



UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO INGENIERÍA DE MINAS

EVALUACION DE YACIMIENTOS EN DEPOSITO TIPO VETA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN MINERIA

RODRIGO EDUARDO ZÚÑIGA RAMÍREZ

PROFESOR GUÍA

XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN

ALEJANDRO CACERES SAAVEDRA

NADIA MERY GUERRERO

MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

SANTIAGO DE CHILE

2022

Resumen.

Evaluación de Yacimientos en depósito tipo veta

El tema desarrollado pertenece al área de la evaluación de yacimientos, cuyo objetivo es modelar los recursos recuperables, evaluando las leyes de uno o más metales de interés y la geometría de un depósito mineral. Esta estimación es un problema crítico en minería, y más aún en cierto tipo de depósitos de mayor complejidad. Tal es el caso de los depósitos tipo veta con mineralización de un metal precioso, debido a la geometría de estos depósitos, con una dimensión mucho más angosta que las otras, y a que comúnmente se dispone de datos de sondajes con un histograma altamente asimétrico, presencia de datos extremos que resultan críticos al momento de estimar el potencial del depósito en estudio. En particular, el estudio de la variabilidad espacial de la ley mediante variogramas puede volverse complicado.

El objetivo general de la tesis es la aplicación de técnicas geoestadísticas multivariantes en el modelamiento de recursos en un depósito en veta angosta, desde la perspectiva de una etapa de exploración, disponiéndose de sondajes de exploración. El trabajo se divide en dos etapas, correspondientes a dos metodologías diferentes para modelar los recursos. Ambos métodos fueron desarrollados siguiendo los caminos de estimaciones (kriging o cokriging) y de simulaciones geoestadísticas. Los métodos son el llamado método indirecto, que consiste en un modelamiento en dos dimensiones, trabajando con las variables potencia y acumulación; y el método directo que define primero la geometría de la veta y posteriormente calcula las leyes dentro de esta geometría.

Se concluye de este trabajo que el método indirecto entrega resultados más robustos que el método directo. Este último presenta problemas severos en la etapa de modelamiento tridimensional de la veta, especialmente por la vía de kriging, así como en las etapas de análisis variográfico, por la poca robustez de los variogramas experimentales calculados en la dirección de la potencia de la veta. Por otra parte, se muestra que las técnicas geoestadísticas multivariantes son aplicables en este tipo de depósitos y que las simulaciones son una alternativa interesante para obtener un rango de posibles tonelajes y contenidos de metal, reflejando la incertidumbre en los recursos disponibles, y no solamente una única estimación de estos.

Tabla de contenido.

1. Introducción.....	1
2. Objetivos.	3
2.1 Objetivo General.	3
2.2 Objetivos Específicos.....	3
3. Alcances.....	4
4. Antecedentes.	5
4.1 Antecedentes Generales.....	5
4.1.1 Estudio Exploratorio de Datos.	6
4.1.2 Estudio Variográfico.....	6
4.1.3 Estimación Local.....	8
4.1.4 Simulaciones.	9
4.1.5 Modelo Multigaussiano.	9
4.1.6 Simulación plurigaussiana.	11
4.1.7 Estimaciones no-lineales.	13
4.2. Geoestadística aplicada a depósitos tipo veta.	17
4.2.1 Generalidades.....	17
4.2.2 Método Indirecto.	20
5.2.3 Método Directo.....	23
5. Metodología.....	25
5.1 Método Directo.....	25
5.1.1 Estimación de la geometría de la veta.	25
5.1.2 Estimación de las leyes en el interior de la veta.	26
5.2 Método Indirecto.	27
5.2.1 Co-kriging de Potencia y Acumulación.	27
5.2.2 Co-simulación de potencia y acumulación.....	27
6. Caso de Estudio.	29
7. Desarrollo Método Directo.....	36
7.1 Mediante Estimaciones.	38
7.1.1 Estimación de Geometría de la Veta.	41
7.1.2 Co-Estimación de Leyes Au y Ag.....	51
7.2 Mediante Simulaciones.	63
7.2.1 Simulación de Geometría de la Veta.	63

7.2.2 Co-Simulación de Leyes Au y Ag.....	65
8. Desarrollo Método Indirecto.	69
8.1 Transformación a Potencia y Acumulación.....	69
8.1.1 Definición de Planos de Veta.....	72
8.1.2 Estudio Plano de Veta Sector Norte.	73
8.1.3 Estudio Plano de Veta Sector Sur.....	75
8.2 Co-Estimación de Potencia y Acumulación.....	77
8.3 Co-Simulación de Potencia y Acumulación.....	88
9. Resultados.	97
9.1 Resultados Método Directo.....	97
9.2 Resultados Método Indirecto.	100
9.3. Resultados Método Directo vs Indirecto.....	102
10. Discusiones.	104
10.1 Discusiones Método Directo.	104
10.2 Discusiones Método Indirecto.	106
11. Conclusiones.....	108
Bibliografía	111
Anexos.	114
Anexos A.....	115
Anexos B.....	121

Indice de Figuras

Figura 1: Técnicas Geométricas y Geoestadísticas.	2
Figura 2: Ejemplo de variograma experimental.	7
Figura 3: Determinación de función de transformación (anamorfosis).	10
Figura 4: Descripción de un depósito tipo veta.	17
Figura 5: Problemáticas en geoestadística de depósitos tipo veta.	18
Figura 6: Descripción de métodos Directo e Indirecto.	19
Figura 7: Desventajas de Método Indirecto.	21
Figura 8: Base de Datos.	29
Figura 9: Vista isométrica de superficie central de la veta.	30
Figura 10: Histogramas de variables Au y Ag.	32
Figura 11: Nube de correlación Au-Ag.	32
Figura 12: nubes direccionales de variables Au y Ag versus coordenada norte. ...	33
Figura 13: Mapas XY de Au y Ag.	34
Figura 14: Mapa YZ de Au.	34
Figura 15: Mapa YZ de Ag.	35
Figura 16: Mapas XZ de Au y Ag.	35
Figura 17: Histogramas de leyes Au y Ag.	36
Figura 18: Cálculo de variogramas experimentales.	36
Figura 19: Aplicación de Método Directo.	37
Figura 20: Esquema método directo.	39
Figura 21: Vista en planta de variable indicador.	41
Figura 22: Mapa variográfico UV del indicador de veta comparando horizontal con vertical.	43
Figura 23: Mapa variografico UV del indicador de veta comparando direcciones diagonales.	43
Figura 24: Mapa variográfico UW del indicador de veta, comparando Az 13.65° con potencia.	44
Figura 25: Mapa variográfico VW del indicador de veta, comparando Dip 83° con potencia.	44
Figura 26: Mapa variográfico UW del indicador de veta, comparando Az 13.65° con potencia (a pequeña escala)	45
Figura 27: Variogramas experimentales 1m.	45
Figura 28: Variogramas experimentales 10m.	46
Figura 29: Variogramas experimentales Sector Norte.	48
Figura 30: Variogramas modelados Sector Norte.	49
Figura 31: Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical.	52
Figura 32: Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.	52
Figura 33: Mapa variográfico UW, comparando Az 13.65° con potencia.	53

Figura 34: Mapa variográfico VW, comparando Dip 83° con potencia.	53
Figura 35: Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical	54
Figura 36: Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.....	54
Figura 37: Mapa variográfico UW, comparando Az 13.65° con potencia.	54
Figura 38: Mapa variográfico VW, comparando Dip 83° con potencia.	55
Figura 39: Variogramas experimentales cada 1m.....	56
Figura 40: Variogramas experimentales cada 10m.....	57
Figura 41: Variogramas experimentales cada 22m	58
Figura 42: Variogramas finales cada 10m.....	59
Figura 43: Variogramas finales cada 10m en el plano de la veta.....	60
Figura 44: Correlograma final cada 10m	61
Figura 45: Esquema método indirecto.....	70
Figura 46: Aplicación de Método Indirecto.	71
Figura 47: Reporte de Tonelaje de Recursos – Método Directo.....	97
Figura 48: Reporte de contenidos de Au y Ag – Método Directo.....	98
Figura 49: Comparación de Estimaciones y Simulaciones respecto a Muestras. .	98
Figura 50: Reporte de Tonelaje de Recursos – Método Indirecto.	100
Figura 51: Reporte de contenidos de Au y Ag – Método Indirecto.	101
Figura 52: Integración y Comparación de Resultados.....	102

Indice de Tablas

Tabla 1: Estadísticas de sectores Total.....	31
Tabla 2: Estadísticas de sector Norte.....	31
Tabla 3: Estadísticas de sector Sur.....	31
Tabla 4: Resultados de correlograma.	47
Tabla 5: Modelo de variograma.....	48
Tabla 6: Correlogramas directos y cruzados en la dirección potencia de la veta: .	65
Tabla 7: Correlograma directos y cruzados en el plano de la veta:.....	65
Tabla 8: Variogramas directos y cruzados en la dirección potencia de la veta:	65
Tabla 9: Variogramas directos y cruzados en el plano de la veta:	65
Tabla 10: Estadísticas básicas:.....	70
Tabla 11: Estadísticas básicas:.....	77
Tabla 12: Resultados de Anamorfosis:.....	88

1. Introducción.

El tema de esta tesis pertenece al área de la evaluación de yacimientos mediante aplicación de técnicas geoestadísticas, cuyo objetivo es modelar los recursos recuperables de un depósito minero, evaluando las leyes de uno o más metales de interés y la geometría del depósito, reportándose como resultado final un modelo de bloques correspondiente a la estimación realizada a partir de datos de sondajes, lo cual puede ir acompañado de una cuantificación de la incertidumbre asociada a la estimación de las leyes.

En este sentido, la estimación de recursos recuperables en una zona mineralizada es un problema crítico en minería, y más aún en cierto tipo de depósito cuando las leyes en estudio pueden presentar mayor complejidad. Tal es el caso de los depósitos tipo veta con mineralización de un metal precioso, cuyos recursos tradicionalmente se modelaban mediante métodos geométricos, sin consideraciones respecto a la continuidad espacial de la ley.

Posteriormente comenzaron a aplicarse técnicas geoestadísticas que se encontraron con un problema importante: comúnmente se dispone de datos de sondajes con un histograma con alta asimetría, debido a la presencia de datos extremos de altas leyes, que, si bien se presentan en una baja proporción, resultan críticos al momento de estimar el potencial del depósito en estudio. En particular, el estudio de la variabilidad espacial de la ley mediante variogramas puede volverse complicado.

El paso de las técnicas geométricas a las geoestadísticas se resume en la Figura 1:

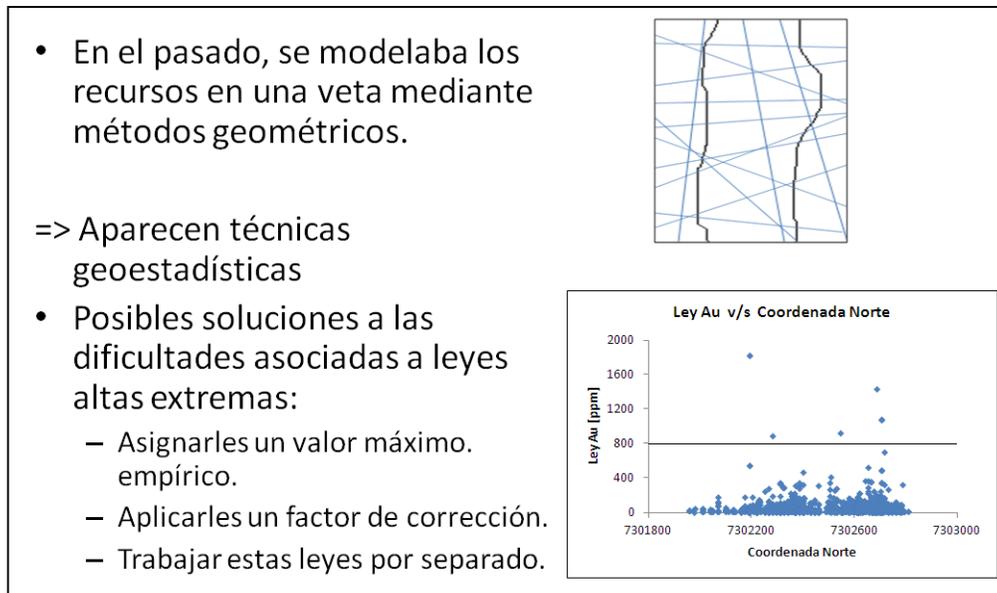


Figura 1: Técnicas Geométricas y Geoestadísticas.

De este modo, comenzaron a masificarse técnicas que buscaban eludir la problemática anterior mediante alguna de las siguientes opciones:

- Directamente eliminar los valores altos a partir de cierto valor empírico.
- Asignarles un valor máximo empírico (a todos los valores altos que superen ese máximo, se les asigna ese valor).
- Tratar a los valores altos de la misma forma que el resto de los datos, pero aplicando algún factor de corrección.
- Trabajar por separado la población de valores altos.

La desventaja común de la mayoría de estas opciones es el riesgo a subestimar el potencial del depósito, con las consecuentes decisiones equivocadas en las que se puede incurrir. Además, en una etapa de exploración no se dispone de datos de producción (canaletas) que permiten inferir los umbrales empíricos mencionados.

2. Objetivos.

2.1 Objetivo General.

Aplicación de técnicas geoestadísticas multivariantes en el modelamiento de recursos en depósitos tipo veta, en una etapa de exploración.

2.2 Objetivos Específicos.

- Comparación de métodos directo e indirecto en el modelamiento de recursos tipo veta.
- Comparación de metodologías de kriging de indicadores y simulación plurigaussiana en la determinación de la geometría de la veta con el método directo.
- Comparación de co-kriging y co-simulación en la construcción del modelo de leyes a soporte de bloques en el método directo.
- Comparación de co-kriging y co-simulación en la construcción de un modelo de potencia y acumulación con el método indirecto.
- Definición de pros y contras de cada una de las metodologías consideradas.

3. Alcances.

En el desarrollo del trabajo de tesis se utilizarán principalmente los softwares Isatis, GSLib, Excel, y U-mine. El trabajo contó con financiamiento del proyecto Fondecyt número 1090013, denominado “Multivariate Geostatistics and its applications to the characterization of mineral resources”.

4. Antecedentes.

4.1 Antecedentes Generales.

La geoestadística es una rama de la estadística, aplicada en un contexto espacial. Busca estudiar variables regionalizadas, que corresponden a variables numéricas que se distribuyen en el espacio y presentan cierta continuidad, aunque escapan a toda representación simple debido a que varían irregularmente. Ejemplo de una variable regionalizada es la ley en un yacimiento minero, caso que es de interés en este trabajo. Una variable regionalizada queda caracterizada por:

- Su naturaleza: puede ser continua, discreta o categórica.
- El dominio en estudio, es decir, las dimensiones espaciales que abarca la variable.
- El volumen sobre el cual se mide (tamaño de soporte), dado que no es lo mismo medirla en puntos del espacio o en soportes mayores (bloques).

Si bien los fenómenos naturales son determinísticos, pueden ser muy complejos. Es por esto que en el estudio de una variable regionalizada se puede considerar la aplicación de probabilidades, como por ejemplo en la ley de un metal presente en la mineralización de un macizo rocoso.

En un modelo probabilístico, una variable regionalizada $z(x)$ en un sitio x del dominio D en estudio, se interpreta como una realización de una variable aleatoria $Z(x)$. El conjunto de estas variables en distintos puntos del espacio constituye una función aleatoria que se expresa como $Z = \{Z(x), x \in D\}$.

Una función aleatoria se caracteriza por una distribución espacial, que consta de todas las distribuciones de probabilidad de sus componentes, en particular:

- Distribución univariable: $F(z_1; \mathbf{x}_1) = \text{Prob}(Z(\mathbf{x}_1) < z_1)$
- Distribución bivariante: $F(z_1, z_2; \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = \text{Prob}(Z(\mathbf{x}_1) < z_1, Z(\mathbf{x}_2) < z_2)$
donde \mathbf{x}_1 y \mathbf{x}_2 representan distintos sitios en el espacio.

En los estudios geoestadísticos se asumen en general algunas hipótesis simplificadoras, como la hipótesis de estacionaridad que establece que la

distribución que sigue la función aleatoria es invariante por traslación en el espacio. En particular, independiente de la ubicación en el espacio, presenta las mismas medias y varianzas.

En un estudio geoestadístico previamente se desarrollan las etapas de estudio exploratorio y variográfico, que se describen brevemente a continuación.

4.1.1 Estudio Exploratorio de Datos.

El objetivo es conocer de modo general la distribución de la variable regionalizada en estudio, para definir zonas de estudio o anticipar y corregir dificultades asociadas a las bases de datos disponibles. Algunas herramientas de análisis exploratorio de datos, presentadas con sus respectivos objetivos son:

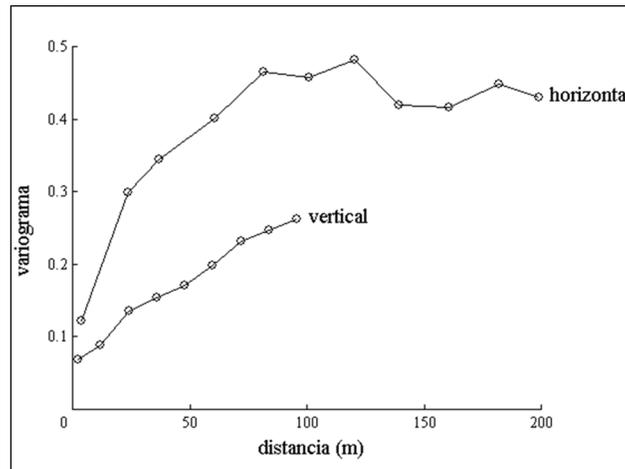
- Mapas para visualizar la ubicación espacial de los datos.
- Histogramas para conocer la distribución estadística de los datos.
- Estadísticas básicas como las medidas de posición y dispersión.
- Gráficos de probabilidad para comparar una distribución empírica con una teórica.
- Gráficos q-q plot para comparar dos distribuciones empíricas.
- Nubes de correlación para visualizar valores de una variable en función de otra.

4.1.2 Estudio Variográfico.

Su objetivo es conocer la continuidad espacial de la variable en estudio, debido a que los valores observados en distintos puntos del espacio pueden estar correlacionados. De este modo es importante estudiar el qué tan rápido o lento se pierde esta correlación al aumentar la distancia de separación entre dos puntos.

Para desarrollar este estudio se utiliza una función llamada variograma (que equivale a desarrollar la función de covarianza de los datos espaciales), que es una forma analítica de expresar la variabilidad espacial de los valores que toma la variable en estudio. De este modo se puede calcular variogramas en algunas direcciones del espacio, obteniéndose resultados gráficos como el siguiente ejemplo de un variograma experimental:

Figura 2: Ejemplo de variograma experimental.



