



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE MINAS**

**METODOLOGÍA DE ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA  
PARA PLANIFICACIÓN MINERA A CIELO ABIERTO DE LARGO  
PLAZO**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN  
MINERÍA**

**NELSON GONZALO RUMINÓ ESPINOZA**

**PROFESOR GUÍA:  
ALEJANDRO CÁCERES SAAVEDRA  
PROFESOR CO-GUÍA:  
NELSON MORALES VARELA**

**MIEMBROS DE COMISIÓN  
XAVIER EMERY MATHIEU  
MARCOS GOYCOOLEA GUZMÁN**

**SANTIAGO DE CHILE  
2021**

## RESUMEN

Uno de los grandes desafíos de una compañía minera radica en el logro o cumplimiento de los compromisos productivos, costos y excedentes, resultados que por lo general son definidos a partir de un proceso determinista, donde los términos de referencia técnico-económicos se establecen con ciertos métodos, pero que en la práctica la probabilidad de materializarse es baja dado las características del negocio. Lo anterior reafirma la necesidad de orientar los esfuerzos en la definición de una metodología que permita estudiar la robustez de los planes mineros a cielo abierto, desde el punto de vista de la incertidumbre geológica, aspecto que aborda el estudio.

Para efectuar el análisis y la definición de la metodología, se aborda como caso de estudio la División Radomiro Tomic de Codelco (DRT), cuyo yacimiento de gran magnitud es explotado con minería a cielo abierto a razón de 700 ktpd de movimiento total mina. Su principal negocio es la explotación de recursos lixiviables y en menor medida sulfuros que se envían a la concentradora de Chuquicamata. Actualmente DRT explota zonas mineralizadas de transición (óxidos a sulfuros) y zonas mineralizadas de borde con alta variabilidad en sus leyes.

El análisis está dividido por tres etapas, La primera está definida por el análisis de la incertidumbre en el plan minero determinista, que a partir de las simulaciones de geología y leyes se evalúan los recursos en los distintos escenarios, reconociendo de esta forma el nivel de incertidumbre en un volumen determinado. Adicionalmente en esta etapa se compara la categorización de recursos obtenidas a partir de la metodología tradicional y la incertidumbre obtenida a partir de las simulaciones geoestadísticas. La segunda etapa está definida por el análisis estocástico, que si bien es una herramienta que posee menos madurez que la anterior, representa un potencial de investigación elevado para la academia y para la industria. La tercera etapa es la que permite definir la metodología, que resume todos los indicadores analizados en las etapas anteriores.

De los análisis efectuados se concluye que el uso de simulaciones, permite cuantificar la incertidumbre geológica en ley, tonelaje, o metal en un volumen que puede estar definido por un sector, fase, año, etc., siendo de gran utilidad para la gestión de los planes de acciones para mejorar el reconocimiento o tomar otras decisiones de planificación.

El análisis estocástico, que si bien es un desarrollo de menor madurez que el anterior, permite definir un único plan minero tomando como información de entrada las distintas realizaciones de geología y ley, y que efectivamente dan cuenta de una estrategia distinta al plan minero determinista, privilegiando mayores desarrollos cuando los niveles de incertidumbre crecen, al contrario del plan minero determinista (conclusiones sujetas a la operativización del ejercicio).

Si bien este tipo de análisis aún no se posiciona como una actividad habitual en la industria minera, cada vez va tomando mayor relevancia dada las condiciones geológicas de los depósitos que actualmente se explotan, muchos de ellos en zonas de borde, zonas de transición, con leyes marginales y con alta variabilidad, entre otras condiciones. En este sentido el desafío del presente estudio es comenzar a trazar el camino para incorporar como práctica habitual los análisis de incertidumbre geológica en el ciclo de planificación de Codelco, para todas sus faenas con minería a cielo abierto, teniendo a la vista las ventajas que presentan este tipo de análisis complementarios, que la metodología tradicional de medición de riesgo geológico no puede capturar.

## ABSTRACT

One of the great challenges of a mining company lies in achieving production commitments, as well as projected costs and surpluses. These results are usually defined in terms of deterministic processes, where, in practice, the probability of materialisation is low given the characteristics of the business. This reinforces the need to focus efforts on the definition of a methodology for studying the robustness of open-pit mining schemes from the point of view of geological uncertainty, which will be addressed by this study.

To carry out the analysis and the definition of the methodology, the Radomiro Tomic Division of Codelco (DRT) is treated as a case study, whose large-scale deposit is exploited with open-cast mining at a rate of 700 ktpd of total mine movement. Its main business is the exploitation of leachable resources and to a lesser extent sulphides that are sent to the Chuquicamata concentrator. DRT currently exploits transition mineralized zones (oxides to sulphides) and edge mineralized zones with high variability in their grades.

The analysis is divided into three stages, the first being defined by the uncertainty analysis in the deterministic mining plan, which from the geology and grade simulations evaluate the resources in different scenarios, thereby recognising the level of uncertainty in a given volume. Additionally, at this stage, the classification of resources obtained from the traditional methodology and the uncertainty obtained from geostatistical simulations is compared. The second stage is defined by stochastic analysis, which, while less mature than the previous one, represents a high research potential for academia and industry. The third stage defines the methodology, which summarizes all the indicators analysed in the previous stages.

From the analyses carried out, it is concluded that the use of simulations—allows the planner to quantify the geological uncertainty in grade, tonnage, or metal in a volume that can be defined by a sector, phase, year, etc. This is very useful for the management of action plans to improve recognition or take other planning decisions.

Stochastic analysis, though less mature than the previous developments, allows one to define a single mining plan taking as input information the different scenarios of geology and grade, and that effectively account for a strategy other than the deterministic mining plan, favoring greater developments when uncertainty levels increase, contrary to the deterministic mining plan. However, considering that the solution of stochastic analysis is not operational from the point of view of exploitation sequence, its conclusions are subject to the development of the latter point in further analysis and research.

Although this type of analysis is not yet a standard activity in the mining industry, it is becoming increasingly relevant given the geological conditions of the deposits currently being exploited, many of them in edge areas, transition zones, with marginal grade and high variability, among other conditions. In this sense, the challenge of this study is to start charting the way to incorporate geological uncertainty analysis as a standard practice in Codelco's planning cycle, for all its open-pit mining operations, having regard to the advantages of such complementary analyses, which the traditional methodology of geological risk measurement cannot capture.

## **DEDICATORIA**

El presente trabajo se lo dedico mis hijos Belén Ruminó e Israel Ruminó, dos extraordinarias personas que Dios ha permitido estén junto a nosotros, son ellos quienes me motivan día a día a perfeccionarme, a aprender, a innovar, a superarme y esmero por dejarles un legado en todas sus dimensiones, intelectual, emocional y espiritual. Espero que en el futuro al leer estas palabras puedan haber cerciorado y cotejado lo que hemos vivido juntos, que si bien pueden haber altos y bajos siempre serán lo más importante que Dios no ha regalado.

Nuestros orígenes como familia son de escasos recursos, por lo que este logro sin duda me remonta a mis orígenes, a mi etapa de niñez y juventud, por tal motivo también quiero dedicar este trabajo a todos mis sobrinos, que a la fecha ya son más de diez, a quienes he contribuido transmitiéndoles la importancia de la educación y el rol que puede jugar con el crecimiento de las personas. Espero haber dejado un legado en ellos, que si bien cada uno escoge su propio rumbo, no tengo dudas que son capaces de ser exitosos en cualquier ámbito, y de esta forma muchos sigan transmitiendo el legado educacional a las siguientes generaciones.

También quiero dedicar este logro a mis padres, personas que admiro por lo valientes que fueron en sus vidas desde jóvenes, salieron desde sus hogares sin saber que les esperaba el destino, y a pesar de la adversidad siempre han querido darnos lo mejor. Agradezco por tenerlos incondicionalmente a nuestro lado, han sido pilar fundamental en todo lo que soy hoy en día, los amo y llevo en mi corazón.

## **AGRADECIMIENTOS**

El desarrollo del presente trabajo fue fruto del trabajo colaborativo de grandes profesionales que dispusieron tiempo y dedicación, con quienes estoy sinceramente agradecido. Entre ellos se encuentra el aporte significativo de Alejandro Cáceres y su equipo de trabajo, aportando toda su experiencia y visión de los desafíos que presenta la minería en los temas relacionados con la incertidumbre geológica y su impacto en el negocio minero. También agradecer a Marcos Goycoolea y al equipo del Laboratorio Alicante, quien contribuyeron significativamente al estudio en el desarrollo del análisis estocástico, incorporando métodos innovadores pero a la vez aplicables a casos reales y complejos como es el caso de Radomiro Tomic. Agradecer al equipo de la Superintendencia de Planificación de Largo Plazo y Geología de Radomiro Tomic de Codelco, por proporcionar la información base para el estudio. Agradecer la colaboración de Enrique Jélvez y Nelson Morales, por encaminar y direccionar el presente estudio.

Agradecer a la administración de Codelco por haberme becado con el Magister en Minería de esta prestigiosa Universidad de nuestro país, y con esto contribuir al desarrollo profesional de mi carrera como Ingeniero Civil de Minas.

Y por último mi más profundo agradecimiento a mi esposa, que si bien pareciera una frase repetida, el apoyo incondicional es tremendamente significativo para lograr este tipo de metas académicas. Hoy es tiempo de retribuir su apoyo, debido que ha comenzado a estudiar algo que le apasiona, el bienestar de las personas. Mi compromiso estará contigo, ayudándote y apoyándote para que logres tu desafío. Gracias por todo, somos un gran equipo.

## TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
2.	MOTIVACIÓN.....	2
3.	OBJETIVOS DEL ESTUDIO.....	2
3.1	OBJETIVO GENERAL.....	2
3.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	2
4.	ALCANCES.....	3
5.	PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN DE LARGO PLAZO PARA MINERÍA A CIELO ABIERTO.....	3
5.1	PROBLEMA DEL PIT FINAL.....	3
5.2	PROBLEMA DE SELECCIÓN DE FASES.....	4
5.3	METODOLOGÍA TRADICIONAL DE PLANIFICACIÓN.....	4
5.4	AGENDAMIENTO DIRECTO DE BLOQUES (DBS).....	7
5.5	INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA.....	13
6.	REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	15
7.	METODOLOGÍA.....	17
8.	CASO DE ESTUDIO.....	18
8.1	ELABORACIÓN DEL MODELO DE RECURSOS DETERMINISTA.....	19
8.2	ELABORACIÓN DEL PLAN MINERO DETERMINISTA.....	20
8.3	ELABORACIÓN DE SIMULACIONES DE GEOLOGÍA Y LEY.....	22
8.4	EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN EL PLAN MINERO DETERMINISTA.....	25
8.5	COMPARACIÓN INCERTIDUMBRE CON CATEGORIZACIÓN.....	29
8.6	ENFOQUE PLAN MINERO ESTOCÁSTICO.....	31
9.	METODOLOGÍA PROPUESTA.....	36
9.1	ESTIMACIÓN DE RECURSOS.....	36
9.2	ELABORACIÓN DE SIMULACIONES.....	37
9.3	ELABORACIÓN DEL PLAN MINERO DETERMINÍSTICO.....	38
9.4	EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE.....	39
9.5	ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DE PLANES MINEROS.....	39
10.	CONCLUSIONES.....	42
11.	RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO.....	43
12.	BIBLIOGRAFÍA.....	44

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Metodología Tradicional para Planificación de Largo Plazo (Elaboración Propia).....	5
Figura 2. DBS Estocástico con Técnica de optimización en dos etapas (Elaboración Propia)....	13
Figura 3. Modelos de bloques obtenidos por kriging (superior izquierda) y por simulación gaussianas secuencial (tres modelos restantes). (Fuente Ortiz, 2006).....	14
Figura 4. Múltiples Simulaciones para lograr mejor representación (Fuente R. Dimitrakopoulos, 2013).....	15
Figura 5. Metodología General del Estudio (Elaboración Propia).....	18
Figura 6. Distribución de Zonas Minerales en Sección 11.000N.....	19
Figura 7. Box Modelo de bloques (Elaboración Propia).....	20
Figura 8. Proceso de Planificación de Largo Plazo de Codelco (Elaboración Propia). ....	20
Figura 9. Gráfico Plan Minero de Largo Plazo Determinista Primeros 13 periodos (Elaboración Propia). ....	21
Figura 10. Gráfico Matriz de categorización de recursos lixiviables DRT (Elaboración Propia). ....	21
Figura 11. Gráfico Matriz de categorización de sulfuros RT Fase I DRT (Elaboración Propia). 22	22
Figura 12. Simulación de 50 escenarios de geología y leyes. ....	22
Figura 13. Modelo Geológico interpretado vs simulaciones.....	23
Figura 14. Modelo estimación vs simulaciones. ....	23
Figura 15. Probabilidad de ocurrencia. ....	24
Figura 16. Zmin más probable. ....	24
Figura 17. Gráfico Curvas tonelaje ley. ....	25
Figura 18. Gráfico Incertidumbre de leyes de Cu % en plan minero.....	26
Figura 19. Gráfico Incertidumbre de Tonelaje en el plan minero.....	26
Figura 20. Gráfico Incertidumbre de Metal de Cu % en plan minero.....	27
Figura 21. Gráfico Incertidumbre I90 de Ley, Tonelaje y Metal de Cu % por año. ....	27
Figura 22. Cálculo del I90 para un volumen local móvil.....	28
Figura 23. Incertidumbre espacial.....	28
Figura 24. Gráfico Resumen Incertidumbre espacial.....	29
Figura 25. Sección N10680 con I90 en metal, fase 35 y envoltante medidos.....	30
Figura 26. Gráfico I90 de la ley en volumen completo simulado, según categoría.....	30
Figura 27. Gráfico Comparación VAN Plan Determinista y Estocástico por escenario.....	32
Figura 28. Gráfico Utilización Planta de Óxidos.....	33
Figura 29. Gráfico Comparación Movimiento Mina.....	33
Figura 30. Gráfico Flujo de Caja Descontado Acumulado.....	34
Figura 31. Figura Vista 3D extracción periodo 1.....	34
Figura 32. Vista en planta secuencia de extracción.....	35
Figura 33. Gráfico Leyes de Alimentación a planta (CuT).....	35
Figura 34. Metodología para el Análisis de Incertidumbre Geológica de Planes Mineros (Elaboración Propia). ....	36

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Resumen de incertidumbre anual (%).....	27
Tabla 2. Resumen de I90 incertidumbre mensual móvil (%).....	29



# 1. INTRODUCCIÓN

Las extensas investigaciones y desarrollos tecnológicos en materia de robustez de los planes mineros bajo incertidumbre no han penetrado o cautivado la atención de la industria minera, reflejado por la baja utilización de estas metodologías en los procesos de planificación en todos sus horizontes. Lo anterior viene dado por múltiples factores, siendo los más relevantes, la capacidad computacional para abordar problemas de gran magnitud, la complejidad de los procesos e interpretación de datos, los excesivos tiempos de respuestas, y por último los paradigmas a los que se enfrenta una industria donde la base de los procesos de planificación han sido formulados en la década de los 60 y 70. El desafío del presente trabajo es explorar y recomendar una metodología que permita estudiar la robustez de los planes mineros a cielo abierto, desde el punto de vista de la incertidumbre geológica, que permita definir indicadores claves para la interpretación de resultados, aplicable a casos reales y con tiempos de respuestas aceptables.

El análisis abordará como caso de estudio la División Radomiro Tomic de Codelco (DRT), uno de los complejos mineros con mayores recursos geológicos de la Corporación, y caracterizado por poseer una compleja red de procesos desde el punto de vista de la planificación minera. Esta operación actualmente explota zonas mineralizadas de transición (óxidos a sulfuros) y zonas mineralizadas de borde (zonas con alta variabilidad en sus leyes). Estas características transforman a DRT en un caso de estudio que permitirá dar respuesta al desafío planteado.

Las conclusiones podrían estar sujetas a condiciones particulares de esta División, como condiciones geológicas, condiciones geométricas del yacimiento, productos a beneficiar, plantas de proceso existentes, relación lastre mineral, mineral expuesto, costos operacionales, entre otras variables. Sin embargo dado el carácter exploratorio del presente estudio, los pasos a seguir son confeccionar una prueba industrial para el análisis de la incertidumbre geológica en los planes mineros de todas las minas a cielo abierto de Codelco, para obtener conclusiones con mayor representatividad.

## **2. MOTIVACIÓN**

Gran parte de los esfuerzos en materia de investigación en planificación minera de largo plazo se han centrado en la obtención del valor óptimo económico del negocio minero, valor que se obtiene a partir de definiciones y estimaciones determinísticas (leyes, precios, costos, etc.), condición que se traduce en resultados y compromisos vulnerables.

El gran desafío de una compañía minera radica en el cumplimiento de los compromisos productivos, de costos y de excedentes, compromisos definidos a partir de un proceso determinista, en la cual se asumen conocidos con certeza las variables técnicas-económicas, y en la práctica la probabilidad de materializar lo comprometido es baja. Lo anterior reafirma la necesidad de orientar los esfuerzos a la obtención de diseños y planes mineros capaces de entregar el mayor valor económico dentro de una banda de escenarios posibles o que consideren de modo activo la incertidumbre en las variables técnicas económicas.

En la actualidad las diferentes fuentes de incertidumbre en la industria minera son conocidas pero aún carecen de un tratamiento práctico, que permitan ser una herramienta de gestión en los procesos de planificación. En consecuencia el gran desafío del presente estudio es comenzar a trazar el camino para incorporar como práctica habitual los análisis de incertidumbre en el ciclo de planificación de largo plazo de Codelco en minería a cielo abierto.

## **3. OBJETIVOS DEL ESTUDIO**

### **3.1 OBJETIVO GENERAL**

Establecer una metodología para el análisis de la incertidumbre geológica aplicable a los planes mineros de largo plazo a cielo abierto de Codelco.

### **3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Analizar la incertidumbre geológica de un plan minero de largo plazo bajo un contexto determinístico.
- Analizar la incertidumbre geológica de un plan minero de largo plazo bajo un contexto estocástico.
- Establecer los lineamientos base para una potencial futura norma interna de Codelco para el análisis de incertidumbre geológica de planes mineros a cielo abierto.

