



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**GENERACIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN BASE A FACTORES
EN EL MERCADO ESTADOUNIDENSE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

JOSÉ ANTONIO LUNA ROZAS

PROFESOR GUÍA:
ALFONSO SILVA RUIZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
MILCÍADES CONTRERAS GOSIK
LUIS LLANOS COLLADO

SANTIAGO, CHILE
2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL
POR: **JOSÉ ANTONIO LUNA ROZAS**
FECHA: SEPTIEMBRE 2020
PROF. GUÍA: ALFONSO SILVA RUIZ

GENERACIÓN DE PORTAFOLIOS DE INVERSIÓN EN BASE A FACTORES EN EL MERCADO ESTADOUNIDENSE

Los principales antecedentes y motivaciones del presente trabajo provienen de la teoría de *Asset Allocation* e inversión en base a factores, con un enfoque práctico en la industria financiera. En el mercado de las inversiones existe una tendencia a potenciar los procesos de inversión con un enfoque cuantitativo. Particularmente, una forma de inversión cuantitativa son las estrategias basadas en factores, las cuales superaron los 482 mil millones de dólares en *Assets Under Management* en el mercado estadounidense el año 2019 (BlackRock (2019)[5]).

Por otra parte, la industria señala que la inversión basada en factores ha presentado un retorno por debajo del mercado en los últimos cinco años debido a la reciente sobreexplotación de estas estrategias por parte de los inversores, donde las estrategias basadas en los factores Size y Value han sido las más afectadas (ver Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]), puesto que dichos factores han presentado un redimiendo de 0.9% y 3.6% bajo el mercado en los últimos 5 años. Cabe destacar que, se ha constatado en la literatura que este tipo de estrategias cuando están basadas sólo en un factor presentan una componente estacional relacionada directamente con el ciclo económico del mercado.

Es por ello, que nace la interrogante de cómo generar un portafolio de inversión con rebalance dinámico, que combine de tal forma los factores que permita mitigar las fluctuaciones del mercado y constatar si es posible utilizar este tipo de estrategia para obtener retornos por sobre el mercado hasta el año 2019.

Para ello, en primera instancia, se definen diferentes formas funcionales para la creación de los portafolios, que apuntan a tres objetivos diferentes (maximizar el retorno esperado, minimizar la volatilidad y maximizar el retorno sobre volatilidad del portafolio). Posteriormente, se generan dichos portafolios a través de simulaciones que consideran diferentes frecuencias de rebalances y en base a los resultados obtenidos se evalúa su rendimiento y estabilidad en el tiempo. Finalmente, los portafolios que demuestran ser estables en el tiempo, son comparados con el mercado considerando el retorno anual obtenido a lo largo de los 20 años del estudio.

Dado que la finalidad de este proyecto es la implementación del mejor portafolio resultante, dentro de los análisis se considera los costos de transacción asociado a los rebalances requeridos para formar el portafolio.

En base resultados obtenidos, se concluye que no es posible superar al mercado de manera consistente con este tipo de portafolios. Sin embargo, es posible generar portafolios estables, que poseen métricas de riesgo/retorno superiores tanto al índice de mercado como a los índices de factores. En particular, se destaca el portafolio obtenido al considerar la maximización del Sharpe Ratio como forma funcional.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi madre, por el amor y apoyo incondicional que siempre me ha brindado. Porque gracias a ella y su ejemplo de vida es que logré superar todas las metas que me propuse a lo largo de mi vida, llegando a ser la persona y profesional que soy hoy en día. A Bernardo, porque a pesar de conocerme solo hace algunos años, siempre busca la manera de ayudarme.

Agradezco a mi pareja Paula por haberme acompañado y apoyado durante todos estos años, por estar presente en todo momento con ese cariño que te caracteriza. Muchas gracias por ser parte de mi vida y por amarme sin importar nada.

Además, quisiera agradecer a mi profesor guía Alfonso Silva, porque gracias a él llegué al mundo de las finanzas y gran parte de los conocimientos y aspiraciones que tengo actualmente en esta área se los debo a él. A mi profesor co-guía Milcíades Contreras por sus comentarios y por ayudarme a pulir cada detalle de este trabajo. Y en general a todos los profesores que han contribuido en mi formación académica.

Realmente muchas gracias!

José Luna Rozas

Septiembre, 2020

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
2. Marco Teórico	3
3. Descripción del proyecto y justificación	7
4. Objetivos	10
5. Metodología	11
5.1. Análisis y validación de datos	11
5.2. Planteamiento del portafolio	12
5.3. Simulaciones y análisis de estabilidad de los portafolios	15
6. Análisis descriptivo	17
6.1. Comportamiento de los factores en el tiempo	17
6.2. Relación entre el índice de referencia y factores en USA	20
7. Análisis de resultados	22
7.1. Comparación de optimizadores	22
7.2. Simulaciones de portafolios	24
7.2.1. Análisis de estabilidad	25
7.2.2. Resultados generales de las simulaciones	27
7.3. Simulaciones incorporando costos de transacción	29
7.3.1. Resultados generales de las simulaciones con costos de transacción . .	30
8. Conclusiones	32
9. Alcances y posibles pasos a seguir	36
Bibliografía	38
Anexo A. Metodología de cálculo de índices factores MSCI	40
Anexo B. Comparación entre los pesos calculados según la metodología publicada y los pesos reportados de MSCI	43
Anexo C. Índices, ETF y Tracking error	47

Anexo D. Optimizadores y algoritmos de convergencia	49
D.1. Critical Line Algorithm (CLA)	49
D.2. Risk parity portfolio	50
D.3. Metaheurística - Differential Evolution (DE)	51
D.4. Resultados simulación para los diferentes optimizadores y algoritmos	51
Anexo E. Detalle resultados de simulaciones	52
E.1. Resultados sin costos de transacción	52
E.2. Resultados con costos de transacción	53
Anexo F. Documentación costos de transacción	56
Anexo G. Análisis de estabilidad portafolios de máximo retorno	59
Anexo H. Análisis del portafolio recomendado	61

Índice de Tablas

6.1.	Descripción estadística de los retornos logarítmicos diarios de los índices USA de MSCI	17
6.2.	Correlación entre los retornos relativos mensualizados.	19
6.3.	Regresión lineal entre los índices de factores.	21
7.1.	Resumen estabilidad y rendimiento de portafolios	28
7.2.	Descripción estadística del Bid-Ask spread promedio	29
7.3.	Resumen estabilidad y rendimiento de portafolios con CT	31
8.1.	Resumen rendimientos portafolios estables e índices	34
B.1.	Comparación cálculo de factores Size y Quality	44
B.2.	Comparación cálculo de factores Value y Momentum	44
B.3.	Estabilidad de los índices de factores	45
B.4.	Correlación entre la serie de retornos relativos directos de los factores.	45
B.5.	Retornos relativos al benchmark por ciclo económico	46
C.1.	Tracking error de los ETF	48
D.1.	Comparación optimizadores y algoritmos	51
E.1.	Métricas de rendimiento desde 2000	52
E.2.	Métricas de rendimiento desde 2010	53
E.3.	Métricas de rendimiento desde 2000 con costos de transacción	54
E.4.	Métricas de rendimiento desde 2010 con costos de transacción	55
F.1.	Descripción estadística del Bid-Ask spread	57
F.2.	Descripción estadística del Bid-Ask spread filtros al percentil +/- 5%	58
G.1.	Variación portafolios máximo retorno al incluir límites	59
H.1.	Resumen rendimientos de portafolios e índices	62
H.2.	Retornos portafolio Max Sharpe Ratio, índice de mercado e índices de factores	62

Índice de Ilustraciones

3.1.	Comportamiento de “Style Factor” según el ciclo de la economía	8
5.1.	Esquematización del proceso de backtest	15
6.1.	Comparación de serie de retornos directa y relativos al benchmark acumulados.	18
6.2.	Retornos acumulados anuales.	20
7.1.	Comparación entre los resultados de diferentes optimizadores (Scipy y Gurobi) y algoritmos de convergencia (DE y CLA).	23
7.2.	Estabilidad de los portafolios	26
8.1.	Retornos acumulados portafolio máximo Sharpe Ratio	34
E.1.	Retornos acumulados portafolios desde 2000	52
E.2.	Retornos acumulados portafolios desde 2010	53
F.1.	Bid-Ask spread calculado para los 5 factores	57
F.2.	Bid-Ask spread filtros al percentil +/- 5%	58
H.1.	Constituyentes portafolio Máximo Sharpe Ratio desde el año 2000	63

Capítulo 1

Introducción

Los fundamentos del Asset Allocation tienen su origen en el trabajo de Markowitz H. (1952)[14], en donde se plantea que en base a todos los activos que se encuentran en una economía, que poseen un retorno esperado y una varianza dada, es posible generar un problema de optimización no-lineal para encontrar una combinación óptima de dichos activos que obtenga el mejor rendimiento posible para un nivel de riesgo determinado.

Markowitz H. (1952)[14] dio paso a un amplio cuerpo de investigación que ha estudiado los determinantes de los retornos del mercado y la generación de alfa ¹. Los trabajos de Treynor (1961)[22], Sharpe (1964)[18] y Mossin (1966)[17] sientan las bases del Capital Asset Pricing Model (CAPM), cuyos resultados sugieren que existe un factor de mercado que explica mayoritariamente la varianza de los retornos de los activos. Años más tarde, Fama & French (1996)[8] extienden el CAPM e incluyen los factores de High Minus Low (HML) y Small minus Big (SMB), dando origen a su Three Factor Model. Luego, Carhart (1997)[7] continúa en la misma línea y extiende el Three Factor Model incluyendo el factor de Momentum. Sus resultados sugieren que los instrumentos que tienen una tendencia al alza continúan con este comportamiento y viceversa.

Posteriormente, Ang A., Hodrick R., Xing Y. & Zhang X.(2005)[1] postula la inclusión del factor de mínima volatilidad, donde sugiere que los activos que poseen una baja volatilidad con respecto al mercado explican parte del exceso de retorno. Finalmente, Fama & French (2014)[9] continúan expandiendo su trabajo original y plantean el 5 factor model, en donde se incluyen factores de *Profitability e Investment*.

Esto ha generado un marco teórico para la industria financiera que permite enfrentar el problema de generación de alfa de manera consistente a través de factores. Actualmente la Industria *Quant*² en Estados Unidos posee 3 trillion USD en *Assets Under Management* (AUM) en activos, en donde las herramientas de *Asset Allocation* cumplen un rol fundamental en la creación de portafolios de inversión a través de diferentes mercados.

¹ Alfa se conoce como la porción de los retornos que no puede ser explicada por factores de mercado y se atribuye a la “habilidad” de un gestor de fondos de generar retornos sobre el benchmark.

² *Quantitative Trading* o *Quant*, consiste en estrategias de trading basadas en análisis cuantitativos.

Sin embargo, la evidencia empírica reciente (últimos 5 años) sugiere que las estrategias basadas en factores han tenido un desempeño bajo sus respectivos benchmark (Swedroe (2019)[21]). Una potencial explicación es que dichas estrategias han sido sobreexplotadas o “crowded” y el alfa asociada a éstas ha sido arbitrado.

Este trabajo de investigación apunta a demostrar empíricamente si es posible generar un portafolio en base a factores que pueda generar retornos por sobre un benchmark de manera consistente en el tiempo en un horizonte temporal que se extiende desde el año 2000 hasta el año 2019.

Capítulo 2

Marco Teórico

Al referirse a un problema de Asset Allocation, es necesario comprender el modelo de mínima-varianza planteado por Markowitz, H. (1952)[14] introduciendo la llamada “Teoría de Portafolio Moderno” (MPT por sus siglas en inglés). Dicho modelo plantea que es posible encontrar el portafolio óptimo que entregue el mayor retorno esperado para un cierto nivel de riesgo (riesgo medido por la varianza de los retornos) obteniendo el portafolio de mínima varianza (MV), introduciendo por primera vez el concepto de diversificación dentro de las inversiones.

Con el planteamiento del portafolio de mínima varianza, es posible definir la frontera eficiente, la cual consiste en la combinación de puntos óptimos de los diferentes portafolios de mínima varianza (diferentes retornos para varianzas objetivos dentro del problema de optimización).

El planteamiento general para un problema con n activos, donde el peso del activo i es representado por X_i , el retorno esperado (o promedio) para un activo i es μ_i y la covarianza entre los activos i y j es σ_{ij} , corresponde a:

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad \forall i \in N \quad (2.1)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N X_i X_j \sigma_{ij} \quad \forall i, j \in N \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (2.3)$$

$$X_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (2.4)$$

El modelo de MV es posteriormente cuestionado dentro del mundo académico, no por el hecho de estar errado en su postulado, si no por la inestabilidad y alta sensibilidad del modelo acorde a los parámetros de optimización (se destacan los trabajos de Michaud (1989)[16] y Black & Litterman (1992)[4]), como lo son los retornos esperados, la estimación de la matriz varianza-covarianza de los activos y, además, el hecho que no considerar los problemas prácticos de la industria, como lo es la inclusión de las expectativas de retornos y aversión al riesgo de los inversionistas, los costos de transacción y la liquidez de los activos.

Es por esto que se menciona recurrentemente en el mundo académico el término de *Markowitz's curse* (la maldición de Markowitz), que se refiere a la alta sensibilidad acorde a los parámetros de optimización anteriormente descritos y al hecho que este tipo de planteamiento tiende a concentrar gran parte de los pesos en solo uno o dos activos (i.e encontrar óptimos locales), obteniendo un portafolio poco diversificado (ver Kolm, P., Tütüncü, R., & Fabozzi, F. (2013)[11] y López de Prado, M. (2018)[13]). Así nace la necesidad de considerar un planteamiento alternativo, donde se busca que el riesgo que contribuye cada activo al portafolio sea distribuido de manera equitativa (evitando indirectamente obtener un portafolio concentrado), dicho problema se denomina como *Risk Parity*¹ y su planteamiento es:

$$\min_{w>0} \sum_i \sum_j (w_i(\Sigma w)_i - w_j(\Sigma w)_j)^2 \quad (2.5)$$

Adicionalmente, es relevante mencionar que los problemas de optimización anteriormente descritos son problemas cuadráticos (por tanto, no lineales), es por ello que no todos los motores de optimización son capaces de resolverlos y encontrar una solución óptima global del problema. Dentro de la academia referida a finanzas, Markowitz plantea un método numérico llamado *Critical Line Algorithm* (CLA) el año 1956 (ver Markowitz, H.(1956) [15]), que asegura la convergencia de la solución para el portafolio de mínima varianza. Mientras que por parte de la academia referida al campo de las matemáticas, se destaca un algoritmo de convergencia que puede ser utilizado en de problemas de optimización no lineales llamado *Differential Evolution* (ver Storn, R. & Price, K. (1997)[20]).

Posteriormente al postulado de la frontera eficiente de Markowitz, se plantea el llamado modelo “*Capital Asset Pricing Model*” (CAPM). Dicho modelo estipula que los excesos de retornos de un activo o portafolio por sobre una libre de riesgo (activo con una varianza cercana a cero) son explicados por una relación lineal con el exceso de retorno del mercado o benchmark sobre la libre de riesgo. De la forma:

$$E[r_i] - r_f = \frac{Cov(r_i, r_m)}{Var(r_m)}(E[r_m] - r_f) = \beta_i(E[r_m] - r_f) \quad (2.6)$$

$$E[r_i] - r_f = \alpha + \beta_i(E[r_m] - r_f) \quad (2.7)$$

Si bien, el modelo original del CAPM (planteado por Treynor (1961)[22], Sharpe (1964)[18] y Mossin (1966)[17] de forma independiente, basados en la publicación de Markowitz, H. (1952)[14]) es el representado en la Ecuación 2.6, se tomó como una práctica habitual dentro de la industria financiera que los administradores de portafolio (*Portfolio Management*) publicaran el “Alfa” o retorno extra que era capaz de generar su portafolio por sobre el mercado (Ecuación 2.7).

Si embargo, posteriormente Fama & French (1996)[8] demuestran que gran parte de ese “Alfa” podía ser explicado por factores independientes al exceso de retorno de mercado dentro

¹ En el Anexo D se detallan el modelo de *Risk Parity* y los algoritmos que son utilizados a lo largo del trabajo (CLA y *Differential Evolution*).

de la regresión lineal, introduciendo por primera vez el término de factores dentro del mundo de las finanzas. Ampliando la ecuación 2.6 al agregar el premio por tamaño o *Size* (SMB, “*Small minus Big market capitalization*”), variable generada al considerar la diferencia de retorno entre un portafolio compuesto por acciones con una baja capitalización de mercado y un portafolio compuesto por acciones con una alta capitalización de mercado y el premio por valor o *Value* (HML, “*High minus Low book-to-market*”), variable generada al considerar la diferencia de retorno entre un portafolio compuesto por acciones con un alto book-to-market y un portafolio compuesto por acciones con bajo book-to-market, se formula el llamado *Three Factor Model*:

$$E[r_i] - r_f = \alpha + \beta_1(E[r_m] - r_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \varepsilon \quad (2.8)$$

Luego del modelo de tres factores de Fama y French, Carhart M. (1997)[7] introduce un cuarto factor al modelo agregando Momentum, como un factor proveniente de la ineficiencia del mercado debido a la lenta reacción a la información, donde sugiere que existe una persistencia del rendimiento de los activos en un periodo de un año, postulando la ecuación 2.9 con la variable PR1YR como el premio por *Momentum* de un año, dando paso al *4-factor model*:

$$E[r_i] - r_f = \alpha + \beta_1(E[r_m] - r_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \beta_4PR1YR + \varepsilon \quad (2.9)$$

Posteriormente, se plantea la inclusión de un factor de volatilidad por Ang A., Hodrick R., Xing Y. & Zhang X.(2005) [1], donde demuestra que los activos con una alta volatilidad idiosincrática tienden a tener retornos abismalmente bajos. Se representa el factor de volatilidad con la variable FVIX (construida como la diferencia de retorno entre un portafolio con acciones de baja volatilidad y uno construido con acciones de alta volatilidad²) :

$$E[r_i] - r_f = \alpha + \beta_1(E[r_m] - r_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \beta_4FVIX + \varepsilon \quad (2.10)$$

Finalmente, Fama & French (2014)[9] plantean el modelo más reciente de factores, agregando al modelo original (8) los factores de *Profitability* (premio al considerar acciones con una alta rentabilidad operativa obtienen mejores resultados) e *Investment* (acciones de las empresas con un alto crecimiento total de activos tienen rendimientos por debajo del promedio), representado por las variables RMW (“*Robust Minus Weak*”, diferencia de retorno entre portafolios con rentabilidad operativa robustas y los con rentabilidad operativa débil) y CMA (“*Conservative Minus Aggressive*”, diferencia de retorno entre portafolios compuestos por empresas que presentan inversiones conservadoras y los compuestos por empresas que presentan inversiones agresivas) respectivamente:

² Los autores definen si una acción en particular posee una alta/baja volatilidad en base a la sensibilidad que presenta al índice VIX, índice que se construye de modo que represente la volatilidad implícita de un contrato de opción sintético sobre índice S&P500 que tiene un vencimiento de 1 mes.

$$E[r_i] - r_f = \alpha + \beta_1(E[r_m] - r_f) + \beta_2SMB + \beta_3HML + \beta_4RMW + \beta_5CMA + \varepsilon \quad (2.11)$$

Posteriormente a que se planteara que los factores pueden explicar parte de los retornos de un activo, surgió una corriente dentro del mundo de las inversiones llamada Factor Investing, es decir, inversiones basadas en factores. Dentro de la literatura referente a Factor Investing, se destaca el libro de Jurczenko (2015)[10], en el cual utilizando datos desde 1988 a 2013 estudian la variación de los rendimientos de los factores a través de los diferentes ciclos económicos, encontrando una dependencia en base a la cual es posible tomar posiciones defensivas al realizar inversiones en base a un factor en particular.