En un variograma experimental se define como meseta al valor en el cual se estabiliza el variograma, y como alcance a la distancia que se alcanza la meseta. Formalmente la meseta debe ser igual a la varianza de la función aleatoria, que se puede estimar por la varianza de los datos. Además se define como efecto pepita a la discontinuidad en el origen del variograma (en este caso poco menor a 0.1). Mientras más alto el efecto pepita, más erraticidad a pequeña escala presenta la variable en estudio.

Un variograma experimental como el anterior requiere ser modelado debido a que es incompleto, ya que se calcula sólo para ciertas direcciones. Existen una serie de modelos elementales que, según la forma que presente el variograma experimental principalmente en el origen, permiten modelarlo adecuadamente:

- Efecto pepita: discontinuidad en el origen.
- Modelo esférico y exponencial: lineales en el origen.
- Modelo gaussiano: parabólico en el origen.

4.1.3 Estimación Local.

En minería y en otros ámbitos de aplicación de la geoestadística, se busca predecir (estimar) la variable regionalizada en sitios del espacio donde no se conoce el valor real, a partir de los datos disponibles. Una de las metodologías más utilizadas es el kriging, que consiste en estimar valores de la variable regionalizada mediante un promedio lineal ponderado de los datos. Los dos principales tipos de kriging son el kriging simple (en el cual la media de la variable se asume conocida) y el kriging ordinario (media desconocida).

Estas metodologías consideran los siguientes aspectos en las estimaciones:

- 1) La distancia de los datos al sitio a estimar.
- 2) La redundancia entre los datos (si es que hay datos muy cercanos unos con otros).
- 3) La continuidad espacial de la variable regionalizada, es decir, qué tan rápido o lento varían los valores que toma la variable en el espacio.

Además, el kriging presenta otras características importantes; es una estimación insesgada porque establece una esperanza nula para el error de estimación, y es óptimo porque busca minimizar la varianza del error de estimación.

Pero presenta ciertas limitaciones importantes:

- Suavizamiento: los valores estimados presentan menos dispersión que los valores verdaderos.
- La varianza de kriging no considera el efecto proporcional, que es una distorsión de la hipótesis de estacionaridad. El efecto proporcional comúnmente se presenta en minería y consiste en observar mayor variabilidad en zonas de valores altos, es decir, se observa valores altos mezclados a corta distancia con valores bajos.

Estas dos limitaciones hacen que el kriging no sea una buena herramienta en la estimación de funciones umbrales, como por ejemplo en la determinación de tonelajes de roca sobre una ley de corte, que es un problema crítico en la estimación de recursos y reservas recuperables en un negocio minero.

4.1.4 Simulaciones.

Debido a las limitaciones del kriging, se propone la simulación como metodología para cuantificar la incertidumbre asociada al desconocimiento de los valores reales de la variable regionalizada en estudio. Una simulación es un modelo numérico que busca reproducir la variabilidad real de la variable en estudio mediante la construcción de varias realizaciones que representan escenarios posibles.

Se pueden diferenciar dos tipos de simulaciones: las no condicionales y las condicionales. Las simulaciones no condicionales buscan reproducir la distribución global de la variable regionalizada, sin reproducir los valores de los datos en sitios ya conocidos. En cambio, las simulaciones condicionales buscan reproducir las distribuciones locales, que dependen de los datos conocidos. De esta forma, en un sitio con dato no hay incertidumbre, y estas simulaciones condicionales pueden considerarse más realistas que las no condicionales.

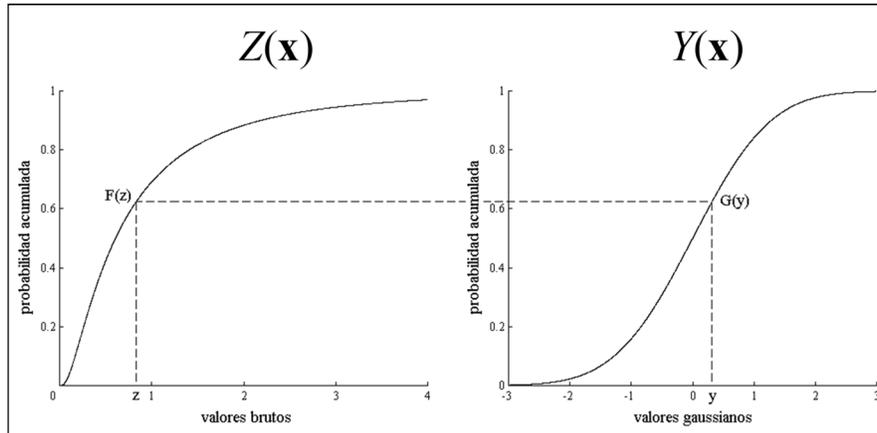
Así como el kriging tradicional sólo permite resolver el problema de estimación, es decir, de predecir valores en sitios no conocidos, las simulaciones además entregan una medición de la incertidumbre y permiten desarrollar análisis de riesgo, debido a la disposición de varios escenarios posibles.

Para aplicar simulaciones es necesario definir un modelo adecuado de función aleatoria. Además, estas simulaciones pueden realizarse a distintos soportes, es decir, a soporte de puntos o a soporte de bloques, dado que en minería resulta de interés desarrollar un modelo de leyes a soporte de bloques.

4.1.5 Modelo Multigaussiano.

En el ámbito de las simulaciones condicionales, el modelo multigaussiano es el más utilizado. Este modelo requiere trabajar con variables gaussianas, lo que hace necesario transformar los datos disponibles mediante una función de transformación llamada anamorfosis. Gráficamente, la anamorfosis consiste en deformar el histograma de los datos en un histograma gaussiano, de modo que la variable transformada, denotada $Y(x)$, tenga una distribución gaussiana estándar (de media 0 y varianza 1). Lo anterior se observa en la figura 3:

Figura 3: Determinación de función de transformación (anamorfosis).



La hipótesis fundamental del modelo es que los valores transformados tienen una distribución multigaussiana, la cual se define por las siguientes propiedades:

1. Toda combinación lineal de los valores sigue una distribución gaussiana.
2. La densidad de probabilidad de un conjunto de valores ubicados en los sitios $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ es:

$$g(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n; y_1, \dots, y_n) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^n \sqrt{\det(\mathbf{C})}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \mathbf{y}' \mathbf{C}^{-1} \mathbf{y}\right\}$$

$$\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_n)^t \quad \mathbf{C}_{i,j} = \text{cov}\{Y(\mathbf{x}_i), Y(\mathbf{x}_j)\}$$

Se destaca que la densidad de probabilidad queda definida sólo con la matriz de varianza-covarianza \mathbf{C} .

Una propiedad fundamental del modelo es que la distribución global de un valor transformado $Y(\mathbf{x})$ es una gaussiana estándar $N(0,1)$. Por su parte la distribución local de $Y(\mathbf{x})$ también es una gaussiana pero no estándar, sino de media igual al kriging simple de $Y(\mathbf{x})$ y de varianza igual a la varianza de kriging simple. Un resultado directo de esto es que la distribución local tiende a la distribución global en posiciones del espacio lejanas a los datos.

Lo más interesante de construir una función de distribución local es la posibilidad de expresar la probabilidad de superar un cierto valor umbral (por ejemplo, una ley de corte en minería) no sólo en función del valor medio de una estimación, sino también en función de la varianza de estimación.

Por otra parte, debido a que en ciertos casos transformar los datos originales en datos gaussianos puede resultar complicado, es necesario verificar la hipótesis básica del modelo que establece multigaussianidad. Para esto se pueden desarrollar los siguientes tests que prueban la bigaussianidad:

1. Nubes de correlación diferida: en las cuales se grafican pares de datos gaussianos separados a una cierta distancia. Estas nubes deben presentar una forma elíptica para distancias de separación menores, y una forma circular para distancias mayores.
2. Variogramas de Indicadores: Existe una relación entre el variograma de un indicador y el variograma de los datos gaussianos. Entonces se puede estimar el variograma de indicador teóricamente, y luego comparar con el variograma de indicador experimental.
3. Comparación de madograma con variograma: siendo el madograma el variograma de orden 1, se tiene una razón de proporcionalidad entre ellos que puede ser verificada.

Una vez verificada la hipótesis del modelo, se pueden ejecutar simulaciones multigaussianas de los datos gaussianos $Y(x)$ o desarrollar una versión del kriging llamado kriging multigaussiano. A lo que apunta este trabajo es a desarrollar simulaciones multigaussianas.

4.1.6 Simulación plurigaussiana.

Para caracterizar la extensión espacial de distintas litologías o unidades geológicas, se puede recurrir a las simulaciones plurigaussianas, que básicamente establecen una variable indicadora del siguiente modo:

$$I(\mathbf{x}) = i \text{ si } \mathbf{x} \text{ pertenece a la } i\text{-ésima unidad geológica.}$$

Los aspectos más importantes a caracterizar en un estudio de unidades geológicas son: conectividad espacial, contactos y regularidad de la frontera, especialmente cuando se cuenta con tres o más unidades geológicas.

Para simular dos unidades geológicas se trabaja con variables gaussianas truncadas que se obtienen al truncar una función aleatoria continua $\{Y(\mathbf{x}), \mathbf{x} \in R^d\}$ de distribución espacial multi-Gaussiana de la siguiente forma:

$$I(\mathbf{x}; y) = \begin{cases} 1 & \text{si } Y(\mathbf{x}) < y \\ 2 & \text{si } Y(\mathbf{x}) \geq y \end{cases}$$

De este modo, la proporción del espacio que ocupa cada unidad geológica queda determinado por el valor que toma el umbral y . Así, para que ambas unidades geológicas tengan la misma proporción en el espacio, el valor del umbral y debe ser cero (recordar la propiedad de simetría de la campana de Gauss). En el caso general, la primera unidad ocupa una proporción del espacio igual a $G(y)$, donde G es la función de distribución de la Gaussiana estándar, y la segunda unidad ocupa la proporción complementaria.

El modelo plurigaussiano asociado a estas simulaciones permite trabajar con más de una función aleatoria gaussiana, para así dar más flexibilidad en la definición de las unidades geológicas. Por ejemplo, en el caso de tres unidades geológicas:

$$I(\mathbf{x}; y_1, y_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } Y_1(\mathbf{x}) < y_1 \\ 2 & \text{si } Y_1(\mathbf{x}) \geq y_1 \text{ e } Y_2(\mathbf{x}) < y_2 \\ 3 & \text{si } Y_1(\mathbf{x}) \geq y_1 \text{ e } Y_2(\mathbf{x}) \geq y_2 \end{cases}$$

Los aspectos a definir en el modelo son los siguientes:

- La “bandera”, que define el modo de truncación que influye en los contactos entre las unidades geológicas y en sus jerarquías.
- Los umbrales y , que influyen en las proporciones del espacio ocupadas por las distintas unidades geológicas.
- Los variogramas de las Gaussianas, que influyen en los variogramas de los indicadores de cada unidad geológica.

Finalmente, las etapas a desarrollar en una simulación plurigaussiana son las siguientes:

1. Inferir los parámetros del modelo a partir de los datos categóricos, determinando el tipo de bandera, los umbrales y los variogramas de las variables gaussianas.
2. Simular las funciones aleatorias gaussianas en los sitios de muestreo, condicionadas por los datos categóricos; esto se logra mediante una técnica iterativa conocida como muestreador de Gibbs.
3. Simular las funciones aleatorias gaussianas en el resto del espacio, condicionadas por sus valores en los sitios de muestreo; esto se logra con cualquier técnica de simulación multigaussiana.
4. Aplicar las truncaciones para obtener las unidades geológicas simuladas.

4.1.7 Estimaciones no-lineales.

En bases de datos con alta asimetría, el cambio de soporte -al pasar de datos puntuales de sondajes a estimaciones a tamaño de bloques- puede ser crítico, especialmente con tamaños mayores de bloques. En este sentido, algunas investigaciones plantean la necesidad de utilizar estimaciones no-lineales en estos casos, debido a que una estimación lineal como un kriging ordinario podría traducirse en una estimación con alta varianza de estimación de bloques, lo que podría derivar en la construcción de una curva tonelaje-ley sesgada (*Vann & Guibal, 2001*)

Algunas de las metodologías no-lineales más utilizadas son:

- Simulaciones condicionales.
- Kriging de indicadores.
- Kriging multigaussiano y lognormal.
- Co-kriging de indicadores y kriging disyuntivo.

Existen aplicaciones conocidas de kriging de indicadores en el ámbito de los metales preciosos (*Fytas, Chaouai, 1990 ; Dominy, Johansen, 2000*), siendo las simulaciones condicionales una metodología posible de aplicar en un depósito tipo y veta, y propuestas en el presente trabajo.

Kriging de Indicadores para variables continuas.

En términos generales, las técnicas geoestadísticas no paramétricas buscan liberarse de las distribuciones de probabilidad predefinidas, como es el caso de los modelos que asumen hipótesis multigaussianas. Se busca caracterizar distribuciones locales para una serie de umbrales (ej: leyes de corte) que discretizan el rango de valores que toma la variable en estudio, lo que se traduce en una estimación incompleta que obliga a aplicar interpolación y extrapolación.

Estimando la probabilidad de superar diferentes valores umbrales, se va construyendo una distribución de probabilidad acumulada, que en los valores extremos se traduce en lo siguiente:

- Para un umbral igual a cero, la probabilidad de estar bajo el umbral es igual a cero.
- Para un umbral suficientemente grande, la probabilidad de estar bajo el umbral es igual a uno.

Al estimar la distribución de probabilidad se pueden generar problemas de inconsistencia:

- Obtener valores de probabilidad fuera del intervalo $[0,1]$, debido a que la resolución de un sistema de kriging puede entregar ponderadores negativos.
- Obtener valores de probabilidad inferiores en valores umbrales menores (la probabilidad acumulada debe ser creciente).

Desarrollo del kriging de indicadores.

Previo a la ejecución del kriging de indicadores, se debe desarrollar las siguientes etapas:

1. Para cada ley de corte se debe codificar los datos en indicadores 0 (si el dato está sobre la ley de corte) o 1 (si el dato es menor o igual a ley de corte).
2. Realizar un estudio variográfico de la nueva variable indicador, y ajustar un modelo de variograma.
3. Ejecutar un kriging para cada indicador, de modo de obtener:

$$i^*(x_0, z_c) \approx P\{z(x_0) \leq z_c\}$$

donde i^* = indicador estimado.

x_0 = sitio estimado.

z_c = ley de corte.

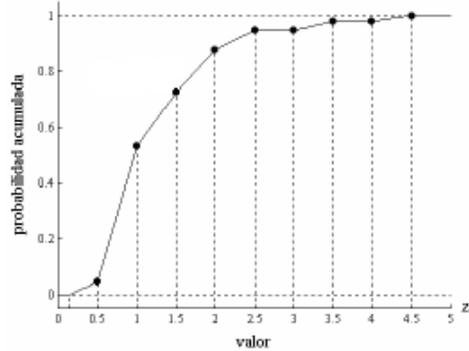
A continuación, se presenta un esquema con el detalle del kriging de indicadores, y la posterior manipulación de los valores estimados:

Esquema de la secuencia de trabajo con kriging de indicadores.

Descripción de la etapa	Figura de la etapa
<p>Mediante kriging simple u ordinario se estiman las probabilidades asociadas a cada valor umbral. En la figura se observa algunas inconsistencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Los umbrales 3.5 y 4.5 tienen probabilidades mayores a 1. • Los umbrales 3.0 y 4.0 presentan probabilidades menores a los umbrales 2.5 y 3.5, respectivamente. 	
<p>Se corrigen las inconsistencias:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El umbral 4.5 queda con probabilidad 1. • Los pares de valores umbrales que presentaban inconsistencia quedan con probabilidades iguales. 	

Finalmente se interpola y extrapola los valores estimados, para generar una curva de distribución de probabilidad acumulada continua y definida para todo valor umbral. Es importante extrapolar adecuadamente, eligiendo el modelo más adecuado:

- Lineal
- Potencia
- Hiperbólico



Kriging de Indicadores para variables categóricas.

El kriging de indicadores se puede aplicar también a variables categóricas, con las siguientes diferencias con respecto al caso de variables continuas:

1. Los indicadores se asocian a cada categoría (1 en presencia de la categoría, 0 en ausencia), no en función de una ley de corte.
2. Ya no se requiere interpolar entre diferentes leyes de corte, puesto que la variable solo está definida para un número finito de categorías.
3. El resultado del kriging de indicadores se puede interpretar como la probabilidad (estimada) de pertenecer a una u otra categoría.

4.2. Geoestadística aplicada a depósitos tipo veta.

4.2.1 Generalidades.

Una veta es un tipo de mineralización con una geometría bastante particular y cuya caracterización se describe en figura 4:

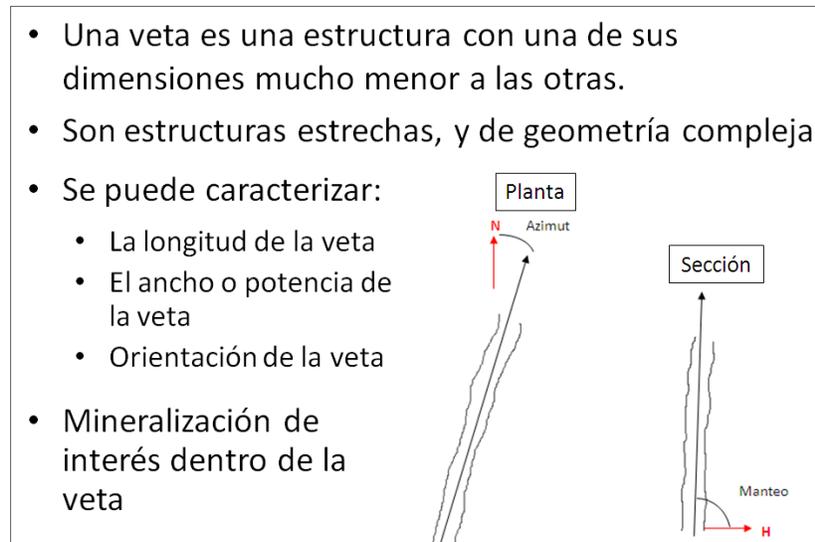


Figura 4: Descripción de un depósito tipo veta

En el pasado, la estimación de recursos en veta se desarrollaba mediante métodos geométricos, tales como el método de los polígonos de influencia o el método de las secciones. Con estos métodos se buscaba proyectar correctamente los datos de sondaje según la orientación de la veta, y definir una zona de influencia para los datos. La principal limitante de estas metodologías es que no incluían una descripción de las relaciones espaciales posibles de deducir en las leyes en estudio.

De este modo, mediante la aplicación de técnicas geoestadísticas, se busca superar estas limitaciones, aumentando la confiabilidad de las estimaciones realizadas.