#### 4. ALCANCES.

- La elaboración del modelo de recurso determinístico y las simulaciones condicionales serán un dato de entrada para el presente estudio, sin embargo estas etapas se tendrán presentes a la hora de recomendar la metodología.
- Las simulaciones condicionales solo asumirán la incertidumbre geológica y de leyes asociada a la cantidad de información y variabilidad inherente.
- El análisis de la incertidumbre geológica se evaluará en el plan minero de largo plazo de la División Radomiro Tomic acotado a un horizonte de 10 años, ejercicio operativo elaborado a partir de la metodología tradicional.
- El enfoque estocástico será un ejercicio de planificación estratégica no operativa, esto significa que no se diseñaran fases para operativizar la secuencia minera que resulta de la optimización.

#### 5. PROBLEMA DE PLANIFICACIÓN DE LARGO PLAZO PARA MINERÍA A CIELO ABIERTO.

##### 5.1 PROBLEMA DEL PIT FINAL.

El problema de pit final se puede definir como la determinación de los bloques pertenecientes al yacimiento que maximizan el valor económico, respetando las restricciones de precedencias y geotécnicas para así asegurar la estabilidad de la operación. De esta forma se delimita el yacimiento, definiendo lo que será explotado y lo que no será explotado. Este problema, por lo tanto, no considera la dimensión temporal ni las capacidades de procesamiento.

El pit final o envolvente económica se puede obtener al resolver el siguiente problema expresado como un problema de programación lineal entera:

$$\mathbf{Max Z} = \sum_b \mathbf{v}_b \mathbf{x}_b$$

$$\mathbf{x}_i \leq \mathbf{x}_j \quad \forall (i,j) \in \mathbf{P}$$

$$\mathbf{x}_b \in \{0,1\} \quad \forall b \in \mathbf{B}$$

Donde:

$b \in \mathbf{B}$  : Conjunto de Bloques.

$(i,j) \in \mathbf{P}$  : Conjunto de precedencias geométricas entre ellos.

$v_b$  : Beneficio de extraer el bloque  $b$ .

$x_b$  : Variable binaria, toma el valor de 1 si el bloque  $b$  es extraído y 0 en caso contrario.

## 5.2 PROBLEMA DE SELECCIÓN DE FASES

Las fases o pushbacks son utilizadas para guiar la extracción de los bloques que se encuentran dentro del pit final. La selección y diseño de fases es primordial en la planificación minera de largo plazo, puesto que subdivide la envolvente en unidades de planificación más pequeñas y manejables. Las fases ayudan al planificador en el cumplimiento de la producción comprometida, postergando la extracción de lastre y proporcionando el mínimo de ancho operativo, con el objetivo de permitir la movilidad de los equipos y su instalación. Además, el diseño de fases condiciona la definición de los flujos descontados futuros, debido a que establece, la forma en que se realizará el secuenciamiento minero.

En la actualidad, la etapa de selección de fases se ejecuta de manera manual y es realizada por los planificadores, los cuales se basan en el conjunto de pits anidados obtenidos al utilizar el algoritmo de Lerchs & Grossmann, PseudoFlow, u otro similar (Lerchs & Grossmann, 1965). A partir de los pits obtenidos, el planificador selecciona algunos para determinar las fases que tendrá la operación a cielo abierto, considerando distintos criterios como lo es el tamaño de los pits anidados, tonelajes, espacios operacionales, entre otros.

Esta metodología tiene algunas limitaciones las cuales se nombran a continuación:

- No existe la consideración de la variable tiempo en la definición de los pits y fases, lo que condiciona la etapa siguiente de planificación.
- Es posible que exista una importante diferencia de tamaño en cuanto a tonelajes entre los pits anidados consecutivos, lo que en minería se conoce como gapping problem.
- Por otro lado, las capacidades de procesamiento y el VAN del negocio minero se consideran una vez que se ha realizado la determinación de las fases/bancos.
- Otra limitación es que todos los parámetros geológicos y económicos se suponen perfectamente conocidos (luego, se ignoran las incertidumbres geológicas y de precios/costos)
- La selección de los destinos del bloques se basa en el criterio de ley de corte en lugar de los criterios de capacidad, tiempo y procesamiento de los bloques.
- Por último, la valorización del bloque se hace a partir de la suposición que todos estos serán extraídos en el mismo periodo, es decir, son atemporales lo cual es una simplificación poco realista.

Considerando lo anterior, se hace necesario desarrollar metodologías que den respuesta a estos inconvenientes que posee la planificación minera.

## 5.3 METODOLOGÍA TRADICIONAL DE PLANIFICACIÓN

En la actualidad la planificación minera de largo plazo en minería a cielo abierto se realiza mediante la metodología tradicional, la cual consta de una serie de etapas secuenciales, las que se resumen la siguiente figura.

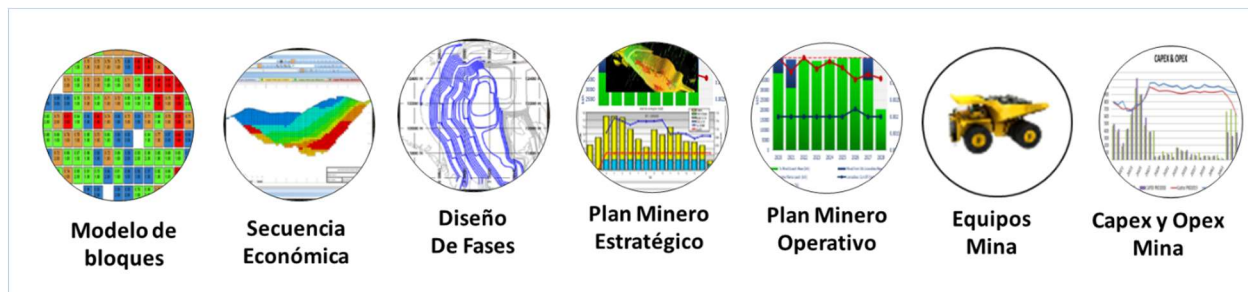


Figura 1. Metodología Tradicional para Planificación de Largo Plazo (Elaboración Propia).

### 5.3.1 ELABORACIÓN DEL MODELO DE RECURSOS.

En primera instancia se realiza una representación del yacimiento, en donde se prepara un modelo discreto de este y se presentan los recursos geológicos a partir de información de sondajes, actividad elaborada por el área de geología. El entregable que consolida esta actividad es el *modelo de bloques*, producto que recibe el área de planificación para su análisis estadístico, de completitud de información y consistencia de datos.

### 5.3.2 DEFINICIÓN DEL PIT FINAL Y SECUENCIA ECONÓMICA.

Una vez que el modelo de bloques se encuentra revisado y validado para iniciar las actividades de planificación, se continúa en forma secuencial o en paralelo con la definición de los parámetros técnicos (capacidades, ángulos de talud, anchos operativos, recuperaciones metalúrgicas) y los parámetros económicos (precios de largo plazo, costos operacionales, entre otras).

A continuación se asigna a cada bloque un valor que representa el beneficio económico generado por dicho bloque. Este valor está en función del contenido de metal (cobre y molibdeno en el presente caso) que es posible recuperar y además considera los precios de venta del metal, costos operacionales y deducciones. La siguiente fórmula es utilizada típicamente para la valorización de un metal con subproducto:

$$\text{Beneficio} = \text{Ingresos Cu} + \text{Ingresos Mo} - \text{Costos}$$

*Donde,*

$$\text{Ingresos Cu} = (\text{Precio Cu} - \text{Descuento}) * 2,204.62 * \text{Ton}_{\text{seco}} * \text{Ley CuT} * \text{Rec Final Cu}$$

$$\text{Ingresos Mo} = (\text{Precio Mo} - \text{Descuento}) * 1,000 * \text{Ton}_{\text{seco}} * \text{Ley Mo} * \text{Rec Final Mo}$$

$$\text{Costo Planta} = \text{Ton}_{\text{seco}} * \text{Costo Planta}$$

$$\text{Costo Mina} = \text{Ton}_{\text{húmedo}} * (\text{Costo Mina}_{\text{sin transporte}} + \text{Costo Transporte} * \text{DT})$$

$$\text{Descuentos} = \text{TCRC} + \text{Costos de Venta}$$

Una vez obtenido el valor se toma la decisión de cómo será tratado este (mineral o estéril), donde los bloques que poseen un beneficio neto positivo son tratados como mineral y los bloques que poseen un beneficio negativo son considerados como estéril.

Para cada bloque pueden existir diversos destinos, es decir, el material puede ser enviado a distintas rutas de procesamiento o puede ser enviado a stock o botaderos, según una conveniencia económica atemporal. Debido a que cada destino posee costos asociados diferentes, la valorización de los bloques depende directamente del destino al que se ha asignado o definido.

La siguiente etapa en la metodología tradicional es la obtención de los pits anidados utilizando el algoritmo matemático de Lerchs & Grossmann, Pseudoflow u otro similar, el cual consiste en el incremento gradual del precio del metal a partir de un ponderador llamado Revenue Factor o RF. Si se utiliza una serie creciente de precios  $p_1 < p_2 < \dots < p_k$ , los pits asociadas a cada incremento de precios son anidados, es decir,  $Pp_1 \subset Pp_2 \subset \dots \subset Pp_k$ .

El objetivo de este algoritmo es maximizar el beneficio de cada pit generado, considerando la ubicación espacial de cada bloque ya que está sujeto a restricciones de precedencia, restricciones de talud y restricciones geotécnicas, entre otras. El beneficio neto de cada bloque es la diferencia entre el valor generado al extraer el total del bloque y los costos asociados a la extracción y procesamiento de este.

A continuación se seleccionan los volúmenes que permiten descomponer las reservas en unidades más manejables para la planificación, estas se definen seleccionando los pits anidados obtenidos anteriormente, con el objetivo de conseguir una estrategia lógica de extracción que asegure el cumplimiento del mineral a través del tiempo. Esta secuencia de pit anidados, se le denomina *secuencia económica*, la que se optimiza mediante la elaboración de un plan minero estratégico que permitirá finalmente definir el pit final máximo económico (no operativo).

### **5.3.3 DISEÑO DE FASES**

Previo al diseño de fases, se deben definir los términos de referencia tales como parámetros de diseños (anchos de fases, anchos mínimos de carguío, anchos de rampas, conectividad, etc.) y bases geotécnicas (ángulos de talud, anchos de bermas, etc.).

El diseño de fases consiste en operativizar la secuencia económica definida según el tamaño de los equipos utilizados y términos de referencia establecidos, asegurando de esta forma la extracción de los materiales que serán agendados en el tiempo mediante el plan minero. El proceso de diseño y secuencia económica es recursiva, esto quiere decir que, una vez que se obtiene el diseño de una fase, se vuelve a correr la secuencia de envolventes para obtener una guía económica actualizada.

### **5.3.4 PLAN MINERO ESTRATÉGICO**

A partir del diseño de fases, se continúa con el agendamiento de los materiales en el tiempo teniendo en consideración la función objetivo de maximizar el valor presente neto del negocio. El producto de esta actividad es un plan minero optimizado, elaborado con herramientas computacionales que poseen algoritmos de programación lineal, programación dinámica, entre

otros. Entre los desarrollos más conocidos se encuentra el de K. Lane (1988), que presentó los fundamentos para la obtención de leyes de corte.

Esta actividad está pensada para el estudio de alternativas de negocio de alto nivel o estratégico para la compañía, definiendo de esta forma la estrategia de consumo de reservas para el escenario seleccionado.

### **5.3.5 PLAN MINERO OPERATIVO.**

A partir del lineamiento definido por el plan minero estratégico, se elabora el plan minero operativo, suavizando todos aquellos aspectos que operacionalmente no serían capaces de ser abordados en la práctica, como por ejemplo movimientos mina totales y por fase, restricciones de mezcla, suavizamiento de los perfiles de transporte, entre otros. En particular se recomienda que todos aquellos planes mineros estratégicos obtenidos por programación lineal y que no entregan una ley de corte sino más bien una ley mínima por periodo, se deben necesariamente operativizar en otro tipo de herramientas, para asegurar el cumplimiento de las producciones y movimientos de materiales. Para complementar la operatividad de los planes mineros, se establece una discretización de los bancos en volúmenes menores llamados polvorazos, que por lo general se diseñan para cubrir los primeros años de un plan minero.

### **5.3.6 CÁLCULO DE EQUIPOS, CAPEX Y OPEX.**

A partir del movimiento de materiales establecido por el plan minero operativo y de la definición de los parámetros de equipos mina, se establece el requerimiento de equipos. Este requerimiento se elabora para cada operación unitaria (perforación, carguío, transporte, equipos de apoyo). Para la definición de los tiempos e indicadores se utiliza la convención o metodología Asarco.

Para la definición del Capex y Opex Mina, es necesario contar con las adquisiciones requeridas por el plan minero definido, estimadas a partir de la flota requerida y el plan de reemplazo producto que cada equipo posee una vida útil. Este cálculo puede ser de detalle (insumo producto, por ejemplo) o puede ser de un nivel de perfil (solo costos operaciones unitarios, por ejemplo).

## **5.4 AGENDAMIENTO DIRECTO DE BLOQUES (DBS).**

A lo largo de los años, el enfoque tradicional de la planificación minera ha abordado su complejidad separando el problema en subproblemas y luego resolviendo cada uno de estos de manera individual. Otra de las debilidades de la metodología tradicional, es que en las primeras etapas del proceso, donde se agrega más valor, ignora variables importantes como capacidad de la planta, de mina, la posibilidad de elegir el destino del bloque, la tasa de descuento, mezclas, consideraciones operacionales, ambientales, entre otras, mientras que en la etapa de la planificación estratégica, que si bien incorpora las variables anteriormente mencionadas, sufre de problemas parecidos, ya que los algoritmos utilizados de programación dinámica (Lane), suponen una secuencia pre-determinada de apertura y avance de las fases, entre otras.

Producto de debilidades que posee la metodología tradicional y que se resumen en el párrafo anterior, diferentes investigadores han propuesto resolver el problema mediante el agendamiento directo de bloques o DBS (Direct Block Scheduling), metodología utilizada en la planificación de largo plazo basada en los propuestos formulados por Johnson, los cuales consisten en la resolución de ecuaciones matemáticas por medio de la programación lineal (Johnson, 1968).

El objetivo del DBS es maximizar el valor negocio minero, sujeto a restricciones específicas (operación, capacidad, geología, entre otras). Esta metodología responde al mismo tiempo, cuándo y qué bloques deben ser extraídos y cuál es el destino de cada uno.

Este proceso no es independiente entre bloques, es decir, todas las decisiones se realizan observando su implicancia en el futuro. Es por esto, que el DBS hace énfasis en la temporalidad del problema y por consiguiente en el costo de oportunidad, a diferencia de la metodología tradicional.

En el caso de la metodología DBS, la secuencia minera es generada cuando se cumplen las restricciones impuestas (capacidad mina, procesamiento, geomecánica, costos, entre otras), es decir, no está condicionada por las fases, como sucede en el método convencional. Por otro lado, es necesario mencionar que las secuencias obtenidas no son operativas, por lo cual, al igual que en la otra metodología, estas deben ser operativizadas por el planificador a fin de obtener el plan de producción.

Debido a la alta complejidad de esta metodología al ser aplicada a problemas reales en minería, los cuales presentan una gran cantidad de restricciones y decisiones, su solución no podía ser posible con los recursos computacionales presentes en esa época. Afortunadamente en los últimos años diversos autores han propuesto nuevos algoritmos basados en programación entera, métodos heurísticos, entre otros; lo que además sumado a los avances tecnológicos y computacionales en la resolución de problemas de gran escala, ha sido posible implementar esta metodología en la gran minería (S. Riffo, 2019).

La aplicación esta metodología posee dos enfoques en los que diversos investigadores han profundizado y que a continuación se resumen.

#### **5.4.1 ENFOQUE DETERMINISTA**

Este enfoque busca maximizar el valor presente neto obtenido de la extracción de los bloques en el horizonte de planificación definido en función de restricciones geométricas, de capacidad de mina y procesamiento. Bajo este enfoque se asumen conocidos todos los parámetros del problema evaluado (leyes, densidades, horizonte de precio, costos, entre otros), por lo cual no considera la incertidumbre en ninguno de sus parámetros. En algunas ocasiones se consideran los valores promedios.

La formulación en base a programación lineal del Agendamiento de Producción en el Largo Plazo propuesto por Johnson (1968) es el siguiente:



$$\mathbf{Max} Z = \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N C_i^{tm} * TB_i * x_i^{tm}$$

$$G_{\min}^{tm} \leq \left( \frac{\sum_{i=1}^N g_i * TB_i * x_i^{tm}}{\sum_{i=1}^N TB_i * x_i^{tm}} \right) \leq G_{\max}^{tm} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad \& \quad \forall m = 2, 3, \dots, M \quad (1)$$

$$PC_{\min}^{tm} \leq \sum_{i=1}^N TB_i * x_i^{tm} \leq PC_{\max}^{tm} \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad \& \quad \forall m = 2, 3, \dots, M \quad (2)$$

$$MC_{\min}^t \leq \sum_{i=1}^N \sum_{m=1}^M TB_i * x_i^{tm} \leq MC_{\max}^t \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M x_i^{tm} = 1 \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$\sum_{m=1}^M x_b^{tm} - \sum_{r=1}^r \sum_{m=1}^M x_i^{rm} \leq 0 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad \& \quad \forall b = 1, 2, \dots, B \quad (5)$$

$$0 \leq x_i^{tm} \leq 1 \quad \forall t = 1, 2, \dots, T \quad \& \quad \forall b = 1, 2, \dots, B \quad \& \quad \forall m = 2, 3, \dots, M \quad (6)$$

Donde:

T: Máximo número de periodos de agendamiento.

N: Número total de bloques que son agendados.

I: Número de bloques (i = 1, 2, 3..., N).

$C_i^{tm}$ : El VAN resultante del mineral de interés del bloque i durante el periodo t, si considera el tipo de procesamiento m.

$X_i^{tm}$ : La porción del bloque i para ser minado en el periodo t con el procesamiento m.

$g_i$ : La ley media del bloque i.

$TB_i$ : El tonelaje total del material en el bloque i.

