



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

MODELO DE SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA URBANA EN EL MUY LARGO
PLAZO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

ARIEL IGNACIO CASTILLO PINILLA

PROFESOR GUÍA:
FRANCISCO MARTÍNEZ CONCHA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
PEDRO DONOSO SIERRA
RICARDO HURTUBIA GONZALEZ

SANTIAGO DE CHILE
2021

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: ARIEL IGNACIO CASTILLO PINILLA
FECHA: 2021
PROF. GUÍA: SR. FRANCISCO MARTÍNEZ CONCHA

MODELO DE SIMULACIÓN DE LA DINÁMICA URBANA EN EL MUY LARGO PLAZO

Este trabajo busca contribuir al estudio científico de las ciudades y su evolución, que en un mundo que se urbaniza a una tasa acelerada se vuelve fundamental para la planificación de sistemas urbanos sostenibles. Dado que el estudio de las ciudades es complejo e involucra muchos elementos que interactúan entre sí, este trabajo se hace cargo de la interacción entre el uso del suelo y el transporte como aquellos elementos constitutivos de la dinámica urbana, desarrollando un modelo capaz de simular la evolución urbana de una ciudad ficticia desde 1 a 29 millones de habitantes basado en esta interacción y aplicando la teoría microeconómica urbana que los sustentan y que permite encontrar los equilibrios de los mercados y su dinámica en este contexto. Se busca que mediante este modelo se puedan analizar los efectos que tiene el transporte en las fuerzas del mercado de uso del suelo y viceversa de manera aislada al resto de variables, además de estudiar el efecto de ciertas regulaciones y políticas públicas en la evolución a largo plazo de las ciudades. Por otro lado, este trabajo crea un software único para la simulación de la evolución de las ciudades en el largo plazo, tanto para estudios teóricos como aplicados a políticas públicas, y permite que este se extienda incorporando otros subsistemas como la economía y el mercado laboral.

Tabla de Contenido

Introducción	1
1. Marco Teórico	5
2. Formulación del Modelo	18
3. Desarrollo de Software	28
4. Escenarios de Simulación	37
5. Resultados	41
Conclusión	65
Bibliografía	68

Índice de Tablas

2.1. Agentes del modelo.	19
2.2. Tipos y variables de viviendas.	19
3.1. Parámetros utilizados en las posturas.	29
3.2. Ingreso medio inicial y parámetros por decil para ciudad grande.	30
3.3. Ingreso medio inicial y parámetros por comunas para ciudad intermedia.	30
3.4. Parámetros para la estimación de la superficie construida por uso para ciudad grande.	31
3.5. Parámetros para la estimación de la superficie construida por uso para una ciudad intermedia.	31
3.6. Factor de convertibilidad de firmas según el uso para ciudad grande.	32
3.7. Factor de convertibilidad de firmas según el uso para ciudad intermedia.	32
3.8. Parámetros de la función de tiempos de cada tipo de arcos.	33
5.1. Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 1.	47
5.2. Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 2.	52
5.3. Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 3.	55
5.4. Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 4.	58
5.5. Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 5.	61

Índice de Ilustraciones

2.1. Grilla de 400 zonas de localización disponibles.	18
2.2. Estructura de la red en la grilla y de cada zona.	21
2.3. PIB regional de Chile en función de sus habitantes.	22
2.4. Esquema de la interacción entre uso de suelo y transporte.	25
3.1. Proceso de endogeneidad de las densidades y precios del suelo en CUBE Land.	29
3.2. Distribución de hogares residenciales para cada nivel de población.	30
3.3. Distribución de industrias para cada nivel de población.	31
3.4. Distribución de comercio para cada nivel de población.	32
3.5. Funciones de tiempos en arcos.	33
3.6. Esquema de la obtención de la iteración 0.	35
3.7. Esquema general del algoritmo de simulación.	36
4.1. Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 2.	38
4.2. Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 3.	39
4.3. Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 4.	40
4.4. Red de transporte utilizada en el escenario 5.	40
5.1. Resultado de las densidades residenciales para el escenario 1.	42
5.2. Resultado de las densidades industriales para el escenario 1.	43
5.3. Resultado de las densidades comerciales para el escenario 1.	43
5.4. Resultado de las localizaciones por tipo de agentes residencial para el escenario 1.	44

5.5. Resultado de las variables de acceso para el escenario 1.	45
5.6. Resultado del precio del suelo para el escenario 1.	46
5.7. Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 1. . .	46
5.8. Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 1.	47
5.9. Resultado de las densidades residenciales para el escenario 2.	48
5.10. Resultado de las densidades industriales para el escenario 2.	49
5.11. Resultado de las densidades comerciales para el escenario 2.	49
5.12. Resultado de las localizaciones por tipo de agentes residencial para el escenario 2.	50
5.13. Resultado de las variables de acceso para el escenario 2.	51
5.14. Resultado del precio del suelo para el escenario 2.	51
5.15. Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 2. . .	52
5.16. Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 2.	53
5.17. Resultado de las densidades residenciales para el escenario 3.	53
5.18. Resultado de las densidades industriales para el escenario 3.	54
5.19. Resultado de las densidades comerciales para el escenario 3.	54
5.20. Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 3. . .	55
5.21. Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 3.	56
5.22. Resultado de las densidades residenciales para el escenario 4.	56
5.23. Resultado de las densidades industriales para el escenario 4.	57
5.24. Resultado de las densidades comerciales para el escenario 4.	57
5.25. Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 4. . .	58
5.26. Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 4.	59
5.27. Resultado de las densidades residenciales para el escenario 5.	59
5.28. Resultado de las densidades industriales para el escenario 5.	60
5.29. Resultado de las densidades comerciales para el escenario 5.	60
5.30. Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 5. . .	61
5.31. Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 5.	62

Introducción

Las ciudades son parte fundamental del mundo en el que vivimos, involucran gran parte de nuestras interacciones sociales, concentran un gran número de actividades y son una fuente de oportunidades y desafíos para todo el mundo, es por eso que entender el comportamiento de los distintos agentes que componen las ciudades y entender sus dinámicas es fundamental para la planificación de sistemas urbanos sostenibles que nos permitan aprovechar al máximo todos los beneficios que estas nos aportan y hacernos cargo a la vez de los desafíos que estas nos plantean.

Las ciudades son también sistemas complejos, que involucran una enorme cantidad de factores y agentes que interactúan entre sí y se retroalimentan unos a otros, lo que nos obliga a tratarlas con una mirada amplia y a su vez hace que su estudio no sea sencillo. Una de las principales herramientas para el estudio científico de las ciudades es la modelación, y en las últimas décadas se han formulado y aplicado a nivel mundial modelos simplificados de desarrollo de ciudad. Estos modelos tienen como objetivo simular el comportamiento de diferentes agentes urbanos en un determinado escenario de políticas públicas y en un período de 20 a 30 años, los que permiten simular la reacción y movimiento de los distintos agentes residenciales y no residenciales siendo muy usados para planificar y evaluar políticas públicas. Los modelos más utilizados comparten la característica de que hacen interactuar el uso del suelo con el sistema de transporte, es decir, se transfiere información entre ellos de costos de transporte y de ubicación de actividades.

Esta perspectiva de simulación a mediano plazo de las ciudades es muy útil para la planificación urbana, en cambio en esta memoria se aborda una perspectiva diferente con la capacidad de comprender la evolución a muy largo plazo de las ciudades. En esta línea, algunas investigaciones han proporcionado evidencia empírica de la existencia de leyes universales que explican el comportamiento en el largo plazo de algunos indicadores urbano (West,1999), similar a las leyes también se observan en sistemas complejos de la naturaleza (West,2017). Se trata de leyes de escala con profundas implicaciones en la evolución de los sistemas urbanos, pero estas leyes no están embebidas en los modelos de uso de suelo y transporte conocidos, al contrario, son los modelos a través de sus parámetros estructurales los que deben ser capaz de reproducir la ley de escala.

Martínez (2015,2018) desarrolla un modelo microeconómico de uso de suelo, transporte y economía de producción con interacción con otros sistemas urbanos (CLUTE), este modelo se basa en la interacción de los agentes en un conjunto de mercados y explica que esta compleja interacción hace surgir la ley de escala, de esta forma, la teoría de la ley de escala surge del supuesto de racionalidad de los agentes bajo información imperfecta.

Existe un antecedente reciente sobre este modelo de uso de suelo en una dinámica de crecimiento que realiza una simulación de la evolución del mercado inmobiliario para una ciudad ficticia en un rango muy amplio de habitantes a través de un algoritmo de simulación (León,2019). Esta memoria trabaja sobre la base de este algoritmo de simulación y le incorpora un modelo de transporte de generación, distribución y asignación de viajes, además de un modelo de límite urbano, los cuales permiten convertir los tiempos de viajes entre zonas y el tamaño de la ciudad en resultados del modelo.

Haciendo una recopilación de estos antecedentes, esta memoria reporta la construcción de un modelo de enfoque microeconómico que busca simular la evolución a muy largo plazo de la interacción entre uso de suelo y transporte (UST) en una ciudad ficticia simple en un lapso de 300 años aumentando desde 1 a 29 millones de habitantes. El modelo realiza incrementos exógenos de población y estima la cantidad de agentes residenciales y no residenciales siguiendo un modelo socioeconómico basado en el PIB. Se presenta también un algoritmo de simulación que incorpora funcionalidades y características del modelo y los resultados preliminares de este algoritmo para diferentes escenarios.

La construcción del modelo se basa en la interacción entre 4 sub-modelos: el modelo de uso de suelo CUBE Land, el modelo de transporte *Markovian Traffic Equilibrium* (MTE), un modelo de generación y distribución de viajes y un modelo socioeconómico de crecimiento de la población.

1. Objetivos y Alcances

(a) Objetivo general

El objetivo general es construir un modelo capaz de predecir la evolución en el muy largo plazo de una ciudad, modelando la interacción de uso de suelo y transporte en una ciudad ficticia desarrollando y aplicando un algoritmo de solución del modelo incorporando ciertas funcionalidades y características de la evolución urbana.

(b) Objetivos específicos

- Diseñar una ciudad ficticia con localizaciones y redes viales
- Definir la interacción entre los modelos estáticos de equilibrio de uso del suelo y de transporte
- Definir las funcionalidades de la evolución urbana que se implementarán en el modelo, tales como:
 - Crecimiento en extensión de la ciudad
 - Restricción de capacidad de terreno en el uso del suelo
 - Memoria de la infraestructura construida
- Construir un algoritmo de simulación UST para cada nivel de población
- Diseñar los escenarios de simulación
- Simular las soluciones UST de los diferentes escenarios

2. Metodología

La metodología de trabajo para llevar a cabo los objetivos antes planteados se dividirá en 3 etapas principales:

(a) Marco Teórico

Se busca hacer una revisión bibliográfica sobre los temas que se utilizarán en la memoria, principalmente, se realizará una recopilación de las investigaciones y estudios sobre la teoría microeconómica detrás de los modelos a utilizar, un resumen de los modelos que se implementarán y de las medidas de acceso que permitirán desarrollar un modelo dinámico que integre el uso del suelo y el transporte bajo el mismo enfoque teórico.

(b) Formulación del modelo y del algoritmo de simulación

Esta etapa es el grueso del trabajo, consiste en realizar todas las definiciones previas de los modelos a utilizar, definir la interacción entre uso de suelo y transporte y construir y simular el algoritmo de solución, en detalle, esta etapa consta de los siguientes pasos:

- Diseñar una ciudad ficticia con una red de transporte inicial en un reticulado espacial que representa las vías de transporte y define las zonas de uso de suelo; definir el tamaño del reticulado para la simulación.
- Definir los tipos agentes, funciones de comportamiento, con los parámetros y variables que requieren los modelos de uso de suelo y de transporte.
- Definir los modelos que generan la interacción UST: accesibilidades, demanda de viajes dado uso de suelo y tiempos de viaje.
- Generar un modelo socioeconómico dependiente de la población total para establecer los cambios en la distribución de los distintos agentes residenciales y no residenciales.
- Definir un algoritmo de solución que permita encontrar soluciones de la interacción UST en cada nivel de población.

(c) Visualización y análisis de resultados

A partir de los resultados de la simulación se debe desarrollar una forma de visualizar estos resultados obtenidos que permitan, por un lado, observar fenómenos propios de la dinámica urbana definida, y por otro, tener la capacidad de concluir sobre las variables e indicadores importantes de esta dinámica, así como realizar un análisis de las características incorporadas y sus alcances y limitaciones en la dinámica de este modelo.

3. Resultados Esperados

Se espera desarrollar un modelo de interacción entre el uso del suelo y el transporte bajo un enfoque microeconómico y un algoritmo de simulación que permita incorporar ciertas funcionalidades de la evolución urbana en largo plazo. Un resultado importante que se espera de este trabajo es la construcción de una ciudad de laboratorio, para definir y simular distintos escenarios que permitan concluir sobre el impacto del diseño vial de esta ciudad ficticia en la evolución urbana de largo plazo de uso de suelo y transporte aislado del resto de efectos.

Se espera verificar el hecho de que, bajo condiciones exógenas y simétricas en espacio y vialidad, el desarrollo y la evolución urbana es simétrica y se espera estudiar las posibles fuentes o condiciones que generen asimetrías, en particular, estudiar la aparición de subcentros urbanos.

Por otro lado, considerando que el modelo trabaja sobre una ciudad ficticia, no se esperan resultados realistas, pero si se espera que, bajo ciertas condiciones definidas por las funciones de comportamiento de los agentes, se puedan generar dinámicas urbanas entendibles y estudiables que puedan aportar al estudio de la evolución a muy largo plazo de las ciudades.

Capítulo 1

Marco Teórico

En este capítulo se hace una recopilación de los antecedentes presentes en la literatura sobre los conceptos y modelos más importantes que se utilizan en esta memoria.

1. Modelos Microeconómicos urbanos

La economía urbana se ha caracterizado por desarrollar modelos económicos sobre el mercado inmobiliario y sus agentes, incorporando distintos elementos propios del mercado y del comportamiento de los agentes. Un supuesto fundamental de estos modelos económicos es que los agentes son seres racionales que buscan maximizar su bienestar individual o utilidad individual. Esta utilidad individual depende de todos los aspectos que el individuo pueda valorar de cierto bien inmueble con cierta ubicación, y esto puede ser muy diferente para cada individuo. Para cuantificar la valoración del bien se construye una función de utilidad que incorpore todos los aspectos que el agente valora.

Existen también algunos elementos propios del mercado inmobiliario, entre los cuales uno muy abordado por la literatura es que los bienes que se transan en este mercado corresponden a bienes diferenciables o cuasi-únicos, es decir, cada localización tiene atributos propios que la diferencia de cualquier otra, incluso en casos donde parece no existir diferencia, como en departamentos de un mismo edificio, el piso del departamento y la orientación que tiene son atributos que por muy leves que sean sus diferencias hacen que cada localización sea distinta al resto. Esto es importante porque nos lleva a la conclusión de que cada agente tiene disposiciones a pagar distintas para la misma localización y, por lo tanto, la forma de llegar al equilibrio es negociando hasta que todos lleguen a su mejor situación posible a través de un remate. Otro elemento importante del mercado inmobiliario es la presencia de externalidades de localización. Las externalidades se producen cuando la decisión de un agente individual afecta, directa o indirectamente, la decisión del resto de los agentes del mercado. La presencia de externalidades en los mercados suele generar fuerzas socioeconómicas de atracción o repulsión entre los distintos agentes. En el mercado inmobiliario se ve la presencia de estas externalidades en el hecho de que la apreciación de cierto agente sobre una localización depende, en parte, del resto de los agentes presentes en el entorno, por ejemplo, no se valora de igual forma la misma vivienda en un barrio industrial o en un barrio residencial. Así la decisión de localizarse de cualquier agente afectará en mayor o menor medida la decisión de todo el resto de los agentes. Estas externalidades se suelen presentar como economías

de aglomeración que describen las fuerzas de atracción o repulsión que perciben los agentes sobre la aglomeración de ciertas actividades en un área específica; estas fuerzas pueden llegar a alterar la estructura urbana monocéntrica, generando la aparición de subcentros urbanos para algún uso de suelo determinado o una estructura policéntrica.

Los modelos microeconómicos pueden representar y reproducir todas estas características del mercado inmobiliario a través de la modelación que se hace del comportamiento de los distintos agentes.

El primer modelo urbano es desarrollado por Johann Von Thünen en el año 1820. Este modelo asume que el suelo agrícola es plano y homogéneo y busca entender por qué lotes de tierras con similares características se les observaba distintos usos, a través de este modelo, Von Thünen concluye que se debe a la distancia del lote con respecto al centro de la ciudad que aglomera las actividades.

Posteriormente se desarrollan dos modelos urbanos con enfoques aparentemente contrapuestos, estos corresponden a los modelos con enfoque *bid* y *choice*, ambos se detallan a continuación:

- Enfoque *bid*

Por un lado, Alonso (1964) desarrolla el enfoque *bid*, el cual se basa en que el mercado inmobiliario se comporta como un remate donde los agentes ofertan por localizaciones y estas se asignan al máximo postor. Este es un modelo de localización de hogares y firmas en una ciudad monocéntrica con comportamientos determinísticos.

La formulación de Alonso es bajo un espacio continuo de localizaciones, Martínez (1992) y Ellickson (1981) plantean a formulación para un espacio discreto. Este enfoque busca maximizar una función de utilidad de los consumidores por una cierta localización con una restricción de ingresos.

$$\begin{aligned} \min_{x, v, i} \quad & u_h(x, z_{vi}) \\ \text{s.a.} \quad & p_x \cdot x + r_i = y_h \end{aligned} \tag{1.1}$$

Donde x corresponde al vector de bienes de consumos, z_{vi} es el vector de atributos de localización, p_x es el precio de los bienes de consumo, r_i es el precio de la localización i y y_h es el ingreso del consumidor. Es importante destacar que, en este modelo, el consumidor tiene una demanda por localización inelástica e igual a uno, es decir, todos los consumidores adquieren una y solo una localización.

De este problema se deriva la disposición a pagar del agente h por la localización i (w_{hi}) de la siguiente forma:

Se asume que los agentes consumen todo su ingreso, es decir, se cumple la igualdad en la restricción del problema 1.1. Esa igualdad se puede resolver en x para obtener la demanda por bienes condicional x^* , asumiendo que $p_x = 1$. Luego la utilidad indirecta condicional v_h se obtiene mediante reemplazar x^* en la función de utilidad que maximiza el problema 1.1 obteniendo:

$$v_h(z_{vi}) = u_h(x^*, z_{vi}) = u_h(y_h - r_i, z_{vi}) \tag{1.2}$$

De esta forma, al invertir la función de utilidad indirecta para un nivel de utilidad dado u_h se obtiene la función de gasto

$$y_h - r_i = v_h^{-1}(z_{vi}; u_h) \quad (1.3)$$

Siguiendo a Rosen (1974), la disposición a pagar corresponde al valor que le asigna el consumidor h a la localización i para alcanzar cierto nivel de utilidad. Por lo tanto, la disposición a pagar es la solución de la ecuación 1.3 cuando se reemplaza el precio por la disposición a pagar, de esta forma, la disposición a pagar queda:

$$w_{hi}(z_{vi}; u_h) = y_h - v_h^{-1}(z_{vi}; u_h) \quad (1.4)$$

Luego, este enfoque asigna la localización al mejor postor, es decir, a la mayor disposición a pagar. Si definimos h_i^* al consumidor que se adjudica la localización i , entonces:

$$h_i^* = \underset{h}{\operatorname{argmax}} w_{hi}(z_{vi}, y_h; u_h) \quad (1.5)$$

Y el remate también determina el precio de la localización i como:

$$r_i = \underset{h}{\operatorname{máx}} w_{hi}(z_{vi}; u_h) \quad (1.6)$$

Rosen define la ecuación 1.6 como la función de precios hedónicos, ya que estos precios se obtienen de la valoración del consumidor por los atributos z_{vi} .

- Enfoque *choice*

Por otro lado, Anas (1982) y McFadden (1978) desarrollan el enfoque alternativo *choice* en el que las localizaciones son bienes de consumo y los precios de estas localizaciones son exógenos, entonces el modelo se basa en que el consumidor decide qué y cuanto consumir de este bien. Este enfoque se basa en la maximización de la función de utilidad a través de un modelo de elección discreta con utilidad aleatoria.

En este enfoque, a diferencia del enfoque *bid*, los precios de las localizaciones son dados y es el consumidor quien hace la elección que maximice su función de utilidad. Este enfoque también trabaja con utilidad aleatoria, que se describe en dos partes como se muestra en la ecuación 1.7, una determinística, la que depende de los atributos de la localización y una parte estocástica representada por una variable aleatoria de media nula que recoge los errores aleatorios que el modelador observa en el comportamiento.

$$\underset{i}{\operatorname{máx}} \bar{V}_{hi} = V(z_i) + \varepsilon_{hi} \quad (1.7)$$

La distribución de la variable aleatoria suele seguir una distribución de valor extremo, en que una de las más usadas es la Gumbel, la cual produce en estos modelos de elección discreta, el modelo Logit, si se considera que los errores se asumen independientes e idénticamente distribuidos.

$$\varepsilon \sim \operatorname{Gumbel}(\mu, 0) \quad (1.8)$$

El modelo Logit determina la probabilidad de que se escoja la localización i condicional al consumidor h de la siguiente forma:

$$P_{i|h} = \frac{\exp(\mu \cdot V_{hi})}{\sum_j \exp(\mu \cdot V_{hj})} \quad (1.9)$$

Donde μ es la varianza de la variable aleatoria de la función de utilidad.

- Equivalencia *bid-choice*

Martínez (1992) concluye que ambos modelos, dado que siguen los mismo principios microeconómicos, son equivalentes, es decir, producen la misma distribución de hogares en el espacio. Para probar esta equivalencia, se redefinió el proceso de maximización de la utilidad en un proceso de maximización del excedente del consumidor, que se calcula como la diferencia entre la disposición a pagar del consumidor y el precio de la localización.

$$\max_i CS_{hi} = w_h(z_{vi}; u_h) - r_i \quad (1.10)$$

Un supuesto fundamental para esta equivalencia es que los precios del terreno son endógenos en ambos casos, esto por la condición cuasi-única del bien a transar, ya que como no existen dos localizaciones idénticas, las transacciones se deben llevar a cabo en un proceso de remate, donde el precio siempre estará afectado por las apreciaciones de los compradores, de esta forma:

$$r_i = \max_h w_h(z_{vi}; u_h) \quad (1.11)$$

Luego, al reemplazar r_i en la ecuación 1.10, el problema de maximización del excedente del consumidor queda:

$$\max_i CS_{hi} = \max_i \left(w_h(z_{vi}; u_h) - \max_h w_h(z_{vi}; u_h) \right) \quad (1.12)$$

En esta expresión se puede observar la existencia de ambos enfoques, por un lado, los precios se determinan en un proceso de remate (enfoque *bid*) y, por otro, los consumidores se localizan en las localizaciones donde su utilidad es máxima (enfoque *choice*), por lo que, ambos enfoques llevan a la misma distribución espacial de consumidores.

Este modelo se puede extender para la aplicación de la utilidad aleatoria, considerando que las funciones de postura de los consumidores tienen asociado un error estocástico independiente e independientemente distribuido de tipo Gumbel con parámetros $(0, \mu)$. Con este supuesto, se construye la probabilidad de que un agente h se adjudique la localización i bajo el enfoque bid ($P_{h|i}$) y la probabilidad de que dado un agente h , este escoja la localización i bajo el enfoque choice ($P_{i|h}$).

$$P_{h|i} = \frac{\exp(\mu \cdot w_{hi})}{\sum_g \exp(\mu \cdot w_{gi})} \quad (1.13)$$

$$P_{i|h} = \frac{\exp(\mu \cdot (w_{hi} - r_i))}{\sum_j \exp(\mu \cdot (w_{hj} - r_j))} \quad (1.14)$$

Con las rentas de la localización i calculadas como:

$$r_i = \frac{1}{\mu} \cdot \ln \sum_h \exp(\mu \cdot w_{hi}) \quad (1.15)$$

2. Modelos de Simulación de Uso de Suelo

La dinámica en los modelos de uso de suelo se suele incorporar por medio de modelos de microsimulación, los cuales utilizan funciones de comportamiento simples y supuestos exógenos para obtener una implementación aplicable computacionalmente.

El modelo DELTA, desarrollado por Simmonds (1999) es un modelo que simula el comportamiento de los desarrolladores inmobiliarios, la localización de hogares y empleos y cambios demográficos. Esto lo hace a través de módulos que interactúan entre sí, un módulo de uso de suelo, un módulo económico y un módulo de migración, donde todas las decisiones son tomadas según un enfoque de elección discreta utilizando el modelo Logit. En la misma línea, UrbanSim (Waddell, 2002) es un modelo de microsimulación que simula los hogares, los desarrolladores, los empleos y el precio de los inmuebles. Las asignaciones de demanda y oferta siguen la regla de maximización de los beneficios individuales y las decisiones de localización son simuladas en base a un modelo Logit multinomial, pero no utiliza un enfoque de remate ni de equilibrio de mercado, sino que se muestrea un conjunto de nuevas alternativas de localización en base a las ganancias esperadas, y la localización final se escoge entre estas nuevas alternativas y la localización de mayor utilidad.