Capítulo 3

Descripción del proyecto y justificación

Considerando: (i) la literatura en base a factores presentada en el capítulo anterior (ii) el hecho que los factores han explicado el exceso de retorno de los activos de manera significativa en el tiempo (iii) el incremento de los AUM en este tipo de estrategias (BlackRock (2019)[5]); y (iv) que en los últimos años se ha reportado dentro de la industria que algunos de los factores anteriormente mencionados están presentando un rendimiento por bajo del benchmark¹ (ver Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]), es que se identifica un gap en la industria.

Es por esto, que se propone testear empíricamente la existencia de un portafolio de inversión en base a factores (con rebalance dinámico), que logre generar retornos por sobre un benchmark de manera consistente hasta el año 2019 en el mercado estadounidense. De encontrar dicho portafolio, se podrá optar a una forma de inversión alternativa acorde a la tendencia del mercado o, de no ser posible, se constatará los beneficios y limitaciones de este tipo de portafolios en la industria actual.

Para este proyecto se consideran los “Style Factors”, es decir, aquellos factores que explican los retornos y riesgos dentro de las diferentes clases de activos (ampliamente estudiados en la literatura financiera). Estos son²:

- Value: Considera las acciones que son económicas en relación con sus fundamentales.
- Size: Empresas con acciones de media y pequeña capitalización de mercado (Small caps).
- Momentum: Acciones que estuvieron al alza en los últimos meses, es decir, aquellas que presentan un mayor retorno dentro de un período determinado.
- Quality: Empresas con balances saludables y ganancias estables.
- Minimum Volatility (MinVol): Valores con baja volatilidad histórica de precios.

Adicionalmente, diferentes publicaciones como Bender et al. (2013)[3] y Jurczenko (2015)[10], han evidenciado el hecho que los factores (Value, Momentun, Size, MinVol, etc.) presentan un

¹ Principalmente los factores *Value* y *Size*. Dentro del proyecto, se corrobora este fenómeno al analizar los retornos de los factores por año (ver Tabla H.1).

² En Anexo A se detalla la metodología de cálculo de cada uno de estos factores para los Índices de MSCI.

comportamiento estacional dentro de los diferentes ciclos económicos (Ver Figura 3.1). Por tanto, las estrategias de inversión basadas **solo en un factor** tienden a tener poca estabilidad en el largo plazo. Por ejemplo, el factor Momentum tiende a tener un comportamiento procíclico, es decir, buen rendimiento en periodos de “Expansión” económica y mal rendimiento en periodos de “Contracción”, mientras que los factores de Quality y MinVol tienden a tener un mejor rendimiento en los periodos de “Contracción” en comparación a los otros factores.

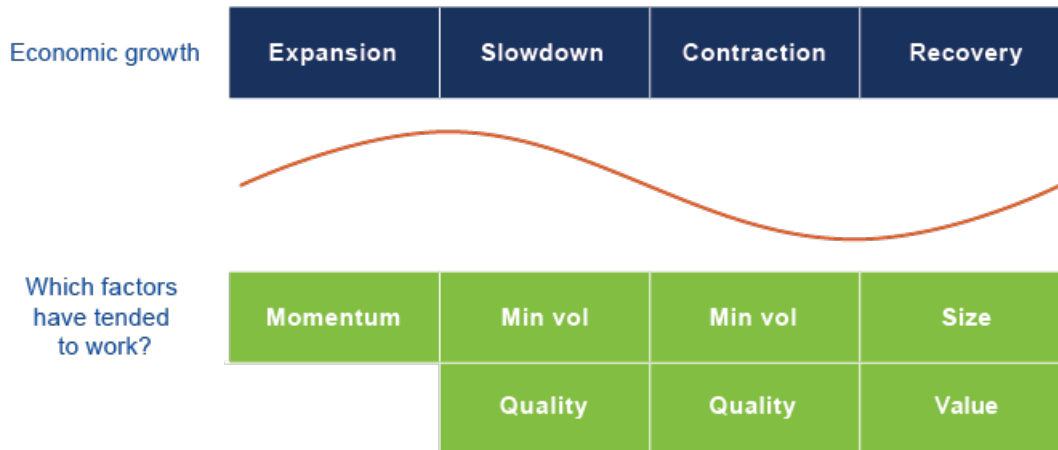


Figura 3.1: Comportamiento de “Style Factor” según el ciclo de la economía. Fuente: BlackRock Investment Institute y BlackRock Factor-based Strategies Group.

Es por esto que nace la interrogante de cómo generar un portafolio de inversión en base a estos factores que a través de un rebalance dinámico pueda generar retornos por sobre el mercado de manera consistente en el tiempo (sobre un benchmark definido).

Otro factor importante para considerar es la frecuencia de rebalance del portafolio en cuestión. Dado que la frecuencia de rebalance óptima depende de cada portafolio y que un rebalance diario no es factible debido a los costos de transacción asociados (Vanguard (2010)[23]), es que se consideran diferentes frecuencias de rebalances posibles, que van desde un rebalance mensual hasta un semi anual, donde el límite máximo de rebalance corresponde al definido por MSCI para los índices que son utilizados en este trabajo.

La hipótesis del proyecto es: en base a factores es posible obtener un portafolio con rebalance dinámico que genere Alfa (exceso de retorno sobre su benchmark) de manera consistente en el tiempo, incluyendo el año 2019. Para probar dicha hipótesis, se considerarán los 5 índices de factores de USA generados por MSCI (se cuenta con sus precios históricos desde el año 2000 hasta el año 2019) y se generarán diferentes portafolios de inversión a través de distintos planteamientos del problema de optimización de *Asset Allocation* (como lo es: la minimización de la varianza del portafolio, maximización del retorno esperado con una volatilidad objetivo, maximización del Sharpe Ratio, etc.), con el fin de obtener el portafolio tal que tenga las mejores métricas de riesgo-retorno y con esto, comprobar si es posible obtener un exceso de retorno de manera consistente con su benchmark.

Además, dado que se está realizando un trabajo de investigación empírica, se contrasta la utilización de diferentes motores y algoritmos de optimización para la generación del portafolio, así como la inclusión de los costos de transacción asociados al rebalance del portafolio.

Capítulo 4

Objetivos

Objetivo General:

Generar un portafolio de inversión en base a factores, utilizando metodologías cuantitativas ampliamente exploradas en la literatura, con el fin de evaluar empíricamente la existencia de una estrategia que logre superar de manera consistente¹ a su benchmark, medidos por retornos ajustados por riesgo y proponer una nueva forma de inversión a la parte solicitante.

Objetivos Específicos:

1. Constatar si hasta el año 2019 es posible generar retornos por sobre un benchmark en el mercado estadounidense (comparando retornos anualizados históricos).
2. Encontrar el planteamiento del problema de Asset Allocation que obtenga el mejor rendimiento dentro del periodo de estudio (desde el 2000 al 2019).

¹ Se entiende por superar de manera consistente al benchmark que: el portafolio año tras año (retornos medidos desde el primer día hábil hasta el último de cada año) sean mayores o igual que el benchmark definido.

Capítulo 5

Metodología

El desarrollo de este proyecto de investigación se considera tres ejes metodológicos. En primera instancia, analizar y validar los datos utilizados, posteriormente el análisis de los posibles planteamientos para la generación del portafolio y finalmente cómo evaluar el desempeño de los diferentes portafolios obtenidos

5.1. Análisis y validación de datos

Para este trabajo de investigación se utilizan los “Style Factors”, es decir, los factores de Size, Value, Momentum, Minimum Volatility y Quality (que han demostrado generar un exceso de retorno en el tiempo tanto en la literatura como en la industria financiera) como activos para generar diferentes portafolios de inversión en el mercado estadounidense. Para realizar esto, se consideran los índices de factores de MSCI de este mercado, puesto que dichos índices han sido utilizados en diferentes trabajos de investigación en la literatura financiera como una fiel representación de los factores subyacentes (ver Bender, Briand, Melas & Subramanian (2013)[3], Jurczenko (2015)[10] y C. Homescu (2015)[6]) y adicionalmente, MSCI es una de las cuatro compañías más grandes en la generación de índices en EE.UU y en particular provee 25 años de serie de los factores (tanto EE.UU como en el mundo).

Se disponen de la serie de precios para los cinco factores y el índice de mercado de MSCI para el mercado de EE.UU desde el año 2000 hasta Agosto 2019, lo cual permite realizar un análisis robusto al interiorizar dos episodios de iliquidez en el mercado.¹ Cabe señalar que estos índices son generados en dólares americanos y poseen un rebalance semi anual (específicamente, el último día hábil de Mayo y Noviembre²).

En el Capítulo 6 se realiza un análisis descriptivo de las series los factores y se estudia el comportamiento que presentan a lo largo del tiempo. En particular se estudia cómo varían los rendimientos de los factores según los ciclos económicos, las correlaciones que existen entre los mismos y cómo los resultados obtenidos son consecuentes con la literatura financiera. Adicionalmente, se incluye dentro de los anexos el análisis y replicación de la metodología de

¹ Crisis Dot com (2000-2001) y crisis Sub-prime (2008-2009)

² En el Anexo B (Tabla B.3), se analiza la estabilidad de los constituyentes de cada uno de los índices de factores por un periodo de un año, con esto se evidencia que efectivamente los índices presentan un rebalance general cada seis meses y pequeñas variaciones entre cada mes.

generación de los índices de factores de MSCI, donde se constata la consistencia tanto con la literatura de factores como con los datos públicos de MSCI.³

Preliminarmente, se espera que exista un problema de ortogonalidad al analizar directamente los cinco factores en conjunto, puesto que son generados sobre un mismo índice de referencia (mercado), pero considerando diferentes ponderaciones en los constituyentes del índice con el fin de representar las características de cada factor en particular. Es por ello, que se propone considerar la serie de retornos relativos de los factores con respecto al mercado, con el fin de eliminar la componente exógena (variación por el mercado y no por el factor mismo) y obtener la correlación de los efectos puros de los factores (en Jurczenko (2015)[10] se utiliza los retornos relativos al mercado para abordar este problema).

5.2. Planteamiento del portafolio

Considerando el objetivo del trabajo, se contrastan diferentes planteamientos del problema de optimización con la finalidad de superar de manera consistente al benchmark definido. Dichos planteamiento son: minimización de la varianza del portafolio (Markowitz H. (1952) [14]) y Risk Parity (formas funcionales que buscan minimizar la varianza del portafolio), máximo retorno y máximo retornos ajustado por volatilidad (formas funcionales que buscan maximizar el retorno esperado del portafolio), maximización del Sharpe Ratio (busca maximizar el ratio de retorno sobre volatilidad del portafolio). Cabe señalar que se consideran estos planteamientos alternativos dadas las limitaciones y respectivas correcciones que han presentado los diferentes portafolios en la literatura (ver Michaud (1989)[16] y Black, F. & Litterman, R. (1992) [4]):

Minimizar varianza

$$\min_w \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \Sigma_{ij} w_j \quad (5.1)$$

$$\text{s.a :} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (5.2)$$

Risk Parity

$$\min_w \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \Sigma_{ij} w_j - \sum_{i=1}^N \ln w_i \quad (5.3)$$

$$\text{s.a :} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (5.4)$$

³ En el Anexo A se describe en detalle la metodología publicada de MSCI para la generación de los índices y constata que es consistente con la literatura existente de los mismos. Mientras que en el Anexo B se replican los pesos de los constituyentes de los diferentes factores siguiendo la metodología y comparando los constituyentes obtenidos de este ejercicio con los datos disponibles de los constituyentes reales.

Maximizar retornos

$$\max_w \sum_{i=1}^N w_i E[r_i] \quad (5.5)$$

$$\text{s.a :} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (5.6)$$

Maximizar retorno ajustado por volatilidad

$$\max_w \sum_{i=1}^N w_i E[r_i] - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \Sigma_{ij} w_j \quad (5.7)$$

$$\text{s.a :} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (5.8)$$

Maximizar Sharpe Ratio (SR)

$$\max_w \frac{\sum_{i=1}^N w_i E[r_i] - r_f}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i \Sigma_{ij} w_j} \quad (5.9)$$

$$\text{s.a :} \quad \sum_i w_i = 1 \quad (5.10)$$

Donde:

- N = Conjunto de activos.
- Σ = Matriz Varianza-Covariancia de los activos.
- $E[r_i]$ = Retorno esperado para el activo i .
- r_f = Activo libre de riesgo, *Treasury* a 1 mes.
- r_m = Retorno diario de MSCI USA Index (benchmark).
- w_i = Peso para el activo i , se consideran los dos casos, con venta corta ($-1 \leq w_i \leq 1$) y sin venta corta ($0 \leq w_i$).

También, se analiza cómo varían los rendimientos de estos portafolio al considerar: (1) diferentes frecuencias de rebalances, que son divididas en ventanas de calibración (optimizar y obtener los pesos para cada factor) y ventanas de prueba o utilización (donde son utilizados los pesos obtenidos y por tanto define la frecuencia de rebalance del portafolio); (2) Permitir o no la venta corta, es decir, pesos negativos en los activos del portafolio.

Adicionalmente, se debe analizar qué motor o algoritmo de optimización se utilizará para generar el portafolio en cada uno de los diferentes planteamientos. Esto se debe a que en su mayoría se trata de funciones objetivos no lineales y por tanto, puede que las soluciones obtenidas con un optimizador estándar no sean óptimos globales. A lo largo del trabajo se contrastan dos motores de optimización y dos algoritmos que son generalmente discutidos

en la academia en los últimos años (ver Kolm, P., Tütüncü, R., & Fabozzi, F. (2013)[11] ; Bailey, H. & López de Prado, M. (2013) [2]).

Cabe señalar que este trabajo aborda esta problemática desde el marco conceptual de *Asset Allocation* (anteriormente descrito), es decir, buscar la forma funcional del problema de optimización del portafolio que obtenga rendimientos por sobre el benchmark sujeto a restricciones y a una cierta frecuencia de rebalance. Si bien se destaca el hecho que los factores tienden a tener un comportamiento particular dependiendo del ciclo de la economía, este punto se utiliza como un argumento de infactibilidad de una estrategia de inversión basada en un solo factor y por tanto, la necesidad de un rebalance dinámico de los factores dentro de un portafolio. Es por esto que queda propuesto como un posible paso a seguir (ver Capítulo 9) el abordar este problema desde un marco conceptual económico⁴.

⁴ En particular se propone la utilización de modelos económicos para predecir el ciclo de la economía y en base a esto sobre/sub-ponderar un factor en particular

5.3. Simulaciones y análisis de estabilidad de los portafolios

Las simulaciones constan en definir dos ventanas móviles de tamaño variable (de un mes a seis meses, con incremento de un mes) ⁵: la **ventana de calibración** en donde se realiza la optimización del problema y se obtienen los pesos para cada uno de los factores y la **ventana de prueba** o test (que define la frecuencia de rebalance del portafolio), donde son utilizados los pesos para calcular la serie de retornos del portafolio resultante (ver Figura 5.1). Cabe destacar que se evita que estas dos ventanas se solapen, con el fin de evitar un problema de *Overfitting*, es decir, tener un sobre ajuste por calibrar y testear sobre los mismos datos.

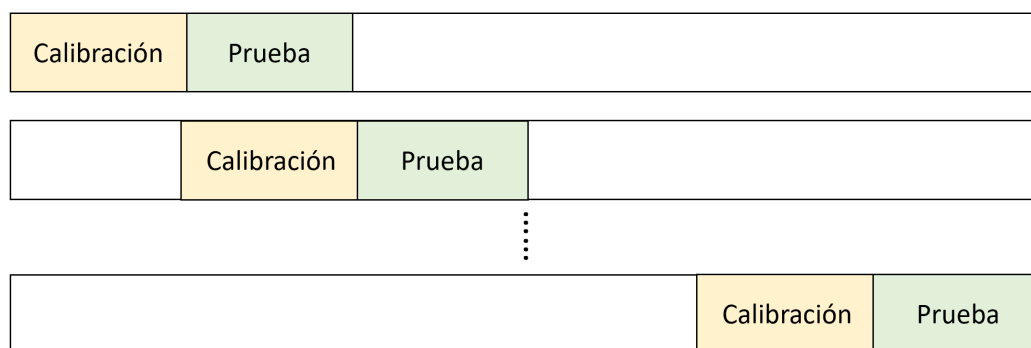


Figura 5.1: Esquematización del proceso de backtest.

Luego de realizar las simulaciones, se determina la ventana de calibración/prueba que permite obtener un mejor resultado (de acuerdo con la función objetivo de cada portafolio) en el periodo analizado y se evalúa su estabilidad. El concepto estabilidad se define con los siguientes puntos:

- **Estabilidad de la ventana:** Se determina si la ventana encontrada es robusta fuera de la muestra, es decir, la ventana de calibración/prueba que permite obtener un mejor resultado se mantiene independiente de la muestra en la que se realicen las simulaciones.
- **Estabilidad de los retornos:** Se evalúa la sensibilidad que presentan los retornos de los portafolios ante variaciones en las ventanas de calibración/prueba. Un portafolio estable deberá mostrar que, a pesar de las variaciones, los retornos resultantes de la estrategia no presentan una alta variación. Esta componente de estabilidad se mide a través de la desviación estándar de los retornos acumulados totales de cada portafolio ante diferentes ventanas de calibración/prueba.
- **Estabilidad del *Allocation*:** Finalmente, se evalúa la composición de los portafolios en el tiempo, es decir, el comportamiento de los pesos que son asignados a cada uno

⁵ Se define un mes como el tamaño mínimo de las ventanas, puesto que al considerar un ventana menor no es rentable considerando los costos de transacción. Mientras que la ventana máxima de seis meses se considera con el fin de ser consistente con la frecuencia de rebalance de los índices utilizados y además, una frecuencia mayor no permitiría al portafolio interiorizar a tiempo las variaciones del mercado.

de los factores. Donde se busca evitar portafolios que presenten una alta concentración (poca diversificación) en un solo factor, puesto que si dicho factor cae el portafolio completo cae (lo cual es muy riesgoso) y adicionalmente, si cambia constantemente el factor en el cual está concentrado el portafolio, se requiere liquidar toda la posición para generar los rebalances (lo cual no es deseable desde el punto de vista del gestor del portafolio). Por tanto se definen dos métricas para evaluar esta componente, (1) “*Concentración*”, el porcentaje de rebalances que están concentrados en un solo activo (peso mayor a un 99 %); (2) “*Liquidación completa*”, el porcentaje de rebalances que pasan de estar concentrados a tener una exposición nula (0 %) en un activo.

