

UCH-FC  
LIC-F  
F264  
C.1

Observación de la Nebulosa Planetaria NGC 6302.

Maximiliano Faúndez Abans.

18 de Junio de 1976 .

Trabajo presentado en cumplimiento de los requisitos para optar al grado de Licenciado en Ciencias con mención en Física.

Facultad de Ciencias, Universidad de Chile.

Prof. guía, Dra. Adelina Gutiérrez.



Dedicado a mis padres y Diana.

Si el nacimiento de un niño es a un nuevo ente  
el desgaste de la madurez será el principio de la muerte  
y por los muchos o pocos esfuerzos que hagamos por entenderte  
por nuestra debilidad nunca podremos dominarte  
porque ni sabios ni dioses somos para superarte  
solo insignificantes componentes de una de tus partes  
que mas sabia que todos nosotros nos dará la muerte  
como una madre o como la joya mas preciada debemos amarle  
para así demostrar al universo que podemos formar parte  
del don de la verdad para por vida eterna servirte.

Max .-

## PROLOGO

Las observaciones de NGC 6302 fueron hechas por el Dr. I.J. Danziger en el Observatorio Interamericano de Cerro Tololo. En mi calidad de ayudante de investigación del Observatorio Europeo Austral (European Southern Observatory) formé parte del grupo de investigación del Dr. Danziger, correspondiéndome hacer el trabajo de reducción de datos obtenidos de las observaciones, preparar los correspondientes programas de computación, obtener los resultados preliminares, y después de discusiones previas y nuevas consideraciones, obtener los resultados finales que caracterizan a este objeto.

Los resultados están actualmente en poder del Dr. Danziger, quien está preparando su publicación, bien sea considerando NGC 6302 como un objeto individual o como un componente más de un conjunto estadístico de nebulosas planetarias.

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Dr. John Danziger, la oportunidad que me ha dado de trabajar en el tema de nebulosas planetarias, y la cooperación brindada en el trabajo.

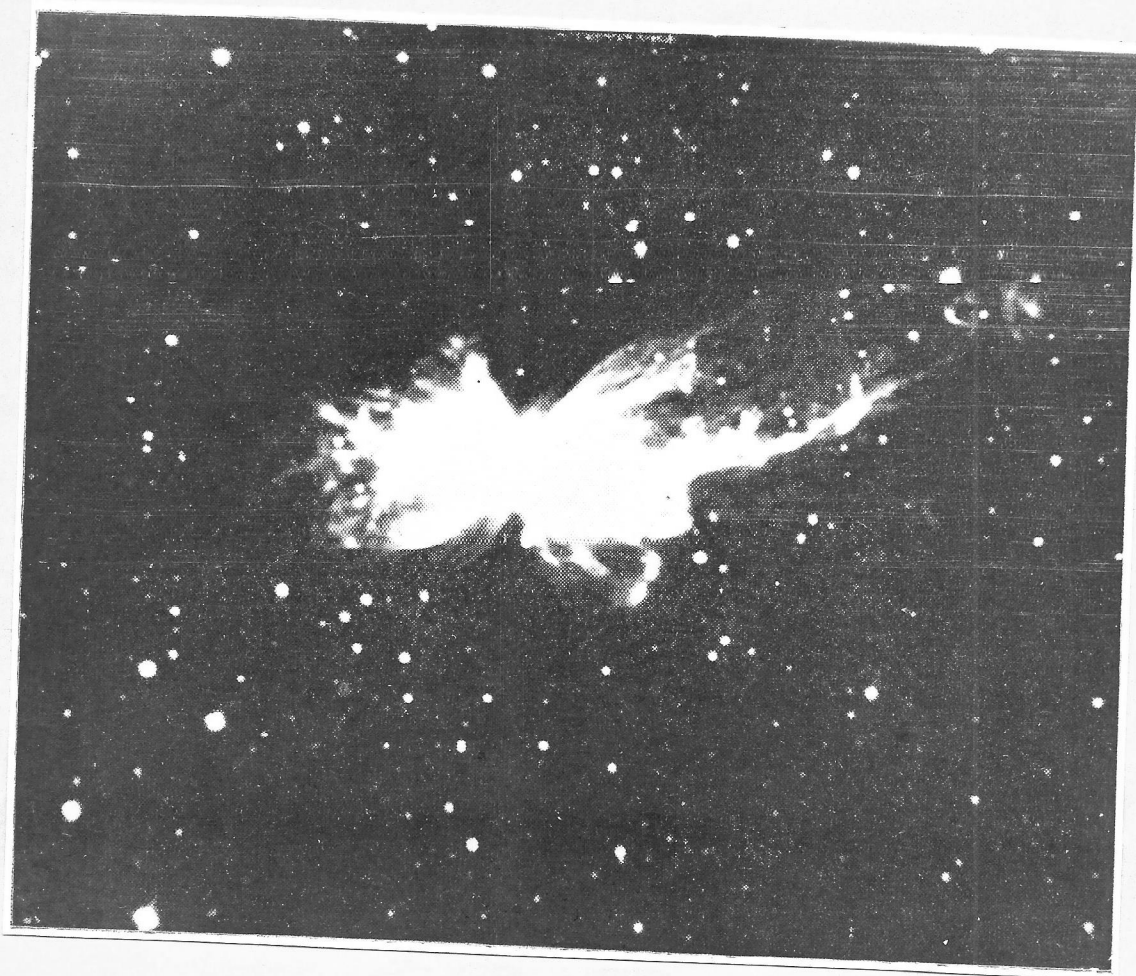
También estoy muy agradecido a la Dra. Adelina Gutiérrez, que me ha brindado todo su apoyo y ayuda, al continuar como mi profesor guía de Tesis, debido a la ausencia del Dr. Danziger del país. También agradezco a la Dra. Gutiérrez sus consejos y ayuda en el trabajo que estoy realizando en el estudio de dos objetos muy difíciles, como son NGC 6210 y Sh 288.

Finalmente agradezco al ex director de E.S.O. en Chile, Prof. Dr. Bengt Westerlund, y a la organización E.S.O., la oportunidad que me han brindado para trabajar como ayudante de investigación, y las facilidades dadas para conocer distintos temas y facetas de la profesión.

## INDICE

RESUMEN .....	1
I INTRODUCCION .....	2
II OBSERVACIONES	
2.1 Generalidades .....	4
2.2 Detector .....	4
2.3 Extinción Atmosférica .....	8
2.4 Sistema Standard .....	12
2.5 Observaciones de NGC 6302, Continuo y Líneas de Emisión .....	13
III BASES TEORICAS DEL PROBLEMA	
3.1 Generalidades .....	17
3.2 Gas Interestelar y Origen del Espectro ....	17
3.3 Equilibrio de Radiación .....	19
3.4 Ecuación de Ionización .....	24
3.5 Líneas Prohibidas y Abundancia .....	27
IV RESULTADOS	
4.1 Corrección por Extinción Interestelar .....	33
4.2 Temperatura y Densidad de Electrones .....	36
4.3 Abundancia de los Elementos Químicos .....	37
V DISCUSION .....	45
REFERENCIAS .....	49

Lamina 1.



NGC 6302, reproducción hecha del trabajo de  
Evans ( 1959 ), fotografía sacada con una  
emulsión 103 aE .-

## RESUMEN

NGC 6302 es un objeto muy peculiar; su formación fue causada por un evento muy violento, que generó una nebulosa no simétrica.

Esta nebulosa tiene una estructura filamentaria y su estrella central no se puede ver porque está completamente oculta por el gas.

NGC 6302 aparece como una de las nebulosas planetarias que tiene más alto grado de excitación, con una temperatura de electrones de  $17400^{\circ}\text{K}$  y con una densidad de electrones de  $3200\text{ cm}^{-3}$ ; estos valores se obtuvieron a partir de las mediciones realizadas en la parte central y más brillante del objeto.

El valor determinado de la constante  $C$  de enrojecimiento interestelar es  $1.0 \pm 0.1$ .

Debido al alto grado de ionización de esta nebulosa, fué posible detectar en ella más elementos químicos de lo común; sus abundancias se pudieron calcular con muy buena precisión, gracias a que las líneas son mucho más intensas que en el común de las nebulosas planetarias.

## I.- INTRODUCCION

En nuestra galaxia se han encontrado cerca de mil nebulosas planetarias, sin contar algunas pocas detectadas en otras galaxias como las Nubes de Magallanes (Westerlund, 1968); aproximadamente 50 de ellas han sido estudiadas en detalle, usando diferentes métodos como fotografía, fotometría, espectros, espectrofotometría y detección en longitudes de onda radiales (21cm). De toda esta información obtenida se ha podido crear una interpretación teórica con la cual se puede entender, en primera aproximación, qué es una nebulosa planetaria.

Su estructura consiste en una masa de gas pequeña y brillante, ionizada por radiación ultravioleta de alta energía, cuya fuente es una estrella central muy caliente, que está rodeada de este gas. La temperatura, densidad y abundancias de los elementos en el material nebuloso se conocen aproximadamente, pero las investigaciones actuales pretenden calcular estos datos con mayor precisión.

Si bien es cierto que las nebulosas planetarias son objetos muy jóvenes, la estrella central es mucho más antigua. El material gaseoso procede de esta estrella central, que lo ha expulsado al espacio interestelar. El mecanismo que produce esta expulsión desde la estrella no se conoce, pero sí se ha comprobado que las nebulosas planetarias se expanden.

Las estrellas centrales de estas nebulosas no tienen una posición precisa en el diagrama de evolución de Hertzsprung-Russell, y sus edades exactas y su historia evolucionaria son desconocidas en estos momentos.

Faltan muchas investigaciones teóricas y observacionales de estos objetos para lograr un buen entendimiento de la dinámica del gas y del estado de evolución de la estrella central. En todo caso se considera que el origen de las nebulosas planetarias podría estar asociado con las explosiones de novae.

NGC 6302 es una nebulosa planetaria peculiar en muchos sentidos; por este motivo es un objeto de interés; también se le designa por Sh 1-3. Esta última designación corresponde a Sharpless, quien ha preparado varias listas de nebulosas planetarias que en



general contiene sólo objetos compactos y que incluyen esta nebulosa a pesar de que no es un objeto compacto.

En general las nebulosas planetarias son objetos que muestran una marcada simetría, aunque tengan formas variadas. Pero el caso de NGC 6302 es distinto; es una nebulosa marcadamente difusa y asimétrica, lo que da a entender que su origen fué causado por un evento explosivo muy fuerte; además es un objeto brillante y de diametro relativamente grande ( $\approx 180$  segundos de arco), comparado con otras nebulosas planetarias.

La estructura de esta nebulosa se puede observar mejor en el rango del espectro cercano al rojo; la superficie brillante casi en su totalidad es roja. Las observaciones muestran que la estructura lejos del centro es filamentaria, como se puede apreciar en la lámina 1. Este hecho confirmaría el origen explosivo de la nebulosa.

La estrella central no es visible, ya que está completamente oculta por el gas, pero se presume que éste sistema tiene en su centro dos o más estrellas; esta hipótesis se basa en el hecho de que la superficie brillante central de este objeto es grande, y además el gas se encuentra en un alto grado de excitación, a diferencia de las nebulosas planetarias ordinarias.

Las coordenadas de NGC 6302 son  $\alpha = 17^{\text{h}} 10^{\text{m}} 21^{\text{seg}}$  y  $\delta = -37^{\circ} 2' 7''$  (1950), esta nebulosa está practicamente en el plano galáctico y sólo a  $10^{\circ}$  del centro galáctico.

Esta posición está muy cerca de la posición reportada para una fuente de rayos X designada por Sco XR-2, de coordenadas  $\alpha = 17^{\text{h}} 10^{\text{m}} 4''$  y  $\delta = -37^{\circ} 3'$  (1950); la posición de esta fuente está determinada con un error de  $\pm 15''$ ; es posible que NGC 6302 sea el origen de esta fuente de rayos X (Minkowski y Johnson, 1967).