Por otro lado, el modelo PECAS desarrollado por Hunt y Abraham (2003) simula el comportamiento de los desarrolladores inmobiliarios a través de matrices input-output que incluyen bienes, servicios, trabajos y terrenos. Este modelo es complejo y no asegura ni existencia ni unicidad de un equilibrio estable. También en base a matrices input-output TRANUS (de la Barra et al., 1984) es un modelo que integra el uso de suelo y el transporte y simula la localización de actividades, los agentes inmobiliarios y el sistema de transporte multimodal. Una característica de este modelo es que distingue empleo básico del no básico, donde se asignan primero los cambios en el empleo básico y el no básico se comporta como demanda inducida.

El Modelo de Uso de Suelo de Santiago (MUSSA) desarrollado por Martínez (1996) y mejorado por Martínez y Donoso (2001 y 2010) encuentra la demanda y oferta inmobiliaria como un equilibrio de mercado de uso de suelo bajo un enfoque microeconómico basado en la equivalencia *bid-choice*. Este modelo está calibrado para simular la ciudad de Santiago y permite incorporar una serie de regulaciones como subsidios o restricciones de uso de suelo, y consta de un modelo de oferta, de demanda y de equilibrio detallados en Martínez y Henríquez (2007). Este enfoque de equilibrio de mercado con los mismos modelos de oferta y demanda se utiliza en CUBE Land, pero sus especificaciones permiten ampliar su uso para las definiciones propias del modelador respecto al comportamiento de los distintos agentes y para la calibración de cualquier ciudad o estructura urbana, por lo mismo, es este modelo el que se utilizará en esta memoria para obtener las soluciones de equilibrio de uso de suelo en nuestra ciudad ficticia.

3. Modelo de Uso de Suelo CUBE Land

CUBE Land utiliza como base el modelo *Random Bidding & Supply Model* (Martínez y Henríquez,2007) que corresponde a un modelo de oferta y posturas estocásticas, que surge del resultado de la equivalencia entre los modelos *bid* y *choice* y busca representar el comportamiento de hogares y firmas para alcanzar un equilibrio de uso de suelo en un mercado inmobiliario. La asignación se realiza por medio de un remate e incorpora economías de escala y externalidades de localización.

Este modelo cuenta con 3 sub-modelos de equilibrio que interactúan para llegar a un equilibrio global del mercado, como se describen a continuación:

- Modelo de Oferta

El modelo de oferta se basa en el comportamiento de los desarrolladores inmobiliarios quienes desarrollan la oferta inmobiliaria disponible, siguiendo el proceso de maximización de beneficios o el profit de los desarrolladores que queda definido por la siguiente expresión:

$$\pi_{vi} = r_{vi} - c_{vi} + \varepsilon_{vi} \quad (1.16)$$

Donde r_{vi} representa las rentas obtenidas por una vivienda v en la zona i , c_{vi} es el costo de ofertar dicha vivienda y ε_{vi} es el error estocástico, el cual se asume independiente e idénticamente distribuido Gumbel con parámetros $(0, \lambda)$.

La función de costos depende, por una parte, de atributos exógenos que no dependen de la oferta localizada y de atributos endógenos que describen el entorno del bien inmueble y dependen de la oferta localizada, de esta forma $c_{vi} = c_{vi}(S_{vi})$. Esto puede representar externalidades o economías de escala en este modelo de oferta.

Por lo tanto, de los supuestos se obtiene el modelo Logit, donde la probabilidad de oferta P_{vi} se determina a través de una ecuación de punto fijo definida por:

$$P_{vi} = \frac{\exp(\lambda \cdot (r_{vi} - c_{vi}(P_{vi})))}{\sum_{wj} \exp(\lambda \cdot (r_{wj} - c_{wj}(P_{wj})))} \quad (1.17)$$

Luego el modelo de oferta de CUBE Land incorpora la demolición de infraestructura respecto a una situación previa, entonces la oferta S_{vi} se obtiene mediante la ecuación 1.18.

$$S_{vi} = S_{0vi} \cdot (1 - k_{vi}) + (S - S_0 - S_D) \cdot P_{vi} \quad (1.18)$$

$$\text{con } S = \sum_{vi} S_{vi}, S_0 = \sum_{vi} S_{0vi} \text{ y } S_D = \sum_{vi} S_{0vi} \cdot k_{vi}, \quad (1.19)$$

Donde S_{0vi} es la oferta en la situación previa y k_{vi} es la tasa de demolición definida exógenamente por el modelador.

- Modelo de Demanda

Denotando por h la categoría de consumidores, la cantidad de cada tipo de consumidor es H_h . El comportamiento de los consumidores se determina por su función de postura

B_{hvi} que representa su máxima disposición a pagar por una vivienda v en la localización i .

La función de postura se asume la siguiente forma:

$$B_{hvi} = b_h + b_{hvi} + b \quad (1.20)$$

Donde b_h se define como la postura de referencia y depende exclusivamente del tipo de consumidor. Este elemento representa el nivel de utilidad y se ajusta en el equilibrio de manera de alcanzar el equilibrio general; b_{hvi} es la valoración del agente h sobre los atributos de la vivienda v y de la localización i y b es una constante que permite ajustar los niveles de postura a un nivel absoluto.

Además, se asume que las posturas poseen errores estocásticos independientes e idénticamente distribuidos Gumbel con parámetros $(0, \mu)$. Con esto se tiene la expresión de las probabilidades de localización de un agente dado una localización y un tipo de vivienda.

$$P_{h|vi} = \frac{H_h \cdot \exp(\mu \cdot B_{hvi})}{\sum_g H_g \cdot \exp(\mu \cdot B_{gvi})} \quad (1.21)$$

Los efectos de externalidades de localización o economías de aglomeración se incorporan mediante la componente b_{hvi} . Esto significa que la valoración de los agentes sobre los atributos de vivienda y de zona dependen de la localización del resto de los agentes, es decir, depende de las probabilidad de localización y esta endogeneidad se escribe como:

$$b_{hvi} = b_{hvi}(P_{h|vi}, S_{vi}) \quad (1.22)$$

Donde S_{vi} representa la oferta inmobiliaria en la localización i . Esto hace explícita la dependencia de las localizaciones en la postura y, por lo tanto, se traduce en un problema de punto fijo dado por:

$$P_{h|vi} = \frac{H_h \cdot \exp(\mu \cdot (b_h + b_{hvi}(P_{h|vi}, S_{vi})))}{\sum_g H_g \cdot \exp(\mu \cdot (b_g + b_{gvi}(P_{h|vi}, S_{vi})))} \quad (1.23)$$

- Equilibrio

La condición que permite el equilibrio entre los modelos de oferta y demanda es la siguiente:

$$H_h = \sum_{vi} S_{vi} \cdot P_{h|vi} \quad (1.24)$$

Esto corresponde a decir que todos los agentes se localizan. Si reemplazamos la probabilidad en esta condición, podemos despejar la componente b_h de postura de referencia como:

$$b_h = -\frac{1}{\mu} \cdot \ln\left(\sum_{vi} S_{vi} \cdot \exp(\mu \cdot (b_{hvi} - r_{vi}))\right) \quad (1.25)$$

Las rentas corresponden a un resultado del proceso de remate del modelo y adquiere el valor de la máxima disposición a pagar en cada localización y dado que los errores

estocásticos de las posturas distribuyen Gumbel, la expresión de las rentas se expresa como:

$$r_{vi} = -\frac{1}{\mu} \cdot \ln \left(\sum_i H_i \cdot \exp(\mu \cdot B_{hvi}) \right) + \sum_k \alpha_{vi}^k \cdot X_{vi}^k + \frac{\gamma}{\mu} \quad (1.26)$$

Donde el término de la máxima postura estimada se complementa con atributos de la vivienda no identificados en la postura por tener idéntica valoración entre los agentes y se denota como X_{vi}^k con α_{vi}^k los parámetros de estos atributos, k el conjunto de atributos posibles y γ la constante de Euler.

El problema de equilibrio se traduce en un sistema de ecuaciones de puntos fijos, para el cual se asegura la existencia y unicidad de soluciones bajo ciertas condiciones para la varianza de las posturas y para la varianza del beneficio de los desarrolladores, estas condiciones se consideran para hacer las especificaciones de CUBE Land.

4. Accesibilidad

La accesibilidad es un concepto ampliamente utilizado en distintas áreas de estudio y adquiere distintos significados según su uso. En la literatura existen diferentes definiciones que permiten encontrar puntos en común, en particular, de aquellas que nacen desde un enfoque económico que definen la accesibilidad de manera cuantificable, a diferencia de la RAE que la define como una condición. Desde la geografía, Ramírez (2003) la define como una función de proximidad o cercanía con un determinado bien, en el ámbito de la medicina se suele usar el término accesibilidad como los costos de transporte, tiempo y búsqueda que supone procurarse de atención (Frenk,1985), por otro lado, Martínez (1995) la define como los beneficios derivados de la interacción entre dos actividades, y ese beneficio no es más que el bienestar obtenido por realizar la interacción menos el costo de la interacción, el cual está asociado principalmente al transporte.

De estas definiciones presentes en la literatura es posible notar que hay dos elementos claves al hablar de accesibilidad bajo un enfoque económico, el beneficio o la calidad de la interacción, que depende del uso del suelo y de los gustos o necesidades del individuo que realiza la interacción, y el costo asociado a realizar esa interacción, relacionado principalmente la distancia y el transporte.

Si pensamos en el beneficio de realizar una interacción bajo el supuesto de que los individuos son seres racionales, las interacciones solo se realizan si el beneficio neto que le genera al individuo es positivo. Si consideramos un individuo n localizado en i y una actividad localizada en j , el individuo debe decidir si realiza la interacción asumiendo que el beneficio neto que le genera realizar la interacción es b_{nij} y el costo al que se enfrenta es c_{nij} , entonces el individuo realiza la interacción con el agente en j si se cumple la siguiente condición:

$$b_{nij} = \max_j (b_{nj} - c_{nij}) > 0 \quad (1.27)$$

Entonces b_{nij} es una medida microeconómica de la accesibilidad relativa, es decir, de una interacción elemental entre dos agentes.

Esto nos dice que la accesibilidad es fundamentalmente una interacción entre dos agentes, por lo tanto, existe también un agente pasivo que no realiza el viaje, pero al cual la interacción le genera beneficios positivos o negativos. Esto lleva a definir la atractividad como el beneficio generado al agente pasivo que es el visitado, sea un individuo o una actividad, es decir, cada interacción produce beneficios para, al menos, los dos agentes que están interactuando, a estos beneficios se les llama acceso y está compuesto por la accesibilidad y la atractividad.

Podemos caracterizar cada localización con medidas de acceso y estas dependen del individuo. En la microeconomía una expresión simple para medir el beneficio de un viaje se obtiene integrando la función de demanda de viaje.

$$b_{npj} = \int_{x^0}^{x^1} D_{npj}(q_j, c_{ij}) dx \quad (1.28)$$

Donde q_j representa la calidad de la actividad de destino, c_{ij} corresponde al costo generalizado de transporte, D_{npj} representa un viaje en específico del individuo n hacia un destino con un propósito p y $x^0 = (q_j^0, c_{ij}^0)$ y $x^1 = (q_j^1, c_{ij}^1)$ representan cambios en las condiciones del viajes que es la calidad o beneficio del destino.

Con esto, a continuación, se describe la forma de derivar los beneficios de las interacciones a través de los dos modelos más aplicados de demanda de viajes.

- Beneficios derivados desde un modelo de interacción espacial

Este es un modelo basado en la teoría de la entropía. El modelo de demanda de viajes se define como:

$$D_{npj} = A_{npi} O_{npi} B_{npj} E_{npj} \exp(-\beta_{np} c_{pij}) \quad (1.29)$$

Donde O_{npi} son los viajes generados en la zona i por un individuo n con propósito p , E_{npj} los viajes que atrae la zona j de un individuo n con propósito p , β_{np} es el parámetro de costo asociado al individuo y al propósito del viaje y A_{npi} y B_{npj} son factores de balance que se definen como:

$$A_{npi} = \left(\sum_j B_{npj} E_{npj} \exp(-\beta_{np} c_{pij}) \right)^{-1} \quad (1.30)$$

$$B_{npj} = \left(\sum_i A_{npi} O_{npi} \exp(-\beta_{np} c_{pij}) \right)^{-1} \quad (1.31)$$

Estos factores de balance han sido interpretados como medidas del potencial de accesibilidad de la zona i y atractividad de la zona j respectivamente. La accesibilidad potencial se refiere a que incorpora los beneficios de viajes potenciales en toda la ciudad. Martínez y Araya (2000a, 2000b) obtuvieron las siguientes medidas económicas en unidades monetarias para la accesibilidad (acc) y atractividad (att):

$$acc_{npi} = -\frac{1}{\beta_{np}} \cdot \ln A_{npi} \quad (1.32)$$

$$att_{npi} = -\frac{1}{\beta_{np}} \cdot \ln B_{npj} \quad (1.33)$$

Al agregar ambas medidas, se puede obtener el beneficio total para el usuario asociado a un viaje de i a j como:

$$tub_{npj} = -\frac{1}{\beta_{np}} \cdot \ln A_{npi} B_{npj} \quad (1.34)$$

Es importante notar que la ecuación 1.23 es invariante si se utiliza un factor de escala constante que multiplique A_i y divida B_j , lo que implica que los valores obtenidos a través de las medidas de accesibilidad y atractividad son valores relativos, a diferencia del beneficio total tub_{ij} que es un valor absoluto pues las constantes se cancelan.

- Beneficios derivados desde un modelo de elección discreta con utilidad aleatoria

El modelo Logit multinomial es el modelo más conocido basado en la teoría de elección discreta, que fue formulado por Domenich y McFadden (1975). El modelo determina la probabilidad de que un individuo n en una localización i escoja el destino j para realizar una actividad con propósito p denotada por $P_{j|npi}$ de la misma forma que se mostró que se puede modelar la probabilidad de localización en la ecuación 1.9. Este modelo también produce una utilidad máxima esperada derivada de este proceso de elección.

$$V_{npi} = \frac{1}{\mu_{np}} \cdot \ln \left(\sum_j \exp(\mu_{np} \cdot V_{npj}) \right), \forall i \quad (1.35)$$

Donde $V_{npj} = V_{np}(q_j, c_{ij})$ es la utilidad producida por un viaje y combina la calidad de la interacción q_j y el costo generalizado del viajes c_{ij} y μ^{np} representa la varianza del proceso de elección. Esta expresión se conoce como la función logsuma de utilidades y se reconoce como una medida de accesibilidad (Ben-Akiva y Lerman, 1985).

Vale notar que a medida que aumentan las opciones de destino, aumenta V_{npi} , esto nos dice que el número de alternativas de interacción aumenta la accesibilidad, lo que es importante en el contexto de la evolución de las ciudades porque muestra que una ciudad más grande ofrece mejor accesibilidad.

La versión agregada del modelo Logit considera que n no representa un individuo sino un conjunto de individuos con comportamiento similar, por lo tanto, se tienen viajes generados en la zona i por el conjunto de individuos n con el propósito p son O_{npi} y los viajes con destino a la zona j son E_{npj} . Luego, las restricciones de viajes en orígenes y en destinos son, respectivamente:

$$O_{npi} = \sum_j E_{npj} \cdot P_{j|npi} \quad (1.36)$$

$$E_{npj} = \sum_i O_{npi} \cdot P_{i|npj} \quad (1.37)$$

Este modelo Logit puede considerar solo la restricción 1.36 o considerar ambas restricciones 1.36 y 1.37, a este último se le llama el modelo Logit doblemente acotado. Al considerar solo la restricción 1.36, la accesibilidad agregada queda descrita por:

$$\bar{V}_{npi} = \frac{1}{\mu_{np}} \cdot \ln \left(\frac{1}{O_{npi}} \cdot \sum_j E_{npj} \cdot \exp(\mu_{np} \cdot V_{npj}) \right) \quad (1.38)$$

Y al considerar el modelo doblemente acotado, se puede representar la medida de atractividad según:

$$\bar{V}_{npj} = \frac{1}{\mu_{np}} \cdot \ln \left(\frac{1}{E_{npj}} \cdot \sum_i O_{npi} \cdot \exp(\mu_{np} \cdot (V_{npj} - \bar{V}_{npi})) \right) \quad (1.39)$$

Es importante señalar que Anas (1983) demostró que, si los parámetros del modelo de utilidad aleatoria y el de entropía son lineales en la utilidad, el modelo Logit multinomial puede ser derivado del modelo de máxima utilidad aleatoria con máxima verosimilitud, lo cual hace que ambos modelos sean equivalentes en ese caso.

5. Modelos de Asignación de Transporte Privado

La modelación de redes urbanas de transporte es un tema ampliamente abordado en la literatura, en particular, sobre modelos de asignación de transporte privado, que buscan modelar las elecciones de ruta del transporte privado en la red de transporte disponible. Estos modelos suelen incorporar el supuesto de racionalidad de los agentes de forma que el automovilista elige siempre la ruta que minimice su tiempo de viajes, a este principio se le llama el principio de Wardrop (Cortés et al., 2013).

Estos modelos de asignación también se han desarrollado en su forma estocástica, considerando que existe diferencia en como los usuarios perciben los costos de transporte, generalmente se formula mediante considerar en una variable aleatoria en la función de costos de las rutas de distribución Gumbel. Un elemento un tanto constante en la formulación de estos modelos es el hecho de que la elección se realiza por ruta, es decir, la ruta completa del viajes se elige antes de iniciar el viajes. Este supuesto es levantado por Baillon y Cominetti (2008) que desarrollan el modelo de equilibrio Markoviano en transporte privado o *Markovian Traffic Equilibrium* (MTE). Este es un modelo de asignación estocástico de elección discreta, el cual se basa en que las asignaciones se realizan mediante un proceso secuencial de elección de arcos. Por lo tanto, se tiene un modelo de elección discreta en cada nodo que conecta los arcos.

Los tiempos de viajes en arcos se definen como $\bar{t}_a = t_a + \varepsilon_a$ donde t_a representa el valor esperado del tiempo de viaje en el arco a y ε_a es el término estocástico con media nula.

Baillon y Cominetti prueban una formulación con los tiempos en arcos de tipo *Bureau of Public Road* (BPR) que incluye el efecto de la congestión. En este trabajo se utilizará la simulación del modelo MTE con esta formulación de la función de los tiempos de arcos del tipo BPR que se muestran en la ecuación 1.40, donde sus parámetros deben ser especificados según la red de transporte que se desea simular.

$$t_a = t_a^0 \left(1 + b_a \left(\frac{w_a}{c_a} \right)^{p_a} \right) \quad (1.40)$$

Donde t_a^0 corresponde a los tiempos de arco en flujo libre, c_a es la capacidad del arco, w_a es el flujo del arco y b_a y p_a corresponden a parámetros de diseño que se detallan más adelante.

Consideremos un destino d , un vehículo llega al nodo i y compara los costos generalizados del viaje utilizando cada arco saliente del nodo i (estos arcos se denotan como A_i^+) y elige el de menor costo generalizado. Se define z_{ad} como el costo estocástico del viaje al destino d utilizando el arco a :

$$z_{ad} = \bar{t}_a + \bar{\tau}_{ad} \quad (1.41)$$

Donde $\bar{\tau}_{ad}$ es el tiempo óptimo de viaje entre las rutas disponibles para llegar al destino d desde el arco a . El automovilista va repitiendo el proceso de selección en cada nodo el arco que tenga el menor costo generalizado. Este modelo encuentra las probabilidades de elección del arco en cada nodo i , P_a^d , que se describe como:

$$P_a^d = \begin{cases} P[z_{ad} \leq z_{bd}, \forall b \in A_n^+] & \text{si } a \in A_n^+ \\ 0 & \text{si } a \notin A_n^+ \end{cases} \quad (1.42)$$

Dada la formulación Logit al asumir que los errores ε_a distribuyen Gumbel, estas probabilidades se pueden escribir como:

$$P_a^d = \frac{\exp(-\theta z_{ad})}{\sum_{b \in A_n^+} \exp(-\theta z_{bd})}. \quad (1.43)$$

Donde θ corresponde al parámetro de dispersión. Dada la formulación Logit, el tiempo óptimo de viaje entre las rutas disponibles para llegar al destino d desde el arco a queda descrito como:

$$\bar{\tau}_{ad} = -\frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{a \in A_n^+} \exp(-\theta z_{ad}) \right). \quad (1.44)$$

La condición de conservación de flujo en cada nodo se escribe como:

$$x_{id} = g_{id} + \sum_{a \in A_i^-} \nu_{ad} \quad (1.45)$$

Donde x_{id} corresponde al flujo entrante en el nodo i hasta el destino d , g_{id} es la demanda que se genera en el nodo i hacia el destino d , ν_{ad} el flujo del nodo a con destino d y A_i^- el conjunto de arcos que llegan al nodo i . Además, el flujo esperado x_{id} se asigna entre los distintos arcos según $\nu_{ad} = x_{id} P_a^d$.

Finalmente, el modelo MTE alcanza el equilibrio al solucionar un problema de punto fijo para los flujos en arcos w_a .

Capítulo 2

Formulación del Modelo

En este capítulo se detalla la formulación del modelo dinámico de ciudad ficticia para el muy largo plazo. Se formula el modelo de uso de suelo CUBE Land y el modelo de transporte MTE, se detallan los modelos socioeconómicos y de generación y distribución de viajes, se explica la forma en que estos modelos se integran para una solución de Uso de Suelo y Transporte (UST) y se definen las funcionalidades con las que cuenta el modelo.

1. Especificaciones CUBE Land

Para definir las condiciones en las que se simulará el modelo de uso de suelo, tenemos que, en primer lugar, definir el espacio de localizaciones. Consideraremos una grilla cuadrada de 400 zonas como se muestra en la Figura 2.1, cada zona tiene un área de 25 km^2 y representa una posible localización. En segundo lugar, se definen los agentes h involucrados, se consideran 5 tipos de agentes entre residenciales y no residenciales, estos se muestran en la Tabla 2.1.

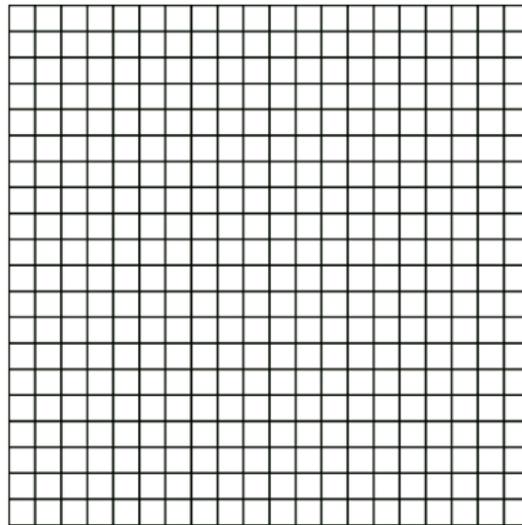


Figura 2.1: Grilla de 400 zonas de localización disponibles.

Definimos las variables y funciones de comportamiento que caracterizarán al modelo de uso de suelo.

h	Agente
1	Hogar de ingreso bajo
2	Hogar de ingreso medio
3	Hogar de ingreso alto
4	Industria
5	Comercio

Tabla 2.1: Agentes del modelo.

v	Vivienda	q_c^v	q_t^v
1	casa pequeña	35	35
2	casa grande con patio	70	140
3	departamento/oficina	50	1
4	local mediano	50	50
5	lote grande	300	500

Tabla 2.2: Tipos y variables de viviendas.

- Variables

Definimos 3 tipos de variables: de agentes (h), de viviendas (v) y zonales (i).

– Variables de agentes

La única variable de agentes que se considerara en el modelo es el ingreso por hogar que denotamos I_h , estos valores son constantes para el modelo y solo se definen para los agentes de tipo residencial, es decir, para $h = 1, 2, 3$ y los valores utilizados, en $[UF]$, son: $I_{h=1} = 13,283$, $I_{h=2} = 25,618$ y $I_{h=3} = 37,953$.

– Variables de viviendas

Se definen 5 tipos de viviendas, y cada tipo de vivienda está caracterizada por dos variables: el tamaño de construcción q_c^v y el tamaño de terreno q_t^v . El primero representa el tamaño de construcción en planta de la vivienda y el segundo la porción de suelo utilizado por la vivienda. La definición de las viviendas y sus atributos se muestran en la tabla 2.2.

– Variables zonales

Consideraremos 3 atributos zonales: la densidad poblacional, el precio del suelo y el acceso. Entonces, sea H_{hvi} la matriz de localizaciones, se define la densidad residencial (ρ_i^{res}), industrial (ρ_i^{ind}) y comercial (ρ_i^{com}) de la zona i , en $[hab/km^2]$, de la siguiente forma:

$$\begin{cases} \rho_i^{res} = \sum_{h=1}^3 \sum_{v=1}^5 H_{hvi} \frac{\theta_h}{A_i}, \\ \rho_i^{ind} = \sum_{v=1}^5 H_{4vi} \frac{\theta_h}{A_i}, \\ \rho_i^{com} = \sum_{v=1}^5 H_{5vi} \frac{\theta_h}{A_i}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Donde A_i corresponde al área de la zona i , $A_i = 25km^2 \forall i$ y θ_h es el número promedio de habitantes por hogar.

