



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DE CORRELACIONES DE DURACIONES DE ACTIVIDADES  
EN PROYECTOS DE TÚNELES**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

**SEBASTIÁN PATRICIO AVENDAÑO PAVEZ**

PROFESOR GUÍA:  
EDGARDO GONZÁLEZ LIZAMA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
WILLIAM WRAGG LARCO  
YOLANDA ALBERTO HERNÁNDEZ

SANTIAGO DE CHILE  
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: **SEBASTIÁN PATRICIO AVENDAÑO PAVEZ**  
FECHA: MAYO 2021  
PROF. GUÍA: EDGARDO GONZÁLEZ LIZAMA

## **ANÁLISIS DE CORRELACIONES DE DURACIONES DE ACTIVIDADES EN PROYECTOS DE TÚNELES**

En el rubro de la ingeniería y la construcción de obras civiles, la estimación de la duración de las actividades es una de las tareas de planificación más relevantes. En el caso de actividades que conforman ciclos de trabajo, que comparten elementos comunes como trabajadores, recursos y espacio de trabajo, resulta de interés estudiar la correlación entre las duraciones de las distintas actividades, a fin de contar con información que permita mejorar los rendimientos de los ciclos de trabajo, lo mismo que mejorar las estimaciones de las duraciones de actividades para futuras obras.

Para el desarrollo analítico del presente trabajo, se cuenta con un registro de duración de 7 actividades de 147 ciclos de trabajo de la ejecución de sostenimientos de una parcialidad de los túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, los que representan una longitud de aproximadamente 200 m de avance a través de gravas y suelos finos, en pasos de excavación de 1 m y 1,5 m, tanto en turnos de día como de noche. Las actividades consideradas son excavación, perfilado, topografía, aplicación de hormigón proyectado para el sello de la excavación, instalación de malla, instalación de marco y aplicación de hormigón proyectado para completar el sostenimiento.

A partir de la información indicada se calculan los coeficientes de correlación entre las duraciones de los distintos pares actividades según tipo de suelo, paso de excavación y turno. Un primer objetivo del presente trabajo es proponer la aplicación de un estadístico de prueba para determinar el nivel de confianza de las correlaciones. Un segundo objetivo es proponer una formulación para estimar la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior del mismo ciclo de trabajo, empleando los coeficientes de correlación obtenidos.

Los resultados del primer objetivo permiten advertir para cada tipo de suelo, las diferencias que existen entre las correlaciones de pares de actividades según sea el paso de excavación y según sea el turno de día o de noche para cada paso. Para el efecto, se propone que existe correlación entre las duraciones de un par de actividades cuando el nivel de confianza es superior al 80%. De modo complementario a este criterio, se observa que correlaciones negativas entre un par de actividades se pueden asociar a una mayor eficiencia del proceso constructivo y que correlaciones positivas, a una menor eficiencia.

Los resultados del segundo objetivo se reflejan por medio de un ejemplo que explica cómo utilizar la formulación propuesta en base a la distribución normal bivariada.

*A la memoria de mi abuelita “Lita” Verónica.*

# Agradecimientos

La realización de este trabajo fue posible gracias a toda la ayuda, apoyo y cariño que he recibido no sólo durante mi período universitario, sino también en mi vida personal.

Agradecer a mis padres, Rubiana y Patricio, por darme la posibilidad y el espíritu de estudiar y dar siempre lo mejor de mí. A mi abuelita Sabina por ser prácticamente mi segunda madre. A mi polola Vivian por apoyarme y estar conmigo en este proceso.

Agradecer al profesor William Wragg por colaborar accediendo a ser miembro de la comisión, a la profesora Yolanda Alberto por su feedback oportuno y valioso en la elaboración de este trabajo. Finalmente, agradecer al profesor Edgardo González, por confiar en mí y permitirme trabajar con él, además de su infinita disposición a explicarme y ayudarme todo lo que necesité.

A todos mis profesores, compañeros y amigos que tuve la suerte de compartir clase, presencial y virtualmente, ya que cada una de las enseñanzas que recibí en esas instancias fueron importantes y me ayudaron a llegar a este momento.

Finalmente, a todas las personas con las que compartí alguna vez, todas aportaron en convertirme en lo que soy hoy día.

A todos ellos, muchas gracias.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivos . . . . .	2
1.2.1. Objetivo General . . . . .	2
1.2.2. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.3. Guía de Lectura . . . . .	2
<b>2. Antecedentes para estimar la Duración de Actividades</b>	<b>3</b>
2.1. Estimación según el Project Management Institute . . . . .	3
2.1.1. Entradas . . . . .	4
2.1.2. Herramientas (Métodos de Estimación) . . . . .	4
2.1.3. Salidas . . . . .	6
2.2. Estimación Paramétrica . . . . .	7
2.2.1. Distribución t de Student . . . . .	8
2.2.2. Intervalos de Confianza . . . . .	10
2.3. Coeficiente de Correlación . . . . .	11
2.3.1. Estimador y Estadístico de Prueba . . . . .	12
2.3.2. Observaciones . . . . .	14
2.4. Distribución Normal Bivariada . . . . .	14
2.4.1. Características . . . . .	15
2.4.2. Distribución Condicional . . . . .	16
2.4.3. Estimadores . . . . .	17
2.5. Registro de datos a utilizar . . . . .	18
<b>3. Metodología de Análisis</b>	<b>21</b>
3.1. Consideraciones teóricas . . . . .	21
3.2. Software de trabajo . . . . .	22
3.3. Criterio de correlación entre duraciones de actividades . . . . .	22
3.4. Estimación de la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior . . . . .	25
<b>4. Cálculos</b>	<b>26</b>
4.1. Medias y Desviaciones Estándar . . . . .	26
4.2. Correlaciones . . . . .	27
4.3. Niveles de Confianza . . . . .	28
<b>5. Análisis de Resultados</b>	<b>30</b>
5.1. Análisis de Niveles de Confianza de Correlaciones . . . . .	30

5.1.1.	Sentido del signo de las correlaciones . . . . .	30
5.1.2.	Análisis de Niveles de Confianza según tipo de suelo, según turno y según paso. . . . .	32
5.1.2.1.	Gravas . . . . .	34
5.1.2.2.	Suelos Finos . . . . .	38
5.2.	Análisis de Estimación de Duración de Actividades . . . . .	40
5.2.1.	Análisis según Ejemplo 1 . . . . .	40
5.2.2.	Análisis según Ejemplo 2 . . . . .	42
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>46</b>
6.1.	Conclusiones basadas en los objetivos . . . . .	46
6.2.	Propuestas de estudio . . . . .	46
<b>7.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>48</b>
<b>Anexo A.</b>	<b>Tablas de datos</b>	<b>50</b>
A.1.	t de Student . . . . .	50

# Índice de Tablas

2.1.	Valores del estadístico $t_p$ dependiendo del porcentaje de cobertura $p$ , con infinitos grados de libertad. . . . .	11
2.2.	Distribución de ciclos de trabajo según tipo de suelo, paso de excavación y turno. . . . .	18
2.3.	Descripción de las actividades del ciclo de trabajo del túnel interestación. . . . .	20
4.1.	Horas promedio de duración de las actividades del ciclo. . . . .	26
4.2.	Desviaciones estándar asociadas a las duraciones de las actividades del ciclo. Las cantidades están expresadas en horas. . . . .	26
4.3.	Asignación de números para cada actividad. . . . .	27
4.4.	Correlaciones entre las duraciones de las actividades. . . . .	27
4.5.	Valores de t de Student equivalentes a las correlaciones entre las duraciones de las actividades. . . . .	28
4.6.	Niveles de confianza equivalentes a los valores t de Student de las correlaciones entre las duraciones de actividades. . . . .	29
5.1.	Promedios y desviaciones de tiempos de ciclo. . . . .	33
5.2.	Comparación de niveles de confianza de correlaciones de actividades en gravas según turno y según paso. . . . .	34
5.3.	Comparación de niveles de confianza de correlaciones de actividades en finos según turno y según paso. . . . .	38
5.4.	Datos del problema . . . . .	40
5.5.	Resultado del problema . . . . .	41
5.6.	Duración en horas de las actividades de Excavación y Perfilado, en suelo de gravas, paso 1 m y turno de día. . . . .	42
5.7.	Datos del problema . . . . .	43
5.8.	Estimación de la duración de la actividad Topografía, tanto si Perfilado dura 0,5 (Caso 1) o 1 horas (Caso 2). . . . .	43
5.9.	Duración en horas de las actividades de Perfilado y Topografía, en suelos finos, paso 1,5 m y turno de día. . . . .	45
5.10.	Promedio y recuento de datos bajo la duración estimada, para el caso 1 y 2. . . . .	45
A.1.	Valores críticos de la distribución t de Student. . . . .	51

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Esquema del proceso de estimar duraciones de actividades, con sus entradas, herramientas y técnicas, y salidas. . . . .	7
2.2.	Representación gráfica de la distribución t de Student . . . . .	8
2.3.	Distribución normal de las duraciones de una actividad. . . . .	10
2.4.	Representación del área cubierta con el valor $t_p$ . . . . .	11
2.5.	Distintos casos de variables X e Y graficadas dato a dato. . . . .	12
2.6.	Algunos ejemplos de gráficos de distribuciones normales bivariadas. . . . .	15
2.7.	Funciones de densidad de probabilidad conjunta, marginales y condicional. . .	17
2.8.	Sección herradura de túnel interestación de la L6 del Metro de Santiago . . . .	19
2.9.	Sección con contrabóveda de túnel interestación de la L6 del Metro de Santiago	19
3.1.	Diagrama de flujo sobre criterio para discernir si dos variables están correlacionadas. . . . .	23
3.2.	Diagrama de flujo sobre criterio de correlación utilizando software Excel. . . .	24
5.1.	Gráfico de dispersión de las duraciones de Perfilado versus Excavación, en horas.	31
5.2.	Gráfico de dispersión de las duraciones de Hormigón Proyectado versus Excavación, en horas. . . . .	31
5.3.	Gráficos de dispersión de duraciones de Topografía y Sello . . . . .	35
5.4.	Gráficos de dispersión de duraciones de Excavación y Hormigón Proyectado . .	35
5.5.	Gráficos de dispersión de duraciones de Topografía y Malla . . . . .	36
5.6.	Gráficos de dispersión de duraciones de Excavación y Sello . . . . .	37
5.7.	Gráficos de dispersión de duraciones de Sello y Malla . . . . .	39
5.8.	Gráfico de dispersión de duraciones de Excavación y Perfilado, en horas, paso 1 m, para turno día. . . . .	41
5.9.	Gráfico de dispersión de duraciones de Perfilado y Topografía, en horas, paso 1,5 m, para turno día. . . . .	44
A.1.	Figura auxiliar para la tabla A.1. . . . .	50



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

En el rubro de la ingeniería y la construcción de obras civiles, la estimación de la duración de las actividades es una de las tareas de planificación más relevantes. En el caso de actividades que conforman ciclos de trabajo, que comparten elementos comunes como trabajadores, recursos y espacio de trabajo, resulta de interés estudiar la correlación entre las duraciones de las distintas actividades, a fin de contar con información que permita mejorar los rendimientos de los ciclos de trabajo, lo mismo que mejorar las estimaciones de las duraciones de actividades para futuras obras.

Las correlaciones entre las duraciones de distintas actividades se pueden obtener a partir de una encuesta dirigida para el efecto a un panel de expertos (Cho, 2006). Pero es mejor si se obtienen a partir de un levantamiento de datos de una obra real. Cuando se tienen tales datos, es motivante poder operarlos y analizarlos.

Para el desarrollo analítico del presente trabajo, se cuenta con un registro de duración de 7 actividades de 147 ciclos de trabajo de la ejecución de sostenimientos de una parcialidad de los túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, los que representan una longitud de aproximadamente 200 m de avance a través de gravas y suelos finos, en pasos de excavación de 1 m y 1,5 m, tanto en turnos de día como de noche. Las actividades consideradas son excavación, perfilado, topografía, aplicación de hormigón proyectado para el sello de la excavación, instalación de malla, instalación de marco y aplicación de hormigón proyectado para completar el sostenimiento.

Cabe destacar que el registro de datos de ciclos utilizado es discontinuo, debido a que en algunos ciclos no se levantó la duración de todas las actividades, lo que impidió hacer uso de las duraciones del resto de las actividades. Sin embargo, en los ciclos con información completa, no se eliminó ningún dato y por tanto, ningún ciclo, por más que algunas duraciones de actividades de algunos ciclos parecieran fuera de rango.

A partir de la información indicada se calculan los coeficientes de correlación entre las duraciones de los distintos pares actividades según tipo de suelo, paso de excavación y turno. Un primer objetivo del presente trabajo es proponer la aplicación de un estadístico de prueba

para determinar el nivel de confianza de las correlaciones. Un segundo objetivo es proponer una formulación para estimar la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior del mismo ciclo de trabajo, empleando los coeficientes de correlación obtenidos. Para este efecto, se utiliza una formulación basada en el trabajo de Ferrada (2019), relativo al análisis de desviaciones en la estimación de la duración de actividades en proyectos de ingeniería civil.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Analizar las correlaciones entre las duraciones de las distintas actividades de un ciclo de trabajo en proyectos de túneles.

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

1. Proponer la aplicación de un estadístico de prueba para determinar el nivel de confianza de las correlaciones.
2. Proponer una formulación para estimar la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior del mismo ciclo de trabajo, empleando los coeficientes de correlación obtenidos entre ellas en ciclos o en proyectos anteriores.

## **1.3. Guía de Lectura**

En el Capítulo 2 se presenta un estudio de antecedentes que se enfoca tanto en la estimación de la duración de actividades según las técnicas del Project Management Institute como en los elementos estadísticos (estimación paramétrica, coeficiente de correlación y distribución normal bivariada) que soportan los objetivos propuestos. Concluye con la presentación del registro de datos que se utiliza para los análisis del trabajo.

En el Capítulo 3 se presenta la metodología de análisis propuesta para abordar los objetivos del trabajo, mientras que en el Capítulo 4, los cálculos de correlaciones entre las duraciones de las distintas actividades de los ciclos de trabajo del registro de datos, incluyendo el cálculo de los niveles de confianza de las correlaciones.

En el Capítulo 5 se presenta un análisis de resultados en función de los objetivos del trabajo. Primero se presenta un análisis de lo que significan los niveles de confianza de las correlaciones entre actividades y luego, se desarrollan y analizan un par de ejemplos de estimación de duración de actividades.

Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo, mientras que en el Capítulo 7, la bibliografía utilizada.

# Capítulo 2

## Antecedentes para estimar la Duración de Actividades

### 2.1. Estimación según el Project Management Institute

En la Guía de los Fundamentos para la Dirección de Proyectos (Project Management Body of Knowledge, PMBOK) del Project Management Institute (2017), se desarrolla un capítulo respecto de la gestión del cronograma de un proyecto, donde se describen los distintos procesos que posibilitan que un proyecto se ejecute en los tiempos establecidos. Estos procesos son:

1. Planificación de la gestión del cronograma.
2. Definición de las actividades.
3. Secuenciación de las actividades.
4. Estimación de la duración de actividades.
5. Desarrollo del cronograma.
6. Control del cronograma.

El proceso de la “Estimación de la duración de actividades” se relaciona directamente con el tópico del presente trabajo. La PMBOK lo define como el proceso de estimar la cantidad necesaria de períodos de trabajo para ejecutar las actividades con los recursos asignados; y lo divide en tres partes consecutivas:

1. Entradas
2. Herramientas, o técnicas que procesan las entradas
3. Salidas

### **2.1.1. Entradas**

Según indica la PMBOK (Project Management Institute, 2017), las entradas que requiere el proceso de estimación incluyen, entre otras, información previa del proyecto y el contexto en que se enmarca. Se puede subdividir en 4 tipos de entradas:

1. Tipo de Gestión del Proyecto: Consiste en describir el método, nivel de exactitud y criterios necesarios para la estimación. También incluye los alcances del método.
2. Documentación del Proyecto: En esta categoría se incluye toda la información que se refiere directamente al proyecto. Aquí se describen las actividades, sus atributos, los recursos asignados a ellas, los hitos, los supuestos considerados, los distintos calendarios y registros afines, entre otros.
3. Contexto de la Empresa: Se refiere a las circunstancias en las que está inmersa la empresa que lleva a cabo el proyecto. Incluye sus bases de datos, mediciones de productividad, documentación comercial, entre otras.
4. Activos de los procesos de la organización: Consiste en procedimientos, planificación, políticas y base de conocimientos de la empresa u organización y que utiliza en un proyecto.

### **2.1.2. Herramientas (Métodos de Estimación)**

A partir de las entradas mencionadas en la sección anterior, se utilizan alguna o varias de las siguientes herramientas para estimar la duración de actividades, las cuales también se mencionan en la PMBOK (Project Management Institute, 2017). Se describen a continuación a modo de resumen, para contextualizar su estado del arte.

#### **Juicio de Expertos**

Consiste en el juicio que se realiza a través de peritos o de un panel de personas que tengan alguna formación, conocimiento, habilidad o experiencia, entre otras; tal que pueda aportar, entre otros ámbitos, con la estimación de actividades. Este proceso se realiza sin recurrir a cálculos previos, sólo utilizando opinión y experiencia.

Las ventajas de este método es que requiere pocos recursos e información, se puede realizar en poco tiempo, y generalmente resultan estimaciones suficientemente realistas y alcanzables. Las desventajas son que la disponibilidad de los expertos con mayor experiencia es baja, y que no hay más respaldo numérico de estas estimaciones que el criterio del experto que las emite (Rodríguez, 2016).

