenómenos hidrodinámicos que ocurrirían en el lago son omitidos.

Para ilustrar las implicancias de la aplicación del modelo de Vollenweider en la estimación de la evolución temporal de fósforo total durante el periodo de implementación del PDA, correspondiente al periodo 2021-2035, se dispone del esquema conceptual de la Figura 5-1.

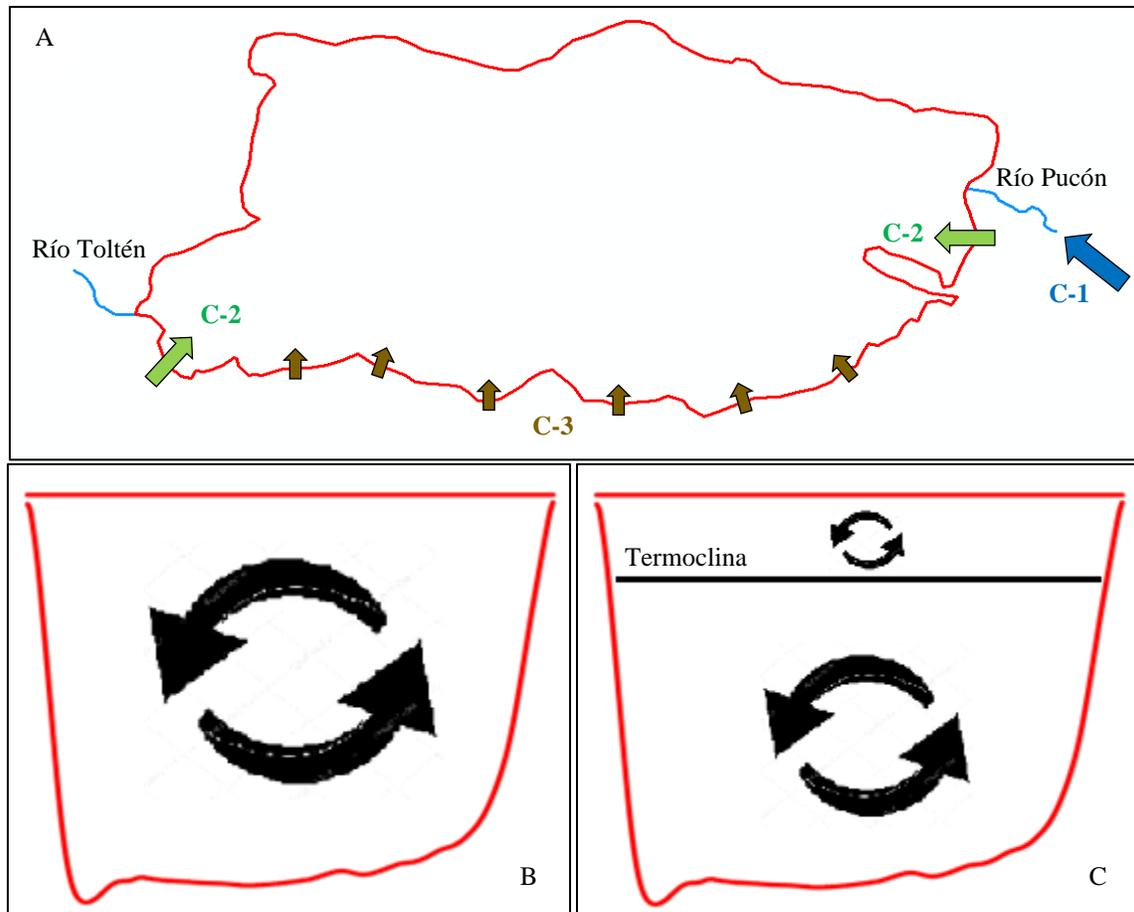


Figura 5-1. Esquema conceptual de (A) las categorías de cargas de nutrientes afluentes al Lago Villarrica y del comportamiento hidrodinámico del cuerpo de agua durante (B) otoño-invierno y (C) primavera-verano.

De acuerdo con el AGIES del anteproyecto del PDA, las cargas de nutrientes afluentes al Lago Villarrica pueden ser agrupadas en tres categorías como se observa en la Figura 5-1-A:

- La primera categoría (C-1) ingresa por el río Pucón e incluye la carga de nutrientes producida por las emisiones de pisciculturas, las aguas residuales provenientes del alcantarillado de Curarrehue, las coberturas de suelo de uso natural y antrópico de la cuenca del Lago Villarrica y las aguas residuales domiciliarias sin saneamiento en la zona rural del área de drenaje del lago.
- La segunda categoría (C-2) ingresa directamente al cuerpo de agua desde los centros urbanos Pucón y Villarrica e incluye la carga de nutrientes generada por la planta de tratamiento de aguas servidas de Pucón y las aguas residuales domiciliarias sin saneamiento en el área concesionada de Pucón y Villarrica.
- La tercera categoría (C-3) ingresa directamente al cuerpo de agua a lo largo de la zona litoral sur del Lago Villarrica e incluye las aguas residuales domiciliarias sin saneamiento en el borde del lago.

El modelo de Vollenweider supone que, como se indicó más atrás, el Lago Villarrica puede ser representado como un reactor de mezcla completa, vale decir, las cargas de nutrientes afluentes al cuerpo de agua ingresan y se distribuyen completa y homogéneamente en todo su volumen. La Figura 5-1-B ilustra dicho supuesto, el cual coincide con el comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica durante otoño e invierno: el lago circula completamente en la vertical y se encuentra mezclado y homogenizado en todo su volumen.

No obstante lo anterior y en virtud de los resultados del modelo numérico implementado en esta investigación, durante primavera y verano, el Lago Villarrica exhibe estratificación térmica, la cual se desarrolla en dos capas separadas por una termoclina que, como se muestra en la Figura 5-1-C, suprime la circulación del lago en la vertical.

Según el inventario de emisiones utilizado en el AGIES del anteproyecto del PDA, aproximadamente un 98 % de la carga de fósforo total afluente al Lago Villarrica se encuentra en el río Pucón (MMA, 2020), correspondiente a la categoría C-1 señalada en la Figura 5-1-A. En este sentido, el ingreso de la carga de nutrientes ocurriría, principalmente, de manera superficial, por ende, suponer que las cargas de nutrientes afluentes al Lago Villarrica se distribuyen completa y homogéneamente en todo su volumen sólo es válido durante otoño e invierno (véase Figura 5-1-B), pues, durante primavera y verano, las cargas de nutrientes se distribuirían en la capa superior de la estratificación térmica (véase Figura 5-1-C), cuyo volumen, en base a los resultados de este trabajo, constituye un 17 % del volumen del cuerpo de agua.

Por último, en la formulación del modelo de Vollenweider se plantea que, de forma generalizada, la concentración de los nutrientes en un sistema acuático es inversamente proporcional a su volumen y directamente proporcional a las cargas de nutrientes afluentes. Así, el modelo evaluado durante la elaboración del anteproyecto del PDA subestimaría la evolución temporal de la concentración de fósforo total en el Lago Villarrica al sobredimensionar el volumen del cuerpo de agua, en particular, aquel volumen disponible para la distribución de la carga de fósforo total afluente durante primavera y verano.

En síntesis, se recomienda, al igual que lo establecido en el artículo 57 de la Resolución Exenta N°437/2020 del MMA, actualizar el modelo de calidad del agua del Lago Villarrica por un modelo de mayor complejidad que considere los fenómenos hidrodinámicos que suceden en el lago y, consecuentemente, permita mejorar las predicciones del estado trófico del cuerpo de agua junto con la evolución temporal de la concentración de fósforo total como resultado de la implementación del PDA. Asimismo, se sugiere revisar las medidas establecidas en el anteproyecto del PDA debido a que el cumplimiento del límite normativo para fósforo total en la zona pelagial del Lago Villarrica al año 2027 (MMA, 2020) es, según lo expuesto anteriormente, inalcanzable.

BIBLIOGRAFÍA

- Abarca, J. (2018). *Modelación Hidrodinámica del Lago Llanquihue*. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería con mención en Recursos y Medio Ambiente Hídrico, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Andreadakis, A., Noutsopoulos, C. & Gavalaki, E. (2003). *Assessment of the Water Quality of Lake Plastira through Mathematical Modelling for Alternative Management Scenarios*. Global Nest Journal, 5, pp. 99-105.
- Bengtsson, L. (1978). *Wind Induced Circulation in Lakes*. Hydrology Research, 9, pp. 75-94. DOI: 10.2166/nh.1978.0007
- Bielecka, M. & Kazmierski, J. (2003). *A 3D Mathematical Model of Vistula Lagoon Hydrodynamics – General Assumptions and Results of Preliminary Calculations*. Diffuse Pollution Conference, ECSA 8, Dublin, pp. 140-145.
- Boehrer, B. & Schultze, M. (2008). *Stratification of lakes*, Reviews of Geophysics, 46, pp. 1-27. DOI: 10.1029/2006RG000210
- Bogan, T., Mohseni, O. & Stefan, H. (2003). *Stream Temperature – Equilibrium Temperature Relationship*. Water Resources Research, 39, pp. 1-12. DOI: 10.1029/2003WR002034
- Bogucki, D., Jones, B. & Carr, M. (2005). *Remote Measurements of Horizontal Eddy Diffusivity*. Journal of Atmospheric and Oceanic Technology, 22, pp. 1373–1380. DOI: 10.1175/JTECH1794.1
- Bruning, M. (2018). *Estudio de Aporte de Carga de Nutrientes por Fuentes Contaminantes y Análisis de Escenarios de Descontaminación Mediante un Modelo de Calidad de Aguas en el Lago Villarrica*. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería con mención en Química, Departamento de Ingeniería Química, Biotecnología y Materiales, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Campos, H., Steffen, W., Román C., Zuñiga, L. & Agüero, G. (1983). *Limnological Studies in Lake Villarrica: Morphometric, Physical, Chemical, Planktonical Factors and Primary Productivity*. Archiv für Hydrobiologie, 65, pp. 371–406.
- Chanudet, V., Fabre, V. & van der Kaaij, T. (2012). *Application of a three-dimensional hydrodynamic model to the Nam Theun 2 Reservoir (Lao PDR)*. Journal of Great Lakes Research, 38, pp. 260-269. DOI: 10.1016/j.jglr.2012.01.008
- Cole, T. & Wells, S. (2003). *CE-QUAL-W2: A Two-Dimensional, Laterally Averaged, Hydrodynamic and Water Quality Model, Version 3.1*. Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad Estatal de Portland, Oregon, Estados Unidos.