## II.- OBSERVACIONES

### 2.1- GENERALIDADES

Las observaciones de NGC 6302 se hicieron con el telescopio de 36 pulgadas del Observatorio Interamericano de Cerro Tololo. Se usó un detector y el equipo electrónico de propiedad de este observatorio. Las reducciones preliminares de los datos obtenidos se hicieron en el mismo observatorio, mediante el computador IBM - 1130 ; estas reducciones preliminares incluyen la corrección de las observaciones por extinción atmosférica y las reducciones al sistema absoluto de estrellas standards.

Todos estos resultados fueron llevados al Observatorio Europeo Austral de Cerro La Silla, donde se ocupó el computador HP 2100 para obtener los resultados preliminares y los resultados finales que se dan en el capítulo IV .

### 2.2- DETECTOR

El detector usado en las observaciones fué un espectro-fotómetro de dos canales (Two-channel spectrum scanner) de propiedad de A.U.R.A.; éste instrumento fué construído en Harvard College Observatory bajo la supervisión de I. J. Danziger.

El espectro-fotómetro, como lo dice su nombre, tiene dos canales de detección, consistentes en dos fotocélulas que sirven para medir automática y simultáneamente los fotones provenientes del cielo y los fotones provenientes del objeto de interés.

La figura 2.2-1 muestra un esquema aproximado de la óptica del espectro-fotómetro.

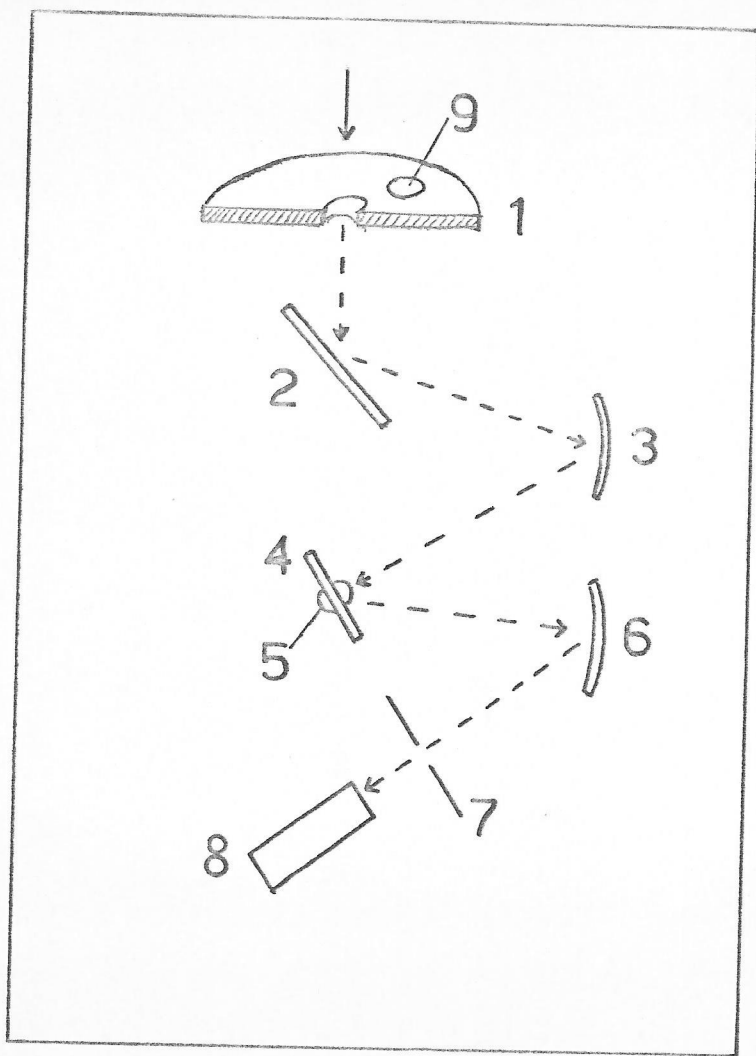


Fig 2.2-1 Diagrama de la óptica del espectro-fotómetro.

En esta figura, 1 es el diafragma, que puede ser de distintas dimensiones y diferentes formas : circular, cuadrado y rectangular. Por este diafragma pasa la luz del objeto de interés, al lado de él, 9, hay otro diafragma exactamente igual, separado del primero

por unos pocos minutos de arco; éste permite el paso de la luz del cielo; 2 es un espejo parcialmente transparente; 3 es un espejo parabólico de 106 mm de diámetro y 696 mm de distancia focal, cuya función es colimar la luz; 4 es una red de difracción de 102x128 mm, que tiene 600 líneas/mm y cuyo máximo de eficiencia está centrado en los  $7500 \text{ \AA}$  en el espectro de primer orden; 5 es un motor de pasos controlados que mueve la red de difracción, de manera que ésta puede hacer un barrido del espectro mediante pasos de  $0.2 \text{ \AA}$  en el segundo orden y con una velocidad de 500 pasos ( $100 \text{ \AA}$ ) por segundo; 6 es un espejo parabólico de 503 mm de distancia focal que produce una dispersión de  $16.4 \text{ \AA/mm}$  en la rendija de salida, indicada por 7; el ancho de esta rendija se puede variar entre  $2 \text{ \AA}$  y  $100 \text{ \AA}$  en el segundo orden; finalmente 8 son las dos foto-células, ITT - FW 130, una para el objeto y otra para el cielo.

Después de pasar por el diafragma la luz llega al espejo semi-transparente, el cual refleja 90% de la luz hacia el resto del equipo detector y transmite el 10% restante hacia un pequeño anteojo guiador; después de colimada por el primer espejo parabólico la luz llega a la red de difracción; el motor de pasos hace que ésta barra todo el espectro (o las partes que de él interesan) sobre el segundo espejo parabólico que envía el haz a la rendija de salida y los detectores.

El diagrama de bloque que muestra el sistema general de laboratorio, Fig 2.2-2, incluye el espectrofotómetro alimentado por una fuente de poder la cual le da a cada foto-célula una tensión regulada constante de 1800 Volts. El computador hace la función de control de operación y reductor parcial de datos, envía señales al teletipo, y espera la orden de operación del astrónomo. El computador también recibe las señales del

espectrofotómetro, las procesa y las entrega en dos terminales, uno es el teletipo donde aparece escrita la longitud de onda y el recuento de fotones; el otro terminal es una perforadora de cintas, en la cual aparecen los mismos datos, pero en la sintaxis adecuada para el programa que se usará en el IBM 1130 de las oficinas de A.U.R.A. en La Serena.

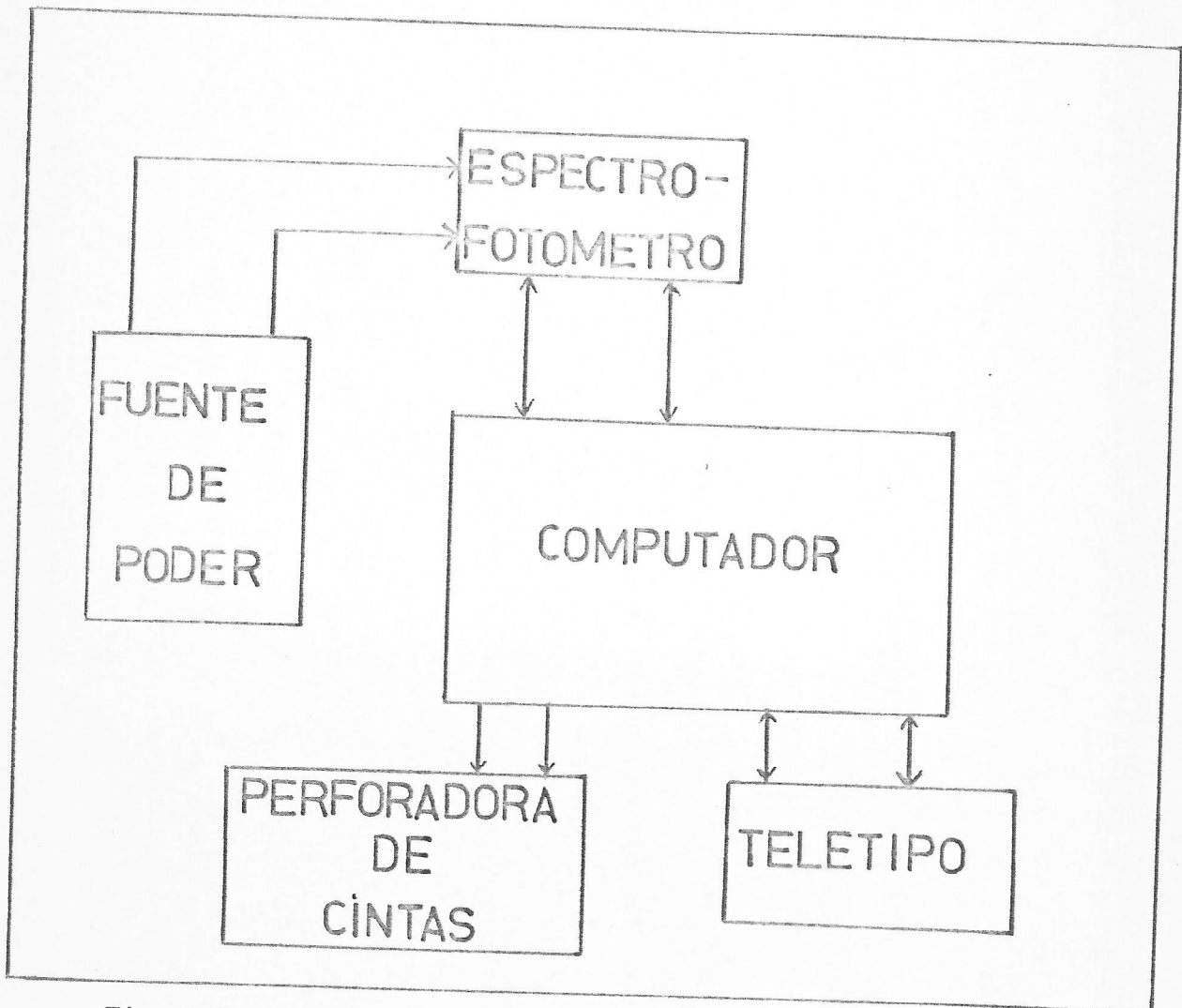


Fig 2.2-2 Diagrama de bloque del sistema general.-

### 2.3- EXTINCIÓN ATMOSFÉRICA

La extinción atmosférica es la pérdida de intensidad sufrida por la luz proveniente de un objeto celeste al atravesar la atmósfera terrestre, debido a las propiedades absorbentes y dispersantes del aire.

Uno de los métodos tradicionales para hacer la corrección por extinción atmosférica, necesita que cada noche que se observa el objeto de interés, también se observen varias estrellas llamadas standards de extinción. Estas se deben observar varias veces durante la noche y a diferentes distancias cenitales.

