



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

DETERMINACIÓN DE ENVOLVENTE ECONÓMICA INCORPORANDO INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA Y DE MERCADO EN UNA MINA DE HIERRO

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL DE MINAS

BELÉN LISETTE MARCHANT LÓPEZ

PROFESOR GUÍA:
XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
NADIA MERY GUERRERO
NELSON MORALES VARELA
MANUEL REYES JARA

SANTIAGO DE CHILE
2021

PARA EL GORDO Y MI PRINCESA, QUE PUEDEN LOGRAR TODO LO QUE SE
PROPONGAN

DETERMINACIÓN DE ENVOLVENTE ECONÓMICA INCORPORANDO INCERTIDUMBRE GEOLÓGICA Y DE MERCADO EN UNA MINA DE HIERRO

La presente tesis realiza un análisis en el proceso minero desde los datos provenientes de la malla de sondajes para la estimación de la información geológica, hasta la realización del diseño final del pit.

El objetivo de esta tesis es cuantificar la incertidumbre geológica y de mercado a la que se ve expuesta el negocio minero. Para el primer caso (incertidumbre geológica), se trabaja con una base de datos de 302 sondajes, provenientes de un yacimiento ferrífero, para generar mediante simulaciones distintos escenarios probabilísticos, que permitan cuantificar la variabilidad de los atributos asociados al yacimiento. En cuanto a la incertidumbre de mercado, mediante un análisis de los precios históricos de fierro se incorporan 3 niveles de precios distintos (inferior, medio y superior), los cuales son incorporados en la determinación del pit final.

Para completar el desarrollo de ese trabajo, se realizan 63 distintas combinaciones a partir de 20 escenarios geológicos y el escenario promedio de las 100 simulaciones, junto a los 3 niveles de precios, permitiendo desarrollar los siguientes casos:

- **Caso promedio:** En este se utilizará el promedio de las simulaciones geológicas y un precio fijo (nivel medio) del hierro.
- **Incetidumbre geológica:** Se analizarán 20 simulaciones a precio nivel medio.
- **Incetidumbre de mercado:** Escenario promedio de geología con nivel de precio superior e inferior.
- **Incetidumbre de mercado y geológica:** Se analizarán 20 simulaciones a nivel superior, medio e inferior de precio.

A partir de este ejercicio, se observan distintos diseños de pit final (sin consideración de agendamiento), de los cuales se concluye que el mayor impacto en la planificación queda determinada por la variable precio, esto producto del tipo de yacimiento, ferrífero, donde las leyes son más bien estratificadas y superficiales dominadas por el tipo de roca, generando una menor variabilidad en los atributos geológicos, más aún con la cantidad disponible de sondajes en este caso. Por lo anterior, al utilizar distintos escenarios geológicos la variación del pit es menor, con un beneficio que se mueve en el entorno del $\pm 4\%$, mientras que el pit con nivel de precio medio y superior, varía su beneficio en aproximadamente 900 %.

Se propone para trabajos futuros aplicar la misma metodología en un yacimiento tipo pórfido cuprífero, pues las leyes están menos dominadas por el tipo de roca. En este ejercicio se esperaría que la influencia de la incertidumbre geológica fuese mucho mayor. En cuanto al parámetro de mercado (precio), este podría incorporar no sólo el producto principal, sino también precio de co-producto o subproductos relevantes.

Finalmente en cuanto a la planificación minera se aconseja incorporar una comparación con un enfoque estocástico versus el determinista, siempre en pos de nuevas oportunidades de mejoras que permitan disminuir el riesgo asociado a la decisión de explotación del yacimiento.

Agradecimientos

A mis padres por los valores y el amor incondicional, por siempre empujarme a ser mejor y cumplir mis metas, por sacarnos adelante pese a las dificultades y ser un ejemplo de vida y una inspiración.

A mi hermano y mi cuñada por darme la oportunidad de conocer un nuevo tipo amor y poder disfrutar de mis sobrinos cada día.

A Joaquin por ser un compañero de viajes y de vida con un corazón enorme aunque le cueste asumirlo.

A Pía y José por siempre apoyarme y estar ahí en todo momento.

A Hector por las buenas conversaciones, la amistad y los panqueques.

A mi profesor guía, Xavier Emery por su bondad y calidad humana, que lo destacan ante todo.

Finalmente agradezco por financiar parcialmente este trabajo a:

- Departamento de Ingeniería de Minas de la Universidad de Chile.
- Advanced Mining Technology Center (AMTC) de la Universidad de Chile.
- Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo (ANID), a través de los proyectos ANID PIA AFB180004 y PIA ANILLO ACT1407.

Tabla de contenido

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	1
1.1.1. Objetivo general	1
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcances del estudio	2
1.3. Estructura de la tesis	2
1.4. Limitaciones actuales e idea base propuesta de tesis	3
1.5. Innovación	3
2. Antecedentes	4
2.1. Geoestadística y modelamiento de incertidumbre geológica	4
2.1.1. Variografía	5
2.2. Métodos de estimación	9
2.2.1. Kriging	9
2.2.2. Cokriging	10
2.3. Simulaciones	10
2.3.1. Modelo multigaussiano	11
2.3.2. Modelo plurigaussiano	12
2.4. Simulación Conjunta	13
2.5. Planificación	14
2.5.1. Planificación Tradicional de minas a cielo abierto	14
2.5.2. Agendamiento	16
2.5.3. Planificación determinista	17
2.5.4. Programación estocástica	18
2.5.5. Planificación bajo incertidumbre	20
2.6. Mercado del hierro	21
2.7. Reducción de escenarios geológicos	22
3. Metodología	24
4. Caso de Estudio: Yacimiento de fierro	26
4.1. Geología regional	26
4.2. Itabiritas	26
4.3. Minerales de Hierro	26
4.4. Estudio exploratorio de datos	27
4.4.1. Base de datos	27
4.4.2. Distribución espacial	27

5. Simulación	40
5.1. Simulación geológica	40
5.2. Resultados y análisis	44
5.2.1. 302 Sondajes	44
5.3. Inventario de recursos	48
6. Industria del Hierro	50
6.0.1. Caracterización Pellets	51
6.1. Evolución Precio del Hierro	53
6.2. Reducción de escenarios	54
7. Definición de envoltente económica	56
7.1. Planificación Determinista	56
7.1.1. Resultados y análisis	58
8. Conclusiones	67
8.1. Propuestas futuras	68
9. Bibliografía	69

Índice de figuras

2.1.1.Función distribución univariable (izquierda) y bivariable (derecha). Fuente (Emery, 2015).	5
2.1.2.Variograma pepítico	6
2.1.3.Variograma esférico	7
2.1.4.Variograma exponencial	7
2.1.5.Variograma gaussiano	8
2.2.1.Suavizamiento de kriging. Fuente [8]	10
2.3.1.Simulaciones mediante algoritmo plurigaussiano, con su respectiva regla de truncación. Fuente [3]	13
2.5.1.Secuencia de extracción, Worst Case (izquierda) y Best Case (derecha)(Lagos, 2011)	15
2.6.1.Precios del hierro y del acero en China, 2006 – 2017 (USD/ton)(Cochilco, 2017).	21
4.4.1.Mapa norte-elevación, 302 sondajes.	28
4.4.2.Mapa este-elevación, 302 sondajes.	28
4.4.3.Mapa este-norte, 302 sondajes.	28
4.4.4.Mapa isométrico, 302 sondajes.	29
4.4.5.Histograma Fierro	30
4.4.6.Histograma de Sílice	31
4.4.7.Mapas de ubicación sílice. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	32
4.4.8.Histograma Fósforo-	33
4.4.9.Mapas de ubicación Fósforo. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	33
4.4.10Mapas de ubicación aluminio. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	34
4.4.11Histograma Aluminio.	35
4.4.12Histograma de Manganeso	35
4.4.13Mapas de ubicación manganeso. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	36
4.4.14Histograma Pérdidas de fuego	37
4.4.15Mapas de ubicación pérdidas de fuego. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	37
4.4.16Mapas de ubicación granulometría. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)	38
4.4.17Histograma Granulometría.	39
5.1.1.Regla de truncación para la simulación de tipos de roca del yacimiento. Fuente: Mery, 2016.	41
5.1.2.Distribución de unidades geológicas por variable. Fuente: Mery, 2016.	42
5.2.1.Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Norte-Elevación.	45

5.2.2.Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Este-Norte.	46
5.2.3.Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Este-Elevación.	47
6.0.1.Diagrama de procesamiento de Hierro.	50
6.0.2.Diagrama de procesamiento de Hierro.	51
6.0.3.Modelo Tipo Gondola, <i>Rotary Dumper</i> (GDT).	52
6.1.1.Serie de Precios histórica de hierro(USD/tms) <i>Fuente:CRU Steel Price Index, Diciembre 2007.</i>	53
6.1.2.Serie de Precios histórica de hierro (USD/tms).	54
7.1.1.Escenarios geológicos y precio nivel medio.	59
7.1.2.Ejemplo de pit final, escenario geológico con nivel de precio medio.	60
7.1.3.Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio medio.	60
7.1.4.Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio medio.	61
7.1.5.Geología promedio, nivel de prec inferior y superior.	62
7.1.6.Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio medio.	62
7.1.7.Pit final, nivel de precio inferior y superior respectivamente. Geología aleatoria.	63
7.1.8.Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio inferior.	63
7.1.9.Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio superior.	64
7.1.10.Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio inferior.	64
7.1.11.Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio superior.	65

Índice de tablas

4.4.1.Definición variables de estudio.	27
4.4.2.Ubicación espacial de los sondeos	27
4.4.3.Estadísticas básicas del yacimiento en base a 302 sondeos.	29
4.4.4.Matriz de correlación en base a 302 sondeos.	30
5.1.1.Codificación del tipo de roca a simular.	40
5.1.2.Definición de variables transformadas	42
5.1.3.Resumen de unidades geológicas, según variables de interés. Fuente: Mery, 2016.	42
5.1.4.Transformación inversa, variables originales.	43
5.2.1.Comparación datos reales versus datos simulados,302 sondeos, 100 simulaciones.	44
5.3.1.Inventario de recursos para simulaciones. Tonelaje medido en [Mton] y leyes en [%].	48
5.3.2.Comparación de ley de hierro en datos simulados con 302 sondeos.	49
6.0.1.Parámetros vagón de transporte	52
7.1.1.Parámetros técnico-económicos.	57
7.1.2.Parámetros económicos y de producción.	57
7.1.3.Casos para planificación de largo plazo (determinación de pit final).	58
7.1.4.Valorización Pit final, geología promedio 3 niveles de precios.	61
7.1.5.Resumen beneficio pit final por casos de estudio.	66

Capítulo 1

Introducción

La industria minera se ve afectada por los vaivenes del mercado, pasando por ciclos de precios altos y otros donde el costo de producir incluso podría llegar a ser mayor que el costo de venta, generando cierre de faenas. Esta variabilidad e incertidumbre plantea nuevos desafíos, en particular, en identificar riesgos y oportunidades provocados por la incertidumbre de precio y geológica, puesto que un yacimiento mejor delineado permite una toma de decisiones más confiable.

Actualmente se suele trabajar con estimaciones de recursos para posteriormente generar el plan de producción. El problema de este enfoque es que las estimaciones consideradas recogen un comportamiento promedio de las variables, con capacidades fijas en el tiempo desde el inicio de la mina, valorizando el yacimiento con un solo modelo de bloques, lo que no necesariamente coincide con la realidad del yacimiento. Esto podría mermar la promesa del valor del proyecto puesto que se podrían generar variaciones relevantes con respecto a la geología presente.

Lo que se busca en esta tesis es cuantificar el impacto de la incertidumbre geológica y de mercado a la que se ve expuesta el negocio minero, y el impacto en la envolvente económica de largo plazo, que define las reservas mineras extraíbles. Para ello se trabajará con una base de datos de 302 sondajes, provenientes de un yacimiento ferrífero, para generar mediante simulaciones distintos escenarios probabilísticos de variables continuas y categóricas, que permitan cuantificar la variabilidad de los atributos asociados al yacimiento. Posteriormente mediante un enfoque determinista plantear el problema incorporando la incertidumbre ya modelada mediante el uso de distintos escenarios de leyes, así como también un modelamiento de precio incorporado a este análisis, para finalmente realizar una comparación los resultados de la planificación (sin agendamiento) observando como estos parámetros afectan los resultados.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Cuantificar la incertidumbre geológica de las principales variables de un yacimiento ferrífero (Fierro, Sílice, fósforo, Aluminio, Magnesio, Pérdidas de fuego y granulometría), e incorporarla en la generación de planes mineros a largo plazo junto con la incertidumbre de precio.

1.1.2. Objetivos específicos

- Generar un modelo determinista de la envolvente económica de largo plazo (pit final).
- Evaluar cuál es el efecto de la incertidumbre de precio en el pit final (reservas).
- Evaluar cuál es el efecto de la incertidumbre geológica en el pit final (reservas).

1.2. Alcances del estudio

Para llevar a cabo el desarrollo de este trabajo, se considerará una base de datos de 302 sondeos de diamantina provenientes de un yacimiento ferrífero, del cual no se revelará el nombre ni la ubicación por razones de confidencialidad. Adicionalmente se tendrán en cuenta los siguientes puntos.

- El estudio y/o planificación sólo considera ser aplicado en minería a cielo abierto para la determinación del pit final.
- No se contempla la operativización de fases ni agendamiento de la producción.
- Se considera la siguiente relación estequiométrica entre las leyes de los elementos presentes en el modelo de bloque:

$$1.4297 * Fe + Si * Al + 2.2913 * P + 1.2912 * Mn + Pf = 100 \quad (1.1)$$

- No se contempla verificar las hipótesis de aditividad de leyes.
- Se considera incorporación de incertidumbre geológica y de mercado para determinación de pit final.

1.3. Estructura de la tesis

La estructura de la tesis es la siguiente: En el Capítulo 2 se presentan los fundamentos geoestadísticos para modelar variables continuas y categóricas, además de anunciar el enfoque determinístico de la planificación minera y la incertidumbre de mercado.

En el Capítulo 3 se presenta la metodología que permite llevar a cabo esta tesis, tanto el desarrollo de las simulaciones como la planificación.

En el Capítulo 4 se presenta la información con respecto al caso de estudio, geología del sector y las estadísticas de las variables presentes.

En el Capítulo 5 se presentan los resultados de las simulaciones, y su validación.

En el Capítulo 6 se presenta una contextualización de cómo se realiza procesamiento de los minerales de hierro junto al análisis histórico y modelamiento de precios del hierro .

En el Capítulo 7 se presenta la planificación minera del yacimiento ferrífero incorporando escenarios de precios con un con un enfoque determinista, con su respectivo análisis.

Finalmente en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones del trabajo junto con propuestas futuras.

1.4. Limitaciones actuales e idea base propuesta de tesis

Actualmente la industria minera realiza una planificación de largo plazo de índole determinista, donde el área de planificación recibe como input un escenario promedio que contiene el comportamiento de las variables categóricas y continuas (como las leyes del yacimiento). La principal dificultad de este enfoque radica en la información limitada para la toma de decisiones, lo que puede impactar en la promesa de valor del negocio minero.

Al utilizar el promedio en cualquier tipo de decisión, se omite la variabilidad que pueda estar involucrada en el proyecto, y tratándose de industrias altamente intensivas en capital no es atractivo para los inversionistas tener un alto nivel de riesgo, en cuanto al retorno de capital esperado, pues este depende directamente de las variables parcialmente conocidas gracias a las campañas de sondeos.

Por lo expuesto anteriormente este trabajo de tesis propone realizar una planificación basada en distintos escenarios generados mediante simulación, incorporando la incertidumbre de las variables presentes en el yacimiento y la incertidumbre de mercado (precio del hierro), generando mediante el uso de algoritmo Lerchs y Grossman una respuesta más robusta al problema de planificación.

1.5. Innovación

En cuanto a la innovación de esta tesis se destaca un caso de estudio de tamaño real, el cual involucra un modelamiento complejo de recursos, varios tipos de rocas y variables continuas, generando escenarios mediante simulaciones conjuntas: Simulación plurigaussiana de tipo de roca y dentro de esta una cosimulación de leyes mediante bandas rotantes.

Adicionalmente se utiliza una discretización a soporte de bloque, y transformación mediante cocientes de las variables, las cuales serán profundizadas en el capítulo 5.

Adicionalmente se contemplan los siguientes puntos.

- Evaluar proyecto con la incorporación de vector de precios: para ello, se utilizarán distintos escenarios de precios que permitan analizar la variabilidad del pit final.
- Incorporación de incertidumbre geológica: Se trabajará con escenarios equiprobables, los cuales serán incorporados en la formulación del pit final.

Con la definición de distintos escenarios tanto para la variable precio como para la geología, se generarán distintas combinaciones, incluyendo el caso promedio, estudiando de esta forma el impacto por incertidumbre geológica, de mercado y el caso determinista (precio y geología promedio), esto permitirá generar un análisis robusto, pudiendo concluir para este trabajo, cuál es el factor con mayor impacto, y por ende, el más relevante a considerar en la planificación minera.

Capítulo 2

Antecedentes

2.1. Geoestadística y modelamiento de incertidumbre geológica

La geoestadística proporciona de forma cuantitativa una descripción de variables regionalizadas, vale decir, variables que se distribuyen en el espacio (Chilès and Delfiner, 2012). Cada variable regionalizada $z(x)$, donde x representa un sitio en el espacio, se caracteriza por su naturaleza (continua, discreta, categórica), dominio de extensión y su soporte (área o volumen sobre el cual se mide). La esencia del modelamiento geoestadístico es interpretar cada valor como una realización de una variable aleatoria $Z(x)$, las que a su vez en su conjunto dan origen a una función aleatoria $\{Z(x), x \in \mathbb{R}^d\}$ [3].

Las funciones aleatorias pueden ser caracterizadas en base a sus funciones de distribución multivariable,

$$F_{x_1, \dots, x_k}(z_1, \dots, z_k) = \mathbb{P}(Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_k) < z_k) \forall z_1, \dots, z_k \in \mathbb{R} \quad (2.1)$$

donde $\{x_1, \dots, x_k\}$ representan sitios en el espacio y k es el número de argumentos de los cuales depende la función distribución multivariable (Emery, 2015).

Si $k=1$, entonces se hablará de una distribución univariable y queda representada por la ecuación (2.2). Si $k=2$, se hará referencia a una distribución bivariante, ecuación (2.3).

$$F(z_1; x_1) = P(Z(x_1) < z_1) \quad (2.2)$$

$$F(z_1, z_2; x_1, x_2) = P(Z(x_1) < z_1, Z(x_2) < z_2) \quad (2.3)$$

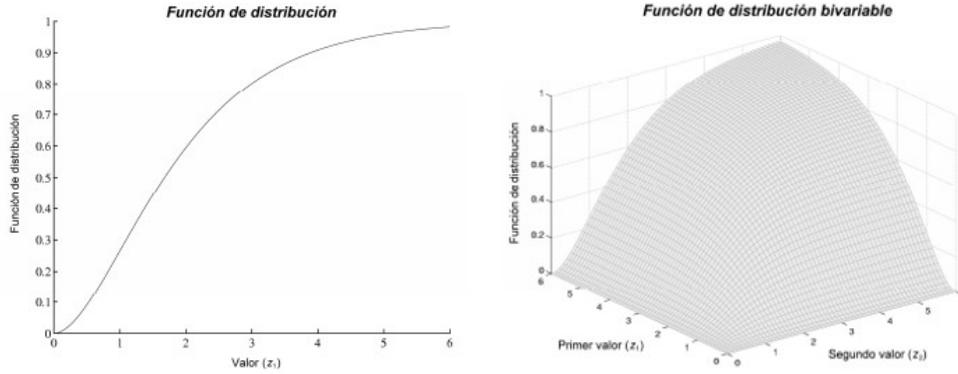


Figura 2.1.1: Función distribución univariable (izquierda) y bivariable (derecha). Fuente (Emery, 2015).

Se asume la hipótesis de estacionaridad, por tanto las distribuciones y/o momentos serán invariables por traslación en el espacio, hipótesis que permite llevar a cabo la inferencia estadística de los parámetros (media, covarianza, variograma, etc.) de la función aleatoria a partir de información disponible de cualquiera de sus realizaciones.

2.1.1. Variografía

El estudio variográfico tiene como principal función modelar la continuidad espacial de una variable regionalizada z , vía el cálculo de un variograma y el ajuste de un modelo teórico de variograma que permita cuantificar la correlación espacial de la función aleatoria pariente.

Mapa variográfico

Es la representación del variograma experimental para un vector separación h cubriendo el espacio en 2 o 3 dimensiones, mediante el uso de una escala de colores. Esta herramienta permite establecer si el variograma tiene un comportamiento idéntico en todas las direcciones del espacio (isótropo), o si existen direcciones preferenciales (anisotropía) (Emery, 2015).

Variograma experimental

El variograma experimental de una variable regionalizada ($\gamma(h)$) queda definido mediante la siguiente ecuación.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z(x_\alpha) - z(x_\beta)]^2 \quad (2.4)$$

donde $\{x_1, \dots, x_n\}$ son los sitios donde es conocida la variable regionalizada z , h es el vector de separación espacial y $N(h)$ es el número de pares distanciados a una distancia h .

Cabe notar que $x_\alpha - x_\beta = h$, por tanto la distancia entre los sitios con datos es equivalente al vector de separación.

Variograma Modelado

En base al variograma experimental se debe crear un ajuste en función de las direcciones principales de anisotropía, mediante un modelo que cumpla con las propiedades de simetría, nulidad en el origen, función no negativa y función de tipo negativo condicional (Emery, 2015).

Modelos Básicos

A continuación se presentan algunos modelos básicos de variogramas.

- **Efecto pepita**

Variograma pepítico de meseta C .

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{si } h = 0 \\ C & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.5)$$

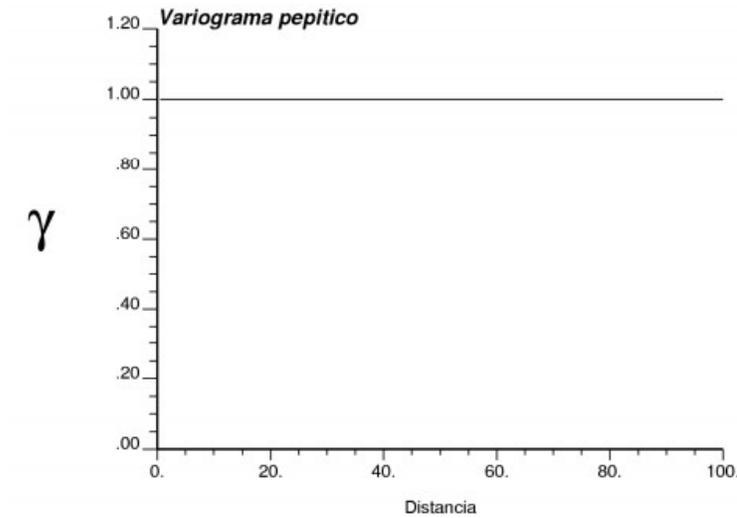


Figura 2.1.2: Variograma pepítico

- **Modelo esférico**

Variograma esférico de alcance a y meseta C :

$$\gamma(h) = \begin{cases} C \left\{ \frac{3|h|}{2a} - \frac{1}{2} \left(\frac{|h|}{a} \right)^3 \right\} \\ C \text{ en caso contrario} \end{cases} \quad (2.6)$$

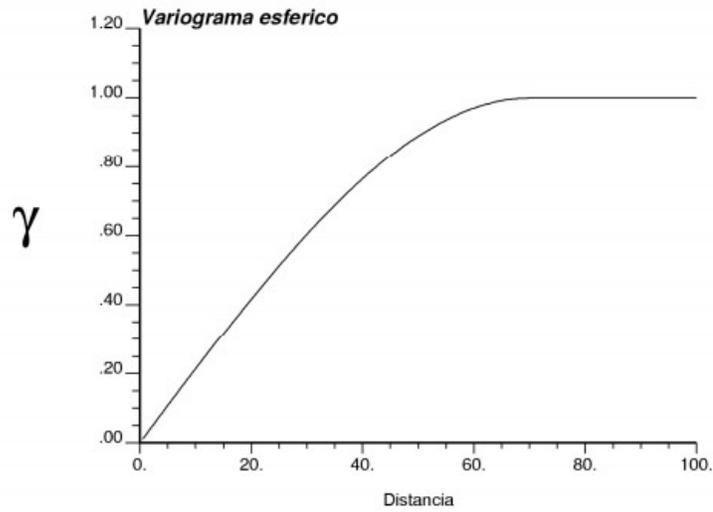


Figura 2.1.3: Variograma esférico

■ **Modelo Exponencial**

Variograma exponencial de alcance práctico a y meseta C .

$$\gamma(h) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{3|h|}{a}\right) \right\} \quad (2.7)$$

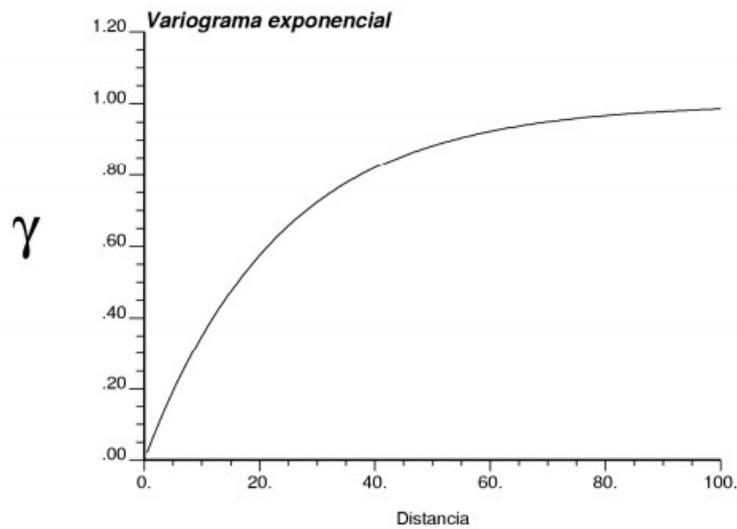


Figura 2.1.4: Variograma exponencial

■ **Modelo Gaussiano**

Variograma Gaussiano de alcance práctico a y meseta C .

$$\gamma(h) = C \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{3|h|^2}{a^2}\right) \right\} \quad (2.8)$$

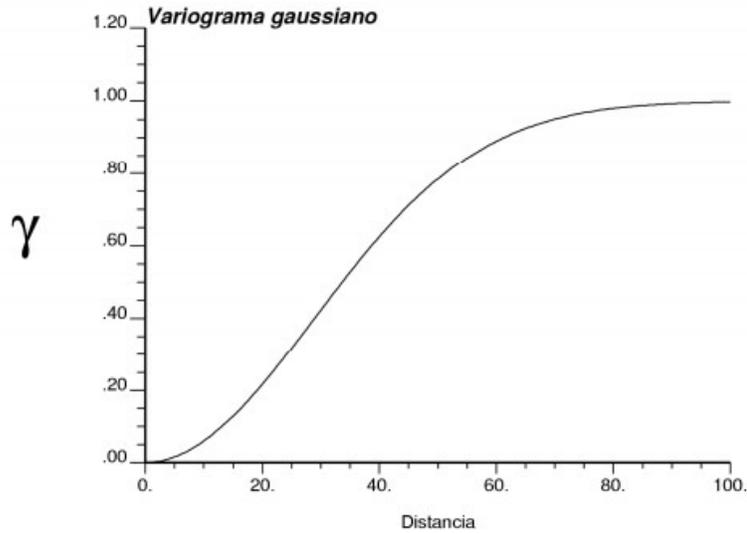


Figura 2.1.5: Variograma gaussiano

Modelos anidados

El variograma modelado puede ser construido en base a la suma de distintas estructuras básicas, creando un variograma anidado de mayor complejidad. Este permite modelar de mejor forma los cambios de pendientes de los variogramas experimentales.

$$\gamma(h) = \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \gamma_3(h) + \dots + \gamma_s(h) \quad (2.9)$$

Modelos multivariantes

Los modelos multivariantes permiten predecir el comportamiento de una variable regionalizada en función del vínculo o correlación presente en todas las variables, de este modo información de variables auxiliares aportan información con respecto al elemento interés principal.