#### **Estimación Análoga**

En este método se estima un proyecto futuro a partir de datos de actividades o proyectos similares. Las ventajas son similares al Juicio de Expertos: bajo costo y menos tiempo

requerido. Además, se puede utilizar en conjunto con ese u otros métodos para aumentar su fiabilidad. Sus desventajas son que las estimaciones no son tan exactas como otros métodos, y también que requiere información histórica de proyectos o actividades similares (Rodríguez, 2016), lo que podría no funcionar en todos los casos.

### **Estimación Paramétrica**

Método en el que se utiliza algún algoritmo para calcular la duración de actividades, en base a herramientas estadísticas y base de datos de la organización o de proyectos anteriores.

La ventaja de este método es que se obtienen considerables niveles de exactitud, dependiendo de su robustez y de la base de datos que se posea. Sin embargo, el obstáculo es que depende de datos de experiencias anteriores (Rodríguez, 2016), tal como la estimación análoga.

### **Estimación por Tres Valores**

Este método posee la ventaja de incorporar riesgos e incertidumbres en el cálculo de las duraciones de actividades. Se consideran tres estimaciones del tiempo ( $t$ ) que podría demorar una actividad en base a tres escenarios distintos: optimista ( $t_o$ ), medio ( $t_m$ ), y pesimista ( $t_p$ ); donde cada uno de estos tiempos se calculan dependiendo de los recursos, productividad, y cantidad de interrupciones u otros imprevistos.

Estos tres valores dan origen a un tiempo estimado  $t_E$ , el cual corresponderá al promedio en el caso de seguir la distribución triangular, o según la ecuación  $t_E = (t_o + 4t_m + t_p)/6$  si se opta por la distribución Beta (Rodríguez, 2016).

### **Estimación Ascendente**

Esta técnica está basada en la metodología de la Estructura del Desglose del Trabajo (EDT). Ésta consiste en una descomposición del alcance del proyecto en niveles jerárquicos de actividades, conjunto de actividades u otro tipo de conjunto más amplio.

La estimación ascendente se utiliza cuando resulta demasiado complejo o no se puede estimar directamente la duración de una actividad o proyecto, pero sí se tiene información de actividades de menor orden que las conformen. Por esto, se estiman las duraciones de las actividades que están un nivel inferior en la EDT y, finalmente, se suman o combinan de alguna manera para obtener el tiempo estimado de la actividad o proyecto requerido.

### **Análisis de Datos**

Este conjunto de técnicas se desvían en parte de la estimación de duraciones, pero se utilizan para evaluar aspectos que afectan directamente a estas estimaciones. Mencionando algunas:

- **Análisis de Alternativas:** consiste en la comparación de distintos escenarios a los cuales puede optar la organización al ejecutar el proyecto. Se compara en cuanto a recursos, herramientas, costos, entre otras, y se decide procurando un resultado óptimo para el proyecto.
- **Análisis de Reserva:** se le llama “reserva” a algún recurso, como tiempo o presupuesto, que se almacena con el fin de cubrir falencias durante posibles escenarios desfavorables, conocidos o no, y que no se sabe cuándo podrían ocurrir. El análisis se realiza para determinar la cantidad de reservas que el proyecto requiere en caso de contingencias.

## **Toma de Decisiones y Reuniones**

Teniendo ya las estimaciones, es necesario tomar decisiones respecto a ellas, por ejemplo, mediante votación: por Unanimidad, cuando todos están de acuerdo en la acción a seguir; por Mayoría: cuando se sigue una acción con el apoyo de más del 50% de los miembros conformantes; o por Pluralidad, cuando aunque no se logre obtener un apoyo del 50%, el grupo de votantes más numeroso toma la decisión. Esta última en general ocurre cuando se tienen más de dos opciones para elegir.

Además de la votación, se puede optar por una toma de decisiones autócrata, en la que una persona es la encargada de decidir en nombre del grupo; o también mediante un análisis de decisiones con múltiples criterios. Ésta última consiste en utilizar una matriz de decisiones que proporcione un enfoque sistemático y analítico en base a criterios, tales como niveles de riesgo, incertidumbres y valoraciones; los cuales serán aplicados a las distintas ideas sometidas a evaluación.

En cuanto a las reuniones, el proceso de estimación se puede seguir mediante juntas periódicas. En éstas, se pueden mostrar los datos obtenidos de levantamientos del proyecto y realizar nuevas estimaciones, que serán más fieles a la realidad que los cálculos iniciales.

### **2.1.3. Salidas**

A partir de los métodos y herramientas descritos, la PMBOK (Project Management Institute, 2017) enuncia tres tipos de salidas del proceso:

1. **Estimación de la duración:** corresponde a un valor cuantitativo que sirve para tomar decisiones en torno al futuro de un proyecto. Este es el resultado de aplicar alguno de los métodos descritos en la sección 2.1.2. de Métodos de Estimación.

Puede ser un valor central con un delta incluido que indica el intervalo de confianza, o bien, se puede incluir un porcentaje de probabilidad, que indica el nivel de confianza de que la actividad dure un tiempo determinado o menos.

2. **Base de las estimaciones:** todo el contexto y fundamentos que ayudaron a realizar las estimaciones obtenidas. Esto incluye: el cómo fueron desarrolladas, los supuestos reali-

zados, restricciones, rango en porcentaje de estimación, nivel de confianza y los riesgos propios del proyecto que podrían influir.

3. Actualizaciones a los Documentos del Proyecto: se pueden actualizar tres tipos de documentos. Estos son: (1) los atributos de las actividades, ya que su duración es parte de sus atributos; (2) Registro de supuestos, incluyendo los utilizados para la estimación de las duraciones, así como el nivel de habilidad y disponibilidad de recursos; y (3) Registro de lecciones aprendidas, que puede actualizarse con los aprendizajes que se desprendan del proceso de estimación.

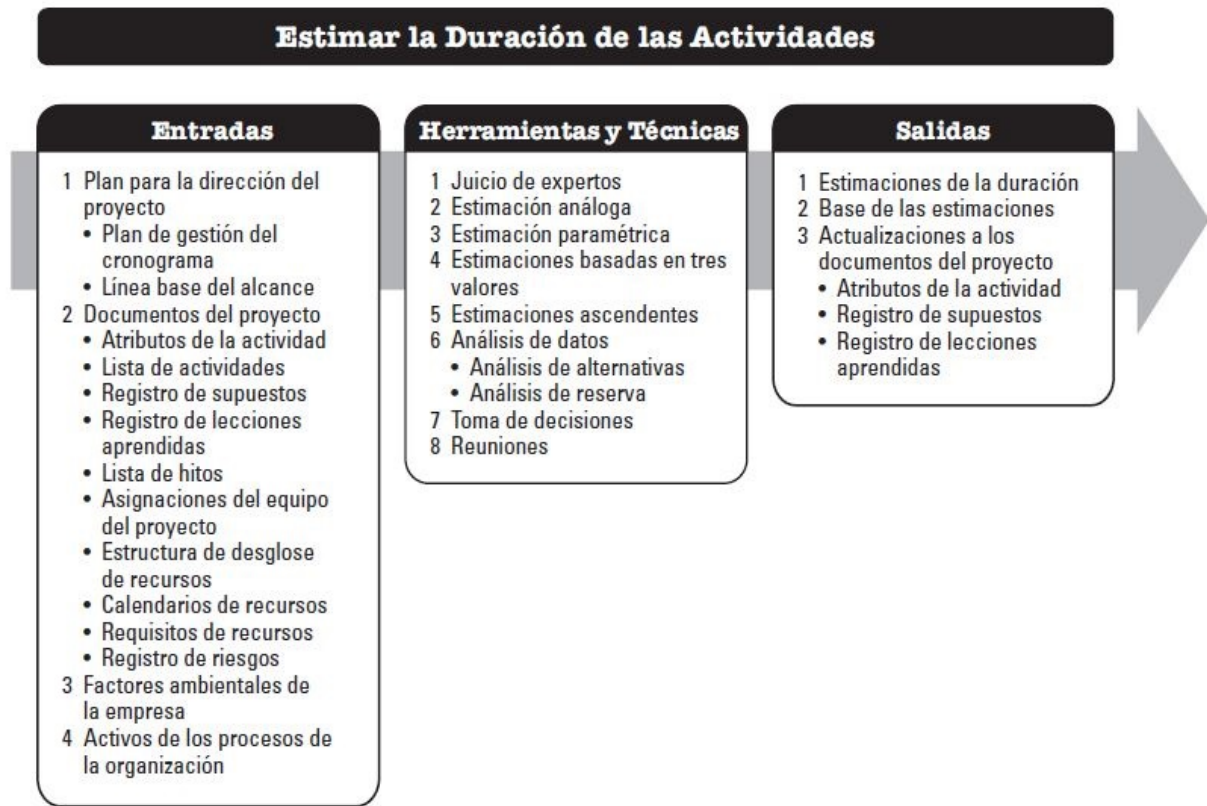


Figura 2.1: Esquema del proceso de estimar duraciones de actividades, con sus entradas, herramientas y técnicas, y salidas.

Fuente: Guía de los Fundamentos para la Dirección de Proyectos (PMBOK). 6ta ed. Project Management Institute (2017)

## 2.2. Estimación Paramétrica

Tal como se describió en el subcapítulo anterior, la estimación paramétrica es parte de los métodos que se reconocen en la PMBOK para calcular la duración de actividades. Consiste en una combinación de herramientas estadísticas y alguna base de datos previa.

A continuación se describirán algunas de las herramientas utilizadas en este tipo de estimación, en conjunto de cómo se pueden utilizar para estimar duraciones de actividades.

## 2.2.1. Distribución t de Student

Según Spiegel y Stephens (2009) se define el estadístico  $t$  como:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s} \sqrt{N - 1} = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{s} / \sqrt{N}} \quad (2.1)$$

Donde:

- $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_N}{N} = \frac{\sum x}{N}$  es la media aritmética de una muestra de  $N$  datos.
- $\mu$  es la media de la población.
- $s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}}$  es el estimador sesgado para la desviación estándar. La desviación estándar insesgada se define como  $\hat{s} = s \cdot \sqrt{\frac{N}{N-1}}$ .
- $N$  es el número de datos agrupados por cada muestra.

Considerando una población con media  $\mu$ , cuya distribución se ajusta o aproxima a una normal, y utilizando las medias  $\bar{x}$  y desviaciones estándar  $s$  de variadas muestras de  $N$  datos de esta población, al graficar los valores del estadístico  $t$  se obtiene la siguiente figura:

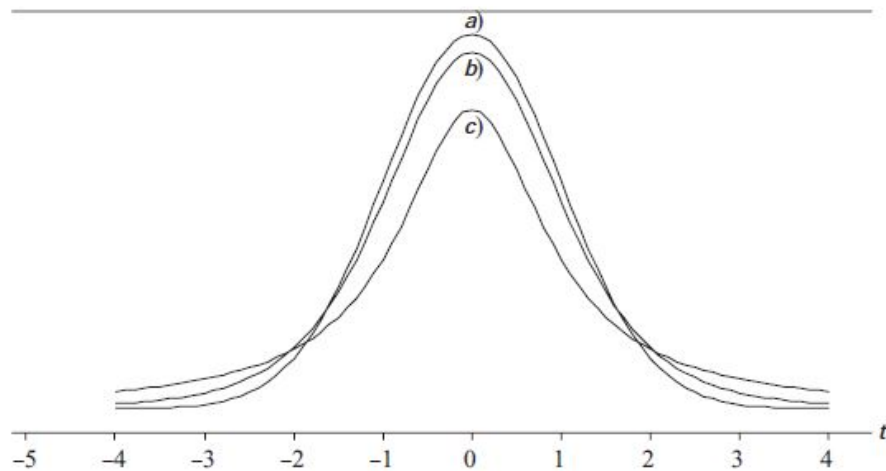


Figura 2.2: Representación gráfica de la distribución t de Student.  
a) Curva normal estándar; b) t de Student para  $\nu = 5$ ; c) t de Student para  $\nu = 1$ .

Fuente: Estadística (Schaum) 4ta edición. Spiegel y Stephens (2009)

Como se puede observar en la figura 2.2, la forma de la curva depende de los grados de libertad  $\nu$ . Los grados de libertad se definen como  $\nu = n - 1$ , donde  $n$  es la cantidad de muestras que se toman en cuenta para obtener los parámetros media y varianza de la distribución. Para valores grandes de  $\nu$ , específicamente  $\nu \geq 29$ , la curva de la  $t$  de Student se aproxima a una distribución normal.



Una alternativa relevante a la definición podría ser considerando muestras de tamaño  $N = 1$ . Tomando en cuenta esta variación, la distribución t de Student queda como:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{\hat{s}} \quad (2.2)$$

Se debe recordar que este método se basa en que las muestras distribuyen de forma normal. Las condiciones que deben cumplirse para utilizar la distribución t de Student son (Triola, 2009):

- Desviación estándar de la población  $\sigma$  desconocida, y población distribuida normalmente.
- Desviación estándar de la población  $\sigma$  desconocida, y  $n \geq 30$  muestras.

Esto quiere decir que al contar con 30 o más muestras se puede suponer que éstas distribuyen normalmente. En caso que se posean menos, se debe verificar la normalidad de la distribución de los datos. Existen 3 procedimientos comunes para realizar esta verificación: métodos gráficos como histogramas, diagrama de cajas, diagramas Q-Q; métodos numéricos como obtener los índices de oblicuidad y curtosis; y pruebas de normalidad formales, tales como la prueba de Saphiro-Wilk (SW), prueba de Kolmogorov-Smirnov (KS), de Lilliefors (LF) y de Anderson-Darling (AD), entre otros (Razali y Wah, 2011).

Ferrada (2019) establece una formulación para la estimación de la duración de las actividades utilizando estimación paramétrica según (ver figura 2.3):

$$d \geq d_m + s \cdot t \quad (2.3)$$

Donde:

- $d$  es la duración estimada de la actividad.
- $d_m$  es la media del total de muestras de duraciones.
- $s$  es la desviación estándar de las muestras.
- $t$  es el coeficiente estadístico proveniente de la distribución t de Student.

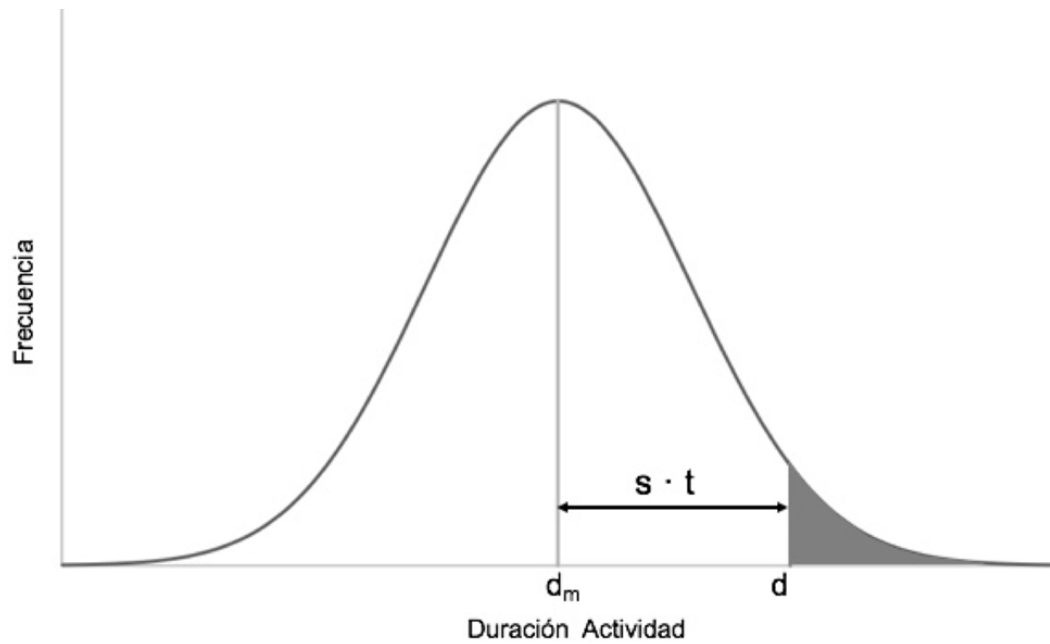


Figura 2.3: Distribución normal de las duraciones de una actividad.

Fuente: Análisis de Desviaciones en la Estimación de la Duración de Actividades en Proyectos de Ingeniería Civil. Ferrada, 2019.

Cabe destacar que Ferrada (2019), utilizando niveles de confianza de 80 % a 90 % para procesar registros de duración de actividades de la construcción de túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, obtiene variabilidades similares a las que el juicio de expertos dan para este tipo de obras en el trabajo de Rodríguez (2016).

### 2.2.2. Intervalos de Confianza

Un intervalo de confianza consiste en un rango de valores que contiene al parámetro de la población con un nivel de seguridad  $1 - \alpha$ . Por ejemplo, al definir un intervalo de confianza del 99 %, es decir,  $\alpha = 0,01$ ; se entiende que una de cada cien veces este intervalo contendrá realmente al parámetro de interés de la población (Triola, 2009).

De la ecuación 2.2, al despejar  $\mu$  se obtiene la siguiente ecuación:

$$\mu = \bar{x} + t \cdot \hat{s} \tag{2.4}$$

Recordar que la media poblacional  $\mu$  posee algún valor desconocido. La ecuación 2.4 estima esta media con un nivel de confianza que depende del valor de  $t$ . Si se escoge un valor crítico  $t_p$ ;  $p$  indica el porcentaje de cobertura del gráfico, como indica la figura 2.4:

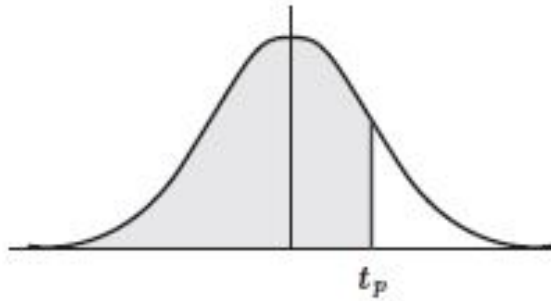


Figura 2.4: Representación del área cubierta con el valor  $t_p$ .  
Fuente: Estadística (Schaum) 4ta edición. Spiegel y Stephens (2009)

En la tabla 2.1 se puede ver el valor que puede tomar  $t_p$  dependiendo del nivel de confianza escogido, para una cantidad de grados de libertad igual a infinito. Se debe mencionar que con infinitos grados de libertad se tiene una curva t de Student idéntica a la normal.