Sea r_{vi} las rentas de las viviendas v en la zona i , el precio del suelo p_i , en $[UF/m^2]$, que representa el valor mínimo entre los tipos de viviendas se define de la siguiente forma:

$$p_i = \min_v p_{vi} = \min_v \frac{r_{vi}}{q_{vi}^t}. \quad (2.2)$$

Las variables ρ_i y p_i se construyen como las variables endógenas del modelo de uso de suelo. En el caso del acceso, esta variable se define como un atributo exógeno a CUBE Land, lo que significa que es un atributo zonal que recibe CUBE Land como entrada y se mantiene fijo durante el cálculo del equilibrio de este modelo. La definición de esta variable y su forma funcional considera la utilizada por León (2019), donde el acceso presenta dos componentes: accesibilidad (acc_i) y atractividad (att_i) y sus formas funcionales inspiradas en el modelo de entropía se establecen de manera *ad hoc* de la forma que sigue:

$$acc_i = \ln \left(\sum_{j=1, j \neq i}^{400} (\rho_i^{ind} + \rho_i^{com}) \exp(-\alpha_0 \cdot t_{ij}) \right), \quad (2.3)$$

$$att_i = \ln \left(\sum_{j=1, j \neq i}^{400} \rho_i^{res} \exp(-\alpha_0 \cdot t_{ji}) \right), \quad (2.4)$$

Donde α_0 es un parámetro exógeno y t_{ij} representa los tiempos de viajes en minutos entre las zonas i y j .

Con estas variables, se definen las funciones de comportamiento que incluyen la función de costos de los desarrolladores que caracteriza el modelo de oferta y las funciones de postura de los agentes que caracterizan el modelo de demanda.

- Función de Costos

La función de costo C_{vi} representa el costo total para los desarrolladores de construir una vivienda v en una zona i y se define en la ecuación 2.5 que cuenta con dos componentes: $\alpha_1 \cdot q_c^v$ representa el costo de construcción de la vivienda v igual en todas las zonas y $p_i \cdot q_t^v$ es el costo del suelo que depende de cada zona.

$$C_{vi} = \alpha_1 \cdot q_c^v + p_i \cdot q_t^v. \quad (2.5)$$

- Funciones de Postura

Definimos las función de postura de cada agente h por una vivienda v en la zona i , b_{hvi} como sigue:

$$b_{hvi} = \begin{cases} \alpha_h \cdot I_h + \alpha_{1h} \cdot acc_i + \alpha_{2h} \cdot f_h(\rho_i^{res}) + \alpha_{3h} \cdot qc_v + \alpha_{4h} \cdot qt_v, & \text{si } h = 1, 2, 3, \\ \alpha_{1h} \cdot att_i + \alpha_{2h} \cdot f_h(\rho_i^{ind}) + \alpha_{3h} \cdot qc_v + \alpha_{4h} \cdot qt_v, & \text{si } h = 4, \\ \alpha_{1h} \cdot att_i + \alpha_{2h} \cdot f_h(\rho_i^{com}) + \alpha_{3h} \cdot qc_v + \alpha_{4h} \cdot qt_v, & \text{si } h = 5, \end{cases} \quad (2.6)$$

La función $f_h(\cdot)$ se define como la función percepción de la densidad y representa la forma en que cada agente valora las densidades zonales.

2. Modelo de Asignación de Transporte Privado MTE

Para el modelo de transporte es necesario definir una red de transporte, la cual se define como un conjunto de nodos, arcos y centroides. Para ilustrar como se define la red, considere la figura 2.2 donde se muestra la grilla de 400, cada una de 5 [km] por lado que contiene una red de transporte interna que contiene 16 nodos, un centroe y los arcos que los conectan, se consideran 3 tipos de arcos y todos están definido en ambas direcciones.

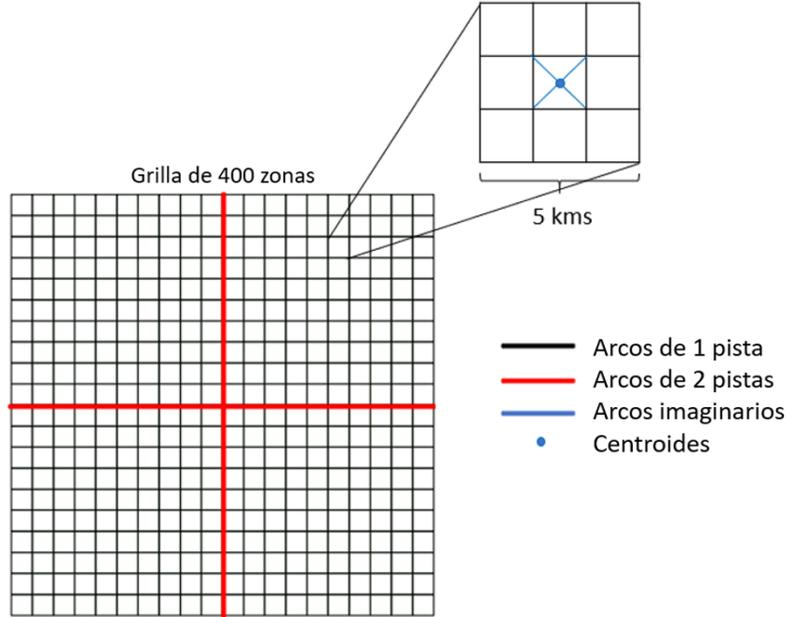


Figura 2.2: Estructura de la red en la grilla y de cada zona.

El objetivo de utilizar esta red es ver el efecto de un sistema de autopistas o carreteras de mayor capacidad que el resto de la red que cruce toda la grilla. Luego, se debe definir una función de tiempos en arcos que caracteriza el problema de equilibrio que resuelve el MTE.

- Función de Congestión

Se considera una función con congestión del tipo BPR y entonces el tiempo en arco t_a se define de la misma forma que se mostró en la ecuación 1.40.

$$t_a = t_a^0 \left(1 + b_a \left(\frac{w_a}{c_a} \right)^{p_a} \right) \quad (2.7)$$

Donde t_a^0 es el tiempo a flujo libre del arco a , w_a es el flujo del arco a , c_a la capacidad del arco a , p_a es un parámetro del arco a que representa la velocidad en que crecen los tiempos y b_a es un parámetro que se obtiene al considerar que el tiempo t_a alcanza un valor específico \bar{t}_a cuando $w_a = c_a$, entonces $b_a = \bar{t}_a/t_a^0 - 1$.

3. Modelos Socioeconómicos

Estos modelos representan el crecimiento poblacional de la ciudad ficticia y estima la evolución de la cantidad de hogares y firmas por cada tipo de agente, a medida que aumenta la población. Para la formulación de estos modelos se utilizan metodologías basadas en el PIB per cápita de la ciudad desarrolladas por SECTRA e implementadas en León (2019) para casos de ciudades intermedias y ciudades grandes, que establece la relación entre el nivel de población N y el PIB per cápita. En la figura 2.3 se grafica el nivel de población de todas las regiones de Chile al 2012 y su PIB total, excluyendo la región de Antofagasta por sus particularidades, estableciendo una relación entre el PIB y la población como se muestra en la ecuación 2.8.

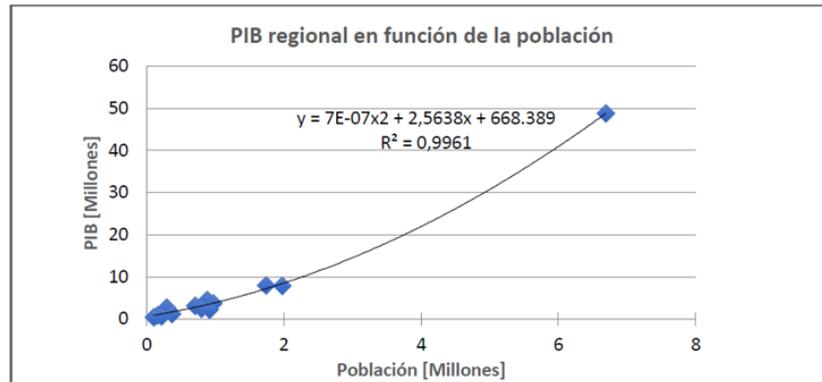


Figura 2.3: PIB regional de Chile en función de sus habitantes.

Vale la pena notar que estas metodologías y la relación del PIB con la población están modeladas para el caso de las regiones de Chile, que van entre rangos de población de aproximadamente 1 a 7 millones de población, es decir, no es directa la utilización de estos modelos para poblaciones más grandes, aunque por simplicidad se utilizará este modelo para todos los rangos de población de este trabajo, es decir, de 1 a 30 millones. El modelo estimado es:

$$PIB(N) = 7 \cdot 10^{-7} N^2 + 2,5638N + 668,389 \quad (2.8)$$

Estas metodologías constan de un modelo demográfico que determina la cantidad de cada uno de los hogares según el nivel de población y un modelo firmográfico que entrega

la cantidad de firmas, es decir, industria y comercio según el nivel de población, las que se describen a continuación:

- Modelo Demográfico

Este modelo se aplica de forma diferenciada para ciudad grande, la cual para efecto de esta memoria se define entre 5 y 29 millones de habitantes, y para ciudad intermedia, que se define entre 1 y 3 millones de habitantes. El modelo busca estimar el vector de la cantidad de agentes H_h para $h = 1, 2, 3$ a través de un modelo para predecir el número de hogares para ciertos rangos de ingresos, si asumimos un rango de ingresos r , la expresión de los hogares en aquel rango de ingresos se expresa como:

$$H_r = H \cdot P_r \quad (2.9)$$

Donde H es el número total de hogares y P_r es la probabilidad de pertenecer al rango de ingresos r . Esta metodología (SECTRA-MIDEPLAN,2008) consiste en utilizar un modelo de predicción de ingresos por decil I_d calibrado para la ciudad de Santiago en función del PIB per cápita y de un ingreso medio inicial por decil I_d^0 y luego se estima la cantidad de hogares según cierto rango de ingresos en base a la probabilidad de pertenecer a ese rango. El ingreso medio por decil se estima de la siguiente forma:

$$\ln I_d = \alpha_d + \beta_d \cdot \ln I_d^0 + \gamma - d \cdot \ln PIB_p \quad (2.10)$$

Para los valores I_d^0 se considerará el ingreso medio nacional de los hogares para el año 1993, según datos de la encuesta de empleo (EE,1993). Este modelo desarrollado por SECTRA se define en serie de tiempo, esto significa que los valores I_d^0 son el ingreso medio de cada decil en un periodo anterior. Para efecto de esta memoria se quiere predecir el ingreso medio por decil en varios cortes poblacionales de manera independiente, por lo tanto, es necesario adaptar este modelo y dejar estos valores constantes, dicho de otra forma, los ingresos medios por decil modelados para un corte de población no dependen de los ingresos medios en un corte anterior, y se eligen estos valores fijos ya que responden de mejor forma a la predicción que se quiere lograr.

La cantidad de los hogares totales H se determina para cada nivel de población utilizando una tasa de habitantes promedio por hogar. Se considera el parámetro θ_h en la densidades poblacionales definidas en la ecuación 2.1 para los casos $h = 1, 2, 3$. Entonces la cantidad de hogares queda definida como $H = N/\theta_h$.

La probabilidad P_r se determina asumiendo que los ingresos de los hogares siguen una distribución Lognormal, es decir, $\ln I \sim N(\mu, \sigma^2)$ y sus parámetros se estiman usando el método de máxima verosimilitud para una muestra de 10 observaciones, por lo tanto, quedan:

$$\hat{\mu} = \frac{\sum_d \ln I_d}{10} \quad (2.11)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum_d (\ln I_d - \hat{\mu})^2}{10} \quad (2.12)$$

Finalmente, la probabilidad de estar en un rango de ingresos $[a, b]$ se calcula como:

$$P_r = P(a \leq I \leq b) = P\left(\frac{\ln a - \mu}{\sigma} \leq z \leq \frac{\ln b - \mu}{\sigma}\right) \quad (2.13)$$

Con $z \sim N(0, 1)$.

Este modelo se calibró con datos de Santiago, es decir, se aplica para el caso de ciudad grande, definida aproximadamente de 5 a 7 millones de habitantes.

Para el caso de ciudad intermedia, con población menor a 3 millones de habitantes, se utiliza el mismo modelo de ciudad grande, pero en este caso se considera que la variable explicativa es el PIB nacional y los ingresos promedios corresponden al ingreso medio de ciudades en ese rango de población, SECTRA (2003) utiliza y calibra los parámetros del modelo para las 4 ciudades de la Región de Valparaíso (Valparaíso, Viña del Mar, Quilpué y Villa Alemana).

Vale la pena destacar que para este modelo de ciudad intermedia la variable explicativa es el PIB nacional, a diferencia del modelo de ciudad grande que utiliza el PIB de la ciudad, por lo tanto, es necesario utilizar un factor de convertibilidad.

Luego con esos valores es posible encontrar los estimadores de los parámetros de la distribución del ingreso que se asume log-normal y se calcula la probabilidad de encontrarse en un rango de ingresos P_r .

- Modelo firmográfico

De la misma forma que el modelo demográfico, este modelo estima el vector de la cantidad de agentes H_h , en este caso para $h = 4, 5$, para ciudades grandes e intermedias, las cuales se definen en el mismo rango de población que el modelo demográfico. SECTRA (2008) propone un modelo de predicción de superficie construida para firmas en ciudades grandes calibrado con datos de Santiago en función del PIB nacional, el que luego se convierte en el número de firmas. El modelo de predicción de la superficie construida se propone de forma lineal y no lineal, pero por simplicidad en este trabajo se utilizó la forma lineal, es decir: $SC_i = \beta_0 + \beta \cdot PIB$.

El estudio trabaja con 5 tipos de firmas: industria, comercio, servicios, educación y otros, para efecto de esta memoria la industria se considera igual pero el comercio agrega los otros 4 tipos de firmas. Es necesario utilizar el mismo factor de convertibilidad que se usó antes para utilizar el PIB nacional.

Para el caso de ciudades de tamaño intermedio se utiliza este mismo modelo, pero calibrado para algunas comunas más pequeñas de la Región Metropolitana: Calera de Tango, Pirque, Colina y Lampa. Luego, teniendo estos resultados es necesario transformar la superficie construida en número de firmas. Para esto se considera que el número de firmas es proporcional a la superficie construida para su uso, es decir, $H_h = \alpha_h \cdot SC_h$ (SECTRA-MIDEPLAN, 2008).

4. Modelo de Generación y Distribución de Viajes

Dado un estado del uso del suelo, el modelo de Generación y Distribución de Viajes (GDV) estima los viajes originados O_i y recibidos D_j de cada zona para luego construir la matriz de viajes origen-destino V_{ij} aplicando el modelo de maximización de la entropía doblemente acotado presentado en la ecuación 1.29. Esta matriz de viajes V_{ij} esta agregada para todos los tipos de hogares y corresponde a una variable de entrada del modelo MTE.

5. Interacción Uso de Suelo y Transporte (UST)

La interacción entre los modelos de uso de suelo y transporte se realiza a través de las medidas de accesibilidad y atractividad en un proceso *input-output* asociado a la variable de tiempos de viajes entre cada par origen-destino t_{ij} , estos tiempos son los resultados del modelo de transporte MTE y es un parámetro del cálculo de las variables zonales de acceso como se ve en las ecuaciones 2.3 e 2.4.

El modelo socioeconómico permite determinar la demanda por localización de cada agente para cada nivel de población, es decir, representa la dinámica o evolución del modelo. De esta forma, el proceso realizado para obtener una iteración de uso de suelo y transporte UST se inicia con el equilibrio de CUBE Land que entrega la matriz de localizaciones H_{hvi} . Con esta matriz el algoritmo de generación y distribución de viajes (GDV) obtiene la matriz de viajes V_{ij} que entra al modelo MTE, el cual retorna los tiempos de viajes entre pares de zonas t_{ij} , los que son parámetros en el cálculo de las variables de acceso, las cuales son un atributo zonal del modelo CUBE Land que retorna una nueva matriz de localizaciones.

El esquema de la integración entre uso de suelo y transporte se muestra en la Figura 2.4.

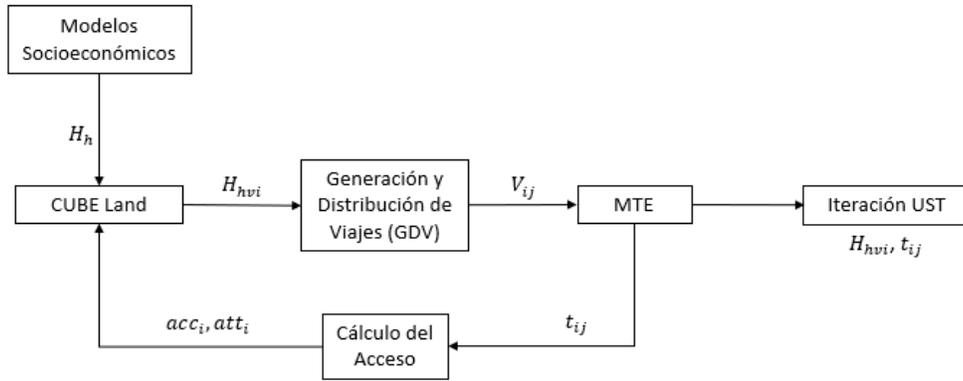


Figura 2.4: Esquema de la interacción entre uso de suelo y transporte.

6. Límite Urbano

La interacción UST se ha descrito para una ciudad cuyos límites están definidos, pero estos límites cambian con el tamaño de la ciudad y se requiere un modelo para definir el límite urbano para cada nivel de población N . La ciudad se construye en una grilla de 400 zonas y el modelo asume que existe una competencia entre agentes urbanos y agentes rurales por localizarse en cada una de las 400 zonas de la grilla y se identifica el mejor postor entre estos grupos para definir cuáles zonas pertenecen a la ciudad. Esta definición se modela externa al modelo CUBE Land y se realiza a través de identificar el profit máximo de cada zona, si ese profit es menor a una renta agrícola (R_A) definida exógenamente la zona es agrícola y no hay localización ni de hogares ni de firmas y se considera fuera del radio urbano, mientras que si el profit máximo entre los posibles usos de una zona es mayor o igual a esa renta agrícola, esa zona tiene un uso urbano.

$$\pi_{vi} = \max_v (r_{vi} - C_{vi}) \geq R_A, \forall i \in Z_{urb} \quad (2.14)$$

Donde Z_{urb} es el conjunto de zonas con uso urbano. Un supuesto importante es que esta decisión permite transformar una zona agrícola en urbana pero no al revés, es decir, si una zona que se consideraba urbana incumple la condición de profit se mantiene urbana.

Esta funcionalidad permite darle una característica fundamental al modelo y es que a medida que crece la población, la ciudad también crece de acuerdo a condiciones del mercado del uso del suelo y basado en el mecanismo del remate del suelo.

7. Restricción de Capacidad

El objetivo de esta funcionalidad es permitir incorporar regulaciones sobre el uso de suelo al modelo, en particular, sobre el terreno construido en cada zona. El terreno construido por zona se calcula de la siguiente forma:

$$\sum_v S_{vi} \cdot q_v^t \quad (2.15)$$

Por lo tanto, se puede definir exógenamente una capacidad de terreno zonal (Q_i) y la condición que se debe cumplir es la siguiente:

$$\sum_v S_{vi} \cdot q_v^t \leq Q_i, \forall i \quad (2.16)$$

Esta restricción se implementa a través de un aumento en el costo de producir el bien v en la zona i , por lo tanto, se agrega un nuevo elemento a la función de costos de CUBE Land de la ecuación 2.5 y entonces queda de la siguiente forma:

$$c_{vi} = \alpha \cdot q_v^c + p_i \cdot q_v^t + \beta_i \cdot q_v^t \quad (2.17)$$

Con β_i el multiplicador que genera la restricción de capacidad.

De esta forma, la restricción de capacidad queda como un sistema de ecuaciones no lineal de tamaño i . Para resolver este sistema por desigualdad se utiliza un algoritmo propuesto por Martínez y Henríquez (2007) que consiste primero en evaluar la restricción en todas las zonas y definir los conjuntos Z_{int} y Z_{ext} que representan las zonas que cumplen e incumplen la restricción respectivamente, luego se fija $\beta_i = 0, \forall i \in Z_{int}$ para después transformar el sistema de ecuaciones en desigualdad en un sistema de puntos fijos en igualdad ($\beta_i = F(\beta_i)$) para cada zona que incumpla la restricción, y por lo tanto, se determina el valor de $\beta_i, \forall i \in Z_{ext}$.

Para construir los puntos fijos mencionados se sigue la metodología de Martínez y Henríquez que multiplica la restricción 2.16 por $\exp(\gamma \cdot \beta_i \cdot q_k)$ con $q_k = \max_v q_v$ para asegurar que el sistema de punto fijo tiene solución única y permite calcular los nuevos multiplicadores de la restricción de capacidad en base a los de la etapa anterior.

Con lo cual, despejando el β_i en la parte derecha de la ecuación, queda un sistema de puntos fijos de la siguiente forma:

$$F(\beta_i) = \frac{1}{\gamma \cdot q_k} \cdot \ln \left(\sum_v \frac{S \cdot \lambda \cdot \exp(\gamma \cdot (r_{vi} - (\alpha \cdot q_{vi} + \beta_i \cdot (q_v - q_k))))}{Q_i \cdot \sum_{wj} \lambda \cdot \exp(\gamma \cdot (r_{wj} - (\alpha \cdot q_{wj} + \beta_j \cdot q_w)))} \right) \quad (2.18)$$

Luego de esto, se debe recalcular la oferta con los betas obtenidos para evaluar nuevamente la restricción de capacidad en cada zona y determinar los nuevos conjuntos Z_{int} y Z_{ext} , y se busca la convergencia de estos conjuntos para salir del algoritmo.

Capítulo 3

Desarrollo de Software

En este capítulo se detallan las especificaciones y funcionamiento de los software a utilizar para simular todos los modelos y se detalla la formulación del algoritmo de simulación.

1. Especificaciones CUBE Land

Las variables del modelo CUBE Land presentadas en el capítulo anterior se ingresan a CUBE Land mediante los distintos archivos de entrada, las variables de agentes se ingresan en el archivo ".agents.dbf", las variables de viviendas se ingresan en el archivo "real_estate.dbf" y las variables zonales se ingresan mediante el archivo "zones.dbf".

El parámetro de habitantes por hogar utilizado para la definición de las variables densidad en 2.1 lo asumimos $\theta_h = 3,5[\text{hab}/\text{km}^2]$ para $h = 1, 2, 3$ y $\theta_h = 1,0[\text{hab}/\text{km}^2]$ para $h = 4, 5$. El parámetro exógeno utilizado en las medidas de accesibilidad y atractividad en 2.3 y 2.4, se define como $\alpha_0 = 0,03[1/\text{min}]$

Los modelos Logit de oferta y demanda utilizan parámetros de varianza exógena, denotados por λ y μ en las ecuaciones 1.18 y 1.23 respectivamente, respectivamente. Para estas simulaciones se utilizan los siguientes valores: $\lambda = 0,03$ y $\mu = 2,5$ que aseguran convergencia. Para el valor de estos parámetros utilizados se consideró el proceso de calibración realizado por León (2019), debido a las similitudes del modelo y puesto que el objetivo de esta memoria no está en calibrar parámetros ni reproducir resultados, si no evaluar el comportamiento de los agentes del mercado inmobiliario y del mercado de transporte bajo ciertas condiciones exógenas y constantes. De esta forma, los parámetros utilizados en las funciones de posturas para cada agente se muestran en la Tabla 3.1. A diferencia del modelo de León, la especificación de las funciones de postura se realiza con las variables absolutas y no relativas como se puede ver en las ecuaciones 2.6, esto debido a que se quiere obtener el efecto de que crezcan los valores absolutos de las posturas cuando aumentan las variables densidad, accesibilidad y atractividad, entonces el parámetro utilizado en estas variables en las funciones de posturas se estimaron de forma que el aporte promedio a la postura de estas variables sea similar al aporte que tiene con las variables normalizadas y los parámetros usados por León.

En la función de costos de la ecuación ?? se asume el parámetro exógeno $\alpha_1 = 0,009[UF/m^2]$ de la misma forma que en el modelo de León utilizando su calibración.

h	α_h	α_{1h}	α_{2h}	α_{3h}	α_{4h}
1	0.1	3.0	0.003	0.002	0.002
2	0.15	3.5	0.001	0.003	0.003
3	0.2	4.5	0.0005	0.004	0.004
4	-	3.0	0.01	0.01	0.05
5	-	4.5	0.002	0.05	0.01

Tabla 3.1: Parámetros utilizados en las posturas.

Las especificaciones de estas funciones de posturas y de costos junto a todos los parámetros utilizados se realiza a través del archivo "functions.lum" del software CUBE Land. Este archivo también permite definir variables endógenas a CUBE Land que se comporten de manera lineal en las funciones de posturas, sin embargo, las variables zonales ρ_i y p_i presentadas en las ecuaciones 2.1 y 2.2 respectivamente, que son aquellas que consideraremos variables endógenas del modelo CUBE Land, es decir, que actualizan sus valores cada vez que CUBE Land llega a un equilibrio, se actualizan a través de un proceso iterativo externo programado en Python el cual se muestra en la Figura 3.1, donde estas dos variables se actualizan en procesos consecutivos hasta alcanzar un equilibrio general en que ambas se estabilizan, cada proceso de actualización implica el modificar el archivo de entrada que contiene las variables zonales "zones.dbf". Esto se hace debido a que se quiere tener la capacidad de simular funciones no lineales en las posturas y además endogenizar una variable en la función de costos.

Finalmente CUBE Land necesita de un archivo de control que le entrega las condiciones en las que se simula el modelo de oferta, de demanda y de equilibrio. El aspecto más importante de destacar de este archivo de control es que el modelo de oferta se simula con oferta variable.

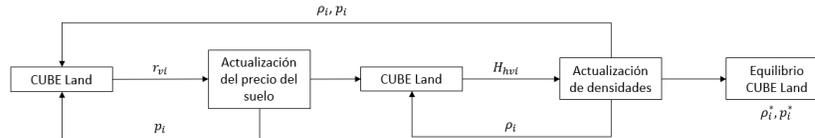


Figura 3.1: Proceso de endogeneidad de las densidades y precios del suelo en CUBE Land.

