



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

ESTUDIO DE LA FÍSICA PRESENTE EN SOLDADURA DE PLASMA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

STEFANO YERIS SACCO HAWAS

PROFESOR GUÍA
PATRICIO MENDEZ PINTO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN
RUBÉN FERNÁNDEZ URRUTIA
ALVARO VALENCIA MUSALEM

SANTIAGO DE CHILE

2020

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO
POR: **STEFANO YERIS SACCO HAWAS**
FECHA: 2020
PROF. GUÍA: PATRICIO MENDEZ

ESTUDIO DE LA FÍSICA PRESENTE EN SOLDADURA DE PLASMA

Existen diferentes tipos de soldadura ampliamente utilizadas alrededor del mundo. Una de ellas es la soldadura TIG cuyas características principales son que no se utiliza un electrodo consumible y que se forma un arco eléctrico durante su empleo. La presente tesis se desarrolla en torno a la columna de plasma formada en el arco.

Debido a la inexistencia de fórmulas de simple utilización para su modelación, se desarrolló esta tesis que tiene por finalidad la creación de fórmulas que modelen el ancho de la columna del plasma y los perfiles de velocidades de esta.

Para lograr este objetivo, se dedujeron diferentes expresiones a partir del modelo de Landau-Squire, al cual se le hicieron una serie de aproximaciones geométricas y matemáticas, las que permitieron obtener una expresión para el radio de las isoclinas de temperaturas y de velocidades.

Luego se validaron las fórmulas obtenidas con el modelo de la columna de plasma desarrollada por los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez. Debido a las limitaciones del modelo desarrollado en esta tesis, se calculó un desfase que iguala la presión del cátodo con la presión de Maecker y se iteró sobre las propiedades termodinámicas logrando un mejor ajuste de las curvas.

Como conclusión, el modelo permite calcular las velocidades, las temperaturas y los radios de las curvas asociadas a ambos conceptos. El rango de error entre el modelo desarrollado y el modelo de los doctores mencionados varía entre un 2.4 % y un 34.2 % lo que se debe a múltiples factores, tales como las limitaciones propias del modelo de Landau-Squire, la decisión de un voltaje constante para distintas longitudes de arco y la utilización de aproximaciones en las desarrollo de las fórmulas.

*Dedicada a mi mamá, a mi papá y a Mari
que siempre han creído en mí*

Agradecimientos

En primer lugar agradecer a mi familia que me ha apoyado en mis locuras internacionales, en mis estudios y en casi cualquier proyecto que se me ocurra. A mi abuela Papu por ser ella y siempre tener algo para conversar y distraerme con su único sentido del humor.

En segundo lugar a Mari, que ha sido mi compañera desde el colegio y en todo mi pregrado, de todos los malos momentos y también de los buenos. De los viajes que surgen espontáneamente y de muchas aventuras.

También agradecer a la tía Ruth y a Pancho, que han compartido mis momentos de estrés y muchas veces me han ayudado a visualizar y enfocarme en mis planes. Además a los abuelos de Mari, en especial al tío Jorge por ayudarme a la corrección de esta tesis, por darme de su tiempo y sus consejos para discutir distintas ideas y formas de escribir.

A mis amigos de siempre, que cada vez se requieren de más excusas para juntarnos pero cuando nos juntamos seguimos siendo tan amigos como cuando íbamos en el colegio. A mis amigos de la U, que hicieron que disfrutara mucho más mi tiempo en la facultad.

Al profesor Patricio por acogernos en Canadá, guiarnos y brindarnos apoyo. También por darme la oportunidad de hacer mi tesis con él y guiarme en el proceso. Al gobierno de Canadá y a la Universidad de Alberta por financiar mi tesis.

A Luci, Robyn, Addy, Daniel, Syed, Ale, Migue, Joaco, Jack y Freddy por hacer de mi pasantía en Canadá un tiempo increíble, estar siempre motivados para viajar y conocer, y acompañarme en todo el tiempo que estuve allá.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivos Generales	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Alcances	3
2. Antecedentes	5
2.1. Soldadura	5
2.1.1. Soldadura al arco	5
2.1.2. Partes constituyentes y elementos de la soldadura de arco de plasma	6
2.2. Plasma	8
2.2.1. Fenómenos que afectan al plasma en soldadura	8
2.2.1.1. Efecto Joule	9
2.2.1.2. Efecto Thomson	9
2.3. Formas de transferencia de calor en soldadura	10
2.3.1. Radiación	10
2.3.2. Conducción	11
2.3.3. Advección	11
2.3.4. Calor latente de evaporación y fusión	12
2.4. Número de Prandtl	12
2.5. Modelo de Landau-Squire	13
2.5.1. Hipótesis del modelo	13
2.5.2. Ecuaciones constituyentes	14

2.5.3.	Fuerza ejercida por un jet electromagnético	18
2.5.4.	Presión en el centro del cátodo ejercida por un jet electromagnético	19
3.	Metodología	20
4.	Desarrollo	22
4.1.	Soluciones del modelo	22
4.1.1.	Velocidad	23
4.1.2.	Temperatura	24
4.1.3.	Número de Squire	24
4.1.4.	Ecuación de la temperatura adimensional y radio de la isoterma	25
4.1.4.1.	Longitud característica (z_c)	26
4.1.4.2.	Ecuación de temperatura en función de la longitud característica (z_c) y ecuación adimensional de temperatura.	26
4.1.4.3.	Radio adimensional de temperatura ($r_{t_{max}}^*$)	27
4.1.4.4.	Radio dimensional de la temperatura en función del radio (r_t)	29
4.1.5.	Ecuación de la velocidad axial adimensional y radio de la isovelocidad	29
4.1.5.1.	Velocidad axial	30
4.1.5.2.	Velocidad en función de la longitud característica (u_{z_c})	30
4.1.5.3.	Adimensionalización de la ecuación de la velocidad axial	31
4.1.5.4.	Radio adimensional de la velocidad máxima ($R_{u_{max}}^*$)	32
4.1.5.5.	Radio dimensional de la velocidad en función del radio (r_u)	32
4.2.	Modelo de Matlab	33
4.2.1.	Validación de modelo de Matlab	34
4.2.2.	Supuestos y justificaciones	35
4.2.2.1.	Incompresibilidad del argón	36
4.3.	Cálculo de propiedades utilizadas en el modelo	37
4.3.1.	Cálculo del valor de la conductividad térmica efectiva (k_{eff}) .	37

4.3.2.	Cálculo de la capacidad calorífica por la densidad efectiva $(\rho c_p)_{eff}$	38
4.3.2.1.	Supuestos utilizados	38
4.3.2.2.	Valores obtenidos	38
4.3.3.	Cálculo de la difusividad térmica efectiva (α_{eff})	39
4.3.4.	Selección de un valor para la viscosidad cinemática (ν) y número de Prandtl	39
4.3.5.	Cálculo del desfase de la fuente de calor	41
4.3.6.	Voltaje de la fuente de calor	41
5.	Resultados	44
5.1.	Gráficos de propiedades termodinámicas del Argón	44
5.2.	Resultados del modelo desarrollado en esta tesis a diferentes temperaturas.	48
5.3.	Comparación entre modelos	50
5.3.1.	Radios obtenidos a 10000 °K con el modelo desarrollado en esta tesis.	51
5.3.2.	Radios obtenidos con el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez [6]	52
5.3.3.	Errores entre los modelos	53
5.3.4.	Gráficos de curvas comparando los diferentes modelos	54
5.3.4.1.	Comparación gráfica entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis.	54
5.3.4.1.1.	Isotermas	55
5.3.4.1.2.	Isovelocidades	57
5.3.4.2.	Comparación gráfica entre el modelo desarrollado en esta tesis y el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez.	59
5.3.4.2.1.	Isotermas	59
5.3.4.2.2.	Isovelocidades	61
5.3.4.3.	Comparación gráfica entre el modelo desarrollado en esta tesis, el modelo de Landau-Squire y el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez.	63

5.3.4.3.1. Isotermas	64
5.3.4.3.2. Isovelocidades	66
6. Discusión	68
6.1. Propiedades de los gráficos del argón	68
6.1.1. Ionización del gas	68
6.1.2. Conductividad eléctrica del argón	69
6.1.3. Viscosidad cinemática	69
6.1.4. Número de Prandtl	69
6.1.5. Conductividad térmica	70
6.2. Respecto a la fuente de calor considerada en el modelo de Landau-Squire	70
6.3. Consideraciones y supuestos de los modelos utilizados	71
6.3.1. Modelo de Landau-Squire	72
6.3.2. Modelo desarrollado en esta tesis	72
6.3.3. Modelo desarrollado por los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez	73
6.4. Diferencias entre medidas experimentales del plasma y valores obte- nidos con el modelo.	75
6.4.1. Orden de magnitud de la velocidad y viscosidad cinemática . .	75
6.4.2. Densidad de corriente	75
6.5. Propiedades termodinámicas	76
6.6. Errores	76
6.6.1. Gráficos comparativos	77
6.6.1.1. Gráficos comparativos de Landau-Squire con el mo- delo desarrollado en esta tesis.	77
6.6.1.2. Gráficos comparativos de modelo de los doctores con el modelo desarrollado en esta tesis.	78
6.6.1.3. Gráficos comparativos de todos los modelos usados en esta tesis.	78
6.6.2. Forma del plasma de argón	79
7. Conclusiones	80
7.1. Trabajo Futuro	81
Bibliografía	82

Índice de Ilustraciones

2.1.	Esquema de soldadura TIG [1]	7
2.2.	Imagen de arco de plasma en Sol tomada con Rayos X [18]	8
2.3.	Radiación emitida por un cuerpo negro en función de la longitud de onda a diferentes temperaturas [3].	10
4.1.	Resultados obtenidos por Squire	34
4.2.	Resultados tras la ejecución del modelo.	34
4.3.	Validación del modelo, contornos de temperatura.	34
4.4.	Resultados obtenidos por Squire	34
4.5.	Resultados tras la ejecución del modelo.	34
4.6.	Validación del modelo, contornos de líneas de flujo.	34
4.7.	Comportamiento de la conductividad eléctrica del argón en función de la temperatura	35
5.1.	Comportamiento de la conductividad térmica del argón en función de la temperatura.	44
5.2.	Comportamiento de la viscosidad del argón en función de la temperatura.	45
5.3.	Comportamiento de la densidad del argón en función de la temperatura.	45
5.4.	Comportamiento de la viscosidad cinemática del argón en función de la temperatura.	46
5.5.	Comportamiento de la conductividad eléctrica del argón en función de la temperatura.	46
5.6.	Comportamiento del calor específico del argón en función de la temperatura.	47
5.7.	Comportamiento del número de Prandtl del argón en función de la temperatura.	47
5.8.	Isotermas obtenidas	48

5.9.	Isovelocidades obtenidas	49
5.10.	Comparación entre las isolíneas de velocidad y temperatura obtenidas .	50
5.11.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	55
5.12.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	55
5.13.	Comparación de los radio de las isoterms entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	56
5.14.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	56
5.15.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	57
5.16.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	57
5.17.	Comparación de los radio de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	58
5.18.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	58
5.19.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	59
5.20.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	60
5.21.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	60
5.22.	Comparación de los radios de las isoterms entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	61
5.23.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	61
5.24.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	62
5.25.	Comparación de los radio de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	62

5.26.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	63
5.27.	Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	64
5.28.	Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	64
5.29.	Comparación de los radio de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	65
5.30.	Comparación de los radio de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	65
5.31.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].	66
5.32.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].	66
5.33.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].	67
5.34.	Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].	67
6.1.	Zonas con diferentes mecanismos de transferencia de calor desarrollado por Velasquez-Sanchez et al [6]	71
6.2.	Comparaciones de los radios de isothermas variando los valores de corriente y el largo del arco desarrolladas por Delgado et al. [5].	73

Índice de Tablas

4.1.4.1.Relaciones utilizados para realizar la adimensionalización de la ecuación de la temperatura	27
4.1.5.1.Relaciones utilizados para realizar la adimensionalización del radio de la velocidad axial	29
4.2.2.1.Cálculo del número de Mach	36
4.3.4.1.Pruebas realizadas con la viscosidad cinemática	40
4.3.6.1.Tabla de voltajes en arcos de 150 [A], en donde prima el efecto Joule como fuente de calor principal y los voltajes van aumentando desde el cátodo al ánodo.	42
4.3.6.2.Tabla de diferencias entre el voltaje mínimo y máximo de la tabla anterior.	42
4.3.6.3.Tabla de voltajes en arcos en donde prima el efecto Joule como fuente de calor principal y los voltajes van aumentando desde el cátodo al ánodo.	43
4.3.6.4.Tabla de diferencias entre el voltaje mínimo y máximo de la tabla anterior.	43
5.2.0.1.Tabla de propiedades utilizadas para la modelación a 7200 °K	48
5.2.0.2.Tabla de radios de isoterms obtenidos	49
5.2.0.3.Tabla de radios de isovelocidades obtenidos	50
5.3.0.1.Tabla de propiedades utilizadas para la modelación a 10000 °K	51
5.3.1.1.Tabla de radios de isoterms a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.	51
5.3.1.2.Tabla de radios de isovelocidades a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.	52
5.3.2.1.Tabla de radios de isoterms a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.	52

5.3.2.2.Tabla de radios de isovelocidades a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.	53
5.3.3.1.Tabla de cuantificación de errores en los radios de las isothermas.	53
5.3.3.2.Tabla de cuantificación de errores en los radios de las isovelocidades.	54
5.3.4.1.Tabla de desfases en función del amperaje.	54

Variable	Unidad	Descripción
c_p	$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$	Calor específico a presión constante
h	J kg^{-1}	Entalpía
k	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$	Conductividad térmica
q	W	Calor
I	A	Intensidad de corriente
J	I m^{-2}	Densidad de corriente
P	W	Potencia
Pr	–	Número de Prandtl
a	–	Constante de Squire
$u_{r_{sq}}$	m s^{-1}	Velocidad radial de Squire
v_θ	m s^{-1}	Velocidad angular de Squire
V_x	m s^{-1}	Proyección de las velocidades de Squire en el eje X
u_z	m s^{-1}	Proyección de las velocidades de Squire en el eje Z
p	Pa	Presión ejercida por la columna de plasma
F	N	Fuerza electromagnética
T	K	Temperatura
T_0	K	Temperatura inicial
T_c	K	Temperatura de interés
T_∞	K	Temperatura evaluada en un punto lejano
h_c	$\text{W K}^{-1} \text{m}^{-2}$	Coefficiente de convección
A_c	m^2	Área en contacto
A_s	m^2	Área superficial
r_{sq}	m	Radio de Squire
x, y, z	m	Coordenadas cartesianas
Letras griegas		
α	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Difusividad térmica
ρ	kg m^{-3}	Densidad
ϑ	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$	Viscosidad cinemática
σ_b	J K^{-1}	Constante de Stefan-Boltzmann
μ_o	T m K^{-1}	Permeabilidad magnética en el vacío
μ	$\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$	Viscosidad
ϵ	–	Emisividad
Acrónimos		
MIG		Metal Inert Gas Welding
TIG		Tungsten Inert Gas Welding

Capítulo 1

Introducción

Los procesos de soldadura se han llevado a efecto desde tiempos inmemoriales, es así que desde el año 310 d.C. se registran ejemplos de su utilización, en particular, esta aseveración se ve reflejada en el pilar de Hierro de Delhi, India, donde se puede apreciar la unión de metales [2]. Aunque los métodos utilizados antiguamente consistían en el calentamiento y posterior unión de dos o más materiales, la forma de soldar cambió abruptamente con la aparición del arco eléctrico y la posterior creación de los electrodos.

En la actualidad, existen diferentes técnicas de soldadura tales como el arco de plasma, la exposición directa a una fuente de calor, la fricción o las vibraciones, que son utilizadas según los requerimientos de la industria y según el tipo de acabado que se quiere lograr. A continuación se detallarán algunos aspectos del arco de plasma debido a su relevancia para este trabajo.

El arco de plasma térmico se produce cuando el gas utilizado en su generación alcanza la temperatura necesaria para su ionización, generándose una banda de conducción eléctrica que permite, de forma simple, el flujo de electrones.

Existen variados tipos de plasmas utilizados en soldadura dependiendo del tipo de gas que se utiliza para generarlos. La calidad de la soldadura varía y la profundidad de la zona térmicamente afectada también según el tipo de plasma que se esté utilizando, Mendez et al. [13].

Al emplear diferentes gases para generar el plasma, las propiedades de éste cambian y existe la hipótesis que estos cambios pueden ser modelados a través diferentes valores del número de Prandtl.

El presente trabajo de titulación tiene por objetivo encontrar ecuaciones que relacionen el valor del Pr con las dimensiones del plasma, utilizando en principio las ecuaciones del modelo de Landau-Squire y posteriormente, las ecuaciones deducidas por el Dr. Patricio Mendez para el estudio de las dimensiones del plasma.

1.1. Motivación

Existe una motivación científica ya que el trabajo desarrollado en esta tesis es el primero de este tipo y el primero en relacionar propiedades termodinámicas a unas fórmulas que permitan dimensionar el ancho de la temperatura y velocidad de la columna plasma.

La importancia de la creación de estas formulas radica en que:

- Su utilización permite ahorrar dinero y tiempo a la industria, esto debido a que se ejecutan en pocos segundos y a través de cualquier software programable.
- Estas permiten dimensionar el ancho mínimo de las piezas a soldar de una forma rápida y simple facilitando el diseño de las partes a soldar.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Generales

Obtener una serie de fórmulas simplificadas basadas en el modelo de Landau-Squire que puedan estimar la velocidad axial del arco, las dimensiones de este y que además, se puedan aplicar a otros arcos producidos por el uso de distintos gases.

1.2.2. Objetivos específicos

- Analizar el comportamiento de la conductividad térmica, conductividad eléctrica, número de Prandtl, viscosidad y viscosidad cinemática asociados a los cambios de temperatura.
- Estimar los radios de las isothermas del arco y analizar el efecto de la variación del número de Prandtl sobre estas.
- Estimar teóricamente los radios de las curvas de isovelocidad del arco y estudiar el efecto de la viscosidad cinemática sobre estos.
- Comparar los resultados de modelos numéricos con los resultados experimentales.