- Cornelissen, S. (2003). *Numerical Modelling of Stratified Flows. Comparison of the σ and z Coordinate Systems*. Tesis para optar al grado de Master of Science in Hydraulic Engineering, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft, Holanda.
- Decreto N°19 (2013). *Establece Normas Secundarias de Calidad Ambiental para la Protección de las Aguas Continentales Superficiales del Lago Villarrica*. Diario Oficial de la República de Chile.
- Decreto N°43 (2017). *Declara Zona Saturada por Clorofila "A", Transparencia y Fósforo Disuelto, a la Cuenca del Lago Villarrica*. Diario Oficial de la República de Chile.
- Deltares (2014). *Delft3D-Flow, Simulation of Multi-Dimensional Hydrodynamic Flows and Transport Phenomena, including Sediments – User Manual*. Delft, Holanda: Deltares.
- Dirección General de Aguas. (2016a). *Atlas del Agua Chile 2016*. Recuperado de <http://www.dga.cl>
- Dirección General de Aguas. (2016b). *Estudio Hidrogeológico, Región de La Araucanía*. Recuperado de <http://www.dga.cl>
- Doña, D., Caselles, V., Sánchez, J., Ferril, A. y Camacho, A. (2011). *Herramienta para el Estudio del Estado de Eutrofización de Masas de Agua Continentales*. Revista de Teledetección, 36, pp. 40-50.
- Eladawy, A., Negm, A., Saavedra, O., Nadaoka, K. & El-Shinnawy, I. (2014). *Coupled Hydrodynamic-Water Quality Model for Pollution Control Scenarios in El-Burullus Lake (Nile Delta, Egypt)*. American Journal of Environmental Sciences, 10, pp. 549-568. DOI: 10.3844/ajessp.2014.546.565
- Gerritsen, H., de Goede, E., Platzek, F., van Kester, J., Genseberger, M. & Uittenbogaard, R. (2008). *Validation Document Delft3D-Flow – A software system for 3D flow simulations*. Delft, Holanda: Deltares.
- Gomes, J. & Velho, L. (2015). *From Fourier Analysis to Wavelets*. DOI: 10.1007/978-3-319-22075-8
- Hansen, M., Lester, N. & Krueger, C. (2010). *Natural Lakes*. En W. Hubert & M. Quist. (Ed.), *Inland Fisheries Management in North America* (pp. 450-501). Hendon, Estados Unidos: American Fisheries Society.
- Hawkins, J., Warn, A. & Christov, I. (2008). *Fourier, Scattering, and Wavelet Transforms: Applications to Internal Gravity Waves with Comparisons to Linear Tidal Data*. DOI: 10.1007/978-3-540-78938-3_10.

- Hodges, B., Imberger, J., Saggio, A. & Winters, K. (2000). *Modeling Basin-Scale Internal Waves in a Stratified Lake*. *Limnology and Oceanography*, 45, pp. 1603-1620. DOI: 10.4319/lo.2000.45.7.1603
- Imberger, J. (1998). *Flux Paths in a Stratified Lake: A Review*. En J. Imberger (Ed.), *Coastal and Estuaries Studies* (pp. 1-18). Washington D.C., Estados Unidos: American Geophysical Union.
- Ji, Z. (2008). *Hydrodynamics and Water Quality: Modelling Rivers, Lakes and Estuaries*. Tucson, Estados Unidos: John Wiley & Sons, Inc.
- Jones, H., Özkundakci, D., Kochendoerfer, S., McBride, C. & Hamilton, D. (2014). *Lake Rotokakahi Water Quality Modelling*. Prepared for Bay of Plenty Regional Council. Environmental Research Institute Report No. 32, University of Waikato, Hamilton. 32 pp.
- Koue, J., Shimadera, H., Matsuo, T. & Kondo, A. (2018). *Evaluation of Thermal Stratification and Flow Field Reproduced by a Three-Dimensional Hydrodynamic Model in Lake Biwa, Japan*. *Water*, 10, pp. 1-20. DOI: 10.3390/w10010047
- Liu, P. & Miller, G. (1996). *Wavelet Transform and Ocean Current Data Analysis*. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 13, pp. 1090-1099. DOI: 10.1175/1520-0426(1996)013<1090:WTAOCD>2.0.CO;2
- Liu, S., Ye, Q., Wu, S. & Stive, M. (2018). *Horizontal Circulation Patterns in a Large Shallow Lake: Taihu Lake, China*. *Water*, 10, pp. 1-27. DOI: 10.3390/w10060792
- Loucks D. & van Beek E. (2017). *Water Resource Systems Planning and Management: An Introduction to Methods, Models, and Applications*. DOI: 10.1007/978-3-319-44234-1
- Mazzeo, N., Clemente, J., García-Rodríguez, F., Gorga, J., Kruk, C., Larrea, D., ... Scasso, F. (2002). *Eutrofización: Causas, Consecuencias y Manejo*. Domínguez, A. & Prieto, R. G. (ed.). Perfil ambiental del Uruguay. Montevideo, Nordan-Comunidad, pp. 39-56.
- McGinnis, D. & Wüest, A. (2005). *Lake Hydrodynamics*. En McGraw-Hill Professional (Ed.), *Yearbook of Science and Technology* (pp.). New York, Estados Unidos: McGraw-Hill.
- McIntyre, S. & Jellison, R. (2001). *Nutrient Fluxes from Upwelling and Enhanced Turbulence at the Top of the Pycnocline in Mono Lake, California*. *Hydrobiologia*, 466, pp. 13-29. DOI: 10.1023/A:1014563914112
- Meruane, C. (2005). *El Efecto del Viento Puelche sobre la Hidrodinámica y Calidad de Aguas del Lago Villarrica*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Meruane, C., Niño, Y. & Garreaud, R. (2005). *Simulation of Phytoplankton Response to Strong Wind Events in Lake Villarrica, Chile*. Proceedings of the XXXI IAHR Congress. Seoul, Korea.

- Ministerio del Medio Ambiente. (2011). *Análisis General de Impacto Económico y Social del Anteproyecto de Normas Secundarias de Calidad Ambiental para la Protección de las Aguas del Lago Villarrica*. Recuperado de <https://mma.gob.cl>
- Ministerio del Medio Ambiente. (2020). *Análisis General de Impacto Económico y Social del Anteproyecto del Plan de Descontaminación Ambiental del Lago Villarrica*. Recuperado de <https://mma.gob.cl>
- Mitra, A., Fazli, P., Zaman, S., Pramanick, P. & Mitra, A. (2014). *Lakes and their Origin*. DOI: 10.13140/2.1.2865.0880
- Moreno, D., Quintero, J. y López, A. (2010). *Métodos para Identificar, Diagnosticar y Evaluar el Grado de Eutrofia*. *Contactos*, 78, pp. 25-33.
- Niño, Y., Caballero, R. & Reyes, L. (2003). *Mixing and Interface Dynamics in a Two-Layer Stratified Fluid due to Surface Shear Stress*. *Journal of Hydraulic Research*, 41, pp. 609-621. DOI: 10.1080/00221680309506893.
- Peiro, J. & Sherwin, S. (2005). *Finite Difference, Finite Element and Finite Volume Methods for Partial Differential Equations*. En Y. Sidney (Ed.), *Handbook of Materials Modeling* (pp. 2415-2446). Dordrecht, Holanda: Springer.
- Prilop, K., Lorenz, M., Le, H., Hieu, N., Meon, G. & Hong, N. (Junio de 2014). *A 3D-Hydrodynamic and Water Quality Model of the Thi Vai River under Strongly Tidal Effect*. En G. Meon, M. Pätsch, N. Phuoc & N. Quan (ed.), *EWATEC-COAST: Technologies for Environmental and Water Protection of Coastal Zones in Vietnam*. Conferencia llevada a cabo en el 4th International Conference for Environment and Natural Resources, Göttingen, Alemania.
- Qin, B., Xu, P., Wu, Q., Luo, L. & Zhang, Y. (2007). *Environmental issues of Lake Taihu, China*. *Hydrobiologia*, 581, pp. 3-14. DOI: 10.1007/s10750-006-0521-5
- Rahman, M., Roshid, H., Mozid, M. & Mamun, M. (2011). *A Comparative Study of Wavelet Transform and Fourier Transform*. *Journal of Physical Sciences*, 15, pp. 149-160.
- Resolución N°437 (2020). *Aprueba Anteproyecto del Plan de Descontaminación por Clorofila "A", Transparencia y Fósforo Disuelto, para la Cuenca del Lago Villarrica*. Ministerio del Medio Ambiente. Diario Oficial de la República de Chile.
- Rojas, P., Ulloa, H. & Niño, Y. (2018). *Evolution and Decay of Gravity Wavefields in Weak-Rotating Environments: A Laboratory Study*. *Environmental Fluid Mechanics*, 18, pp. 1-23. DOI: 10.1007/s10652-018-9609-5