Sin embargo, las técnicas geoestadísticas se encuentran con algunas dificultades propias de estos depósitos debido a las distribuciones de ley en metales preciosos, y debido a lo estrecho de estas estructuras, todo lo cual conlleva dificultades en el estudio variográfico tal como se muestra en figura 5:

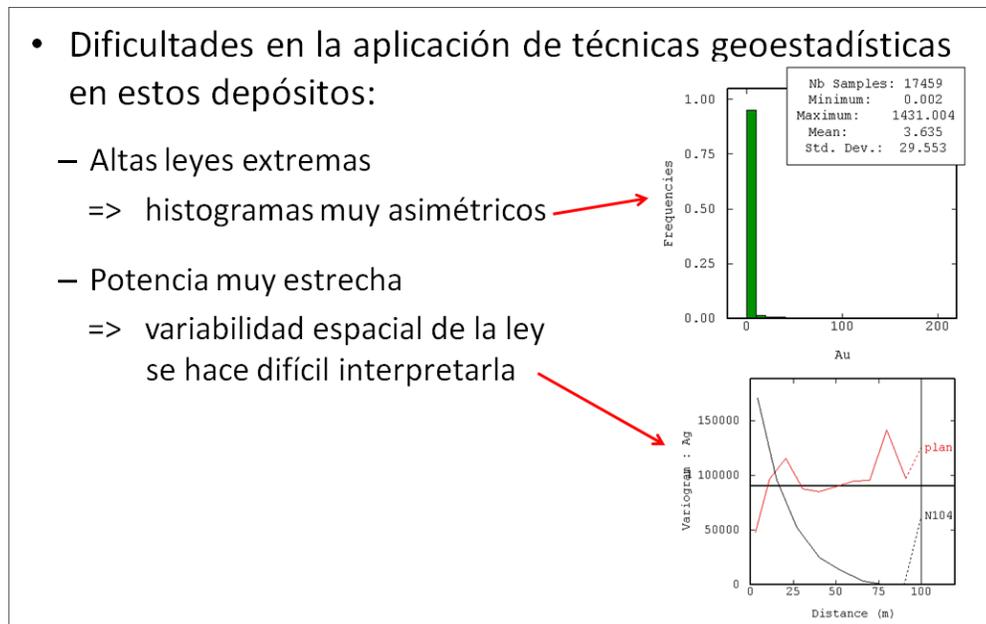


Figura 5: Problemáticas en geoestadística de depósitos tipo veta

En el ámbito del muestreo y la exploración de un depósito tipo veta, se establece que los sondeos de diamantina son suficientes para caracterizar la continuidad geológica de la veta, pero que se debe tener precaución con estudiar la distribución de ley debido a la presencia de altas leyes que son erráticas y están comúnmente muy localizadas. Para estudiar de forma confiable la distribución de ley se recomienda acudir a desarrollos y accesos subterráneos, con el objetivo de caracterizar más detalladamente las leyes (Dominy, Johansen, 2000). De hecho, se recomienda definir recursos medidos e indicados sólo a partir de desarrollos subterráneos más precisos, y no solamente de muestras obtenidas a partir de sondeos de diamantina (Dominy, Stephenson, 2001)

Sumado a lo anterior, y bajo las recomendaciones del código JORC, se recomienda tener adecuados sistemas de control de la calidad de los procesos de exploración, estimación y evaluación de un depósito tipo veta, con el fin de caracterizar correctamente la continuidad geológica y de leyes en la veta, especialmente en la frontera de los recursos indicados e inferidos (Vallée, 2002 ; Dominy 2002).

Por otra parte, al construir un modelo de bloques, corresponde a una buena práctica el estimar las leyes en estudio bajo un control geológico del depósito, no sólo de la distribución espacial de las leyes, sino también de las estructuras o distintos dominios geológicos involucrados. En particular, en un depósito tipo veta de un metal precioso, es importante tener en consideración (Duke, Hanna, 2001)

- Puede existir una mineralización discontinua, definida por la presencia de sucesivos diques o pequeñas vetas.
- La potencia de la veta puede quedar definida por la presencia de alguna estructura como una falla.
- En caso de presencia de fallas y pliegues, se debe caracterizar la continuidad de la ley en esas estructuras.
- Caracterizar e identificar la presencia de altas leyes más extremas.
- Tener presente la potencia mínima requerida en las actividades mineras, o la dilución proveniente de la roca de caja.

Para construir un modelo de recursos en una veta existen dos posibles enfoques:

- Método Indirecto.
- Método Directo.

En la figura 6 se resume las características y etapas de ambos métodos:

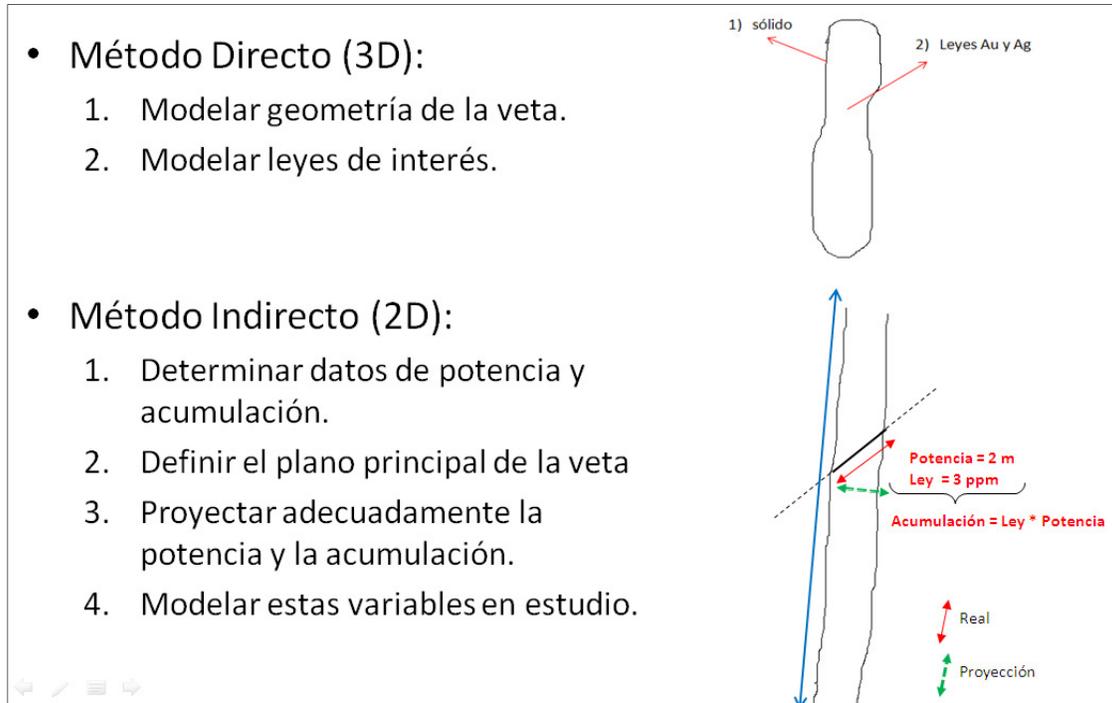


Figura 6: Descripción de métodos Directo e Indirecto

4.2.2 Método Indirecto.

Este método ha sido más estudiado y aplicado en el modelamiento de recursos en depósitos tipo veta, y puede ser aplicado con algunas variantes. Surgió como una alternativa a los métodos geométricos ya mencionados, basados en polígonos y secciones.

Con este método se busca modelar en 2D los recursos de una veta, con las variables potencia y acumulación:

- Potencia: consiste en el espesor de la veta, que se mide de forma perpendicular al plano definido por el dip o inclinación de la veta.
- Acumulación: Se expresa como el producto entre la potencia y la ley asociada a esa potencia.

De este modo, se puede estimar cada una de estas dos variables, las cuales presentan la propiedad de aditividad (en este caso la ley no es aditiva porque habría que ponderarla por la potencia respectiva, que es la definición de acumulación). Finalmente, la estimación de la potencia modela la geometría de la veta, y dividiendo las estimaciones de acumulación por la potencia, se obtiene las leyes asociadas a la potencia completa.

En otras palabras, es conveniente estimar la acumulación (contenido de metal por unidad de área) y no la ley, porque esta responde a diferentes intervalos. Por ejemplo, si la potencia es muy extensa, intervalos de bajas leyes pueden diluir el valor de ley asociado a esa potencia. Por otra parte, la extensión lateral de la veta debe ser estimada en función de los límites geológicos y no con los límites de ley, porque se podrían estar recortando valores bajos de ley, lo cual podría sobrestimar las leyes. Además, la naturaleza errática de la ley requiere más atención que la naturaleza suave de la potencia.

De todos modos, este método presenta algunos inconvenientes y desventajas que se enumeran y describen en la figura 7:

Dificultades método indirecto (2D):

1. Veta no planar, con curvatura ¿Cómo modelar en 2D?
2. No diferencia una geometría con varias ramas => menos útil para etapa de diseño minero.
3. Algunos sondajes son sub-verticales, y deben ser proyectados en una dirección sub-horizontal => alta incertidumbre.
4. Se requiere gran cantidad de sondajes.
5. Requiere más etapas (ej: cálculo y proyección de potencias y acumulaciones)

Figura 7: Desventajas de Método Indirecto

Este método suele ser recomendado especialmente en el estudio de vetas muy estrechas, debido a que algunas investigaciones reportan problemas en estos casos utilizando el método directo (*Bertoli, Job, 2003*).

Sin embargo, otros autores reportan que, con una distribución de ley moderadamente asimétrica y con variogramas “razonables” de ley, al comparar los errores de estimación entre el kriging directo de ley con el kriging de potencia y acumulación, se observa que el kriging directo presenta menos sesgo y más precisión (*Roy, Butt, Frempong, 2004*), prefiriendo el camino de estimación directa de la ley (en vez de acumulación), conjuntamente con la estimación de potencia.

En el ámbito del trabajo con las variables potencia y acumulación, también existen aplicaciones con kriging de indicadores, para evitar los recortes o filtros de alta ley, separando el trabajo geoestadístico en dos partes: las altas leyes extremas y el resto de las leyes (*Deutsch, 1989*).

Del mismo modo al método directo, con el método indirecto se recomienda mantener un adecuado control geológico del depósito en estudio, sin confiar en exceso en las técnicas matemáticas y computacionales (*Dowd, Milton, 1987 ; Dominy, Annels, 1999*)

Por otra parte, existe una serie de modelos para el trabajo de potencia y acumulación (*Rivoirard, 1988 ; Rivoirard, 1991*) que se basan en las relaciones existentes entre las potencias asociadas a distintas leyes de corte, para el mismo depósito en estudio. Se definen las siguientes variables:

- P_i = Potencia asociada a la ley de corte i
- P_j = Potencia asociada a la ley de corte j

Considerando $i < j$, se debe analizar las regresiones $P_i | P_j$ y $P_j | P_i$ y definir si tienen un comportamiento lineal o no lineal. Posteriormente se examinan los variogramas simples y cruzados de las distintas potencias para evaluar si tienen un comportamiento proporcional. Además, se puede analizar las regresiones y variogramas simples y cruzados de variables indicadoras asociadas a umbrales "m" de potencia, de modo de definir indicadores de la forma: $1_{P_i \geq m}$.

Teniendo estas caracterizaciones hechas, se puede optar por alguno de los siguientes modelos:

1. Modelos ascendentes con regresiones lineales: cuando el variograma cruzado de P_i y P_j es proporcional al variograma simple de P_i , con $i < j$
2. Modelos ascendentes con regresiones no lineales: que verifican las siguientes propiedades:
 - Independencia condicional (**I**): Considerando que se conoce $P_i(x)$, entonces $P_j(x)$ es independiente de $P_i(y)$ con x e y dos puntos distintos del espacio y con $i < j$.
 - Propiedad markoviana (**M**): Considerando que se conoce $P_i(x)$, entonces existe independencia entre $P_j(x)$ y $P_k(x)$ con $k < i < j$.
3. Potencia de tajadas independientes: no toma en cuenta la jerarquía de las potencias, según la relación existente entre las leyes de corte respectivas (a menor ley de corte, mayor potencia).
4. Potencia de tajadas condicionalmente independientes: que se divide en los casos de regresiones ascendente y descendente, según si las leyes de corte cumplen con la condición $i < j$ o con $i > j$.

5. Modelo isofactorial: cuando se verifica las propiedades (I) y (M), y además se cumplen algunas condiciones para un par de variables indicador del tipo $1_{P_i \geq m}$.

Independiente del modelo seleccionado, se recomienda corregeonizar las potencias P_i de modo de estimarlas mediante alguna técnica multivariable, en vez de estimarlas por separado.

5.2.3 Método Directo.

Este método se realiza en dos etapas: primero se define la geometría de la veta y luego se aplica alguna técnica geoestadística para calcular directamente las leyes en un modelo de bloques que abarque la geometría predefinida.

Si bien comúnmente se considera mejor opción el método indirecto, existen trabajos que exploran la aplicación del método directo, u otros que los comparan. En este sentido, es necesario estimar correctamente la geometría de la veta, caracterizando su orientación y dimensiones, sin clasificar equivocadamente roca de caja como parte de la veta (*Roth, Armstrong, 1998*). Es decir, debe existir un control geológico adecuado en la definición de la geometría de la veta.

Alternativamente, existe la opción de determinar la geometría de la veta mediante un criterio de ley de corte, sin mayor control geológico, como por ejemplo, mediante un kriging de indicadores, y posteriormente estimar la ley de los bloques que entran en la geometría definida (*Sulistiyana, 2004*)

Existen estudios que plantean que el método directo es más preciso que el método indirecto cuando se estiman leyes puntuales, especialmente cuando existe buena correlación entre la ley y la potencia, a pesar de ser la ley una variable no aditiva (*Marcotte, Boucher, 2001*). Sin embargo, es discutible la superioridad del método directo cuando se estima leyes a soporte de bloques a partir de estimaciones puntuales, especialmente con tamaños de bloques mayores (*Dagbert, 2001 ; Marcotte, Boucher, 2001*) En este sentido, el significado físico y la no aditividad de la ley no es compatible con un cambio de soporte.

Existen metodologías alternativas que podrían permitir -de igual modo al método directo- estimar la ley del material de interés considerando la reproducción de la configuración espacial de la veta, análogamente a lo realizado en trabajos que incluyen la reproducción de la configuración espacial de diferentes tipos de roca,

mediante simulación condicional de indicadores (*Journel, Isaaks, 1984*), o de modo general, estimar la ley de interés (variable primaria) en función de una variable secundaria categórica, como lo puede ser un tipo de roca o la geometría de la veta (trabajo llamado “soft categorical data”).

5. Metodología.

A continuación, se presenta una descripción general de las metodologías a desarrollar, clasificadas en los métodos directo e indirecto. Algunas de las etapas descritas en cada caso son comunes para las distintas metodologías aplicadas.

5.1 Método Directo.

5.1.1 Estimación de la geometría de la veta.

A) Kriging de indicadores.

1. Transformación de los datos a una variable binaria:
 - 0 si el dato está fuera de la veta
 - 1 si el dato está dentro de la veta
2. Estudio exploratorio de los datos, para identificar cualquier anomalía o incongruencia.
3. Estudio variográfico de la variable indicador definida, y ajuste de modelo de variograma.
4. Ejecución de validación cruzada para evaluar la consistencia del modelo de variograma.
5. Definición de una grilla.
6. Ejecución de un kriging ordinario de la variable indicador.
7. Procesamiento de los resultados obtenidos, y definición de la geometría de la veta.

B) Simulación plurigaussiana.

1. Transformación de los datos a una variable binaria:

- 0 si el dato está fuera de la veta
 - 1 si el dato está dentro de la veta
2. Estudio exploratorio de los datos, para identificar cualquier anomalía o incongruencia.
 3. Definición de los parámetros del modelo a partir de los datos categóricos:
 - Determinación del tipo de bandera.
 - Definición de los umbrales
 - Determinación de los variogramas de las variables gaussianas.
 4. Simulación de las funciones aleatorias gaussianas en los sitios con datos, condicionadas por los datos categóricos.
 5. Simulación de las funciones aleatorias gaussianas en el resto de los sitios, condicionadas por los valores en los sitios con datos.
 6. Aplicación de las truncaciones, para definir las unidades simuladas (veta y exterior de la veta).

5.1.2 Estimación de las leyes en el interior de la veta.

A) Co-kriging de leyes de Au y Ag.

1. Selección de los datos interiores de la veta.
2. Estudio exploratorio de los datos seleccionados.
3. Estudio variográfico y ajuste de modelo lineal de correogionalización.
4. Validación cruzada para validar el modelo de variograma.
5. Ejecución de co-kriging de leyes de Au y Ag.
6. Construcción de curva ton-ley.

B) Co-simulación de leyes de Au y Ag.

1. Selección de los datos interiores de la veta.
2. Estudio exploratorio de los datos seleccionados.

3. Transformación a datos gaussianos mediante anamorfosis.
4. Verificación de hipótesis bigaussiana.
5. Estudio variográfico de datos gaussianos y ajuste de modelo lineal de correogionalización.
6. Ejecución de co-simulación de leyes de Au y Ag.
7. Post-procesamiento y construcción de curva ton-ley.

5.2 Método Indirecto.

5.2.1 Co-kriging de Potencia y Acumulación.

1. Definición de plano(s) principal(es) de la veta.
2. Proyección de sondajes en planos principales, para definir los datos de potencia asociados a cada sondaje.
3. Cálculo de variable acumulación asociada a cada potencia.
4. Estudio exploratorio de variables potencia y acumulación.
5. Estudio variográfico y ajuste de modelo lineal de correogionalización para acumulación-potencia.
6. Validación cruzada para validar el modelo de variograma.
7. Definición de grilla 2D.
8. Ejecución de co-kriging de acumulación y potencia.
9. Construcción de curvas ton-ley.

5.2.2 Co-simulación de potencia y acumulación.

1. Definición de plano(s) principal(es) de la veta.
2. Proyección de sondajes en planos principales, para definir los datos de potencia asociados a cada sondaje.
3. Cálculo de variable acumulación asociada a cada potencia.

4. Estudio exploratorio de variables potencia y acumulación.
5. Transformación de variables potencia y acumulación a datos gaussianos.
6. Verificación de hipótesis bigaussiana.
7. Definición de grilla 2D.
8. Ejecución de co-simulación de potencia y acumulación.
9. Post-procesamiento y construcción de curva ton-ley.

6. Caso de Estudio.

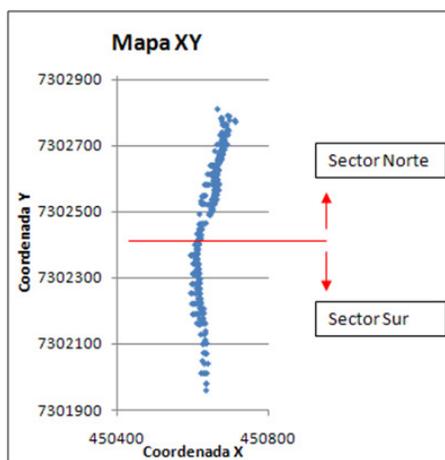
Se dispondrá de una base de datos de una campaña real de sondajes de exploración, que corresponden a una mina de oro y plata. En la base de datos utilizada las coordenadas x,y,z han sido modificadas, y a las leyes se les aplicó factores modificadores pero que no alteran la variabilidad espacial real.