1.3. Alcances

- Se realiza un modelo simplificado basado en el modelo numérico de Landau-Squire.
- Se estudia la zona de la columna del plasma.
- Se estudian el radio de la columna de plasma y se relacionan con el amperaje.

- Se estudia el plasma generado por soldadura TIG.
- Se realiza el estudio del plasma de argón.
- Se utiliza corriente de 150 [A] a 300 [A].

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Soldadura

La soldadura es un proceso que mediante el uso de calor o vibraciones permite la conexión de las partes que se desean unir. Existen diferentes tipos de soldadura tales como soldadura al arco, soldadura ultrasónica, soldadura por explosión, etc. Para el desarrollo de esta tesis se profundizará en la soldadura por arco de plasma y sus elementos constituyentes.

2.1.1. Soldadura al arco

La soldadura al arco se produce cuando se genera una diferencia de potencial entre el cátodo y el ánodo, que poseen carga positiva y negativa respectivamente. Cuando se comunican estos puntos se genera el arco de plasma.

En la soldadura por arco de plasma se produce la ionización del gas transformándolo en plasma, este plasma posee elevadas temperaturas (del orden de 10000 °K) y debido al calor generado se produce la fusión de lo que se desea soldar y/o del material de aporte que se utiliza para unir los diferentes componentes. Este proceso se puede

realizar principalmente de dos formas; en primer lugar, se puede realizar con un electrodo que se funde debido a las altas temperaturas, el que se deposita en la piscina de soldadura y se deja enfriar rápida o lentamente, según requerimientos técnicos. Este método recibe el nombre de soldadura MIG (*Metal Inert Gas*). El segundo tipo de soldadura no requiere material de aporte y recibe el nombre de soldadura TIG (*Tungsten Inert Gas*). En este caso, el electrodo es de tungsteno cuyo punto de fusión está por sobre la temperatura del plasma en su punto de contacto, permaneciendo invariable y lo que se funde es directamente el material que se quiere soldar. Existen casos en que se puede agregar material de aporte a este tipo de soldadura pero es poco usual debido a que se requiere de gran precisión para su correcta utilización.

Para un mejor resultado de estos procesos se utilizan gases de protección que crean una barrera que empuja el aire y evita el contacto con la zona recién soldada. Esto elimina la contaminación por vapor de agua y disminuye la cantidad de óxido generado, mejorando la calidad de la soldadura.

2.1.2. Partes constituyentes y elementos de la soldadura de arco de plasma

El arco de plasma que se genera está compuesto principalmente de tres zonas, estas son cátodo, ánodo y zona columnar. Además, la zona de la columna está delimitada por una isoterma que se asocia a la temperatura en que comienza el aumento en la cantidad de conducción de corriente en el gas ionizado. El valor de esta isoterma varía entre 7000°K a 12000°K, dependiendo del gas que se utilice y el amperaje con el que se esté soldando.

La zona del cátodo es una zona que posee carga positiva, la que recibe el flujo de electrones emanados del ánodo. La gran presión producida por la densidad de corriente al pasar por el área de la boquilla contrarresta la fuerza electromagnética producida por el flujo de electrones e impulsa el flujo del plasma hacia el cátodo[1], donde ocurre una caída del voltaje.

La columna del arco es eléctricamente neutra y transparente a la radiación. La mayor parte de la radiación emanada es ultravioleta y su comportamiento varía dependiendo de si es un gas de alta o baja energía de ionización y del tipo de corriente, siendo los gases de alta energía de ionización aumentadores del voltaje en corriente continua y disminuidores del largo del arco con corriente alterna. Por otro lado, la presencia de gases de baja energía de ionización hace a la zona columnar más estable y disminuye su temperatura por lo que la selección del gas se determina según el tipo de material a soldar y según los requerimientos mecánicos de la soldadura.

La zona del ánodo posee carga negativa y es la zona en donde se quiere depositar el material en caso de soldadura MIG (*Metal Inert Gas Welding*), o fundir en caso de TIG (*Tungsten Inert Gas Welding*). En esta zona ocurre caída del voltaje igual que en la zona del cátodo.

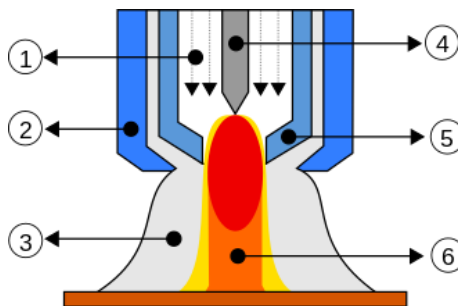


Figura 2.1: Esquema de soldadura TIG [1]

De la imagen se puede apreciar los distintos componentes:

1. Gas para formar plasma
2. Protector de la boquilla
3. Gas de protección
4. Electrodo
5. Encogimiento de la boquilla
6. Arco eléctrico

2.2. Plasma

El plasma es un estado de la materia que se produce debido a la ionización de gases, los gases más utilizados son los gases nobles tales como el argón, el helio. La ionización se produce debido al flujo de corriente entre las partículas del gas, lo que ocasiona la formación de iones de carga positiva y una banda de conducción formada por los electrones libres [11].

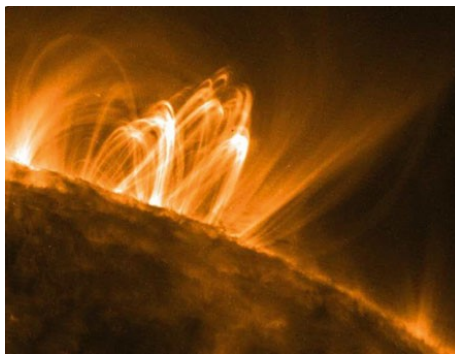


Figura 2.2: Imagen de arco de plasma en Sol tomada con Rayos X [18]

2.2.1. Fenómenos que afectan al plasma en soldadura

Debido a la ionización del gas, el plasma conduce la electricidad, siendo altamente influenciado por los campos electromagnéticos que genera el flujo de corriente eléctrica y puede ser afectado por campos magnéticos externos al mismo .

2.2.1.1. Efecto Joule

Por la conducción de corriente en el arco de plasma se genera el efecto Joule. Este fenómeno enuncia que a si a través de un conductor circula corriente eléctrica, parte de la energía de los electrones va a ser transformada en calor debido a las colisiones internas entre electrones y también a la resistividad del material conductor [3]. Este fenómeno se puede cuantificar por las ecuaciones expuestas a continuación:

$$P = \int \int \int_V J \cdot \vec{E} dV \quad (2.1)$$

$$E = P \cdot t \quad (2.2)$$

2.2.1.2. Efecto Thomson

Este fenómeno describe el comportamiento de un material conductor en el que circula corriente eléctrica y enuncia “Un conductor portador de corriente (excepto un superconductor), con una diferencia de temperatura en dos puntos, o bien absorberá o emitirá calor, según el material” [7] . Si la corriente pasa por un conductor, la producción de calor por volumen es:

$$Q = \rho J^2 - \mu_T J \frac{dT}{dx} \quad (2.3)$$

2.3. Formas de transferencia de calor en soldadura

En el momento de soldar, se encuentran presentes todas las formas de transferencia de calor, estas son conducción, radiación y advección [18]. En la literatura americana, la suma de la convección y el transporte de masa asociado a ésta recibe el nombre de advección .

2.3.1. Radiación

La radiación, es el mecanismo que explica las emisiones de calor de un cuerpo o un fluido en función de su temperatura. Para el caso de la soldadura la emisión de calor por radiación es predominante en el arco [13], siendo despreciable en la zona en que se está soldando ya que en esa zona la mayor pérdida de calor viene dada por la fusión y sublimación del metal que se suelda.

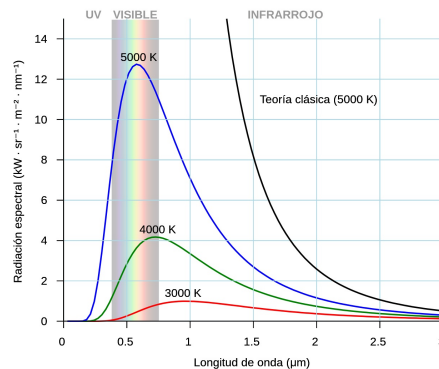


Figura 2.3: Radiación emitida por un cuerpo negro en función de la longitud de onda a diferentes temperaturas [3].

El calor que emite el cuerpo por radiación se cuantifica de la siguiente manera:

$$q = \epsilon \sigma_b A_s T^4 \quad (2.1)$$

2.3.2. Conducción

La conducción es el mecanismo de transferencia de energía de las partículas más energéticas de una sustancia hacia las adyacentes menos energéticas. Como resultado de las interacciones entre esas partículas, la conducción puede tener lugar en sólidos, líquidos o gases [3]. En líquidos y gases la conducción se debe a colisiones entre las partículas y a la difusión de las moléculas durante su movimiento aleatorio, y en los sólidos se debe a la combinación de las vibraciones de las moléculas y al transporte de energía por parte de los electrones.

La transferencia de calor por conducción se expresa por:

$$q = -kA_c \frac{dT}{dx} \quad (2.2)$$

2.3.3. Advección

En un fluido, el mecanismo que explica su desplazamiento y que mientras este se desplace transfiera energía, se llama advección. En la literatura española, se encuentra también como sinónimo de convección, pero la principal diferencia entre uno y otro es que la advección es el movimiento del fluido en si más la transferencia de calor mientras que la convección tiene asociada solamente la transferencia de calor [23].

La pérdida de calor por advección se cuantifica como:

$$q = h_c A_s (T_c - T_\infty) \quad (2.3)$$

En el caso de soldadura, el fluido se considera que esta en un régimen laminar en el arco de plasma, esto se cumple hasta aproximadamente los 1000 [A] [1]. En la parte donde se deposita el material fundido, la temperatura del arco de plasma produce que se evapore el metal por lo que en este punto el comportamiento no es uniforme y se generan turbulencias debido a las burbujas que se forman.

2.3.4. Calor latente de evaporación y fusión

Las temperaturas generadas en el arco de plasma son del orden de 7000° K a 25000°K dependiendo del gas que se esta ionizando [13], por lo que a esta temperatura los metales se fusionan e incluso algunos se subliman. Estos cambios de fase consumen gran cantidad de energía y para cuantificarla es necesario sumar los calores latentes de cambios de fase más los calores que involucran el cambio de temperatura desde la temperatura inicial hasta la de cambio de fase del metal [12].

2.4. Número de Prandtl

Su nombre se debe a Ludwig Prandtl, quien introdujo el concepto de capa límite en 1904, y realizó colaboraciones significativas a la teoría de la capa límite. Los números de Prandtl de los fluidos van desde menos de 0.01 para los metales líquidos, hasta más de 100000 para los aceites pesados.

El Pr es un número adimensional que compara la cantidad de difusividad molecular de la cantidad de movimiento con la difusividad molecular del calor.

Generalmente en el caso de los gases el valor de este número es cercano a 1, lo cual indica que tanto la cantidad de movimiento como el calor se disipan a través del fluido a una velocidad similar. Notemos que en un caso de plasma ionizado a 20000°[K] (caso argón), el valor del Pr es 0.02264 esto indica que el calor se difunde mucho más rápido en relación a la cantidad de movimiento. El número de Prandtl se puede expresar de las siguientes formas:

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\vartheta}{\alpha} \quad (2.1)$$

2.5. Modelo de Landau-Squire

Las ecuaciones de Navier- Stokes permiten un acercamiento a la mecánica de fluidos y resultan útiles para la simulación de múltiples problemas de física e ingeniería. Estas ecuaciones en tres dimensiones aún no han sido resueltas, pero al momento de simplificarlas y agregar condiciones tales como, flujo laminar, flujo desarrollado, sin pérdidas de calor, etc, se logra su resolución. En particular, el modelo de Landau-Squire toma como base estas ecuaciones y las resuelve para ciertas condiciones, creando un método llamado solución de Landau-Squire, cuyos aspectos generales se explican a continuación.

2.5.1. Hipótesis del modelo

El modelo creado por Landau-Squire simula el comportamiento de un chorro que proviene de un punto y que tiene ciertas propiedades, como por ejemplo: viscosidad, velocidad y propiedades termodinámicas características del tipo de fluido.

Las hipótesis utilizadas para solucionar las ecuaciones de Navier Stokes son las siguientes:

- El sistema de coordenadas utilizadas por Squire son las coordenadas esféricas.
- La velocidad \vec{v} posee los siguientes componentes $(u_{r_{sq}}, v_\theta, 0)$.

- Fluido incompresible
- Flujo con simetría axial
- Fluido viscoso
- Flujo estacionario
- Se considera una fuente de calor puntual que se encuentra en el punto de inicio del chorro.
- El fluido proviene de un punto, por lo que el momento del chorro proviene del mismo punto.

2.5.2. Ecuaciones constituyentes

Las ecuaciones expuestas a continuación son las ecuaciones de Navier-Stokes tras aplicar las hipótesis enunciadas por Landau-Squire.

Ecuación de continuidad.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r^2 u) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(v \sin \theta) = 0 \quad (2.1)$$

Ecuaciones de movimiento.

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v^2}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \vartheta \left(\nabla^2 u - \frac{2u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{2v \cot \theta}{r^2} \right) \quad (2.2)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{uv}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \vartheta \left(\nabla^2 v - \frac{2u}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v \theta}{r^2 \sin^2 \theta} \right) \quad (2.3)$$

∇^2 se define de la siguiente manera:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (2.4)$$

Para facilitar la resolución de las ecuaciones enunciadas se utiliza la función corriente ψ definida de la siguiente forma:

$$\psi = vr f(\theta) \quad (2.5)$$

Los componentes de \vec{v} expresados en función de θ se determinan en la siguientes ecuaciones:

$$u = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} = \frac{v}{r \sin \theta} f'(\theta) \quad (2.6)$$

$$v = -\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial r} = \frac{v}{r \sin \theta} f(\theta) \quad (2.7)$$

En estas ecuaciones se puede observar que los componentes de la velocidad son proporcionales a $\frac{1}{r}$ lo cual tiene sentido debido a que se espera que el centro del chorro tenga mayor velocidad que la periferia; reemplazando estos valores en $\nabla^2 u$ y $\nabla^2 v$ se obtiene:

$$\nabla^2 u = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (2.8)$$

$$\nabla^2 v = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial v}{\partial \theta} \right) = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \cot \theta \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{u}{r}, \quad \frac{\partial v}{\partial r} = -\frac{v}{r} \quad (2.10)$$

Reemplazando las relaciones de u y v en la Ec. 2.1 se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$u + \frac{\partial v}{\partial \theta} + v \cot \theta = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} + \frac{\partial v}{\partial \theta} \cot \theta - v \operatorname{cosec}^2 \theta = 0 \quad (2.12)$$

Reemplazando las expresiones de las $\nabla^2 v$ y $\nabla^2 u$ en las ecuaciones 2.2 y 2.3 se obtiene:

$$-\frac{u^2 + v^2}{r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \frac{v}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{v}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad (2.14)$$

Integrando la Ec. 2.14, se obtiene una expresión para el campo de presiones:

$$\frac{p - p_o}{\rho} = \frac{v^2}{2} + \frac{vu}{r} + \frac{c_1}{r^2} \quad (2.15)$$

En donde p_o es la presión evaluada en el infinito en el que u y v son nulas y c_1 es la constante de integración.

Derivando respecto al radio la Ec. 2.15 se obtiene:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{v^2}{r} - \frac{2vu}{r^2} - \frac{2c_1}{r^3} \quad (2.16)$$

Para luego reemplazarlo en la Ec. 2.13

$$-\frac{u^2}{r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{v}{r^2} \left[2u + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \right] + \frac{2c_1}{r^3} \quad (2.17)$$

Para simplificar la ecuación anterior se realiza un cambio de variable considerando $\eta = \cos \theta$ y se utiliza la identidad trigonométrica $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ obteniéndose $\sin \theta = \sqrt{1 - \eta^2}$.