- Rozas, C. (2011). *Análisis Modal para el Estudio de Resonancia de Ondas Internas Excitadas por Viento en el Lago Villarrica*. Tesis para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería con mención en Recursos y Medio Ambiente Hídrico, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Rozas, C., de la Fuente, A., Ulloa, H., Davies, P. & Niño, Y. (2013). *Quantifying the Effect of Wind on Internal Wave Resonance in Lake Villarrica, Chile*. *Environmental Fluid Mechanics*, 14, pp. 849-871. DOI: 10.1007/s10652-013-9329-9
- Shintani, T., de la Fuente, A., Niño, Y. & Imberger, J. *Generalizations of the Wedderburn Number: Parameterizing Upwelling in Stratified Lakes*. *Limnology and Oceanography*, 55, pp. 1377-1389. DOI: 10.4319/lo.2010.55.3.1377
- Smith, V., Tilman, G. & Nekola, J. (1999). *Eutrophication: Impacts of Excess Nutrient Inputs on Freshwater, Marine, and Terrestrial Ecosystems*. *Environmental Pollution*, 100, pp. 179-196.
- Trouw, K., Zimmermann, N., Mathys, M., Delgado, R. & Roelvink, D. (2012). *Numerical Modelling of Hydrodynamics and Sediment Transport in the Surf Zone: A Sensitivity Study with Different Types of Numerical Models*. *Proceedings of the Coastal Engineering Conference*, 1, pp. 1-12. DOI: 10.9753/icce.v33.sediment.23
- Turner, J. (1973). *Buoyancy Effects in Fluids*. Cambridge, Inglaterra: University Printing House.
- Ulloa, H. (2011). *Estudio Experimental de la Respuesta de Ondas Internas Gravitacionales Afectadas por la Rotación Terrestre en un Flujo Estratificado*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Ulloa, H., de la Fuente, A. & Niño, Y. (2014). *An Experimental Study of the Free Evolution of Rotating, Nonlinear Internal Gravity Waves in a Two-Layer Stratified Fluid*. *Journal of Fluid Mechanics*, 742, pp. 308-339. DOI: 10.1017/jfm.2014.10
- Valenzuela, A. (2019). *Las Aguas del Lago Villarrica: Calidad y Procesos Físicoquímicos de los Recursos Hídricos que lo Alimentan*. Memoria para optar al título de Geólogo, Departamento de Geología, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- Valerio, G., Cantelli, A., Monti, P. & Leuzzi, G. (2017). *A Modeling Approach to Identify the Effective Forcing Exerted by Wind on a Prealpine Lake surrounded by a Complex Topography*. *Water Resources Research*, 53, pp. 4036-4052. DOI: 10.1002/2016WR020335
- Walker, J. (1997). *Fourier Analysis and Wavelet Analysis*. *Notices of the American Mathematical Society*, 44, pp. 658-670.
- Wüest, A. & Lorke, A. (2003). *Small-Scale Hydrodynamics in Lakes*. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35, pp. 373-412. DOI: 10.1146/annurev.fluid.35.101101.161220

ANEXOS

A Descripción Conceptual del Modelo Numérico

A.1 Ecuaciones del Modelo

De manera preliminar, se debe notar que las ecuaciones del modelo numérico son planteadas en coordenadas cartesianas curvilíneas ortogonales (ξ - η) en el plano horizontal y coordenadas sigma (σ) en el plano vertical (véase Figura A-1).

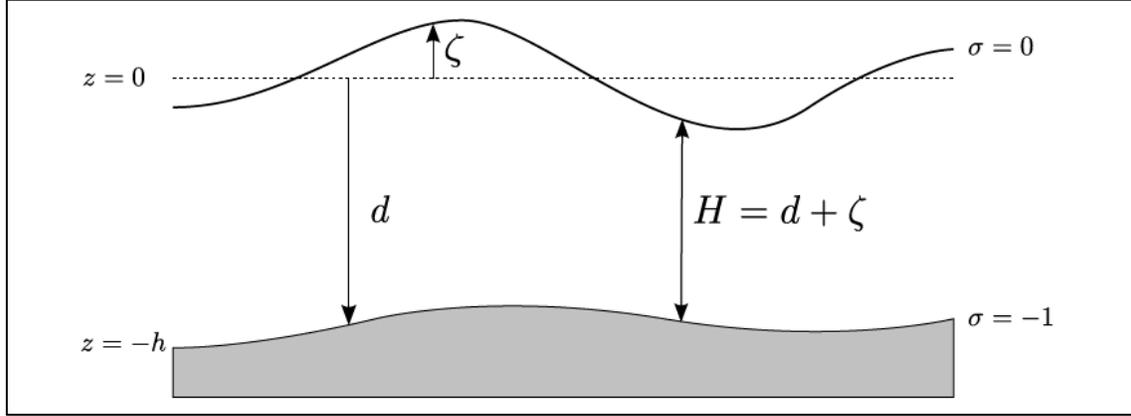


Figura A-1. Definición del nivel del agua (ζ), profundidad (h) y profundidad total (H) en coordenadas sigma. Fuente: Recuperado de Deltares (2014).

Teniendo en consideración el sistema de coordenadas adoptado para la modelación numérica, las ecuaciones que permiten describir la dinámica del agua en el Lago Villarrica corresponden a las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia, la ecuación de continuidad, la ecuación de transporte de calor y la ecuación de estado.

Las ecuaciones de Navier-Stokes son aquellas que gobiernan el movimiento de un fluido Newtoniano incompresible, las cuales, al ser promediadas sobre la turbulencia, considerando la aproximación de Boussinesq y suponiendo que la escala vertical es mucho menor que la escala horizontal, son planteadas de la siguiente manera en el plano horizontal (Deltares, 2014):

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \left\{ \frac{u_1}{\sqrt{G_\xi}} \frac{\partial u_1}{\partial \xi} + \frac{u_2}{\sqrt{G_\eta}} \frac{\partial u_1}{\partial \eta} + \frac{u_3}{H} \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right\} - \frac{u_2^2}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial \sqrt{G_\eta}}{\partial \xi} + \frac{u_1 u_2}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial \sqrt{G_\xi}}{\partial \xi} - f u_2 = \nu_H \left(\frac{1}{G_\xi} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \xi^2} + \frac{1}{G_\eta} \frac{\partial^2 u_1}{\partial \eta^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\nu_V \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right) - \left\{ \frac{g}{\sqrt{G_\xi}} \frac{\partial \zeta}{\partial \xi} + \frac{gH}{\rho_0 \sqrt{G_\xi}} \int_{\sigma}^0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial \xi} + \frac{\partial \rho}{\partial \sigma'} \frac{\partial \sigma'}{\partial \xi} \right) d\sigma' \right\} \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \left\{ \frac{u_1}{\sqrt{G_\xi}} \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{u_2}{\sqrt{G_\eta}} \frac{\partial u_2}{\partial \eta} + \frac{u_3}{H} \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right\} + \frac{u_1 u_2}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial \sqrt{G_\eta}}{\partial \xi} - \frac{u_1^2}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial \sqrt{G_\xi}}{\partial \xi} + f u_1 = \nu_H \left(\frac{1}{G_\xi} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{G_\eta} \frac{\partial^2 u_2}{\partial \eta^2} \right) + \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\nu_V \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right) - \left\{ \frac{g}{\sqrt{G_\eta}} \frac{\partial \zeta}{\partial \eta} + \frac{gH}{\rho_0 \sqrt{G_\eta}} \int_{\sigma}^0 \left(\frac{\partial \rho}{\partial \eta} + \frac{\partial \rho}{\partial \sigma'} \frac{\partial \sigma'}{\partial \eta} \right) d\sigma' \right\} \quad (\text{A.2})$$

donde u_i : velocidad del flujo G_i : coeficiente utilizado para transformar coordenadas curvilíneas a rectangulares, f : frecuencia inercial, ν_H : viscosidad turbulenta horizontal, ν_V : viscosidad turbulenta vertical, g : aceleración de gravedad, ρ_0 : densidad de referencia del agua y ρ : densidad del agua. Los subíndices de la velocidad denotan sus componentes direccionales. La viscosidad turbulenta en la escala horizontal y vertical del modelo numérico se definen como (Deltares, 2014):

$$\nu_H = \nu_{SGS} + \nu_V + \nu_H^{back} \quad (A.3)$$

$$\nu_V = \nu_{mol} + \max\{\nu_{3D}, \nu_V^{back}\} \quad (A.4)$$

donde ν_{SGS} : viscosidad turbulenta a escala de cuadrícula, ν_H^{back} : viscosidad turbulenta horizontal de fondo, ν_{mol} : viscosidad cinemática del agua, ν_{3D} : viscosidad turbulenta vertical derivada del modelo de turbulencia adoptado y ν_V^{back} : viscosidad turbulenta vertical de fondo.

Para cerrar el número de ecuaciones asociadas al movimiento del agua en el Lago Villarrica, se considera la ecuación de continuidad (Deltares, 2014):

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{1}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial}{\partial \xi} (H \sqrt{G_\eta} u_1) + \frac{1}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \frac{\partial}{\partial \eta} (H \sqrt{G_\xi} u_2) + \frac{\partial u_3}{\partial \sigma} = 0 \quad (A.5)$$

Es importante destacar que, a partir de la ecuación de continuidad, se determina la velocidad del flujo en el plano vertical.