2. Modelos socioeconómicos

- Modelo demográfico

Los parámetros utilizados para el modelo demográfico para ciudad grande e intermedio se muestran en las Tablas 3.2 y 3.3 respectivamente.

- Modelo Firmográfico

Los parámetros del modelo de superficie construida para ciudad grande e intermedia se muestran en las Tablas 3.4 y 3.5 respectivamente, para el caso de ciudad intermedia los parámetros obtenidos para industria, servicio y otros no entregan muy buenos resultados, por lo tanto, solo se actualizan los parámetros de los usos de comercio y educación.

Luego, los factores de conversión de firmas para ciudad grande se calibran para los datos de la provincia de Santiago, estos se muestran en la Tabla 3.6e, mientras que en la tabla 3.7

Decil	$I_d^0[\$]$	α	β	γ
1	31.507	-0,617	0,551	0,766
2	57.168	-0,318	0,554	0,756
3	77.813	-0,269	0,58	0,727
4	102.018	-0,291	0,598	0,718
5	128.670	-0,206	0,62	0,681
6	162.873	-0,106	0,64	0,646
7	203.100	-0,047	0,647	0,637
8	271.239	0,024	0,691	0,564
9	401.239	0,206	0,736	0,471
10	885.539	0,496	0,804	0,324

Tabla 3.2: Ingreso medio inicial y parámetros por decil para ciudad grande.

Comuna	$I_d^0[\$]$	α	β	γ
Valparaíso	365.350	1	1,19	-0,46
Viña del Mar	678.210	1,95	1,19	-0,46
Quilpué	530.971	1,6	1,19	-0,46
Villa Alemana	489.408	1,24	1,19	-0,46

Tabla 3.3: Ingreso medio inicial y parámetros por comunas para ciudad intermedia.

se muestran los factores calibrados para las comunas de Calera de Tango, Pirque, Colina y Lampa que se utilizan para el modelo de ciudad intermedia.

- Resultados

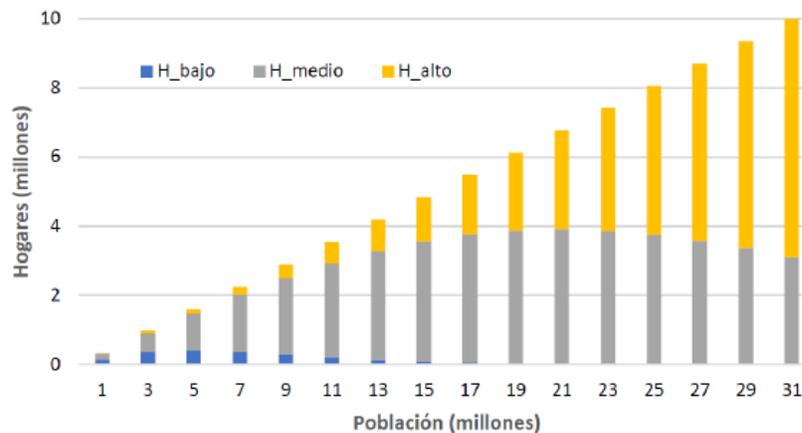


Figura 3.2: Distribución de hogares residenciales para cada nivel de población.

La implementación de estos modelos se realiza a través de Python mediante el método detallado anteriormente. En las Figuras 3.2, 3.3 y 3.4 se muestran los resultados de H_h para $h = 1, 2, 3, 4, 5$ en cada corte de población utilizando los modelos de ciudad intermedia para los dos primeros cortes de población, entre 1 y 3 millones de habitantes, y de 5 a 29 millones

Uso	β_0	β
Industria	82.528,34	0,269
Comercio	8.222.980,32	0,068
Servicios	3.949.997,23	0,2
Educación	3.011.792,038	0,0179
Otros	2.075.725,68	0,059

Tabla 3.4: Parámetros para la estimación de la superficie construida por uso para ciudad grande.

Uso	β_0	β
Comercio	9.527,69	0,0011
Educación	14.162,35	0,0007

Tabla 3.5: Parámetros para la estimación de la superficie construida por uso para una ciudad intermedia.

se utilizan los modelos de ciudad grande.

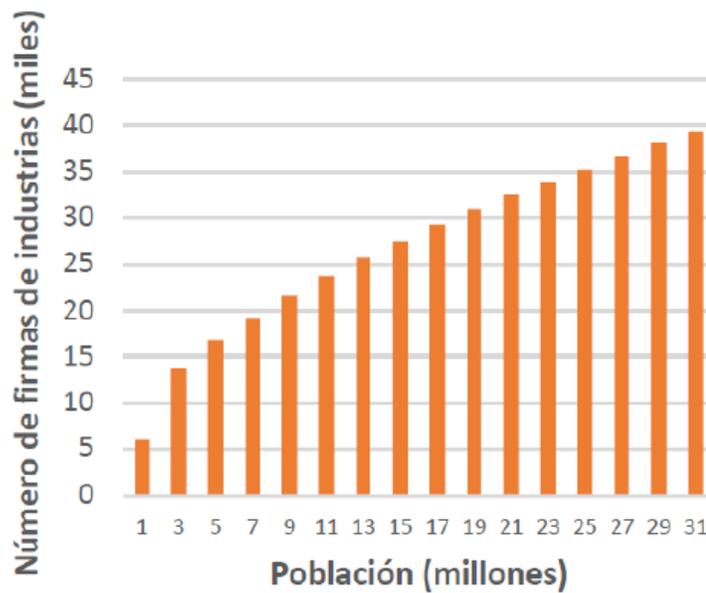


Figura 3.3: Distribución de industrias para cada nivel de población.

Los resultados de estos modelos se incorporan en el modelo CUBE Land mediante el archivo de entrada "demand.dbf" que especifica la demanda de cada tipo de hogar, de esta forma, cada vez que se aumenta la población se edita este archivo de entrada.

3. Especificaciones MTE

El software que simula el modelo MTE recibe un solo archivo de entrada en formato texto que contiene la red de transporte, es decir, nodos, centroides y arcos, la forma funcional y

Uso	α
Comercio	0,00726
Educación	0,00117
Industria	0,0016
Otros	0,00433
Servicios	0,00435

Tabla 3.6: Factor de convertibilidad de firmas según el uso para ciudad grande.

Uso	α
Comercio	0,00713
Educación	0,00152
Industria	0,00058
Otros	0,00353
Servicios	0,0019

Tabla 3.7: Factor de convertibilidad de firmas según el uso para ciudad intermedia.

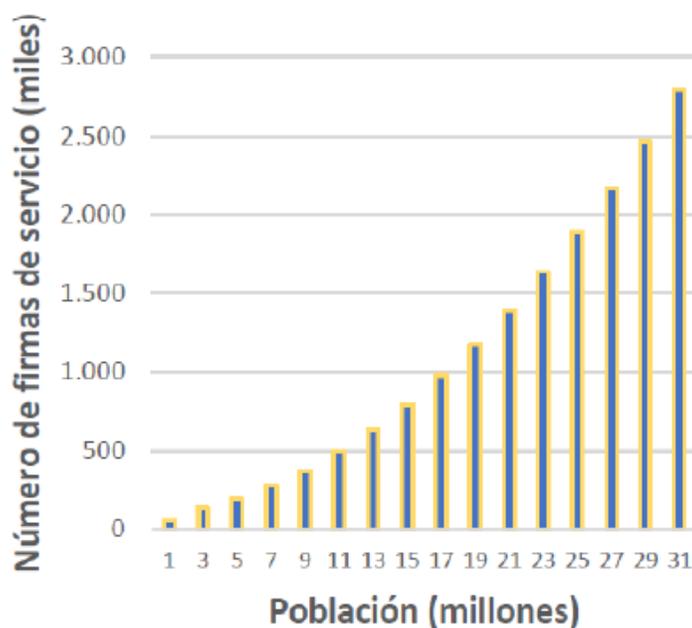


Figura 3.4: Distribución de comercio para cada nivel de población.

parámetros de las función de costos en arcos y la matriz de demanda de viajes, esta última matriz es la que irá cambiando en cada iteración manteniendo todo lo demás constante.

Como se ve en la figura 2.2, se definen 3 tipos de arcos en la red, arcos imaginarios que conectan los centroides con sus nodos contiguos y 2 arcos que conectan nodos entre sí, de una pista y de dos pistas por sentido. Los parámetros de la función de tiempos en arcos 2.7 de cada uno de estos grupos se muestran en la tabla 3.8; el parámetro p_a es un parámetro fijo en todos los arcos y usamos $p_a = 3$. Para el modelo Logit del MTE consideramos un parámetro

de dispersión igual a 1 (θ en la ecuación 1.43).

tipo de arco a	t_a^0 [min]	b_a [adimensional]	c_a [veh/h]
imaginario: bidireccional	0.1	0	1
real: bidireccional y 1 pista	3.33	2	2000
real: bidireccional y 2 pistas	2	4	4000

Tabla 3.8: Parámetros de la función de tiempos de cada tipo de arcos.

Es importante mencionar que la función 2.7 permite que los tiempos de viaje en los arcos crezcan solo hasta un valor máximo, el cual se define en 30 minutos, después de eso el tiempo se mantiene constante en este máximo como se muestra en la figura 3.5. Esta función se utiliza de esta forma dado que el software de simulación de este modelo presenta dificultades en los cálculos numéricos y eventualmente en el equilibrio cuando el tiempo en arco crece sin una cota máxima.

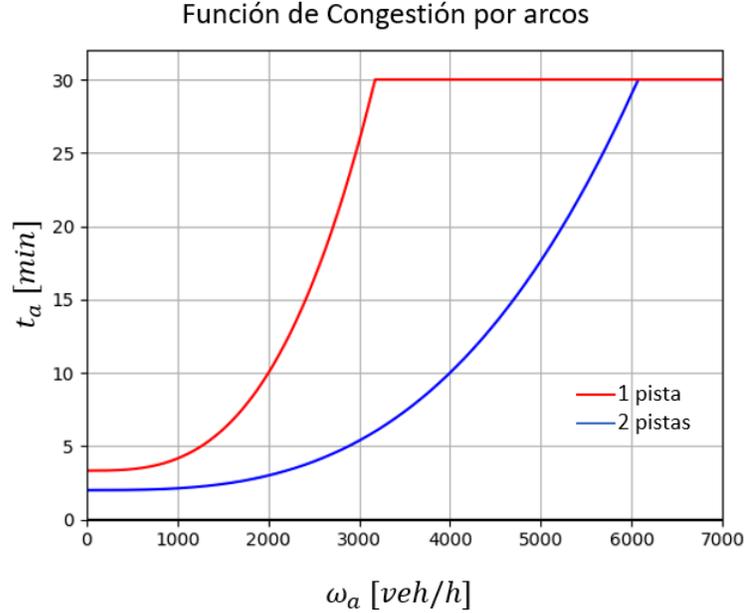


Figura 3.5: Funciones de tiempos en arcos.

4. Generación y Distribución de Viajes

La implementación de este modelo se realiza a través de Python y se resume en el siguiente algoritmo:

i. Computo de viajes generados $O_i = \sum_{v=1}^5 \sum_{h=1}^3 \eta_h H_{hvi}$ con H_{hvi} la matriz de localizaciones y η_h la tasa de generación de viajes por agente que se define como $\eta_h = [0, 5; 0, 5; 0, 5; 0, 2; 1, 0]$

ii. Computo del total de viajes $V = \sum_{i=1}^{400} O_i$

iii. Computo de viajes atraídos $D_j = \frac{\rho_j^{ind} + \rho_j^{com}}{\sum_{i=1}^{400} (\rho_j^{ind} + \rho_j^{com})} V$ con ρ_i las densidades poblacionales

iv. Encontrar los factores de balance en el problema de punto fijo del modelo de entropía doblemente acotado A_i y B_j con t_{ij} los tiempos de viajes entre zonas y un parámetro de ponderación del tiempo $\sigma = 0,02[1/min]$.

$$A_i = \frac{1}{\sum_{j=1, j \neq i}^{400} B_j \cdot D_j \exp(-\sigma t_{ij})} \quad (3.1)$$

$$B_j = \frac{1}{\sum_{i=1, i \neq j}^{400} A_i \cdot O_i \exp(-\sigma t_{ij})} \quad (3.2)$$

v. Estimación de la matriz de viajes $V_{ij} = A_i B_j O_i D_j \exp(-\sigma t_{ij})$

Luego, esta matriz de viajes obtenida V_{ij} se actualiza en el archivo de entrada del software del modelo MTE.

5. Límite Urbano

La implementación del límite urbano se realiza en el archivo de entrada del software CUBE Land "supply_exogenous_cutoff.dbf", el cual cumple la función de prohibir la construcción de una cierta vivienda v en cierta zona i , entonces si una zona no cumple la condición 2.14 presentada en la formulación del Límite urbano, se limita la construcción de todo tipo de vivienda en aquella zona de manera exógena a CUBE Land, la edición de este archivo de entrada se realiza a través de Python. Es importante señalar que si bien esta implementación es exógena a CUBE Land, es endógena al modelo de simulación UST a largo plazo pese a que no llega a una situación de equilibrio, debido a que es un resultado del modelo que se va actualizando en cada iteración.

6. Restricción de Capacidad

El paso a paso del algoritmo para implementar la restricción de capacidad presentada en el capítulo anterior se define de la siguiente forma:

- i. Entradas: $\beta_i^n \geq 0, \forall i$ y S_{vi}^n
- ii. Evaluar restricción de capacidad en todas las zonas y determinar Z_{int}^n y Z_{ext}^n
- iii. Fijar $\beta_i^{n+1} = 0, \forall i \in Z_{int}^n$
- iv. Calcular punto fijo $\beta_i^{n+1} = F(\beta_i^{n+1}), \forall i \in Z_{ext}^n$
- v. Definir $\alpha_n = 0,5/n$
- vi. Interpolar betas $\beta^{n+1} = \beta^n \cdot \alpha_n + \beta^{n+1} \cdot (1 - \alpha_n)$
- vii. Simular CUBE Land
- viii. Evaluar restricción de capacidad en todas las zonas y determinar Z_{int}^{n+1} y Z_{ext}^{n+1} .
- ix. Probar convergencia de los conjuntos Z , si converge fin, si no $n = n + 1$ y volver al paso iii.

La implementación de esta restricción no se llega a implementar en el modelo, pero se deja propuesta esta manera de hacerlo.

7. Algoritmo de Simulación

En el capítulo anterior se presentó el detalle de la interacción entre los modelos de uso de suelo y transporte para una población N dada, pero el modelo de simulación en el muy largo plazo debe ser aplicado en un algoritmo que incorpore esta interacción con N variable, lo que requiere la aplicación del límite urbano para modelar una ciudad en crecimiento, por esto se propone un algoritmo de solución que se detalla como se muestra a continuación:

Inicialización: Iteración 0. Dado un nivel de población inicial de 1 millón de habitantes, se determina el nivel de demanda de cada tipo de agente. Luego se distribuye esta demanda de una manera exógena y uniforme en un área central de la grilla de 4x4 zonas obteniendo la matriz H_{hvi}^0 . Con esta distribución inicial y considerando los tiempos de viajes entre zonas calculados a partir de los tiempos de arcos a flujo libre t_{ij}^0 , se computan las variables zonales de acceso para el modelo CUBE Land acc_i y att_i , el cual entrega la localización inicial H_{hvi} , con esta matriz se determina la matriz de demanda viajes V_{ij} a través del modelo de generación y distribución (GDV) el cual luego pasa por el modelo de asignación MTE y entrega los tiempos de viajes entre zonas t_{ij} para realizar un nuevo cálculo de las variables de acceso acc_i y att_i . Además, el modelo de uso de suelo entrega los valores de rentas r_{vi} , que es el parámetro utilizado en el proceso de determinación del límite urbano como se muestra en la ecuación 2.14, de esta forma, el límite urbano se incluye para generar una iteración 0 que esté concentrada en un subconjunto pequeño de zonas de la grilla Z^0 . El proceso termina con una simulación de CUBE Land dada el conjunto de zonas urbanas Z^0 y las últimas variables de acceso calculadas, este proceso completo se resume en la siguiente figura:

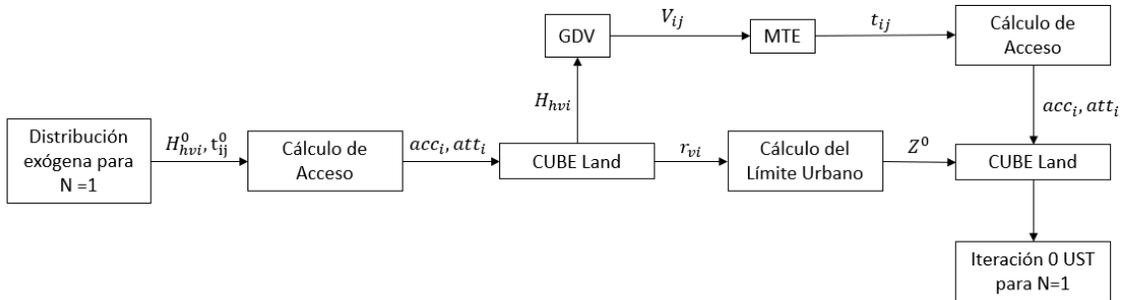


Figura 3.6: Esquema de la obtención de la iteración 0.

Proceso iterativo: Solución UST para población N: Este proceso corresponde al corazón del modelo y entrega las soluciones UST para cada nivel de población, iniciando con 1 millón de habitantes y aumentando 2 millones en cada paso. El algoritmo general su muestra en la Figura 3.7, donde se ve que está compuesto de 2 sub-procesos, la obtención de la solución UST y la determinación del límite urbano para cada nivel Z^N . Además se considera que 30 % de la oferta obtenida en cada zona se mantiene como oferta inicial para la siguiente población, lo que constituye una característica del modelo que representa la inercia o la memoria de infraestructura, esta característica se incorpora mediante la edición del archivo de entrada del modelo CUBE Land `initial_supply.dbf`.^{el} cual detalla la oferta S_{vi} con que inicia cada simulación y el factor de demolición $k_{vi} = 0,7\forall v, i$.

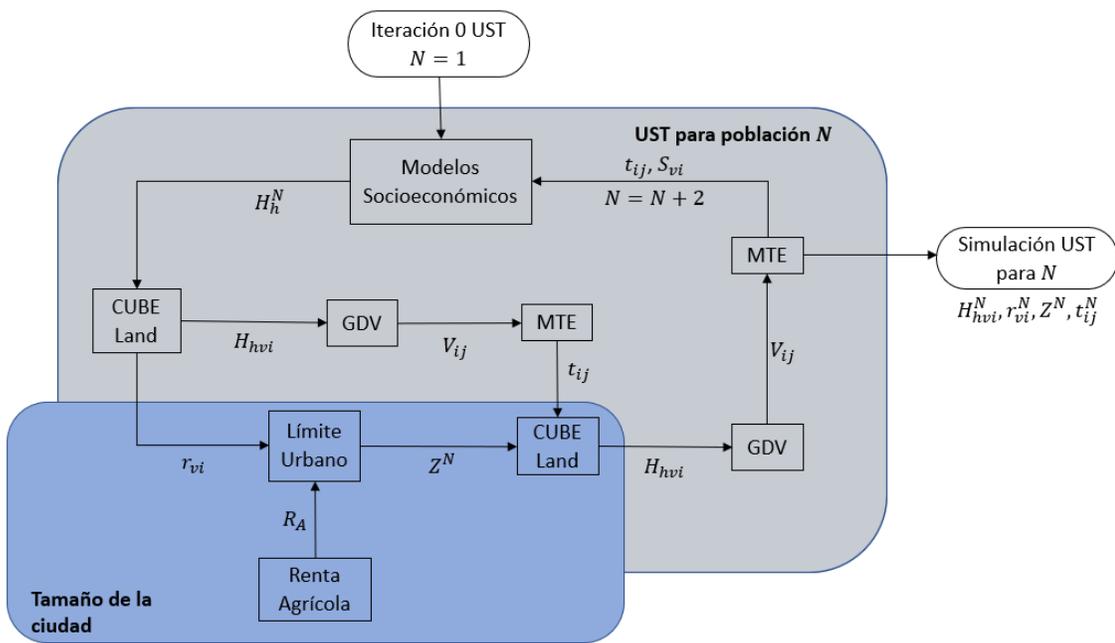


Figura 3.7: Esquema general del algoritmo de simulación.

Capítulo 4

Escenarios de Simulación

Los escenarios que se plantean buscan ver los resultados de las simulaciones bajo diferentes condiciones, pero hay supuestos que son parte del modelo de interacción UST en largo plazo que están presentes en todos los escenarios, estos supuestos se pueden resumir en los siguientes:

1. Los agentes no presentan un costo por relocalización desde un nivel de población a otro.
2. La demolición de oferta inmobiliario es exógena y constante, por lo tanto, tampoco presenta un costo.
3. La red de transporte completa está disponible para usarse en toda la simulación, incluso si esta fuera de la zona urbana.

Se plantean 5 escenarios de simulación, por un lado, 4 escenarios que establecen diferentes formas funcionales de la función percepción de la densidad ($f_h(\cdot)$ en 2.6) que representa cómo afecta en las posturas de un agente la localización de otros, es decir, representa las externalidades de localización; por otro lado, se simula un quinto escenario el cual modifica la red de transporte de la Figura 2.2 utilizando la función de percepción de la densidad del primer escenario, a continuación se detalla cada uno de los escenarios descritos.

- Escenario 1: Función Lineal

El primer escenario se define con la función lineal de la percepción de la densidad, es decir, $f_h(\rho_i^{uso}) = \rho_i^{uso}$. Esto significa que una zona que aumenta su densidad, con lo demás constante, siempre aumenta la postura con tasa igual a uno. El objetivo de este escenario es de ser una simulación base con función de percepción monótona creciente a tasa constante y analizar los efectos a largo plazo de esta simulación.

- Escenario 2: Función U-inversa

Este incorpora el efecto de saturación en la densidad poblacional, lo que significa que superado cierto nivel de densidad en una zona, la valoración de la densidad en esta zona empieza a disminuir. Este efecto solo se incorpora para el caso de los agentes

residenciales, mientras que para la industria y el comercio sus funciones de percepción son lineales: $f_{h=4}(\rho_i^{ind}) = \rho_i^{ind}$ y $f_{h=5}(\rho_i^{com}) = \rho_i^{com}$.

Además, se considera que la saturación de la densidad se produce en niveles distintos para los tipos de hogares, siendo los hogares de ingresos altos quienes perciben saturación al nivel más bajo de densidad y los ingresos bajos son quienes lo hacen a un nivel más alto, dicho de otra forma, a medida que aumentan los ingresos es mayor el efecto de saturación de la densidad porque se empieza a producir con menor densidad. De esta forma se define la función $f_{h=1,2,3}$ como sigue:

$$\begin{cases} f_{h=1}(\rho_i^{res}) = -\frac{(\rho_i^{res}-7000)^2}{7000} + 7000, \\ f_{h=2}(\rho_i^{res}) = -\frac{(\rho_i^{res}-5000)^2}{5000} + 5000, \\ f_{h=3}(\rho_i^{res}) = -\frac{(\rho_i^{res}-3500)^2}{3500} + 3500. \end{cases} \quad (4.1)$$

Gráficamente el comportamiento de estas funciones de percepción de la densidad se muestra en la Figura 4.1.

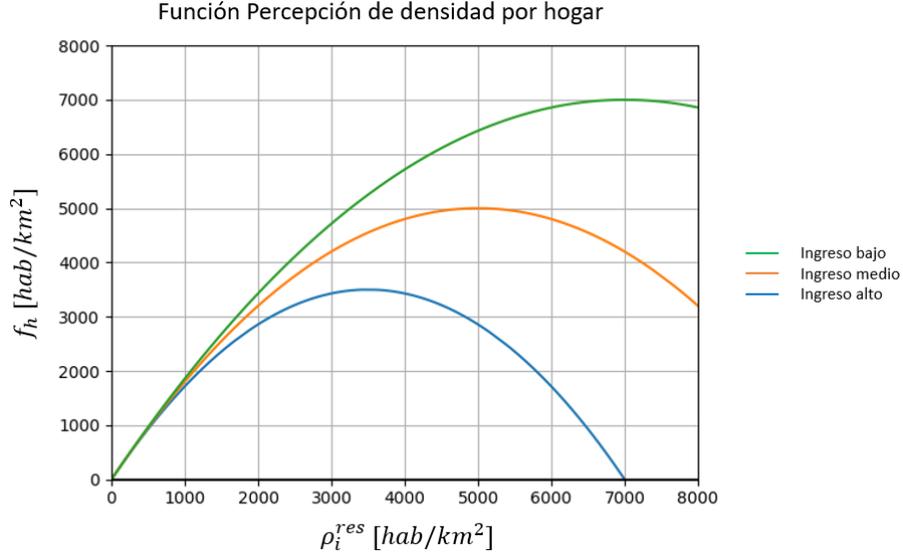


Figura 4.1: Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 2.

- Escenario 3: Función Plateau

Esta función de percepción de la densidad busca rescatar el efecto de saturación de la densidad presente en el escenario 2 con la misma forma funcional, pero a diferencia de este, la percepción se mantiene constante cuando se alcanza la saturación y se considera la misma diferenciación en los niveles de saturación para cada tipo de hogar, el comportamiento de esta función se aprecia en la Figura 4.2. Y al igual que en el escenario 2 la industria y el comercio usan funciones de percepción lineales, es decir, $f_{h=4}(\rho_i^{ind}) = \rho_i^{ind}$ y $f_{h=5}(\rho_i^{com}) = \rho_i^{com}$.