Por tanto así como en el caso univariable, en el caso multivariable existen herramientas variográficas que permiten analizar la continuidad espacial de las variables, para ello se utiliza la estacionariedad conjunta, de este modo las herramienta dependerán de la distancia de los datos y no de su posición.

La covarianza cruzada entre dos funciones aleatorias Z_i y Z_j para un vector h se define como:

$$C_{ij}(h) = cov[Z_i(x+h), Z_j(x)] = E[Z_i(x+h)Z_j(x)] - E[Z_i(x+h)]E[Z_j(x)] \quad (2.10)$$

Adicionalmente se presenta el variograma cruzado entre funciones aleatorias Z_i y Z_j para un vector h se define como:

$$\gamma_{ij}(h) = 1/2cov[Z_i(x+h) - Z_i(x), Z_j(x+h) - Z_j(x)] \quad (2.11)$$

2.2. Métodos de estimación

Los métodos de estimación permiten predecir el valor de una variable regionalizada, vista como una realización de una función aleatoria Z , en el espacio, a partir de valores conocidos de la misma. Existen distintos métodos para establecer los ponderadores más adecuados a las variables conocidas y poder estimar el valor desconocido de forma más precisa. Entre estos se encuentra la interpolación por kriging.

2.2.1. Kriging

Corresponde al mejor estimador lineal insesgado. Es posible distinguir dos variantes principales, kriging simple y ordinario. En ambos casos se define la media mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbb{E}[Z(x)] = m \quad (2.12)$$

Kriging Simple asume la relación 2.12 como conocida, mientras que kriging ordinario asume una media desconocida. Para la construcción del estimador kriging, ya sea a soporte de bloque o puntual, se deben plantear las siguientes restricciones:

Restricción de linealidad

El estimador es una combinación lineal ponderada de los datos, lo cual se ve reflejado en la ecuación 2.13.

$$Z^*(x_0) = a + \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha} Z(x_{\alpha}) \quad (2.13)$$

Donde x_0 es el sitio a estimar, y $\{x_1, \dots, x_n\}$ son los sitios donde se conocen los datos, a y $\{\lambda_{\alpha}, \alpha = 1, \dots, n\}$ son incógnitas del problema.

Restricción de insesgo

Esta restricción expresa que en promedio el error cometido por la estimación mediante kriging es nulo.

$$\mathbb{E}[Z^*(x_0) - Z(x_0)] = 0 \quad (2.14)$$

Restricción de optimalidad

Consiste en buscar los estimadores de modo tal que minimicen la varianza del error de estimación.

$$\text{minimizar}[\sigma_k^2(x_0)] = \text{var}[Z^*(x_0) - Z(x_0)] \quad (2.15)$$

2.2.2. Cokriging

Así como en el caso univariable se habla de kriging, en el caso multivariable se habla de cokriging para realizar la estimación conjunta de N variables $\{Z_1, \dots, Z_N\}$, tomando en cuenta tanto la continuidad espacial y la relación de dependencia entre las variables (variogramas directos y cruzados). Es posible distinguir dos variantes de cokriging, uno simple que es utilizado cuando las medias de las variables regionalizadas son conocidas y otro ordinario, que es utilizado cuando se desconocen las medias de las variables a estimar.

Propiedades del cokriging

A continuación se presentan las propiedades de los estimadores de kriging y cokriging [3]:

- **Aditividad:** El promedio de las estimaciones puntuales dentro de un bloque es equivalente a la estimación del valor promedio del mismo bloque.
- **Interpolación exacta:** El valor estimado en un punto con dato restituye el valor medido.
- **Suavizamiento:** Los mapas de las estimaciones muestran datos menos dispersos que los valores verdaderos **Figura 2.2.1**. Por tanto se tiende a subestimar zonas de altas leyes y sobre estimar zonas de leyes bajas.

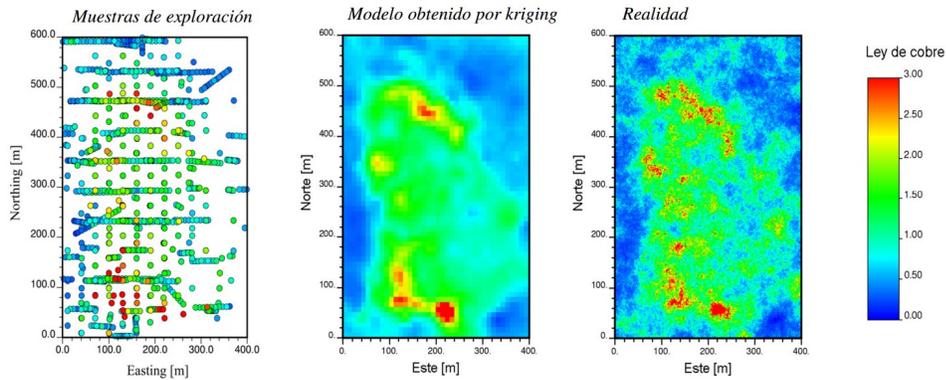


Figura 2.2.1: Suavizamiento de kriging. Fuente [8]

2.3. Simulaciones

Debido a las limitaciones de kriging y cokriging presentadas anteriormente, se pretende utilizar un modelo que sea capaz de reflejar la verdadera variabilidad presente en un yacimiento minero y, a la vez, cuantificar la incertidumbre en los valores que no han sido muestreados, por ejemplo, mediante distribuciones de probabilidad. Para ello se reproducen distintos escenarios equiprobables de la variable regionalizada que se desea estimar. Dependiendo de si se consideran los datos originales se denominan simulación no condicional o condicional. Existen diversos modelos para realizar simulaciones dependiendo de la naturaleza de la variable estudiada, es decir, si es continua (leyes, solubilidad, etc) o categórica (tipo de roca), los que serán explicados durante este capítulo. Se denominará cosimulación cuando se realice la simulación considerando múltiples variables.

2.3.1. Modelo multigaussiano

Las técnicas de simulación pretenden reproducir la distribución espacial de una función aleatoria. Un modelo muy utilizado de función aleatoria es el modelo multigaussiano, en donde el conjunto de valores tiene una distribución multivariable Gaussiana, o más conocida como una distribución multi-Gaussiana, vale decir, que toda combinación lineal de sus valores es una variable aleatoria Gaussiana [8].

Se expresa la densidad de probabilidad mediante la siguiente ecuación.

$$g(x_1, \dots, x_n; y_1, \dots, y_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\det(C)}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} y C^{-1} y^t \right\} \quad (2.16)$$

Donde C es la matriz de varianza-covarianza de los datos gaussianos, $\{x_1, \dots, x_n\}$ son los sitios con datos, e y es un vector de n componentes.

Como no todos los datos con los cuales se trabaja necesariamente distribuyen multi-Gaussiano, se debe previamente aplicar una anamorfosis Gaussiana, la cual transforma los datos de modo tal que cumplan con la hipótesis.

Algoritmos de simulación

Existen diversos algoritmos para llevar a cabo la simulación de funciones aleatorias multigaussianas, entre ellos se destacan el método secuencial que permite simular el valor de un sitio a partir de su distribución condicional a los datos existentes y a los valores ya simulados. Esta distribución depende del valor estimado por kriging y de la varianza del estimador. Este algoritmo produce directamente simulaciones condicionales [18].

Por otro lado es posible utilizar el método de bandas rotantes, que simplifica el problema de simulación en \mathbb{R}^3 a uno en \mathbb{R} [9]. Para ello se realizan simulaciones unidimensionales y se esparcen en el espacio tridimensional. Este algoritmo produce simulaciones no condicionales por lo cual se debe realizar una etapa posterior basada en kriging o cokriging para transformar la simulación a una condicional.

Si bien el realizar una etapa adicional de kriging complejiza el algoritmo, este es mucho más rápido que el secuencial, pues se puede condicionar múltiples realizaciones con un solo kriging, y este sólo involucra los datos originales [5]. A continuación se muestra la ecuación de condicionamiento.

$$Y_{SC}(x) = Y^{KS}(x) + [Y_S(x) - Y_S^{KS}(x)] \quad (2.17)$$

Donde $Y^{KS}(x)$ es el kriging simple de la variable a simular a partir de los datos condicionantes, $Y_S(x)$ simulación no condicional en el sitio x, $Y_S^{KS}(x)$ kriging simple de la simulación no condicional a partir de los valores que toma esta simulación en los sitios con datos [11]. En el caso multivariable, se debe utilizar cokriging para convertir simulaciones no condicionales en simulaciones condicionales.

Aplicación del algoritmo

Genéricamente para llevar a cabo la simulación de una función aleatoria $\{Z(x) : x \in \mathbb{R}\}$ se deben realizar los siguientes pasos [11]:

- Desagrupamiento de datos.
- Anamorfosis Gaussiana de los datos.
- Realizar análisis variográfico de los datos transformados (variograma experimental y modelado).
- Seleccionar un algoritmo de simulación no condicional.
- Condicionamiento de las simulaciones.
- Transformación de los valores simulados a su distribución original
- Procesamiento de las realizaciones.

Validación de las simulaciones

Leuangthong *et al.*, 2004, determinó que un modelo simulado debe reproducir lo siguiente:

- Los valores en los sitios muestreados.
- La distribución de los atributos de interés (histograma, resumen de estadísticas, etc)
- Continuidad espacial de las variables: variogramas directos y cruzados.

Estas propiedades se pueden verificar experimentalmente sobre un conjunto de realizaciones, permitiendo validar o, al contrario, rechazar las realizaciones construidas. Una de las técnicas que permiten tomar esta decisión es la validación cruzada, donde de forma sucesiva cada uno de los datos es simulado considerando los restantes, buscando una simulación concordante con los datos de origen, según los siguientes parámetros:

- Medias con diferencias cercanas a cero.
- Nubes de dispersión entre valores originales y simulados, tendiendo a la diagonal.

Otro método es el diseño de pruebas estadísticas para determinar las fluctuaciones observadas entre las estadísticas experimentales y las estadísticas del modelo compatible con las fluctuaciones esperadas, considerando el modelo de función aleatoria y el dominio donde se construyen las realizaciones (Kulnig, B. Bortolossi, H, 2006).

2.3.2. Modelo plurigaussiano

Se desea realizar la simulación de variables categóricas para reproducir su variabilidad en el espacio, por ejemplo, dominios geológicos, tipos de roca, densidad, etc.

Es posible trabajar con varias funciones aleatorias Gaussianas de la siguiente forma.

$$I(x; y_1, y_2) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si } Y_1 < y_1 \longrightarrow \text{Dominio 1} \\ 2 \text{ si } Y_1 \geq y_1 \text{ e } Y_2 < y_2 \longrightarrow \text{Dominio 2} \\ 3 \text{ si } Y_1 \geq y_1 \text{ e } Y_2 \geq y_2 \longrightarrow \text{Dominio 3} \end{array} \right\} \quad (2.18)$$

Donde Y_1 e Y_2 son funciones aleatorias multi-Gaussianas, mientras que y_1 e y_2 son valores reales (umbrales de truncación). Se puede representar gráficamente la regla de truncación mediante una bandera bidimensional, como lo muestra la **Figura 2.3.1**.

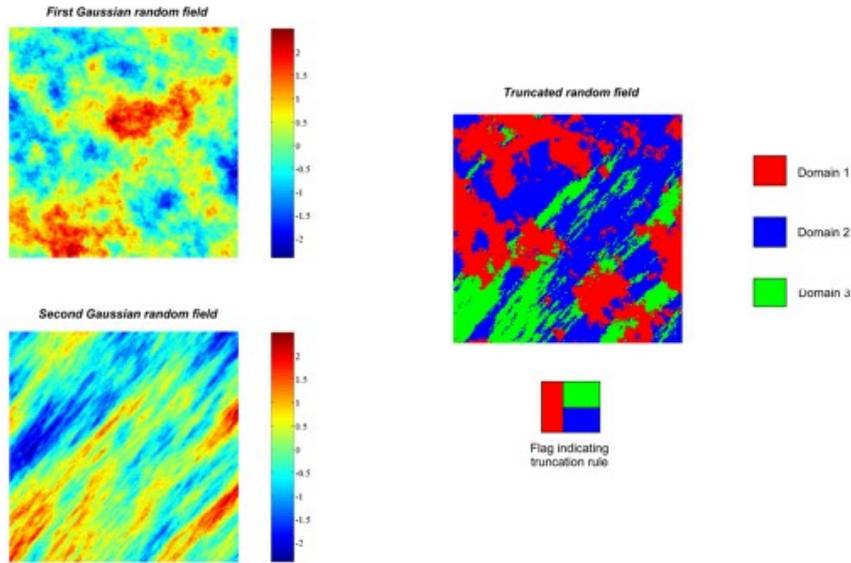


Figura 2.3.1: Simulaciones mediante algoritmo plurigaussiano, con su respectiva regla de truncación. Fuente [3]

Algoritmo de simulación

A continuación se describe las principales etapas para aplicar el método de simulación plurigaussiano [3].

- Inferir los parámetros del modelo a partir de los datos categóricos.
- Simular las funciones aleatorias en los sitios de muestreo, condicional a los datos categóricos, esta etapa se puede realizar con un algoritmo iterativo conocido como muestreador de Gibbs [20].
- Seleccionar un algoritmo de simulación para las funciones aleatorias Gaussianas, y llevar a cabo las realizaciones del resto del espacio, condicionada a los datos.
- Aplicar truncaciones para obtener las simulaciones.

2.4. Simulación Conjunta

La simulación conjunta de variables continuas (leyes de elementos de interés) y categóricas (como tipos de roca) puede llevarse a cabo mediante un enfoque jerárquico. En una primera etapa se realizan las simulaciones plurigaussianas de las variables categóricas, donde se determinan los dominios, teniendo en cuenta los atributos estadísticos y geológicos (por ejemplo definición de tipo de límites).

En una siguiente etapa se verifica que las variables continuas tengan distribución Gaussiana, en caso contrario se debe aplicar una anamorfosis, para así realizar la simulación de las variables continuas dentro de los dominios ya simulados (enfoque jerárquico).

2.5. Planificación

En esta sección se abarcará el enfoque actual de la planificación minera y cómo es posible abordar la inclusión de incertidumbre geológica, desarrollada en la sección anterior, al momento de generar planes.

La planificación minera es el área dedicada a determinar la estrategia productiva que satisfaga de mejor forma el objetivo del dueño y/o accionistas. Para ello es necesario tener en consideración las diversas restricciones presentes en el sistema. Así es posible definir distintos horizontes temporales en los cuales se realizan los planes (Quiroz, 2013):

Planificación de largo plazo: Se desarrolla a nivel estratégico. Define las reservas mineras y la envolvente económica del yacimiento, estableciendo el tamaño de la mina, el método de explotación, capacidad de producción, secuencia de explotación, y el perfil de leyes de corte, así como la vida útil de la misma.

Planificación de mediano plazo: Se desarrolla a nivel de gestión. por lo general, abarca un horizonte de tiempo trianual y anual, y produce planes de producción orientados a obtener las metas productivas en el corto plazo definidas en el largo plazo. Permite asegurar el presupuesto de operaciones y retroalimentar la planificación de largo plazo.

Planificación de corto plazo: Se desarrolla a nivel operativo El horizonte de tiempo de esta planificación es diario, semanal, mensual y trimestral. Es en esta instancia de planificación donde se debe analizar los recursos utilizados en la operación de la mina. Debe recopilar la información operacional de modo de retroalimentar la planificación de mediano plazo.

2.5.1. Planificación Tradicional de minas a cielo abierto

Pits Anidados

La planificación minera tradicional se basa en la valorización del modelo de bloques resultante del modelamiento de recursos. Este representa una discretización en unidades llamada bloques, las que se encuentran ubicados según un sistema de coordenadas, adicionalmente contienen información de variables continuas y categóricas, como por ejemplo, la ley, tipo de roca, unidad geológica, densidad, etc.

El beneficio del bloque queda definido por la expresión (2.19).

$$V_{bloque} = T_{bloque} [L_{bloque} * Rec (P * RF - C_{RyV}) - (C_{mina} + C_{planta})] \quad (2.19)$$

Donde

T_{bloque} : Representa el tonelaje total del bloque.

L_{bloque} : Es la ley del elemento valioso (o ley equivalente en caso de varios elementos), estimada o simulada a partir de información de muestreo.

Rec : Representa la recuperación metalúrgica del elemento de interés.

RF : Revenue Factor, es un ponderador del precio.

C_{RyV} : Costo de refinación y venta del elemento de interés.

C_{mina} : Costo de extracción del bloque desde la mina.

C_{planta} : Costo de procesamiento del bloque.

Dado que el revenue factor es un ponderador o multiplicador del precio, este al tomar distintos valores genera distintas valorizaciones, siendo posible generar pits anidados, los que son utilizados para generar posibles secuencias. A menor RF, se tienen valorizaciones menores, por lo cual el pit final será más pequeño, y contendrá leyes mayores, las que son preferibles de extraer al inicio del proyecto, en cambio a mayores RF el pit final será más grande y la ley promedio se verá disminuida.

Es importante mencionar que la extracción de un bloque desde la mina, no implica que necesariamente su destino sea la planta de procesamiento, pues hay bloques que son "carentes" de material de interés y que es preferible enviarlos a botadero. Se define la ley de corte marginal como el umbral a ser superado para que un bloque sea enviado a la planta.

$$L_{Marginal} = \frac{C_{planta}}{(P - C_{RyV}) * Rec * RF} \quad (2.20)$$

Determinación de pit final

Con la generación de los pits anidados y la función objetivo de la empresa es posible determinar el pit final de la mina, y con ello el conjunto de "pushbacks" que darán origen a las distintas fases del proyecto minero, las que posteriormente se deben operativizar y agregar los parámetros de diseño.

Para determinar el pit final es necesario definir parámetros geomecánicos que, dadas las condiciones geotécnicas del macizo rocoso, permitan asegurar la estabilidad de las paredes. De este modo es posible definir el ángulo de talud como la inclinación que tendrá la pared del pit. Este parámetro puede ser único, o ir variando según las distintas orientaciones.

Por otro lado, también es necesario definir parámetros económicos (precio, tasa de descuento), de capacidad de extracción, capacidad de procesamiento, y con ello generar secuencias ficticias. La primera secuencia se denomina Worst Case, y hace referencia a la extracción banco a banco, la cual extrae una gran cantidad de estéril al inicio, disminuyendo el valor del negocio. La segunda secuencia es realizar una extracción pit por pit, la cual se denomina Best Case. Esta genera anchos operacionales insuficientes para los equipos, lo cual lo hace poco viable a pesar de que su estrategia sea la extracción de las mejores leyes al inicio.

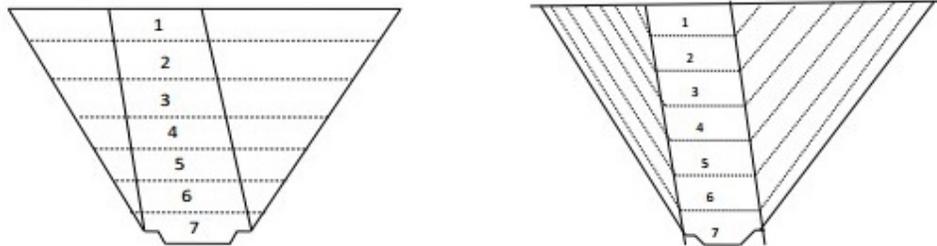


Figura 2.5.1: Secuencia de extracción, Worst Case (izquierda) y Best Case (derecha)(Lagos, 2011)

A continuación se presentan algunos algoritmos para la determinación del pit final.

Lerchs y Grossman

Provee de un método exacto y computacionalmente tratable para el diseño de límites de open pit, este problema puede ser escrito mediante un problema de optimización lineal según la expresión (2.21) (Lerchs, 1965).

$$\begin{aligned} \text{Máx} \sum_b v_b y_b \end{aligned} \tag{2.21}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_i \leq y_j \quad \forall (i, j) \in B \\ 0 \leq y_b \leq 1 \end{array} \right\}$$

Donde:

$\forall (i, j) \in B$: Es el set de precedencias geométricas entre los bloques.

v_b : Beneficio de extraer el bloque b.

y_b : Variable de decisión, vale 1 si el bloque b es extraído, cero si no lo es.

Este problema tiene como ventaja el poseer una estructura unimodular, por lo cual la solución a la relajación lineal del problema es entera. En definitiva el algoritmo de Lerchs y Grossman, utiliza una resolución explorando la estructura de redes que posee.

2.5.2. Agendamiento

Se realiza la consideración de qué bloques serán extraídos dado el diseño final de la envolvente económica, y cuándo serán removidos. Dado que se integra la variable temporal al problema, es posible definir límites o capacidades de extracción y procesamiento por periodo, además de una tasa de descuento que actualiza el valor del bloque en función de la fecha de extracción.

Se tiene la siguiente formulación del problema:

$$\text{Máx} \sum_{b \in B} \sum_{t \in T} v_{bt} y_{bt} \tag{2.22}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{t \in T} y_{bt} \leq 1 \quad \forall b \\ \underline{C} \leq c_b y_{bt} \leq \overline{C} \quad \forall t \\ y_{bt} \leq \sum_{T=1}^t y_{b't} \quad \forall (b, b') \in B_{b,t} \\ y_{bt} \in [0, 1] \quad \forall b, t \end{array} \right\}$$

Donde:

$b \in B$: Conjunto de bloques.

$t \in T$: Conjunto de periodos.

B_b : Conjunto de bloques que deben ser extraídos inmediatamente después de b.

v_{bt} : Valor asociado a la extracción y procesamiento del bloque b, en el periodo t.

c_b : Costos asociados a la extracción de b.

y_{bt} : Variable indicador, 1 si es bloque b es extraído en el periodo t, cero si no.

\underline{C} : Límite inferior del recurso en un periodo [ton].

\overline{C} : Límite superior del recurso en un periodo [ton].

Dada la complejidad del problema de agendamiento, usualmente se tienden a agregar bloques en estratos de modo de reducir el tamaño del problema, pudiendo también abordar el problema mediante técnicas de descomposición y heurísticas.

Uno de los primeros trabajos que introduce el planteamiento de agregar bloques por estratos (Busnach *et al*, 1985) quienes resuelven la planificación de la producción en una mina en Israel, determinando qué subcapas extraer, cuando hacerlo y mediante qué método. El modelo utilizado maximiza el VAN, siendo influenciada por factores como precios del mineral, distancia de transporte y razón estéril-mineral (REM). La función objetivo es no cóncava, por tanto los autores utilizan una heurística de búsqueda, demostrando su uso con un ejemplo numérico [15].

Klingman y Phillips (1988) resuelven un problema similar pero sin considerar si el tipo de extracción es superficial o profunda, utilizando una función objetivo lineal. Gershon and Murphy (1989), consideran los estratos de material mina para maximizar el VAN, presentando un programa dinámico que agrega los estratos por capas, los cuales son extraídos en su totalidad, independiente si se trata de estéril o mineral.

2.5.3. Planificación determinista

Para abarcar los problemas planteados en planificación minera, se debe tener en consideración una serie de limitaciones asociadas, por ejemplo a la capacidad de extracción y procesamiento. Para llevar a cabo el cronograma de actividades durante toda la vida útil de la mina, se discretiza la mina en tamaño de bloques, los cuales contienen información de tonelaje, tipo de roca, leyes, etc.

Dado el gran tamaño de las explotaciones a cielo abierto, se trabaja con bases de datos de gran envergadura, lo que muchas veces genera dificultades a la hora de realizar la planificación.