El transporte de calor en el Lago Villarrica se modela mediante una ecuación de advección-difusión formulada de manera conservativa (Deltares, 2014):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (HT) + \frac{1}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} (H \sqrt{G_\eta} u_1 T) + \frac{\partial}{\partial \eta} (H \sqrt{G_\xi} u_2 T) \right\} + \frac{\partial}{\partial \sigma} (u_3 T) = \frac{H}{\sqrt{G_\xi} \sqrt{G_\eta}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(D_H \frac{\sqrt{G_\eta}}{\sqrt{G_\xi}} \frac{\partial T}{\partial \xi} \right) + \right. \\ \left. \frac{\partial}{\partial \eta} \left(D_H \frac{\sqrt{G_\xi}}{\sqrt{G_\eta}} \frac{\partial T}{\partial \eta} \right) \right\} + \frac{1}{H} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(D_V \frac{\partial T}{\partial \sigma} \right) + S \end{aligned} \quad (A.6)$$

donde T : temperatura del agua, D_H : difusividad turbulenta horizontal, D_V : difusividad turbulenta vertical y S : término fuente de calor. La difusividad turbulenta en la escala horizontal y vertical del modelo numérico se definen como (Deltares, 2014):

$$D_H = D_{SGS} + D_V + D_H^{back} \quad (A.7)$$

$$D_V = D_{mol} + \max\{D_{3D}, D_V^{back}\} \quad (A.8)$$

donde D_{SGS} : difusividad turbulenta a escala de cuadrícula, D_H^{back} : difusividad turbulenta horizontal de fondo, D_{mol} : difusividad térmica del agua, D_{3D} : difusividad turbulenta vertical derivada del modelo de turbulencia adoptado y D_V^{back} : difusividad turbulenta vertical de fondo.

Finalmente, la ecuación de estado para la densidad del agua puede ser expresada mediante la siguiente formulación dependiente de la temperatura en el sistema lacustre (Deltares, 2014):

$$\rho = 999.842594 + 6.793952 \cdot 10^{-2} T - 9.095290 \cdot 10^{-3} T^2 + 1.001685 \cdot 10^{-4} T^3 - 1.120083 \cdot 10^{-6} T^4 + 6.536332 \cdot 10^{-9} T^5 \quad (A.9)$$

A.2 Condiciones de Borde

En la superficie libre del Lago Villarrica, las condiciones de borde para las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia y la ecuación de continuidad son (Deltares, 2014):

$$\frac{\nu_V}{H} \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{\rho_a}{\rho_0} C_d U_{10}^2 \cos(\theta) \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{\nu_V}{H} \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = \frac{\rho_a}{\rho_0} C_d U_{10}^2 \sin(\theta) \quad (\text{A.11})$$

$$u_3 \Big|_{\sigma=0} = 0 \quad (\text{A.12})$$

donde ρ_a : densidad del aire, C_d : coeficiente de arrastre del viento, U_{10} : velocidad del viento a 10 m sobre la superficie libre y θ : dirección del viento. El coeficiente de arrastre se define según la siguiente relación empírica (Wüest & Lorke, 2003):

$$C_d = \begin{cases} 0.0044 U_{10}^{-1.15} & \text{si } U_{10} < 5.0 \text{ m/s} \\ \left(\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{10g}{C_d U_{10}^2} \right) + 11.3 \right)^{-2} & \text{si } U_{10} > 5.0 \text{ m/s} \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

donde κ : constante de von Kármán. En la Figura A-2 se ilustra el comportamiento del coeficiente de arrastre en función de la velocidad del viento, a partir del cual se realiza una aproximación lineal de dos tramos para la relación empírica:

$$C_d = \begin{cases} 1.5 \cdot 10^{-2} - 9.1 \cdot 10^{-3} U_{10} & \text{si } U_{10} \leq 1.5 \text{ m/s} \\ 1.3 \cdot 10^{-3} & \text{si } U_{10} > 1.5 \text{ m/s} \end{cases} \quad (\text{A.14})$$

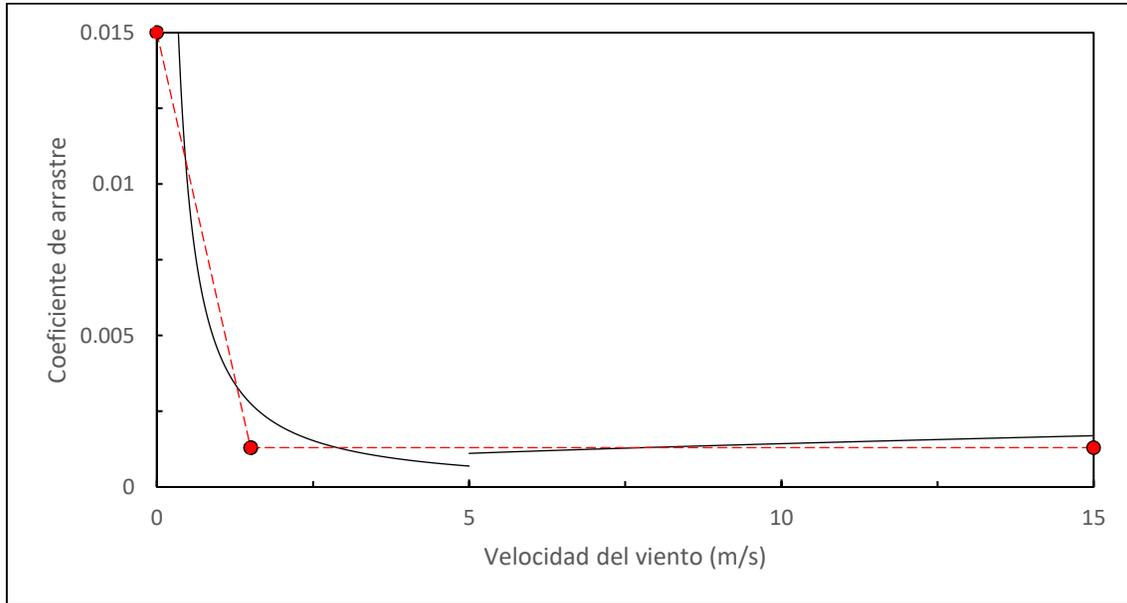


Figura A-2. Linealización del comportamiento del coeficiente de arrastre del viento.

En la base del Lago Villarrica, las condiciones de borde para las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia y la ecuación de continuidad son (Deltares, 2014):

$$\frac{v_V}{H} \frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=-1} = \frac{1}{\rho_0} \tau_{b\xi} \quad (\text{A.15})$$

$$\frac{v_V}{H} \frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=-1} = \frac{1}{\rho_0} \tau_{b\eta} \quad (\text{A.16})$$

$$u_3 \Big|_{\sigma=-1} = 0 \quad (\text{A.17})$$

donde τ_{bi} : esfuerzo de corte de fondo. Los subíndices denotan las componentes direccionales en el plano horizontal. Dicho esfuerzo de corte se estima mediante la siguiente aproximación cuadrática (Deltares, 2014):

$$\overline{\tau_b} = \frac{g\rho_0}{C^2} u_b^2 \quad (\text{A.18})$$

donde C : coeficiente de Chézy y u_b : velocidad horizontal en la capa ubicada inmediatamente sobre el fondo del cuerpo de agua. El coeficiente de Chézy depende de la discretización espacial del modelo numérico de acuerdo con la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$C = \frac{\sqrt{g}}{\kappa} \ln \left(1 + 15 \frac{\Delta z_b}{k_s} \right) \quad (\text{A.19})$$

donde Δz_b : espesor de la capa de fondo del Lago Villarrica y k_s : escala de longitud de rugosidad de Nikuradse. Cabe destacar que la magnitud de la velocidad horizontal en la capa ubicada inmediatamente sobre el fondo del lago se estima, de manera indirecta, a partir de la velocidad en la superficie libre del sistema lacustre (Niño, Caballero & Reyes, 2010):

$$u_s \approx 20 \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_0} C_d U_{10}^2} \quad (\text{A.20})$$

Al evaluar la expresión anterior con el registro de la velocidad del viento en el Lago Villarrica (véase Figura 3-6) y el coeficiente de arrastre del viento linealizado, resulta que, en promedio, la velocidad en la superficie libre del cuerpo de agua alcanza los 10 cm/s, por lo cual, si se supone que la velocidad en el fondo del lago representa un 10 % de la velocidad en la superficie libre, entonces se obtiene que la magnitud de la velocidad horizontal en la capa ubicada inmediatamente sobre el fondo es igual a 1 cm/s.

En cuanto a las condiciones de borde para la ecuación de transporte de calor en el Lago Villarrica, se satisface que (Deltares, 2014):

$$\frac{D_V}{H} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=0} = Q \quad (\text{A.21})$$

$$\frac{D_V}{H} \frac{\partial T}{\partial \sigma} \Big|_{\sigma=-1} = 0 \quad (\text{A.22})$$

donde Q : flujo térmico total derivado del modelo de flujo de calor adoptado.