Tabla 2.1: Valores del estadístico  $t_p$  dependiendo del porcentaje de cobertura  $p$ , con infinitos grados de libertad.

$p$	$t_p$
0,85	1,036
0,90	1,282
0,95	1,645

Escoger alguno de estos  $t_p$  implica que, con un nivel de confianza del valor de  $p$ : 0,85; 0,90 o 0,95; se tiene que la media poblacional  $\mu$  se encuentra dentro de este intervalo de confianza, según las definiciones ya mencionadas.

## 2.3. Coeficiente de Correlación

El coeficiente de correlación es una medida adimensional que indica el grado de linealidad que existe entre dos variables, por ejemplo, X e Y. Se define de la siguiente manera (Meyer, 1986): sea  $(X, Y)$  una variable aleatoria bidimensional, se define el coeficiente de correlación  $\rho_{xy}$  entre las variables X e Y como:

$$\rho_{xy} = \frac{E([X - E(X)][Y - E(Y)])}{\sqrt{V(X)V(Y)}} \quad (2.5)$$

Donde:

- $E(X)$ ;  $E(Y)$  es la esperanza de X e Y respectivamente.
- $V(X)$ ;  $V(Y)$  es la varianza de X e Y respectivamente.

- El numerador de la ecuación 2.5 corresponde a la covarianza de X e Y, denotado a veces como  $\sigma_{xy}$  (Meyer, 1986).

Puede tomar valores entre  $-1$  y  $1$ , donde tales valores extremos indican linealidad perfecta de pendiente negativa o positiva, respectivamente. En caso de tener un valor  $0$ , se concluye que no existe relación lineal entre las variables analizadas. Generalmente no se tienen valores exactos como  $1$ ;  $-1$  o  $0$ ; si no que se tienen valores intermedios que tienden a alguno de estos valores, es decir, que son cercanos a ellos.

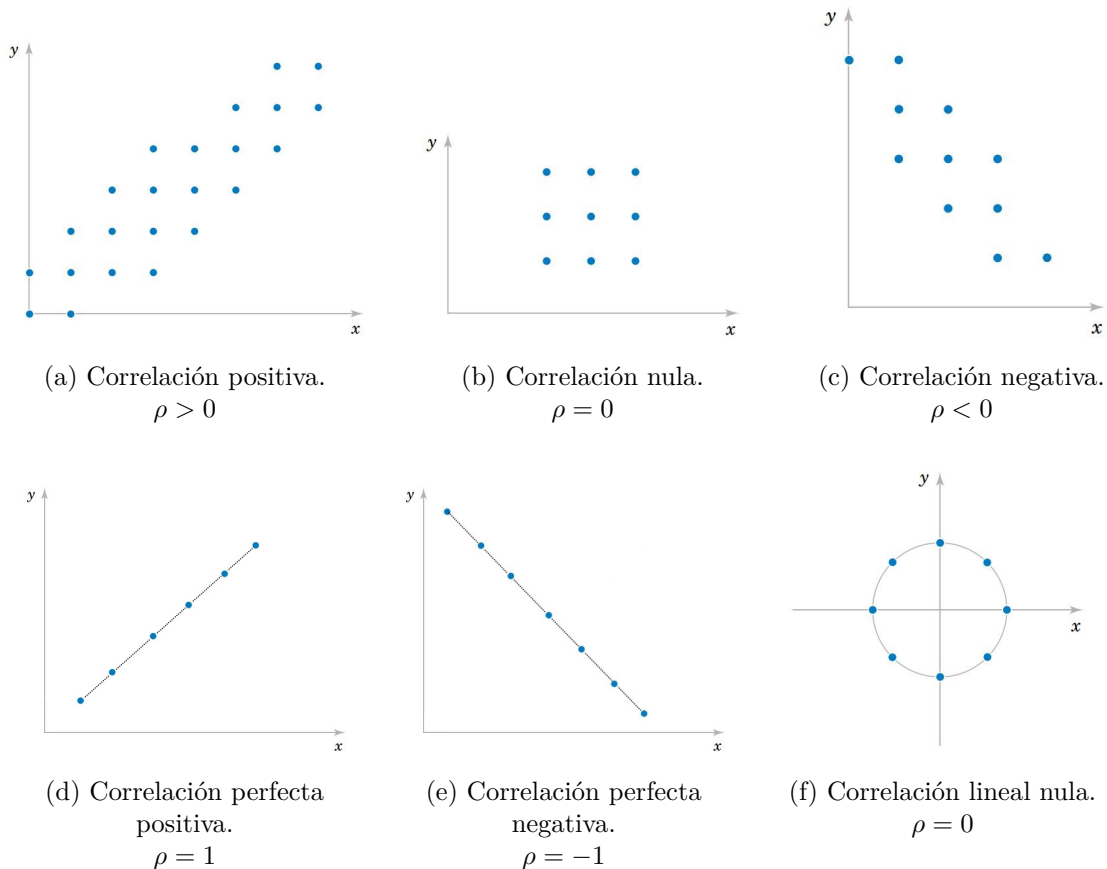


Figura 2.5: Distintos casos de variables X e Y graficadas dato a dato.  
Adaptado de: Applied Statistics and Probabilities. Montgomery D., Runger C., 3era ed., 2002.

### 2.3.1. Estimador y Estadístico de Prueba

Cuando se refiere a la población, el coeficiente de correlación de Pearson se denota por la letra griega  $\rho$ , tal como aparece en la ecuación 2.5. Sin embargo, en el caso de dos conjuntos de muestras  $X$  e  $Y$ , con  $n$  muestras cada uno, su estimador puntual de máxima verosimilitud está dado por Schmee y Anderson (2003):

$$r = \frac{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}} \quad (2.6)$$

Donde:

- $X$  e  $Y$  son vectores de  $n$  muestras cada uno.
- $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$  son las medias aritméticas de  $X$  e  $Y$ . Se define como  $\bar{X} = (1/n) \sum_{\alpha=1}^n x_{\alpha}$ , y de forma análoga para  $\bar{Y}$ .
- $X_t$  e  $Y_t$  son los elementos individuales que conforman los vectores  $X$  e  $Y$ , respectivamente.
- $r$  es el estimador de máxima verosimilitud para el coeficiente de correlación de Pearson:  $\rho$ .

Con el estimador de la ecuación 2.6, en el libro de Triola (2009) se plantea una prueba de hipótesis que discierne si dos variables están correlacionadas o no. Las dos hipótesis son las siguientes:

- Hipótesis 0,  $H_0$ : Las variables son independientes, es decir,  $\rho = 0$ .
- Hipótesis 1,  $H_1$ : Las variables están correlacionadas, es decir,  $\rho \neq 0$ .

El estadístico de prueba es el siguiente:

$$t_r = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}} \quad (2.7)$$

Donde  $r$  se obtiene de la ecuación 2.6,  $n$  es la cantidad de muestras en los vectores en que se evalúa la correlación, y  $t_r$  es el estadístico requerido para la prueba de hipótesis y decidir si las variables están correlacionadas o no.

El estadístico de prueba de la ecuación 2.7 proviene de una prueba de hipótesis que utiliza la  $t$  de Student, tal como está definida en 2.1. Se interpreta como el intento de demostrar que la correlación de la muestra se aleja lo suficientemente de la correlación supuesta, que es nula.

Si el valor absoluto del estadístico de prueba de la ecuación 2.7 es mayor que un valor crítico  $t_{cr}$ , proveniente de la tabla A.1 de la  $t$  de Student, dependiendo de algún nivel de confianza escogido, significa que existe una correlación entre las variables estudiadas. Es decir:

$$|t_r| > t_{cr} \implies \text{Correlación (positiva/negativa)}.$$

Además, se debe utilizar una prueba de dos colas, ya que el valor  $r$  se prueba tanto cuando una correlación es positiva como negativa.

### 2.3.2. Observaciones

Es importante mencionar tres observaciones con las que tener cuidado al utilizar el coeficiente de correlación.

1. Correlación no necesariamente implica causalidad, ya que, por ejemplo, podría ocurrir que hayan variables ajenas que estén interfiriendo en el análisis.
2. Utilizar promedios de datos puede afectar el valor real de correlación, ya que disminuye la incidencia de variabilidad individual de cada dato.
3. Considerar que el coeficiente de correlación de Pearson sólo es un indicador de correlación lineal. Por lo tanto, que indique un valor 0 o cercano no necesariamente implica que las variables sean independientes, ya que podría existir otro tipo de correlación, por ejemplo, parabólica. Otro ejemplo de este caso se encuentra en la figura 2.5, donde en la subimagen (f) se puede observar que los puntos siguen un patrón definido, a pesar de que el valor de correlación lineal sea nulo.

## 2.4. Distribución Normal Bivariada

La distribución normal bivariada representa la extensión natural de la distribución normal a dos variables aleatorias, ya que provee un modelo acorde a diversos problemas de la vida real que se resuelven utilizando datos evaluados vectorialmente, por ejemplo, en pares (Tong, 1990).

La distribución se encuentra definida en el libro de Tong (1990) de la siguiente manera: considerar una variable bidimensional aleatoria  $X = (X_1, X_2)'$ ; se dice que tiene una distribución normal bivariada no singular si su función de densidad de probabilidad (fdp) es de la forma

$$f(x; \mu, \Sigma) = \frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} e^{-Q_2(x; \mu, \Sigma)/2}, \quad x \in \mathbb{R}^2, \quad (2.8)$$

Donde

$$Q_2(x; \mu, \Sigma) = (x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu), \quad (2.9)$$

$$\mu = (\mu_1, \mu_2)', \quad \Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 \end{pmatrix}, \quad (2.10)$$

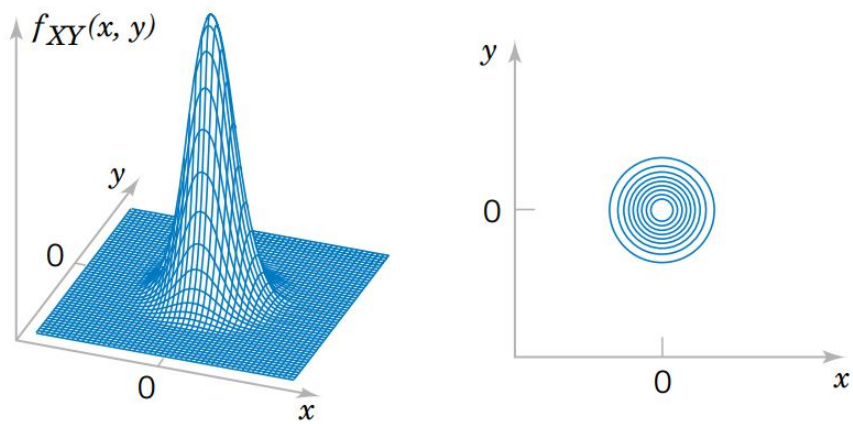
Donde:

- $X_1$  y  $X_2$  son variables aleatorias, pueden estar correlacionadas o no.
- $\mu_1$  y  $\mu_2$  son las medias de las variables  $X_1$  y  $X_2$ .

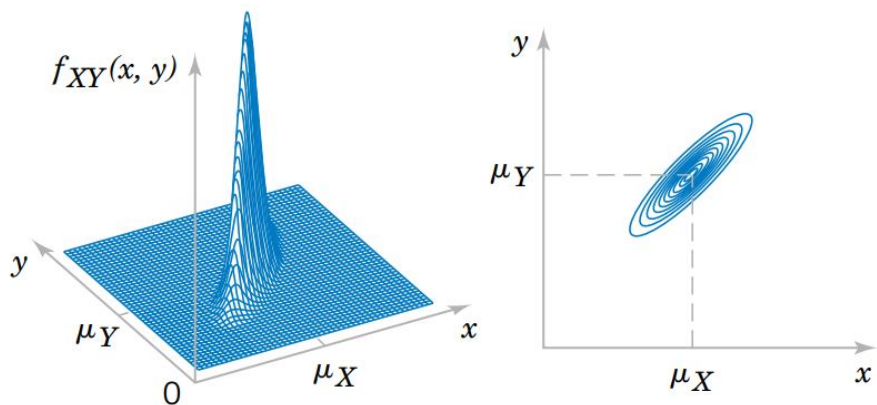
- $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$  son las varianzas de cada variable. Deben ser mayores que 0.
- $\sigma_{12}$  es la covarianza entre las variables  $X_1$  y  $X_2$ . Se debe cumplir que  $|\sigma_{12}| < \sigma_1\sigma_2$ ; o equivalentemente:  $|\rho| < 1$ .

### 2.4.1. Características

Se puede observar el comportamiento de esta distribución en la figura 2.6. Al lado derecho de los diagramas se identifican varias curvas de nivel en forma de elipses, donde cada una indica un mismo valor para la función de densidad de probabilidad. En particular, como se aprecia en la figura (a), se puede considerar la circunferencia como un caso especial de la elipse. Al lado izquierdo de las ilustraciones se grafica la misma circunstancia mediante una representación en tres dimensiones.



(a) Función de densidad de probabilidad de una distribución normal bivariada con  $\sigma_x = 1$ ,  $\sigma_y = 1$ ,  $\rho = 0$ ,  $\mu_x = 0$  y  $\mu_y = 0$ .



(b) Función de densidad de probabilidad de una distribución normal bivariada con  $\rho > 0$ .

Figura 2.6: Algunos ejemplos de gráficos de distribuciones normales bivariadas.  
Fuente: Applied Statistics and Probabilities. Montgomery D., Runger C., 3era ed., 2002.

En el caso (a) de la figura 2.6 se representa una normal bivariada con parámetro  $\rho = 0$ ; esto implica, como se puede observar, que la elipse no tiene una orientación definida. De hecho, desde su centro es equidistante a todo su contorno, para cada una de las curvas de nivel. Mientras que, en el caso (b), se tiene que la correlación entre las variables  $\rho$  es mayor que cero. Esto produce que el eje mayor de las elipses se ajuste a una pendiente positiva en el gráfico  $(x, y)$ ; en el caso que la correlación resulte ser negativa las elipses se posicionarían de tal forma que su eje mayor coincida con una pendiente negativa en el eje  $(x, y)$ .

## 2.4.2. Distribución Condicional

Lo interesante de la distribución normal bivariada tiene que ver con algunas de sus propiedades:

1. El coeficiente de correlación entre  $X_1$  y  $X_2$  es  $\rho = \sigma_{12}/(\sigma_1\sigma_2)$ .
2. Para  $|\rho| < 1$ , la **distribución condicional** de  $X_2$  dado  $X_1 = x_1$  es normal con media:

$$\mu_{2|1} = \mu_2 + \rho(\sigma_2/\sigma_1)(x_1 - \mu_1) \quad (2.11)$$

y varianza:

$$\sigma_{2|1}^2 = \sigma_2^2(1 - \rho^2) \quad (2.12)$$

Donde:

- $X_1$  y  $X_2$  son variables aleatorias, pueden estar correlacionadas o no.
- $\mu_1$  y  $\mu_2$  son las medias de las variables  $X_1$  y  $X_2$ .
- $\sigma_1^2$  y  $\sigma_2^2$  son las varianzas de cada variable. Deben ser mayores que 0. Al aplicar raíz cuadrada a estos valores se obtienen las desviaciones estándar  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .
- $\sigma_{12}$  es la covarianza entre las variables  $X_1$  y  $X_2$ . Se debe cumplir que  $|\sigma_{12}| < \sigma_1\sigma_2$ ; o equivalentemente:  $|\rho| < 1$ .
- $\rho = \sigma_{12}/(\sigma_1\sigma_2)$  es el coeficiente de correlación de Pearson entre las variables  $X_1$  y  $X_2$ .

Las expresiones 2.11 y 2.12 se refieren a una distribución condicional, cuando ya se posee un dato conocido. Es decir, ayudan a conocer la normal que se forma al dejar fijo una de las variables.

Esto se ejemplifica en la figura 2.7, recuperada del libro de Melchers y Beck (2018), donde se selecciona un valor “ $b$ ” de la variable  $X_2$ , y se traza una línea perpendicular al eje que corta el volumen conjunto. La sección transversal del corte, es decir, el área achurada, corresponde a la función de densidad de probabilidad condicional de  $x_1$ , tal que  $X_2 = b$ .



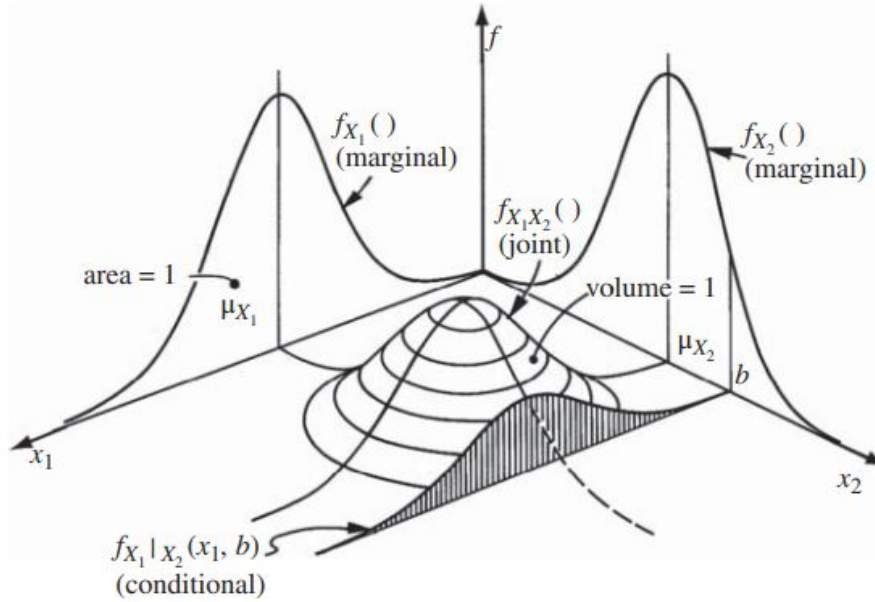


Figura 2.7: Funciones de densidad de probabilidad conjunta, marginales y condicional.