Este depósito está dividido en dos sectores, que serán denominados sectores Norte y Sur. Se dispone en total de más de 24 mil muestras obtenidas a partir de sondajes, con información de ley de oro y plata, muestreadas a un soporte de 0.5 [m]. Si bien hay muestras a soportes menores, constituyen una proporción mínima del total. Las muestras de sondajes además se clasifican según pertenecen o no a la geometría misma de la veta, lo cual se realizó en base a criterios geológicos.

En la figura 8 se muestra las características básicas de la base de datos disponible para el estudio:

- Base de datos de exploración de una veta:

- Leyes de Au y Ag
- Indicador: 1 dentro – 0 fuera



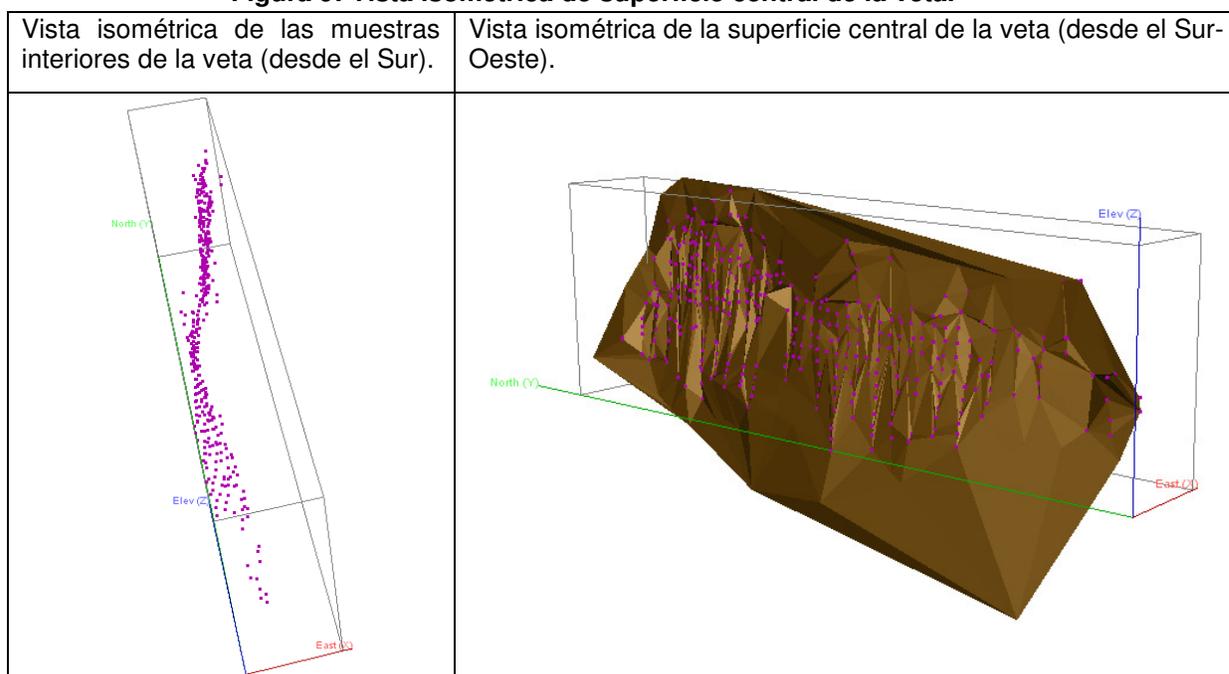
GLOBAL	TOTAL DATOS		DATOS INTERIORES	
	Au [ppm]	Ag [ppm]	Au [ppm]	Ag [ppm]
N° datos	24729	24729	1747	1747
Promedio	4.03	64.43	50.93	731.42
Correlación	0.70		0.64	

Sector	Azimut	Manteo
Norte	13.65°	83.00°
Sur	-4.00°	83.00°

Figura 8: Base de Datos

Uno de los aspectos importantes a caracterizar del depósito en estudio es la geometría de la veta mineralizada, y en particular la orientación del plano principal de la veta. A continuación, se presenta una vista isométrica de las muestras de sondajes que entran en la veta, y conjuntamente se muestra una superficie construida mediante interpolación de los puntos que marcan el centro de la veta en cada sondaje.

Figura 9: Vista isométrica de superficie central de la veta.



En estas vistas se observa que en el sector norte el plano principal de la veta presenta una inclinación con respecto al norte, con azimut entre 20° y 30°. En cambio, en el sector sur no presenta inclinación con respecto al norte. Además, si bien la superficie que caracteriza el centro de la veta presenta ciertas formas curvas, parece razonable simplificar el centro de la veta con dos planos principales con las orientaciones ya mencionadas.

Luego de limpiar la base de datos de todas las leyes no disponibles y caracterizadas con el valor -1, se dispone de una base de datos homotópica. A continuación, se presenta el detalle de las estadísticas de cada uno de los dos sectores considerados, y del conjunto de los dos sectores (global). Además, se divide en cada caso las estadísticas en el total de muestras y en sólo las muestras catalogadas como interiores a la veta.

Tabla 1: Estadísticas de sectores Total.

GLOBAL	TOTAL MUESTRAS		MUESTRAS INTERIORES	
	Au [ppm]	Ag [ppm]	Au [ppm]	Ag [ppm]
N° muestras	24729	24729	1747	1747
Mínimo	0.00	0.00	0.17	2.80
Máximo	1819.70	11663.10	1819.70	11663.10
Promedio	4.03	64.43	50.93	731.42
Varianza	1063.68	102028.56	12513.28	927512.05
Correlación	0.70		0.64	

Tabla 2: Estadísticas de sector Norte.

NORTE	TOTAL MUESTRAS		MUESTRAS INTERIORES	
	Au [ppm]	Ag [ppm]	Au [ppm]	Ag [ppm]
N° muestras	8421	8421	807	807
Mínimo	0.00	0.00	0.63	19.00
Máximo	1819.70	11663.10	1819.70	11663.10
Promedio	4.84	81.94	45.83	699.45
Varianza	1384.33	126662.13	12533.89	874801.61
Correlación	0.81		0.79	

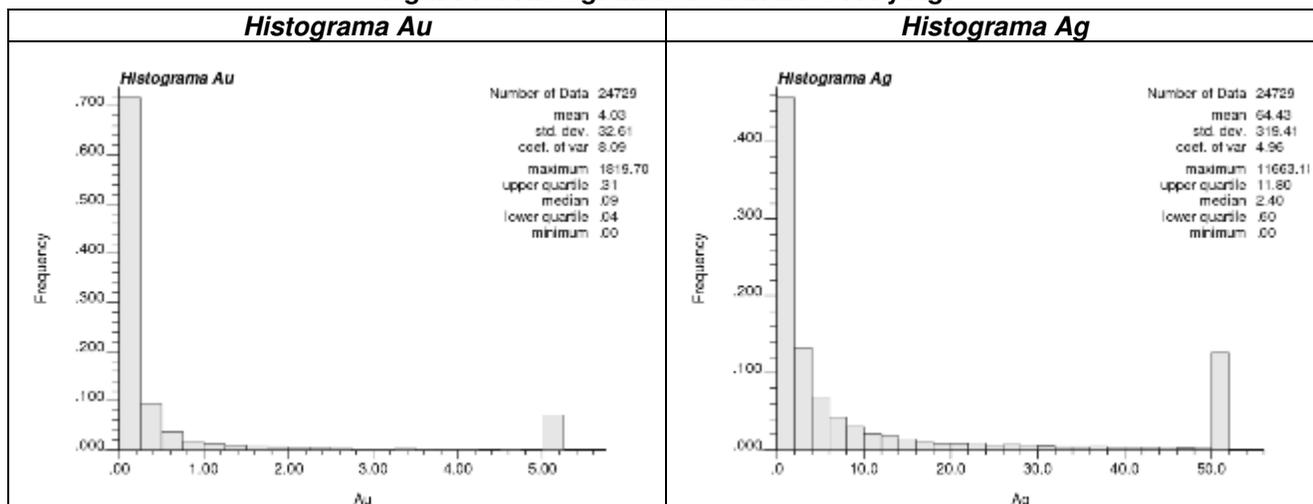
Tabla 3: Estadísticas de sector Sur.

SUR	TOTAL MUESTRAS		MUESTRAS INTERIORES	
	Au [ppm]	Ag [ppm]	Au [ppm]	Ag [ppm]
N° muestras	16308	16308	940	940
Mínimo	0.00	0.00	0.17	2.80
Máximo	1431.00	7700.00	1431.00	7700.00
Promedio	3.61	55.39	55.31	758.87
Varianza	897.67	89075.37	12467.31	972111.53
Correlación	0.62		0.51	

Pensando en la aplicación de técnicas geoestadísticas multivariadas, se tiene una buena correlación Au-Ag en el global de los dos sectores, aunque el sector norte presenta mejor correlación que el sector sur. Por contrapartida, se observa menores correlaciones al considerar sólo los datos interiores de la veta, aunque es esperable que los datos gaussianos transformados de Au y Ag presenten mejores correlaciones.

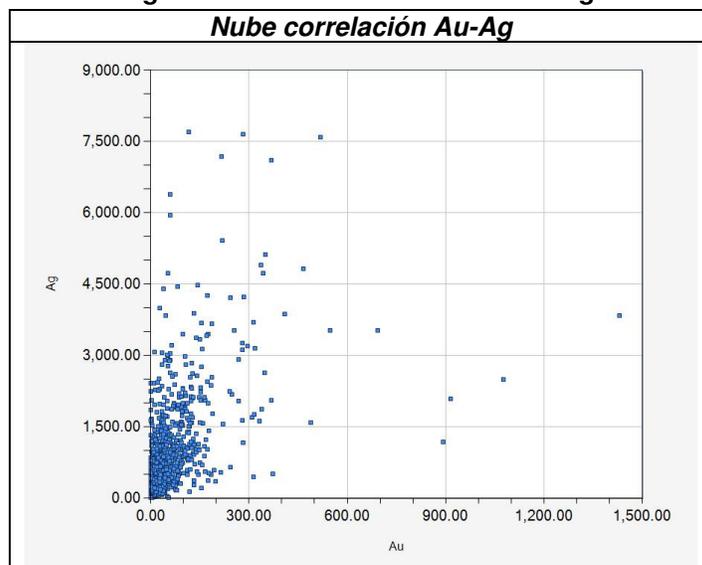
Para complementar el análisis estadístico, en figura 10 se presenta los histogramas y nubes de correlación obtenidos con el global de datos disponibles (no clasificado por sectores).

Figura 10: Histogramas de variables Au y Ag.



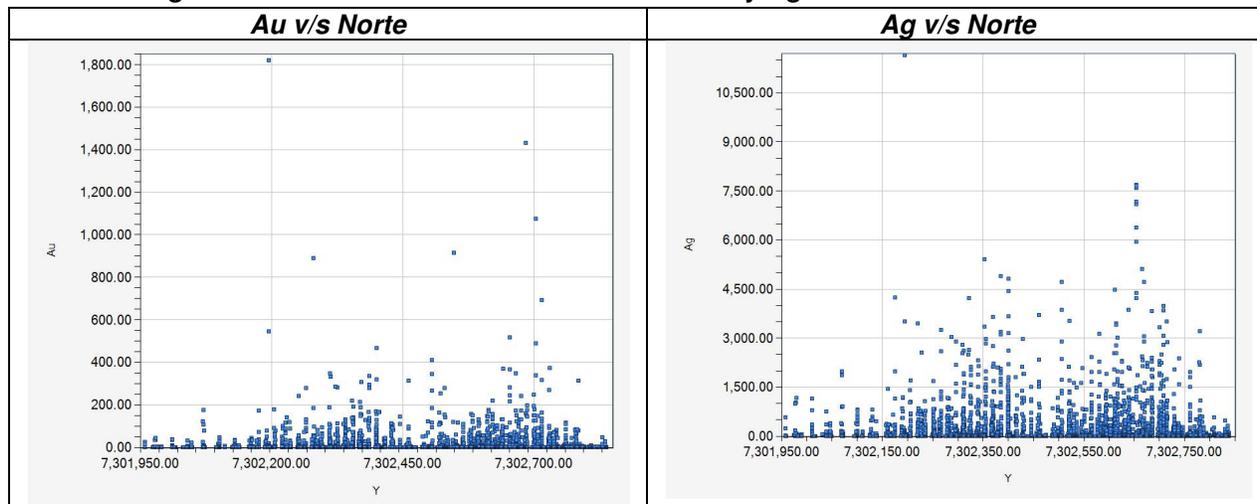
Tal como era esperable, se dispone de distribuciones de oro y plata bastante asimétricas, con una mayor frecuencia de las bajas leyes y cercanas a cero, y con presencia de altos valores extremos.

Figura 11: Nube de correlación Au-Ag.



Se observa que los datos más altos de oro están más alejados de la nube de correlación. Sin embargo, la correlación obtenida es de 0.7, lo cual se considera aceptable.

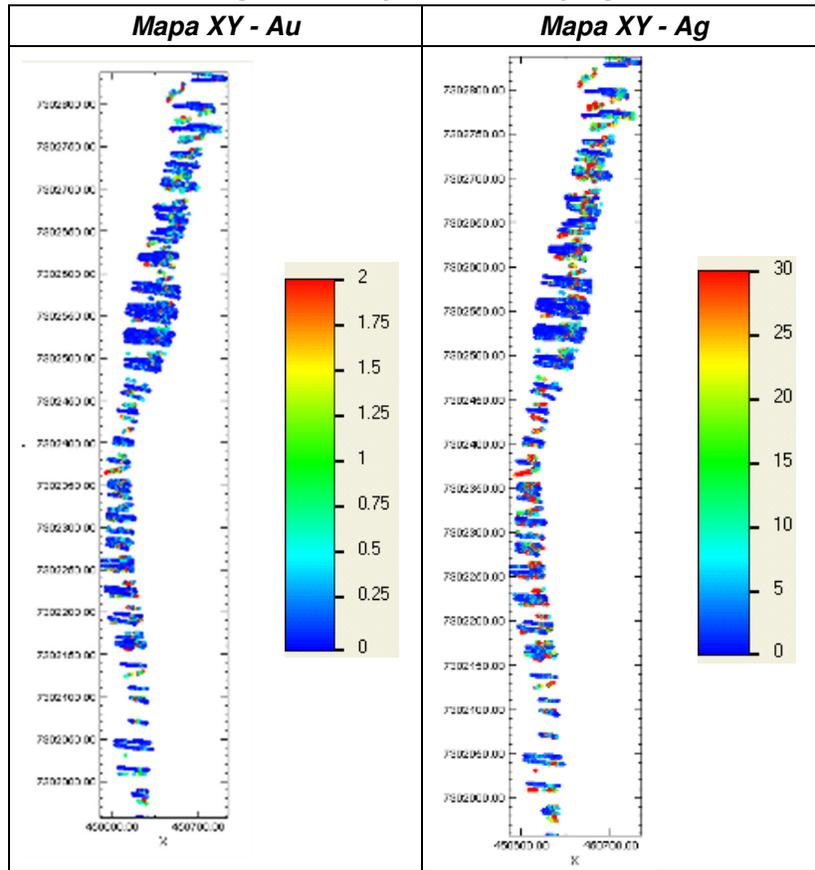
Figura 12: nubes direccionales de variables Au y Ag versus coordenada norte.



En las nubes direccionales (coordenada norte) se observa que las mejores leyes de oro están en torno a la coordenada Norte 7302700 (aunque un alto valor de ley se encuentra en otro sector), y las mejores leyes de plata se ubican en una zona similar al oro.

Para complementar el estudio exploratorio, se presenta mapas 2D de la base de datos en estudio:

Figura 13: Mapas XY de Au y Ag.



En estas vistas en planta también se observa los diferentes azimuts que presentan los planos principales de la veta en el sector norte y sur.

Figura 14: Mapa YZ de Au.

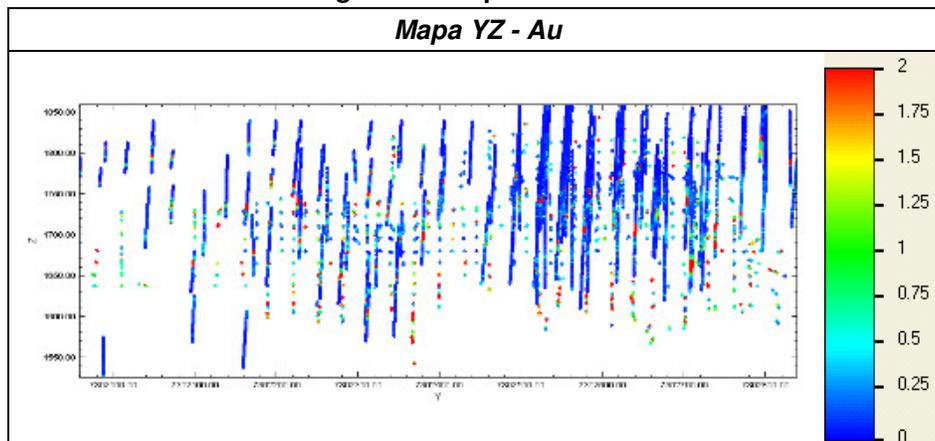


Figura 15: Mapa YZ de Ag.

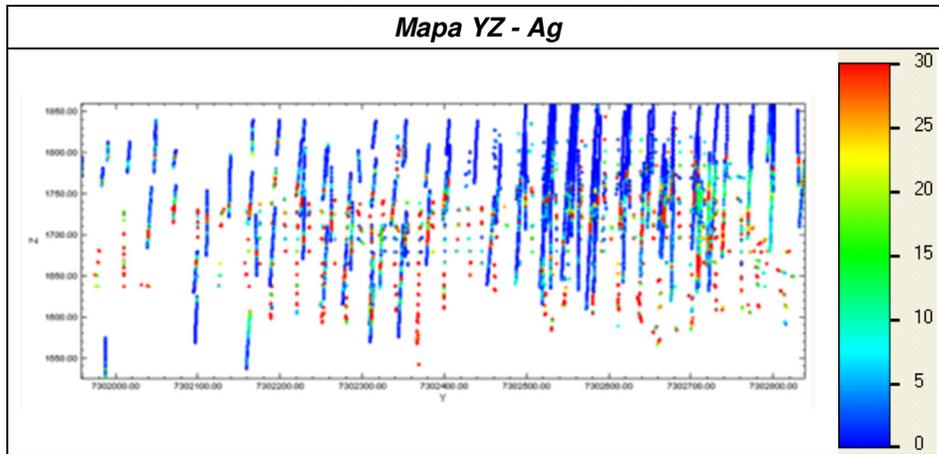
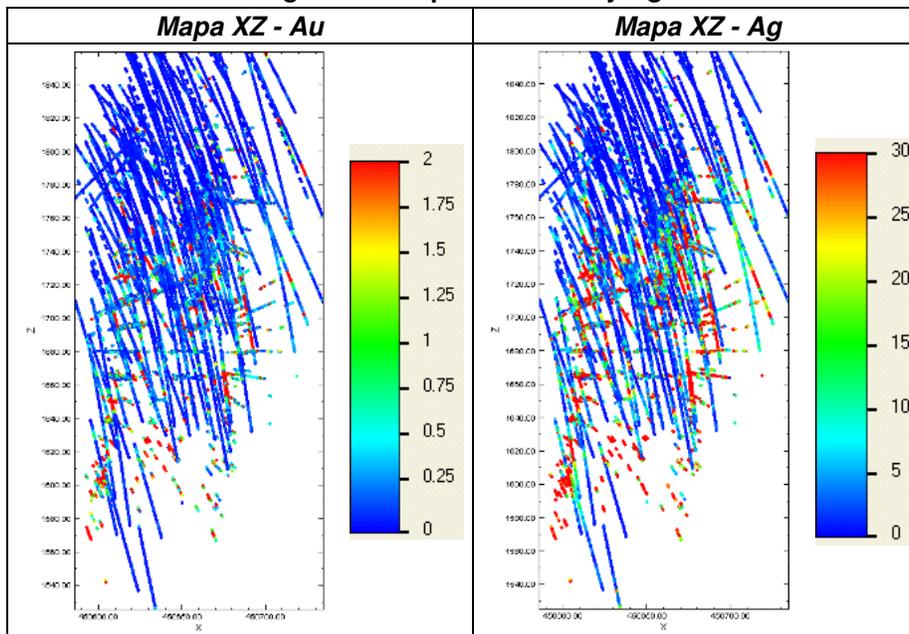


Figura 16: Mapas XZ de Au y Ag.