A.3 Modelo de Turbulencia

La determinación de la viscosidad y difusividad turbulenta vertical en las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas sobre la turbulencia y la ecuación de transporte de calor, respectivamente, se realiza utilizando el modelo de cierre turbulento de segundo orden $K - \varepsilon$, en el cual la energía de turbulencia del flujo y la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta se calculan mediante ecuaciones de transporte (Deltares, 2014):

$$\frac{\partial K}{\partial t} + \left\{ \frac{u_1}{\sqrt{G\xi}} \frac{\partial K}{\partial \xi} + \frac{u_2}{\sqrt{G\eta}} \frac{\partial K}{\partial \eta} + \frac{u_3}{H} \frac{\partial K}{\partial \sigma} \right\} = \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\left(D_{mol} + \frac{10v_{3D}}{7} \right) \frac{\partial K}{\partial \sigma} \right) + \frac{v_{3D}}{H^2} \left\{ \left(\frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 \right\} + \frac{10gv_{3D}}{7\rho H} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - \varepsilon \quad (A.23)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \left\{ \frac{u_1}{\sqrt{G\xi}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi} + \frac{u_2}{\sqrt{G\eta}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \eta} + \frac{u_3}{H} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right\} = \frac{1}{H^2} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left(\frac{10v_{3D}}{7} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \sigma} \right) + c_1 \frac{\varepsilon v_{3D}}{K H^2} \left\{ \left(\frac{\partial u_1}{\partial \sigma} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_2}{\partial \sigma} \right)^2 \right\} + c_1 \frac{\varepsilon}{K} (1 - c_3) \frac{10gv_{3D}}{7\rho H} \frac{\partial \rho}{\partial \sigma} - c_2 \frac{\varepsilon^2}{K} \quad (A.24)$$

donde K : energía de turbulencia, ε : tasa de disipación de la energía cinética turbulenta y c_i : constante empírica. Para resolver ambas ecuaciones, se especifican las siguientes condiciones de borde en la superficie y en el fondo del Lago Villarrica (Deltares, 2014):

$$K|_{\sigma=0} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu \rho_0}} C_d U_{10}^2 \quad (A.25)$$

$$K|_{\sigma=-1} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} \frac{\kappa^2}{\ln^2 \left(1 + \frac{\Delta z_b}{2z_0} \right)} u_b^2 \quad (A.26)$$

$$\varepsilon|_{\sigma=0} = \frac{2}{\kappa \Delta z_s} \left(\frac{\rho_a}{\rho_0} C_d \right)^{1.5} U_{10}^3 \quad (A.27)$$

$$\varepsilon|_{\sigma=-1} = \frac{1}{z_0} \frac{\kappa^2}{\ln^3 \left(1 + \frac{\Delta z_b}{2z_0} \right)} u_b^3 \quad (A.28)$$

donde c_μ : constante empírica, z_0 : longitud de rugosidad del fondo Δz_s : espesor de la capa superficial del Lago Villarrica. Finalmente, la viscosidad y difusividad turbulenta vertical se derivan de las siguientes expresiones (Deltares, 2014):

$$v_{3D} = c_\mu \frac{K^2}{\varepsilon} \quad (A.29)$$

$$D_{3D} = \frac{v_{3D}}{\sigma_c} \quad (A.30)$$

donde σ_c : número de Prandtl- Schmidt.

A.4 Modelo de Flujo de Calor

Los modelos de flujo de calor permiten cuantificar el flujo térmico total a través de la superficie libre de un sistema lacustre, el cual se define de la siguiente manera:

$$Q = Q_{sn} - Q_{eb} - Q_{ev} - Q_{co} \quad (\text{A.31})$$

donde Q : flujo térmico total, Q_{sn} : radiación solar incidente neta, Q_{eb} : radiación de cuerpo negro efectiva, Q_{ev} : calor sensible y Q_{co} : calor latente. El modelo utilizado para representar el intercambio térmico en la superficie libre del Lago Villarrica corresponde al modelo de flujo de calor oceánico, en el cual las variables de entrada requeridas corresponden a la temperatura del aire, la humedad relativa y el factor de nubosidad. Se debe notar que dichas variables son obtenidas a partir del registro en la estación Pucón (véase Figura 3-5).

A continuación, se formulan los flujos involucrados en la determinación del flujo térmico total a través la superficie libre del Lago Villarrica de acuerdo con el modelo de flujo de calor oceánico.

En primer lugar, la radiación solar incidente neta se estima mediante la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$Q_{sn} = 0.04Q_{sc} (1.0 - 0.4F_c - 0.38F_c^2) \quad (\text{A.32})$$

donde Q_{sc} : radiación para condiciones de cielo despejado y F_c : factor de nubosidad. El flujo térmico asociado a cielo despejado se determina con la siguiente relación (Deltares, 2014):

$$Q_{sc} = \begin{cases} 1039.68 \sin(\gamma) & \text{si } \sin(\gamma) \geq 0 \\ 0 & \text{si } \sin(\gamma) < 0 \end{cases} \quad (\text{A.33})$$

donde γ : ángulo de elevación solar, el cual se estima utilizando la siguiente relación trigonométrica (Deltares, 2014):

$$\sin(\gamma) = \sin(\delta) \sin\left(\frac{\pi\phi}{180}\right) - \cos(\delta) \cos\left(\frac{\pi\phi}{180}\right) \cos(\omega_1 t) \quad (\text{A.34})$$

donde δ : declinación solar, ϕ : latitud y ω_1 : frecuencia angular de la variación diurna. La declinación solar se expresa como (Deltares, 2014):

$$\delta = \frac{23.5\pi}{180} \cos(\omega_0 t - 2.95) \quad (\text{A.35})$$

donde ω_0 : frecuencia angular de la variación anual.

Es importante notar que una fracción de la radiación solar incidente es transmitida al interior del sistema lacustre y es modelada según la siguiente función exponencial (Deltares, 2014):

$$Q_{sn}(h) = \frac{1.6/H_{Secchi}}{e^{1.7h/H_{Secchi}} - 1} Q_{sn} \quad (\text{A.36})$$

donde h : distancia a la superficie libre y H_{Secchi} : profundidad de Secchi.

En segundo lugar, la radiación de cuerpo negro efectiva se estima mediante la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$Q_{eb} = \epsilon \sigma \bar{T}_s^4 (0.39 - 0.05 \sqrt{e_a}) (1.0 - F_c^2) \quad (\text{A.37})$$

donde ϵ : factor de emisividad, σ : constante de Stefan-Boltzmann, \bar{T}_s : temperatura superficial absoluta del agua y e_a : presión de vapor real. Esta última variable se determina con la siguiente relación (Deltares, 2014):

$$e_a = r_{hum} 10^{\frac{0.7859+0.03477T_a}{1.0+0.00412T_a}} \quad (\text{A.38})$$

donde r_{hum} : humedad relativa y T_a : temperatura del aire.

En tercer lugar, el calor sensible se estima mediante la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$Q_{ev} = \left(\frac{0.62e_s}{P_{atm}-0.38e_s} - \frac{0.62e_a}{P_{atm}-0.38e_a} \right) (2.5 \cdot 10^6 - 2.3 \cdot 10^3 T_s) (c_e \rho_a U_{10} + \bar{\rho}_a k_s) \quad (\text{A.39})$$

donde e_s : presión de vapor saturado, P_{atm} : presión atmosférica, T_s : temperatura superficial del agua, c_e : número de Dalton, ρ_a : densidad del aire, $\bar{\rho}_a$: densidad media del aire y k_s : coeficiente de transferencia de calor. La presión de vapor saturado y el coeficiente de transferencia se definen como (Deltares, 2014):

$$e_s = 10^{\frac{0.7859+0.03477T_s}{1.0+0.00412T_s}} \quad (\text{A.40})$$

$$k_s = \begin{cases} 0 & \text{si } \rho_{a10} \leq \rho_{a0} \\ 4.47 \cdot 10^{-3} \left(\frac{g}{\bar{\rho}_a} \right)^{\frac{1}{3}} (\rho_{a10} - \rho_{a0})^{\frac{1}{3}} & \text{si } \rho_{a10} > \rho_{a0} \end{cases} \quad (\text{A.41})$$

donde ρ_{a0} : densidad del aire en la superficie libre del cuerpo de agua y ρ_{a10} : densidad del aire a 10 m de altura, las cuales se expresan de la siguiente manera (Deltares, 2014):

$$\rho_{a0} = \frac{1}{T_s+273.15} (3.48 \cdot 10^{-1} (P_{atm} - e_s) + 2.17 \cdot 10^{-4} e_s) \quad (\text{A.42})$$

$$\rho_{a10} = \frac{1}{T_a+273.15} (3.48 \cdot 10^{-1} (P_{atm} - e_a) + 2.17 \cdot 10^{-4} e_a) \quad (\text{A.43})$$

Finalmente, el calor latente se estima mediante la siguiente expresión (Deltares, 2014):

$$Q_{co} = c_p (T_s - T_a) (c_H \rho_a U_{10} + \bar{\rho}_a k_s) \quad (\text{A.44})$$

donde c_p : calor específico del aire y c_H : número de Stanton.

B Resultados de Calibración del Modelo Numérico

La calibración del modelo numérico implementado se realiza contrastando las condiciones hidrodinámicas simuladas con las mediciones efectuadas in situ en los puntos de observación del Lago Villarica (véase Figura B-1), evaluando la raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés) y el error absoluto medio (MAE) entre los valores predichos y observados.