$G_{\max}^{tm}$ : Ley máxima promedio del tipo de material m enviado a planta en el periodo t.

$G_{\min}^{tm}$ : Ley mínima promedio del tipo de material m enviado a planta en el periodo t.

$PC_{\max}^{tm}$ : Capacidad de Procesamiento máxima en cualquier periodo.

$PC_{\min}^{tm}$ : Capacidad de Procesamiento mínima en cualquier periodo.

$MC_{\max}^t$ : Capacidad Mina máxima en cualquier periodo.

$MC_{\min}^t$ : Capacidad Mina mínima en cualquier periodo.

M: Número de tipos de materiales.

m: Tipo de material (Mineral, Lastre).

b: índice del bloque considerado para extraer en el periodo t.

Del modelo formulado por Johnson (1986) se desprende que la expresión (1) es la restricción de mezcla, la expresión (2) es la restricción de capacidad de procesamiento, y la expresión (3) es la restricción de la capacidad mina, y la expresión (5) es la restricción de precedencia, donde el bloque predecesor de índice b debe extraerse en el tiempo t o antes el bloque sucesor.

#### 5.4.2 MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO.

El modelo propuesto para resolver del problema determinista DBS del presente estudio, al igual que la metodología tradicional, busca descomponer el proceso de planificación en una secuencia de problemas, no obstante el modo de resolución de estos subproblemas difiere significativamente.

Para producir una secuencia de cascarones anidados, el modelo produce un plan que define qué bloques extraer, cuándo extraerlos, y a qué destinos enviarlos, incorporando factores como la tasa de descuento, mezclas, stockpiles, y muchas otras restricciones. De este modo, la secuencia (i.e., los cascarones anidados) está definida por los sólidos correspondientes a bloques extraídos en cada período. Esto permite superponerse a las limitaciones del método de parametrización de reservas.

El método no incorpora restricciones espaciales para controlar la forma del rajo y los bloques extraídos en cada período de tiempo (ancho mínimo, fondo de mina), ni tampoco considera el posicionamiento de rampas, accesos e infraestructura crítica. Estas consideraciones son demasiado complejas para describir a un sistema automatizado a nivel de bloques, y escapan de las capacidades tecnológicas de optimización actualmente disponibles. Los métodos que ofrecen esto hoy son heurísticos, y se ha observado que diseños producidos con este tipo de técnicas son inferiores a diseños producidos manualmente a partir de soluciones DBS que las ignoran.

El modelo matemático utilizado para resolver el agendamiento de la producción del escenario determinista (bloque a bloque) del presente estudio, es mediante programación de enteros mixtos (MIP) (E. Moreno et al, 2017). Este tipo de programación por lo general utiliza dos tipos de variables, variables  $X_{c,t}$  que indican que un "grupo" de bloques c se extrae en el momento t, pudiendo ser el grupo un solo bloque, un banco o cualquier otra agregación que debe extraerse simultáneamente. El segundo tipo de variable  $Y_{b,d,t}$  que indica la fracción de cada bloque b que se envía al destino d en el tiempo t. Considerando estos tipos de variables, la formulación del problema puede definirse de la siguiente forma:

$$Max \sum_{t \in T} \delta^t \left( \sum_{b \in B} \sum_{d \in D} p_{b,d} \psi_{b,t,d} - \sum_{c \in C} c_c x_{c,t} \right)$$

$$x_{c,t} = \sum_{d \in D} \psi_{b,d,t} \quad \forall b \in B, \forall c \in C, t \in T \quad (1)$$

$$\sum_{c \in C} w_c^r x_{c,t} \leq C_t^r \quad \forall t \in T, r \in R \quad (2)$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{d \in D} w_{b,d}^{r'} y_{b,t,d} \leq C_t^{r'} \quad \forall t \in T, r' \in R' \quad (3)$$

$$Ax + By = f \quad (4)$$

$$x \in \Omega, y \geq 0 \quad (5)$$

De la función objetivo se desprende que la ganancia está dada por  $p_{b,d}$  de cada bloque, enviado al destino  $d$ , y el costo  $c_c$  de extraer el clúster  $c$ . El factor de descuento  $\delta^t$  es aplicado para obtener el valor actual neto (VAN) del proyecto.

Las restricciones (1) vinculan la decisión de extracción y procesamiento, lo que indica que todos los bloques de cada grupo extraído deben enviarse a un destino en la misma proporción. Las restricciones (2) y (3) representan las restricciones de capacidad de un recurso  $r$  sobre la decisión de extracción y procesamiento, respectivamente. Se pueden agregar restricciones adicionales en (4). Finalmente, la restricción  $x \in \Omega$  en (5) impone restricciones operativas sobre las decisiones de extracción de los clústers. Por ejemplo, si los clúster son bloques individuales, entonces  $\Omega$  debe incluir restricciones de precedencia definida por el ángulo del talud. Si los grupos son fases de banco, entonces  $\Omega$  debe incluir restricciones de precedencia entre diferentes fases y bancos.  $\Omega$  también incluye las restricciones de integridad sobre las variables de extracción.

### 5.4.3 ENFOQUE DE PLANIFICACIÓN BAJO INCERTIDUMBRE (ESTOCÁSTICO).

Este enfoque tiene una estructura base similar al enfoque determinista, pero en este caso no se conocen los valores exactos de los parámetros. Estos se consideran como variables aleatorias y se asumen conocidos sus distribuciones y por lo general se consideran como variables discretas con un número finito de posibilidades.

El modelo estocástico utilizado en el presente estudio es el que se denomina modelo de dos etapas (E. Moreno et al, 2017). Durante la primera etapa se toman un conjunto de decisiones correspondientes a la extracción del recurso, sin conocer los valores reales de las variables aleatorias (variables  $x_{c,t}$ ), sin embargo consideran la incertidumbre geológica del yacimiento. Una vez ejecutada la primera etapa, se conocen los valores reales de las variables aleatorias como su ley, tomando de esta forma decisiones de procesamiento del recurso (variables de la segunda etapa  $y_{b,d}$ ). El modelo considera todos los escenarios posibles de la segunda etapa para establecer decisiones óptimas de la primera etapa. De esta forma se incorpora la incertidumbre geológica al problema de agendamiento, afectando la ganancia  $p_{b,d} - c(\xi)$  o los recursos  $w_{b,d} - c(\xi)$  de cada bloque. A continuación se resume el modelo estocástico de dos etapas:

$$\max \sum_{t \in T} \delta^t \left( - \sum_{c \in C} C_c x_{c,t} \right) + E_{\xi}(Q(x, \xi))$$

$$\sum_{t \in T} w_c^r x_{c,t} \leq C_t^r \quad \forall t \in T, r \in R$$

$$x \in \Omega$$

La función objetivo incorpora el valor esperado de la segunda etapa, valor que viene dado por las decisiones de procesamiento y las restricciones definidas. El modelo estocástico al igual que el determinístico incluye las decisiones de extracción, de procesamiento y restricciones operativas. Si bien el modelo se define en dos etapas, éstas no son independientes, debido a que el problema de la segunda etapa depende de las decisiones  $x$  de la primera etapa, y un componente aleatorio definido por el siguiente subproblema:

$$Q(x, \xi) := \max \sum_{t \in T} \delta^t \sum_{b \in B} \left( \sum_{d \in D} p_{b,d}(\xi) \psi_{b,t,d} \right)$$

$$x_{c,t} = \sum_{d \in D} \psi_{b,d,t} \quad \forall b \in B_c, \forall c \in C, t \in T$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{d \in D} w_{b,d}^{r'}(\xi) \psi_{b,t,d} \leq C_t^{r'} \quad \forall t \in T, r' \in R'$$

$$Ax + By = f$$

$$\psi \geq 0$$

Considerando que en la realidad se desconoce la distribución probabilística de las leyes y la geología, la técnica de simulación provee una ayuda en el conocimiento aproximado del valor esperado, valor que asumimos confiable y que permitirá aproximar el valor esperado de la segunda etapa  $E(Q(x, \xi))$ , mediante un promedio del valor de estos subproblemas  $Q(x, \xi_s)$  sobre un set de escenarios posibles  $S$ . En esta ocasión, las decisiones de procesamiento dependerán del escenario que se considere, por lo tanto el problema puede reescribirse de la siguiente forma, agregando un subíndice a la variable  $y$ :

$$\max \sum_{t \in T} \delta^t \left( \frac{1}{|S|} \sum_{s \in S} \sum_{b \in B} \sum_{d \in D} p_{b,d,s} y_{b,t,d,s} - \sum_{c \in C} c_c x_{c,t} \right)$$

$$x_{c,t} = \sum_{d \in D} \psi_{b,d,t,s} \quad \forall b \in B_c, \forall c \in C, t \in T, s \in S$$

$$\sum_{c \in C} w_b^r x_{c,t} \leq C_t^r \quad \forall t \in T, r \in R$$

$$\sum_{b \in B} \sum_{d \in D} w_{b,d,s}^r y_{b,t,d,s} \leq C_t^{r'} \quad \forall t \in T, r' \in R', s \in S$$

$$Ax + By_s = f \quad \forall s \in S$$

$$x \in \Omega, y \geq 0$$

Del modelo anterior,  $p_{b,d,s}$  y  $w_{b,d,s}$  corresponden al valor de los parámetros aleatorios en el escenario  $s$ , donde el modelo multiplica el número de variables y las restricciones (1), (3) y (4) del modelo determinista por el número de escenarios.

El modelo descrito, aún es factible reformularlo utilizando otros algoritmos para convertirlo en apto para ser resuelto (G. Muñoz et al., 2016).

Para una mejor comprensión del método estocástico en dos etapas, a continuación se observa una figura con el esquema de la técnica empleada.

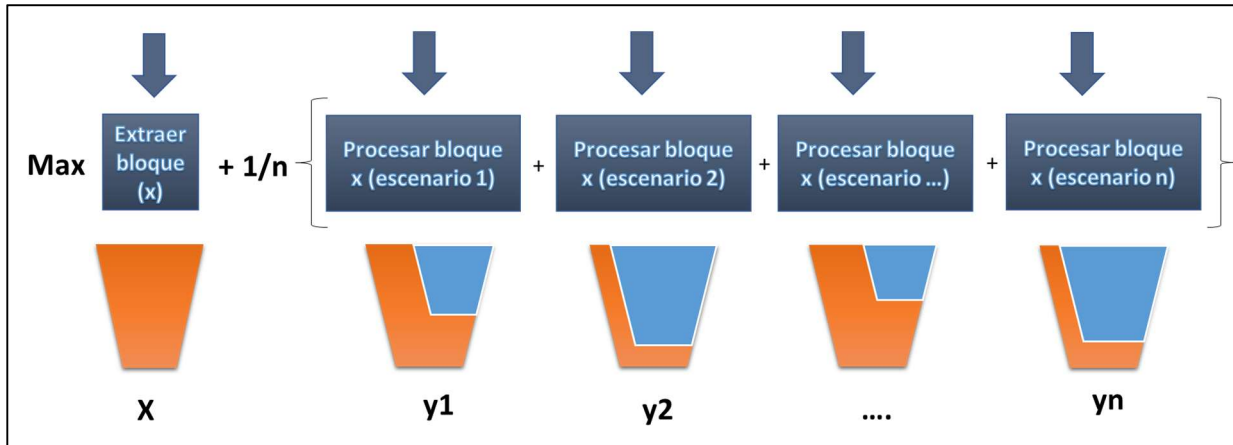


Figura 2. DBS Estocástico con Técnica de optimización en dos etapas (Elaboración Propia).

Donde:

X es la decisión de extraer o no un bloque.

Y decisión de procesar o no en el escenario  $n$ , cuando el bloque es extraído.

N número de escenarios.

## 5.5 INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA

La incertidumbre geológica representa el grado de desconocimiento que se tiene de la caracterización geológica y de sus leyes. Dado que las estimaciones son interpolaciones continuas de datos obtenidos de manera discreta, los modelos no capturan la real variabilidad del depósito.

La diferencia entre lo que predicen los modelos y lo que realmente contiene el yacimiento hace que el control de esta fuente de incertidumbre sea de gran importancia (E. Jélvez, 2017).

El uso de herramientas como simulación geostatística ha permitido obtener mejores resultados a la hora de evaluar un yacimiento, ya que reproducen la variabilidad espacial real de la(s) variable(s) de interés. En particular, el uso de simulaciones condicionales ha permitido incorporar este tipo de incertidumbre, ya que incluye la incertidumbre que se tiene de los datos localmente pero además tomando en cuenta los sitios con valores conocidos (Emery y Lantu éjoul, 2006).

En la siguiente figura se observan las diferencias que se obtienen a partir de un yacimiento estimado por Kriging (superior izquierda) y los modelos de simulación (1, 2 y 3).

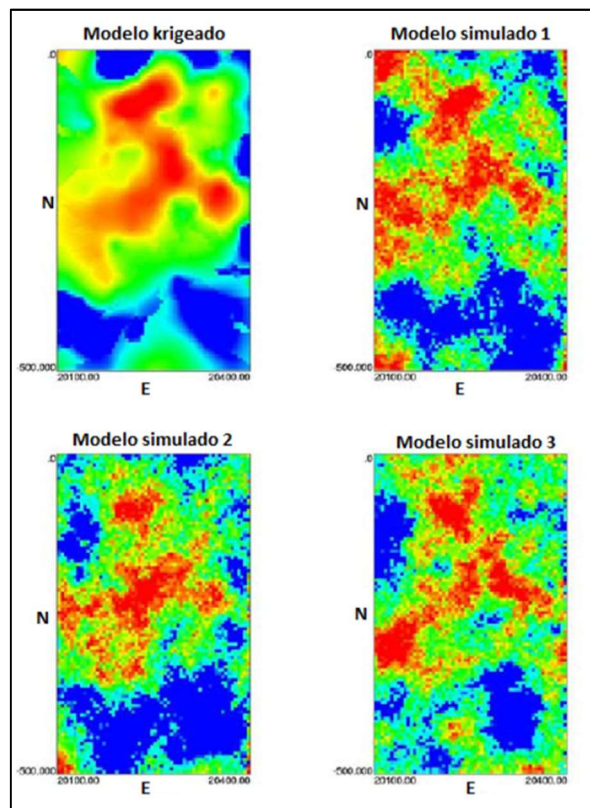


Figura 3. Modelos de bloques obtenidos por kriging (superior izquierda) y por simulación gaussiana secuencial (tres modelos restantes). (Fuente Ortiz, 2006).

Considerando que cada realización o escenario simulado no es una estimación precisa, la forma de resolver esta condición es elaborar un conjunto de escenarios equiprobables de geología y ley, que nos permitirán evaluar la incertidumbre.

Existe la simulación no condicional, que tiene como objetivo construir realizaciones de una función aleatoria que representa la variable regionalizada de interés, pero sin tomar en cuenta los

datos, y la simulación condicional que tiene como objetivo construir una función aleatoria y, a la vez, reproducir los datos o muestras de sondajes.

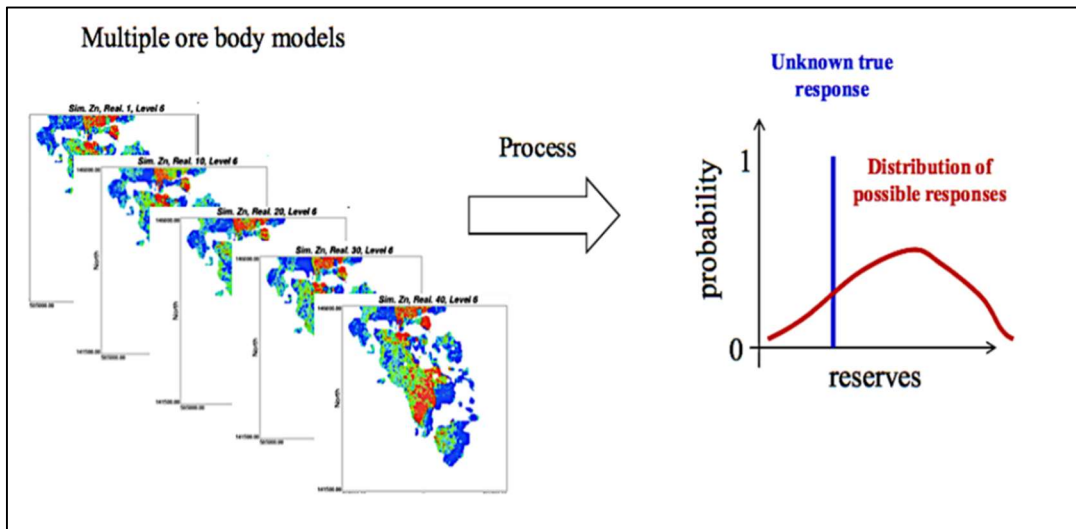


Figura 4. Múltiples Simulaciones para lograr mejor representación (Fuente R. Dimitrakopoulos, 2013)

## 6. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

A continuación, se abordará una breve revisión de los trabajos más relevantes en relación a la planificación bajo incertidumbre geológica para minería a cielo abierto.

La planificación tradicional que la industria utiliza para la definición de las reservas mineras a cielo abierto tienen sus bases en los desarrollos de Lerchs & Grossmann (1965), que ha sido la base para definir el pit final y agendar la producción. Sin perjuicio de lo anterior, sus resultados carecen de la incertidumbre inherente de los datos de entrada, entre ellos la estimación de leyes de un yacimiento. De esta forma, a lo largo de los años y con mayor fuerza en los últimos 20 años autores han demostrado la importancia de incorporar la incertidumbre desde la definición del pit o desde el agendamiento de bloques en el tiempo. Sin embargo esta sección se enfocará en la incertidumbre del agendamiento de la producción, producto que la definición del pit final es un aspecto que si bien se debe conocer, no es crítico para este tipo de análisis dada su temporalidad.

En consideración a que la distribución es desconocida, la forma de analizar la incertidumbre geológica es mediante múltiples escenarios equiprobables de geología y ley, que se obtienen a partir de simulaciones condicionales. Los autores Ravenscroft, Dowd y Denby y Schofield, han analizado y evaluado el impacto de la incertidumbre en el diseño y el plan o agendamiento de la producción.

Gholamnejad y Osanloo introdujeron un algoritmo que incorpora la incertidumbre de leyes durante el proceso de selección de fases, intentando postergar aquellos bloques que poseen mayor riesgo geológico, análisis que carece de realidad práctica ya que solo es un ejemplo en 2D.