Por tanto, se realizan simulaciones considerando los datos desde el año 2000 y considerando desde el 2010. Con el fin de evaluar la estabilidad que presentan los diferentes portafolios y adicionalmente, se busca determinar si en los últimos 10 años se requiere una frecuencia diferente de rebalance (una de las motivaciones del trabajo de investigación, que nace de la posible sobreexplotación de este tipo de estrategias en los últimos años Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]).

Posteriormente, se comparan los portafolios resultantes a través de diferentes métricas de riesgo y retorno (retorno total del portafolio, volatilidad anualizada, Sharpe Ratio anualizado, Value at Risk, mínimo/máximo retorno, etc.), con el fin de determinar los portafolios que presentan un mejor rendimiento (no solo en términos de retornos).

Finalmente, se comparan los retornos anualizados de los portafolios que muestran ser estables en el tiempo con el benchmark previamente definido, con el fin de determinar si estos sobrepasan al benchmark de manera consistente en el tiempo dentro del periodo analizado (i.e determinar si cumplen con el objetivo del proyecto).

Cabe señalar que es necesario considerar los costos de transacción asociados a los rebalances de los portafolios, puesto que se busca la posterior implementación de los portafolios obtenidos. Por lo que, en primera instancia se realizan las simulaciones sin los costos de transacción y posteriormente se analiza el impacto que tiene en las estrategias (en términos de rendimientos y estabilidad) el incluir los costos.

Capítulo 6

Análisis descriptivo

6.1. Comportamiento de los factores en el tiempo

Para realizar este trabajo de investigación, se dispone de las series de precios diarios de los índices de factores e índice de referencia de MSCI para el mercado de EE.UU (*MSCI USA Index* o *MXUS Index*)¹. Se cuenta con un total de 19 años de datos (desde enero del 2000 a agosto 2019), período que incluye dos crisis financieras. (Crisis Dot com (2000-2001) y crisis Sub-prime (2008-2009)).

Al analizar la estadística descriptiva de los retornos² de estas series (ver Tabla 6.1), se evidencia que, en promedio, todos los factores tienen el mismo retorno y el índice de referencia presenta un retorno promedio menor. Sin embargo, el factor de Minimum Volatility (MinVol) presenta la menor desviación estándar de las seis series, lo cual es esperable dada la especificación del factor. Por otra parte, los factores de Momentum y Value son corresponden a las series más volátiles en el periodo de análisis.

Tabla 6.1: Descripción estadística de los retornos logarítmicos diarios de los índices USA de MSCI, desde Enero 2000 a Septiembre 2019.

	MinVol	Momentum	Size	Quality	Value	MXUS Index
count	4951	4951	4951	4951	4951	4951
mean	0.03%	0.03%	0.03%	0.02%	0.03%	0.02%
std	0.86%	1.13%	1.10%	1.02%	1.14%	1.09%
min	-2.73%	-3.52%	-3.48%	-3.26%	-3.56%	-4.57%
25%	-0.37%	-0.54%	-0.48%	-0.45%	-0.49%	-0.48%
50%	0.06%	0.08%	0.07%	0.07%	0.08%	0.06%
75%	0.49%	0.65%	0.59%	0.56%	0.63%	0.57%
max	2.58%	3.33%	3.47%	3.01%	3.50%	4.37%

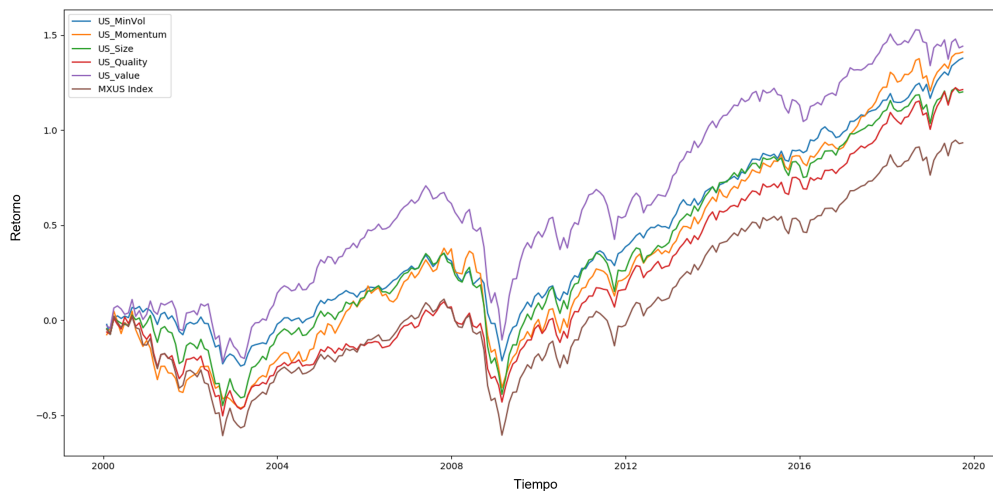
Al acumular los retornos en el tiempo (ver Figura 6.1(a)), se evidencia que tanto la serie de los factores como la del índice de referencia tienen un comportamiento similar, esto se atribuye a que los índices de factores son creados en base al mercado (i.e al índice de referencia), este comportamiento se denomina “efecto de mercado”, es decir, dado que un mercado tuvo

¹ Las series de precios corresponden a los “Net total returns”, es decir, incluyendo pago de dividendo y descontando impuestos.

² Retornos logarítmicos calculados de la forma $r_t = \ln(P_t/P_{t-1})$

alzas/bajas dentro de un período de tiempo en particular, los activos generados en base al mismo mercado presentan dichos movimientos en sus retornos. Al calcular la correlación que existe entre la serie de retorno de los factores (ver Tabla B.4), se obtiene que estos presentan una correlación mayor a un 80 % entre sí.

Por lo tanto, dado que las series son linealmente dependientes entre sí, es necesario realizar una transformación a las series de retornos de los factores. Considerando el planteamiento de Jurczenko (2015)[10], una forma de abordarlo es considerando las series de retornos relativos al mercado (en este caso al índice de referencia), con esto es posible obtener el efecto de los factores subyacentes y la correlación obtenida entre estos, disminuye considerablemente (Tabla 6.2).



(a) Retornos logarítmicos acumulados de factores e índice de referencia



(b) Retornos relativos al índice de referencia acumulados de factores. Se destaca los períodos de iliquidez, la crisis “Dot-com” y “Subprime”

Figura 6.1: Comparación de serie de retornos directa y relativos al benchmark acumulados entre 01/2000 a 08/2019.

Al analizar la serie de retornos relativos acumulados, se obtienen los comportamientos tipos de los factores que han sido constatados en la literatura financiera. Por ejemplo, al considerar la Figura 6.1(b), se evidencia que en los momentos de recesión los factores de MinVol y Quality tienden a presentar un mejor rendimiento, mientras que en estos periodos Momentum tiende a caer fuertemente. Por otra parte, en el comienzo de los periodos de expansión (es decir, en un periodo de recuperación) los factores de Size y Value tienden a tener un mejor rendimiento, mientras que durante todo el periodo de expansión el factor Momentum tiende a tener el mejor rendimiento debido a su comportamiento pro-cíclico ³.

Adicionalmente, en la Tabla 6.2 se puede observar las correlaciones obtenidas de estas series, donde se destaca que Value y Size están altamente correlacionados, mientras que Momentum correlaciona negativamente con Value, y Quality correlaciona negativamente con Size, lo cual es consecuente con los trabajos seminales de los factores (ver Fama & French (1996)[8], Carhart (1997)[7] y Fama & French (2014)[9]).

Tabla 6.2: Correlación entre los retornos relativos mensualizados de los índices de factores USA.

	MinVol	Momentum	Size	Quality	Value
MinVol	100.0%	22.9%	0.3%	28.2%	-13.1%
Momentum	22.9%	100.0%	-4.5%	15.9%	-13.7%
Size	0.3%	-4.5%	100.0%	-40.8%	53.5%
Quality	28.2%	15.9%	-40.8%	100.0%	-35.6%
Value	-13.1%	-13.7%	53.5%	-35.6%	100.0%

Dado los análisis descritos anteriormente, se confirma de manera general que al considerar los retornos relativos al benchmark de los índices se obtienen los comportamientos de los factores subyacentes correspondientes. Sin embargo, al momento de realizar la optimización de los portafolios (Capítulo 7) se compara la utilización de las series puras y las series de retornos relativos, así se confirma de manera robusta que con estos últimos permiten obtener un portafolio más estable y con mejor rendimiento.

Un punto importante a destacar es que, si bien al calcular los retornos acumulados de los factores a lo largo de los 19 años de la muestra, se observa que los factores sobrepasan al índice de referencia en retorno acumulado (Figura 6.1(a)). Sin embargo, al analizar los retornos desagregados por años (Figura 6.2), se constata que los factores no superan de manera consistente al índice de referencia (lo cual tiene relación a la componente estacional de los factores dependiendo del ciclo económico). Por tanto, se reafirma que un portafolio de inversión estático basado solo en un factor no es capaz de superar de manera consistente al

³ Cabe señalar que al realizar este análisis se rescata de manera general el comportamiento de los factores en los ciclos económicos, pero dado que se analiza una ventana con solo dos crisis, algunos comportamientos planteados en la literatura no se cumplen. En el Anexo B se presenta una tabla resumen con los retornos relativos de cada factor en los periodos de crisis y expansión.

mercado, es decir, no logra generar retornos superen año tras año el rendimiento del mercado (por tanto, no cumple con el objetivo del trabajo).

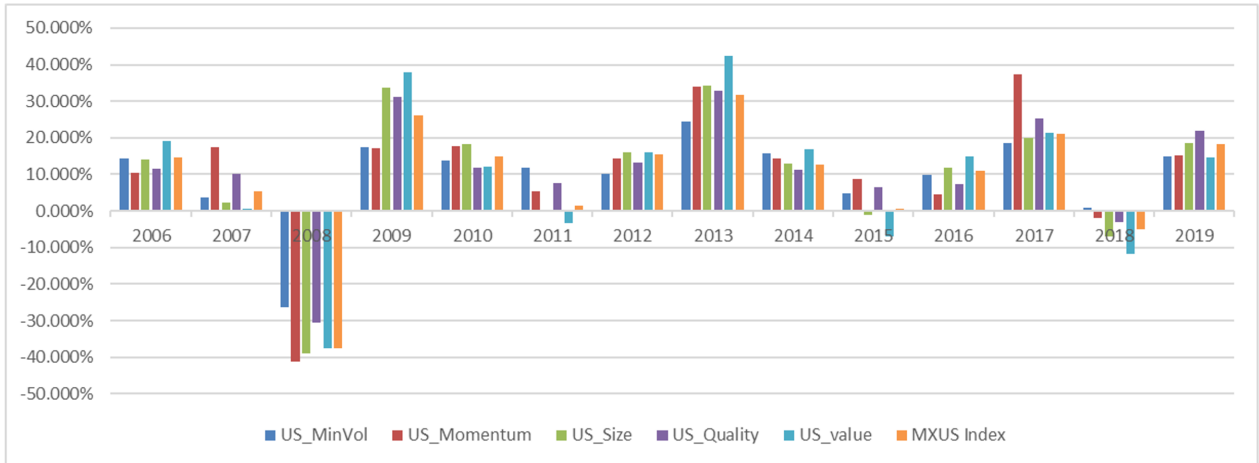


Figura 6.2: Retornos acumulados anuales de factores e índice de referencia USA.

6.2. Relación entre el índice de referencia y factores en USA

Para evaluar si efectivamente el índice de referencia de Estados Unidos de MSCI (MXUS Index) puede ser explicado por los cinco factores anteriormente propuestos, se plantea la siguiente regresión basada en el modelo CAPM:

$$r_{MXUS} - r_f = \beta_0 + \beta_1(r_{MinVol} - r_f) + \beta_2(r_{Momentum} - r_f) + \beta_3(r_{Quality} - r_f) + \beta_4(r_{Size} - r_f) + \beta_5(r_{Value} - r_f) + \varepsilon \quad (6.1)$$

Al realizar la regresión (considerando observaciones diarias), se obtiene que todas las variables independientes utilizadas son significativas al 1 % (ver Tabla 6.3). Adicionalmente, al calcular cuánto de la varianza del índice de referencia es explicado por los factores, de la forma:

$$\sum_i \frac{Cov(r_{MXUS} - r_f, r_{factori} - r_f)}{Var(r_{MXUS} - r_f)} = 99.45 \% \quad (6.2)$$

Y se obtiene que los factores explican un 99.45 % de la varianza de los retornos del índice de referencia. Así se confirma que es posible explicar a través de los factores del mercado de USA el índice de referencia de MSCI.

Tabla 6.3: Regresión lineal entre los índices de factores como variables independientes y el índice de referencia MSCI USA Index (MXUS Index) según la especificación de la ecuación 6.1 considerando una frecuencia diaria de los datos.

<i>Dependent variable: MSCI USA Index</i>	
	(1)
Intercept	-0.0* (0.0)
MinVol	0.07*** (0.005)
Momentum	0.014*** (0.003)
Quality	0.261*** (0.005)
Size	0.619*** (0.008)
Value	0.055*** (0.005)
Observations	4518.0
R2	0.994
Adjusted R2	0.994
Residual Std. Error	0.001(df = 4512.0)
F Statistic	15946.56*** (df = 5.0; 4512.0)
<i>Note:</i>	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Capítulo 7

Análisis de resultados

7.1. Comparación de optimizadores

Este trabajo se realizó con el software de programación Python, el cual dispone de diferentes motores de optimización. En particular, se utiliza el optimizador estándar de este lenguaje de programación llamado *Scipy optimization* y un motor de optimización especializado llamado *Gurobi* (librería abierta para trabajos académicos). Además, se consideran dos algoritmos de optimización para problemas no lineales ampliamente estudiados en la academia (Storn, R. & Price, K. (1997)[20] ; Kolm, P., Tütüncü, R., & Fabozzi, F. (2013)[11]; Bailey, H. & Lopez de Prado, M. (2013) [2]): *Differential Evolution* (DE) y *Critical Line Algorithm* (CLA).

Scipy optimization es un optimizador estándar que permite funciones objetivos tanto lineales como no lineales, sin embargo, no asegura la convergencia de las soluciones. Por otra parte, Gurobi es un motor de optimizador externo que asegura convergencia pero solo para funciones lineales. Mientras que por el lado de los algoritmos propuestos, CLA es método numérico propuesto por Markowitz que asegura la convergencia de la solución, pero solo para el problema del portafolio de mínima varianza y DE es un algoritmo evolutivo que es utilizado para resolver problemas de optimización en general (lineales y convexos), si bien no asegura la convergencia exacta a la solución óptima global, permite obtener una mejor solución que con motores convencionales para formas funcionales más complejas.¹

Con el fin de evaluar qué tipo de optimizador o algoritmo se adapta mejor a cada una de las formas funcionales estudiadas (Mínima varianza, Máximo retorno, Máximo retorno ajustado por riesgo, Risk Parity y Sharpe Ratio), se realiza una simulación creando un portafolio con cada uno de los métodos de resolución con los cinco factores como activos y se evalúan considerando el valor alcanzado en la función objetivo y pesos que se les otorga a los activos. Se destacan los siguientes resultados:

- El optimizador por defecto (*Scipy*) entrega una solución inferior a los otros optimizadores para todas las formas funcionales, puesto que dependiendo del punto inicial que es utilizado, la solución encontrada puede caer en un óptimo local.
- El resultado obtenido para las funciones permitidas por Gurobi son similares a las de DE, sin embargo, marginalmente Gurobi obtiene un mejor resultado. Este compor-

¹ En el Anexo D se profundiza en el funcionamiento de los algoritmos utilizados.

tamiento se debe a que DE es un algoritmo de convergencia, por tanto la solución encontrada presenta una variación marginal (alrededor de 0.1 *basis points* en los pesos óptimos) respecto al óptimo global encontrado con Gurobi.

- Si bien para problemas de Mínima Varianza (MV) se debería utilizar el algoritmo CLA, se evidencia que tanto para los problemas de con y sin venta corta, CLA y Gurobi obtienen los mismos resultados para la función objetivo y por tanto, los mismos pesos para los activos.

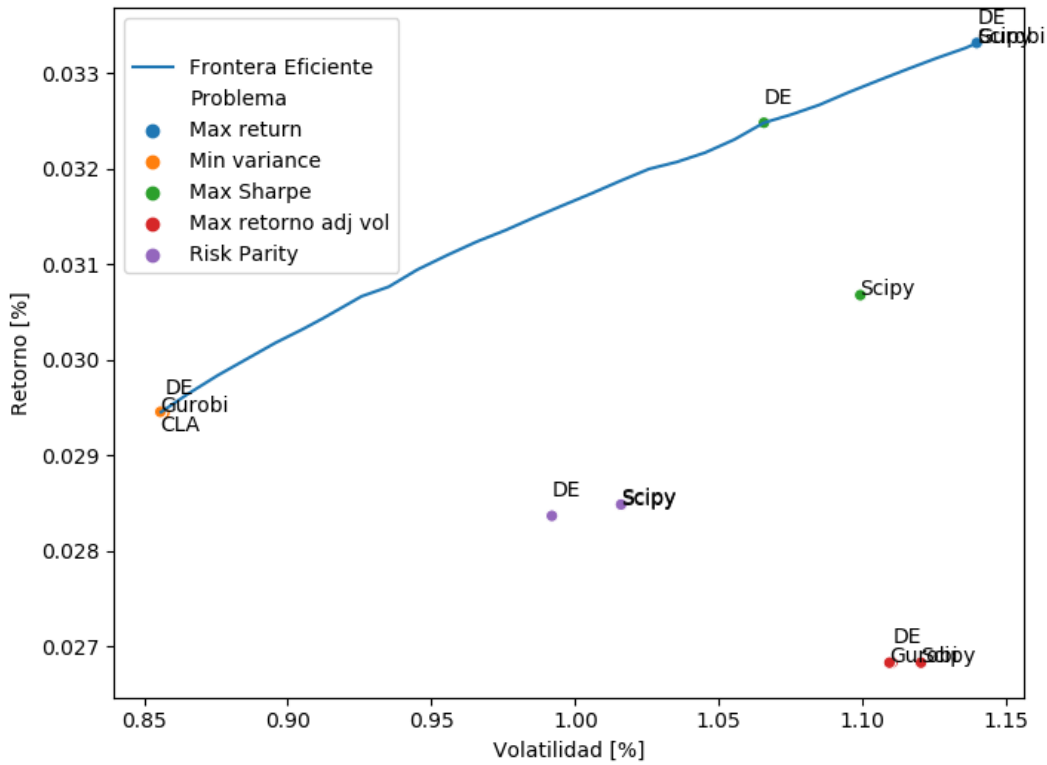


Figura 7.1: Comparación entre los resultados de diferentes optimizadores (Scipy y Gurobi) y algoritmos de convergencia (DE y CLA) para los cinco portafolios analizados^a. Los resultados se encuentran superpuestos a la Frontera Eficiente generada a partir de los cinco factores.

^a Tanto los retornos como volatilidades son en frecuencia diaria. En la Tabla D.1 del Anexo D se detallan los valores obtenidos.

Considerando esto, para el caso del portafolio de Sharpe Ratio y Risk Parity (cuya forma funcional no es permitida por Gurobi) se utiliza DE. Mientras que para todos los demás portafolios se utiliza Gurobi.