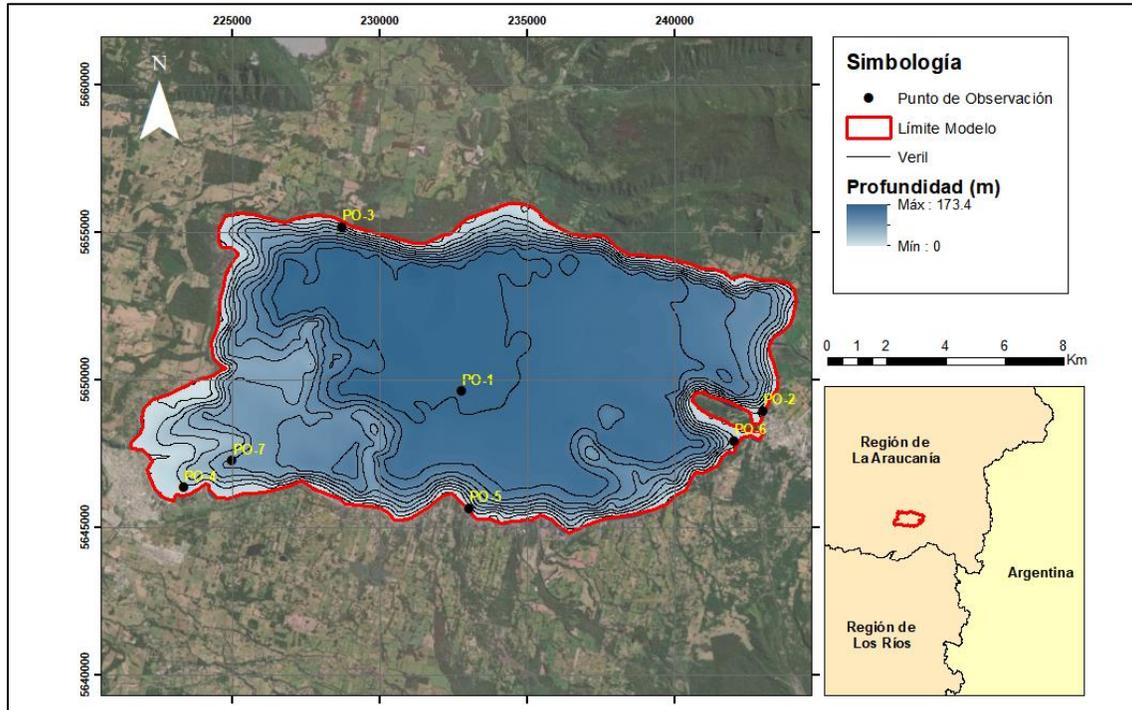


Figura B-1. Ubicación geográfica de los puntos de observación seleccionados para la calibración del modelo numérico del Lago Villarica.

Cabe destacar que la calibración de modelos numéricos sobre la hidrodinámica de sistemas lacustres puede estar enfocada en la calibración de la temperatura, el nivel de las aguas y/o las velocidades en el sistema (Chanudet et al., 2012; Gerritsen et al., 2008; Koue et al., 2018). Sin embargo, en virtud de la disponibilidad de información, el proceso de calibración desarrollado en esta investigación se orienta en ajustar las temperaturas predichas por el modelo numérico a las temperaturas medidas en los puntos de observación, a través de la variación de los parámetros físicos señalados en la Tabla B-1, de manera de minimizar tanto el RMSE como el MAE.

La justificación del enfoque adoptado para la calibración se atribuye, principalmente, a la información levantada durante las campañas de muestreo en las estaciones de monitoreo del Lago Villarica, las cuales, en términos de la hidrodinámica del sistema lacustre, sólo contemplan la medición de un perfil térmico en cada punto de observación.

Tabla B-1. Rango conceptual de los parámetros físicos evaluados durante el proceso de calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.

Parámetro	Notación	Unidad	Rango conceptual	Referencia
Viscosidad turbulenta horizontal de fondo	ν_H^{back}	m ² /s	0.05 - 20	1, 2, 3
Difusividad turbulenta horizontal de fondo	D_H^{back}	m ² /s	0.05 - 20	1, 2, 3
Viscosidad turbulenta vertical de fondo	ν_V^{back}	m ² /s	0 - 10 ⁻⁶	2
Difusividad turbulenta vertical de fondo	D_V^{back}	m ² /s	0 - 10 ⁻⁶	2
Longitud de escala Ozmidov	L_{Oz}	m	0 - 0.05	1
Profundidad de Secchi	H_{Secchi}	m	5.5 - 11.5	5
Número de Dalton	C_e	-	0.0015 - 0.0030	1, 2, 4
Número de Stanton	C_H	-	0.0015 - 0.0030	1, 2, 4

1: Chanudet et al. (2012); 2: Gerritsen et al. (2008); 3: Deltares (2014); 4: Abarca (2018); 5: Bruning (2018).

En la Tabla B-2 se indican los valores de los parámetros físicos evaluados en las simulaciones realizadas durante el proceso de calibración del modelo numérico del Lago Villarrica.

Tabla B-2. Parámetros físicos evaluados durante el proceso de calibración del modelo numérico realizado entre los días 20 de febrero y 11 de marzo de 2020.

Parámetro	Simulación							
	S-1 20-feb	S-2 22-feb	S-3 25-feb	S-4 27-feb	S-5 03-mar	S-6 05-mar	S-7 08-mar	S-8 11-mar
ν_H^{back}	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	10
D_H^{back}	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	5	10
ν_V^{back}	10 ⁻⁶	0	0	0				
D_V^{back}	10 ⁻⁶	0	0	0				
L_{Oz}	0	0	0	0	0.05	0	0	0
H_{Secchi}	8.2	8.2	8.2	5.5	5.5	5.5	5.5	5.5
C_e	0.0030	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015
C_H	0.0030	0.0030	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015	0.0015

Desde la Tabla B-3 a la Tabla B-10 se muestran los resultados del proceso de calibración para cada una de las simulaciones señaladas en la Tabla B-2.

Tabla B-3. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-01.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	14.23	24.90	4.99	3.34	2.86
			10	18.90	14.01	23.89	4.89		
			30	11.60	12.60	1.00	1.00		
			70	9.68	11.63	3.81	1.95		
			100	9.62	11.11	2.23	1.49		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.13	32.31	5.68	5.07	4.95
			10	19.49	13.69	33.59	5.80		
			20	16.06	12.69	11.35	3.37		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	13.73	32.46	5.70	4.70	4.61
			10	18.31	13.65	21.70	4.66		
			20	16.65	13.16	12.17	3.49		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	13.60	27.35	5.23	4.96	4.95
			10	18.42	13.35	25.76	5.08		
			20	17.33	12.79	20.64	4.54		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	13.68	35.05	5.92	5.06	4.92
			10	19.08	13.45	31.67	5.63		
			20	16.00	12.80	10.24	3.20		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.07	32.78	5.73	4.69	3.89
			10	19.71	13.95	33.21	5.76		
			20	13.42	13.25	0.03	0.17		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	13.84	26.76	5.17	3.15	2.34
			30	12.31	12.43	0.01	0.12		
			70	9.62	11.35	3.00	1.73		

Tabla B-4. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-02.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	14.77	19.82	4.45	3.23	2.98
			10	18.90	14.49	19.48	4.41		
			30	11.60	13.14	2.37	1.54		
			70	9.68	12.21	6.38	2.53		
			100	9.62	11.61	3.96	1.99		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.73	25.81	5.08	4.61	4.48
			10	19.49	14.07	29.42	5.42		
			20	16.06	13.13	8.57	2.93		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	13.73	32.46	5.70	4.70	4.61
			10	18.31	13.65	21.70	4.66		
			20	16.65	13.16	12.17	3.49		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	14.24	21.08	4.59	4.43	4.42
			10	18.42	13.85	20.85	4.57		
			20	17.33	13.22	16.86	4.11		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	14.41	26.92	5.19	4.46	4.32
			10	19.08	14.05	25.29	5.03		
			20	16.00	13.25	7.56	2.75		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.71	25.90	5.09	4.19	3.52
			10	19.71	14.54	26.74	5.17		
			20	13.42	13.73	0.10	0.31		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	14.53	20.08	4.48	2.94	2.49
			30	12.31	12.99	0.47	0.68		
			70	9.62	11.93	5.33	2.31		

Tabla B-5. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-03.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	14.89	18.78	4.33	3.15	2.91
			10	18.90	14.56	18.81	4.34		
			30	11.60	13.02	2.03	1.42		
			70	9.68	12.14	6.06	2.46		
			100	9.62	11.62	3.98	2.00		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.72	25.87	5.09	4.60	4.47
			10	19.49	14.11	28.91	5.38		
			20	16.06	13.10	8.76	2.96		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	14.26	26.75	5.17	4.19	4.09
			10	18.31	14.15	17.32	4.16		
			20	16.65	13.71	8.62	2.94		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	14.21	21.30	4.62	4.48	4.48
			10	18.42	13.90	20.42	4.52		
			20	17.33	13.02	18.57	4.31		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	14.29	28.21	5.31	4.51	4.35
			10	19.08	14.02	25.57	5.06		
			20	16.00	13.32	7.21	2.69		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.72	25.82	5.08	4.20	3.54
			10	19.71	14.51	27.01	5.20		
			20	13.42	13.75	0.11	0.33		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	14.51	20.21	4.50	2.95	2.51
			30	12.31	13.01	0.48	0.70		
			70	9.62	11.95	5.43	2.33		