Utilizando la definición de η se calcula su diferencial en función de θ , el que se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{d}{d\theta} = -\frac{d}{d\eta} \quad (2.18)$$

En consecuencia las ecuaciones de velocidad adquieren la siguiente forma:

$$u_{r_{sq}} = -\frac{\vartheta}{r} f'(\eta) \quad y \quad v_{\theta} = -\frac{\vartheta}{r} \frac{f(\eta)}{\sqrt{1-\eta^2}} \quad (2.19)$$

Sustituyendo la Ec. 2.19 en la Ec. 2.17 se obtiene:

$$[f'(\eta)]^2 + f(\eta)f''(\eta) = 2f'(\eta) + \frac{d}{du}[(1-\eta^2)f''(\eta)] - 2c_1 \quad (2.20)$$

Integrando esta ecuación en función η se obtiene:

$$ff' = 2f + (1-\eta^2)f'' - 2c_1 - c_2 \quad (2.21)$$

En donde c_1 y c_2 son constantes de integración. Integrando nuevamente respecto a η se obtiene la siguiente expresión:

$$f^2 = 4\eta f + 2(1-\eta^2)f' - 2(c_1\eta^2 + c_2\eta + c_3) \quad (2.22)$$

Luego, para resolver la ecuación 2.24 se aplica una solución general de la siguiente forma:

$$f = \alpha(1+\eta) + \beta(1-\eta) + 2(1-\eta^2) \left[\frac{(1+\eta)^\beta}{(1-\eta)^\alpha} \right] / \left[a - \int_1^\eta \frac{(1+\eta)^\beta}{(1-\eta)^\alpha} d\eta \right] \quad (2.23)$$

En donde α y β son iguales a 0, por lo cual la solución es :

$$f = \frac{2(1 - \eta^2)}{a + 1 - \eta} = \frac{2\sin^2\theta}{a + 1 - \cos\theta} \quad (2.24)$$

Squire además consideró que el fluido se genera por la aplicación continua de un momento F que actúa en la dirección del flujo. La magnitud de esta fuerza puede ser evaluada integrando la tasa de transferencia de momento en una sección de radio constante. Se obtiene la siguiente relación entre el valor de a y la fuerza:

$$\frac{F}{2\pi\rho\vartheta^2} = \frac{32(a + 1)}{3a(a + 2)} + 8(a + 1) - 4(1 + a)^2 \log\left(\frac{a + 2}{a}\right) \quad (2.25)$$

Squire et al. [22] obtiene la siguiente expresión para la velocidad radial para lo cual ha considerado que $a \ll 1$.

$$u_{r_{sq}} = \frac{\vartheta}{ar_{sq}} \left(\frac{a}{a + 1 - \cos\theta} \right)^2 \quad (2.26)$$

La solución enunciada por Squire et al. [22] para los campos de temperatura es:

$$T = \frac{(2Pr + 1)Q}{8\pi\rho c_p \vartheta r_{sq}} \left(\frac{a}{a + 1 - \cos\theta} \right)^{2Pr} \quad (2.27)$$

2.5.3. Fuerza ejercida por un jet electromagnético

El valor de F en la Ec. 2.25 fue calculado por Apaoblaza et al. [1] utilizando el siguiente procedimiento:

- Se determinó la presión en función del radio utilizando la Presión de Maecker descrita por Maecker et al. [10]

$$p(r, 0) = 4r_c^2 J_{ave}^2 \mu_o \left[\frac{5}{48} - \frac{1}{4} \left(\frac{r}{r_c} \right)^2 + \frac{3}{16} \left(\frac{r}{r_c} \right)^4 - \frac{1}{24} \left(\frac{r}{r_c} \right)^6 \right] \quad (2.28)$$

- Se integró la Ec. 2.28 respecto al radio entre cero (0) y el radio del cátodo, obteniéndose la siguiente expresión que corresponde a la fuerza electromagnética.

$$F = \frac{\mu_0 I^2}{8\pi} \quad (2.29)$$

2.5.4. Presión en el centro del cátodo ejercida por un jet electromagnético

El valor de esta presión fue calculado por Apaoblaza et al. [1], para lo cual utilizó la Ec. 2.28 y evaluó el radio igual a cero (0), obteniendo que la presión en el centro del cátodo es igual a:

$$p(0,0) = \frac{5}{12} \frac{\mu_0 J_{ave} I}{\pi} \quad (2.30)$$

Capítulo 3

Metodología

Con el fin de encontrar las ecuaciones de dimensionamiento del plasma que esquematizan los procesos de soldadura y realizar una comparación entre dos modelos se siguieron los siguientes pasos:

- Se desarrolló el modelo de Landau-Squire expresando el modelo en función del número de Prandtl y se definieron los sistemas de coordenadas utilizados en la tesis.
- Una vez encontradas las ecuaciones analíticas de temperatura y velocidad del modelo mencionado anteriormente, se programaron estas ecuaciones en MATLAB y se generaron gráficos de isovelocidades, isotermas y proyección de velocidades, variando las condiciones termodinámicas necesarias para el modelamiento y en particular, observando el efecto del número de Prandtl en la forma de las isotermas.
- Se vinculó el valor obtenido de la fuerza electromagnética encontrado al valor de “ a ” (valor que asocia la fuerza de Squire al número adimensional a), acercando el modelo a un comportamiento más real del plasma. Nuevamente se itera con algunos valores de propiedades termodinámicas a temperaturas de interés.

- Las ecuaciones que predicen las temperaturas y velocidades se programaron en MATLAB y se contrastaron con los casos ejemplificados en el modelo de Landau-Squire.
- Se realizó la adimensionalización de las ecuaciones de temperatura y velocidad, definiendo el valor de la longitud característica y la de velocidad característica. Con los valores anteriores se obtuvieron las ecuaciones para el cálculo de los radios de la isovelocidad e isoterma.
- Una vez verificadas estas ecuaciones y su correcto funcionamiento, se propusieron tres supuestos principales, el primero, se define la temperatura de estudio a 7200°K , el segundo, se asume que la temperatura de evaluación de la viscosidad cinemática es 20000°K y por último, se asumió que el plasma se encuentra en equilibrio termodinámico local.
- Se realizó el cálculo de la conductividad térmica efectiva a 7200°K , la difusividad térmica efectiva a 7200°K y luego se emplearon estos resultados para el cálculo del número de Prandtl.
- Se cuantificó el desfase de la fuente de calor del modelo de Landau-Squire igualando la ecuación de la presión (Ec. 2.15) con la presión en el cátodo de Maecker (Ec. 2.30).
- Se compararon los valores de la caída de voltaje asociada al efecto Joule en arcos de diferentes longitudes para seleccionar el voltaje asociado a un arco de 200 [A] y 7 milímetros de longitud.
- Se graficaron las isovelocidades e isoterma con las propiedades a 7200°K . Luego se calcularon las propiedades termodinámicas a 10000°K , esto para trabajar con la misma temperatura del modelo desarrollado por los doctores.
- Finalmente, se compararon los valores obtenidos de las ecuaciones de dimensionamiento del plasma con los datos obtenidos de las ecuaciones empíricas creadas por el Centro de investigación de plasma de la Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), en particular, las ecuaciones obtenidas por los doctores Marcos Ramirez, Alfredo Delgado y Patricio Mendez en su estudio sobre la representación de las características de la columna de plasma [6].

Capítulo 4

Desarrollo

El modelo original de Squire posee un sistema de coordenadas diferente al que se utiliza para dar solución a las distintas ecuaciones expuestas anteriormente.

El radio en coordenadas esféricas que satisface el sistema de coordenadas de Squire et al. [22] tiene la siguiente expresión $r_{sq} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, en donde las componentes de la velocidad son $\vec{v} = (u_{r_{sq}}, v_{\theta}, 0)$.

Para el estudio de estas ecuaciones y su adimensionalización se asumió un modelo bidimensional de coordenadas rectangulares en donde el radio del plasma se definió como $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ por lo que el radio de Squire se expresa de la siguiente manera $r_{sq} = \sqrt{r^2 + z^2}$.

4.1. Soluciones del modelo

Para trasladar a coordenadas rectangulares, tanto las ecuaciones de velocidades como la de temperatura, se define el seno y el coseno de la siguiente manera: $\sin\theta = \frac{x}{r_{sq}}$ y $\cos\theta = \frac{z}{r_{sq}}$.

La proyección de velocidades de esta sección fue realizada en un plano bidimensional, por lo que se determinó que $y = 0$ para el valor de r_{sq} anteriormente señalado.

4.1.1. Velocidad

Las componentes de la velocidad definidas por Squire son $\vec{v} = (u_{r_{sq}}, v_{\theta}, 0)$. Tras reemplazar la Ec. 2.24 en la Ec. 2.19 se obtiene:

$$u_r(r_{sq}, \theta) = -\frac{\vartheta}{r} \left[\frac{-4\eta + 2(1 - \eta^2)}{(a + 1 - \eta)^2} \right] \quad (4.1)$$

$$v_{\theta}(r_{sq}, \theta) = -\frac{\vartheta}{r_{sq}} \frac{2(1 - \eta^2)}{(a + 1 - \eta)\sqrt{1 - \eta^2}} \quad (4.2)$$

Considerando $\eta = \cos\theta$, las ecuaciones finales en coordenadas esféricas para los componentes de la velocidad son:

$$u_r(r_{sq}, \theta) = \frac{\vartheta}{r_{sq}} \left[\frac{4\cos\theta}{a + 1 - \cos\theta} - \frac{2\text{sen}^2\theta}{(a + 1 - \cos\theta)^2} \right] \quad (4.3)$$

$$v_{\theta}(r_{sq}, \theta) = -\frac{\vartheta}{r_{sq}} \left[\frac{2\text{sen}\theta}{a + 1 - \cos\theta} \right] \quad (4.4)$$

La velocidad \vec{v} proyectada en el eje x se obtiene a partir de la siguiente relación:

$$V_x(r_{sq}, \theta) = \frac{u_r}{\sin\theta} + \frac{v_{\theta}}{\cos\theta} \quad (4.5)$$

Reemplazando las expresiones de u_r y v_{θ} , se obtiene finalmente la siguiente expresión:

$$V_x(r_{sq}, \theta) = \frac{2\vartheta}{r_{sq} \cdot (a + 1 - \cos\theta)} \left[-2\cot\theta - \tan\theta - \frac{\sin\theta}{(a + 1 - \cos\theta)} \right] \quad (4.6)$$

La velocidad \vec{v} proyectada en el eje z se obtiene a partir de la siguiente relación:

$$u_z = \frac{u_r}{\cos\theta} - \frac{v_\theta}{\sin\theta} \quad (4.7)$$

Reemplazando las expresiones de u_r y v_θ , se obtiene finalmente la siguiente expresión:

$$u_z(r_{sq}, \theta) = \frac{2\vartheta}{r_{sq} \cdot (a + 1 - \cos\theta)} \left[2 + \tan\theta - \frac{\sin\theta \cdot \tan\theta}{(a + 1 - \cos\theta)} \right] \quad (4.8)$$

4.1.2. Temperatura

La ecuación de temperatura se puede escribir en función del número de Prandtl, la que se obtiene considerando que $Pr = \frac{\mu c_p}{k}$, luego usando como segunda definición del $Pr = \frac{\vartheta}{\alpha}$ y $\alpha = \frac{k}{\rho\vartheta}$, obteniéndose la siguiente fórmula:

$$T(r_{sq}, \theta) = \frac{(2Pr + 1)q}{8\pi Pr k r_{sq}} \left(\frac{a}{a + 1 - \cos\theta} \right)^{2Pr} \quad (4.9)$$

4.1.3. Número de Squire

El número de Squire definido como $\frac{1}{2a}$ se obtiene a partir de la ecuación 2.25, para lo cual se asume que $a \ll 1$. Luego de aplicar lo señalado en dicha ecuación se obtiene la siguiente fórmula:

$$a = \frac{32\pi\rho\vartheta^2}{3F} \quad (4.10)$$

Y al aplicar la definición del número de Squire, la ecuación obtenida es la siguiente:

$$Sq = \frac{1}{2a} = \frac{3}{64\pi} \frac{F}{\rho\vartheta^2} \quad (4.11)$$

Luego, al reemplazar la fuerza electromagnética (Ec. 2.29) en la ecuación 4.11 se obtiene el número de Squire utilizado en el modelo:

$$Sq = \frac{3}{512\pi^2} \frac{\mu_o I^2}{\rho v^2} \quad (4.12)$$

4.1.4. Ecuación de la temperatura adimensional y radio de la isoterma

A partir de la Ec. 4.9 y asumiendo que el ángulo θ es muy pequeño, se aproximó la expresión $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$, luego se estudiaron las coordenadas del plasma en lo relativo a los diferentes sistemas de coordenadas utilizados, la relación para el ángulo $\theta \approx \frac{r}{z}$ y la relación encontrada para r_{sq} . Se asume además que el arco es mucho más largo que ancho aproximadamente, $\frac{x}{z} \approx \frac{1}{5}$ basándose en los resultados de Squire obtenidos en [22], esto implica que $r_{sq} \approx z$.

Dividiendo por “ a ” el numerador y el denominador de la expresión entre paréntesis de la Ec. 4.9. Se obtiene:

$$T(r_{sq}, \theta) = \frac{(2Pr + 1)q}{8\pi Pr k r_{sq}} \left(\frac{1}{1 + \frac{1 - \cos\theta}{a}} \right)^{2Pr} \quad (4.13)$$

Luego, aplicando las aproximaciones enunciadas al comienzo de la presente sección para realizar el cambio de coordenadas, se obtiene:

$$T(r, z) = \frac{(2Pr + 1)q}{8\pi Pr k z} \left(\frac{1}{1 + \frac{r^2}{2az^2}} \right)^{2Pr} \quad (4.14)$$

Y al evaluar $T(0, z)$ se obtiene:

$$T(0, z) = \frac{(2Pr + 1)q}{8\pi Pr k z} \quad (4.15)$$

Se define la Ec. 4.15 como la temperatura de interés T_c . La relación para T_c y la longitud del arco característica z_c adquiere finalmente la siguiente forma:

$$T_c = \frac{(2Pr + 1)q}{8\pi Pr k} \frac{1}{z_c} \quad (4.16)$$

4.1.4.1. Longitud característica (z_c)

La longitud característica se define como la distancia entre el comienzo de la isoterma y el punto donde se intersectan la isoterma y la isovelocidad a una misma temperatura, esto cobra sentido al notar que tanto las isolíneas de velocidad como de temperatura se generan en el cátodo o ánodo dependiendo de la configuración y terminan en ánodo o cátodo en la zona que se desea soldar.

Su importancia radica en su utilización para la adimensionalización de todas las magnitudes de longitud utilizadas en las Tablas 4.1.4.1 y 4.1.5.1.

La ecuación que representa esta longitud es:

$$z_c = \frac{1}{8\pi} \frac{2Pr + 1}{Pr} \frac{q}{kT_c} \quad (4.17)$$

4.1.4.2. Ecuación de temperatura en función de la longitud característica (z_c) y ecuación adimensional de temperatura.

Luego la Ec. 4.14 se puede expresar en función de la longitud característica de la siguiente forma:

$$T(r, z) = T_c \frac{z_c}{z} \left(\frac{1}{1 + \frac{r^2}{2az^2}} \right)^{2Pr} \quad (4.18)$$

Para adimensionalizar la Ec. 4.18 se utilizaron las siguientes relaciones:

Tabla 4.1.4.1: Relaciones utilizados para realizar la adimensionalización de la ecuación de la temperatura

Valor adimensionalizado	Relación utilizada
r^*	$\frac{r}{z_c}$
Z^*	$\frac{z}{z_c}$
T^*	$\frac{T - T_o}{T_c}$

Al reemplazar las relaciones enunciadas en la Tabla 4.1.4.1 se obtiene la siguiente expresión:

$$T^*(r^*, z^*) = \frac{1}{z^*} \left[1 + \frac{1}{2a} \left(\frac{r^*}{z^*} \right)^2 \right]^{-2Pr} \quad (4.19)$$

4.1.4.3. Radio adimensional de temperatura ($r_{t_{max}}^*$)

Se debe considerar que la Ec. 4.19 es adimensional y sus valores solo pueden fluctuar entre 0 y 1, adquiriendo el mayor valor cuando la temperatura corresponde a la temperatura objetivo. Con el fin de facilitar el manejo algebraico de esta ecuación se elevó a -1 ambas partes de la ecuación, resultando lo siguiente:

$$z^* \left[1 + \frac{1}{2a} \left(\frac{r^*}{z^*} \right)^2 \right]^{2Pr} = 1 \quad (4.20)$$

Con el propósito de simplificar la Ec. 4.20, cuya forma es similar a $(1+x)^n$, se calcula su límite obteniéndose la siguiente expresión para la asíntota:

$$z^* \left[1 + \frac{2Pr}{2a} \left(\frac{r^*}{z^*} \right)^2 \right] = 1 \quad (4.21)$$

Para iniciar el cálculo del radio r^* , se multiplicó ambos lados de la expresión por z^* obteniéndose:

$$z^{*2} + \frac{\text{Pr}}{a} r^{*2} = z^* \quad (4.22)$$

Despejando r^{*2} se obtiene:

$$r^{*2} = \frac{a}{\text{Pr}} z^* (1 - z^*) \quad (4.23)$$

Asumiendo que las formas de las isothermas son elípticas, su ancho máximo se encuentra a la mitad de su largo, por lo que se consideró $z^* = \frac{1}{2}$, obteniéndose la siguiente expresión para el cuadrado del radio máximo de la isoterma:

$$R_{t_{max}}^{*2} = \frac{1}{4} \frac{a}{\text{Pr}} \quad (4.24)$$

Despejando el valor del radio máximo de la isoterma:

$$R_{t_{max}}^* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{a}{\text{Pr}}} \quad (4.25)$$

Finalmente, se reemplazó el valor del número de Squire en la Ec. 4.25, resultando la siguiente relación para el radio adimensional:

$$R_{t_{max}}^* = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{2SqPr}} \quad (4.26)$$

Para obtener el valor dimensional del radio máximo de temperatura se multiplica cada radio adimensional por z_c , es decir:

$$R_{t_{max}} = R_{t_{max}}^* \cdot z_c \quad (4.27)$$

4.1.4.4. Radio dimensional de la temperatura en función del radio (r_t)

Al multiplicar la Ec. 4.23 por z_c^2 y usar las aproximaciones expuestas en la Tabla ?? se obtiene una ecuación para el radio de la temperatura en función del largo del arco. Esta ecuación es la siguiente:

$$r_t = \sqrt{\frac{z(z_c - z)}{2SqPr}} \quad (4.28)$$

4.1.5. Ecuación de la velocidad axial adimensional y radio de la isovelocidad

Para determinar la expresión adimensional de la ecuación de la velocidad axial se hizo a partir de la definición de la velocidad radial encontrada por Squire et al. [22] y se utilizaron las relaciones expuestas en la tabla a continuación:

Tabla 4.1.5.1: Relaciones utilizados para realizar la adimensionalización del radio de la velocidad axial

Valor adimensionalizado	Relación utilizada
r^*	$\frac{r}{z_c}$
Z^*	$\frac{z}{z_c}$
u^*	$\frac{u}{u_{z_c}}$

El valor de la derivada de f en función de θ es:

$$\frac{df}{d\theta} = \frac{4 \cos\theta \sin\theta}{a + 1 - \cos\theta} - \frac{2 \sin\theta}{(a + 1 - \cos\theta)^2} \quad (4.29)$$

Dado que cuando θ es muy pequeño, $\cos\theta \approx 1$, $\sin\theta \approx \theta$ y $1 - \cos\theta \approx \frac{\theta^2}{2}$, se obtiene:

$$\frac{df}{d\theta} \approx \frac{4\theta a}{\left(a + \frac{\theta^2}{2}\right)^2} \quad (4.30)$$

Por lo tanto, al reemplazar el valor de la Ec. 4.30 en la Ec. 2.19, la velocidad radial y la velocidad angular se convierten en:

$$u_r(r_{sq}, \theta) = -\frac{\vartheta}{r} \frac{4a}{\left(a + \frac{\theta^2}{2}\right)^2} \quad (4.31)$$

$$v_\theta(r_{sq}, \theta) = -\frac{\vartheta}{r} \frac{2\theta}{\left(a + \frac{\theta^2}{2}\right)} \quad (4.32)$$

