



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

SEGREGACIÓN Y EFICIENCIA EN EL SISTEMA DE ADMISIÓN ESCOLAR

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA  
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MATEMÁTICO

LEONEL IGNACIO HUERTA RETAMAL

PROFESOR GUÍA:  
JUAN ESCOBAR CASTRO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
CARLOS NOTON NORAMBUENA  
JOSÉ SOTO SAN MARTÍN

Este trabajo ha sido apoyado por la infraestructura de supercómputo del NLHPC y  
ha sido parcialmente financiado por el MIPP

SANTIAGO DE CHILE  
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MATEMÁTICO  
AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA  
POR: LEONEL IGNACIO HUERTA RETAMAL  
FECHA: 2021  
PROF. GUÍA: JUAN ESCOBAR CASTRO

## SEGREGACIÓN Y EFICIENCIA EN EL SISTEMA DE ADMISIÓN ESCOLAR

Los mecanismos centralizados para la asignación de estudiantes a establecimientos educacionales han recibido creciente atención durante las últimas décadas. Desde las populares aplicaciones del Algoritmo de Aceptación Diferida en las ciudades de Boston y Nueva York a principios de los años 2000, este tipo de mecanismos han sido adoptados de manera global para resolver variados problemas de política pública. Sin embargo, poco se sabe sobre el impacto de estas decisiones en términos de segregación.

La presente investigación propone un modelo teórico de *school choice*, en que un continuo de estudiantes se empareja con un conjunto discreto de establecimientos, y cuantifica los efectos de distintos mecanismos en términos de segregación y eficiencia. Por una parte, los resultados teóricos muestran que las *reservas para minorías* son una alternativa efectiva para combatir la segregación escolar. Por otra, se caracteriza su impacto en la eficiencia del sistema a partir de las preferencias de los agentes y el nivel de competencia que enfrenta el mercado. Cuando la rivalidad por cupos es suficientemente fuerte, la introducción de reservas trae consigo un incremento de la eficiencia y más estudiantes son asignados a sus primeras preferencias. El principal costo de tener más estudiantes asignados a sus primeras preferencias y un sistema más homogéneo, es que el número de postulantes que resultan no asignados también aumenta.

Utilizando datos del Sistema de Admisión Escolar, se provee evidencia empírica que respalda las conclusiones teóricas. Mediante una estrategia contrafactual basada en simulaciones numéricas, el modelo se contrasta con la realidad de las principales ciudades de Chile. Los resultados se sostienen de manera consistente en todos los casos estudiados.



*A mis padres.  
Todo lo bueno en mi vida es gracias a ustedes.*



# Agradecimientos

Primero, agradezco a Juan Escobar por la infinita paciencia, las mil reuniones y todo el tiempo invertido. Por la exigencia, por la rigurosidad y por mostrarme como piensa un buen economista. Ni la mitad de este trabajo habría sido posible sin su guía.

Agradezco a los funcionarios de los departamentos de Matemática, Industrias y de la FCFM en general. Su trabajo de cada día es una parte vital de la formación que se entrega en la facultad.

Agradezco a mis compañeros del DIM y del MAGCEA por estar ahí en tantas ocasiones. No puedo ni imaginar lo difícil que habría sido llevar esta carrera sin ustedes.

Agradezco profundamente a Tahya por su incondicional apoyo cuando este camino recién comenzaba y este punto parecía inalcanzable.

Agradezco al Equipo Sistema de Admisión Escolar 2017-2018: Angélica, Karen, Catalina, Alejandra, Felipe, Catalina y Francisca. Gracias por todo el esfuerzo y la dedicación que pusieron en aportar a construir una mejor educación para los niños y las niñas de Chile. Creo que no pude haber caído en un mejor equipo de trabajo.

Agradezco a Rodrigo, Joaquín y Piero por esos veranos en Beaucheff. Por el rigor, la motivación y el apoyo en este último tiempo de tesis.

Agradezco especialmente a Valentina por la paciencia y el amor que me entrega cada día.

Por último, pero por sobre todo, agradezco a mi familia. A mis tías, a mi abuela, a mi tía abuela, a mis hermanos y, en especial, a mis padres. Todo lo que he logrado y voy a lograr en esta vida ha sido y será gracias a la educación y al infinito amor que ustedes me dieron y me siguen dando. Nunca voy a parar de agradecer todo lo que hacen y siguen haciendo por mí. Todo lo bueno en mi vida se lo debo a ustedes.



# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>4</b>
2.1. El sistema escolar chileno . . . . .	4
2.2. La Ley de Inclusión y el Sistema de Admisión Escolar . . . . .	6
2.3. Revisión de la literatura . . . . .	10
<b>3. Datos</b>	<b>13</b>
3.1. Descripción de las bases de datos . . . . .	13
3.1.1. Sistema de Admisión Escolar . . . . .	14
3.1.1.1. Oferta . . . . .	14
3.1.1.2. Postulantes . . . . .	15
3.1.1.3. Postulaciones . . . . .	16
3.1.1.4. Resultados . . . . .	17
3.1.1.5. Relaciones . . . . .	17
3.1.1.6. Matrícula Asegurada . . . . .	18
3.1.2. Ministerio de Educación . . . . .	18
3.1.2.1. Directorio de establecimientos . . . . .	18
3.1.2.2. Matrícula por estudiante . . . . .	19
3.1.3. Agencia de Calidad de la Educación . . . . .	20
3.1.3.1. SIMCE . . . . .	20
3.2. Evolución del Sistema de Admisión Escolar . . . . .	20
3.2.1. Periodo regular de postulaciones . . . . .	22
<b>4. El Algoritmo del Sistema de Admisión Escolar</b>	<b>26</b>
4.1. Garantías del diseño . . . . .	26
4.2. Características de la implementación . . . . .	28
4.3. Subcursos y cálculo de vacantes . . . . .	30
4.4. Algoritmo de asignación . . . . .	33
<b>5. Aproximación Teórica</b>	<b>35</b>
5.1. Notación y definiciones preliminares . . . . .	35
5.2. El caso continuo . . . . .	38
5.3. Un ejemplo sencillo . . . . .	42
5.3.1. El ambiente . . . . .	42
5.3.2. Estabilidad . . . . .	42



5.3.3. Estabilidad bajo reservas . . . . .	44
5.3.4. Segregación y Eficiencia . . . . .	45
5.4. El modelo . . . . .	47
<b>6. Evidencia Empírica</b>	<b>54</b>
6.1. Descripción del mercado . . . . .	54
6.2. Patrones de postulación . . . . .	56
6.3. Resultados . . . . .	66
<b>7. Conclusiones</b>	<b>70</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>75</b>
<b>8. Anexos</b>	<b>79</b>
8.1. Demostraciones . . . . .	79
8.2. Otros mercados . . . . .	85
8.2.1. Valparaiso, 2019 . . . . .	85
8.2.2. Santiago, 2019 . . . . .	88
8.2.3. Concepción, 2019 . . . . .	92

# Índice de Tablas

3.1. Número de variables y registros - Oferta . . . . .	15
3.2. Número de variables y registros - Postulantes . . . . .	15
3.3. Número de variables y registros - Postulaciones . . . . .	16
3.4. Número de variables y registros - Resultados . . . . .	17
3.5. Número de variables y registros - Relaciones entre postulantes . . . . .	18
3.6. Número de variables y registros - Directorio de establecimientos . . . . .	19
3.7. Número de variables y registros - Matrícula . . . . .	20
3.8. Número de variables y registros - SIMCE Segundo Básico . . . . .	20
3.9. Evolución del Sistema de Admisión Escolar . . . . .	21
3.10. Número de postulantes - Proceso regular de postulaciones . . . . .	22
4.1. Orden de prioridad en subcursos . . . . .	32
4.2. Preferencias de estudiantes por subcursos . . . . .	33
6.1. Resumen del mercado . . . . .	55
6.2. Largo promedio de los listados de preferencia . . . . .	56
6.3. Popularidad de los establecimientos . . . . .	56
6.4. Características de los establecimientos populares. . . . .	59
6.5. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	60
6.6. Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad de las primeras preferencias . . . . .	61
6.7. Popularidad media de la postulación . . . . .	61
6.8. Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad media de las postulaciones . . . . .	62
6.9. Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	63
6.10. Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	64
6.11. Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	64
6.12. Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	65
6.13. Resumen de los resultados . . . . .	66
8.1. Resumen del mercado . . . . .	85
8.2. Popularidad de los establecimientos. . . . .	85
8.3. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	86

8.4. Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	86
8.5. Resumen de los resultados . . . . .	86
8.6. Resumen del mercado . . . . .	89
8.7. Popularidad de los establecimientos. . . . .	89
8.8. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	89
8.9. Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	90
8.10. Resumen de los resultados . . . . .	90
8.11. Resumen del mercado . . . . .	92
8.12. Popularidad de los establecimientos. . . . .	93
8.13. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	93
8.14. Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	94
8.15. Resumen de los resultados . . . . .	94

# Índice de Figuras

2.1. Etapas del proceso . . . . .	8
2.2. Implementación gradual por regiones y niveles . . . . .	10
3.1. Distribución porcentual por tipo de estudiante . . . . .	22
3.2. Distribución de estudiantes por nivel . . . . .	23
3.3. Distribución porcentual de estudiantes por tipo de asignación . . . . .	24
3.4. Distribución acumulada de estudiantes por preferencia de asignación . . . . .	25
4.1. Criterios de prioridad . . . . .	29
4.2. Partición de cursos en subcursos . . . . .	31
5.1. Diagrama puntajes de corte . . . . .	43
6.1. Postulaciones a prekinder en la Región de Valparaíso, SAE 2018 . . . . .	55
6.2. Popularidad de los establecimientos . . . . .	57
6.3. Distribución geográfica de los establecimientos por tipo de popularidad . . . . .	58
6.4. Promedio SIMCE contra popularidad del establecimiento. . . . .	59
6.5. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	60
6.6. Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad de las primeras preferencias . . . . .	61
6.7. Popularidad media de las postulaciones . . . . .	62
6.8. Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad media de las postulaciones . . . . .	63
6.9. Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	63
6.10. Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	64
6.11. Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	65
6.12. Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1 . . . . .	65
6.13. Índices de Segregación . . . . .	67
6.14. Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante . . . . .	68
6.15. Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante . . . . .	68
6.16. Estudiantes asignados a su primera preferencia . . . . .	69
6.17. Distribución acumulada de las preferencias asignadas . . . . .	69
8.1. Popularidad de los establecimientos . . . . .	85

8.2. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	86
8.3. Índices de Segregación . . . . .	87
8.4. Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante . . . .	87
8.5. Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante	87
8.6. Estudiantes asignados a su primera preferencia . . . . .	88
8.7. Distribución acumulada de las preferencias asignadas . . . . .	88
8.8. Popularidad de los establecimientos . . . . .	89
8.9. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	90
8.10. Índices de Segregación . . . . .	90
8.11. Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante . . . .	91
8.12. Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante	91
8.13. Estudiantes asignados a su primera preferencia . . . . .	91
8.14. Distribución acumulada de las preferencias asignadas . . . . .	92
8.15. Popularidad de los establecimientos . . . . .	93
8.16. Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia . . . . .	93
8.17. Índices de Segregación . . . . .	94
8.18. Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante . . . .	94
8.19. Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante	95
8.20. Estudiantes asignados a su primera preferencia . . . . .	95
8.21. Distribución acumulada de las preferencias asignadas . . . . .	96

# Capítulo 1

## Introducción

Desde hace ya algunos años, Chile destaca por sus altos índices de desigualdad y prácticamente nula movilidad social (OECD, 2014, OECD, 2016, OECD, 2019). De acuerdo a datos de la OECD (2019), el ingreso promedio del 10 % más rico del país es 19 veces mayor que el ingreso promedio del 10 % más pobre, lo que deja a los chilenos como la segunda sociedad más desigual entre todos los países de la organización. De acuerdo al mismo estudio, la riqueza del 10 % más rico corresponde al 36 % de la total del país, indicador que le entrega el primer lugar del podio a Chile.

La literatura indica que la educación juega un factor central en la reproducción de la desigualdad del país, pues determina en gran medida las oportunidades a las que tendrán acceso los individuos (Puga, 2011). Más aún, “*La segregación educativa es una problemática de vital importancia para cualquier iniciativa que pretenda construir un sistema educacional basado en principios de equidad. En la medida en que existe segregación, el sistema educativo opera como un espacio que contribuye a reproducir desigualdades que persisten fuera de él*” (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile (2017a), pág. 49).

Sin embargo, el sistema educativo en Chile corresponde a uno profundamente segregado por clases (Valenzuela, Bellei y Los Ríos, 2008) y estructurado en base a lógicas de mercado, que provee incentivos que contribuyen a que la segregación además aumente de manera progresiva (Valenzuela, Bellei y De los Ríos, 2014).

Las condiciones anteriores serían las responsables de un agudo y creciente descontento social que se vería materializado en las históricas movilizaciones estudiantiles de 2006 y 2011 y, más tarde, a un esfuerzo de parte del Estado por contribuir a un sistema escolar más inclusivo, que se traduciría en la reforma educacional del segundo gobierno de Michelle Bachelet. En el marco de esta reforma, se promulga la denominada Ley de Inclusión Escolar, que sienta las bases para la constitución del Nuevo Sistema de Admisión Escolar.

Como aquellos popularizados durante los primeros años de la década del 2000 en las ciudades de Boston y Nueva York (Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth y Sönmez, 2005, Abdulkadiroğlu, Pathak y Roth, 2005), el Sistema de Admisión Escolar consiste esencialmente en un mecanismo centralizado de emparejamiento de estudiantes con establecimientos educacionales.

Si bien este tipo de políticas tiene resultados transparentes, eficientes y, en general, son considerados exitosos tanto por expertos en diseño de mercado como por tomadores de decisiones en política pública, la literatura proporciona poca información sobre su impacto en términos de segregación escolar. Más aún, los *trade-offs* en los que se incurre al incorporar cambios de diseño, que apunten por ejemplo a disminuir la segregación en las escuelas, no son claros.

En este contexto, el presente trabajo de título propone un modelo teórico de *school choice* en que un continuo de estudiantes se empareja con un conjunto discreto de colegios y lo complementa mediante una perspectiva empírica, basada en simulaciones numéricas y los datos del Sistema de Admisión Escolar.

El análisis empírico de la problemática documenta diferentes patrones de postulación por nivel socioeconómico, que son consistentes con la literatura existente tanto para el caso chileno (Carrasco y Honey, 2019, Eyzaguirre et al., 2019a, 2019b), como para otros contextos en la literatura internacional (Hoxby y Avery, 2012). Concretamente, se observa que estudiantes socioeconómicamente desaventajados postulan con menor intensidad a establecimientos de alta demanda, en comparación con sus pares de estratos socioeconómicos más altos. Se argumenta que estas diferencias en las preferencias de los agentes juegan un rol determinante en las implicancias de los distintos cambios de diseño.

Motivado por la observación anterior, el modelo teórico incorpora el efecto del nivel socioeconómico sobre las preferencias de los estudiantes, propone cambios de diseño sobre el mecanismo que actualmente rige el Sistema de Admisión Escolar y provee resultados de estática comparativa. Estos resultados teóricos se ilustran mediante un esquema de simulaciones numéricas que utiliza datos de preferencias reales provenientes de las principales ciudades de Chile.

La presente investigación es relevante, en cuanto contribuye a la literatura de *affirmative school choice* y al debate en torno a la toma de decisiones de política pública. Si bien trabajos recientes han explorado exhaustivamente como ciertos cambios de diseño, por ejemplo el cambio en las reglas para romper indiferencia (Erdil y Ergin, 2008, Ashlagi y Nikzad, 2020), impactan en la eficiencia del sistema, no existen resultados similares para el tipo de mecanismo que este documento analiza. Más específicamente, el trabajo complementa la literatura existente sobre *minority reserves* (Hafalir, Yenmez y Yildirim, 2013) y proporciona nuevos resultados teóricos que permiten caracterizar sus efectos en términos de segregación y eficiencia agregada del sistema.

Si bien el trabajo estudia segregación socioeconómica motivada por el contexto escolar en Chile, el modelo que se propone es de carácter general. Producto de lo anterior, sus aplicaciones se pueden encontrar en una gran cantidad de problemas complejos, como la asignación de médicos a hospitales públicos o el sesgo de género en la admisión universitaria. Las herramientas que se utilizan son de fácil extensión a otros contextos de relevancia nacional y los resultados que se proveen deben ser incorporados a la discusión sobre herramientas para reducir segregación en diferentes mercados.

La estructura del documento es como sigue:

- En el Capítulo 2, se analiza el contexto educacional chileno, se introduce la reforma que tiene como uno de sus pilares la ley que motiva el Sistema de Admisión Escolar y se realiza una revisión de la literatura que sustenta la investigación.
- En el Capítulo 3, se exponen las fuentes de datos utilizadas, se presentan estadísticas descriptivas y se exponen los resultados del Sistema de Admisión Escolar en sus primeros cuatro años de implementación.
- El Capítulo 4, detalla la implementación del algoritmo utilizado para la asignación de estudiantes a establecimientos educacionales y sienta las bases para la estrategia contrafactual a utilizar en el Capítulo 6.
- El Capítulo 5, formaliza las definiciones propias del problema de *school choice* que se aborda, revisa los resultados preliminares, plantea el modelo teórico y presenta los resultados principales de la investigación.
- En el Capítulo 6, se aborda detenidamente un mercado concreto utilizando las bases de datos del Sistema de Admisión Escolar y se presentan los resultados empíricos que confirman las conclusiones teóricas del capítulo anterior.
- El Capítulo 7 presenta las conclusiones de la investigación.
- El Capítulo 8, de anexos, recopila las demostraciones omitidas en el texto y replica el análisis del Capítulo 6 para otros mercados.

Todos los gráficos, figuras, diagramas y tablas que se presentan a lo largo del texto son de elaboración propia.



# Capítulo 2

## Antecedentes

El presente capítulo contextualiza la investigación. En primer lugar, se presentan las características generales del sistema escolar vigente en Chile y se enumeran algunos de los factores que motivan la última reforma educacional. Posteriormente, se reseñan las principales cualidades de la Ley de Inclusión de 2015 y se detalla el funcionamiento del Nuevo Sistema de Admisión Escolar. Por último, se presenta una breve revisión de la literatura en la que se sustenta el trabajo descrito a lo largo de este documento.

### 2.1. El sistema escolar chileno

El sistema escolar de Chile sienta sus bases en la década de 1980. En la época, el país enfrentaba serios problemas en cuanto a la cobertura y la calidad de la enseñanza. Con el argumento de mejorar el sistema en estos ámbitos, es que durante esta década se inicia un largo proceso de descentralización y privatización de la educación a lo largo del territorio nacional (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 1980).

Por una parte, la administración de los establecimientos educacionales se delega desde el Estado a las distintas municipalidades. Por otra, se incorporan nuevas instituciones, con declarados fines de lucro, y se instaura un nuevo sistema de financiamiento compartido basado en la subvención por estudiante. Uno de los argumentos centrales para lo anterior, pasa por la reconocida idea de que la disputa por estudiantes (y las subvenciones asociadas) llevaría a los establecimientos a competir en calidad. Estos últimos, se volverían innovadores y traerían revolucionarias mejoras a los procesos de aprendizaje. Las preferencias de los padres, y su capacidad de libre elección sobre la amplia gama de establecimientos municipales, llevaría a que aquellas escuelas de baja calidad se vieran obligadas a salir del mercado y, por lo tanto, a un incremento sostenido en la calidad del sistema como conjunto.

De esta manera, se constituyen tres tipos de establecimientos, que conformarían la base del sistema durante los siguientes 40 años. En un extremo, se encuentran los establecimientos municipales, administrados por los distintos municipios y cuyo financiamiento se constituye exclusivamente a partir de fondos estatales. En el otro, se ubican los establecimientos particulares pagados, que no reciben ningún tipo de subsidio estatal. Entre ambos, se encuentran

los establecimientos particulares subvencionados, cuyo financiamiento tiene un origen mixto. Estos últimos, reciben fondos que les proporciona el Estado y tienen permitido el cobro a los apoderados de sus estudiantes.

Producto de las diferencias en sus formas de financiamiento, los tres tipos de establecimientos terminan conformándose a partir de distintos tipos de estudiantes. Por un lado, los estudiantes de niveles socioeconómicos bajo y medio bajo se concentran en establecimientos municipales. En el otro extremo, los estudiantes de los estratos más altos conforman la matrícula de los establecimientos particulares pagados. Por su parte, los establecimientos particulares subvencionados constituyen su matrícula a partir de estudiantes de niveles socioeconómicos medios (Valenzuela, Bellei y Los Ríos, 2008, Elacqua, 2012).

Existe evidencia sugerente de que la segregación educativa ha aumentado de manera progresiva durante los últimos años (Valenzuela, Bellei y De los Ríos, 2014). Esto se le atribuye principalmente a los incentivos puestos en el sistema educativo, que por diseño opera siguiendo principios de mercado. La Ley General de Educación (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2009) genera ambigüedades que en la práctica se traducen en que los establecimientos educacionales utilizan mecanismos de selección en cursos anteriores a séptimo básico en base a criterios académicos o socioeconómicos (Carrasco, Bogolasky et al., 2014). En estudiantes de educación secundaria se observa una gama más amplia de criterios de selección y a los anteriores se le añade la discriminación de género o de índole religioso.

Históricamente, los resultados en pruebas estandarizadas de establecimientos particulares privados han sido mejores que aquellos de dependencia particular subvencionada. A su vez, los resultados de estos últimos superan los de los establecimientos municipales. No obstante, estudios muestran que estas diferencias no son significativas y, más aún, que en lugar de corresponder a diferencias en la calidad de los establecimientos, pueden atribuirse a las diferencias en el capital cultural de los estudiantes que cada tipo de establecimiento capta (Lara, Mizala y Repetto, 2011).

La discusión sobre porqué es relevante disminuir la segregación escolar es compleja, y el presente trabajo no pretende abordarla en profundidad. Sin embargo, es posible mencionar algunos de los argumentos del debate. Existe consenso en que la composición de las escuelas afecta el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Por una parte, estos efectos se perciben de manera directa por la influencia de los otros estudiantes (lo que se conoce como *peer effects*). Cuando la mayoría de los compañeros de clase provienen de un contexto vulnerable, tienen un bajo nivel de apoyo familiar o carecen de entusiasmo en el estudio, es probable que el interés por aprender y el nivel del aprendizaje decaigan. Por el contrario, cuando los estudiantes en el aula provienen de contextos socioeconómicamente aventajados, tienen altas expectativas o corresponden a estudiantes de alto rendimiento académico, estos influyen de manera positiva a sus pares. Evidencia empírica muestra además que estos *peer effects* se perciben con mayor fuerza en estudiantes de contextos vulnerables, lo que sugiere que aquellas políticas que disminuyan la segregación socioeconómica tienen el potencial de generar efectos positivos sobre el rendimiento promedio del sistema (Rodríguez Osorio, 2010).

Por otra parte, existe también un efecto indirecto que trae la composición del aula que pasa por el rol del profesor. Cuando la gran mayoría de la sala de clases proviene de un contexto vulnerable, tiene problemas de comportamiento o corresponde a estudiantes de bajo rendi-

miento, los docentes deben invertir demasiado tiempo deteniendo la clase, lo que se traduce en una cantidad efectiva de horas docentes más baja. Los docentes juegan un rol fundamental en cualquier sistema educativo y enfrentarse a contextos de extrema vulnerabilidad dificulta su labor, lo que nuevamente se traduce en niveles de aprendizaje más bajos.

Las diferencias mencionadas en los párrafos anteriores además se dan de forma asimétrica. Es decir, afectan de manera particularmente negativa a los estudiantes de contextos vulnerables que se concentran en escuelas muy homogéneas y potencia el desarrollo de aquellos que ya se encuentran en una posición de ventaja en escuelas homogéneas con estudiantes de los niveles socioeconómicos más altos. Además, estas diferencias no solo se perciben en el proceso de aprendizaje, si no que además se observa que persisten en los datos de acceso a la educación superior y en las trayectorias laborales de los sujetos (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2017a). Producto de lo anterior, es posible afirmar que la búsqueda por la reducción de la segregación responde simplemente a argumentos de justicia o equidad. Al permitir un sistema segregado se coartan las oportunidades de los estudiantes en contextos homogéneamente vulnerables y se beneficia a aquellos de estratos socioeconómicos más altos.

En teoría, las políticas educativas del país promueven un alto grado de libertad a las familias el momento de escoger un establecimiento educativo. Sin embargo, en la práctica esta libertad de acción jamás ha sido tan patente. La selección de los estudiantes por parte de las instituciones a cargo de la enseñanza, el alto grado de segregación geográfica del país y las barreras que impone el copago a los apoderados, coartan la libre decisión de escuela en Chile. Lo anterior, sumado a la aún pendiente promesa de que las lógicas de mercado llevarían a una mejora sostenida en la calidad de la educación, llevarían a fuertes olas de descontento social que se verían reflejados en las históricas manifestaciones estudiantiles de 2006 y 2011.

## **2.2. La Ley de Inclusión y el Sistema de Admisión Escolar**

Es en el contexto previamente descrito que, durante el segundo gobierno de la presidenta Michelle Bachelet, el Ministerio de Educación impulsó una Reforma Educacional integral y de largo plazo, pretendiendo abarcar toda la trayectoria educacional y generando acciones de impacto concreto, con el objetivo de construir una educación inclusiva, equitativa y de calidad (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2016).

En Educación Parvularia, se promueve la creación de miles de cupos para salas cuna y jardines infantiles. Del mismo modo, se otorgan los beneficios de la carrera docente a las educadoras de párvulos y se crea la Subsecretaría de Educación Parvularia (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015a).

En Educación Superior, se otorga la gratuidad a miles de estudiantes pertenecientes al 50 % más vulnerable de la población, se amplían las becas y los beneficios estudiantiles y se crean dos nuevas universidades estatales en las regiones de Aysén y O'Higgins.

En Educación Técnico Profesional, se crean centros de formación técnica ligados a universidades estatales (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2016b) y se impulsan planes de

estudio para fortalecer las competencias docentes en áreas técnicas.

En Educación Pública, se impulsa el proyecto que permitiría el traspaso de los establecimientos educacionales desde municipios a Servicios Locales de Educación, que más tarde se traduciría en la ley que crea el nuevo Sistema de Educación Pública (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2017).

En Educación Escolar, que es el contexto que concierne al presente trabajo, se promulgan dos leyes que representan una transformación profunda del sistema. La primera, con el objetivo de revalorizar la profesión docente, corresponde a la Ley de Sistema Nacional Docente (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2016a). La segunda, responsable de la creación del Sistema de Admisión Escolar, corresponde a la denominada Ley de Inclusión (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015b).

La Ley de Inclusión se compone de tres pilares fundamentales. En primer lugar, pone fin al lucro y garantiza que los recursos económicos se utilicen exclusivamente con fines educativos. En segundo, y de manera gradual, pone fin al copago, con el propósito de garantizar las oportunidades de acceso igualitarias a los establecimientos educacionales que reciben aportes del estado. Por último, regula la admisión de las y los estudiantes y prohíbe la selección en etapa escolar (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2017a).

Fruto de este último pilar es que, con la promulgación de la Ley de Inclusión en mayo de 2015, se crea el Nuevo Sistema de Admisión Escolar. De la misma forma que en países como Estados Unidos, Holanda, Bélgica, Alemania y Finlandia, este sistema corresponde a un mecanismo centralizado de emparejamiento entre estudiantes y establecimientos educacionales. Considerando las preferencias de los primeros sobre los segundos, así como las capacidades de estos últimos, la tarea del sistema es asignar a cada estudiante un establecimiento, respetando a la vez una serie de restricciones y criterios, propias del contexto chileno.

El Sistema de Admisión Escolar es claro, en cuanto todas sus reglas son de conocimiento común y se encuentran bien definidas. Es justo, pues todos sus participantes tienen las mismas posibilidades de ser admitidos en los establecimientos de sus preferencias, respetando ciertos criterios de prioridad establecidos por la Ley de Inclusión. Es transparente, en el sentido de que la asignación, individuo a individuo, es completamente explicable de acuerdo a las reglas que el mismo sistema impone. Más aún, todos los datos respectivos se publican año a año y las asignaciones de cada proceso se pueden replicar con precisión.

El funcionamiento del sistema puede resumirse en procesos independientes, de duración anual, como se esquematiza en la Figura 2.1. Aproximadamente, los primeros dos tercios de cada año corresponden a la fase previa a las postulaciones. Durante este período, la Unidad de Inclusión y Admisión Escolar del ministerio, está encargada de recopilar toda la información necesaria para la aplicación del sistema, así como de capacitar a los distintos actores que lo conforman. Es durante esta etapa, que los distintos sostenedores y establecimientos educacionales realizan los reportes de toda la información que a ellos les compete. Los restantes cuatro o cinco meses de cada año, corresponden a los procesos de postulación, asignación, publicación de resultados y matrícula en los establecimientos (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2019). Cada año se realiza este proceso para regular la admisión del año escolar siguiente.

Las postulaciones a través del Sistema de Admisión Escolar, pueden dividirse en dos grandes períodos o procesos, consecutivos y dependientes el uno del otro. En primer lugar, ocurre el período regular (o principal) de postulaciones y, posteriormente, el período complementario. Durante cada una de estas fases, los apoderados reportan sus preferencias por escuelas al Ministerio de Educación, entidad que luego empareja oferta con demanda.

El período regular de postulaciones corresponde a la fase más demandante y compleja que enfrenta el sistema de admisión. Durante esta, se presenta toda la oferta educativa disponible a los apoderados mediante una plataforma web, que se describe más adelante. Los apoderados eligen todos los establecimientos a los que deseen postular y los ordenan de acuerdo a sus preferencias. A partir de estos *rankings* elaborados por cada familia, el ministerio utiliza un algoritmo<sup>1</sup> de tipo aceptación diferida (Gale y Shapley, 1962) y asigna, a cada estudiante, un único cupo dentro de uno de los establecimientos de su listado. Mediante la misma plataforma web, se le comunica a los apoderados el resultado de la asignación, quiénes deben explícitamente aceptarlo, o bien, rechazar su asignación y participar del proceso complementario<sup>2</sup>.

El período complementario sigue una estructura similar. Sin embargo, de este participan únicamente aquellas familias que no hubieran participado de la fase regular, o bien, aquellas que no hubieran encontrado un cupo durante esta. En el transcurso de esta etapa, se expone a la comunidad escolar la oferta disponible, considerando los resultados del período regular. Los apoderados nuevamente elaboran listados ordenados de establecimientos, que responden a las preferencias individuales de cada uno. El ministerio nuevamente ejecuta un algoritmo de asignación (muy similar al de la fase regular) y, posteriormente, los resultados se comunican a los apoderados. Durante esta fase no existe la posibilidad de que un estudiante quede sin asignación, pues la ley establece que si esto ocurriera, se debe asignar a dicho estudiante un cupo en el establecimiento más cercano que contara con vacantes disponibles (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015b). Tampoco existe la posibilidad de que los apoderados rechacen el establecimiento que les fue asignado, pues después de este proceso de postulación no hay otro hasta el año siguiente.

Con los resultados de la fase complementaria, se procede al proceso de matrícula, que cada familia realiza de manera independiente en los establecimientos educacionales respectivos.

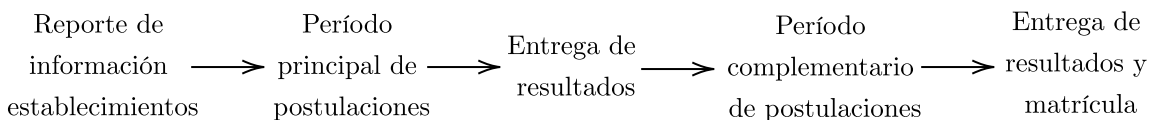


Figura 2.1: Etapas del proceso

<sup>1</sup>Este algoritmo ha sido desarrollado e implementado, desde que comenzara a aplicarse el sistema, por el Departamento de Ingeniería Industrial de la Universidad de Chile.

<sup>2</sup>Dependiendo del año de implementación, la respuesta de los apoderados podría ser ligeramente más compleja de lo que el presente documento expone. Por ejemplo, las decisiones podrían estar ligadas a la implementación de listas de espera.

En el corazón del Sistema de Admisión Escolar, se encuentra la plataforma de postulación<sup>3</sup>. Diseñada y construida por el Ministerio de Educación, esta plataforma consiste en un sistema computacional de primer nivel, que permite recopilar y exponer toda la información necesaria para el óptimo emparejamiento de estudiantes con establecimientos educacionales.

En primer lugar, la plataforma permite consolidar toda la información que debe ser internalizada por el sistema de forma previa a las postulaciones. Parte de esta, proviene desde otras instituciones estatales. Tal es el caso de las relaciones de consanguinidad de los estudiantes y su nivel socioeconómico, datos que provee el Registro Civil y el Ministerio de Desarrollo Social y Familia, respectivamente. Otra porción de la información que se recopila durante los meses previos a la postulación, corresponde a características propias de los establecimientos educacionales, que se obtienen mediante los reportes de cada uno. Conectándose directamente con el Sistema de Información General de Estudiantes (SIGE)<sup>4</sup>, la plataforma del sistema de admisión consolida toda la información propia de los establecimientos, como sus indicadores de calidad<sup>5</sup> y el número de vacantes disponibles.

En segundo lugar, la plataforma se traduce en un sistema informativo para las familias, inédito en la historia de la educación chilena. En la plataforma se pueden encontrar todos los datos relevantes de los establecimientos, tales como el detalle sobre sus proyectos educativos, los reglamentos internos, indicadores de calidad, información sobre su infraestructura, si ofrece o no programas especiales, el tipo de actividades extra-programáticas que imparte, el número de estudiantes por sala, la matrícula total del establecimiento, el monto del copago, entre otros.

Sin embargo, la funcionalidad principal de la plataforma de postulación, como su nombre lo indica, es capturar las postulaciones de los estudiantes y sus familias. Después de haber revisado la oferta educativa, la plataforma permite que los participantes del sistema listen todos los establecimientos de sus preferencias, debiendo incluir al menos dos<sup>6</sup> y adherir a todos los proyectos educativos de las escuelas que se deseen incorporar en el listado. Después de concluidos los procesos de postulación, las preferencias se procesan, como fue previamente mencionado, y los resultados son informados mediante la misma plataforma a los postulantes.