Como nuestro detector capta sólo haces de luz casi monocromáticos, podríamos considerarlo todo como extinción monocromática. O sea, si un haz de luz monocromática llega de una estrella situada a una distancia cenital  $z$  con intensidad  $I(\lambda)$ , y atraviesa una capa de la atmósfera de espesor  $dh$  situada a la altura  $h$ , la pérdida de intensidad sufrida por la luz ( Fig 2.3-1 ) está dada por:

$$dI(\lambda) = -I(\lambda) \cdot A(\lambda, h) \cdot dh \sec z \quad (1)$$

en que  $A(\lambda, h)$  es la opacidad de la atmósfera terrestre a la altura  $h$ , para la longitud de onda  $\lambda$ . Integrando la ecuación (1), pasando de logaritmos naturales a logaritmos decimales y multiplicando por  $-2.5$  para transformar intensidades en magnitudes estelares, se llega a:

$$m_o(\lambda) = m(\lambda) - Z E(\lambda) \quad (2)$$

donde  $m_o(\lambda)$  es la magnitud de la estrella fuera de la atmósfera para una longitud de onda  $\lambda$ ,  $m(\lambda)$  es la magnitud observada de la estrella,  $Z$  es la masa de aire a la cual se

realiza la observación, y  $E(\lambda)$  es la extinción atmosférica monocromática, dada por

$$E(\lambda) = 1.086 \int_0^{\infty} A(\lambda, h) dh \quad (3)$$

Se define como masa de aire  $Z$ , la cantidad de aire atravesada por el rayo de luz en un momento dado. Es fácil darse cuenta por la figura 2.3-1 (esquema muy simplificado)

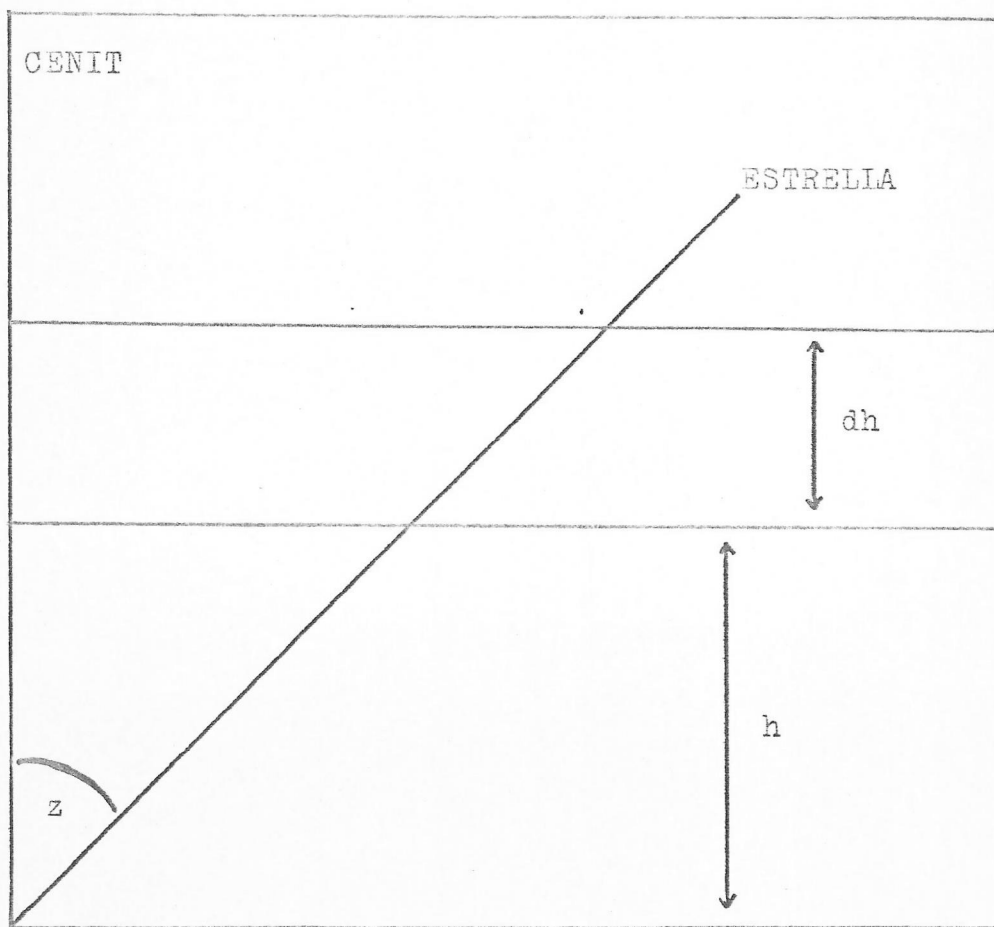


Figura 2.3-1 .

que la masa de aire para una atmósfera considerada formada por capas plano paralelas de densidad constante, es proporcional a  $\sec z$ . Si llamamos masa de aire unidad la que corresponde a una estrella observada en el cenit, es

evidente que la masa de aire a una distancia cenital  $z$  será igual a  $\sec z$ .

Para una estrella de posición conocida es fácil determinar el valor de  $\sec z$ , mediante el teorema del coseno aplicado al triángulo astronómico fundamental (Fig 2.3-2)

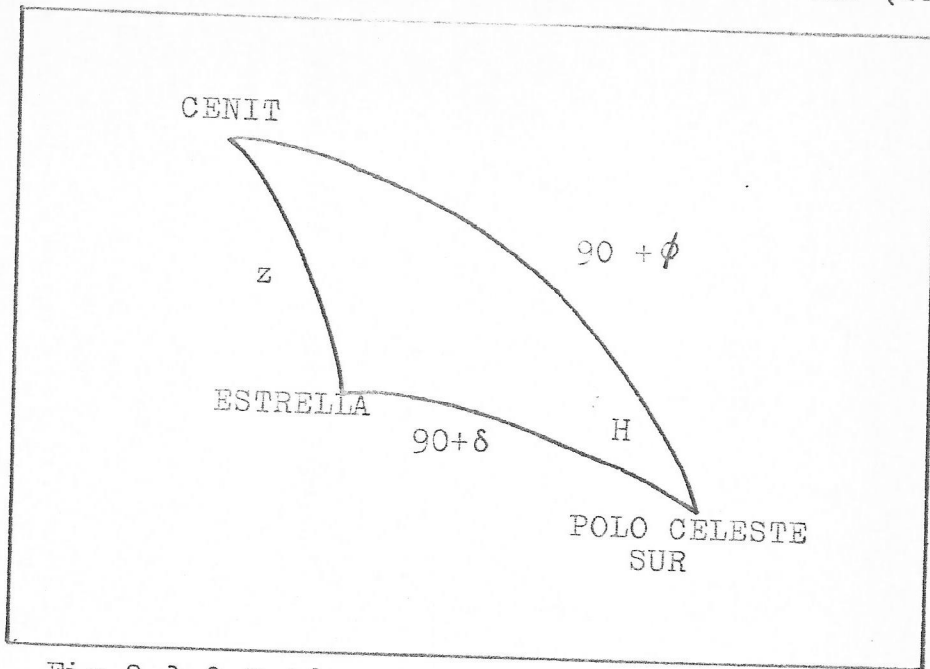


Fig 2.3-2 Triángulo astronómico fundamental.

$$\cos z = \operatorname{sen} \phi \operatorname{sen} \delta + \cos \phi \cos \delta \cos H \quad , \quad (4)$$

en que  $\phi$  es la latitud del lugar de observación,  $\delta$  es la declinación de la estrella y  $H$  es su ángulo horario.

$$Z = \sec z = 1 / \cos z \quad (5)$$

Si  $z > 60^\circ$ , la aproximación de considerar una atmósfera plano paralela deja de tener validez y se hace necesario introducir una corrección que toma en cuenta la curvatura de la atmósfera. Resulta (Hardie, 1962):

$$Z = \sec z - 0.0018167(\sec z - 1) - 0.0028750(\sec z - 1)^2 - 0.0008083(\sec z - 1)^3 \quad (6)$$



Si escribimos la ecuación (2) para dos longitudes de onda diferentes  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  y restamos, se obtiene:

$$m_o(\lambda_1) - m_o(\lambda_2) = m(\lambda_1) - m(\lambda_2) - Z[ E(\lambda_1) - E(\lambda_2) ] , (7)$$

que, expresada como índices de color, queda:

$$C_o(\lambda_1, \lambda_2) = C(\lambda_1, \lambda_2) - Z E_c(\lambda_1, \lambda_2) , (8)$$

siendo  $E_c$  la extinción atmosférica correspondiente al índice de color,

$$C_o(\lambda_1, \lambda_2) = m_o(\lambda_1) - m_o(\lambda_2)$$

Para obtener la extinción  $E_c$  se debe observar la misma estrella con dos masas de aire diferentes  $Z_1$  y  $Z_2$ , de donde, en primera aproximación:

$$E_c = \frac{C_1 - C_2}{Z_1 - Z_2} , (9)$$

siendo  $C_1$  y  $C_2$  los colores observados con las masas de aire  $Z_1$  y  $Z_2$ .

Conociendo  $E_c$  se determina  $C_o$  para cada observación; en seguida podemos obtener  $E_c$  en segunda aproximación mediante la relación:

$$E_c = \frac{C - \overline{C_o}}{Z} (10)$$

en que  $C$  y  $Z$  son los valores de cada observación y  $\overline{C_o}$  es el promedio de  $C_o$  de todas las noches de observación (Gutiérrez-Moreno and Stock, 1967; Gutiérrez-Moreno, Moreno and Stock, 1968; Moreno, 1971).

#### 2.4- SISTEMA STANDARD.

Un sistema standard de estrellas, es un conjunto de estrellas cuyas características observables, tales como el brillo, luminosidad, color, tipo espectral, enrojecimiento, magnitud aparente y absoluta, etc., se conocen muy bien.

Este sistema standard es el punto cero o sea el punto origen al cual se deben reducir todas las observaciones, para poderlas tener en un sistema común y poder compararlas con otras que se hayan hecho en otro lugar de la Tierra. En el caso concreto de la espectrofotometría la reducción al sistema standard tiene una importancia adicional, ya que dicho sistema standard es el sistema absoluto, entendiendo por tal el sistema basado en medidas absolutas del flujo de radiación del conjunto de estrellas que definen el sistema. La estrella standard fundamental de la espectrofotometría, para la cual se han hecho repetidas calibraciones en un sistema absoluto, es  $\alpha$  Lyrae ( Vega ).

Por lo tanto, junto con observar NGC 6302, se observa cada noche un conjunto de estrellas standards, pertenecientes al grupo de estrellas standards del hemisferio sur observadas por Oke (1964); con este conjunto de estrellas se determinó la extinción atmosférica y la calibración de los instrumentos de observación.

En seguida con estas mismas estrellas standards, pero usando las observaciones de Hayes (1970) y Oke-Schild (1970), quienes tienen sus resultados en el sistema absoluto de  $\alpha$  Lyrae, se transformaron todos los flujos medidos a la calibración absoluta de  $\alpha$  Lyrae. En sí, la reducción al sistema absoluto, es la diferencia para cada longitud de onda, de las estrellas que hemos observado en nuestro sistema relativo, con las mismas estrellas observadas por Hayes (1970) y Oke-Schild(1970).

Para todas estas reducciones se usó el computador IBM 1130 de La Serena, el cual ya tiene un programa especial para hacer este tipo de trabajo; este programa incluye las observaciones de Hayes, Oke y Schild.

## 2.5- OBSERVACIONES DE NGC 6302, CONTINUO Y LINEAS DE EMISION.

Las observaciones de NGC 6302 se hicieron en el Observatorio Interamericano de Cerro Tololo, durante 4 noches de Abril de 1973. El equipo utilizado se ha descrito en el párrafo 2.2 .

Todas las mediciones se hicieron sobre la parte brillante central de NGC 6302, para lo cual, el detector se usó centrado en el objeto, con un diafragma rectangular de entrada de 17"X 34" (segundos de arco), sin incluir el objeto en su totalidad (Fig 2.5-1) .

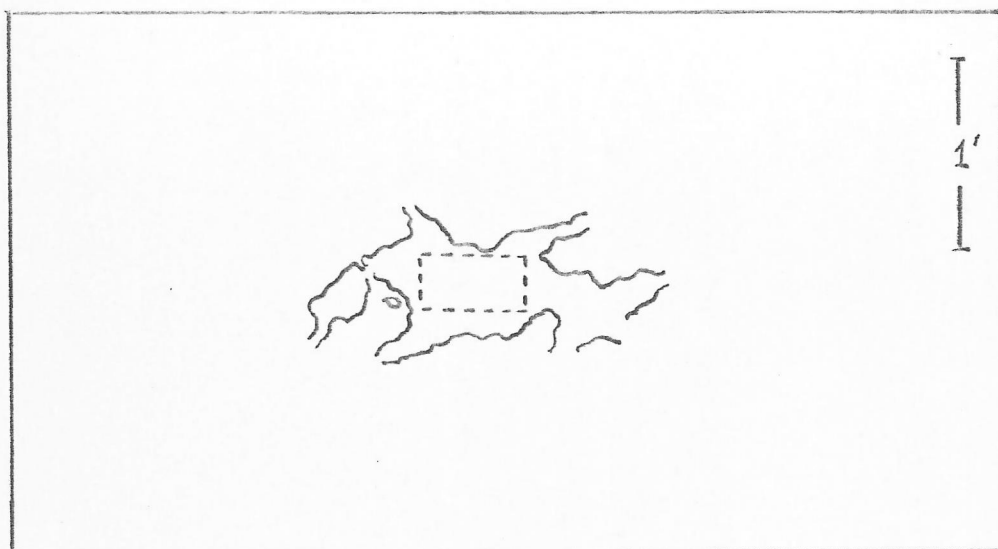


Fig 2.5-1. NGC 6302, área donde se hizo la observación.