Johnson propone en 1968 que se debe determinar el óptimo programa de producción (máximo beneficio), para lo cual propone dividir el modelo en un número finito de bloques, los cuales contienen la información necesaria para realizar la planificación. Estos se caracterizan por tener todos un mismo tamaño, generando restricciones de precedencias debido a la geometría de la explotación, y restricciones de capacidad y/o alguna condición operativa. En esta formulación Johnson propone que la extracción de los bloques puede ser parcial, donde cada porción es susceptible de ser enviada al destino más conveniente.

Modificaciones en la formulación dan paso a la generación de modelos de programación lineal (LP) como el de Johnson, programación entera mixta (MIP), programación entera pura (IP), abarcando problemas de gran tamaño.

Dagdelen y Johnson (1986)[20] fueron unos de los primeros autores en proponer relajación Lagrangeana para abordar el problema, utilizando distintos multiplicadores que permiten la descomposición del problema en varias etapas o periodos, generando varios problemas que sólo cuentan con restricciones de precedencia, pudiendo ser resueltos por ejemplo con el algoritmo de Lerchs y Grossman.

Multiplicadores para descomponer el problema multi-periodo en varios problemas que sólo cuentan con las restricciones de precedencia. Estos últimos pueden ser resueltos eficientemente

usando el algoritmo propuesto por Lerchs y Grossman (2.21).

Finalmente después de varias heurísticas para abarcar el problema (Bienestock, Zuckerberg , 2009) presentaron una formulación más general a la planteada por Johnson, permitiendo cualquier tipo de restricción adicional, junto con un algoritmo eficiente que es capaz de resolver la relajación lineal del problema.

2.5.4. Programación estocástica

La toma de decisiones en minería se realizan con información limitada del yacimiento, asumiéndose conocidos algunos parámetros inciertos. Es por ello que se vuelve necesario incorporar herramientas que asistan en el proceso de toma de decisión bajo incertidumbre. Para ello existen algunos algoritmos que pueden ser aplicados al problema de recursos.

Problema en dos etapas

Este tipo de problema puede ser aplicado a problemas de recursos, los cuales se basan en la existencia de toma de decisión en un instante de tiempo determinado, donde existe información incompleta de alguna variable asociada al problema. Por lo tanto en una primera instancia se debe tomar una decisión, en base a información incompleta, para posteriormente en una segunda etapa develar incertidumbre o la información necesaria, de modo de tomar decisiones que mitiguen el posible error cometido en una primera instancia (Homem-de-Mello, T. Guzin Bayraksan, 2014).

$$\begin{aligned} \min(c^T x) + \mathbb{E}[Q(y, \xi)] & \tag{2.23} \\ \text{s.t. } \begin{cases} Ax \leq b \\ x \in \mathbb{R}_+^n \end{cases} \end{aligned}$$

Donde $Q(y, \xi)$ es la solución óptima para el problema de la segunda etapa:

$$\begin{aligned} \min(q^T y) & \tag{2.24} \\ \text{s.t. } \begin{cases} Tx + Wy \leq h \\ y \in \mathbb{R}_+^n \end{cases} \end{aligned}$$

Donde la matriz A son las restricciones del problema completo, en tanto que T y W son matrices de restricciones del problema de segunda etapa para los vectores x e y que contienen las variables de decisión. ξ representa el conjunto de datos del problema de segunda etapa (T,W,q,h), los cuales son inciertos. La esperanza considerada en la función objetivo de la primera etapa, se realiza sobre la distribución de probabilidad de ξ

Problema en múltiples etapas

El problema en multietapas tiene una formulación similar al anterior, vale decir, en una primera etapa tomo una decisión, luego puedo observar y modificar la decisión tomada para la siguiente etapa. Si la obtención de la información es revelada de forma paulatina en un intervalo de tiempo mayor, se tiene que la estructura en dos etapas se generaliza a múltiples etapas.

A continuación se presenta el problema lineal de múltiples etapas:

$$\min_{\substack{A_1 x_1 = b_1 \\ x_1 \geq 0}} c^T x + \mathbb{E} \left[\min_{\substack{B_2 x_1 + A_2 x_2 = b_2 \\ x_2 \geq 0}} c^T x + \mathbb{E}[\dots + \mathbb{E}[\min_{\substack{B_T x_{T-1} = b_T \\ x_T \geq 0}} c_T^T x_T]] \right] \quad (2.25)$$

En cada etapa $t \in T$ se conoce la información de todas las etapas anteriores, por ende es posible una influencia de ellas en la toma de decisión. Las matrices B_t y A_y , junto con b_t y c_t son los parámetros estocásticos revelados.

Se considera como el vector de parámetros inciertos, vale decir, $\xi_{[T]} = \{\xi_1, \dots, \xi_T\}$, con la respectiva secuencia de $x_{[T]} = \{x_1, \dots, x_T\}$, el cual es independiente de lo que ocurre en las etapas previas, por tanto la distribución de probabilidad de $\xi_{[T]}$ es independiente de las observaciones.

Sample Average Approximation (SAA)

Para llevar a cabo la resolución de problemas de programación estocástica, es necesario recurrir a métodos de aproximación. Entre ellos se destaca el algoritmo *L-shaped*, originado a partir del método de descomposición de Benders, el cual fue desarrollado en los años sesenta.

Existen dos versiones para el método *L-shaped*, clásica y multicortes, en este último caso es necesario utilizar una descomposición de Benders [19] de forma extendida en un problema estocástico.

Se plantea el problema lineal en etapas, con una función de recursos poligonal convexa, planteando la segunda etapa como un subproblema factible, en caso contrario es posible introducir penalizaciones por las infactibilidades.

La solución factible de un problema lineal se encuentra en el vértice del poliedro convexo, pudiendo enumerar todos ellos. Si esto es expresado como un problema lineal, sus restricciones son conocidas como cortes o planos de corte, constituyendo una linealización exterior convexa de la función de recursos [12].

Otro enfoque posible para la resolución de problemas de programación estocástica son los métodos de muestreo, estos difieren a lo anterior, pues se deben generar números aleatorios con respecto a una distribución dada. Aquí es posible encontrar el método SAA, donde se realiza una discretización del problema.

En problemas de recursos de dos etapas la mayor dificultad está en el cálculo de la esperanza, pero esta puede ser aproximada por la suma de n -sorteos de la variable aleatoria, para luego dividir esto por N (se define según el número de dimensiones del problema) [11].

Restricción de no anticipatividad

Al considerar que la distribución de probabilidad ξ está compuesta por k escenarios, con probabilidad p_k , es posible escribir la esperanza suponiendo que en cada escenario existirá una variable de decisión x_k , considerando una relajación adicional. De este modo la esperanza queda representada por la siguiente ecuación:

$$\min_{x_1 \dots x_k} \sum_{k=1}^K p_k F(x_k, \xi^k) \quad (2.26)$$

Como la variable de decisión es dependiente de k , entonces es posible dividir el problema estocástico original en k problemas separados. Sin embargo en problemas de dos etapas esto carece de sentido pues la variable de decisión x de la primera etapa dependería del escenario considerado, lo cual es contradictorio, pues en esta fase aún se desconoce la información, es por ello que es necesario imponer una restricción de no anticipatividad, donde:

$$x_1 = \dots = x_k \quad \forall k \in K \tag{2.27}$$

Esta restricción se basa en el principio que las decisiones que se pueden tomar sólo deben depender del escenario en el que se encuentran, cuando la información del escenario ya ha sido revelada. En el caso de problemas en dos etapas se tiene lo siguiente:

Etapas 1: En esta fase la incertidumbre aún no ha sido revelada, por lo cual se debe tomar una decisión con antelación a esto, por tanto se toma una decisión única independiente del escenario en el que se encuentre.

Etapas 2: Se revela la incertidumbre asociada a la variable aleatoria, por ende es posible distinguir un nuevo escenario y tomar decisiones a partir de esto.

2.5.5. Planificación bajo incertidumbre

Debido a la información limitada con la que se cuenta, la incertidumbre se vuelve inherente al proceso de planificación. Esta puede ser de origen externo (mercado) e interno (geológica y operacional), convirtiéndose estos tres tipos en los más relevantes para el negocio minero ((Mayer Z, Kazakidis V, 2007).

Mercado: Se relaciona con las condiciones económicas del mercado mundial, donde muchos actores influyen de manera directa e indirecta en los precios de los metales, en los costos de los insumos para la operación, en las tasas de cambio, etc.

Operacional: Tiene relación con las condiciones de los equipos en la operación, fallas (disponibilidad), rendimientos que impactan en la productividad de la mina.

Geológica: Se relaciona con la información limitada (muestreos) que se posee del yacimiento minero, debido a la variabilidad intrínseca del depósito.

En cuanto a la incertidumbre operacional, esta no será abordada por esta tesis, debido a que se busca el diseño de pit final y no el agendamiento y diseño operativo de la mina. Por otra parte la incertidumbre geológica ha sido abordada en cuanto a los distintos modelos que generan escenarios equiprobables del yacimiento, y con ello el desafío es su incorporación en la planificación.

Por otra parte la incertidumbre de mercado, determina tanto el precio de venta de los commodities como los insumos relevantes a ser utilizados, lo cual impacta de manera directa en las utilidades del negocio.

Para el problema de simulación de precios futuros (corto y largo plazo) existen diversos modelos, entre los cuales destacan (Schwartz, 1997):

Corto plazo

- Random Walk
- ARM, Arithmetic Brownian Motion
- Geometric Browniana Motion
- Multi Factorial Geometric Brownian Motion

Largo plazo

- General Mean Reverting Process: La reversión a la media, es una teoría utilizada en finanzas que sugiere que la volatilidad del precio de los activos y los rendimientos históricos eventualmente volverán a la media a largo plazo o al nivel promedio de todo el conjunto de datos.
- Schwartz's Model: Plantea un modelo de 1, 2 y 3 factores estocásticos, incorporando para este último un proceso para la tasa de interés, el cual es estimado con datos externos al mercado de futuros.

2.6. Mercado del hierro

El mercado del hierro tiene algunas particularidades importantes de destacar, por ejemplo, desde los '60s, los representantes de las principales empresas de minería del hierro del mundo fijaban internamente los precios de los contratos de mineral con los principales productores de acero. Este acuerdo imponía un benchmark o punto de referencia, el cual era seguido por el resto de la industria. Sin embargo, a partir del año 2009 China como el mayor importador del mineral a nivel mundial, puso en entredicho el sistema, rehusándose a aceptar estos precios, privilegiando la oferta spot. Esto puso fin al sistema de utilizando, generando una determinación más óptima del precio en función de las fuerzas de oferta y demanda del mercado.

En relación al comercio de futuros, estos comenzaron a transarse en el 2013 en la Bolsa de Commodities de Dalian, China, y en la Bolsa de Singapur. En la primera, si bien los volúmenes son elevados, el intercambio está principalmente concentrado en traders chinos y plantas acereras (Cochilco, 2017).

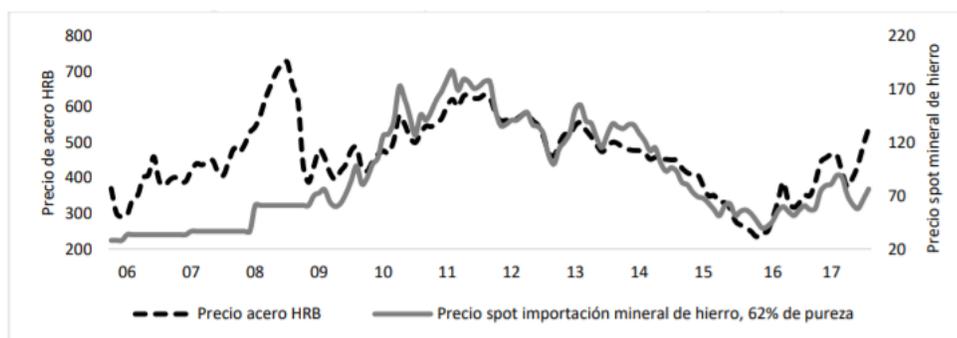


Figura 2.6.1: Precios del hierro y del acero en China, 2006 – 2017 (USD/ton)(Cochilco, 2017).

Desde el 2009 dónde se incorpora el nuevo sistema de precios, el hierro ha presentado una tendencia alcista hasta alcanzar peaks históricos cercanos a USD 200 y USD 630 por tonelada de hierro y acero respectivamente. Sin embargo a comienzos del 2011 el precio se ha visto fuertemente mermado, en gran parte por el estímulo fiscal chino a la industria acerera, lo cual ejerció una

presión significativa de la demanda del mineral de hierro. lones durante 2008 y 2009, que terminó principalmente en la industria acerera, lo que ejerció una presión tan significativa en la demanda de mineral de hierro.

Desde entonces hasta fines de 2015 los precios han mostrado una tendencia a la baja, lo que explica por una sobre oferta de hierro que tiene como correlato un exceso de capacidad acerera por parte de China, impactando en el cierre de algunas faenas ente el 2014 y 2015 lo que a su vez generó una menor oferta y con ello la recuperación de los niveles de precios, junto al crecimiento a nivel de infraestructura de China.

Dado lo expuesto anteriormente y entendiendo las particularidades del mercado del hierro, junto con el objetivo de esta tesis, la cual busca el pit final, sin la incorporación de temporalidad, se decide utilizar un precio único en el largo plazo, el cual permita reflejar de forma representativa el mercado del hierro.

Para reflejar la incertidumbre presente se utilizarán en función de los precios históricos, tres niveles de precio, uno que represente el caso promedio, un caso favorable y uno desfavorable o con precios bajos, lo que generará un abanico amplio de análisis. Esta metodología es la que actualmente utiliza Cochilco y Codelco para el precio del cobre, dónde en el largo plazo establece niveles de precios para el análisis de los proyectos e impacto de indicadores claves (VAN, TIR e IVAN).

2.7. Reducción de escenarios geológicos

Uno de los factores mas relevantes para llevar a cabo la optimización de los planes es el conocimiento y la capacidad de predicción del comportamiento del yacimiento. Esta información es proporcionada de manera robusta por las distintas técnicas de simulación geoestadísticas revisadas en este capítulo.

Sin embargo la incorporación de una grán número de escenarios que puedan reflejar la incertidumbre endógena del yacimiento, puede involucrar a su vez un alto costo computacional para encontrar el mejor VAN del negocio. Es así como surge la necesidad de reducción de escenarios, manteniendo la banda de incertidumbre.

Actualmente existen metodolgías desarrolladas (Armstrong *et al*, 2013), que permiten reducir los escenarios a ser utilizados, lo cual es posible de aplicar en distintos tipos de industrias. Este se basa en 3 componentes fundamentales:

- Definir la distancia entre dos realizaciones simuladas. Esto depende del objetivo del estudio.
- Definir la métrica para medir la similitud / disimilitud entre todos los pares de realizaciones.
- Seleccionar el algoritmo que genera el mejor subconjunto de un número predeterminado de simulación al final.

En el estudio, se dividen las simulaciones en pares, asegurando un valor de similitud, por ejemplo, ley del metal sobre un umbral. Posteriormente se construye una distancia entre los pares de realizaciones (mapeo euclidiano), construyendo un algoritmo aplicado al número total de realizaciones, de esta forma se seleccionan los grupos que cumplen la condición deseada, en el caso del estudio desarrollado por Boland, fueron 10.

Lo relevante de este proceso es que permite utilizar un menor número de realizaciones en la planificación minera, sin perder la banda de incertidumbre, a pesar de que los escenarios seleccionados dejan de ser equiprobable.

Capítulo 3

Metodología

El presente trabajo de investigación consiste en llevar a cabo una planificación minera mediante la utilización del algoritmo Lerchs y Grossman, incorporando incertidumbre endógenas y exógenas al proceso. Para ello se considera la incertidumbre geológica presente en el yacimiento tipo ferrífero, además de la incertidumbre de mercado, en este caso, el precio del mineral del hierro.

Para llevar a cabo las simulaciones geológicas se considera un modelo tipo jerárquico de simulación, donde primero se define cuál es la variable geológica que controla la ley, en este caso se utiliza, el modelo de tipo de rocas como un input para posteriormente realizar la simulación de leyes.

Con respecto a la cosimulación es importante destacar la utilización de dominios geológicos para cada una de las variables a simular. Adicionalmente se destaca la relación estequiométrica existente entre las distintas variables, la cual es respetada por la cosimulación.

La realización de esta tesis conlleva las siguientes etapas principales:

Estudio exploratorio de datos

Se analizará la información inicial proporcionada para llevar a cabo este trabajo, es decir, la base de datos correspondiente a 302 sondeos de exploración de un yacimiento ferrífero, estudiando los estadísticos uni y multivariados, de modo de identificar alguna anomalía presente en los datos. Posteriormente se desplegarán los mapas de ubicación, histogramas, matriz de correlación y otros análisis sobre las variables de interés.

Simulación conjunta

Como input para realizar la planificación es necesario generar escenarios equiprobables que permitan reflejar lo que ocurre con las distintas variables presentes en el yacimiento. Para esto se utiliza un enfoque de tipo jerárquico, en el cual se realiza la simulación en dos etapas, en una primera instancia se simulan los distintos dominios geológicos, para posteriormente simular las variables continuas dentro de los dominios simulados.

Procesamiento y análisis de resultados

Una vez obtenidas las simulaciones se debe realizar una validación de las mismas, para esto se hará un resumen de las estadísticas básicas junto con una validación cruzada.

Incorporación de variable de mercado

Para la incorporación de la variable de mercado, se utilizan 3 vectores de precios distintos los cuales de aquí en adelante serán llamados escenario medio, inferior y superior de precios. Estos se obtienen a partir un análisis histórico del nivel de precio, utilizando un proceso de regresión la para determinación de estos valores. De este modo se podrán incorporar escenarios optimistas, pesimistas y realistas al proceso de planificación, las cuales serán utilizadas de manera conjunta a los escenarios de simulación de las variables geológicas.

Reducción de escenarios

Para el desarrollo de esta tesis, si bien fueron simulados 100 escenarios equiprobable, dado el tamaño real del depósito, se decide emplear la técnica de reducción de escenarios, la cual permite trabajar con un menor número de simulaciones sin perder la banda de incertidumbre.

Planificación determinista

Esta sección tiene por objetivo la determinación del pit final del yacimiento, para ello se utilizarán distintas combinaciones de los escenarios geológicos disponibles y los de mercado. Para esto se realizarán las siguientes combinaciones:

- **Caso promedio:** En ese se utilizará el promedio de las simulaciones geológicas y un precio fijo (nivel medio) del hierro.
- **Incertidumbre geológica:** Se analizarán 20 simulaciones a precio nivel medio.
- **Incertidumbre de mercado:** Escenario promedio de Geología con nivel de precio superior e inferior.
- **Incertidumbre de mercado y geológica:** Se analizarán 20 simulaciones a nivel superior e inferior de precio.

Con estos escenarios se estudiará la variabilidad de la envolvente económica (pit final).

Comparación y aplicación minera

Finalmente se realizará una comparación de los distintos pit final obtenidos a partir de la incorporación de la incertidumbre de mercado y geológica. Con esto se busca determinar el impacto de ambas parámetros en las reservas mineras del yacimiento de hierro.

Mejoramiento continuo

En esta sección se presentarán las distintas oportunidades de mejora del análisis que permitirían en un futuro conocer de mejor forma las reservas presentes en el yacimiento.

Capítulo 4

Caso de Estudio: Yacimiento de hierro

Para este trabajo se contempla la utilización de información proveniente de un yacimiento ferrífero, del cual no se ahondará con más detalles debido a la confidencialidad de los datos.

4.1. Geología regional

El depósito de interés está alojado en itabiritas cuya unidad basal está constituida por conglomerados aluviales y piedra arenisca sobre lutitas de aguas poco profundas. El grupo intermedio corresponde a una extensa región de Hierro bandeado o *BIF* (Banded Iron Formations), constituida por rocas químicas sedimentarias metalíferas, donde es posible encontrar altas concentraciones de Hierro que ha sido depositado mediante saturación en cuencas marinas.

Las bandas generadas se alternan entre ricas en Hierro y ricas en Sílice (Chert o cuarzo), dando lugar a secuencias estratigráficas de alta potencia. Por último es posible encontrar una formación constituida por carbonatos, dolomitas e itabiritas dolomíticas-manganesíferas.

4.2. Itabiritas

Este grupo es parte significativa de la formación geológica del sector. Corresponde a *BIF* oxidadas, metamorfozadas y deformadas, teniendo una distribución más bien discontinua debido a la gran cantidad de procesos a la cual se ha visto sometido.

La itabirita dolomítica presenta colores rojos y negro, en el primer caso debido a los carbonatos, mientras que el segundo color se lo otorga el Hierro oxidado. Es posible encontrar el Hierro como hematita, magnetita o martita y especularita.

Las itabiritas anfibolítica presentan distintos tipos de anfibolitas (tremolita, actinolita, cummingtonia) y bandas con hierro oxidado.

4.3. Minerales de Hierro

Asociados al enriquecimiento del *BIF*, se encuentra la presencia de dos grupos, uno de alta ley de Hierro y bajo contenido de contaminantes (SiO_2 , Al_2O_3 , CaO, MgO, entre otros) y otro de baja

ley de fierro (mayor a 32 % y menor a 62 %) y distintas cantidades de contaminantes.

En cuanto a los minerales de hierro se puede realizar una subdivisión según la dureza que cada uno presenta. Dentro del grupo con mayor dureza se destacan los minerales bandeados, masivos y con brechas secundarias y los suaves que son foliados o libres de estructuras, teniendo concentraciones residuales de óxidos de hierro debido a procesos de lixiviación de contaminantes.

4.4. Estudio exploratorio de datos

4.4.1. Base de datos

Se dispone de dos bases de datos provenientes de sondajes de exploración, la que cuenta con información de 302 sondajes dispuestos en una malla que varía de los 50x50 [m] hasta 100x100 [m].

A continuación se detallan las principales variables del yacimiento.

Variable	Simbología
Fierro	Fe
Sílice	Si
Fósforo	P
Aluminio	Al
Manganeso	Mn
Pérdida de fuego	Pf
Granulometría	G1

Tabla 4.4.1: Definición variables de estudio.

La pérdida de fuego (Pf), representa el porcentaje de masa perdido por un elemento cuando es expuesto a cierta temperatura, permitiendo que las sustancias volátiles puedan escapar. En el caso de los minerales de fierro este parámetro permite medir su calidad. G1 es la fracción granulométrica de mineral cuyo tamaño de partícula es superior a 6.33 [mm].

4.4.2. Distribución espacial

302 Sondajes

Los sondajes están dispuestos espacialmente entre las coordenadas presentes en la tabla 4.4.2.

Coordenada	Mínimo [m]	Máximo [m]
Este	-7501.24	-5386.29
Norte	902.28	1937.52
Cota	1025.58	1517.90

Tabla 4.4.2: Ubicación espacial de los sondajes

A continuación es posible apreciar los mapas de ubicación de la ley de fierro.

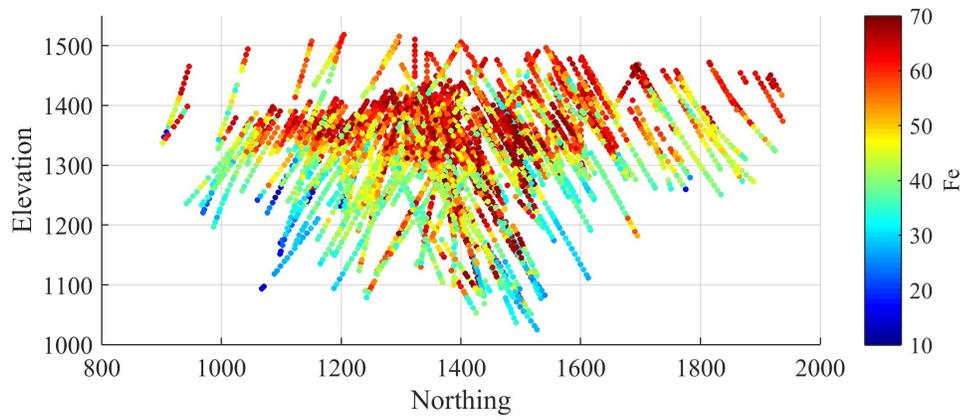


Figura 4.4.1: Mapa norte-elevación, 302 sondajes.

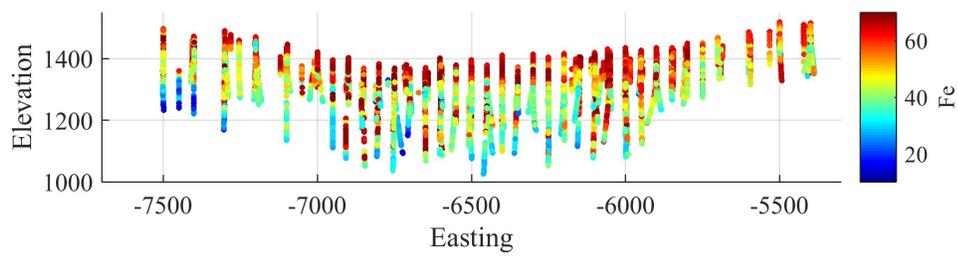


Figura 4.4.2: Mapa este-elevación, 302 sondajes.

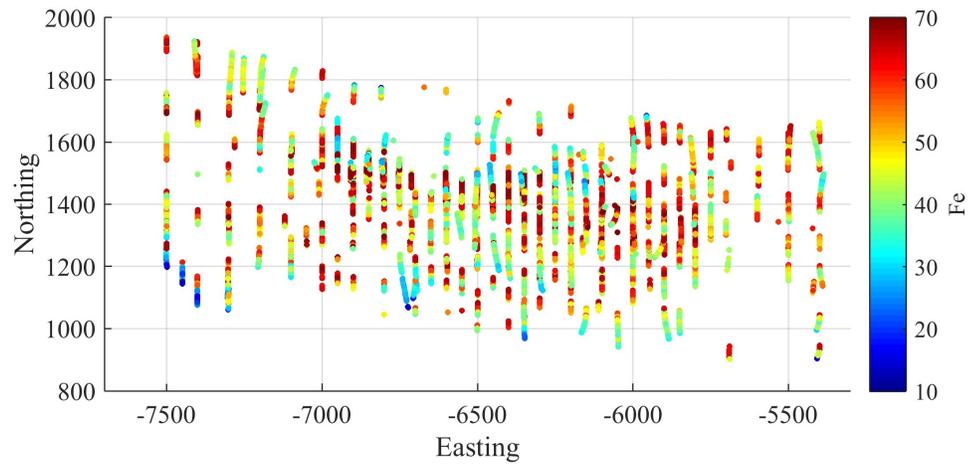


Figura 4.4.3: Mapa este-norte, 302 sondajes.