Albor Consuegra y Dimitrakopoulos propusieron un método secuencial para la selección de fases, que consiste en definir los pits anidados, luego definir los pit que representarán las fases para luego definir la cantidad óptima de fases bajo ciertas restricciones, todo este proceso a partir del promedio de los escenarios.

Asad y Dimitrakopoulos presentan una metodología que incorpora la incertidumbre geológica y del precio del metal para definir el pit final y la selección de fases, considerando restricciones de capacidad.

Asad et al. presenta una metodología de redes estocásticas, que incorpora la incertidumbre de leyes y múltiples destinos para la selección de fases y definición del pit final.

Goodfellow y Dimitrakopoulos presentan un trabajo para evaluar el riesgo de un diseño existente, permitiendo definir la probabilidad de cumplimiento de las metas productivas de un caso con múltiples elementos.

Meagher et al., presenta un análisis completo de las ventajas y desventajas de los métodos para resolver el problema de definición o selección de fases, tanto para el enfoque determinista como para el enfoque estocástico.

Ravenscroft presentó el impacto de la incertidumbre geológica sobre el plan de producción, a partir de escenarios de leyes simulados condicionalmente. Su técnica heurística ha sido utilizada ampliamente para la mayoría de los modelos estocásticos, sin embargo una de las desventajas es que no puede cuantificar el riesgo del proyecto y los tiempos de respuestas son bastante altos para la generación de los planes de producción.

Dowd presentó una metodología para la evaluación del riesgo del plan de producción, basada en la generación de un modelo de bloques a partir de un análisis estocástico previo, donde combina o analiza M modelos de bloques y N combinaciones de funciones de distribución de las variables previamente definidas como precios, costos, etc., y finalmente, la distribución de los indicadores VAN, TIR, etc., permiten definir el riesgo asociado.

Dimitrakopoulos y Ramazan, presentan una metodología que incorpora la tasa de descuento en el riesgo geológico, mediante programación lineal. Esta técnica persigue priorizar las zonas con menor riesgo al inicio y las zonas con mayor riesgo al final de la vida de la mina, minimizando las extracciones aisladas en un mismo periodo, introduciendo restricciones de capacidad, mezclas, etc. La desventaja de esta técnica es que predefine las probabilidades de riesgo de cada bloque, lo que deja de ser un análisis simultáneo de la incertidumbre y, por otro lado, define una ley de corte fija para todos los periodos.

También Ramazan y Dimitrakopoulos presentan un trabajo, que combina la metodología tradicional de planificación y el uso de la programación estocástica, donde a partir del agendamiento definido por la metodología tradicional para cada escenario de geología, se define



un nuevo agendamiento calculando la probabilidad de cada bloque de ser extraído. A partir de lo anterior, maximizando la frecuencia o probabilidad de extracción y el valor descontado, se obtiene el riesgo de la plan de producción. La desventaja es que utiliza una ley de corte fija para todos los periodos.

Dimitrakopoulos et al. presentan un trabajo que permite evaluar el riesgo con herramientas computacionales disponibles en el mercado, como son LG con el agendador Milawa de Geovia, sin embargo el enfoque no permite asegurar el mejor plan de producción o agendamiento bajo las restricciones y criterios definidos.

Chicoisne, et al. presentan un nuevo algoritmo para el agendamiento de la producción de minería a cielo abierto, basado en el agendamiento directo de bloques, que consiste en resolver la relajación de programación lineal mediante un algoritmo llamado multiplicador crítico, algoritmo que requiere que la formulación del problema tenga una sola restricción de recursos por un periodo de tiempo. Luego se aplica una heurística de redondeo a la solución obtenida del algoritmo multiplicador. Y, por último se aplica una heurística de búsqueda local para mejorar la calidad de las soluciones obtenidas por la heurística de redondeo. Los cálculos han mostrado resolver en minutos la relajación LP de aplicaciones de planificación minera de tamaño real con hasta cinco millones de bloques y 20 periodos de tiempo. Este método de planificación o agendamiento directo de bloques es el que se utilizará en el estudio para determinar el plan minero determinista y que se comparará con el análisis estocástico del capítulo 8.

Lamghari et al. presentan un trabajo que permite evaluar la incertidumbre de leyes utilizando programación estocástica en dos etapas, que a partir de una búsqueda local se obtiene una solución factible inicial (enfoque incremental por ventanas de tiempos). Esta técnica no garantiza una solución óptima del problema.

Silva et al. presentan un trabajo que permite una búsqueda en vecindad mediante un algoritmo de flujo de redes para obtener una mejor solución inicial (enfoque incremental al igual que Lamghari).

Como se aprecia, el listado de autores que esta sección abordó es bastante amplio, sin considerar aquellos que han presentado trabajos con otras técnicas en relación al enfoque de programación. Sin embargo la gran oportunidad es extender los desarrollos a casos de mayores tamaños y mayores restricciones, como los que presenta Codelco.

## **7. METODOLOGÍA**

La primera actividad es construir el modelo de bloques determinístico de largo plazo, producto elaborado por la Superintendencia de Geología Divisional a partir de información de sondajes. Esta actividad consiste en la elaboración de un modelo de geología interpretado y un modelo de leyes estimado por Kriging Ordinario.

La segunda actividad es elaborar el plan minero de largo plazo a partir del modelo de bloques determinístico. Esta actividad se obtiene a partir de la metodología tradicional de planificación,

que define en forma secuencial las distintas etapas para obtener el plan minero (secuencia económica, diseño de fases y plan minero).

La tercera actividad es la generación de simulaciones geoestadísticas, donde se construyen los distintos escenarios o realizaciones de geología y leyes, elaborado por la Superintendencia de Geología Divisional. Esta actividad tiene como objetivo representar y evaluar los recursos a partir de los distintos escenarios para finalmente reconocer el nivel de incertidumbre de nuestro yacimiento en el plan minero.

Una vez obtenidas las distintas realizaciones de geología y ley, expresadas en un modelo de bloques con las distintas unidades geológicas y leyes, el siguiente paso es evaluar la incertidumbre del yacimiento en el plan minero, para lo cual se han definido dos caminos:

- El primer camino es evaluar la incertidumbre en el plan minero de largo plazo (definido en la actividad número dos), que por medio de un análisis estadístico de los datos se obtendrá el rango de incertidumbre en cada periodo.
- El segundo camino es evaluar la incertidumbre mediante un análisis estocástico. Esta actividad permitirá definir un plan minero a partir de la incertidumbre geológica de nuestro yacimiento, abordado con la metodología de agendamiento directo de bloques (DBS).

El estudio finaliza con la recomendación de una metodología para el análisis de la incertidumbre geológica en los planes mineros de largo plazo a cielo abierto de Codelco.

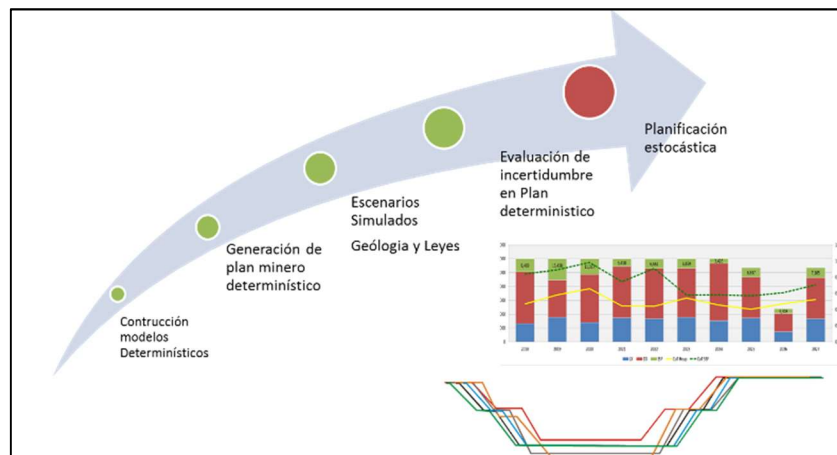


Figura 5. Metodología General del Estudio (Elaboración Propia).

## 8. CASO DE ESTUDIO

La Mina Radomiro Tomic de Codelco, corresponde a una operación a cielo abierto ubicada en la Provincia el Loa, Región de Antofagasta, a 1.670 km de Santiago y a 42 km al NW de Calama, a una altura aproximada de 3.000 m.s.n.m, cuyos recursos geológicos suman un total de 6.070 Mt con una ley media 0.43% CuT, de los cuales 747 Mt corresponden a recursos lixiviables con 0.43% CuT. Esta condición limita la vida útil de su principal línea productiva no más allá del decenio (producción de cobre fino vía lixiviación de óxidos), mientras que los recursos de sulfuros que

suman más de 5.000 Mt ofrecen una oportunidad para dar continuidad productiva a la División por más de 50 años vía concentración de sulfuros.

El modelo de zonas minerales de cobre, construido a partir de más de 1 Millón de metros de sondajes, representa la complejidad actual de la operación en términos de la selección de mineral en zonas de transición y de borde para las distintas líneas productivas existentes (Lixiviación primaria, OBL y envío de Sulfuro a Chuquicamata). En la siguiente figura se observa un perfil con la distribución de las zonas minerales y las topografías del rajo actual y del pit final del proyecto RT Fase II.

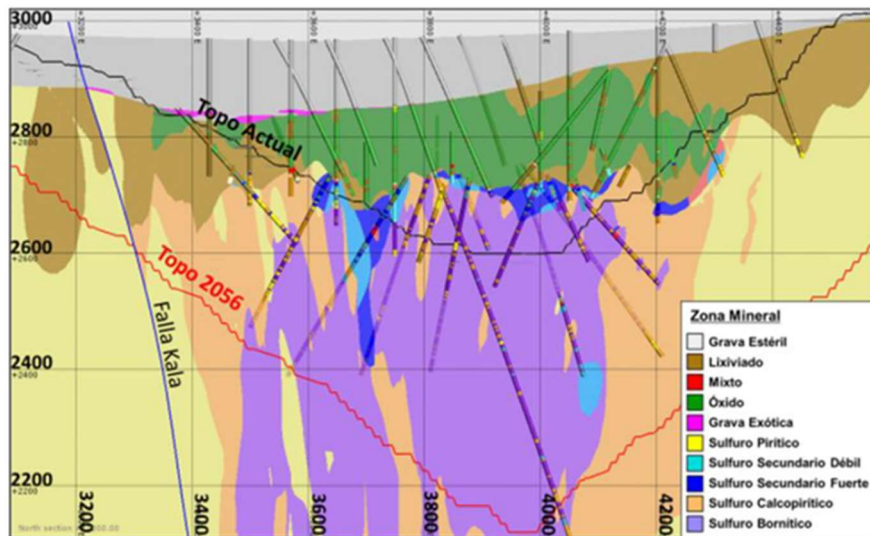


Figura 6. Distribución de Zonas Minerales en Sección 11.000N.

Estas características transforman a DRT en un caso de estudio interesante, producto que la zona que proyecta explotar en el decenio será de una alta variabilidad en sus leyes, condición que obliga a tener una metodología de apoyo para conocer y gestionar la incertidumbre geológica en sus planes mineros y finalmente en su negocio.

A continuación se resumen las principales etapas de la investigación, que permitirán definir una metodología de apoyo a la planificación minera de División RT y de la Corporación.

## 8.1 ELABORACIÓN DEL MODELO DE RECURSOS DETERMINISTA.

A partir de la base de datos, que incluye más de 3.000 sondajes, que equivalen a más de 1 Millón de metros, se procede a la generación del modelo de recursos geológicos, donde la geología es interpretada y las leyes son estimadas por kriging, producto elaborado y proporcionado íntegramente por la Superintendencia de Geología de División RT.

El box del modelo de bloques posee una extensión de 8 km en dirección norte sur, 3.2 km en dirección este oeste posee y 1.2 km en profundidad, poblado con 5 millones de bloques. En la siguiente figura se observa el box del modelo con los bloques de mineral con una ley de corte de 0.2% CuT.

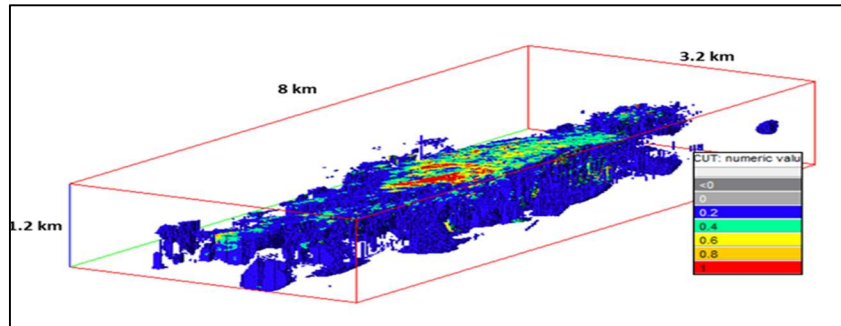


Figura 7. Box Modelo de bloques (Elaboración Propia).

## 8.2 ELABORACIÓN DEL PLAN MINERO DETERMINISTA.

A partir del modelo de bloques determinista, se elabora el plan minero de largo plazo de la División mediante la metodología tradicional de planificación. En la Corporación se definen dos grandes etapas, la primera es el análisis estratégico de opciones de largo plazo y la segunda etapa es la elaboración del plan de negocio y desarrollo (PND) o el caso base optimizado (CBO), donde este último plan no considera inversiones de crecimientos productivos a diferencia del PND.

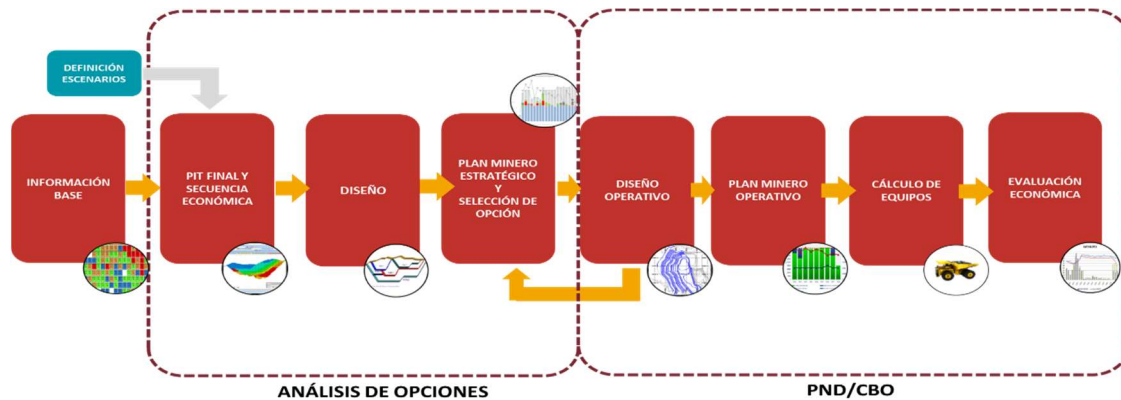


Figura 8. Proceso de Planificación de Largo Plazo de Codelco (Elaboración Propia).

El plan minero resultante del proceso de planificación posee en torno a los 500 Mt de óxidos a lixiviación de 0.46% de CuT y 3.000 Mt de sulfuros de 0.48% de CuT, con una vida útil sobre los 40 años. Como se observa en el siguiente gráfico, la línea productiva de óxidos finaliza el periodo 8 para el presente ejercicio, mientras que la el proyecto de sulfuros RT Fase II comienza el periodo 7.

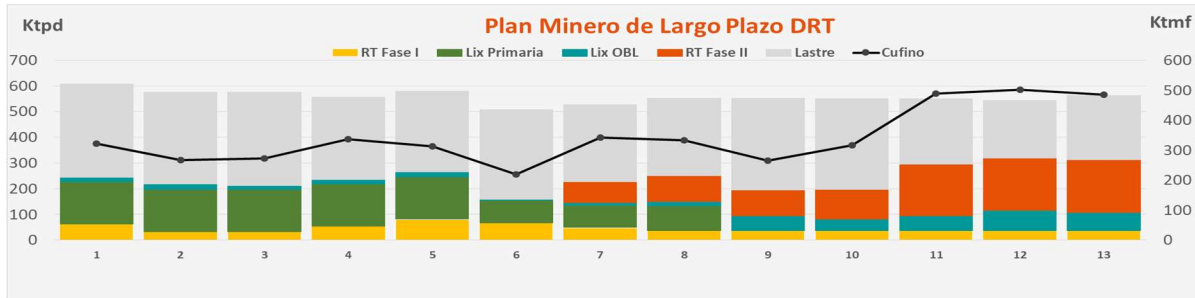


Figura 9. Gráfico Plan Minero de Largo Plazo Determinista Primeros 13 periodos (Elaboración Propia).

Uno de los reportes relevantes que permiten calificar cualitativamente el riesgo geológico del negocio minero es la Matriz de Sustentabilidad, instrumento que permite conducir los planes de acción para un reconocimiento geológico adecuado del yacimiento, en el caso de ser requerido. A su vez permite contar con una herramienta de gestión estándar tanto para la categorización del recurso como para el reporte de acuerdo a la nomenclatura nacional e internacional existente. De esta forma se establece un conjunto de criterios que deben ser aplicados para la categorización de los recursos, en base a la calidad de conocimiento geológico, del muestreo, análisis químico y de la estimación de recursos.

Considerando los lineamientos establecidos, cada División reporta la matriz de categorización de recursos en orden creciente de confianza geológica (inferido, indicado, medido). A continuación se observa la matriz de categorización los recursos lixiviables del plan minero de largo plazo de División Radomiro Tomic, apreciándose un deterioro en el nivel de confianza desde el periodo 3 en adelante.