Desde que comenzara su implementación en el año 2016, la aplicación del Sistema de Admisión Escolar se ha realizado de manera gradual en dos sentidos. El primero, es de tipo geográfico. Si bien el sistema está concebido para ser aplicado de manera nacional, cada año se han incorporado distintas regiones. El segundo, de índole etaria, guarda relación con los niveles de los estudiantes que participan. A pesar de que el diseño del sistema permite la implementación del mismo desde pre-kinder a cuarto medio, durante el primer año de aplicación en cada región solo participan los cinco niveles principales de ingreso: pre-kinder, kinder, primero básico, séptimo básico y primero medio.

---

<sup>3</sup>Visitar <https://www.sistemadeadmisionescolar.cl>.

<sup>4</sup>El SIGE corresponde a la plataforma que el Ministerio de Educación ha dispuesto con el objetivo de integrar toda la información de sostenedores, establecimientos educacionales, docentes y estudiantes.

Visitar: <https://www.ayudamineduc.cl/ficha/descripcion-general-sige-4>

<sup>5</sup>La Agencia de Calidad de la Educación determina indicadores de calidad para cada establecimiento. Visitar: <https://ayudamineduc.cl/ficha/descripcion-general-de-la-agencia-de-calidad-de-la-educacion-5>

<sup>6</sup>En zonas rurales se permite postular solo a un establecimiento.

De esta forma, durante el primer año de implementación, solo se aplicó el sistema en la Región de Magallanes y la Antártica Chilena y solo participaron estudiantes que estuvieran postulando a cursos, para el año académico 2017, pertenecientes a los cinco niveles principales de ingreso. Durante el segundo año de implementación, Magallanes aplicó el sistema en todos los niveles desde pre-kinder a cuarto medio y, además, se incorporaron las regiones de Tarapacá, Coquimbo, O’Higgins y Los Lagos, cada una con los cinco niveles principales de ingreso. En el proceso de postulación del año 2018, para el año escolar 2019, estas regiones participaron con todos sus niveles y se sumaron los niveles principales en todas las regiones restantes del país, con la única excepción de la Región Metropolitana. Durante el año 2019, el proceso se aplicó en todas las regiones del país y solo en la región Metropolitana participaron únicamente estudiantes que estuvieran postulando a cursos de los cinco niveles. En el resto del país participaron los estudiantes, desde pre-kinder a cuarto medio. En el proceso de postulación 2020, para la admisión del año escolar 2021, el sistema debe implementarse por primera vez en todos los niveles y en todas las regiones del país.

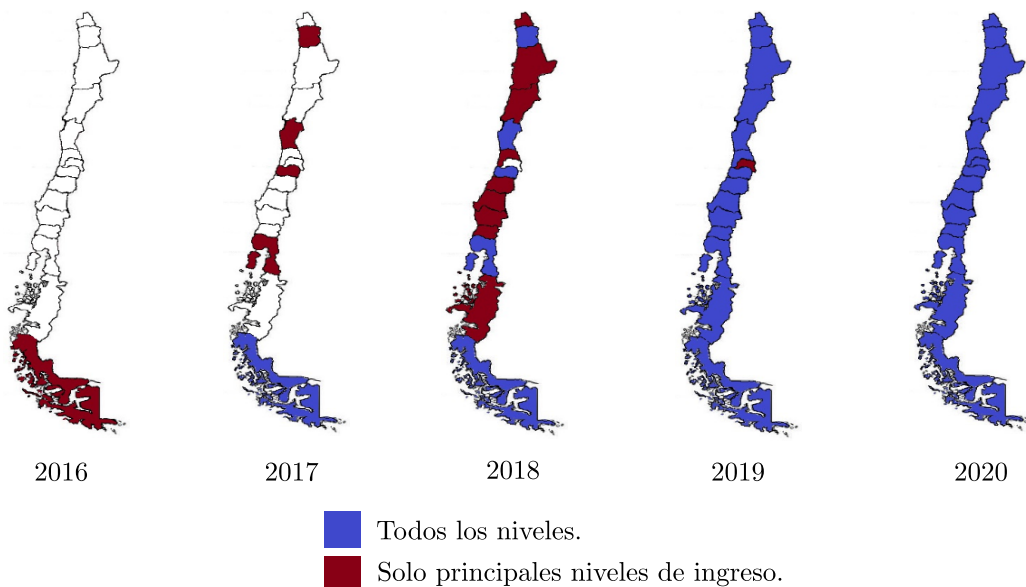


Figura 2.2: Implementación gradual por regiones y niveles

## 2.3. Revisión de la literatura

El presente trabajo de título se enmarca en la literatura de *matching*, *affirmative school choice* y *market design*.

El estudio de aquellos mercados en que el sistema de precios no juegan un rol principal (o bien no juega rol alguno), ha recibido creciente atención durante las últimas décadas. Ejemplos de este tipo de mercados se pueden encontrar en la asignación de médicos a hospitales (Roth y Peranson, 1999), de órganos a pacientes (Roth, Sönmez y Unver, 2004, 2005, 2007) o de estudiantes a establecimientos educacionales (Abdulkadiroğlu y Sönmez, 2003, Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth y Sönmez, 2005, Abdulkadiroğlu, Pathak y Roth, 2005, 2009).

La idea central con que se abordan problemáticas de este tipo, proviene del brillante

trabajo de Gale y Shapley (1962), quienes plantean un modelo abstracto de matrimonios entre hombres y mujeres e introducen el célebre algoritmo de aceptación diferida. Sin embargo, las aplicaciones prácticas se popularizan durante la década del 90, principalmente gracias al trabajo de Roth (1984).

Las experiencias prácticas en el área de *school choice* se comienzan a documentar con mayor frecuencia a comienzos de los años 2000. Abdulkadiroğlu y Sönmez (2003) estudian la asignación de estudiantes a establecimientos en la ciudad de Boston y formalizan dos mecanismos de asignación de estudiantes. El primero, basado en el ya mencionado algoritmo de aceptación diferida y, el segundo, basado en el algoritmo de intercambio de ciclos de mejora, descrito en Shapley y Scarf (1974). Los autores recalcan la importancia de mecanismos *a prueba de estrategias* y señalan además el inevitable *tradeoff* existente entre eficiencia y estabilidad, lo que abre la discusión al respecto.

Si bien, Roth (1982) muestra que cualquier mecanismo estable es manipulable, cuando las preferencias de un lado del mercado son conocidas, el algoritmo de aceptación diferida (en que los estudiantes proponen), es tanto estable como a prueba de estrategias (Roth, 1982). Esta propiedad ha resultado fundamental para alcanzar la popularidad de la que goza el algoritmo. Ergin y Sönmez (2006) y Pathak y Sönmez (2008) estudian la eficiencia de la asignación y el comportamiento de los agentes cuando ellos se enfrentan a mecanismos manipulables, recalcando la idea de que los mecanismos a prueba de estrategias resultan deseables. A partir de los casos de Chicago (2008) e Inglaterra (2007), Pathak y Sönmez (2013) evidencian que los mecanismos que no cumplen con esta característica, además son mal percibidos por la sociedad.

Otra arista que ha sido bastante explorada en la literatura, en favor de los mecanismos de tipo aceptación diferida, tiene que ver con la optimalidad del algoritmo para el lado que propone, que en general corresponde al de los estudiantes. A diferencia de mercados como el del trabajo, típicamente en *school choice* las preferencias de los establecimientos no son estrictas. En su lugar, a muchos estudiantes se les asigna la misma prioridad, por ejemplo a partir del lugar donde residen o producto de los hermanos que tienen. Como el algoritmo requiere rankings estrictos de ambos lados del mercado sobre el otro, esto ha generado bastante discusión, tanto de parte de la academia como de los tomadores de decisiones en política pública.

Abdulkadiroğlu y Sönmez (2003) sugieren que romper empates usando un único ranking sobre todos los estudiantes es una buena idea bajo aceptación diferida, y varios trabajos posteriores exploran esa idea en mayor profundidad. Abdulkadiroğlu, Pathak y Roth (2009) muestran que cualquier matching estable estudiante-óptimo puede obtenerse mediante una lotería única sobre todos los estudiantes. Además, cuantifican los efectos de usar una lotería única o múltiples loterías usando datos de las ciudades de Boston y Nueva York. Erdil y Ergin (2008) muestran que no existe ningún mecanismo a prueba de estrategias que produzca un matching estudiante-óptimo cuando los ranking de prioridad de los establecimientos son a grupos. Más recientemente, Ashlagi y Nikzad (2020) también comparan los efectos de usar una lotería única contra los de aplicar múltiples loterías y logran identificar que el balance entre oferta y demanda corresponde a un factor determinante en esta comparación.

Por otra parte, Abdulkadiroğlu, Che y Yasuda (2015) y Azevedo y Leshno (2016), extien-



den los resultados clásicos, proponiendo ambientes continuos y generando un nuevo marco teórico que entrega herramientas para el modelamiento de ciertos mercados. Entre otros resultados, los autores muestran que en el caso continuo, un matching estable siempre existe, que en general este matching es único y que además corresponde a la aproximación de matching estables de economías discretas. Otro resultado interesante, señala que un problema de matching en un mercado suficientemente grande, es similar a un problema clásico de emparejamiento entre oferta y demanda en un mercado competitivo.

Por su lado, Ehlers et al. (2014) y Echenique y Yenmez (2015) estudian *controlled school choice*. Como en sus problemas, el mecanismo que rige el Sistema de Admisión Escolar extiende ligeramente el marco teórico de los problemas clásicos. Además de garantizar estabilidad en la asignación, el diseño pretende simultáneamente asegurar un mínimo de heterogeneidad en los establecimientos. Más en la línea de la presente investigación, Hafalir, Yenmez y Yildirim (2013) proponen la noción de *reservas para minorías*, en contraposición a la idea previamente establecida de *cuotas para mayorías*. Los autores comparan estas medidas en términos de bienestar y muestran que, bajo aceptación diferida, la segunda resulta dominada (en el sentido de Pareto) por la primera.

Sin embargo, los efectos concretos de este tipo de políticas sobre problemas reales de *school choice* han sido poco explorados y la magnitud con que ellas impactan sobre segregación escolar no es clara. Con esto en mente, Gortázar, Mayor y Montalbán (2020) estudian los cambios en las preferencias producto de decisiones de diseño usando datos de la ciudad de Madrid. Su investigación sugiere que para alcanzar objetivos de diversidad, es necesario delinear cuidadosamente la forma de asignar prioridades, producto de los distintos efectos que traen consigo los cambios de diseño<sup>7</sup>.

La literatura clásica de *school choice* se ha enfocado principalmente en las características y las propiedades teóricas de los mecanismos cuando las preferencias de los agentes son cualquiera. Sin embargo, literatura reciente sugiere que es relevante incorporar al análisis el hecho de que no todos los estudiantes postulan de la misma forma. Hoxby y Avery (2012) muestran que estudiantes de bajos recursos y alto rendimiento postulan con mucha menor intensidad a universidades de alta demanda, en comparación a sus pares de posiciones socioeconómicas más aventajadas. En el contexto chileno, Eyzaguirre et al. (2019a) y Eyzaguirre et al. (2019b) identifican un mercado sesgo socioeconómico en las preferencias de las familias. Cuando se comparan con sus pares de más recursos, estudiantes prioritarios postulan significativamente más a escuelas municipales y menos a establecimientos con copago, aún cuando en muchos casos estos últimos les resulten gratuitos. En la misma línea, Carrasco y Honey (2019) estudian la distribución de los estudiantes, por nivel socioeconómico y desempeño del establecimiento al que asisten. Su investigación muestra que esta distribución se ha mantenido prácticamente inalterada luego de los primeros años de implementación del Sistema de Admisión Escolar e identifican, como factor fundamental, las diferencias en las postulaciones de los distintos grupos de estudiantes.

---

<sup>7</sup>El mecanismo utilizado en la ciudad de Madrid no corresponde a uno de tipo aceptación diferida.

# Capítulo 3

## Datos

Como se mencionó en el capítulo introductorio, la presente investigación pretende analizar los efectos que traerían posibles cambios de diseño sobre el mecanismo que rige el Sistema de Admisión Escolar. Con este objetivo, el trabajo se constituye mediante dos perspectivas paralelas y complementarias. Por una parte, se construye un modelo teórico, que permite capturar las características esenciales del sistema e ilustrar las propiedades analíticas que conllevan sus distintas alteraciones. Por otra, se realiza un análisis contrafactual basado en modificaciones algorítmicas y simulaciones numéricas. Utilizando datos reales, se cuantifican los efectos que se obtendrían tras la incorporación de las distintas propuestas de política pública. El presente capítulo describe las fuentes de información utilizadas para llevar a cabo lo relativo a este último enfoque.

La primera sección enumera las bases de datos utilizadas, describe brevemente las variables que cada una contiene, da cuenta de sus volúmenes y explicita el interés que manifiestan. La siguiente, presenta estadísticas descriptivas e ilustra la evolución, desde un punto de vista meramente cuantitativo, del Sistema de Admisión Escolar.

### 3.1. Descripción de las bases de datos

A lo largo de esta sección se describen, a grandes rasgos, las bases de datos utilizadas durante la investigación. En primer lugar, se presenta la información directamente relacionada con el Sistema de Admisión Escolar, que corresponde a aquella de carácter esencial para el análisis. Posteriormente, se describen otras bases de datos provenientes del Ministerio de Educación. Estas últimas contienen características agregadas y propias de cada establecimiento educacional, o bien, datos individualizados a nivel de estudiante. Finalmente, se revisa el contenido de las bases de datos del SIMCE utilizadas, proporcionadas por la Agencia de Calidad de la Educación.

### 3.1.1. Sistema de Admisión Escolar

A continuación, se describe la información contenida en las bases de datos del Sistema de Admisión Escolar, en su versión correspondiente al año 2018<sup>1</sup>. El Ministerio de Educación publica, durante los primeros meses de cada año, todos los datos relativos a los procesos de admisión a establecimientos educacionales subvencionados o que reciben aportes del Estado. Esta base de datos, que se compone de seis tipos de archivos, contiene toda la información necesaria para replicar y analizar el proceso completo. Los archivos se separan por fase, regular o complementaria, y abarcan información a nivel de estudiantes, postulaciones declaradas y establecimientos educacionales participantes.

Como se mencionó en la sección 2.2, las postulaciones, que se realizan a través del Sistema de Admisión Escolar, se efectúan con un año de anticipación. Es decir, para matricularse en un establecimiento educacional durante un año determinado, se debe postular el año previo a través del sistema. A lo largo de todo el documento, cuando se habla de los datos del año  $t$  o del proceso del año  $t$ , se entenderá que las postulaciones se realizan durante el año  $t$  para la admisión al año escolar  $t + 1$ .

La mayoría de las bases de datos descritas en esta sección son de libre acceso<sup>2</sup> y pueden ser descargadas, junto con sus correspondientes esquemas de registro, desde la plataforma que el Ministerio ha dispuesto para ello<sup>3</sup>. Solo se describen cinco de los seis archivos que componen la Base de Datos del Sistema de Admisión Escolar, que corresponden a los utilizados en el presente trabajo. Para mayor información, referirse directamente a los manuales respectivos (Equipo Sistema de Admisión Escolar, 2017, 2018, 2019, 2020).

#### 3.1.1.1. Oferta

La información correspondiente a la oferta educativa para los procesos regular y complementario se registra en los archivos denominados A1 y A2, respectivamente. Cada registro en estos archivos representa un par (establecimiento, curso). El primer elemento de cada par se identifica a partir de su RBD y el segundo a partir de su COD\_CURSO. El Rol de Base de Datos (RBD), es una variable que identifica únicamente a cada establecimiento educacional oficialmente reconocido por el estado de Chile, de forma análoga a como el RUN identifica a cada individuo. Esta variable permite cruzar información con otras fuentes del Ministerio de Educación. Por el contrario, el COD\_CURSO es una variable que utiliza únicamente el Sistema de Admisión Escolar con el objetivo de identificar una unidad mínima desde el punto de vista de la oferta. Tanto la declaración de cupos de los establecimientos como las postulaciones de los apoderados se realizan a nivel de COD\_CURSO.

La Tabla 3.1 reporta el número de variables y registros contenidos en los archivos de oferta para cada uno de los cuatro años de implementación.

---

<sup>1</sup>Los datos de este año corresponden a los mayoritariamente utilizados. Las bases de 2016, 2017 y 2019 contienen esencialmente la misma información, y las diferencias entre uno y otro año son menores.

<sup>2</sup>Solo un archivo dentro de los que aquí se presentan, no corresponde a información pública.

<sup>3</sup>Ver: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20514/descarga-bases-de-datos-sistema-de-admission-escolar/>.

Tabla 3.1: Número de variables y registros - Oferta

Año	Fase regular		Fase complementaria	
	VARIABLES	Registros	VARIABLES	Registros
2016	12	214	12	214
2017	22	6.615	18	6.625
2018	23	32.197	22	32.197
2019	23	67.340	22	67.357

Para cada par (establecimiento, curso) los archivos entregan información asociada al tipo de jornada en que se ofrece el curso (mañana, tarde o completa), el género de los estudiantes que puede admitir (masculino, femenino o mixto), el lugar geográfico donde son sus clases (coordenadas latitud, longitud), si cobra o no copago, los cupos totales con que el curso cuenta y las vacantes de las que dispone.

### 3.1.1.2. Postulantes

La información a nivel de estudiante se presenta en los archivos denominados B1 y B2. De manera análoga al caso anterior, la terminación en 1 se asocia al proceso regular, mientras que la terminación en 2 se asocia al complementario. Cada registro en uno de estos archivos identifica un estudiante a partir de su MRUN. Esta variable, que corresponde a una máscara del RUN generada por el Centro de Estudios del Ministerio de Educación, permite trabajar con datos individualizados y, al mismo tiempo, anonimizados. El MRUN asociado a un estudiante es común entre todas las bases de datos que consolide el ministerio. Esto último permite seguir a un estudiante a lo largo de los distintos procesos del SAE y, además, obtener información registrada en otras bases de datos, como por ejemplo, sus puntajes SIMCE.

La Tabla 3.2 reporta el número de variables y registros contenidos en los archivos de postulantes para cada uno de los cuatro años de implementación. Notar que como cada registro se asocia a un estudiante, el número de registros corresponde con el de estudiantes participantes para cada caso.

Tabla 3.2: Número de variables y registros - Postulantes

Año	Fase regular		Fase complementaria	
	VARIABLES	Registros	VARIABLES	Registros
2016	8	3.436	8	439
2017	10	76.821	9	9.507
2018	8	274.990	7	46.698
2019	8	483.070	7	87.604

A nivel de postulantes, la base de datos del Sistema de Admisión Escolar comprende el nivel al que cada uno postula (desde prekindergarten a cuarto medio), su género (hombre, mujer u otro), si el estudiante es o no prioritario, si pertenece al 20% superior del ranking

de notas de su establecimiento de origen, la georreferenciación de su domicilio declarado<sup>4</sup> (coordenadas latitud, longitud) y una aproximación de la calidad con que se obtuvo dicha georreferenciación.

La calidad de estudiante prioritario resulta de interés para la presente investigación, pues corresponde a la única caracterización socioeconómica de los estudiantes que se provee en las bases de datos del sistema de admisión. Además, la Ley de Inclusión establece que estudiantes con esta característica tendrán prioridad al momento de postular, bajo ciertas condiciones que se explicitan posteriormente en el capítulo 4. Un estudiante prioritario es aquel para quién la situación socioeconómica de su hogar puede dificultar sus posibilidades de enfrentar el proceso educativo y para contar con esta característica se debe cumplir con una serie de requisitos. Para mayor información, ver la Ley SEP (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2008).

### 3.1.1.3. Postulaciones

Los archivos C1 y C2 proporcionan las preferencias declaradas por los postulantes para la fase regular y la complementaria, respectivamente. Cada registro de estas matrices corresponde a una tupla (MRUN, RBD, COD\_CURSO, PREFERENCIA\_POSTULANTE). Las primeras tres variables de cada una se corresponden con las homónimas, previamente descritas. La última variable, corresponde a la posición absoluta que la alternativa representa dentro del ranking ordenado que manifiesta cada estudiante.

La Tabla 3.3 presenta el número de variables y registros contenidos en los archivos de postulaciones para cada uno de los cuatro años de implementación.

Tabla 3.3: Número de variables y registros - Postulaciones

Año	Fase regular		Fase complementaria	
	Variables	Registros	Variables	Registros
2016	10	11.887	10	1.192
2017	14	276.112	11	26.285
2018	14	934.884	11	128.792
2019	14	1.685.900	11	238.918

Además de proporcionar el listado de preferencias para cada estudiante, estos archivos contienen una serie de variables relevantes. Estas, permiten identificar cuando un estudiante tiene “matrícula asegurada” (es decir, cuenta con el cupo garantizado en ese establecimiento por encontrarse previamente matriculado ahí), cuando tiene prioridad por tener un hermano previamente matriculado, ser hijo de algún funcionario, o bien, ser ex-alumno del establecimiento al que postula. El archivo también registra los números aleatorios obtenidos por cada estudiante en los distintos establecimientos y las posiciones absolutas cuando la alternativa

<sup>4</sup>En realidad se reporta la ubicación de su domicilio más un error aleatorio pequeño. Este error se agrega con el objetivo de proporcionar bases de datos que permitan la investigación utilizando información geográfica, pero que al mismo tiempo protejan la identidad de los postulantes.

a la que se postula realiza procedimientos especiales de alta exigencia o tiene Programa de Integración Escolar.

#### 3.1.1.4. Resultados

Las bases de datos del Sistema de Admisión Escolar proporcionan, además, los resultados obtenidos por cada postulante. Esta información se publica cada año a través de los archivos D1 y D2, para el proceso regular y el complementario, respectivamente. Cada registro en estos archivos corresponde a una tupla (MRUN, RBD\_ADMITIDO, COD\_CURSO\_ADMITIDO), que permiten identificar, para cada estudiante, el resultado obtenido luego de ejecutar el algoritmo de asignación que se describe en el Capítulo 4. Además, estos archivos contienen las respuestas de los postulantes luego de recibir el resultado del proceso regular.

La Tabla 3.4 presenta el número de variables y registros contenidos en los archivos de resultados para cada uno de los cuatro años de implementación. Notar que el número de registros de esta tabla corresponde con el número de la Tabla 3.2, de postulantes. Esto es coherente, pues cada estudiante que participa del sistema obtiene algún resultado.

Tabla 3.4: Número de variables y registros - Resultados

Año	Fase regular		Fase complementaria	
	Variables	Registros	Variables	Registros
2016	9	3.436	5	439
2017	7	76.821	4	9.507
2018	8	274.990	4	46.698
2019	8	483.070	4	87.604

En la presente investigación, estos archivos se utilizan únicamente como un medio de validación para los resultados obtenidos. Como se explicará más adelante, en el capítulo 4, la presente investigación replica de manera minuciosa el algoritmo utilizado por el Sistema de Admisión Escolar. La asignación obtenida, cuando los parámetros corresponden, resulta exactamente la descrita por los archivos D1<sup>5</sup>.

#### 3.1.1.5. Relaciones

Por último, los registros de los archivos F1 y F2 se identifican a partir de un par (MRUN\_1, MRUN\_2), que corresponden a los MRUN de dos estudiantes que participan del mismo proceso. Estos archivos son los que permiten identificar relaciones de hermandad y condiciones de postulación en bloque para los distintos períodos.

Una vez más, la Tabla 3.5 presenta el número de variables y registros contenidos en los archivos de relaciones entre postulantes para cada uno de los años. Para la versión 2016 del proceso, estos archivos no existen.

<sup>5</sup>Como se verá, los distintos análisis efectuados a lo largo de este trabajo comprenden únicamente los procesos regulares, por lo que los archivos D2 no se utilizan.

Tabla 3.5: Número de variables y registros - Relaciones entre postulantes

Año	Fase regular		Fase complementaria	
	VARIABLES	REGISTROS	VARIABLES	REGISTROS
2016	-	-	-	-
2017	4	4.713	4	293
2018	5	25.889	5	3.210
2019	5	59.749	5	8.201

### 3.1.1.6. Matrícula Asegurada

El último de los archivos utilizados en la presente investigación, dentro de los que guardan directa relación con el Sistema de Admisión Escolar, proporciona la matrícula asegurada de cada establecimiento. Este archivo permite identificar, en cada par (RBD, COD\_CURSO), la cantidad de estudiantes que no postulan a través del sistema, pero tienen continuidad garantizada, dadas las matrículas para el año en curso y los reportes de cupos.

Este archivo no se encuentra en las bases de datos publicadas por el Ministerio y no es necesario para replicar de manera efectiva los resultados de la asignación oficial. Sin embargo, su contenido es esencial para poder ejecutar las simulaciones numéricas que se describen en el Capítulo 6. Con motivo de lo anterior, estos datos fueron solicitados por Transparencia para los procesos regulares de los años 2018 y 2019.

## 3.1.2. Ministerio de Educación

Además de las bases propias del Sistema de Admisión, la presente investigación utiliza otras fuentes de datos. Estas últimas, también correspondientes a información proveniente del sistema educativo, permiten recuperar características de los estudiantes, como su rendimiento histórico y los establecimientos en que han estado previamente matriculado. Asimismo, permiten obtener cualidades propias de los establecimientos, como su dependencia administrativa y la cantidad de estudiantes matriculados que han tenido a través de los años.

### 3.1.2.1. Directorio de establecimientos

El Directorio Oficial de Establecimientos corresponde a una base de datos que reúne información de todos los establecimientos educacionales de Chile. Esta base de datos se encuentra a cargo de la Unidad de Estadísticas del Departamento de Estudios y Desarrollo del Ministerio de Educación, entidad que la publica todos los años<sup>6</sup>. La información se estructura a nivel de RBD y permite obtener información relevante para todos los establecimientos que participan del Sistema de Admisión Escolar.

Las dimensiones, en términos de variables y número de registros, para cada año entre 2004 y 2019 se presentan en la Tabla 3.6.

<sup>6</sup>Descargar desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20015/descarga-bases-de-datos-directorio-de-establecimientos-educacionales/>.

Tabla 3.6: Número de variables y registros - Directorio de establecimientos

Año	VARIABLES	REGISTROS
2004	19	11.289
2005	21	11.561
2006	20	11.665
2007	20	11.750
2008	23	11.894
2009	22	12.097
2010	18	12.144
2011	18	12.063
2012	18	12.174
2013	22	12.114
2014	28	12.061
2015	31	15.914
2016	34	15.990
2017	34	16.024
2018	34	16.044
2019	37	16.236

El Directorio de Establecimientos permite asociar, a cada establecimiento que participa del sistema de admisión, información relevante. Dentro de las variables que se pueden encontrar en esta base de datos destacan: el sostenedor del establecimiento, su tipo de dependencia administrativa, la región, provincia, comuna y el departamento provincial al que pertenece cada uno, indicadores de ruralidad e información sobre el copago mensual.

Además de permitir incorporar información relevante para los años en que se ha implementado el Sistema de Admisión, el Directorio de Establecimientos proporciona otra ventaja considerable: al encontrarse registrada desde principios de los años noventa, es posible obtener información relevante para los años previos a 2016.

### 3.1.2.2. Matrícula por estudiante

Los archivos de matrícula que publica el Ministerio de Educación contienen información individualizada a nivel de estudiante y permiten asociar a cada individuo la información correspondiente a su matrícula escolar en cada año. Como ocurre con el Directorio de Establecimientos, esta base de datos se encuentra a cargo de la Unidad de Estadísticas del Departamento de Estudios y Desarrollo del MINEDUC<sup>7</sup>. Para cada año entre 2016 y 2019, la Tabla 3.7 presenta el número de variables y registros de la tabla de matrícula correspondientes.

<sup>7</sup>Descargar desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/19776/descarga-bases-de-datos-de-matricula-por-estudiante/>.



Tabla 3.7: Número de variables y registros - Matrícula

Año	Variables	Registros
2016	33	3.550.949
2017	35	3.558.394
2018	34	3.582.448
2019	35	3.624.343

### 3.1.3. Agencia de Calidad de la Educación

Entre las funciones que ella desempeña, la Agencia de Calidad de la Educación proporciona a la comunidad académica detalladas fuentes de información. Entre ellas se encuentran las bases de datos de Categorías de Desempeño, las de Indicadores de Desarrollo Personal y las de los resultados SIMCE. Estas bases de datos pueden ser de carácter público por contener información agregada<sup>8</sup>, o bien, de carácter privado al contener datos desagregados a nivel de individuos<sup>9</sup>.

#### 3.1.3.1. SIMCE

De todas las bases de datos que dispone la Agencia de Calidad de la Educación, la presente investigación utiliza únicamente las bases de datos del SIMCE. Más aún, se utilizan únicamente los resultados de la evaluación para segundo básico del año 2015. Además, se utiliza la versión pública de estos datos, es decir, aquella agregada a nivel de establecimiento y no la individualizada a nivel de estudiantes.

El archivo de resultados del SIMCE a nivel de establecimiento permite identificar, para cada RBD: su dependencia administrativa, su grupo socioeconómico, su ruralidad, el puntaje promedio en las pruebas que correspondan, el número de alumnos que rinde cada evaluación, las diferencias en puntaje respecto del año anterior, si estas diferencias son significativas o no, entre otras.

El número de variables y registros para el archivo de resultados SIMCE se presenta en la Tabla 3.8.

Tabla 3.8: Número de variables y registros - SIMCE Segundo Básico

Año	Variables	Registros
2015	31	7.556

## 3.2. Evolución del Sistema de Admisión Escolar

La presente sección da cuenta de la evolución del Sistema de Admisión Escolar desde un punto de vista netamente cuantitativo. Se presentan estadísticas descriptivas y se realiza una

<sup>8</sup>Descargar desde: <https://informacionestadistica.agenciaeducacion.cl/#/bases>.

<sup>9</sup>Este tipo de BD se solicita mediante una propuesta de investigación a la Agencia y están sujetas a ciertas condiciones de uso con el fin de resguardar la confidencialidad de la información.

revisión básica de los resultados que ha obtenido a la fecha. Una descripción más detallada, para los primeros tres años de implementación del sistema, se puede encontrar en los informes de resultados que publica el Ministerio de Educación (2017b, 2018, 2019).

Como se mencionó durante el Capítulo 2, la aplicación del Sistema de Admisión Escolar se ha realizado de manera gradual, tanto en términos geográficos como relativo a los niveles de los estudiantes participantes. De esta manera, en el primer año de implementación del Sistema participaron 3.664 estudiantes de la región de Magallanes y la Antártica Chilena, quienes pudieron postular a los principales niveles de ingreso de solo 63 establecimientos. Desde 2016 a 2017 se registra el mayor incremento en términos proporcionales. Con la incorporación de cuatro nuevas regiones al proceso de postulación, el número de estudiantes participantes creció más de 20 veces y el número de establecimientos fue casi 35 veces el de la instancia anterior. En 2018 se incorporaron todas las regiones del país<sup>10</sup>, con excepción de la región metropolitana, y participaron 294.768 estudiantes que pudieron postular a 6.241 establecimientos diferentes. En 2019, el sistema se aplicó a lo largo de todo el territorio nacional y más de 500.000 estudiantes postularon a más de 8.000 establecimientos educacionales. El año 2020 corresponde al primer año en que el sistema se aplicará en todo el país y en todos los niveles educativos desde pre kinder a cuarto medio.

Como muestra la Tabla 3.9, el número de estudiantes prioritarios que participan del Sistema de Admisión Escolar es bastante elevado. Solo en 2016 se registró alrededor del 30 % de estudiantes prioritarios, que corresponde a una particularidad propia de la Región de Magallanes. Para todos los otros años, este porcentaje es bastante cercano al 50 %, lo que muestra que prácticamente uno de cada dos estudiantes que participa del proceso corresponde a un estudiante catalogado como prioritario por el Ministerio de Desarrollo Social y Familia. Esta observación es relevante, pues la Ley garantiza prioridad para estudiantes prioritarios, pero solo hasta alcanzar el 15 % de la composición del nivel, como se discutirá más adelante, en el Capítulo 4.

Tabla 3.9: Evolución del Sistema de Admisión Escolar

	2016	2017	2018	2019
<b>Regiones</b>				
Regiones solo niveles de entrada	1	4	9	1
Regiones todos los niveles	0	1	5	15
Total regiones participantes	1	5	14	16
<b>Establecimientos</b>				
Establecimientos educacionales	63	2.175	6.421	8.064
<b>Estudiantes</b>				
Porcentaje mujeres	49,75 %	49,00 %	49,04 %	49,30 %
Porcentaje prioritarios	33,22 %	51,08 %	54,84 %	49,60 %
Total Estudiantes	3.664	81.243	294.768	526.686

<sup>10</sup>Al momento de iniciado el proceso, la distribución geográfico administrativa de Chile no incorporaba la Región de Ñuble.

### 3.2.1. Período regular de postulaciones

El período regular de postulaciones corresponde a la fase más compleja y masiva del Sistema de Admisión Escolar. Históricamente, en este período se registra más del 90 % de los postulantes de cada año, como se muestra en la Tabla 3.10. Además, la oferta que se dispone a los apoderados corresponde con la totalidad de la declarada por los establecimientos educacionales. Por los motivos anteriores, esta fase es la que representa mayor interés y es en la que se enfoca la presente investigación.

Tabla 3.10: Número de postulantes - Proceso regular de postulaciones

Año	Número de estudiantes	Fracción del total
2016	3.436	93,78 %
2017	76.821	94,56 %
2018	274.990	93,29 %
2019	483.070	91,72 %

Cuando el análisis se restringe a este proceso, como muestra la Figura 3.1, la distribución en términos de estudiantes prioritarios es bastante similar a la reportada en la Tabla 3.9. Solo en 2016 el porcentaje de estudiantes prioritarios participantes del sistema es cercano al 30 %. Para todos los años posteriores, este valor oscila ligeramente en torno al 50 %.