La medición del flujo de los puntos del continuo y de las líneas de emisión se hizo en el rango de 3500 a 8100 Å. En este intervalo se midieron 9 puntos del continuo con una rendija de 20 Å; para las líneas de emisión se usaron rendijas de 20 y 40 Å (según la intensidad de la línea), con excepción de H $\alpha$ , para la que se usó una rendija de 80 Å. Los flujos se obtuvieron en  $\text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1}$ .

Cuando se mide el flujo de una línea de emisión lo que se mide realmente es el flujo de la línea más el continuo más la contribución de la estrella central. Al medir el continuo, en cambio, lo que se mide es el flujo del continuo más la contribución de la estrella.

El promedio del flujo de los puntos del continuo para las 4 noches, corregido por extinción atmosférica, se da en la Tabla 2.5-1 y se representa en la figura 2.5-2. En esta tabla la primera columna da el valor de  $1/\lambda$  ( $\lambda$  en micrones) y la segunda columna da el logaritmo en base 10 del flujo del continuo  $F_c$ .

Tabla 2.5-1

---

Promedio del continuo observado corregido por extinción atmosférica.

---

$1/\lambda$ [ $\mu$ ]	Log $F_c$ [ $\text{erg cm}^{-2} \text{seg}^{-1}$ ]
1.235	-24.130
1.350	-24.220
1.445	-24.320
1.450	-24.310
1.605	-24.430
1.795	-24.560
1.855	-24.620
2.070	-24.760
2.375	-24.990

---

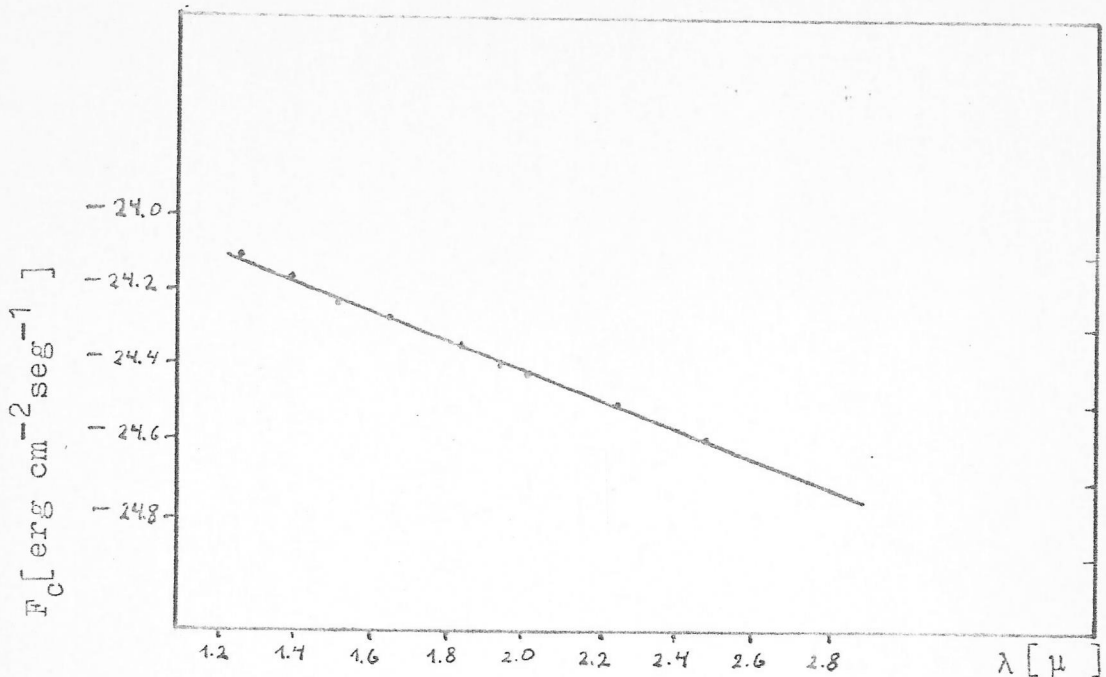


Fig 2.5-2 Promedio del continuo de las cuatro noches.

La figura 2.5-2 permite interpolar para la longitud de onda correspondiente a cada línea de emisión, el valor respectivo del flujo del continuo, que no se puede medir donde hay líneas de emisión.

La Tabla 2.5-2 da, como ejemplo, los valores obtenidos en la primera noche de observación, corregidos por extinción atmosférica. Las diferentes columnas dan: 1) identificación del elemento químico que produce la línea; 2) longitud de onda de la línea ( $\lambda$ ) en  $\text{A}^\circ$ ; 3)  $1/\lambda$  ( $\lambda$  en  $\mu$ ); 4) logaritmo del flujo de la línea más el continuo más la contribución de la estrella ( $F_{l+c}$ ); 5) logaritmo de la reducción al sistema absoluto; 6) logaritmo del flujo del continuo más la contribución de la estrella ( $F_c$ ) y 7) logaritmo del flujo de la línea de emisión, después de eliminar el efecto del continuo y de reducir al sistema absoluto.

Cada noche proporciona un conjunto de valores similares a éste.

Tabla 2.5-2

Flujos observados.						
Línea	$\lambda$	$1/\lambda$	Log $F_{l+c}$	Correc.	Log $F_c$	Log $F_l$
[OII ]	3728	2.682	-23.664	12.635	-25.140	-11.044
HeI	3889	2.571	-24.704	12.599	-25.090	-11.552
[SII ]	4072	2.456	-24.205	12.559	-25.030	-11.764
H $\delta$	4101	2.438	-24.009	12.553	-25.020	-11.501
H $\gamma$	4340	2.304	-23.711	12.503	-24.930	-11.235
[OIII]	4363	2.292	-23.788	12.499	-24.920	-11.322
HeI	4471	2.237	-24.888	12.478	-24.885	-12.076
HeII	4686	2.134	-23.406	12.438	-24.810	-10.986
H $\beta$	4861	2.057	-23.157	12.405	-24.750	-10.760
[OIII]	5007	1.997	-21.969	12.379	-24.710	- 9.591
[NII ]	5755	1.738	-23.351	12.300	-24.520	-11.081
HeI	5876	1.702	-23.437	12.250	-24.500	-11.226
[OI ]	6364	1.571	-23.831	12.472	-24.400	-11.495
[AV ]	6435	1.554	-23.953	12.500	-24.390	-11.650
[NII ]	6561	1.524	-22.125	12.589	-24.370	- 9.538
H $\alpha$	6562	1.524	-22.143	12.737	-24.370	- 9.406
HeI	6678	1.497	-23.396	12.430	-24.350	-11.654
[SII ]	6724	1.487	-23.140	12.424	-24.340	-10.749
[AV ]	7006	1.427	-23.675	12.412	-24.300	-11.380
HeI	7065	1.415	-23.628	12.382	-24.290	-11.353
[AIII]	7136	1.401	-23.044	12.370	-24.275	-10.700
[AIV ]	7171	1.395	-24.069	12.360	-24.270	-12.140
[OII ]	7326	1.365	-23.450	12.350	-24.240	-11.118

Con todo lo anterior, estamos en condiciones de obtener los primeros resultados, haciendo previamente y en cada noche la corrección de todas las líneas de emisión por los efectos causados por el enrojecimiento (extinción interestelar).

### III.- BASES TEORICAS DEL PROBLEMA

#### 3.1- GENERALIDADES

Desde el momento en que una estrella expulsa material, éste pasa a formar parte de la materia interestelar. La existencia de materia interestelar en todo el universo conocido, con mayores o menores concentraciones, se ha comprobado experimentalmente en repetidas oportunidades y por diferentes métodos. El origen mismo de la materia interestelar, en general, no se conoce, pero hay varias teorías al respecto. La materia interestelar tiene dos componentes, el gas y el polvo, y una nebulosa planetaria, que es una estrella rodeada de materia interestelar, también los tiene.

Entre las aproximadamente mil nebulosas que se han observado y estudiado se notan marcadas diferencias de estructura. Hacer un tratamiento teórico de una nebulosa planetaria no es algo simple, ya que su estructura misma es bastante complicada, y para hacer el estudio, es necesario hacer simplificaciones e idealizaciones del problema, tratando de no alejarse de la realidad.

Antes de analizar la teoría de estos objetos describiremos brevemente los mecanismos mediante los cuales se origina en el gas, que es el componente principal, el espectro observable.

#### 3.2- GAS INTERESTELAR Y ORIGEN DEL ESPECTRO

##### a.- Gas Interestelar.

El gas interestelar que rodea las nebulosas planetarias está compuesto principalmente de hidrógeno. Strömgren (1939) demuestra que en el espacio interestelar se pueden encontrar dos tipos de regiones:

- i) Regiones HII, formadas por hidrógeno ionizado, rodeando una estrella caliente.
- ii) Regiones HI, formadas por hidrógeno no ionizado.

La zona de transición entre estos dos tipos de regiones es muy estrecha, y no está claramente definida, ya que el gas, además de hidrógeno, está compuesto de varios otros elementos, como helio, oxígeno, argón, etc. en distintos grados de ionización.

Por otra parte, el análisis de las condiciones en que se encuentra el gas interestelar, permite determinar que debido a la gran dilución sufrida por la radiación de las estrellas que lo calientan, es posible encontrar en él tanto átomos como iones de todos los elementos que lo forman, pero que prácticamente todos se encuentran en el estado fundamental.

Por este motivo en el análisis teórico que sigue se considerarán solamente las ionizaciones y excitaciones desde el nivel fundamental.

#### b.- Origen del espectro de las nebulosas planetarias.

El espectro de estos objetos es producido principalmente por los siguientes mecanismos:

- i) Fotoionización y recombinación.

Los átomos o iones son foto-ionizados por fotones del ultravioleta lejano (referido al ultravioleta que está cerca del visual). Cuando los electrones son recapturados en niveles excitados altos, producen una cascada a los niveles bajos con la emisión de líneas normales permitidas, muy comunes para el hidrógeno y el helio por su abundancia.



ii) Excitación por colisión.

Las líneas intensas en el espectro de las nebulosas planetarias, llamadas líneas prohibidas, se originan por dipolos magnéticos o cuadripolos eléctricos, transiciones entre términos de una configuración fundamental de iones.

En las nebulosas gaseosas estas líneas se podrían entender como que los electrones excitan a los iones por colisiones inelásticas llevándolos a estados metastables. Cuando estos iones caen en cascada a niveles más bajos, emiten esas líneas prohibidas.

iii) El continuo.

Además de las líneas discretas del espectro, las nebulosas planetarias radian un continuo de emisión, originado por los siguientes mecanismos:

- 1.- Recombinación de electrones a niveles excitados del hidrógeno y helio.
- 2.- Transiciones libre-libre, envolviendo la energía cinética perdida por el electrón libre en el campo electrostático del ión. Esta emisión libre-libre es responsable de la radiación térmica observada en el espectro de frecuencias de radio de las nebulosas planetarias.
- 3.- La emisión de dos fotones, producida por los átomos de hidrógeno que decaen desde el nivel 2 S al nivel fundamental (transiciones virtuales).

3.3- EQUILIBRIO DE RADIACION.

Para el análisis teórico de una nebulosa gaseosa, se considera en primera aproximación que la nebulosa es homogénea, un cuerpo esférico de gas de hidrógeno que rodea una estrella muy caliente.

Nos interesan dos problemas fundamentales: la población de los niveles y el equilibrio de la energía.

La emisión de la nebulosa es el resultado de la fotoionización de la nube de gas por fotones ultravioleta emitidos desde la estrella. Para idealizar el problema supondremos que la estrella radia como un cuerpo negro a una temperatura  $T$ .