4.1.5.1. Velocidad axial

La determinación de la expresión de la velocidad axial se hizo a partir de la definición de la proyección de las velocidades (Ec. 4.8) y se utilizaron la aproximaciones de la velocidad radial (Ec. 4.31) y de la velocidad angular (Ec. 4.32), obteniéndose:

$$u_z(r, \theta) = \frac{u_r}{1} - \frac{v_\theta}{\theta} \quad (4.33)$$

Tras reemplazar $\theta \approx \frac{r}{z}$, $r_{sq} \approx z$ en la Ec. 4.33 y realizar operaciones algebraicas se obtiene la siguiente expresión para la velocidad axial:

$$u_z(r, z) = -\frac{16\vartheta}{z} \frac{a}{[2a + (r/z)^2]^2} \quad (4.34)$$

4.1.5.2. Velocidad en función de la longitud característica (u_{z_c})

La longitud característica se encuentra en $r = 0$. Al reemplazar esta condición en la Ec. 4.34 se obtiene lo siguiente:

$$u_z(0, z) = -4 \frac{\vartheta}{z} \frac{1}{a} \quad (4.35)$$

Considerando la definición del número de Squire, se obtiene:

$$u_z(0, z) = -8 Sq \frac{\vartheta}{z} \quad (4.36)$$

Utilizando la relación expuesta en la Tabla 4.1.5.1 para el valor de z de la Ec. 4.36, se obtiene la siguiente expresión:

$$u_z(0, z) = -8 Sq \frac{\vartheta}{z_c z^*} \quad (4.37)$$

Reemplazando el valor de z_c en la Ec. 4.37 se consigue finalmente la relación de la velocidad en función de la longitud característica:

$$u_{z_c} = 64\pi \frac{Pr}{2Pr + 1} Sq \frac{kT_c}{q} \vartheta \quad (4.38)$$

4.1.5.3. Adimensionalización de la ecuación de la velocidad axial

Para conseguir la adimensionalización de la ecuación de la velocidad axial, se reemplazaron los valores de z y r encontrados en la Tabla 4.1.5.1 en la Ec. 4.34 quedando:

$$u_z(r^*, z^*) = \frac{16\vartheta}{z_c z^*} \frac{a}{[2a + (r^*/z^*)^2]^2} \quad (4.39)$$

Utilizando la definición de la velocidad en función de la longitud característica (Ec. 4.35) y reemplazando $\frac{16\vartheta}{z_c z^*}$ por $4u_{z_c}$ en la Ec. 4.39, se llega a la siguiente expresión:

$$u_z(r^*, z^*) = \frac{4u_{z_c}}{z^*} \frac{a^2}{[2a + (r^*/z^*)^2]^2} \quad (4.40)$$

Para que la ecuación adimensional tenga forma similar a la Ec. 4.19, se multiplicó el denominador por $\frac{4a^2}{4a^2}$, se realizaron operaciones algebraicas y se aplicó la definición de la adimensionalización de la velocidad encontrada en la Tabla 4.1.5.1, resultando:

$$u_z^*(r^*, z^*) = \frac{1}{z^*} \frac{1}{\left[1 + \frac{1}{2a}(r^*/z^*)^2\right]^2} \quad (4.41)$$

4.1.5.4. Radio adimensional de la velocidad máxima ($R_{u_{max}}^*$)

El procedimiento realizado en esta subsección es similar al realizado en la subsección 4.1.4.3, por lo que solamente se expondrán los resultados obtenidos.

$$R_{u_{max}}^* = \frac{1}{2}\sqrt{a} \quad (4.42)$$

$$R_{u_{max}}^* = \frac{1}{2\sqrt{2Sq}} \quad (4.43)$$

$$R_{u_{max}} = R_{u_{max}}^* \cdot z_c \quad (4.44)$$

4.1.5.5. Radio dimensional de la velocidad en función del radio (r_u)

Al multiplicar la Ec. 4.23 por z_c^2 y usar las aproximaciones expuestas en la Tabla 4.1.5.1 se obtiene una ecuación para el radio en función de la profundidad. Esta ecuación es la siguiente:

$$r_u = \sqrt{\frac{z(z_c - z)}{2Sq}} \quad (4.45)$$

4.2. Modelo de Matlab

Con el fin de representar las diferentes isothermas e isovelocidades, validar las ecuaciones anteriores con el modelo de Squire y visualizar los resultados, se ha creado un modelo computacional que consta principalmente de los siguientes siete programas:

- Programa de temperatura (**T_Pr**): este programa utiliza la expresión señalada en la Ec. 4.9, la que está en función del número de Pr, ϑ , k , x , z y el número de Squire.
- Programa de velocidad radial (**U_r**): este programa utiliza la ecuación de la velocidad radial (Ec. 4.3), la que está en función de ϑ , x , z y a .
- Programa de número de Squire (**Sq**): este programa utiliza la expresión señalada en la Ec. 4.12, la que está en función de la intensidad de corriente (i), ϑ y ρ .
- Programas de dimensionamiento de la isoterma e isovelocidad teóricas (**R_t***, **R_u***, **Zc**): este programa posee tres subecuaciones; una para obtener el punto de intersección entre la isoterma y la isovelocidad (Ec. 4.17), otra para obtener el tamaño del radio adimensional de la isoterma (Ec. 4.26) y por último, una para calcular el tamaño del radio adimensional de la isovelocidad (Ec. 4.43).
- Programas de obtención de las dimensiones reales (**R_t**, **R_u**): estos consisten en la multiplicación de los valores adimensionales de los radios por la longitud característica (ecuaciones 4.17, 4.27 y 4.44), por lo que utilizan z_c y el radio adimensional como parámetros de cálculo.
- Script de nombre “Programa”: en él se utilizan todas las funciones anteriores, se grafican los resultados de diferentes isolíneas de temperatura y de diferentes isolíneas de velocidad. Adicionalmente se calculan los radios de las isothermas e isovelocidades y se comparan con las dimensiones de los radios obtenidas con el modelo desarrollado por la UNAM.

4.2.1. Validación de modelo de Matlab

Para comprobar el funcionamiento del modelo, que consiste en el cambio de coordenadas esféricas a rectangulares se prueba contrastando los resultados obtenidos por Squire con los obtenidos por el estudio.

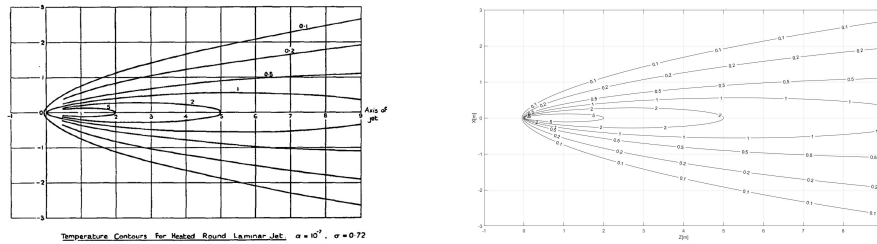


Figura 4.3: Validación del modelo, contornos de temperatura.

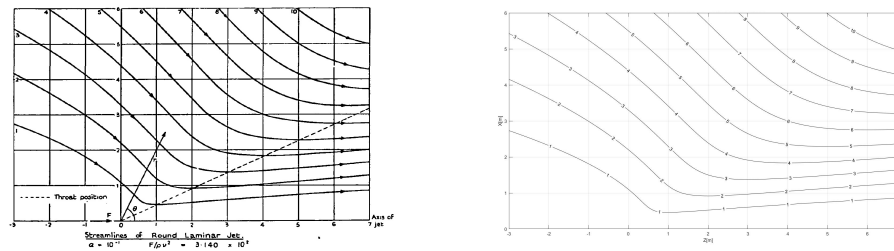


Figura 4.6: Validación del modelo, contornos de líneas de flujo.

4.2.2. Supuestos y justificaciones

Para realizar el modelamiento de los jets, se asumen como válidas algunas propiedades de los gases detalladas a continuación:

- La temperatura de interés del argón es de 7200°K , por lo que se calculó la conductividad térmica efectiva y la difusividad térmica efectiva a esta temperatura.
- La viscosidad cinemática del argón es constante e igual a $1.75 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2\text{s}^{-1}\text{]}$, que se encuentra a los 20000°K (zona de plasma).
- El arco de plasma se encuentra en equilibrio termodinámico local [11].

El primer supuesto resulta del análisis de la imagen expuesta a continuación, donde se puede apreciar que la conductividad eléctrica del argón evidencia un ascenso pronunciado a partir de los 7200°K relacionándose con la formación de plasma.

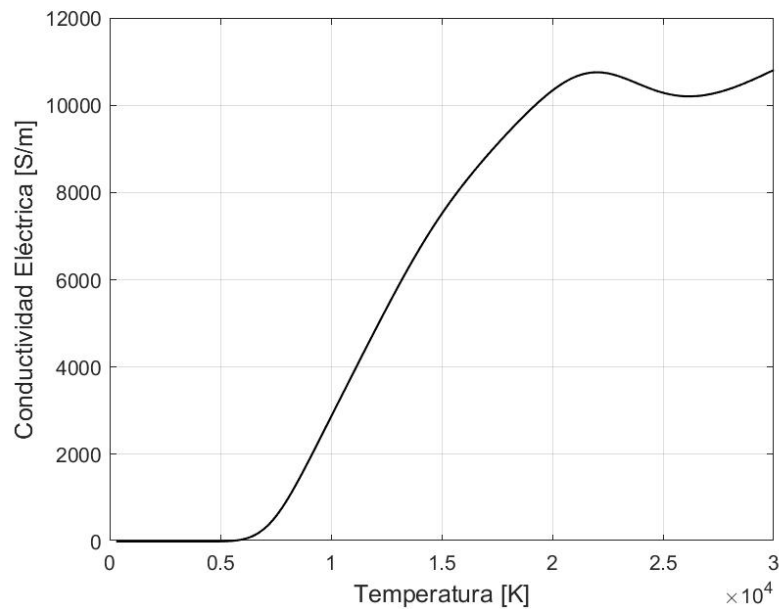


Figura 4.7: Comportamiento de la conductividad eléctrica del argón en función de la temperatura

El segundo supuesto se plantea debido a que la viscosidad cinemática no tiene un comportamiento lineal con la temperatura por lo que su cálculo resulta dificultoso y como su variación es pequeña en valores cercanos a los 20000°K, se decide utilizar el valor de la viscosidad cinemática correspondiente a esta temperatura para evaluar temperaturas distantes de la zona del peak.

El tercer supuesto se plantea debido a que el modelo considera el estado estacionario del plasma, asumiendo que las propiedades termodinámicas no varían en el tiempo, lo que permite el estudio por separado de las diferentes zonas de la columna de plasma. Se asume además que las diferentes zonas no interactúan entre ellas.

4.2.2.1. Incompresibilidad del argón

Para comprobar la compresibilidad del argón se utiliza el número de Mach. Este número relaciona la velocidad del fluido con la del sonido refractándose en el fluido y si esta relación es igual o menor a 0.3 se puede asumir que este fluido es incompresible. Para su cálculo se utilizó la siguiente fórmula:

$$M = \frac{v}{C} \tag{4.1}$$

En donde M es el número de Mach, v es la velocidad del fluido y C es la velocidad del sonido en el fluido.

Tabla 4.2.2.1: Cálculo del número de Mach

Gas	Velocidad máxima	Velocidad del sonido en el gas	Número de Mach
–	[m s ⁻¹]	[m s ⁻¹]	–
Argón	400	1560	0.256

4.3. Cálculo de propiedades utilizadas en el modelo

Para el correcto funcionamiento del modelo se requirió el cálculo de ciertas propiedades termodinámicas. A continuación se muestran el desarrollo y los resultados obtenidos:

4.3.1. Cálculo del valor de la conductividad térmica efectiva (k_{eff})

Utilizando el método del trapecoide [24], se obtiene un valor para la integral expuesta en la siguiente expresión:

$$k_{eff} = \left[\frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} k(T)^{-1} dT \right]^{-1} \quad (4.1)$$

El método consiste principalmente en la aplicación de una división por segmentos entre los límites de la integral y la multiplicación de cada segmento por su respectiva altura. La función a integrar se puede expresar de la siguiente forma:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} (f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 2f(a+nh) + f(b)) \quad (4.2)$$

Donde $h = \frac{b-a}{n}$, con n igual a la cantidad de subdivisiones a utilizar.

Aplicando lo anterior para el argón y usando $\Delta T = T_c - T_{ambiente} = 7200^\circ\text{K} - 300^\circ\text{K} = 6900^\circ\text{K}$.

Por lo tanto, $k_{eff}(7200^\circ\text{K}) = 0.079841 \text{ [W m}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$

4.3.2. Cálculo de la capacidad calorífica por la densidad efectiva $(\rho c_p)_{eff}$

4.3.2.1. Supuestos utilizados

Debido a que la selección de un valor c_p es potencialmente problemático, se utilizan las siguientes consideraciones desarrolladas por Yi Lu et al. [9]:

Los cambios de fase causan peaks con valores altos de entalpías pero estos peaks pueden ser no considerados cuando se realizan cálculos termodinámicos. En este caso se decidió no considerar los peaks por lo que una mejor aproximación se puede obtener con la definición de calor específico:

$$c_p \approx \frac{dh}{dT} \quad (4.3)$$

Para utilizar la Ec. 4.3 se requiere una densidad constante, por lo cual $c_p = c_v = c$, lo que permite escribir la ecuación de estado de la siguiente forma:

$$\rho c_p = \frac{d\rho h}{dT} \quad (4.4)$$

Tras aplicar la definición de valor efectivo en la Ec 4.4 se obtiene:

$$(\rho c_p)_{eff} = \frac{\Delta(\rho h)}{\Delta T} \quad (4.5)$$

Para realizar el cálculo se utiliza el mismo ΔT enunciado anteriormente y se evalúan las propiedades a esas temperaturas.

4.3.2.2. Valores obtenidos

El valor de la densidad del argón evaluada a 300°K es igual a 1.6228 [kg m⁻³] y el valor para la entalpía a la misma temperatura es 963.65 [J kg⁻¹].

El valor de la densidad del argón evaluada a 7200 °K es igual a 0.067589 [kg m⁻³] y el valor para la entalpía a la misma temperatura es 3.6 10⁶ [J kg⁻¹].

Reemplazando los valores en la Ec. 4.5 se obtiene la siguiente expresión:

$$(\rho c_p)_{eff} = \frac{6.76 \cdot 10^{-2} \cdot 3.6 \cdot 10^6 - 1.623 \cdot 963.65}{7200 - 300} = 34.6 \text{ [Jm}^{-3}\text{K}^{-1}] \quad (4.6)$$

4.3.3. Cálculo de la difusividad térmica efectiva (α_{eff})

Para calcular el valor de α_{eff} se utilizó la siguiente fórmula:

$$\alpha_{eff} = \frac{k_{eff}}{(\rho c_p)_{eff}} \quad (4.7)$$

Reemplazando en la Ec. 4.7 los valores de k_{eff} y $(\rho c_p)_{eff}$ obtenidos anteriormente, se obtiene el siguiente resultado:

$$\alpha_{eff} = 2.309 \cdot 10^{-3} \text{ [m}^2 \text{ s}^{-1}] \quad (4.8)$$

4.3.4. Selección de un valor para la viscosidad cinemática (ν) y número de Prandtl

Para seleccionar el valor de la viscosidad cinemática se realizaron tres acercamientos en primera instancia:

- Observar el comportamiento del modelo utilizando la viscosidad cinemática a 300 °K.
- Observar el comportamiento del modelo utilizando la viscosidad cinemática a 7200 °K.

- Observar el comportamiento del modelo utilizando la viscosidad cinemática a 20000 °K.

En la tabla a continuación se resumen los resultados de la viscosidad cinemática obtenidos y se agrega el número de Prandtl (Ec. 2.1) asociado a esa temperatura:

Tabla 4.3.4.1: Pruebas realizadas con la viscosidad cinemática

Temperatura	Viscosidad cinemática	Numero de Prandtl
[K]	[m ² s ⁻¹]	–
300	1.42 10 ⁻⁵	6.67 10 ⁻¹
7200	3.17 10 ⁻³	6.09 10 ⁻¹
20000	1.75 10 ⁻³	2.24 10 ⁻²

Los valores obtenidos de la velocidad calculada por el modelo a las temperaturas de 300 °K y 7200 °K no se ajustan a la magnitud de la velocidad del plasma real, por lo que se decide revertir el proceso. Para esto se utilizó el valor del número de Prandtl correspondiente a 7200 °K y se despejó el valor de la viscosidad cinemática de la segunda igualdad de la Ec. 2.1, obteniéndose:

$$\vartheta_{eff} = Pr \alpha_{eff} \quad (4.9)$$

La viscosidad cinemática efectiva resulta (ϑ_{eff}) igual a 1.41 10⁻³ [m²s⁻¹] y al comparar este valor con la viscosidad cinemática obtenida a los 20000 °K, se observa que la variación es pequeña por lo que se escoge el valor de la viscosidad cinemática a 20000 °K.

4.3.5. Cálculo del desfase de la fuente de calor

Como se mencionó en la Sección 2.5.1, el modelo de Squire no considera un área para la fuente de calor. Para que el modelo se asemeje a la realidad se requiere que se desplace el gráfico resultante en una distancia que se obtiene tras igualar la presión encontrada por Apaoblaza (Ec. 2.30) con la presión enunciada por Squire (Ec. 2.15).

Los cálculos realizados fueron los siguientes:

1. Tras reemplazar los valores de velocidad radial (Ec. 4.31) y de la velocidad angular (Ec. 4.32) en la Ec. 2.15 se obtiene:

$$p(r, \theta) = \rho \left[-\frac{\vartheta^2}{r^2} \frac{\theta^2}{\left(a + \frac{\theta^2}{2}\right)^2} - \frac{\vartheta^2}{r^2} \frac{4a}{\left(a + \frac{\theta^2}{2}\right)^2} \right] \quad (4.10)$$

2. Evaluando $\theta = 0$ y utilizando $r \approx z$ se obtiene:

$$p(z, 0) = \frac{\vartheta^2}{z^2} \frac{4\rho}{a} \quad (4.11)$$

3. Tras igualar la Ec. 4.11 con la presión del centro del cátodo (Ec. 2.30) y despejar z , se obtiene:

$$z = \vartheta \sqrt{\frac{48}{5} \frac{\pi\rho}{\mu_o J_{ave} I a}} \quad (4.12)$$

Que es la expresión final del desfase de la fuente de calor.