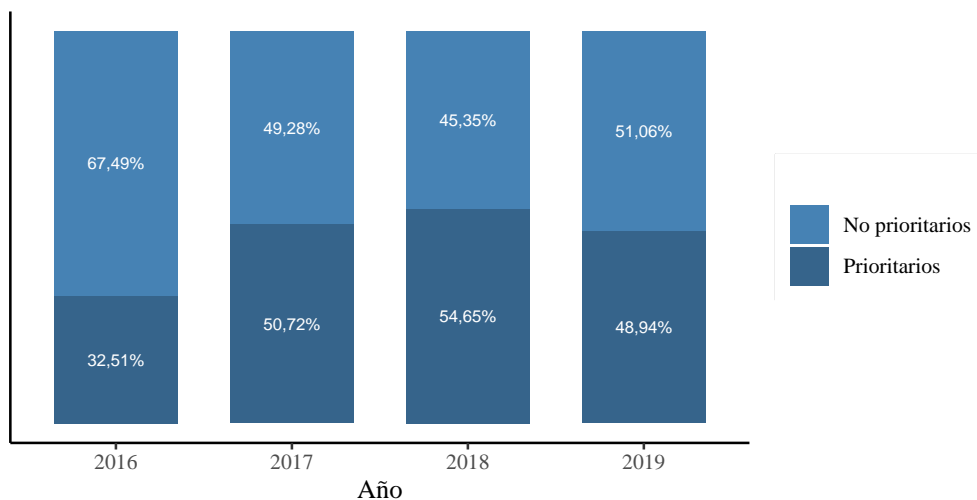


Figura 3.1: Distribución porcentual por tipo de estudiante

Por su parte, la Figura 3.2 da cuenta de la distribución de postulantes por nivel. Como se observa en el gráfico, los niveles que aportan con el mayor número de postulantes son los cinco principales niveles de ingreso. Dentro de este grupo, prekinder y primero medio son aquellos más representados en cada uno de los años.

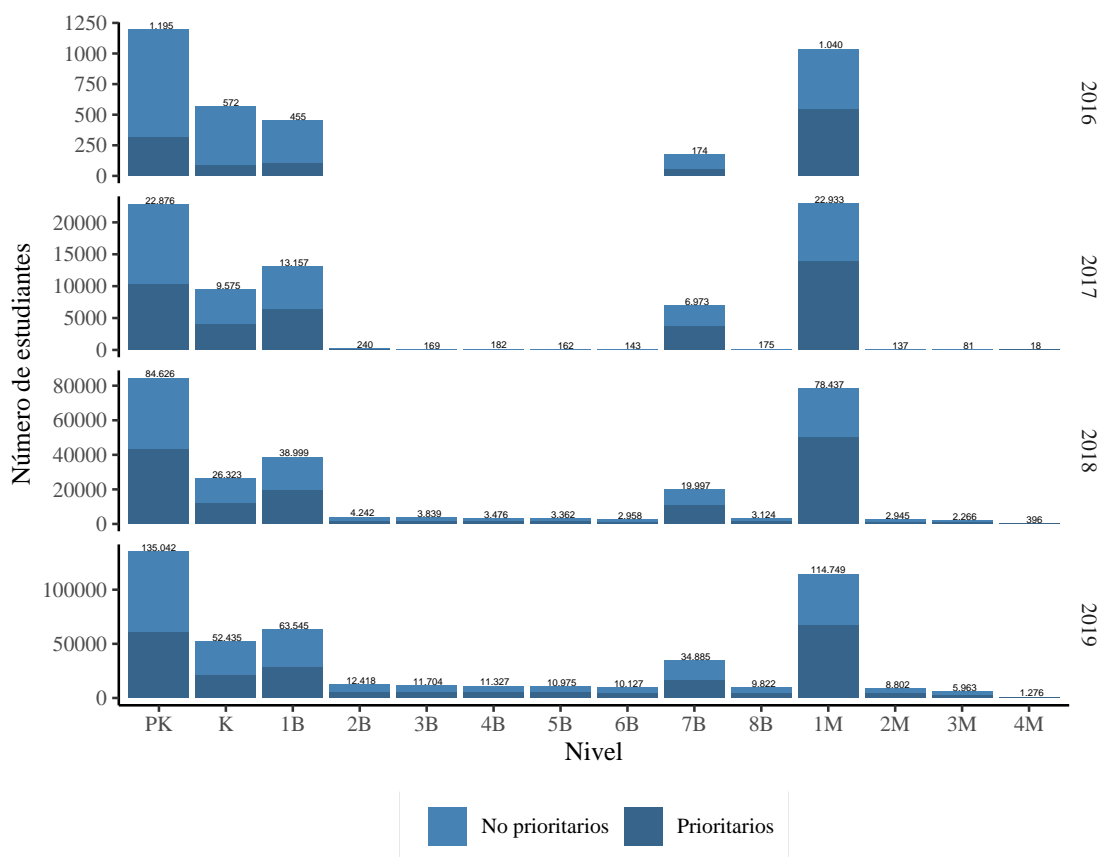


Figura 3.2: Distribución de estudiantes por nivel

Los resultados del Sistema de Admisión Escolar han sido alentadores desde que comenzara su implementación en 2016. La Figura 3.3 muestra la distribución, en términos porcentuales, de los estudiantes de acuerdo al establecimiento que les fue asignado<sup>11</sup>. Aproximadamente un cuarto de los postulantes de cada proceso es asignado a un establecimiento dentro de los declarados en su listado de preferencias. Para los primeros 3 años de implementación el porcentaje de estudiantes que resultan sin asignación fue menor al 10% y solo en 2019 este valor alcanzó un 10,39%. La fracción de estudiantes asignados a su establecimiento de origen muestra un crecimiento sostenido y varía entre un 2,79% y un 12,54%.

<sup>11</sup>El recuento de estudiantes por categoría se calcula únicamente a partir del listado de preferencias declarado por cada estudiante y no considera alteraciones en las preferencias producto de postulaciones en bloque. Un estudiante se considera asignado por Matrícula Asegurada si y sólo si el establecimiento al que fue asignado se agregó por continuidad. Por los motivos anteriores, los valores podrían diferir ligeramente de la estadística oficialmente reportada por el Ministerio de Educación.

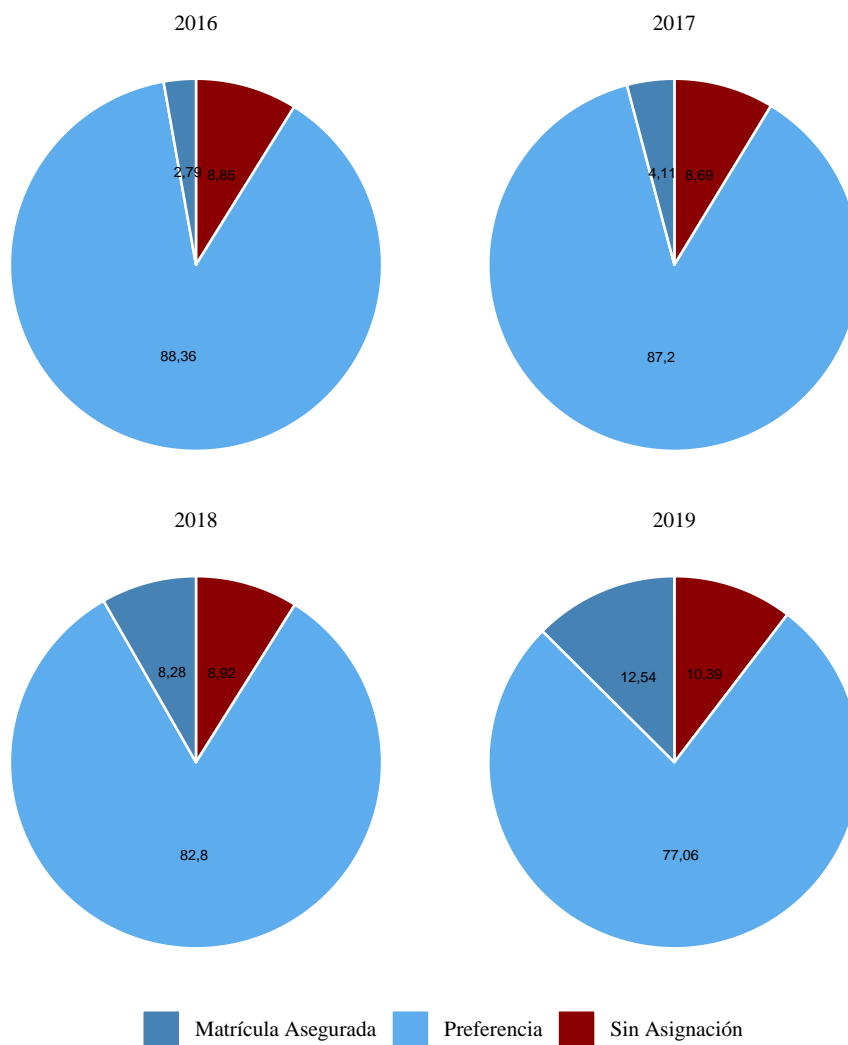


Figura 3.3: Distribución porcentual de estudiantes por tipo de asignación

Por último, la Figura 3.4 presenta la distribución acumulada por preferencia de asignación. En general, el porcentaje de estudiantes asignados a su primera preferencia es bastante alto. Para los primeros tres años de implementación del sistema, casi tres de cada cinco estudiantes fueron asignados a su establecimiento preferido. En 2019, con la incorporación de la región Metropolitana, este valor cae a un 51,98%. El porcentaje de estudiantes asignados a su segunda preferencia es cercano al 15% para todos los años y el porcentaje de estudiantes asignados a preferencias más altas decrece rápidamente, como se observa en la figura.

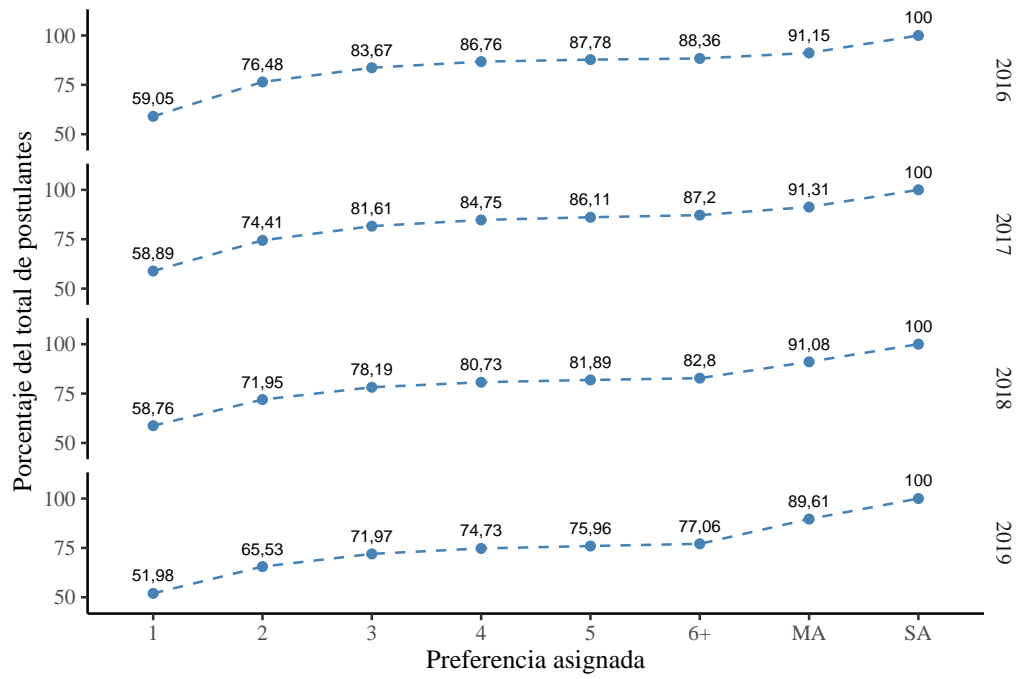


Figura 3.4: Distribución acumulada de estudiantes por preferencia de asignación

# Capítulo 4

## El Algoritmo del Sistema de Admisión Escolar

La línea empírica de la presente investigación, que se sustenta en las bases de datos expuestas a lo largo del Capítulo 3, explora los efectos que se obtendrían en el Sistema de Admisión luego de incorporar alteraciones al mecanismo matemático que actualmente empareja estudiantes con establecimientos educacionales. Para realizar este análisis, es necesario comprender a cabalidad el funcionamiento vigente del sistema. A lo largo del presente capítulo, se detalla el algoritmo de asignación que utiliza el Ministerio de Educación para el Sistema de Admisión Escolar. Este algoritmo fue desarrollado, en su versión original, entre los años 2015 y 2016, en conjunto por el Ministerio de Educación y el Departamento de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas de la Universidad de Chile.

Para mayores detalles sobre la implementación del algoritmo, referirse a Epstein (2017), Correa et al. (2019) o a los informes técnicos elaborados durante el diseño del algoritmo (Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile, 2016, 2017). Para las exigencias específicas que impone la Ley de Inclusión sobre el Sistema de Admisión Escolar, ver Biblioteca del Congreso Nacional de Chile (2015b).

La estructura del capítulo es como sigue. En primer lugar, se detallan los requerimientos que impone la ley sobre el algoritmo de asignación para el Sistema de Admisión Escolar y se explicitan las características que posee el diseño actual de dicho algoritmo. Posteriormente, se detalla la implementación del algoritmo de asignación utilizado en el marco del presente trabajo y se explicita la estrategia utilizada para el análisis contrafactual que se expone en el capítulo 6.

### 4.1. Garantías del diseño

El objetivo principal del algoritmo de asignación que rige el Sistema de Admisión Escolar, es el de emparejar estudiantes con establecimientos educacionales. Como se mencionó en el Capítulo 2, este tipo de problemas pueden resolverse utilizando diversos algoritmos, como el de Aceptación Diferida o el de Intercambio de Ciclos de Mejora (Abdulkadiroğlu y Sönmez,

2003). Sin embargo, para el caso chileno, existe una serie de requerimientos que el algoritmo debe proveer y que hacen que el problema se aleje ligeramente de los problemas de índole clásica. Para garantizar el cumplimiento de estos requerimientos, el diseño del algoritmo sienta sus bases en el algoritmo de Aceptación Diferida e incorpora una serie de alteraciones para resguardar el cumplimiento de las distintas exigencias.

A continuación se enumeran los requerimientos que debe satisfacer el algoritmo del Sistema de Admisión Escolar.

1. Debe respetar lo establecido por la Ley 20.845, en su inciso tercero de su artículo séptimo. Esto es:
  - (a) Todos los estudiantes que postulen a un establecimiento educacional deberán ser admitidos, en caso de que los cupos disponibles sean suficientes en relación al número de postulaciones.
  - (b) Solo en los casos de que los cupos disponibles sean menores al número de postulantes, los establecimientos educacionales deberán aplicar un procedimiento de admisión aleatorio. Dicho procedimiento, deberá incorporar los siguientes criterios de prioridad en orden sucesivo:
    - i. Existencia de hermanas o hermanos que postulen o se encuentren previamente matriculados en el mismo establecimiento.
    - ii. Incorporación del 15 % de estudiantes prioritarios.
    - iii. La condición de ser hijo o hija de un profesor o profesora, asistente de la educación, manipulador o manipuladora de alimentos o cualquier otro trabajador o trabajadora que preste servicios permanentes en el establecimiento.
    - iv. La circunstancia de haber estado anteriormente matriculado en el establecimiento al que se postula, salvo que el postulante hubiere sido expulsado con anterioridad del mismo.
  - (c) Si aplicando el procedimiento anterior, se presentara el caso que el número de postulantes que cumple con un mismo criterio es superior al número de vacantes que informa el establecimiento, se aplicará respecto de dichos postulantes el sistema de admisión aleatorio.
2. Debe considerar la condición de tener “matrícula asegurada”. Se entenderá que todos los estudiantes que postulen a un establecimiento educacional encontrándose previamente matriculados en otro, cuentan con esta condición. A estos estudiantes se les debe garantizar la continuidad en su establecimiento de origen, en caso de no ser asignados a ningún establecimiento a los que se postuló.
3. Debe permitir la “postulación en bloque”. Esto es, cualquier grupo de dos o más hermanos, habiendo sido postulados por un mismo apoderado, deben tener la opción de declarar que postulan en bloque. Cuando se declare expresamente esta opción, se entenderá que la primera prioridad de todos estos postulantes es la de ser asignados a un mismo establecimiento, sin importar la posición que este ocupe en el ranking de preferencias de cada uno de los postulantes.
4. Debe intencionar que hermanas o hermanos que postulan a un mismo nivel, y que comparten preferencias dentro de sus listados declarados, sean asignados a un mismo establecimiento.



5. Solo para establecimientos que cuenten con Programa de Integración escolar, debe entregar prioridad para estudiantes con necesidades educativas especiales. De manera similar, y solo para establecimientos categorizados como de “alta exigencia”, debe entregar prioridad a estudiantes de alto rendimiento académico.
6. Debe incorporar el criterio de asignación por distancia para todos aquellos estudiantes que no hayan sido asignados a ninguno de los establecimiento de su lista de preferencia y no cuenten con matrícula asegurada. A todos estos estudiantes se les asignará el establecimiento más cercano a su domicilio declarado que no tuviera copago y contara con vacantes disponibles.

## 4.2. Características de la implementación

Para satisfacer la serie de requerimientos expuestos en la sección anterior, el algoritmo del Sistema de Admisión Escolar incorpora una serie de modificaciones sobre el algoritmo clásico de aceptación diferida. La presente sección expone estas modificaciones.

1. (a) En primer lugar, cualquier algoritmo del tipo aceptación diferida, garantiza que todos los postulantes a un establecimiento serán admitidos en este cuando su capacidad sea mayor a la cantidad total de postulantes.
- (b) Los criterios de prioridad para hermanos, hijos de funcionarios y exalumnos se procesan a través de las preferencias de los establecimientos. Antes de ejecutar el algoritmo de aceptación diferida, los postulantes se ordenan de acuerdo al criterio de prioridad con que cuenten. Luego, el proceso de aceptación diferida garantiza que los estudiantes serán admitidos de acuerdo a los criterios de prioridad en el orden previamente establecido.

Si un estudiante contara con más de un criterio de prioridad, entonces solo se considera aquel que le entregue mayor prioridad. Por ejemplo, un estudiante que cuenta con un hermano en un establecimiento y simultáneamente es hijo de un funcionario del mismo, no obtiene mayor prioridad que un estudiante que únicamente cuenta con un hermano previamente matriculado en el establecimiento en cuestión.

El criterio de prioridad para estudiantes prioritarios se procesa de manera diferente. Siguiendo la idea de *reservas para minorías* de Hafalir, Yenmez y Yildirim (2013), se calcula el número de vacantes que representa el 15 % de los estudiantes del curso y se reservan para estudiantes prioritarios. Esta idea es central para las modificaciones algorítmicas que el presente trabajo expone y justamente se analizan los efectos que traen los cambios sobre esta reserva. La noción de estabilidad bajo reservas se plantea de manera más formal en el capítulo 5.

- (c) Como la ley señala, cuando el número de postulantes que cumple con los mismos criterios de prioridad es mayor al número de vacantes disponibles del establecimiento, entonces se decide de manera aleatoria. Esto se logra definiendo loterías independientes sobre cada establecimiento. De esta forma, los postulantes a un establecimiento determinado se ordenan primero de acuerdo a la prioridad con que cuenten y, dentro de cada grupo, de acuerdo al número aleatorio que obtengan en la lotería del establecimiento correspondiente.

2. La matrícula asegurada se incorpora a través de las preferencias de los estudiantes y como si fuera un criterio de prioridad más al momento de generar preferencias para los establecimientos. De esta forma, cuando un estudiante postula a través del sistema y se encuentra matriculado en un establecimiento que puede garantizar su continuidad, se realiza lo siguiente:
  - i) Su establecimiento se agrega como uno más a su listado de preferencias, y
  - ii) Al momento de generar las preferencias de los establecimientos, los estudiantes con matrícula asegurada son preferidos a todo el resto.

Así, los postulantes a un establecimiento se ordenan siguiendo el orden establecido por la Figura 4.1 y, dentro de cada grupo, de acuerdo al número aleatorio que obtengan en la lotería correspondiente.



Figura 4.1: Criterios de prioridad

3. La postulación en bloque, para grupos de hermanos que hayan declarado expresamente esta opción, funciona como sigue. Primero, se obtiene una asignación para el nivel más alto participante del sistema. Luego, esta asignación se utiliza para modificar los listados de preferencia de los hermanos menores: el establecimiento en que haya sido admitido el hermano del nivel más alto, pasa a ser el establecimiento preferido para los hermanos menores. Este proceso se repite de manera sucesiva desde el nivel más alto al más bajo y las asignaciones de los hermanos mayores se utilizan sucesivamente para actualizar las preferencias de los menores.
4. La intencionalidad de asignar hermanos a un mismo establecimiento se promueve mediante tres aristas que se complementan entre sí:
  - i) Por una parte, por medio de la postulación en bloque mencionada previamente.
  - ii) Por otra, y aprovechando que la asignación para cada nivel se obtiene de manera secuencial, la asignación de los niveles más altos se usa para entregar prioridad en la asignación de los niveles más bajos. Cuando dos hermanos postulan a un mismo establecimiento y el hermano mayor es asignado a este, al menor se le asigna la prioridad que tendría si contara con un hermano previamente matriculado en el establecimiento. Esto aplica tanto para postulantes que declaran postular en bloque como para aquellos que no lo hacen<sup>1</sup>.
  - iii) Por último, mediante la generación de números aleatorios para hermanos que postulan al mismo nivel. En lugar de generar una lotería sobre todos los postulantes a un establecimiento, estas loterías en realidad se generan sobre todas *las familias* que postulan a un establecimiento. Posteriormente, se genera otra lotería sobre los integrantes de estas familias y el ranking de un colegio incorpora estas dos loterías de manera sucesiva. Es decir, en el listado ordenado de postulantes que se utiliza para el algoritmo de aceptación diferida, los hermanos siempre ocupan posiciones consecutivas.

---

<sup>1</sup>No obstante, estudiantes con hermanos previamente matriculados reciben mayor prioridad que aquellos con hermanos asignados durante la ejecución del algoritmo.

5. La prioridad para estudiantes con necesidades educativas especiales en establecimientos con Programa de Integración Escolar y para estudiantes de alto rendimiento en establecimientos de alta exigencia se procesa de manera similar a la prioridad para el 15 % de estudiantes prioritarios. Es decir, reservando vacantes para cada tipo de estudiante. Al existir distintos tipos de cupos reservados y, además, al ser estos dependientes tanto de los establecimientos como de los estudiantes, la forma en que estas reservas se procesan es no trivial. Más aún, el orden en que ellas se procesan podría ocasionar la sobre representación de una cuota en desmedro de la otra. El detalle sobre el procesamiento de los cupos reservados se expone en la sección siguiente.
6. Por último, el criterio de asignación por distancia se implementa solo en la versión del algoritmo que se utiliza para la fase complementaria de postulaciones. Esta característica, en realidad corresponde a un paso posterior al algoritmo de asignación que opera solo sobre aquellos estudiantes que resultan no asignados durante la fase de aceptación diferida. Para efectos de la presente investigación, esta cualidad de la asignación oficial no es relevante y no forma parte de la implementación que se describe a continuación.

### 4.3. Subcursos y cálculo de vacantes

Antes de describir la implementación propiamente tal del algoritmo de asignación, es necesario repasar previamente el concepto de *subcurso*. Si bien las postulaciones al Sistema de Admisión Escolar se realizan a nivel de curso<sup>2</sup>, con el fin de incorporar las reservas para los distintos tipos de estudiantes, la presente implementación del algoritmo realiza una partición de estos cursos y resuelve un problema auxiliar, con la que luego se obtiene la solución del problema original.

Como se mencionó previamente, cuando un estudiante postula a un establecimiento determinado, además de asignar las prioridades esquematizadas en la Figura 4.1, podría ser necesario hacer uso de cupos reservados. Estos cupos reservados (o cupos de procedimientos especiales) dependen del par estudiante-establecimiento que se esté considerando. Los cupos reservados que considera el Sistema de Admisión Escolar son:

- PIE: Para estudiantes con necesidades educativas especiales en establecimientos que cuenten con Programa de Integración Escolar.
- AE: Para estudiantes de alto rendimiento académico que postulen a establecimientos catalogados como de Alta Exigencia.
- PRI: Para estudiantes prioritarios, con el objetivo de incorporar al menos el 15 % de estudiantes prioritarios en cada establecimiento.

De esta forma, para hacer uso de los cupos reservados, cada curso del sistema se divide en 4 nuevos cursos, PIE, AE, PRI y REG, que llamamos subcursos<sup>3</sup>. Luego, las preferencias por cursos de los estudiantes se mapean consistentemente a preferencias por subcursos y los ranking ordenados de estudiantes en cada curso se utilizan para construir rankings ordenados

---

<sup>2</sup>En el contexto del sistema de admisión, un curso puede abarcar varias salas de clases y queda definido por la combinación de variables: establecimiento, ubicación, jornada, tipo de enseñanza, nivel y género de sus estudiantes.

<sup>3</sup>El subcurso REG (regular), se utiliza para asignar los cupos que permanezcan no reservados.

en cada subcurso. La asignación se realiza luego a nivel de estudiante-subcurso y, a partir de esta, se reconstruye la asignación a nivel de estudiante-curso que, en el caso oficial, es la que se reporta a los apoderados y con la que se constituye la matrícula en los establecimientos.

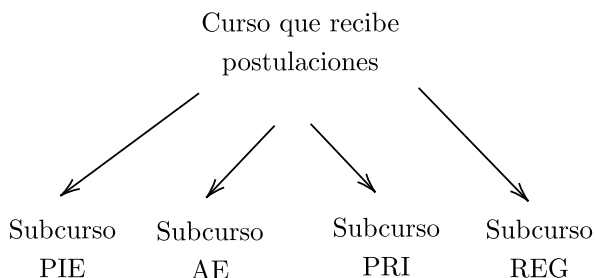


Figura 4.2: Partición de cursos en subcursos

La partición de cursos en subcursos debe realizarse de forma tal que la suma de las vacantes de estos últimos corresponda exactamente con las vacantes del curso original, pues en caso contrario se podría obtener una asignación infactible, o bien, podrían subutilizarse los cupos declarados por un establecimiento, en desmedro de las preferencias declaradas por los participantes del sistema. La forma en que se procesan las vacantes para los distintos procedimientos especiales es secuencial y el proceso se detalla a continuación:

- Para un curso dado, denotamos por:
  - $C_{TOT}$ : a sus cupos totales,
  - $R^{actual}$ : a la estimación de repitencia sobre el curso en cuestión,
  - $R^{previo}$ : a la estimación de repitencia del nivel previo proyectada al curso en cuestión,
  - $M^{previo}$ : a la cantidad de estudiantes matriculados en el establecimiento que no participan del sistema de admisión,
  - $C_{PIE}$ : a los cupos que reserva para la cuota de estudiantes PIE,
  - $M_{PIE}^{pre}$ : a la cantidad de estudiantes PIE matriculados en el nivel anterior<sup>4</sup>,
  - $M_{PRI}^{pre}$ : a la cantidad de estudiantes prioritarios ya matriculados y,
  - $P_{AE}$ : al porcentaje de alta exigencia asociado al establecimiento<sup>5</sup>.
- En primer lugar, se calculan las vacantes totales de cada curso a partir de su declaración de cupos totales y estimaciones de repitencia:

$$V_{TOT} = \text{máx}\{C_{TOT} - R^{actual} - \text{máx}\{M^{previo} - R^{previo}, 0\}, 0\}$$

- En segundo, se calculan las vacantes PIE, que denotamos  $V_{PIE}$ , como:

$$V_{PIE} = \text{min}\{V_{TOT}, \text{máx}\{C_{PIE} - M_{PIE}^{pre}, 0\}\}$$

<sup>4</sup>Por estudiante PIE, nos referimos a estudiantes con necesidades educativas especiales que postulen a establecimientos que cuenten con Programa de Integración Escolar.

<sup>5</sup>Este valor depende del tipo de procedimiento especial de alta exigencia que realice el establecimiento (régimen o transición) y, además, podría depender del año de implementación del sistema en la región.

- A partir del cálculo anterior, se calculan las vacantes de alta exigencia, que denotamos  $V_{AE}$  como:

$$V_{AE} = \text{mín}\{V_{TOT} - V_{PIE}, \lfloor V_{TOT} \cdot P_{AE} \rfloor\}$$

- Posteriormente, se calculan las vacantes para estudiantes prioritarios,  $V_{PRI}$ :

$$V_{PRI} = \text{mín}\{V_{TOT} - V_{PIE} - V_{AE}, \text{máx}\{\lfloor C_{TOT} \cdot 0,15 \rfloor - M_{PRI}^{pre}, 0\}\}$$

- Por último, se calculan las vacantes regulares  $V_{REG}$ , que corresponden simplemente a las vacantes restantes:

$$V_{REG} = V_{TOT} - V_{PIE} - V_{AE} - V_{PRI}$$

Además de repartir la capacidad de un curso en las vacantes de sus subcursos asociados, es necesario definir órdenes estrictos de los estudiantes dentro de cada subcurso. La Tabla 4.1 detalla la forma en que se construyen estos rankings: cada columna describe el orden para un subcurso en particular y las características de los estudiantes se detallan en las filas (mayor prioridad se lee desde arriba hacia abajo). Dentro de un mismo grupo, se ordena de acuerdo al ordenamiento aleatorio que corresponda.

Tabla 4.1: Orden de prioridad en subcursos

Subcurso PIE	Subcurso AE	Subcurso PRI	Subcurso REG
Con MA	Con MA	Con MA	Con MA
⋈	⋈	⋈	⋈
PIE	Alto rendimiento	Hermanos	Hermanos
⋈	⋈	⋈	⋈
Hermanos	Hermanos	Prioritarios	Hijos de funcionarios
⋈	⋈	⋈	⋈
Hijos de funcionarios	Hijos de funcionarios	Hijos de funcionarios	Exalumnos
⋈	⋈	⋈	⋈
Exalumnos	Exalumnos	Exalumnos	Todos los restantes
⋈	⋈	⋈	
Todos los restantes	Todos los restantes	Todos los restantes	

Para construir, por ejemplo, el listado ordenado del subcurso PRI, se realiza lo siguiente: En primer lugar, se toman todos los estudiantes que cuenten con matrícula asegurada en el curso correspondiente. Posteriormente, se agregan todos los estudiantes que tengan algún hermano previamente matriculado en el establecimiento. La siguiente posición la ocupan estudiantes catalogados como prioritarios, seguidos de aquellos que sean hijos de funcionarios del establecimiento. Por último, se añaden los exalumnos que no hubieran sido expulsados del establecimiento, seguidos de todos los estudiantes restantes que postulen al establecimiento. El orden dentro de cada grupo se obtiene de manera aleatoria a partir de las loterías previamente generadas.

Por último, para completar la especificación del problema de emparejamiento entre estudiantes y subcursos, es necesario traducir las preferencias de los estudiantes en preferencias

por subcursos. Para lograr lo anterior, cada listado de preferencias declarado se expande en un nuevo listado de forma tal que si la opción  $c_1$  se declara preferida a la opción  $c_2$ , entonces todos los subcursos de  $c_1$  quedan preferidos a todos los subcursos de  $c_2$ . La posición relativa de cada subcurso en el listado final depende de las características de cada estudiante y se obtiene siguiendo el diagrama de la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Preferencias de estudiantes por subcursos

Características del estudiante	Preferencias por subcursos
Con MA, PIE y prioritario	$PIE \succ PRI \succ REG \succ AE$
Con MA, PIE y no prioritario	$PIE \succ REG \succ PRI \succ AE$
Con MA, no PIE y prioritario	$PIE \succ REG \succ AE \succ PIE$
Con MA, no pie y no prioritario	$REG \succ PRI \succ AE \succ PIE$
Sin MA, hermano y no prioritario	$PIE \succ AE \succ REG \succ PRI$
Todos los casos restantes	$PIE \succ AE \succ PRI \succ REG$

De esta forma, un estudiante que cuenta con matrícula asegurada en un establecimiento, cumple las condiciones para hacer uso de un cupo PIE y además está catalogado como estudiante prioritario, postulará en primer lugar al subcurso PIE, luego al subcurso PRI, posteriormente al subcurso REG y por último al subcurso AE. De manera análoga se determina el orden de los subcursos para cualquier participante del sistema.

## 4.4. Algoritmo de asignación

La implementación del algoritmo de asignación se detalla a continuación<sup>6</sup>. Este algoritmo se programó en el lenguaje de programación R (R Core Team, 2020) y corresponde al utilizado para el análisis numérico que se presenta en el Capítulo 6.

<sup>6</sup>La descripción formal del Algoritmo de Aceptación Diferida se presenta en: Capítulo 5, Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 1** Algoritmo de Asignación del Sistema de Admisión Escolar

---

**Entrada:**

- Capacidad de los cursos.
- Preferencias de los estudiantes.
- Ordenamientos aleatorios para cada curso (loterías).
- Otras características específicas de la instancia.

**Salida:**

- Emparejamiento de estudiantes con cursos.

- 1: **Para cada** nivel  $k = 12, 11, \dots, 0, -1$  (desde cuarto medio a prekinder) :
  - 2:     **Si**  $k < 12$ , considerar la asignación de los niveles  $k' > k$  y las postulaciones en bloque para :
  - 3:         Actualizar preferencias según lo descrito en el punto 3 de la sección 4.2.
  - 4:         Actualizar prioridades según lo descrito en el punto 4ii) de la sección 4.2.
  - 5:     —
  - 6:     **Para cada** curso  $c$  del nivel  $k$  :
  - 7:         Definir subcursos y distribuir vacantes según el procedimiento descrito en la sección 4.3.
  - 8:         **Para cada** subcurso asociado al curso  $c$  :
  - 9:             Definir ranking de postulantes según la lotería de  $c$  y el diagrama de la Tabla 4.1.
  - 10:     —
  - 11:     —
  - 12:     **Para cada** estudiante del nivel  $k$  :
  - 13:         Definir preferencias por subcursos de acuerdo al diagrama de la Tabla 4.2.
  - 14:     —
  - 15:     Ejecutar Aceptación Diferida (estudiante-óptimo) para emparejar estudiantes con subcursos.
  - 16:     Reconstruir la asignación de estudiantes a cursos para el nivel  $k$ .
  - 17:     —
-

# Capítulo 5

## Aproximación Teórica

El presente capítulo da cuenta del enfoque teórico que aborda la investigación.

La primera sección formaliza el problema de emparejamientos entre estudiantes y establecimientos, presenta la notación propia de la literatura de *matching* y expone algunos resultados conocidos. La siguiente sección, extiende las ideas al contexto en que se considera un conjunto continuo de estudiantes y presenta las herramientas que permiten caracterizar la asignación para el problema en estudio. La tercera, presenta un ejemplo sencillo que permite internalizar la notación, las definiciones previas y capturar algunas de las ideas centrales del modelo que se presenta posteriormente. La sección 4 presenta el modelo y enuncia los resultados principales de la investigación.

### 5.1. Notación y definiciones preliminares

Esta sección presenta el modelo general para un problema de *matching many-to-one*, debido principalmente a las ideas de Gale y Shapley (1962). Posteriormente, se introduce la noción de *reservas para minorías* de Hafalir, Yenmez y Yildirim (2013).