En las vistas XZ se observa algunos sondajes con una orientación casi horizontal, los cuales corresponden a muestreos obtenidos a partir de desarrollos subterráneos.

7. Desarrollo Método Directo.

Con este método se busca primero modelar la geometría de la veta a partir de la variable indicador, y posteriormente modelar las leyes de oro y plata a través de un co-kriging. Cabe hacer notar que en este caso los datos de leyes de oro y plata presentan altas leyes extremas que se traduce en un histograma muy asimétrico, como los que se presenta en figura 17(correspondientes al sector norte):

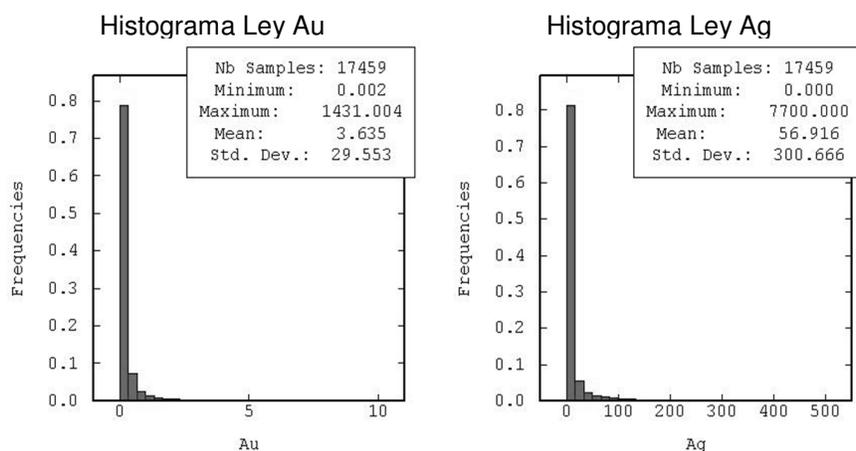
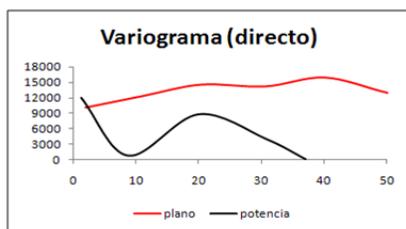


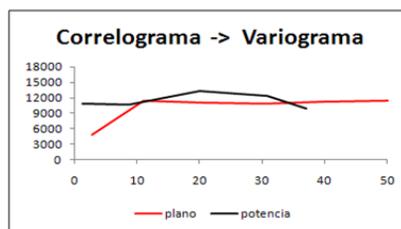
Figura 17: Histogramas de leyes Au y Ag.

Sumado a lo anterior, una de las etapas más difíciles con el método directo es el estudio variográfico, debido a las altas leyes extremas y a una potencia estrecha. Debido a esto, se debe tener cuidado con el criterio a considerar para ajustar un modelo de variograma.

Problemas con variogramas experimentales:



Variograma experimental se calcula directamente



Variograma experimental se deduce a partir del correlograma

Figura 18: Cálculo de variogramas experimentales.

En la figura 18, a la izquierda se muestra las curvas de variograma experimental calculadas en la dirección del plano de la veta, y en la dirección de la potencia de la veta. Se puede observar a simple vista la dificultad para interpretar la curva correspondiente a la dirección de la potencia. A la derecha, se observa un variograma experimental $\gamma(h)$ deducido a partir del correlograma experimental $\rho(h)$, para cada variable $i = Au, Ag$ de varianza σ_i^2 mediante la expresión:

$$\gamma_i(h) = [1 - \rho_i(h)] \cdot \sigma_i^2$$

Mediante esta metodología se puede deducir un variograma experimental más fácil de interpretar, y que puede ser utilizado como guía para imponer mediante el modelo de variograma un comportamiento de la dirección de la potencia con respecto a la dirección en el plano de la veta.

Finalmente, este método será aplicado vía estimaciones y vía simulaciones tal como se muestra en figura 19:

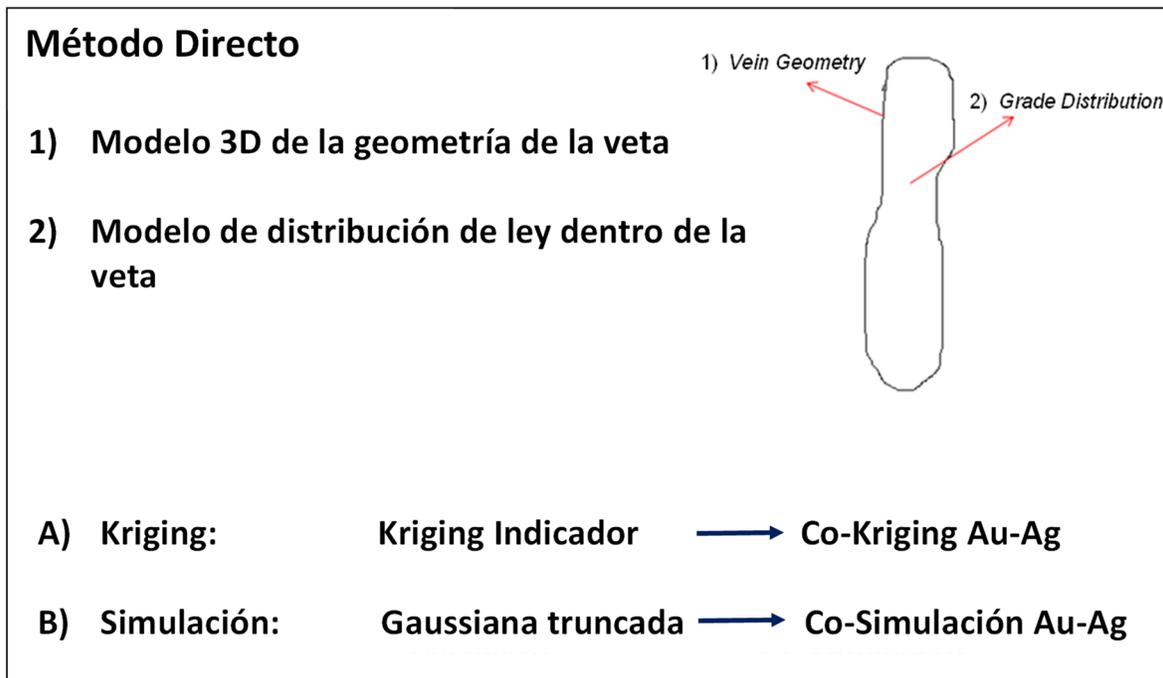


Figura 19: Aplicación de Método Directo.

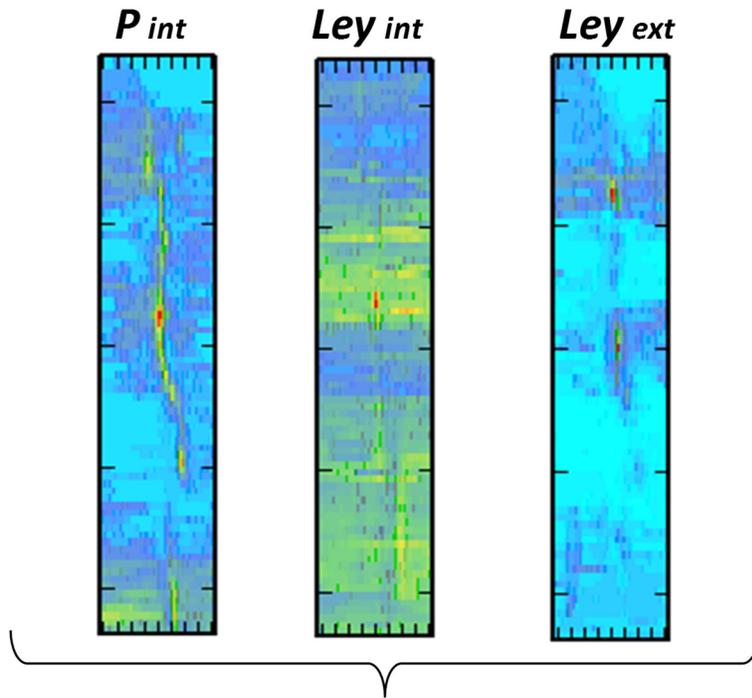
7.1 Mediante Estimaciones.

En el detalle, las etapas realizadas con este método son las siguientes:

- Se divide la base de datos en los sectores norte y sur ya descritos, y se crea una grilla de bloques con la orientación adecuada para cada sector. Los trabajos descritos en adelante se realizan para cada sector.
- Se realiza el estudio variográfico de la variable indicador: 1 si la muestra está dentro de la veta, 0 si la muestra está fuera de la veta.
- Se ejecuta un kriging ordinario de la variable indicador, interpretada como la probabilidad que un bloque esté dentro de la veta. Esta probabilidad se denomina P_{int}
- Se separa los datos de ley Au y Ag en datos interiores y exteriores a la veta, según la codificación de los datos indicador.
- Se realiza un estudio variográfico con las leyes Au y Ag interiores, y se ejecuta un co-kriging para estimar la ley Au y Ag de cada bloque, asumiendo que el bloque es interior a la veta. Esta ley pronosticada para el bloque se denomina Ley_{int}
- Se realiza un estudio variográfico con las leyes Au y Ag exteriores, y se ejecuta un co-kriging para estimar la ley Au y Ag de cada bloque, asumiendo que el bloque es exterior a la veta. Esta ley pronosticada para el bloque se denomina Ley_{ext}
- Se determina la ley de Au y Ag definitiva a partir de las dos estimaciones anteriores ponderadas adecuadamente por el indicador estimado para cada bloque (interpretado como la probabilidad que el bloque esté al interior de la veta).

$$Ley_{final} = Ley_{int} \cdot P_{int} + Ley_{ext} \cdot (1 - P_{int})$$

Gráficamente, lo anterior se ve en figura 20 (para el caso de ley de oro en el sector norte):



$$Ley_{final} = Ley_{int} \cdot P_{int} + Ley_{ext} \cdot (1 - P_{int})$$

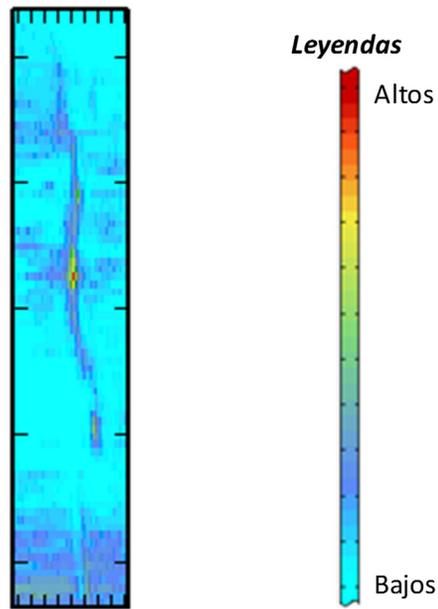


Figura 20: Esquema método directo.

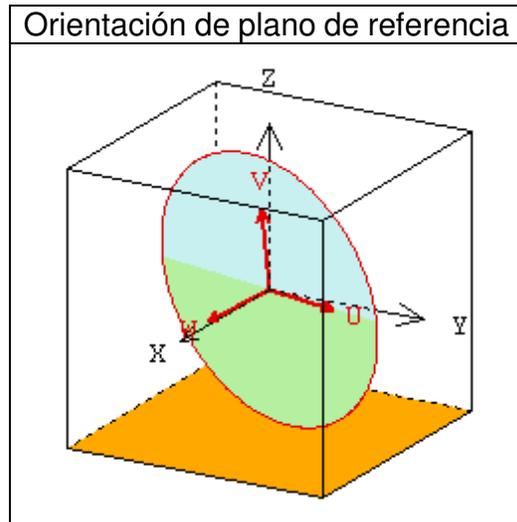
Finalmente, para reportar los recursos recuperables cuantitativamente, se debe pensar primeramente en algún criterio que permita diferenciar los bloques que

finalmente serán considerados como parte de la veta (de modo de no incluir el total de bloques de la grilla trabajada).

Como primer acercamiento, se propone reportar los recursos recuperables asociados a los bloques con un indicador estimado superior a 0.5. Sin embargo, en la práctica, este tipo de criterios deben ser conciliados con una selección de bloques que permitan la explotación de la veta mediante algún método de explotación. En otras palabras, la geometría finalmente definida debe ser operativizada.

Estudio Variográfico - Sector Norte.

Primero se transforma las coordenadas x,y,z a un referencial u,v,w según la orientación del plano principal del sector respectivo:



Dirección U : azimut 13.65°
Dirección V : dip 83°
Dirección W : potencia de la veta

Luego se estudia los variogramas experimentales comparando distintas direcciones de modo de identificar posibles anisotropías (ver figuras 22 a 26):

Figura 22: Mapa variográfico UV del indicador de veta comparando horizontal con vertical

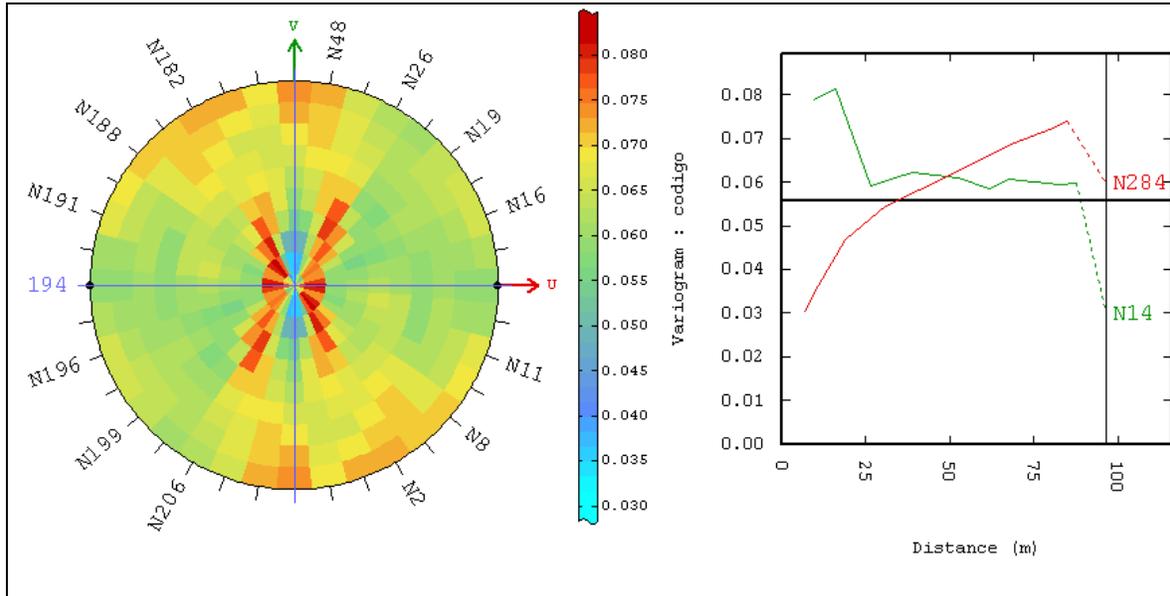
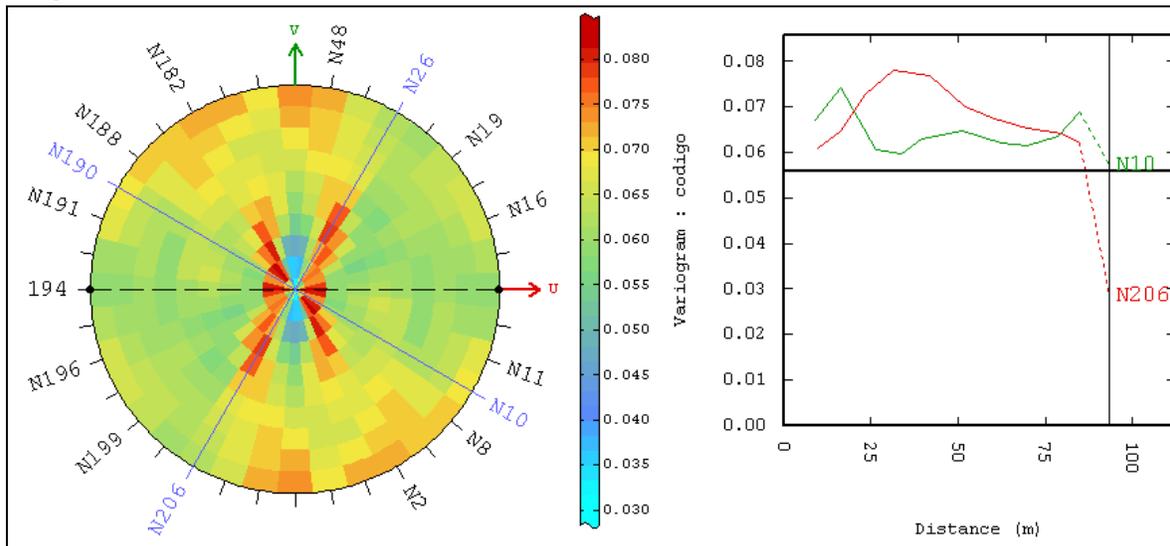


Figura 23: Mapa variografico UV del indicador de veta comparando direcciones diagonales.



Se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 40 metros) que entre las direcciones diagonales. Se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V.

Figura 24: Mapa variográfico UW del indicador de veta, comparando Az 13.65° con potencia.