Para estudiar la población de los niveles postularemos que existe equilibrio estadístico, es decir que el número de átomos que se encuentran en un nivel  $n$  de energía es constante en el tiempo; esto requiere que el número de átomos que llegan al nivel sea igual al número de átomos que lo dejan. Analicemos primero el nivel fundamental; los átomos llegan a este nivel directamente por capturas desde el continuo o por cascadas desde niveles altos, y lo abandonan por excitación a los niveles altos o por fotoionización. Si  $F_{n1}$  denota el número de transiciones que bajan desde el nivel  $n$  al 1,  $F_{1n}$  sería el número de transiciones que suben de 1 a  $n$ ;  $F_{x1}d\nu$  sería el número de capturas desde el continuo en el rango de energía  $h\nu$  de los electrones libres, y  $F_{1x}d\nu$  el número de fotoionizaciones desde el nivel fundamental en el mismo rango de energía, entonces:

$$\sum_2^{\infty} F_{n1} + \int_{\nu_1}^{\infty} F_{x1}d\nu = \sum_2^{\infty} F_{1n} + \int_{\nu_1}^{\infty} F_{1x}d\nu \quad (11)$$

Las sumatorias se tomaron a lo largo de todos los niveles discretos. Las integrales abarcan todo el continuo desde el límite de Lyman, correspondiente a  $\nu = \nu_1$ .

Se postula que la distribución de velocidades de los electrones libres es Maxwelliana, siendo  $T_e$  la temperatura cinética del gas de electrones e iones.

Por otra parte el número de átomos que pasan a un nivel excitado  $n$  por cascada desde un nivel alto  $n''$ , por recombinaciones con electrones desde el continuo, y por excitaciones desde el nivel fundamental, es igual al número total de cascadas hacia abajo desde el nivel  $n$  a todos los niveles bajos  $n'$ ; entonces:

$$\sum_{n+1}^{\infty} F_{n''n} + \int_{\nu_n}^{\infty} F_{xn} d\nu + F_{1n} = \sum_1^{n-1} F_{nn'} \quad (12)$$

en que  $\nu_n$  es la frecuencia correspondiente a la energía de ionización del átomo desde el nivel  $n$ .

La condición de equilibrio estadístico para el continuo requiere que el número de fotoionizaciones por segundo sea igual al número de recapturas. Aunque las ionizaciones se consideran sólo desde el nivel fundamental, las recapturas ocurren a todos los niveles; entonces podemos escribir:

$$\int_{\nu_1}^{\infty} F_{1x} d\nu = \sum_1^{\infty} \int_{\nu_n}^{\infty} F_{xn} d\nu \quad (13)$$

Si se especifica el carácter del campo de radiación, las ecuaciones (11), (12) y (13) son suficientes para fijar la población relativa de los niveles.

Para estudiar el equilibrio de energía, consideremos que cada transición  $nn'$ , tiene asociada una energía  $h\nu_{nn'}$ . Consideremos primero la energía radiada por captura de electrones en los niveles discretos, con la subsecuente cascada, y por transiciones libre-libre. La suma de estas contribuciones es la energía total emitida por  $\text{cm}^3$  y por seg. El monto de energía emitida por recaptura desde el continuo a un nivel discreto  $n$  sería:

$$\int_{\nu_m}^{\infty} F_{xn} h \nu_{xn} d\nu$$

Si sumamos sobre todos los niveles n del átomo, entonces:

$$\sum_1^{\infty} \int_{\nu_m}^{\infty} F_{xn} h \nu_{xn} d\nu$$

es la energía total radiada en las recapturas. Además hay emisiones discretas. Un átomo en el nivel n puede caer a cualquier nivel bajo n' con una emisión de energía  $h\nu_{nn'}$ . Por esto el monto total de energía emitido por átomos en cascada hacia abajo desde el nivel particular n, es:

$$\sum_{n'=1}^{n-1} F_{nn'} h \nu_{nn'}$$

Sumando sobre todos los niveles n, tenemos:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sum_{n'=1}^{n-1} F_{nn'} h \nu_{nn'}$$

que será la energía emitida desde todos los niveles n por átomos en cascada hacia abajo. Finalmente, tenemos la emisión libre-libre. Cuando en la presencia de un ión, un electron cuya energía decae en el rango  $d\nu_x$  en un salto de x a un estado de baja energía x', emite una energía del orden de  $h\nu_{xx'}$ . La suma de todos los saltos hacia abajo dentro del intervalo  $d\nu_x$  producen la emisión:

$$d\nu_x \int_0^{\infty} F_{xx'} h \nu_{xx'} d\nu_{xx'}$$

La suma sobre todas las transiciones hacia abajo es:

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} F_{xx'} h \nu_{xx'} d\nu_x d\nu_{x'}$$

Por otra parte la absorción consiste únicamente en fotoionizaciones desde el nivel fundamental y transiciones discretas a niveles altos, o sea, resumiendo:

$$\int_{\nu_1}^{\infty} F_{1x} h \nu_{1x} d\nu \quad \text{y} \quad \sum_2^{\infty} F_{1n} h \nu_{1n}$$

Si ahora igualamos la energía total absorbida en cada unidad de volumen, con la energía emitida, la ecuación para la conservación de energía en una nebulosa planetaria en equilibrio de radiación es:

$$\begin{aligned} \sum_1^{\infty} \int_{\nu_n}^{\infty} F_{xn} h \nu_{xn} d\nu + \sum_{m=2}^{\infty} \sum_{m'=1}^{m-1} F_{mn'} h \nu_{mn'} + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} F_{xx'} h \nu_{xx'} d\nu_x d\nu_{x'} \\ = \int_{\nu_1}^{\infty} F_{1x} h \nu_{1x} d\nu + \sum_2^{\infty} F_{1n} h \nu_{1n} \end{aligned} \quad (14)$$

### 3.4- ECUACION DE IONIZACION

Como dijimos en las nebulosas se considera que toda la ionización ocurre desde el nivel fundamental para cualquier ión o átomo que consideremos, mientras que las recapturas ocurren a todos los niveles.

El número de ionizaciones desde el nivel fundamental es:

$$\int_{\nu_1}^{\infty} N_1 \frac{4\pi I_{\nu} a_1(\nu) d\nu}{h\nu} = \frac{8\pi N_1}{c^2} \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{W_{\nu} a_1(\nu) \nu^2 d\nu}{[\exp(h\nu/KT) - 1]} \quad (15)$$

donde se ha usado K para designar la constante de Boltzmann,  $a_1(\nu)$  denota el coeficiente de absorción para las fotoionizaciones desde el nivel fundamental, por absorción de radiación de frecuencia  $\nu$ . Para la materia interestelar  $I_{\nu}$  está dado por la intensidad de la radiación estelar diluida debido a la distancia:

$$I_{\nu} = W_{\nu} \frac{2 h \nu^3}{c^2} \frac{1}{[\exp(h\nu/KT) - 1]}$$

en que  $W_{\nu}$  es el factor de dilución de la radiación,  $N_1$  es el número de átomos o iones de una clase dada por  $\text{cm}^3$ .

El número de ionizaciones debe ser igual al número de recapturas a todos los niveles, dado por:

$$\sum_j \int F_{xj} dx = \sum_j \int_0^{\infty} N_i N_e f(v) v \sigma_j dv \quad (16)$$

En esta expresión  $N_i$  será el número de iones en un estado próximo más alto de ionización y  $N_e$  el número de electrones por  $\text{cm}^3$ . Se considera que  $f(v)$  es la distribución de velocidades de Maxwell.

$$f(v)dv = 4\pi \left[ \frac{m}{2\pi K T_e} \right]^{3/2} v^2 \exp[-mv^2/2KT_e] dv \quad (17)$$

la cual obedece la condición de normalización,

$$\int_0^{\infty} f(v) dv = 1 \quad (18)$$

El número de electrones por  $\text{cm}^3$  cuyas velocidades están entre  $v$  y  $v + dv$  será  $N_e f(v)dv$ ; si  $\sigma_j(v)$  es la sección eficaz para las recapturas de electrones que se mueven con velocidad  $v$ , el número total de electrones colectados por  $N_i$  iones por  $\text{cm}^3$  en un segundo, en el rango  $v$  a  $v + dv$ , será igual al número de partículas que se mueven por segundo en un cilindro de dimensiones  $v \sigma_j$ , o sea  $N_e f(v)dv N_i v \sigma_j$ .

El número total de recapturas para todos los rangos de velocidades en todos los niveles, se obtiene integrando sobre todas las velocidades la ecuación (16). La sección eficaz de recaptura  $\sigma_j(v)$  está relacionada con el coeficiente de absorción  $a_j(\nu)$  para un átomo en el nivel  $j$  por la ecuación:

$$\frac{a_j(\nu)}{\sigma_j(v)} = \frac{m^2 v^2 c^2}{\nu^2 h^2} \frac{W_e W_i}{2 W_j} \quad (19)$$

en que  $W_e$ ,  $W_j$  y  $W_i$  son los pesos estadísticos del electrón, del nivel  $j$  y del nivel 1 del ion;  $\nu$  y  $v$  están relacionados por la ecuación:

$$1/2 m v^2 + \chi_j = h\nu$$

donde  $\chi_j$  es la energía de ionización del  $j$ -ésimo nivel. Si se igualan las ecuaciones (15) y (16), substituyendo la ecuación (17), se obtiene la ecuación general de ionización:

$$\frac{N_i N_e}{N_1} = \frac{(2\pi m K T_e)^{3/2}}{h^3} \frac{W_e W_i}{W_1} \frac{W_1 \int_{\nu_1}^{\infty} \frac{W \nu^2 a_1(\nu) d\nu}{[\exp(h\nu/KT) - 1]}}{\sum_{j=1}^{\infty} W_j \int_0^{\infty} \frac{m}{h} [\exp(-mv^2/2KT_e)] a_j(\nu) \nu^2 v dv} \quad (20)$$

Se puede transformar esta ecuación a una forma mas familiar usando  $I_\nu$  en la aproximación de Wien.

$$I_\nu \sim W_\nu \frac{2 h \nu^3 e}{c^2} \exp(-h\nu/KT) \quad (21)$$

que es válida para  $h\nu/KT \gg 1$ ; entonces:

$$[\exp(h\nu/KT) - 1] \sim \exp(h\nu/KT) = \exp(\chi_1/KT + mv^2/2KT) \quad (22)$$

escribiendo:

$$x = \frac{m v^2}{2KT_e} \quad y \quad z = \frac{m v^2}{2KT} \quad (23)$$



la ecuación (20) se transforma en

$$\frac{N_i N_e}{N_1} = \left[ \frac{2 \pi m K}{h^2} \right]^{3/2} \frac{W_i}{W_1} T^{3/2} \exp(-x_1/KT) \left[ \frac{T_e}{T} \right]^{1/2} D \quad (24)$$

en que  $W_e = 2$  y donde,

$$D = \frac{W_1 \int_0^\infty W \nu a_1(\nu) \nu^2 \exp(-Z) dZ}{\sum_{j=1}^\infty W_j \int_0^\infty a_j(\nu) \nu^2 \exp(-x) dx} \quad (25)$$

D depende esencialmente del factor de dilución  $W \nu$ . Con las suposiciones de que para los iones  $a(\nu)$  varía como  $\nu^{-2}$ , que  $W \nu$  podría ser reemplazado por el promedio sobre  $\nu$ , y que la recaptura en todos los niveles altos pueden ser despreciables comparándolas con la del primer nivel se obtiene:  $D = \bar{W}$ ; entonces la ecuación de ionización sería:

$$\frac{N_i N_e}{N_1} = \frac{(2 \pi m K)^{3/2}}{h^3} \frac{2 W_i}{W_1} T^{3/2} \exp(-x_1/KT) \bar{W} \left[ \frac{T_e}{T} \right]^{1/2} \quad (26)$$

### 3.5- LINEAS PROHIBIDAS Y ABUNDANCIA

Las líneas prohibidas detectadas en el espectro de algunas novas y en las nebulosas gaseosas son producidas por transiciones hacia abajo desde niveles metastables a los cuales los átomos e iones han sido excitados por colisiones inelásticas.