Fuente: Structural Reliability Analysis and Prediction. Beck A. & Melchers R., 3era ed., 2018.

Esta distribución es útil para el propósito de esta memoria, ya que se pueden utilizar las correlaciones, por ejemplo, de dos muestras de tiempos de actividades consecutivas, a su vez que con su media y su desviación estándar, para calcular la distribución condicional de los tiempos de un actividad futura, en el caso de que se tenga la duración de la actividad anterior. Posteriormente, en la sección 5.2, se describe el método propuesto para estimar tiempos de actividades utilizando esta herramienta.

### 2.4.3. Estimadores

Se debe mencionar que las ecuaciones 2.11 y 2.12 están escritas como función de parámetros de población, tales como  $\mu$  y  $\sigma_i^2$ . Sin embargo, Tong (1990) menciona en su libro que los estimadores de máxima verosimilitud en el caso de la distribución multivariada son los definidos por Schmee y Anderson (2003).

El estimador para la media poblacional  $\mu$  es:

$$\bar{X}_i = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_{it}, \quad i = 1, 2. \quad (2.13)$$

y para la varianza  $\sigma_i^2$ :

$$s_i^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_{it} - \bar{X}_i)^2, \quad i = 1, 2. \quad (2.14)$$

La ecuación 2.14 es la definición formal del estimador de máxima verosimilitud de la varianza (Schmee y Anderson, 2003). Sin embargo, a menudo en el denominador en vez de  $n$  se utiliza  $n - 1$ . La explicación radica en el paréntesis que opera la sumatoria: la diferencia absoluta entre la observación y la media muestral, en general, tiende a ser menor que si fuera entre la observación y la media poblacional. Por lo tanto, el cálculo de la sumatoria resulta, en el promedio, consistentemente menor que el valor que se desea estimar. Para compensar esto, se cambia el denominador, incrementando el valor obtenido. (Montgomery y Runger, 1994).

Debido a lo anterior, el estimador utilizado en este trabajo para las varianzas<sup>1</sup> es:

$$\hat{s}_i^2 = \frac{n}{n-1} s_i^2, \quad i = 1, 2. \quad (2.15)$$

## 2.5. Registro de datos a utilizar

Para el desarrollo analítico del presente trabajo, se cuenta con un registro de duración de 7 actividades de 147 ciclos de trabajo de la ejecución de sostenimientos de una parcialidad de los túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, los que representan una longitud de aproximadamente 200 m de avance a través de gravas y suelos finos, en pasos de excavación de 1 m y 1,5 m, tanto en turnos de día como de noche. En la tabla 2.2 se presenta el resumen de los datos.

Tabla 2.2: Distribución de ciclos de trabajo según tipo de suelo, paso de excavación y turno.

Suelo	Paso	Turno Día	Turno Noche
Grava	1 m	18	19
	1,5 m	13	11
Fino	1 m	13	7
	1,5 m	27	39

Cabe destacar que cada ciclo de trabajo contiene el registro de duración de las 7 actividades que lo conforman y que cada par de actividades dentro de un mismo ciclo, conforma uno de los puntos muestrales para los cuales se calcularán las correlaciones según tipo de suelo, paso de excavación y turno. De este modo, los valores indicados en la tabla 2.2, representan el número de muestras de los cálculos que se desarrollan en el capítulo 4.

En las figuras siguientes se presentan las secciones de túnel interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, las que fueron excavadas de modo convencional siguiendo el New Austrian Tunneling Method (NATM) entre los años 2013 y 2015. En la figura 2.8 se presenta la sección herradura, que típicamente se utiliza a través de gravas, mientras que en la figura 2.9, la sección con contrabóveda, que típicamente se utiliza a través suelos finos.

<sup>1</sup> El estimador  $\hat{s}^2$  es insesgado para  $\sigma^2$ , pero  $\hat{s}$  es un estimador sesgado para  $\sigma$ . Sin embargo, para grandes muestras, este sesgo no es importante. (Montgomery y Runger, 1994)

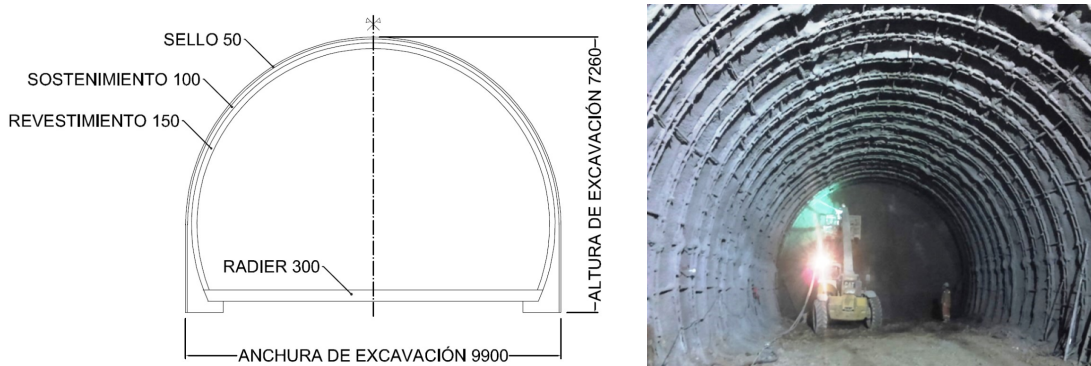


Figura 2.8: Sección herradura de túnel interestación de la L6 del Metro de Santiago  
Fuente: Proyecto Línea 6 del Metro de Santiago (medidas en mm)

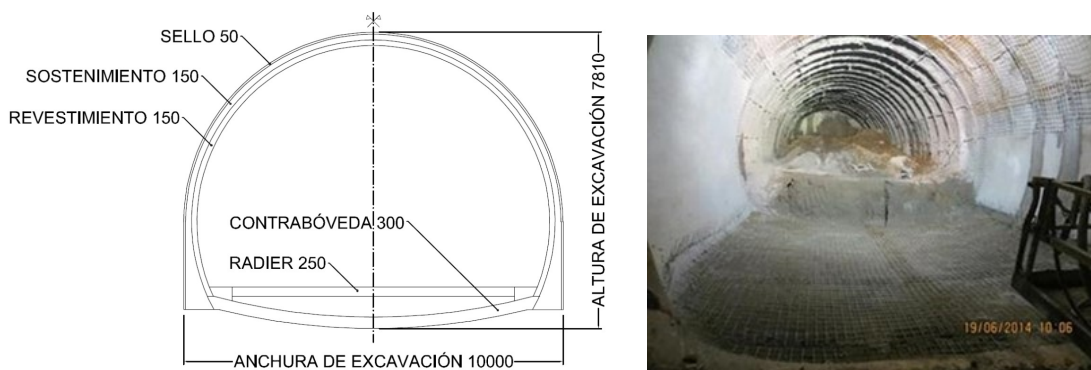


Figura 2.9: Secciones con contrabóveda de túnel interestación de la L6 del Metro de Santiago  
Fuente: Proyecto Línea 6 del Metro de Santiago (medidas en mm)

En la sección con contrabóveda, la contrabóveda se ejecuta típicamente con un desfase de entre 4 m y 12 m de la frente y que su excavación se hace también típicamente en pasos de entre 2 m y 6 m. Por esta razón, la ejecución de la contrabóveda no se considera como parte del ciclo de trabajo y su construcción, se utiliza como actividad de ajuste de tiempos y/o longitudes.

Las actividades consideradas como parte del ciclo de trabajo para ambas secciones son excavación, perfilado, topografía, aplicación de hormigón proyectado para el sello de la excavación, instalación de malla, instalación de marco y aplicación de hormigón proyectado para completar el sostenimiento. En la tabla 2.3 se presenta el nombre y la descripción de las actividades del ciclo de trabajo del túnel interestación.

Cabe destacar que el registro de datos de ciclos utilizado es discontinuo, debido a que en algunos ciclos no se levantó la duración de todas las actividades, lo que impidió hacer uso de las duraciones del resto de las actividades. Sin embargo, en los ciclos con información completa, no se eliminó ningún dato y por tanto, ningún ciclo, por más que algunas duraciones de actividades de algunos ciclos parecieran fuera de rango.

Respecto a la estimación de las actividades de túneles, Cho (2006) explica en su paper que la duración de una actividad predecesora podría revelar información importante sobre

Tabla 2.3: Descripción de las actividades del ciclo de trabajo del túnel interestación.

	<b>Actividad</b>	<b>Descripción</b>
<b>1</b>	Excavación	Excavación masiva. La longitud de la excavación varía típicamente entre 1 m o 1,5 m, según las condiciones geotécnicas.
<b>2</b>	Perfilado	Excavación de ajuste.
<b>3</b>	Topografía	Topografía y excavación fina.
<b>4</b>	Sello	Aplicación de hormigón proyectado para el sello de la excavación.
<b>5</b>	Malla	Instalación de malla de acero electrosoldado entre el marco del ciclo anterior y el marco del presente ciclo.
<b>6</b>	Marco	Instalación de marco de acero de refuerzo para hormigón. La distancia entre marcos depende del paso de la excavación.
<b>7</b>	Hormigón Proyectado	Aplicación de hormigón proyectado sobre sello, malla y marco para completar el sostenimiento.

las duraciones de las actividades sucesoras. Esto es debido a que estas actividades son dependientes entre sí, principalmente a causa de dos razones: recursos compartidos (1) y riesgos ambientales comunes (2).

1. Las actividades sucesivas suelen utilizar los mismos recursos, incluyendo, por ejemplo, materiales, equipamiento, herramientas, mano de obra y dinero. Entre estos, los recursos humanos compartidos podrían ser los más influyentes en la dependencia entre las actividades.
2. En segundo lugar, las actividades sucesivas generalmente son afectadas en igual intensidad por diversos riesgos medioambientales de los que no se tiene mayor control, por ejemplo, el clima, características geográficas y riesgos financieros. El clima es un conjunto de varios factores juntos, más allá del ámbito meteorológico, también incluye la humedad, temperatura, luminosidad y estabilidad de las corrientes de aire. En cuanto a los riesgos financieros, estos consisten en, por ejemplo, el cambio a distintas monedas extranjeras, las tasas de interés, o las expectativas de las personas respecto a esas tasas.

# Capítulo 3

## Metodología de Análisis

### 3.1. Consideraciones teóricas

En primer lugar, con relación a la estimación paramétrica, en este trabajo se ha optado por asumir que las duraciones de las actividades poseen una función de densidad de probabilidad que se ajusta aproximadamente a una distribución normal. Este tipo de distribución facilita el uso del estadístico  $t$  de Student, y además, ha sido ampliamente utilizada en el pasado para estimar duraciones de actividades en proyectos de construcción. Sin embargo, otras distribuciones de probabilidad como Normal-logarítmica o Gamma podrían representar de forma más apropiada la duración de las actividades de construcción (Mahfouz, Youssef, El-Dash, y Ramadan, 2013). Queda propuesto para futuros trabajos adaptar la metodología presentada en este trabajo a esas distribuciones.

En cuanto a los grados de libertad de la distribución  $t$  de Student, es importante notar que en este trabajo se trabaja con  $\nu = n - 1$ , donde  $n$  es la cantidad de muestras que se toman en cuenta para obtener los parámetros media y varianza de la distribución; pero cada una de estas muestras es de tamaño  $N = 1$ . Esta consideración permite la utilización de la fórmula 2.2, tal como se explica en el capítulo 2.2.1.

Respecto a los intervalos de confianza, Triola (2009); Spiegel y Stephens (2009); Meyer (1986); Hutchinson (1993), entre otros autores, los definen de forma similar a la expuesta en la ecuación 2.4, con la diferencia de que en los libros el término  $t \cdot \hat{s}$  se encuentra dividido por  $\sqrt{N}$ . Sin embargo, en concordancia con lo descrito en los párrafos anteriores, dado que nuestra selección consiste en muestras de tamaño  $N = 1$ , se sigue cumpliendo la definición de los libros.

Aún más, en el libro de Triola (2009) se describe que existen dos caminos para analizar una muestra; en el caso de que se trabaje con un valor individual, se debe trabajar con un parámetro  $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ , mientras que en el caso que se trabaje con grupo de datos, se debe utilizar el parámetro  $z = \frac{x-\mu}{\sigma/\sqrt{N}}$ ; en ambos casos refiriéndose a una distribución normal donde se conoce la desviación de la población. Se puede observar que en nuestro caso, al ser muestras de datos individuales, es decir, un dato por muestra, el camino correcto a seguir es el primero que se sugiere. Tomando esto en cuenta, al aplicar la misma metodología a la distribución  $t$  de Student y con muestras de un dato cada una, se obtiene la ecuación 2.4.

## 3.2. Software de trabajo

Todos los cálculos del trabajo se realizan utilizando el software Excel de Microsoft Office. En este se ofrecen variadas herramientas matemáticas como también estadísticas.

Algunas de las fórmulas matemáticas estadísticas utilizadas son las siguientes:

- “=promedio([vector de valores])”: calcula la media de un vector de valores, tal como explicita la fórmula 2.13.
- “=desvest.m([vector de valores])”: calcula la desviación estándar de una muestra, tal como explicita la fórmula 2.15.
- “=coef.de.correl([matriz1,matriz2])”: calcula el coeficiente de correlación entre dos columnas de datos, en el caso de este trabajo, son columnas de dos actividades distintas. Utiliza la fórmula 2.6.
- “=distr.t.2c(x, grados de libertad)”: calcula el valor porcentual de la región más pequeña que separa el valor  $x$  en la distribución  $t$  de Student.

## 3.3. Criterio de correlación entre duraciones de actividades

Obtenidos los valores de correlaciones, se debe discernir si son lo suficientemente significativos para poder afirmar que las duraciones de dos actividades están correlacionadas. Tal como se explica en la sección 2.3.1, se debe utilizar el estadístico de prueba presentado en la ecuación 2.7. Al calcular este valor, se debe comparar con el valor crítico que corresponda al nivel de confianza seleccionado. Este proceso se puede visualizar en el diagrama presentado en la figura 3.1, que considera un nivel de confianza del 80 % para confirmar la correlación de las duraciones de dos actividades.

La función “distr.t.2c” ayuda a evaluar los valores de  $t$  obtenidos, para obtener directamente los porcentajes de confianza de cada valor. A partir de esto, se deben evaluar todos los pares posibles de cada turno, tipo de suelo y distancia de avance. Este proceso se puede visualizar en el diagrama presentado en la figura 3.2.

## Criterio de Correlación

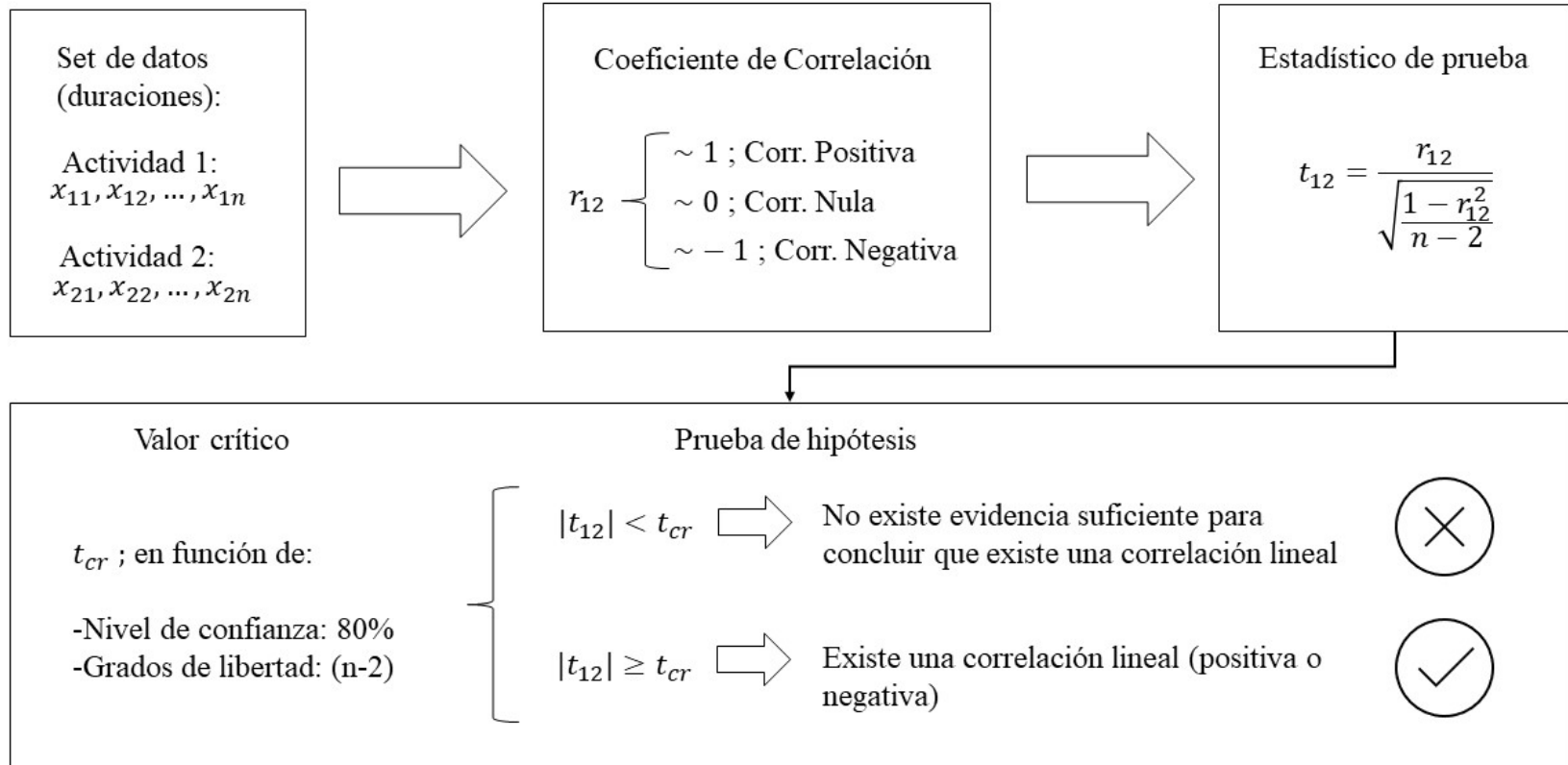


Figura 3.1: Diagrama de flujo sobre criterio para discernir si dos variables (duraciones de actividades) están correlacionadas.