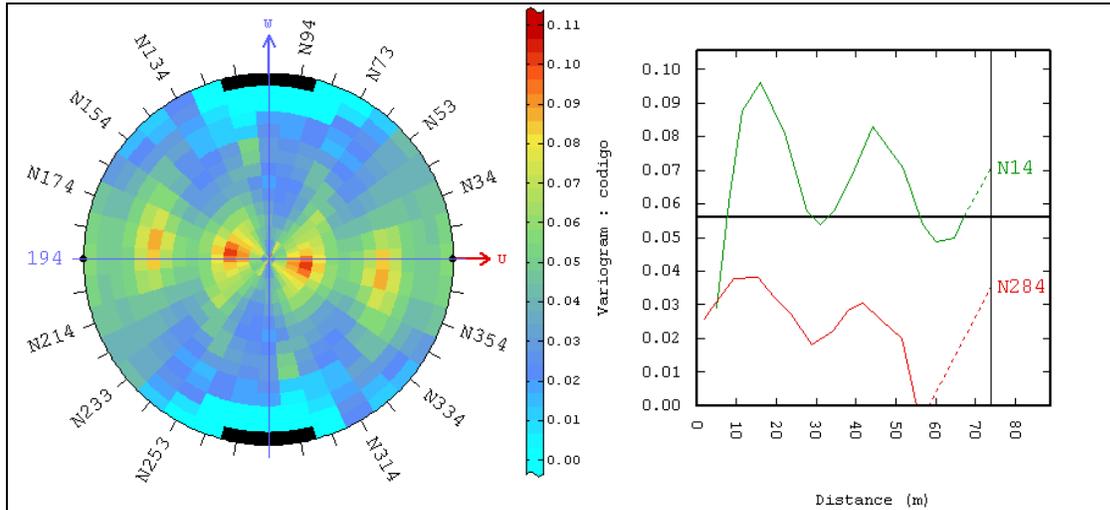
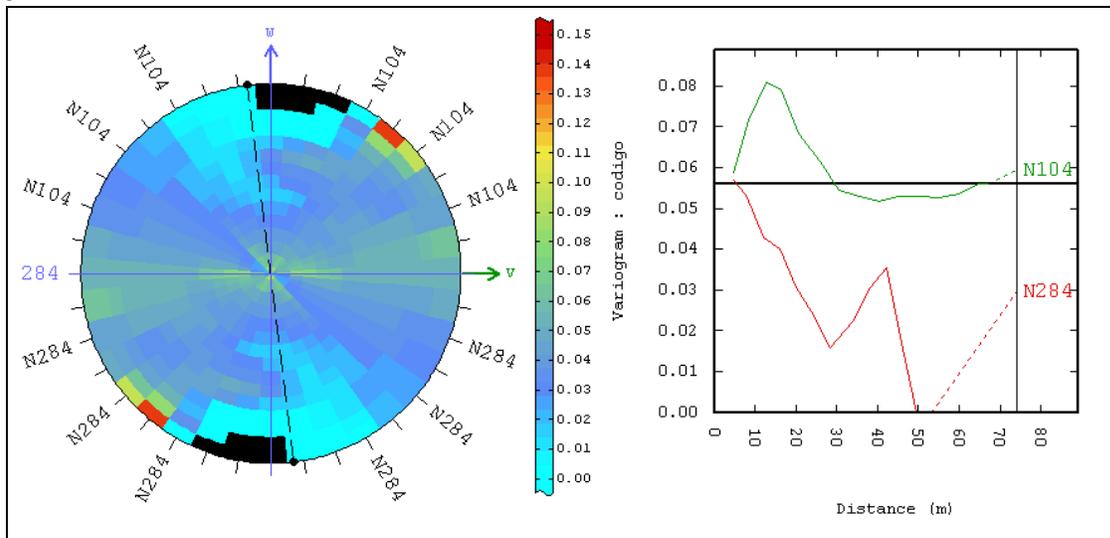


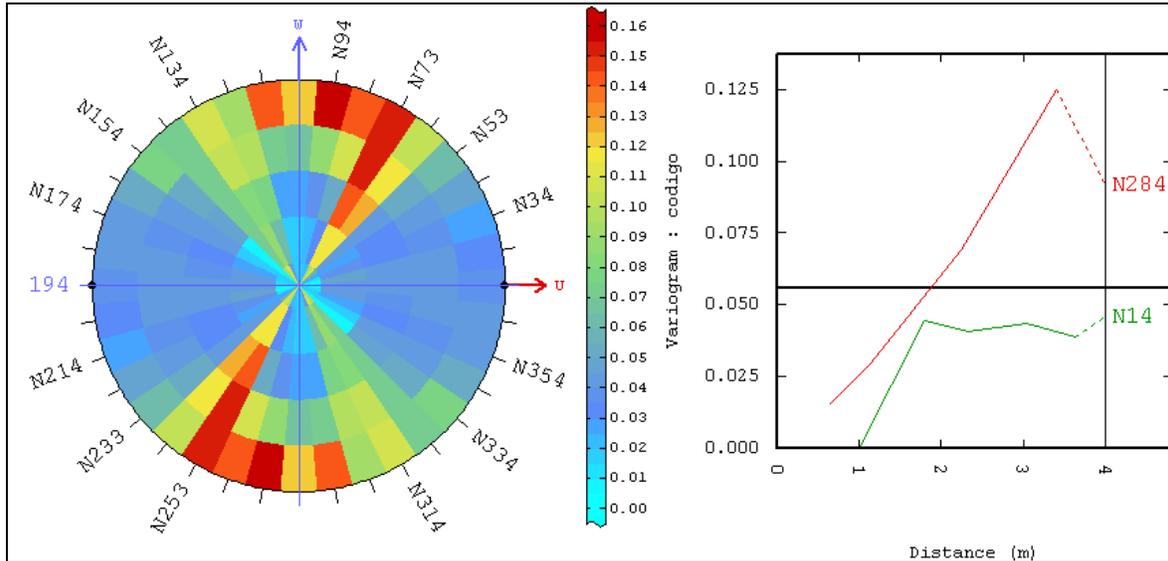
Figura 25: Mapa variográfico VW del indicador de veta, comparando Dip 83° con potencia.



Se observa diferencias entre la dirección potencia y las otras dos direcciones (variograma de la potencia se ubica sistemáticamente por debajo de las otras curvas en distancias mayores), por lo tanto, se determinará por separado en los variogramas experimentales.

NOTA: a distancias menores, la dirección de la potencia debería presentar mayor variabilidad que la dirección N13.65°E, debido a que es esperable una anisotropía zonal entre estas dos direcciones. Esto se confirma en el siguiente mapa variográfico de corta distancia (5 pasos de 1 metro):

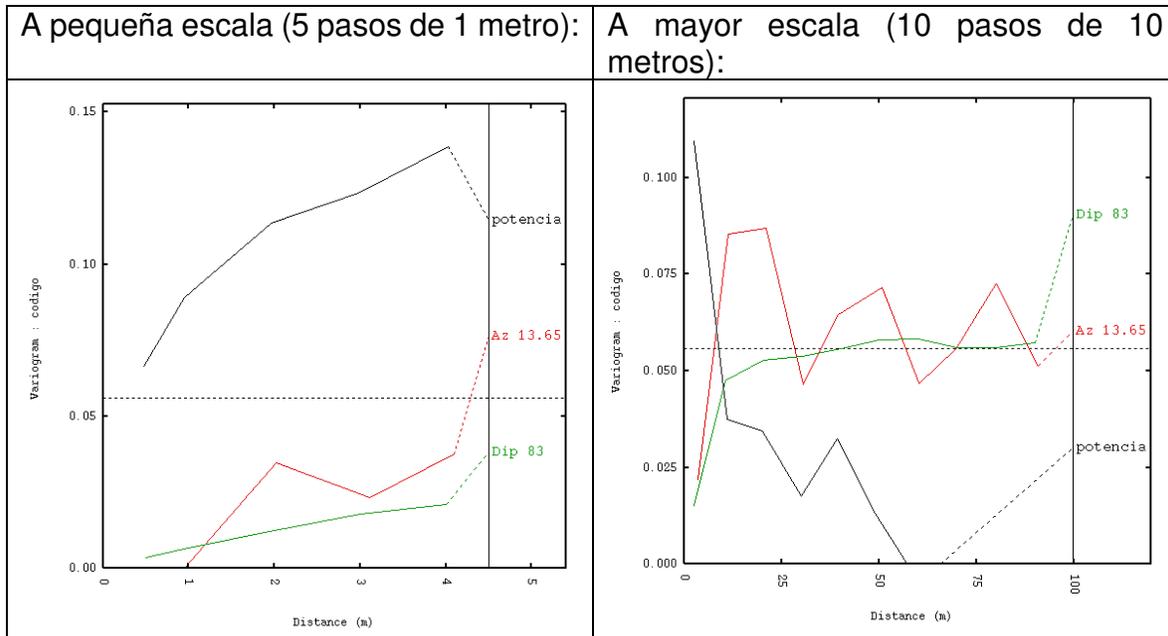
Figura 26: Mapa variográfico UW del indicador de veta, comparando Az 13.65° con potencia (a pequeña escala)



Finalmente, en la etapa de cálculo de variogramas experimentales del indicador de veta, se determinarán las direcciones U, V y W.

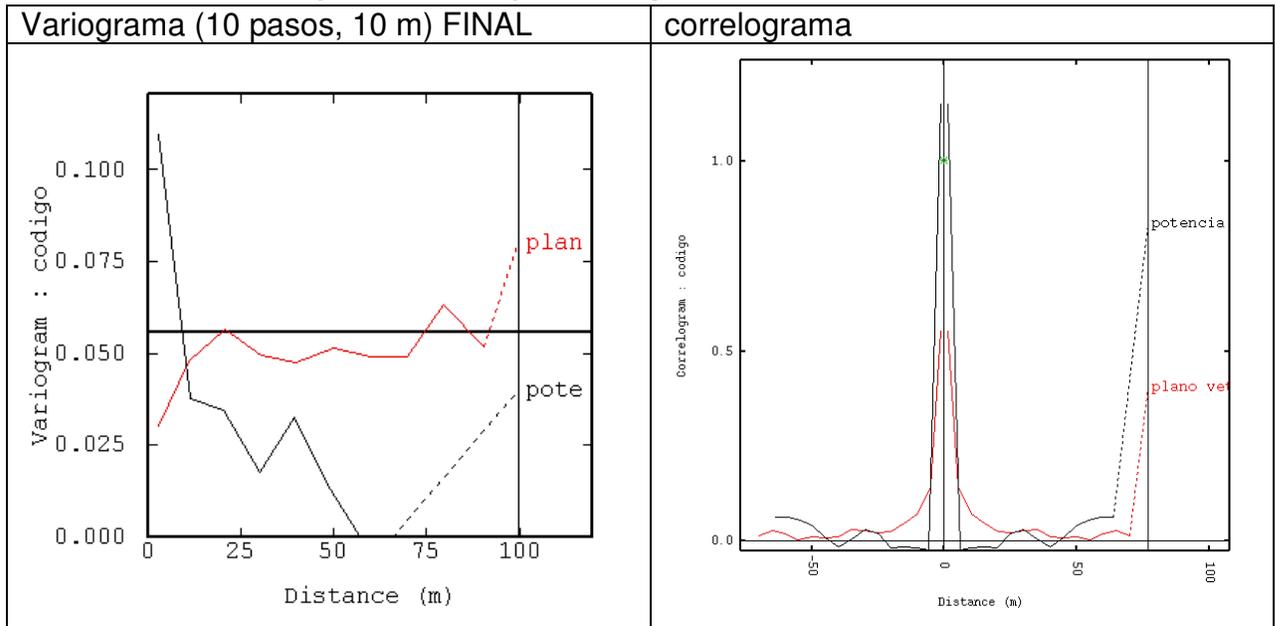
Los variogramas experimentales del indicador se presentan en figura 27:

Figura 27: Variogramas experimentales 1m

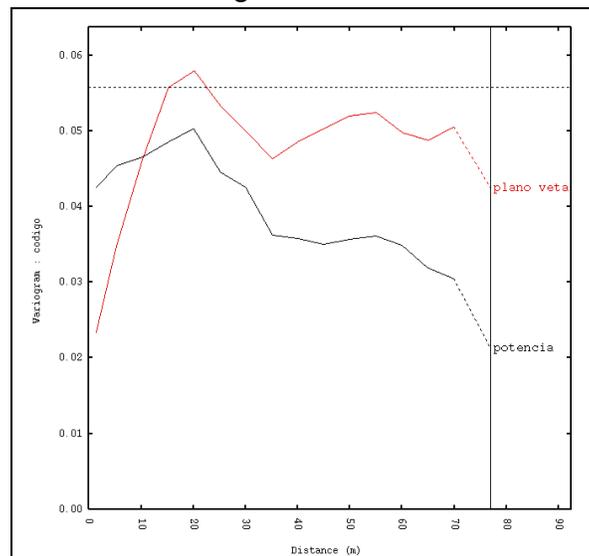


La dirección Az 13.65 (en rojo) presenta ciclicidad. Además, esta dirección y la Dip 83° presentan similar tendencia en meseta y comportamiento en el origen. Parece razonable probar con una sola dirección en el plano de la veta:

Figura 28: Variogramas experimentales 10m



Al aumentar las tolerancias de la dirección potencia (tol angular de 70° y anchos de bandas infinitos), se obtiene los siguientes resultados:



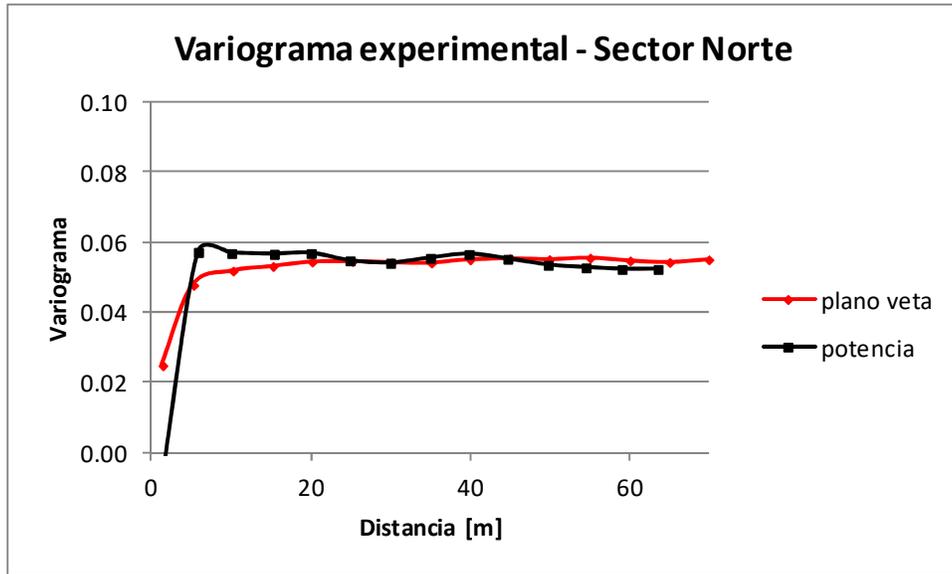
Finalmente, se opta por desarrollar los variogramas deduciéndolos de los correlogramas. En las siguientes tablas se muestra los datos en detalle, considerando la varianza del indicador = 0.055868.

Tabla 4: Resultados de correlograma.

CORRELOGRAMAS => VARIOGRAMAS					
Plano Veta			Potencia		
N° Paso	Correlog codigo	Variog codigo	N° Paso	Correlog codigo	Variog codigo
0	1.0000	-	0	1.0000	-
1	0.5546	0.0249	1	1.1518	- 0.0085
2	0.1446	0.0478	2	- 0.0239	0.0572
3	0.0711	0.0519	3	- 0.0186	0.0569
4	0.0480	0.0532	4	- 0.0141	0.0567
5	0.0256	0.0544	5	- 0.0181	0.0569
6	0.0228	0.0546	6	0.0195	0.0548
7	0.0290	0.0542	7	0.0315	0.0541
8	0.0305	0.0542	8	0.0057	0.0555
9	0.0133	0.0551	9	- 0.0136	0.0566
10	0.0087	0.0554	10	0.0105	0.0553
11	0.0128	0.0552	11	0.0418	0.0535
12	0.0052	0.0556	12	0.0551	0.0528
13	0.0193	0.0548	13	0.0631	0.0523
14	0.0276	0.0543	14	0.0631	0.0523
15	0.0139	0.0551			

Gráficamente se tiene los siguientes variogramas experimentales:

Figura 29: Variogramas experimentales Sector Norte



Se decide modelar estos variogramas en base a modelos exponenciales anidados cuya fórmula general es la siguiente:

$$\gamma(h) = C \left(1 - \exp\left(-\frac{3h}{a}\right) \right)$$

Los modelos de variogramas obtenidos son los siguientes:

Tabla 5: Modelo de variograma.

variog (h) =

pepita
0.01

+

meseta	alcances [m]
0.03	6
	6
	2

+

meseta	alcances [m]
0.015	18
	18
	8

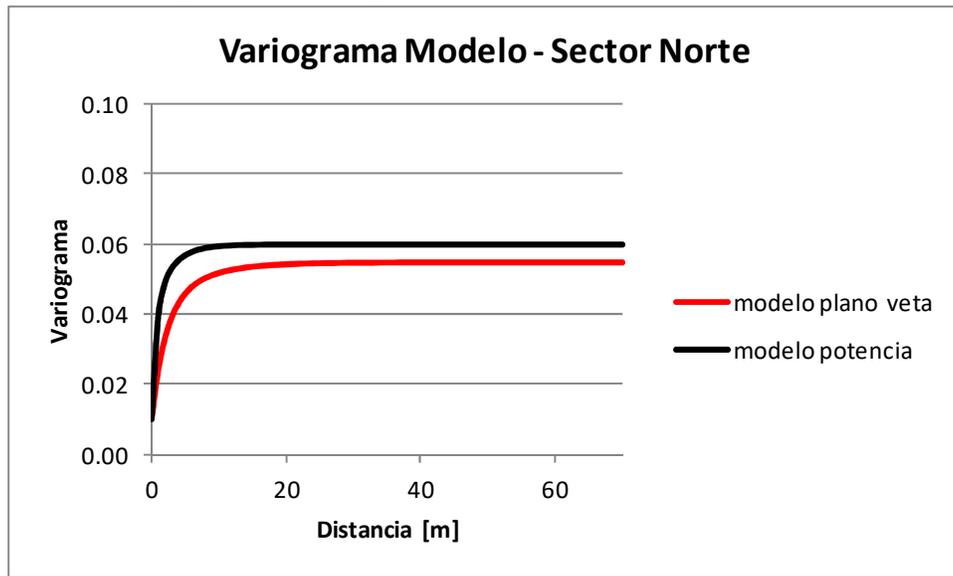
+

meseta	alcances [m]
0.005	inf
	inf
	8

x
y
z

Gráficamente se tiene los siguientes variogramas modelados:

Figura 30: Variogramas modelados Sector Norte



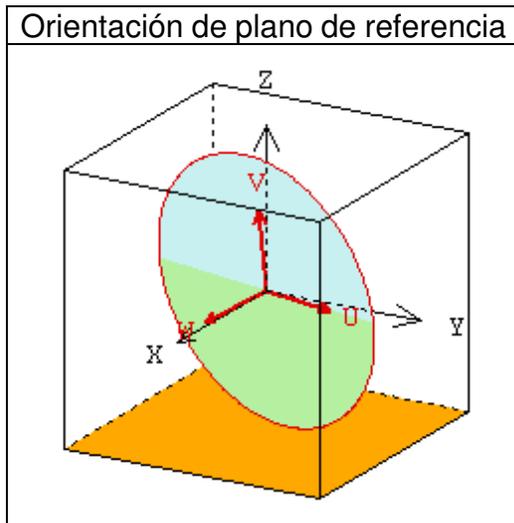
Estudio Variográfico - Sector Sur.