Supongamos que un electrón viaja con una velocidad entre  $v$  y  $v + dv$  y choca con un átomo en un estado A, excitándolo a un estado B. Si  $\sigma(v)$  es la sección eficaz para colisiones de excitación, entonces el número total

de excitaciones por colisión por  $\text{cm}^3$  y por segundo será  $N_A N_e v \sigma(v) f(v) dv$ , en que una columna  $v \sigma(v)$  es barrida en cada segundo por una partícula que se mueve con una velocidad  $v$ . En cada  $\text{cm}^3$  habrá  $N_A$  átomos en el nivel A y  $N_e f(v) dv$  electrones con velocidad entre  $v$  y  $v + dv$ . Como antes, asumimos que  $f(v)$  es distribución de velocidades de Maxwell. Para obtener el número total de colisiones de excitación por  $\text{cm}^3$  y por segundo, integramos sobre todas las velocidades mayores que la velocidad umbral  $v_0$ , dada por,

$$1/2 m v_0^2 = \chi_B - \chi_A = \chi_{AB} \quad (27)$$

en que  $\chi_{AB}$  es la diferencia entre las energías de los niveles A y B; obtenemos,

$$F_{AB} = N_A N_e \int_{v_0}^{\infty} v \sigma(v) f(v) dv = N_A N_e q_{AB} \quad (28)$$

$q_{AB}$  se designa a menudo por coeficiente de activación.

Bajo las condiciones de equilibrio termodinámico, ocupando el balance detallado, tenemos:

$$N_A N_e q_{AB} = N_B N_e q_{BA} \quad (29)$$

en que  $q_{BA}$  es el coeficiente de desactivación. En el equilibrio termodinámico estos dos coeficientes están relacionados por:

$$q_{AB} = q_{BA} \frac{W_B}{W_A} \exp(-\chi_{AB} / kT_e) \quad (30)$$

en que  $W_A$  y  $W_B$  son los pesos estadísticos de los niveles A y B respectivamente.

Para todas las velocidades,

$$w_A v_A^2 \sigma(A \rightarrow B) = w_B v_B^2 \sigma(B \rightarrow A) \quad (31)$$

Se introduce ahora una cantidad llamada colisión fuerte, definida por:

$$\sigma(A \rightarrow B) = \pi / k^2 \Omega(A, B) \quad (32)$$

en que  $k = mv / \hbar$

En la práctica cada nivel J consistirá de  $2J + 1$  estados (Zeeman), si a son aquellos estados en el nivel A, y b son aquellos estados en el nivel B, tendremos,

$$\sigma(A \rightarrow B) = \frac{\pi}{k^2} \frac{\Omega(A, B)}{2J_A + 1} \quad , \text{ donde,}$$

$$\Omega(A, B) = \sum_{a, b} \Omega(a, b) \quad (33)$$

Para obtener los resultados finales, los valores de las colisiones fuertes y de las probabilidades de transición, se sacaron de los trabajos de Garstang (1968), Czyzak et al (1968) y Seaton (1968).

Si se escriben las ecuaciones de equilibrio estadístico para cada nivel, recordando que  $A_{m,n}$  son las probabilidades de transición de Einstein, y designando por  $q$  las probabilidades de transición por choque, para el nivel 3, tenemos:

$$N_1 N_{e q 13} + N_2 N_{e q 23} = N_3 (N_{e q 32} + N_{e q 31} + A_{32} + A_{31}) \quad (34a)$$

de igual forma para el segundo nivel:

$$N_1 N_e q_{12} + N_3 N_e q_{32} + N_3 A_{32} = N_2 N_e (q_{23} + q_{21}) + N_2 A_{21} \quad (35a)$$

usando los resultados obtenidos por Menzel et al (1941), las dos ecuaciones anteriores quedarían:

$$\begin{aligned} N_1 \frac{\Omega_{13}}{W_1} C \exp[-\chi_3 / KT_e] + N_2 \frac{\Omega_{23}}{W_2} C \exp[-\chi_{23} / KT_e] = \\ = N_3 C \frac{(\Omega_{23} + \Omega_{13})}{W_3} + N_3 (A_{32} + A_{31}) \end{aligned} \quad (34b)$$

$$\begin{aligned} N_1 \frac{\Omega_{12}}{W_1} C \exp[-\chi_2 / KT_e] + N_3 C \frac{\Omega_{23}}{W_3} + N_3 A_{23} = \\ = N_2 \frac{\Omega_{23}}{W_2} \exp[-\chi_{23} / KT_e] + N_2 C \frac{\Omega_{21}}{W_2} + N_2 A_{21} \end{aligned} \quad (35b)$$

$$\text{donde } C = 8.63 \times 10^{-6} N_e / \sqrt{T_e} = 8.63 \times 10^{-4} X \quad (36)$$

$$\text{con } X = 10^{-4} N_e / t^{1/2} \quad \text{y } t = T_e / 10000$$

Con las ecuaciones (34b) y (35b) podemos escribir las poblaciones relativas entre los tres niveles, o sea  $N_3 / N_2$ ,  $N_2 / N_1$  y  $N_3 / N_1$ ; se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{N_3}{N_2} &= \frac{b_3}{b_2} \frac{W_3}{W_2} \exp[-\chi_{23} / KT_e] \\ \frac{N_2}{N_1} &= \frac{b_2}{b_1} \frac{W_2}{W_1} \exp[-\chi_2 / KT_e] \end{aligned} \quad (37)$$

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{b_3}{b_1} \frac{W_3}{W_1} \exp[-\chi_3 / KT_e]$$

en que los factores  $b_1$ ,  $b_2$  y  $b_3$  expresan la desviación de la población con respecto al equilibrio termodinámico.

Las razones de estos factores son:

$$\frac{b_3}{b_2} = \frac{\left[ 1 + \frac{\Omega_{23}}{\Omega_{12}} \frac{\exp(-\chi_{23} / KT_e)}{(1 + \Omega_{23} / \Omega_{13})} + \frac{A_{21} W_2}{C \Omega_{12} (1 + \Omega_{23} / \Omega_{13})} \right]}{\left[ 1 + \frac{(A_{32} + A_{31}) W_3}{\Omega_{13} C (1 + \Omega_{23} / \Omega_{13})} + \left[ \frac{\Omega_{32} + A_{32} W_3}{C} \right] \frac{\exp(-\chi_{23} / KT_e)}{\Omega_{12} (1 + \Omega_{23} / \Omega_{13})} \right]} \quad (38)$$

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{[\Omega_{12} + \Omega_{13} d \exp(-\chi_{23} / KT_e)]}{[(\Omega_{12} + A_{21} W_2 / C) + \Omega_{23} (1-d) \exp(-\chi_{23} / KT_e)]} \quad (39)$$

donde 
$$d = \frac{\Omega_{32} + A_{32} W_3 / C}{\Omega_{13} + \Omega_{23} + (A_{32} + A_{31}) W_3 / C}$$

$$\frac{b_3}{b_1} = \frac{[\Omega_{13} + \Omega_{12} (P + \exp[-\chi_{23} / KT_e])^{-1}]}{[(\Omega_{23} + \Omega_{13}) + (A_{32} + A_{31}) W_3 / C - (\Omega_{23} + A_{23} W_3 / C) \cdot [1 + P \exp(\chi_{23} / KT_e)]^{-1}]} \quad (40)$$

donde 
$$P = \Omega_{12} / \Omega_{13} + A_{23} W_2 / C \Omega_{23}$$

Como ejemplo, y usando lo anterior, para las líneas de [OIII], tenemos que las intensidades o el flujo estarían dados por,

$$\begin{aligned} I(\lambda 5007) + I(\lambda 4959) &= N_2 A_{21} h_{21} = \\ &= \frac{b_2 N_i W_2 \exp(-\chi_2 / kT_e) A_{21} h_{21}}{b_1 W_1} \quad (41) \end{aligned}$$

$$I(\lambda 4363) = N_3 A_{32} h_{32} = \frac{b_3 N_i W_3 \exp(-\chi_{23} / kT_e) A_{32} h_{32}}{b_1 W_1} \quad (42)$$

Calculando con cada una de estas ecuaciones el número  $N_i$  de iones de [OIII] tendríamos la abundancia de este elemento; normalizando esta cantidad con la abundancia de hidrógeno, tendríamos la abundancia de [OIII] referida al hidrógeno; esto es lo que se llama normalmente la abundancia relativa del elemento.

#### IV.- RESULTADOS

##### 4.1- CORRECCION POR EXTINCION INTERESTELAR.

La extinción interestelar es una pérdida de intensidad y un enrojecimiento de la luz emitida por un cuerpo al pasar a través de materia interestelar.

En nuestra galaxia la ley de extinción interestelar (o sea el comportamiento de la extinción en función de  $\lambda$ ), es casi constante, salvo en algunos contados sectores especiales.

Para corregir las líneas de emisión de NGC 6302, por los efectos del enrojecimiento, usamos la ecuación de enrojecimiento de Whitford (1948)

$$\text{Log } F_c(\lambda) = \text{Log } F_o(\lambda) + C [ 1 + f(\lambda) ] \quad (43)$$

en que  $F_c$  es el flujo corregido por enrojecimiento,  $F_o$  es el flujo observado,  $C$  es una constante que depende de la cantidad de materia interestelar existente entre nosotros y el objeto y  $f(\lambda)$ , la ley de extinción, está muy bien determinada por Burgess (1958). Para determinar el valor de la constante  $C$  de enrojecimiento interestelar, se usa el decremento de Balmer, o sea la razón entre las intensidades de dos líneas de la serie de Balmer del hidrógeno:

$$\frac{I_{\lambda_{1,c}}}{I_{\lambda_{2,c}}} = \frac{I_{\lambda_{1,o}}}{I_{\lambda_{2,o}}} 10^{+ C[f(\lambda_1) - f(\lambda_2)]}$$

usando como unidad la intensidad de la línea H $\beta$  del hidrógeno, nos queda:

$$\frac{I_{\lambda_c}}{IH\beta_c} = \frac{I_{\lambda_o}}{IH\beta_o} 10^{+C[f(\lambda) - f(H\beta)]} \quad (44)$$

En la ecuación (44),  $I_c$  representa la intensidad o el flujo teórico (Brocklehurst, 1971, 1972), e  $I_o$  es el flujo observado.

Para la comparación de los decrementos de Balmer observados y teóricos, se usaron las líneas H $\beta$ , H $\gamma$  y H $\delta$  del hidrógeno. El flujo de H $\alpha$  no se usó, ya que esta línea tenía una gran contaminación causada por la línea de emisión [NII] en los 6561 A $^\circ$ . El flujo observado de H $\delta$  se corrigió por la presencia de la línea [NIII] en los 4097 A $^\circ$ , usando una corrección logarítmica para la razón H $\gamma$ /H $\delta$  de 0.084 .

Usando las líneas antes mencionadas y la ecuación (44) se obtuvo el valor C de la constante de enrojecimiento interestelar  $C = 1.0 \pm 0.1$  .

Con el valor de C conocido, se usó la ecuación (43) para cada una de las noches, para corregir las líneas de emisión por efectos del enrojecimiento; después se promediaron las cuatro noches.

La Tabla 4.1-1 da el promedio de las cuatro noches. Las diferentes columnas contienen: 1) identificación del elemento químico que produce la línea; 2) longitud de onda de la línea ( $\lambda$ ) en A $^\circ$ ; 3)  $1/\lambda$  ( $\lambda$  en u) ; 4) logaritmo del flujo de la línea de emisión, corregida por enrojecimiento, ( $Fl^*$ ); 5) error medio de cada determinación.



Tabla 4.1-1

---

Promedio de las 4 noches.

---

Línea	$\lambda$	$1/\lambda$	Log Fl <sup>*</sup>	$\sigma_m$
[OII ]	3728	2.682	- 9.771	$\pm$ 0.03
HeI	3889	2.571	-10.308	0.01
[SII ]	4072	2.456	-10.540	0.01
H $\delta$	4101	2.438	-10.293	0.01
H $\gamma$	4340	2.304	-10.094	0.01
[OIII]	4363	2.292	-10.184	0.02
HeI	4471	2.237	-10.983	0.04
HeII	4586	2.134	- 9.946	0.02
H $\beta$	4861	2.057	- 9.770	0.02
[OIII]	5007	1.997	- 8.633	0.02
[NII ]	5755	1.738	-10.281	0.02
HeI	5876	1.702	-10.402	0.03
[OI ]	5364	1.571	-10.793	0.01
[AV ]	6435	1.554	-10.965	0.02
[NII ]	6561	1.524	- 8.890	0.02
H $\alpha$	6562	1.524	- 8.764	0.02
HeI	6678	1.497	-11.034	0.02
[SII ]	6724	1.487	-10.125	0.02
[AV ]	7006	1.427	-10.785	0.02
HeI	7065	1.415	-10.775	0.02
[AIII]	7136	1.401	-10.125	0.02
[AIV ]	7171	1.395	-11.570	0.02
[OII ]	7326	1.365	-10.565	0.02

---

El paréntesis cuadrado en la notación tradicional indica que esa línea de emisión es una línea prohibida.