Consideramos dos conjuntos, discretos, finitos y disjuntos,  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$  y  $S = \{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ , que queremos emparejar uno con otro. Entendemos el conjunto  $C$  como un conjunto de **colegios** y el conjunto  $S$  como un conjunto de **estudiantes**. Cada colegio tiene un número limitado de cupos  $q_c \in \mathbb{N}_*$  y puede emparejarse con, a lo más,  $q_c$  estudiantes. Cada estudiante puede emparejarse, a lo más, con 1 un colegio.

Cada lado del mercado, tiene preferencias sobre el otro. De esta forma, para cada  $s \in S$ , existe una relación  $\succ_s$  definida sobre  $C \cup \{s\}$ . Asimismo, para cada  $c \in C$ , existe una relación  $\succ_c$  definida sobre  $\mathcal{P}(S)$ . Notar que las preferencias de los colegios no se definen sobre estudiantes individuales, si no que sobre conjuntos de ellos.

Un **problema de matching** corresponde a la tupla  $\mathcal{M} = (S, C, (\succ_s)_{s \in S}, (\succ_c)_{c \in C})$ .

Un **matching** para el problema  $\mathcal{M}$  corresponde a una función  $\mu : C \cup S \rightarrow \mathcal{P}(S) \cup C$  tal que:



1. Para cada  $s \in S$ ,  $|\mu(s)| = 1$  y  $\mu(s) = \{s\}$  si  $\mu(s) \notin C$ .
2. Para cada  $c \in C$ ,  $|\mu(c)| \leq q_c$  y  $\mu(c) \in \mathcal{P}(S) \cup \{c\}$ .
3. Para cada  $s \in S$  y cada  $c \in C$ , se tiene que  $\mu(s) = c \iff s \in \mu(c)$ .

Intuitivamente, un matching es una función que empareja estudiantes con colegios y colegios con estudiantes. La primera condición impone que cada estudiante se empareja con un colegio, o bien, no se empareja. La segunda, dice que cada colegio se empareja, a lo más, con tantos estudiantes como cupos tenga y no se empareja con otros colegios. La tercera condición garantiza que un estudiante se empareja con un colegio si y solo si ese colegio se empareja con dicho estudiante.

Sea  $r$  un ranking sobre el conjunto de estudiantes. Esto es, una relación de orden, total y estricta, definida sobre  $S$ . La relación de preferencias  $\succ_c$ , definida sobre conjuntos de estudiantes, se dice **sensible** respecto del orden  $r$  si para  $\mu'(c) = \mu(c) \cup \{s\} \setminus \{s'\}$ , con  $s' \in \mu(c)$  y  $s \notin \mu(c)$ , entonces  $\mu'(c) \succ_c \mu(c)$  si y solo si  $sr s'$ .

Intuitivamente, esta idea de Roth (1985), captura el hecho de que preferencias de establecimientos sensibles pueden ser representadas a través de listados ordenados de los estudiantes de manera individual.

Diremos que un matching es **individualmente racional** si no existe  $s \in S$  tal que  $\{s\} \succ_s \mu(s)$  y tampoco  $c \in C$  tal que  $\mu(c) \setminus \{s\} \succ_c \mu(c)$ , para algún  $s \in \mu(c)$ .

Es decir, un matching es individualmente racional si ningún estudiante prefiere la no asignación por sobre el colegio con que es emparejado y, ningún colegio prefiere el conjunto de estudiantes con que se empareja, quitando un estudiante, por sobre el conjunto completo.

Diremos que un **par estudiante-colegio**  $(s, c) \in S \times C$  **bloquea el matching**  $\mu$  si  $c \succ_s \mu(s)$  y se cumple alguna de las siguientes condiciones:

1.  $|\mu(c)| < q_c$ .
2.  $\mu(c) \cup \{s\} \setminus \{s'\} \succ_c \mu(c)$ , para algún  $s' \in \mu(c)$ .

Es decir, un par estudiante-colegio conforma un par de bloqueo cuando: el estudiante prefiere un colegio que no llena sus cupos por sobre el colegio que le fue asignado, o bien, prefiere un colegio que si llena sus cupos, pero dicho colegio prefiere admitir a este estudiante por sobre alguno de los estudiantes que le fueron asignados.

Diremos que un **matching**  $\mu$  es **estable** si es individualmente racional y no existe ningún par estudiante-colegio que lo bloquee.

Cuando las preferencias de los colegios son sensibles, un matching estable siempre existe (Gale y Shapley, 1962).

La noción de estabilidad de Gale y Shapley (1962) ha jugado un rol central en la literatura. En la práctica, los mecanismos estables resultan exitosos, mientras que aquellos que no cumplen con esta propiedad típicamente han resultado desplazados por otros que si lo hacen (Abdulkadiroğlu y Sönmez, 2013).

La demostración clásica para la existencia de matching estables pasa por el Algoritmo de Aceptación Diferida, que entrega un matching estable para el problema  $\mathcal{M}$ :

---

**Algoritmo 2** Algoritmo de Aceptación Diferida (estudiante-óptimo)

---

**Entrada:** Un problema de matching  $\mathcal{M}$

**Salida:** Un matching  $\mu$  para  $\mathcal{M}$ .

(1) Cada estudiante se *propone* a su colegio preferido. Cada colegio *acepta tentativamente* a los estudiantes que se le proponen, uno a la vez y hasta agotar sus cupos, siguiendo su ranking de prioridad. Los estudiantes que no sean tentativamente aceptados son *rechazados*.

⋮

(t) Cada estudiante que haya sido rechazado en la iteración  $(t - 1)$ , se *propone* a su siguiente colegio preferido, si quedara alguno. Cada colegio considera las propuestas que recibe en esta iteración y los postulantes que aceptó tentativamente en la iteración  $(t - 1)$  y *acepta tentativamente* a los estudiantes, uno a la vez y hasta agotar sus cupos, siguiendo su ranking de prioridad. Todos los estudiantes que no sean tentativamente aceptados en esta iteración, son *rechazados*.

El algoritmo termina si ningún estudiante es rechazado en la iteración  $(t)$ . El matching  $\mu$  queda determinado al hacer definitiva la asignación al colegio donde cada estudiante estuviera tentativamente aceptado.

---

A continuación, extendemos ligeramente el marco teórico para incorporar la idea de que los estudiantes son de distintos grupos y la noción de *reservas para minorías* de Hafalir, Yenmez y Yildirim, 2013.

Consideramos  $\{S^P, S^{NP}\}$  una partición de  $S$  y decimos que los estudiantes  $s \in S^P$  son de tipo  $P$ . De manera análoga, los estudiantes  $s \in S^{NP}$  son de tipo  $NP$ . Abusando de la notación, denotamos por  $\mathcal{M} = (\{S^P, S^{NP}\}, C, (\succ_s)_{s \in S}, (\succ_c)_{c \in C})$  a un **problema de matching con tipos de estudiantes** y lo llamamos simplemente problema de matching. El resto de las definiciones previamente expuestas se mantienen para problemas de matching con tipos de estudiantes para  $S = S^P \cup S^{NP}$ .

En el contexto de *affirmative school choice* (Kojima, 2012, Hafalir, Yenmez y Yildirim, 2013), uno de estos grupos se entiende como *minoritario* y el otro como *mayoritario*. Las políticas típicamente se diseñan con el objetivo de mejorar la asignación del grupo minoritario, aún cuando estas vayan en desmedro del mayoritario. En nuestro contexto, el grupo  $P$  se asocia con el de estudiantes prioritarios, mientras que el grupo  $NP$  con el de no prioritarios.

Suponemos además que cada colegio  $c$  tiene una **reserva**  $r_c \in \{0, 1, \dots, q_c\}$  para estudiantes de tipo  $P$ , y denotamos por  $\vec{r}$  al vector de reservas. Cuando se tenga que  $r_c = r_{c'} = k$  para todo  $c, c' \in C$ , diremos que las **reservas son simétricas** de valor  $k$ .

Intuitivamente, esta reserva corresponde a una fracción de su capacidad y regula de manera dinámica las preferencias de  $c$  por los estudiantes. Cuando  $c$  no ha admitido  $r_c$  estudiantes de tipo  $P$ , entonces cualquier estudiante de tipo  $P$  es preferido por sobre un estudiante de tipo  $NP$ . De esta forma, la noción de reservas permite admitir estudiantes con bajo ranking, siempre y cuando estos sean minoritarios y no se haya alcanzado el número de cupos reservados para estudiantes de este tipo.

De manera más formal, dado un problema de matching  $\mathcal{M}$ , un vector de reservas  $r$ , diremos que el matching  $\mu$  es **estable bajo reservas** si<sup>1</sup> para todo par estudiante-colegio  $(s, c) \in S \times C$  tal que  $c \succ_s \mu(s)$ , entonces  $|\mu(c)| = q_c$  y ocurre alguna de las siguientes:

1.  $s \in S^P$ ,  $|\mu(c) \cap S^m| \geq r_c$ , y  $s' \succ_c s$  para todo  $s' \in \mu(c)$ .
2.  $s \in S^{NP}$ ,  $|\mu(c) \cap S^m| > r_c$  y  $s' \succ_c s$  para todo  $s' \in \mu(c)$ .
3.  $s \in S^{NP}$ ,  $|\mu(c) \cap S^m| \leq r_c$  y  $s' \succ_c s$  para todo  $s' \in \mu(c) \cap S^{NP}$ .

Es decir, de manera análoga a la definición original, el matching es estable cuando no admite pares de bloqueo bajo la noción de reservas. Evidentemente, si un estudiante prefiere un colegio por sobre el que le asigna  $\mu$ , entonces ese colegio debe llenar sus cupos o el matching no sería estable. Para que un par  $(s, c) \in S \times C$  efectivamente conforme un par de bloqueo cuando  $c$  llena sus cupos, necesariamente debe ocurrir alguno de los siguientes casos:

- El estudiante  $s$  es de tipo  $P$ , y:
  - Tiene mejor ranking que alguno de los estudiantes admitidos en  $c$ , o
  - El colegio  $c$  no llena sus cupos reservados para estudiantes de tipo  $P$ .
- El estudiante  $s$  es de tipo  $NP$ , y:
  - Tiene mejor ranking que alguno de los estudiantes de tipo  $NP$  admitidos en  $c$ .
  - Tiene mejor ranking que alguno de los estudiantes de tipo  $P$  admitidos en  $c$  y al remover a dicho estudiante de  $c$ , este último aún completa sus cupos reservados para estudiantes de tipo  $P$ .

La definición de estabilidad simplemente excluye estos casos.

## 5.2. El caso continuo

La presente sección sigue de cerca el marco teórico propuesto por Azevedo y Leshno, 2016 para extender el modelo clásico al caso en que se considera un conjunto continuo de estudiantes. En este ambiente, se incorpora de manera natural la noción de reservas para minorías, descrita en la sección anterior. Las herramientas que se presentan a continuación son las que se utilizan para analizar el modelo que se propone más adelante.

En el caso general, consideramos un conjunto de colegios  $C = \{1, 2, \dots, n\}$  y un conjunto de estudiantes  $S$ . Cada colegio  $c \in C$  tiene asociado un valor  $q_c > 0$ , que representa su capacidad. Cada estudiante  $s \in S$  se caracteriza a partir del par  $(\succ_s, l^s)$ , donde  $\succ_s$  es a una relación de preferencia racional (completa y transitiva) definida sobre  $C \cup \{s\}$  y  $l^s \in [0, 1]^n$  es un vector de puntajes (o loterías). De esta forma, denotamos por  $R$  al conjunto de todas las relaciones de preferencias racionales definidas sobre  $C \cup \{s\}$  y escribimos  $S = R \times [0, 1]^n$ . Denotamos  $l_c^s$  a la coordenada  $c$ -ésima de  $l^s$  y entendemos que este valor corresponde al puntaje del estudiante  $s$  en el colegio  $c$ .

Suponemos que las preferencias de los colegios sobre conjuntos de estudiantes son sensibles respecto de los puntajes y que prefieren estudiantes con puntajes más altos, es decir,  $s \succ_c s'$  si y sólo si  $l_c^s > l_c^{s'}$ . Para simplificar la notación, supondremos además que todos los estudiantes

---

<sup>1</sup>Notar que la definición de la publicación original no es correcta.

son aceptables para todos los colegios. De la misma forma, todos los colegios son aceptables para todos los estudiantes, es decir, un estudiante siempre prefiere ser emparejado con algún colegio por sobre quedar sin asignación. Por último, suponemos que existe una medida finita  $\eta$  definida sobre  $(S, \beta)$ , donde  $\beta$  denota a la  $\sigma$ -álgebra de los borelianos (tomada respecto de la topología producto).

Suponemos que las curvas de indiferencia de los colegios tienen medida nula. Formalmente, para todo  $x \in [0, 1]$ , se tiene que  $\eta(\{s \in S : l_c^s = x\}) = 0$ . Este supuesto pretende capturar que las preferencias de los colegios sobre los estudiantes son estrictas: dos estudiantes tienen exactamente el mismo puntaje con probabilidad cero.

Un **matching** es una función  $\mu : C \cup S \rightarrow \mathcal{P}(S) \cup C \cup S$  tal que:

1. Para cada  $s \in S$ ,  $\mu(s) \in C \cup \{s\}$ .
2. Para cada  $c \in C$ ,  $\mu(c) \subseteq S$  es  $\eta$ -medible y tal que  $\eta(\mu(c)) \leq q_c$ .
3. Para cada  $s \in S$  y cada  $c \in C$ , se tiene que  $\mu(s) = c \implies s \in \mu(c)$ .
4. Para cada  $c \in C$ , el conjunto  $\{s \in S : \mu(s) \succ_s c\}$  es abierto.

Las condiciones 1, 2 y 3 son análogas a las del caso discreto expuestas en la sección anterior. La condición 4 la imponemos en el caso continuo con el objetivo de descartar la multiplicidad de matchings que solo difieren en conjuntos de medida nula.

De manera análoga al caso discreto, diremos que un **par estudiante-colegio**  $(s, c) \in S \times C$  **bloquea el matching**  $\mu$  si  $c \succ_s \mu(s)$  y se cumple alguna de las siguientes condiciones:

1.  $\eta(\mu(c)) < q_c$ .
2. Existe  $s' \in \mu(c)$  tal que  $l_c^s < l_c^{s'}$ .

Diremos que un **matching**  $\mu$  es **estable** si no existe ningún par estudiante-colegio que lo bloquee.

Notar que la definición no incorpora la noción de racionalidad individual, pues suponemos que todos los colegios y todos los estudiantes son aceptables para todos los estudiantes y todos los colegios, respectivamente. En el caso en que esto no ocurre, la definición se extiende de manera análoga.

Como en el caso discreto, un matching estable siempre existe (Abdulkadiroğlu, Che y Yasuda, 2015, Azevedo y Leshno, 2016). Además, cuando  $\eta$  es suficientemente regular<sup>2</sup>, es posible mostrar que el matching estable es además único (Azevedo y Leshno, 2016). Cuando el matching estable es único, es posible mostrar que la economía continua se puede obtener como el límite de economías discretas (Azevedo y Leshno, 2016).

Un **puntaje de corte**  $p^c \in [0, 1]$  para el colegio  $c$  corresponde al puntaje mínimo necesario para ser admitido en  $c$ . Es decir, un estudiante  $s$  puede ser admitido en  $c$  si y solo si  $p_c \leq l_c^s$ .

---

<sup>2</sup>En todos los casos que se abordan más adelante,  $\eta$  satisface las condiciones requeridas de regularidad.

Definimos la **demanda de un estudiante**, dado un vector de puntajes de corte, como:

$$D_s(p) = \arg \underset{>_s}{\text{máx}} \{c \in C : p^c \leq l_c^s\}$$

Es decir, la demanda de un estudiante corresponde al colegio favorito dentro de los que puede ser admitido.

La **demanda de un colegio**  $c$  corresponde simplemente a la masa de estudiantes cuya demanda es  $c$ , esto es:

$$D_c(p) = \eta(\{s \in S : D_s(p) = c\})$$

Diremos que un vector de puntajes de corte  $p$  **limpia el mercado** si se satisfacen las siguientes condiciones:

1. Para todo  $c \in C$ , se tiene que  $D_c(p) \leq q_c$ .
2. Si  $p_c > 0$ , entonces  $D_c(p) = q_c$ .

A partir de las definiciones anteriores se observa que existe una correspondencia natural entre matching estables y puntajes de corte. Esta correspondencia se puede enunciar formalmente a través de la siguiente caracterización de [Azevedo y Leshno, 2016](#):

**(Lema: Caracterización de oferta y demanda de los matching estables)** Se tiene que:

1. Si  $\mu$  es un matching estable, entonces el vector  $p \in [0, 1]^c$  dado por:

$$p^c = \inf \{l_c^s \in [0, 1] : s \in \mu(c)\}$$

Define un vector de puntajes que limpia el mercado.

2. Si  $p$  es un vector de puntajes de corte que limpia el mercado, entonces el matching  $\mu$  definido por:

$$\mu(s) = D^s(p)$$

Corresponde a un matching estable.

Este lema es relevante, pues permite concebir un problema de matching como un problema clásico de emparejamiento entre oferta y demanda. Si bien en este tipo de mercados no existe un sistema de precios que intervenga entre consumidores y productores, un estudiante no puede simplemente elegir el colegio que más le gusta: también debe ser escogido por él. El resultado muestra que la noción de estabilidad en un problema de matching es similar a la noción de equilibrio en un mercado competitivo y, más aún, que la selectividad de los colegios en el primero cumple un rol similar al de los precios de los bienes en el segundo.

La noción de estabilidad bajo reservas se extiende de manera natural. Una vez más, admitimos una partición de  $S$ , que denotamos por  $\{S^P, S^{NP}\}$  ( $S^P \cap S^{NP} = \phi$  y  $S^P \cup S^{NP} = S$ ). Cada colegio  $c \in C$  tiene una reserva  $r_c \in [0, 1]$ . En este caso,  $r_c$  representa la fracción de cupos reservados, de modo que la cantidad que  $c$  reserva simplemente viene dada por  $r_c \cdot q_c$  y denotamos por  $\vec{r} \in [0, 1]^n$  al vector de reservas.

Dado  $\vec{r} \in [0, 1]^n$ , diremos que un matching  $\mu$  es **estable bajo reservas** si para todo par estudiante-colegio  $(s, c) \in S \times C$  tal que  $c \succ_s \mu(s)$ , entonces  $\eta(\mu(c)) = q_c$  y ocurre alguna de las siguientes:

1.  $s \in S^P$ ,  $\eta(\mu(c) \cap S^P) \geq r_c \cdot q_c$  y  $l_c^{s'} > l_c^s$ , para todo  $s' \in \mu(c)$ .
2.  $s \in S^{NP}$ ,  $\eta(\mu(c) \cap S^P) > r_c \cdot q_c$  y  $l_c^{s'} > l_c^s$  para todo  $s' \in \mu(c)$ .
3.  $s \in S^{NP}$ ,  $\eta(\mu(c) \cap S^P) \leq r_c \cdot q_c$  y  $l_c^{s'} > l_c^s$  para todo  $s' \in \mu(c) \cap S^{NP}$ .

La intuición detrás de la definición es exactamente la misma que para el caso discreto expuesta en la sección anterior.

Al extender la caracterización de oferta y demanda de los matching estables al caso en que los estudiantes son de distintos tipos, entonces los puntajes de corte en cada colegio quedan tipo-dependientes. La generalización del lema permite caracterizar la noción de estabilidad bajo reservas. Esta idea se explorará con mayor detención en la sección siguiente.

Entenderemos que un matching es más eficiente que otro cuando asigna más estudiantes a sus primeras preferencias. De esta manera, para analizar la eficiencia de un matching  $\mu$ , estudiamos las **distribuciones acumuladas de las preferencias asignadas**. Es decir, dado un matching  $\mu$ , denotamos por  $f_P^\mu(t)$  y  $f_{NP}^\mu(t)$  a las masas de estudiantes de tipo  $P$  y  $NP$ , respectivamente, asignados a sus  $t$ -ésimas preferencias. Luego, las distribuciones acumuladas por grupo se calculan simplemente como:

$$F_P^\mu(t) = \sum_{k \leq t} f_P^\mu(k), \quad F_{NP}^\mu(t) = \sum_{k \leq t} f_{NP}^\mu(k)$$

Mientras que la distribución acumulada total viene dada por:

$$F^\mu(t) = F_P^\mu(t) + F_{NP}^\mu(t)$$

Por último, adaptamos dos de los índices más utilizados para medir segregación a nuestro contexto (O. D. Duncan y B. Duncan, 1955, Hutchens, 2004). Dado un matching  $\mu$ :

- Definimos el **Índice de Duncan (o de disimilaridad)** como:

$$D_\mu = \frac{1}{2} \sum_{c \in C} \left| \frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} - \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P} \right|$$

- Definimos el **Índice de Hutchens (o de la raíz cuadrada)** como:

$$H_\mu = 1 - \sum_{c \in C} \sqrt{\frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} \cdot \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P}}$$

En ambos casos,  $\eta_\mu^T(c)$  denota la medida de estudiantes de tipo  $T$  asignados al colegio  $c$  en el matching  $\mu$ , mientras que  $\eta^T$  denota la medida del total de estudiantes de tipo  $T$  en el sistema. Es decir, para  $T \in \{P, NP\}$ :

$$\eta^T = \sum_{c \in C} \eta_\mu^T(c)$$

Ambos índices de segregación toman valores en el intervalo  $[0, 1]$ . El valor 0 corresponde al caso en que el sistema esta perfectamente integrado y la composición de cada colegio sigue exactamente la distribución poblacional de los tipos de estudiantes. Valores mayores indican mayor nivel de segregación y un sistema menos homogéneo.

### 5.3. Un ejemplo sencillo

Para aterrizar el exceso de notación y los conceptos expuestos en las dos secciones anteriores, a continuación se analiza un modelo con solo 3 colegios. Supondremos que los puntajes de los estudiantes se obtienen de realizaciones independientes de loterías en cada establecimiento y restringiremos las preferencias de los estudiantes. Para no sobrecargar la notación, omitiremos la definición formal de  $\eta$  y entenderemos que esta medida solo pone peso positivo en conjuntos de estudiantes que tengan preferencias como las que más adelante se describen.

#### 5.3.1. El ambiente

Consideramos entonces un conjunto de 3 colegios, que denotamos por  $C = \{c_1, c_2, c_3\}$ . Suponemos que el continuo de estudiantes  $S$  tiene masa 2 y que cada uno de los grupos de estudiantes  $S^P$  y  $S^{NP}$  tiene masa 1.

Los colegios  $c_1$  y  $c_2$  representan buenos establecimientos, que enfrentan un exceso de demanda. La capacidad de  $c_1$  y  $c_2$  viene dada por  $q_{c_1} = q_{c_2} = k$  con  $2k < 1$ . Por su parte, el colegio  $c_3$ , tiene capacidad  $q_{c_3} = \bar{k}$ , con  $2k + \bar{k} > 2$ , de forma que la capacidad del sistema es suficiente para admitir a todos los estudiantes en algún establecimiento.

Las preferencias de los estudiantes de tipo  $NP$  se distribuyen de manera uniforme sobre el conjunto:  $\{(c_1, c_2, c_3), (c_2, c_1, c_3)\}$ . Mientras que las de los estudiantes de tipo  $P$  pueden ser de dos tipos:

- Para una fracción  $\alpha \in (0, 1)$  de estos estudiantes, las preferencias distribuyen uniformemente sobre  $\{(c_1, c_3, c_2), (c_2, c_3, c_1)\}$ .
- Para los restantes  $(1 - \alpha)$  estudiantes, las preferencias distribuyen uniformemente sobre  $\{(c_3, c_1, c_2), (c_3, c_2, c_1)\}$ .

De esta forma, los estudiantes de tipo  $NP$  prefieren siempre ser admitidos en  $c_1$  o  $c_2$  antes que en  $c_3$ . Por su parte, una fracción de los estudiantes que los estudiantes de tipo  $P$  postulan en primer lugar, o bien, a  $c_1$  o  $c_2$ , y en segundo siempre ponen a  $c_3$ , mientras que los restantes tipo  $P$  siempre postulan primero a  $c_3$ .

Como se mencionó previamente, suponemos que los *ranking* de los estudiantes se obtienen de manera aleatoria a partir de loterías independientes en cada colegio de modo que la masa que asigna  $\eta$  se distribuye de manera uniforme sobre los estudiantes.

#### 5.3.2. Estabilidad

Con la especificación completa del mercado, comenzamos por caracterizar el único matching estable mediante puntajes de corte. Denotamos por  $p_i$  el puntaje de corte del colegio

$c_i$  en el único matching estable.

Es fácil ver que como el sistema tiene capacidad suficiente para admitir a todos los estudiantes ( $q_{c_1} + q_{c_2} + q_{c_3} > \eta(S)$ ), entonces necesariamente alguno de los puntajes de corte debe ser nulo. Más aún, como la masa de estudiantes que pone a  $c_1$  o  $c_2$  como su primera opción es mayor que la capacidad de estos colegios, entonces  $p_1 \neq 0$  y  $p_2 \neq 0$ , lo que implica que:

$$p_3 = 0$$

Para calcular los puntajes de corte de  $c_1$  y  $c_2$ , resulta útil el diagrama de la Figura 5.1:

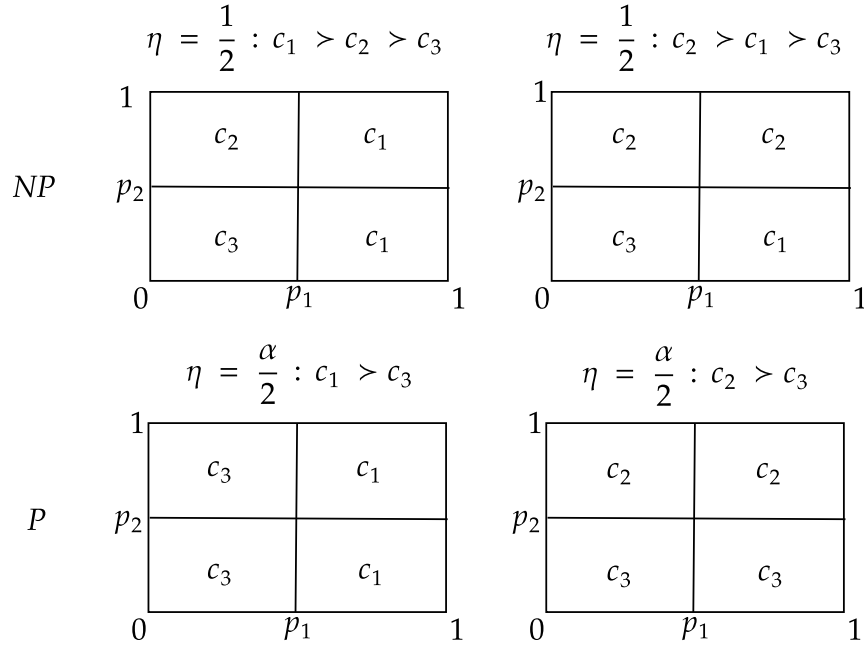


Figura 5.1: Diagrama puntajes de corte

En la figura, cada recuadro representa un conjunto de estudiantes que comparten el mismo tipo y las mismas preferencias. En cada recuadro, el puntaje del estudiante  $s$  en  $c_1$ , se representa a través del eje  $x$  y el puntaje en  $c_2$  a través del eje  $y$ . Los colegios dentro de cada recuadro representan los colegios con que se emparejan los estudiantes en el único matching estable. Por ejemplo, para un estudiante  $s$  de tipo NP cuyas preferencias son tales que  $c_2 \succ c_1 \succ c_3$ :

- Si  $l_{c_2}^s > p_2$ , entonces se empareja con  $c_2$ .
- Si  $l_{c_2}^s < p_2$  y  $l_{c_1}^s > p_1$ , entonces se empareja con  $c_1$ .
- Si  $l_{c_2}^s < p_2$  y  $l_{c_1}^s < p_1$ , entonces se empareja con  $c_3$ .

De esta forma, dados puntajes de corte  $p_1$  y  $p_2$ , la demanda por  $c_1$  y  $c_2$  viene dada respectivamente por:

$$D_{c_1}(p) = \frac{1}{2}(1 - p_1) + \frac{1}{2}p_2(1 - p_1) + \frac{\alpha}{2}(1 - p_1)$$



$$D_{c_2}(p) = \frac{1}{2}(1 - p_2) + \frac{1}{2}p_1(1 - p_2) + \frac{\alpha}{2}(1 - p_2)$$

La condición de limpieza de mercado impone además que:

$$D_{c_1}(p) = q_{c_1} = k, \quad D_{c_2}(p) = q_{c_2} = k$$

Resolviendo este sistema se obtiene que:

$$p = p_1 = p_2 = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\alpha^2 + 4(\alpha + 1 - 2k)} - \alpha \right) \in (0, 1)$$

Y es sencillo ver que la fracción de estudiantes de tipo  $P$  asignados a  $c_1$  o  $c_2$  viene dada por:

$$S_P^1 = \frac{\alpha \frac{1}{2}(1 - p)}{k} < \frac{1}{2}$$

### 5.3.3. Estabilidad bajo reservas

Consideramos ahora el vector de reservas  $\vec{r} = (r, r, r)$ . Es decir, reservas simétricas de valor  $r$ . Evidentemente, para  $r < S_P^1$  el matching estable bajo reservas  $\vec{r}$  coincide con el matching estable previamente descrito.

Para  $r \in [S_P^1, \min\{\frac{\alpha}{2k}, 1\}]$ , las reservas son activas y los puntajes de corte son tipo-dependientes. Por el mismo argumento de antes, es fácil ver que los puntajes de corte en  $c_3$  deben ser nulos para ambos tipos de estudiantes. Por otra parte, y debido a la simetría del modelo, es fácil ver que los puntajes de corte en  $c_1$  y  $c_2$  deben ser iguales.

Las ecuaciones de limpieza de mercado imponen entonces que:

$$\frac{1}{2}(1 - p_{NP}) + \frac{1}{2}p_{NP}(1 - p_{NP}) + \alpha \frac{1}{2}(1 - p_P) = k$$

Donde  $p_{NP}$  y  $p_P$  corresponde al puntaje de corte de los colegios  $c_1$  y  $c_2$  para estudiantes de tipo  $NP$  y  $P$ , respectivamente.

Por otra parte, como las reservas deben ser activas:

$$\alpha \frac{1}{2}(1 - p_P) = rk$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene que:

$$p_{NP} = \sqrt{1 - 2k(1 - r)}, \quad p_P = 1 - \frac{2rk}{\alpha}$$

Lo que caracteriza el matching estable bajo reservas  $\vec{r}$ .

### 5.3.4. Segregación y Eficiencia

Las siguientes proposiciones caracterizan los efectos, en términos de segregación y eficiencia, que trae la incorporación de las reservas al modelo.

**Proposición 5.1** Sean  $D_{\mu(r)}$  y  $H_{\mu(r)}$  los índices de Duncan y Hutchens, respectivamente, que se obtienen con el matching estable bajo reservas simétricas de valor  $r$ . Se tiene que:

- Tanto  $D_{\mu(r)}$  como  $H_{\mu(r)}$  decrecen para  $r < \frac{1}{2}$ .
- Tanto  $D_{\mu(r)}$  como  $H_{\mu(r)}$  crecen para  $r > \frac{1}{2}$ .
- Ambos índices de segregación,  $D_{\mu(r)}$  y  $H_{\mu(r)}$ , alcanzan su mínimo en  $r = \frac{1}{2}$ .

La proposición anterior muestra que la introducción de reservas efectivamente trae consigo una disminución en la segregación del sistema. Más aún, la segregación se minimiza fijando  $r = \frac{1}{2}$ , que corresponde justamente con la proporción que cada grupo representa del total de estudiantes.

La intuición detrás de la proposición es sencilla. Cuando  $r < \frac{1}{2}$ , un incremento en  $r$  mueve estudiantes de tipo  $P$  desde  $c_3$  a  $c_1$  y  $c_2$ , a la vez que desplaza otros de tipo  $NP$  desde  $c_1$  y  $c_2$  a  $c_3$ . Como los colegios  $c_1$  y  $c_2$  exhiben una sobre representación de estudiantes de tipo  $NP$ , las reservas integran al sistema y vuelven la composición de los colegios más homogénea. Cuando  $r > \frac{1}{2}$ , la proporción de estudiantes de tipo  $P$  asignados a los colegios  $c_1$  y  $c_2$  es demasiado alta y un incremento en la reserva la hace aún mayor, lo que contribuye a un sistema más segregado.

**Proposición 5.2** Sean  $F_P^{\mu(r)}(t)$ ,  $F_{NP}^{\mu(r)}(t)$  y  $F^{\mu(r)}(t)$  las distribuciones acumuladas de las preferencias asignadas que se obtienen con el matching estable bajo reservas simétricas de valor  $r$ , para estudiantes de tipo  $P$ , de tipo  $NP$  y para todos los estudiantes, respectivamente. Cuando las reservas son activas, se tiene que:

- La masa de estudiantes de tipo  $P$  asignados a su primera preferencia crece con  $r$ . Es decir:

$$\frac{\partial F_P^{\mu(r)}(1)}{\partial r} > 0$$

- La masa de estudiantes de tipo  $NP$  asignados a su primera preferencia decrece con  $r$ . Es decir:

$$\frac{\partial F_{NP}^{\mu(r)}(1)}{\partial r} < 0$$

- La masa total de estudiantes asignados a su primera preferencia crece con  $r$  si y solo si  $r > 1 - \frac{3}{8k}$ . Es decir:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(1)}{\partial r} > 0 \iff r > 1 - \frac{3}{8k}$$

Las primeras dos afirmaciones de la Proposición 5.2 son naturales. El incremento de los cupos reservados para estudiantes de tipo  $P$  hace que para ellos sea más sencillo quedar en sus colegios favoritos, mientras que lo dificulta para los estudiantes de tipo  $NP$ .

La tercera afirmación es un poco menos intuitiva. Por una parte muestra que hacer crecer el número de cupos reservados, además de generar un sistema menos segregado, puede aumentar el número de estudiantes (en total) que son asignados a sus primeras preferencias. La intuición detrás de esta idea, es que el aumento de las reservas reemplaza a estudiantes de tipo  $NP$  de los colegios  $c_1$  y  $c_2$  por otros de tipo  $P$ . Mientras los primeros están siendo desplazados desde sus primeras y segundas preferencias, todos los estudiantes del segundo tipo están siendo asignados a sus primeras opciones, lo que hace que el número total de estudiantes que quedan en su colegio favorito aumente.