7.2. Simulaciones de portafolios

Para los 5 problemas de optimización anteriormente planteados (ver Capítulo 5.2), se realizan simulaciones considerando ventanas de entrenamiento y prueba que van desde un mes (30 días) hasta seis meses (180 días) (evitando el *overlapping* entre las ventanas) con el fin de determinar la ventana de calibración/prueba que permite obtener un mejor resultado (de acuerdo con la función objetivo de cada portafolio) en el periodo analizado y se evalúa su estabilidad en los tres ejes definidos en este trabajo (estabilidad de la ventana, retornos y Allocation).

Además, para corroborar que es necesario utilizar los retornos relativos al benchmark (según lo analizado en el Capítulo 6), se realizan las simulaciones con diferentes tipos de retornos (según lo planteado en Jurczenko (2015)[10]):

- Retornos diarios
- Retornos relativos al benchmark ($r_i - r_b$)
- Retornos menos la media diaria ($r_{i,t} - mean(r_t)$)
- Retornos menos la mediana diaria ($r_{i,t} - median(r_t)$)

Las simulaciones se realizaron con toda la historia disponible (desde el 2000 al 2019) y solo considerando los últimos 10 años (desde el 2010). Se consideran estas dos ventanas de datos puesto que, con la primera ventana es posible obtener un análisis más robusto al incluir dos crisis financieras y casi 20 años de historia. Mientras que con la segunda ventana de simulación, se busca generar un análisis sobre qué tipo de retorno y frecuencia de rebalance es el que presenta el mejor rendimiento en los últimos años, que a priori, puede no ser la misma que la obtenida en las simulaciones con toda la historia disponible (dado los trabajos que sugieren que las inversiones en base a factores han sido sobre explotadas en los últimos años Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]) y así corroborar de manera robusta la estabilidad de la ventana encontrada.

7.2.1. Análisis de estabilidad

Estabilidad de la ventana²

Al comparar los resultados de las simulaciones utilizando todos los datos disponibles (desde el 2000) y solo los últimos 10 años (desde el 2010), se destaca que los portafolios de mínima varianza, Risk Parity y máximo Sharpe Ratio (SR) presentan una ventana de calibración y prueba que es estable en el tiempo, es decir, en ambas simulaciones la ventana que permite obtener el mejor resultado (de acuerdo con la función objetivo) es la misma (ver Tabla E.1 y Tabla E.2).

Para el caso de los portafolios de mínima varianza y Risk Parity (formas funcionales que buscan el portafolio con menor volatilidad), las simulaciones sugieren una ventana de dos meses (60 días) de calibración y prueba. Mientras que para el caso del portafolio de SR se obtiene la misma ventana de prueba (60 días), sin embargo, la ventana de calibración de este portafolio es de cuatro meses (120 días), esto se atribuye al hecho que esta forma funcional requiere la inclusión de los retornos esperados de los activos, por tanto es esperable que sea necesario una ventana de mayor tamaño para estimarlos.

Por otra parte, los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad no muestran una ventana de calibración y prueba que sea estable en el tiempo, puesto que dependiendo de los datos utilizados en las simulaciones, el tamaño de las ventanas que permite obtener un mejor resultado varía.

Sin embargo, cabe destacar que para las simulaciones que consideran los últimos 10 años, todos los portafolios presentan una ventana de prueba de dos meses (ver Tabla E.2), lo cual refleja una tendencia generalizada para la frecuencia de rebalance.

Estabilidad de los retornos

Posteriormente, para determinar si un portafolio (forma funcional) es estable, se analiza la sensibilidad que presenta los rendimientos del portafolio ante una variación en las ventanas de calibración y prueba. Dicha sensibilidad, se mide a través de la desviación estándar (dispersión) de los retornos acumulados totales de los portafolios al considerar diferentes tamaños de ventanas.

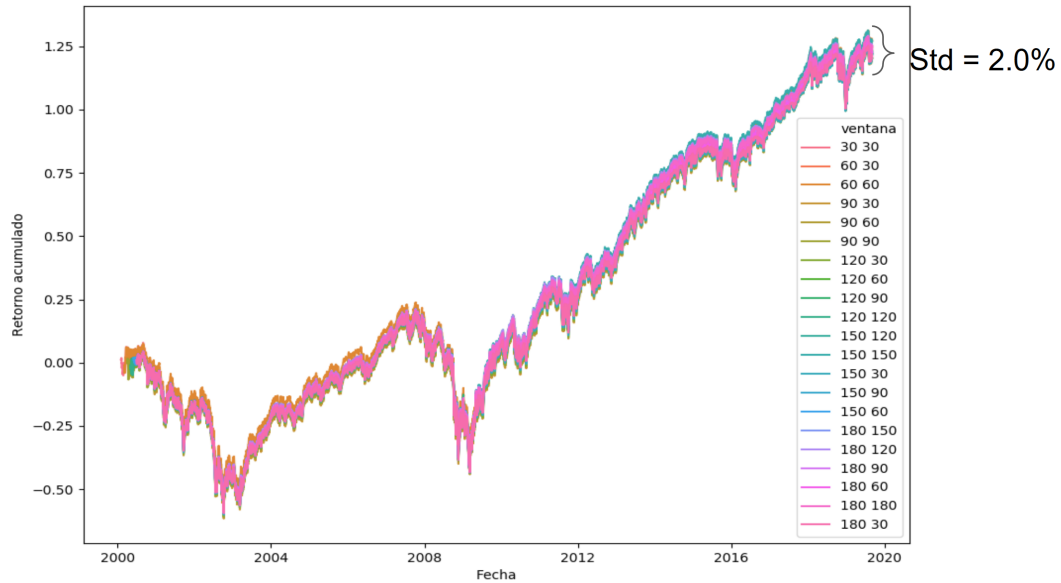
Al realizar este análisis, se obtiene que los portafolios de mínima varianza y Risk Parity presentan la mayor estabilidad dentro de los portafolios analizados, puesto que la desviación estándar de los retornos acumulados resultantes es de solo un 2.0% y 1.5% respectivamente (ver Figura 7.2.a), es decir, ante una variación en las ventanas de calibración y prueba, el retorno total de dichas estrategias varía entorno a un 2.0%.

Por otra parte, los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad presentan una baja estabilidad con una desviación estándar de 13.3% y 11.3%

² En el Anexo E se detalla en profundidad las ventanas de calibración/prueba obtenidas para cada portafolio en ambas simulaciones. Adicionalmente, se agregan métricas de riesgo y retorno que posteriormente son utilizadas para comparar los portafolios entre sí.

respectivamente (ver Figura 7.2.b). Lo cual indica una alta dependencia a la ventana de datos utilizados, lo cual es consistente con los resultados obtenidos en la estabilidad de la ventana.

Mientras que el portafolio de máximo Sharpe Ratio presenta una desviación estándar de un 9.4%. Si bien su dispersión no es tan baja como la de los portafolios más estables, esta se mantiene por debajo de un 10%, por lo que se considera como un portafolio estable dentro del conjunto analizado.



(a) Portafolio de Mínima varianza (estable)



(b) Portafolio de Máximo retorno (inestable)

Figura 7.2: Estabilidad de los portafolios. Variación de los retornos acumulados de los portafolios en el tiempo ante diferentes ventanas de calibración y prueba.

Estabilidad del *Allocation*

Finalmente, al analizar la composición de cada portafolio en el tiempo, se evidencia una baja diversificación en los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad, puesto que siempre concentran toda la cartera en solo un activo y cerca de un 50 % de los rebalances requieren realizar una liquidación completa de los portafolios (ver Tabla 7.1). Por una parte este comportamiento es riesgoso para el inversor, dado que si eventualmente el activo en el cual está concentrado cae, el portafolio completo caerá con él. Mientras que por otra parte, se incurre en un alto costo de transacción, puesto que cada vez que se realiza un rebalance se requiere liquidar la posición completa del portafolio (se pasa de 100 % a 0 % en un factor al realizar un rebalance).

Mientras que los portafolios de mínima varianza y Risk Parity no presentan un rebalance con una alta concentración (mayor a 99 %) en un solo factor, por tanto, nunca se requiere liquidar la posición completa de los portafolios.

Por otra parte, cabe señalar que el portafolio de máximo SR en los rebalances generados en episodios de iliquidez (crisis) tiende a tomar posiciones extremas, concentrando todo el portafolio en un solo factor. Sin embargo, este tipo de comportamiento solo ocurre un 27.1 % del tiempo, a diferencia de los portafolios inestables que siempre tienden presentar este comportamiento.

7.2.2. Resultados generales de las simulaciones

Luego de analizar los resultados de las simulaciones generadas (ver Tabla 7.1), se obtiene de manera consistente que los portafolios de mínima varianza, Risk Parity y máximo SR son estables en el tiempo y la ventana de calibración/rebalance obtenidas para estos son 60/60, 60/60 y 120/60 días respectivamente. Sin embargo, no se evidencia estabilidad en los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad, puesto que presentan una alta dependencia en los datos utilizados al momento de calibrar y las soluciones resultante son extremas (todo el portafolio a un activo).

Adicionalmente, en ambas simulaciones (considerando toda la historia disponible y los últimos 10 años) se obtienen mejores resultados al utilizar los retornos relativos al mercado para la calibración (en algunos casos se obtiene el mismo resultado al utilizar los retornos relativos al promedio). Por lo que se comprueba lo expuesto en el Capítulo 6 y planteado por Jurczenko (2015)[10], es decir, al utilizar los retornos relativos se obtienen las relaciones puras de los factores subyacentes, lo cual permite obtener un mejor resultado al momento de generar un portafolio con estos activos.

Tabla 7.1: Resumen de métricas de estabilidad y rendimiento para los portafolios analizados sin venta corta, incluyendo el índice de mercado (MSCI USA Index) desde el 2000 al 2019.^{abc}

	Estabilidad				Métricas de rendimiento	
	Ventana [Calibración/Prueba]	Retornos (Std)	<i>Allocation</i> (Concentración) (Liquidación completa)		Retorno total anualizado	Volatilidad anualizada
Max Retorno	-	13.3%	100.0%	48.7%	9.0%	16.1%
Max Retorno adj	-	11.3%	100.0%	53.4%	8.9%	16.3%
Min Variance	60/60	2.0%	0.0%	0.0%	6.4%	17.0%
Risk Parity	60/60	1.5%	0.0%	0.0%	6.7%	16.5%
Max Sharpe Ratio	120/60	9.4%	27.1%	11.1%	7.9%	16.2%
Mercado	-	-	-	-	4.7%	18.9%

^a La métrica de volatilidad anualizada se obtiene al escalar la volatilidad diaria de los retornos por $\sqrt{252}$.

^b Si bien los portafolios de máximo retorno y máximo retorno adj por volatilidad no presentan una ventana estable, se consideran las ventanas **120/30** y **180/120** (respectivamente) que obtienen el mayor retorno al considerar los 20 años de historia (ver Tabla E.1)

^c Las columnas de estabilidad de “Ventana [Calibración/Prueba]”, “Retornos (Std)” y “Allocation” corresponden a los puntos detallados anteriormente en la Sección 7.2.1.

Por otra parte, al permitir las ventas cortas, los portafolios no son estables en el tiempo y adicionalmente, se evidencia (a través de la métrica de Sharpe Ratio anualizado) que el mayor retorno obtenido al permitir venta corta no compensa la mayor volatilidad obtenida (en comparación a los resultados de los portafolios al restringir la venta corta). Por lo que, en primera instancia, no se justifica la utilización de portafolios con ventana corta para estos factores en particular.

Cabe destacar, que al analizar las métricas de riesgo y retorno obtenidas en los portafolios³, se evidencia que el portafolio de Risk Parity tiene una menor volatilidad anualizada y Value at Risk (VaR) que el portafolio de mínima varianza, lo cual corrobora que este portafolio tiende a ser más estable y obtener una menor volatilidad fuera de la ventana de calibración (ver Kolm, Tütüncü & Fabozzi (2013)[11]). Por otra parte, se destaca la estabilidad que presenta el portafolio de máximo Sharpe Ratio en los últimos 10 años, puesto que presenta la más baja volatilidad anualizada y mínimo retorno mensual de todos los portafolios (ver Tabla E.2).

³ En el Anexo E se incluyen las tablas que contienen en extenso las métricas de riesgo y retornos para cada portafolios en base a las simulaciones que consideran los datos desde el año 2000 y 2010.

7.3. Simulaciones incorporando costos de transacción

A las simulaciones anteriormente descritas, se agregan los costos de transacción asociados al Bid - Ask Spread promedio. Este costo se considera cada vez que se realiza un rebalance del portafolio, puesto que al comprar o vender cada factor se incurre en un costo asociado a la diferencia entre el máximo precio de compra (Bid) y el mínimo precio de venta (Ask) en el libro de órdenes (es importante destacar que al existir una mayor liquidez en el mercado, se espera que dicha diferencia sea cercana a cero, y el efecto contrario, se produce con una menor liquidez). Se incorpora el costo de Bid-Ask Spread promedio en la fecha de rebalance t' para el factor i de la forma:

$$r'_{it'} = r_{it'} - (\text{Bid} - \text{Ask Spread})_i \quad \forall i \in \text{Factores} \quad (7.1)$$

Tabla 7.2: Descripción estadística Bid-Ask spread promedio para los 5 factores, en base a los datos obtenidos de Bloomberg con filtros al percentil +/- 5%^{ab}.

	Min Vol	Momentum	Size	Quality	Value
count	917	829	759	819	718
mean	2.41 bps	2.83 bps	16.81 bps	3.04 bps	4.43 bps
std	0.77 bps	1.64 bps	6.6 bps	1.39 bps	2.46 bps
min	1.72 bps	0.88 bps	5.65 bps	1.15 bps	1.21 bps
25%	1.91 bps	1.75 bps	12.33 bps	2.23 bps	2.54 bps
50%	2.14 bps	2.58 bps	15.39 bps	2.76 bps	3.87 bps
75%	2.42 bps	3.93 bps	21.74 bps	3.95 bps	6.02 bps
max	4.72 bps	7.28 bps	34.32 bps	7.46 bps	11.36 bps

^a Los valores estan expresados en *basis points* (bps), donde 1 bps = 0.01 %.

^b En el Anexo F se detalla la obtención e incorporación del Bid-Ask Spread.

Evaluando nuevamente las simulaciones, se evidencia una caída generalizada de los retornos de todas las estrategias. Sin embargo, existen portafolios que en particular se ven más afectados al incluir los costos de transacción.

7.3.1. Resultados generales de las simulaciones con costos de transacción

Al incorporar los costos de transacción (CT), los portafolios pierden en promedio -7.5 % (37.5 *bps* anuales) y -3.8 % (38 *bps* anuales) de su retorno total acumulado al considerar los datos desde el 2000 y desde el 2010, respectivamente. Este resultado se debe principalmente a que la frecuencia de rebalance obtenida en los portafolios estudiados tiende a ser entre uno a tres meses (ver Tablas E.1 y E.2) y al incluir los CT indirectamente se penaliza el realizar rebalances de forma frecuente. Por lo tanto, con el fin de mitigar el impacto de los CT es necesario volver a estimar las ventanas de calibración/prueba anteriormente encontradas.

En particular⁴, para el caso de los portafolios que anteriormente demostraron ser estables en el tiempo, los resultados (considerando toda la historia) sugieren que el impacto de los costos de transacción es mayor sobre los portafolios de mínima varianza (-12.94 %) y Risk Parity (-12.58 %). Esto se debe a que dichos portafolios poseen una mayor frecuencia de rebalance en comparación a los otros portafolios (dos meses) y adicionalmente, en promedio presentan una mayor exposición al factor Size (un peso promedio de 56.3 % y 53.9 % en dicho factor respectivamente cada portafolio), factor que presenta el mayor Bid - Ask Spread promedio (Tabla 7.2).

En consecuencia, se vuelven a estimar las ventanas de calibración/prueba con costos de transacción. Dicho análisis sugiere que una configuración de 180/180 minimiza el impacto de los costos de transacción en los portafolios de mínima varianza (-6.94 %) y Risk Parity (-8.68 %).

De la misma forma, al considerar los resultados de las simulaciones de los últimos 10 años, el impacto de los CT sobre los retornos de los portafolios de mínima varianza (-6.13 %) y Risk Parity (-6.54 %) se ve reducido al considerar una ventana de calibración y prueba de seis meses (180 días). Al realizar este cambio, el retorno total de estos portafolios se reduce solo en -4.0 % y -3.61 % respectivamente.

En términos de estabilidad, los portafolios de mínima varianza, Risk Parity y máximo SR continúa siendo estables de manera consistente, pero con una ventana de calibración/prueba de 180/180, 180/180 y 120/60 días (respectivamente). Aunque cabe señalar, la desviación estándar de los retornos totales acumulados ante una variación en las ventanas (**columna “Retornos (Std)” de la Tabla 7.3**) tiende a aumentar, puesto que al momento de realizar un rebalance se incurre en CT y por tanto, las series de los retornos resultantes tienden a separarse en cada rebalance, generando un mayor dispersión final. Sin embargo, dado que la desviación estándar es menor a un 10 %, se considera que estos portafolios continúan siendo estables.

⁴ En el Anexo E.2 se incluye en detalle todas las variaciones de ventanas que se generaron al incluir los CT y sus respectivas métricas de rendimiento.

Tabla 7.3: Resumen de métricas de estabilidad y rendimiento para los portafolios analizados sin venta corta, incluyendo el índice de mercado (MSCI USA Index) desde el 2000 al 2019 al incorporar los costos de transacción.^{ab}

	Estabilidad				Métricas de rendimiento	
	Ventana [Calibración/Prueba]	Retornos (Std)	Allocation (Concentración) (Liquidación completa)		Retorno total anualizado	Volatilidad anualizada
Max Retorno	-	13.3%	100.0%	53.4%	8.8%	16.3%
Max Retorno adj	-	12.9%	100.0%	53.4%	8.8%	16.3%
Min Variance	180/180	9.2%	0.0%	0.0%	6.1%	17.0%
Risk Parity	180/180	8.1%	0.0%	0.0%	6.3%	16.6%
Max Sharpe Ratio	120/60	9.6%	27.1%	11.1%	7.7%	16.2%
Mercado	-	-	-	-	4.7%	18.9%

^a La métrica de volatilidad anualizada se obtiene al escalar la volatilidad diaria de los retornos por $\sqrt{252}$.

^b Si bien los portafolios de máximo retorno y máximo retorno adj por volatilidad no presentan una ventana de calibración/prueba estable, se consideran una ventana de **180/120** para ambos portafolios, la cual permiten obtener un mejor resultado al considerar los datos desde el año 2000 (ver Tabla E.3).

Por otra parte, los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad continúan siendo inestables. Sin embargo, un aspecto importante a destacar es que si bien las ventanas de calibración/prueba de estos portafolios no se mantiene en el tiempo (Estabilidad de la ventana), se evidencia (al incluir los costos de transacción) que en los últimos 10 años se requiere duplicar la frecuencia de rebalance de estos portafolios, es decir, si en los primeros 10 años se requería un rebalance cada dos meses (60 días), ahora se necesita rebalancear los portafolios cada un mes (30 días) para obtener el mayor retorno esperado posible (ver Tabla E.3 y Tabla E.4).