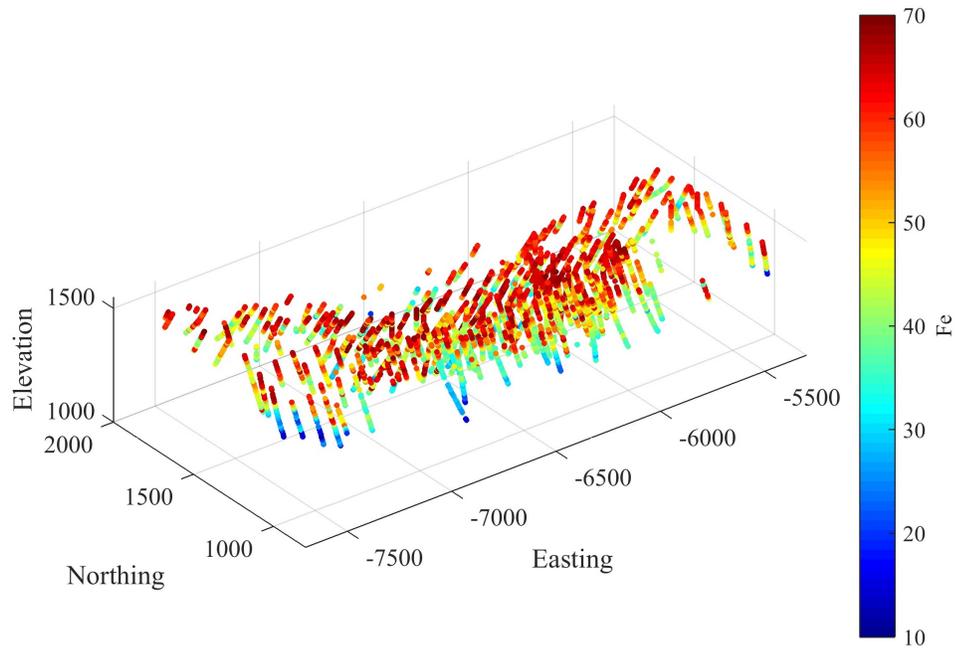


Figura 4.4.4: Mapa isométrico, 302 sondajes.

Se observa una regularidad tanto en la figura 4.4.2 como en la 4.4.3, donde es posible apreciar la sección norte y planta respectivamente, con sondajes emplazados sub verticales, con un espaciamiento variable entre 50 a 100 [m] en las direcciones este y norte, presentando un largo también variable.

Estadísticas básicas: Variables continuas

Variable	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]	Desviación estándar [%]
Fierro	11.64	69.70	51.67	11.66
Sílice	0.22	77.05	22.27	17.39
Fósforo	0.01	0.50	0.05	0.04
Aluminio	0.10	4.95	1.16	0.93
Manganeso	0.01	32.06	0.28	1.28
Pérdida de fuego	0.06	11.55	2.09	1.77
Granulometría	0.12	98.18	33.06	23.65

Tabla 4.4.3: Estadísticas básicas del yacimiento en base a 302 sondajes.

Variable	Fe	Si	P	Al	Mn	Pf	G1
Fe	1.00	-0.98	0.13	0.23	-0.12	0.19	0.13
Si	-0.98	1.00	-0.24	-0.35	-0.01	-0.34	-0.10
P	0.13	-0.24	1.00	0.37	0.15	0.69	0.02
Al	0.23	-0.35	0.37	1.00	0.15	0.61	-0.26
Mn	-0.12	-0.01	0.15	0.15	1.00	0.19	-0.08
Pf	0.19	-0.34	0.69	0.61	0.19	1.00	-0.03
G1	0.13	-0.10	0.02	-0.26	-0.08	-0.03	1.00

Tabla 4.4.4: Matriz de correlación en base a 302 sondeos.

Se aprecia una alta correlación negativa entre el Fe y Si, esto se debe a la alternancia de las capas estratificadas de hierro y sílice presentes en el yacimiento tipo *BIF*.

En la 4.4.4, es posible observar una alta correlación entre pérdidas de fuego con fósforo y aluminio, mientras que G1 (granulometría) carece de correlación lineal con las seis variables restantes.

A continuación se presenta un estudio exploratorio para cada una de las variables presentes en el yacimiento.

Ley de Hierro

En la sección anterior se desplegó la información de los mapas de ubicación de la principal variable presente en el yacimiento. Para conocer el tipo de distribución del hierro es posible apreciar los histogramas de la figura 4.4.5 en el que se puede observar una distribución bimodal con un corte cercano a la ley media 52 %.

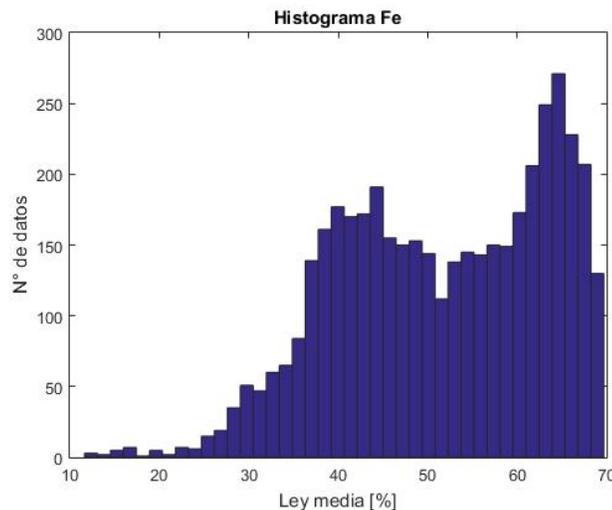


Figura 4.4.5: Histograma Hierro

Ley de Sílice

En la figura 4.4.7 es posible apreciar que el mayor porcentaje de leyes bajas de sílice se encuentran cercanas a la superficie, aumentando la ley en conjunto con la profundidad del yacimiento, lo que

concuerta con que en el histograma la mayor frecuencia se concentre en las leyes cero.

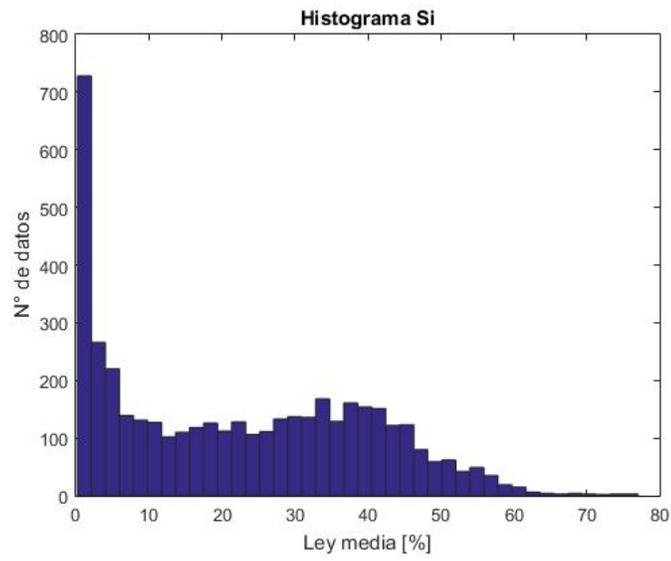


Figura 4.4.6: Histograma de Sílice

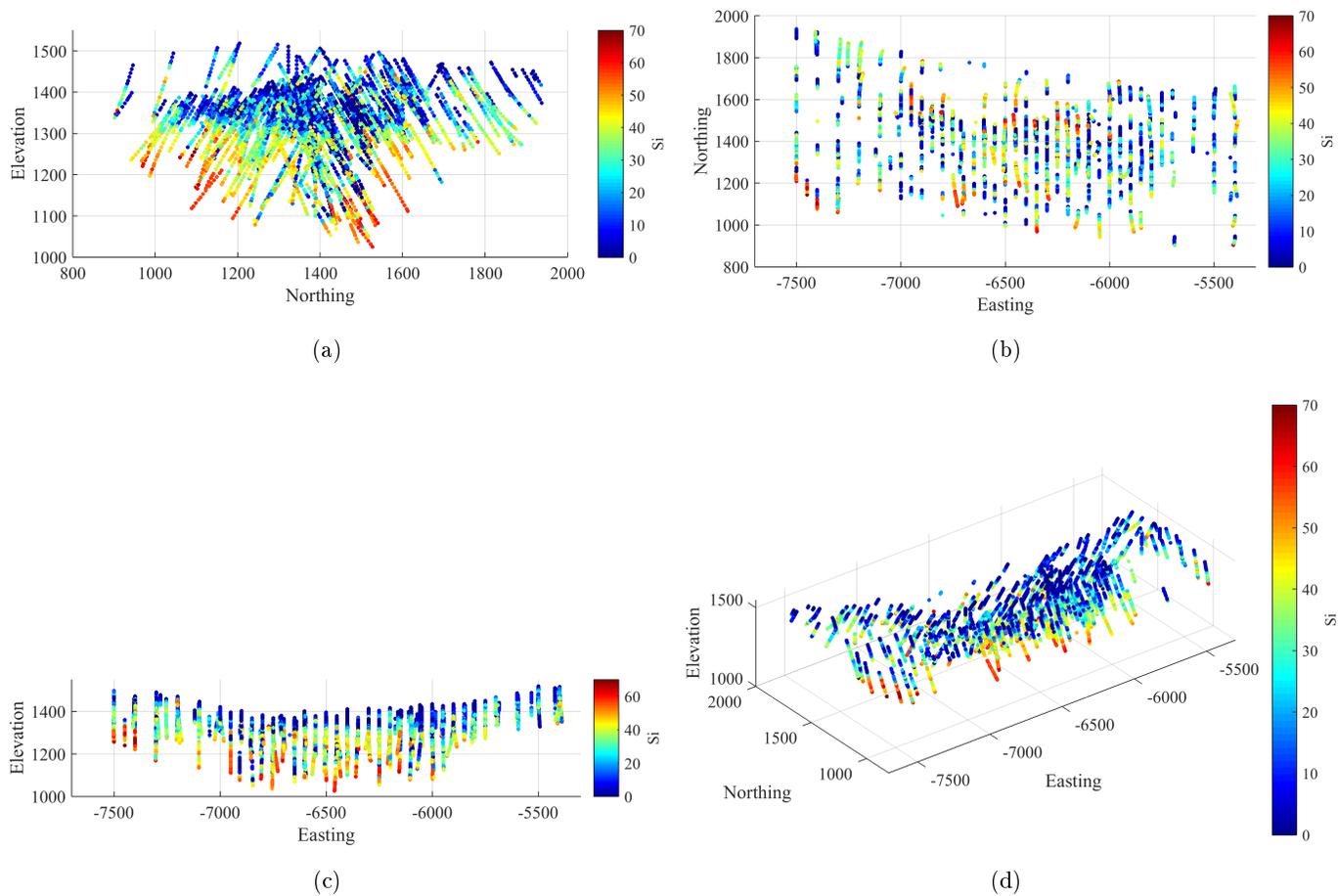


Figura 4.4.7: Mapas de ubicación sílice. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

Ley de Fósforo

En la figura 4.4.9 es posible apreciar una tendencia de distribución de las leyes bajas, estando concentradas en su mayoría en la zona central del depósito. En el histograma 4.4.8 se observa una concentración de leyes bajas, donde la máxima ley no supera el umbral de 0.5 % para los 302 sondeos.

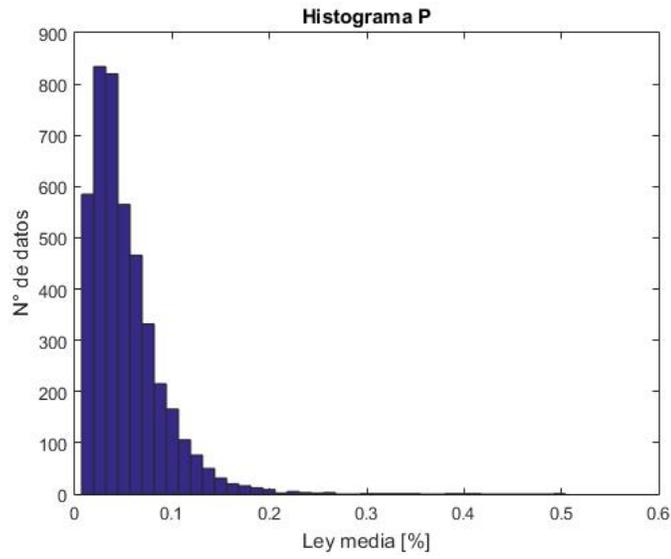


Figura 4.4.8: Histograma Fósforo-

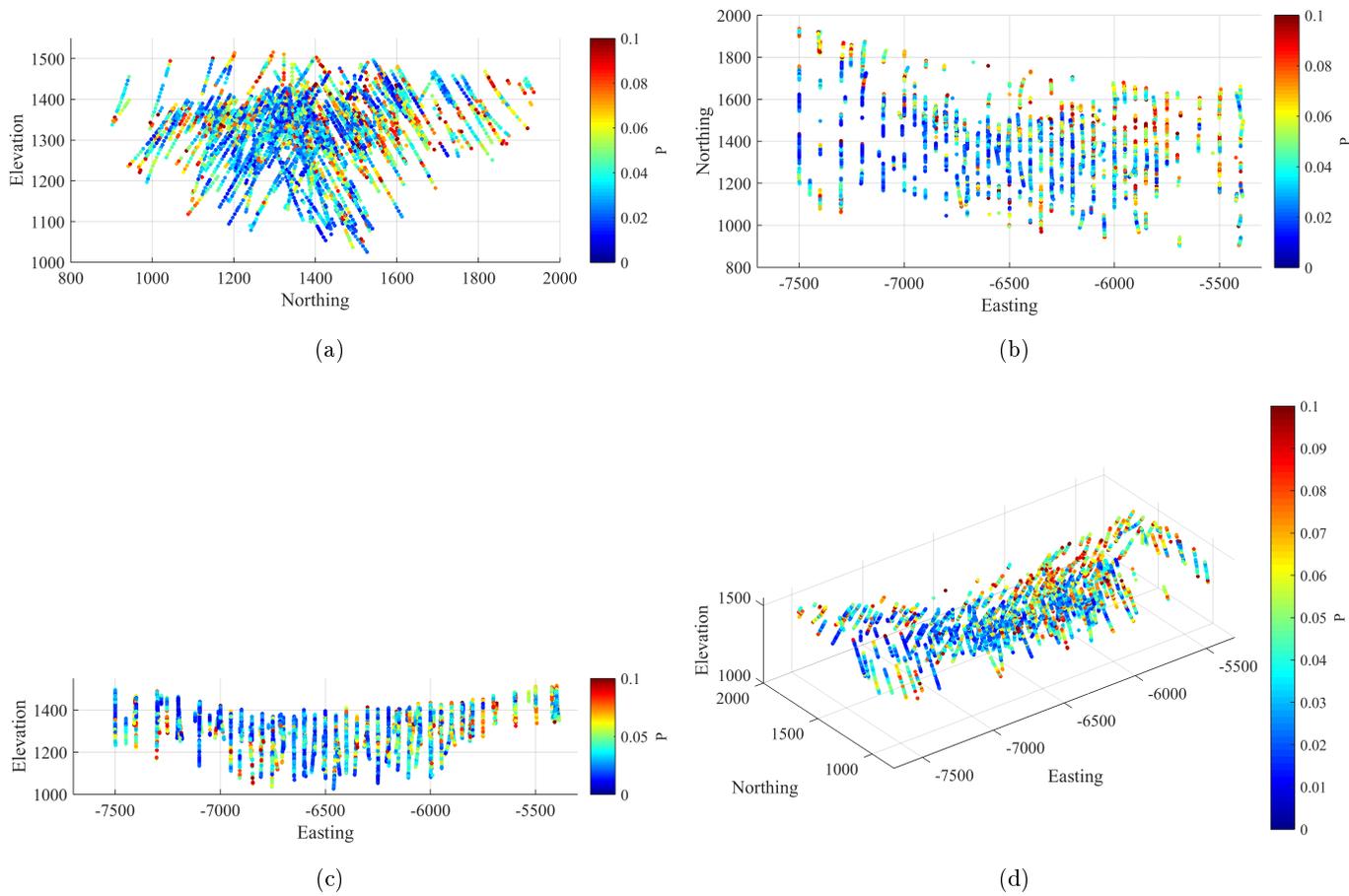


Figura 4.4.9: Mapas de ubicación Fósforo. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

Ley de Aluminio

Al igual que las leyes de las demás variables es posible apreciar una distribución asimétrica del aluminio, dónde se tiene una alta concentración de leyes bajas, y una baja frecuencia de leyes altas, esto se puede apreciar en la figura 4.4.11.

En los mapas de ubicación del aluminio se distingues las leyes más altas con una tendencia superficial, decreciendo con la profundidad del yacimiento.

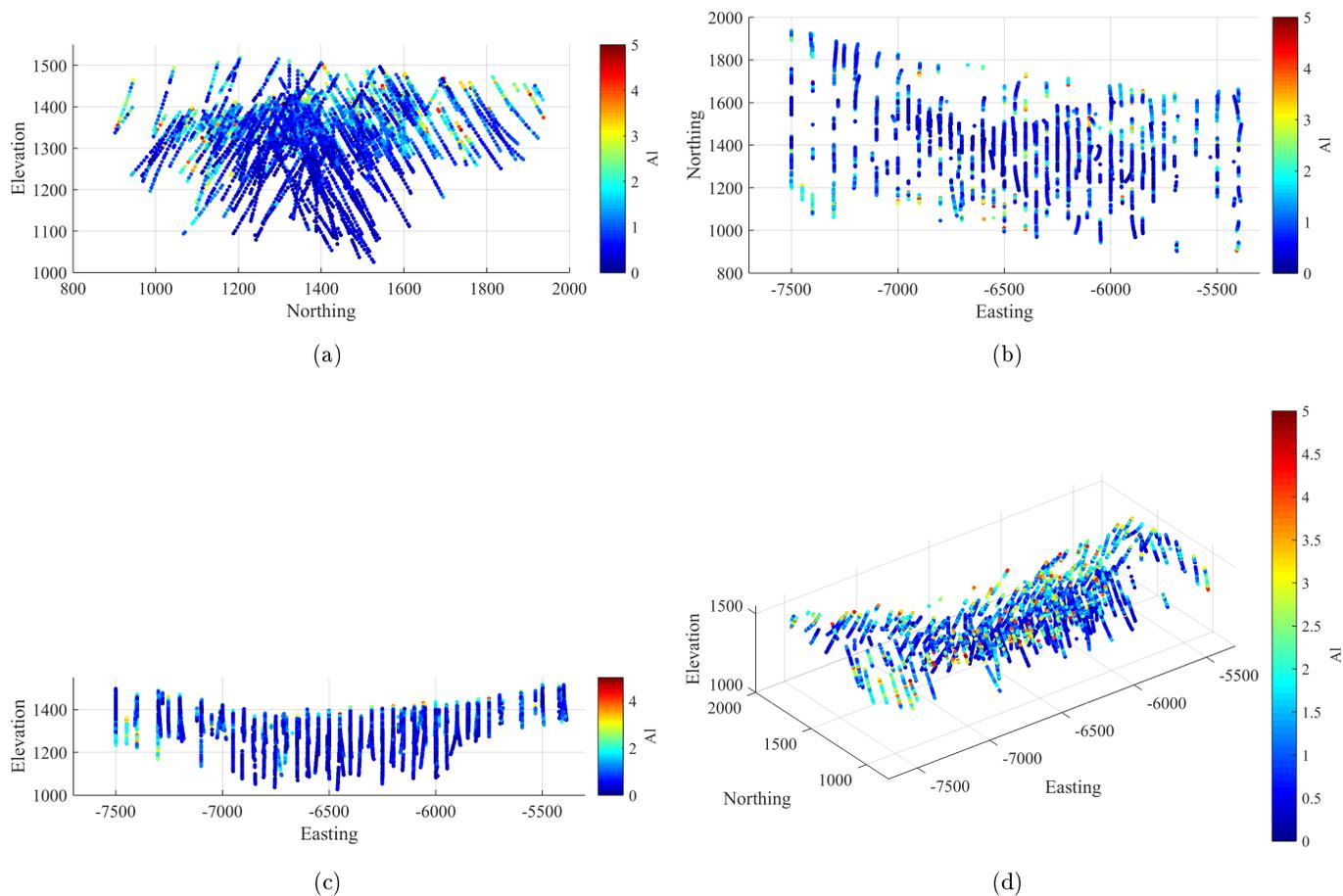


Figura 4.4.10: Mapas de ubicación aluminio. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

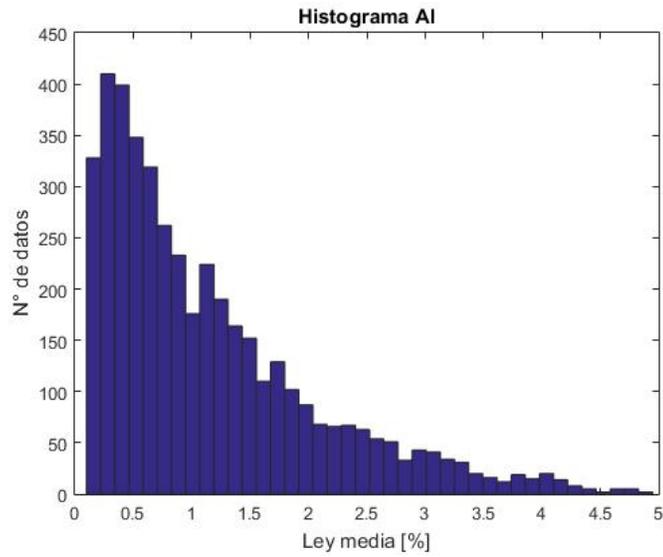


Figura 4.4.11: Histograma Aluminio.

Ley de Manganeso

Al analizar el comportamiento del manganeso para ambas bases de datos, se observa un comportamiento símil, dónde las leyes nulas tienen una frecuencia muy cercana al total de datos disponibles, lo que concuerda con los mapas de ubicación, donde es posible apreciar pocas leyes “altas”, teniendo medias de aproximadamente 0.3%.

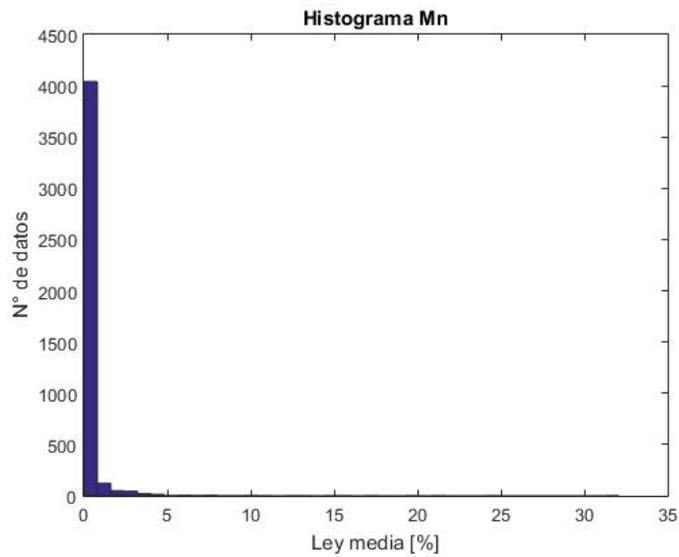


Figura 4.4.12: Histograma de Manganeso

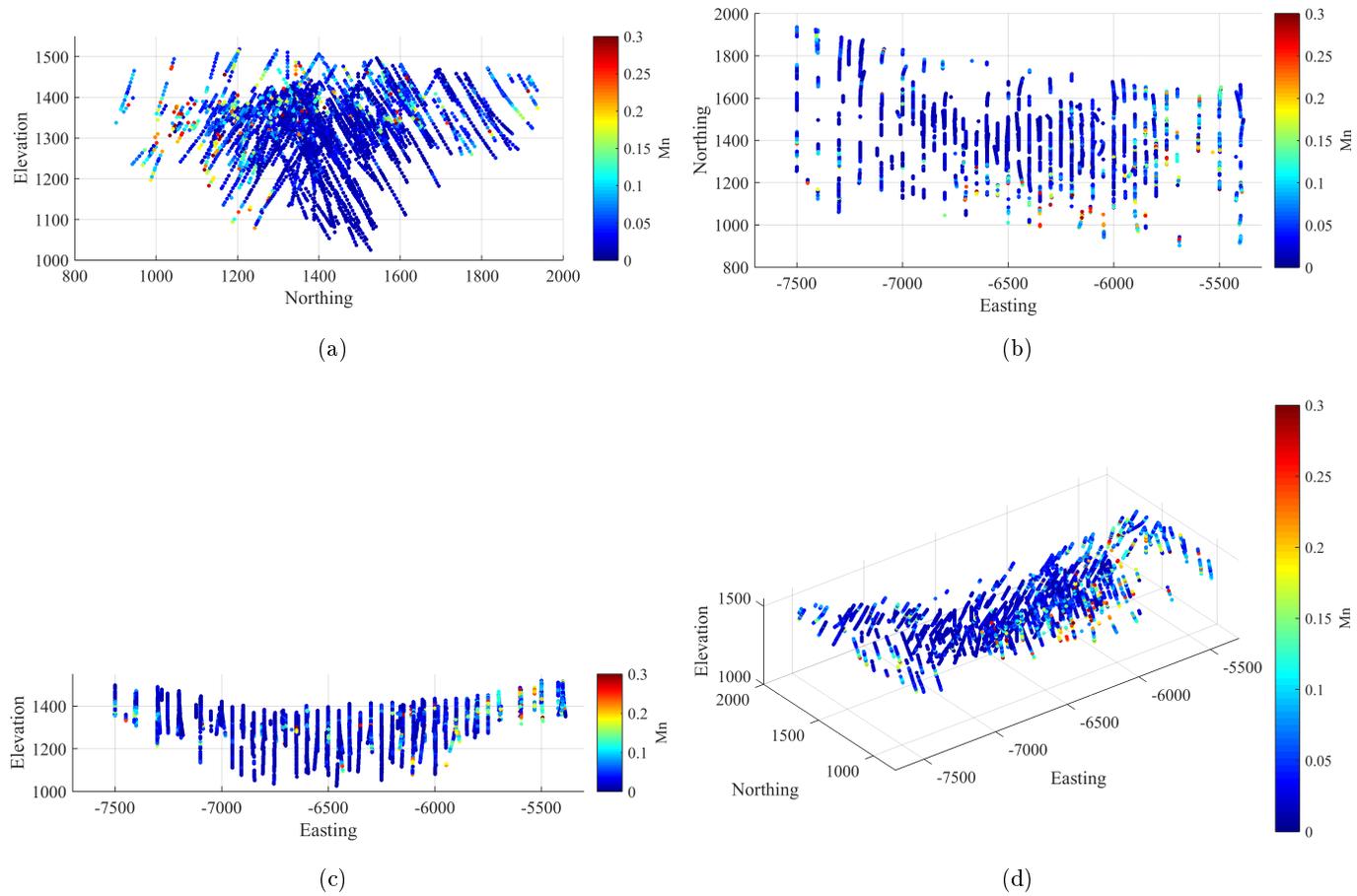


Figura 4.4.13: Mapas de ubicación manganeso. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

Pérdida de fuego

Esta variable muestra una leve tendencia a tener leyes bajas en los sectores más profundos, mientras que el histograma 4.4.14 muestra una distribución asimétrica de los datos, lo que deja presumir una naturaleza compacta de la roca.