Fuente: adaptado de Triola, 2009.

## Criterio de Correlación desarrollado en Excel

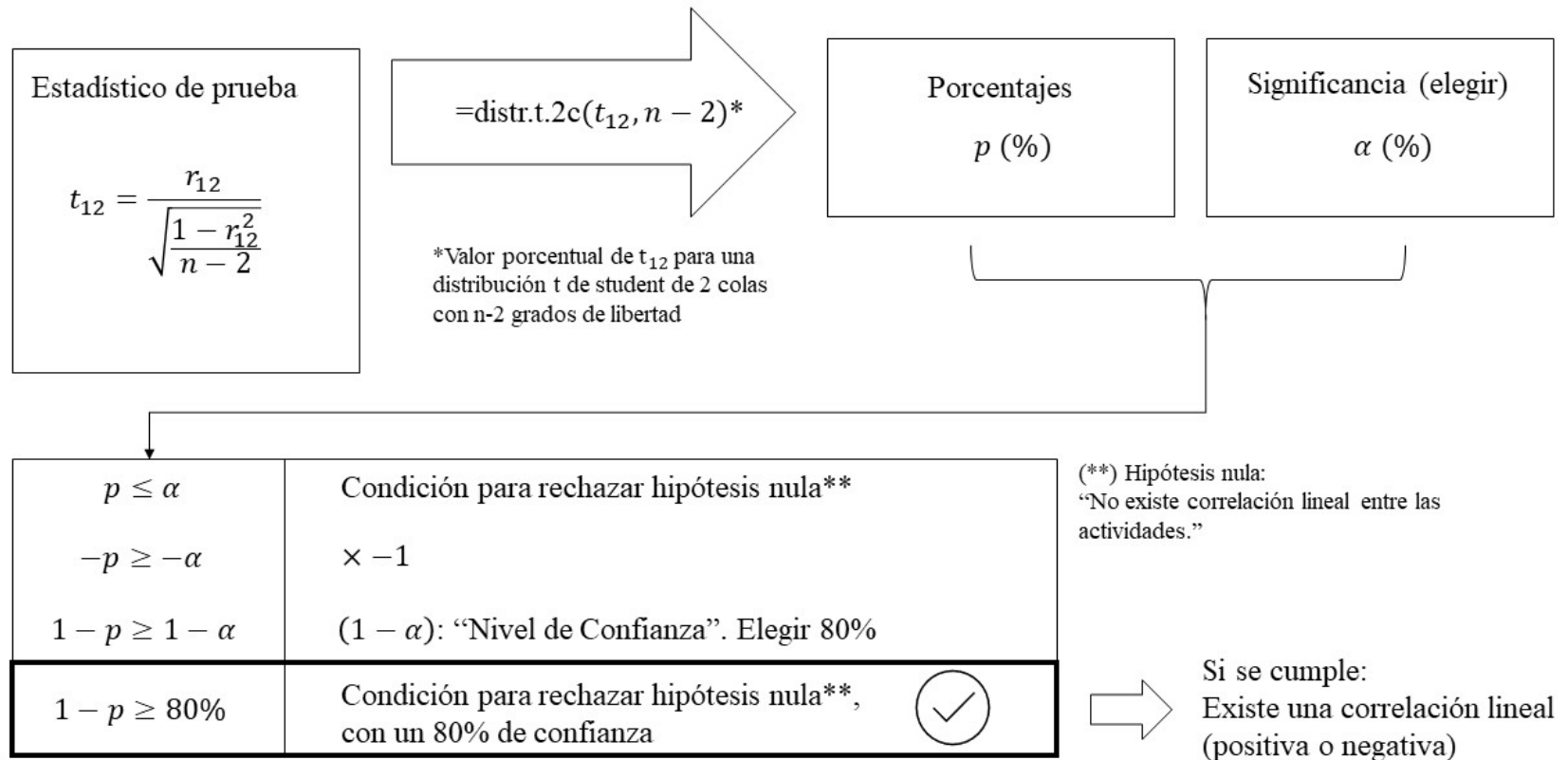


Figura 3.2: Diagrama de flujo sobre criterio de correlación utilizando software Excel.

Fuente: elaboración propia.



### 3.4. Estimación de la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior

Como se indicó en la sección 2.2.1, Ferrada (2019), utilizando niveles de confianza de 80 % a 90 % para procesar registros de duración de actividades de la construcción de túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, obtiene variabilidades similares a las que el juicio de expertos dan para este tipo de obras en el trabajo de Rodríguez (2016). Utilizando esta similitud, se propone una formulación para estimar la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior del mismo ciclo de trabajo, empleando los coeficientes de correlación obtenidos.

Para esto, se propone utilizar la siguiente ecuación para estimar actividades:

$$d_{2|1} = \mu_{2|1} + t \cdot \sigma_{2|1} \quad (3.1)$$

Donde:

- $d_{2|1}$  es la duración estimada de una actividad 2 dado que se sabe cuánto duró la actividad 1.
- $\mu_{2|1}$  es la media condicional, según lo estipulado en la ecuación 2.11.
- $\sigma_{2|1}$  es la raíz de la varianza condicional, según lo estipulado en la ecuación 2.12.

Se debe recordar las condiciones para utilizar la  $t$  de Student: que no se conozca la varianza poblacional, y que la distribución sea significativamente normal, ya sea mediante una prueba de normalidad, o que la cantidad de datos considerados sea mayor que 30.

Ya que Ferrada (2019) demuestra que las duraciones de las actividades de construcción de túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago siguen una distribución aproximadamente normal, en este trabajo también se asumirá que las duraciones de las actividades, siguen una distribución aproximadamente normal.

# Capítulo 4

## Cálculos

### 4.1. Medias y Desviaciones Estándar

En la tabla 4.1 se presentan los promedios de las duraciones de las actividades consideradas, según tipo de suelo, paso de excavación y turno.

Tabla 4.1: Horas promedio de duración de las actividades del ciclo.

<b>Promedios</b>	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m		Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche
Excavación	2,03	1,95	2,73	2,34	1,98	2,18	2,69	2,63
Perfilado	0,65	0,59	0,81	0,93	1,04	1,21	0,83	0,91
Topografía	0,90	0,87	1,13	1,43	0,60	0,57	0,80	0,79
Sello	1,11	1,03	0,94	0,91	1,10	0,82	0,84	0,83
Malla	1,06	0,99	1,04	1,05	1,38	1,43	1,44	1,15
Marco	1,06	1,21	1,29	1,14	1,54	1,39	1,41	1,43
HP	2,11	2,28	2,06	2,70	2,31	2,43	2,35	2,43

En la tabla 4.2 se presentan las desviaciones estándar de las duraciones de las actividades consideradas, también según tipo de suelo, paso de excavación y turno..

Tabla 4.2: Desviaciones estándar asociadas a las duraciones de las actividades del ciclo. Las cantidades están expresadas en horas.

<b>Desv. Est.</b>	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m		Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche
Excavación	0,87	0,68	1,29	0,76	0,47	0,49	0,76	0,93
Perfilado	0,41	0,28	0,25	0,34	0,66	1,08	0,43	0,67
Topografía	0,69	0,53	0,43	0,61	0,16	0,40	0,40	0,44
Sello	0,66	0,46	0,15	0,26	0,72	0,28	0,27	0,37
Malla	0,59	0,45	0,30	0,29	0,89	1,28	0,56	0,43
Marco	0,34	0,30	0,44	0,34	0,66	0,54	0,56	0,86
HP	1,02	1,20	0,94	1,35	0,66	0,55	0,94	0,87

## 4.2. Correlaciones

Para las siguientes tablas se asigna un número a cada actividad en el orden en que se ejecutan sucesivamente, tal como se indica en la tabla 2.3. Los números asignados a cada actividad se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 4.3: Asignación de números para cada actividad.

Número	Actividad
1	Excavación
2	Perfilado
3	Topografía
4	Sello
5	Malla
6	Marco
7	Hormigón Projectado

Utilizando la fórmula 2.6, y combinando todas las actividades de la tabla 4.3, se obtienen las siguientes correlaciones:

Tabla 4.4: Correlaciones entre las duraciones de las actividades.

El nivel de gris indica una mayor correlación absoluta, ya sea negativa o positiva.

r	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m		Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche
1 y 2	0,8	0,4	0,4	0,0	0,1	0,7	0,0	-0,1
1 y 3	0,7	0,2	0,1	0,1	-0,2	0,0	0,1	0,0
1 y 4	0,5	0,7	0,2	-0,2	0,1	-0,1	0,1	-0,1
1 y 5	0,3	0,2	-0,1	0,5	0,0	0,9	0,1	0,0
1 y 6	-0,1	-0,1	0,2	0,4	0,1	-0,3	-0,2	-0,1
1 y 7	-0,5	0,1	0,3	0,4	0,1	0,5	-0,1	0,1
2 y 3	0,8	0,7	0,5	0,3	-0,1	0,0	0,3	0,2
2 y 4	0,8	0,2	0,6	-0,4	-0,2	0,4	0,0	-0,1
2 y 5	0,3	0,3	-0,5	-0,6	0,2	0,8	0,1	-0,1
2 y 6	-0,4	0,3	-0,4	0,1	0,0	0,1	0,2	0,1
2 y 7	-0,3	-0,4	-0,1	-0,3	0,0	0,8	-0,2	-0,2
3 y 4	0,5	0,0	0,2	-0,2	-0,3	-0,6	-0,2	0,6
3 y 5	0,4	0,1	-0,7	0,1	0,5	-0,2	0,3	0,6
3 y 6	-0,4	0,2	-0,4	0,4	-0,1	-0,6	0,0	0,3
3 y 7	-0,2	-0,1	-0,6	0,2	-0,5	0,1	0,2	0,1
4 y 5	0,6	0,4	-0,2	0,1	-0,4	0,2	-0,1	0,5
4 y 6	-0,3	0,1	-0,4	0,2	0,0	0,8	0,0	0,2
4 y 7	-0,2	0,2	-0,2	0,2	0,4	0,0	-0,1	0,3
5 y 6	-0,1	0,6	0,7	0,3	-0,3	-0,2	-0,2	0,2
5 y 7	-0,1	-0,2	0,4	0,3	-0,7	0,6	0,0	0,2
6 y 7	0,3	-0,3	0,4	0,7	0,1	-0,2	0,1	0,0

### 4.3. Niveles de Confianza

Aplicando la metodología descrita en el subcapítulo 3.3, los valores de la tabla 4.4 se transforman a valores equivalentes de la distribución t de Student, utilizando la fórmula 2.7. Los valores obtenidos se presentan en la tabla 4.5.

Tabla 4.5: Valores de t de Student equivalentes a las correlaciones entre las duraciones de las actividades.

t Actividades	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m		Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche
1 y 2	5,47	1,96	1,39	-0,14	0,40	1,94	0,19	-0,67
1 y 3	4,21	0,98	0,33	0,29	-0,84	0,07	0,28	0,13
1 y 4	2,27	4,30	0,52	-0,54	0,17	-0,24	0,55	-0,64
1 y 5	1,06	1,05	-0,26	1,55	-0,10	5,62	0,50	0,07
1 y 6	-0,53	-0,39	0,78	1,32	0,23	-0,72	-0,88	-0,83
1 y 7	-2,24	0,43	0,92	1,15	0,18	1,20	-0,61	0,69
2 y 3	5,25	3,76	1,67	0,97	-0,45	0,02	1,83	1,43
2 y 4	5,07	0,72	2,80	-1,19	-0,78	0,95	0,17	-0,65
2 y 5	1,32	1,23	-1,94	-2,25	0,65	2,64	0,58	-0,44
2 y 6	-1,65	1,45	-1,62	0,27	-0,01	0,18	0,84	0,77
2 y 7	-1,16	-1,81	-0,49	-1,07	0,06	2,75	-1,13	-1,12
3 y 4	2,38	-0,06	0,72	-0,49	-0,91	-1,74	-0,77	4,14
3 y 5	1,69	0,39	-3,48	0,16	1,80	-0,44	1,61	4,17
3 y 6	-1,52	0,95	-1,63	1,45	-0,29	-1,84	-0,01	1,77
3 y 7	-0,61	-0,47	-2,20	0,47	-2,12	0,27	0,88	0,68
4 y 5	3,02	1,92	-0,59	0,44	-1,53	0,37	-0,43	3,84
4 y 6	-1,30	0,45	-1,60	0,70	-0,03	3,28	-0,02	1,33
4 y 7	-0,77	0,93	-0,67	0,68	1,41	0,09	-0,68	1,69
5 y 6	-0,44	3,33	3,48	0,97	-1,01	-0,37	-0,89	1,42
5 y 7	-0,54	-0,86	1,59	0,81	-3,03	1,72	-0,14	1,27
6 y 7	1,21	-1,44	1,38	3,36	0,26	-0,55	0,42	-0,28

Siguiendo con la metodología descrita en el subcapítulo 3.3, los valores de la tabla 4.5 se transforman a valores equivalentes de niveles de confianza de las correlaciones entre las duraciones de actividades. Los valores obtenidos se muestran presentan en la tabla 4.6.

Tabla 4.6: Niveles de confianza equivalentes a los valores t de Student de las correlaciones entre las duraciones de actividades.

Se destacan con gris las correlaciones con niveles de confianza superiores a 80 %.

El gris claro indica correlación positiva, mientras que el gris oscuro indica correlación negativa.

%	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m		Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche	Día	Noche
1 y 2	99,99 %	93,36 %	80,68 %	10,81 %	30,23 %	89,02 %	14,59 %	49,05 %
1 y 3	99,93 %	65,75 %	25,26 %	21,89 %	58,00 %	5,10 %	22,09 %	10,01 %
1 y 4	96,28 %	99,95 %	38,73 %	39,84 %	13,37 %	18,28 %	40,97 %	47,17 %
1 y 5	69,65 %	68,99 %	19,89 %	84,35 %	7,84 %	99,75 %	37,80 %	5,15 %
1 y 6	39,43 %	30,04 %	54,77 %	78,21 %	17,80 %	49,89 %	61,10 %	58,85 %
1 y 7	96,05 %	32,76 %	62,36 %	71,95 %	13,83 %	71,66 %	45,08 %	50,27 %
2 y 3	99,99 %	99,85 %	87,78 %	64,29 %	33,83 %	1,16 %	92,05 %	83,87 %
2 y 4	99,99 %	51,62 %	98,26 %	73,40 %	54,64 %	61,26 %	13,66 %	48,34 %
2 y 5	79,42 %	76,34 %	92,21 %	94,92 %	47,37 %	95,40 %	43,00 %	33,75 %
2 y 6	88,09 %	83,55 %	86,69 %	20,46 %	0,95 %	13,83 %	59,04 %	55,15 %
2 y 7	73,76 %	91,13 %	36,83 %	68,93 %	4,74 %	95,97 %	73,05 %	72,88 %
3 y 4	97,02 %	4,42 %	51,38 %	36,67 %	61,67 %	85,74 %	55,43 %	99,98 %
3 y 5	88,98 %	29,76 %	99,49 %	12,52 %	90,08 %	31,89 %	87,98 %	99,98 %
3 y 6	85,21 %	64,60 %	86,87 %	81,99 %	21,96 %	87,50 %	0,64 %	91,49 %
3 y 7	45,23 %	35,88 %	95,02 %	34,96 %	94,27 %	20,34 %	61,39 %	49,95 %
4 y 5	99,18 %	92,88 %	43,53 %	32,74 %	84,64 %	27,29 %	33,18 %	99,95 %
4 y 6	78,84 %	34,12 %	86,22 %	49,68 %	2,19 %	97,81 %	1,88 %	80,71 %
4 y 7	54,72 %	63,60 %	48,14 %	48,69 %	81,50 %	6,56 %	49,46 %	90,11 %
5 y 6	33,44 %	99,60 %	99,48 %	64,19 %	66,71 %	27,53 %	61,87 %	83,62 %
5 y 7	40,48 %	59,72 %	85,89 %	55,90 %	98,85 %	85,31 %	11,16 %	78,81 %
6 y 7	75,76 %	83,27 %	80,41 %	99,15 %	19,95 %	39,60 %	32,15 %	22,13 %

Para la mejor comprensión de la tabla 4.6, cabe destacar que existe un valor crítico por cada columna, el que queda dado por el número de muestras indicado en la tabla 2.2 para cada tipo de suelo, paso de excavación y turno.

# Capítulo 5

## Análisis de Resultados

### 5.1. Análisis de Niveles de Confianza de Correlaciones

#### 5.1.1. Sentido del signo de las correlaciones

Más allá de las ecuaciones requeridas para obtener la correlación entre las duraciones de dos actividades, se debe recordar el significado de que estén correlacionadas y el por qué se le asocia un signo.