Tabla B-6. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-04.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	15.15	16.59	4.07	3.02	2.76
			10	18.90	14.60	18.50	4.30		
			30	11.60	12.86	1.58	1.26		
			70	9.68	12.00	5.40	2.32		
			100	9.62	11.49	3.49	1.87		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.98	23.31	4.83	4.55	4.43
			10	19.49	14.06	29.45	5.43		
			20	16.06	13.02	9.27	3.04		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	14.39	25.38	5.04	4.13	4.04
			10	18.31	14.17	17.18	4.14		
			20	16.65	13.73	8.54	2.92		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	14.40	19.61	4.43	4.38	4.38
			10	18.42	13.83	21.10	4.59		
			20	17.33	13.21	16.96	4.12		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	14.45	26.53	5.15	4.46	4.32
			10	19.08	14.02	25.58	5.06		
			20	16.00	13.24	7.60	2.76		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.97	23.32	4.83	4.13	3.39
			10	19.71	14.44	27.73	5.27		
			20	13.42	13.49	0.00	0.07		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	14.72	18.40	4.29	2.80	2.37
			30	12.31	12.95	0.41	0.64		
			70	9.62	11.81	4.78	2.19		

Tabla B-7. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-05.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	15.13	16.71	4.09	3.02	2.80
			10	18.90	14.71	17.52	4.19		
			30	11.60	13.00	1.97	1.40		
			70	9.68	12.08	5.75	2.40		
			100	9.62	11.57	3.79	1.95		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.96	23.52	4.85	4.50	4.38
			10	19.49	14.16	28.37	5.33		
			20	16.06	13.09	8.80	2.97		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	14.42	25.09	5.01	4.09	4.00
			10	18.31	14.23	16.65	4.08		
			20	16.65	13.75	8.43	2.90		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	14.42	19.48	4.41	4.43	4.43
			10	18.42	13.75	21.84	4.67		
			20	17.33	13.12	17.68	4.21		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	14.46	26.42	5.14	4.49	4.35
			10	19.08	13.97	26.10	5.11		
			20	16.00	13.19	7.91	2.81		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.96	23.44	4.84	4.13	3.47
			10	19.71	14.46	27.60	5.25		
			20	13.42	13.75	0.11	0.33		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	14.84	17.37	4.17	2.75	2.33
			30	12.31	12.92	0.37	0.61		
			70	9.62	11.83	4.90	2.21		

Tabla B-8. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-06.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	15.20	16.16	4.02	2.99	2.76
			10	18.90	14.70	17.61	4.20		
			30	11.60	12.90	1.68	1.30		
			70	9.68	12.04	5.59	2.36		
			100	9.62	11.56	3.78	1.94		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	14.97	23.45	4.84	4.57	4.47
			10	19.49	14.08	29.25	5.41		
			20	16.06	12.91	9.90	3.15		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	14.44	24.90	4.99	4.11	4.03
			10	18.31	14.17	17.11	4.14		
			20	16.65	13.70	8.71	2.95		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	14.42	19.45	4.41	4.42	4.41
			10	18.42	13.80	21.32	4.62		
			20	17.33	13.12	17.77	4.22		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	14.45	26.48	5.15	4.52	4.40
			10	19.08	13.98	26.06	5.10		
			20	16.00	13.06	8.63	2.94		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	14.98	23.23	4.82	4.01	3.43
			10	19.71	14.74	24.67	4.97		
			20	13.42	13.92	0.25	0.50		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	14.80	17.74	4.21	2.76	2.32
			30	12.31	12.89	0.34	0.58		
			70	9.62	11.79	4.72	2.17		

Tabla B-9. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-07.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	17.95	1.61	1.27	0.89	0.72
			10	18.90	17.78	1.25	1.12		
			30	11.60	12.63	1.07	1.03		
			70	9.68	9.82	0.02	0.14		
			100	9.62	9.57	0.00	0.05		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	18.11	2.90	1.70	1.58	1.58
			10	19.49	17.89	2.56	1.60		
			20	16.06	14.62	2.06	1.44		
PO-3	04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	17.37	4.25	2.06	1.33	1.15
			10	18.31	17.38	0.87	0.93		
			20	16.65	16.19	0.21	0.46		
PO-4	04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	17.21	2.63	1.62	2.44	2.26
			10	18.42	16.83	2.54	1.59		
			20	17.33	13.76	12.75	3.57		
PO-5	03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	17.45	4.61	2.15	2.43	2.41
			10	19.08	16.78	5.28	2.30		
			20	16.00	13.21	7.80	2.79		
PO-6	03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	17.96	3.40	1.84	2.23	2.18
			10	19.71	17.89	3.30	1.82		
			20	13.42	16.29	8.23	2.87		
PO-7	04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	17.38	2.64	1.63	0.99	0.78
			30	12.31	12.80	0.24	0.49		
			70	9.62	9.83	0.05	0.21		

Tabla B-10. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en la simulación S-08.

Punto de observación	Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
				Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
PO-1	03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	18.10	1.26	1.12	0.76	0.61
			10	18.90	17.94	0.93	0.96		
			30	11.60	12.45	0.72	0.85		
			70	9.68	9.68	0.00	0.00		
PO-2	03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	18.27	2.39	1.54	1.34	1.32
			10	19.49	18.12	1.87	1.37		
			20	16.06	15.01	1.10	1.05		
			Superficial	19.43	17.61	3.31	1.82		
PO-3	04-feb-14	11:45	10	18.31	17.61	0.48	0.70	1.14	0.93
			20	16.65	16.36	0.08	0.29		
			Superficial	18.83	17.48	1.81	1.35		
PO-4	04-feb-14	13:05	10	18.42	17.14	1.64	1.28	2.06	1.89
			20	17.33	14.29	9.27	3.04		
			Superficial	19.60	17.83	3.14	1.77		
PO-5	03-feb-14	15:30	10	19.08	17.05	4.14	2.03	2.31	2.26
			20	16.00	13.03	8.79	2.97		
			Superficial	19.80	18.17	2.67	1.63		
PO-6	03-feb-14	12:49	10	19.71	18.10	2.59	1.61	2.25	2.13
			20	13.42	16.58	9.96	3.16		
			Superficial	19.01	17.59	2.03	1.42		
PO-7	04-feb-14	12:30	30	12.31	12.92	0.37	0.61	0.90	0.71
			70	9.62	9.72	0.01	0.10		
			Superficial	19.01	17.59	2.03	1.42		

Es importante notar que la calibración del modelo numérico se desarrolla sólo para una de las campañas de muestreo efectuadas en el periodo comprendido entre 2014-2015, correspondiente a aquella realizada durante febrero de 2014. Lo anterior se justifica en el tiempo de cómputo requerido para la simulación, pues, la modelación numérica del Lago Villarrica para el periodo establecido en esta investigación, el cual abarca desde el 1 de agosto de 2013 hasta el 31 de julio de 2015, tarda aproximadamente seis días. Debido a ello, se define un periodo inferior hasta el 31 de marzo de 2014, por lo cual, disminuye la extensión del proceso de calibración del modelo numérico implementado ya que el tiempo de cómputo de la simulación se reduce a dos días.

La Tabla B-11 y la Tabla B-12 sintetizan los resultados del proceso de calibración en términos del RMSE y MAE, respectivamente, para los puntos de observación seleccionados.

Tabla B-11. Desempeño del modelo numérico del Lago Villarrica, en términos del RMSE, durante el proceso de calibración.

Punto de observación	Simulación							
	S-01	S-02	S-03	S-04	S-05	S-06	S-07	S-08
PO-1	3.34	3.23	3.15	3.02	3.02	2.99	0.89	0.76
PO-2	5.07	4.61	4.60	4.55	4.50	4.57	1.58	1.34
PO-3	4.70	4.70	4.19	4.13	4.09	4.11	1.33	1.14
PO-4	4.96	4.43	4.48	4.38	4.43	4.42	2.44	2.06
PO-5	5.06	4.46	4.51	4.46	4.49	4.52	2.43	2.31
PO-6	4.69	4.19	4.20	4.13	4.13	4.01	2.23	2.25
PO-7	3.15	2.94	2.95	2.80	2.75	2.76	0.99	0.90

Tabla B-12. Desempeño del modelo numérico del Lago Villarrica, en términos del MAE, durante el proceso de calibración.

Punto de observación	Simulación							
	S-01	S-02	S-03	S-04	S-05	S-06	S-07	S-08
PO-1	2.86	2.98	2.91	2.76	2.80	2.76	0.72	0.61
PO-2	4.95	4.48	4.47	4.43	4.38	4.47	1.58	1.32
PO-3	4.61	4.61	4.09	4.04	4.00	4.03	1.15	0.93
PO-4	4.95	4.42	4.48	4.38	4.43	4.41	2.26	1.89
PO-5	4.92	4.32	4.35	4.32	4.35	4.40	2.41	2.26
PO-6	3.89	3.52	3.54	3.39	3.47	3.43	2.18	2.13
PO-7	2.34	2.49	2.51	2.37	2.33	2.32	0.78	0.71

La Figura B-2 ilustra los resultados del proceso de calibración en función del desempeño global del modelo numérico para simular la totalidad de los puntos de observación seleccionados y el desempeño local del modelo para simular la zona pelagial (PEL), representada por el punto de observación PO-1, y la zona litoral (LIT), representada por los puntos PO-2 al PO-7, del Lago Villarrica.