Se puede atribuir este efecto a que en los últimos años los inversores poseen un mayor conocimiento de los factores y por tanto tienden a utilizarlos más comúnmente en sus inversiones, con esto, el retorno esperado (promedio) de los factores tiende a cambiar con más frecuencia que antes, por lo que se necesita generar un rebalance más frecuente de los portafolios que busquen maximizar el retorno esperado en base a factores (lo cual es consistente con las publicaciones que sugieren que las inversiones en base a factores han aumentado en los últimos años BlackRock (2019)[5] y que este tipo de inversiones pueden estar sobre explotadas por los inversores Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]).

Capítulo 8

Conclusiones

Al realizar las simulaciones de los portafolios en base a factores (considerando los diferentes planteamientos expuestos y un rebalance dinámico) en el mercado estadounidense, se constata que al considerar los retornos relativos al mercado (ver Jurczenko (2015)[10]) al momento de calibrar los modelos, se obtiene un mejor resultado (tanto en retorno total y como en estabilidad de los portafolios) en comparación al utilizar los retornos directos o los retornos relativos al promedio o mediana. Esto se debe a que al considerar los retornos relativos al mercado, es posible obtener el comportamiento de los factores subyacentes de los índices (como se discutió de manera preliminar en el Capítulo 6).

Por otra parte, al analizar las ventanas de calibración y prueba obtenidas en las simulaciones, se constata de manera general que al considerar un rebalance cada dos meses (ventana de prueba) se obtiene una mayor estabilidad en los portafolios (ver Tabla E.2). Sin embargo, el tamaño de la ventana de calibración depende directamente del objetivo del portafolio, puesto que cuando se busca minimizar la volatilidad (caso de mínima varianza y Risk Parity), los resultados sugieren que se logra una mayor estabilidad al considerar la matriz de varianzas de los activos en los últimos dos meses. Mientras que cuando se considera maximizar el retorno esperado del portafolio (caso de máximo retorno, retorno ajustado por riesgo y Sharpe Ratio), se requiere una ventana de calibración más amplia (cuatro meses en general) para estimar dichos retornos esperados.

Adicionalmente, los resultados muestran que al permitir venta corta, todos los portafolios resultantes son inestables. Este resultado se debe a que al aumentar el espacio de soluciones factible, los portafolios tienden a tomar posiciones extremas y por tanto, las ventanas de calibración/prueba no son estables en el tiempo, mostrando una alta dependencia a la muestra de datos utilizados. Por otra parte, al analizar las métricas de rendimiento de los portafolios resultantes, se constata (a través del Sharpe Ratio anualizado) que el mayor retorno obtenido al permitir venta corta, no compensa la mayor volatilidad de los portafolios resultantes (ver Tabla E.1), es por esto que no se justifica la utilización de venta corta en este tipo de portafolios .

Ahora bien, al incorporar los costos de transacción, indirectamente se penaliza el realizar rebalance de forma frecuente, por lo que los portafolios pierden (en promedio) -7.5% de su retorno total acumulado (al considerar los 20 años de historia) y los portafolios más afectados son precisamente aquellos que poseían un rebalance más frecuente (entre uno a dos meses) en comparación al conjunto de portafolios estudiados. Por lo que, al generar nuevamente las

simulaciones incluyendo los costos de transacción, en algunos casos es necesario cambiar las ventanas de calibración y prueba con el fin de mitigar el impacto de los costos de transacción en el rendimiento del portafolio, lo cual genera que la frecuencia de rebalance baje en comparación a la obtenida en las simulaciones que no incluyen estos costos.

Al evaluar los resultados de las simulaciones (incluyendo los costos de transacción), los portafolios de **mínima varianza, Risk Parity y máximo Sharpe ratio** mostraron de manera consistente ser estables en las tres aristas evaluadas (estabilidad de la ventana, rendimiento y *Allocation*), con una ventana de calibración y prueba de 180/180, 180/180 y 120/60 respectivamente. Adicionalmente, estos portafolios presentan una volatilidad anualizada considerablemente menor a la del mercado y, particularmente, el portafolio de máximo Sharpe Ratio (SR) presenta las mejores métricas de riesgo (volatilidad anualizada, Value at Risk (VaR), mínimo retorno mensual, etc.) dentro del conjunto portafolios analizados en los últimos 10 años (ver Tabla E.4).

Por otra parte, los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por riesgo no son estables en el tiempo. Este resultado se debe principalmente a que estos portafolios presentan una alta dependencia a la ventana de calibración utilizada, lo cual genera que no sean estables en ni uno de los tres ejes evaluados en este trabajo. Estos resultados son consistentes con lo expuesto en Michaud, R.(1989)[16] y Black & Litterman (1992)[4]. Adicionalmente, se realizaron diversas simulaciones en donde se limitaban los pesos de los activos (tanto superior como inferiormente), con el fin de generar portafolios menos concentrados (buscando una mayor estabilidad a través de la diversificación), sin embargo, estos portafolios continuaban siendo inestables en el tiempo (ver Anexo G).

Ahora bien, al evaluar la hipótesis inicial del trabajo de investigación, se concluye que no es posible generar un portafolio en base a factores con rebalance dinámico que supere al benchmark de manera consistente en el tiempo en el mercado estadounidense. Puesto que al evaluar los retornos acumulados anuales de los portafolios estables obtenidos (incluyendo los costos de transacción), se constata que todos los portafolios presentan años en los cuales el rendimiento obtenido se encuentra por debajo del mercado (ver Tablas 8.1 y H.2).

Sin embargo, dentro de los portafolios estables¹, se destaca el portafolio de máximo SR, puesto que presenta un retorno acumulado total que supera al mercado y a los factores de manera individual (ver Tabla 8.1), a diferencia de los portafolios de mínima varianza y Risk parity que presentan un retorno acumulado total de los 20 años menor que ciertos factores de forma individual y adicionalmente, el portafolio de máximo SR presenta una de las mejores métricas de riesgo entre los portafolios obtenidos (en particular, en la Tabla 8.1 se aprecia que la volatilidad anualizada es menor que la del mercado y los portafolios estables).

¹ En el Anexo H se detallan los rendimientos y volatilidad anualizada de todos los portafolios (con la misma configuración de ventanas) e índices a través del tiempo.

Tabla 8.1: Resumen rendimientos^{ab} portafolios estables^c, índice de referencia (MSCI USA Index) e índices de factores. Considerando como punto de referencia el último dato disponible (30/08/2019) al momento de realizar el estudio.

		Retorno total neto al 30/Ago/2019 en USD							
		YTD	1Y	3Y	5Y	10Y	2000 al 2010	20Y	Volatilidad
Portafolios	MSCI USA Index	16.6%	1.8%	11.3%	8.9%	11.1%	-1.6%	4.7%	18.9%
	Min Variance	16.5%	0.0%	10.8%	8.6%	11.5%	0.7%	6.1%	17.0%
	Risk Parity	16.6%	0.3%	10.7%	8.6%	11.5%	1.1%	6.3%	16.6%
	Max Sharpe Ratio	18.3%	10.6%	17.3%	13.1%	13.1%	2.4%	7.7%	16.2%
Factores USA	MinVol	20.3%	13.3%	12.4%	11.8%	12.3%	1.2%	6.7%	15.2%
	Momentum	19.9%	3.5%	16.1%	13.3%	14.0%	0.2%	7.1%	19.1%
	Size	16.2%	0.8%	10.1%	8.0%	11.1%	1.1%	6.1%	19.3%
	Quality	20.5%	6.2%	13.9%	11.4%	12.3%	-0.4%	6.0%	17.4%
	Value	9.4%	-10.1%	8.1%	5.3%	9.7%	4.4%	7.0%	20.0%

^a Los retornos calculados son continuamente compuesto (retornos logarítmicos) y las métricas superiores a un año que se encuentran anualizadas.

^b La métrica de volatilidad anualizada se obtiene al escalar la volatilidad diaria de los retornos por $\sqrt{252}$.

^c Los portafolios de mínima varianza [180/180], Risk Parity [180/180] y Max Sharpe Ratio [120/60], considerando las configuraciones estables expuestas en la Tabla 7.3.



Figura 8.1: Retornos acumulados portafolio máximo Sharpe Ratio, índice de referencia e índices de factores.

Específicamente, el portafolio de máximo SR presenta un retorno total anualizado de 7.7% (un retorno total anualizado de 2.4% en los primeros 10 años y 13.05% en los últimos 10), una volatilidad anualizada de 16.2% en los 20 años de estudio (Tabla 8.1). Al analizar los retornos acumulados de manera anual (Tabla H.2), presenta un rendimiento por debajo

del mercado en 5 años. En dichos años, en general el portafolio pierde menos de -1.0%, con excepción del año 2012, donde presenta un retorno de -9.5% en comparación al mercado.

Al analizar la composición del portafolio, en promedio, presenta una ponderación de 26.9% Value, 21.4% Size, 18.6% Quality, 18.5% Momentum y 14.4% Min Vol a lo largo de toda la historia simulada². Cabe señalar, que en los primeros 10 años el portafolio presenta una mayor exposición al factor Value (ponderación promedio de 34.3%), mientras que en los últimos años, el factor Momentum presenta la mayor ponderación (22.9%). Resultado que es consecuente con la variación del rendimiento de los factores en el tiempo (ver Tabla 8.1), puesto que en los primeros 10 años el factor que presentó el mejor rendimiento fue Value, sin embargo, dicho factor en los últimos años tuvo un rendimiento considerablemente inferior al mercado, periodo en el cual Momentum presentó el mejor rendimiento.

Por otra parte, es destacable que en momentos de crisis el portafolio efectivamente tiende a sobre ponderar los factores defensivos (Quality y Min Vol), lo cual es consistente tanto con la literatura (Bender et al.(2015)[3] y Jurczenko (2015)[10]) como con los análisis realizados en el Capítulo 6. Por ejemplo, para la crisis Sub Prime, la ponderación promedio del portafolio fue de 28.1% en MinVol, 25.5% en Quality, 25.4% en Size, 11.7% Value y sólo un 9.3% en Momentum.

Sin embargo, cuando el mercado presenta alta volatilidad por un periodo corto de tiempo (menor a 6 meses), el portafolio tiende a caer en comparación al mercado, puesto que no logra adaptarse a tiempo³. Esto se debe a la ventana de calibración (cuatro meses o 120 días) y la ventana de prueba (dos meses o 60 días) del portafolio. Es por esto que en la crisis europea⁴, que tuvo una duración de solo 5 meses, el portafolio no logró adaptar los ponderadores a tiempo y en consecuencia, presentó una pérdida de -9.5% en el año 2012 en comparación al mercado.

Considerando todo lo expuesto anteriormente, si bien no es posible superar al mercado de manera consistente en el tiempo, con el portafolio de máximo Sharpe Ratio posible obtener un portafolio con rebalance dinámico en base a factores del mercado estadounidense, estable, con baja volatilidad y con un retorno total acumulado (dentro del periodo analizado) por sobre el mercado y los índices de factores de manera individual.

² En el Anexo H se adjuntan gráficos de los pesos de los factores a lo largo del tiempo dentro del portafolio.

³ En el Capítulo 9 “Alcances y posibles pasos a seguir” se propone la implementación de un modelo que detecte los ciclos económicos con el fin de agilizar el proceso de rebalance en periodos de crisis y así mejorar el comportamiento del portafolio.

⁴ Entre octubre 2011 y febrero 2012, que impactó indirectamente el mercado estadounidense.

Capítulo 9

Alcances y posibles pasos a seguir

Todas las simulaciones y generaciones de portafolios realizadas en este proyecto de investigación fueron realizadas con los índices de factores de MSCI en el mercado estadounidense, puesto que estos se encuentran en una misma moneda (tasados en dólares) y permiten realizar un análisis más robusto al incluir dos crisis financieras (historia disponible desde 01-2000 a 08-2019).

Sin embargo, al momento de transar en el mercado, no es posible la compra/venta de los índices propiamente tal, por lo que se debe transar los ETFs (Exchange-Traded Fund) que siguen a los índices. No se utilizó directamente estos porque la historia disponible es muy acotada (fueron creado el año 2013), pero para efectos prácticos, los ETFs de factores del mercado USA creados por la compañía BlackRock posee un bajo tracking error respecto a los índices de MSCI, por lo que todos los análisis y simulaciones realizadas en este trabajo son válidas para estos instrumentos.¹

Considerando lo realizado en este proyecto, se propone como un posible paso a seguir abordar el problema desde un marco conceptual económico, en donde se busque replicar el índice de mercado (MSCI USA Index) a través de los factores para obtener un portafolio de “equilibrio” y en base a indicadores macroeconómicos realizar una sobre o sub ponderación de los factores con el fin de generar un portafolio acorde al comportamiento esperado del mercado (ciclo económico esperado).

Dentro de este trabajo, se constató que sí es posible explicar el índice a través de los factores (ver Capítulo 6, Tabla 6.3) y adicionalmente, al generar el portafolio de mínima varianza considerando los retornos relativos al mercado se obtuvo indirectamente un portafolio con un bajo tracking error respecto al mercado (cercano al 1%). Por lo que en primera instancia, es factible replicar el índice de mercado con los factores utilizados en este trabajo.

Otro posible paso a seguir (en el marco de *Asset Allocation*), sería incluir una estimación alternativa de los retornos esperados de los factores con diferentes técnicas, ya sean econométricas o financieras (Black & Litterman (1992) [4] proponen un primer acercamiento utilizando el modelo CAPM). De esta forma, se podrían generar portafolios que busquen maximizar el retorno esperado y sean estables en el tiempo.

¹ En el Anexo C se define en detalle lo que es un índice, ETF y cómo se calcula el Tracking Error. Además, se agrega el Tracking Error para cada uno de los factores.

Por otra parte, en la literatura actual incluyen técnicas de machine learning para generar portafolios de manera jerárquica y así obtener una mejor diversificación y estabilidad fuera de la muestra, superando incluso al portafolio de Risk Parity (ver López de Prado, M. (2018))[13]).

Bibliografía

- [1] Ang Andrew, Hodrick Robert, Xing Yuhang, and Zhang Xiaoyan. The cross-section of volatility and expected returns. *Journal of Finance*, 2005.
- [2] Bailey, David H., and Marcos López de Prado. An open-source implementation of the critical-line algorithm. *Algorithms*, (6):169–196, 2013.
- [3] J. Bender, R. Briand, D. Melas, and R. Subramanian. Foundations of factor investing. *State Street Global Advisors, MSCI Barra*, 2014.
- [4] Fischer Black and Robert Litterman. Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal*, pages 28–43, 1992.
- [5] BlackRock. Simfund for mutual fund data, Data as of October 31, 2019. URL <https://bit.ly/3iEnjw5>.
- [6] Homescu C. Better investing through factors, regimes and sensitivity analysis. *Available at SSRN*, 2015.
- [7] M Carhart. On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 52(1):52–82, 1997.
- [8] Eugene F. Fama and Kenneth R. French. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. *Journal of Finance*, 51(1), 1996.
- [9] Eugene F. Fama and Kenneth R. French. Five-factor asset pricing model. *Fama-Miller Working Paper*, 2014.
- [10] E. Jurczenko. *Risk-Based and Factor Investing*. ISTE Press - Elsevier, 2015.
- [11] P. Kolm, Tütüncü R., and Fabozzi F. 60 years of portfolio optimization: Practical challenges and current. *European Journal of Operational Research*, 234(2):356–371, 2014.
- [12] Justina Lee. Aqr’s asness is right. it’s a ‘crappy’ time for factor investing, 2019, 15th of May. URL <https://bloom.bg/33WnlLv>.
- [13] Marcos Lopez de Prado. *Advances in Financial Machine Learning*. Willey, 2018.
- [14] H. Markowitz. Portfolio selection. *Journal of Finance*, pages 77–91, 1952.
- [15] H. Markowitz. The optimization of a quadratic function subject to linear constraints. *The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints III*, page 111–133, 1956.
- [16] Richard Michaud. The markowitz optimization enigma: Is ‘optimized’ optimal? *Financial Analysts Journal*, 1989.
- [17] Jan. Mossin. Equilibrium in a capital asset market. *Econometrica*, 34(4):768–783, 1966.

- [18] William F. Sharpe. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, 19(3):425–442, 1964.
- [19] R Siobhan. Smart beta funds fail to match hype. *Financial Times*, 27 of July.
- [20] R. Storn and K. Price. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11:341–359, 1997.
- [21] Larry Swedroe. The failure of factor investing was predictable, 2019, 28th of January. URL <https://bit.ly/3gY7Pmi>.
- [22] J. Treynor. The treynor capital asset pricing model. *Journal of Investment Management*, (2):360–72, 1961.
- [23] Vanguard. Porfolio rebalancing in theory and practice. *Vanguard research*, 2010.

Anexo A

Metodología de cálculo de índices factores MSCI

Acorde a la metodología publicada por MSCI, todos los cálculos se realizan sobre un “Parent Index”, el cual para el caso del mercado estadounidense corresponde a MSCI USA Index. Por tanto, todas las especificaciones se realizarán bajo el contexto de dicho mercado.

Momentum

El valor de Momentum es calculado para cada activo del índice de referencia, de la forma:

$$\text{Momentum}_{6\text{meses}} = [(P_{t-1}/P_{t-7}) - 1] - (\text{Local risk free rate}) \quad (\text{A.1})$$

$$\text{Momentum}_{12\text{meses}} = [(P_{t-1}/P_{t-13}) - 1] - (\text{Local risk free rate}) \quad (\text{A.2})$$

Donde:

P_{t-1} =Precio de un mes anterior a la fecha de rebalance t.

P_{t-7} =Precio de siete meses antes a la fecha de rebalance t.

P_{t-13} =Precio de trece meses antes a la fecha de rebalance t.

Local risk free rate=Para el mercado USA corresponde a Treasury a 3 meses.

Posteriormente, se ajustan los dos Momentum por su volatilidad anualizada de los retornos asociados a cambios en el precio por un periodo de 3 años.

$$\text{Momentum ajustado por riesgo}_i = \text{Momentum}_i / \sigma_i \quad (\text{A.3})$$

Dicho Momentum ajustado por riesgo, es estandarizado en un z-score¹ dentro de la muestra de activos. Y luego dichos z-score son combinados en igual proporción:

$$C = \text{Momentum Zscore}_{6\text{meses}} * 0.5 + \text{Momentum Zscore}_{12\text{meses}} * 0.5 \quad (\text{A.4})$$

Posteriormente, el Momentum combinado (C) es estandarizado calculando su correspondiente z-score, obteniendo un nuevo Momentum z-score (Z). A dicho Momentum, se le realiza

¹ Normalización de $x = (x - \mu) / \sigma$

un winsorized, es decir, los que se encuentran por sobre +3 o bajo -3, son fijados en +3 o -3 respectivamente.