#### 4.2- TEMPERATURA Y DENSIDAD DE ELECTRONES.

Con las líneas de emisión corregidas por los efectos del enrojecimiento, se puede calcular la temperatura de electrones  $T_e$  y la densidad de electrones  $N_e$ , cantidades que caracterizarán a esta nebulosa planetaria.

Para calcular  $N_e$  y  $T_e$ , muchos autores han usado métodos simples de cálculo que dan sólo una idea aproximada de estas cantidades; esto se hace especialmente para  $N_e$  cuyo valor sólo se da en ordenes de magnitud.

Para obtener valores más precisos se usan las siguientes ecuaciones: primero las ecuaciones para [OII] y [OIII] de Aller y Czyzak (1968), y después la ecuación de Seaton (1974) para [OIII].

Para [OII] (Aller y Czyzak):

$$\frac{I(\lambda 3729) + I(\lambda 3728)}{I(\lambda 7320) + I(\lambda 7330)} = \frac{5.5 [1 + 0.36\epsilon + 5.3X(1 + 0.82\epsilon)]}{\epsilon [1 + 13.8X(1 + 0.38\epsilon) + 38.4X^2(1 + 0.78\epsilon)]} \quad (45)$$

donde  $\epsilon = e^{-\beta}$  con  $\beta = 19500/T_e$   
 y  $X = 10^{-2} N_e / T_e^{1/2}$

Para [OIII] (Aller y Czyzak):

$$\frac{I(\lambda 4959) + I(\lambda 5007)}{I(\lambda 4363)} = \frac{7.15 \times 10^\gamma}{(1 + 0.028 X)} \quad (46)$$

donde  $\gamma = 14300/T_e$

Para [OIII] (Seaton):

$$\frac{I(\lambda 4959) + I(\lambda 5007)}{I(\lambda 4363)} = \frac{7.2 e^\alpha}{(1 + 0.063 X)} \quad (47)$$

donde  $\alpha = 32970/T_e$  y  $X = 10^{-2} N_e / T_e^{1/2}$

Se usaron dos métodos para el cálculo: a) cómo las ecuaciones (46) y (47) no son muy sensibles a Ne, se puede despejar X de estas ecuaciones y reemplazarlo en la ecuación (45), con lo cual se tendrán dos ecuaciones, (45-46) y (45-47); son dos ecuaciones trascendentales cuya incógnita es Te. El valor de Te obtenido al resolverlas se introduce en las ecuaciones (46) y (47) para encontrar el valor de Ne. b) como las ecuaciones (46) y (47) no son sensibles a Ne, se puede suponer un valor de  $Ne = 10^4 (\text{cm}^{-3})$ , y calcular entonces Te para estas dos ecuaciones. Estos valores de Te se introducen en la ecuación (45) para obtener el valor de Ne.

Todos estos cálculos se hicieron en forma iterativa con el computador HP 2100.

Los resultados obtenidos con los dos métodos son:

Primer método:  $Te = 17450 \text{ } ^\circ\text{K}$        $Ne = 3239.8 (\text{cm}^{-3})$   
Segundo método:  $Te = 17359 \text{ } ^\circ\text{K}$        $Ne = 3117.8 (\text{cm}^{-3})$

Con el promedio de estos dos métodos, obtengo finalmente:

$$Te = 17400 \pm 70 \text{ } ^\circ\text{K}$$
$$Ne = 3200 \pm 90 (\text{cm}^{-3})$$

Con estos resultados se pueden calcular las abundancias de los elementos que tiene esta nebulosa.

#### 4.3- ABUNDANCIA DE LOS ELEMENTOS QUÍMICOS.

##### A) Abundancia del hidrógeno.

Como se dijo anteriormente, la abundancia es la razón entre el número o densidad de iones de los diferentes elementos químicos con respecto al hidrógeno.

Se sabe que la emisividad del hidrógeno (emisión por unidad de volumen), en la línea H $\beta$  está dada por (O'Dell, 1962):

$$I(H\beta) = N_i N_e f(Te) 10^{-25} \quad (48)$$

en que  $N_i$  y  $N_e$  son las densidades del ión de hidrógeno y de los electrones respectivamente, y

$$f(Te) = 10^6 / Te^{3/2} \cdot \exp[9800/Te - 0.98]$$

Esta relación rige para el caso en que la nebulosa es ópticamente gruesa, es decir que hay absorción propia en las líneas de emisión. Introduciendo el valor de Te obtenido anteriormente, se encuentra  $f(Te) \approx 0.74$ .

B) Abundancias a partir de las líneas prohibidas.

Con las ecuaciones (37), (39) y (40) se puede calcular las abundancias de los siguientes iones: SII, NII, AIII, AIV, AV, OII, OIII y OI. A continuación se detalla, como ejemplo, el cálculo de la abundancia de SII, a partir de las líneas  $\lambda 4072$  y  $\lambda 6724$ .

a) Abundancia de SII a partir de  $\lambda 4072$ .

De la ecuación (42) se tiene:

$$I(\lambda 4072) = N_3 A_{31} h\nu_{31} = N(SII) \left[ \frac{b_3}{b_1} \right] \left[ \frac{w_3}{w_1} \right] \exp(-\chi_3 / KTe) A_{31} h\nu_{31}$$

usando (40) se obtiene:  $b_3 / b_1 = 0.8766 \times 10^{-4}$

Finalmente, de la ecuación (48), introduciendo  $f(Te)$  y  $N_e$ , se llega a:

$$I(H\beta) = 2352.312 \times 10^{-25} N(H\beta)$$

Resolviendo numericamente la primera ecuación de este ejemplo, se obtiene:

$$I(\lambda 4072) = 34609.26 \times 10^{-21} N(\text{SII})$$

La abundancia relativa de SII será el cociente entre:  $\frac{N(\text{SII})}{N(\text{H}\beta)}$

$$\frac{N(\text{SII})}{N(\text{H}\beta)} = \frac{2352.312 \times 10^{21}}{34609.26 \times 10^{25}} \frac{I(\lambda 4072)}{I(\text{H}\beta)}$$

en que  $I(\lambda 4072)/I(\text{H}\beta)$  se obtiene de las observaciones; finalmente:

$$N(\text{SII})/N(\text{H}\beta) = 0.115 \times 10^{-5}$$

b) Abundancia de SII a partir de  $\lambda 6724$ .

De la ecuación (41):

$$I(\lambda 6724) = N_2 A_{21} h\nu_{21} = N(\text{SII}) \frac{b_2}{b_1} \frac{W_2}{W_1} \exp(-\chi_2 / KTe) A_{21} h\nu_{21}$$

De la relación (39):  $b_2 / b_1 = 0.182042$

$$I(\lambda 6724) = 125820.42 \times 10^{-21} N(\text{SII})$$

$$\frac{N(\text{SII})}{N(\text{H}\beta)} = \frac{2352.312 \times 10^{21}}{125820.42 \times 10^{25}} \frac{I(\lambda 6724)}{I(\text{H}\beta)}$$

$$\frac{N(\text{SII})}{N(\text{H}\beta)} = 0.083 \times 10^{-5}$$

La Tabla 4.1-2 contiene las abundancias de los elementos antes mencionados. Las diferentes columnas dan: 1) Elemento químico; 2) longitud de onda de la línea prohibida

usada para la determinación; 3) abundancia relativa.

Tabla 4.1-2

Ion	$\lambda$	Abundancia.
SII	4072	$0.115 \times 10^{-5}$
SII	6724	$0.083 \times 10^{-5}$
NII	6561	$0.904 \times 10^{-6}$
NII	5755	$0.954 \times 10^{-6}$
AIII	7136	$0.438 \times 10^{-6}$
AIV	7171	$0.548 \times 10^{-6}$
AV	6435	$0.039 \times 10^{-9}$
AV	7006	$0.042 \times 10^{-9}$
OIII	4363	$0.760 \times 10^{-4}$
OIII	5007	$0.761 \times 10^{-4}$
OII	3728	$0.414 \times 10^{-4}$
OII	7326	$0.383 \times 10^{-4}$

Vemos en esta Tabla que hay pequeñas diferencias en la abundancia de un mismo ion determinada a partir de dos líneas diferentes; estas diferencias se deben principalmente a los errores de observación. En todo caso las abundancias obtenidas son perfectamente concordantes.

Falta sólo calcular la abundancia de [OI], pero el problema es que para los átomos neutros no tenemos los valores de los coeficientes de colisión fuerte  $\Omega_{ij}$  y por esto no podemos ocupar las ecuaciones (37), (39) y (40).

Para los átomos neutros se tienen en cambio los valores de los coeficientes de activación; por este motivo, se usarán las ecuaciones (34a) y (35a) para deducir la población de OI y después calcular su abundancia relativa.

Reordenando las ecuaciones (34a) y (35a):

$$N_2 [N_e (q_{23} + q_{21}) + A_{21}] = N_1 N_e q_{12} + N_3 [N_e q_{32} + A_{32}] \quad (49)$$

$$N_3 [N_e (q_{31} + q_{32}) + A_{32} + A_{31}] = N_1 N_e q_{13} + N_2 N_e q_{23} \quad (50)$$

Dividiendo ambas ecuaciones por  $N_1$ , queda:

$$\frac{N_2}{N_1} [N_e (q_{23} + q_{21}) + A_{21}] = \frac{N_e q_{12} + N_3 [N_e q_{32} + A_{32}]}{N_1} \quad (51)$$

$$\frac{N_3}{N_1} [N_e (q_{31} + q_{32}) + A_{32} + A_{31}] = \frac{N_e q_{13} + N_2 N_e q_{23}}{N_1} \quad (52)$$

Despejando  $N_3 / N_1$  de (51):

$$\frac{N_3}{N_1} = \frac{N_2 [N_e (q_{23} + q_{21}) + A_{21}]}{N_1 [N_e q_{32} + A_{32}]} - \frac{N_e q_{12}}{[N_e q_{32} + A_{32}]}$$

y substituyendo esta expresión en la ecuación (52) se obtiene finalmente:

$$N_2 / N_1 = B/A \quad (53)$$

$$\text{con } A = \frac{[N_e (q_{31} + q_{32}) + A_{32} + A_{31}][N_e (q_{23} + q_{21}) + A_{21}]}{[N_e q_{32} + A_{32}]} - N_e q_{23}$$

$$\text{y } B = \frac{[N_e (q_{31} + q_{32}) + A_{32} + A_{31}] N_e q_{12} + N_e q_{13}}{[N_e q_{32} + A_{32}]}$$

Utilizando ahora el mismo método para el cálculo de las abundancias usado para los iones, tenemos para [OI]  $\lambda 6364$

$$I(\lambda 6364) = N_2 A_{21} h\nu_{21}$$

$$N_2 / N_1 = 46475.408 \times 10^{-8} \quad , \quad I(\lambda 6364) = 232068.14 \times 10^{-23} N(\text{OI})$$

$$\frac{N(\text{OI})}{N(\text{H}\beta)} = \frac{2352.312 \times 10^{23} I(\lambda 6364)}{232068.14 \times 10^{25} I(\text{H}\beta)} = 0.096 \times 10^{-4}$$

En la Tabla 4.1-3, se tiene el promedio final de las abundancias para los iones. Las diferentes columnas dan: 1) Elemento químico; 2) abundancia promedio.