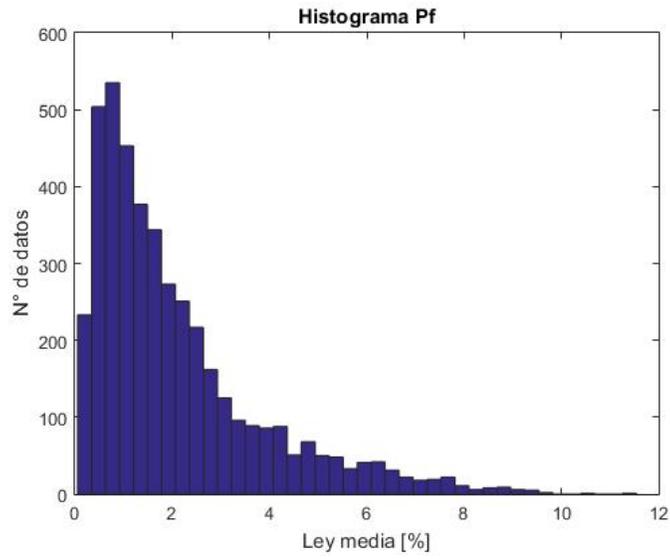


Figura 4.4.14: Histograma Pérdidas de fuego

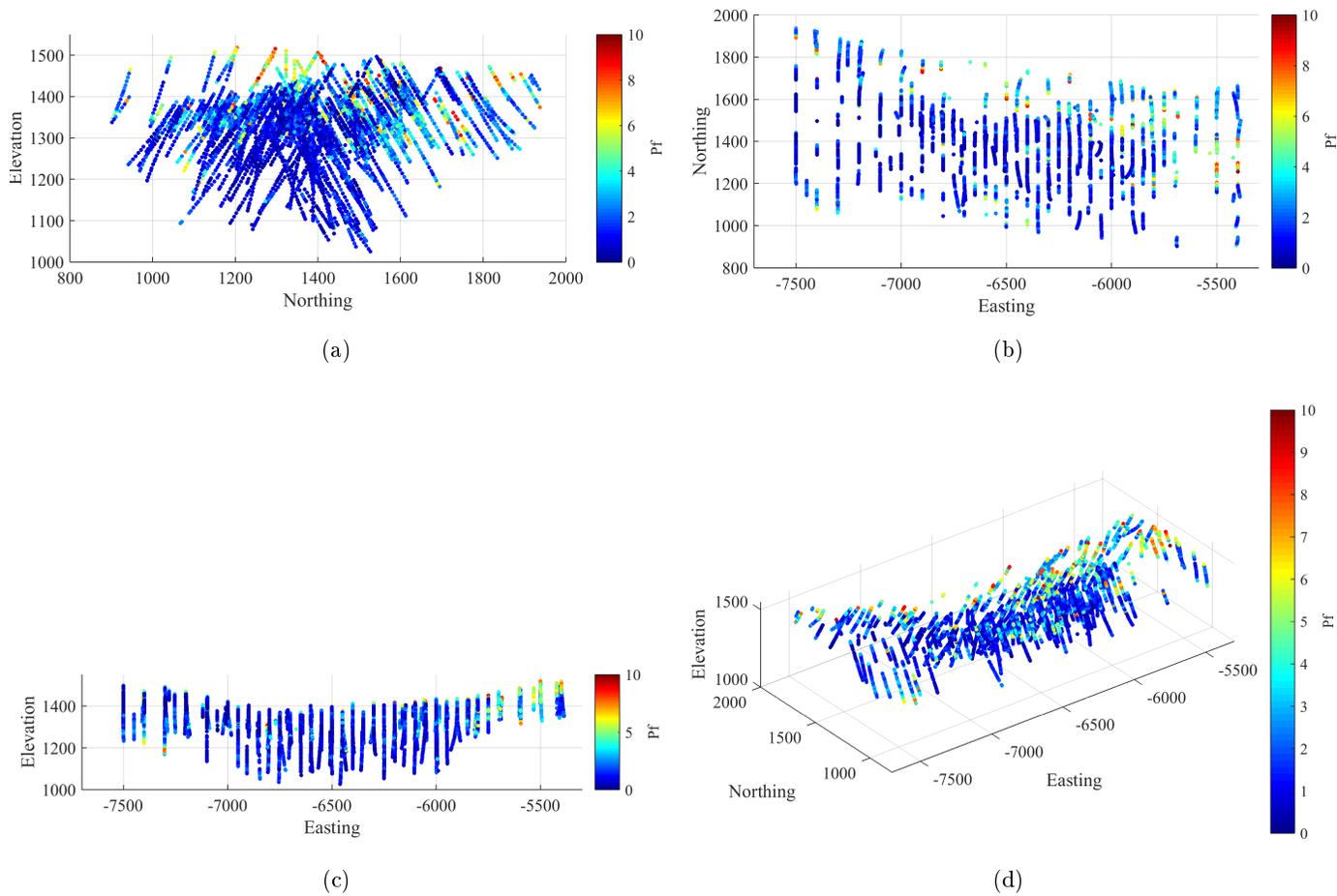


Figura 4.4.15: Mapas de ubicación pérdidas de fuego. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

Granulometría

Esta variable presenta una distribución espacialmente errática, con histogramas donde es posible apreciar la existencia de dos o más poblaciones, debido a los distintos tipos de roca que conforman el yacimiento.

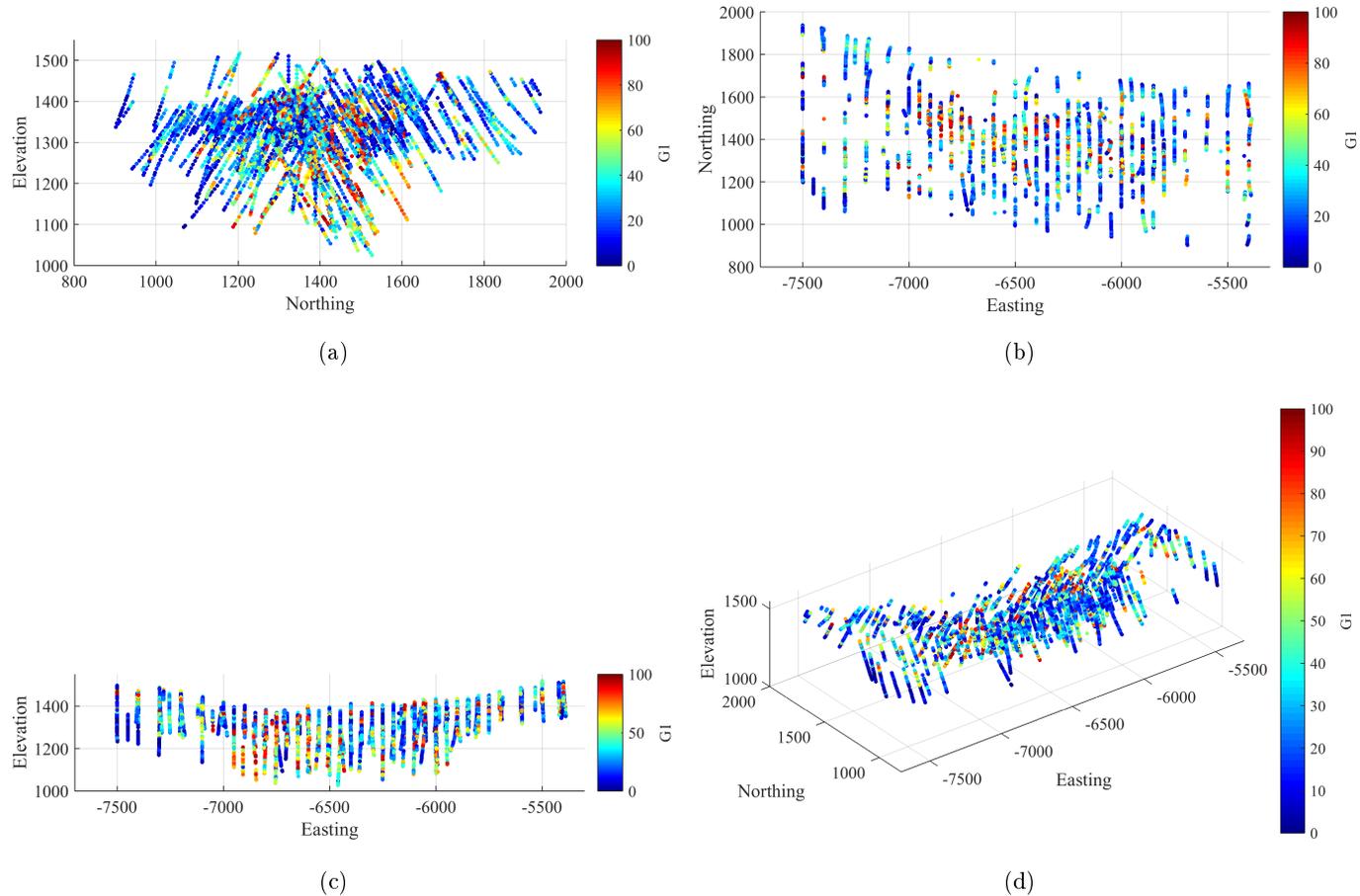


Figura 4.4.16: Mapas de ubicación granulometría. Sección este(a), vista en planta(b), sección norte(c) y vista isométrica(d)

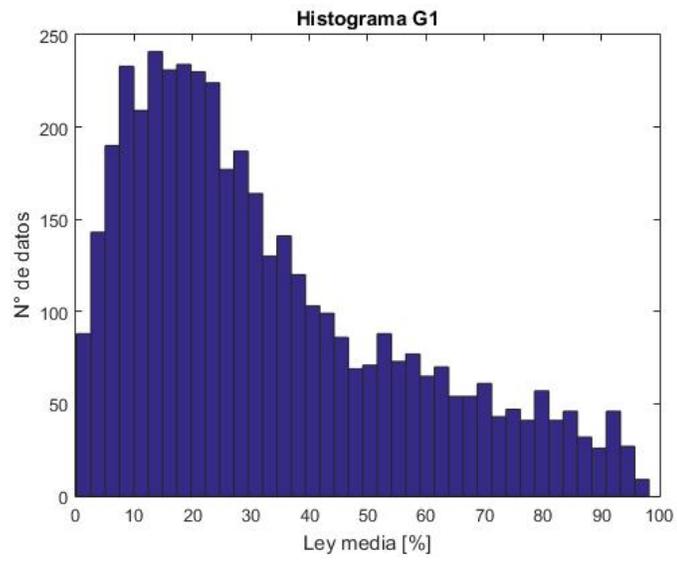


Figura 4.4.17: Histograma Granulometría.

Capítulo 5

Simulación

5.1. Simulación geológica

En una primera instancia se realiza la simulación del tipo de roca mediante el modelo pluri-gausiano en el cual se asume que los estériles presentes son conocidos, por tanto no son parte de la simulación, generando así reglas de truncación en base a las rocas con contenido mineral. Para establecer las distintas unidades geológicas se utilizan diez tipos de rocas distintos presentes en este yacimiento, como se puede observar en la tabla 5.1.1.

Tipo de roca	Simbología
Hematita Friable	HF
Hematita Compacta	HC
Hematita rica en aluminio	HAL
Itabirita rica en aluminio	IAL
Itabirita rica en manganeso	IMN
Itabirita compacta	IC
Itabirita friable	IF
Itabirita friable rica	IFR
Itabirita anfibolítica	IA
Canga	CG

Tabla 5.1.1: Codificación del tipo de roca a simular.

Para llevar a cabo las simulaciones, es necesario utilizar una definición de unidades geológicas de cada variable de interés, para posteriormente definir el tipo de límites que se tendrán, ya sean duros o blandos, y de esta forma definir reglas de truncación de acuerdo a los datos presentes en el yacimiento, considerando para este caso seis funciones aleatorias Gaussianas independientes (Mery, 2016), una vez definidas las funciones aleatorias, se deben calcular los variogramas experimentales, para luego modelar su comportamiento, y finalmente obtener la regla de truncación.

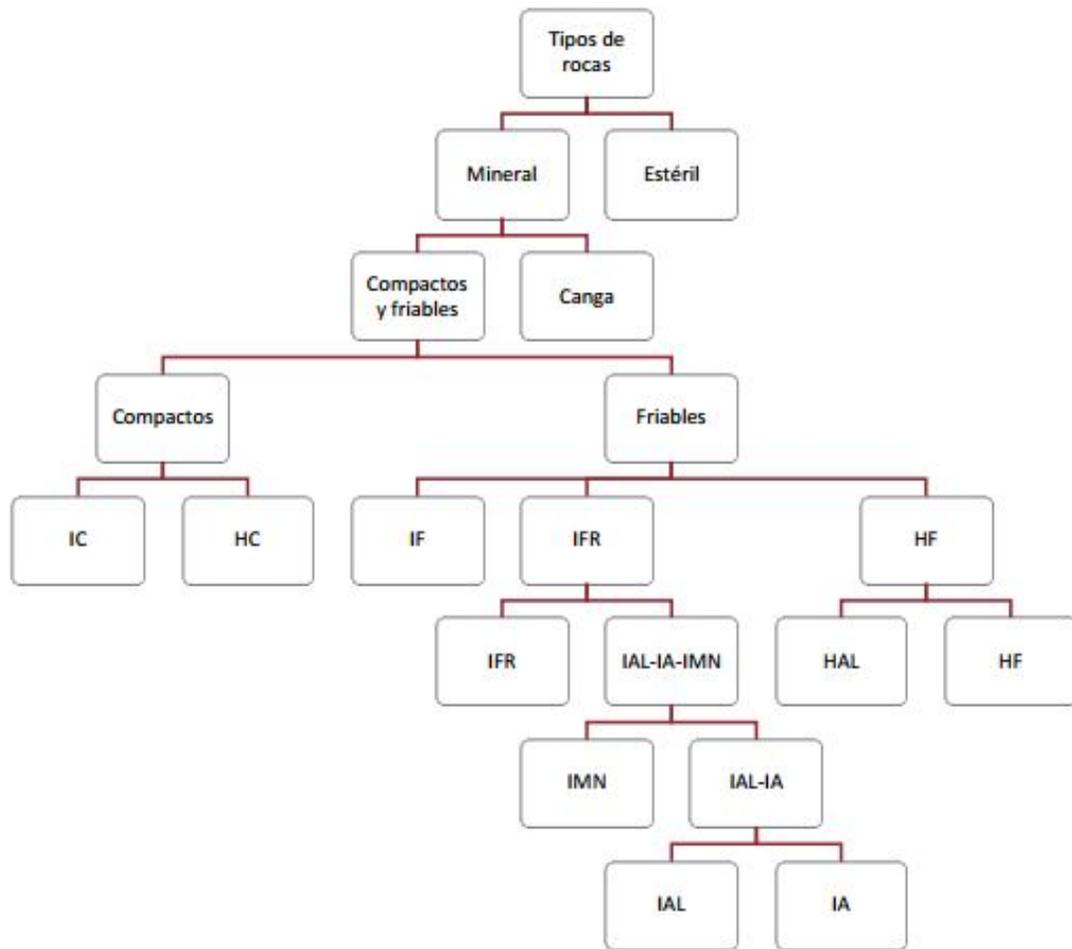


Figura 5.1.1: Regla de truncación para la simulación de tipos de roca del yacimiento. Fuente: Mery, 2016.

Posterior a la realización de la simulación plurigaussiana, se deben cosimular las leyes con el algoritmo de bandas rotantes. Para esto se considera una discretización a soporte de bloques en este estudio de 10m x 10m x 10m y la relación estequeométrica presentada en la ecuación (1.1), en la cual las variables no son aditivas, pues se basa en una transformación mediante cocientes. A partir de esta relación se realiza un cambio de las variables originales según la siguiente definición, que permite liberarse de la restricción estequeométrica.

La primera variable a definir se hace en función de la menor ley promedio, por esta razón z_1 , corresponde a la ley de fósforo, definiendo el orden de las demás variables en función de leyes crecientes. Es importante destacar que la ley de hierro se calcula en base a la transformación de las variables previamente simuladas, por tanto sólo se generan seis variables z_i .

Una vez realizada la transformación de las variables, se deben determinar las unidades geológicas que están asociadas a cada una de ellas, generándose la siguiente distribución.

Tabla 5.1.2: Definición de variables transformadas

Variable original	Función de transformación
z_1	P
z_2	$\frac{1.2912Mn}{100 - 2.2913P}$
z_3	$\frac{Al}{100 - 2.2913P - 1.2912Mn}$
z_4	$\frac{Pf}{100 - 2.2913P - 1.2912Mn - Al}$
z_5	$\frac{Si}{100 - 2.2913P - 1.2912Mn - Al - Pf}$
z_6	G1

Tabla 5.1.3: Resumen de unidades geológicas, según variables de interés. Fuente: Mery, 2016.

Variable	UG1	UG2	UG3	UG4
Fe	HC HF HAL	IFR IAL IA IMN	IF IC	CG
Si	HC HF HAL	IFR IAL IA IMN	IF IC	CG
P	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
Al	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
Mn	IMN	HAL IA IAL IF IFR HF IC HC	CG	–
Pf	IA	HAL IAL IMN	IC IF HF IFR HC	CG
G1	IC HC	IF HF IFR IAL HAL IMN IA	CG	–

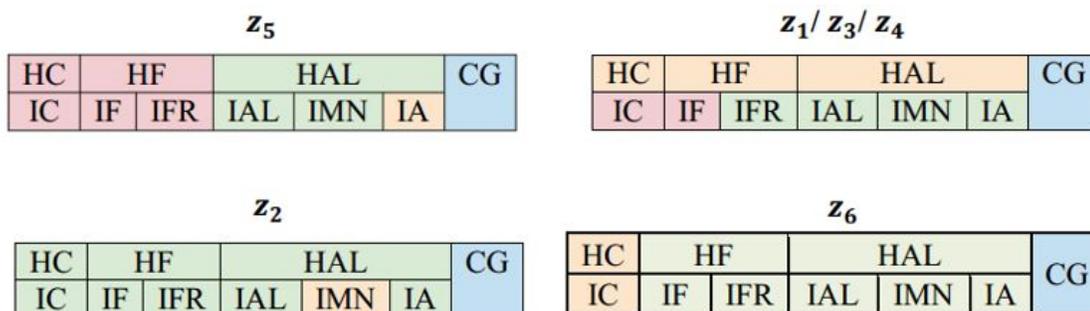


Figura 5.1.2: Distribución de unidades geológicas por variable. Fuente: Mery, 2016.

Los 10 tipos de roca están ordenados por canga (CG) a la derecha de cada tabla, hematitas en la fila superior, itabiritas en la fila inferior. Para cada variable transformada (z_1 a z_6), cada unidad geológica se indica por un color y corresponde a uno o varios tipos de roca.

Es posible observar que las variables z_1, z_3, z_5, z_4 , se encuentran simuladas conjuntamente por 4

UGs, por lo cual tendrán la misma definición, en cambio las variables z_2 , y z_6 por 3 UGs, por ende al contar con cuatro y tres unidades respectivamente se tendrán un total de veintidós variables definidas en unidades.

Posteriormente se debe aplicar un desagrupamiento de las variables transformadas, y una anamorfosis Gaussiana considerando las unidades geológicas definidas, comprobando que su distribución sea Gaussiana, para posteriormente realizar un estudio y un modelamiento variográfico.

Para el desarrollo de esta tesis se simulan 100 escenarios para cada una de las bases de datos. El punto de partida es la construcción de 100 simulaciones plurigaussianas de los tipos de roca en la grilla fina donde cada bloque está discretizado en $5 \times 5 \times 2$ puntos. Luego, siguiendo el enfoque jerárquico descrito en el capítulo de antecedentes, a cada simulación de los tipos de roca se asocia una simulación de las variables continuas. Esta última se desarrolla en la grilla fina, mediante el algoritmo de bandas rotantes, para luego aplicar un cokriging simple para el condicionamiento de los valores simulados, y una transformación inversa para la obtención de las variables originales.

Finalmente, las simulaciones están rebloqueadas al soporte de 10m x 10m x 10m, calculando en cada bloque y cada realización el valor promedio de cada variable.

Tabla 5.1.4: Transformación inversa, variables originales.

Variable original	Función de transformación
Fe	$\frac{100 - 2.2913P - 1.2912Mn - Al - Si - Pf}{1.4297}$
Si	$\frac{z_5(100 - 2.2913P - 1.2912Mn - Al - Pf)}{102}$
P	z_1
Al	$z_3(100 - 2.2913P - 1.2912Mn)$
Mn	$\frac{z_2(100 - 2.2913P)}{1.2912}$
Pf	$z_4(100 - 2.2913P - 1.2912Mn - Al)$
G1	z_6

5.2. Resultados y análisis

5.2.1. 302 Sondajes

Variable	Bloques reales			Bloques simulados		
	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]
Fierro	11.64	69.70	51.67	16.8	69.4	44.24
Sílice	0.22	77.05	22.27	0.16	74.3	33.88
Fósforo	0.01	0.50	0.05	0.003	0.49	0.04
Aluminio	0.10	4.95	1.16	0.05	13.2	0.93
Manganeso	0.01	32.06	0.28	0.004	32.4	0.17
Pérdida de fuego	0.06	11.55	2.09	0.024	16.3	1.73
Granulometría	0.12	98.18	33.06	0.233	98.6	46.71

Tabla 5.2.1: Comparación datos reales versus datos simulados, 302 sondajes, 100 simulaciones.

Una vez realizadas las simulaciones se obtuvo la estadística comparativa entre las variables originales y simuladas mostradas en la tabla 5.2.1, así como las distintas vistas de las variables simuladas.

Los bloques pintados en blanco corresponden a aire (en las cotas superiores) o bloques de estéril (en partes periféricas o en pequeños cuerpos intrusivos); estos últimos quedarán asignados a leyes nulas para propósitos de definir la envolvente económica de explotación.

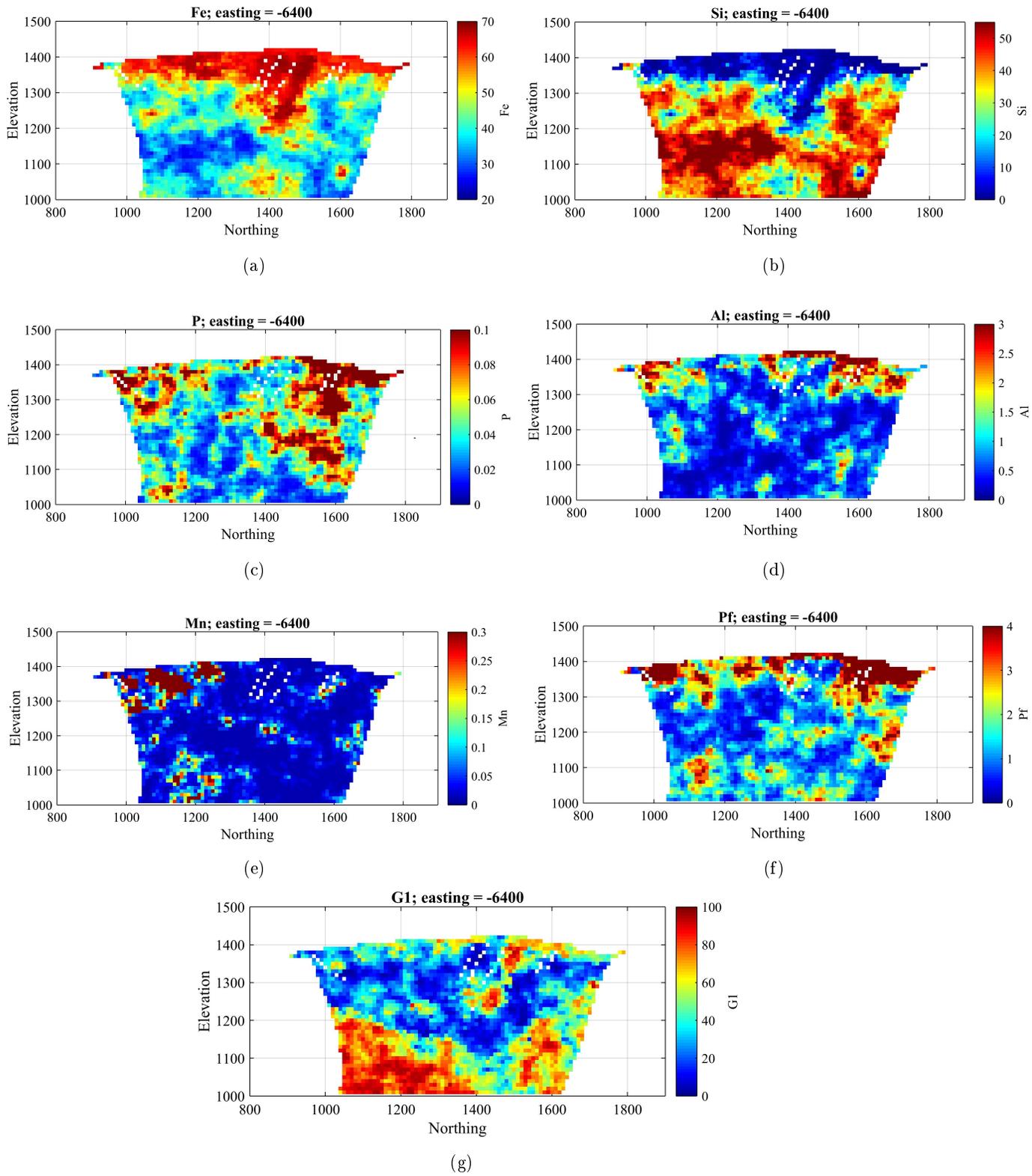


Figura 5.2.1: Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Norte-Elevación.