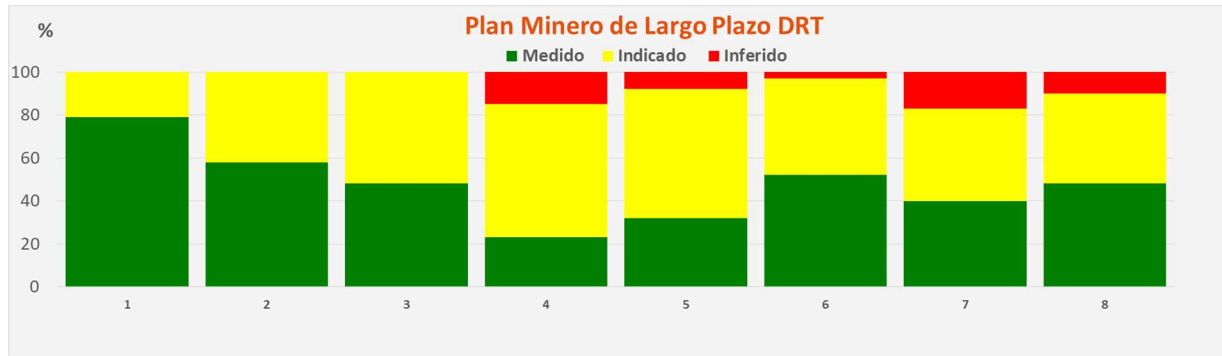


Figura 10. Gráfico Matriz de categorización de recursos lixiviables DRT (Elaboración Propia).

A continuación se observa la matriz de categorización de los sulfuros que se envían desde División Radomiro Tomic a División Chuquicamata para los primeros 8 periodos del plan, línea productiva que representa una menor participación, pero de mejor reconocimiento geológico producto que los minerales se encuentran mayoritariamente expuestos.

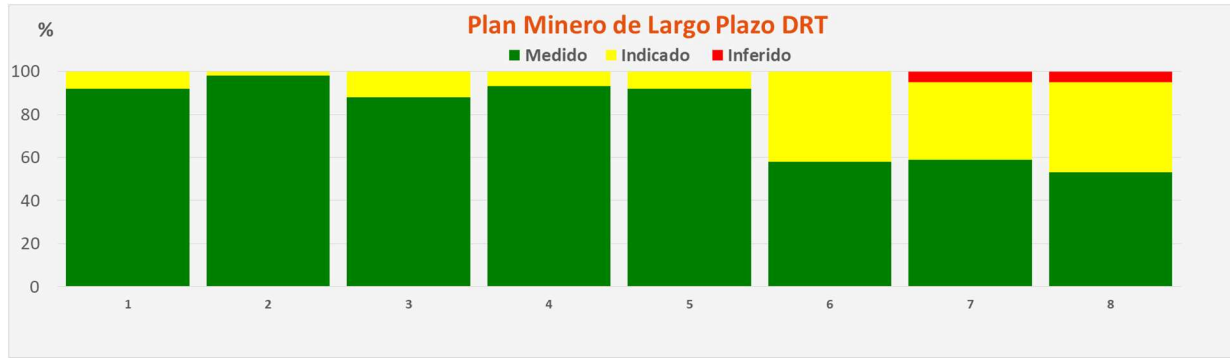


Figura 11. Gráfico Matriz de categorización de sulfuros RT Fase I DRT (Elaboración Propia).

### 8.3 ELABORACIÓN DE SIMULACIONES DE GEOLOGÍA Y LEY.

La Superintendencia de Geología Divisional generó las simulaciones geoestadísticas, donde se construyen los distintos escenarios o realizaciones de geología y ley, cuyo objetivo es representar y evaluar los recursos a partir de los distintos escenarios de geología y leyes para finalmente conocer el nivel de incertidumbre de nuestro yacimiento en el plan minero.

Los escenarios fueron construidos a partir de simulaciones condicionales, que busca emular el proceso actual de modelamiento geológico en RT, el cual utiliza un modelo implícito. Por lo tanto la metodología consiste en simular la geología por simulación implícita de bordes (Vincent Henrion, 2010). También se utilizó simulación de leyes de cobre usando Bandas Rotantes en cada simulación de geología, esto significa que para cada escenario de geología se construyó una simulación de leyes de Cut y Cus (Emery, X. y Lantu éjoul, C., 2006).

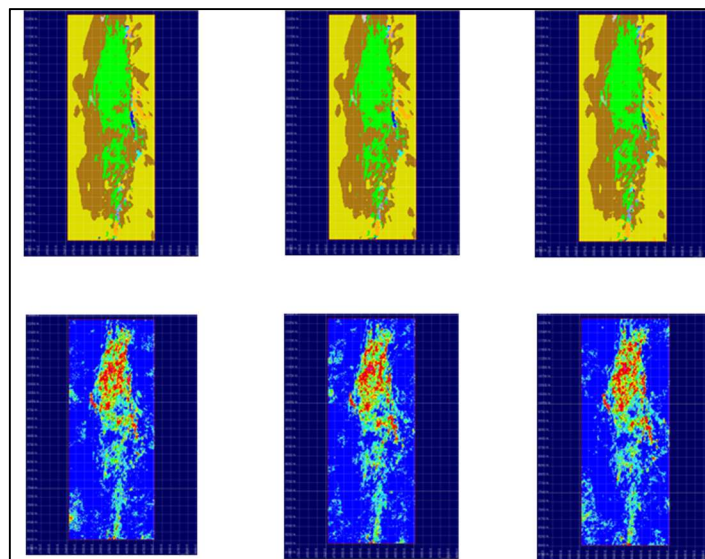


Figura 12. Simulación de 50 escenarios de geología y leyes.



La siguiente imagen presenta a la izquierda el modelo determinístico desarrollado en la división, mostrando las zonas minerales de RT y la imagen de la derecha corresponde a un escenario de las zonas minerales a partir de simulaciones condicionales. Las simulaciones presentan las características principales de las zonas minerales pero con un mayor grado de variabilidad, y es posible apreciar las variaciones entre simulación y simulación cuando se superponen los 50 escenarios.

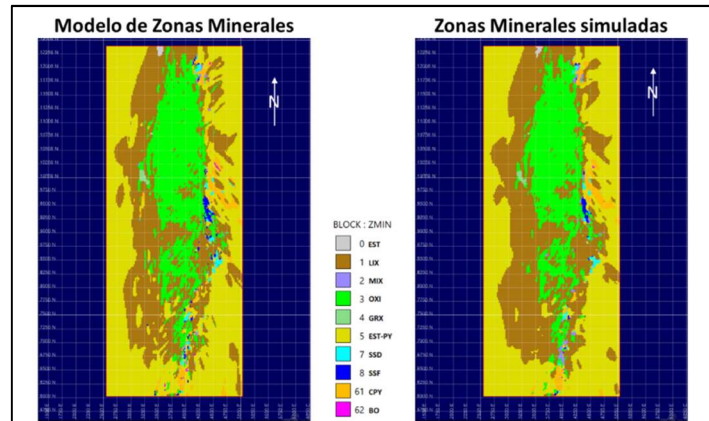


Figura 13. Modelo Geológico interpretado vs simulaciones.

El grado de variación entre realización y realización, refleja el grado de incertidumbre geológica de las zonas minerales, en una visión global quizás pueden ser despreciables las variaciones, sin embargo en un contexto de producción a escala mensual estas variaciones pueden ser significativas.

En la siguiente imagen se observa el modelo estimado de cobre total a la izquierda y la derecha las simulaciones de leyes de cobre, que utilizan como input las simulaciones de zonas minerales previamente presentadas. Es posible apreciar que existen variaciones entre las leyes de los distintos escenarios que están asociadas a las zonas minerales (si superponemos los 50 escenarios) y del modo opuesto aunque se mantenga la zona minera existen variaciones asociadas a la variabilidad de leyes de cobre total.

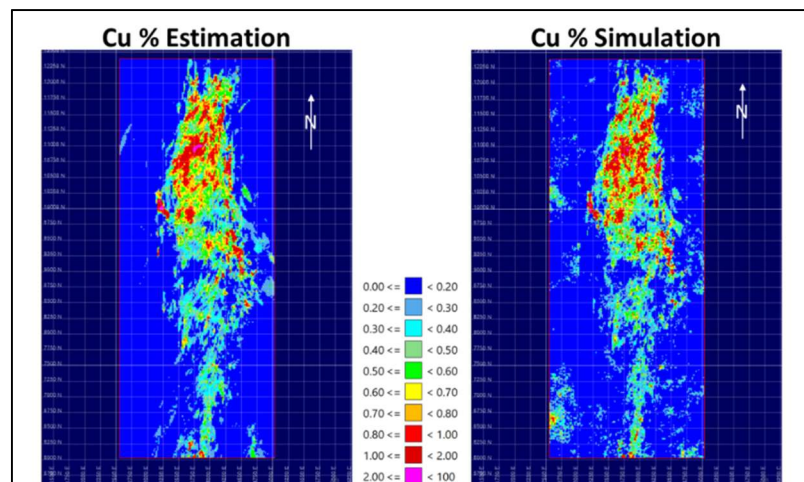


Figura 14. Modelo estimación vs simulaciones.

Un post proceso interesante, antes de continuar con la evaluación de la incertidumbre en el plan minero es efectuar cálculos de probabilidades o métricas de incertidumbre en algunas de las variables de interés.

Por ejemplo la siguiente lámina presenta a la izquierda la probabilidad de que cada bloque sea óxidos y a la derecha representa la métrica de la probabilidad que la ley sea mayor a un umbral de corte. Es posible apreciar zonas donde las probabilidades son un tanto inciertas (40%-60%).

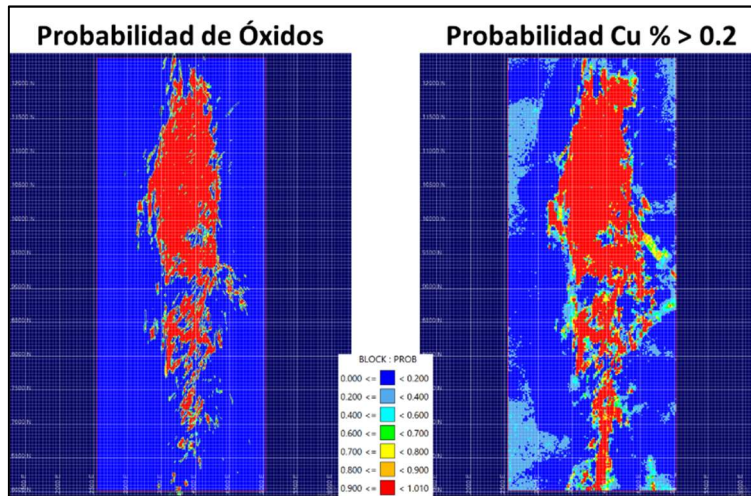


Figura 15. Probabilidad de ocurrencia.

De esta misma forma, es posible obtener cuál zona es la de mayor probabilidad de ocurrencia (bloque a bloque) y registrar la zona mineral más probable.

En la siguiente figura, a la derecha se observa la ley promedio de las realizaciones, donde se podría pensar que se debe planificar usando esta información, pero esta opción es análoga a utilizar los modelos determinísticos actualmente implementados y a la izquierda una de las realizaciones de las zonas minerales.

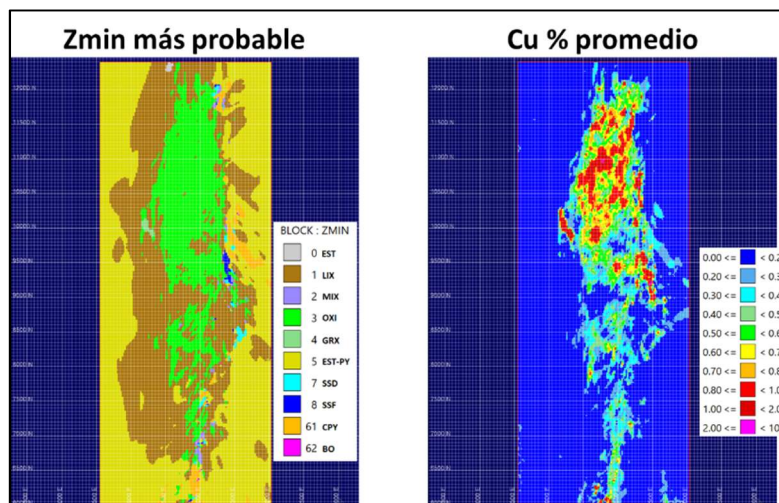


Figura 16. Zmin más probable.



Análisis como el anterior demuestran ser conveniente elaborarlos para complementar las decisiones de los planes de reconocimiento, orientando de mejor forma la ubicación espacial de los sondajes, establecer prioridades de reconocimiento y proporcionar una base de información para la planificación.

## 8.4 EVALUACIÓN DE LA INCERTIDUMBRE EN EL PLAN MINERO DETERMINISTA.

La planificación minera tradicional acostumbra entender el yacimiento con una sola curva tonelaje ley, mientras que la simulación nos permite evaluar los recursos a partir de los distintos escenarios, reconociendo el nivel de incertidumbre.

En la siguiente figura se observa a la izquierda la curva tonelaje ley de un modelo determinístico, y a la derecha distintos escenarios de curva tonelaje ley.

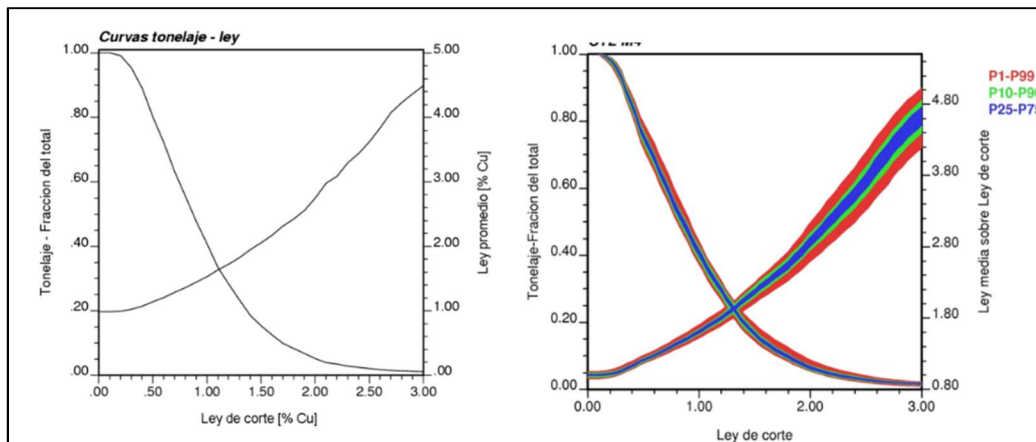


Figura 17. Gráfico Curvas tonelaje ley.

Del mismo modo la planificación minera tradicional acostumbra a ver las leyes y tonelajes en el plan desde el modelo determinístico, pero la simulación permite calcular las leyes de cada simulación sobre el umbral de corte para cada uno de los periodos, y obtener el rango de incertidumbre en cada periodo. En el siguiente gráfico las líneas punteadas representan los percentiles 5 y 95 de la distribución de leyes en cada cutoff, por lo cual contienen el 90% de los escenarios.

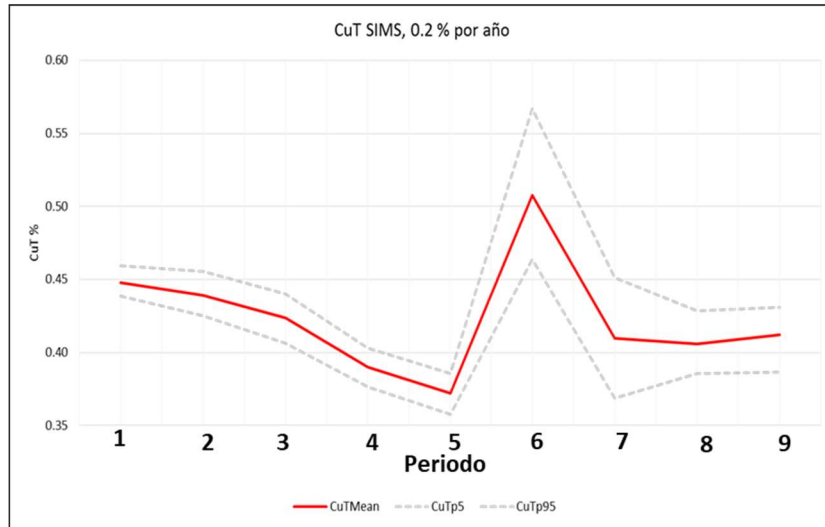


Figura 18. Gráfico Incertidumbre de leyes de Cu % en plan minero.

Del gráfico anterior, es posible apreciar un nivel de incertidumbre similar en ley de Cu hasta el periodo 5 y desde el periodo 6 el nivel de incertidumbre aumenta, mostrando una condición para la toma de decisión.

En términos de tonelaje de mineral es posible apreciar que la incertidumbre es similar en los diferentes periodos.

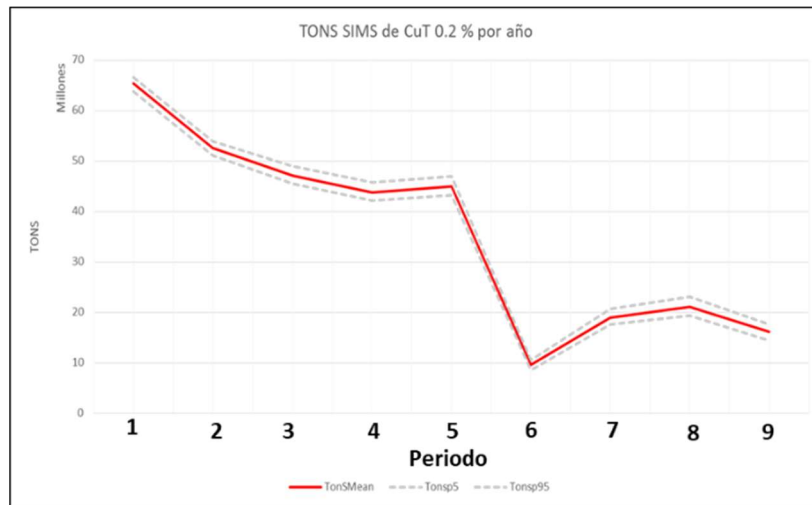


Figura 19. Gráfico Incertidumbre de Tonelaje en el plan minero.

A continuación se gráfica la incertidumbre en términos de metal, que resume las incertidumbres asociadas a leyes y tonelaje.