Sin embargo, aún en este sencillo ejemplo hay una sutileza, y es que para que lo anterior se sostenga es necesario que:

$$r > 1 - \frac{3}{8k}$$

Para que el incremento marginal de los cupos reservados para estudiantes de tipo  $P$  efectivamente se traduzca en un aumento del total de estudiantes asignados a sus primeras preferencias, es necesario que hayan suficientes estudiantes en sus segundas opciones antes de subir las reservas. Cuando el sistema es demasiado holgado y una porción suficientemente grande de estudiantes se empareja con sus colegios favoritos, entonces la intuición del párrafo anterior deja de ser coherente.

Un nivel alto de la reserva o un valor bajo del parámetro  $k$ , son condiciones que se traducen en que los estudiantes de tipo  $NP$  enfrentan un elevado nivel de competencia por sus cupos preferidos en los colegios  $c_1$  y  $c_2$ . Si esto no ocurre, entonces los puntajes de corte en en estos colegios son cercanos a 0, la cantidad de estudiantes en sus primeras opciones es alta y la cantidad de asignados a sus segundas preferencias es baja. Intuitivamente, al existir compatibilidad en las preferencias de los estudiantes (y cupos suficientes), son pocos aquellos que no logran entrar a los primeros lugares de sus listados.

Cuando no hay competencia en el mercado y la reserva aumenta, efectivamente estudiantes de tipo  $P$  se mueven a sus primeras preferencias y desplazan a otros de tipo  $NP$  desde sus primeras y segundas opciones, como en el caso anterior. Sin embargo, existe un *tradeoff*. El aumento de la reserva también trae consigo un incremento en la competencia por los cupos de  $c_1$  y  $c_2$ , que antes estaban prácticamente garantizados para estudiantes de tipo  $NP$ . Este incremento en la competencia provoca que los estudiantes de tipo  $NP$  que tenían mal puntaje en su primera opción, pero buen puntaje en la segunda, compitan por los cupos de siguiente su alternativa. Antes del incremento en la reserva no lo hacían, simplemente porque su colegio preferido tenía un puntaje de corte demasiado bajo. Este efecto es el que hace que subir la reserva pueda hacer crecer el número de estudiantes asignados a su segunda preferencia cuando el mercado es holgado.

Si la competencia ya es suficientemente fuerte antes de subir las reservas, entonces el efecto anterior se diluye. Cuando el número de estudiantes de tipo  $NP$  que están quedando en sus segundas opciones es suficientemente alto, entonces imponer reservas efectivamente va a incrementar el número total de asignados a sus primeras preferencias. Los estudiantes de tipo  $P$  que van a entrar en los colegios  $c_1$  y  $c_2$  van a mover a otros de tipo  $NP$  desde sus primeras y segundas opciones, pero muchos de los estudiantes de tipo  $NP$  que salen de sus colegios van a ir directamente a  $c_3$ .

De la proposición, es fácil ver que si la capacidad de los establecimientos que enfrentan un exceso de demanda es baja ( $k < \frac{3}{8}$ ), entonces la masa total de estudiantes asignados a su primera opción crece desde el punto en que la reserva se hace activa. El resultado afirma que cuando estamos en presencia de un mercado suficientemente competitivo, entonces la introducción de los cupos reservados siempre se traduce en un incremento en la eficiencia del sistema.

## 5.4. El modelo

Consideramos un conjunto continuo de estudiantes  $S$  de tamaño  $1 + \beta$ , con  $0 < \beta \leq 1$ . Existen dos tipos de estudiantes  $P$  y  $NP$ . Los estudiantes de tipo  $NP$  tienen masa total igual a 1, mientras que los de tipo  $P$  tienen masa total  $\beta$ . De esta forma, cuando  $\beta = 1$  cada grupo conforma la mitad de la población.

Existe un conjunto discreto de colegios  $C = \{1, \dots, n, n + 1, \dots, n + m\}$ . Los colegios  $c_1 \in C_1 = \{1, \dots, n\}$ , que llamamos colegios de tipo 1, representan colegios de alta demanda y los colegios  $c_2 \in C_2 = \{n + 1, \dots, n + m\}$ , que llamamos de tipo 2, representan colegios de baja demanda. La capacidad  $q_c$  del colegio  $c \in C_i$  es  $k_i > 0$  y suponemos que:

$$nk_1 < 1, \quad nk_1 + mk_2 > 1 + \beta$$

De esta forma, los colegios de alta demanda no tienen capacidad suficiente para admitir a todos los estudiantes de tipo  $NP$ , pero el sistema en su conjunto tiene capacidad suficiente para admitir a todos los estudiantes.

Denotamos por  $Z(k)$  al conjunto de todas las relaciones de preferencias sobre  $C$  tales que exactamente los  $k$  colegios preferidos son de tipo 1. Así,  $Z(0)$  denota al conjunto de todas las relaciones de preferencias que ponen como primera opción un colegio de tipo 2. Las preferencias de los estudiantes son como sigue:

- Los estudiantes de tipo  $NP$  tienen preferencias uniformemente distribuidas sobre  $Z(n)$ .
- Una fracción  $\alpha \in (0, 1)$  de los estudiantes  $P$  tienen preferencias uniformemente distribuidas sobre  $Z(l)$ , para  $l < n$ .
- Los restantes  $1 - \alpha$  estudiantes de tipo  $P$  tienen preferencias uniformemente distribuidas sobre  $Z(0)$ .

El primero de los puntos anteriores señala que un estudiante de tipo  $NP$  siempre prefiere un colegio de tipo 1 por sobre un colegio de tipo 2. Los dos siguientes, capturan el hecho de que los estudiantes de tipo  $P$  postulan con menor intensidad a colegios de alta demanda. Como  $\alpha < 1$ , algunos estudiantes de tipo  $P$  postulan en primera opción a colegios de tipo 2. Gracias a que  $l < n$ , los estudiantes de tipo  $P$  cuyo colegio favorito es de tipo 1, postulan a menos colegios de tipo 1 que sus pares de tipo  $NP$ .

Las preferencias de los colegios sobre el conjunto de estudiantes se obtienen a partir de realizaciones independientes de loterías en cada uno.

Como en el ejemplo de la sección anterior<sup>3</sup>, comenzamos por caracterizar los matching estables en ausencia de reservas a partir de puntajes de corte. Sea  $p_i$  el puntaje de corte del colegio  $i \in C$ . En primer lugar, por la simetría del problema es fácil ver que:

$$p_{i_1} = p_{j_1}, \forall i_1, j_1 \in C_1, \quad p_{i_2} = p_{j_2}, \forall i_2, j_2 \in C_2$$

Es decir, todos los colegios del mismo tipo enfrentan el mismo puntaje de corte.

En segundo lugar, en cualquier matching estable los colegios de tipo 2 tendrán exceso de capacidad y, por lo tanto, sus puntajes de corte deben ser nulos:

$$p_i = 0, \quad \forall i \in C_2$$

Gracias a las observaciones anteriores, podemos caracterizar el matching estable a partir de un único puntaje de corte para los colegios de tipo 1, que denotamos  $p$ .

Las ecuaciones de limpieza de mercado imponen entonces que:

$$\sum_{t=1}^n \frac{1}{n} p^{t-1} (1-p) + \alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p^{t-1} (1-p) = k_1 \quad (5.1)$$

El primer término del lado izquierdo de esta expresión proviene de la demanda de los estudiantes de tipo  $NP$  y el segundo de la demanda de los estudiantes de tipo  $P$ . El lado derecho corresponde a la capacidad de los colegios de tipo 1. Para estudiantes de tipo  $NP$  la demanda se construye notando que para cada colegio  $c \in C_1$ , exactamente  $1/n$  estudiantes lo ponen como su  $t$ -ésima preferencia y que un estudiante que pone a  $c$  en la  $t$ -ésima posición se asigna a él cuando tiene el puntaje requerido  $(1-p)$  y no tiene el puntaje requerido para entrar a sus  $t-1$  alternativas preferidas ( $p^{t-1}$ ). El término  $\alpha$  es producto de que  $1-\alpha$  estudiantes de tipo  $P$  necesariamente quedan asignados a su primera opción, que corresponde a alguno de los colegios de tipo 2. Los índices de las sumatorias se obtienen a partir de la cantidad de colegios de tipo 1 que rankea cada tipo de estudiante antes del primer colegio de tipo 2.

Es fácil ver que la solución de la ecuación anterior viene dada por aquella que resuelve la siguiente expresión no lineal:

$$p^n + \alpha\beta p^l = 1 - nk_1 + \alpha\beta \quad (5.2)$$

Que tiene solución única en  $(0, 1)$ .

Naturalmente, cuando el valor de  $\alpha, \beta$  o  $l$  crece,  $p$  también lo hace. Un incremento en cualquiera de estos parámetros corresponde a un incremento en la competencia por cupos en los colegios de tipo 1 y, por lo tanto, llevan a puntajes de corte más altos. Por su parte, cuando  $k_1$  o  $n$  crecen,  $p$  cae.

La cantidad de estudiantes de tipo  $P$  que se asigna a colegios de tipo 1 es:

$$\alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p^{t-1} (1-p) = \frac{\alpha\beta}{n} (1-p^l)$$

---

<sup>3</sup>Notar que para  $\beta = 1, n = 2, m = 1$  y  $l = 1$ , se recupera el ejemplo de la sección anterior.

Mientras que la de estudiantes de tipo  $NP$  es:

$$\sum_{t=1}^n \frac{1}{n} p^{t-1} (1-p) = \frac{1}{n} (1-p^n)$$

Por lo que el ratio entre las expresiones anteriores es simplemente:

$$\alpha\beta \frac{1-p^l}{1-p^n}$$

Notar que para  $\beta \leq 1$ , la expresión anterior es menor a 1, pues  $\alpha < 1$  y  $l < n$ . Es decir, los estudiantes de tipo  $P$  se encuentran en menor proporción en colegios de tipo 1. Como ellos postulan con menor intensidad a colegios de tipo 1 ( $\alpha < 1$  y  $l < n$ ), el matching estable naturalmente subrepresenta a este tipo de estudiantes en colegios de tipo 1.

La fracción de estudiantes de tipo  $P$  en colegios de tipo 1 es entonces:

$$S_p^1 = \frac{\alpha\beta}{nk_1} (1-p^l)$$

Consistente con la observación anterior,  $S_p^1 < \frac{1}{2}$  para  $\beta \leq 1$ , pues  $\alpha \in (0, 1)$ .

Claramente, para  $r < S_p^1$  el matching estable bajo reservas corresponde con el matching estable en ausencia de estas. Producto de lo anterior, a partir de este punto consideramos reservas simétricas de valor  $r \in [S_p^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$ . Los puntajes de corte deben ser ahora tipo-dependientes y aquellos para los colegios de tipo 2 deben ser nulos.

Si denotamos por  $p_P$  y  $p_{NP}$  a los puntajes de corte para estudiantes de tipo  $P$  y  $NP$  en colegios de tipo 1, respectivamente, la condición de limpieza de mercado impone que:

$$\sum_{t=1}^n \frac{1}{n} p_{NP}^{t-1} (1-p_{NP}) + \alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p_P^{t-1} (1-p_P) = k_1$$

Donde los términos se obtienen de manera análoga a los de la identidad (5.1).

Por su parte, las reservas deben ser activas para  $r \in [S_p^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$ , de donde sigue que:

$$\alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p_P^{t-1} (1-p_P) = rk_1$$

Resolviendo este sistema de ecuaciones se obtiene que:

$$p_{NP} = (1 - nk_1(1-r))^{1/n}, \quad p_P = \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1/l} \quad (5.3)$$

Y es fácil notar que:

$$p_{NP} \in (0, 1)$$

Mientras que:

$$p_P > 0 \iff \alpha\beta > rnk_1$$

Es decir, para que las reservas sean activas,  $\alpha\beta$  debe ser razonablemente grande. En otro caso, todos los estudiantes de tipo  $P$  que postulan a colegios de tipo 1 son asignados a sus primeras opciones y el incremento en la reserva deja de tener sentido.

Además, es fácil ver que  $p_P$  decrece con  $r$ , mientras que  $p_{NP}$  va en la dirección contraria. Esto es natural: la reserva facilita la admisión de estudiantes de tipo  $P$  en colegios de tipo 1 y dificulta la de los estudiantes de tipo  $NP$ .

El siguiente resultado muestra que las reservas son una herramienta efectiva para combatir la segregación escolar:

**Teorema 5.3** Sean  $D_{\mu(r)}$  y  $H_{\mu(r)}$  los índices de Duncan y Hutchens, respectivamente, que se obtienen con el matching estable bajo reservas simétricas de valor  $r$ . Se tiene que:

- Tanto  $D_{\mu(r)}$  como  $H_{\mu(r)}$  decrecen para  $r < \frac{\beta}{1+\beta}$ .
- Tanto  $D_{\mu(r)}$  como  $H_{\mu(r)}$  crecen para  $r > \frac{\beta}{1+\beta}$ .
- Ambos índices de segregación,  $D_{\mu(r)}$  y  $H_{\mu(r)}$ , alcanzan su mínimo en  $r = \frac{\beta}{1+\beta}$ .

El Teorema 5.3 extiende la Proposición 5.1 a este contexto más general. Evidentemente, cuando ambos grupos están compuestos por la misma cantidad de estudiantes (y por lo tanto  $\beta = 1$ ), se recupera el resultado de la sección anterior.

Cuando la reserva es pequeña, incrementos en su valor mueven estudiantes de tipo  $P$  desde colegios de tipo 2 a colegios de tipo 1 y usan los cupos que previamente estaban destinados a estudiantes de tipo  $NP$ . Como los primeros están subrepresentados en estos colegios, lo anterior va en la dirección de un sistema menos segregado. Del mismo modo, el incremento en la reserva mueve estudiantes de tipo  $NP$  desde colegios de tipo 1 a colegios de tipo 2, quienes reemplazan a estudiantes de tipo  $P$ . Producto de estos dos efectos, la incorporación de reservas disminuye la segregación del sistema.

A partir de los puntajes de corte determinados en (5.3) es fácil obtener la cantidad de estudiantes de cada tipo asignados a cada una de sus preferencias.

La masa de estudiantes de tipo  $NP$  asignados a su  $t$ -ésima preferencia viene dada por:

$$f_{NP}^{\mu(r)}(t) = \begin{cases} p_{NP}^{t-1}(1 - p_{NP}) & \text{si } t \leq n \\ 1 - nk_1(1 - r) & \text{si } t = n + 1 \end{cases}$$

De forma que la distribución acumulada queda definida por:

$$F_{NP}^{\mu(r)}(t) = \sum_{s \leq t} f_{NP}(s) = \begin{cases} \sum_{s \leq t} p_{NP}^{s-1}(1 - p_{NP}) & \text{si } t \leq n \\ 1 & \text{si } t > n \end{cases}$$

Por su parte, la masa de estudiantes de tipo  $P$  asignados a su  $t$ -ésima preferencia es:

$$f_P^{\mu(r)}(t) = \begin{cases} \alpha\beta(1 - p_P) + (1 - \alpha)\beta & \text{si } t = 1 \\ \alpha\beta p_P^{t-1}(1 - p_P) & \text{si } 2 \leq t \leq l \\ \beta - (nrk_1 + (1 - \alpha)\beta) & \text{si } t = l + 1 \end{cases}$$

De modo que la distribución acumula viene entonces dada por:

$$F_P^{\mu(r)}(t) = \sum_{s \leq t} f_P(s) = \begin{cases} \alpha\beta \sum_{s \leq t} p_P^{s-1}(1 - p_P) + (1 - \alpha)\beta & \text{si } t \leq l \\ \beta & \text{si } t > l \end{cases}$$

Y la distribución acumulada de las preferencias asignadas, para la totalidad de los estudiantes, queda entonces definida por:

$$F^{\mu(r)}(t) = F_{NP}^{\mu(r)}(t) + F_P^{\mu(r)}(t)$$

El siguiente resultado caracteriza el matching estable en términos de eficiencia:

**Teorema 5.4** Sean  $F_P^{\mu(r)}(t)$ ,  $F_{NP}^{\mu(r)}(t)$  y  $F^{\mu(r)}(t)$  las distribuciones acumuladas de las preferencias asignadas que se obtienen con el matching estable bajo reservas simétricas de valor  $r$ , para estudiantes de tipo  $P$ , de tipo  $NP$  y para todos los estudiantes, respectivamente, cuando las reservas son activas. Se tiene que:

- La masa de estudiantes de tipo  $P$  asignados a sus primeras  $t$  preferencias, para  $t \leq l$ , crece con  $r$ . Es decir:

$$\frac{\partial F_P^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \geq 0, \quad \forall t \leq l$$

- La masa de estudiantes de tipo  $NP$  asignados a sus primeras  $t$  preferencias, para  $t \leq n$  decrece con  $r$ . Es decir:

$$\frac{\partial F_{NP}^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0, \quad \forall t \leq n$$

- Respecto de la masa total de estudiantes asignados a sus primeras  $t$  preferencias. Si:

$$1 - \frac{1}{nk_1} \left( 1 - \left( \frac{l}{n} \right)^{\frac{n}{n-l}} \right) < r \quad (5.4)$$

Entonces:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \geq 0, \quad \forall t \leq l \quad y \quad \frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0, \quad \forall t \geq l + 1 \quad (5.5)$$

La Proposición 5.2, en el ejemplo de la sección anterior, en realidad corresponde a un corolario del Teorema 5.4.

Aumentar la reserva aumenta la fracción de estudiantes de tipo  $P$  que son asignados a sus preferencias más altas y disminuye la masa de estudiantes de tipo  $NP$ , pues las reservas



justamente facilitan la admisión de los primeros en los establecimientos de tipo 1, que corresponden a los de alta demanda. Del mismo modo, los incrementos en los cupos reservados para estudiantes de tipo  $P$  perjudican la asignación para aquellos estudiantes de tipo  $NP$ .

La segunda parte de la proposición es un poco menos intuitiva. En primer lugar, notemos que para  $n = 2$ , entonces  $l = 1$  y se recupera que:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(1)}{\partial r} \geq 0 \quad \iff \quad r > 1 - \frac{3}{8k_1}$$

Que corresponde justamente con la última afirmación de la proposición 5.2.

El teorema afirma que cuando se tiene la desigualdad de (5.4), entonces necesariamente se cumple que:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \geq 0, \quad \forall t \leq l \quad \text{y} \quad \frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0, \quad \forall t \geq l + 1$$

Esto último, no es natural y corresponde al resultado principal de la investigación.

El resultado muestra que la introducción de reservas incrementa la distribución acumulada de estudiantes asignados a sus primeras  $l$  preferencias, pero que este incremento no corresponde a uno de dominancia estocástica de primer orden en la distribución de preferencias acumuladas. De esta forma, el incremento en estudiantes asignados a sus primeras preferencias viene con un costo asociado: también aumenta el número de estudiantes asignados a sus últimas preferencias. Cuando los listados de preferencia no son suficientemente largos, esto se traduce en que más estudiantes quedan sin asignación.

Cuando las reservas crecen, el efecto natural es que estudiantes de tipo  $P$  reemplazan a estudiantes de tipo  $NP$  en colegios de tipo 1. Sin embargo, los estudiantes de tipo  $P$  postulan con menor intensidad a colegios de tipo 1. De hecho, una fracción de ellos postula primero a colegios de tipo 2: para estos estudiantes la introducción de las reservas no tienen ningún efecto. Para aquellos que postulan primero a colegios de tipo 1, la reserva si tiene impacto. Sin embargo, sabemos que sus preferencias distribuyen uniforme sobre  $Z(l)$ , con  $l < n$ . De esta forma, cuando un estudiante de tipo  $P$  reemplace a uno de tipo  $NP$ , probablemente estará siendo asignado a una preferencia más alta que la que se le asignaba al estudiante que sustituye. Este efecto es el que provoca que el número total de estudiantes asignados a sus primeras preferencias incremente con el aumento de las reservas:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \geq 0, \quad \forall t \leq l$$

Para ver porqué ocurre además que:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0, \quad \forall t \geq l + 1$$

Basta notar que la masa de estudiantes de tipo  $NP$  que quedan asignados a uno de sus colegios  $l$ -preferidos va a ser menor. Dicho de otra forma, más estudiantes de este tipo van a ser asignados a sus últimas preferencias.

La condición de (5.4) se interpreta como una condición de competencia por los cupos de tipo 1 y la intuición es similar a la expuesta para la proposición 5.2. Para que la intuición de más arriba efectivamente se sostenga, no puede ocurrir que todos los estudiantes de tipo NP estén siendo originalmente asignados a sus primeras opciones. Cuando esto ocurre, el “efecto cadena” que provocan las iteraciones del algoritmo de aceptación diferida, hace que los estudiantes de tipo NP que son expulsados de sus primeras opciones por la introducción de estudiantes de tipo P a sus colegios, iterativamente expulsen a otros estudiantes de tipo NP de sus colegios. A su vez, estos últimos expulsan sucesivamente a otros estudiantes de tipo NP y la asignación del sistema completo empeora, producto del incremento en la competencia. El caso relevante es cuando los cupos en colegios de alta demanda efectivamente presentan un exceso de demanda, y por lo tanto, cuando (5.4) se sostiene.

# Capítulo 6

## Evidencia Empírica

El presente capítulo analiza en detalle las postulaciones realizadas durante la fase regular de la versión 2018 del Sistema de Admisión Escolar. El análisis se restringe al primer nivel de transición (prekinder) y a las comunas de Valparaíso y Viña del Mar. Estas dos, concentran la mayor cantidad de habitantes en la conurbación del Gran Valparaíso que, a su vez, corresponde a la tercera más grande del país. En la sección de Anexos se replica el análisis para otras ciudades de Chile.

En la primera sección, se describe la forma de construcción y las características del mercado en estudio. La sección siguiente, da cuenta de las diferencias, por nivel socioeconómico, en la forma de postulación de los estudiantes. La tercera sección, presenta los resultados empíricos obtenidos a partir de simulaciones numéricas y los contrasta con los resultados teóricos expuestos en el capítulo anterior.

### 6.1. Descripción del mercado

En la fase regular de postulaciones del Sistema de Admisión Escolar 2018, para el año académico 2019, participaron 274.990 estudiantes que pudieron postular a un total de 6.421 establecimientos. Este número de estudiantes representa el 93,29 % del total de participantes del proceso (294.768).

De los 6.421 establecimientos que participan de esta versión del Sistema, 766 corresponden a establecimientos ubicados en la Región de Valparaíso. De estos últimos, solo 203 se ubican en alguna de las comunas de Valparaíso o Viña del Mar y solo 153 ofrecen el nivel de prekinder. La capacidad total de estos establecimientos (4.683 cupos) es prácticamente idéntica al número total de cupos disponibles (4.606), pues en este nivel el número de estudiantes con matrícula garantizada es mínimo.

Por su parte, en la Región de Valparaíso postulan 35.781 niños, niñas y jóvenes<sup>1</sup>, de los cuales 12.454 lo hacen al primer nivel de transición. Dentro de los postulantes a este nivel,

---

<sup>1</sup>Un estudiante se considera postulando en la región de Valparaíso si postula al menos a un colegio ubicado en esta región.

existen estudiantes que postulan exclusivamente a establecimientos ubicados en las comunas de Viña o Valparaíso, otros que lo hacen a establecimientos fuera de esta zona geográfica y otros que postulan tanto a establecimientos dentro como fuera del sector. Sin embargo, este par de comunas conforma un mercado prácticamente aislado. La gran mayoría de los estudiantes que incluyen algún establecimiento ubicado en Valparaíso o Viña del Mar en su listado de preferencias, únicamente incluyen establecimientos de estas localidades. De los 12.454 niños y niñas que postulan a prekinder en la región, 3.745 lo hacen a algún establecimiento de Valparaíso o Viña y el 95,56 % (3.579) de ellos postula exclusivamente a establecimientos ubicados en este sector. Este grupo concentra además el 96,91 % de las postulaciones totales<sup>2</sup> a establecimientos dentro de estas comunas.

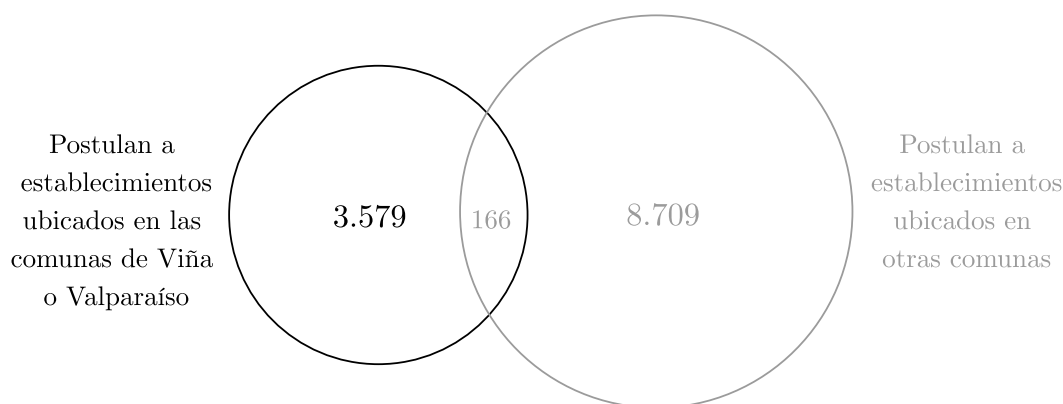


Figura 6.1: Postulaciones a prekinder en la Región de Valparaíso, SAE 2018

En adelante, el análisis se restringe únicamente a los 153 establecimientos ubicados en las comunas de Viña del Mar o Valparaíso y a los 3.579 estudiantes que únicamente incluyen este tipo de establecimientos en sus listados de preferencias. De este grupo, 1.785 (49,9 %) estudiantes se encuentran categorizados como estudiantes prioritarios. La Tabla 6.1 presenta el resumen del mercado previamente descrito.

Tabla 6.1: Resumen del mercado

Número de establecimientos	153		
Capacidad total	4.683		
Capacidad disponible	4.606		
		No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes:	3.579	1.794 (50,13 %)	1.785 (49,87 %)
Porcentaje de los postulantes reales	95,57 %		
Porcentaje de las postulaciones reales	96,91 %		

<sup>2</sup>Las postulaciones totales corresponden al recuento de todos los pares (postulante, preferencia declarada).

## 6.2. Patrones de postulación

Si bien el número total de estudiantes prioritarios es prácticamente igual al número de no prioritarios en este mercado, las postulaciones de estos grupos no se parecen. Esta observación es consistente con las investigaciones de Eyzaguirre et al. (2019a), Eyzaguirre et al. (2019b), Carrasco y Honey (2019) y Fariña (2020), y es la que motiva las características del modelo que se expuso en la sección anterior.

En primer lugar, los estudiantes no prioritarios reportan listas de preferencia ligeramente más largas que las de sus pares prioritarios. Si bien la plataforma de postulación permite añadir todos los establecimientos que se deseen, el estudiante promedio solo postula a 3,12 establecimientos. Condicionando por grupo, se observa que los estudiantes no prioritarios listan 3,22 establecimientos en promedio, mientras que los de tipo prioritario solo añaden 3,02 opciones a sus listados de preferencia.

Tabla 6.2: Largo promedio de los listados de preferencia

	Todos	No Prioritarios	Prioritarios
Número promedio de establecimientos a los que postula:	3,12	3,22	3,02

Por otra parte, los establecimientos a los que postulan estudiantes no prioritarios en general enfrentan una mayor demanda que aquellos preferidos por estudiantes prioritarios. Siguiendo a Ashlagi y Nikzad (2020), para medir la demanda de un establecimiento  $c$ , definimos su popularidad como:

$$pop(c) = \frac{D_1(c)}{q_c}$$

Donde  $pop(c) \in \mathbb{R}_+$  denota la popularidad del establecimiento,  $D_1(c)$  el número de estudiantes que lo ponen como su primera opción y  $q_c$  sus cupos totales. Es decir, la popularidad de un establecimiento corresponde simplemente al ratio entre el número de estudiantes que lo declaran como su establecimiento favorito y la capacidad con que cuenta.

La Tabla 6.3 presenta estadísticas descriptivas para la popularidad de los establecimientos y la Figura 6.2 su histograma.

Tabla 6.3: Popularidad de los establecimientos

Número de establecimientos	153
Primer cuartil	0,30
Mediana	0,52
Media	0,72
Tercer cuartil	0,81

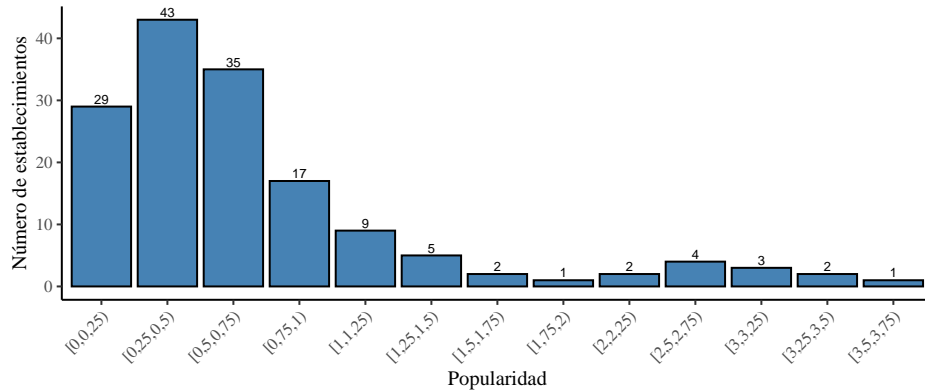


Figura 6.2: Popularidad de los establecimientos

La popularidad del establecimiento promedio es de 0,72, mientras que la popularidad mediana es solo de 0,52. Un cuarto de ellos tiene popularidad menor a 0,3, mientras que tres cuartas partes presentan popularidad menor a 0,81. Por su parte, solo 29 de las 153 opciones disponibles presentan popularidad mayor o igual 1.

Si se clasifican como *populares* aquellos establecimientos que presentan popularidad mayor a 1 y como *no populares* aquellos con popularidad menor o igual 1, el conjunto de establecimientos populares se restringe a solo 26. La distribución geográfica por tipo de establecimiento se puede apreciar en la Figura 6.3<sup>3</sup>. Como muestra la figura, los establecimientos populares se ubican mayoritariamente en los centros urbanos, mientras que aquellos no populares tienden a dispersarse hacia los sectores más extremos de las comunas.

<sup>3</sup>La figura omite 8 establecimientos ubicados en el sector de Placilla de Peñuelas.

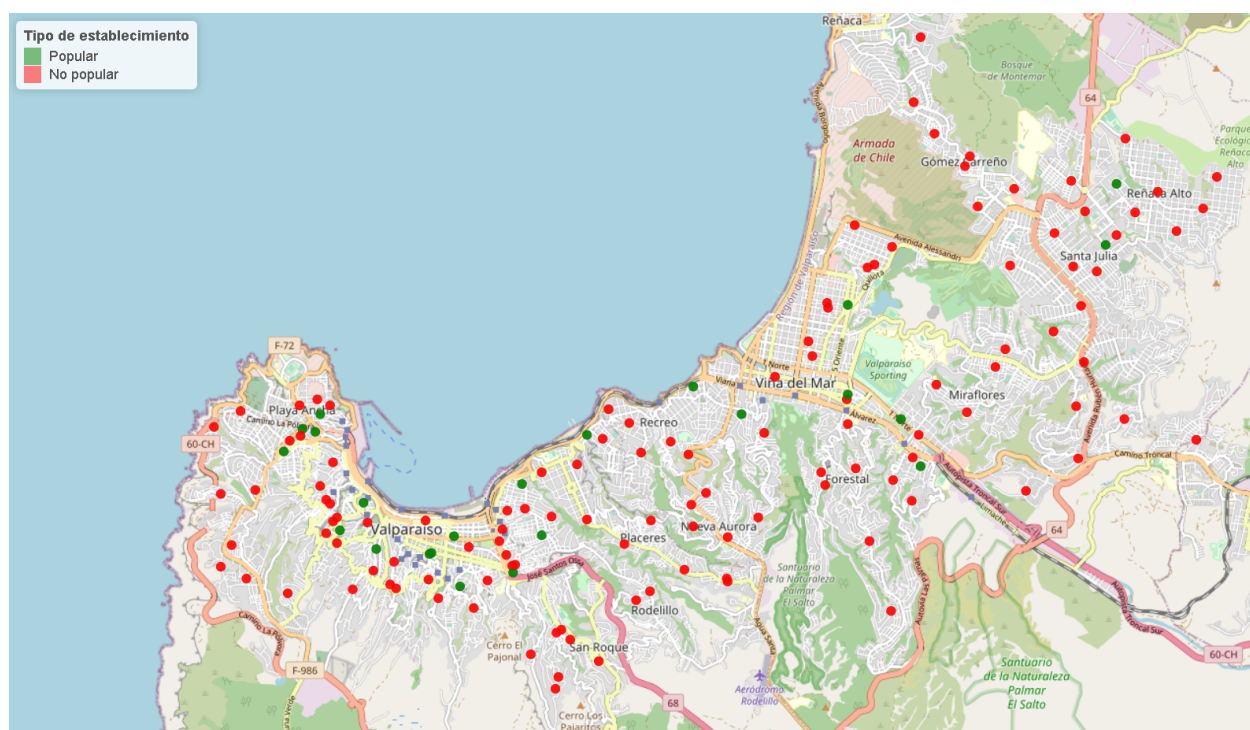


Figura 6.3: Distribución geográfica de los establecimientos por tipo de popularidad

La Tabla 6.4 distingue establecimientos populares de aquellos que no cuentan con esta catalogación a partir de algunas de sus características generales. En primer lugar, se presentan los puntajes SIMCE (promedio y mediana) obtenidos por cada grupo en la prueba de lenguaje para segundo básico del año 2015. Mientras el promedio SIMCE de los establecimientos populares es de aproximadamente 255 puntos, el de aquellos no populares es solo de 233. Por otra parte, la tabla señala que el 95% de los establecimientos no populares no cobra matrícula y el 85% tampoco exige copago mensual. Para el caso de los establecimientos populares, ambos porcentajes son bastante menores. Finalmente, se presenta la composición por dependencia administrativa de cada grupo. Los establecimientos no populares son mayoritariamente municipales, mientras que prácticamente el 90% de los populares corresponde a establecimientos particulares subvencionados.

Tabla 6.4: Características de los establecimientos populares.