Al considerar las duraciones de dos actividades, se ubican los puntos  $(x_i, y_i)$  en un eje coordenado; donde  $x_i$  e  $y_i$  representan las duraciones de dos actividades distintas de un mismo ciclo de trabajo  $i$ . Las figuras 5.1 y 5.2 son ejemplos de gráficos elaborados de esta manera. (Cabe destacar que según la información de la tabla 2.2, los gráficos presentados en las figuras referidas, relativos a correlaciones entre pares de actividades ejecutadas en gravas, con un paso de excavación de 1 m y en turno de día, debieran contar con 18 puntos, equivalentes al número de muestras. Y así es. Sin embargo, se ven menos puntos debido a que algunos pares de datos son idénticos y por tanto, se representan como un mismo punto).

En el caso de la figura 5.1, la pendiente es lo suficientemente marcada para poder afirmar que las duraciones de estas actividades están correlacionadas. Es más, los puntos están ordenados en una pendiente positiva, y esto es lo que se entiende como correlación positiva.

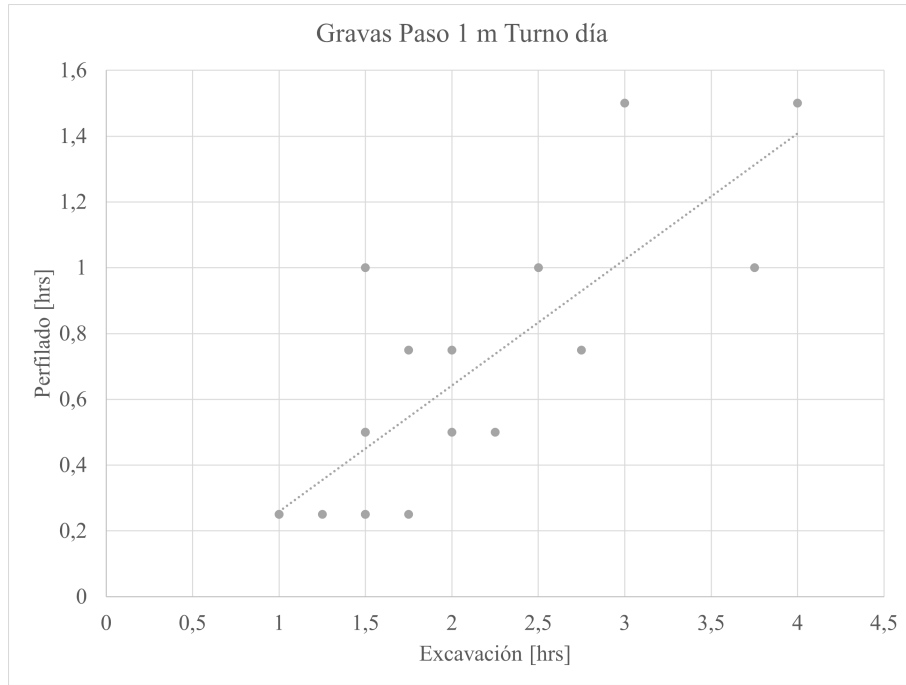


Figura 5.1: Gráfico de dispersión de las duraciones de Perfilado versus Excavación, en horas.

Por otra parte, si los puntos se alinearan en una pendiente negativa, tal como ocurre en la figura 5.2, esto daría origen a una correlación de signo negativo.

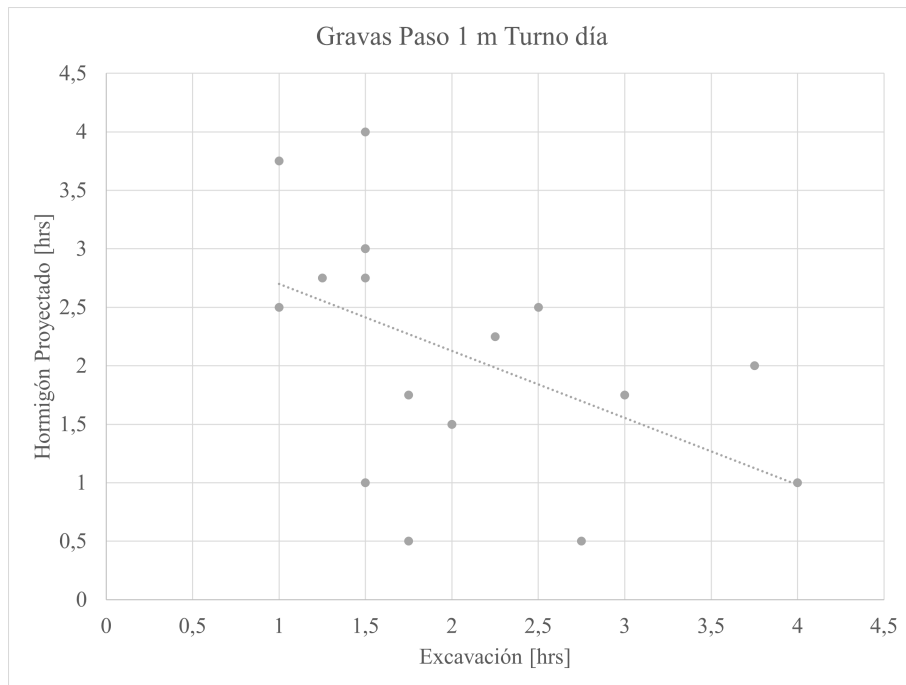


Figura 5.2: Gráfico de dispersión de las duraciones de Hormigón Proyectado versus Excavación, en horas.

Como se desprende de los gráficos, las correlaciones positivas entre las duraciones de dos actividades indican que mientras mayor tiempo vaya tomando la ejecución de la primera actividad, mayor tiempo irá tomando la ejecución de la segunda actividad. Por el contrario, las correlaciones negativas indican que mientras mayor tiempo vaya tomando la ejecución de la primera actividad, menor tiempo irá tomando la ejecución de la segunda actividad.

Las correlaciones positivas están asociadas a los recursos y medio ambiente que comparten las actividades analizadas (Cho, 2006). Así, por ejemplo, las tres primeras actividades del ciclo, que consisten en distintas etapas y/o formas de excavación, generalmente resultan con correlaciones positivas, dado que comparten el mismo ambiente de trabajo. Por tanto, si el suelo presenta alguna dificultad para ser excavado, esta dificultad estará presente en las tres primeras actividades, sin que se pueda hacer mucho en la primera actividad para disminuir la dificultad en las dos actividades siguientes.

De modo general, se puede indicar que correlaciones positivas con un alto nivel de confianza son motivo de preocupación, puesto que indican que invertir tiempo en una determinada actividad, no redundará en ahorrar tiempo en actividades siguientes.

Por su parte, correlaciones negativas con un alto nivel de confianza son virtuosas, puesto que indican que invertir tiempo en una determinada actividad, redundará en ahorrar tiempo en las actividades siguientes.

Eiris Pereira y Flood (2017) indican que para repeticiones de actividades iguales, es probable que la correlación negativa ocurra en sistemas que, por ejemplo, incluyen información de feedback tales como la optimización del proceso de trabajo en tiempo real a través de “lecciones aprendidas”.

### **5.1.2. Análisis de Niveles de Confianza según tipo de suelo, según turno y según paso.**

Antes de analizar los niveles de confianza, resulta interesante observar que sucede con los promedios y las desviaciones de los tiempos de ciclo.

Cabe destacar si, que si bien cada una de las actividades que se han considerado en el presente trabajo forman parte de un ciclo, sólo se tienen registrados los tiempos de cada actividad y no del ciclo propiamente tal, lo que indica básicamente que no se tienen registrados los tiempos muertos o imprevistos entre actividades dentro de un ciclo. Sin embargo, para efectos de algunas conclusiones del trabajo, se puede considerar como una buena aproximación del tiempo de ciclo la suma de los tiempos de las actividades consideradas. En la siguiente tabla se presenta el promedio de los tiempos de ciclo calculados según lo indicado, incluyendo las desviaciones.



Tabla 5.1: Promedios y desviaciones de tiempos de ciclo.

	Turno Día		Turno Noche	
	Promedio [h]	Desviación [h]	Promedio [h]	Desviación [h]
Gravas paso 1 m	8,92	2,41	8,91	2,01
Gravas paso 1,5 m	10,00	2,03	10,50	2,35
Finos paso 1 m	9,94	1,30	10,04	3,09
Finos paso 1,5 m	10,36	1,59	10,18	2,13

A continuación, se presentan tablas comparativas de niveles de confianza de correlaciones de actividades tanto en gravas como en finos según paso y según turno. La tabla 5.2 es para gravas, mientras que la tabla 5.3 para finos. Cada una de estas tablas permite realizar 2 tipos de análisis:

1. La diferencia que se produce entre el turno de día y el turno de noche, sea con paso de 1 m o de 1,5 m.
2. Las ventajas y desventajas de pasar a excavar con un paso de 1 m a 1,5 m, sea en turno de día o en turno de noche.

Analizar las diferencias al variar el tipo de suelo no tiene objeto puesto que no es una variable que pueda ser decidida por el constructor.

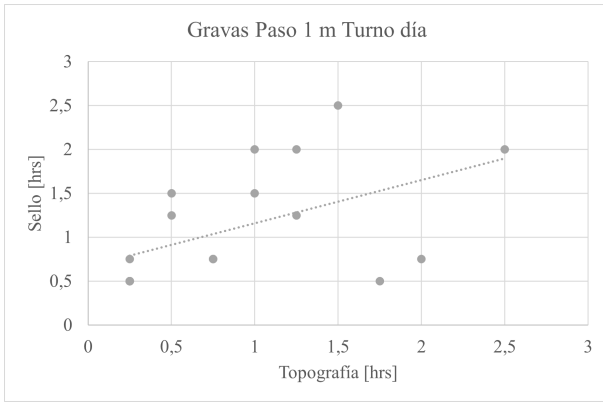
### 5.1.2.1. Gravas

Tabla 5.2: Comparación de niveles de confianza de correlaciones de actividades en gravas según turno y según paso.

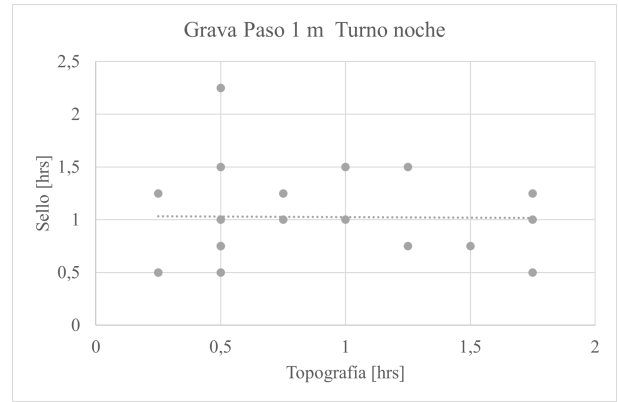
Actividades	Gravas paso 1 m		Gravas paso 1,5 m	
	Turno Día	Turno Noche	Turno Día	Turno Noche
Excavación y Perfilado	99,99 %	93,36 %	80,68 %	10,81 %
Excavación y Topografía	99,93 %	65,75 %	25,26 %	21,89 %
Excavación y Sello	96,28 %	99,95 %	38,73 %	39,84 %
Excavación y Malla	69,65 %	68,99 %	19,89 %	84,35 %
Excavación y Marco	39,43 %	30,04 %	54,77 %	78,21 %
Excavación y HP	96,05 %	32,76 %	62,36 %	71,95 %
Perfilado y Topografía	99,99 %	99,85 %	87,78 %	64,29 %
Perfilado y Sello	99,99 %	51,62 %	98,26 %	73,40 %
Perfilado y Malla	79,42 %	76,34 %	92,21 %	94,92 %
Perfilado y Marco	88,09 %	83,55 %	86,69 %	20,46 %
Perfilado y HP	73,76 %	91,13 %	36,83 %	68,93 %
Topografía y Sello	97,02 %	4,42 %	51,38 %	36,67 %
Topografía y Malla	88,98 %	29,76 %	99,49 %	12,52 %
Topografía y Marco	85,21 %	64,60 %	86,87 %	81,99 %
Topografía y HP	45,23 %	35,88 %	95,02 %	34,96 %
Sello y Malla	99,18 %	92,88 %	43,53 %	32,74 %
Sello y Marcos	78,84 %	34,12 %	86,22 %	49,68 %
Sello y HP	54,72 %	63,60 %	48,14 %	48,69 %
Malla y Marco	33,44 %	99,60 %	99,48 %	64,19 %
Malla y HP	40,48 %	59,72 %	85,89 %	55,90 %
Marco y HP	75,76 %	83,27 %	80,41 %	99,15 %

### Análisis 1

Para ambos pasos, los turnos de noche significan principalmente romper con varias correlaciones positivas con altos niveles de confianza que se observan en los turnos de día. Este efecto se puede apreciar en el ejemplo de la correlación entre Topografía y Sello, representado en la figura 5.3. Se puede observar que el gráfico (a) tiene una marcada pendiente positiva, mientras que la del gráfico (b) tiende a ser más bien horizontal.



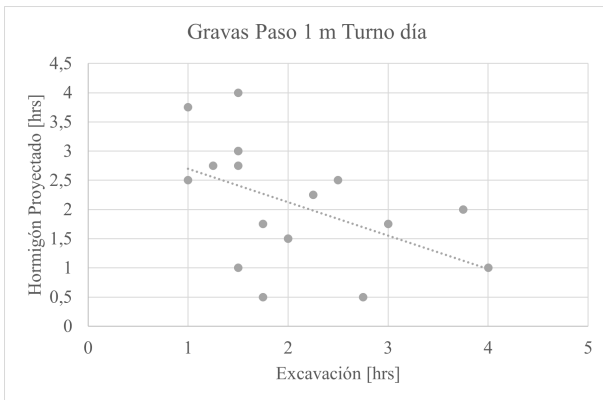
(a) Correlación positiva.



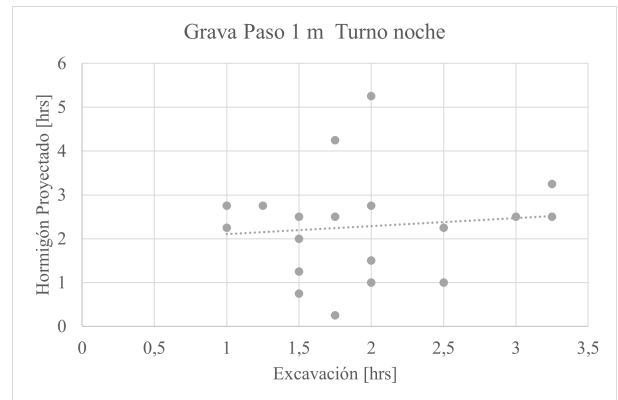
(b) Correlación nula.

Figura 5.3: Gráficos de dispersión de duraciones de Topografía y Sello, en horas, paso 1 m, para turno día (a) y turno noche (b).

También, se rompen varias correlaciones negativas con alto nivel de confianza. Se presenta un ejemplo de esto en la figura 5.4, con las actividades Excavación y Hormigón Proyectado.



(a) Correlación negativa.



(b) Correlación nula.

Figura 5.4: Gráficos de dispersión de duraciones de Excavación y Hormigón Proyectado, en horas, paso 1 m, para turno día (a) y turno noche (b).

Este nivel de información no permite concluir respecto de los tiempos de ciclo, lo que es consistente con la información de la tabla 5.1, donde los tiempos de ciclo entre los turnos de día y noche para excavación en gravas no presentan diferencias significativas, siendo iguales o menores a 5%. Lo mismo sucede con las desviaciones, cuyas diferencias son del orden del 20%.

## Análisis 2

A diferencia del Análisis 1, donde el construir de día y de noche es consustancial a la ejecución de túneles, la determinación del paso de la excavación atiende a una decisión del contratista basada no sólo en las condiciones geotécnicas, sino que también, en consideraciones de efectividad y eficiencia. La información de la tabla 5.1 demuestra que el aumento

del paso de excavación en gravas de 1 m a 1,5 m es efectivo en términos de rendimiento (avance/tiempo), aunque no se cuenta con la información de los recursos gastados como para saber si fue eficiente también. Sin embargo, para efectos de la memoria, basta con notar que el aumento de paso fue efectivo.

El mejor rendimiento de excavar con un paso de 1,5 m respecto de un paso de 1 m se manifiesta nítidamente en el turno de día, donde se aprecia que aparecen varias correlaciones negativas con alto nivel de confianza. Esta situación se puede apreciar en la figura 5.5. Lo descrito se debe a que si bien algunas actividades del ciclo aumentan su duración cuando aumenta el paso de la excavación, otras actividades mantienen su duración relativamente invariante (como instalación de malla y de marcos), lo que produce una mayor eficiencia de los recursos y, por tanto, correlaciones negativas (Eiris Pereira y Flood, 2017).