- Escenario 4: Función Raíz

El objetivo de este escenario es simular un escenario donde esté presente la saturación de la densidad de los escenarios 2 y 3 pero manteniendo el comportamiento monótono

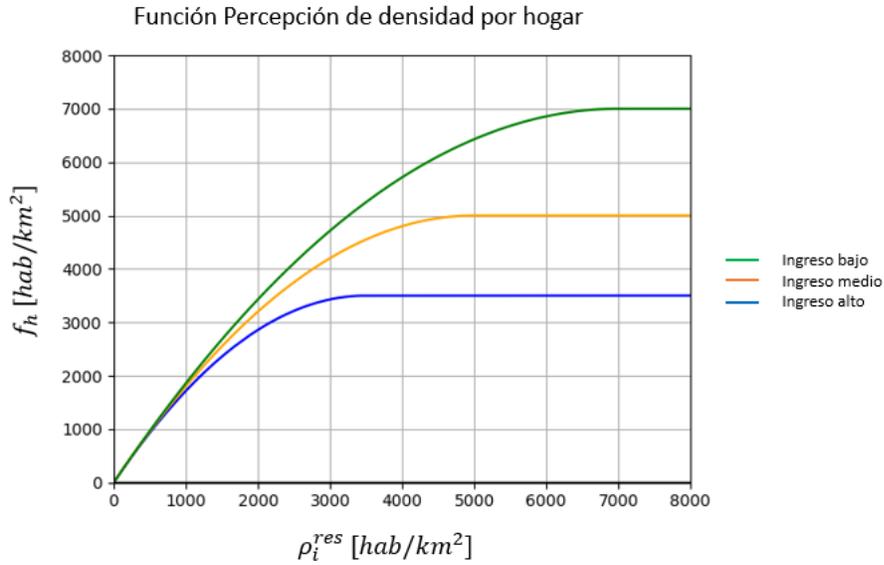


Figura 4.2: Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 3.

creciente de esta función, de esta forma, una vez alcanzado los niveles de saturación (iguales que en los escenarios 2 y 3) la función sigue creciendo pero de manera sub-lineal, entonces se define una función raíz como se ve en las ecuaciones 4.2 y gráficamente su comportamiento se ve en la Figura 4.3. En este caso también se utilizan funciones de percepción son lineales para la industria y el comercio.

$$\begin{cases} f_{h=1}(\rho_i^{res}) = \sqrt{(\rho_i^{res} \cdot 7000)}, \\ f_{h=2}(\rho_i^{res}) = \sqrt{(\rho_i^{res} \cdot 5000)}, \\ f_{h=3}(\rho_i^{res}) = \sqrt{(\rho_i^{res} \cdot 3500)}. \end{cases} \quad (4.2)$$

- Escenario 5: Función Lineal con Nueva Red de Transporte

En este escenario se simula con la misma función de densidad que el escenario 1 pero se modifica la red de transporte incorporando una nueva estructura de carreteras de dos pistas por sentido que atraviesa toda la grilla en una especie de circunvalación como se muestra en la Figura 4.4. El propósito de simular este escenario es ver si al cambiar la red de transporte cambia la evolución de la estructura resultante de la ciudad y el comportamiento de los indicadores urbanos.

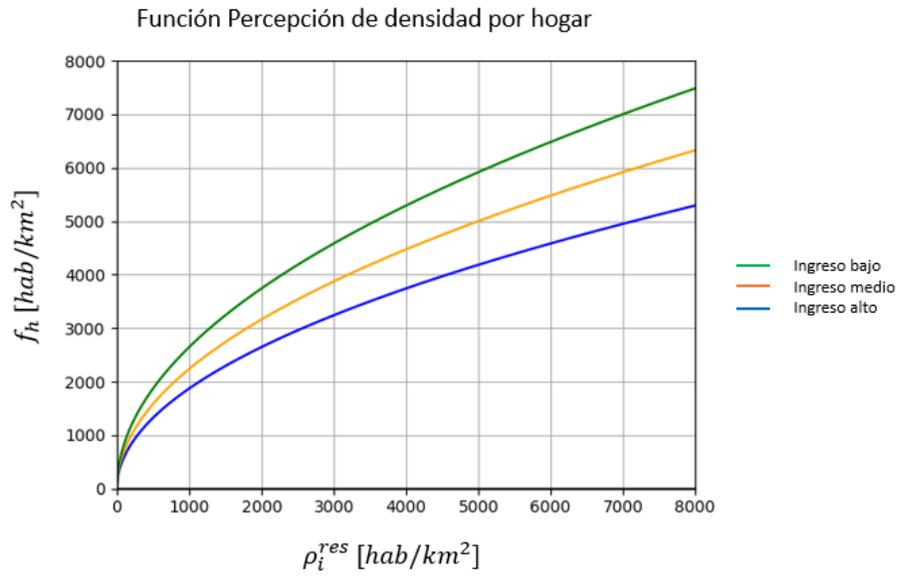


Figura 4.3: Función percepción de la densidad por hogar en el escenario 4.

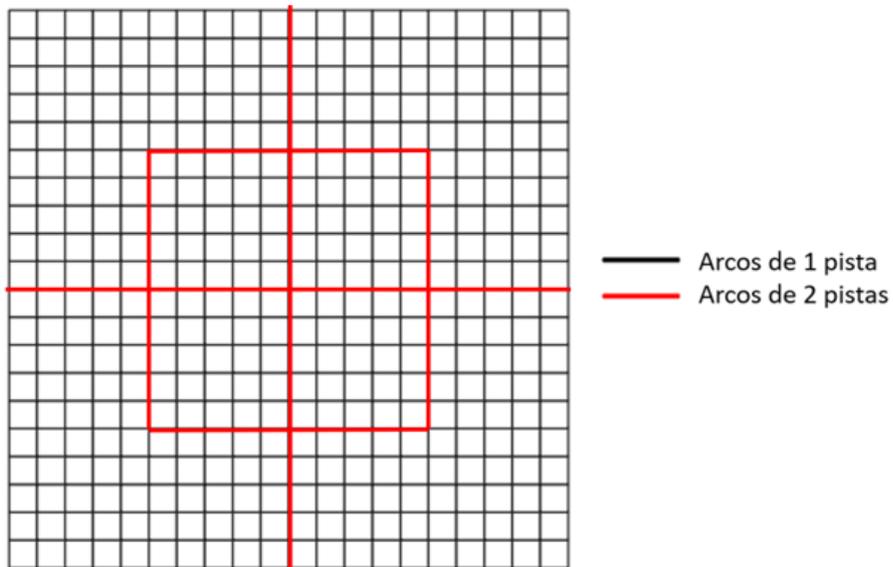


Figura 4.4: Red de transporte utilizada en el escenario 5.

Capítulo 5

Resultados

Se realiza la simulación del algoritmo de simulación de la Figura 3.7 para los escenarios planteados. Hay que tener en cuenta que la construcción de este modelo de largo plazo corresponde a una situación altamente simplificada, no existen políticas públicas, la red de transporte es muy simple y se mantiene fija, la grilla es una llanura plana y las zonas son de igual tamaño. Esta aplicación del modelo en un escenario simplificado pretende simular la evolución urbana exclusivamente generada por el comportamiento de los agentes en el mercado de manera de estudiar su efecto aislado de otros factores.

Los resultados de las simulaciones se visualizan a través del software QGIS que permite hacer representaciones gráficas de cierta variable en un espacio definido, estos resultados con sus respectivos análisis se muestran a continuación:

1. Escenario 1: Función Lineal

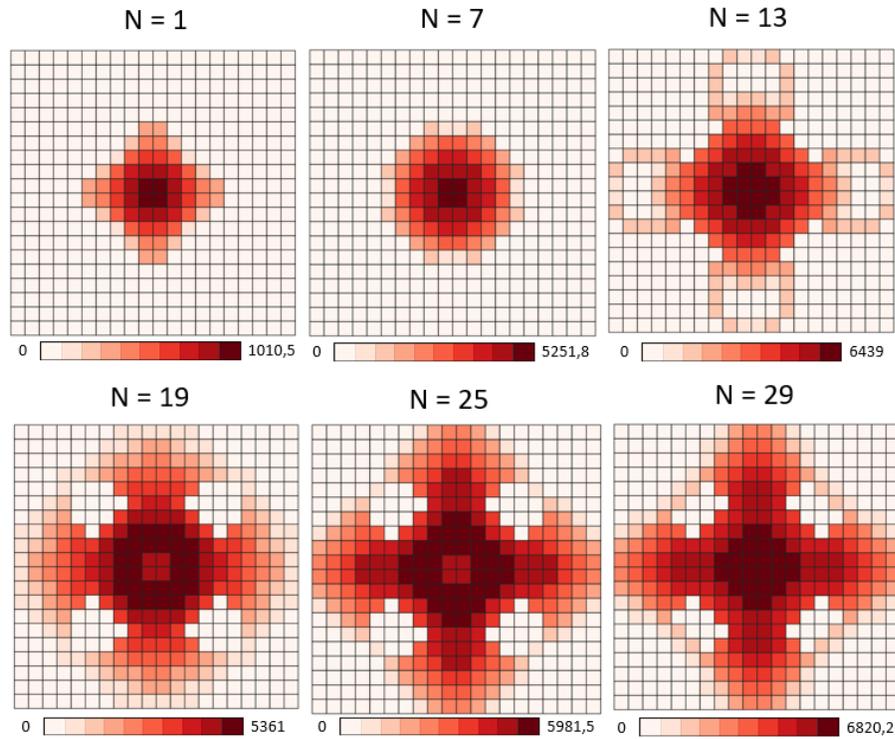


Figura 5.1: Resultado de las densidades residenciales para el escenario 1.

En las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3 se muestran los resultados de las densidades obtenidas en 6 cortes de población (N) para usos de suelo residencial, industrial y comercial, respectivamente.

Se puede ver que la densidad residencial muestra inicialmente una forma monocéntrica y crece en el sentido de los arcos de mayor capacidad de la red (autopistas en forma de cruz) que se muestran en la Figura 2.2. Un resultado curioso es la generación de ciertas zonas en cada cuadrante de la grilla que tienen un uso rural y no cambia su uso durante todo el período de simulación como se puede ver en la Figura 5.1. Esto quiere decir que esas zonas mantienen durante toda la simulación rentas menores a la renta agrícola y, de esta forma, genera zonas agrícolas dentro de la ciudad.

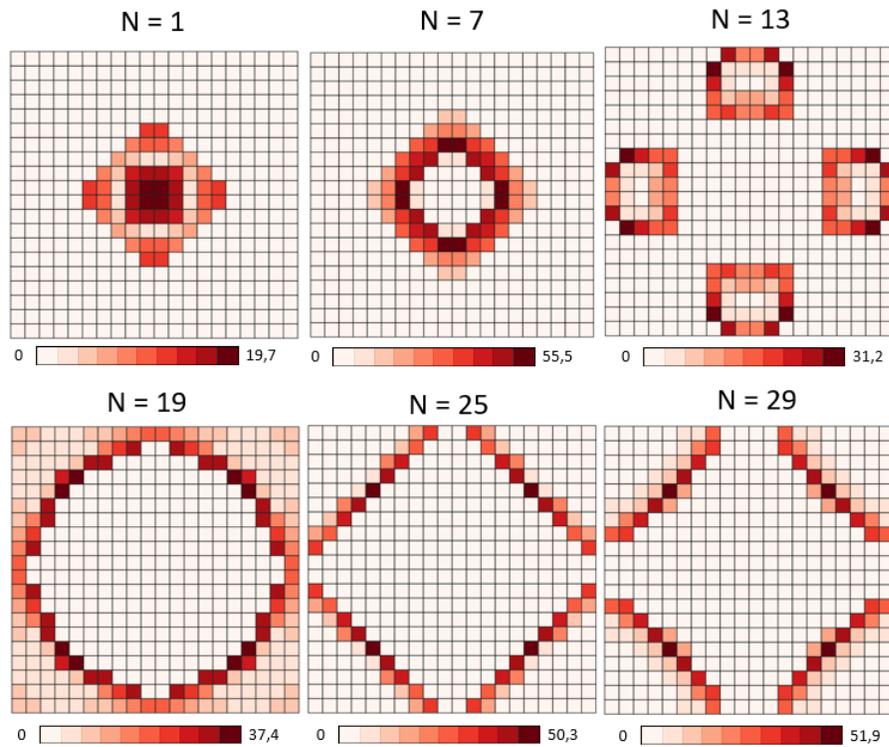


Figura 5.2: Resultado de las densidades industriales para el escenario 1.

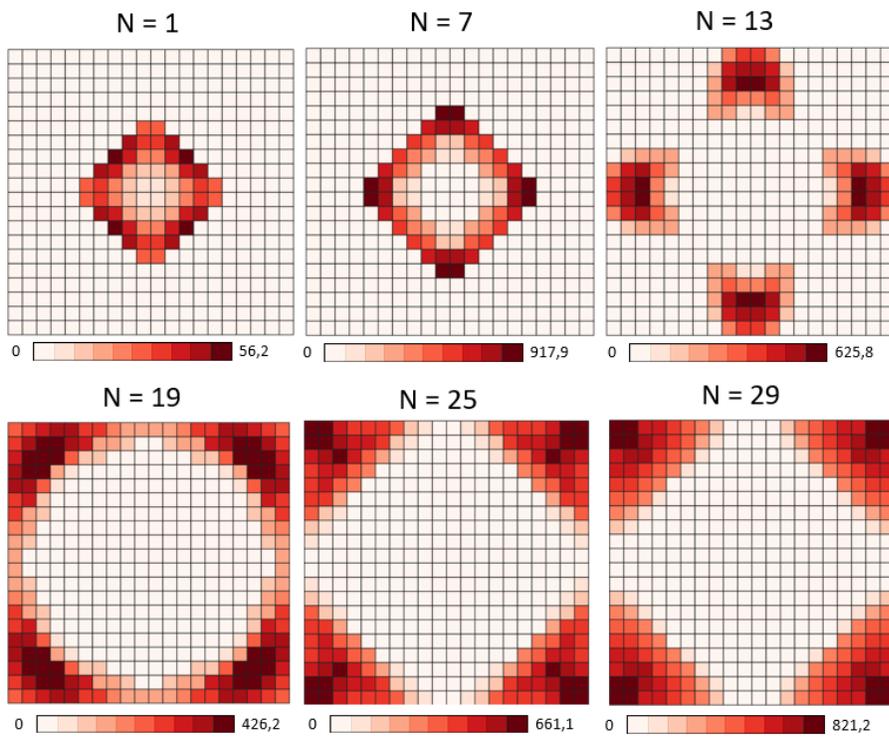


Figura 5.3: Resultado de las densidades comerciales para el escenario 1.

La densidad industrial y la comercial siguen una tendencia similar entre ellas de ubicarse

en las afueras de la ciudad, lo que responde a los parámetros utilizados en las funciones de posturas de estos agentes (3.1) y a la distribución de la atractividad que es la variable más importante para estos usos; esto provoca la distribución de agentes muy extrema que entrega la simulación.

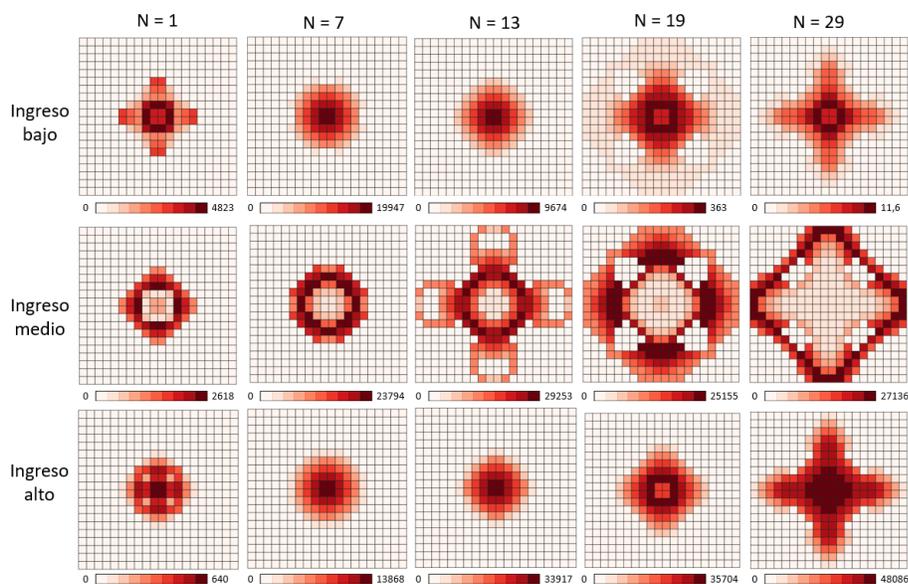


Figura 5.4: Resultado de las localizaciones por tipo de agentes residencial para el escenario 1.

En la Figura 5.4 se muestran los resultados de las localizaciones por tipo de hogar residencial en 4 cortes de población. La Figura 5.4 muestra que los hogares de ingreso bajo y alto presentan un comportamiento espacial parecido. Si vemos los parámetros de la función de postura de estos agentes en la Tabla 3.1, podemos notar que los ingresos altos son los que más valoran la accesibilidad, mientras que los ingresos bajos son quienes más valoran la densidad residencial, de tal forma que ambos se mueven hacia las zonas más densas y de mayor accesibilidad, mientras que los agentes de ingreso medio se ubican en las zonas intermedias que presentan menores precios del suelo y menores rentas. Es importante señalar que el modelo CUBE Land no cuenta con una restricción de ingresos estricta, solo tiene una penalización en costo de la localización, es decir, permite que los agentes pueden pagar más renta de las que permite los ingresos; esto constituye una limitación del modelo con potenciales efectos sobre la localización simulada.

La evolución de las variables de acceso, accesibilidad y atractividad, se muestran en la Figura 5.5 para 4 cortes de población. La accesibilidad y atractividad nos muestran un resultado esperado, por un lado, la accesibilidad presenta una estructura monocéntrica y que empieza a crecer en la dirección de las autopistas en el mismo sentido que las densidades residenciales, y por otro lado, la atractividad muestra un comportamiento complementario a la accesibilidad, es decir, las zonas de menor accesibilidad desarrollan mayor atractividad. Esto provoca que las zonas de mayor accesibilidad tengan uso residencial y las de menor accesibilidad concentren empleos y actividades productivas.

La atractividad muestra un comportamiento interesante de concentrarse mayoritariamente a las afueras de la ciudad, lo que puede deberse a la red de transporte que, por un lado,

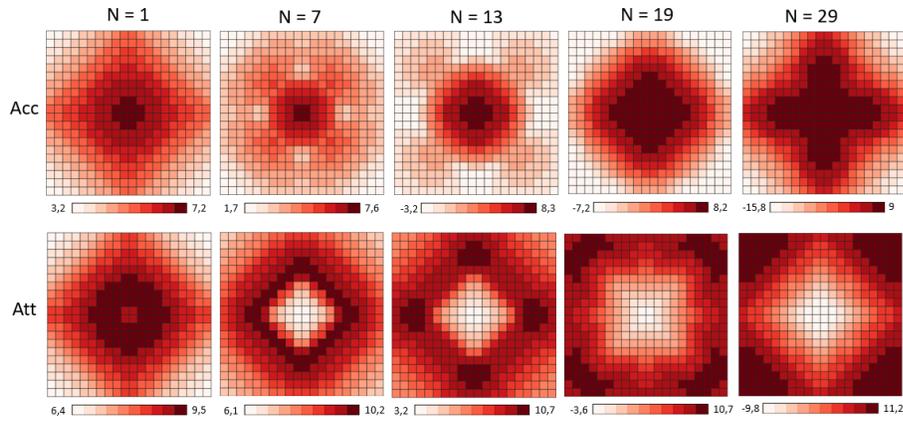


Figura 5.5: Resultado de las variables de acceso para el escenario 1.

es una ciudad construida en base al transporte privado y su red de transporte. Por lo tanto, se ve muy fuerte el efecto de las autopistas y como la ciudad crece en torno a ella, y por otro lado, se mantiene fija durante toda la simulación. Esto no solo significa que no se considera en la modelación la respuesta del mercado a la saturación de los arcos, sino que también quiere decir que, pese a que la ciudad o zona urbana pueda ir creciendo en la simulación, la red total de transporte esta siempre construida, es decir, los automovilistas pueden usar arcos que se encuentren en zonas agrícolas.

Los resultados obtenidos para el precio del suelo se muestran en la Figura 5.6. Estos muestran una clara tendencia con los precios mayores en una estructura monocéntrica creciendo hacia las autopistas que corresponde a las localizaciones residenciales, combinada con la estructura de un anillo sub-céntrico creciendo hacia los extremos que corresponde a los usos comercial e industrial. Esto genera que existan zonas intermedias entre ambas estructuras con menores precios de suelo y, por lo tanto, menores rentas, lo que está asociado al efecto que se muestra en la Figura 5.1 de zonas dentro de la ciudad con uso agrícola.

La Tabla 5.1 presenta el resumen de los indicadores más importantes para la evolución de la ciudad, donde Z^N representa la cantidad de zonas de la grilla que presentan uso urbano, R_{agg} es la renta agregada para la ciudad en cada nivel de población, que se define como: $R_{agg} = \sum_{v,i} S_{vi} \cdot r_{vi}$ y \bar{p}_i^{res} es la densidad residencial promedio.

En la Tabla 5.1 se puede ver la evolución de la densidad residencial promedio con la población, donde destacamos que no tiene un comportamiento monótono, esto significa que no crece con la población. Esto se produce porque la densidad está determinada por dos fuerzas en sentido contrario, el aumento de población que provoca el aumento en la densidad y el aumento de la extensión de la ciudad que genera la disminución de la densidad, por lo tanto, los resultados de densidad promedio se generan por una combinación de ambas fuerzas, siendo en las transiciones donde la ciudad más crece los puntos en donde la densidad promedio disminuye y en las transiciones donde el tamaño de la ciudad aumenta poco o se mantiene los momentos en que la densidad promedio aumenta.

La Tabla 5.1 nos muestra también que las rentas agregadas muestran un comportamiento creciente con la población. La Figura 5.7 muestra la evolución de estas rentas agregadas con la población en escala logarítmica, donde se muestra que este indicador crece de manera

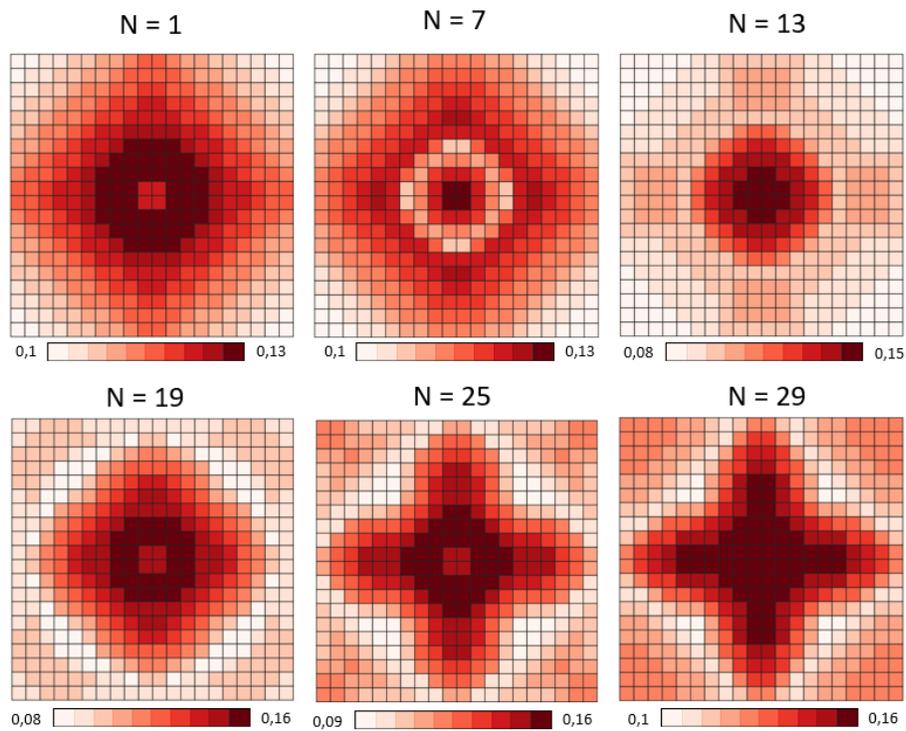


Figura 5.6: Resultado del precio del suelo para el escenario 1.

super lineal con un parámetro de escala de 1,09 aproximadamente, lo que significa que esta simulación reproduce la ley de escala $Y = Y_0 \cdot N^\beta$ (West,2017) con β el parámetro de escala. Queda por analizar el efecto en el parámetro de escala de las varianzas μ y λ de los modelos de oferta y demanda de CUBE Land, ya que, estos parámetros están teóricamente relacionados (Martínez,2018).