Se sigue una metodología análoga al sector norte. Se presenta con detalle en Anexos A.

7.1.2 Co-Estimación de Leyes Au y Ag.

1) Sector Norte

Los mapas variográficos se orientaron según el plano principal definido para la veta en el sector norte:



Dirección U : Azimut 13.65°
Dirección V : Dip 83°
Dirección W : potencia de la veta

MAPAS VARIOGRAFICOS AU.

Figura 31: Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical

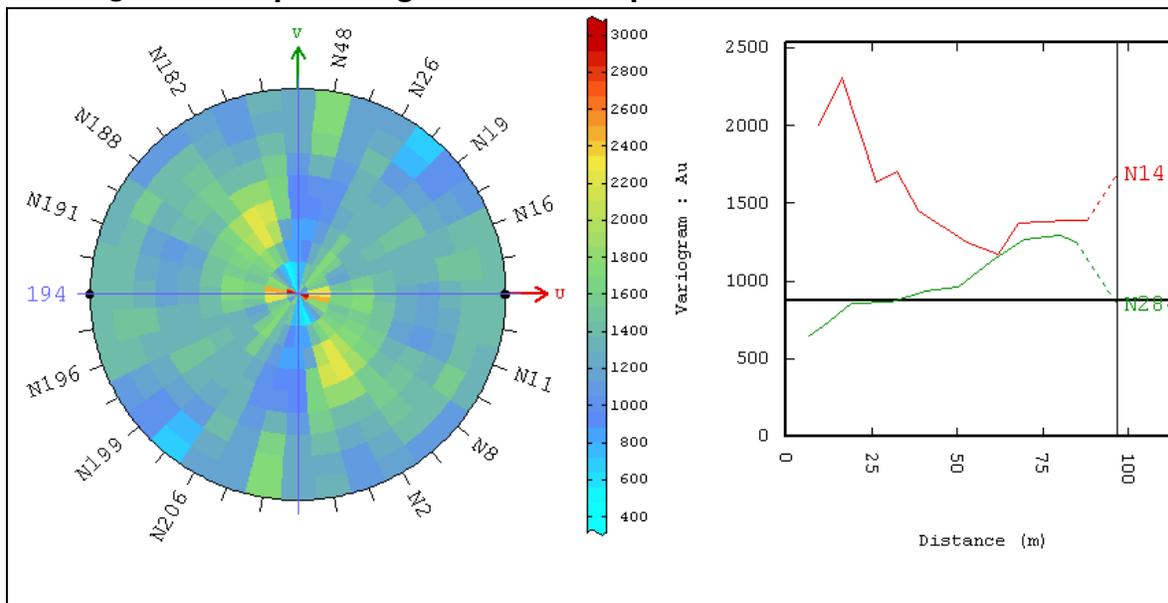
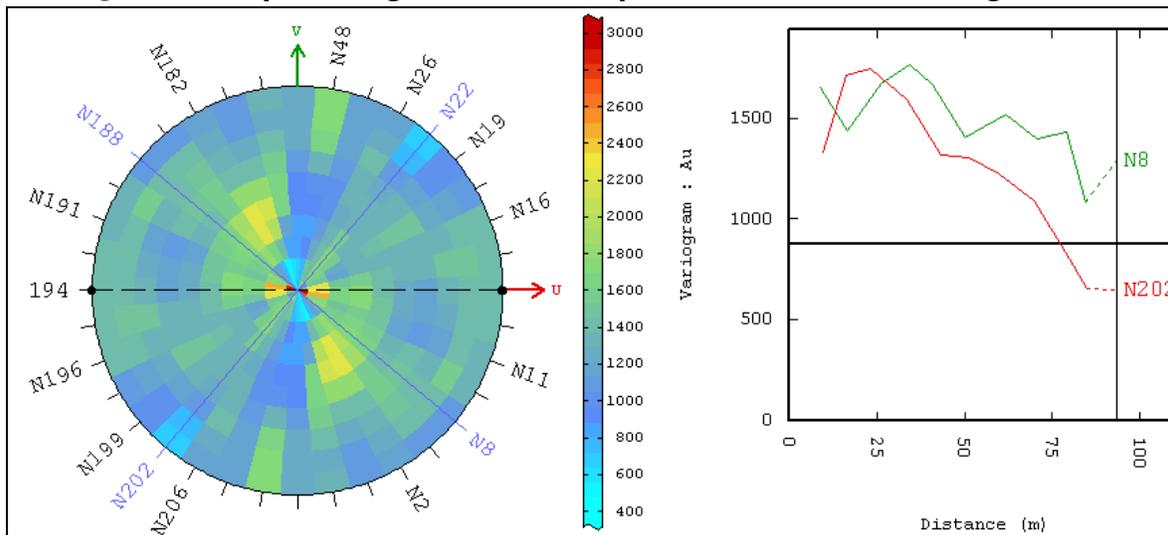
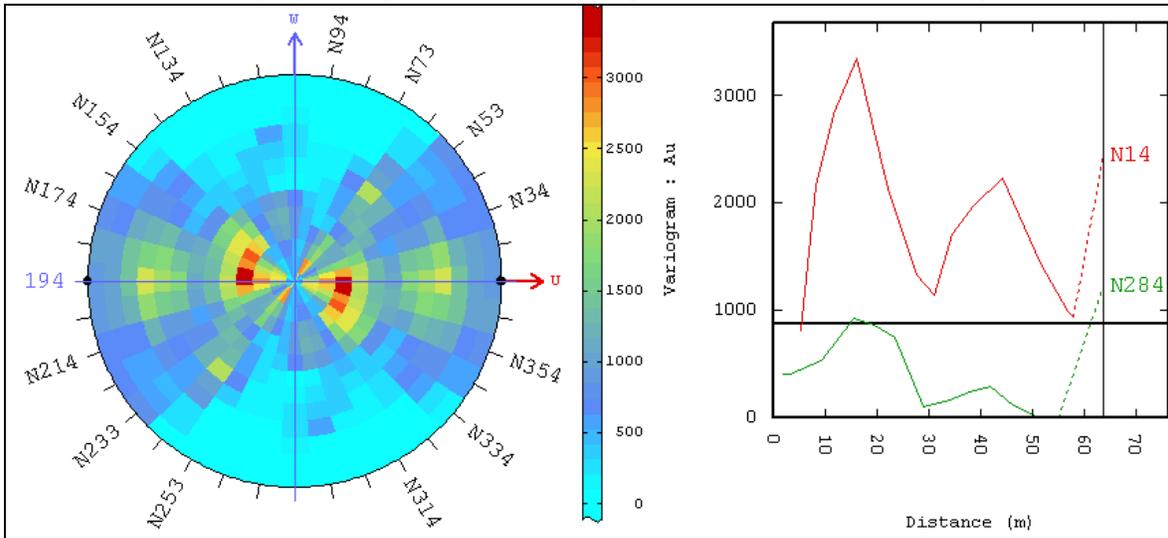


Figura 32: Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



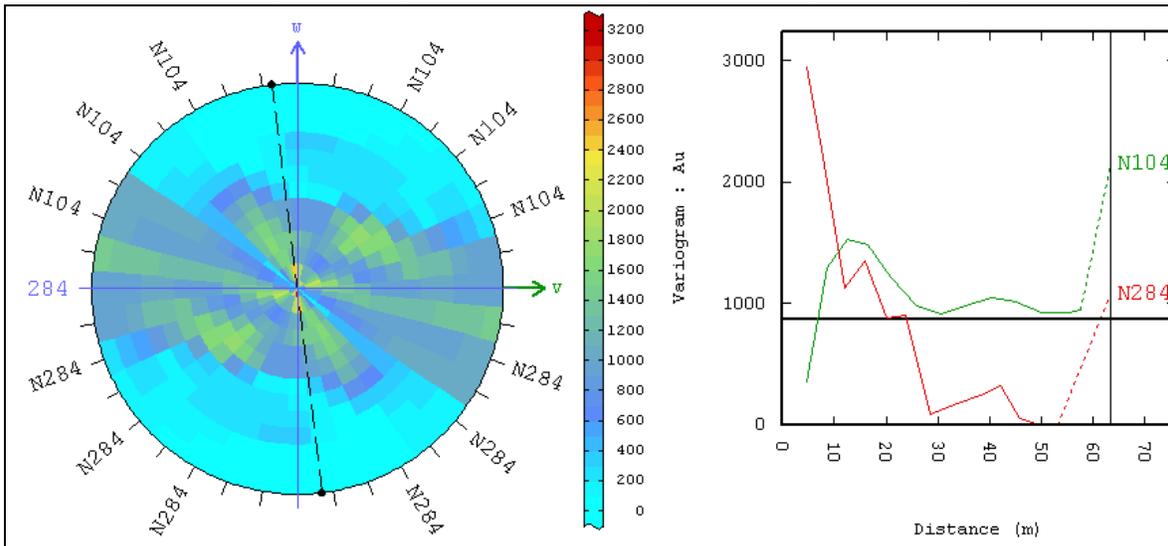
Se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 60 metros) que entre las direcciones diagonales. Se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V.

Figura 33: Mapa variográfico UW, comparando Az 13.65° con potencia.



La curva de potencia se observa sistemáticamente bajo la curva de la dirección Az 13.65°

Figura 34: Mapa variográfico VW, comparando Dip 83° con potencia.



La curva de potencia se observa sistemáticamente bajo la curva de la dirección Az dip83°, a partir de una distancia de 10 metros.

Resulta razonable determinar por separado la dirección de la potencia en los variogramas experimentales.

Finalmente, en la etapa de cálculo de variogramas experimentales, se determinarán las direcciones U, V y W.

MAPAS VARIOGRAFICOS AG.

Figura 35: Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical

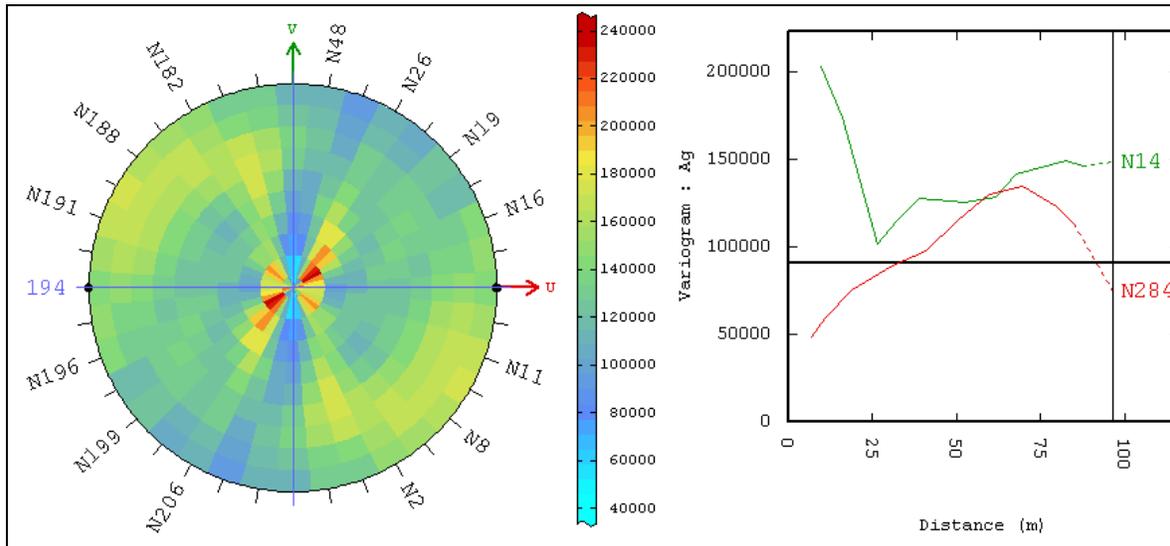
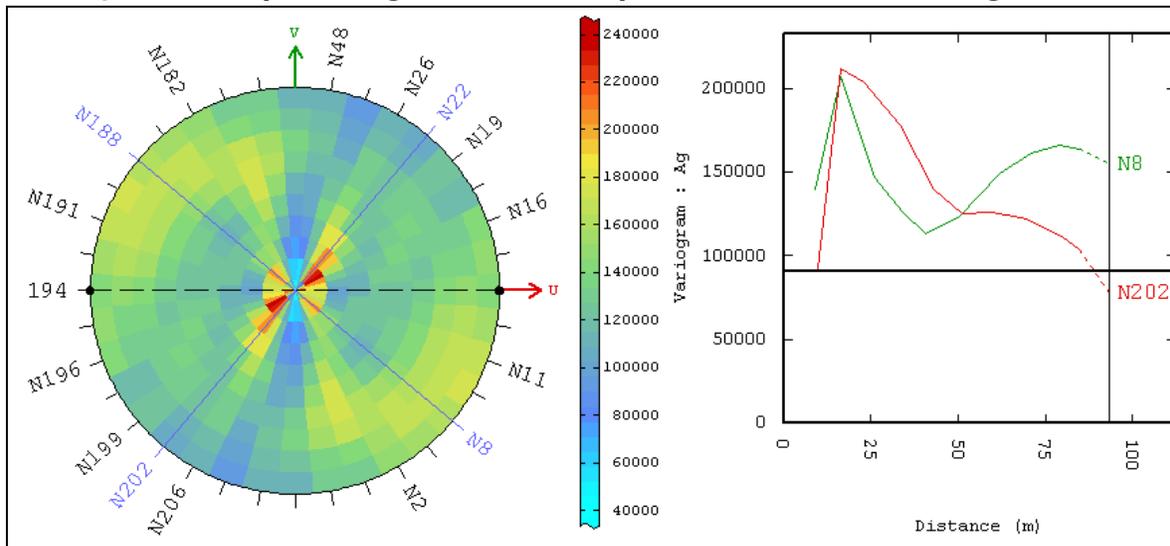
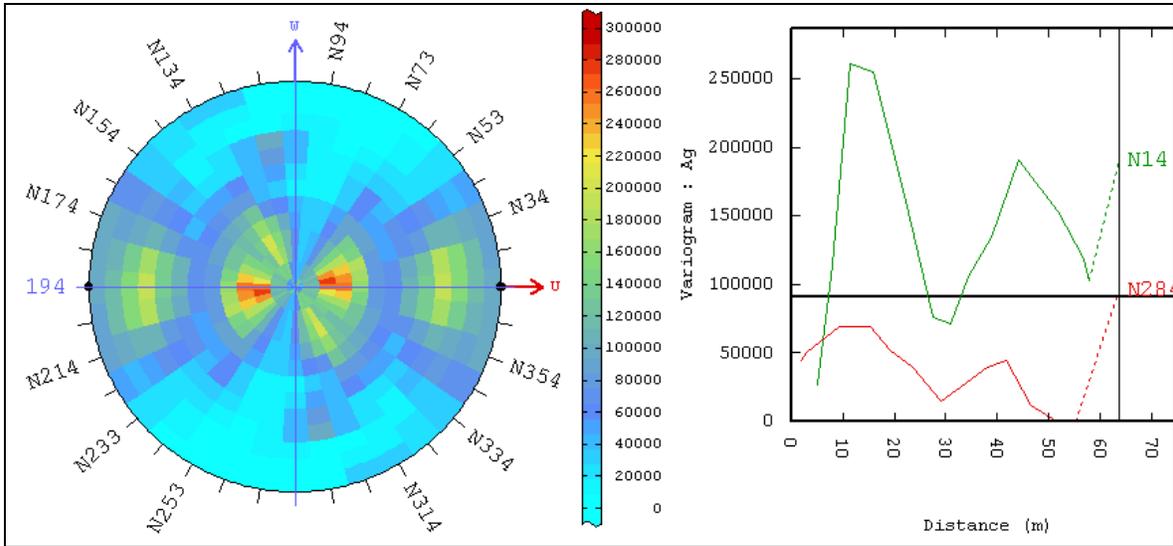


Figura 36: Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



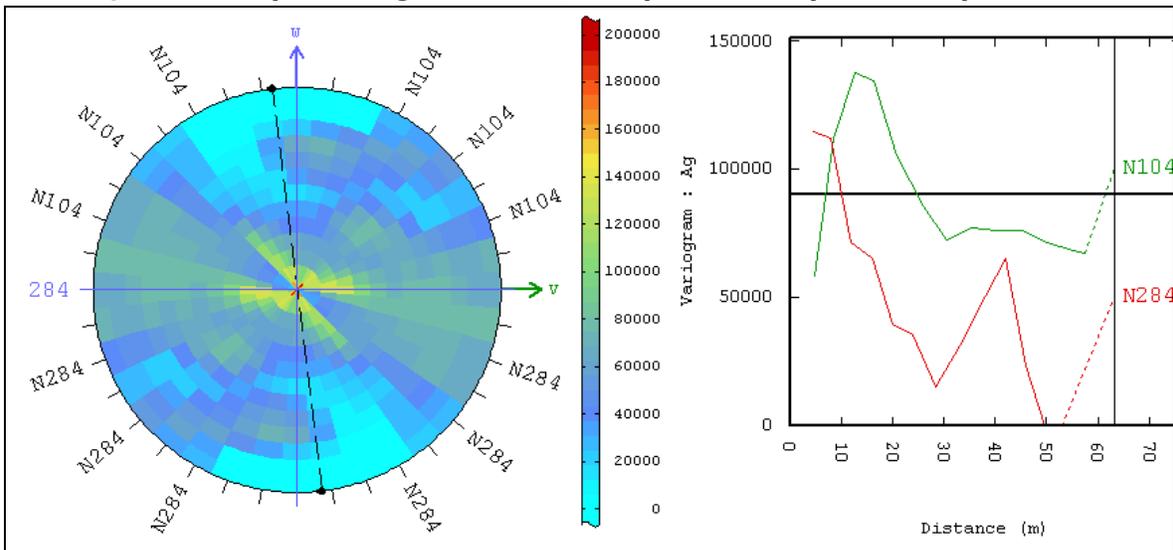
Se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 50 metros) que entre las direcciones diagonales. Se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V.

Figura 37: Mapa variográfico UW, comparando Az 13.65° con potencia.