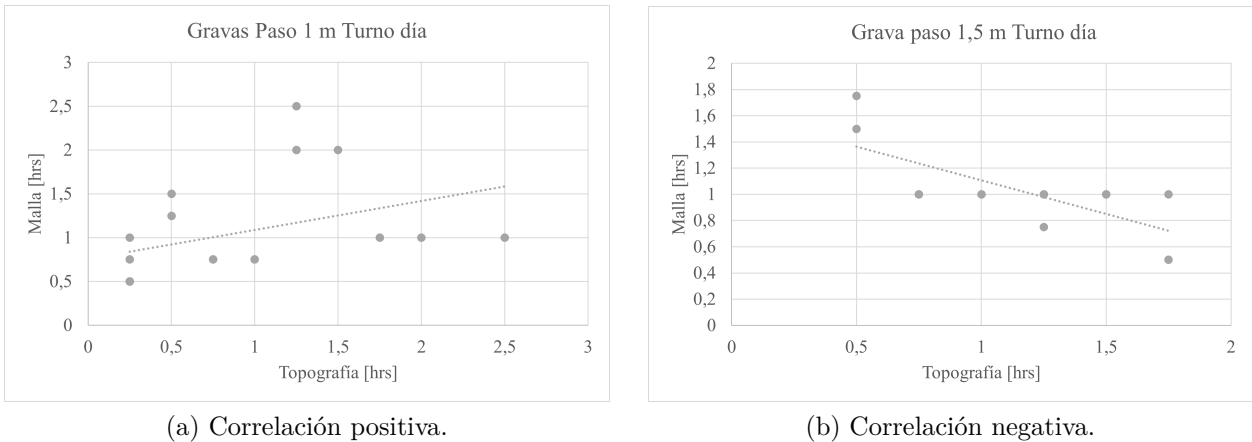
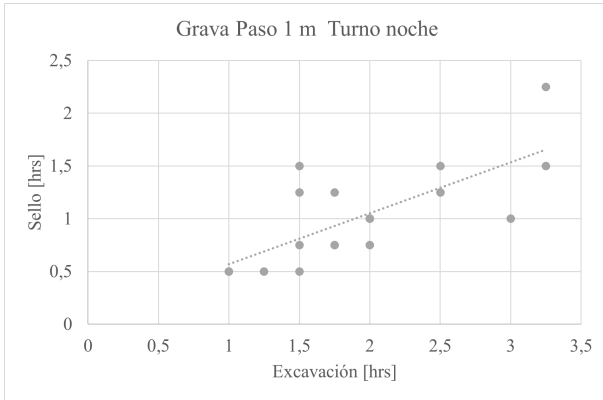
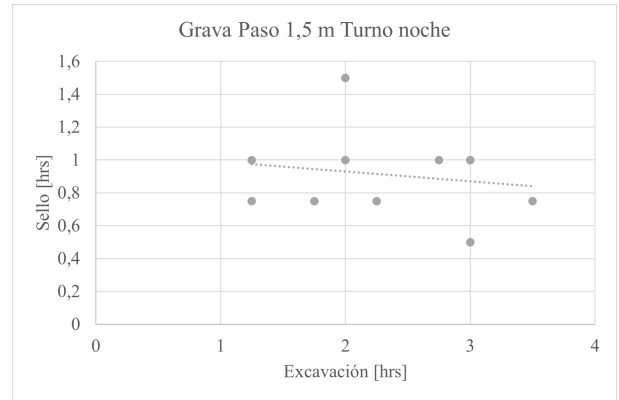


Figura 5.5: Gráficos de dispersión de duraciones de Topografía y Malla, en horas, turno día, para paso 1 m y 1,5 m.

En el caso del turno de noche, no es fácil visualizar argumentos relativos a las correlaciones que permitan explicar el mejor rendimiento por aumentar el paso de la excavación de 1 m a 1,5 m, aunque se puede apelar directamente al hecho de que las correlaciones positivas disminuyen a la mitad. Una de estas correlaciones positivas que desaparecen se aprecia en la figura 5.6.



(a) Correlación positiva.



(b) Correlación nula.

Figura 5.6: Gráficos de dispersión de duraciones de Excavación y Sello, en horas, turno noche, para paso 1 m y 1,5 m.

### 5.1.2.2. Suelos Finos

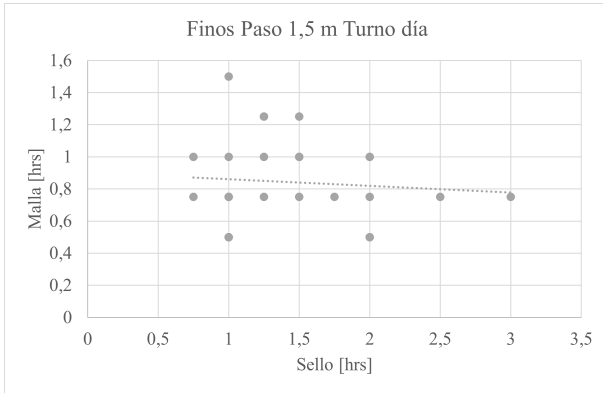
Tabla 5.3: Comparación de niveles de confianza de correlaciones de actividades en finos según turno y según paso.

Actividades	Finos paso 1 m		Finos paso 1,5 m	
	Turno Día	Turno Noche	Turno Día	Turno Noche
Excavación y Perfilado	30,23 %	89,02 %	14,59 %	49,05 %
Excavación y Topografía	58,00 %	5,10 %	22,09 %	10,01 %
Excavación y Sello	13,37 %	18,28 %	40,97 %	47,17 %
Excavación y Malla	7,84 %	99,75 %	37,80 %	5,15 %
Excavación y Marco	17,80 %	49,89 %	61,10 %	58,85 %
Excavación y HP	13,83 %	71,66 %	45,08 %	50,27 %
Perfilado y Topografía	33,83 %	1,16 %	92,05 %	83,87 %
Perfilado y Sello	54,64 %	61,26 %	13,66 %	48,34 %
Perfilado y Malla	47,37 %	95,40 %	43,00 %	33,75 %
Perfilado y Marco	0,95 %	13,83 %	59,04 %	55,15 %
Perfilado y HP	4,74 %	95,97 %	73,05 %	72,88 %
Topografía y Sello	61,67 %	85,74 %	55,43 %	99,98 %
Topografía y Malla	90,08 %	31,89 %	87,98 %	99,98 %
Topografía y Marco	21,96 %	87,50 %	0,64 %	91,49 %
Topografía y HP	94,27 %	20,34 %	61,39 %	49,95 %
Sello y Malla	84,64 %	27,29 %	33,18 %	99,95 %
Sello y Marcos	2,19 %	97,81 %	1,88 %	80,71 %
Sello y HP	81,50 %	6,56 %	49,46 %	90,11 %
Malla y Marco	66,71 %	27,53 %	61,87 %	83,62 %
Malla y HP	98,85 %	85,31 %	11,16 %	78,81 %
Marco y HP	19,95 %	39,60 %	32,15 %	22,13 %

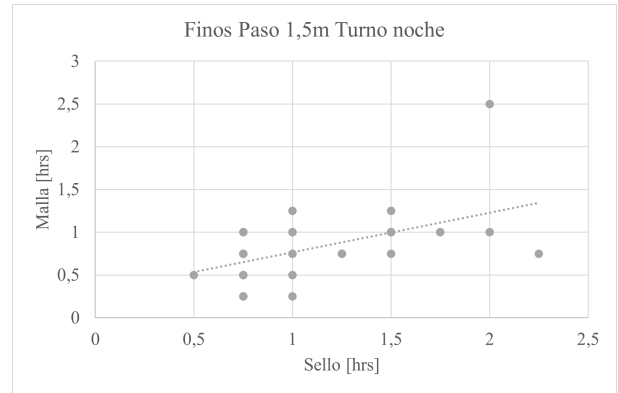
### Análisis 1

Para ambos pasos, los turnos de noche significan principalmente agregar varias correlaciones positivas con altos niveles de confianza respecto de las que se observan en los turnos de día. Un ejemplo de esta situación se ilustra en la figura 5.7. Este nivel de información no permite concluir respecto de los tiempos de ciclo, lo que es consistente con la información de la tabla 5.1, donde los tiempos de ciclo entre los turnos de día y noche para excavación en finos no presentan diferencias significativas, siendo iguales o menores a 5 %, al igual que en el caso de las gravas.

Sin embargo, en el caso de finos, la mayor cantidad de correlaciones positivas en turnos de noche respecto de turnos de día se manifiesta mediante el crecimiento de las desviaciones, siendo un 33 % para el paso 1 m, y más del 100 % para el paso 1,5 m.



(a) Correlación nula.



(b) Correlación positiva.

Figura 5.7: Gráficos de dispersión de duraciones de Sello y Malla, en horas, paso 1,5 m, para turno día (a) y turno noche (b).

## Análisis 2

Al igual que en el caso de las gravas, la información de la Tabla 5.1 demuestra que el aumento del paso de excavación en finos de 1 m a 1,5 m es efectivo en términos de rendimiento (avance/tiempo).

Nótese sí, que en finos, los tiempos de ciclo son prácticamente los mismos para el paso de excavación de 1 m y de 1,5 m, tanto en turno de día como en turno de noche. Esto indica que el aumento de rendimiento por causa de aumentar el paso de excavación de 1 m a 1,5 m es mucho más efectivo en finos que en gravas.

No obstante lo anterior, en la Tabla 5.3 no se aprecian correlaciones negativas de alto nivel de confianza en finos con paso 1,5 m tanto en turno de día como de noche. Esto indica que correlaciones negativas de alto nivel de confianza entre tiempos de actividades de un ciclo son suficientes, pero no necesarias, para establecer la posibilidad de estar frente a un ciclo de trabajo que tiende a una mayor efectividad y eficiencia, sea que la base de comparación se funde en el mismo tipo de ciclo o en un ciclo similar.

## 5.2. Análisis de Estimación de Duración de Actividades

### 5.2.1. Análisis según Ejemplo 1

Se plantea el siguiente problema: Se requiere saber cuánto durará la actividad “Perfilado” dado que la actividad anterior “Excavación” demoró hora y media en completarse. Se tiene además que las actividades se desarrollan en suelo de gravas, paso 1 m y turno de día. Utilizando el registro de datos indicado en el subcapítulo 2.5, se poseen los siguientes datos como condición inicial:

Tabla 5.4: Datos del problema

Parámetro	Excavación	Perfilado
$\bar{X}$ [hrs]	2,03	0,65
$\hat{s}$ [hrs]	0,87	0,41
Duración / Estimado [hrs]	1,50	?

Además, la correlación entre ambas actividades es  $\rho = 0,80$ , para condiciones de suelo de gravas, paso 1 m y turno de día. Para utilizar la ecuación 3.1 se requiere, en primer lugar, calcular los valores  $\mu_{2|1}$  y  $\sigma_{2|1}$  mediante las ecuaciones 2.11 y 2.12:

$$\mu_{2|1} = \mu_2 + \rho(\sigma_2/\sigma_1)(x_1 - \mu_1) = 0,65 + 0,80(0,41/0,87)(1,50 - 2,03) = 0,45$$

$$\sigma_{2|1}^2 = \sigma_2^2(1 - \rho^2) = 0,41^2(1 - 0,8^2) = 0,06$$

$$\sigma_{2|1} = \sqrt{0,06} = 0,25$$

Se supone un valor de  $t$  de Student asociado a un nivel de confianza de 90 %, con grados de libertad igual a infinito por simplicidad, ya que la muestra es suficientemente grande, resultando en un valor  $t = 1,282$ . Por lo tanto, utilizando la ecuación 3.1:

$$d_{2|1} \geq 0,45 + 1,282 \cdot 0,25 = 0,77$$

Finalmente, se pronostica que la próxima actividad “Perfilado” tendrá una duración de 0,77 horas; con un nivel de confianza de 90 %.



Tabla 5.5: Resultado del problema

Parámetro	Excavación	Perfilado
$\bar{X}$ [hrs]	2,03	0,65
$\hat{s}$ [hrs]	0,87	0,41
Duración / Estimado [hrs]	1,50	$\sim 0,77$

## Verificación

El ejemplo realizado se representa en el gráfico de dispersión de la figura 5.8. El símbolo de estrella simboliza el valor estimado: para cuando la Excavación dura 1,5 horas, se estima que el Perfilado durará 0,77 horas. El símbolo de triángulo simboliza el valor  $\mu_{2|1}$ , que es igual a 0,45 horas. Este se marca para explicitar que la estimación de la media coincide con la línea de correlación para las duraciones de estas actividades. La diferencia entre estos dos valores está dado por el intervalo de confianza generado por la t de Student.

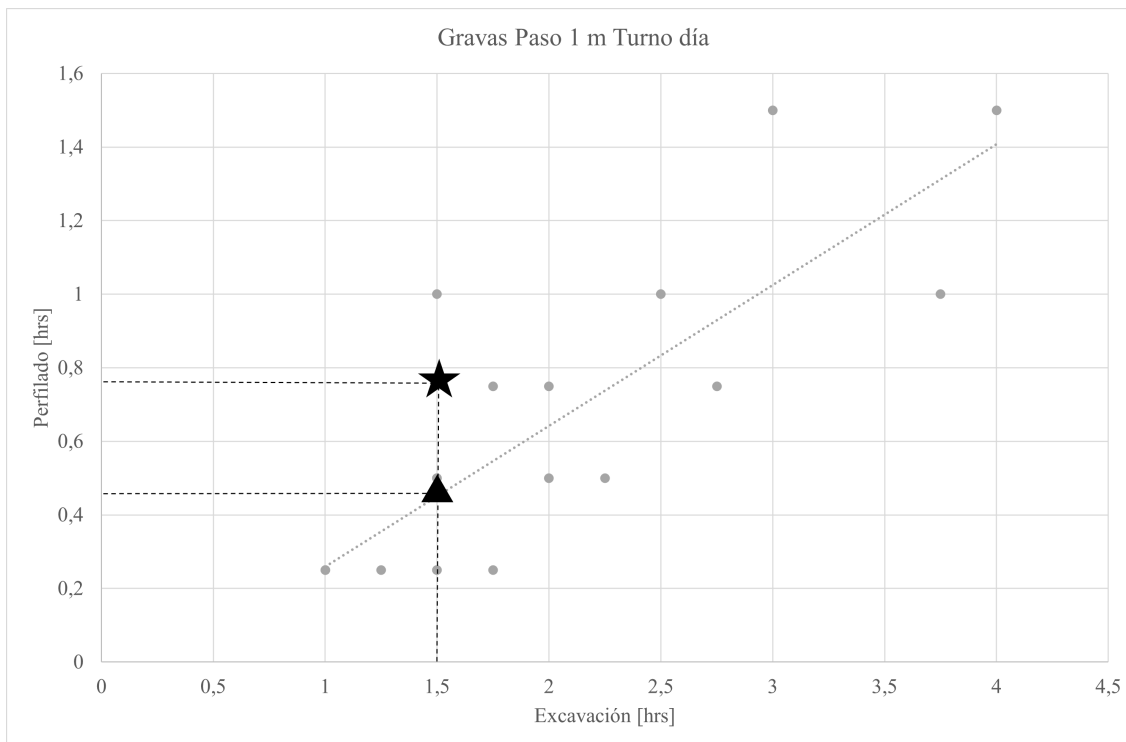


Figura 5.8: Gráfico de dispersión de duraciones de Excavación y Perfilado, en horas, paso 1 m, para turno día. El símbolo de estrella simboliza el valor estimado, mientras que el símbolo de triángulo simboliza el valor  $\mu_{2|1}$ .

Con el objetivo de comprobar el resultado obtenido, se recopilan los datos de las duraciones de las actividades “Excavación” y “Perfilado”, en suelo de gravas, paso de 1 m y turno de día, las cuales se presentan en la tabla 5.6.

Tabla 5.6: Duración en horas de las actividades de Excavación y Perfilado, en suelo de gravas, paso 1 m y turno de día.

Excavación	Perfilado
4	1,5
2	0,5
3,75	1
3	1,5
1,5	0,5
1,5	0,5
2,25	0,5
1,5	1
2	0,75
1,75	0,75
2,5	1
2,75	0,75
1,5	0,25
1,25	0,25
1,5	0,25
1	0,25
1	0,25
1,75	0,25

Se resaltan las duraciones de turnos en que la excavación duró 1,5 horas. El promedio de duración de Perfilado de estos turnos es de 0,5 horas, que se encuentra por debajo de las 0,77 horas estimadas con la formulación propuesta. De esta forma, el estimado se encontraría por el margen conservador.

Por otro lado, se puede observar que las duraciones menores que 0,77 horas son 4 de 5, es decir, el 80% de los casos de las muestras están por debajo del valor estimado. Este porcentaje se puede considerar como un resultado razonable, ya que es similar al nivel de confianza propuesto del 90%, que según la definición de la distribución t de Student, significa que se tiene un nivel de confianza del 90% de que los datos observados se encuentren en el intervalo de confianza que recorre desde 0 hasta la duración estimada (Triola, 2009), es decir, 0,77 horas.

### 5.2.2. Análisis según Ejemplo 2

De manera similar, se requiere saber cuánto durará la actividad Topografía dado que se sabe cuánto demoró la actividad anterior Perfilado. Las actividades se desarrollan en suelos finos, en paso de 1,5 m y en turno de día. Se procede a analizar el problema en dos casos posibles, tanto cuando la duración de Perfilado es 0,5 horas (caso 1) como cuando es de 1 hora (caso 2):

La correlación entre ambas actividades, para condiciones de suelos finos, paso 1,5 m y

Tabla 5.7: Datos del problema

Parámetro	Perfilado	Topografía
$\bar{X}$ [hrs]	0,83	0,80
$\hat{s}$ [hrs]	0,43	0,40
Duración(1) / Estimado(1) [hrs]	0,50	?
Duración(2) / Estimado(2) [hrs]	1,00	?

turno de día es  $\rho = 0,34$ . Se calculan los valores  $\mu_{2|1}$  y  $\sigma_{2|1}$  mediante las ecuaciones 2.11 y 2.12; y conjuntamente, utilizando la ecuación 3.1, con el mismo valor de la  $t$  de Student  $t = 1,282$  para un nivel de confianza de 90 %, se obtiene el valor estimado  $d_{2|1}$ :

Tabla 5.8: Estimación de la duración de la actividad Topografía, tanto si Perfilado dura 0,5 (Caso 1) o 1 horas (Caso 2).

Caso	1	2
$\mu_{2 1}$	0,70	0,85
$\sigma_{2 1}^2$	0,14	0,14
$\sigma_{2 1}$	0,38	0,38
$d_{2 1}$	<b>1,18</b>	<b>1,34</b>

De esta forma, con un nivel de confianza de 90 %, se pronostica que la próxima actividad Topografía tendrá una duración de 1,28 o 1,35 horas, dependiendo si Perfilado demora 0,5 o 1 horas, respectivamente.