4.3.6. Voltaje de la fuente de calor

Para determinar el voltaje utilizado que modela la potencia de la fuente de calor se utilizaron los siguientes aseveraciones del arco de plasma:

- El 100 % del calor generado por el plasma en la parte inicial de la columna es generado debido al Efecto Joule.
- La caída de voltaje que ocurre en la zona en la que predomina el efecto Joule se utilizó como el valor del voltaje de la potencia eléctrica del sistema.

Para obtener el valor de voltaje se utilizaron los datos obtenidos con el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez [6].

Tabla 4.3.6.1: Tabla de voltajes en arcos de 150 [A], en donde prima el efecto Joule como fuente de calor principal y los voltajes van aumentando desde el cátodo al ánodo.

Arco de 5 mm.	Arco de 7 mm.	Arco de 10 mm.
[V]	[V]	[V]
-7.55	-8.7	-10.8
-7.19	-8.25	-10.1
-6.85	-7.85	-9.58
-6.53	-7.14	-9.12
-6.24	-6.82	-8.66
-5.96	-6.53	-8.27
-5.71	-6.26	-7.91
-5.46	-6.01	-7.58
-5.23	-5.76	–
-5.01	–	–
-4.81	–	–
-4.61	–	–

Tabla 4.3.6.2: Tabla de diferencias entre el voltaje mínimo y máximo de la tabla anterior.

Arco de 150 [A] y 5 mm.	Arco de 150 [A] y 7 mm.	Arco de 150 [A] y 10 mm.
[V]	[V]	[V]
-2.94	-2.94	-3.22

Tabla 4.3.6.3: Tabla de voltajes en arcos en donde prima el efecto Joule como fuente de calor principal y los voltajes van aumentando desde el cátodo al ánodo.

Arco de 200 [A] y 7 mm.	Arco de 250 [A] y 7 mm.	Arco de 300 [A] y 7 mm.
[V]	[V]	[V]
-9.65	-10.5	-11.2
-9.18	-9.96	-10.7
-8.75	-9.50	-10.2
-8.34	-9.08	-9.77
-7.97	-8.67	-9.34
-7.62	-8.29	-8.93
-7.29	-7.93	-8.55
-6.99	-7.59	-8.18
-6.71	-7.27	7.83
-6.43	-6.97	-7.50
-6.17	-6.68	-7.18
–	–	-6.88

Tabla 4.3.6.4: Tabla de diferencias entre el voltaje mínimo y máximo de la tabla anterior.

Arco de 200 [A] y 7 mm.	Arco de 250 [A] y 7 mm.	Arco de 300 [A] y 7 mm.
[V]	[V]	[V]
-3.48	-3.82	-4.32

De las tablas anteriores se puede observar que la diferencia de voltaje asociada al Efecto Joule varía en función del amperaje y el largo del arco, por lo que se decide usar para la modelación un valor intermedio de 3.82 [V].

Capítulo 5

Resultados

5.1. Gráficos de propiedades termodinámicas del Argón

Para obtener los gráficos expuestos a continuación se utilizaron los datos obtenidos por Murphy et al. [17]. Estos permiten relacionar los rangos de temperatura en los que se forma el plasma de argón con las propiedades termodinámicas utilizadas.

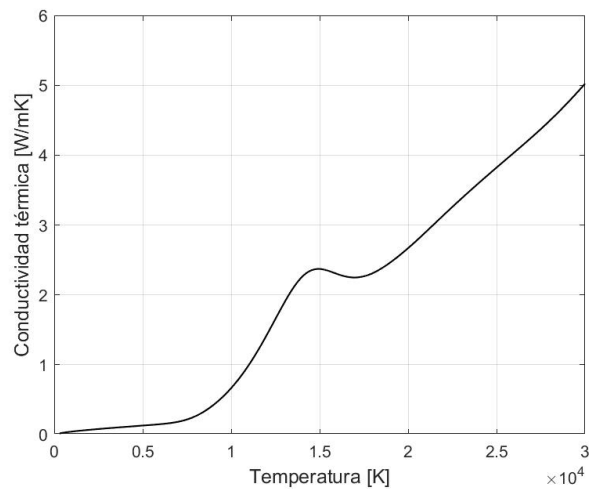


Figura 5.1: Comportamiento de la conductividad térmica del argón en función de la temperatura.

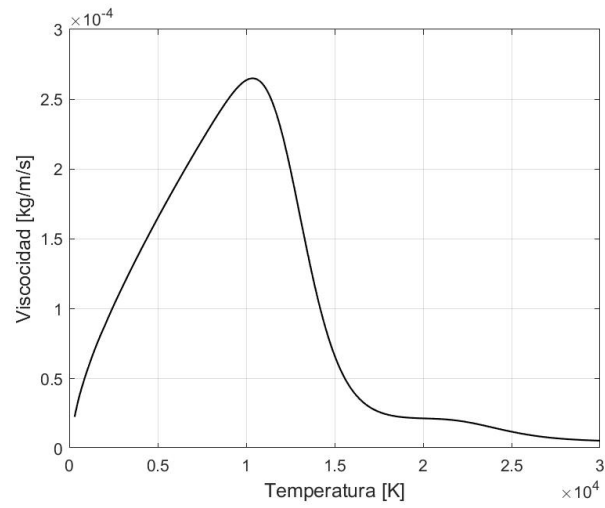


Figura 5.2: Comportamiento de la viscosidad del argón en función de la temperatura.

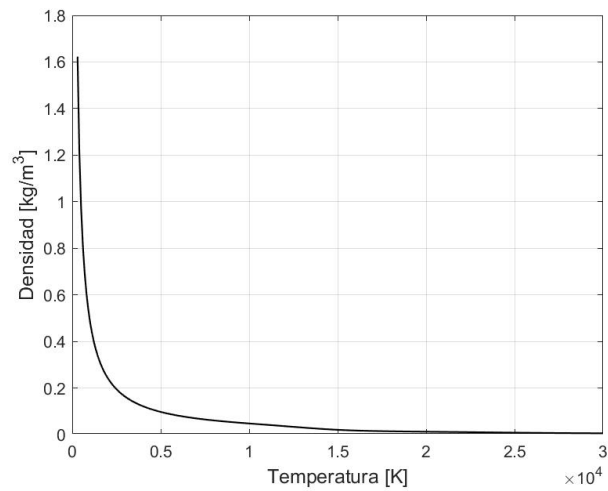


Figura 5.3: Comportamiento de la densidad del argón en función de la temperatura.

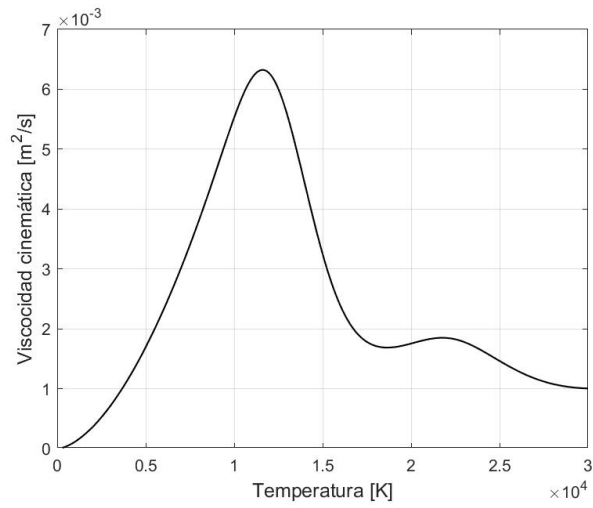


Figura 5.4: Comportamiento de la viscosidad cinemática del argón en función de la temperatura.

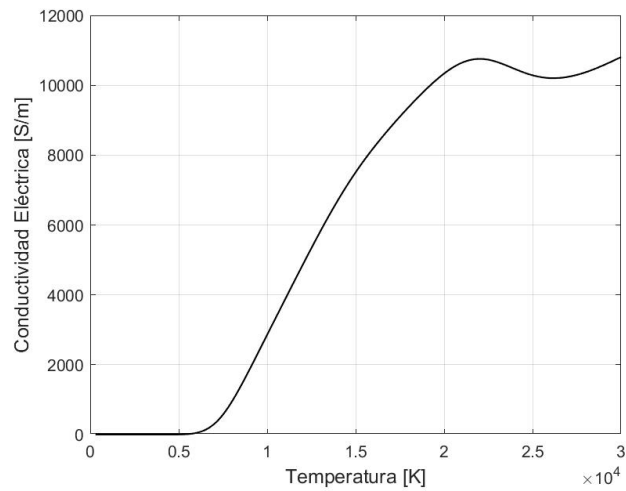


Figura 5.5: Comportamiento de la conductividad eléctrica del argón en función de la temperatura.

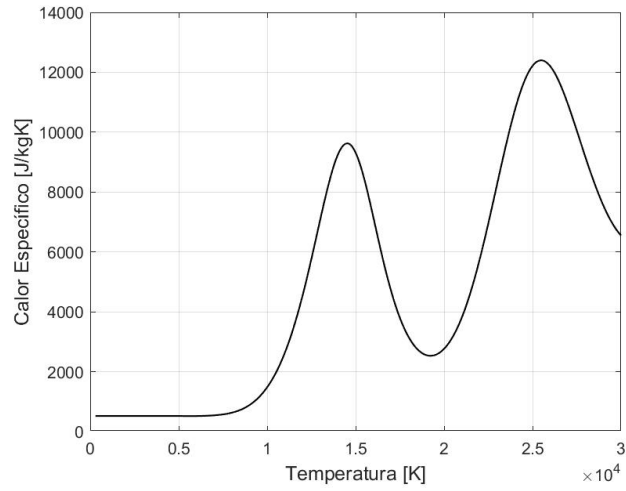


Figura 5.6: Comportamiento del calor específico del argón en función de la temperatura.

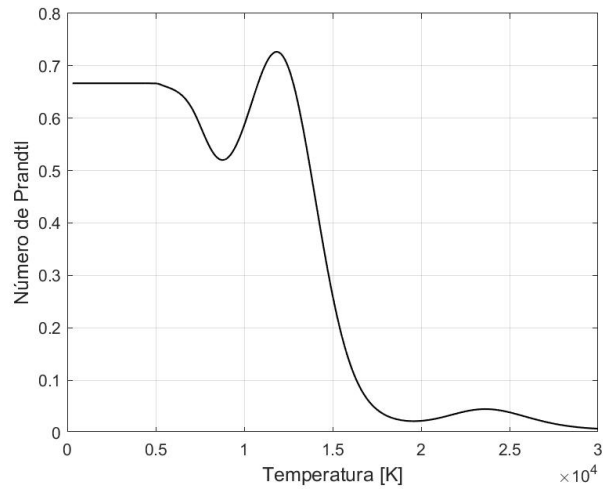


Figura 5.7: Comportamiento del número de Prandtl del argón en función de la temperatura.

5.2. Resultados del modelo desarrollado en esta tesis a diferentes temperaturas.

En la Tabla 5.2.0.1 se exponen los valores utilizados para modelar el plasma de argón a 7200°K.

Tabla 5.2.0.1: Tabla de propiedades utilizadas para la modelación a 7200 °K

Propiedad	Valor	Unidad
T_c	7200	°K
ϑ	$1.75 \cdot 10^{-3}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
k_{eff}	$7.984 \cdot 10^{-2}$	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
α_{eff}	$2.309 \cdot 10^{-3}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
Pr	$6.09 \cdot 10^{-1}$	–
I	200	A
V	1.5	V
q	300	W

En la Figura 5.8 se muestran las isotermas obtenidas con los valores expuestos en la Tabla 5.2.0.1.

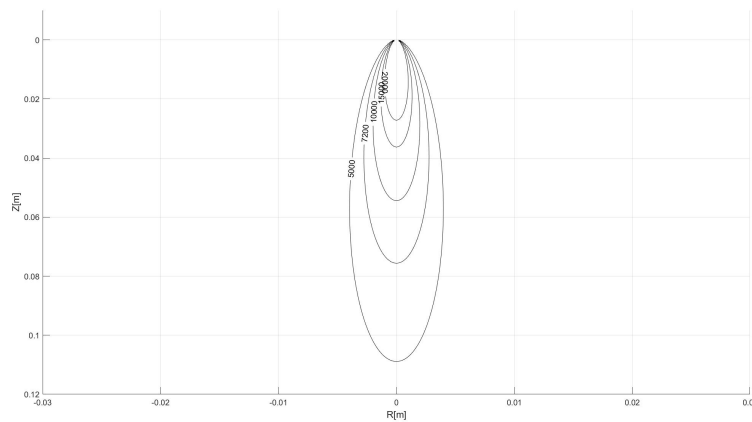


Figura 5.8: Isotermas obtenidas

En la Tabla 5.2.0.2 se muestran los valores de los radios en el punto medio de la longitud de las isoterms de la figura expuesta anteriormente.

Tabla 5.2.0.2: Tabla de radios de isoterms obtenidos

Temperatura	z_c	Radio di-
[K]	[m]	mensional
		[m]
5000	$1.09 \cdot 10^{-1}$	$3.45 \cdot 10^{-3}$
7200	$7.56 \cdot 10^{-2}$	$2.39 \cdot 10^{-3}$
10000	$5.45 \cdot 10^{-2}$	$1.72 \cdot 10^{-3}$
15000	$3.63 \cdot 10^{-2}$	$1.15 \cdot 10^{-3}$
20000	$2.72 \cdot 10^{-2}$	$0.86 \cdot 10^{-3}$

En la Figura 5.9 se muestran las isoterms obtenidas con los valores expuestos en la Tabla 5.2.0.1.

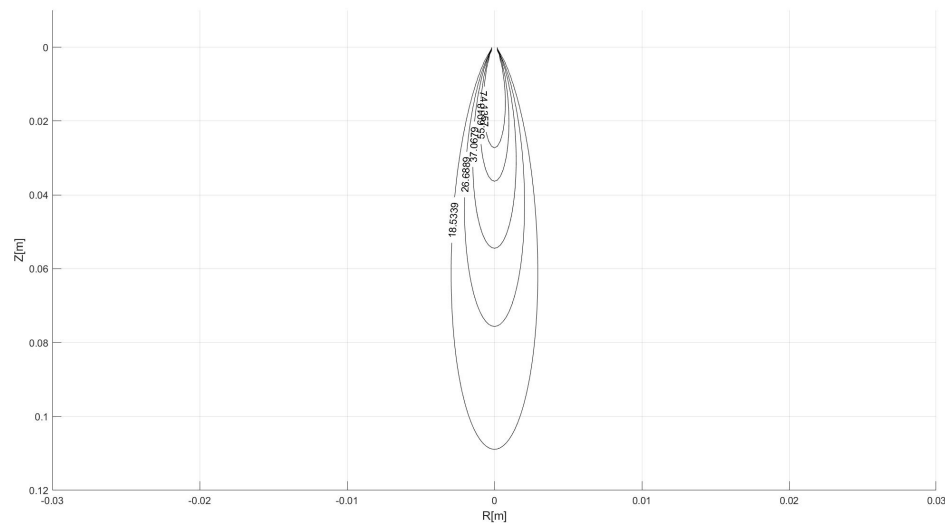


Figura 5.9: Isovelas obtenidas

En la Tabla 5.2.0.3 se muestran los valores de los radios en el punto medio de la longitud de las isovelas de la figura expuesta anteriormente.

Tabla 5.2.0.3: Tabla de radios de isovelocidades obtenidos

Temperatura	Velocidad	z_c	Radio dimensional
[K]	[m/s]	[m]	[m]
5000	18.5	$1.09 \cdot 10^{-1}$	$2.69 \cdot 10^{-3}$
7200	26.7	$7.56 \cdot 10^{-2}$	$1.87 \cdot 10^{-3}$
10000	37.1	$5.45 \cdot 10^{-2}$	$1.35 \cdot 10^{-3}$
15000	55.6	$3.63 \cdot 10^{-2}$	$0.89 \cdot 10^{-3}$
20000	74.4	$2.72 \cdot 10^{-2}$	$0.67 \cdot 10^{-3}$

En la Figura 5.10 se muestran las isolíneas de temperatura y de velocidad a 7200°K .

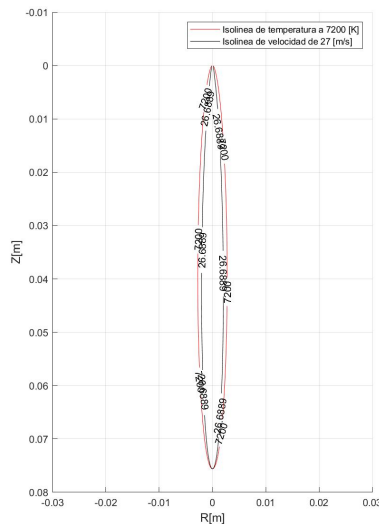


Figura 5.10: Comparación entre las isolíneas de velocidad y temperatura obtenidas

5.3. Comparación entre modelos

Para la comparación de los modelos se utilizaron las propiedades del argón a 10000°K , las que se detallan a continuación:

Tabla 5.3.0.1: Tabla de propiedades utilizadas para la modelación a 10000 °K

Propiedad	Valor	Unidad
T_c	10000	°K
ϑ	$5.53 \cdot 10^{-3}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
$\vartheta(11500)$	$6.32 \cdot 10^{-3}$	$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$
k_{prom}	$1.85 \cdot 10^{-1}$	$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$
V	3.82	V
Pr	$5.86 \cdot 10^{-1}$	–

5.3.1. Radios obtenidos a 10000 °K con el modelo desarrollado en esta tesis.

Las tablas expuestas a continuación, cuyos radios varían en función del amperaje y del largo del arco a estudiar, son producto de la utilización del voltaje ya determinado (3.82 [V]).