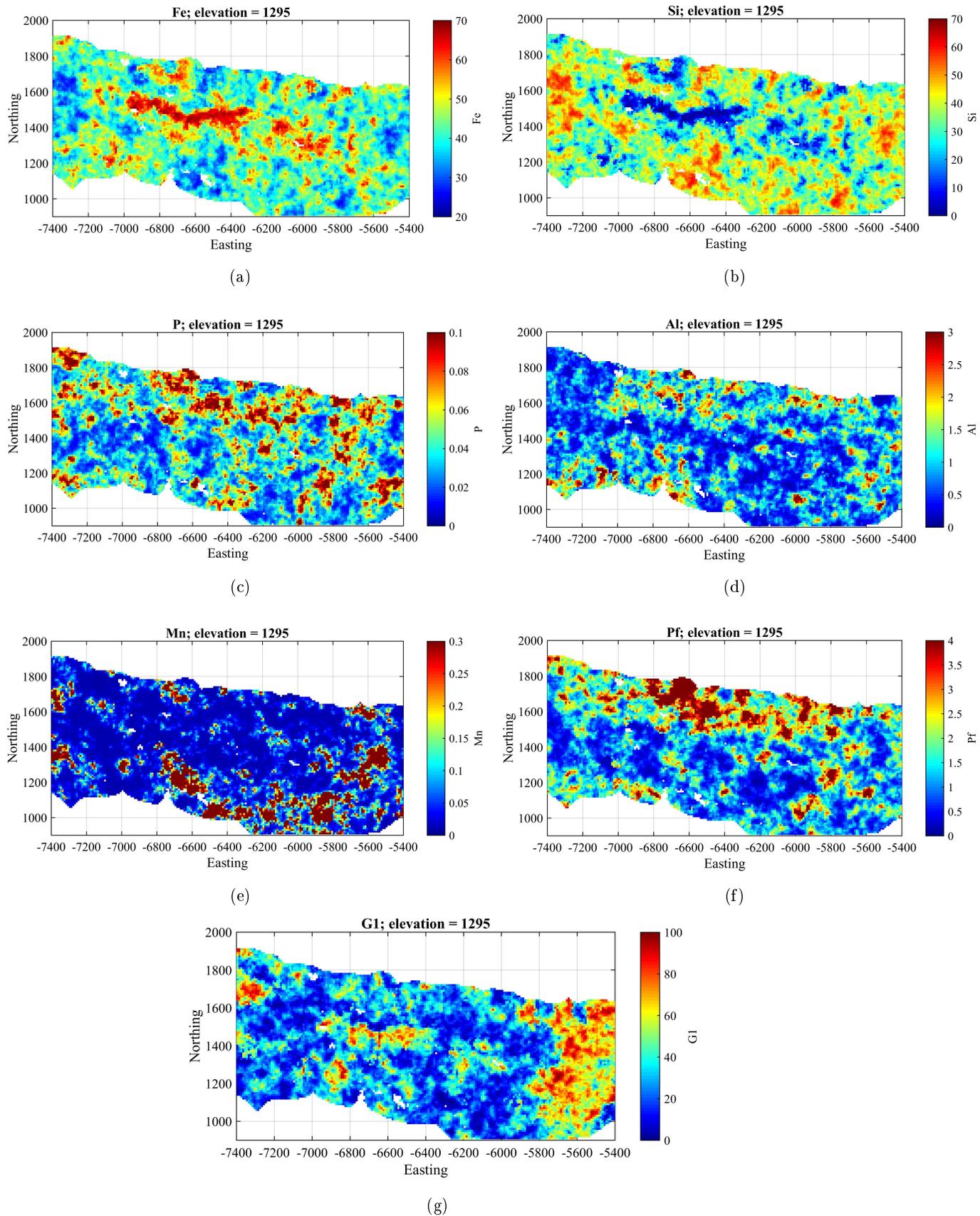


Figura 5.2.2: Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Este-Norte.

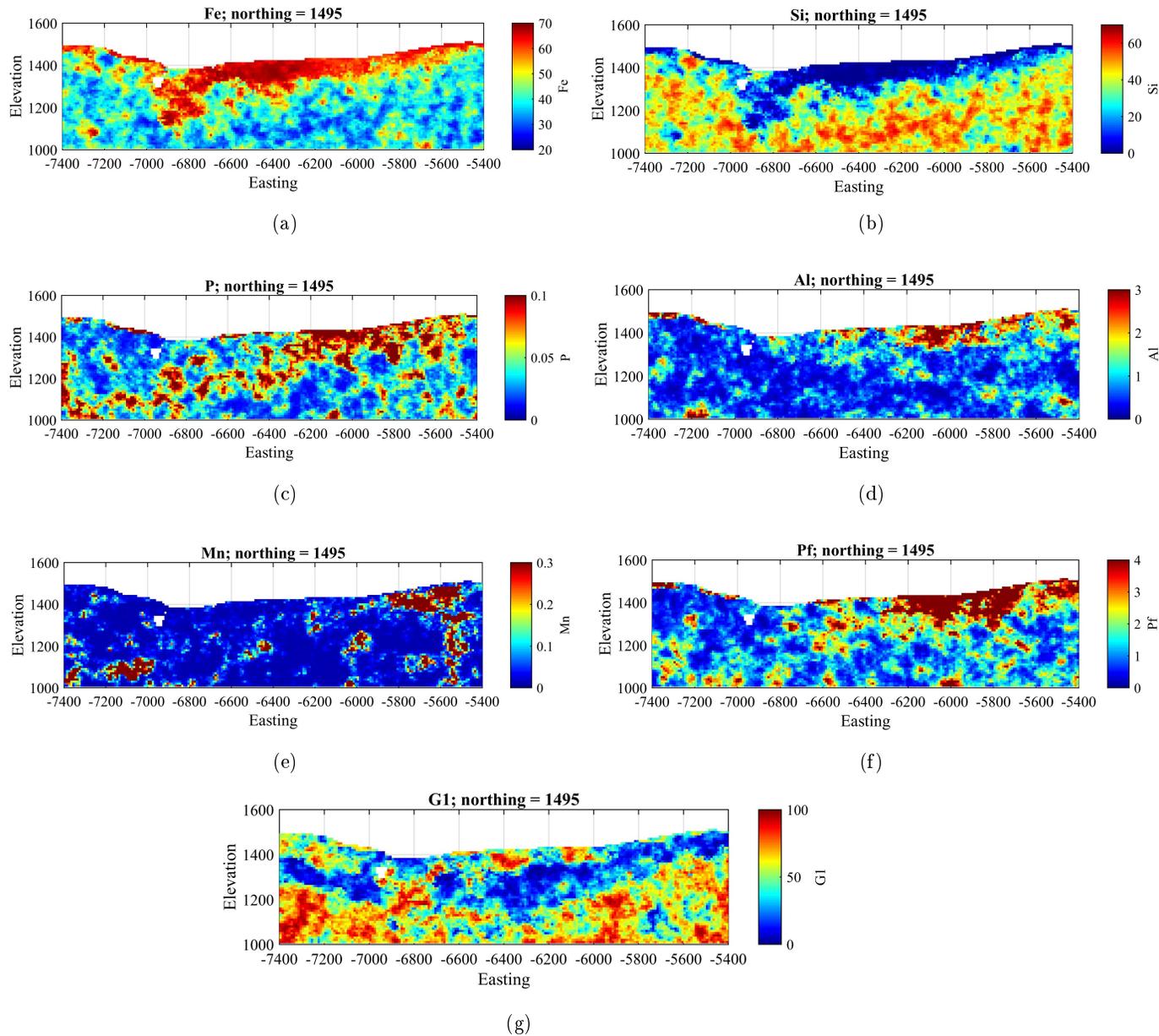


Figura 5.2.3: Simulación individual (aleatoria) con 302 Sondajes, vista Este-Elevación.

En las vistas anteriores, particularmente en la variable Fe se observa una alta correspondencia entre los sondajes y las distintas zonas simuladas.

La distribución de las leyes de hierro presentes en las simulaciones, son generalmente bandeadas, dado el yacimiento tipo BIF del cual provienen los datos.

Adicionalmente se verifica la correlación negativa entre las variables de sílice y hierro, donde el tipo de roca es predominante en la ley presente en el depósito, lo que es concordante a la simulación jerárquica realizada.

Si bien no es parte del alcance de esta tesis la validación de la Bi- Gaussianidad, se comenta que para esta en primera instancia se verificó si para cada variable las transformaciones realizadas

garantizaban la distribución normal. Posteriormente para la verificación de la bigaussianidad de los pares transformados se realizan nubes de correlación diferidas omnidireccionales de corta distancia, en la cual se presentan tendencias elípticas en las distintas unidades geológicas. Al aumentar la distancia de separación utilizada la tendencia de la nube es cada vez más circular, lo que permite ratificar el cumplimiento de la hipótesis de bi-gaussianidad.

Finalmente destacar que la validación cruzada de los datos se realizó mediante la cosimulación de cada dato en función de los datos restantes, permitiendo analizar la diferencia que se produce entre los valores simulados y el dato real (error de simulación).

5.3. Inventario de recursos

Se quiere cuantificar los recursos simulados existentes en el yacimiento de estudio previo a la planificación minera, donde los factores económicos presentes definirán qué recursos serán económicamente rentables de extraer. Para esto se procede a tabular tanto la ley (Lm) media como la fracción de tonelaje que se encuentra sobre una ley de corte determinada, para ello se tomarán al azar dos simulaciones para cada base de datos y serán contrastadas entre sí.

A continuación se presentan los resultados, cabe destacar que la densidad utilizada es de 3,3 [ton/ m³].

Lc Fe	Datos simulados					
	Fracción ton sim7	Ton sim7	Lm sim7	Fracción ton sim16	Ton sim16	Lm sim16
20 %	0.99	2144.8	44.2	0.99	2144.7	44.2
30 %	0.96	2069.6	44.28	0.95	2035.0	45.0
40 %	0.62	1337.3	49.7	0.61	1298.9	50.3
50 %	0.24	516.3	58.1	0.26	549.6	58.2
60 %	0.10	210.8	63.7	0.11	225.2	63.7

Tabla 5.3.1: Inventario de recursos para simulaciones. Tonelaje medido en [Mton] y leyes en [%].

En la tabla 5.3.1 de inventario de recursos, se puede notar que, a medida que aumenta la ley de corte en las simulaciones disminuye el tonelaje, apreciándose pocas diferencias en cuanto al tonelaje estimado por ambas bases de datos.

Las simulaciones reproducen la variabilidad real de las leyes y granulometría, independiente de la cantidad de datos utilizados para condicionar las realizaciones.

Esto difiere de lo que se obtiene por métodos de cokriging, o cuando se promedian los 100 escenarios simulados, en cuyo caso se obtiene un modelo estimado cuyos detalles dependen fuertemente de la cantidad de datos condicionantes (modelo más variable cuando hay un mayor o menor número de sondajes).

Variable	Datos 302 sondajes		
	Mínimo [%]	Máximo [%]	Media [%]
Fierro_prom	16.8	69.4	44.24
Fierro_sim34	15.6	64.8	48.53
Fierro_sim75	16.1	67.8	43.5
Fierro_sim86	17.5	66.3	50.31

Tabla 5.3.2: Comparación de ley de fierro en datos simulados con 302 sondajes.

En función de lo expuesto anteriormente la planificación minera largo plazo será desarrollada en los próximos capítulos.

Capítulo 6

Industria del Hierro

La industria de procesamiento de minerales de fierro puede generar diversos productos según la línea de tratamiento que se siga, y el porcentaje de impurezas presentes, teniendo un mercado mucho más amplio que otros metales, y con ello una variabilidad de precio mayor.

En la Figura 6.0.1 se consideran dos líneas de procesamiento distintas. La primera es una planta de Sinterización, la cual se encarga de realizar un pre-tratamiento, pues aglomera las partículas finas de hierro mediante combustión. Se calienta el mineral fino con fundente y finos de coque, produciendo una masa semifundida la que se solidifica en piezas porosas llamadas sinter.

La segunda línea de proceso es la producción de pellets, en este caso se toma mineral de baja ley y se transforma en bolas de diámetro fijo que van entre 9 a 16 [mm], las que se utilizan como *input* para la producción de arrabio o *Pig iron* en altos hornos.

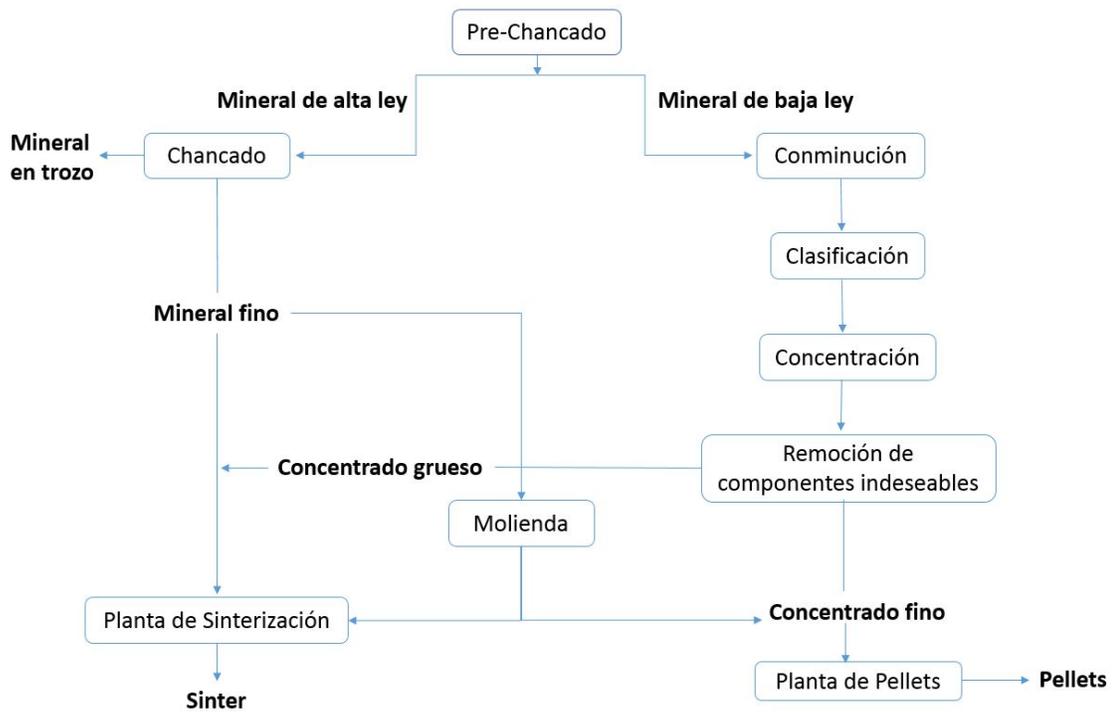


Figura 6.0.1: Diagrama de procesamiento de Hierro.

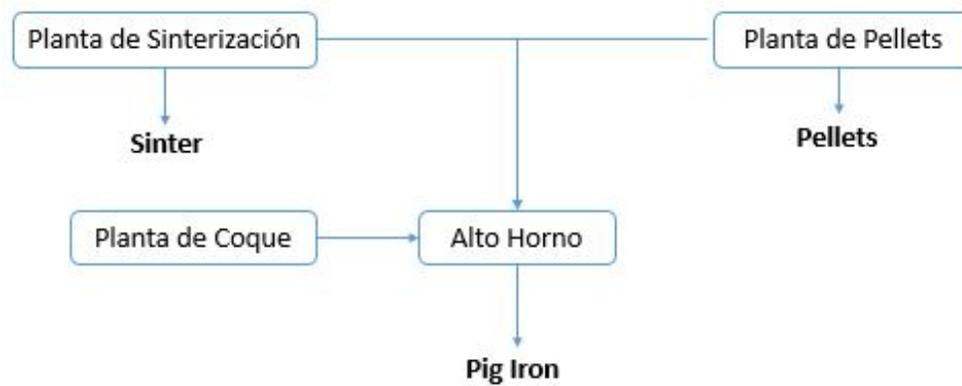


Figura 6.0.2: Diagrama de procesamiento de Hierro.

El proceso por alto horno necesita como material de alimentación tanto sinter como pellets, que depende de las características del arrabio se proporcionan (producto intermedio del proceso de fundición de las menas del hierro) en distintas cantidades. El producto se utiliza como materia primera para la obtención de acero en hornos siderúrgicos, pues dado el ingreso de carbón como combustible y caliza como fundente contiene un alto porcentaje de estos materiales, lo que genera fragilidad en el acero.

A continuación se describen algunos elementos de alimentación y productos de los distintos procesos de la industria del hierro.

- **Granzas:** Mineral de hierro comercializable, generalmente se somete a un proceso de separación con la ganga. Se utiliza como carga directa y posee una ley media de 63 % Fe, cuyas dimensiones son entre 38 y 6[mm].
- **Finos:** Mineral de hierro comercializable que debe ser aglomerado por procesos de sinterización, para posteriormente ser utilizado como carga en un alto horno. Posee una ley media de 65 % con dimensiones entre 6[mm] y 150 [μ m].
- **Pellets Feed:** Mineral de hierro comercializable de bajo tamaño, que debe ser aglomerado en forma de pellets para ser usado como carga en alto horno. Posee una ley media de 69 % con dimensiones menores a 44 micrones.
- **Sinterización:** Proceso de aglomeración donde se carga el mineral con caliza (O_3) y coque (CO), para ser sometido a un proceso de semifusión y posteriormente ser alimentado a un alto horno.
- **Iron Ore:** Se considera de alto grado si su ley de Fe se encuentra entre 60-60 %, de grado medio de 40-60 % y de grado bajo si tiene un contenido de Fe menor al 40 %.

6.0.1. Caracterización Pellets

El tamaño final de los pellets se controla con el tiempo de residencia del material en el disco rotativo, pues al ser un input de los altos hornos, requiere características específicas asociadas al proceso en el cual se utilizarán, como lo son, la resistencia en frío, capacidad de hinchamiento, temperatura de fusión, nivel de humedad, etc.

Las características reflejadas en el producto final, están correlacionadas con el contenido de algún contaminante en el proceso, dentro de estos destaca la presencia de sílice como SiO_2 en la

escoria de alto horno, lo que involucra una adquisición mayor de fundentes y combustibles por lo que se recomienda que se encuentre en un intervalo menor al 4 %.

Por otro lado la presencia de fósforo genera un desmedro en la ductilidad y tenacidad en frío del acero, por tanto cada cada 0.01 % de P tiene el efecto de subir 7°C la temperatura de transición, teniendo límites permisibles de P entre entre 0,08 y 0.1 %.

En cuanto a la presencia de aluminio, este tiene como consecuencias el aumento de la viscosidad de la escoria del alto horno, lo que afecta la resistencia en caliente del sinter, valores aceptables 0.8-1.5 %.

El potasio bajo 0.02 %, produce un aumento de la degradación tanto en frío como en caliente y disminuye la temperatura de reblandecimiento.

Una vez producidos los Pellets es necesario transportarlos para su comercialización, dado que la ubicación de la mina es alejada de los puertos, se requiere utilizar trenes de cargas, los cuales recorren grandes distancias, por lo que se procura siempre mantenerlos utilizados en su capacidad máxima, pudiendo acoplar grandes cantidades de carros en un solo viaje.

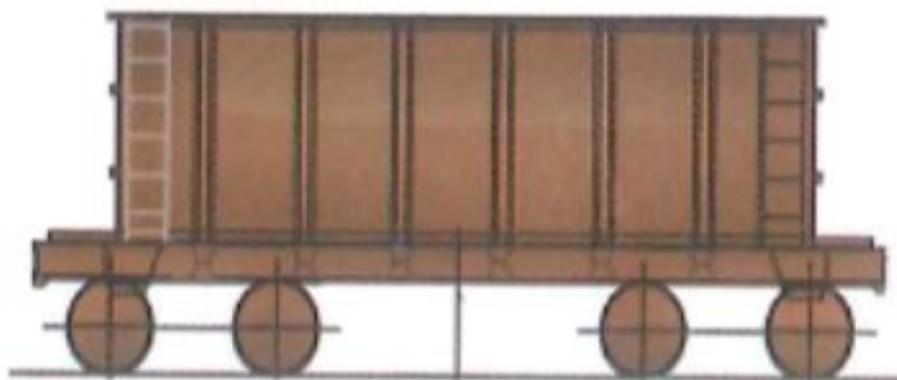


Figura 6.0.3: Modelo Tipo Gondola, *Rotary Dumper* (GDT).

Variable	Valor
Largo efectivo	8.9 [m]
Ancho efectivo	2.9 [m]
Volumen efectivo	45 [m^3]
Capacidad neta nominal	95.5/111 [ton]
Sistema de carga	<i>Top Loading</i>
Sistema de descarga	<i>Car Dumper</i>
Utilización actual	Transporte mineral de hierro

Tabla 6.0.1: Parámetros vagón de transporte

6.1. Evolución Precio del Hierro

En cuanto al precio del metal, este es fijado año a año de manera directa entre consumidores (clientes) y productores de las principales compañías, lo que se convierte en la línea base para las transacciones en mercados internacionales. A pesar de ello y dada la alta variedad de productos ofrecidos por la industria del hierro disponibles en distintas áreas geográficas, se prefiere utilizar un índice de precios, pues permite monitorear de mejor forma el comportamiento de mercado.

El índice de precios establece mediante las transacciones de una canasta de productos de acero tranzados en el mercado, dónde se destacan principalmente Norteamérica, Europa y Asia, con productos como la chatarra, arrabio y hierro procesado por reducción directa.

En la figura 6.1.1 se muestra la evolución del precio del hierro entre los años 2000 y 2007, dónde se aprecia un valor bajo el umbral de los 100 [USD/tms] entre los años 2000-2003, aumentando de manera sostenida desde el año 2001, donde para el 2008 los precios aumentan cerca de un 23 % mostrando un fortalecimiento en el mercado.

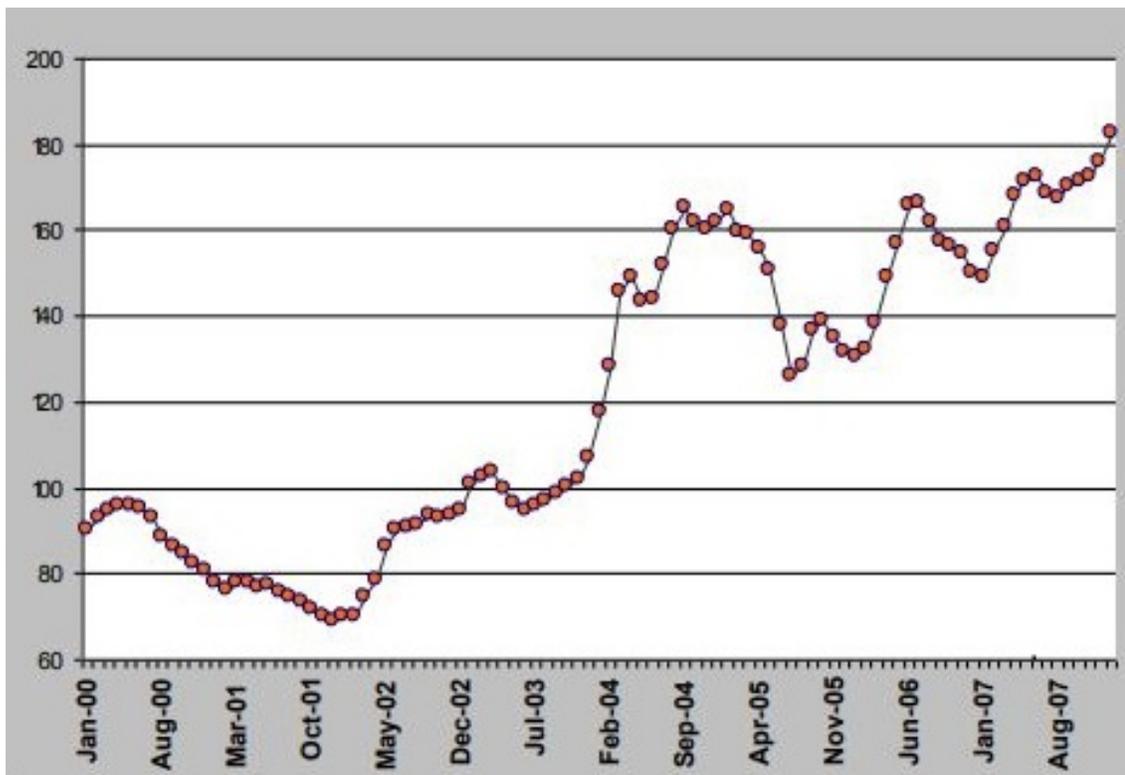


Figura 6.1.1: Serie de Precios histórica de hierro(USD/tms) *Fuente:CRU Steel Price Index, Diciembre 2007.*

La variabilidad en el índice de precio no es particular del periodo observado, a continuación se muestra la evolución entre los años 2012 y 2017. Se aprecia una clara tendencia a la baja en el periodo, sin embargo, el comportamiento global del índice es similar en ambos periodos, con peak cerca de los 180 [USD/tms] con mínimos variables entre los 50 y 60 [USD/tms], a excepción de finales del año 2016 donde se llega al punto mas bajo de 35 [USD/tms] aproximadamente.