		No populares	Populares
Número de establecimientos		127	26
SIMCE 2B	Promedio	233,21	255,28
	Mediana	238,50	260,00
Copago gratuito	Matrícula	95,28 %	69,23 %
	Mensualidad	85,83 %	46,15 %
Dependencia administrativa	Municipal	59,06 %	11,54 %
	Particular subvencionado	40,94 %	88,46 %

El recuento de establecimientos en la categoría de *Copago gratuito* incluyen aquellos declarados como “Sin información” en el Directorio Oficial de Establecimientos Educativos publicado por el Ministerio de Educación.

La Figura 6.4 permite contrastar la popularidad de los establecimientos contra el puntaje SIMCE promedio obtenido por sus estudiantes de segundo básico durante el año 2015. Cada punto representa un establecimiento. La recta punteada, de marcada pendiente positiva, corresponde a un ajuste lineal.

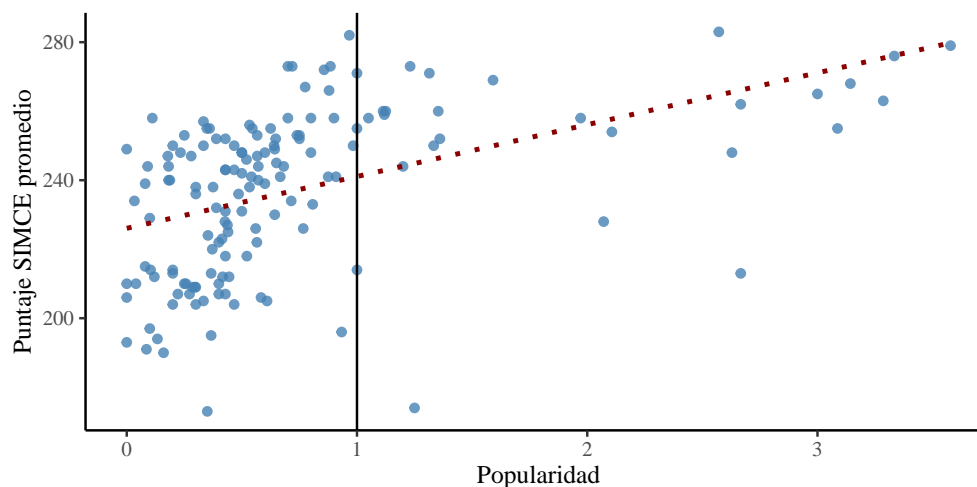


Figura 6.4: Promedio SIMCE contra popularidad del establecimiento.

Los estudiantes no prioritarios postulan en primera opción a establecimientos más populares que sus pares prioritarios. El histograma de la popularidad del establecimiento listado como primera alternativa, condicional en el tipo del estudiante se presenta en la Figura 6.5 y las estadísticas descriptivas asociadas en la Tabla 6.5.



Tabla 6.5: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

	No prioritarios	Prioritarios
Primer cuartil	0,72	0,53
Mediana	1,12	0,88
Media	1,64	1,26
Tercer cuartil	2,67	1,74

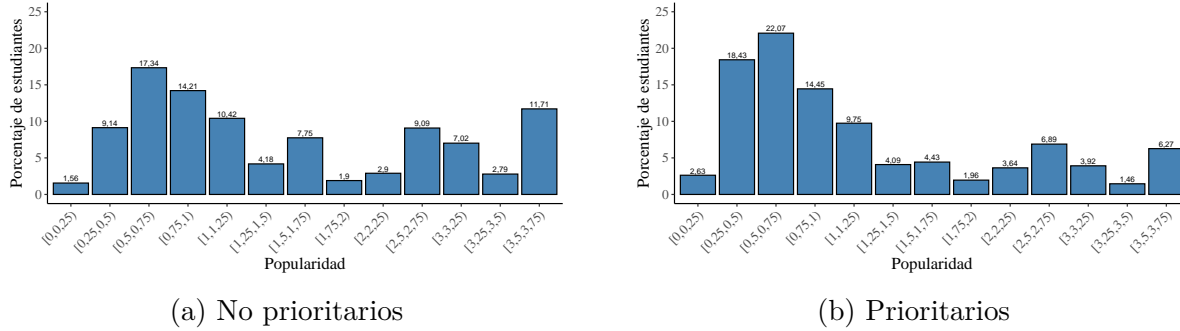


Figura 6.5: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

Como se observa en la Tabla 6.5, el primer establecimiento en el listado de un estudiante no prioritario tiene una popularidad promedio de 1,64, mientras que en el caso de un estudiante prioritario este valor es de 1,26. Por su parte, la mediana de la popularidad del establecimiento preferido para estudiantes no prioritarios es de 1,12, mientras que para prioritarios es solo de 0,88. En la misma línea, cuando se comparan los histogramas de la Figura 6.5, se observa claramente que el de estudiantes prioritarios acumula mayor masa en establecimientos de baja popularidad.

Sean  $F$  y  $G$  las las distribuciones de popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia por estudiantes prioritarios y no prioritarios, respectivamente. Siguiendo a McFadden (1989), se utiliza un estadístico de tipo Kolmogorov-Smirnov para testear si  $F$  domina estocásticamente de primer orden a  $G$ . De esta manera, se realiza un test de un lado y dos muestras para testear la hipótesis nula  $H_0 : F(w) \leq G(w)$  para algún  $w \in [0, 1]$  contra la alternativa  $H_1 : F(w) > G(w)$  para cada  $w \in [0, 1]$  usando el estadístico:

$$D^+ = \max_w \{F(w) - G(w)\}$$

Utilizando la función `KS.TEST` del paquete `STAT` del software R (R Core Team, 2020), los resultados obtenidos que se presentan en la Tabla 6.6. Por su parte, la Figura 6.6 muestra las distribuciones acumuladas empíricas. Tanto en el test como en el gráfico, se observa que la distribución de estudiantes no prioritarios domina estocásticamente de primer orden a la de estudiantes prioritarios.

Tabla 6.6: Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad de las primeras preferencias

Observaciones (NP - P):	1794 - 1785
Estadístico $D^+$ :	0,17821
P-Valor:	$< 2 \cdot 10^{-16}$

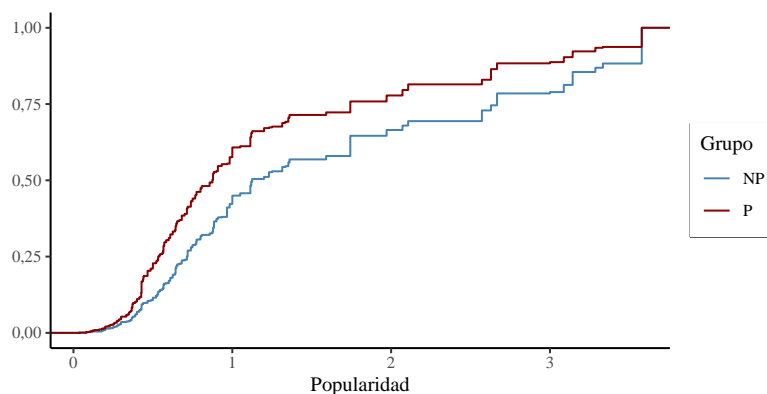


Figura 6.6: Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad de las primeras preferencias

En general, no solo los establecimientos listados en primera preferencia por estudiantes no prioritarios presentan una popularidad mayor que los de sus pares no prioritarios. Dado un estudiante  $s$ , denotamos  $L_s$  al conjunto definido por los establecimientos incluidos en su listado de preferencias y definimos la popularidad media de su postulación como:

$$pop(s) = \frac{\sum_{c \in L_s} pop(c)}{|L_s|}$$

Es decir, la popularidad media de una postulación corresponde simplemente al promedio de las popularidades de los establecimientos que la conforman.

La Figura 6.7 presenta el histograma de popularidades medias, por tipo de estudiante, y la Tabla 6.7 sus estadísticas descriptivas.

Tabla 6.7: Popularidad media de la postulación

	No prioritarios	Prioritarios
Primer cuartil	0,88	0,63
Mediana	1,31	1,01
Media	1,40	1,12
Tercer cuartil	1,85	1,52

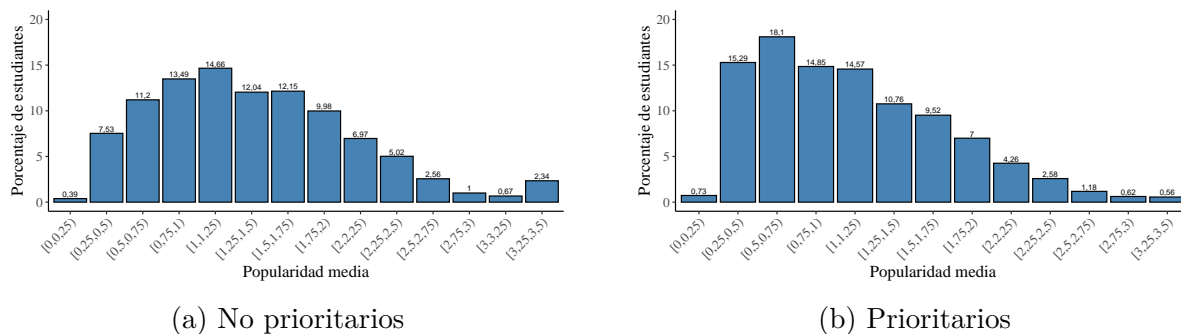


Figura 6.7: Popularidad media de las postulaciones

De la Tabla 6.7 se observa que el primer cuartil, la mediana, la media y el tercer cuartil de las popularidades medias son más altas para estudiantes no prioritarios que para sus pares prioritarios. Por su parte, el histograma para prioritarios nuevamente acumula mayor masa en valores más bajos que el de no prioritarios.

Las dos observaciones anteriores sugieren que los establecimientos incluidos en los listados de preferencias de estudiantes prioritarios son menos demandados que aquellos a los que postulan sus pares no prioritarios. Sin embargo, los primeros no solo postulan a establecimientos menos demandados. Aún cuando el establecimiento listado en primera preferencia sea un establecimiento de alta demanda, es más probable que el segundo establecimiento no lo sea si se observa la postulación de un estudiante prioritario, que cuando se examina la de un no prioritario.

Por su parte, la Tabla 6.8 y la Figura 6.8 presentan los resultados del test de Kolmogorov-Smirnov y el gráfico de las distribuciones acumuladas empíricas, respectivamente, para la popularidad media de las postulaciones. Nuevamente, en ambos casos se observa dominancia estocástica de primer orden por parte de la distribución para estudiantes no prioritarios por sobre la de prioritarios.

Tabla 6.8: Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad media de las postulaciones

Observaciones (NP - P):	1794 - 1785
Estadístico $D^+$ :	0,17988
P-Valor:	$2 \cdot 10^{-16}$

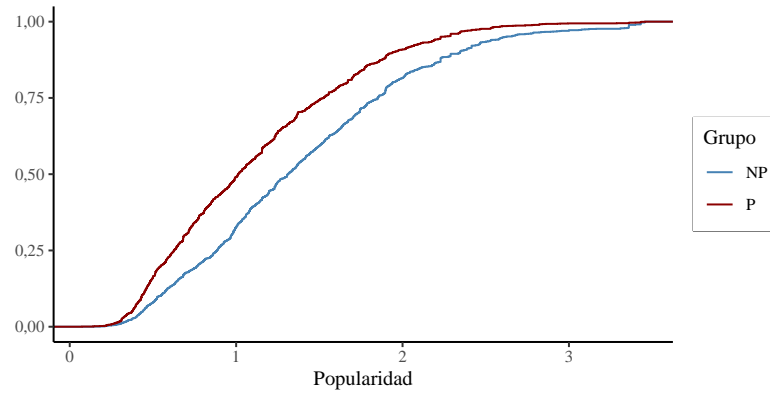


Figura 6.8: Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad media de las postulaciones

Cuando se restringe el conjunto de estudiantes a aquellos que postulan en primera preferencia a un establecimiento con popularidad mayor o igual a 1, y se analiza la distribución de la popularidad de los aquellos que se ubican en la segunda posición en los listados de preferencias, se obtiene la Tabla 6.9 y la Figura 6.9. Notar que establecimientos con popularidad mayor a 1 exhiben una sobredemanda y necesariamente llenarán sus vacantes bajo esquemas de asignación del tipo aceptación diferida.

Tabla 6.9: Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

	No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	1.036	757
Primer cuartil	0,72	0,61
Mediana	1,11	0,88
Media	1,52	1,25
Tercer cuartil	2,57	1,36

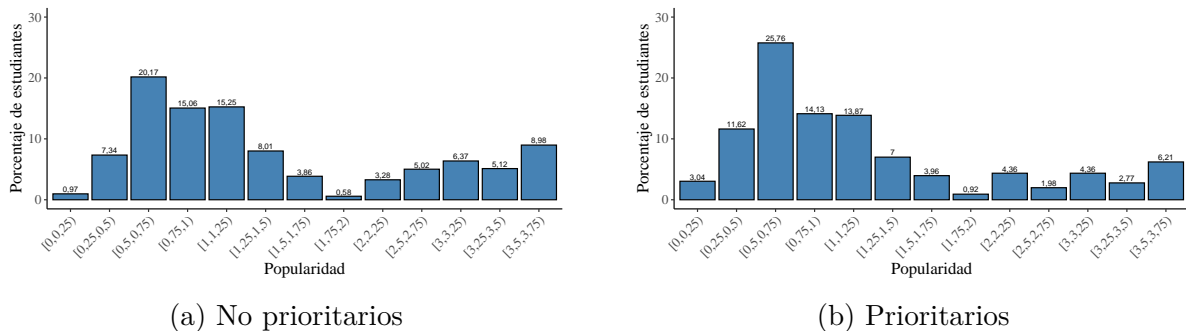


Figura 6.9: Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Consistentemente con la Figura 6.5 y la Tabla 6.5, el número de postulantes no prioritarios cuyo establecimiento preferido tiene popularidad mayor a 1 es mayor al mismo número para

estudiantes prioritarios. Mientras existen 1.036 estudiantes del primer tipo, solo hay 757 del segundo. Dentro de estos grupos, la popularidad media del establecimiento listado en segunda preferencia es de 1,40 para estudiantes no prioritarios y solo de 1,12 para prioritarios. Por su parte, el histograma de la Figura 6.9 (b) acumula más del 40 % de su masa en establecimientos con popularidad menor a 0,75, mientras que para el caso que se presenta en (a), este valor no alcanza el 30 %.

Una vez más, la tabla 6.10 presenta los resultados del Test de Kolmogorov-Smirnov y la figura 6.10 las distribuciones acumuladas empíricas para cada grupo.

Tabla 6.10: Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Observaciones (NP - P):	1036- 757
Estadístico $D^+$ :	0,14337
P-Valor:	$1,553 \cdot 10^{-8}$

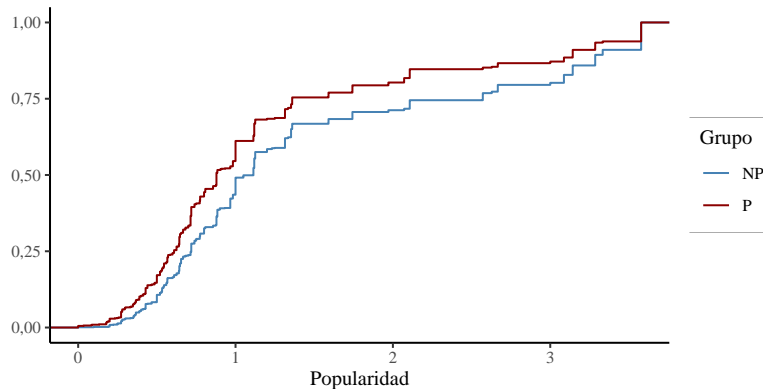


Figura 6.10: Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Del mismo modo, al calcular la popularidad media desde las segundas preferencias en adelante para aquellos postulantes que listan en primera opción un establecimiento con popularidad mayor o igual a 1, se obtiene la Tabla 6.11 y la Figura 6.11. Los resultados del Test de Kolmogorov-Smirnov y el gráfico de las distribuciones acumuladas correspondientes se presentan en la Tabla 6.12 y la Figura 6.12, respectivamente.

Tabla 6.11: Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

	No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	1036	757
Primer cuartil	0,78	0,65
Mediana	1,14	0,98
Media	1,41	1,18
Tercer cuartil	1,86	1,49

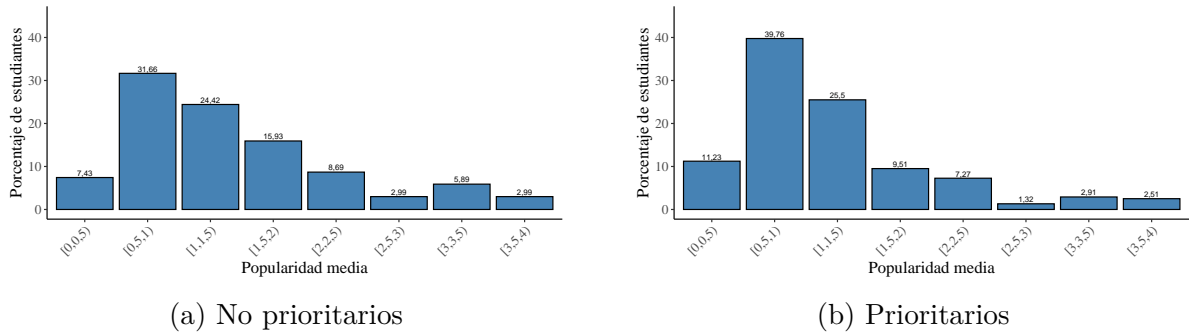


Figura 6.11: Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Tabla 6.12: Test de Kolmogorov-Smirnov - Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Observaciones (NP - P):	1036 - 757
Estadístico $D^+$ :	0,14322
P-Valor:	$1,61 \cdot 10^{-7}$

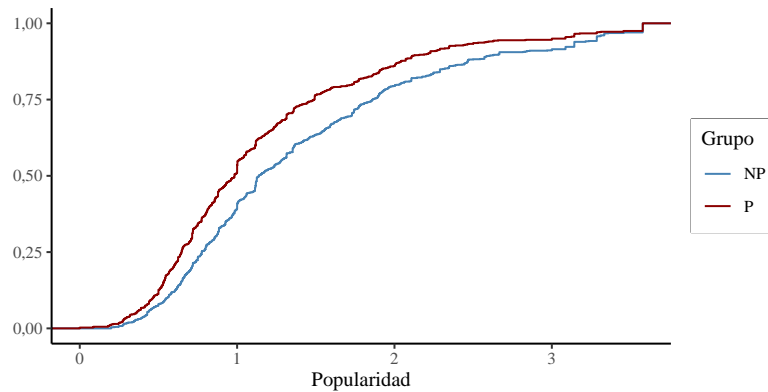


Figura 6.12: Distribuciones acumuladas empíricas - Popularidad media desde la segunda preferencia en adelante, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

Como en todos los casos anteriores, se observa que las popularidades medias de las postulaciones correspondientes a estudiantes no prioritarios son consistentemente más altas que las de sus pares prioritarios. Es decir, condicional en que los estudiantes postulen en primera opción a un establecimiento de alta demanda, el promedio de las popularidades de los establecimientos restantes será más alta para estudiantes no prioritarios que para postulantes prioritarios.

Para resumir los datos expuestos a lo largo de esta sección, cuando se comparan las postulaciones de estudiantes prioritarios con las de sus pares no prioritarios, se observa que:

1. Los estudiantes no prioritarios postulan a un número ligeramente mayor de establecimientos que los postulantes no prioritarios.
2. El establecimiento preferido por un postulante no prioritario enfrenta una mayor demanda que el preferido por un estudiante prioritario.
3. En general, los establecimientos a los que postula un estudiante no prioritario exhiben mayor demanda que aquellos a los que postula un estudiante prioritario.
4. Condicional en que la primera opción sea a un establecimiento de alta demanda, es más probable que la segunda también lo sea cuando el estudiante no es prioritario que cuando si lo es.
5. Condicional en que la primera opción sea a un establecimiento de alta demanda, es más probable que las opciones restantes sean de alta demanda cuando el estudiante no es prioritario que cuando si lo es.

Estas observaciones son las que motivan el modelo teórico que se presentó en el Capítulo 5 y justifican las decisiones sobre sus parámetros:  $\alpha < 1$  y  $l < n$ .

### 6.3. Resultados

Utilizando los datos del Sistema de Admisión Escolar para el mercado descrito a lo largo de las dos secciones anteriores, los resultados teóricos se contrastan con las postulaciones reales mediante un esquema de simulaciones numéricas. Más concretamente, el algoritmo de asignación detallado en el Capítulo 4, se modifica para admitir distintas proporciones de cupos reservados para estudiantes prioritarios. De esta manera, para cada valor de  $r \in \{0, 0.01, \dots, 0.99, 1\}$ , se fijan  $r \cdot q_c$  cupos reservados para cada establecimiento  $c$  y se simulan 100 asignaciones a partir de loterías aleatorias e independientes.

La Tabla 6.13 resume los resultados para distintos valores de  $r$  y confirma las predicciones del modelo teórico. Para cada categoría, con excepción de los índices de Duncan y Hutchens<sup>4</sup>, los valores que se reportan corresponden al promedio obtenido expresado en términos porcentuales<sup>5</sup>. Los valores entre paréntesis corresponden a las desviaciones estándar para cada caso.

Tabla 6.13: Resumen de los resultados

	$r = 15\%$	$r = 35\%$	$r = 50\%$	$r = 75\%$	$r = 100\%$
Estudiantes asignados 1ra preferencia	65,19 (0,38)	65,39 (0,38)	66,1 (0,35)	68,81 (0,27)	69,13 (0,25)
Estudiantes no asignados	8,78 (0,23)	8,85 (0,21)	9,17 (0,24)	9,97 (0,16)	10,1 (0,14)
Prioritarios asignados 1ra preferencia	70,76 (0,59)	72,71 (0,59)	76,63 (0,53)	86,87 (0,29)	88,09 (0,31)
Prioritarios no asignados	6,18 (0,38)	5,02 (0,39)	3,28 (0,28)	0,65 (0,16)	0,47 (0,13)
No prioritarios asignados a su 1ra preferencia	59,65 (0,62)	58,1 (0,55)	55,62 (0,53)	50,85 (0,42)	50,27 (0,39)
No prioritarios no asignados	11,37 (0,47)	12,66 (0,4)	15,02 (0,41)	19,26 (0,3)	19,69 (0,29)
Índice de Duncan	0,288 (0,007)	0,262 (0,006)	0,227 (0,005)	0,319 (0,004)	0,331 (0,004)
Índice de Hutchens	0,076 (0,003)	0,066 (0,002)	0,061 (0,002)	0,086 (0,002)	0,095 (0,002)

<sup>4</sup>Estos índices se calculan exactamente de acuerdo a las definiciones del Capítulo 5, adaptándolas al caso discreto.

<sup>5</sup>Para prioritarios y no prioritarios, estos porcentajes se calculan sobre el total de estudiantes para cada grupo.

En primer lugar, se observa que a medida que la reserva aumenta desde 15% a 50%, la segregación disminuye. Por su parte, cuando la reserva sobrepasa este último valor, el efecto va en la dirección contraria. Lo anterior se observa tanto cuando la segregación se mide utilizando el Índice de Duncan como cuando se utiliza el de Hutchens. Los resultados muestran que subir la reserva desde un 15% (que corresponde a la reserva actual del sistema) a un 50% permite mover el primer índice desde 0,288 a 0,227, lo que corresponde a una variación de aproximadamente el 20%<sup>6</sup>.

La Figura 6.13 presenta los valores de ambos índices de segregación para cada uno de los valores de  $r$  e ilustra el Teorema 5.3. Como afirma el resultado teórico, la segregación decrece para valores pequeños de la reserva, crece para valores demasiado grandes y alcanza su mínimo en torno al 50%, que corresponde justamente a la proporción que representan los estudiantes prioritarios en este mercado. En el gráfico, la línea continua presenta los índices promedio obtenidos para cada valor de la reserva y la zona coloreada una desviación estándar en torno a ese valor.

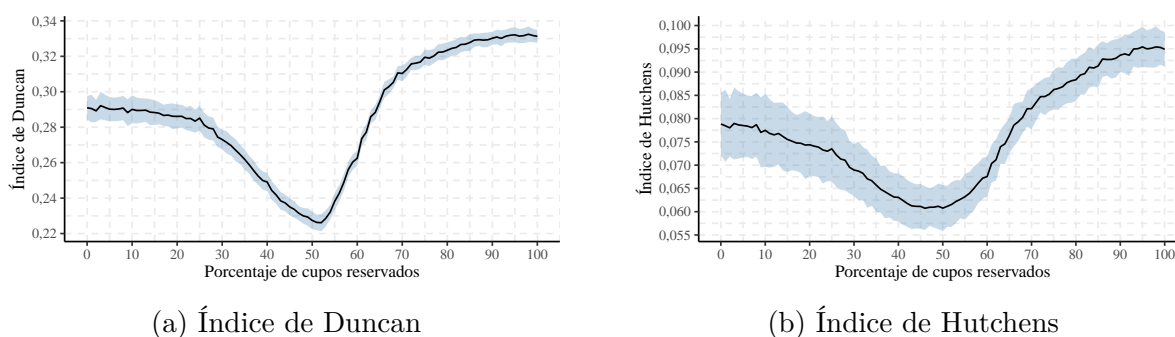


Figura 6.13: Índices de Segregación

Los resultados también son consistentes con las predicciones sobre eficiencia. Como se observa en la Tabla 6.13, un incremento en la cantidad de cupos reservados para estudiantes prioritarios mejora considerablemente su asignación, tanto en términos del número de estudiantes asignados a su primera preferencia (que aumenta de 70,76% a 88,09%) como de la cantidad de aquellos que resultan sin asignación (que disminuye de 6,18% a 0,48%). Consistentemente, las reservas para estudiantes prioritarios perjudican la asignación para aquellos que no pertenecen a este grupo.

Como predice el modelo teórico, cuando las reservas son pequeñas, no tienen efecto sobre la asignación, pues el matching estable coincide con el matching estable bajo reservas. Cuando la reserva es demasiado grande, la cantidad de estudiantes prioritarios que se asigna a sus primeras preferencias es tan alta como el sistema puede permitir y los incrementos de la reserva ya no tienen efecto. Cuando las reservas son activas, la primera parte de la Proposición 5.2 (que corresponde al caso particular del Teorema 5.4) muestra que el número de estudiantes no prioritarios asignados a sus primeras preferencias cae cuando las reservas

<sup>6</sup>Para tener una perspectiva del orden de magnitud, Gutierrez, Jerrim y Torres (2019) presentan medidas de segregación escolar para países de la OCDE. Una diferencia del 20% en el Índice de Duncan es comparable a mover el nivel de segregación desde las escuelas de Portugal a las de Noruega. Ver Tabla 2 (Gutierrez, Jerrim y Torres, 2019).



crecen, mientras que el número de prioritarios que se asigna a su establecimiento favorito crece con el incremento de ell. La Figura 6.14 ejemplifica esta propiedad. Una vez más, la línea continua corresponde a los valores promedio y el área coloreada suma o resta una desviación estándar.

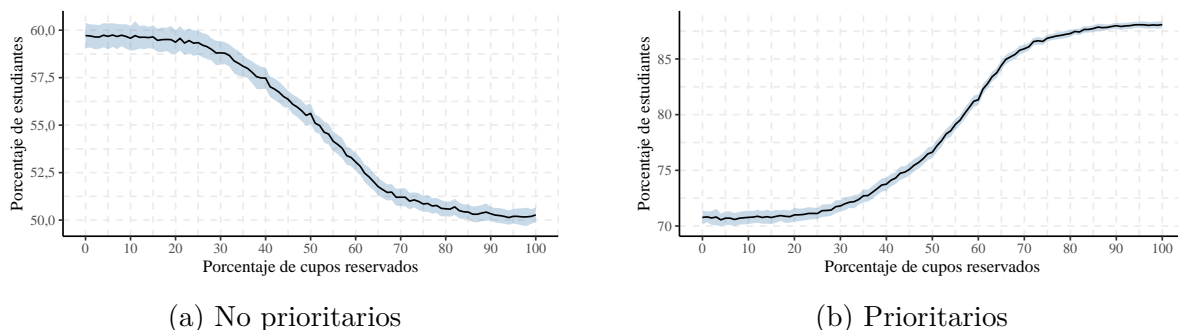


Figura 6.14: Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante

Por su parte, la Figura 6.15 permite observar el resultado anterior en su versión más general (Teorema 5.4). La incorporación de las reservas mejora la distribución, en el sentido de la dominancia estocástica de primer orden, de las preferencias asignadas para estudiantes prioritarios. Del mismo modo, las reservas empeoran la distribución de aquellos postulantes de tipo no prioritario.

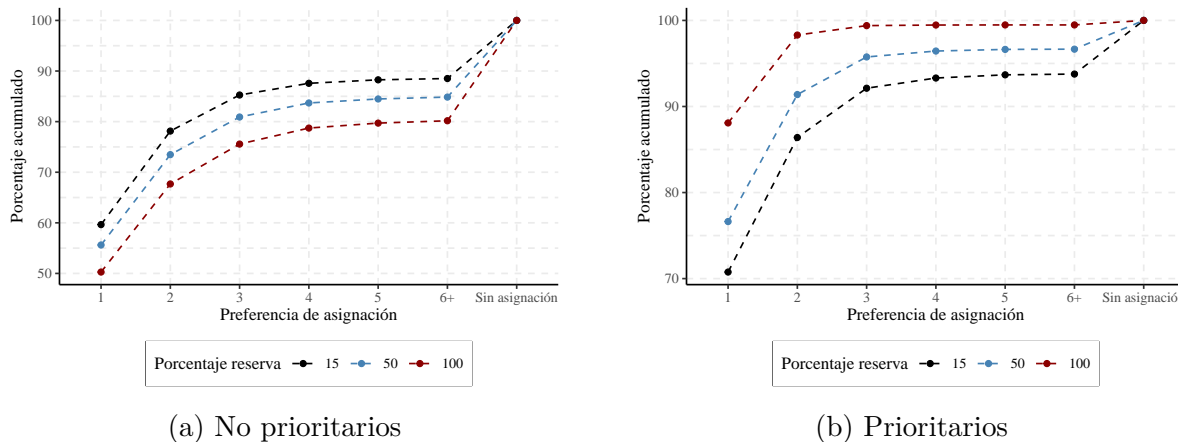


Figura 6.15: Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante

Las últimas dos figuras de esta sección permiten ilustrar la segunda parte del Teorema 5.4. Cuando ambos grupos de estudiantes presentan una demanda suficientemente alta sobre los cupos de los colegios populares, como en este mercado, la introducción de las reservas trae consigo un incremento sostenido de la eficiencia y más estudiantes son asignados a sus establecimientos preferidos mientras más alta sea la reserva, como muestra la Figura 6.16. Sin embargo, como también predice el teorema, aumentar el número de estudiantes asignados a sus primeras preferencias y simultáneamente disminuir la segregación tiene un costo y es que también aumenta el número de estudiantes que terminan sin asignación (o bien, que son

asignados a los últimos establecimientos de sus listados). La Figura 6.17 muestra que en este caso no hay dominancia en las distribuciones, tal como afirma el resultado teórico.

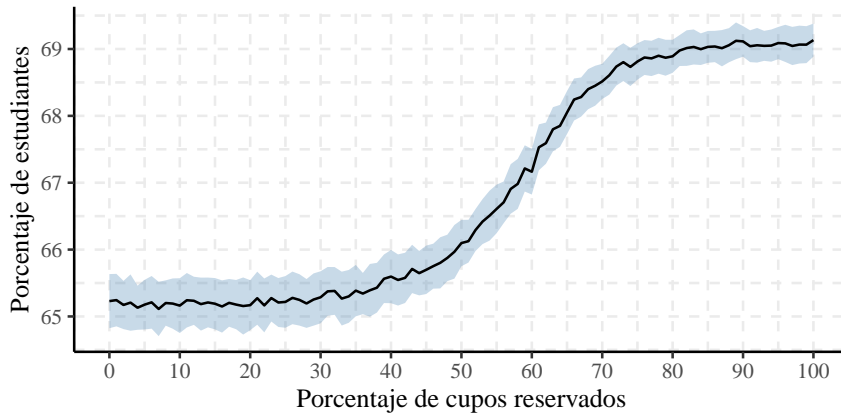


Figura 6.16: Estudiantes asignados a su primera preferencia

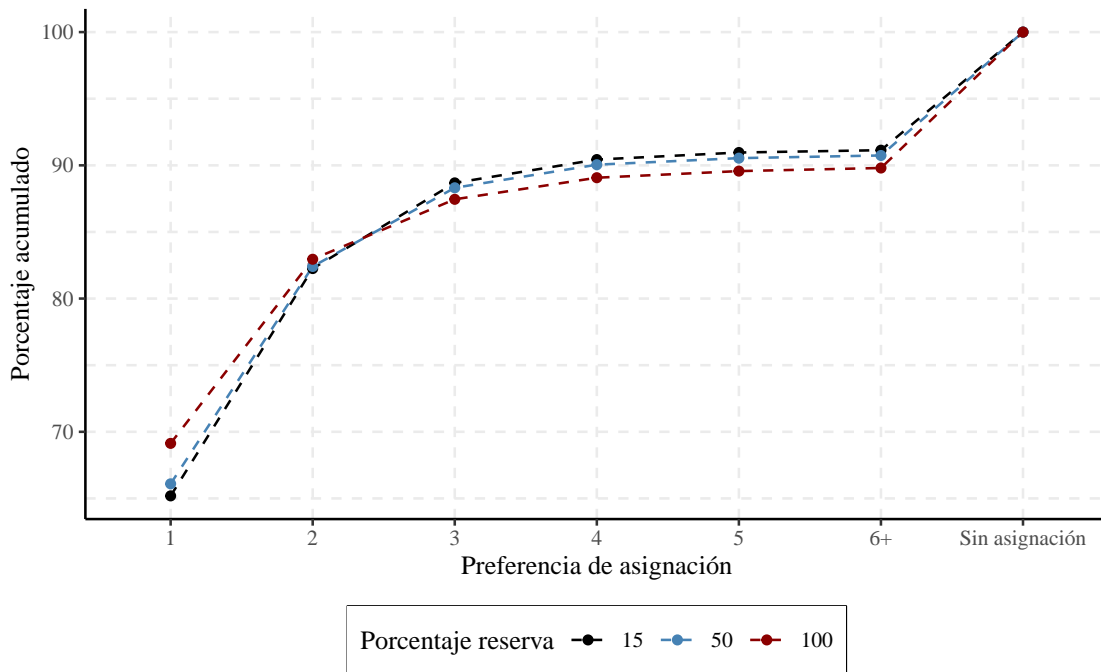


Figura 6.17: Distribución acumulada de las preferencias asignadas

# Capítulo 7

## Conclusiones

Los mecanismos centralizados para la asignación de estudiantes a establecimientos educacionales han recibido creciente atención durante las últimas décadas (Abdulkadiroğlu y Sönmez, 2013). Desde las populares aplicaciones del Algoritmo de Aceptación Diferida en las ciudades de Boston y Nueva York a principios de los años 2000 (Abdulkadiroğlu, Pathak y Roth, 2005, Abdulkadiroğlu, Pathak, Roth y Sönmez, 2005), este tipo de mecanismos han sido adoptados de manera global para resolver variados problemas de política pública y Chile no es la excepción.