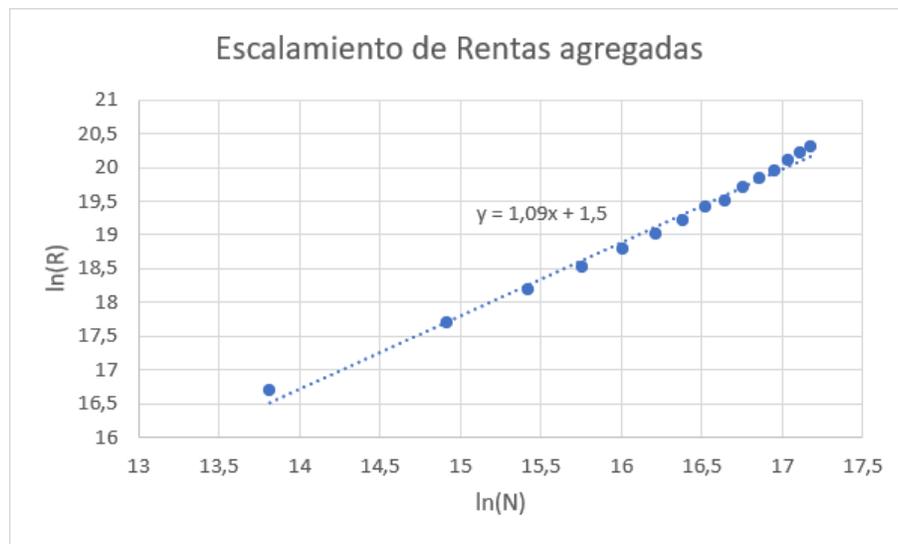


Figura 5.7: Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 1.

En la Figura 5.8 se muestra la evolución de la densidad promedio con la población en escala logarítmica, este resultado nos muestra que esta variable no presenta un comportamiento muy

N	Z^N	R_{agg}	$\bar{\rho}_i^{res}$
1	60	17.639.335	667
3	60	47.891.060	2000
5	84	79.114.856	2381
7	84	109.818.845	3333
9	108	143.951.915	3333
11	124	181.778.865	3548
13	188	218.582.694	2766
15	204	269.096.327	2941
17	308	295.293.721	2208
19	356	363.406.118	2135
21	356	414.410.975	2360
23	360	460.550.761	2556
25	360	534.406.918	2778
27	368	595.153.887	2935
29	368	652.035.137	3152

Tabla 5.1: Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 1.

claro de escalamiento, y sin considerar esto, el factor de escala que presenta nos mostraría un comportamiento sub lineal, este es un resultado interesante puesto que no muestra el comportamiento de la evidencia empírica que muestra West (2017) de escalamiento super lineal para indicadores socioeconómicas de las ciudades.

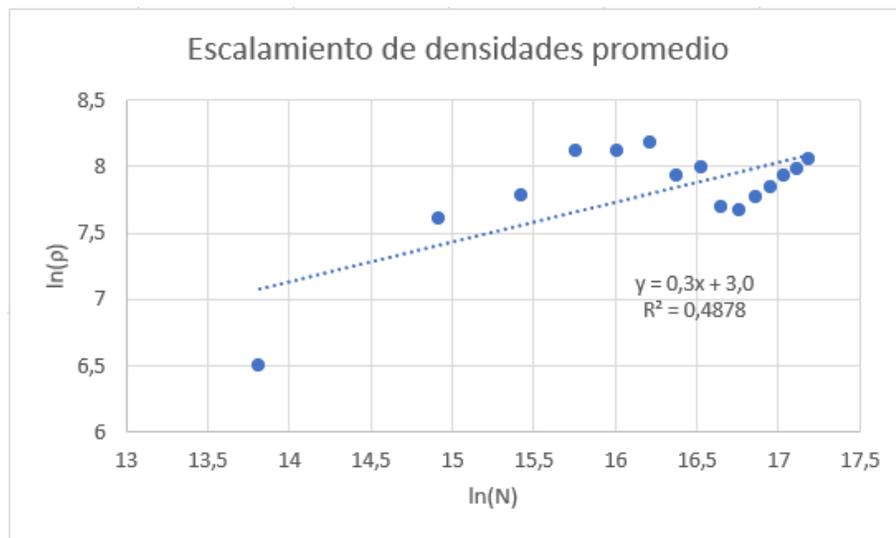


Figura 5.8: Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 1.

2. Escenario 2: Función U-inversa

En el caso de este escenario, se simuló hasta 19 millones de habitantes solamente, pues la zona urbana llegó a utilizar las 400 zonas de la grilla para ese nivel, por lo tanto, luego de eso los resultados pierden una característica importante del modelo que es la expansión de

la ciudad. Los resultados obtenidos y sus análisis se presentan a continuación.

En las Figuras 5.9, 5.10 y 5.11 se muestran los resultados obtenidos en 6 cortes de población, distintos al escenario 1, para las densidades residenciales, industriales y comerciales, respectivamente.

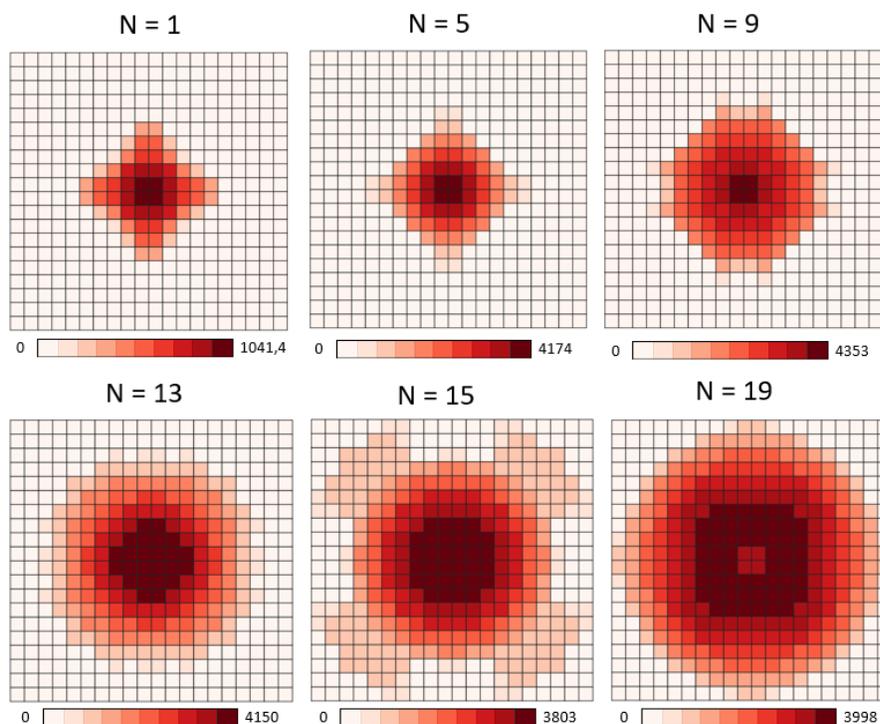


Figura 5.9: Resultado de las densidades residenciales para el escenario 2.

La densidad residencial presenta una forma monocéntrica que se mantiene hasta los 19 millones de habitantes, sin un crecimiento claro en torno a la autopista de la red de transporte y, a diferencia del caso lineal (escenario 1), no se aprecia la formación de zonas agrícolas dentro de la ciudad. Para el caso de las densidades industriales y comerciales vemos que siguen una tendencia muy parecida a los resultados del escenario 1. Esto tiene sentido puesto que la diferencia entre ambos escenarios está dada por la diferencia en la percepción de la densidad de los agentes residenciales, mientras que para los agentes de industria y comercio no existe un cambio en su comportamiento entre ambos escenarios. Sin embargo, la interacción con los agentes residenciales si puede cambiar su localización debido a la distribución de la atractividad, que se muestra más adelante.

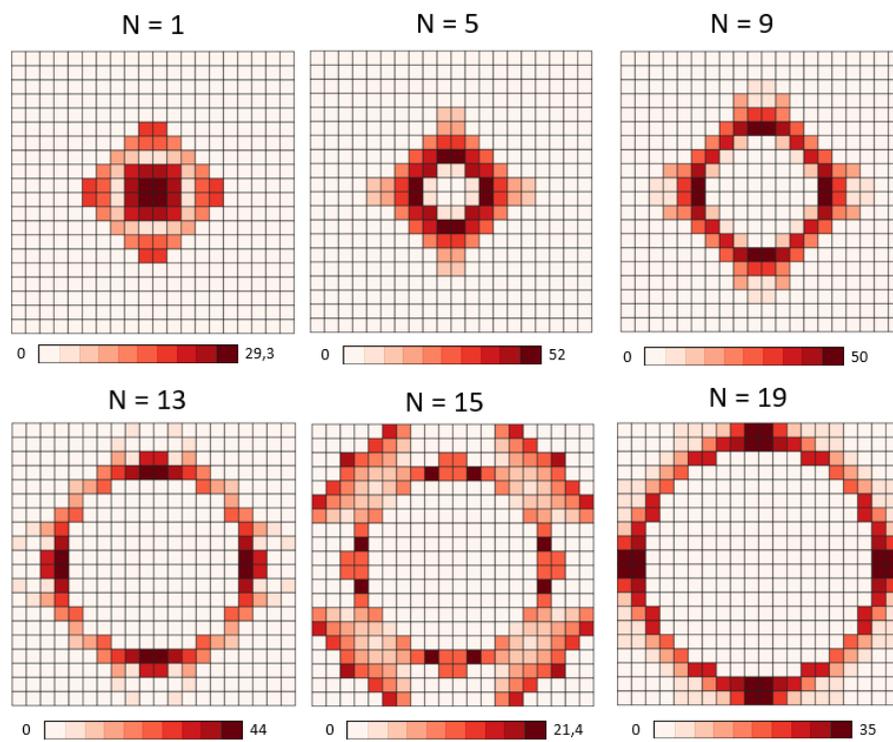


Figura 5.10: Resultado de las densidades industriales para el escenario 2.

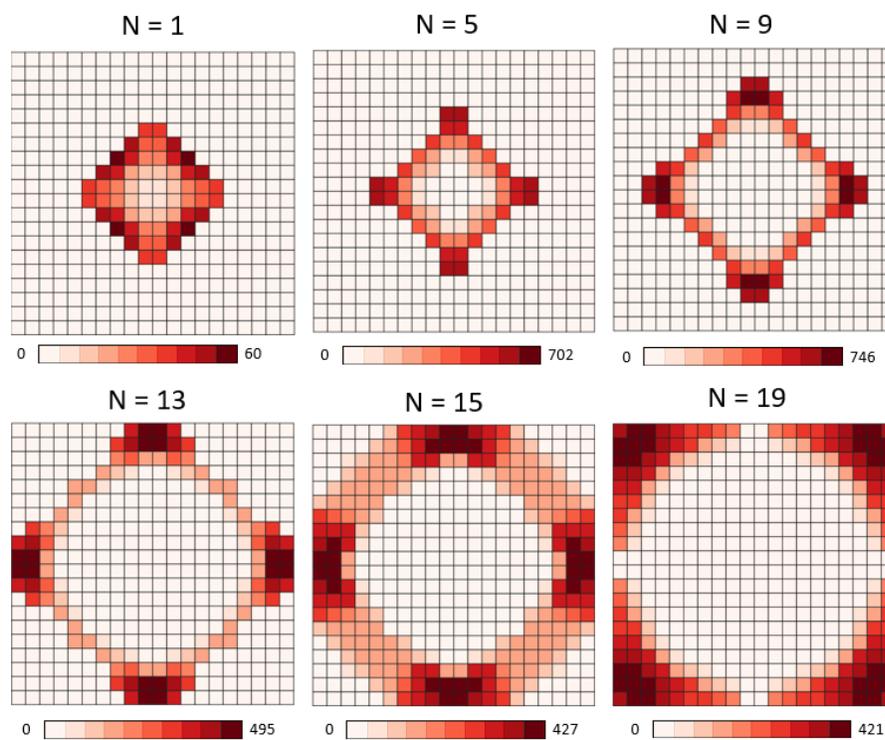


Figura 5.11: Resultado de las densidades comerciales para el escenario 2.

En la Figura 5.12 se muestran los resultados de las localizaciones por tipo de hogar resi-

dencial en 3 cortes de población. Estas figuras muestran una situación parecida al escenario 1, donde los ingresos bajos y altos tienen un comportamiento similar y se ubican preferentemente en la zona central de la grilla, mientras que los ingresos medios se ubican en zonas más alejadas, pero en este caso se ve una dinámica donde la autopista empieza dominando el crecimiento de la ciudad y avanza hacia una estructura monocéntrica circular.

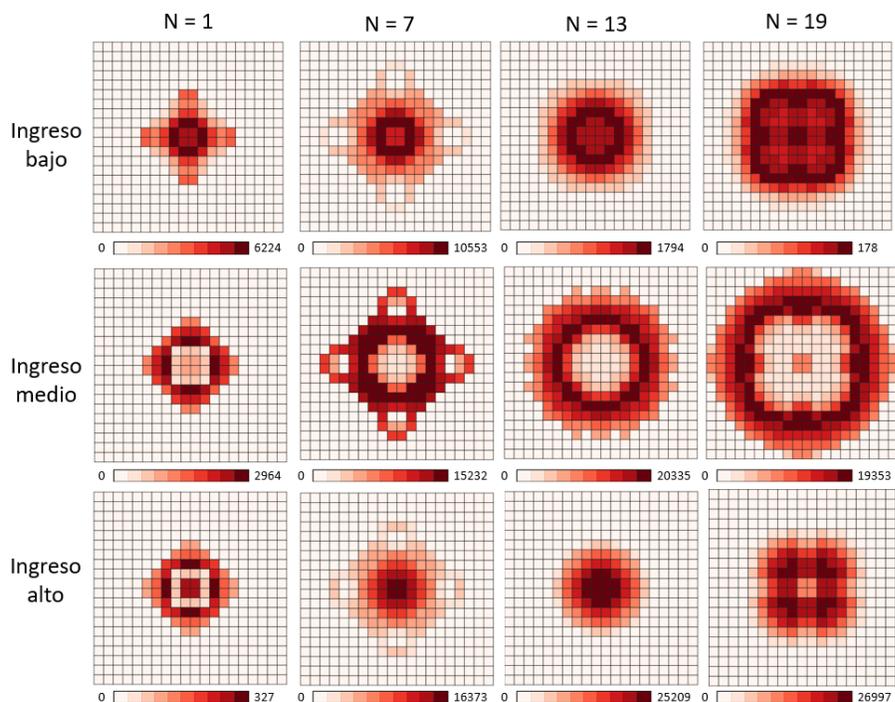


Figura 5.12: Resultado de las localizaciones por tipo de agentes residencial para el escenario 2.

La evolución de las variables de acceso, accesibilidad y atractividad se muestran en la Figura 5.13 para 3 cortes de población. Las variables de acceso muestran el comportamiento más parecido al escenario 1, sin embargo, se puede ver en la Figura 5.13 que la distribución de accesibilidad no muestra un comportamiento claro de crecer hacia la autopista, lo cual también ocurre con la densidad residencial. La atractividad en ambos escenarios se comporta de una manera más o menos complementaria a la accesibilidad, por lo tanto, ambos presentan una distribución más circular.

Los resultados obtenidos para el precio del suelo se muestran en la Figura 5.14. Estos muestran, al igual que el escenario 1, que la distribución de los precios del suelo corresponde a una combinación de las distribuciones de densidad residencial y no residencial, lo que también provoca zonas intermedias de menor valor de suelo, pero en este caso esas zonas alcanzan una renta mayor a la renta agrícola y, por lo tanto, presentan un uso urbano, a diferencia del escenario 1, en el cual las zonas intermedias no alcanzan la renta agrícola. Un resultado interesante del precio del suelo es el que se ve para la población de 19 millones, una forma tipos "hashtag", esta estructura nos dice que los precios de suelo más altos se producen en las zonas centrales aledañas a las autopistas, siguiendo en cierta medida las mayores localizaciones de los ingresos altos y bajos que se muestran en la Figura 5.12.

La Tabla 5.2 presenta el resumen de los indicadores del escenario 2 para la evolución de

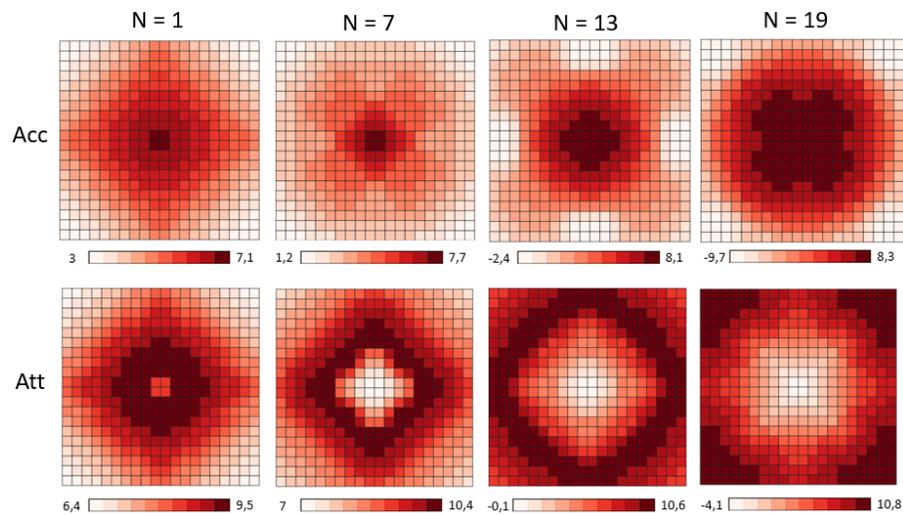


Figura 5.13: Resultado de las variables de acceso para el escenario 2.

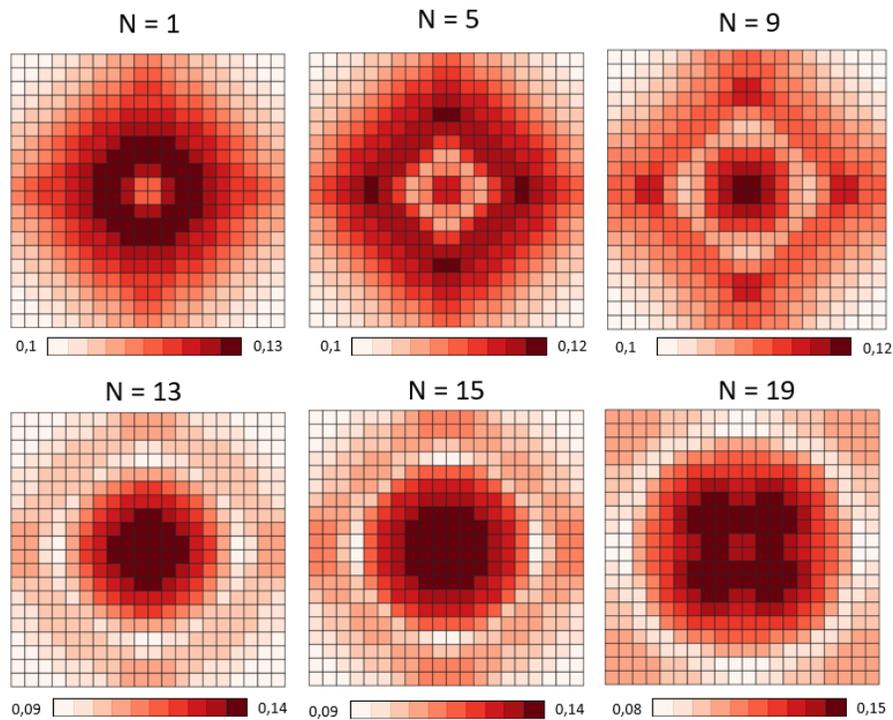


Figura 5.14: Resultado del precio del suelo para el escenario 2.

la ciudad. Esto nos muestra como este escenario hace crecer la ciudad a una tasa mucho mayor que el escenario 1, además vemos que presenta en la mayoría de las poblaciones densidades promedios y rentas agregadas menores que en el escenario 1. La Figura 5.7 muestra la evolución de las rentas agregadas con la población en escala logarítmica para el escenario 2, esto muestra que las rentas crecen según la ley de potencia con un parámetro de escala de 1,013 aproximadamente, es decir, mucho menor al parámetro de escala encontrado en el escenario 1 y es prácticamente un escalamiento lineal. Este resultado es interesante, puesto que nos muestra la relevancia de la valoración de la densidad y del efecto de saturación de la densidad en el escalamiento de las rentas.

N	Z^N	R_{agg}	$\bar{\rho}_i^{res}$
1	60	17.170.750	667
3	60	48.061.381	2000
5	68	78.681.028	2941
7	128	109.435.430	2188
9	128	143.101.290	2813
11	240	172.804.451	1833
13	240	215.196.911	2167
15	344	250.849.698	1744
17	388	293.463.308	1753
19	400	351.061.091	1900

Tabla 5.2: Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 2.

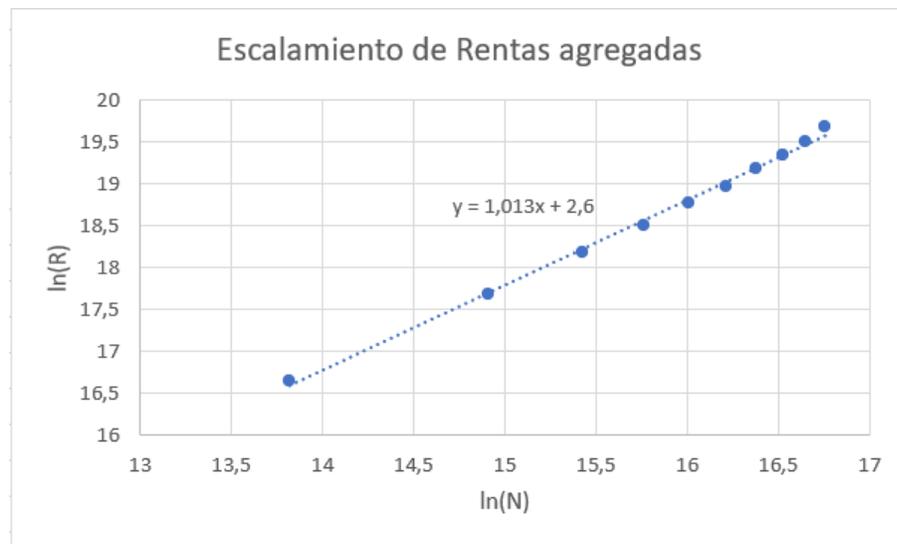


Figura 5.15: Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 2.

Al igual que en el escenario 1, la Figura 5.16 muestra que el indicador urbano de densidad promedio no sigue muy claramente la ley de escala y presenta un factor menor a 1.

3. Escenario 3: Función Plateau

Al igual que el escenario 2, este caso se simuló solo hasta 19 millones de habitantes, pues la zona urbana llegó a utilizar las 400 zonas de la grilla para ese nivel. En las Figuras 5.17, 5.18 y 5.19 se muestran los resultados obtenidos en 6 cortes de población para las densidades residenciales, industriales y comerciales, respectivamente.

En la Figura 5.17 se ve que las densidades residenciales presentan un comportamiento parecido al escenario 2, llegando a una situación muy similar para la población de 19 millones, se diferencia un poco en el proceso para llegar a esta situación final pero el hecho de incorporar saturación de la densidad no muestra una clara diferencia en la estructura final al que llega esta simulación, esto puede deberse a que esta saturación se encuentra a niveles muy altos y no alcanza a tener efectos significativos.

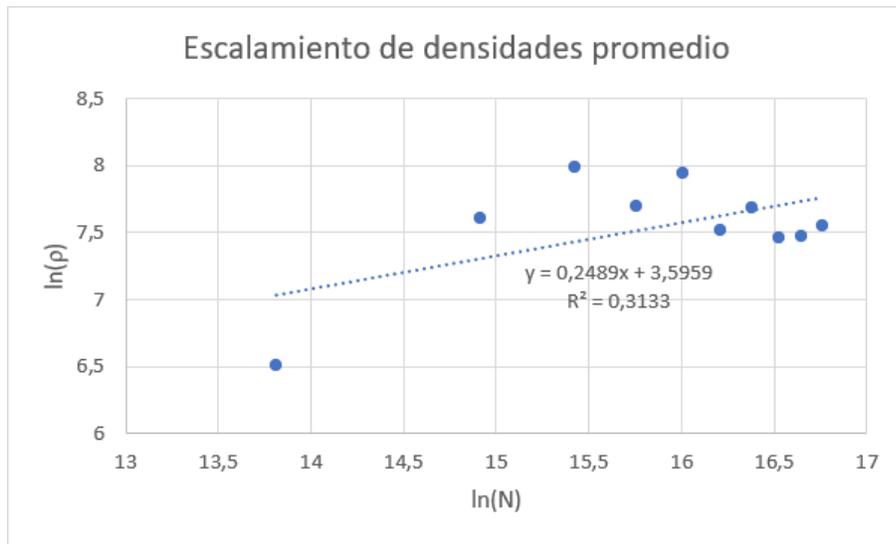


Figura 5.16: Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 2.