Finalmente, se obtiene el Momentum Score de la forma:

$$\text{Momentum Score} = \begin{cases} 1 + Z & z > 0 \\ (1 - Z)^{-1} & z < 0 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

El peso otorgado a cada activo por el factor Momentum es obtenido por el producto del Momentum Score y el peso del Market Capitalization en el índice de referencia.

$$\text{Momentum Weight} = \text{Momentum Score} * \text{Market Capitalization Weight} \quad (\text{A.6})$$

Value

Para calcular el factor de value, es necesario normalizar por z score del recíproco variables según el sector del activo correspondiente, de la forma:

1. Todos los sectores menos “Financials” y “Real estate”: se consideran las variables Forward Price to Earnings (Fwd P/E), Enterprise Value/Operating Cash Flows (EV/CFO) y Price to Book Value (P/B).
2. Sector “Financials”: Fwd P/E y P/B.
3. Sector “Real estate”: EV/CFO.

Luego, se calcula un z-score ponderando de igual manera cada una de las variables según el sector y el resultándote de dicha combinación, es normalizado por sector. Dicho z-score es winsorized en +/- 3.

Así, se obtiene el value score de la forma:

$$\text{Value Score} = \begin{cases} 1 + Z\text{-rel}_t^i & Z\text{-rel}_t^i > 0 \\ (1 - Z\text{-rel}_t^i)^{-1} & Z\text{-rel}_t^i < 0 \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Donde $Z\text{-rel}_t^i$ es el z-score relativo a un sector en específico calculado anteriormente.

Finalmente, el peso asociado a value es calculado respecto al peso del Market Capitalization del índice de referencia.

$$\text{Value Weight} = \text{Value Score} * \text{Market Capitalization Weight} \quad (\text{A.8})$$

Quality

Para el caso del factor Quality, se consideran las variables Return on Equity, Debt to Equity y Earnings Variability. En primera instancia, se eliminan los outliers dentro de la muestra de los activos para estas variables al fijar el valor del 5to y 95no percentil para aquellos datos que estuvieran por bajo el percentil 5 y sobre 95 respectivamente.

Posteriormente, se calcula el z-score para cada una de estas variables de la forma descrita en los factores anteriores, para el caso de Debt to Equity y Earnings Variability se considera el z-score negativo (puesto que a mayor deuda o variación de ganancias, peor es la calidad de la empresa). Luego se obtiene el promedio de los z-score de las tres variables. Dicho z-score es winsorized en +/- 3.

Finalmente, se obtiene el Quality Score de la forma:

$$\text{Quality Score} = \begin{cases} 1 + Z & z > 0 \\ (1 - Z)^{-1} & z < 0 \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

El peso otorgado a cada activo por el factor Momentum es obtenido por el producto del Quality Score y el peso del Market Capitalization en el índice de referencia.

$$\text{Quality Weight} = \text{Quality Score} * \text{Market Capitalization Weight} \quad (\text{A.10})$$

Size

En el caso del factor Size, se utiliza como peso el Market Capitalization ajustado por su Free-Float, es decir, se ajusta la cantidad de acciones que tiene a disposición la compañía por la tasa de acciones que realmente el mercado puede acceder (Free-Float). De la forma:

$$\text{Size Tilt Weight} = (\text{Free Float} - \text{Adjusted Market Capitalization Weight})^{0.5} \quad (\text{A.11})$$

Minimum Volatility

Para la construcción del factor de Minimum Volatility, se genera un problema de optimización en el cual se minimiza la volatilidad del portafolio con los activos del índice de referencia, dado las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \text{Weight stock}_i &\leq 1.7\% \text{ or } \text{Weight stock}_i \leq 20 * \text{Weight stock in Parent index}_i \\ &0.05\% \leq \text{Weight stock}_i \end{aligned}$$

Cabe destacar, que las metodologías de cada uno de los cinco factores descritos anteriormente son consistentes con los trabajos seminales de factores. Esto se puede comprobar en Fama & French (1996) [8] con la metodología de Value y Size, en Carhart (1997) [7] para el caso de Momentum, Fama & French (2014) [9] para el caso de Quality y en Ang A. et al. (2005)[1] para el caso de Minimum Volatility.

Anexo B

Comparación entre los pesos calculados según la metodología publicada y los pesos reportados de MSCI

Al considerar la metodología detallada anteriormente, se procede a calcular los constituyentes con sus pesos respectivos para cada uno de los factores en base al índice de referencia MSCI USA.

Este cálculo se realiza para el 31 de mayo del 2019, que corresponde al último rebalance semi anual que se poseen datos para los índices de factores de MSCI. Dada la limitante de datos sobre los constituyentes del índice de referencia, solo se dispone de datos de este para el 30 de agosto del 2019, por lo que para realizar este análisis se utiliza como universo elegible de acciones los constituyentes del factor MSCI USA Size Tilt, puesto que por la especificación de la metodología de este, contiene todos los constituyentes del índice de referencia. Sin embargo, los pesos obtenidos pueden diferir por la aproximación del Market Capitalization y el peso que tiene cada constituyente en el índice de referencia cuando sea necesario (por ejemplo, en el caso del índice de Minimum Volatility).

En primera instancia, se comprueba que los pesos del índice de referencia están acordes al market capitalization, lo cual es esperable dado que los pesos de los factores siempre son ajustados por este indicador. Luego, se constata la consistencia entre los pesos calculados y publicados de los factores.

Como resultado de esto, se logra constatar que existe una consistencia entre los pesos de los constituyentes publicados por MSCI y los calculados siguiendo la metodología.

Tabla B.1: Comparación entre los pesos calculados y reales para los factores Size y Quality

Size Tilt			
Calculado 31/05/2019		Real 31/05/2019	
Stock	Weight (%)	Stock	Weight (%)
MICROSOFT CORP	0.99%	MICROSOFT CORP	0.93%
APPLE	0.92%	APPLE	0.87%
AMAZON.COM	0.88%	AMAZON.COM	0.83%
FACEBOOK A	0.87%	FACEBOOK A	0.64%
JOHNSON & JOHNSON	0.87%	JOHNSON & JOHNSON	0.58%
JPMORGAN CHASE & CO	0.67%	JPMORGAN CHASE & CO	0.58%
EXXON MOBIL CORP	0.60%	EXXON MOBIL CORP	0.53%
VISA A	0.59%	VISA A	0.53%
PROCTER & GAMBLE CO	0.55%	BERKSHIRE HATHAWAY B	0.50%
BANK OF AMERICA CORP	0.54%	PROCTER & GAMBLE CO	0.50%
DISNEY (WALT)	0.52%	UNITEDHEALTH GROUP	0.49%
UNITEDHEALTH GROUP	0.51%	DISNEY (WALT)	0.48%
MASTERCARD A	0.50%	PFIZER	0.48%
PFIZER	0.49%	MASTERCARD A	0.48%
CISCO SYSTEMS	0.49%	BANK OF AMERICA CORP	0.48%
VERIZON COMMUNICATIONS	0.48%	AT&T	0.47%
AT&T	0.48%	CISCO SYSTEMS	0.46%
CHEVRON CORP	0.48%	VERIZON COMMUNICATIONS	0.46%
HOME DEPOT	0.47%	HOME DEPOT	0.46%
COCA-COLA CO	0.47%	MERCK & CO	0.45%

Quality			
Calculado 31/05/2019		Real 31/05/2019	
Stock	Weight (%)	Stock	Weight (%)
MICROSOFT CORP	5.95%	MICROSOFT CORP	5.03%
FACEBOOK A	5.42%	FACEBOOK A	4.97%
VISA A	5.42%	APPLE	4.83%
APPLE	4.55%	JOHNSON & JOHNSON	4.74%
JOHNSON & JOHNSON	3.87%	MASTERCARD A	4.29%
MASTERCARD A	3.81%	VISA A	4.10%
INTEL CORP	3.20%	PROCTER & GAMBLE CO	3.21%
DISNEY (WALT)	2.92%	CISCO SYSTEMS	3.16%
GOOGLE C	2.55%	DISNEY (WALT)	2.97%
GOOGLE A	2.46%	INTEL CORP	2.78%
PEPSICO	2.42%	PEPSICO	2.69%
NIKE B	1.61%	GOOGLE C	2.51%
ADOBE SYSTEMS	1.56%	GOOGLE A	2.39%
CISCO SYSTEMS	1.54%	TEXAS INSTRUMENTS	1.85%
ACCENTURE A	1.51%	ACCENTURE A	1.85%
IBM CORP	1.39%	ORACLE CORP	1.83%
NVIDIA Corp	1.28%	ADOBE SYSTEMS	1.79%
TEXAS INSTRUMENTS	1.24%	NIKE B	1.64%
LILLY (ELI) & CO	1.17%	IBM CORP	1.60%
COSTCO WHOLESALE CORP	1.14%	UNION PACIFIC CORP	1.56%

Tabla B.2: Comparación entre los pesos calculados y reales para los factores Value y Momentum

Value			
Calculado 31/05/2019		Real 31/05/2019	
Stock	Weight (%)	Stock	Weight (%)
AT&T	6.64%	AT&T	8.63%
PFIZER	6.01%	INTEL CORP	7.33%
CHEVRON CORP	5.18%	IBM CORP	3.78%
BANK OF AMERICA CORP	4.83%	PFIZER	3.26%
INTEL CORP	4.53%	BANK OF AMERICA CORP	2.97%
CITIGROUP	3.61%	CHEVRON CORP	2.86%
IBM CORP	2.10%	MICRON TECHNOLOGY	2.60%
CVS/CAREMARK	1.87%	CITIGROUP	2.57%
GENERAL MOTORS	1.84%	GENERAL MOTORS	2.57%
MICRON TECHNOLOGY	1.82%	WALGREEN CO	2.24%
WALGREEN CO	1.76%	HOST HOTELS & RESORTS	2.03%
HOST HOTELS & RESORTS	1.57%	FORD MOTOR CO	1.84%
WATSON PHARMACEUTICALS	1.55%	GILEAD SCIENCES	1.72%
HEWLETT PACKARD ENT CO	1.53%	CVS/CAREMARK	1.58%
EXELON CORP	1.45%	EXELON CORP	1.49%
FORD MOTOR CO	1.25%	WATSON PHARMACEUTICALS	1.39%
TARGET CORP	1.20%	HEWLETT PACKARD ENT CO	1.29%
KRAFT FOODS GROUP	1.18%	TYSON FOODS A	1.26%
BIOGEN IDEC	1.16%	TARGET CORP	1.16%
WALGREEN CO	1.13%	FEDEX CORP	1.13%

Momentum			
Calculado 31/05/2019		Real 31/05/2019	
Stock	Weight (%)	Stock	Weight (%)
VISA A	5.66%	MASTERCARD A	5.12%
MASTERCARD A	5.10%	VISA A	5.05%
MICROSOFT CORP	4.91%	MICROSOFT CORP	4.95%
PROCTER & GAMBLE CO	3.96%	PROCTER & GAMBLE CO	4.91%
CISCO SYSTEMS	3.43%	DISNEY (WALT)	4.32%
DISNEY (WALT)	2.66%	CISCO SYSTEMS	3.81%
COMCAST CORP A (NEW)	2.61%	COMCAST CORP A (NEW)	2.97%
MERCK & CO	2.53%	MERCK & CO	2.67%
AMERICAN TOWER CORP A	2.27%	PAYPAL HOLDINGS	2.62%
PAYPAL HOLDINGS	2.08%	AMERICAN TOWER CORP	2.20%
STARBUCKS CORP	1.90%	STARBUCKS CORP	2.20%
HONEYWELL INTERNATIONAL	1.82%	HONEYWELL INTERNATIONAL	2.18%
AVAGO TECHNOLOGIES	1.74%	ABBOTT LABORATORIES	2.18%
LILLY (ELI) & CO	1.73%	AVAGO TECHNOLOGIES	1.93%
ABBOTT LABORATORIES	1.69%	DANAHER CORP	1.92%
DANAHER CORP	1.59%	SALESFORCE.COM	1.79%
UNION PACIFIC CORP	1.58%	THERMO FISHER SCIENTI	1.77%
FPL GROUP	1.39%	LILLY (ELI) & CO	1.55%
KRAFT FOODS A	1.19%	QUALCOMM	1.54%
EXELON CORP	1.10%	KRAFT FOODS A	1.28%

Cabe señalar que la frecuencia de rebalance de los índices utilizados es semi anual (últimos días hábiles de Mayo y Noviembre de cada año) según lo especificado por MSCI¹. En la Tabla B.3 se presenta el porcentaje de constituyentes de Mayo 2018 que se mantienen en los meses posteriores, donde se aprecia que los mayores cambios se presentan a los 6 y 12 meses, siendo consecuente con el rebalance semi anual especificado.

¹ Eventualmente se pueden realizar ajustes menores entre este periodo dependiendo de las variaciones del mercado

Tabla B.3: Estabilidad de los índices de factores. Porcentaje de constituyentes que se mantienen en el índice, considerando como base el rebalance de Mayo 2018 (aplicable en Junio 2018).

	jun-18	jul-18	ago-18	sept-18	oct-18	nov-18	dic-18	ene-19	feb-19	mar-19	abr-19	may-19	jun-19
MINIMUM VOLATILITY	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	89.7%	89.7%	89.7%	89.7%	89.7%	89.7%	80.4%
VALUE	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	89.3%	89.1%	88.5%	88.4%	88.4%	88.4%	79.3%
MOMENTUM	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	45.2%	45.2%	20.8%	20.0%	20.0%	20.0%	17.6%
QUALITY	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	89.6%	89.6%	89.6%	89.6%	89.6%	89.6%	83.2%
SIZE TILT	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	98.4%	98.4%	98.4%	98.1%	97.9%	97.9%	93.9%

Adicionalmente, dado que los índices de factores son creados en base a los constituyentes del índice de referencia (MSCI USA Index), pero considerando una ponderación alternativa (con el fin de representar el factor subyacente correspondiente), es que existe una alta correlación entre estos al considerar las series directas (ver Tabla B.4). Es por esto que el Capítulo 6 se propone utilizar los retornos relativos al índice de referencia (mercado) con el fin de obtener la relación directa de los factores subyacentes de cada índice.

Tabla B.4: Correlación entre la serie de retornos relativos directos de los índices de factores USA.

	MinVol	Momentum	Size	Quality	Value
MinVol	100.0%	80.8%	90.4%	87.5%	85.7%
Momentum	80.8%	100.0%	85.0%	84.6%	79.9%
Size	90.4%	85.0%	100.0%	93.8%	96.0%
Quality	87.5%	84.6%	93.8%	100.0%	88.9%
Value	85.7%	79.9%	96.0%	88.9%	100.0%

Por otra parte, cuando se analiza los retornos relativos de los factores a lo largo de los ciclos económicos definidos por NBER², se constata que en periodos de contracción tienden a tener un mejor rendimiento los factores de MinVol y Quality, mientras que Momentum tiende a caer fuertemente. Por otra parte, en periodos de expansión el factor que obtiene el mayor rendimiento es Momentum, seguido por Value y Size tienden a tener un mayor retorno a comienzos de este periodo (periodo de recuperación). Cabe señalar, que dado que la ventana de análisis solo cuenta con dos crisis y un periodo de recuperación, los comportamientos constatados en la literatura (Bender et al. (2015)[3]) se cumplen de manera general y existen algunas excepciones (por ejemplo, Value tiene el mayor retorno en la primera crisis).

² **National Bureau of Economic Research**. Esta institución señala claramente los periodos de crisis, mientras que señala que los periodos de expansión se encuentran entre dos crisis. Por lo que el primer periodo de expansión entre Noviembre 2001 (fin crisis Dot com) y Diciembre 2007 (comienzos de la crisis Sub Prime), mientras que el segundo es desde Junio 2009 (fin crisis Sub Prime) hasta el último dato disponible para el estudio (Agosto 2019).

Tabla B.5: Retornos relativos acumulados en periodos de crisis y expansión. Se considera como expansión el periodo entre el término de la crisis Dot-com(Noviembre 2001) y comienzo de la crisis Sub prime (Diciembre 2007).

	Crisis Dot com	Expansión	Crisis Sub prime	Expansión
MinVol	26.85%	-1.05%	9.37%	9.59%
Momentum	-6.82%	31.51%	-7.31%	27.25%
Size	12.94%	11.26%	0.72%	2.07%
Quality	6.18%	-6.17%	16.32%	11.77%
Value	25.94%	27.52%	3.19%	-8.78%

Anexo C

Índices, ETF y Tracking error

Con el fin de clarificar el uso de los diferentes instrumentos descritos en el trabajo de investigación, es necesario definir los siguientes términos:

Índice de mercado: Un índice de mercado es un portafolio hipotético de inversiones que representa un segmento del mercado financiero. En este caso, se utiliza MSCI USA Index o MXUS Index, el índice representativo del mercado estadounidense como lo es el S&P 500, con la diferencia que este índice es generado directamente por MSCI. Así como los índices factores del mercado estadounidense de MSCI. Los índices propiamente tal no son transados en bolsa.

ETF: Sus siglas en ingles representan Exchange-Traded Fund (ETF), y es un tipo de security que posee una colección de activos el cual busca seguir a un índice subyacente. Los ETF generados por Blackrock siguen los índices de MSCI y estos si son transados en bolsa.

Tracking error: Es la divergencia entre el comportamiento del precio de una posición o una cartera y el comportamiento del precio del benchmark. Se informa como una diferencia porcentual de desviación estándar, que informa la diferencia entre el rendimiento que recibe un inversor y el benchmark que se intenta imitar.

$$TE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (r_p - r_b)^2}{n - 1}} \quad (C.1)$$

Donde:

TE = Tracking error

r_p = retornos del portafolio o fondo

r_b = retornos del benchmark

N = número de observaciones

Al calcular el Tracking error de los ETFs de factores de Blackrock respecto a su benchmark que son los índices de factores de MSCI, se obtiene la siguiente tabla:

Tabla C.1: Tracking error de los ETF de BlackRock con respecto a su benchmark (índices de MSCI) en el último año. Fuente: Bloomberg.

Factor	Tracking Error (%)
Momentum	0,292
Value	0,339
Min Vol	0,807
Size	1,175
Quality	0,386

Anexo D

Optimizadores y algoritmos de convergencia

D.1. Critical Line Algorithm (CLA)

Algoritmo desarrollado por Markowitz H. (1956)[15], para optimizar funciones cuadráticas sujetas a restricciones de desigualdad. Por tanto, CLA resuelve cualquier problema de optimización de portafolio de estas características.

Este algoritmo es altamente utilizado dentro de la industria financiera (donde se destaca el producto de Barra utilizado por MSCI), pero no es de libre disposición y es por esto por lo que se utiliza la adaptación en Python planteada por Bailey, H. & Lopez dePrado, M. (2013) [2].

Para el problema general de mínima varianza planteado por Markowitz (D.1), se replantea mediante su Lagrangiano (D.4).

$$\min_w \frac{1}{2} w' \Sigma w \quad (D.1)$$

$$\text{s.a :} \quad w' = 1 \quad (D.2)$$

$$w' \mu = \mu_p \quad (D.3)$$

$$L[w, \gamma, \lambda] = \frac{1}{2} w' \Sigma w - \gamma (w' - 1) - \lambda (w' \mu - \mu_p) \quad (D.4)$$

Pero el multiplicador Lagrangiano solo es válido cuando se imponen restricciones de igualdad. Es por ello que se plantea el CLA, donde se definen variables libres (subíndice F), es decir, que su peso no cumple las restricciones con igualdad y variables activas (subíndice B). Así, para un problema con n activos, donde k son libres, la nueva formulación es:

$$\begin{aligned} L[w, \gamma, \lambda] = & \frac{1}{2} w'_F \Sigma_F w_F + \frac{1}{2} w'_F \Sigma_{FB} w_F + \frac{1}{2} w'_B \Sigma_{BF} w_F \\ & + \frac{1}{2} w'_B \Sigma_B w_B - \gamma (w'_F 1_k + w'_B 1_{n-k} - 1) - \lambda (w'_F \mu_F + w'_B \mu_B - \mu_p) \end{aligned} \quad (D.5)$$

Donde el peso de las soluciones activas w_B es conocido y no cambia entre puntos de inflexión o Turning point (cambio en su concavidad) , así el algoritmo computa el portafolio óptimo para cada punto pivote iterando con las variables libres, esto es porque la frontera eficiente puede ser derivada simplemente como una combinación convexa entre dos puntos pivotes vecinos.