Al analizar los datos presentados en ambos gráficos, estos se modelan de manera similar pues

presentan una tendencia ciclica, para ello se utiliza la información y se ajusta mediante regresión, generando distintas opciones en todos los casos se encuentra un $[R^2]$ en torno a 0.96 por lo cual se prefiere utilizar un modelo simple de segundo grado autoregresivo, generando la siguiente curva:

$$P(t) = 2,66 + 0,989 * P(t - 1) \quad (6.1)$$

Esta será la base utilizada para crear distintos vectores de precio a largo plazo. Dado que esta tesis no considera agendamiento de los bloques, por tanto no es necesario considerar temporalidad, sólo se simulan precios de largo plazo los cuales recogen de mejor forma las variables externas en el comportamiento del mercado, por ejemplo, alza o baja de demandas por razones políticas, mayor cantidad de oferentes, etc.

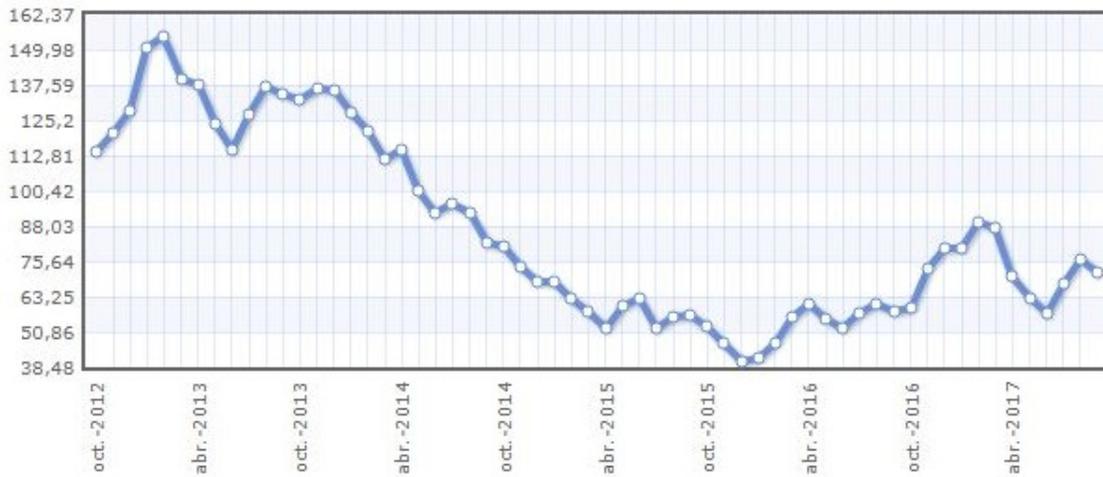


Figura 6.1.2: Serie de Precios histórica de hierro (USD/tms).

Los distintos vectores de precio generados serán una variable a considerar en el diseño de Pit final, pues se utilizarán distintos casos (los que serán explicados en la siguiente sección), permitiendo generar distintos pit finales entendiendo así el impacto de esta variable en la generación de reservas mineras y con ello cómo puede impactar en las decisiones de negocio de las distintas compañías, pues es relevante de considerar al momento de realizar una evaluación económica de largo plazo (VAN).

6.2. Reducción de escenarios

Una vez definidos los parámetros de precio a utilizar, es necesario determinar los escenarios geológicos para continuar con este trabajo de tesis. Para ello se basa en técnicas de reducción de escenarios (Armstrong y col, 2013), que permiten escoger de forma representativa un subconjunto de los datos simulados.

Para llevar cabo este proceso se tomaron las leyes promedio de los 100 escenarios simulados, los cuales fueron ordenados de manera decreciente, seleccionando según su ranking y con un paso o distancia constante, hasta seleccionar un total de 20 escenarios, cubriendo todo el espectro:

escenarios de buenas leyes, de leyes regulares y otros de leyes bajas. Así se genera la variabilidad necesaria para ser incorporada en el proceso de planificación.

Cabe destacar que si bien se reducen los escenarios geológicos, en total se analizarán 63 combinaciones de escenarios distintas para el pit final, incorporando incertidumbre geológica y de mercado.

Capítulo 7

Definición de envolvente económica

7.1. Planificación Determinista

Para llevar a cabo la planificación determinista se escoge mediante técnica de reducción de escenarios 20 escenarios provenientes de la simulaciones geológicas, más el escenario caso promedio de las 100 simulaciones, toda esta información proveniente de los 302 sondeos iniciales. Adicionalmente se incorpora la incertidumbre de mercado, mediante 3 vectores de precios de largo plazo.

Con ambas incertidumbres incorporadas en el proceso de planificación, se busca tener una base comparativa robusta para la determinación del pit final. Para esto se utiliza en primera instancia el software *Doppler* desarrollado por la Universidad de Chile, el que permite realizar la valorización a partir de un modelo de bloques base.

Doppler, para llevar a cabo la determinación de pit final, utiliza la valorización del bloque (incluye parámetros económicos) lo cual permite determinar su destino y/o proceso, en función del beneficio económico. Por tanto para una misma simulación si se utiliza un distinto vector de precio podría generar una envolvente distinta, teniendo una clara sensibilidad en función del precio, pues un mismo bloque podría ser considerado lastre y en otros casos podría ser clasificado como mineral para ser procesado en planta.

Antes de iniciar la valoración se deben definir los parámetros técnicos-económicos que permitirán mediante la ecuación 2.20 definir la ley de corte, con ello el umbral necesario para determinar qué bloque será considerado como mineral y cuál como estéril.

Para el desarrollo de esta tesis no se contemplará el uso de *stock pile*, se considerará sólo una línea de procesamiento, la cual producirá *pellets*, por lo cual cada bloque extraído debe ser procesado directamente en la planta, siendo parte de la capacidad máxima de procesamiento o bien enviado a botadero de lastre.

Si bien en este trabajo no se considera agendamiento de fase, secuenciamiento y operativización, es importante destacar que, para que el envío de material se realice de forma continua se asume que existe tanto la disponibilidad de equipos para llevar a cabo las operaciones unitarias de la mina, así como lo necesario para la producción de pellets, obviando el uso o restricciones asociadas a la operación mina-planta.

A continuación se presentan los parámetros técnicos-económicos utilizados en los distintos esce-

narios, los que fueron obtenidos mediante *benchmarking* con proyectos realizados en la industria, a excepción del precio de venta que cambia dependiendo del escenario analizado.

Variable	Valor
Ángulo global	37°
Costo mina	9 [USD/ton]
Costo Procesamiento	15 [USD/ton]
Recuperación	80 %
Costo de venta	15 [USD/ton]
Tasa de descuento	8 %

Tabla 7.1.1: Parámetros técnico-económicos.

Variable	Valor
Movimiento mina	7.8[Mtpa]
Producción de Pellets	3.4 [Mtpa]
Inversión	350.2 [MUSD]

Tabla 7.1.2: Parámetros económicos y de producción.

Para trabajar en *Doppler* fue necesario generar con la información proveniente de las simulaciones una base de datos apta para el programa. Esta fue creada mediante el programa *Matlab*, el que permitió el trabajo con una base de más de 10 millones de datos. El formato final requerido contiene una línea de títulos o *header*, y 10 columnas; las primeras tres con información de la ubicación espacial de cada bloque (x,y,z), luego una columna con el tonelaje, para posteriormente incluir las 7 variables con sus leyes, considerando una densidad promedio de 3.3[ton/m³].

Es importante destacar que *Doppler* es bastante afable en su uso, puesto que si no se tiene la variable de tonelaje en el modelo de bloque es posible crearla directamente en el programa, facilitando el ingreso del modelo a utilizar, sin tener problemas con la cantidad de datos utilizados.

Se destaca que al momento de aplicar temporalidad a la planificación se busca tener una alimentación pareja y suficiente para la producción de pellets desde que se inicia la apertura de la planta. Se espera que los primeros años exista un ramp up, es decir, un aumento paulatino del material extraído desde la mina, por lo que es posible que en los primeros años no se utilice la capacidad completa de la planta.

Adicionalmente a lo expuesto y dada la naturaleza del yacimiento con el cual se trabaja, además de utilizar las leyes de hierro involucradas y en base a la cual se obtiene el beneficio económico, se deben utilizar otro tipo de restricciones.

Si bien se simularon distintas leyes asociadas al depósito (Fe, Si, P, Al, Mn, Pf y G1), dado el procesamiento del mineral y las restricciones que impone ante agente contaminantes se generan materiales con propiedades no deseables como baja resistencia, altamente corrosivos, etc. Para la planificación se consideró un límite máximo de contenido de fósforo y sílice de 0.2 % y 0.6 %

respectivamente, generando una penalidad ante el contenido de fierro, puesto que al existir bloques que cumplieran esta restricción estos se catalogaban de forma directa como lastre sin considerar que podían contener altas leyes de fierro asociadas.

Lo descrito anteriormente puede generar sesgo y eliminación de bloques con alto potencial económico, pero dado que no se considera el manejo de stock para realizar mezclas que pudiesen ir a planta y tampoco se considera un secuenciamiento de extracción por periodo para generar límites superiores de agentes contaminantes sin castigar o favorecer su beneficio, para el desarrollo de este trabajo y la obtención del diseño de pit final fue considerado como penalidad.

Para incorporar la variabilidad del precio del hierro, como se expuso en la sección anterior, se utilizaron distintos escenarios de precio de largo plazo, cabe destacar que como el objetivo es la obtención de pit final (sin temporalidad) no es necesario tener un vector de precios de corto, mediano plazo como se suele tener en el caso de la industria del cobre, sino sólo un vector de largo plazo. Para el caso de cobre el símil es lo informado por Cochilco, el cual emite anualmente orientaciones comerciales que permiten tener un información actualizada con una mirada de negocios sostenible.

En este caso se utilizan 3 escenarios de precio, el peor caso representado por un bajo nivel de precio, un caso favorable dónde se utiliza el máximo histórico y un escenario medio de precio, estos son incorporados en los distintos escenarios de planificación utilizando tanto simulaciones individuales del yacimiento como el promedio de las 100 simulaciones realizadas.

Una vez determinados los escenarios de trabajo se procede a realizar el diseño de pit final, incorporando tanto la incertidumbre geológica como la incertidumbre de precios para analizar el impacto de cada uno de estos en los diseños.

En la siguiente tabla se presentan la combinación de escenarios utilizadas para la planificación, esto no especifican valores de precios por temas de confidencialidad del yacimiento.

Nivel de Precio	Escenarios	
	20 Simulaciones individuales	Simulación promedio
Inferior	X	X
Medio	X	X
Superior	X	X

Tabla 7.1.3: Casos para planificación de largo plazo (determinación de pit final).

7.1.1. Resultados y análisis

Dado lo presentado en la tabla anterior, se tiene un espectro total de 63 combinaciones para ser analizadas, y con ello 63 pit's finales, lo cual permite mantener una banda de incertidumbre relevante para este trabajo.

Cabe destacar que el software Doppler no permite realizar una escala con iguales máximos, por lo este valor queda determinado dependiendo de las leyes de fierro presentes en el modelo de bloque analizado, a pesar de esto es posible realizar las comparaciones entre los casos teniendo en cuenta que la diferencia entre estos valores es menor.

Es importante mencionar que para que los escenarios pudiesen ser comparables en cuanto a la planificación minera, se incorpora al modelo la misma cantidad y ubicación de estéril, realizando la evaluación económica en base al mineral de hierro y en función de las restricciones de precedencias en conjunto con las restricciones asociadas a agentes contaminantes.

A continuación se describen cada uno de los casos.

Caso A: Promedio

Este escenario no considera variabilidad o incertidumbre, por lo cual se expone el promedio de las 100 simulaciones geológicas al precio nivel medio, del cual se obtiene una valorización de 2.993 [MUSD].

En la siguiente figura se muestra el pit final obtenido, dónde la ley máxima de fierro es de 68.7% , extrayendo baja cantidad de lastre. En la zona central se tienen las mejores leyes, teniendo un suavizamiento de estas.

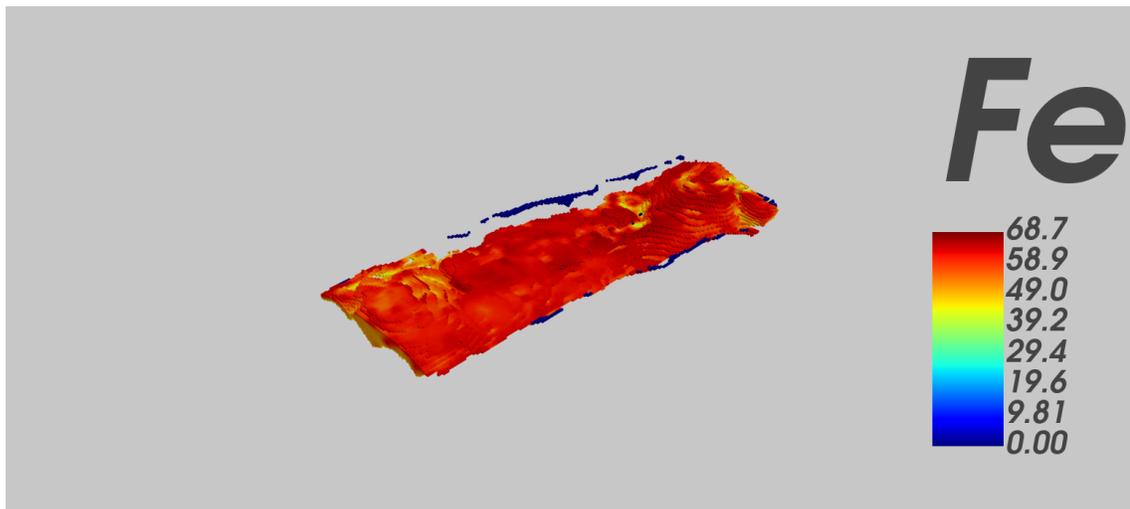


Figura 7.1.1: Escenarios geológicos y precio nivel medio.

Caso B: Incertidumbre geológica

Este caso, considera incertidumbre geológica mediante el análisis de los 20 escenarios de leyes mientras que el parámetro de precio utilizado es el nivel medio.

Sólo a modo de ilustración se muestra uno de los 20 pit final obtenidos durante el proceso, en el cual se destaca un menor suavizamiento de leyes que el caso promedio, con una ley máxima de fierro de 69%.

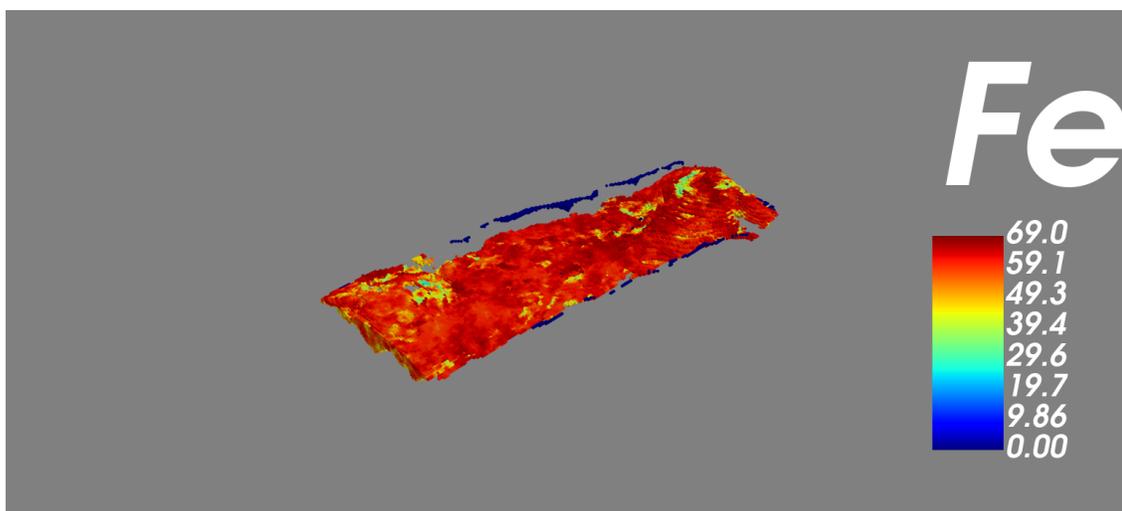


Figura 7.1.2: Ejemplo de pit final, escenario geológico con nivel de precio medio.

Posteriormente para cada uno de los escenarios de leyes, se graficó la valorización obtenida para el pit final, junto a la curva de la media de las 19 simulaciones restantes, para así analizar cual lejos de la media se encuentra cada escenario.

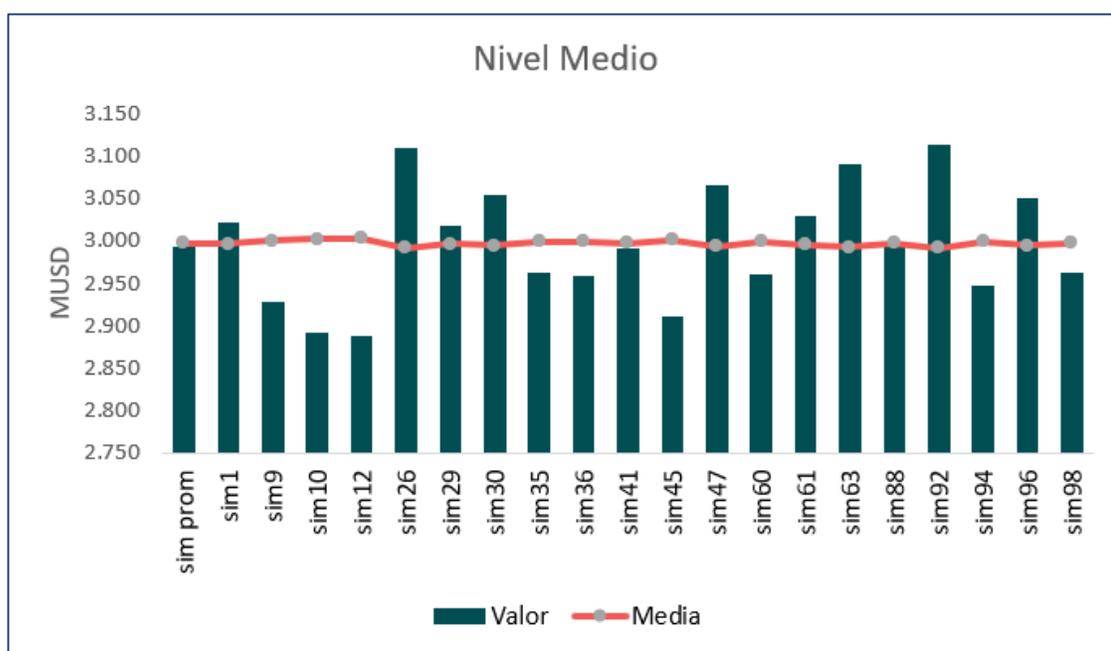


Figura 7.1.3: Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio medio.

En este se observa que el máximo beneficio obtenido corresponde a la simulación 26 con 3.110 [MUSD] y el menor beneficio es la simulación 12 2.888 [MUSD], mientras que el caso promedio es de 2.993 [MUSD]. Esto representa una variación del 3.73 % del mejor caso sobre la media de todas los escenarios y un 3.66 % por debajo en el peor caso.

Finalmente se grafica a partir de todos los escenarios analizados, la probabilidad de que el bloque se encuentre en el pit final, donde 1 es encontrarse en el pit y 0 no estar. Cabe destacar que

para tener una mejor visualización se dejan fuera los bloques que no se encontraron en ninguno de los casos dentro de la envolvente del pit final.

En este se observa que mientras más profundo y más hacia el exterior es menos probable la extracción del bloque.

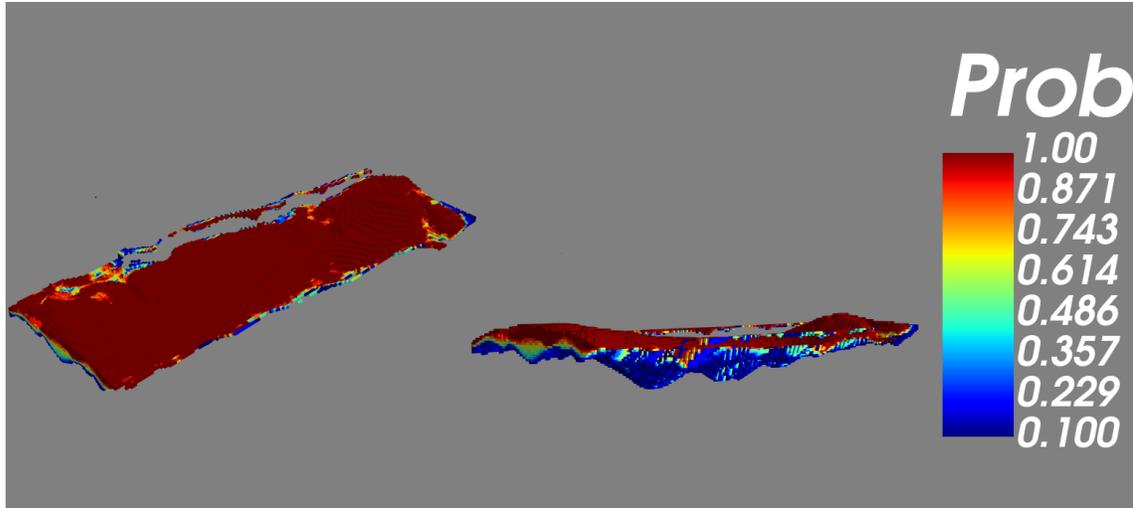


Figura 7.1.4: Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio medio.

Caso C: Incertidumbre de mercado

Para el desarrollo de este caso se usa una geología fija, equivalente al promedio, y se aplican 3 niveles de precios para llevar a cabo la determinación de la envolvente del pit final, obteniéndose la siguiente valorización.

Simulación promedio	
Nivel de Precio	Valor PIt Final [MUSD]
Inferior	13
Medio	2.993
Superior	28.430

Tabla 7.1.4: Valorización Pit final, geología promedio 3 niveles de precios.

A continuación se muestra el pit final con leyes promedios, nivel inferior y superior de precio.

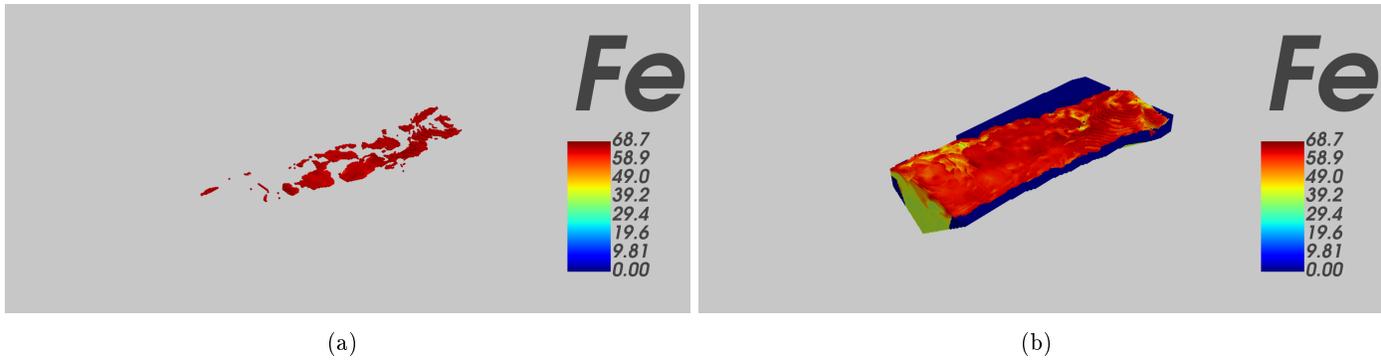


Figura 7.1.5: Geología promedio, nivel de prec inferior y superior.

En la siguiente figura se muestra la probabilidad de cada bloque de pertenecer al pit final para los 3 niveles de precio, en color rojo se muestra la mayor probabilidad, lo cual genera una similitud con el pit del caso inferior. Esto refleja la gran varibilidad del pit final no sólo en terminos de bloques sino tambien de valorización.