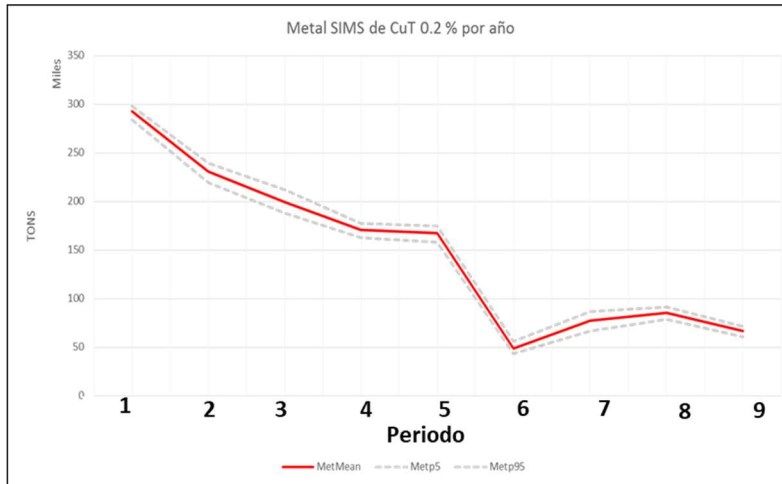


Figura 20. Gráfico Incertidumbre de Metal de Cu % en plan minero.

Para resumir la información de incertidumbre en los planes mineros, es factible gráficar el nivel de incertidumbre relativo por periodo (intervalo de confianza de un 90%), posibilitando la comparación de los niveles de incertidumbre de los distintos indicadores en una misma base.

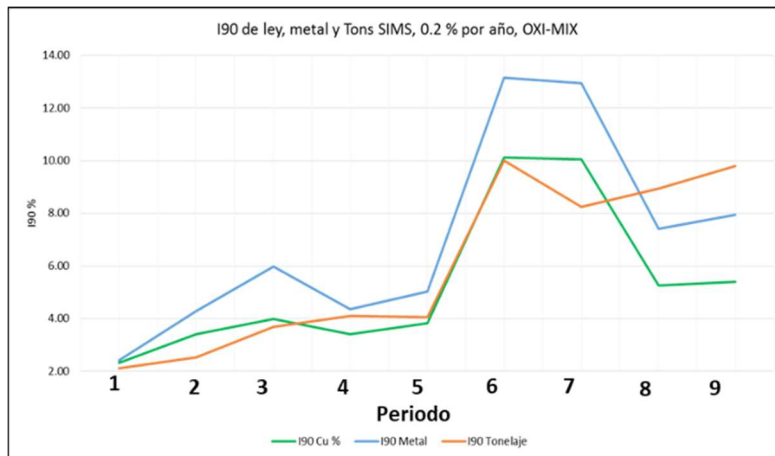


Figura 21. Gráfico Incertidumbre I90 de Ley, Tonelaje y Metal de Cu % por año.

Los resultados muestran que los niveles de incertidumbre en tonelaje y ley son similares en el tiempo, donde los primeros años se encuentran acordes con los datos históricos de producción. A continuación se resume el indicador de incertidumbre relativo en los periodos que poseen correlación.

Años	Ley	Tonelaje	Metal
1 - 5	± 3.4	± 3.3	± 4.4
6 - 9	± 7.7	± 9.2	± 10.4

Tabla 1. Resumen de incertidumbre anual (%).

Otro indicador que nos permite evaluar la incertidumbre en el plan minero, es el nivel de incertidumbre local móvil, cuyo objetivo es identificar zonas con mayor incertidumbre y en consecuencia ayudar a definir estrategias de perforación y o gestión del plan minero. Este indicador permite representar la condición operativa del carguío, puesto que en la realidad no se envían bloques aislados a la planta, sino una unidad mínima de extracción que por lo general es mayor a un bloque.

De esta forma se define el Intervalo de Confianza I90 para un panel de volumen V que represente la producción mensual, para n realizaciones. En la siguiente figura se observa en forma esquemática el cálculo de este indicador.

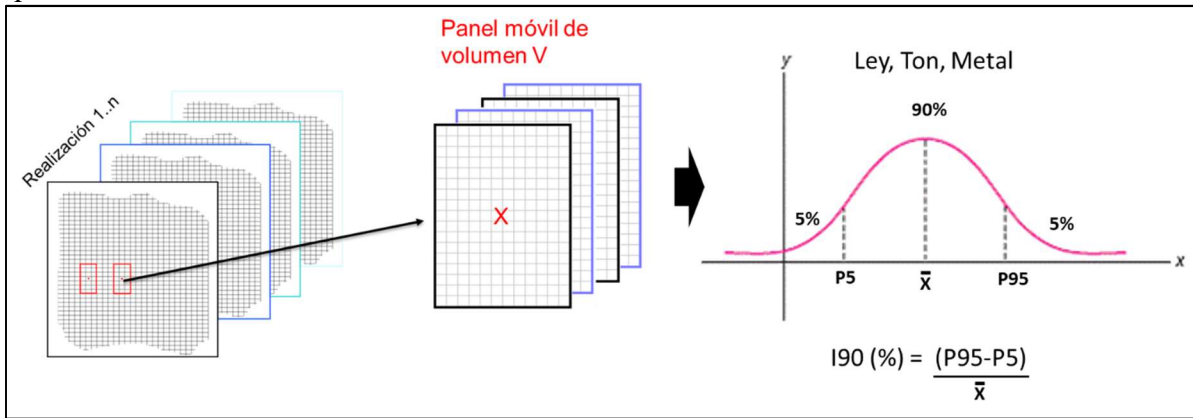


Figura 22. Cálculo del I90 para un volumen local móvil.

Donde:

$\bar{X}$  es el valor esperado .

P95 y P5 son los percentiles de la distribución.

La siguiente figura muestra los niveles de incertidumbre locales en un volumen mensual móvil, para leyes de cobre sobre >0.2 y para la métrica de tonelaje. Es posible apreciar que las mayores incertidumbres en leyes se encuentran en la periferia del depósito de cuerpos de óxidos disgregados con alto nivel de contacto con lixiviados.

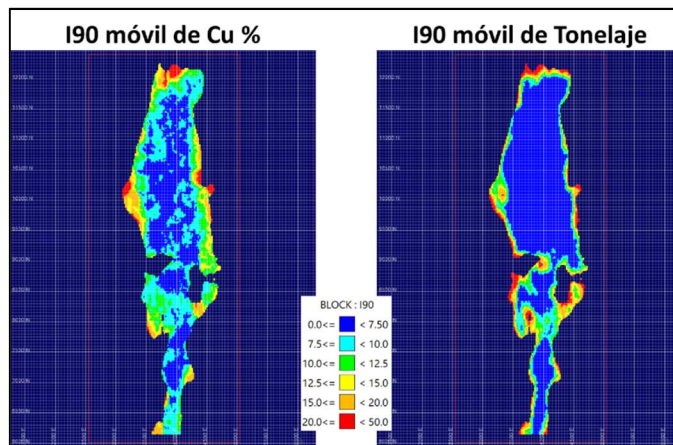


Figura 23. Incertidumbre espacial.

En el caso del tonelaje los sectores masivos centrales del sector norte presentan una incertidumbre muy baja, asociados principalmente a óxidos, con leyes superiores al umbral de corte.

Para resumir estas métricas móviles de incertidumbre, se presentan los valores esperados por periodo dentro del plan. Esta métrica refleja la potencial incertidumbre en un volumen de producción mensual, la cual naturalmente será mayor que la incertidumbre en un volumen mayor como un año.

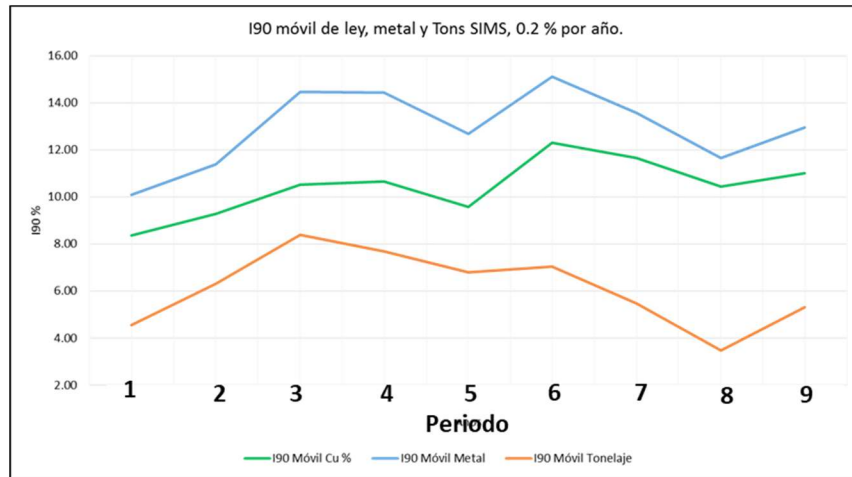


Figura 24. Gráfico Resumen Incertidumbre espacial.

En la siguiente tabla se resume la métrica de incertidumbre local móvil en el plan minero.

Años	Ley	Tonelaje	Metal
1 - 5	± 9.7	± 6.8	± 12.6
6 - 9	± 11.4	± 5.3	± 13.3

Tabla 2. Resumen de I90 incertidumbre mensual móvil (%).

## 8.5 COMPARACIÓN INCERTIDUMBRE CON CATEGORIZACIÓN.

La categorización de Recursos en Codelco se basa el conocimiento que se logra en temas como continuidad geológica, calidad de la información y la utilización de diversas herramientas geomatemático estadísticas, estandarizando a nivel Corporativo la categorización y el reporte de Recursos. La normativa (NCC31) establece un conjunto de criterios que deben ser aplicados para la categorización de recursos, en base a la geología, muestreo y estimación, incorporando el concepto de envolvente de riesgo geológico (medido, indicado e inferido), sin embargo esta herramienta no provee información acerca del nivel de incertidumbre o de los errores esperados.

En la siguiente sección se observa una comparación de la envolvente de medidos obtenida a partir de la metodología tradicional de categorización de recursos, con la estimación de la incertidumbre en metal (I90) en un volumen de producción mensual, para una ley de corte de 0.2% de CuT en recursos lixiviables, donde se aprecian sectores con alta incertidumbre (sobre 10% en naranja), al interior de los bloques en categoría de recursos medidos. Y en menor medida algunos sectores presentan baja incertidumbre fuera del volumen de recursos medidos. Adicionalmente, en la sección se incluye la envolvente de la fase 35, permitiendo la ubicación espacial y temporal de la problemática detectada.

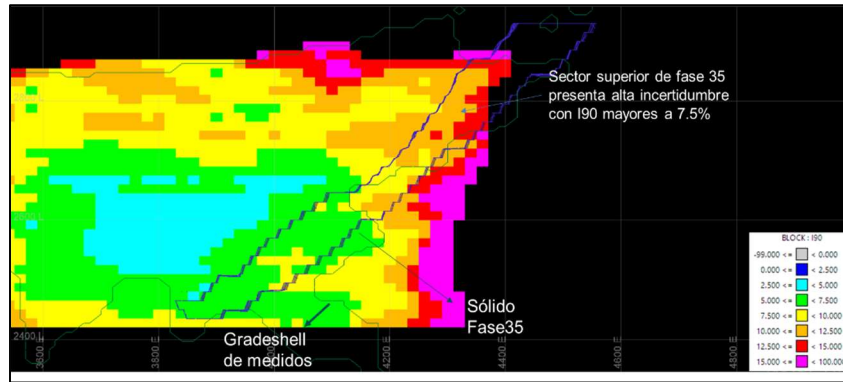


Figura 25. Sección N10680 con I90 en metal, fase 35 y envolvente medidos.

Otra forma de evaluar la pertinencia de la categorización es revisar la distribución de incertidumbre global. El siguiente gráfico representa la incertidumbre en las categorías medido, indicado e inferido para todo el box simulado, observando diferencias en los valores medios con la lógica de menor incertidumbre en medidos que indicados e inferidos, pero presentan un alto nivel de traslape, implicando una baja coherencia con la categoría actual. A su vez, existen bloques medidos con niveles de incertidumbre similares a indicados y bloques indicados con niveles de incertidumbre similares a medidos.

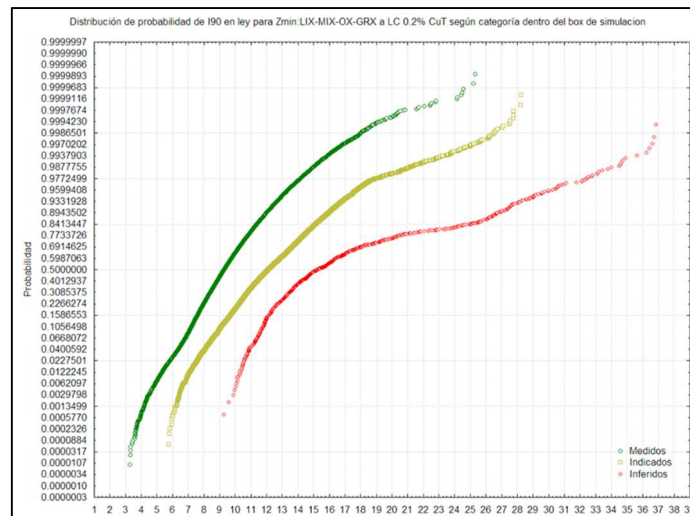


Figura 26. Gráfico I90 de la ley en volumen completo simulado, según categoría.

La posibilidad de evaluar la incertidumbre local en las categorías de recursos es un aspecto que se desprende al contar con modelos simulados de geología y leyes.

Si bien el enfoque estocástico que a continuación se desarrollará posee beneficios desde la perspectiva del análisis, la elaboración de las simulaciones pueden ser utilizadas al menos para evaluar la incertidumbre en los recursos al interior de un plan minero determinístico proporcionando un robusto análisis que apoyarán las decisiones de reconocimiento y/o medidas en el plan minero, como cambios de secuencia.

## **8.6 ENFOQUE PLAN MINERO ESTOCÁSTICO.**

El análisis previo permite evaluar la incertidumbre de los recursos dentro de las reservas definidas por medio de un plan minero determinista, si bien es útil para ilustrar la incertidumbre el plan no la gestiona en su construcción.

Un camino para gestionar la incertidumbre geológica en el plan minero es mediante la planificación estocástica, que considera la información de incertidumbre al momento de generar el plan minero, a diferencia del plan minero determinista que solo considera el valor esperado.

Para evaluar el impacto de la incertidumbre en el plan minero es necesario contar con un plan determinista y el plan estocástico utilizando la misma metodología, de lo contrario se estaría evaluando el efecto por cambio de metodología y no solamente el efecto de incertidumbre. Para abordar ambos planes mineros se utilizó la metodología de agendamiento directo de bloques (DBS), descrito en el artículo “Production scheduling for strategic open pit mine planning: A mixed-integer programming approach” (Orlando Rivera et al, 2019).

La metodología de agendamiento directo de bloques (DBS), consiste en definir simultáneamente los bloques que son extraídos, cuándo son minados y el destino de estos (DBS Direct Block Scheduling), modelando la complejidad del negocio minero, incorporando condiciones económicas, operacionales y ambientales, mediante programación entera mixta (MILP).

En el caso del plan determinista se utilizó como entrada al DBS un modelo de bloques compuesto por el promedio de las realizaciones, más los parámetros técnicos económicos. Para el plan estocástico, se utilizan los mismos parámetros técnicos económicos, pero en vez de utilizar el promedio de las realizaciones, se utilizaron 20 realizaciones simultáneamente. Las otras 30 realizaciones fueron utilizadas para evaluar el riesgo del plan minero.

Para generar el plan DBS estocástico se utiliza la técnica de optimización en dos etapas, descrita en el capítulo 5.4.2. En este modelo la primera etapa corresponde a decidir cuándo se extrae un bloque, y esta decisión es común a las 50 realizaciones. La segunda etapa corresponde a decidir el destino de los bloques extraídos de acuerdo a la secuencia definida en la primera etapa y esta decisión se toma de forma individual para cada una de las realizaciones. Este modelo de dos etapas tiene sentido porque cuando se formula un agendamiento de actividades no se está en conocimiento de las leyes reales de cada bloque, sin embargo una vez que se extrae el bloque ya se cuenta con esta información y ésta se debe incorporar a la decisión.

Cuando se analiza un plan determinista en un contexto estocástico, hay dos formas de valorarlo. La primera es asumiendo que el destino de cada bloque será aquel especificado en el plan original. Lo anterior no tiene mucho sentido en la práctica, eso sí, porque podría resultar en bloques de alta ley siendo enviados a un botadero, o bloques de estéril enviados a planta. La segunda forma es asumiendo que se puede cambiar el destino de cada bloque según el escenario, lo cual refleja la realidad de que, al extraerse un bloque, es posible observar la ley, el material que contiene, y enviarlo al destino más adecuado.

En el siguiente gráfico se observa el VAN resultante de evaluar el plan determinista (línea roja) y el plan estocástico (línea azul) en cada una de las 30 realizaciones reservadas para evaluar el riesgo del plan minero. Al analizar los escenarios en cada una de las realizaciones se mantienen fijas las secuencias de minado pero se permite para cada escenario optimizar el destino de los bloques minados considerando la ley de cada realización.

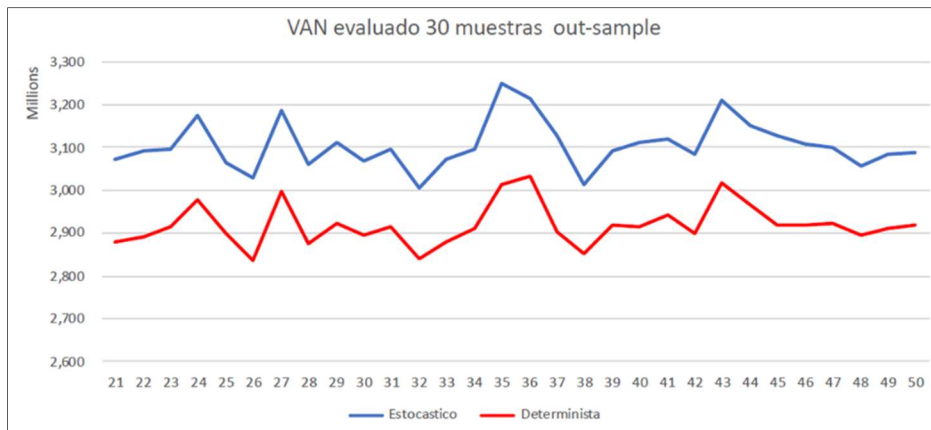


Figura 27. Gráfico Comparación VAN Plan Determinista y Estocástico por escenario.