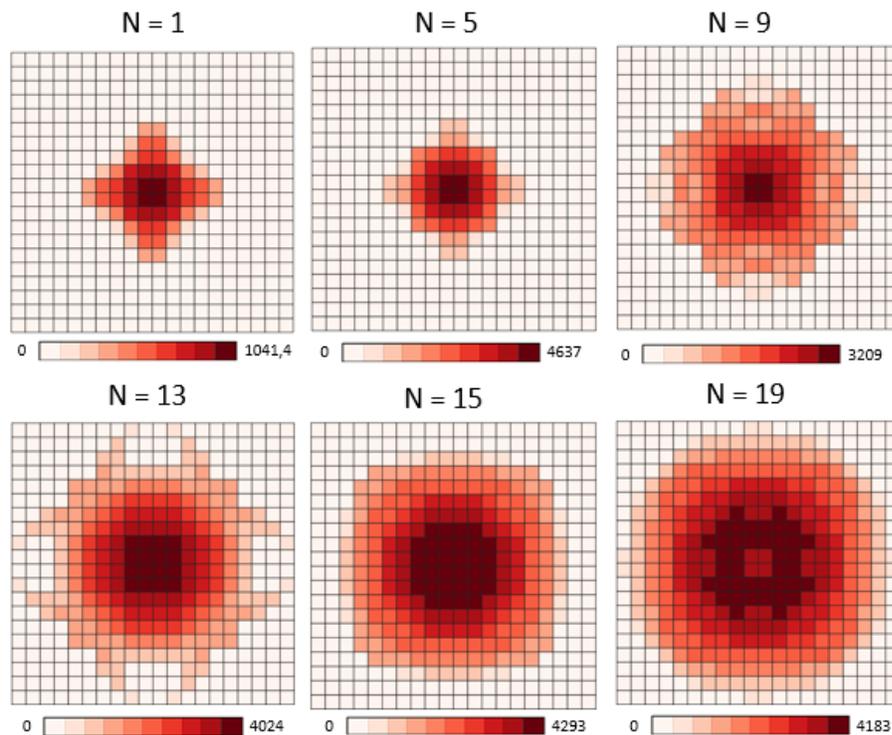


Figura 5.17: Resultado de las densidades residenciales para el escenario 3.

La densidad comercial (Figura 5.19) e industrial (Figura 5.18) también muestran un comportamiento muy parecido al escenario 2. En la Tabla 5.3 se muestra el resumen de los indicadores urbanos para este escenario.

EL escalamiento de las rentas agregadas en este escenario que se muestran en la Figura 5.20 se parece mucho también al del escenario 2 en este caso se llega a un factor de escala igual a 1,014. Y la Figura 5.21 muestra el escalamiento de la densidad promedio.

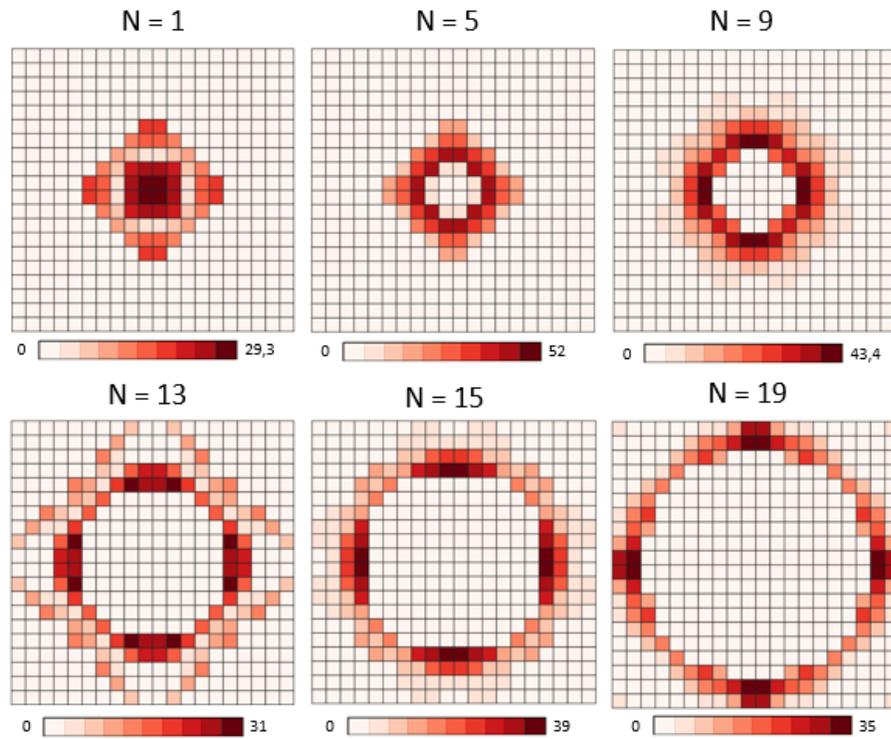


Figura 5.18: Resultado de las densidades industriales para el escenario 3.

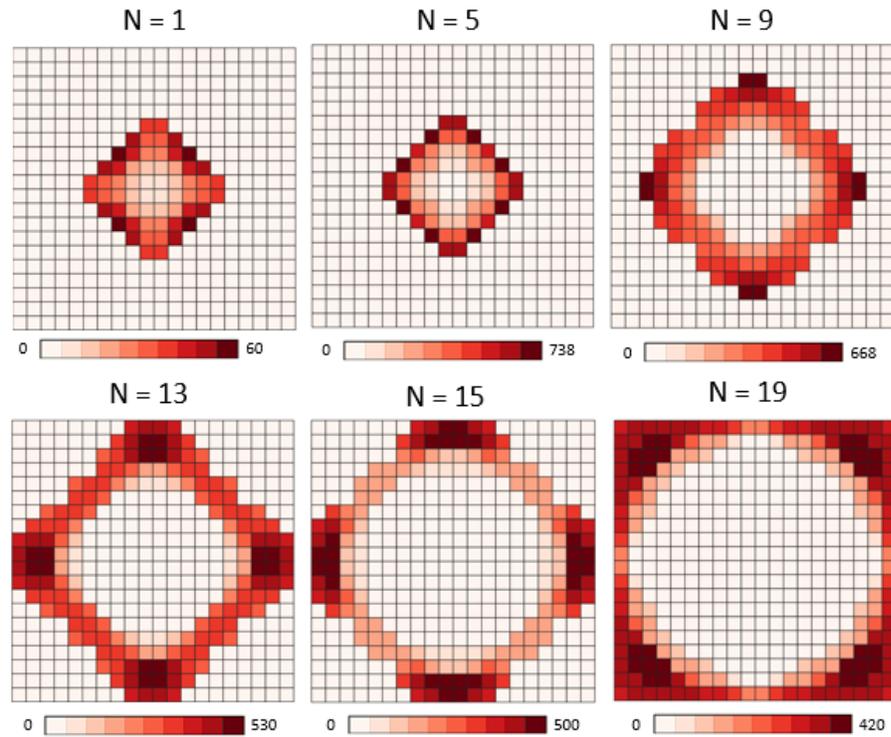


Figura 5.19: Resultado de las densidades comerciales para el escenario 3.

4. Escenario 4: Función Raíz

N	Z^N	R_{agg}	$\bar{\rho}_i^{res}$
1	60	17.170.517	667
3	60	48.063.924	2000
5	60	79.304.343	3333
7	160	108.399.510	1750
9	160	145.125.886	2250
11	176	176.320.653	2500
13	248	212.821.568	2097
15	272	254.791.116	2206
17	352	295.708.335	1932
19	400	346.241.225	1900

Tabla 5.3: Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 3.

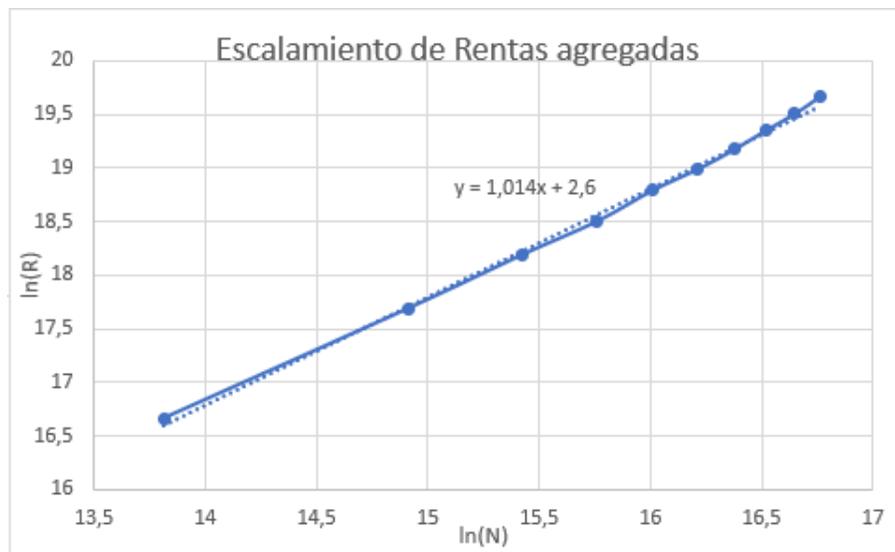


Figura 5.20: Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 3.

En este escenario la zona urbana llegó a utilizar la grilla completa a los 17 millones de población, por lo tanto, solo se simuló hasta ese nivel de población. En las Figuras 5.22, 5.23 y 5.24 se muestran los resultados obtenidos en 6 cortes de población para las densidades residenciales, industriales y comerciales, respectivamente.

Al igual que el escenario 3, los resultados de densidades residenciales en la Figura 5.22 muestran un comportamiento similar al escenario 2, sobre todo en el estado final al que llegan, en este caso la principal diferencia es que la evolución para llegar a ese estado final es un poco más rápida, la zona urbana crece a una tasa mayor, esto se ve en la Tabla 5.4 que muestra la evolución de los indicadores urbanos que se analizan.

Las densidades no residenciales presentan un comportamiento similar a los escenarios 2 y 3, este efecto se ve en casi todas las variables, los escenarios 2, 3 y 4 presentan comportamiento sin diferencias muy significativas.

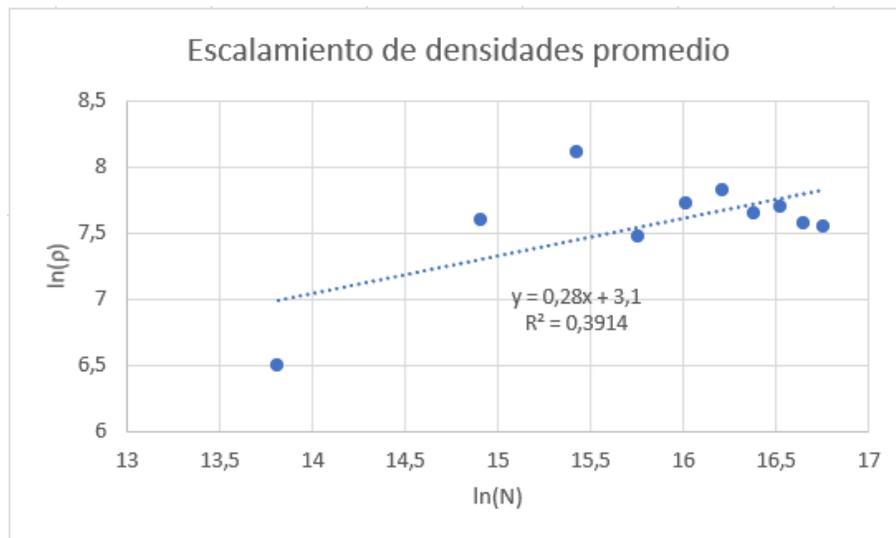


Figura 5.21: Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 3.

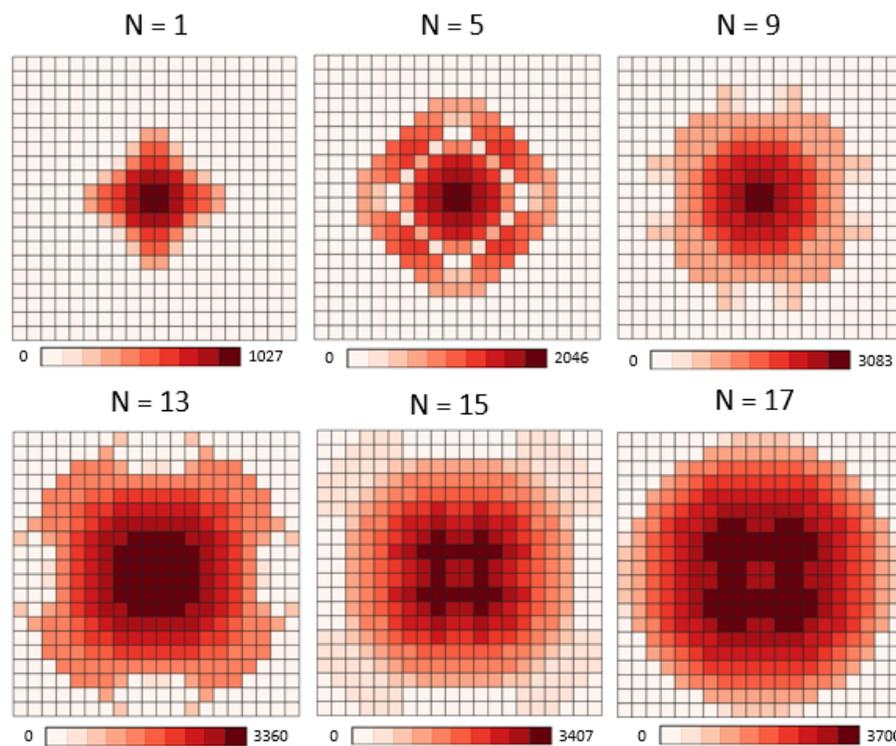


Figura 5.22: Resultado de las densidades residenciales para el escenario 4.

La Tabla 5.4 muestra la evolución de las rentas agregadas, las cuales también se muestran en la Figura 5.25 y se encuentra que el factor de escala de las rentas agregadas en este escenario es de 0,99, prácticamente muestra un escalamiento lineal, un poco por debajo de los factores encontrados en los escenarios 2 y 3. El escalamiento de la densidad promedio se muestra en la Figura 5.26.

5. Escenario 5: Función Lineal con Nueva Red de Transporte

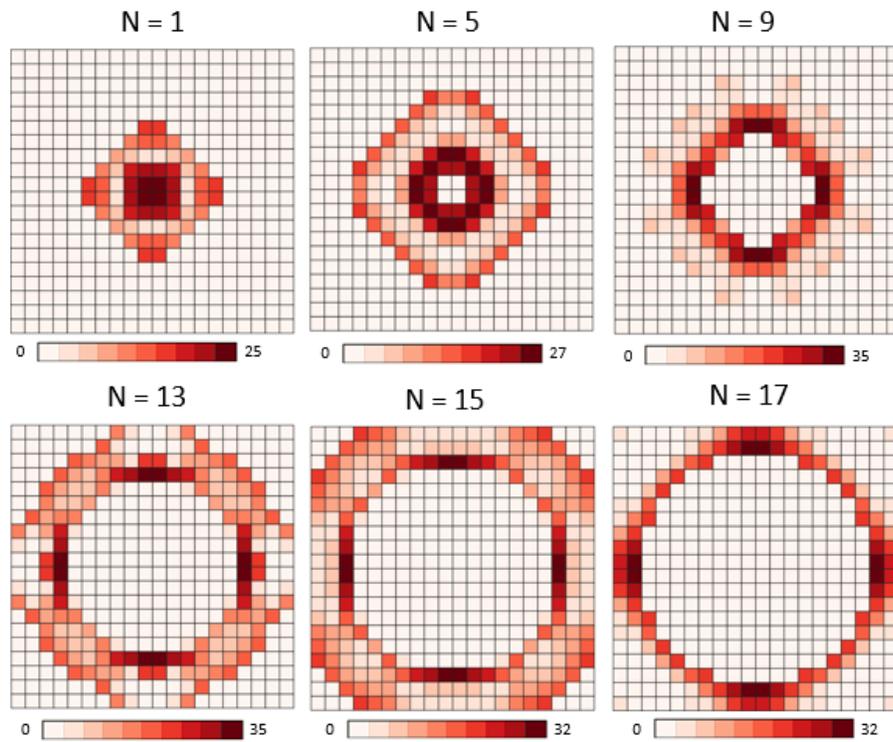


Figura 5.23: Resultado de las densidades industriales para el escenario 4.

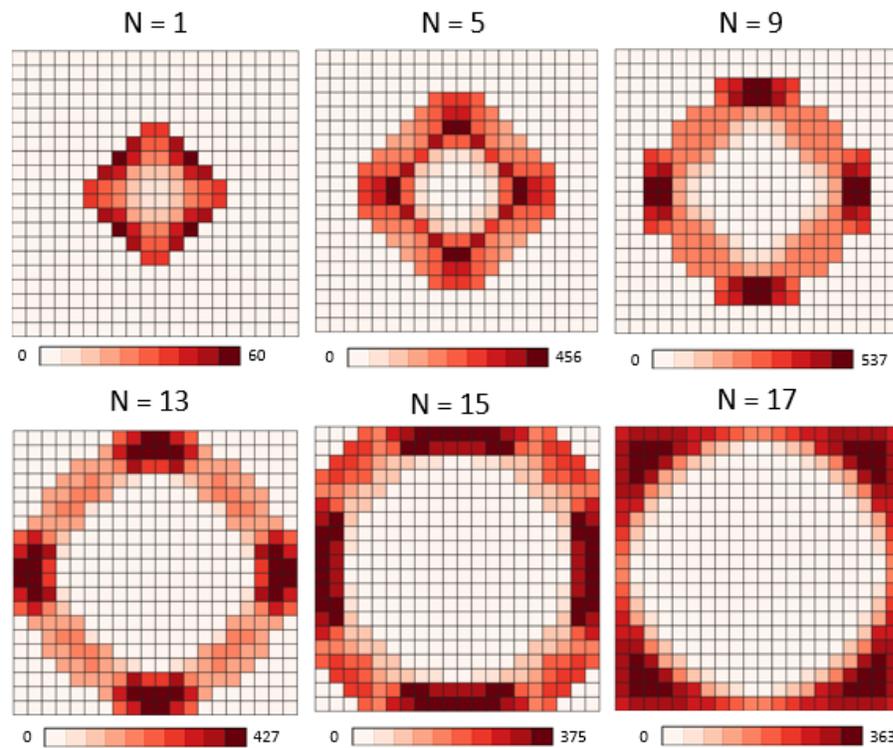


Figura 5.24: Resultado de las densidades comerciales para el escenario 4.

En las Figuras 5.27, 5.28 y 5.29 se muestran los resultados de las densidades obtenidas en 6 cortes de población (N) para usos de suelo residencial, industrial y comercial, respecti-

N	Z^N	R_{agg}	$\bar{\rho}_i^{res}$
1	60	17.417.840	667
3	60	47.978.992	2000
5	136	80.124.219	1471
7	136	110.706.545	2059
9	188	139.841.728	1915
11	240	172.328.096	1833
13	276	208.693.860	1884
15	368	246.828.712	1630
17	400	302.962.086	1700

Tabla 5.4: Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 4.

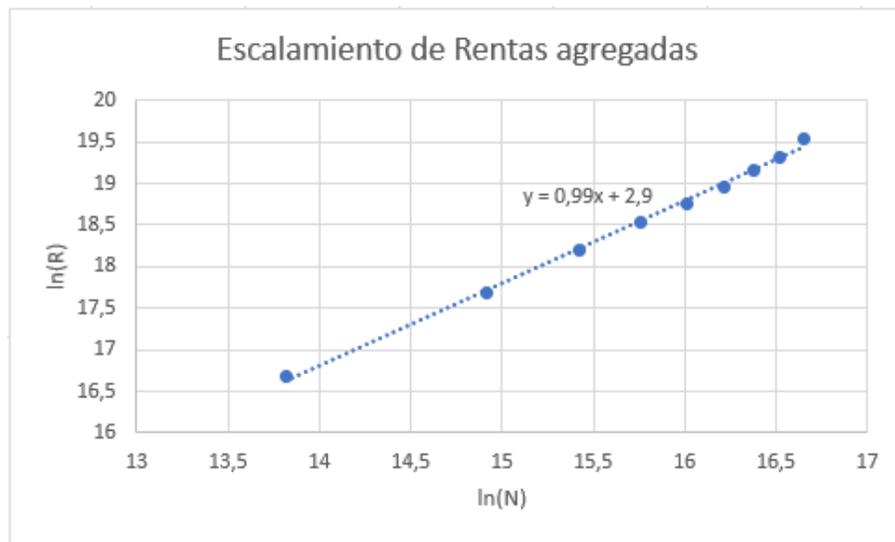


Figura 5.25: Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 4.

vamente.

Las densidades residenciales en la Figura 5.27 muestran un comportamiento bastante similar al escenario 1 en la Figura 5.1, presenta una evolución muy parecida y también genera zonas a interior de la ciudad con uso agrícola, este es un resultado muy interesante, pues como se muestra en la figura 4.4, la nueva infraestructura de autopistas incorporada a este escenario pasa muy cerca de estas zonas, es decir, aun incorporando estas vías de 2 pistas por sentido cerca de estas zonas, mantienen sus uso rural, por lo tanto, se puede destacar la existencia de una fuerza mayor que los hace seguir manteniendo su uso rural.

Los resultados de densidad industrial y comercial siguen la lógica de la densidad residencial, de mantener prácticamente la misma estructura que el escenario 1, se observan muy pocas diferencias, las mayores diferencias se pueden ver en la evolución de los indicadores urbanos que se presentan en la Tabla 5.5.

En la Figura 5.30 se muestra el escalamiento de las rentas agregadas para el escenario 5, el cual presenta un factor de escala igual a 1,07 el cual es un poco menor al del escenario 1, pero

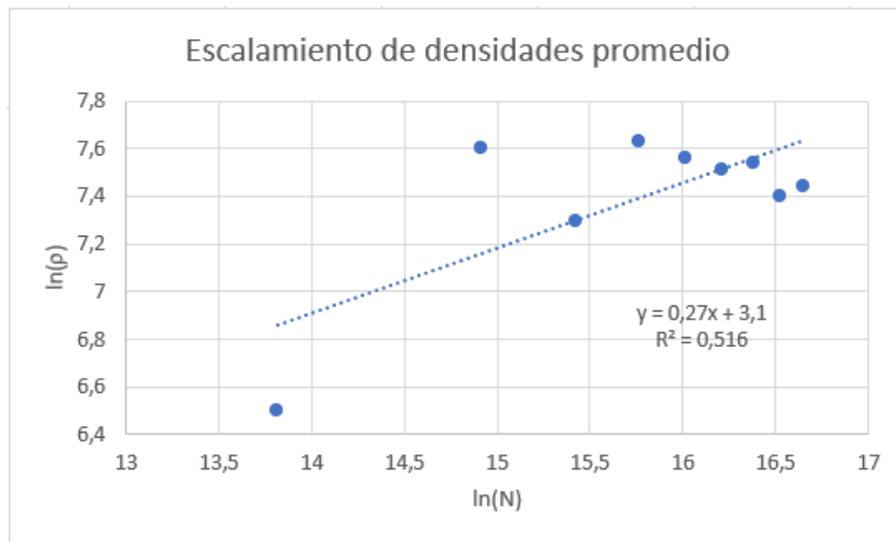


Figura 5.26: Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 4.

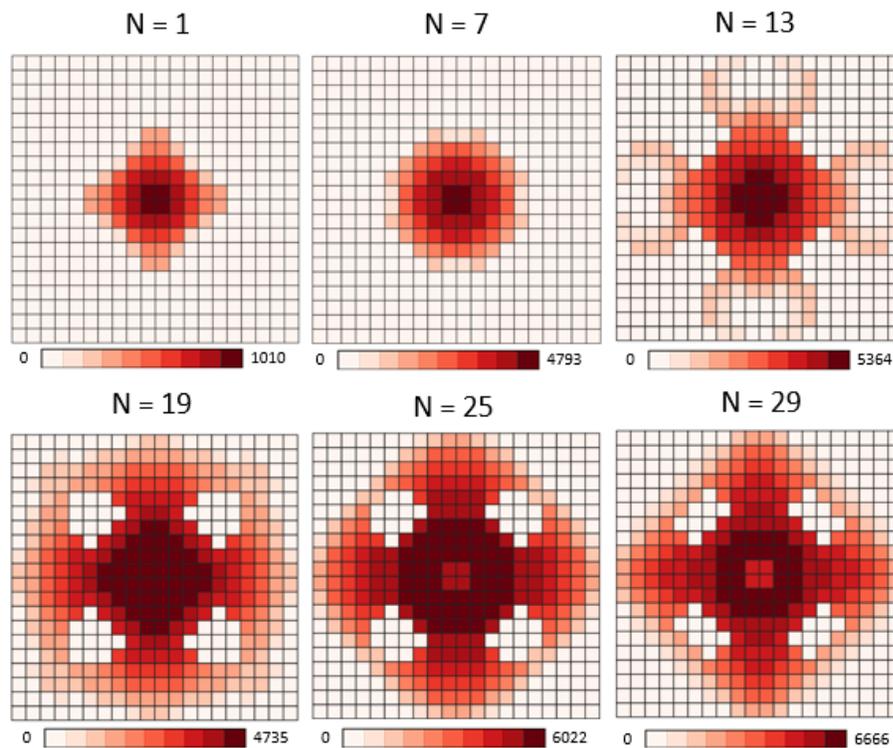


Figura 5.27: Resultado de las densidades residenciales para el escenario 5.

muestra un comportamiento super lineal, a diferencia de los escenarios 2, 3 y 4 que presentan un comportamiento cuasi lineal. Es interesante el hecho de que la nueva estructura vial con mayor capacidad genere un factor de escala a largo plazo menor en las rentas agregadas.