En un país de prácticamente nula movilidad social, con niveles de desigualdad socioeconómica demasiado altos (OECD, 2014, 2016, 2019), un sistema escolar profundamente segregado por clases (Valenzuela, Bellei y Los Ríos, 2008) y un creciente descontento social reflejado en las movilizaciones estudiantiles de 2006 y 2011, es que en 2015 se promulga la denominada Ley de Inclusión (Biblioteca del Congreso Nacional de Chile, 2015b).

Con la promesa de un sistema educativo más homogéneo, la Ley de Inclusión instaaura el Nuevo Sistema de Admisión Escolar, que corresponde a un mecanismo centralizado que regula la asignación de estudiantes a establecimientos educacionales (Ministerio de Educación, Gobierno de Chile, 2017b 2018, 2019). Sin embargo, poco se sabe sobre el impacto de este tipo de mecanismos en términos de segregación y sobre su capacidad efectiva para edificar un sistema educativo más homogéneo.

Si bien el Sistema de Admisión Escolar se ha aplicado con altos estándares de calidad y sus resultados han sido catalogados como positivos por académicos, estudios recientes cuestionan su capacidad de erigir un sistema escolar socioeconómicamente menos segregado. Más aún, la diferencia en las preferencias declaradas por los distintos grupos de estudiantes se identifica como un factor determinante al que se le atribuye esta última característica (Kutscher, Nath y Urzua, 2020, Carrasco y Honey, 2019, Eyzaguirre et al., 2019a, Eyzaguirre et al., 2019b).

En este contexto, es que la presente investigación propone un modelo microeconómico de *school choice* en que un continuo de estudiantes se empareja con un conjunto discreto de colegios (Abdulkadiroğlu, Che y Yasuda, 2015, Azevedo y Leshno, 2016), que incorpora las diferencias en las preferencias de los distintos grupos de estudiantes. Mediante este modelo,

se analizan los efectos de distintas alteraciones factibles sobre el mecanismo que gobierna el Sistema de Admisión Escolar y se cuantifican sus implicancias en términos de segregación y eficiencia. Más concretamente, se analizan los efectos que trae la reserva de cupos para estudiantes socioeconómicamente desaventajados (*minority reserves*, Hafalir, Yenmez y Yildirim, 2013) y se proveen nuevos resultados teóricos que complementan la literatura existente.

El Teorema 5.3 muestra que la reserva de cupos constituye una herramienta efectiva para combatir la segregación escolar. Por su parte, el Teorema 5.4 caracteriza la asignación en términos de eficiencia. Este último resultado afirma que las reservas naturalmente mejoran la asignación de los estudiantes a quienes se les reservan cupos y perjudica la del resto. De manera menos intuitiva, la incorporación de reservas puede mejorar la eficiencia del sistema en general. Cuando el mercado enfrenta suficiente competencia, las reservas aumentan el número de estudiantes asignados a sus primeras preferencias y simultáneamente constituyen un sistema más homogéneo. Sin embargo, también aumentan el número de postulantes que resulta sin asignación.

Los resultados teóricos se contrastan contra la realidad de diferentes ciudades de Chile, utilizando datos del Sistema de Admisión Escolar y un esquema de simulaciones numéricas basado en el Algoritmo de Aceptación Diferida (Gale y Shapley, 1962). Esta aproximación empírica permite cuantificar el efecto concreto de los resultados teóricos mediante el cálculo de relevantes indicadores en los que se apoya la literatura, como el Índice de Disimilaridad (O. D. Duncan y B. Duncan, 1955), el Índice de la Raíz Cuadrada (Hutchens, 2004), el número de estudiantes asignados a su primera preferencia o el número de estudiantes sin asignación.

En conurbaciones como la de Valparaíso y Viña del Mar, es posible reducir el Índice de Duncan en torno al 20%, lo que representa un aporte considerable hacia la construcción de un sistema menos segregado. Una variación como esta es comparable a mover la segregación desde el nivel de las escuelas de Portugal a las de Noruega (Tabla 2, Gutierrez, Jerrim y Torres, 2019). Simultáneamente, el número de estudiantes asignados a su establecimiento favorito puede incrementar de manera robusta en aproximadamente un 1%. En un sistema centralizado de asignación como el chileno, en que cada año participan más de 500.000 postulantes, un incremento de esta magnitud corresponde a emparejar más de 5.000 familias con el establecimiento educacional que ellas han escogido para la formación de sus niñas, niños y jóvenes.



# Bibliografía

## Artículos

- Abdulkadiroğlu, Atila, Yeon-Koo Che y Yosuke Yasuda (feb. de 2015). «Expanding “Choice” in School Choice». En: *American Economic Journal: Microeconomics* 7.1, págs. 1-42.
- Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak y Alvin E. Roth (mayo de 2005). «The New York City High School Match». En: *American Economic Review* 95.2, págs. 364-367.
- (dic. de 2009). «Strategy-Proofness versus Efficiency in Matching with Indifferences: Redesigning the NYC High School Match». En: *American Economic Review* 99.5, págs. 1954-78.
- Abdulkadiroğlu, Atila, Parag A. Pathak, Alvin E. Roth y Tayfun Sönmez (mayo de 2005). «The Boston Public School Match». En: *American Economic Review* 95.2, págs. 368-371.
- Abdulkadiroğlu, Atila y Tayfun Sönmez (jun. de 2003). «School Choice: A Mechanism Design Approach». En: *American Economic Review* 93.3, págs. 729-747.
- (2013). «Matching Markets: Theory and Practice». En: *Advances in Economics and Econometrics* 1, págs. 3-47.
- Ashlagi, Itai y Afshin Nikzad (2020). «What matters in school choice tie-breaking? How competition guides design». En: *Journal of Economic Theory*, pág. 105120.
- Azevedo, Eduardo y Jacob Leshno (sep. de 2016). «A Supply and Demand Framework for Two-Sided Matching Markets». En: *Journal of Political Economy* 124, págs. 000-000.
- Carrasco, Alejandro y Ngaire Honey (mar. de 2019). «Nuevo sistema de admisión escolar y su capacidad de atenuar la desigualdad de acceso a colegios de calidad: al inicio de un largo camino». En: *Estudios en Justicia Educativa* 1, págs. 1-35.
- Duncan, Otis Dudley y Beverly Duncan (1955). «A Methodological Analysis of Segregation Indexes». En: *American Sociological Review* 20.2, págs. 210-217.
- Echenique, Federico y M. Bumin Yenmez (ago. de 2015). «How to Control Controlled School Choice». En: *American Economic Review* 105.8, págs. 2679-94.

- Ehlers, Lars, Isa E. Hafalir, M. Bumin Yenmez y Muhammed A. Yildirim (2014). «School choice with controlled choice constraints: Hard bounds versus soft bounds». En: *Journal of Economic Theory* 153.C, págs. 648-683.
- Elacqua, Gregory (2012). «The impact of school choice and public policy on segregation: Evidence from Chile». En: *International Journal of Educational Development* 32.3, págs. 444-453. ISSN: 0738-0593.
- Erdil, Aytek y Haluk Ergin (jun. de 2008). «What's the Matter with Tie-Breaking? Improving Efficiency in School Choice». En: *American Economic Review* 98.3, págs. 669-89.
- Ergin, Haluk y Tayfun Sönmez (2006). «Games of school choice under the Boston mechanism». En: *Journal of Public Economics* 90.1-2, págs. 215-237.
- Eyzaguirre, Sylvia, Andrés Hernando, Slaven Razmilic, Nicolás Blanco, Nicolás Figueroa, Francisco Tagle y Rodrigo Icaran (mar. de 2019a). «¿Existe sesgo socioeconómico en las preferencias de colegios?» En: *Centro de Estudios Públicos. Puntos de Referencia* 503.
- (jul. de 2019b). «¿Qué explica las diferencias socioeconómicas en las preferencias escolares?» En: *Centro de Estudios Públicos. Puntos de Referencia* 514.
- Gale, D. y L. S. Shapley (1962). «College Admissions and the Stability of Marriage». En: *The American Mathematical Monthly* 69.1, págs. 9-15.
- Gutierrez, Gabriel, John Jerrim y Rodrigo Torres (dic. de 2019). «School Segregation Across the World: Has Any Progress Been Made in Reducing the Separation of the Rich from the Poor?» En: *The Journal of Economic Inequality* 18, 157-179 (2020).
- Hafalir, Isa E., M. Bumin Yenmez y Muhammed A. Yildirim (2013). «Effective affirmative action in school choice». En: *Theoretical Economics* 8.2, págs. 325-363.
- Hoxby, Caroline y Christopher Avery (dic. de 2012). «The Missing “One-Offs”: The Hidden Supply of High-Achieving, Low-Income Students». En: *Brookings Papers on Economic Activity* Spring.
- Hutchens, Robert (2004). «One Measure of Segregation». En: *International Economic Review* 45.2, págs. 555-578.
- Kojima, Fuhito (2012). «School choice: Impossibilities for affirmative action». En: *Games and Economic Behavior* 75.2, págs. 685-693.
- Lara, Bernardo, Alejandra Mizala y Andrea Repetto (2011). «The Effectiveness of Private Voucher Education: Evidence From Structural School Switches». En: *Educational Evaluation and Policy Analysis* 33.2, págs. 119-137.

- Pathak, Parag A. y Tayfun Sönmez (sep. de 2008). «Leveling the Playing Field: Sincere and Sophisticated Players in the Boston Mechanism». En: *American Economic Review* 98.4, págs. 1636-52.
- (feb. de 2013). «School Admissions Reform in Chicago and England: Comparing Mechanisms by Their Vulnerability to Manipulation». En: *American Economic Review* 103.1, págs. 80-106.
- Puga, Ismael ( de 2011). «Escuela y estratificación social en Chile: ¿cuál es el rol de la municipalización y la educación particular subvencionada en la reproducción de la desigualdad social?» En: *Estudios pedagógicos (Valdivia)* 37, págs. 213-232. ISSN: 0718-0705.
- Roth, Alvin E. (1982). «The economics of matching: Stability and incentives». En: *Mathematics of operations research* 7.4, págs. 617-628.
- (1984). «The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Thoery». En: *Journal of Political Economy* 92, págs. 991-1016.
- (1985). «The college admissions problem is not equivalent to the marriage problem». En: *Journal of economic Theory* 36.2, págs. 277-288.
- Roth, Alvin E. y Elliott Peranson (sep. de 1999). «The Redesign of the Matching Market for American Physicians: Some Engineering Aspects of Economic Design». En: *American Economic Review* 89.4, págs. 748-780.
- Roth, Alvin E., Tayfun Sönmez y Utku Unver (2004). «Kidney Exchange». En: *The Quarterly Journal of Economics* 119.2, págs. 457-488.
- (2005). «Pairwise kidney exchange». En: *Journal of Economic theory* 125.2, págs. 151-188.
- (2007). «Efficient kidney exchange: Coincidence of wants in markets with compatibility-based preferences». En: *American Economic Review* 97.3, págs. 828-851.
- Shapley, L. S. y Herbert Scarf (1974). «On cores and indivisibility». En: *Journal of Mathematical Economics* 1.1, págs. 23-37.
- Valenzuela, Juan Pablo, Cristian Bellei y Danae De los Ríos (2014). «Socioeconomic school segregation in a market-oriented educational system. The case of Chile». En: *Journal of Education Policy* 29.2, págs. 217-241.



# Bibliografía

## Otros

Biblioteca del Congreso Nacional de Chile (feb. de 1980). *Decreto Ley 3.166. Autoriza entrega de la administración de determinados establecimientos de educación a las instituciones o a las personas jurídicas que corresponda*. URL: <http://bcn.cl/2lwgl>.

— (feb. de 2008). *Ley 20.248. Establece Ley de Subvención Escolar Preferencial*. URL: <http://bcn.cl/2f6q4>.

— (sep. de 2009). *Ley 20.370. Establece la Ley General de Educación*. URL: <http://bcn.cl/2f73j>.

— (abr. de 2015a). *Ley 20.835. Crea la subsecretaría de educación parvularia, la intendencia de educación parvularia y modifica diversos cuerpos legales*. URL: <http://bcn.cl/2fbpo>.

— (mayo de 2015b). *Ley 20.845. De inclusión escolar que regula la admisión de los y las estudiantes, elimina el financiamiento compartido y prohíbe el lucro en establecimientos educacionales que reciben aportes del estado*. URL: <http://bcn.cl/2ffcn>.

— (mar. de 2016a). *Ley 20.903. Crea el sistema de desarrollo profesional docente y modifica otras normas*. URL: <http://bcn.cl/2fftk>.

— (mar. de 2016b). *Ley 20.910. Crea quince centros de formación técnica estatales*. URL: <http://bcn.cl/2ffn2>.

— (nov. de 2017). *Ley 21.040. Crea el sistema de educación pública*. URL: <http://bcn.cl/2ffn2>.

Carrasco, Alejandro, F. Bogolasky, C. Flores, G. Gutiérrez y E. San Martín (2014). *Selección de Estudiantes y Desigualdad Educativa en Chile: ¿Qué tan coactiva es la regulación que la prohíbe?*

Correa, Jose, Rafael Epstein, Juan Escobar, Ignacio Rios, Bastian Bahamondes, Carlos Bonet, Natalie Epstein, Nicolas Aramayo, Martin Castillo, Andres Cristi y Boris Epstein (2019). «School Choice in Chile». En: *Proceedings of the 2019 ACM Conference on Economics and Computation*. EC '19, págs. 325-343.

- Departamento de Ingeniería Industrial, Universidad de Chile (2016). *Desarrollo del Algoritmo para la Admisión Escolar*. Informe Técnico.
- (2017). *Desarrollo del Algoritmo para la Admisión Escolar*. Informe Técnico.
- Epstein, Natalie (2017). *Mecanismos de Admisión Escolar en Chile*. Tesis para optar al grado de magíster en gestión de operaciones. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- Equipo Sistema de Admisión Escolar (abr. de 2017). *Bases de Datos Sistema de Admisión Escolar 2016*. Manual Bases de Datos. Descargado (07-08-2020) desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20514/descarga-bases-de-datos-sistema-de-admision-escolar/>.
- (abr. de 2018). *Bases de Datos Sistema de Admisión Escolar 2017*. Manual Bases de Datos. Descargado (07-08-2020) desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20514/descarga-bases-de-datos-sistema-de-admision-escolar/>.
- (mar. de 2019). *Bases de Datos Sistema de Admisión Escolar 2018*. Manual Bases de Datos. Descargado (07-08-2020) desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20514/descarga-bases-de-datos-sistema-de-admision-escolar/>.
- (ene. de 2020). *Bases de Datos Sistema de Admisión Escolar 2019*. Manual Bases de Datos. Descargado (07-08-2020) desde: <http://datos.mineduc.cl/dashboards/20514/descarga-bases-de-datos-sistema-de-admision-escolar/>.
- Fariña, Joaquin (2020). *Patrones de movilidad escolar bajo el nuevo Sistema de Admisión*. Tesis para optar al grado de magíster en economía aplicada. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile.
- Gortázar, Lucas, David Mayor y José Montalbán (ene. de 2020). *School Choice Priorities and School Segregation: Evidence from Madrid*. Working Paper Series 1/2020. Stockholm University, Swedish Institute for Social Research.
- Kutscher, M., S. Nath y S. Urzua (2020). *Centralized Admission Systems and School Segregation: Evidence from a National Reform*. Working paper, University of Maryland.
- McFadden, D. (1989). *Testing for Stochastic Dominance*. Ed. por Fomby Th. B y Tae Kun Seo. Studies in the Economics of Uncertainty. In Honor of Josef Hadar. Springer.
- Ministerio de Educación, Gobierno de Chile (abr. de 2016). *La Reforma Educacional está en marcha. Cuenta Pública 2015*.
- (sep. de 2017a). *El Primer Gran Debate de la Reforma Educacional: Ley de Inclusión Escolar*.
- (mayo de 2017b). *Resultados del Proceso de Admisión Escolar 2016*. Informe técnico.

Ministerio de Educación, Gobierno de Chile (mayo de 2018). *Resultados del Proceso de Admisión Escolar 2017*. Informe técnico.

— (mayo de 2019). *Resultados del Proceso de Admisión Escolar 2018*. Informe técnico.

OECD (2014). *Society at a Glance 2014: OECD Social Indicators*. Paris: OECD Publishing. URL: [http://dx.doi.org/10.1787/soc\\_glance-2014-en](http://dx.doi.org/10.1787/soc_glance-2014-en).

— (2016). *Society at a Glance 2016: OECD Social Indicators*. Paris: OECD Publishing. URL: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264261488-en>.

— (2019). *Society at a Glance 2019: OECD Social Indicators*. Paris: OECD Publishing. URL: [https://doi.org/10.1787/soc\\_glance-2019-en](https://doi.org/10.1787/soc_glance-2019-en).

R Core Team (2020). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. URL: <https://www.R-project.org/>.

Rodriguez Osorio, Jorge (dic. de 2010). *La no linealidad del efecto par educacional: evidencia para Chile*. Informe Técnico.

Valenzuela, Juan Pablo, Cristian Bellei y Danae de Los Ríos (2008). *Evolución de la segregación socioeconómica de los estudiantes chilenos y su relación con el financiamiento compartido*.

# Capítulo 8

## Anexos

### 8.1. Demostraciones

La presente sección recopila las demostraciones omitidas en el texto.

DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.1. La proposición es un corolario del Teorema 5.3. Con  $n = 2$  y  $\beta = 1$  se obtiene el resultado. ■

DEMOSTRACIÓN DE LA PROPOSICIÓN 5.2. La proposición es un corolario del Teorema 5.4. Tomando  $n = 2$ , entonces  $l = 1$  y el resultado sigue de la demostración del teorema. ■

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA 5.3. Sea  $r \in [S_P^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$  y denotemos  $\mu$  al matching estable bajo reservas simétricas de valor  $r$ .

Para  $r$  en este rango, la reserva es activa y la masa de estudiantes de tipo  $P$  asignados a  $c \in C_1$  viene dada por:

$$\eta_\mu^P(c) = \alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p_P^{t-1} (1 - p_P) = rk_1$$

Mientras que la masa de estudiantes de tipo  $NP$  asignados a  $c \in C_1$  es:

$$\eta_\mu^{NP}(c) = \sum_{t=1}^n \frac{1}{n} p_{NP}^{t-1} (1 - p_{NP}) = k_1(1 - r)$$

Luego:

$$\sum_{c=1}^n \left| \frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} - \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P} \right| = n \left| k_1(1 - r) - \frac{rk_1}{\beta} \right| = nk_1 \left| 1 - r \frac{1 + \beta}{\beta} \right| \quad (8.1)$$

$$\sum_{c=1}^n \sqrt{\frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} \cdot \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P}} = n \sqrt{k_1(1 - r) \frac{rk_1}{\beta}} = \frac{nk_1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{r(1 - r)} \quad (8.2)$$

Por otra parte, la masa de estudiantes de tipo  $P$  asignados a  $c \in C_2$  es:

$$\eta_\mu^P(c) = \frac{1}{m} \left( \beta - n\alpha\beta \sum_{t=1}^l \frac{1}{n} p_P^{t-1} (1 - p_P) \right) = \frac{1}{m} (\beta - rnk_1)$$

Y la masa de estudiantes de tipo  $NP$  asignados a  $c \in C_2$  es:

$$\eta_\mu^{NP}(c) = \frac{1}{m} \left( 1 - n \sum_{t=1}^n \frac{1}{n} p_{NP}^{t-1} (1 - p_{NP}) \right) = \frac{1}{m} (1 - nk_1(1 - r))$$

Así:

$$\sum_{c=n+1}^{n+m} \left| \frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} - \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P} \right| = m \left| \frac{1}{m} (1 - nk_1(1 - r)) - \frac{(1 - rnk_1)}{m\beta} \right| = nk_1 \left| r \frac{1 + \beta}{\beta} - 1 \right| \quad (8.3)$$

$$\sum_{c=n+1}^{n+m} \sqrt{\frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} \cdot \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P}} = m \sqrt{\frac{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)}{m} \frac{1}{m\beta}} = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)} \quad (8.4)$$

Usando las expresiones (8.1) y (8.3) calculamos el Índice de Duncan como:

$$\begin{aligned} D_\mu &= \frac{1}{2} \sum_{c=1}^{n+m} \left| \frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} - \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P} \right| \\ &= \frac{1}{2} \left( nk_1 \left| 1 - r \frac{1 + \beta}{\beta} \right| + nk_1 \left| r \frac{1 + \beta}{\beta} - 1 \right| \right) \\ &= nk_1 \left| 1 - r \frac{1 + \beta}{\beta} \right| \end{aligned}$$

Por su parte, usando las identidades (8.2) y (8.4) calculamos el Índice de Hutchens como:

$$\begin{aligned} H_\mu &= 1 - \sum_{c=1}^{n+m} \sqrt{\frac{\eta_\mu^{NP}(c)}{\eta^{NP}} \cdot \frac{\eta_\mu^P(c)}{\eta^P}} \\ &= 1 - \left( \frac{nk_1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{r(1 - r)} + \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)} \right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}} \left( nk_1 \sqrt{r(1 - r)} + \sqrt{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)} \right) \end{aligned}$$

Derivando esta última expresión se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_\mu}{\partial r} &= -\frac{1}{\sqrt{\beta}} \left( nk_1 \frac{1}{2} \frac{1 - 2r}{\sqrt{r(1 - r)}} + \frac{1}{2} \frac{nk_1(\beta - rnk_1) - nk_1(1 - nk_1(1 - r))}{\sqrt{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)}} \right) \\ &= -\frac{nk_1}{2\sqrt{\beta}} \left( \frac{1 - 2r}{\sqrt{r(1 - r)}} + \frac{\beta - 1 + nk_1(1 - 2r)}{\sqrt{(1 - nk_1(1 - r))(\beta - rnk_1)}} \right) \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1-2r}{\sqrt{r(1-r)}} \right) &= \left( -2\sqrt{r(1-r)} - (1-2r) \frac{1}{2} \frac{1-2r}{\sqrt{r(1-r)}} \right) \frac{1}{r(1-r)} \\
&= \frac{-1}{2(r(1-r))^{3/2}} (4r(1-r) + (1-2r)^2) \\
&= \frac{-1}{2(r(1-r))^{3/2}}
\end{aligned}$$

Y por su parte:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\beta - 1 + nk_1(1-2r)}{\sqrt{(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1)}} \right) (1 - nk_1(1-r))(\beta - rnk_1) \\
&= \left( -2nk_1\sqrt{(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1)} - \frac{1}{2} \frac{nk_1(\beta - 1 + nk_1(1-2r))^2}{\sqrt{(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1)}} \right) \\
&= \frac{-nk_1}{2\sqrt{(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1)}} \left( 4(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1) + (\beta - 1 + nk_1(1-2r))^2 \right) \\
&= \frac{-nk_1}{2\sqrt{(1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1)}} (\beta + 1 - nk_1)^2
\end{aligned}$$

Luego:

$$\frac{\partial^2 H_\mu}{\partial r^2} = \frac{nk_1}{4\sqrt{\beta}} \left( \frac{1}{(r(1-r))^{3/2}} + \frac{nk_1(\beta + 1 - nk_1)^2}{((1-nk_1(1-r))(\beta - rnk_1))^{3/2}} \right) > 0$$

De donde se deduce que  $H_\mu$  es una función estrictamente convexa.

Como además  $\frac{\partial H_\mu}{\partial r} = 0$  cuando  $r = \frac{\beta}{1+\beta}$ , entonces  $H_\mu$  alcanza su mínimo en  $\frac{\beta}{1+\beta}$ .

Notando que ambos índices son constantes para  $r \notin [S_P^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$  se sigue el resultado. ■

DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA 5.4. Primero, recordemos que para  $t \leq l$ :

$$F_P^{\mu(r)}(t) = \alpha\beta \sum_{s \leq t} p_P^{s-1} (1 - p_P) + (1 - \alpha)\beta = \alpha\beta(1 - p_P^t) + (1 - \alpha)\beta$$

Donde:

$$p_P = \left( 1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta} \right)^{1/l}$$

Luego:

$$F_P^{\mu(r)}(t) = \alpha\beta \left( 1 - \left( 1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta} \right)^{t/l} \right) + (1 - \alpha)\beta$$

Claramente:

$$\frac{\partial F_P^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \geq 0$$

Lo que prueba la primera afirmación del teorema.

Por otra parte, para  $t \leq n$ :

$$F_{NP}^{\mu(r)}(t) = \sum_{s \leq t} p_{NP}^{s-1} (1 - p_{NP}) = 1 - p_{NP}^t$$

Con:

$$p_{NP} = (1 - nk_1(1 - r))^{1/n}$$

Sigue que:

$$F_{NP}^{\mu(r)}(t) = 1 - (1 - nk_1(1 - r))^{t/n}$$

Y nuevamente es claro que:

$$\frac{\partial F_{NP}^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0$$

Para la tercera afirmación, notemos primero que para  $t \geq l + 1$ :

$$F^{\mu(r)}(t) = \beta + F_{NP}^{\mu(r)}(t) \implies \frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} = \frac{\partial F_{NP}^{\mu(r)}(t)}{\partial r} \leq 0$$

Por su parte, para  $t \leq l$  se tiene que:

$$F^{\mu(r)}(t) = F_{NP}^{\mu(r)}(t) + F_P^{\mu(r)}(t) = (1 - p_{NP}^t) + \alpha\beta(1 - p_P^t) + (1 - \alpha)\beta$$

Derivando en las expresiones para  $p_{NP}$  y  $p_P$  se obtiene que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{NP}}{\partial r} &= k_1(1 - nk_1(1 - r))^{\frac{1-n}{n}} = k_1 p_{NP}^{-(n-1)} \\ \frac{\partial p_P}{\partial r} &= -\frac{nk_1}{\alpha\beta l} \left( 1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta} \right)^{\frac{1-l}{l}} = -\frac{nk_1}{\alpha\beta l} p_P^{-(l-1)} \end{aligned}$$

Luego:

$$\begin{aligned} \frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} &= -t p_{NP}^{t-1} \frac{\partial p_{NP}}{\partial r} - \alpha\beta t p_P^{t-1} \frac{\partial p_P}{\partial r} \\ &= -tk_1 \left( p_{NP}^{-(n-t)} - \frac{n}{l} p_P^{-(l-t)} \right) \\ &= -tk_1 \left( (1 - nk_1(1 - r))^{-\frac{n-t}{n}} - \frac{n}{l} \left( 1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta} \right)^{-\frac{l-t}{l}} \right) \end{aligned}$$

Y entonces:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} > 0 &\iff (1 - nk_1(1 - r))^{-\frac{n-t}{n}} - \frac{n}{l} \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{-\frac{l-t}{l}} < 0 \\
&\iff \frac{1}{n} (1 - nk_1(1 - r))^{-\frac{n-t}{n}} < \frac{1}{l} \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{-\frac{l-t}{l}} \\
&\iff l \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1-\frac{t}{l}} < n (1 - nk_1(1 - r))^{1-\frac{t}{n}} \quad (8.5)
\end{aligned}$$

En este punto, notemos que para  $r \in [S_P^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$  se tiene que  $p_P \leq p_{NP}$ .

En efecto:

$$p_P \leq p_{NP} \iff \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1/l} \leq (1 - nk_1(1 - r))^{1/n}$$

Como el lado izquierdo de esta última expresión decrece en  $r$ , mientras que el lado derecho crece con  $r$ , basta ver que se satisface para el mínimo valor de  $r$  en el intervalo, es decir, para:

$$S_P^1 = \frac{\alpha\beta}{nk_1}(1 - p^l)$$

Donde  $p$  es la única solución a la ecuación no lineal de (5.2).

Sin embargo, para este valor de  $r$  la desigualdad anterior se reescribe como:

$$\left(1 - (1 - p^l)\right)^{1/l} \leq \left(1 - (nk_1 - \alpha\beta(1 - p^l))\right)^{1/n} \iff p^n + \alpha\beta p^l \leq 1 - nk_1 + \alpha\beta$$

Gracias a (5.2) esta última desigualdad se satisface, lo que prueba que para todo  $r \in [S_P^1, \min\{\frac{\alpha\beta}{nk_1}, 1\}]$  se tiene que  $p_P \leq p_{NP}$ .

Notemos ahora que para todo  $1 < t \leq l$ :

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} > 0 \implies \frac{\partial F^{\mu(r)}(t-1)}{\partial r} > 0$$



En efecto, gracias a (8.5) sabemos que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F^{\mu(r)}(t)}{\partial r} > 0 &\iff l \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1-\frac{t}{l}} < n(1 - nk_1(1-r))^{1-\frac{t}{n}} \\
&\implies l \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1-\frac{t}{l}} p_P < n(1 - nk_1(1-r))^{1-\frac{t}{n}} p_{NP} \\
&\iff l \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1-\frac{t}{l}} \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{\frac{1}{l}} < n(1 - nk_1(1-r))^{1-\frac{t}{n}} (1 - nk_1(1-r))^{\frac{1}{n}} \\
&\iff l \left(1 - \frac{rnk_1}{\alpha\beta}\right)^{1-\frac{t+1}{l}} < n(1 - nk_1(1-r))^{1-\frac{t+1}{n}} \\
&\iff \frac{\partial F^{\mu(r)}(t-1)}{\partial r} > 0
\end{aligned}$$

Finalmente, usando (8.5) para el caso particular en que  $t = l$  se tiene que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F^{\mu(r)}(l)}{\partial r} > 0 &\iff l < n(1 - nk_1(1-r))^{1-\frac{l}{n}} \\
&\iff 1 - \frac{1}{nk_1} \left(1 - \left(\frac{l}{n}\right)^{\frac{n}{n-l}}\right) < r
\end{aligned}$$

De esta forma, la desigualdad del enunciado implica que:

$$\frac{\partial F^{\mu(r)}(l)}{\partial r} > 0$$

Por inducción se concluye el resultado. ■

## 8.2. Otros mercados

La presente sección replica el análisis presentado en el Capítulo 6 para otros mercados.

### 8.2.1. Valparaíso, 2019

- Niveles de los postulantes considerados: prekinder.
- Comunas de los establecimientos considerados: Concón, Valparaíso, Viña Del Mar, Quilpué, Quintero, Puchuncaví, Villa Alemana, Casablanca, Juan Fernández, Isla De Pascua.
- Número de simulaciones para cada valor porcentual de la reserva: 50.

Tabla 8.1: Resumen del mercado

Número de establecimientos	275		
Capacidad total	8.754		
Capacidad disponible	8.693		
		No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	6.819	3.825 (56,09 %)	2.994 (43,91 %)
Porcentaje de los postulantes reales	98,85 %		
Porcentaje de las postulaciones reales	99,15 %		

Tabla 8.2: Popularidad de los establecimientos.