Si bien este algoritmo asegura la convergencia para la optimización de problemas de portafolio, estas soluciones son altamente inestables dada su sensibilidad a las variables de entrada (i.e. matriz de covarianza y retornos esperados), esto es estudiado ampliamente dentro de la academia (ver Michaud, (1989)[16]; Black Litterman (1992) [4] ;Lopez de Padro, M. (2018)[13]) y a este fenomeno se le ha denominado la “maldición de Markowitz” (Markowitz’s curse). Es por eso que se exploran formas alternativas de optimización.

D.2. Risk parity portfolio

Cuando se realiza la optimización de portafolios ya sea referente al retorno o a la volatilidad, se obtiene que más del 90 % del portafolio lo conforma uno o dos activos, por tanto la diversificación de este es casi nula. Es por esto que nace el planteamiento Risk parity, como un problema alternativo para la optimización de los portafolios, que busca distribuir el riesgo (medido por volatilidad) del portafolio de manera equitativa entre los activos (Kolm, Tütüncü & Fabozzi (2013)[11]).

Para la formulación de portafolio de Risk Parity es necesario definir el contribución de riesgo (Risk Contribution) del activo i a la volatilidad del portafolio (σ_p) es :

$$\text{Risk contribution}_i = \text{RC}_i(w) = \frac{w_i(\Sigma * w)_i}{\sigma_p} \quad (\text{D.6})$$

Para efectos del planteamiento del problema de optimización se considera la desviación que tiene el portafolio del risk parity porfolio (DRP), de la forma:

$$\text{DRP}(w) = \sum_i \sum_j (w_i(\Sigma w)_i - w_j(\Sigma w)_j)^2 \quad (\text{D.7})$$

Sin embargo, esta función no es convexa, por lo que no se puede garantizar que posea un óptimo global y puede tener movimientos impredecibles con respecto a un pequeño cambio en los pesos. Por ello se propone una función alternativa, que sea convexa:

$$\min_{w>0} w' \Sigma w - \sum_i \ln w_i \quad (\text{D.8})$$

D.3. Metaheurística - Differential Evolution (DE)

DE es una metaheurística de optimización, que busca la solución optimiza a través de iteraciones, buscando mejorar la solución candidata (Storn, R. Price, K. (1997)[20]) . Este algoritmo es utilizado en problemas convexos de optimización y no requiere que la función objetivo sea diferenciable. El algoritmo no garantiza encontrar la solución óptima, pero dicha solución es significativamente mejor que los métodos de optimización convencionales (gradiente descendiente y quasi-Newton) en este tipo de problemas.

El algoritmo consiste en:

- **Inicialización:** Se fijan los valores iniciales de las variables de manera aleatoria, considerando los valores mínimos y máximo de cada variable.
- **Mutación y Recombinación :** Se escogen 3 variables al azar (llamados vectores objetivo) y se obtiene un vector aleatorio' ruidoso (noisy random vectors). El valor de dichas variables es variado en función al ruido obtenido. Así la solución es mutada.
- **Selección :** Si el valor de la función objetivo mejora al incluir la mutación de dichas variables, se reemplaza la solución inicial por la mutación. En otro caso se mantiene la solución inicial.

D.4. Resultados simulación para los diferentes optimizadores y algoritmos

Tabla D.1: Comparación entre los resultados de diferentes optimizadores (Scipy y Gurobi) y algoritmos de convergencia (DE y CLA). Se utilizan como activos los cinco factores y no se permite venta corta.

Optimizador	Problema	Retorno	Volatilidad
DE	Max return	0.033%	1.140%
DE	Min variance	0.029%	0.857%
DE	Max Sharpe	0.032%	1.066%
DE	Max retorno adj vol	0.027%	1.110%
DE	Risk Parity	0.028%	0.992%
Gurobi	Max return	0.033%	1.140%
Gurobi	Min variance	0.029%	0.856%
Gurobi	Max retorno adj vol	0.027%	1.109%
Scipy	Max return	0.033%	1.140%
Scipy	Min variance	0.028%	1.016%
Scipy	Max Sharpe	0.031%	1.099%
Scipy	Max retorno adj vol	0.027%	1.120%
Scipy	Risk Parity	0.028%	1.016%
CLA	Min variance	0.029%	0.856%

Anexo E

Detalle resultados de simulaciones

E.1. Resultados sin costos de transacción

Tabla E.1: Métricas de rendimiento para los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el 2000 al 2019.

Restricciones	Problema de Optimización	Ventana Train/test	Total Return	Sharpe ratio annualized	Volatility annualized	Tracking error	Value at Risk 5%	Max Return Month	Min Return Month
Con venta corta	Max return	90/30	2.833	0.647	19.76%	0.009	-0.021	0.138	-0.169
	Max return adj vol	90/60	2.849	0.643	20.00%	0.009	-0.021	0.214	-0.158
	Min Variance	180/180	1.388	0.308	17.78%	0.003	-0.019	0.187	-0.190
	Max Sharpe Ratio	180/30	1.845	0.449	17.52%	0.006	-0.019	0.174	-0.144
Sin venta corta	Max return	120/30	1.801	0.466	16.15%	0.005	-0.018	0.091	-0.139
	Max return adj vol	180/120	1.777	0.460	16.34%	0.005	-0.018	0.091	-0.139
	Min Variance	60/60	1.273	0.275	16.98%	0.003	-0.018	0.113	-0.186
	Risk Parity	60/60	1.338	0.301	16.51%	0.003	-0.018	0.100	-0.182
	Max Sharpe Ratio	120/60	1.580	0.394	16.19%	0.004	-0.018	0.095	-0.140
-	MXUS Index		0.937	0.167	18.92%	0.000	-0.019	0.104	-0.188

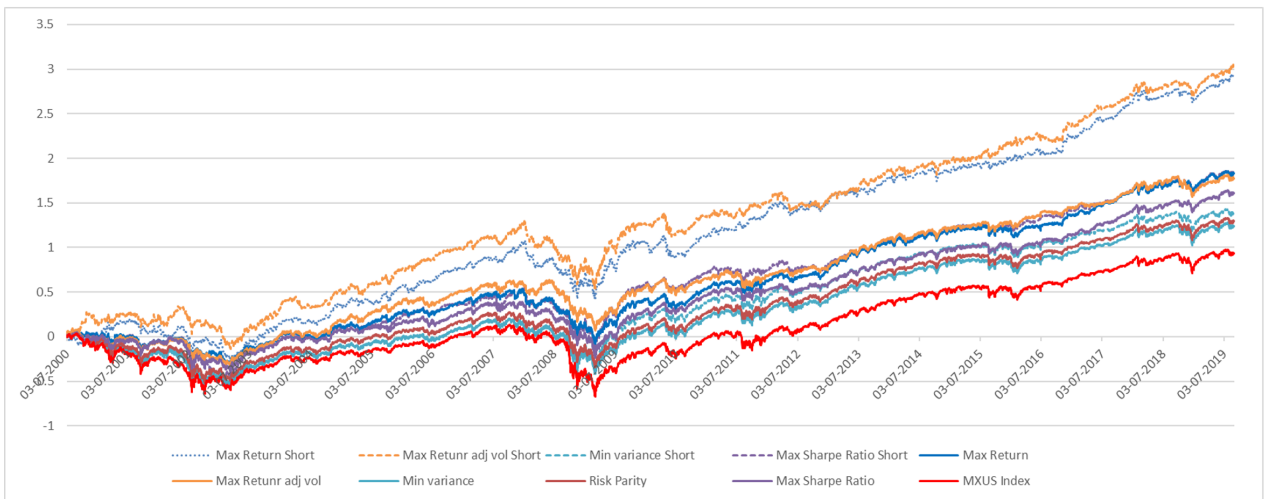


Figura E.1: Retornos acumulados de los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el año 2000 al 2019.

Tabla E.2: Métricas de rendimiento para los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el 2010 al 2019.

Restricciones	Problema de Optimización	Ventana Train/test	Total Return	Sharpe ratio annualized	Volatility annualized	Tracking error	Value at Risk 5%	Max Return Month	Min Return Month
Con venta corta	Max return	90/30	1.883	1.086	17.30%	0.008	-0.018	0.135	-0.119
	Max return adj vol	90/30	1.839	1.060	17.27%	0.007	-0.018	0.135	-0.119
	Min Variance	60/60	1.183	0.786	14.59%	0.001	-0.016	0.117	-0.109
	Max Sharpe Ratio	180/180	1.451	0.920	15.54%	0.004	-0.017	0.111	-0.089
Sin venta corta	Max return	120/60	1.458	1.014	14.17%	0.003	-0.015	0.079	-0.087
	Max return adj vol	120/60	1.458	1.014	14.17%	0.003	-0.015	0.079	-0.087
	Min Variance	60/60	1.179	0.793	14.49%	0.001	-0.016	0.104	-0.109
	Risk Parity	60/60	1.176	0.793	14.44%	0.001	-0.016	0.096	-0.111
	Max Sharpe Ratio	120/60	1.334	0.941	13.92%	0.002	-0.015	0.082	-0.084
-	MXUS Index		1.099	0.712	14.97%	0.000	-0.016	0.104	-0.095

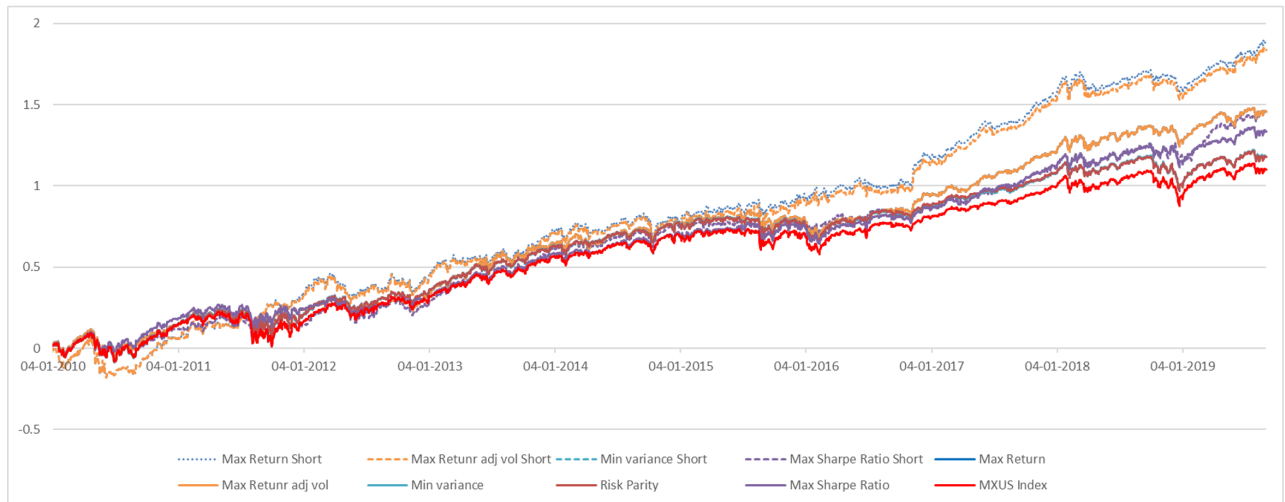


Figura E.2: Retornos acumulados de los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el año 2010 al 2019.

E.2. Resultados con costos de transacción

Simulaciones desde el 2000

Al incorporar los costos de transacción para el caso de la ventana de simulación utilizando todos los datos disponibles (desde el 2000), los portafolios pierden en promedio un -7.5% del retorno total acumulado. Este resultado es esperable, ya que la frecuencia de rebalance obtenida en los portafolios estudiados tiende a ser entre uno a tres meses.

En particular, para el caso de portafolios **sin venta corta**, los resultados sugieren que el impacto de los costos de transacción es mayor sobre los portafolios de máximo retorno (-10.05%), mínima varianza (-12.94%) y Risk Parity (-12.58%). Esto se debe a que dichos portafolios poseen una mayor frecuencia de rebalance en comparación a los otros portafolios (un mes para el caso de máximo retorno y dos meses para los otros dos portafolios).

En consecuencia, se vuelven a estimar las ventanas de calibración/prueba con costos de transacción. Dicho análisis sugiere que una configuración de 180/180 minimiza el impacto

de los costos de transacción en los portafolios de mínima varianza(-6,94 %) y Risk Parity (-8.68 %). Mientras que para el portafolio de máximo retorno, dicha configuración queda en 180/120, lo que genera un impacto sobre los retornos totales de -4.71 %.

Por otra parte, cuando se **permite venta corta**, solo dos portafolios se ven drásticamente afectados, estos son el portafolio de máximo retorno (-16.92 %) y máximo Sharpe Ratio (-20.14 %), donde la ventana de calibración y prueba encontrada anteriormente era de 90/30 y 180/30 (es decir, un rebalance cada un mes).

Al evaluar las simulaciones incorporando los costos de transacción, la nueva ventana de calibración/prueba para ambos portafolios es de 90/60 días. Con dicha ventana, los retornos totales de los portafolios se reducen solo en un 11.34 % y 12.84 % respectivamente.

Tabla E.3: Métricas de rendimiento para los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el 2000 al 2019 incluyendo los costos de transacción.

Restricciones	Problema de Optimización	Ventana Train/test	Total Return	Sharpe ratio annualized	Volatility annualized	Tracking error	Value at Risk 5%	Max Return Month	Min Return Month
Con venta corta	Max return	90/60	2.719	0.608	20.07%	0.009	-0.022	0.212	-0.159
	Max return adj vol	90/60	2.756	0.619	20.01%	0.009	-0.022	0.212	-0.159
	Min Variance	180/180	1.341	0.295	17.78%	0.003	-0.019	0.187	-0.190
	Max Sharpe	90/60	1.716	0.393	17.88%	0.006	-0.020	0.176	-0.159
Sin venta corta	Max return	180/120	1.754	0.453	16.33%	0.005	-0.018	0.091	-0.139
	Max return adj vol	180/120	1.753	0.452	16.33%	0.005	-0.018	0.091	-0.139
	Min Variance	180/180	1.204	0.266	17.01%	0.003	-0.018	0.131	-0.189
	Risk Parity	180/180	1.251	0.288	16.57%	0.003	-0.018	0.105	-0.183
	Max Sharpe	120/60	1.541	0.371	16.19%	0.004	-0.018	0.095	-0.140
-	MXUS Index		0.937	0.167	18.92%	0.000	-0.019	0.104	-0.188

Simulaciones desde el 2010

Mientras que al considerar las simulaciones en los últimos 10 años de datos disponibles (desde el 2010), en promedio los portafolios pierden un -3.88 % de su retorno total acumulado.

Para el caso de los portafolios **sin venta corta**, los portafolios más afectados son el de mínima varianza y Risk Parity, que de mantener las ventanas encontradas sin los costos de transacción (60/60 días para ambos), el retorno total de los portafolios se reduce en -6.13 % y -6.54 % respectivamente.

Al evaluar nuevamente las simulaciones incluyendo los costos de transacción, indican que las ventanas de calibración/prueba deben ser cambiadas a 180/180 días para ambos portafolios. Al realizar este cambio, el retorno total de estos portafolios se reduce solo en un -4.0 % y -3.61 % respectivamente.

Para el caso **con venta corta**, el único portafolio que se ve muy afectado es el de mínima varianza (-6.5 %). Al evaluar las simulaciones incluyendo los costos de transacción, es necesario cambiar de una ventana de calibración/prueba de 60/60 días a una 180/180 días. Al realizar este cambio, el retorno total del portafolio se ve reducido solo un -4.6 %.

Tabla E.4: Métricas de rendimiento para los diferentes problemas de optimización, incluyendo el índice de referencia (MXUS Index) desde el 2010 al 2019 incluyendo los costos de transacción.

Restricciones	Problema de Optimización	Ventana Train/test	Total Return	Sharpe ratio annualized	Volatility annualized	Tracking error	Value at Risk 5%	Max Return Month	Min Return Month
Con venta corta	Max return	90/30	1.822	1.049	17.30%	0.008	-0.018	0.133	-0.121
	Max return adj vol	90/30	1.776	1.022	17.28%	0.007	-0.018	0.133	-0.121
	Min Variance	180/180	1.136	0.756	14.60%	0.001	-0.016	0.109	-0.110
	Max Sharpe	180/180	1.437	0.911	15.54%	0.004	-0.017	0.111	-0.089
Sin venta corta	Max return	120/60	1.431	0.995	14.17%	0.003	-0.015	0.078	-0.088
	Max return adj vol	120/60	1.431	0.995	14.17%	0.003	-0.015	0.078	-0.088
	Min Variance	180/180	1.139	0.764	14.50%	0.001	-0.016	0.107	-0.110
	Risk Parity	180/180	1.140	0.768	14.44%	0.001	-0.016	0.105	-0.109
	Max Sharpe	120/60	1.298	0.914	13.92%	0.002	-0.015	0.081	-0.084
-	MXUS Index		1.099	0.712	14.97%	0.000	-0.016	0.104	-0.095

Anexo F

Documentación costos de transacción

Dentro de los problemas de *Asset Allocation*, un factor importante a considerar son los costos de transacción asociados a la generación del portafolio. Al generar un portafolio estático en el tiempo, estos costos pueden ser marginales, pero cuando se genera un portafolio con rebalance dinámico a lo largo del tiempo, se puede llegar a un portafolio subóptimo al no considerar estos costos (ver Kolm, Tütüncü, Fabozzi (2013)[11]).

Los costos de transacción consisten en costos directos (comisiones, impuestos y bid-ask spread) e indirectos (slippage¹). Para efectos de este trabajo de investigación, se consideró el bid-ask spread como una aproximación a los costos de transacción. Esto se debe principalmente a la disponibilidad de datos y a que se busca evidenciar el efecto que tienen dichos costos sobre los portafolios que poseen una alta frecuencia de rebalance (i.e. High turnover).

Los datos disponibles para agregar los costos de transacción son los precios Bid (precio más alto de compra) y Ask (precio más alto de venta) de cada ETF de los factores, desde el 2013 aproximadamente (la fecha de inicio varía según el ETF). Al considerar los datos directos obtenidos desde Bloomberg, es posible calcular el costo de transacción conocido como Bid-Ask Spread, este se calcula de la forma:

$$\text{Bid-Ask Spread} = \frac{\text{Ask}_{price} - \text{Bid}_{price}}{\text{Midpoint}} \quad (\text{F.1})$$

$$\text{Midpoint} = \frac{\text{Ask}_{price} + \text{Bid}_{price}}{2} \quad (\text{F.2})$$

Sin embargo, se evidencian outliers dentro de la muestra (ver), puesto que al analizar la descripción estadística de la muestra, se obtiene que en el percentil 75 los spreads son del orden de 0.0003, es decir, un costo de transacción asociado al Bid-Ask spread de un 0.03 %, pero al considerar los datos máximos de cada uno de los factores, se obtiene un costo de Bid-Ask spread de cercano a un 198 %. Además, se puede observar un comportamiento muy volátil de los datos a un comienzo de la historia, dicho comportamiento se observa hasta aproximadamente el 06/2015.