En la Figura 5.31 se muestra el escalamiento de la densidad promedio para este escenario, al igual que para el resto de escenarios, no se ve que siga una ley de escala, respecto a esta variable es difícil poder hacer algún análisis o conclusión de cuál es la diferencia entre cada

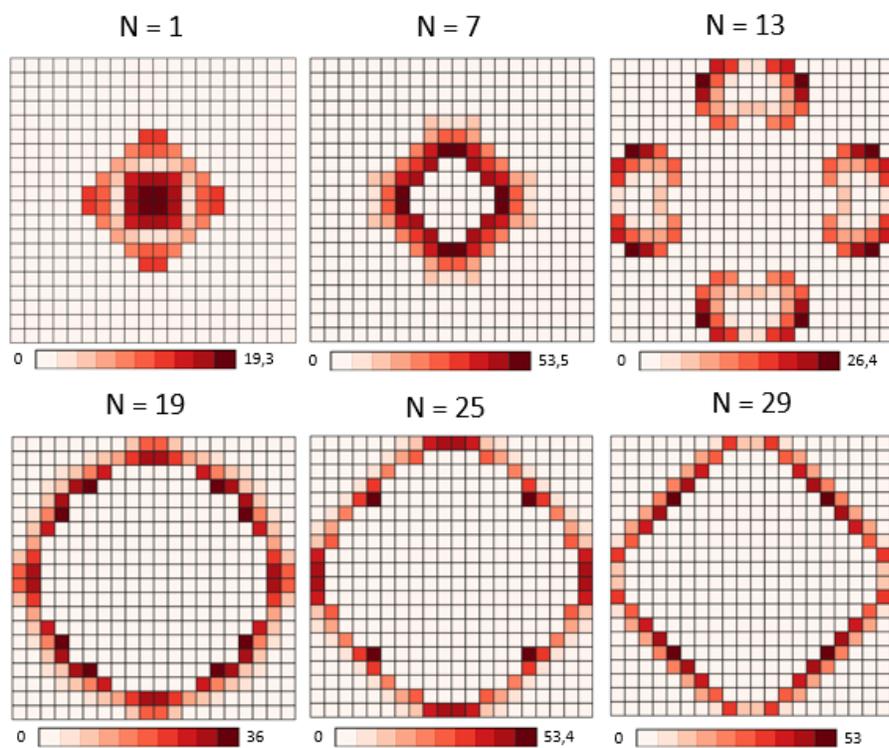


Figura 5.28: Resultado de las densidades industriales para el escenario 5.

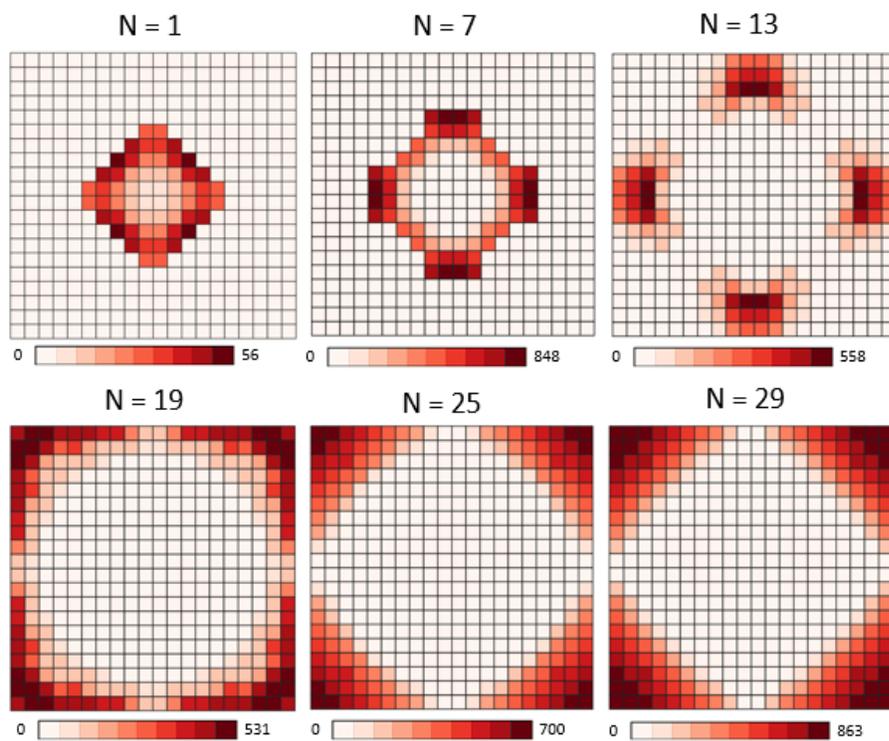


Figura 5.29: Resultado de las densidades comerciales para el escenario 5.

escenario.

N	Z^N	R_{agg}	$\bar{\rho}_i^{res}$
1	60	17.654.006	667
3	60	48.154.101	2000
5	92	78.973.924	2174
7	92	109.626.522	3044
9	124	143.343.906	2903
11	140	181.088.186	3143
13	220	214.076.985	2364
15	228	266.607.486	2632
17	352	290.242.614	1932
19	356	333.491.475	2135
21	356	406.982.440	2360
23	360	457.705.844	2556
25	360	511.434.029	2778
27	368	561.715.805	2935
29	368	617.339.763	3152

Tabla 5.5: Resumen de indicadores por nivel de población para el escenario 5.

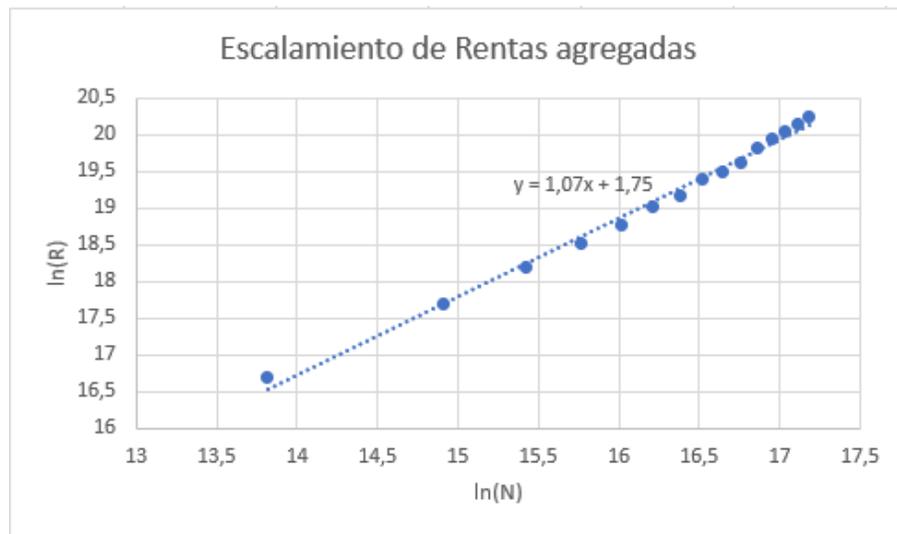


Figura 5.30: Escalamiento de las rentas agregadas con la población para el escenario 5.

6. Análisis comparativo de los escenarios

De forma general es posible identificar 2 grupos de resultados con resultados similares, aquellos con funciones de percepción lineal (escenario 1 y 5) y aquellos con funciones no lineales (escenarios 2, 3 y 4). Es interesante el hecho de que los resultados de los escenarios 1 y 5 y de los escenarios 2, 3 y 4 llegan a situaciones finales muy parecidas, pero se diferencian principalmente en la evolución hasta llegar a ese estado final. En el caso de los escenarios 1 y 5 es posible establecer que independiente de incorporar más infraestructura vial, el resultado final de localizaciones es casi idéntico, se puede decir que la infraestructura incorporada en el escenario 5 es poco importante para la distribución final de agentes, es la cruz inicial de

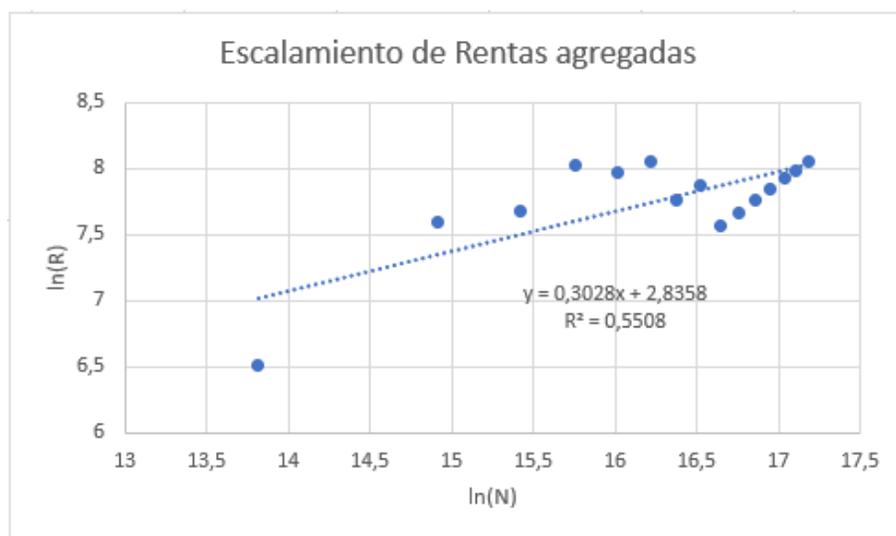


Figura 5.31: Escalamiento de las densidades promedio con la población para el escenario 5.

la red la que termina siendo más determinante. En el caso de los escenarios 2, 3 y 4, un parecido importante que parece ser el más determinante para encontrar el estado final de localizaciones es el comportamiento super lineal con que inicia la función de percepción de la densidad.

Otra diferencia importante entre los dos grupos de escenarios es la evolución de la extensión de la ciudad. La funciones de percepción de la densidad no lineales se inician con una pendiente mayor a 1 y van descendiendo como se muestra en las Figuras 4.1 4.2 y 4.3. Esto significa que, con densidades bajas, la densidad se sobre valora en comparación con los escenarios 1 y 5 que presentan funciones lineales, por lo tanto, las posturas por esa zona aumenta y pasado cierto umbral, la densidad empieza a bajar su valoración en el escenario 2, se mantiene constante en el escenario 3 y crece a una tasa menor en el escenario 4 y, por lo tanto, en los 3 casos, la percepción de la densidad disminuye su tasa de crecimiento, lo que significa que el modelo buscando alcanzar la solución del remate del suelo que maximice los beneficios de los agentes, encuentra rentas mayores en un cierto rango de valores de densidad bajo los niveles de saturación que hacen que la ciudad crezca mucho más rápido que en los escenarios 1 y 5. Sin embargo, esta dinámica tiene como consecuencia rentas agregadas menores en la mayoría de los niveles de población, pues al mantener las densidades en cierto rango bajo, también se mantienen las posturas de los hogares en rangos más bajos, es decir, el modelo de remate busca alcanzar las rentas más altas posibles pero se ve limitado ese crecimiento por la saturación de la densidad. Este punto se ve mucho más claro al notar la diferencia en los factores de escala de las rentas agregadas que se presentan en cada uno de los escenarios, en los escenarios con funciones lineales de percepción de densidad el factor de escala es más grande que en los escenarios con funciones no lineales, de esto se podría decir que el factor de escala disminuye al aumentar la valoración de la densidad.

Es importante destacar la diferencia que presentan ambos grupos de escenarios en el comportamiento de los agentes residenciales. En los escenarios 2, 3 y 4 se muestra que las densidades residenciales se comportan de manera monocéntrica sin crecer hacia la autopista como lo hacen los escenarios 1 y 5, y por otro lado, tampoco genera zonas agrícolas dentro

de la ciudad, pese a que muestran un atisbo de avanzar hacia allá en la evolución de las densidades, pero finalmente utilizan toda la grilla sin dejar zonas agrícolas, esto nos permite pensar que las zonas rurales interiores están asociadas al supuesto de la percepción creciente con tasa constante de la densidad para los residentes. Por otro lado, estos resultados junto con las localizaciones de los hogares por ingresos, muestran que la distribución de localizaciones en el escenarios 2 es más homogénea que en el escenario 1, los hogares se localizan más cerca entre ellos en el grupo de las percepciones de densidad no lineales, esto es un efecto dado por la mayor relevancia de la densidad en tramos de densidad bajos y como se puede ver en las Figuras 5.9, 5.17 y 5.22, la densidad en prácticamente toda la simulación se mantiene entre las saturaciones de los ingresos bajos y medios, es decir, entre 3500 y 5000 [*hab/km²*], por lo tanto, el único agente que alcanza a percibir en cierta medida la saturación es el hogar de ingreso alto.

Entre los escenarios 1 y 5 se aprecia que ambas simulaciones llegan a una distribución de localizaciones de agentes muy parecidas entre ellas para la población de 29 millones, sin embargo, la evolución para llegar a este estado se ve un poco diferente, al comparar las Tablas 5.1 y 5.5 notamos que las rentas agregadas inician muy parecido pero al final de la simulación se ven rentas un poco menores en el escenario 5, lo que priori es un resultado contraintuitivo, puesto que al escenario 5 se le agregó infraestructura vial lo que hubiese supuesto mayores valores de acceso y, por lo tanto, mayores rentas. Esto también se ve en el factor de escala de las rentas que se ven en las Figuras 5.7 y 5.30 donde el escenario 5 presenta un factor de escala menor al del escenario 1, esto puede decir que el factor de escala de las rentas disminuye al tener mayor infraestructura vial.

Entre los escenarios 2, 3 y 4, no se ven diferencias significativas en las distribuciones de localizaciones finales a las que llegan, si se aprecian diferencias en el proceso de evolución, el escenario 4 es el que aumenta su límite urbano de forma más rápida, llegando a utilizar las 400 zonas de la grilla con 17 millones de habitantes, con respecto al factor de escala de las rentas, en los 3 casos son cercanos a 1, es decir, escalamiento cuasi lineal, esto es además interesante puesto que entre estos 3 escenarios el menor factor de escala se presenta en la función que es monotóna estrictamente creciente (escenario 4) y el mayor factor de escala se produce en el escenario 1 que presenta una función de percepción creciente y luego decreciente, esto puede hacer más fuerte el resultado de que al aumentar la percepción de la densidad, el factor de escala de las rentas disminuye.

un resultado que se cumple en los 5 escenarios corresponde al escalamiento de las densidades promedios, en todos los escenarios se presenta un factor de escala menor a 1, un R^2 de regresión muy bajo y muy similar entre todos, esto significa un escalamiento sub lineal muy poco claro, lo cual no nos permite hacer un análisis muy profundo pero es interesante de analizar, puesto que se contradice con la evidencia empírica del comportamiento super lineal de indicadores urbanos socioeconómicos (West,2017) y que reproduce León (2019) en su modelo de evolución a largo plazo del mercado inmobiliario.

Uno de los objetivos de estas simulaciones fue identificar si, dadas condiciones simétricas, la ciudad evoluciona de manera simétrica a pesar de la cantidad de interacciones. Como se ve en los resultados presentados, la simetría se produce en todos los escenarios, pero el sistema es muy sensible a asimetrías del orden de 10^{-10} decimales que se pueden producir en el modelo de transporte, es decir, en los tiempos de viajes, y empiezan a aumentar con

las interacciones UST hasta llegar a sistemas altamente asimétricos. Para lograr la simetría en nuestras simulaciones se aproximaron los valores del tiempo de viaje entre par origen destino al orden de 10^{-4} decimales, de esta forma el sistema se mantuvo simétrico en toda su evolución. El obtener una evolución urbana simétrica es importante para el modelo, ya que esta se obtiene debido a las condiciones simétricas impuestas en la formulación y la ausencia de asimetrías externas, esta propiedad es importante en un modelo de simulación para identificar ciertos fenómenos o políticas que inducen asimetrías sistemáticas y no asociadas a precisiones en el cálculo.

Conclusión

La construcción de este modelo de una ciudad de laboratorio es un aporte para el estudio de las fuerzas de mercado a las que perciben los sistemas urbanos en el muy largo plazo a través de una simulación microeconómica que incorpora y hace interactuar elementos del mercado inmobiliario y de transporte. Corresponde a un aporte al modelo de largo plazo construido por León (2019) en el que el modelo de congestión es exógeno. Por otro lado, el modelo de León también considera que el límite urbano es exógeno, por lo tanto, se define antes de la simulación la tasa a la que crece la ciudad, en cambio en el modelo de esta memoria el crecimiento espacial urbano responde a los mismos resultados del modelo, es decir, es endógeno. Esto significa varias diferencias, la más importante es que la ciudad no crece a una tasa fija, lo que genera que las densidades promedios no presenten un factor de escala super lineal, cosa que si ocurre en el modelo de León. Es interesante notar cómo al endogenizar el límite urbano el comportamiento del indicador de densidad promedio cambia en el largo plazo, esto nos dice que es un tema que se debe tratar con mucho cuidado, y plantea posibles avances en la modelación del límite urbano que pueda reproducir el escalamiento con la población de las densidades.

Una observación de los resultados presentados es lo poco realista del escenario simulado, esto debido a los parámetros que caracteriza el comportamiento de los distintos agentes y que los hace tender a un comportamiento extremo. Sin embargo, esta solución poco realista es útil desde el punto de vista analítico pues permite ver los impactos de las diferentes sensibilidades a las economías de aglomeración y al acceso que presentan los agentes.

Otra conclusión importante es la forma en que la red de transporte afecta la evolución de la ciudad en cada escenario. En el primer escenario se mostró que la distribución de localizaciones, precios y acceso queda muy dependiente de las autopistas de la red de transporte, es decir, es en gran medida esta red la que le da la estructura a estas variables, para efectos de hacer evidentes tales efectos la red se definió de una manera muy simplificada y fija, con el fin de ver como la estructura de red induce patrones de localizaciones. Estos patrones son muy notorios en el escenario 1 donde la localización se inicia en una estructura monocéntrica y evoluciona según la red de transporte y las economías de aglomeración, es decir, es la infraestructura vial la que da forma a la ciudad y las economías de aglomeración son efectos endógenos que responden al comportamiento de los agentes y genera segregación espacial de actividades.

Esta importancia de la red de transporte en la estructura urbana no se ve al mismo nivel en los escenarios 2, 3 y 4. En este caso, la estructura de la localización inicia de manera parecida creciendo en torno a la autopista, pero evoluciona para llegar a una estructura circular. Esto

se puede producir por la saturación de la densidad que provoca un crecimiento del límite urbano más rápido en este escenario y, por lo tanto, se llega antes al borde de la autopista en la grilla y deja de crecer en ese sentido. Por otro lado, está el efecto de que, en rangos de densidades bajos, la percepción de la densidad residencial y, por lo tanto, su valoración, es mayor en los escenarios de percepciones de densidad no lineales, lo que lleva a soluciones más homogéneas (es mayor el efecto de las externalidades de localización). Además, es necesario recalcar el hecho de que la evolución de la ciudad implica que las densidades se mantienen en valores relativamente bajos, menores al punto de saturación de los hogares de ingresos bajos y medios; son solo los agentes de ingreso alto quienes se ven afectados de manera directa por la saturación de la densidad, por lo tanto, en los escenarios 2, 3 y 4 en general, se valora más la densidad que en los escenarios 1 y 5 y el efecto de la saturación se alcanza a ver en el escalamiento de las rentas.

Finalmente, es importante mencionar la simetría de los resultados. Como se dijo, este es un resultado esperado que se logra de manera aproximada en ambos escenarios, pero es muy sensible a asimetrías de orden muy bajo que se observan en el modelo de transporte. Lo que se observa de las simulaciones es que, si llega a aparecer alguna asimetría, por muy pequeña que sea, esta se potenciará por la cantidad de interacciones que involucra el modelo hasta llegar a producir sistemas altamente no simétricos. Es relevante este resultado pues deja abierta la puerta al estudio de estas asimetrías, las razones de su existencia y si es posible controlarlas, es decir, que las asimetrías dependan de la dinámica del algoritmo y sean fenómenos sistemáticos que aparezcan siempre en el mismo lugar si no se cambia la simulación y no efectos numéricos de cálculos de los modelos.

- Investigaciones Futuras

Este modelo se implementó según el algoritmo presentado en la Figura 3.7, pero queda abierta la puerta a otras implementaciones que puedan hacer interactuar de forma distinta los elementos del modelo. También se puede implementar la restricción de capacidad que se dejó propuesta en esta memoria, de esta forma el modelo permitiría simular el efecto de regulaciones de uso de suelo que limiten el terreno construido, además de las limitaciones sobre el uso del suelo que ya permite CUBE Land. Por otro parte, el hacer más compleja la estructura de red y que tenga la capacidad de responder a la demanda de viajes puede ser una extensión importante.

De esta forma, una línea o plan de investigación puede consistir en implementar distintas políticas públicas de regulaciones zonales y de redes viales que permitan obtener lecciones sobre el impacto a largo plazo de estas políticas y estudiar si tienen algún efecto importante sobre el escalamiento de indicadores urbanos, particularmente, las rentas agregadas.

Otra extensión interesante del modelo es la integración de un sistema económico y un sistema de ciudades como lo propone Martínez (2018) en su modelo CLUTE, este permitiría construir un modelo más complejo con mayor número de interacciones que ayudaría a obtener conclusiones más fuertes. Finalmente, el establecer una estrategia de calibración de los modelos puede resultar una extensión importante para este modelo, de forma de poder relacionar los resultados obtenidos con ciudades observadas, en términos de la evolución de la estructura, de los indicadores urbanos y de la velocidad de crecimiento de la zona urbana.

Bibliografía

- Alonso, W. (1964). **Location and land use**. Harvard University Press.
- Anas, A. (1982). Residential location markets and urban transportation: economic theory, econometrics, and policy analysis with discrete choice models. **New York: Academic Press**.
- Anas, A. (1983). Discrete choice theory, information theory and the multinomial logit and gravity models. **Transportation Research Part B: Methodological**, 17 (1), 13-23.
- Baillon, J.-B., y Cominetti, R. (2008, 01). Markovian traffic equilibrium. **Mathematical Programming**, 111 (1), 33-56.
- Cortés Carrillo, C., Moreno, E., Jara Moroni, P., y Pineda, C. (2013). Modelo de equilibrio estocástico para asignación conjunta de transporte público y privado. Universidad de Chile
- de la Barra, T., Pérez, B., y Vera, N. (1984). Transus-j: Putting large models into small computers. **Environment and Planning B: Planning and Design**, 11 (1), 87-101.
- Domencich, T. A., y McFadden, D. (1975). Urban travel demand-a behavioral analysis. **Amsterdam: North-Holland**.
- Ellickson, B. (1981). An alternative test of the hedonic theory of housing markets. **Journal of Urban Economics**, 9 (1), 56-79.
- Frenk, J. (1985). El concepto y la medición de accesibilidad. **Salud pública de México**, 27 (5), 438-453.
- Hunt, J., y Abraham, J. (2003). Design and application of the pecas land use modeling system. **Integrated land-use and transportation models: Behavioural foundations**.
- León Garay, M. J. (2019). Simulación del escalamiento de indicadores urbanos con la población. Universidad de Chile
- Martínez, F. (1996). Mussa: land use model for Santiago city. **Transportation Research Record**, 1552 (1), 126-134.
- Martínez, F., y Araya, C. (2000). Transport and land-use benefits under location externalities. **Environment and Planning A**, 32 (9), 1611-1624.

- Martínez, F., y Donoso, P. (2001). Mussa: a land use equilibrium model with location externalities, planning regulations and pricing policies. En **7th International Conference on Computers in Urban Planning and Urban Management (CUPUM 2001), Hawaii** (pp. 27-31).
- Martínez, F., y Donoso, P. (2010). The Mussa ii land use auction equilibrium model. En **Residential location choice** (pp. 99-113). Springer.
- Martínez, F. J. (1992). The bid-choice land-use model: an integrated economic framework. **Environment and Planning A**, 24 (6), 871-885.
- Martínez, F. J. (1995). Access: the transport-land use economic link. **Transportation Research Part B: Methodological**, 29 (6), 457-470.
- Martínez, F. J., y Araya, C. A. (2000). A note on trip benefits in spatial interaction models. **Journal of regional science**, 40 (4), 789-796.
- Martínez, F. (1996). Mussa: Land use model for Santiago city. **Transportation Research Record**, 1552 (1), 126-134.
- Martínez, F. (2015). Cities' power laws: the stochastic scaling factor. **Environment and Planning B: Planning and Design**, 43.
- Martínez, F. (2018). **Microeconomic modeling in urban science**. Academic Press.
- Martínez, F. J., y Henríquez, R. (2007). A random bidding and supply land use equilibrium model. **Transportation Research Part B: Methodological**, 41 (6), 632-651.
- McFadden, D. (1978). Modelling the choice of residential location. In **Spatial Interaction Theory and Planning Models**, eds. A. Karquist et al. **Amsterdam: North-Holland Press**.
- Ramírez, M. L. (2003). Cálculo de medidas de accesibilidad geográfica, temporal y económica generadas mediante sistemas de información geográfica. En **I Congreso de la Ciencia Cartográfica y VIII Semana Nacional de Cartografía**.
- Rosen, S. (1974). Hedonic prices and implicit markets: Product differentiation in pure competition. **Journal of Political Economy**, 82 (1), 34-55.
- SECTRA-MIDEPLAN (2003). Construcción de planes estratégicos de desarrollo del S.T.U. del Gran Valparaíso, IV Etapa. **Biblioteca SECTRA**.
- SECTRA-MIDEPLAN (2008). Análisis, desarrollo y evaluación de proyectos urbanos, III Etapa. Efectos Urbanos Futuros en Santiago EFFUS. **Biblioteca SECTRA**.
- Simmonds, D. C. (1999). The design of the delta land-use modelling package. **Environment and Planning B: Planning and Design**, 26 (5), 665-684.
- Waddell, P. (2002). Urbansim: Modeling urban development for land use, transportation, and environmental planning. **Journal of the American Planning Association**, 68 (3), 297-314.

West, G. (2017). **Scale: The Universal Laws of Life and Death in Organisms, Cities and Companies**. Hachette UK.

West, G. B. (1999). The origin of universal scaling laws in biology. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 263 (1), 104-113. (Proceedings of the 20th IUPAP International Conference on Statistical Physics)