Número de establecimientos	275
Primer cuartil	0,32
Mediana	0,53
Media	0,74
Tercer cuartil	0,96

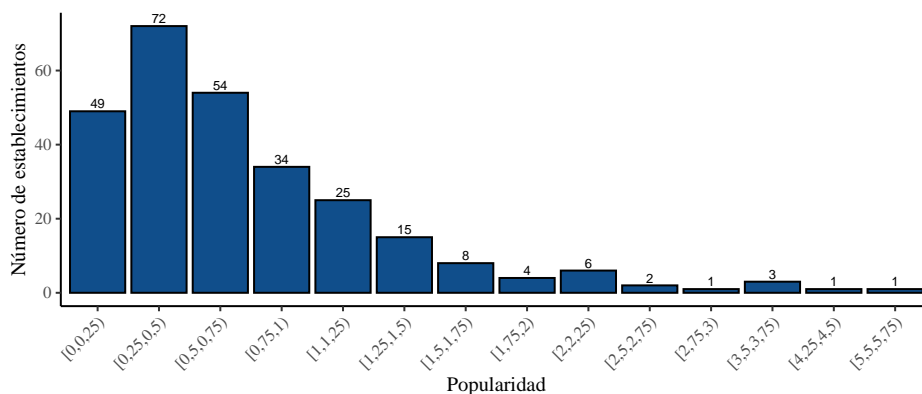


Figura 8.1: Popularidad de los establecimientos

Tabla 8.3: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

	No prioritarios	Prioritarios
Primer cuartil	0,76	0,57
Mediana	1,16	0,96
Media	1,44	1,18
Tercer cuartil	1,75	1,44

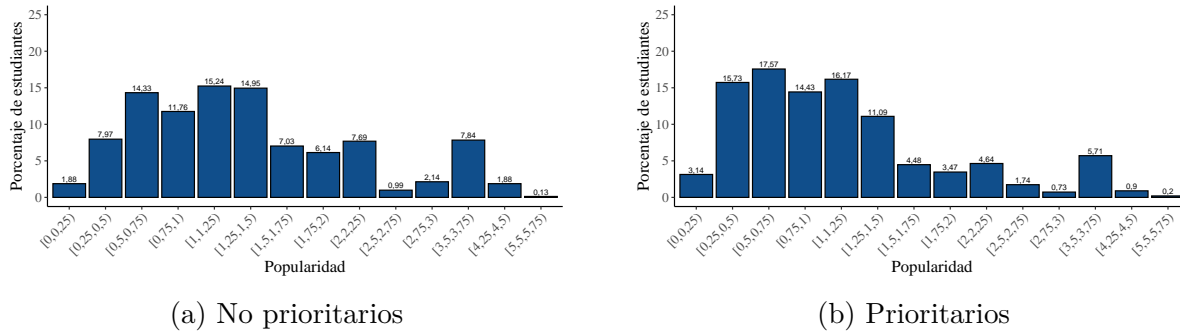


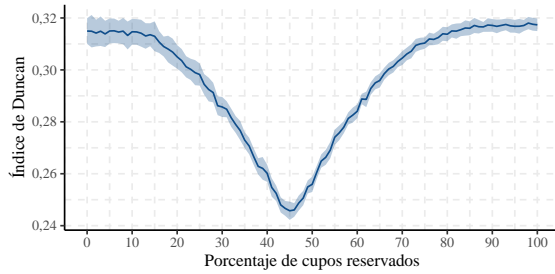
Figura 8.2: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

Tabla 8.4: Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

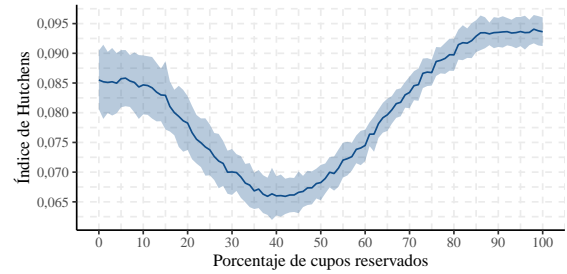
	No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	2439	1463
Primer cuartil	0,83	0,57
Mediana	1,12	1,00
Media	1,31	1,16
Tercer cuartil	1,66	1,36

Tabla 8.5: Resumen de los resultados

	r = 0 %	r = 15 %	r = 44 %	r = 75 %	r = 100 %
Estudiantes asignados 1ra preferencia	67,21 (0,23)	67,23 (0,33)	68,23 (0,25)	70,49 (0,22)	70,7 (0,21)
Estudiantes no asignados	9,46 (0,16)	9,48 (0,19)	9,81 (0,14)	10,56 (0,13)	10,63 (0,13)
Prioritarios asignados 1ra preferencia	71,73 (0,52)	72,05 (0,4)	78,89 (0,38)	88,69 (0,29)	89,54 (0,25)
Prioritarios no asignados	7,27 (0,32)	7,05 (0,29)	4 (0,22)	1,27 (0,15)	0,98 (0,14)
No prioritarios asignados a su 1ra preferencia	63,67 (0,37)	63,45 (0,48)	59,88 (0,35)	56,25 (0,35)	55,96 (0,27)
No prioritarios no asignados	11,18 (0,27)	11,38 (0,31)	14,35 (0,24)	17,83 (0,23)	18,19 (0,22)
Índice de Duncan	0,316 (0,005)	0,312 (0,005)	0,247 (0,003)	0,311 (0,003)	0,317 (0,002)
Índice de Hutchens	0,086 (0,002)	0,082 (0,002)	0,067 (0,001)	0,087 (0,001)	0,094 (0,001)

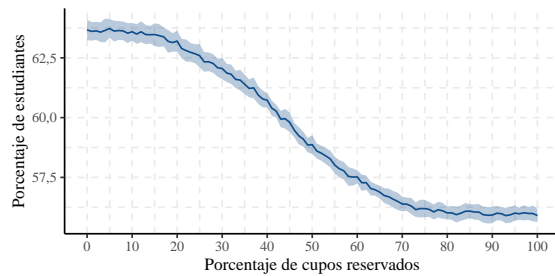


(a) Índice de Duncan

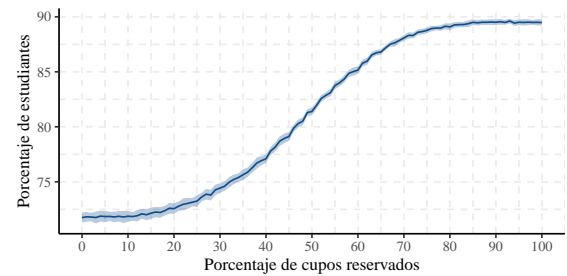


(b) Índice de Hutchens

Figura 8.3: Índices de Segregación

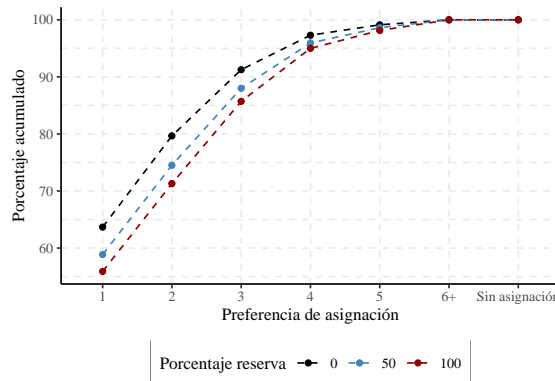


(a) No prioritarios

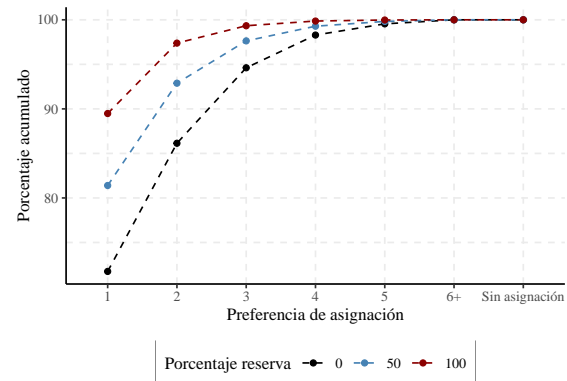


(b) Prioritarios

Figura 8.4: Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante



(a) No prioritarios



(b) Prioritarios

Figura 8.5: Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante

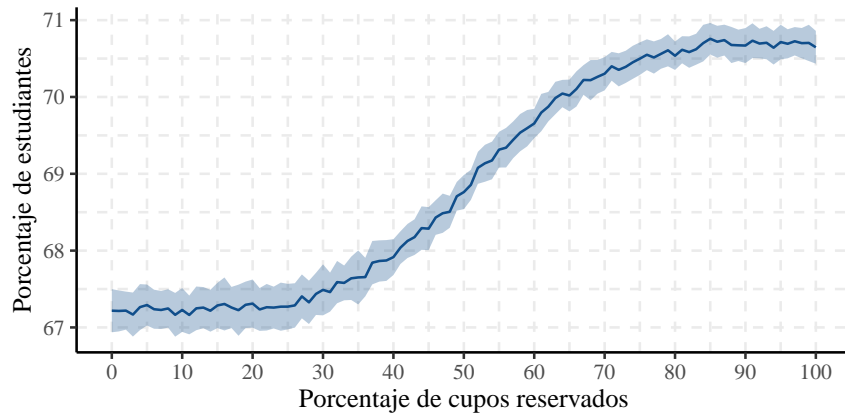


Figura 8.6: Estudiantes asignados a su primera preferencia

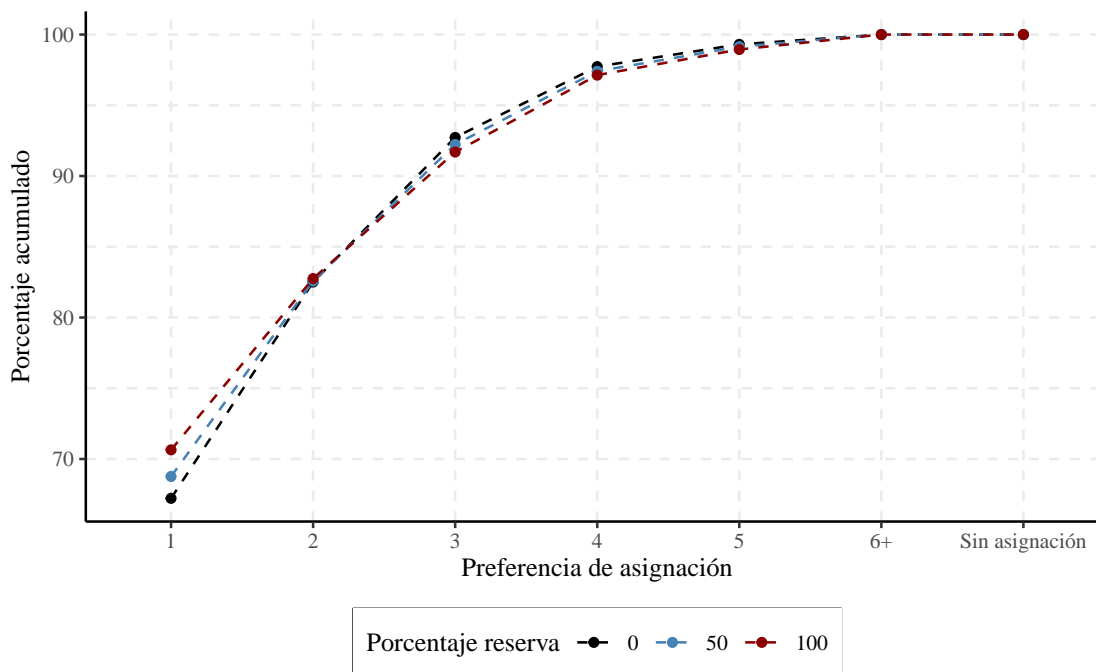


Figura 8.7: Distribución acumulada de las preferencias asignadas

### 8.2.2. Santiago, 2019

- Niveles de los postulantes considerados: prekinder.
- Comunas de los establecimientos considerados: Quinta Normal, Lo Barnechea, Santiago, Recoleta, Independencia, Maipú, Estación Central, Cerrillos, Providencia, Quilicura, San Bernardo, El Bosque, La Florida, Conchalí, Ñuñoa, Las Condes, Vitacura, Curacaví, La Reina, San Joaquín, Macul, Peñalolén, Puente Alto, San Miguel, Pedro Aguirre Cerda, La Granja, La Cisterna, La Pintana, San Ramón, Lo Espejo, Pudahuel, Lo Prado, Cerro Navia, Lampa, Renca, Huechuraba, Colina, Tiltil, Pirque, San José De Maipo, Buin, Paine, Calera De Tango, Talagante, Isla De Maipo, El Monte, Peñaflo, Padre Hurtado, Melipilla, María Pinto, San Pedro, Alhué.

- Número de simulaciones para cada valor porcentual de la reserva: 50.

Tabla 8.6: Resumen del mercado

Número de establecimientos	1.214		
Capacidad total	56.331		
Capacidad disponible	56.152		
Número de estudiantes	49.108	No prioritarios 30.709 (62,53 %)	Prioritarios 18.399 (37,47 %)
Porcentaje de los postulantes reales	99,76 %		
Porcentaje de las postulaciones reales	99,8 %		

Tabla 8.7: Popularidad de los establecimientos.

Número de establecimientos	1.213
Primer cuartil	0,33
Mediana	0,60
Media	0,80
Tercer cuartil	1,02

La tabla excluye establecimientos con capacidad nula.

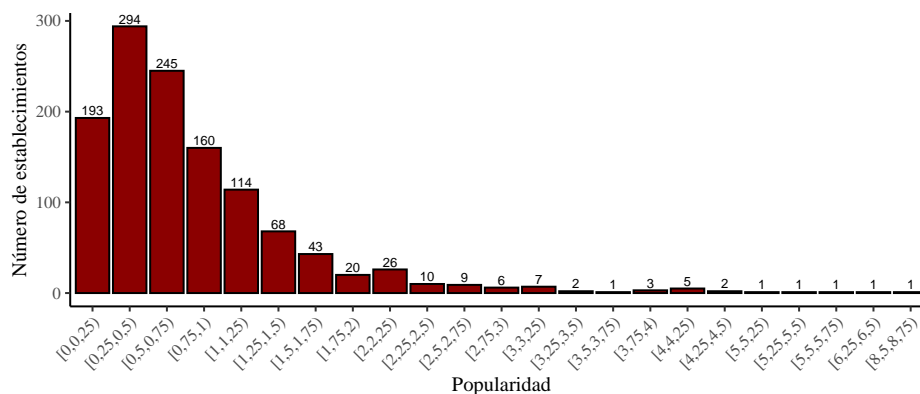
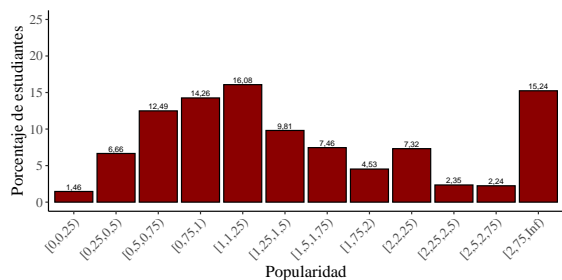


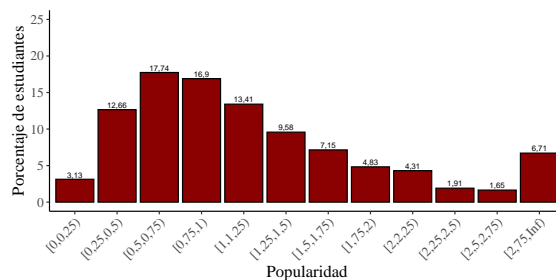
Figura 8.8: Popularidad de los establecimientos

Tabla 8.8: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

	No prioritarios	Prioritarios
Primer cuartil	0,83	0,62
Mediana	1,23	0,99
Media	1,70	1,25
Tercer cuartil	2,05	1,54



(a) No prioritarios



(b) Prioritarios

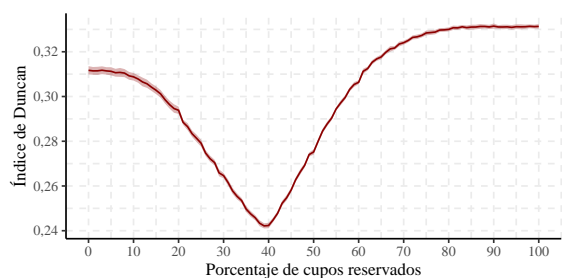
Figura 8.9: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

Tabla 8.9: Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

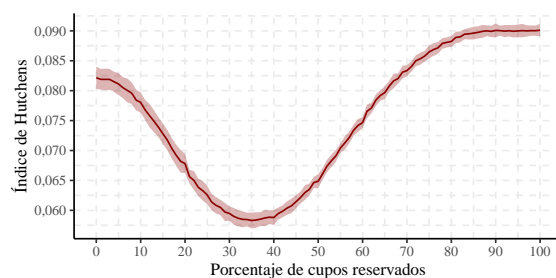
	No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	19.882	9.023
Primer cuartil	0,88	0,65
Mediana	1,26	1,07
Media	1,69	1,35
Tercer cuartil	2,09	1,65

Tabla 8.10: Resumen de los resultados

	r = 0%	r = 15%	r = 37%	r = 75%	r = 100%
Estudiantes asignados 1ra preferencia	61,87 (0,12)	61,93 (0,13)	62,95 (0,09)	65,46 (0,08)	65,55 (0,07)
Estudiantes no asignados	12,49 (0,06)	12,49 (0,05)	12,67 (0,06)	13,1 (0,05)	13,13 (0,04)
Prioritarios asignados 1ra preferencia	70,86 (0,19)	71,58 (0,17)	77,81 (0,16)	90,79 (0,08)	91,35 (0,07)
Prioritarios no asignados	8,74 (0,15)	8,02 (0,11)	4,19 (0,1)	0,56 (0,03)	0,49 (0,04)
No prioritarios asignados a su 1ra preferencia	56,48 (0,17)	56,15 (0,19)	54,05 (0,12)	50,29 (0,11)	50,1 (0,1)
No prioritarios no asignados	14,74 (0,1)	15,18 (0,08)	17,74 (0,09)	20,61 (0,07)	20,7 (0,07)
Índice de Duncan	0,312 (0,002)	0,303 (0,002)	0,246 (0,001)	0,328 (0,001)	0,331 (0,001)
Índice de Hutchens	0,082 (0,001)	0,073 (0,001)	0,058 (0)	0,086 (0)	0,09 (0)

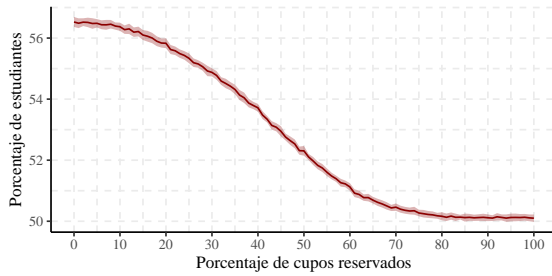


(a) Índice de Duncan

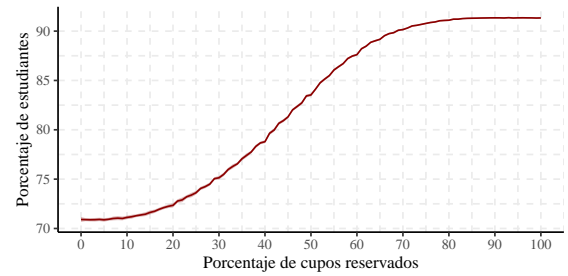


(b) Índice de Hutchens

Figura 8.10: Índices de Segregación

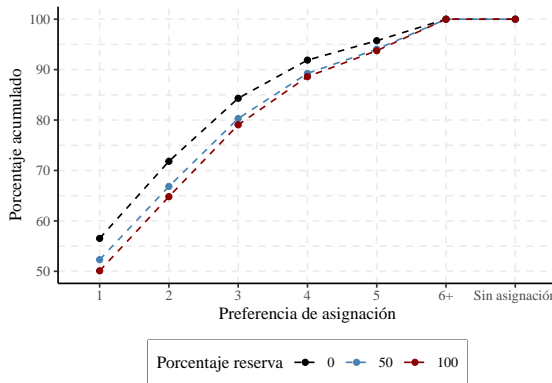


(a) No prioritarios

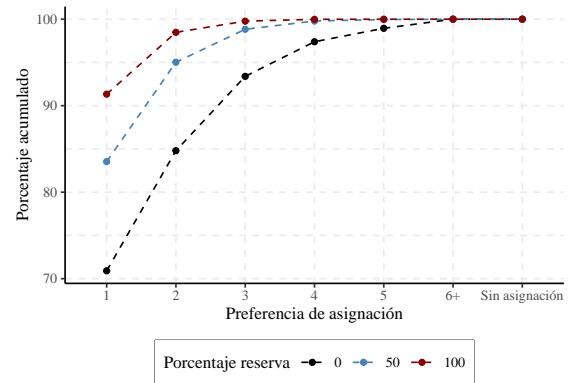


(b) Prioritarios

Figura 8.11: Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante



(a) No prioritarios



(b) Prioritarios

Figura 8.12: Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante

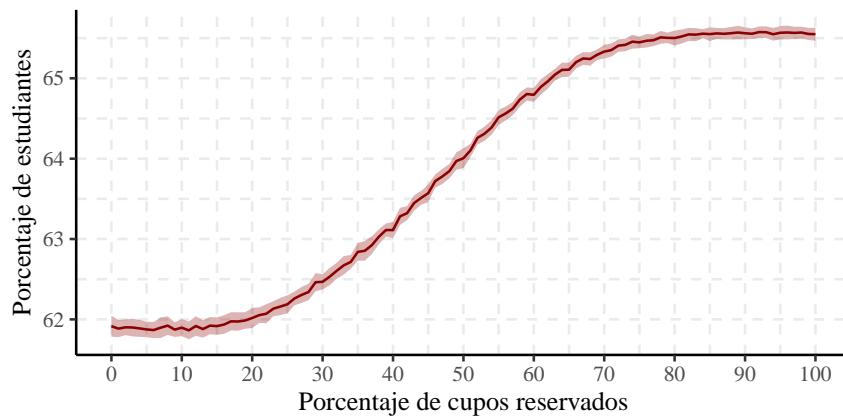


Figura 8.13: Estudiantes asignados a su primera preferencia



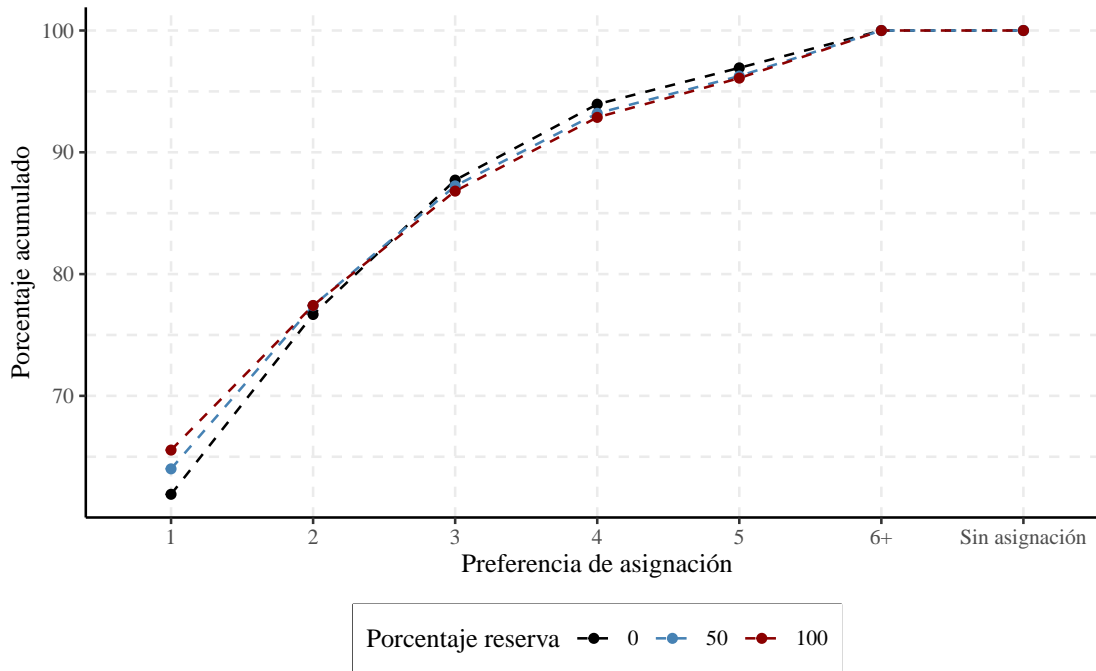


Figura 8.14: Distribución acumulada de las preferencias asignadas

### 8.2.3. Concepción, 2019

- Niveles de los postulantes considerados: prekinder.
- Comunas de los establecimientos considerados: Concepción, San Pedro De La Paz, Chiguayante, Hualpén, Talcahuano, Penco, Tomé, Florida, Hualqui, Santa Juana, Lota, Coronel.
- Número de simulaciones para cada valor porcentual de la reserva: 50.

Tabla 8.11: Resumen del mercado

Número de establecimientos	250		
Capacidad total	9.199		
Capacidad disponible	9.186		
Número de estudiantes	7.523	No prioritarios 4.290 (57,03 %)	Prioritarios 3.233 (42,97 %)
Porcentaje de los postulantes reales	99,66 %		
Porcentaje de las postulaciones reales	99,76 %		

Tabla 8.12: Popularidad de los establecimientos.

Número de establecimientos	250
Primer cuartil	0,23
Mediana	0,44
Media	0,67
Tercer cuartil	0,86

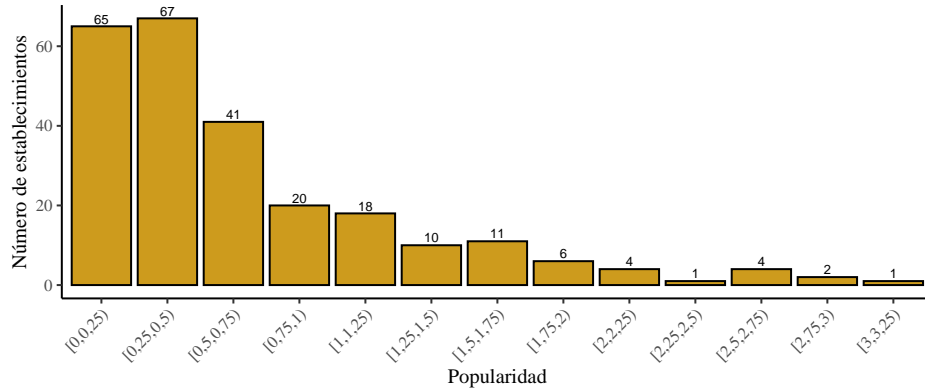


Figura 8.15: Popularidad de los establecimientos

Tabla 8.13: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

	No prioritarios	Prioritarios
Primer cuartil	0,92	0,61
Mediana	1,44	1,07
Media	1,42	1,21
Tercer cuartil	1,82	1,73

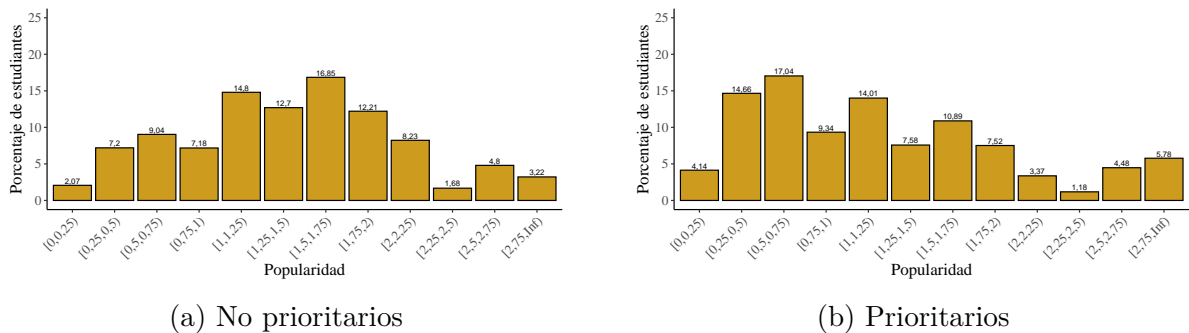


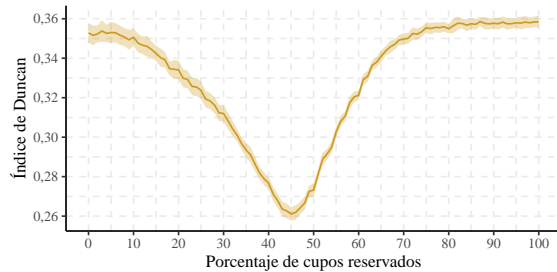
Figura 8.16: Popularidad de los establecimientos listados en primera preferencia

Tabla 8.14: Popularidad de las segundas preferencias, condicional en que la popularidad de la primera sea mayor o igual a 1

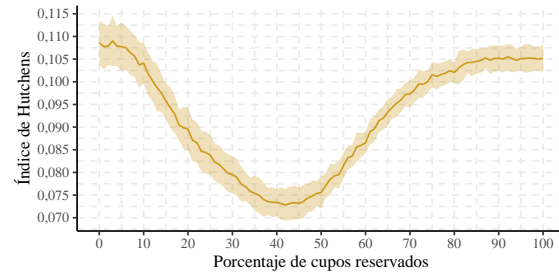
	No prioritarios	Prioritarios
Número de estudiantes	3.187	1.759
Primer cuartil	1,03	0,73
Mediana	1,43	1,20
Media	1,42	1,30
Tercer cuartil	1,73	1,73

Tabla 8.15: Resumen de los resultados

	r = 0 %	r = 15 %	r = 43 %	r = 75 %	r = 100 %
Estudiantes asignados 1ra preferencia	62,23 (0,29)	62,2 (0,33)	63,84 (0,26)	66,73 (0,24)	66,81 (0,17)
Estudiantes no asignados	12,65 (0,16)	12,75 (0,13)	13,08 (0,15)	13,61 (0,1)	13,63 (0,1)
Prioritarios asignados 1ra preferencia	67,77 (0,43)	68,57 (0,44)	76,74 (0,37)	88,01 (0,2)	88,46 (0,22)
Prioritarios no asignados	9,39 (0,31)	8,78 (0,28)	4,08 (0,18)	1 (0,13)	0,91 (0,1)
No prioritarios asignados a su 1ra preferencia	58,06 (0,47)	57,4 (0,46)	54,11 (0,39)	50,68 (0,33)	50,5 (0,27)
No prioritarios no asignados	15,11 (0,26)	15,74 (0,26)	19,87 (0,25)	23,12 (0,19)	23,23 (0,18)
Índice de Duncan	0,353 (0,004)	0,342 (0,005)	0,264 (0,003)	0,355 (0,003)	0,358 (0,003)
Índice de Hutchens	0,108 (0,002)	0,096 (0,002)	0,073 (0,002)	0,101 (0,001)	0,105 (0,001)

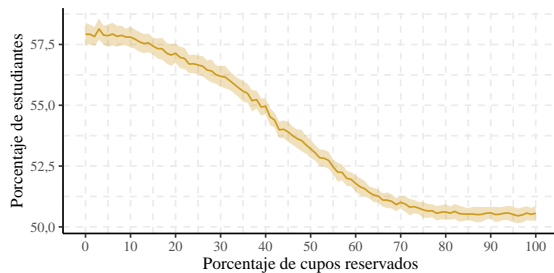


(a) Índice de Duncan

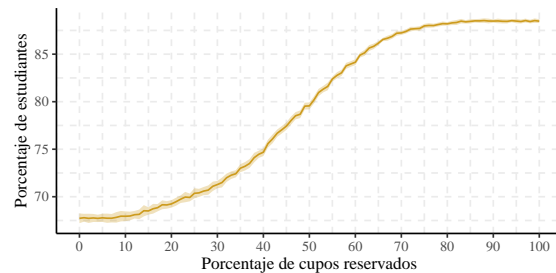


(b) Índice de Hutchens

Figura 8.17: Índices de Segregación

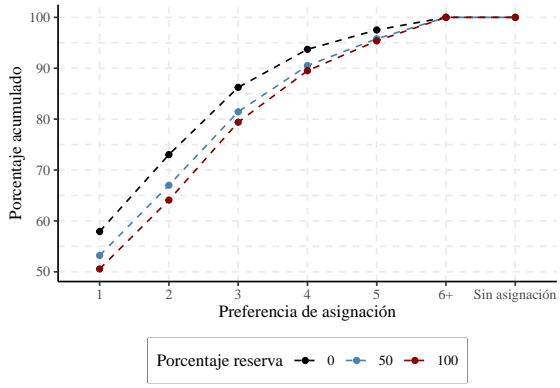


(a) No prioritarios

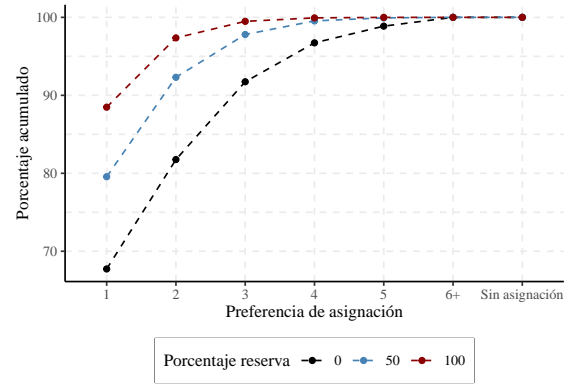


(b) Prioritarios

Figura 8.18: Estudiantes asignados a su primera preferencia, por tipo de estudiante



(a) No prioritarios



(b) Prioritarios

Figura 8.19: Distribución acumulada de las preferencias asignadas, por tipo de estudiante

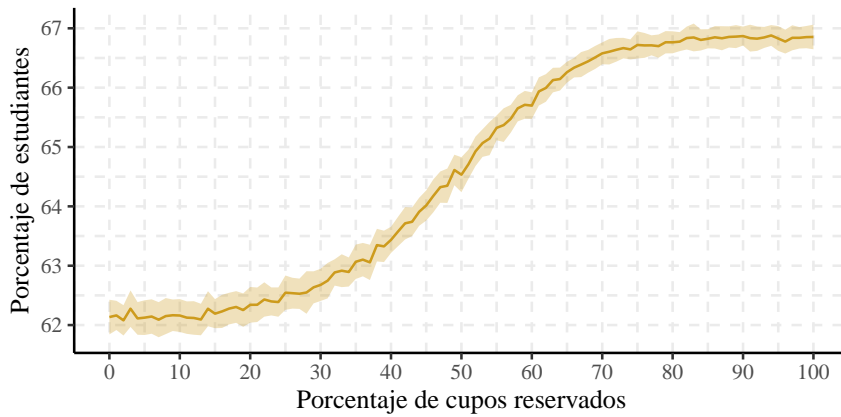


Figura 8.20: Estudiantes asignados a su primera preferencia

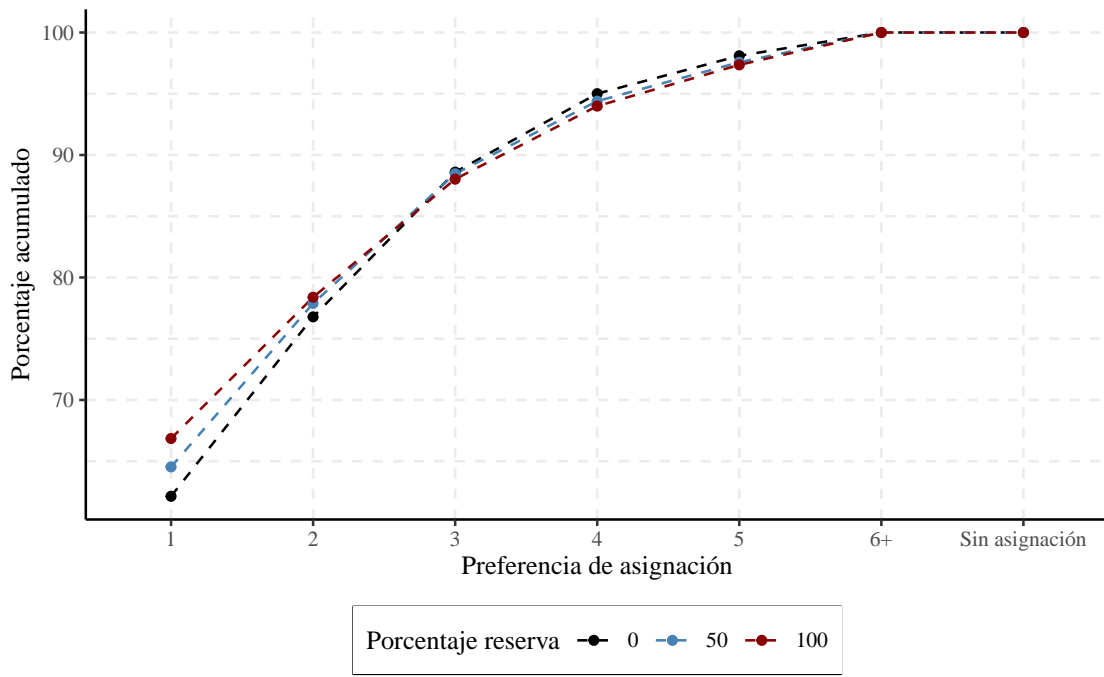


Figura 8.21: Distribución acumulada de las preferencias asignadas