Se concluye que el VAN de la solución estocástica es mayor en todos los escenarios en un 6,4% en promedio. Lo anterior podría explicarse debido a que el plan determinista es más inflexible comparado con el plan estocástico, por ejemplo en una realización con una ley promedio más baja es probable que el plan determinista no pueda compensar la falta de mineral, mientras que en un escenario favorable no pueda aprovechar esta potencial oportunidad.

En la siguiente gráfica se observa que la solución estocástica posee una mayor utilización de la capacidad planta en la línea de óxidos que la solución determinista en los primeros años.



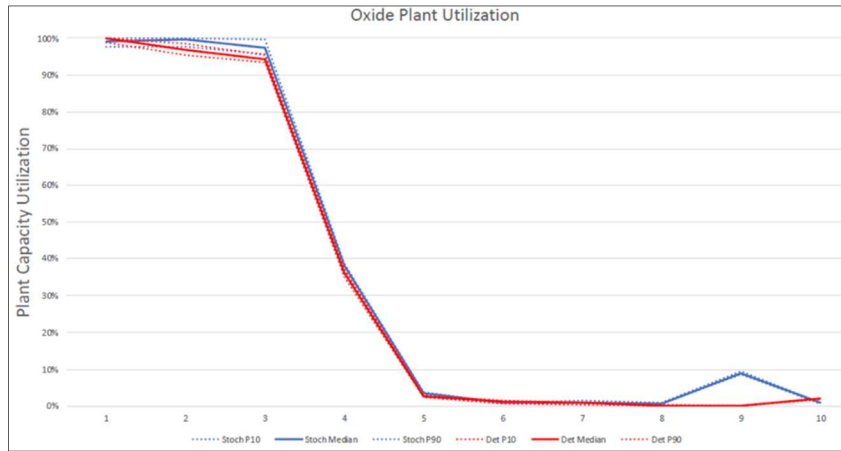


Figura 28. Gráfico Utilización Planta de Óxidos.

Cuando graficamos el movimiento mina de ambas soluciones, se observa que el plan estocástico mueve menor cantidad de material que el plan determinista los primeros años, para después mover más, esto implica que el plan estocástico posee un menor costo minado al inicio.

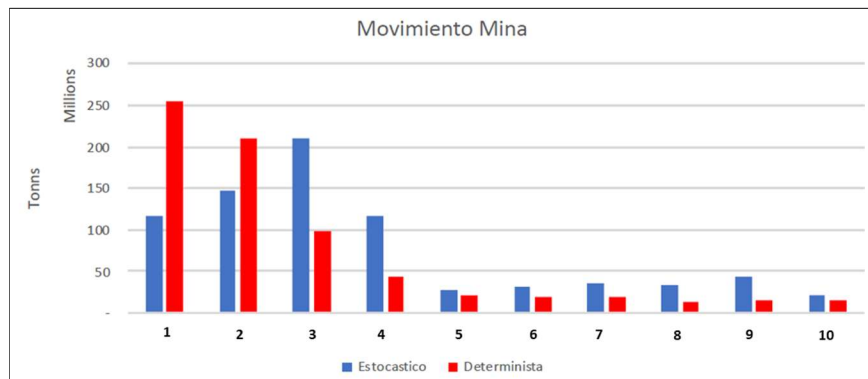


Figura 29. Gráfico Comparación Movimiento Mina.

El hacer el esfuerzo adicional de llenar la planta al inicio, teniendo en cuenta el nivel de incertidumbre, se observa que es un mal negocio, como se ve reflejado en los resultados del VAN al evaluar estos escenarios. Si comparamos los niveles de incertidumbre móviles locales obtenidos en los periodos 3 al 4, se observa una correlación con los altos niveles de movimiento mina obtenidos en el ejercicio estocástico, por esta razón extraer más volumen, permitiría tener más "opciones" al momento de elegir el destino, así asegurando llenar la planta.

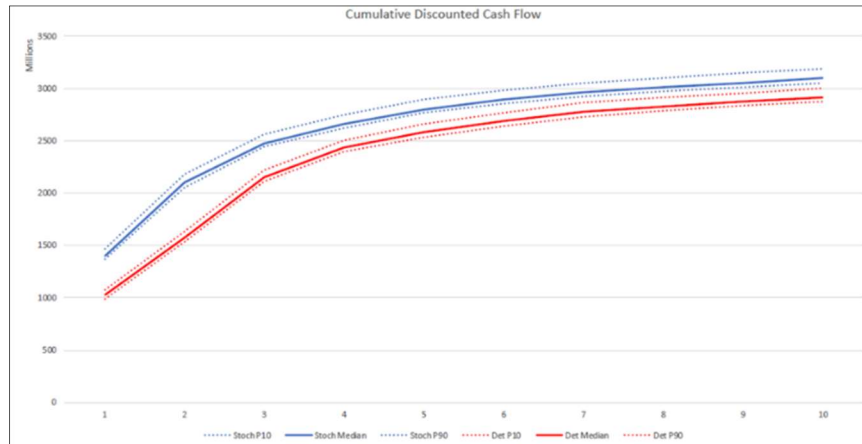


Figura 30. Gráfico Flujo de Caja Descontado Acumulado.

En la siguiente figura se observa las zonas de extracción del periodo 1, para ambas soluciones, apreciándose que el plan estocástico deja de mover la zona central de la mina, zona de mayor razón lastre mineral y de mayor variabilidad en la distribución de leyes.

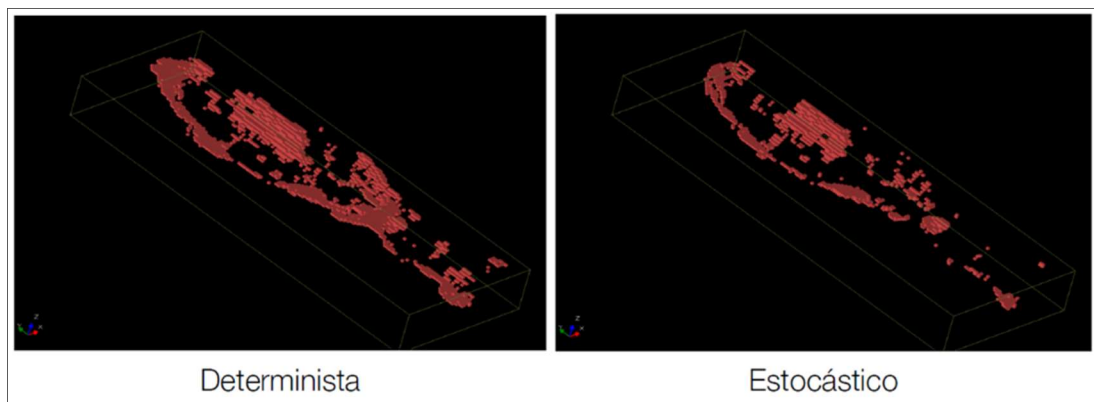


Figura 31. Figura Vista 3D extracción periodo 1.

En la siguiente figura se observa las zonas de extracción de los periodos 1 al 10, para ambas soluciones, donde las zonas rojas son aquellas que se explotan al inicio, donde el plan determinista privilegia el sector central y norte, a diferencia del plan estocástico que privilegia parte del sector central y el este.

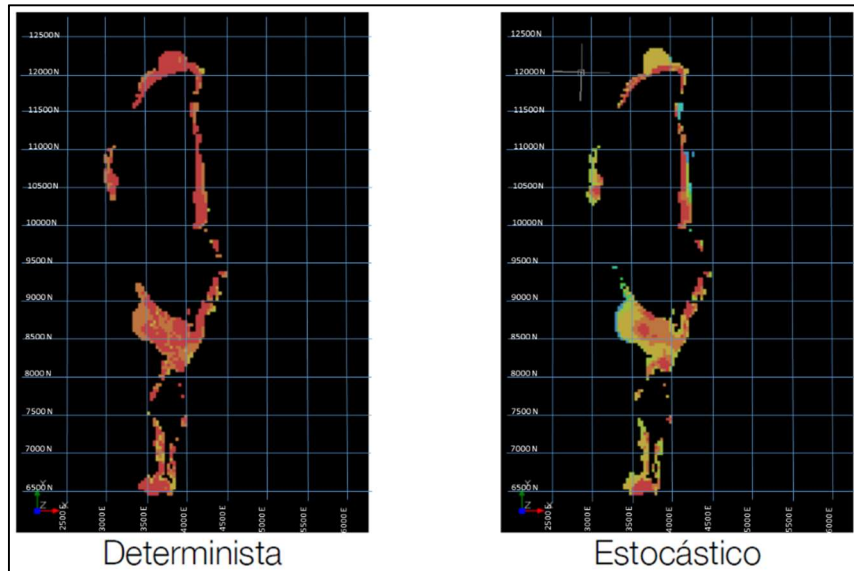


Figura 32. Vista en planta secuencia de extracción.

En el siguiente gráfico se observa las leyes medias de cobre alimentadas a los procesos de lixiviación y concentración, junto con los percentiles 10 y 90. Al igual que el post análisis de incertidumbre (punto d), las mayores variaciones y diferencias respecto del plan determinístico (línea roja), se obtienen a partir del período 4, donde existe mayor incertidumbre en geología y ley para los minerales de óxidos, y esta condición hace que desde el periodo 4 el plan estocástico tenga un comportamiento distinto en esta línea de proceso.

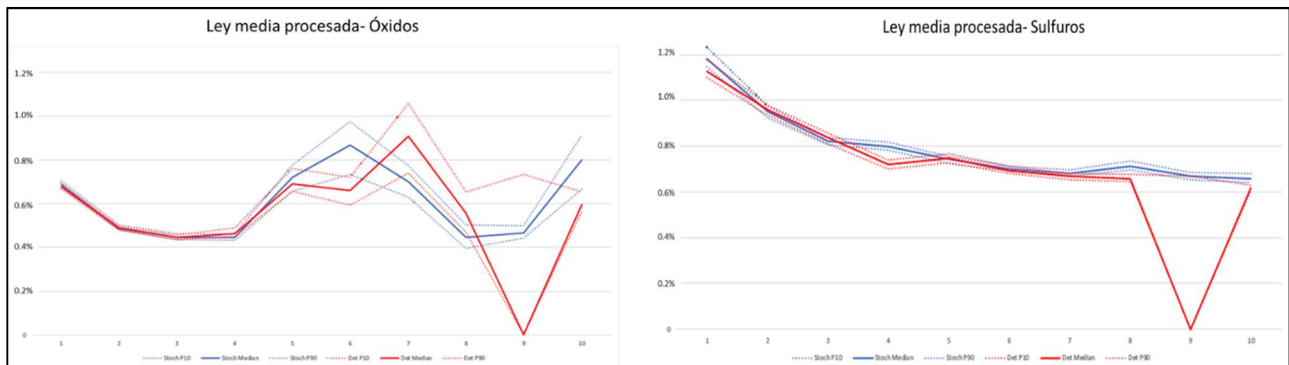


Figura 33. Gráfico Leyes de Alimentación a planta (CuT).

El análisis estocástico permite concluir en primer lugar que existe una secuencia distinta cuando evaluamos todos los escenarios a la vez (en relación del plan determinista DBS), secuencia que tiene una implicancia en el plan minero, con un menor movimiento los primeros años y una estrategia de leyes distinta desde el periodo cuatro en la línea de óxidos, sin embargo la diferencia del movimiento de mina tiene un impacto de mayor relevancia en los indicadores económicos.

## 9. METODOLOGÍA PROPUESTA

A partir de los resultados obtenidos del presente estudio, se establece una metodología para el análisis de incertidumbre geológica de planes mineros a cielo abierto, que adicionalmente permita sentar las bases o los lineamientos para una potencial norma interna de Codelco.

La siguiente figura resume en forma esquemática la metodología propuesta, donde la interacción entre geología y planificación (representada por el rombo amarillo) es fundamental para capturar el valor de este tipo de análisis.

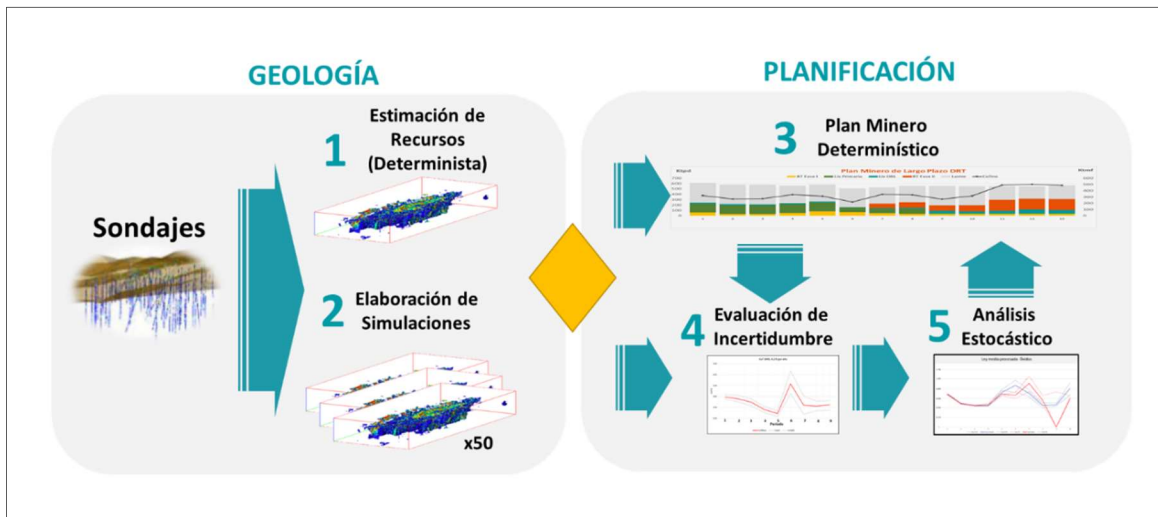


Figura 34. Metodología para el Análisis de Incertidumbre Geológica de Planes Mineros (Elaboración Propia).

### 9.1 ESTIMACIÓN DE RECURSOS.

La estimación es una de las actividades claves en la evaluación de depósitos mineros, encargada de cuantificar la cantidad y calidad del recurso geológico. El kriging es una técnica geoestadística de estimación que permite estimar la ley de un bloque de forma óptima, en el sentido que se minimiza la varianza de estimación y su resultado se conoce como la varianza de kriging (Emery). Para obtener el modelo de recursos se deben considerar al menos las siguientes etapas.

- Análisis de la base de datos: actividad correspondiente a la preparación y análisis de los datos, donde será fundamental el establecimiento de un repositorio oficial y estándar. El establecimiento de un programa QA/QC de todos los datos es fundamental durante el proceso de estimación.
- Análisis exploratorio de datos: el objetivo es investigar los controles geológicos presentes sobre la distribución de las leyes del yacimiento.
- Modelamiento de unidades geológicas: el principal objetivo es la definición de los dominios de estimación,

- Estimación de recursos: contempla las actividades de variografía, definición de parámetros de estimación y la ejecución de las estimaciones que tienen como producto final el modelo de bloques para planificación minera.
- Categorización de recursos. El recurso se clasificará en medidos, indicados e inferidos de acuerdo a lo establecido por la guía Corporativa NCC31.
- Análisis comparativo.

El equipo de trabajo que lleva a cabo la elaboración de la estimación de recursos debe ser un equipo multidisciplinario, involucrando geólogos, geoestadísticos, ingenieros de minas y metalurgistas.

El objetivo final que persigue la estimación de recursos es producir un modelo de bloques adecuado para el desarrollo de la planificación minera y posterior definición de las reservas mineras. A este modelo de bloques llamaremos modelo determinista, con el cual se confeccionará el ejercicio de planificación de largo plazo y en función de este plan minero se podrá analizar la incertidumbre geológica.

## **9.2 ELABORACIÓN DE SIMULACIONES.**

Las técnicas de simulación geoestadística permiten cuantificar la incertidumbre en la ley y la geología de cada bloque por medio de la generación de múltiples modelos numéricos que imitan las características espaciales del yacimiento real. Cada modelo tiene un histograma que fluctúa en torno al histograma representativo de la ley y reproduce la covarianza espacial (o variograma). Además, coincide con los valores de las muestras en sus ubicaciones, por lo que la simulación se denomina condicional (Ortiz y Emery, 2004).

A partir de estos modelos o representaciones, se puede calcular la distribución de incertidumbre de la ley de cada bloque (histograma de sus valores simulados) y determinar una varianza local o condicional, que a diferencia de las estimaciones, esta depende de la ley de las muestras cercanas y, por ende, reproduce el llamado efecto proporcional (leyes de bloque mayores vendrán acompañadas de mayor incertidumbre).

El producto que se genera a partir de las simulaciones es un modelo de bloques con la información de cada representación o simulación del depósito en geología y ley. Para elaborar las simulaciones condicionales geoestadísticas se deben considerar los siguientes pasos (J. Quintín et al, 2000):

- Análisis Estructural. Analizar la dispersión, variabilidad y correlación espacial de los datos reales o del fenómeno estudiado.
- Generación de localizaciones. Se define una distribución regular de puntos al interior del volumen o zona de estudio.
- Estimación por kriging. Se estima un valor en cada punto generado por kriging, a partir de los valores experimentales.
- Generar la simulación no condicional. Generar valores simulados para cada localización o punto generado y para cada punto donde existen valores experimentales, desde una función aleatoria obtenida a partir de la variabilidad de los datos reales.

- Nueva estimación por kriging. Se estiman nuevamente los puntos generados a partir de los valores simulados.
- Generar la simulación condicional. Condicionar la simulación a los valores experimentales, sumando la primera estimación por kriging y la diferencia entre la simulación condicional y la última estimación por kriging.