## Verificación

En primer lugar, se puede observar que la variación del estimado es reducida, no obstante que la duración del Perfilado aumenta al doble. Esto es debido a que el coeficiente de correlación es 0,34, que es relativamente bajo, incluso cuando el test de hipótesis efectuado de correlación resulta afirmativo para este caso, según la tabla 4.6. De esto se puede inferir que, en su mayoría, el estimado se debe a la parametrización por la  $t$  de Student, más que a la distribución condicional producida por la correlación entre las actividades, y por esto, la diferencia de duraciones en la primera actividad no impacta tanto en el estimado de la siguiente. La situación se representa en la figura 5.9, donde las figuras en negro se refieren al caso 1 de estudio, y las rellenas con blanco al caso 2.

En la tabla 5.9 se pueden observar resaltados en gris claro los turnos en que el Perfilado duró 0,5 horas, como en el caso 1, y en gris oscuro los turnos que duró 1 hora, tal como en el caso 2.

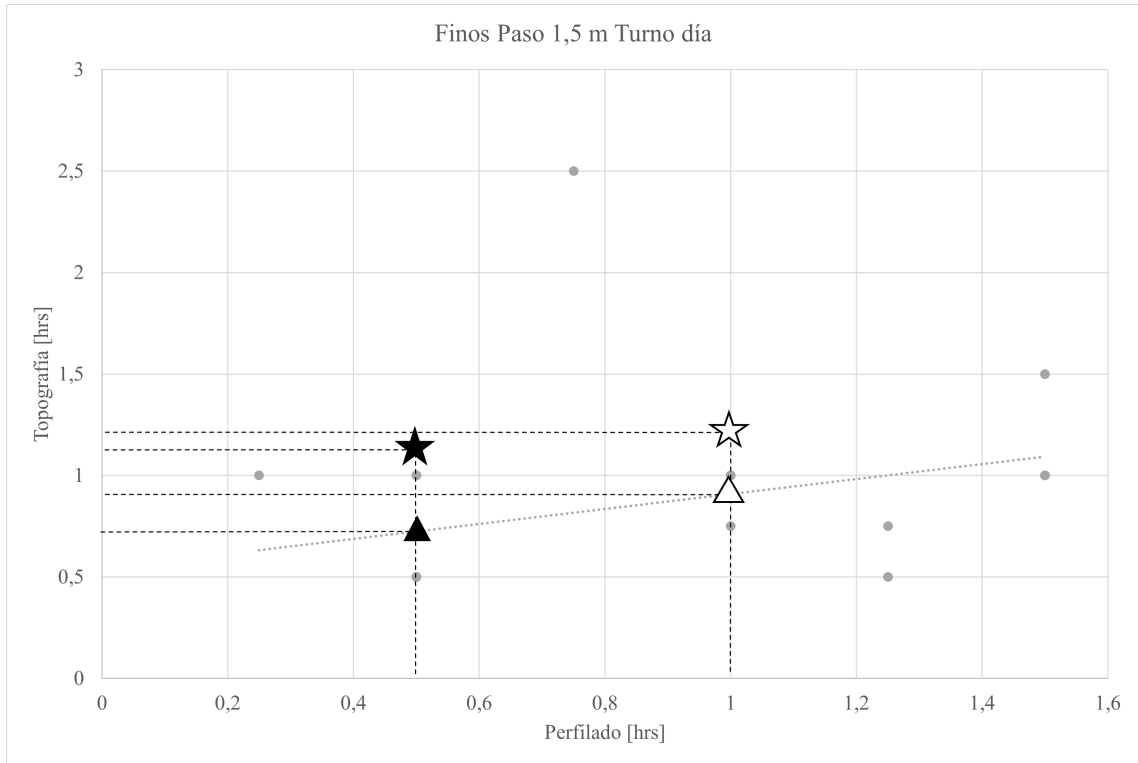


Figura 5.9: Gráfico de dispersión de duraciones de Perfilado y Topografía, en horas, en suelo de finos, paso 1 m, para turno día. El símbolo de estrella simboliza el valor estimado, mientras que el símbolo de triángulo simboliza el valor  $\mu_{2|1}$ .

En la tabla 5.10 se observa el promedio de los casos resaltados, así como la razón de los datos que están por debajo del estimado, es decir, de terminar la actividad en el tiempo estimado o menos. En primer lugar, los promedios de duraciones de la actividad topografía fueron menores que el estimado en cada caso. Por ejemplo, el promedio del caso 1: 0,57 horas, es menor al estimado de 1,18 horas; y en el caso 2, de promedio 0,98 horas, es menor a las 1,34 horas estimadas, cumpliendo en ese aspecto que los promedios de las duraciones estén por debajo del estimado.

En relación a la cuantificación de los datos, se observa que 10 de los 11 datos en los que 0,5 horas fue la duración de perfilado se encuentran por debajo del valor estimado, lo que corresponde al 91 % indicado, mientras que 7 de los 10 datos en que perfilado demoró 1 hora ocurrió lo mismo, lo que se traduce en el 70 % de la tabla.

Ambos valores se encuentran cercanos al porcentaje de confianza propuesto del 90 %; y esto se condice con lo esperado por la t de Student, tal que al considerar un número de muestras, se tiene un nivel de confianza del 90 % de que ellas se encuentren en el intervalo de confianza que comprende desde 0 hasta  $d_{2|1}$  (Triola, 2009), es decir, 1,18 o 1,34 horas; según el caso que se esté considerando.

Tabla 5.9: Duración en horas de las actividades de Perfilado y Topografía, en suelos finos, paso 1,5 m y turno de día.

Perfilado	Topografía
0,5	0,5
0,5	1,25
0,5	0,5
0,75	0,5
0,75	0,5
0,5	0,5
1,5	1,5
0,5	0,5
1	1
0,5	0,5
0,5	0,5
0,5	0,5
0,75	1
0,5	0,5
0,5	0,5
1	0,5
1	1
0,5	0,5
1	1,5
1	1,5
1	1,5
1	0,25
1	0,5
2,5	0,75
0,75	1,25
1	1
1	1

Tabla 5.10: Promedio y recuento de datos bajo la duración estimada, para el caso 1 y 2.

Caso	1	2
Promedio [Hrs]	0,57	0,98
Datos bajo el estimado	91 %	70 %

# Capítulo 6

## Conclusiones

### 6.1. Conclusiones basadas en los objetivos

Se estima que los objetivos trazados para el trabajo se han logrado. Analizando las correlaciones entre las duraciones de las distintas actividades de un ciclo de trabajo, en particular, del ciclo de construcción de los túneles interestación de la Línea 6 del Metro de Santiago, se ha propuesto un estadístico de prueba para determinar el nivel de confianza de las correlaciones, lo que resultó consistente al considerar un nivel de confianza de 80 % como límite inferior para establecer la existencia de correlación, fuera positiva o negativa. La consistencia queda dada por los análisis de resultados desarrollados, donde siguiendo las conclusiones de Cho (2006) y de Eiris Pereira y Flood (2017) acerca del significado de las correlaciones positivas y negativas, se arriban a conclusiones que desde la lógica de la construcción de túneles resultan ser válidas.

Como segundo objetivo, basado en el trabajo de Ferrada (2019) y en el uso de la distribución normal bivariada, se ha propuesto una formulación para estimar la duración de una actividad a partir de la duración de una actividad anterior del mismo ciclo de trabajo, empleando los coeficientes de correlación obtenidos entre ellas en ciclos o en proyectos anteriores, lo que resultó consistente al desarrollar un par de ejemplos y contrastar sus resultados con los mismos datos originales con los cuáles se estimaron las correlaciones. La consistencia queda dada al relacionar los niveles de confianza de la estimación con la cercanía de los datos originales.

### 6.2. Propuestas de estudio

Una propuesta de estudio que se desprende del primer objetivo dice relación con investigar con mayor profundidad acerca de los signos de las correlaciones y sus pendientes asociadas. Los trabajos utilizados como referencia son relativamente recientes y existe espacio para ahondar en lo expuesto. Por ejemplo, si bien se puede afirmar que correlaciones negativas entre las duraciones de un par de actividades son relativamente virtuosas, lo serán en la medida que la suma de las duraciones de ambas actividades no sea superior a la suma de las duraciones de las mismas actividades en una condición de correlación positiva.

Respecto del segundo objetivo se desprenden dos posibilidades de mayor investigación. La primera se refiere a determinar con mayor precisión la distribución de la duración de las actividades. Si bien en el presente trabajo se asumió una distribución normal, basada en el trabajo de Ferrada (2019), se ha investigado que distribuciones como la Normal-logarítmica o la Gamma podrían representar de manera más apropiada la duración de las actividades de construcción. La segunda posibilidad de investigación se refiere a determinar una formulación dinámica para la estimación de la duración de las actividades, que vaya actualizando las correlaciones y las estimaciones conforme avanza una obra real, lo que permitiría ir tomando decisiones respecto de dónde disponer los recursos para optimizar la duración del ciclo de trabajo.

# Capítulo 7

## Bibliografía

- [1] Cho, S. (2006). An exploratory project expert system for eliciting correlation coefficient and sequential updating of duration estimation. *Expert Systems with Applications*, 30(4), 553–560. doi: 10.1016/j.eswa.2005.07.024
- [2] Eiris Pereira, R., y Flood, I. (2017). Impact of linear correlation on construction project performance using stochastic linear scheduling. *Visualization in Engineering*, 5(1). doi: 10.1186/s40327-017-0045-2
- [3] Ferrada, R. (2019). *Análisis de Desviaciones en la Estimación de la duración de Actividades en Proyectos de Ingeniería Civil*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- [4] Hutchinson, T. P. (1993). *Essentials of Statistical Methods, in 41 Pages*. Sydney, Australia: Rumsby Scientific Publishing.
- [5] Mahfouz, W., Youssef, M. A., El-Dash, K. M. M., y Ramadan, O. M. O. (2013). Construction Activities Duration Patterns in the Middle East. *International Journal of Construction Engineering and Management*, 2013(4), 122–135. doi: 10.5923/j.ijcem.20130204.04
- [6] Melchers, R. E., y Beck, A. T. (2018). *Structural Reliability Analysis and Prediction. Third Edition*.
- [7] Meyer, P. L. (1986). *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*.
- [8] Montgomery, D. C., y Runger, G. C. (1994). *Applied Statistics and Probability for Engineers* (Vol. 19) (n.º 3). doi: 10.1080/03043799408928333
- [9] Project Management Institute. (2017). *Guía de los Fundamentos para la Dirección de Proyectos (Guía del PMBOK)* (Sexta Edic ed., Vol. 44) (n.º 3). Project Manajement Institute.
- [10] Razali, N. M., y Wah, Y. B. (2011). Power comparisons of Shapiro-Wilk, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors and Anderson-Darling tests. *Journal Of Statistichal Modeling and Analytics*, 2(1), 21–33.
- [11] Rodríguez, E. (2016). *Análisis de metodologías de estimación de duración de actividades en proyectos de ingeniería civil*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- [12] Schmee, J., y Anderson, T. W. (2003). *An Introduction to Multivariate Statistical*



*Analysis* (3ed ed.). Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. doi: 10.2307/1270458

- [13] Spiegel, M. R., y Stephens, L. J. (2009). *Estadística* (Cuarta edi ed.). México, D.F..
- [14] Tong, Y. L. (1990). *The Multivariate Normal Distribution*. New York, NY: Springer New York. doi: 10.1007/978-1-4613-9655-0
- [15] Triola, M. F. (2009). *Estadística* (Décima ed.). Pearson Educación.

# Anexo A

## Tablas de datos

### A.1. t de Student

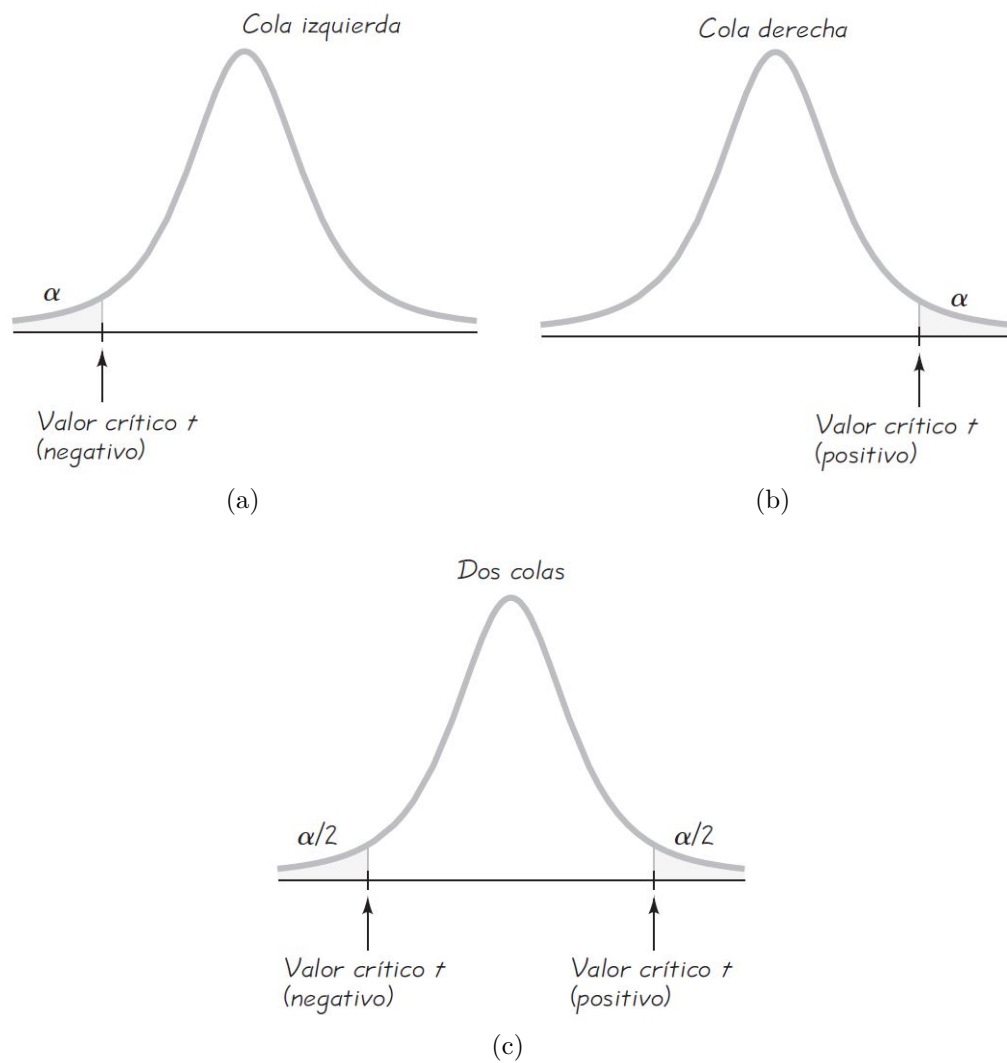


Figura A.1: Figura auxiliar para la tabla A.1.

Fuente: Estadística. Triola, 2009.

Tabla A.1: Valores críticos de la distribución t de Student.

Fuente: Estadística. Triola, 2009.

Grados de Libertad	Área en una cola				
	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10
Grados de Libertad	Área en dos colas				
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,20
1	63,657	31,821	12,706	6,314	3,078
2	9,925	6,965	4,303	2,920	1,886
3	5,841	4,541	3,182	2,353	1,638
4	4,604	3,747	2,776	2,132	1,533
5	4,032	3,365	2,571	2,015	1,476
6	3,707	3,143	2,447	1,943	1,440
7	3,499	2,998	2,365	1,895	1,415
8	3,355	2,896	2,306	1,860	1,397
9	3,250	2,821	2,262	1,833	1,383
10	3,169	2,764	2,228	1,812	1,372
11	3,106	2,718	2,201	1,796	1,363
12	3,055	2,681	2,179	1,782	1,356
13	3,012	2,650	2,160	1,771	1,350
14	2,977	2,624	2,145	1,761	1,345
15	2,947	2,602	2,131	1,753	1,341
16	2,921	2,583	2,120	1,746	1,337
17	2,898	2,567	2,110	1,740	1,333
18	2,878	2,552	2,101	1,734	1,330
19	2,861	2,539	2,093	1,729	1,328
20	2,845	2,528	2,086	1,725	1,325
21	2,831	2,518	2,080	1,721	1,323
22	2,819	2,508	2,074	1,717	1,321
23	2,807	2,500	2,069	1,714	1,319
24	2,797	2,492	2,064	1,711	1,318
25	2,787	2,485	2,060	1,708	1,316
26	2,779	2,479	2,056	1,706	1,315
27	2,771	2,473	2,052	1,703	1,314
28	2,763	2,467	2,048	1,701	1,313
29	2,756	2,462	2,045	1,699	1,311
30	2,750	2,457	2,042	1,697	1,310
31	2,744	2,453	2,040	1,696	1,309
32	2,738	2,449	2,037	1,694	1,309
34	2,728	2,441	2,032	1,691	1,307
36	2,719	2,434	2,028	1,688	1,306
38	2,712	2,429	2,024	1,686	1,304
40	2,704	2,423	2,021	1,684	1,303
45	2,690	2,412	2,014	1,679	1,301
50	2,678	2,403	2,009	1,676	1,299
55	2,668	2,396	2,004	1,673	1,297
60	2,660	2,390	2,000	1,671	1,296
65	2,654	2,385	1,997	1,669	1,295
70	2,648	2,381	1,994	1,667	1,294
75	2,643	2,377	1,992	1,665	1,293
80	2,639	2,374	1,990	1,664	1,292
90	2,632	2,368	1,987	1,662	1,291
100	2,626	2,364	1,984	1,660	1,290
Grande	2,576	2,326	1,960	1,645	1,282