Tabla 5.3.1.1: Tabla de radios de isoterma a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[mm]	[mm]	[mm]
150	2.82	3.30	3.88
200	2.46	2.89	3.41
250	2.21	2.60	3.08
300	2.02	2.38	2.82

Tabla 5.3.1.2: Tabla de radios de isovelocidades a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[mm]	[mm]	[mm]
150	2.47	2.89	3.40
200	2.16	2.53	2.99
250	1.94	2.28	2.70
300	1.78	2.09	2.47

5.3.2. Radios obtenidos con el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez [6]

Para la determinación del radio de la isoterma se debe considerar que el voltaje no incide en el modelo desarrollado por los doctores mencionados. Las tablas expuestas a continuación muestran los resultados de los radios de la isoterma y de la isovelocidad en función del largo de la columna del arco de plasma y del amperaje utilizado.

Tabla 5.3.2.1: Tabla de radios de isotermas a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[mm]	[mm]	[mm]
150	2.47	2.83	3.31
200	2.71	3.08	3.58
250	2.91	3.30	3.82
300	3.07	3.48	4.02

Tabla 5.3.2.2: Tabla de radios de isovelocidades a 10000 °K evaluados en el punto medio de la longitud de la columna de plasma.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[mm]	[mm]	[mm]
150	2.21	2.51	2.87
200	2.39	2.69	3.08
250	2.54	2.85	3.26
300	2.67	2.99	3.41

5.3.3. Errores entre los modelos

Tras comparar los resultados expuestos en la Tablas 5.3.1.1 y 5.3.2.1 se obtienen los siguientes resultados para el error entre los radios de las isoterms:

Tabla 5.3.3.1: Tabla de cuantificación de errores en los radios de las isoterms.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[%]	[%]	[%]
150	14.17	16.60	17.57
200	8.89	6.16	4.74
250	24.05	21.21	19.37
300	34.20	31.60	29.85

Tras comparar los resultados expuestos en la Tablas 5.3.1.2 y 5.3.2.2 se obtienen los siguientes resultados para el error entre los radios de las isovelocidades:

Tabla 5.3.3.2: Tabla de cuantificación de errores en los radios de las isovelocidades.

Amperaje	Columna de 5 mm.	Columna de 7 mm.	Columna de 10 mm.
[A]	[%]	[%]	[%]
150	11.76	15.60	18.46
200	9.62	5.94	2.92
250	23.62	20	17.17
300	33.33	30.10	27.56

5.3.4. Gráficos de curvas comparando los diferentes modelos

Para graficar los diferentes modelos se utilizó un desfase calculado con la Ec. 4.12 obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 5.3.4.1: Tabla de desfases en función del amperaje.

Amperaje	Desfase
[A]	[mm]
150	0.27
200	0.32
250	0.35
300	0.38

5.3.4.1. Comparación gráfica entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis.

En los gráficos expuestos a continuación el color negro representa al modelo de Landau-Squire y el color azul el modelo desarrollado en esta tesis.

5.3.4.1.1. Isotermas

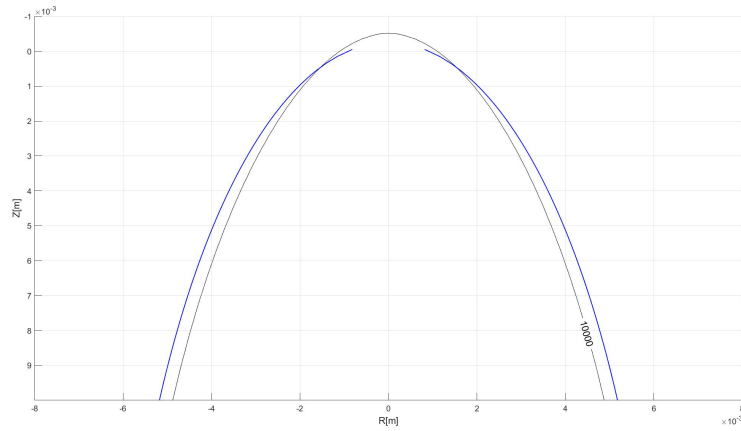


Figura 5.11: Comparación de los radios de las isotermas entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

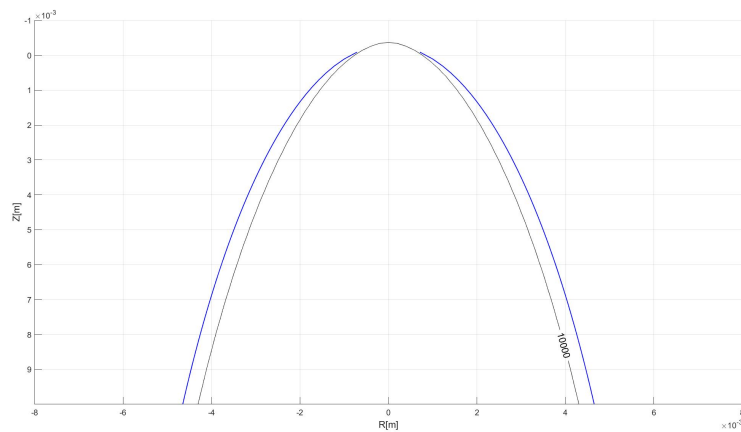


Figura 5.12: Comparación de los radios de las isotermas entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

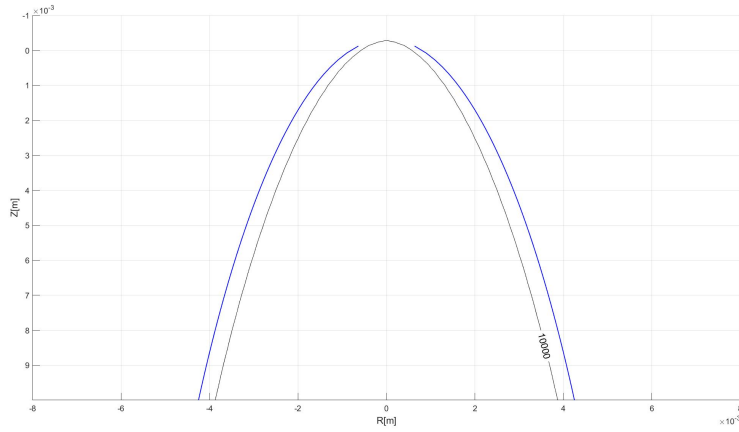


Figura 5.13: Comparación de los radio de las isothermas entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

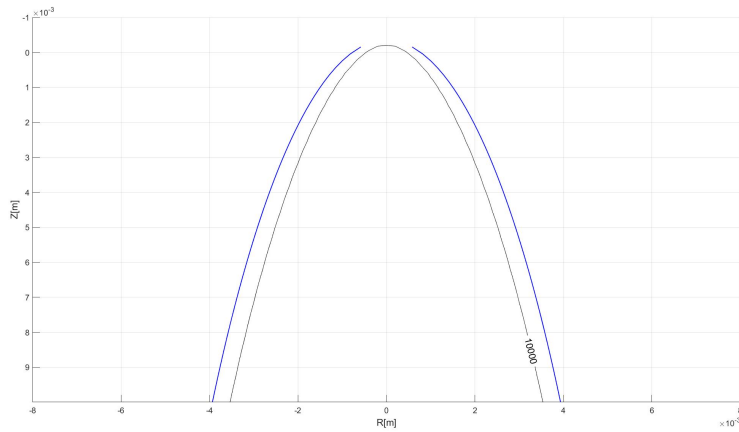


Figura 5.14: Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

5.3.4.1.2. Isovelocidades

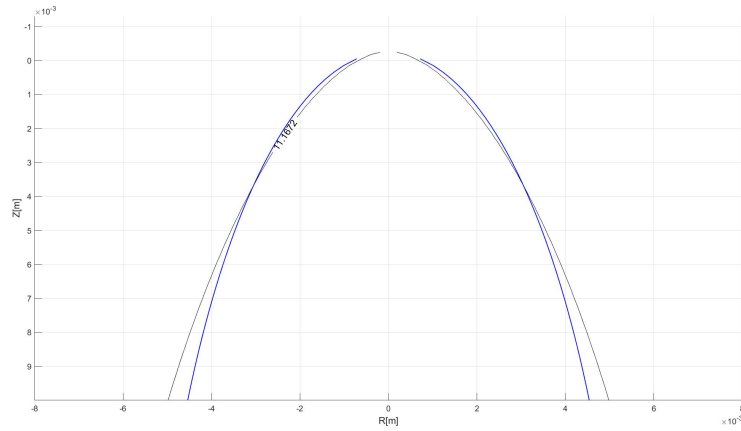


Figura 5.15: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

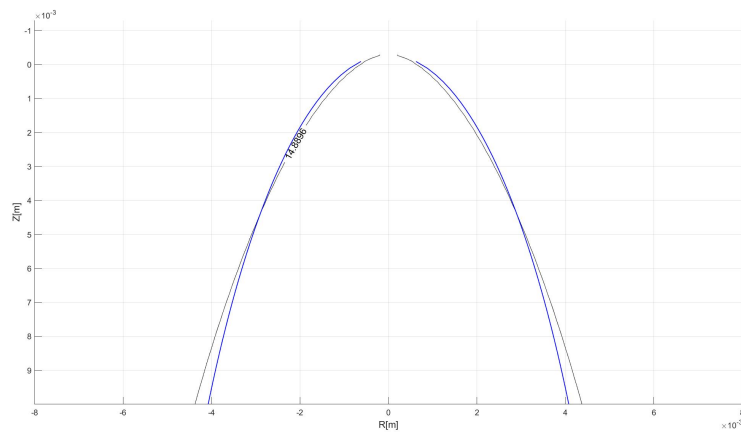


Figura 5.16: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

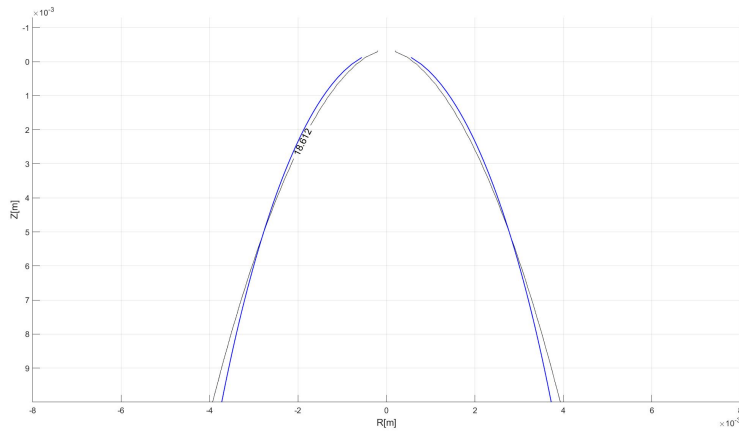


Figura 5.17: Comparación de los radio de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

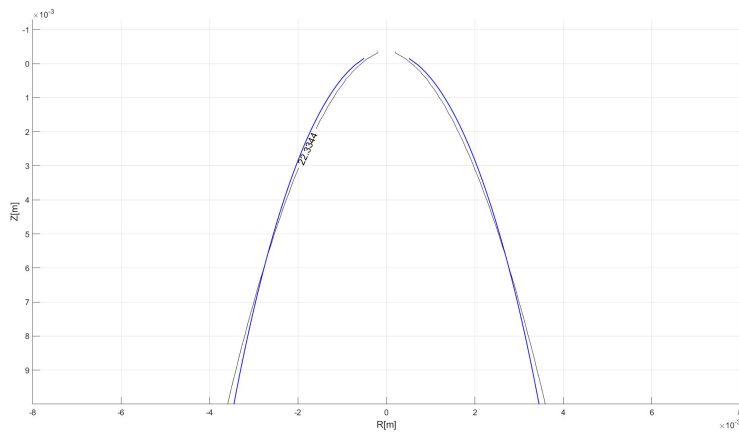


Figura 5.18: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

5.3.4.2. Comparación gráfica entre el modelo desarrollado en esta tesis y el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez.

En los gráficos expuestos a continuación el color rojo representa al modelo de los doctores mencionados y el color azul el modelo desarrollado en esta tesis.

5.3.4.2.1. Isotermas

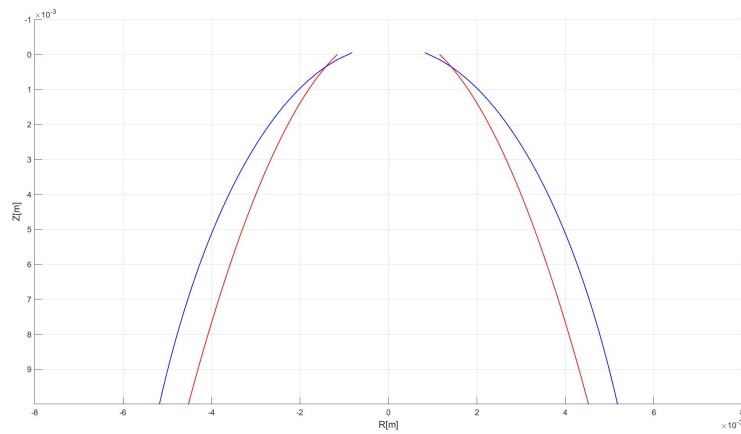


Figura 5.19: Comparación de los radios de las isotermas entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

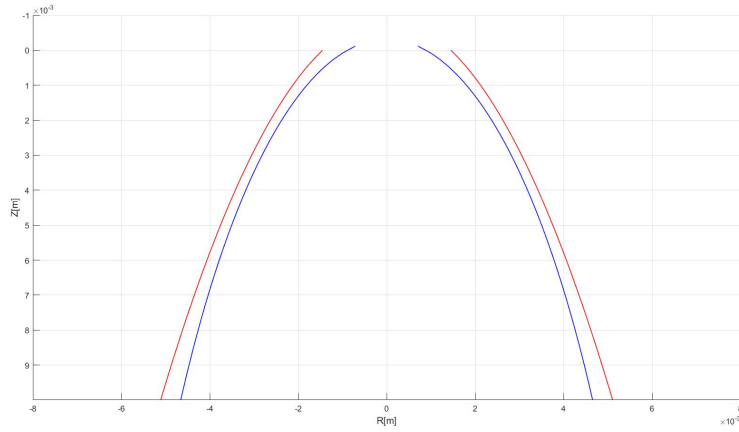


Figura 5.20: Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

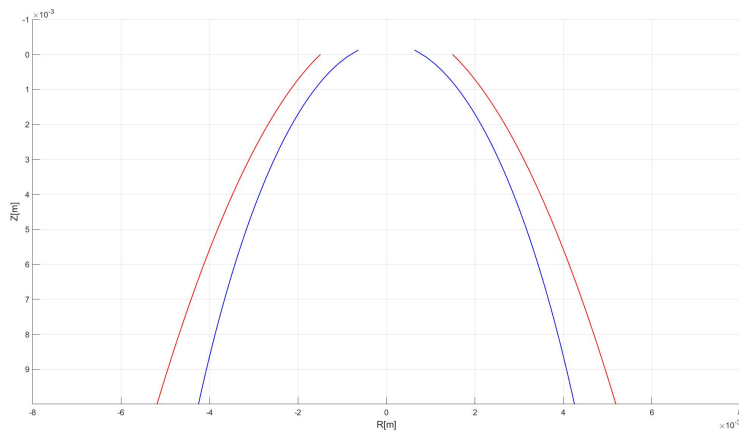


Figura 5.21: Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

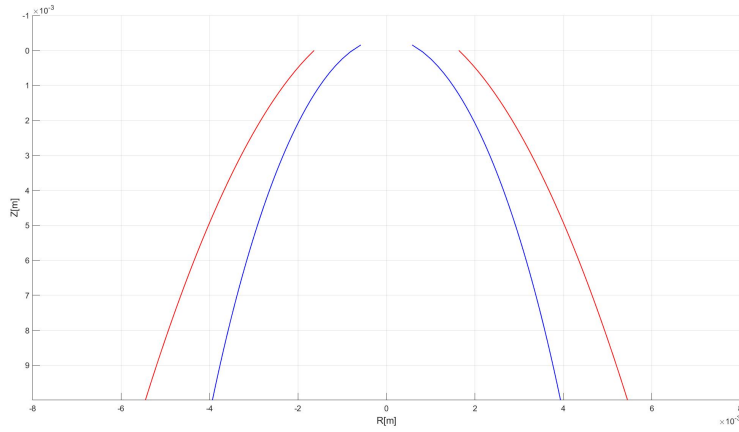


Figura 5.22: Comparación de los radios de las isothermas entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

5.3.4.2.2. Isovelocidades

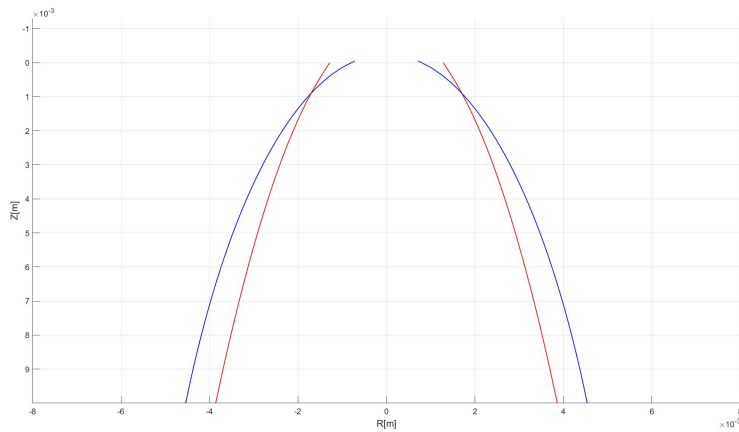


Figura 5.23: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

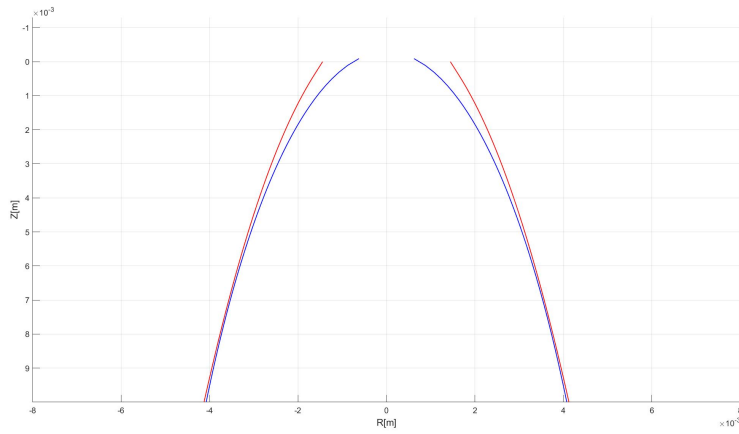


Figura 5.24: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

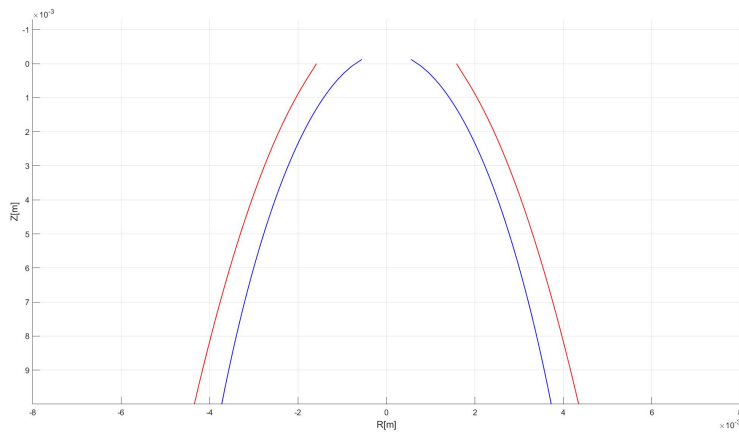


Figura 5.25: Comparación de los radio de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

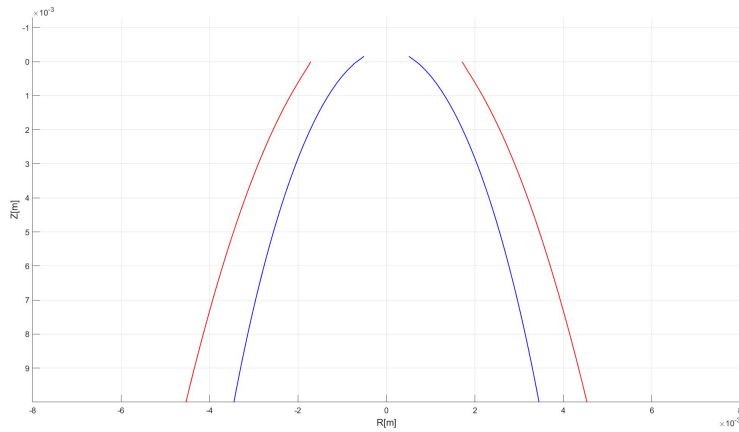


Figura 5.26: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

5.3.4.3. Comparación gráfica entre el modelo desarrollado en esta tesis, el modelo de Landau-Squire y el modelo de los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez.