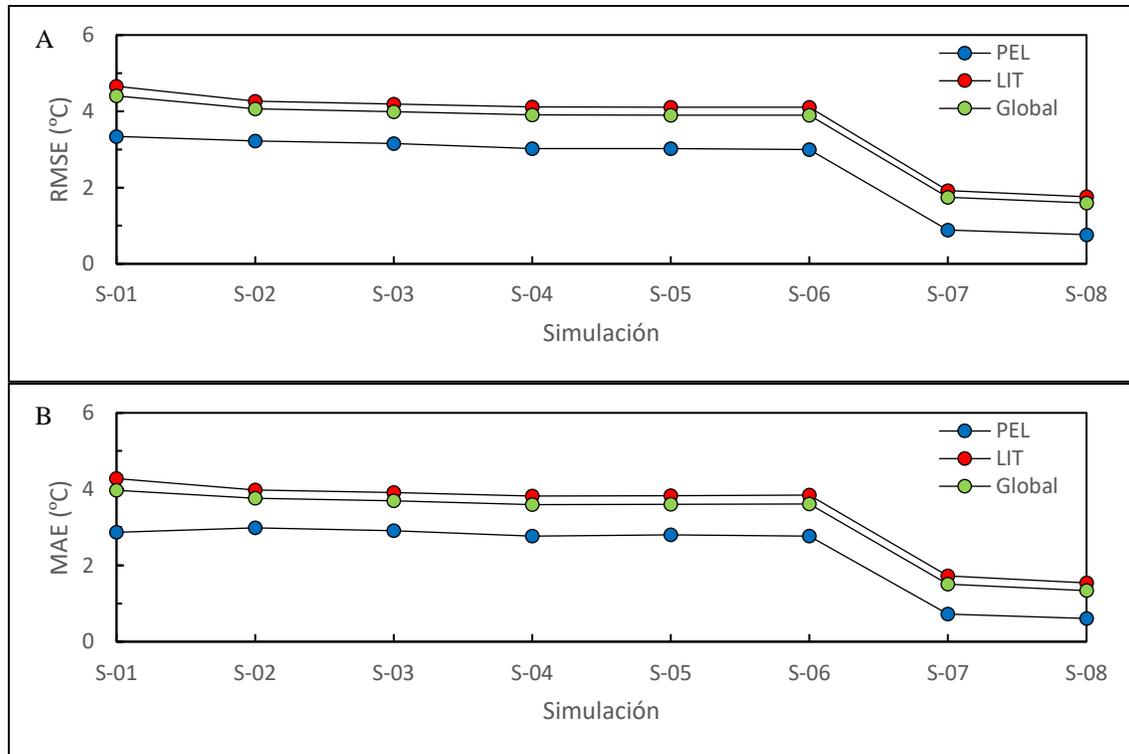


Figura B-2. Desempeño del modelo numérico del Lago Villarrica, en términos del (A) RMSE y (B) MAE, durante el proceso de calibración.

De acuerdo con la Figura B-2, el modelo numérico del Lago Villarrica es capaz de reproducir adecuadamente las temperaturas observadas en la zona pelagial del cuerpo de agua, los índices de error son inferiores a 1°C, mientras que las temperaturas simuladas en la zona litoral del lago presentan índices de error en torno a 2°C. Dicho resultado refleja una de las consecuencias de adoptar el sistema de coordenadas sigma para la discretización espacial en el plano vertical: se induce difusión vertical y circulación artificial en las zonas de mayor gradiente en el sistema lacustre (Deltares, 2014), las cuales coinciden con la zona litoral del Lago Villarrica (véase Figura 4-2).

No obstante lo anterior, a partir del desempeño global del modelo numérico, se considera que el modelo está calibrado adecuadamente, por lo cual, se utilizan los parámetros físicos evaluados durante la simulación S-08 del proceso de calibración (véase Tabla B-2) para la modelación numérica del Lago Villarrica durante el periodo comprendido entre el 1 de agosto de 2013 y el 31 de julio de 2015. Desde la Tabla B-13 a la Tabla B-19 se muestran los resultados del modelo numérico para cada uno de los puntos de observación seleccionados.

Tabla B-13. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-1.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
03-feb-14	14:35	Superficial	19.22	17.75	2.16	1.47	1.12	0.91
		10	18.90	17.42	2.19	1.48		
		30	11.60	12.98	1.91	1.38		
		70	9.68	9.81	0.02	0.13		
		100	9.62	9.53	0.01	0.09		
06-oct-14	14:10	Superficial	12.71	9.64	9.43	3.07	1.66	1.35
		10	11.10	9.55	2.40	1.55		
		30	10.41	9.21	1.44	1.20		
		70	9.64	9.16	0.23	0.48		
		100	9.60	9.16	0.20	0.44		
27-ene-15	11:41	Superficial	21.08	18.72	5.56	2.36	2.23	1.80
		10	21.04	17.00	16.32	4.04		
		30	11.34	12.88	2.38	1.54		
		70	10.11	9.61	0.25	0.50		
		100	9.79	9.26	0.28	0.53		

Tabla B-14. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-2.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
03-feb-14	13:45	Superficial	19.81	17.89	3.69	1.92	1.63	1.57
		10	19.49	17.65	3.37	1.84		
		20	16.06	15.12	0.89	0.94		
06-oct-14	12:35	Superficial	12.04	9.56	6.16	2.48	1.94	1.89
		10	11.15	9.45	2.91	1.70		
		20	10.83	9.33	2.24	1.50		
26-ene-15	14:35	Superficial	22.51	19.53	8.91	2.98	2.19	2.07
		10	20.03	18.07	3.82	1.96		
		20	12.74	14.02	1.65	1.28		

Tabla B-15. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-3.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
04-feb-14	11:45	Superficial	19.43	17.66	3.14	1.77	1.20	1.10
		10	18.31	17.44	0.76	0.87		
		20	16.65	16.01	0.41	0.64		
07-oct-14	11:10	Superficial	12.27	9.62	7.01	2.65	1.90	1.73
		10	11.38	9.58	3.25	1.80		
		20	10.23	9.49	0.55	0.74		
26-ene-15	13:10	Superficial	21.96	19.05	8.46	2.91	1.70	1.15
		10	18.29	18.46	0.03	0.17		
		20	15.69	16.06	0.14	0.37		

Tabla B-16. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-4.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
04-feb-14	13:05	Superficial	18.83	17.27	2.44	1.56	2.09	1.98
		10	18.42	16.94	2.19	1.48		
		20	17.33	14.42	8.45	2.91		
07-oct-14	12:15	Superficial	11.15	9.68	2.15	1.47	1.26	1.25
		10	10.60	9.47	1.29	1.13		
		20	10.43	9.26	1.36	1.17		
27-ene-15	14:15	Superficial	19.76	17.73	4.11	2.03	3.53	3.27
		10	18.51	15.87	6.99	2.64		
		20	18.80	13.67	26.29	5.13		

Tabla B-17. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-5.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
03-feb-14	15:30	Superficial	19.60	17.42	4.74	2.18	2.26	2.25
		10	19.08	16.62	6.05	2.46		
		20	16.00	13.88	4.50	2.12		
07-oct-14	13:10	Superficial	11.16	9.68	2.20	1.48	1.30	1.30
		10	10.67	9.50	1.38	1.17		
		20	10.51	9.28	1.52	1.23		
27-ene-15	12:50	Superficial	21.39	17.51	15.04	3.88	3.46	3.37
		10	20.27	16.31	15.71	3.96		
		20	16.12	13.86	5.13	2.26		

Tabla B-18. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-6.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
03-feb-14	12:49	Superficial	19.80	17.61	4.81	2.19	2.65	2.60
		10	19.71	17.43	5.19	2.28		
		20	13.42	16.74	11.03	3.32		
06-oct-14	12:00	Superficial	12.22	9.64	6.64	2.58	1.72	1.57
		10	10.53	9.50	1.07	1.03		
		20	10.41	9.31	1.20	1.10		
26-ene-15	15:36	Superficial	21.66	19.11	6.48	2.55	2.36	2.20
		10	20.07	19.03	1.09	1.04		
		20	13.31	16.34	9.15	3.03		

Tabla B-19. Resultados e índices de error de la temperatura del agua en el punto de observación PO-7.

Fecha muestreo	Hora muestreo	Profundidad muestreo (m)	Temperatura (°C)		Valor residual		Índice de error	
			Muestra	Simulación	Cuadrático	Absoluto	RMSE	MAE
04-feb-14	12:30	Superficial	19.01	17.33	2.82	1.68	1.12	0.93
		30	12.31	13.26	0.91	0.95		
		70	9.62	9.78	0.03	0.16		
06-oct-14	16:00	Superficial	13.01	9.59	11.70	3.42	1.88	1.51
		10	10.67	9.57	1.21	1.10		
		30	10.14	9.25	0.79	0.89		
		70	9.76	9.13	0.40	0.63		
27-ene-15	13:40	Superficial	20.39	17.81	6.65	2.58	1.98	1.56
		10	19.93	16.99	8.64	2.94		
		30	13.30	13.14	0.03	0.16		
		70	10.14	9.59	0.30	0.55		

Finalmente, la Tabla B-20 sintetiza los índices de error para los puntos de observación seleccionados, resultando que el desempeño global del modelo numérico en términos del RMSE y MAE es igual a 2.03 y 1.74°C, respectivamente.

Tabla B-20. *Índices de error de la temperatura del agua en el Lago Villarrica.*

Punto de observación	Índice de error	
	RMSE	MAE
PO-1	1.73	1.35
PO-2	1.93	1.84
PO-3	1.62	1.33
PO-4	2.48	2.17
PO-5	2.50	2.31
PO-6	2.28	2.12
PO-7	1.74	1.37
PEL	1.73	1.35
LIT	2.11	1.84
Global	2.03	1.74

La disminución en el desempeño del modelo, con respecto al desempeño obtenido durante el proceso de calibración, se debe al error acumulado en la representación de la zona litoral del lago, como se indicó anteriormente. Sin embargo, teniendo en consideración la adecuada reproducción de las temperaturas simuladas y observadas en la estación de monitoreo ubicada en la zona pelagial del cuerpo de agua, representada por el punto de observación PO-1, se concluye que es factible el análisis del comportamiento hidrodinámico del Lago Villarrica a través del modelo numérico implementado.