### **9.3 ELABORACIÓN DEL PLAN MINERO DETERMINÍSTICO.**

A partir de la definición de los términos de referencia del ejercicio de planificación tal como capacidades productivas, orientaciones comerciales, criterios de diseño, entre otros y la definición de la información básica referida a la información geo-minero-metalúrgica, se procederá a elaborar el ejercicio de planificación minera tradicional que a continuación se resume:

- Definición del Pit Final y Secuencia Económica. El objetivo de esta etapa es definir los límites económicamente rentables y la secuencia o dirección de explotación más rentable.
- Diseño de Fases. A partir del lineamiento de la etapa anterior, se diseñan los volúmenes, incorporando todos aquellos aspectos que garantizarán la operatividad de la explotación.
- Plan Minero Estratégico. Actividad encargada de maximizar el valor presente del negocio minero, mediante la definición de una política de leyes de corte en el tiempo.
- Plan Minero de Largo Plazo (Táctico). A partir del lineamiento estratégico de la actividad anterior, se elabora el plan minero de largo plazo táctico que garantiza condiciones operativas con un nivel de detalle mayor.
- Determinación de Equipos Mina. A partir del plan minero y las características de los equipos mineros definidos para la operación, se determina la flota para cada actividad de la mina, desde la perforación hasta los equipos de apoyo.
- Determinación del Capex y Opex Mina. Esta actividad es esencial para la valorización del plan minero, que si bien el plan estratégico considera ciertos aspectos que le permiten estimar un valor económico, este cálculo posee un nivel de detalle y precisión mayor.
- Evaluación Económica Preliminar. Actividad esencial para determinar el valor económico consolidado del plan minero de largo plazo para los distintos análisis que deben afectarse. Tiene carácter de preliminar, considerando que las áreas de administración son las que proporcionan la estimación final.

Los principales productos generados a partir del proceso de planificación, y que serán input para la evaluación de incertidumbre geológica son:

- Volúmenes de los diseños de fases, generadas por la intersección topográfica de superficie inicial de la topografía de fase.
- “Fotos por periodo” o Volúmenes de los periodos, generadas a partir del avance de la explotación de la mina (semestral, anual o a nivel de quinquenio).

Ambos productos serán clave para la elaboración de las estadísticas dentro de los volúmenes definidos, y los resultados del plan minero que será la base de comparación (leyes, tonelajes procesados, etc.).

## 9.4 EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRE.

La evaluación de la incertidumbre es una actividad que permitirá robustecer la definición de compromisos productivos que genera cada plan minero de largo plazo. Para lograr este objetivo se deben determinar los siguientes indicadores:

- **Banda Tonelaje Ley:** en vez de obtener una sola curva tonelaje ley, se obtiene a partir de las simulaciones o realizaciones, una banda tonelaje, permitiendo entender de mejor forma el yacimiento en relación de la incertidumbre geológica.
- **Probabilidad de Ocurrencia Geológica:** es la probabilidad de que cada bloque sea de un tipo de mineral. Esta métrica permite obtener espacialmente cuál zona es la de mayor probabilidad de ocurrencia, y su vez posibilitando una mejor estrategia de perforación adelantada en zonas con mayor incertidumbre.
- **Probabilidad de Ocurrencia en Ley:** es la probabilidad de que la ley de cada bloque sea mayor a un umbral o ley de corte. Esta métrica permite obtener las zonas que poseen mayor certeza en sus leyes.
- **Probabilidad de Ocurrencia en el Plan Minero:** al igual como se puede obtener la probabilidad de ocurrencia bloque a bloque, se puede obtener la probabilidad de ocurrencia dentro de un volumen específico que represente un quinquenio, un año, etc. Para este análisis se consideran los percentiles 95 y 5 (contienen el 90% de los escenarios). Se definen los siguientes indicadores:
  - Incertidumbre en ley (%)
  - Incertidumbre en tonelaje (t)
  - Incertidumbre en cobre fino (t)
  - Incertidumbre relativa en los periodos (%).
- **Incertidumbre local móvil (I90):** esta métrica refleja la potencial incertidumbre en un volumen de producción mensual, la cual naturalmente será mayor que la incertidumbre en un volumen mayor como un año. El objetivo de esta métrica es identificar zonas con mayor incertidumbre y en consecuencia ayudar a definir estrategias de perforación y o gestión del plan minero.

Es relevante elaborar el análisis comparativo de la incertidumbre local (I90) con la categorización de recursos que posee el modelo determinístico, considerando que probablemente hayan sectores de alta incertidumbre en zonas de recursos medidos o viceversa, permitiendo detectar espacial y temporalmente la problemática, y en consecuencia tomar acciones de reconocimiento, cambio de secuencia o definir un plan de mezclas si es factible.

## 9.5 ANÁLISIS ESTOCÁSTICO DE PLANES MINEROS.

El análisis previo permite evaluar la incertidumbre de los recursos dentro de las reservas definidas por medio de un plan minero determinista, si bien es útil para ilustrar la incertidumbre el plan no la gestiona en su construcción. De esta forma el enfoque estocástico ha sido el camino para estudiar la gestión de la incertidumbre geológica al momento de generar el plan minero. A continuación se definen las etapas que se recomiendan ejecutarse para un análisis estocástico de planes mineros de largo plazo con foco en la incertidumbre geológica:

**Etapa 1.** Primero se debe definir el problema a resolver (objetivo, restricciones), los términos de referencia e información base a utilizar. Como parte de esta etapa, se deben identificar las mayores fuentes de riesgo asociados al plan. Es decir, aquellos parámetros inciertos ante los cuales el problema de planificación es más sensible económica y operacionalmente. Estos parámetros pueden ser endógenos (capacidades, tasas de extracción, fechas en las que se pueden acceder zonas, etc.), o exógenos (precios, costos, leyes, etc.). A partir de cada uno de estos parámetros se construye lo que llamamos una sensibilización, o una serie de escenarios representativos de los valores que podrían tomar estos parámetros inciertos. Los datos entregados deben permitir representar un problema de optimización para cada escenario, en cada sensibilización. Es clave definir o conservar los términos de referencia con los cuales se elaboró el plan minero de largo plazo determinista (metodología tradicional). Adicionalmente se debe definir criterios particulares para implementar la metodología de agendamiento directo de bloques (DBS), como rebloqueo o agrupación de bloques, ángulos globales, restricciones geográficas, restricciones ambientales, etc.

**Etapa 2.** Elaboración del plan DBS determinista. Para evaluar el impacto de la incertidumbre en el plan minero es necesario contar con un plan determinista y el plan estocástico utilizando la misma metodología, de lo contrario se estaría evaluando el efecto por cambio de metodología y no solamente el efecto de incertidumbre. Una de las ventajas de utilizar este tipo de herramientas, es la posibilidad de realizar análisis de sensibilidad tipo *Hill of Value*, donde para cada sensibilización se preparará un análisis que permita determinar el impacto del cambio de parámetros en costo, y en secuenciamiento, cuyo objetivo es comprender cómo cambia el secuenciamiento óptimo a medida que cambian los escenarios (este proceso o tipo de análisis no fue parte del estudio).

**Etapa 3.** Elaboración del Plan DBS Estocástico. Permite establecer un único plan minero teniendo en consideración la variabilidad o incertidumbre geológica del yacimiento, aspecto proporcionado por las simulaciones condicionales de geología y ley. Una vez obtenido ambos planes DBS, el determinístico y el estocástico, se deben elaborar las siguientes comparaciones en función del I10, I90 y el promedio:

- Análisis de Utilización de plantas (en función del I10, I90 y el promedio)
- Análisis de comportamiento de leyes (en función del I10, I90 y el promedio).
- Comparación movimiento mina.
- Análisis de la secuencia minera.
- Comparación económica.

Uno de los aspectos relevantes de este análisis y que aún es materia de estudio, es el resultado económico del plan estocástico, que presenta un aumento de 6,4% en el VAN en relación al plan determinístico DSB, para todos los escenarios evaluados.

**Etapa 4.** Elaborar Diseño Operativos a Partir de la Solución DBS. Si bien esta etapa no fue parte del estudio, se recomienda formular diseños operativos conceptuales. Esto es un diseño de fases que cumple con dos requerimientos. Primero, es un diseño que cumple con requerimientos mínimos espaciales (ancho suficiente para operar, espacio para rampas, y una lógica de secuencia entre fases) que garantice que es posible agendarlo posteriormente con detalle. Segundo, es un



diseño que responde a las sensibilidades, en el sentido de que alcanza un buen valor económico frente a distintos escenarios de variables exógenas, y que supone las decisiones endógenas que maximizan el valor y robustez del proyecto. El proceso de preparar este diseño operativo de fases es manual, y se basa en estudiar las soluciones en esta etapa. Es un proceso de prueba y error, en que, en cada iteración se debe evaluar el valor económico del diseño propuesto utilizando algún optimizador de planes mineros. Una vez conforme con el diseño operativo de fases a nivel conceptual, se procederá a definir el diseño de fases operativo con detalle. Este es un diseño de fases que incorpora anchos y formas más cuidadosamente definidos, rampas, puntos de acceso, ubicación de infraestructura crítica, y otros. Este es un proceso que también es manual y que gruesamente sigue el trazado del diseño operativo conceptual.

## 10. CONCLUSIONES

El estudio conducente a la recomendación de una metodología aplicable al análisis de la incertidumbre geológica de planes mineros de largo plazo, para minería a cielo abierto, ha permitido concluir lo siguiente.

- El uso de simulaciones condicionales para la evaluación de los recursos al interior de un plan minero, permiten cuantificar la incertidumbre en los planes mineros, tanto en ley, metal y tonelaje de cada unidad, y a su vez permiten efectuar un análisis comparativo con la categorización bajo la norma interna de Codelco NCC31. De esta forma se puede concluir que el depósito estudiado posee la mayor incertidumbre en la periferia, asociada a la ocurrencia de cuerpos de óxidos disgregados con alto nivel de contacto con lixiviados, con una incertidumbre en ley, tonelaje y metal menor a un +/- 4% en un volumen anual.
- El análisis de la incertidumbre geológica permite validar la categorización efectuada bajo la norma NCC31, detectando espacial y temporalmente las problemáticas o inconsistencias, como por ejemplo sectores de alta incertidumbre se encuentren en zonas de recursos medidos o viceversa.
- El aporte de las simulaciones y el post proceso de análisis, contribuyen significativamente al conocimiento y predicción del comportamiento de las leyes y la geología, permitiendo tomar decisiones de forma temprana, mejorar y robustecer los planes de reconocimiento o tomar acciones para enfrentar la incertidumbre geológica mediante un cambio de secuencia o definir un plan de mezclas si las condiciones lo permiten.
- En relación a las técnicas de optimización de planes mineros, el estudio permitió verificar innovaciones recientes en tecnologías y modelo matemáticos aplicables a casos reales para el estudio de incertidumbre geológica en planes mineros. Por su parte, la metodología de Agendamiento Directo de Bloques (DBS por su sigla en inglés) es la técnica base para realizar los análisis estocásticos. Esta técnica ha tenido resultados satisfactorios gracias al advenimiento de hardware y software que soportan la arquitectura 64-bit, permitiendo resolver problemas más complejos, de gran volumen y capturar un importante valor cautivo en algunas operaciones y proyectos, donde la práctica actual de planificación minera no puede develar este valor, puesto que el algoritmo para determinar el rajo final y la secuencia minera es básico y no utiliza en sus cálculos el valor del dinero en el tiempo. La técnica DBS, en cambio, obtiene un plan minero computacional directamente a partir del modelo de bloques. Esto representa un gran avance, si se compara con la serie de procesos batch que requiere la práctica estándar.
- El análisis estocástico permite obtener un plan minero único tomando como información de entrada las distintas realizaciones de geología y ley, incorporando de esta forma la incertidumbre geológica en la decisión de la secuencia y el plan minero. El resultado económico del plan estocástico presenta un aumento de 6,4% en el VAN en relación al plan DBS determinístico, para todos los escenarios evaluados, aspecto que aún se encuentra en estudio.
- El estudio permitió conducir a una metodología para el análisis de incertidumbre geológica en los planes mineros, donde la interacción coordinada e integrada de las áreas de geología y planificación es fundamental para capturar el valor de estos análisis, dada las implicancias que tienen en la gestión del reconocimiento geológico y las posibles adecuaciones del plan minero (secuencia). Si bien, la metodología recomendada se basa en

el análisis de un solo caso de Codelco, este representa una de las operaciones más complejas desde el punto de vista del problema de planificación, por lo tanto muchos de los aspectos difíciles de resolver para este tipo de técnicas fueron abordadas con este caso, como por ejemplo el tamaño del recurso, la red de procesos, entre otros. Por lo tanto, se concluye que implementar esta metodología en la Corporación sería beneficioso desde el punto de vista de la calidad de la información con la cual se elaboran las promesas productivas y desde el punto de vista del mejoramiento de los procesos de planificación.

## **11. RECOMENDACIONES Y TRABAJO FUTURO.**

Para avanzar con la implementación de la metodología de análisis de incertidumbre geológica en los planes mineros de Codelco, se recomienda replicar el análisis para las restantes Divisiones con operaciones a cielo abierto de tal forma de robustecer la metodología y los indicadores obtenidos en el presente estudio, con el propósito de transformar en un estándar Corporativo en el mediano plazo. Lo anterior daría tiempo para que la Corporación adquiriera las herramientas computacionales para abordar en particular la etapa del análisis estocástico, proceso que en la actualidad está abordando mediante una prueba industrial con distintos proveedores nacionales e internacionales.

## 12. BIBLIOGRAFÍA

1. Newman, Alexandra, et al. Catonsville (2010). A Review of Operations Research in Mine Planning. *Interfaces*, Vol. 40, pp. 222-245.
2. Jélvez, Enrique (2017). Metodología Multietapa para la Planificación de la Producción de Largo Plazo en Minas a Rajo Abierto Bajo Incertidumbre Geológica. Tesis de Doctorado. Universidad de Chile, Chile.
3. Nelis, Gonzalo (2016). Planificación Adaptativa Utilizando Simulación Geoestadística Antitética. Tesis de Magíster. Universidad de Chile, Chile.
4. Lerchs, Helmut and Grossmann, Ingo (1965). Optimum Design of Open Pit Mines. *Transactions C.I.M.*, 1965, Vol. LXVIII, pp. 17-24.
5. Underwood, Robert and Tolwinski, Boleslaw (1998). A Mathematical Programming Viewpoint for Solving the Ultimate Pit Problem. *EJOR*, 1998, Vol. European Journal of Operational Research Vol. 107, pp. 96-107.
6. Gershon, Mark (1983). Optimal Mine Production Scheduling: Evaluation of Large Scale Mathematical Programming Approaches. *International Journal of Mining Engineering*, 1983, Vol. Geotechnical and Geological Engineering Vol. 1, pp. 315-329.
7. Johnson, Thys and Dagdelen, Kadri (1986). Optimum Open Pit Mine Production Scheduling by Lagrangian Parameterization. *APCOM*, 1986, Vol. Proceedings of the 19th International Symposium APCOM 1986, pp. 128-142.
8. Dowd, Peter and Onur, Ahmet (1991). Optimizing Open Pit Design and Sequencing. *APCOM*, 1991, Vol. Proceedings of the 23rd International Symposium, pp. 411-422.
9. Akaike, Arik and Dagdelen, Kadri (1999). A Strategic Production Scheduling Method for an Open Pit Mine. *APCOM*, 1999, Vol. Proceedings of the 28th International Symposium, pp. 729-738.
10. Erarslan, Kaan and Celebi, Nes'e (2001). A Simulative Model for Optimum Open Pit Design. *CIM Bulletin*, 2001, Vol. 94, pp. 59-68.
11. Caccetta, Louis and Stephen, Hill (2003). An Application of Branch and Cut to Open Pit Mine Scheduling. *Journal of Global Optimization*, 2003, Vol. 7, pp. 349-365.
12. Ramazan, Salih, Dagdelen, Kadri and Johnson, Thys (2005). Fundamental Tree Algorithm in Optimising Production Scheduling for Open Pit Mine Design. *Mining Technology*, 2005, Vol. Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy Vol: 114, pp. 45-54.
13. Cullenbine, Christopher, Wood, Kevin and Newman, Alexandra (2011). A Sliding Time Window Heuristic for Open Pit Mine Block Sequencing. *Optimization Letters*, 2011, Vol. 5, pp. 365-377.
14. Chicoisne, Renaud, Espinoza, Daniel, Goycoolea, Marcos, Moreno, Eduardo and Rubio, Enrique (2012). A New Algorithm for the Open Pit Mine Production Scheduling Problem. *Interfaces*, 2012, Vol. Operations Research Vol. 60, pp. 517-528.
15. Morales, Nelson, Jélvez, Enrique, and Nancel-Penard Pierre (2013). *APCOM*, 2013, Vol. Proceedings of the 36th International Symposium APCOM 2013, pp. 1040-1051.
16. Ribeiro, Felipe, Rodrigues, Hudson et al (2018). Direct Block Scheduling Technology. *REM*, 2018, Vols. REM - International Engineering Journal Vol. 71, pp. 97-104.
17. Jélvez, Enrique, Morales, Nelson, Nancel-Penard, Pierre and Cornillier, Fabien (2019). A New Hybrid Heuristic Algorithm for the Precedence Constrained Production Scheduling Problem. *The International Journal of Management Science*, Vols 71.

18. Marinho, Alexandre (2013). Surface Constrained Stochastic LOM Production Scheduling. Tesis de Magister, McGill University, Montreal, Canada.
19. Rivera, Orlando, Espiniza, Daniel, Goycoolea, Marcos, Moreno, Eduardo and Muñoz, Gonzalo (2019). Production scheduling for strategic open pit mine planning: A mixed-integer programming approach. *Operations Researchs Vols 68*, No 5.
20. Vincent, Henrion, et al (2010). ODSIM: An Object-Distance Simulation Method for Conditioning Complex Natural Structures.
21. Emery, X. and Lantu'ejoul, C. (2006). TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional gaussian random fields via the turning bands method.
22. Muñoz, Gonzalo, Espinoza, Daniel, Goycoolea, Marcos, Moreno, Eduardo, Queyranne, Maurice and Rivera, Orlando (2016). "A study of the Bienstock-Zuckerberg algorithm: applications in mining and resource constrained project scheduling", arXiv:1607.01104.
23. , R. Dimitrakopoulos, C. T. Farrelly and M. Godoy (2013). Moving forward from traditional optimization: grade uncertainty and risk effects in open-pit design.