En los gráficos expuestos a continuación el color negro representa al modelo de Landau-Squire, el color rojo el modelo desarrollado por los doctores y el color azul el modelo desarrollado en esta tesis.

5.3.4.3.1. Isotermas

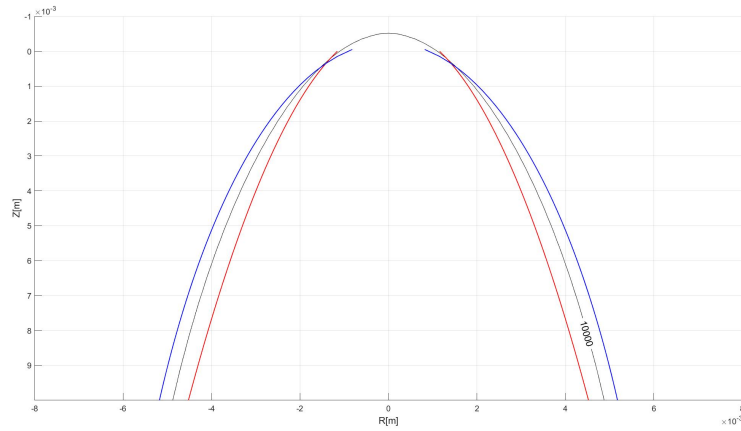


Figura 5.27: Comparación de los radios de las isotermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

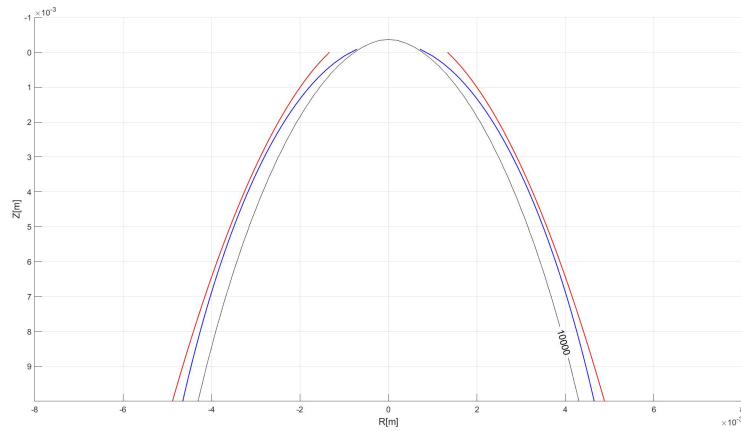


Figura 5.28: Comparación de los radios de las isotermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

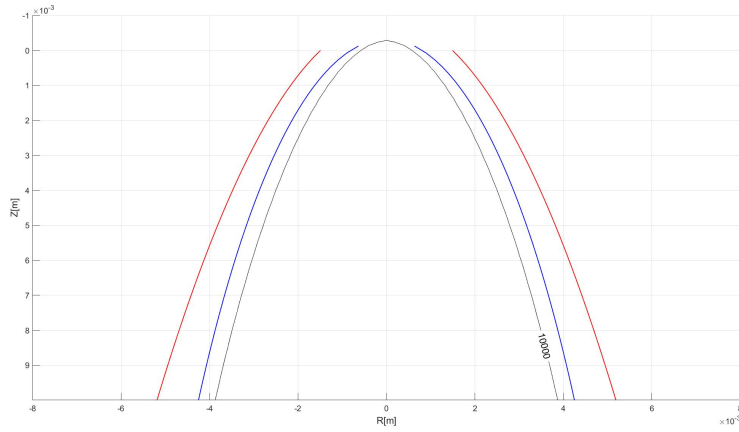


Figura 5.29: Comparación de los radio de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

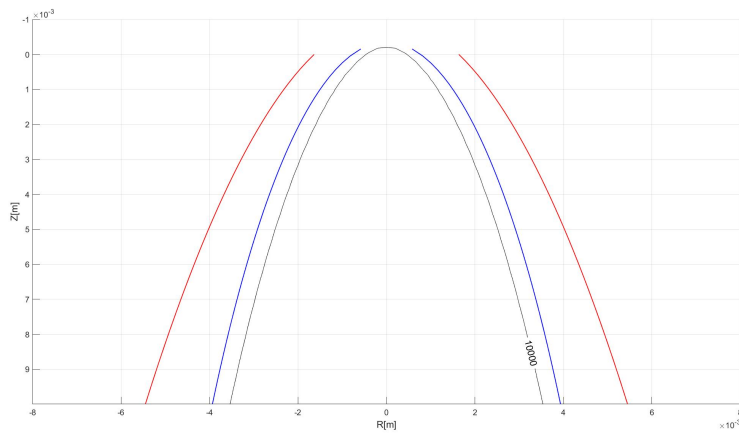


Figura 5.30: Comparación de los radio de las isothermas entre el modelo de los doctores, el modelo de Landau-Squire y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

5.3.4.3.2. Isovelocidades

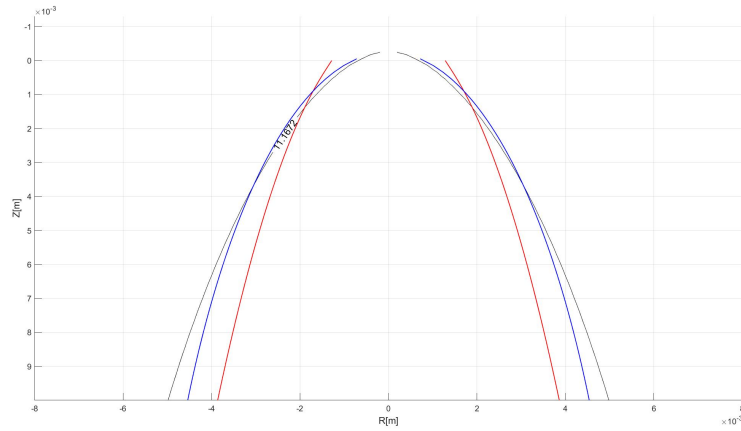


Figura 5.31: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 150[A].

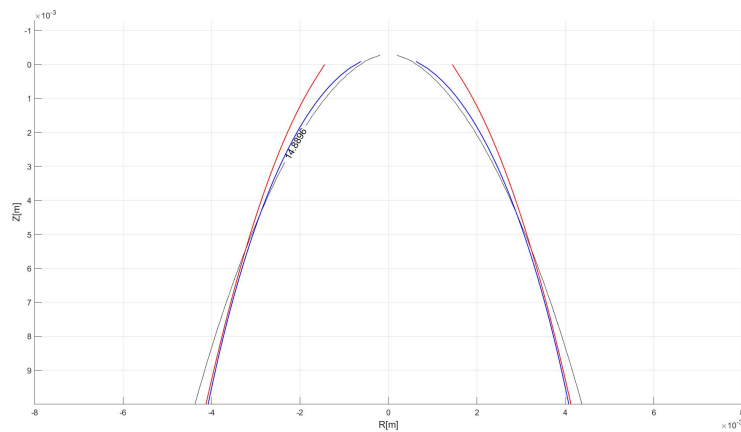


Figura 5.32: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 200[A].

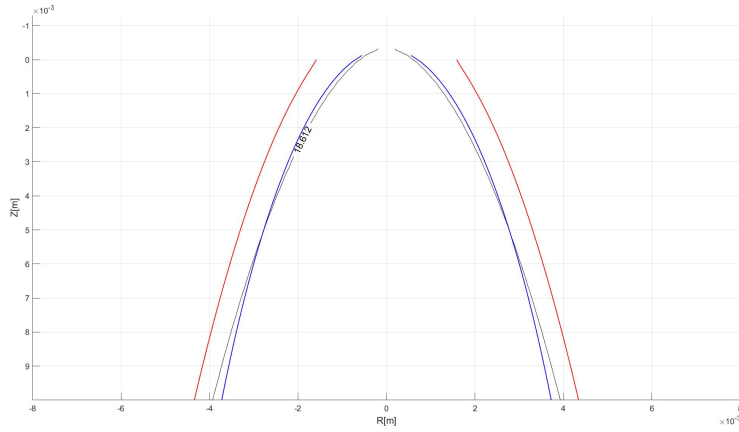


Figura 5.33: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 250[A].

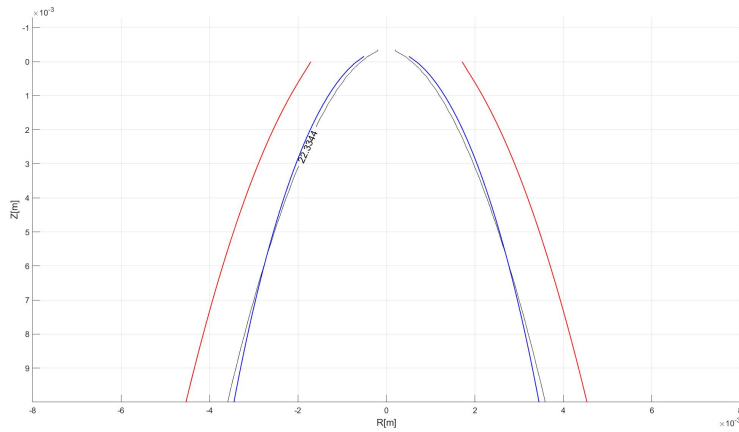


Figura 5.34: Comparación de los radios de las isovelocidades entre el modelo de Landau-Squire, el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis a 300[A].

Capítulo 6

Discusión

6.1. Propiedades de los gráficos del argón

Es importante notar que existen algunos puntos específicos de los gráficos que permiten comprender lo que está ocurriendo en el momento de generar plasma de este gas. En la sección expuesta a continuación se discutirá acerca de estos puntos sin la intención de profundizar en la física de partículas envuelta en este proceso.

6.1.1. Ionización del gas

Al observar el gráfico del calor específico (Fig. 5.6) se puede apreciar la presencia de dos peaks que hacen referencia a la temperatura en que la primera y la segunda ionización han ocurrido de forma completa. Además se puede observar que la primera ionización ocurre a 15000°K y la segunda a 25000°K , esto significa que la segunda ionización requiere mucha más energía para que ocurra que la primera.

La zona más caliente del plasma de argón a 200 [A] se asume cercana a los 20000°K (Murphy et al. [17]), por lo que a esta temperatura está comenzando el proceso de la segunda ionización lo que implica que en condiciones reales el efecto de esta no es relevante.

6.1.2. Conductividad eléctrica del argón

En la Fig 5.5 se puede observar que el comienzo del aumento de la conductividad eléctrica tiene relación con el comienzo del aumento del calor específico. Al ionizarse los átomos de argón se liberan electrones que se transportan a través del gas permitiendo el flujo de corriente.

Existe un rango estable de conductividad eléctrica que se encuentra entre los 20000°K y los 30000°K aproximadamente, lo que implica que no hay una relación o aumento de la conductividad eléctrica por motivo de la segunda ionización.

6.1.3. Viscosidad cinemática

De acuerdo a la Fig. 5.4, el comportamiento de la viscosidad cinemática no es lineal con la temperatura, por lo que es importante entender qué propiedad constituyente de esta viscosidad es la que incide en la no linealidad. Por fórmula, la viscosidad cinemática se define como $\nu = \mu/\rho$, en la que la densidad disminuye exponencialmente en función del aumento de la temperatura (Fig. 5.3) y la viscosidad tiene un comportamiento no lineal (Fig. 5.2). Este comportamiento anómalo de la viscosidad se refleja en la forma del gráfico de la viscosidad cinemática.

6.1.4. Número de Prandtl

El comportamiento observado del número de Pr (Fig. 5.7) en el rango de 0 a 10000°K presenta pequeñas variaciones siendo siempre menor que 1. Posterior a los 10000°K, ocurre una disminución importante del valor del Pr, esto es causado principalmente por la disminución del calor específico y de la viscosidad (Ec. 2.1 y figuras 5.6 y 5.3). Además, a medida que aumenta la conductividad térmica la difusividad molecular del calor aumenta, lo que significa que el Pr se hace más pequeño.

Debido a que las temperaturas del plasma de argón son siempre cercanas o mayores a los 10000°K, se puede afirmar que el plasma de argón es un buen conductor de calor (Fig 5.1) y que presenta una difusión de calor mucho mayor que la difusividad molecular causada por la cantidad de movimiento.

6.1.5. Conductividad térmica

Se observa en la Fig. 5.1 que el comportamiento de la conductividad térmica se comporta de forma lineal con el aumento de la temperatura, es por este comportamiento y debido a que la fórmula de temperatura (Ec. 4.9) depende expresamente del Pr y de la conductividad térmica que se probaron diferentes acercamientos.

El primer acercamiento realizado fue a través del cálculo de la conductividad térmica efectiva (Sección 4.1) con esto se obtenía un valor menor que el de la conductividad térmica a la misma temperatura, esto hacia que los radios de temperatura obtenidos fueran menores y aumentaba el error cuando se comparaba con el modelo desarrollado por los doctores. Posterior a esto se decidió realizar un promedio simple ponderado obteniendo una mejor aproximación y un error mucho menor (Sección. 5.3).

6.2. Respecto a la fuente de calor considerada en el modelo de Landau-Squire

El modelo de Landau-Squire se ha utilizado para diferentes fines, como por ejemplo la simulación de flujo en nanotubos (Secchi et al. [21]), simulación de fuentes de calor, etc. Lo particular del modelo desarrollado en esta tesis, es la elección del valor de la fuente de calor y la forma de realizar esta elección.

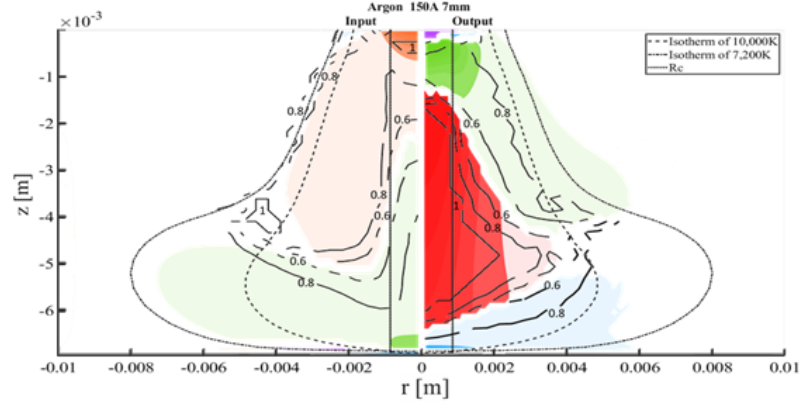


Figura 6.1: Zonas con diferentes mecanismos de transferencia de calor desarrollado por Velasquez-Sanchez et al [6] .

En la imagen expuesta anteriormente y en la imagen de análisis de energía del arco (Apaoblaza et al. [1], pag. 50) se visualiza que la fuente de energía en la parte inicial del arco de plasma ha sido la generada por el efecto Joule (zona naranja), es más, se observa una zona hasta el primer milímetro aproximadamente en que la principal fuente de energía entrante es el Efecto Joule, por lo que para decidir el voltaje necesario se estudió la caída de tensión en arcos de plasma de diferentes longitudes.

La dificultad para seleccionar el voltaje radica en que este varía según el largo del arco, generando problemas para su modelación ya que se considera que el arco tiene un largo determinado y debido a esto, si el arco es más corto el voltaje es sobreestimado y si el arco es más largo el voltaje es subestimado, lo que representa una fuente de error para el cálculo de las dimensiones del arco de plasma.

6.3. Consideraciones y supuestos de los modelos utilizados

Los modelos utilizados para estudiar la zona de la columna del plasma presentan diferentes limitaciones, cuyos alcances se discutirán en esta sección.