¹ Se refiere a la diferencia entre el precio esperado de una operación y el precio al que se ejecuta la operación.

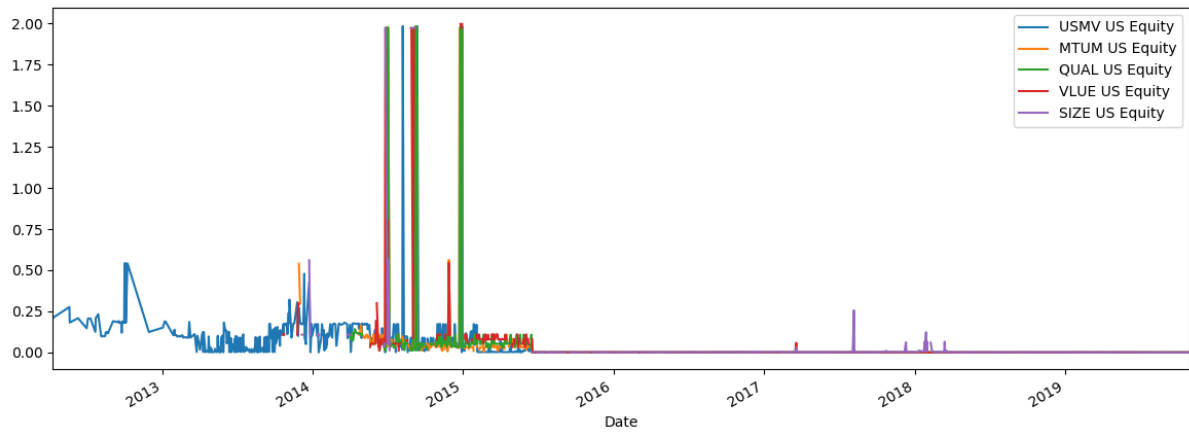


Figura F.1: Bid-Ask spread calculado para los 5 factores, en base a los datos directos disponibles de los ETFs de factores en la plataforma Bloomberg.

Tabla F.1: Descripción estadística del Bid-Ask spread, con los datos directos obtenidos de Bloomberg.

	USMV US Equity	MTUM US Equity	QVAL US Equity	VLUE US Equity	SIZE US Equity
count	1639	1346	1347	1242	1110
mean	0,0336	0,0231	0,0206	0,0301	0,0275
std	0,1267	0,1513	0,1345	0,1971	0,2003
min	0,0000	0,0000	0,0001	0,0000	0,0001
25%	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0010
50%	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0015
75%	0,0079	0,0006	0,0006	0,0008	0,0023
max	1,9842	1,9748	1,9823	1,9964	1,9966

Es por esto, que se realiza un winsorized a la muestra a partir del 06/2015, es decir, los spread que se encuentran por sobre el percentil 99 % o bajo el percentil %1, son fijados con los valores de los percentiles 99 % o 1 % respectivamente. Con esto, se obtiene un comportamiento más estable y es posible obtener métricas estadísticas (como el promedio y la desviación estándar) representativas del comportamiento normal del Bid-Ask Spread.

Al realizar esta limpieza de los datos disponibles, se obtiene el factor de Mínima Volatilidad (USMV US Equity) presenta el menor Bid-Ask Spread, con un promedio de 0.024 % y un máximo de 0.047 %. Por otra parte, el factor Size (SIZE US Equity) presenta el mayor spread, con un promedio de 0.168 % y un máximo de 0.343 %.

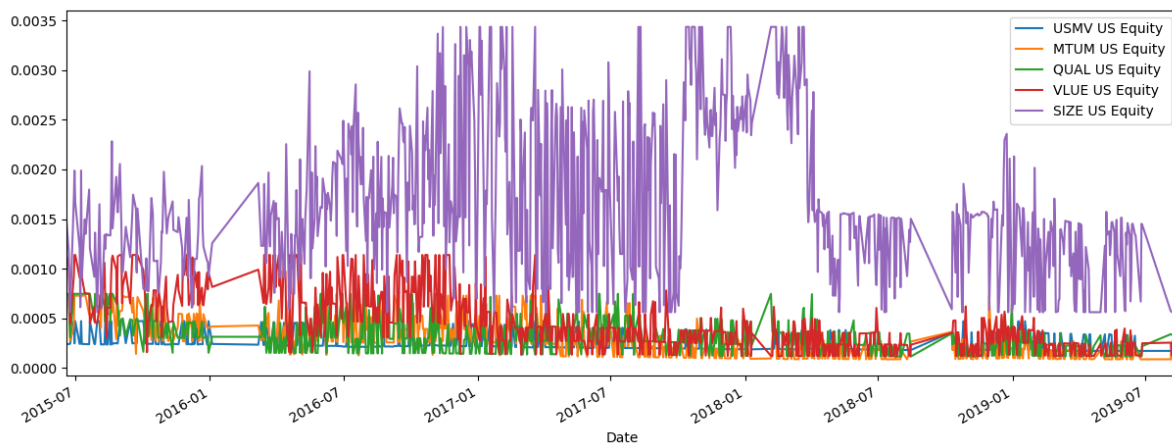


Figura F.2: Bid-Ask spread calculado para los 5 factores, en base a los datos con filtros al percentil +/- 5% desde el 06/2015 de los ETFs de factores

Tabla F.2: Descripción estadística Bid-Ask spread calculado para los 5 factores, en base a los datos con filtros al percentil +/- 5% desde el 06/2015 de los ETFs de factores.

	USMV US Equity	MTUM US Equity	QUAL US Equity	VLUE US Equity	SIZE US Equity
count	917	829	819	718	759
mean	0,00024	0,00028	0,00030	0,00044	0,00168
std	0,00008	0,00016	0,00014	0,00025	0,00066
min	0,00017	0,00009	0,00012	0,00012	0,00057
25%	0,00019	0,00018	0,00022	0,00025	0,00123
50%	0,00021	0,00026	0,00028	0,00039	0,00154
75%	0,00024	0,00039	0,00040	0,00060	0,00217
max	0,00047	0,00073	0,00075	0,00114	0,00343

En base a este análisis, obtiene el Bid-Ask spread promedio para cada factor y dicho promedio se utilizará en la simulación de los portafolios como una aproximación de los costos de transacción (dado que estos son los datos que se disponen para la investigación). Por tanto, cada vez que se realice un rebalance en una fecha t' , se recalculará el retorno de la forma:

$$r'_{it'} = r_{it'} - \text{Bid - Ask Spread}_i \quad \forall i \in \text{Factores} \quad (\text{F.3})$$

Anexo G

Análisis de estabilidad portafolios de máximo retorno

Dado que al realizar las simulaciones (tanto con y sin costos de transacción) se obtiene que los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por riesgo son inestables en el tiempo, se estudia la inclusión de restricciones sobre el peso mínimo y/o máximo que pueden tomar los activos al momento de optimizar los problemas, bajo la primicia de estabilizar los portafolios al evitar que los portafolios concentren su cartera en un solo activo. Donde se considera:

- Peso máximo de 50 % ($w_i \leq 0.5$)
- Peso mínimo de un 10 % ($w_i \geq 0.1$)
- Peso máximo de un 50 % y un peso mínimo de un 10 % ($0.1 \leq w_i \leq 0.5$)

Al analizar las simulaciones, se constata que tanto la volatilidad como el retorno total de los portafolios se ve disminuido en comparación al caso base sin límites. Adicionalmente, se constata se mantiene la inestabilidad de las ventanas (dependiendo de la muestra utilizada, la ventana de calibración/prueba que permite obtener el mejor resultado varía), los pesos se concentran en los límites impuestos (soluciones esquinas) y la variabilidad de los retornos (desviación estándar) al considerar diferentes ventanas de calibración/prueba es menor al caso base, pero sigue siendo mayor a un 10 %.

Tabla G.1: Variación portafolios máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad al incluir límites superiores e inferiores.

Portafolio	Restricciones	Retorno total acumulado	Volatilidad anualizada	Estabilidad retornos (STD)
Max retorno	Sin limites	1.80	16.15%	13.26%
	Limite superior (S)	1.67	16.13%	10.02%
	Limite inferior (I)	1.59	15.87%	10.34%
	Limite S & I	1.57	15.86%	10.67%
Max retorno adj vol	Sin limites	1.78	16.34%	11.31%
	Limite superior (S)	1.67	16.13%	10.08%
	Limite inferior (I)	1.59	15.84%	10.51%
	Limite S & I	1.56	15.86%	10.64%

Este resultado se atribuye a que dichos portafolios maximizan el retorno esperado, considerando el retorno esperado de cada activo como el promedio muestral en la ventana de calibración, lo cual genera que el resultado obtenido varíe abruptamente ante una variación en el tamaño de la ventana y concentre por definición el peso en el activo que obtuvo un mayor retorno promedio en la ventana, lo que provoca que estos portafolios sean inestables en el tiempo. Considerando esto, no se recomienda la utilización de estos portafolios a la contraparte del proyecto.

Se sugiere la inclusión de un retorno esperado acorde a un modelo (econométrico o incluir las expectativas del inversionista) como se propone en Black & Litterman 1992[4], para evaluar la estabilidad y rendimiento que se obtiene.

Anexo H

Análisis del portafolio recomendado

En base a las simulaciones, se establece que los portafolios de mínima varianza, Risk Parity y máximo Sharpe Ratio (SR) son consistentemente estables en el tiempo. Al comparar todos los portafolios analizados con una configuración de 120/60 (Tabla H.1) como ventana de calibración/prueba, se constata que el portafolio de máximo SR logra superar en retorno acumulado de 20 años tanto a los Factores USA como al índice de referencia (MSCI USA Index). Si bien, este portafolio no es capaz de superar el rendimiento de los portafolios de máximo retorno y máximo retorno ajustado por volatilidad, sí demuestra de manera robusta ser estable en el tiempo (a diferencia de estos dos portafolios), por lo que no es recomendable la utilización de estos portafolios.

Adicionalmente, de la Tabla H.1 se desprende que: (1) Los factores *Size* y *Value* presentan un rendimiento bajo el mercado en los últimos 5 años (lo cual es consistente con lo planteado en Swedroe (2019)[21], Lee (2019)[12] y Siobhan, R. (2019)[19]); (2) Efectivamente el factor *MinVol* es el que presenta la menor volatilidad anualizada dentro del periodo analizado ; (3) En cuanto a volatilidad, se evidencia que el portafolio *Risk Parity* presenta una menor volatilidad (real) en comparación al portafolio de mínima varianza, sin embargo, estos portafolios presentan la mayor volatilidad dentro del conjunto de portafolios analizados, esto se debe a que el minimizar la volatilidad en la muestra (ventana de calibración) no asegura que el comportamiento se mantenga fuera de la muestra (Lopez de Prado, M. (2018)[13]).

Considerando lo analizado en este trabajo, es que se propone considerar el portafolio de máximo SR (120/60), dada su estabilidad (estabilidad de ventana, retornos y *Allocation*), rendimiento (superar a los índices en retorno acumulado total) y métricas de riesgo. Sin embargo, cabe destacar que al analizar los retornos por año (Tabla H.2) se evidencia que este portafolio no supera al benchmark de manera consistente (i.e no cumple con la hipótesis inicial del proyecto).

Tabla H.1: Resumen rendimientos^a portafolios^b, índice de referencia (MSCI USA Index) e índices de factores. Considerando como punto de referencia el último dato disponible (30/08/2019) al momento de realizar el estudio.

		Retorno total neto al 30/Ago/2019 en USD							
		YTD	1Y	3Y	5Y	10Y	2000 al 2010	20Y	Volatilidad
MSCI USA Index		16.6%	1.8%	11.3%	8.9%	11.1%	-1.6%	4.7%	18.9%
Portafolios	Max Return	17.8%	9.6%	20.1%	14.3%	14.4%	3.4%	8.9%	16.1%
	Max Return adj	17.8%	9.6%	20.1%	14.3%	14.4%	3.2%	8.8%	16.1%
	Min Variance	16.4%	-0.2%	10.6%	8.3%	11.1%	-0.1%	5.5%	17.0%
	Risk Parity	16.3%	-0.1%	10.5%	8.3%	11.1%	0.7%	5.9%	16.6%
	Max Sharpe Ratio	18.3%	10.6%	17.3%	13.1%	13.1%	2.4%	7.7%	16.2%
Factores USA	MinVol	20.3%	13.3%	12.4%	11.8%	12.3%	1.2%	6.7%	15.2%
	Momentum	19.9%	3.5%	16.1%	13.3%	14.0%	0.2%	7.1%	19.1%
	Size	16.2%	0.8%	10.1%	8.0%	11.1%	1.1%	6.1%	19.3%
	Quality	20.5%	6.2%	13.9%	11.4%	12.3%	-0.4%	6.0%	17.4%
	Value	9.4%	-10.1%	8.1%	5.3%	9.7%	4.4%	7.0%	20.0%

^a Los retornos calculados son continuamente compuesto (retornos logarítmicos) y las métricas superiores a un año que se encuentran anualizadas.

^b Todos los portafolios consideran una ventana de [120/60]

Tabla H.2: Retornos logaritmos acumulados por año portafolio Max Sharpe Ratio (120/60) sin ventas cortas, índice de mercado (MSCI USA Index) e índices de factores. Se marcan en rojo los años en donde se obtiene un rendimiento por bajo el mercado.

	Max Sharpe Ratio	MSCI USA Index	MinVol	Momentum	Size	Quality	Value
2000	-1.3%	-11.6%	3.9%	-9.4%	0.9%	-11.7%	0.0%
2001	-5.4%	-13.2%	-7.2%	-19.4%	-10.5%	-10.3%	1.1%
2002	-23.6%	-26.3%	-17.7%	-13.5%	-24.7%	-22.1%	-17.9%
2003	24.2%	25.0%	16.7%	22.8%	28.6%	17.9%	27.9%
2004	12.1%	9.7%	12.5%	15.2%	12.8%	9.2%	17.6%
2005	5.5%	5.0%	5.0%	17.2%	7.1%	2.0%	11.8%
2006	12.9%	13.7%	11.1%	9.9%	13.2%	10.8%	17.4%
2007	9.7%	5.3%	4.7%	16.0%	4.6%	9.6%	0.5%
2008	-35.0%	-47.1%	-32.9%	-53.0%	-49.6%	-36.6%	-47.0%
2009	25.0%	23.3%	16.1%	15.8%	28.9%	27.0%	32.2%
2010	17.3%	13.8%	13.0%	16.4%	16.9%	11.3%	11.4%
2011	5.9%	1.4%	11.3%	5.3%	0.0%	7.4%	-3.3%
2012	4.8%	14.3%	9.7%	13.4%	14.9%	12.5%	14.8%
2013	28.7%	27.6%	21.8%	29.3%	29.4%	28.3%	35.2%
2014	11.2%	11.9%	14.6%	13.3%	12.2%	10.7%	15.7%
2015	4.2%	0.7%	4.8%	8.3%	-1.2%	6.3%	-7.3%
2016	10.3%	10.3%	9.4%	4.5%	11.1%	7.1%	14.0%
2017	26.4%	19.2%	16.9%	31.7%	18.2%	22.6%	19.3%
2018	3.6%	-5.2%	0.9%	-2.0%	-7.2%	-3.2%	-12.5%
2019	18.3%	16.6%	20.3%	19.9%	16.2%	20.5%	9.4%
Total acumulado	154.1%	94.4%	134.8%	141.7%	122.0%	119.2%	140.2%
Total anualizado	7.7%	4.7%	6.7%	7.1%	6.1%	6.0%	7.0%

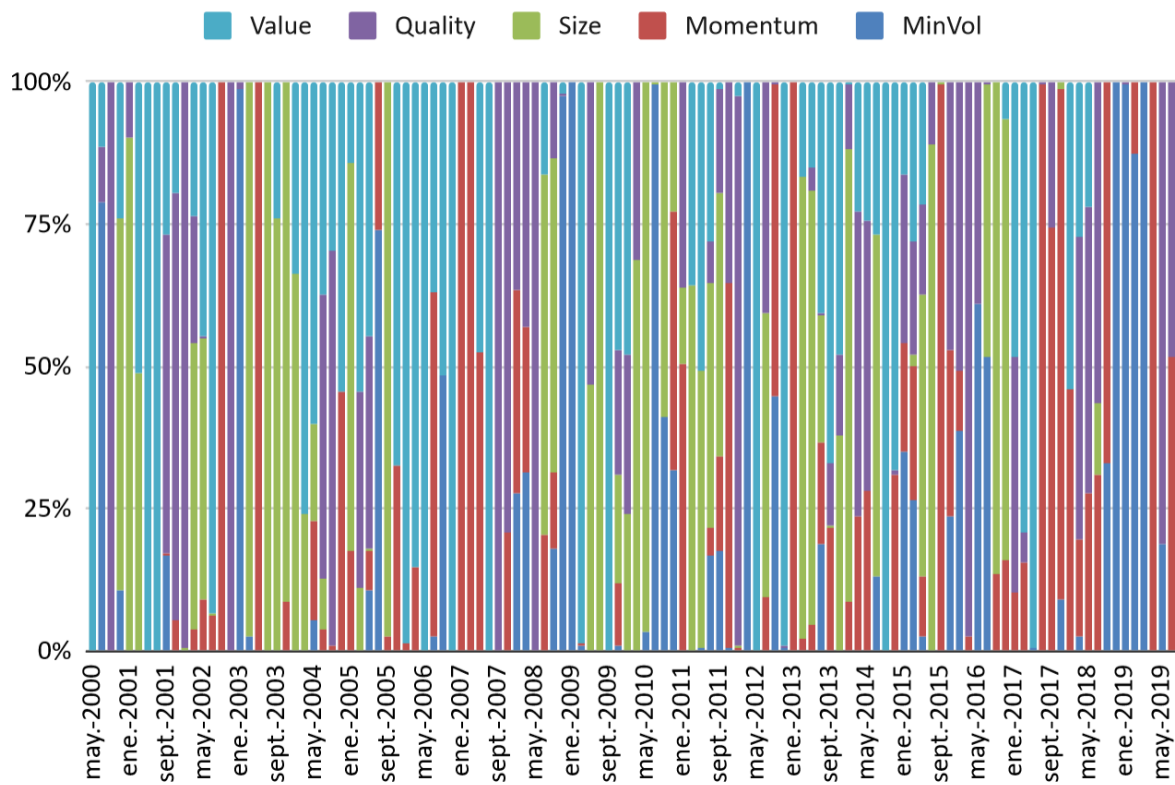


Figura H.1: Constituyentes portafolio Máximo Sharpe Ratio (120/60) sin ventas cortas e incluyendo los costos de transacción desde el año 2000.