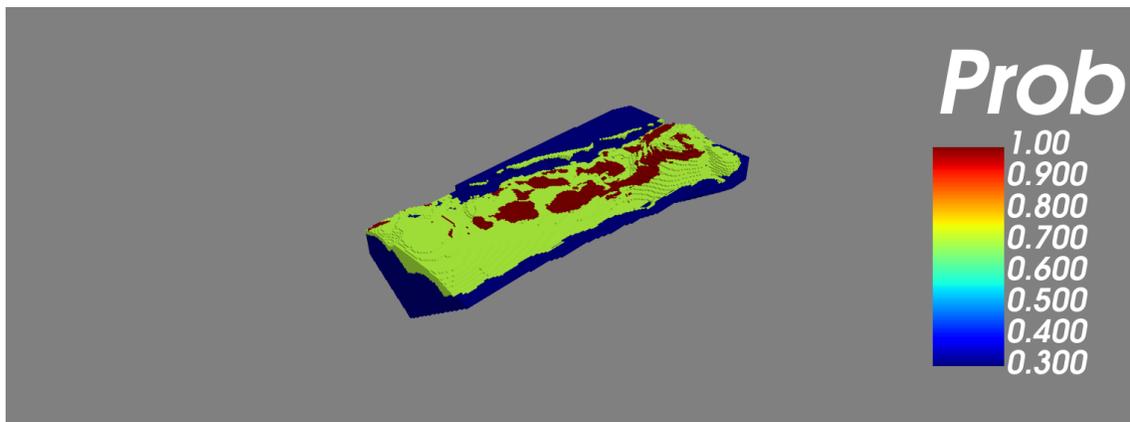


Figura 7.1.6: Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio medio.

Caso D: Incertidumbre de mercado y geológica

Este último caso de análisis consiste en llevar a cabo la valorización de cada bloque incorporando ambas fuentes de incertidumbre (geológica y de mercado), para esto se evalúan 20 escenarios geológicos con 3 niveles de precios distintos. Cabe destacar que el caso medio fue presentado en el caso B, por tanto sólo serán revisados en esta sección los dos restantes.

A modo de ejemplo se muestran dos diseños de pit final de uno de los 20 escenarios a los dos niveles de precios.

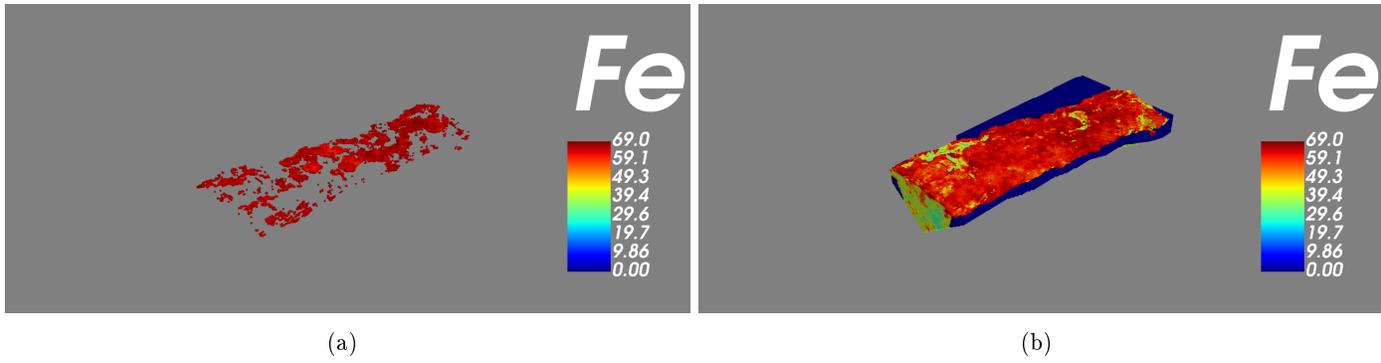


Figura 7.1.7: Pit final, nivel de precio inferior y superior respectivamente. Geología aleatoria.

Primero se muestra, la probabilidad de cada bloque de encontrarse en el pit final considerando el nivel de precio inferior, figura 7.1.8 y posteriormente en la figura 7.1.9 la probabilidad de encontrarse en el pit final a nivel de precio superior.

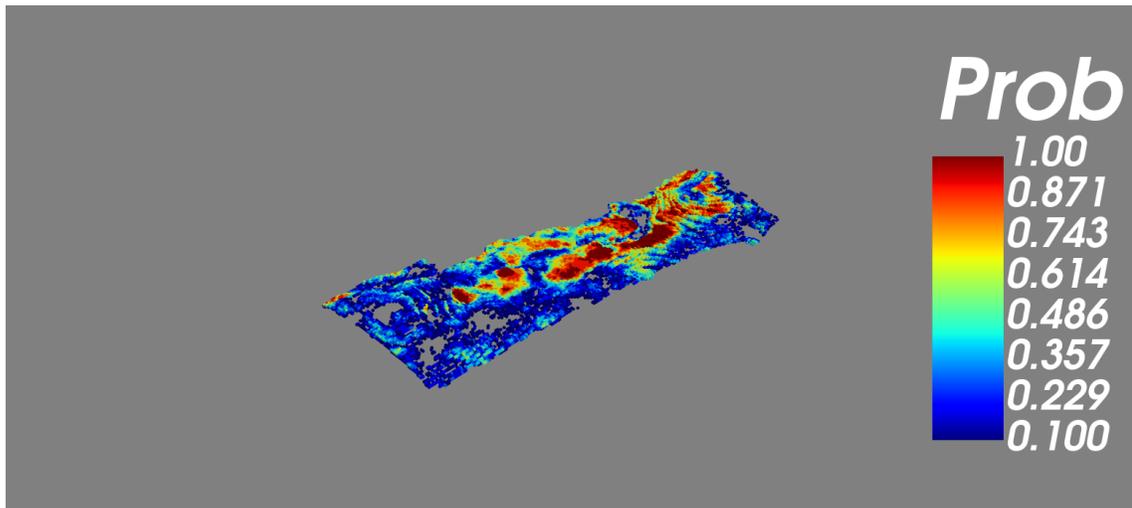


Figura 7.1.8: Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio inferior.

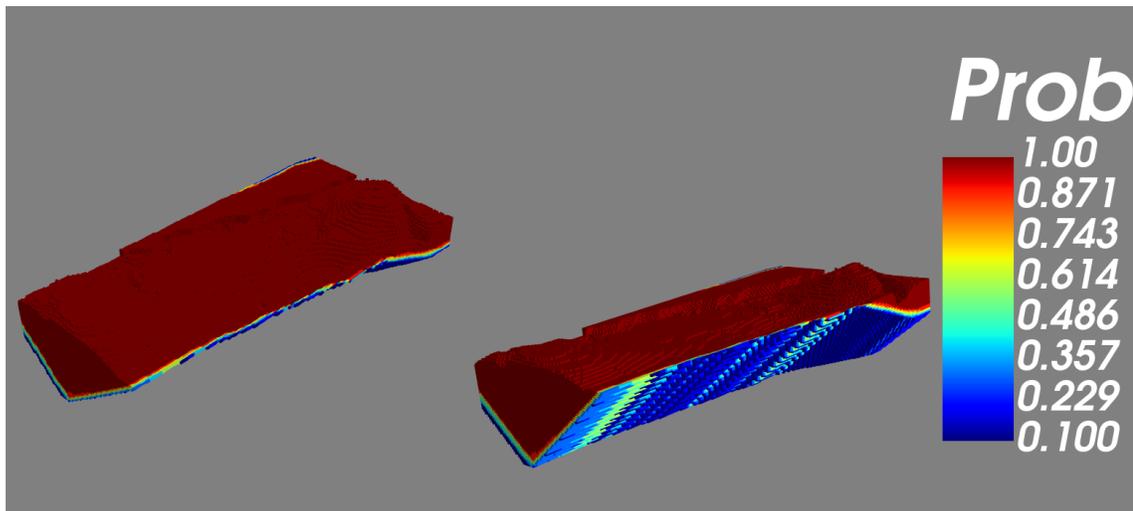


Figura 7.1.9: Probabilidad de bloques en 20 escenarios geológicos, nivel de precio superior.

Al realizar el análisis en términos de valorización de cada uno de los escenarios a nivel de precio inferior y superior, se obtienen las siguientes figuras 7.1.10 y 7.1.11, las cuales muestran una baja variabilidad de beneficio en cada uno de los escenarios del mismo nivel.

Para el gráfico nivel inferior el máximo beneficio se obtiene en la simulación 26 y 29 con 27 [MUSD], mientras que el mínimo valor se obtiene en la simulación 60 y la promedio, con 16 y 13 [MUSD] respectivamente, un 45 % por debajo del promedio de valorización de todas las simulaciones (23 [MUSD]).

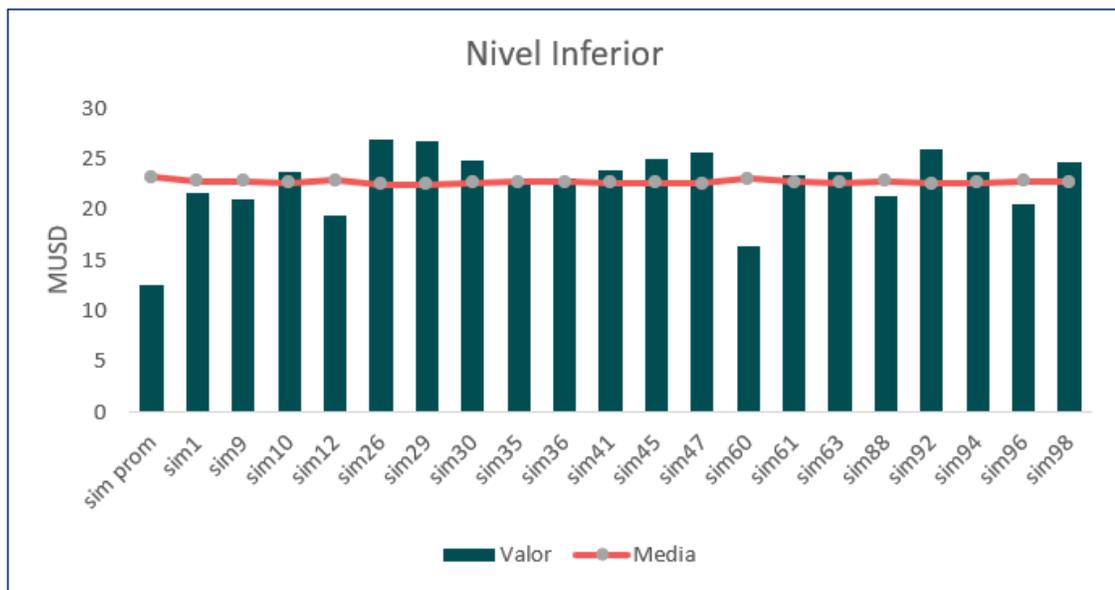


Figura 7.1.10: Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio inferior.

Para el gráfico nivel superior el máximo beneficio se obtiene en la simulación 26 con 28.572 [MUSD], mientras que el mínimo valor se obtiene en la simulación 96 con 26.429 [MUSD] respectivamente. Este nivel de precio refleja un promedio de valorización de 27.410 [MUSD], moviéndose en un rango de $\pm 4\%$ el mejor y peor escenario.

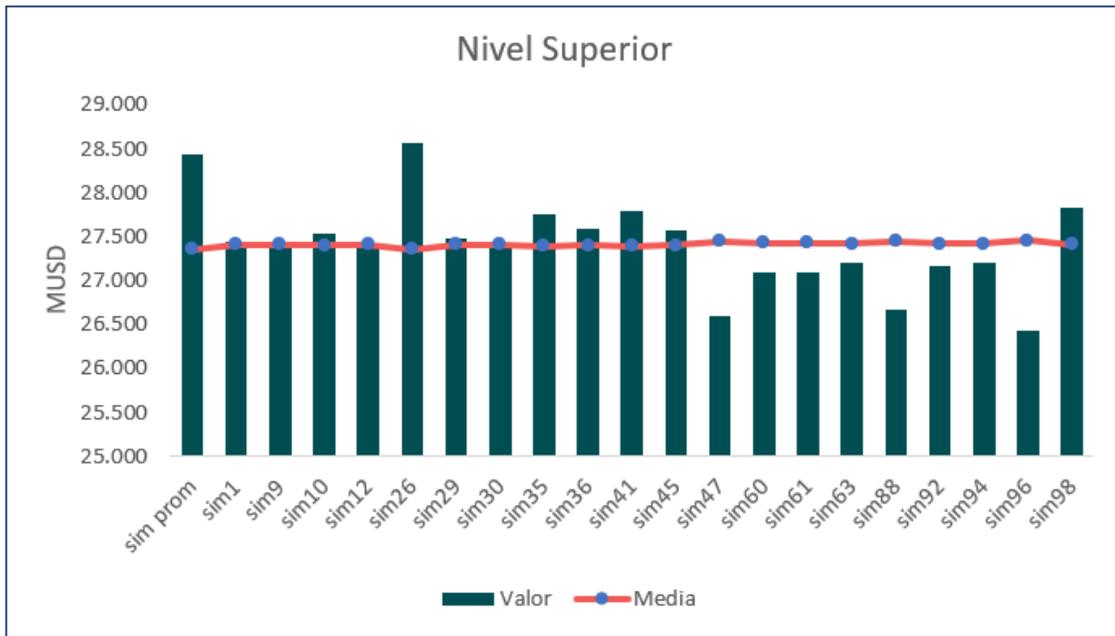


Figura 7.1.11: Escenarios geológicos y promedio, nivel de precio superior.

Al utilizar el nivel de precio superior, cerca del 40 % más alto que el nivel medio, se obtiene un pit mucho más amplio extrayendo el potencial del yacimiento, con reservas muy por sobre los casos anteriores; en cuanto a la valorización se observa un aumento del 900 % con respecto al caso medio, extrayendo no sólo los a nivel superficial, sino también profundizado el pit final.

Las ilustraciones anteriormente mostradas reflejan de buena forma la incertidumbre de mercado, pues los tres niveles de precios presentan distintos límites de pit final, reflejando la variabilidad de los bloques que son rentables y los que no, esto dada las leyes de hierro, las cuales se concentran mayormente en la superficie, generando un yacimiento mas o menos profundo pero extenso.

El pit final de incertidumbre geológica y precio promedio, muestra baja variabilidad tanto en el diseño del pit como en su valorización, con cambios que rondan el 4 %, teniendo valores bastante similares al caso promedio, es decir, se tiene una respuesta con baja variabilidad el moverse entre un escenario y otro.

Cabe mencionar que al aumentar el precio el pit final modifica su diseño, creciendo notablemente en una dirección, convirtiendo al rajo en un diseño de gran extensión en el eje horizontal, lo que al ser operativizado en lugar de una extracción por pushbacks, se convierte más atractivo generar una extracción banco a banco, generando rajos al interior de forma cónica que puede ser extraído como pit´s anidados para recuperar su mayor valor económico.

Las diferencias anteriormente expuestas, muestran que al tomar escenarios aleatorios y representativos de la geología del yacimiento, resultan pits final poco variable, mientras que al aplicar incertidumbre de mercado se aprecia un nivel alto de variabilidad en el pit final, lo cual se refleja tanto en las valorizaciones como en las figuras de probabilidad de cada bloque, teniendo un impacto mucho mayor la incertidumbre de mercado.

Dado lo presentado en este capítulo, cobra relevancia la conveniencia de realizar el proceso de planificación con escenarios individuales en lugar de la media de las realizaciones la cual muestra una imagen suavizada de la distribución espacial de las variables geológicas.

La metodología llevada a cabo, análisis con distintos precios y leyes, permite apreciar el impacto asociado a realizar la planificación minera con un sólo escenario, perdiendo valor económico, pues al variar el precio la decisión puede ser desde no explotar hasta explotar un rajo extenso con distinta respuesta en cuanto a las reservas presentes, por tanto el dejar fuera la incertidumbre geológica y de mercado, no se aprovecha de la mejor forma el potencial del yacimiento.

Finalmente esto demuestra que planificar con un enfoque totalmente determinista (precio y geología), no refleja el verdadero potencial del depósito. En cuanto al enfoque de con qué escenarios se debe realizar el diseño de la mina dependerá del enfoque de los inversionistas, si son mas conservadores o estan dispuestos a asumir un mayor riesgo inicial.

Casos	Beneficio de Pit final		
	Menor Beneficio	Beneficio Promedio	Mayor Beneficio
A: Promedio	-	2.993	-
B: Incertidumbre geológica	2.888	2.997	3.114
C: Incertidumbre de mercado	13	2.993	28.430
D: Incertidumbre de mercado y geológica	16	10.143	28.572

Tabla 7.1.5: Resumen beneficio pit final por casos de estudio.

Capítulo 8

Conclusiones

La presente tesis realiza un barrido completo en el proceso minero, se parte con información proveniente de sondajes en las cuales se realiza una definición de unidades geológicas, y un modelamiento del comportamiento espacial de estas unidades y de las variables cuantitativas de interés para la planificación (leyes y granulometría, considerando transformaciones ad hoc para reproducir la restricción estequiométrica).

Posteriormente se realiza la simulación en forma jerárquica, primero con el modelo plurigaussiano para los tipos de roca, luego con el modelo multigaussiano para las variables cuantitativas. Finalmente se generan 100 escenarios con base de datos proveniente de distintas cantidades de sondajes, donde el aplicar 302 sondajes permite tener una mayor confiabilidad y menor incertidumbre, esto se ve contribuido por el tipo de yacimiento (BIF) donde existe una alta correlación en el tipo de roca, produciéndose una mejor estimación y generando un foco de atención en los puntos de contacto.

En cuanto a la planificación se estudia el impacto tanto de la incertidumbre geológica como la incertidumbre de precio, generándose escenarios con un nivel inferior, medio y superior de precio, lo que aplicado a varias simulaciones (individuales y promedio), genera un diseño final distinto del pit. Dado que el precio tiene una banda de variabilidad, al aplicar el precio inferior resulta poco probable la explotación del pit final pues tiene un bajo beneficio económico su explotación con un diseño complejo, mientras que al aumentar los niveles el pit que se extrae aumenta su valor y los recursos asociados, siendo cada vez mpas extenso en la horizontal y profundo.

Lo anteriormente descrito permite concluir que, con la información de muestreo de 302 sondajes, el mayor impacto es debido a la variable precio, esto producto del tipo de yacimiento ferrífero, donde las leyes son más bien estratificadas y superficiales son dominadas por el tipo de roca, convirtiéndose en un determinante mayor al momento de realizar los análisis. No obstante esto no quiere decir que la incertidumbre geológica en este tipo de yacimiento se puede obviar, pues se pudieron observar diferencias que podrían aumentar el valor final del pit. Asimismo, es probable que la incertidumbre geológica tenga un impacto no menor en la envolvente y en el diseño de la explotación al disponer de menor información de sondajes, debido a que se tendrá información con una menor robustez.

Debido a que la planificación determinista no es capaz de analizar de la mejor forma tantas simulaciones, pues se deberían generar tantos pit finales como simulaciones, existe la oportunidad de, en futuros trabajos, aplicar una planificación estocástica, donde es posible capturar la posibilidad de que un bloque pueda ser o no extraído en los distintos escenarios de pit final, recogiendo de mejor forma la respuesta del yacimiento y de las reservas presentes en él ante cambios de variables.

Se esperaría que al aplicar el mismo ejercicio en un yacimiento tipo cuprífero la incertidumbre en las variables geológicas puedan impactar mucho más debido a que se tiene una distribución de leyes dentro de los tipos de roca y un dominio menor de esta variable, afectando no solo el contenido de cobre en el beneficio final sino también la solubilidad, pudiendo imponer distintas restricciones al proceso por lixiviación o flotación.

Finalmente cabe comentar la relevancia de entender el verdadero potencial del yacimiento en cuanto a las reservas presentes en él, pues esto permite tomar mejores decisiones de negocios dado que se conocerá con anterioridad el cambio en las reservas cuando el depósito es sometido a incertidumbre de mercado (demanda del servicio y/o producto), a vector de precios en el tiempo, incertidumbre operacional y su impacto en la producción; e incertidumbre geológica asociada tanto al producto principal a extraer o a las restricciones impuestas por los distintos procesos metalúrgicos. A pesar de robustecer la caracterización del yacimiento siempre se debe tener que en consideración que esta información será incompleta y que se debe realizar un balance en cuanto al costo de tener más información versus el beneficio potencial de la misma.

8.1. Propuestas futuras

A partir de la realización de este trabajo de tesis se sugiere lo siguiente para complementar y dar continuidad a la investigación.

- Replicar este estudio en un yacimiento tipo cuprífero, lo cual permitiría tener una mejor respuesta ante la incertidumbre geológica, debido a un menor control del tipo de roca sobre las leyes de cobre y otros elementos de interés.
- Al cosimular las leyes de las variables de interés, se debe en primera instancia realizar la simulación del tipo de roca con la cantidad de información que posea las bases de datos que se desean comparar, pues sobre todo en yacimientos de fierro, existe una alta correlación de leyes con el tipo de roca en la cual se encuentra.
- Dado que la valoración del fierro se basa en el producto que se pretende vender y no en los bloques, la utilización de software que realizan planificación determinista no son útiles en estos yacimientos, sino más bien se convierten en una guía para que el planificador pueda seleccionar los pushbacks o el tamaño de sus fases.
- Se propone replicar esta tesis con la aplicación de un modelo estocástico de planificación pues permite capturar de mejor forma la incertidumbre geológica del yacimiento, pudiendo a la vez de manera más ágil y eficiente aplicar variabilidad en precio u otras posibles restricciones o límites de alguna variable en particular.

Capítulo 9

Bibliografía

[1] Accini, P. (2007). Simulación Geoestadística de Recursos Minerales Considerando Incertidumbre en la Ley Media. Tesis Pregrado, Universidad de Chile, Santiago.

[2] Arman C. Kizilkale, Roussos Dimitrakopoulos (2014). Optimizing mining rates under financial uncertainty in global mining complexes.

[3] Armstrong, M., Galli, A., Le Loc'h, G., Geffroy, F. y Eschard, R., (2003). Plurigaussian Simulations in Geosciences, Springer, Berlin, 160 p.

[4] Armstrong M, Ndiaye A, Razanatsimba R, Galli A, 2013. Scenario reduction applied to geostatistical simulations. Mathematical Geosciences 45(2):165-182.

[5] Benders, JF. (1962) "Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems".

[6] Bienstock, D. and Zuckerberg, M. (2009). A New LP Algorithm for Precedence Constrained Production Scheduling.

[7] Boland N, Dumitrescu I, Froyland G (2008) A multistage stochastic program mining approach to open pit mine production scheduling with uncertain geology. Optimization online pp 1-33.

[8] Castillo, L. (2009). Modelos de Optimización Para la Planificación Minera a Cielo Abierto. Thesis, Universidad de Chile, Santiago.

[9] Chilès, JP. Delfiner, P. (2012) Geostatistics: modeling spatial uncertainty. Wiley, New York.

[10] COCHILCO, MINISTERIO DE MINERÍA. 2016. Precio de los metales. [En línea] <<http://www.cochilco.cl/estadisticas/precio-metales.asp>> [consulta: 25 mayo 2016]

[11] Cochilco, 2017. Mercado internacional del hierro y el acero.

[12] Dagdelen, K. and Johnson, T.B. (1986). Optimum open pit mine production scheduling by lagrangian parameterization. 19th APCOM Symposium of the society of mining engineers (AIME).

- [13] Emery, X. S.A. Séguret, 2020. Geoestadística de Yacimientos de Cobre Chilenos – 35 Años de Investigación Aplicada. Caligrama, 442 p.
- [14] Emery, X.y Lantuéjoul, C. (2006) TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method. Computers y Geosciences 32(10) 1615-1628.
- [15] Emery, X. (2015) Simulación Geoestadística. Informe Tecnico, ALGES.
- [16] Historical Iron Ore Fines Prices and Price Chart. [En línea] <<http://www.infomine.com/investment/metal-prices/iron-ore-fines/all/>> [Consulta: 25 mayo 2016]
- [17] Homem-de-Mello, T. Guzin Bayraksan. (2014). Monte Carlo Sampling-Based Methods for Stochastic Optimization.
- [18] Jamalán, Shadi (2017). Compare Methods of Fix Lead, Milawa NPV and Milawa Balance Algorithm in Optimizing the Production of Open Pit Mines with Whittel Software.
- [19] Kulnig,B. Bortolossi,H. (2006).
- [20] Lagos,G. (2011). Estudio de Métodos de Optimización Robusta para el Problema de Planificación de Producción en Minería a Cielo Abierto.Tesis de Magister en Gestión de Operaciones, Universidad de Chile, Santiago.
- [21] Lantuéjoul,C. (2002). Models and Algorithms. Geostatistical Simlation.
- [22] Lerchs, Helmut y Grossmann, Ingo F. (1965). Optimum Design of Open-Pit Mines. En: Transactions, C.I.M. LXVIII, págs. 17-24.
- [23] Leuangthong O., McLennan J., Deutsch CV. (2004) Minimum acceptance criteria for geostatistical realizations. Nat. Resours. Res. 13(3), 131-141.
- [24] Mayer Z, Kazakidis V. (2007). “Decision making in flexible mine production system design using real options”. Journal of Construction Engineering and Management, Vol. 133, No. 2, p.169-180.
- [25] Mery,N. (2016). Modelamiento Geoestadístico de la Incertidumbre en Leyes y Tipos de Roca en un Yacimiento Ferrífero. Tesis de Magister en Minería, Universidad de Chile, Santiago.
- [26] Muñoz,G. (2012). Modelos de Optimización Lineal Entera y Aplicaciones a la Minería. Tesis Pregrado, Universidad de Chile, Santiago.
- [27] Newman, A. M., Rubio, E.,Caro, R., Weintraub, A. y Eureka, K. A (2010). Review of Operations Research in Mine Planning. Informs 40 (3), 222-245.
- [28] Paravazar, S., Emery, X. y Madani, N. (2015) Comparing Sequential Gaussian and Turning Bands Algorithms for Cosimulating Grades in Multi-elements Deposits. Comptes Rendus Geoscience 347(2), 84-93.

- [29] Quiroz,J (2013). Metodología para la Generación de Planes Mineros Estratégicos bajo incertidumbre de Mercado. Tesis de Magister en Minería, Universidad de Chile, Santiago.
- [30] Ramos,A. Cerisola,S. (2016). Optimización Estocástica. 27-30 p.
- [31] The stochastic behaviour of commodity prices: Implications for valuation and hedging. The Journal of Finance, Vol. 52, N° 3, 923-973.