6.3.1. Modelo de Landau-Squire

El modelo de Landau-Squire tiene una serie de condiciones mencionadas en la Sección 2.5, estas condiciones si bien permiten la resolución de las ecuaciones de Navier-Stokes, inciden en que los resultados obtenidos disten de las condiciones reales de lo que se quiere simular.

Una de las condiciones impuestas que más afectan al modelo es el chorro que emerge desde un punto, esto implica que la presión en ese punto tienda a infinito lo que es inviable en la realidad. También se asume que el componente de la velocidad en ϕ es igual a cero, esto lleva a analizar la velocidad bajo dos dimensiones en vez de tres, lo que resulta en una simplificación importante de la realidad que facilita su resolución.

Por último, el modelo de Landau-Squire fue pensado para la modelación de un chorro de un fluido líquido, por lo que cuando se utilizan valores muy bajos del número de Pr, el modelo cambia su comportamiento tomando una forma parecida a la de un limón.

6.3.2. Modelo desarrollado en esta tesis

El modelo desarrollado en esta tesis posee las mismas limitantes del modelo de Landau-Squire pero además se basa en una serie de aproximaciones, tanto geométricas como numéricas, lo que causa diferencias de representación con el modelo de Landau-Squire.

Además, al agregar desfase, fuerza electromagnética y al crear el número de Squire, se produce una modificación del modelo principal que se asemeja más al fenómeno que ocurre con el plasma de argón.

Uno de los supuestos más incidentes utilizados en el modelo desarrollado es el de equilibrio termodinámico local, el que si bien permite el estudio de las diferentes zonas del plasma, no permite considerar una interrelación entre las propiedades del plasma de diferentes temperaturas, haciendo que el plasma modelado tenga diferentes zonas térmicas (Fig. 5.8) y de velocidad (Fig. 5.9) aisladas unas de otras.

6.3.3. Modelo desarrollado por los doctores Alfredo Delgado, Marcos Ramírez y Patricio Mendez

El modelo utilizado por los doctores se basa en múltiples funciones que se asemejan a polinomios con diferentes coeficientes de ajuste. Estos coeficientes permiten que los gráficos generados con este modelo se acerquen a la realidad.

Este modelo se ajusta a los resultados experimentales obtenidos por diferentes investigadores, Murphy et al. [17], Ramirez et al. [19] y Mendez et al. [15]. Si bien el modelo no logra un ajuste perfecto [5] otorga parámetros interesantes para comparar los resultados del modelo desarrollado en esta tesis.

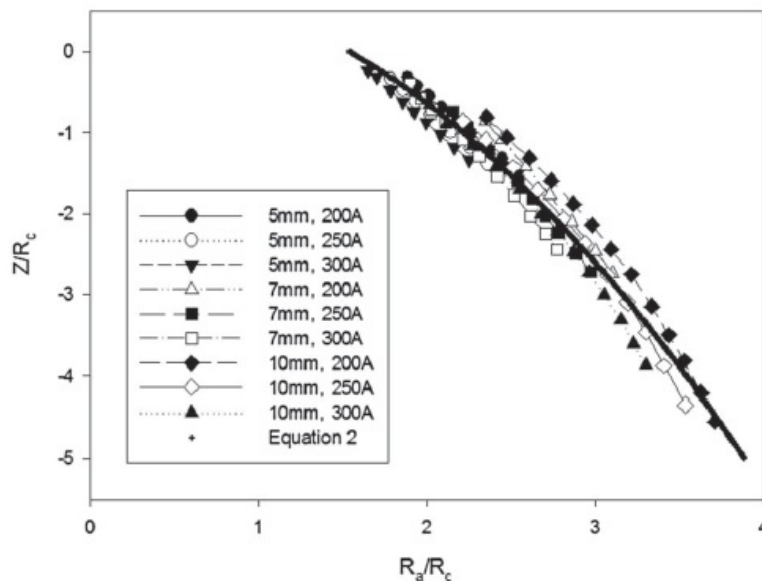


Figura 6.2: Comparaciones de los radios de isoterma variando los valores de corriente y el largo del arco desarrolladas por Delgado et al. [5].

La línea continua representa los valores obtenidos con la ecuación adimensional desarrollada en el documento citado en la imagen anterior y con la cual se compararon los valores obtenidos en esta tesis.

Para utilizar este modelo, se requirió definir la densidad de corriente empleando la definida por Delgado et al. [6], que es igual a $6.5 \cdot 10^7$ [A/m²], valor que difiere bastante del que utilizó Apaoblaza et al. [1] en el cual se asignó un valor de $4.1 \cdot 10^7$ [A/m²]. Para comparar los modelos se utilizó $8.45 \cdot 10^7$ [A/m²], lo que indica que el valor de la densidad de corriente aún no está definido de forma perfecta y que se puede modificar para lograr un mejor ajuste.

Para la comparación del radio de la velocidad del modelo de esta tesis con el modelo desarrollado por los doctores, se ocupó la velocidad definida por la Ec. 4.38. Debido a que las velocidades del plasma en el modelo desarrollado en esta tesis son mayores a las reales, es posible esta comparación pero sobreestima los resultados de ambos modelos con respecto a la realidad.

Dado que el modelo de los doctores posee rangos de validez asociados a la longitud del arco para el radio de la isoterma y de la isovelocidad, para la creación de los gráficos expuestos en la Sección 5.3.4 se utilizó el punto medio de la longitud del arco, que es un valor válido tanto para las ecuaciones de la isoterma como las de isovelocidades. Esto significa que los gráficos fueron creados con diferentes valores de diseño para cada iteración, deduciéndose que los resultados de los gráficos no son característicos de ninguna longitud de arco. Se debe considerar además que este modelo no funciona correctamente cerca del ánodo y del cátodo, por lo que no se consideraron estas zonas para realizar la comparación.

El modelo de los doctores tiene la ventaja de que al variar el valor de la intensidad y la longitud del arco se ocasiona un cambio en el voltaje de este. Esto simula lo que ocurre en la realidad de que al aumentar la distancia entre el cátodo y el ánodo, se produce un aumento del voltaje estabilizando el arco, lo que no ocurre de forma automática en el modelo desarrollado.

6.4. Diferencias entre medidas experimentales del plasma y valores obtenidos con el modelo.

6.4.1. Orden de magnitud de la velocidad y viscosidad cinemática

Los valores de velocidad obtenidos experimentalmente del plasma de argón son cercanos a los 200 [m/s] a 20000°K y 200[A]. Si se aplica la Ec. 4.38 se obtienen valores cercanos a los 417 [m/s] a 20000°K y 200[A], lo que significa que los radios de las isovelocidades graficadas son menores que los radios reales. Además, al observar los gráficos expuestos en la Sección 5.3.4 se concluye que las isovelocidades se encuentran dentro de las isothermas por lo que la viscosidad cinemática (Ec. 4.8) con la que se evalúa es a una temperatura mayor que la de la isoterma descrita.

6.4.2. Densidad de corriente

Debido a que en el modelo desarrollado en esta tesis la densidad de corriente no es un factor y en el modelo desarrollado por los doctores si lo es, los resultados obtenidos se ven afectados cuando ocurre una variación de esta (al aumentarla hay menor diferencia entre los radios de las isocorrientes de velocidad y temperatura, y viceversa), dificultando el proceso de comparación de resultados.

6.5. Propiedades termodinámicas

Los valores de las propiedades termodinámicas utilizados para el cálculo de los radios y la realización de los gráficos han variado a medida que la tesis se ha desarrollado, debido a los sucesivos ajustes que se han realizado con el fin de reducir las diferencias entre los modelos. Como se dijo anteriormente, la conductividad térmica efectiva fue reemplazada por un promedio simple de esta.

Respecto a la viscosidad cinemática, aún se esta iterando para encontrar el valor adecuado con el fin de asemejar el modelo a la realidad. Al evaluar la viscosidad cinemática a una temperatura de 1000°K sobre la temperatura en la que se evalúa el radio de la isoterma, se han conseguido los resultados positivos que fueron detallados en las tablas de isovelocidades de la Sección 5.3.1.

Respecto al valor del número de Prandtl, se utilizó el valor de la temperatura de interés (7200°K o 10000°K según el caso) pero se considera que la forma de cálculo del número de Prandtl debería además relacionar los valores anteriores de conductividad térmica y viscosidad cinemática, lo que no se ha logrado en forma satisfactoria hasta el momento, razón por la cual aún no se consigue una forma ideal para obtener el valor de este.

6.6. Errores

Como se puede apreciar en las Tablas 5.3.3.1 y 5.3.3.2, el porcentaje de error entre el modelo de los doctores y el modelo desarrollado en esta tesis aumenta a medida que aumenta el amperaje y/o a medida que disminuye la longitud del arco de plasma. Esto es debido principalmente a que en el modelo de los doctores el valor del voltaje varía en función de la longitud del arco y a que el valor del voltaje usado en el modelo de esta tesis es fijo e igual al de un arco de 7 mm. a 250 [A].

En las tablas señaladas se aprecia que existe un error máximo de 34.20 % entre los modelos (tabla de errores de las isothermas). Este es un error bajo y considerando que el modelo desarrollado en esta tesis es un modelo simplificado de la física del plasma y al ser ejecutable en poco tiempo (aproximadamente 30 segundos) resulta un avance importante para el cálculo de las dimensiones del arco de plasma y abre la ventana para un futuro uso industrial.

6.6.1. Gráficos comparativos

A continuación se discute el comportamiento de las isolíneas de los diferentes gráficos comparativos de la Sección 5.3.4.

6.6.1.1. Gráficos comparativos de Landau-Squire con el modelo desarrollado en esta tesis.

En la sección 5.3.4.1, se observa que en todos los gráficos de isothermas los valores del modelo de esta tesis aumentan su diferencia con los de Landau-Squire a medida que aumenta la longitud del arco. Además se puede apreciar que a medida que aumenta la corriente disminuyen los valores de los radios obtenidos y siempre los valores de los radio del modelo desarrollado en esta tesis son mayores que los obtenidos con el modelo de Landau-Squire.

En los gráficos de isovelocidades los modelos presentan un comportamiento diferente, los radios son relativamente iguales hasta el cuarto milímetro del arco para luego empezar a diferenciarse a medida que aumenta la longitud de este. En este caso, el error entre los radios se reduce a medida que se aumenta el amperaje.

6.6.1.2. Gráficos comparativos de modelo de los doctores con el modelo desarrollado en esta tesis.

En la Sección 5.3.4.2, se puede apreciar que los modelos presentan un diferente comportamiento en función del aumento del amperaje. Los radios de las isothermas e isovelocidades del modelo desarrollado por los doctores aumentan cuando aumenta la corriente y en el modelo desarrollado por esta tesis estos disminuyen, por lo que en los gráficos los radios tienden a separarse a medida que aumenta la corriente. También la diferencia entre los radios aumenta a medida que aumenta la longitud del arco llegando a un error de 34.2% en el gráfico de isothermas a 300[A].

En los gráficos de 200[A] se logra un error mínimo, esto es curioso debido a que se escogió un voltaje perteneciente a un arco de 250[A] y el arco a 250[A] presenta mayores errores. Esto se consideró una casualidad.

6.6.1.3. Gráficos comparativos de todos los modelos usados en esta tesis.

En la Sección 5.3.4.3, los gráficos fueron realizados para observar el comportamiento de las diferentes parábolas y ver según el parámetro de forma de la parábola qué es lo que se debe modificar. Se puede observar en los gráficos de las isothermas de 150 y 200[A] que todos los modelos se asemejan bastante y a medida que el amperaje aumenta, las líneas se distancian de forma paulatina, cambiando la apertura de sus brazos lo que implicaría una diferencia en las ecuaciones de las parábolas.

En los gráficos de isovelocidades, se obtiene un error que es aceptable y si se desea disminuir este se debería modificar el valor de la viscosidad cinemática (único valor que afecta a los gráficos de isovelocidad en el modelo de Landau-Squire). Debido a que ya se evalúa esta propiedad cerca del valor máximo del peak (Fig. 5.4) existe un rango pequeño de modificación, por lo que este rango sería una limitación del modelo.

6.6.2. Forma del plasma de argón

El gráfico del plasma (Fig. 6.1) muestra que este posee una forma de campana debido a que cuando impacta la zona donde se está soldando, las partículas que lo componen rebotan. El modelo de esta tesis no considera este rebote y si considera que el arco alcanza su longitud máxima en $0 \hat{x} + z_c \hat{z}$ por lo que el radio máximo del arco de plasma se encuentra en su centro y no en la zona de las rebabas.

Capítulo 7

Conclusiones

Se logró obtener una serie de ecuaciones simplificadas que permiten obtener la velocidad del arco, las dimensiones de la zona columnar y que son fácilmente aplicables a distintos tipos de gases.

Se graficaron las diferentes propiedades que resultan relevantes para entender el comportamiento del arco de plasma.

Se realizó la estimación de los radios de las curvas de isovelocidad y de las isothermas, y se estudio el rango del número de Prandtl en que el modelo es válido.

Respecto del efecto de la viscosidad cinemática en el modelo, se considero que el valor máximo de la Fig. 5.4 es el más acertado para su modelación a 10000°K.

Se compararon los resultados con el modelo desarrollado por los doctores obteniéndose errores que se encuentran entre 2.4 % a 34.2 %.

El modelo desarrollado presenta múltiples oportunidades de aplicación en la industria, siendo la más importante la opción de estimar el ancho de la columna de forma simple y dimensionar las medidas mínimas requeridas de lo que se quiere soldar.

Las ecuaciones pueden ser utilizadas en cualquier lenguaje de programación siempre y cuando se tengan los valores de las propiedades termodinámicas permitiendo que cualquier computador con características técnicas mínimas ejecute el código y obtenga los resultados en cuestión de segundos, esto representa un gran avance ya que generalmente los resultados se demoraban días en ser obtenidos.

7.1. Trabajo Futuro

- Utilizar el modelo para el estudio de otros plasmas y con mezclas de gases.
- Buscar nuevas formas de cálculo de las diferentes propiedades termodinámicas.
- Crear un mapa térmico del plasma en que cada isolínea tenga las propiedades de la temperatura que se quiere representar. Además en este mapa, representar las interacciones de las zonas medias según el mecanismo de energía dominante.
- Vincular el ancho de la columna a la zona térmicamente afectada y al ancho de la piscina de soldadura.
- Creación de factores de corrección para el modelo desarrollado en esta tesis

Bibliografía

- [1] D. Apaoblaza. *Estudio del comportamiento del plasma termal a presión atmosférica aplicado a soldadura*. Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2018.
- [2] R. Balasubramaniam. *Delhi Iron Pillar: New Insights*. Aryan Books International, Shimla, India, 2002.
- [3] Y. Cengel. *Transferencia de calor y masa, Un enfoque práctico*. Mc Graw Hill, D.F, México, Tercera Edición, 2000.
- [4] F. Cubillos. *Reparación automática de barras metálicas cilíndricas mediante manufactura aditiva robotizada*. Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2018.
- [5] A. Delgado-Álvarez. Determinación de las características magneto-hidrodinámicas del plasma de soldadura mediante solución numérica y teorías de escalamiento. *Universidad Nacional Autónoma de México*, PhD Tesis, 2018.
- [6] A. Delgado-Álvarez, P. F. Mendez, and M. A. Ramírez-Argáez. Dimensionless representation of the column characteristics and weld pool interactions for a dc argon arc. *Science and Technology of Welding and Joining*, 24(7):634–643, 2019.
- [7] A. Ioffe. Semiconductor thermoelements and thermoelectric cooling. *Vacuum, Elsevier*, 1957.
- [8] A. Karkhin. *Thermal processes in Welding*. Springer, St. Petersburg, Russia, 2018.
- [9] Y. Lu, Y. Wang, and P. Mendez. Width of thermal features induced by a 2-d moving heat source. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 156:119793, 08 2020.

- [10] H. Maecker. Plasmaströmungen in lichtbögen infolge eigenmagnetischer kompression (alemán). *Zeitschrift für Physik*, pages 198–216, 1955.
- [11] P. Mendez. *Arc Physics*. University of Alberta, Edmonton, Canada, 2015.
- [12] P. Mendez. *Mass Balance*. University of Alberta, Edmonton, Canada, 2015.
- [13] P. Mendez. *The welding arc*. University of Alberta, Edmonton, Canada, 2015.
- [14] P. Mendez, M. Ramirez, G. Trapaga, and T. Eagar. Order-of-magnitude scaling of the cathode region in an axisymmetric transferred electric arc. *Vacuum, Elsevier*, 32 B:547–558, 2001.
- [15] P. Mendez, M. Ramirez, G. Trapaga, and T. Eagar. Scaling laws in the welding arc. *Mathematical Modelling of Weld Phenomena*, 6, 2001.
- [16] B. Munson, D. Young, T. Okishi, and W. Huebsch. *Fundamentals of fluid mechanics*. Don Fowley, United States of America, 2009.
- [17] A. Murphy. Demixing in free-burning arcs. *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, 55:7473–7494, 06 1997.
- [18] A. Piel. *Plasma Physics. An introduction to laboratory, Space and Fusion Plasmas*. Springer, Kiel, Germany, 2017.
- [19] M. Ramírez, C. Gonzalez-Rivera, and G. Trápaga. Mathematical modeling of high intensity electric arcs burning in different atmospheres. *ISIJ International*, 49(6):796–803, 2009.
- [20] A. Scotti, V. Ponomarev, and W. Lucas. A scientific application oriented classification for metal transfer modes in gma welding. *Journal of Materials Processing Technology, Elsevier*, 1(212):1406–1413, 2012.
- [21] E. Secchi, S. Marbach, A. Siria, and L. Bocquet. Landau-squire jet as a versatile probe to measure flow rate through individual nanochannel and nanotubes. *APS*, pages G9–009, 2015.
- [22] H. Squire. The round laminar jet. *Qaterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*, IV(3):321–329, 1951.
- [23] B. Theodore, A. Lavinne, F. Incropera, and D. D. *Introduction to Heat Transfer*. John Willey Sons, inc, New Jersey, Estados Unidos, 2011.
- [24] M. Touch. Numerical integration- midpoint, trapezoid, simpson’s rule, 2019.

- [25] A. Velasquez-Sanchez, J. Delgado, P. Mendez, and M. Ramirez. CFD Analysis of the Predominance of Heat Transfer Mechanisms in Electric Arc Columns. 2020.