Tabla 4.1-3

Abundancia Promedio		
Ion	Abundancia	$\sigma$
OI	$0.096 \times 10^{-4}$	$\pm 0.001 \times 10^{-4}$
OII	$0.399 \times 10^{-4}$	$0.022 \times 10^{-4}$
OIII	$0.761 \times 10^{-4}$	$0.001 \times 10^{-4}$
SII	$0.099 \times 10^{-5}$	$0.023 \times 10^{-5}$
NII	$0.929 \times 10^{-6}$	$0.035 \times 10^{-6}$
AIII	$0.438 \times 10^{-6}$	$0.001 \times 10^{-6}$
AIV	$0.548 \times 10^{-6}$	$0.001 \times 10^{-6}$
AV	$0.041 \times 10^{-9}$	$0.002 \times 10^{-9}$



C) Abundancias a partir de las líneas de recombinación.

El trabajo teórico de Brocklehurst (1971), relaciona la emisividad  $j_{nn'}$ , de una línea de recombinación formada en la transición  $n \rightarrow n'$ , con el coeficiente de recombinación efectiva  $\alpha_{nn'}$ , por la expresión:

$$4\pi j_{nn'} = h\nu_{nn'} N_e N_i \alpha_{nn'} (T_e)$$

en que  $N_i$  se refiere al ion o elemento que produce la línea;  $\nu_{nn'}$ , es la frecuencia de la línea.

Siendo la emisividad de una línea proporcional a su intensidad es posible escribir a partir de esta relación las expresiones generales para calcular las abundancias de las líneas de recombinación del HeI y HeII.

$$\frac{N(\text{HeI})}{N(\text{H}\beta)} = \frac{\alpha_{\text{H}\beta} \lambda_{\text{He}} I(\text{HeI})}{\alpha_{\text{He}_{nn'}} \lambda_{\text{H}\beta} I(\text{H}\beta)} \quad (54)$$

$$\frac{N(\text{HeII})}{N(\text{H}\beta)} = \frac{\alpha_{\text{H}\beta} \lambda_{\text{He}} I(\text{HeII})}{\alpha_{\text{He}_{nn'}} \lambda_{\text{H}\beta} I(\text{H}\beta)} \quad (55)$$

Interpolando los coeficientes de recombinación efectiva calculados por Brocklehurst (1971, 1972) para el hidrógeno y el helio, se encuentran los correspondientes valores de los coeficientes de recombinación efectiva para las líneas de recombinación de la Tabla 4.1-1.

Finalmente, usando las ecuaciones (54) y (55) se calculan las abundancias relativas, que se presentan en la Tabla 4.1-4. Las diferentes columnas dan: 1) Ión; 2) longitud de onda en  $\text{Å}$ ; 3) coeficiente de recombinación efectiva; 4) cociente de los coeficientes de recombinación efectiva de helio e hidrógeno; 5) la transición que produce la línea; 6) la abundancia correspondiente.

Tabla 4.1-4

Abundancia de las líneas de recombinación.					
Ion	$\lambda$	$\alpha_{nn'}$	$\alpha H/\alpha He$	Transición	Abundancia
HeI	3889	2.09	0.89	$2^3S-3^3P$	0.235
	4471	0.80	2.31	$2^3P-4^3D$	0.130
	5876	2.08	0.89	$2^3P-3^3D$	0.190
	6678	0.65	2.84	$2^1P-3^1D$	0.156
	7065	0.32	5.78	$2^3P-3^3S$	0.525
HeII	4686	16.53	0.12	$3^2D-4^2F$	0.071

El promedio para HeI sin considerar el valor obtenido a partir de  $\lambda 7065$ , evidentemente discordante, es  $0.178 \pm 0.04$ .

## V.- DISCUSION.

Analizando los resultados obtenidos en este trabajo, la temperatura de electrones  $T_e = 17400 \text{ }^\circ\text{K}$  muestra que realmente esta nebulosa tiene un alto grado de excitación, sólo comparable a otra nebulosa muy estudiada como es NGC 7027, que también es un objeto filamentario, con una temperatura de electrones de  $T_e = 18000 \text{ }^\circ\text{K}$ , calculada por Danziger y Goad (1972) y Miller y Mathews (1972).

El hecho de que las líneas de emisión del oxígeno, usadas para determinar  $T_e$  y  $N_e$ , se hayan podido observar en forma muy precisa, ha permitido determinar el valor  $N_e = 3200 \text{ cm}^{-3}$ , mucho más exacto que el orden de magnitud  $N_e = 10^4 \text{ cm}^{-3}$  que se da generalmente.

De las abundancias determinadas a partir de las líneas prohibidas, se deduce inmediatamente que el elemento más abundante después del hidrógeno y el helio es el oxígeno siendo OIII más abundante que los grados inferiores de ionización de este elemento. Las abundancias que siguen en importancia son las del azufre y del nitrógeno, las que se podrían considerar prácticamente iguales.

Finalmente, el ion más abundante del argón sería AIV; sin embargo la presencia de una pequeña cantidad de AV revela que el campo de radiación de esta nebulosa alcanza para producir, aunque en pequeña cantidad, un grado superior de ionización; esta sería una prueba más del alto grado de excitación de esta nebulosa.

Al determinar la abundancia del helio mediante las líneas de recombinación se encuentra una discrepancia importante para la línea  $\lambda 7065$  del HeI; por otra parte no hay otra línea de HeII para poder determinar la precisión de esta abundancia.

El problema en sí, se complica debido a que en general todos los autores sólo trabajan con  $\lambda 4471$  y  $\lambda 5876$  en HeI y  $\lambda 4686$  en HeII, porque observan sólo estas líneas en el objeto, debido a que existen tres ecuaciones para calcular las abundancias a partir de ellas, que han sido muy usadas por todos los autores y que tienen un alto grado de confiabilidad.

El único recurso que queda es usar estas ecuaciones, y las abundancias obtenidas, compararlas con las abundancias ya obtenidas para las mismas longitudes de onda en NGC 6302. Las ecuaciones, que se dan a continuación, son las obtenidas por Miller y Mathews (1972).

$$\frac{N(\text{HeI})}{N(\text{H}\beta)} = (1.84 + 0.20t) \frac{I(\lambda 4471)}{I(\text{H}\beta)}$$

$$\frac{N(\text{HeI})}{N(\text{H}\beta)} = (0.611 + 0.128t) \frac{I(\lambda 5876)}{I(\text{H}\beta)}$$

$$\frac{N(\text{HeII})}{N(\text{H}\beta)} = (0.0676 + 0.0162t) \frac{I(\lambda 4686)}{I(\text{H}\beta)}$$

en que  $T_e = 10^4 t$

Las abundancias obtenidas con estas ecuaciones son: HeI  $\lambda 4471$  con una abundancia de 0.134 ; HeI  $\lambda 5876$  con una abundancia de 0.195 ; y HeII  $\lambda 4686$  con una abundancia de 0.065.

Comparando estos resultados con los obtenidos anteriormente, no se encuentra ninguna diferencia significativa

entre las abundancias, lo que indica que las interpolaciones de los coeficientes de recombinación efectiva calculados por Brocklehurst, y el uso de las ecuaciones (54) y (55) fueron bien hechos.

De todas maneras, la diferencia en las abundancias del HeI, para las diferentes líneas, indica la presencia de errores observacionales, que son inevitables. Otra causa de error, posiblemente más importante, es que Brocklehurst tiene muy bien determinados los coeficientes de recombinación efectiva para las transiciones que producen las líneas  $\lambda 4471$ ,  $\lambda 5876$ ,  $\lambda 4686$ , para las cuales tiene una tabla con muchos valores que permiten hacer una buena interpolación.

Todo lo contrario sucede para las otras longitudes de onda,  $\lambda 3889$ ,  $\lambda 6678$  y  $\lambda 7065$ , para las cuales se tienen sólo dos o tres puntos para hacer la interpolación, con lo cual se introduce un error que es significativo para el cálculo de las abundancias, y que sumado al error observacional puede producir esa gran diferencia detectada en las abundancias de HeI.

De todas maneras, el helio es el elemento más abundante después del hidrógeno, y los cálculos anteriores indican que es realmente necesario que los modelos teóricos de nebulosas planetarias las consideren como un gas compuesto no sólo de hidrógeno, sino de hidrógeno y helio, ya que la abundancia del helio para ésta nebulosa y para otras no se puede despreciar.

Compararemos los resultados obtenidos para las abundancias a partir de las líneas prohibidas y de recombinación, con sus similares observadas en NGC 6302 por Oliver y Aller (1969), dadas en la Tabla 5.1-1.

Tabla 5.1-1 .

Abundancias en NGC 6302, Oliver y Aller (1969)		
	D	F
$N(\text{OII})/N(\text{H}\beta)$	$0.5 \times 10^{-4}$	$0.009 \times 10^{-4}$
$N(\text{OIII})/N(\text{H}\beta)$	$1.14 \times 10^{-4}$	$0.852 \times 10^{-4}$
$N(\text{SII})/N(\text{H}\beta)$	$0.262 \times 10^{-5}$	$0.13 \times 10^{-5}$
$N(\text{AIV})/N(\text{H}\beta)$	$1.37 \times 10^{-6}$	$1.86 \times 10^{-6}$
$N(\text{HeI})/N(\text{H}\beta)$	0.31	0.24
$N(\text{HeII})/N(\text{H}\beta)$	0.25	0.20

En esta Tabla D y F son dos regiones en la nebulosa cuyas temperaturas y densidades, calculadas por estos autores, son  $T_e = 18500$  ,  $N_e = 3800$  y  $T_e = 17800$  ,  $N_e = 2800$  respectivamente.

Se ve que las abundancias calculadas por Oliver y Aller, quienes hicieron observaciones espectroscópicas de NGC 6302, muestran que para los elementos OII, OIII y SII los órdenes de magnitud concuerdan con los nuestros, y que las abundancias de AIV, HeI y HeII, son significativamente mayores que los valores obtenidos por nosotros.

Hay que tomar en cuenta que el análisis presentado en esta investigación se ha hecho con equipos más modernos y perfeccionados, lo cual haría esperar una mayor precisión en los resultados. El estudio de los resultados de diferentes investigaciones muestran que, en realidad, el uso de espectrofotómetros tiene un mayor grado de confiabilidad y de precisión para el estudio de líneas de emisión monocromáticas en los espectros de ciertos objetos celestes, como las nebulosas.

REFERENCIAS.

- Aller, L.H., Czyzak, S.S. 1968, IAU Symposium 34, 209.  
Brocklehurst, 1971, M.N.R.A.S., 153, 471.  
Brocklehurst, 1972, M.N.R.A.S., 157, 211.  
Burgess, A. 1958, M.N., 113, 477.  
Czyzak, S.S. et al, 1968, IAU Symposium 34, 138.  
Danziger, I.J. 1975, Astron. Astrophys., 38, 475.  
Danziger, I.J. and Goad, L.E., 1973, Liège Symposium 18, 153.  
Evans, D.S. 1959, M.N.R.A.S., 119, 150.  
Garstang, R.H. 1968, IAU Symposium 34, 143.  
Gutiérrez-Moreno, A., Moreno, H. and Stock, J. 1968, Publ. Dept.  
Astr. Univ. Chile, 1, 45.  
Gutiérrez-Moreno, A. and Stock, J. 1967, Publ. Dept. Astr. Univ.  
Chile. 1, 19.  
Hardie, R.H., 1962, Astronomical Techniques, 178.  
Hayes, D.S. 1970, Ap.J. 159, 165.  
Menzel, D.H. et al, 1941, Ap.J., 93, 230.  
Miller, J.S. and Mathews, W.G. 1972, Ap.J., 172, 593.  
Minkowski, R. and Johnson, H.M. 1967, Ap.J. 148, 659.  
Moreno, H. 1971, Astron. Astrophys. 12, 442.  
O'Dell, C.R., 1962, Ap.J., 135, 371.  
Oliver, J.P. and Aller, L.H. 1969, Ap.J., 157, 601.  
Oke, J.B., 1964, Ap.J., 140, 169.  
Oke J.B. and Schild, R.E. 1970, Ap.J., 161, 1015.  
Seaton, M.J., 1960, Rep. Prog. Phys., 23, 314.  
Seaton, M.J., 1968, IAU Symposium 34, 129.  
Seaton, M.J., 1974, Q.Jl.R.A.Soc., 15, 370.  
Strömgren, 1939, Ap.J., 89, 526.  
Westerlund, B. 1968, IAU Symposium 34, 23.  
Whitford, A.E., 1948, Ap.J., 107, 102.