La curva de potencia se observa sistemáticamente bajo la curva de la dirección Az 13.65° (excepto para distancias menores).

Figura 38: Mapa variográfico VW, comparando Dip 83° con potencia.



La curva de potencia se observa sistemáticamente bajo la curva de la dirección dip 83° y azimut 13.65° (excepto para distancias menores).

Resulta razonable determinar por separado la dirección de la potencia en los variogramas experimentales.

Finalmente, en la etapa de cálculo de variogramas experimentales, se determinarán las direcciones U, V y W.

VARIOGRAMAS EXPERIMENTALES AU Y AG.

Figura 39: Variogramas experimentales cada 1m

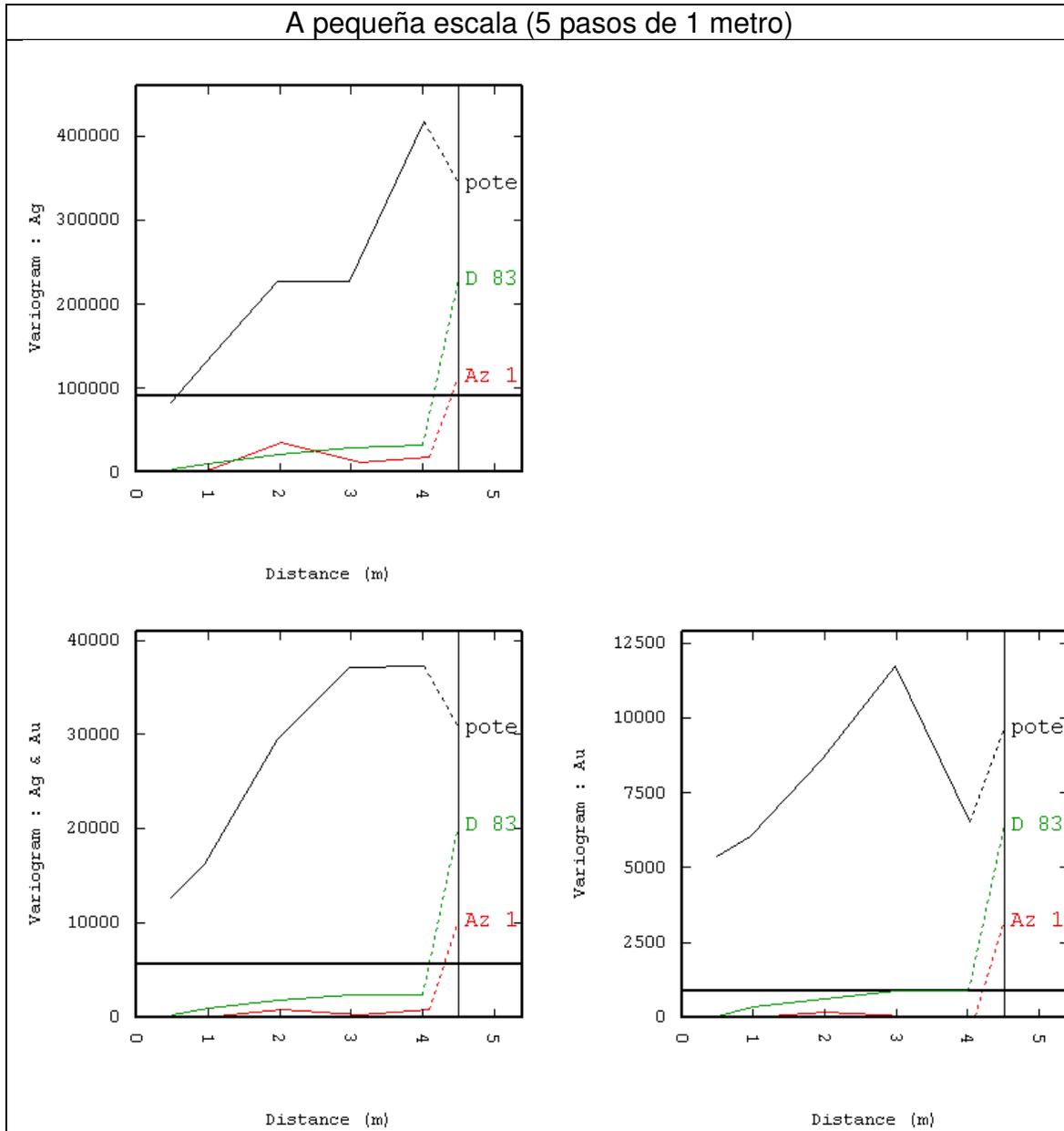
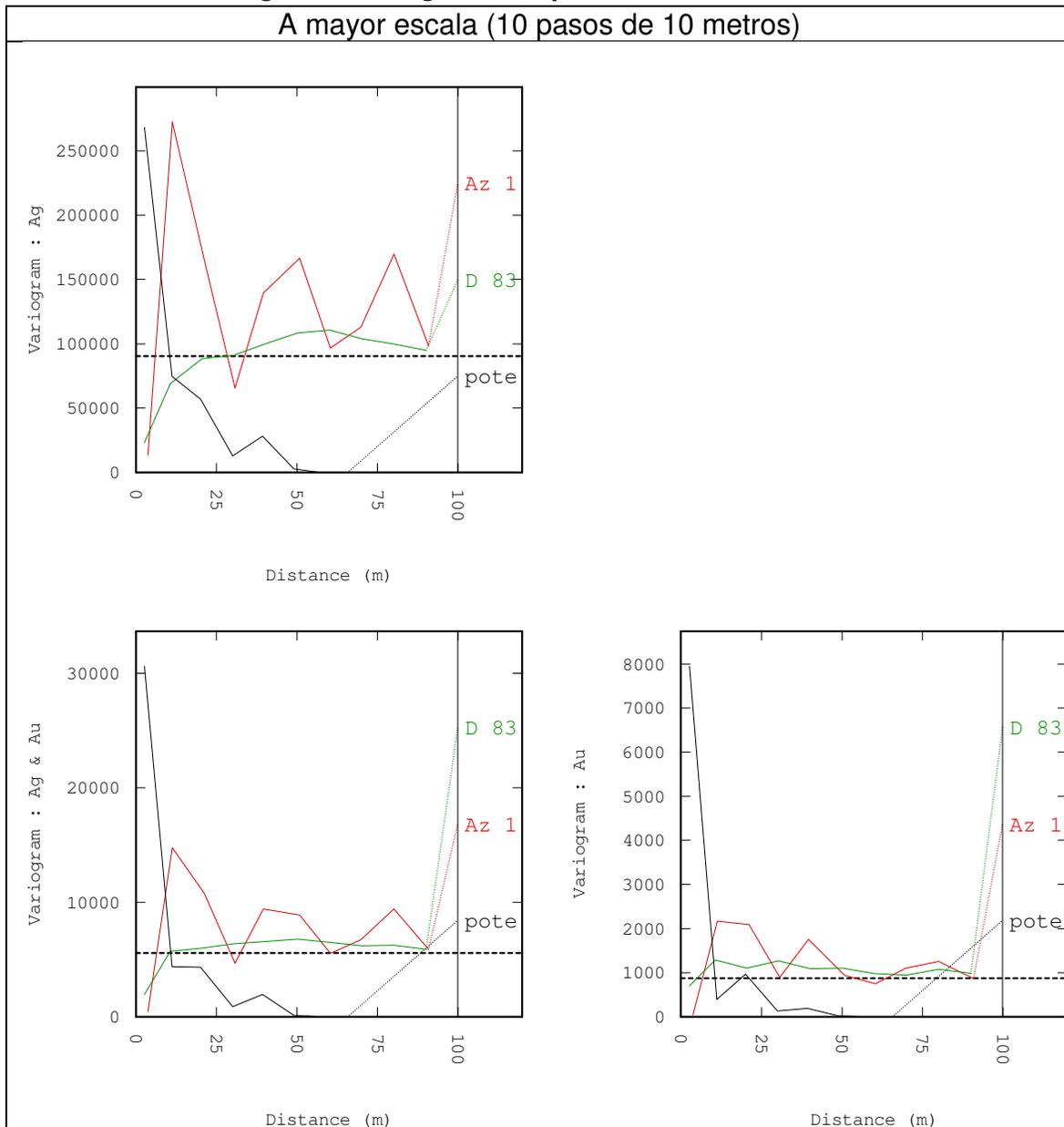


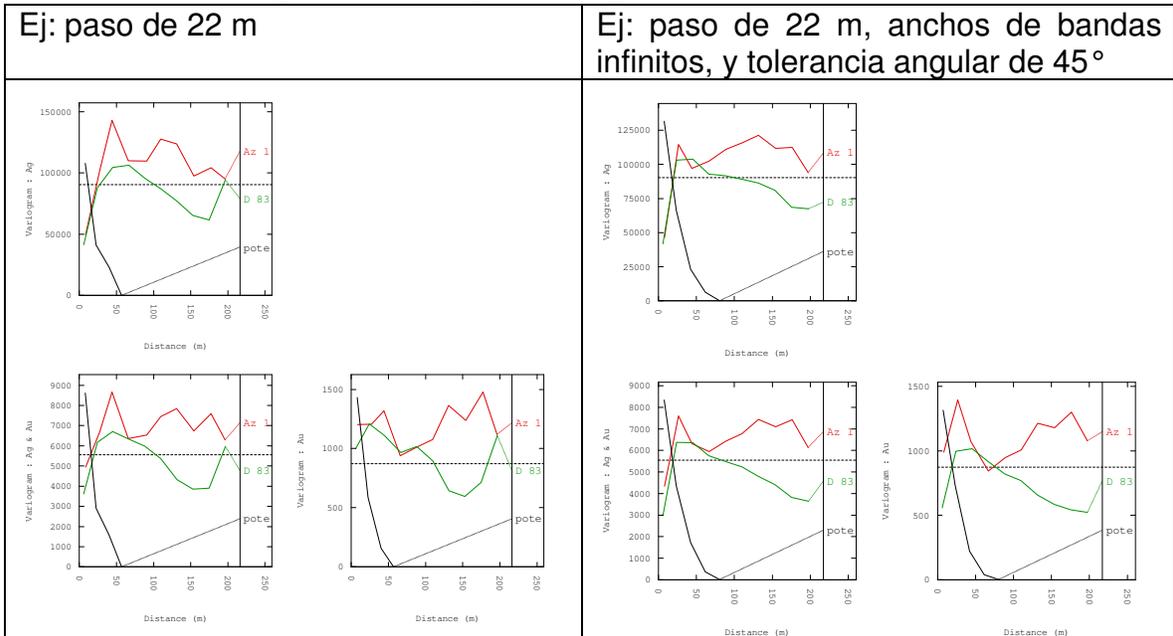
Figura 40: Varigramas experimentales cada 10m

A mayor escala (10 pasos de 10 metros)



Para pasos mayores, se vuelve complicado interpretar el comportamiento de los variogramas a distancias menores y en el origen (especialmente con el Au), a pesar que efectivamente se minimiza la ciclicidad de la dirección Az 13.65°.

Figura 41: Variogramas experimentales cada 22m



Especialmente para los variogramas de Ag y cruzado, no se ve gran diferencia en el comportamiento de las direcciones sobre el plano, especialmente para distancias menores. Se decide probar un variograma omnidireccional en el plano de la veta.

Figura 42: Variogramas finales cada 10m

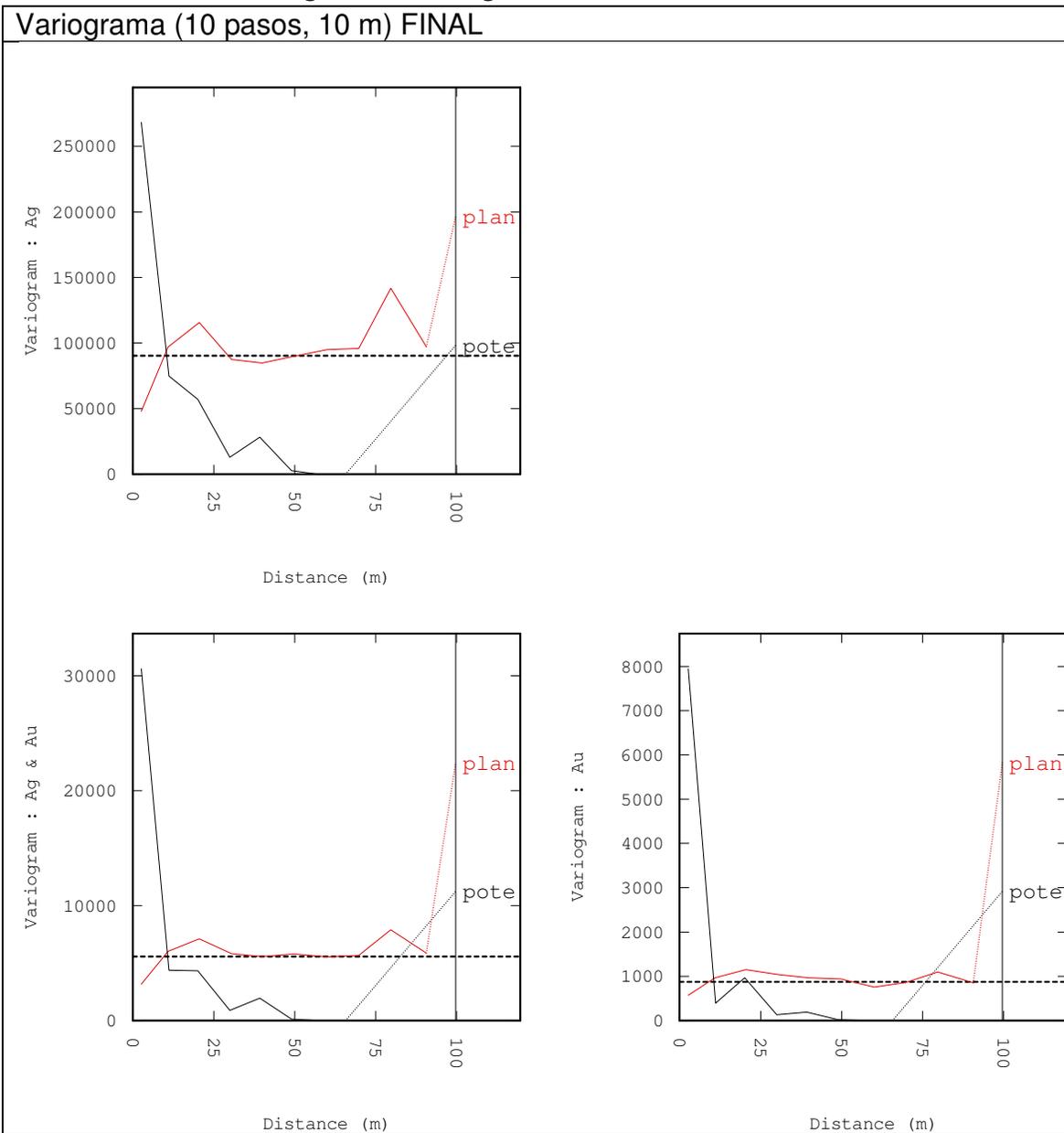


Figura 43: Variogramas finales cada 10m en el plano de la veta

Graficando solo la dirección en el plano de la veta:

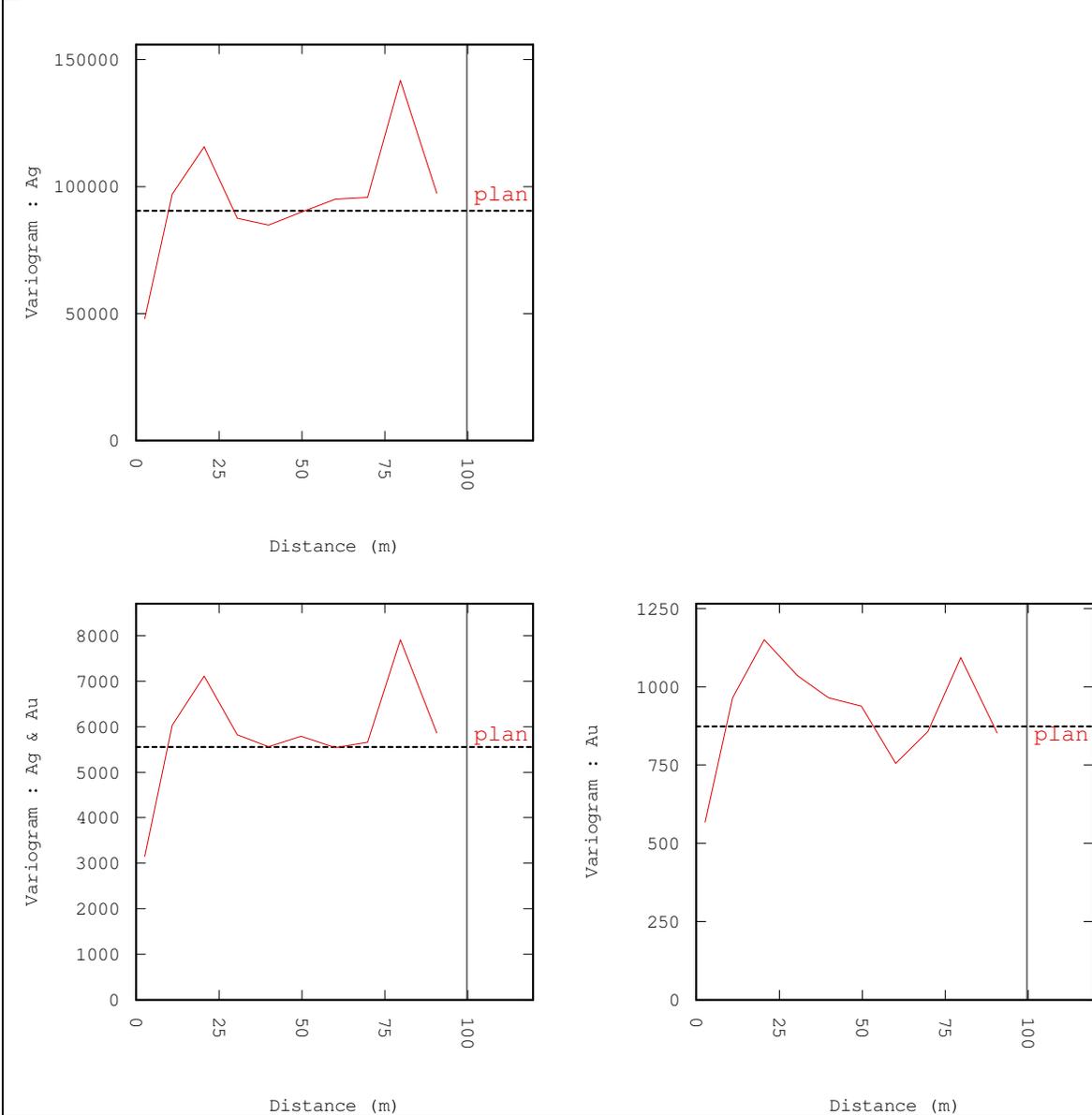
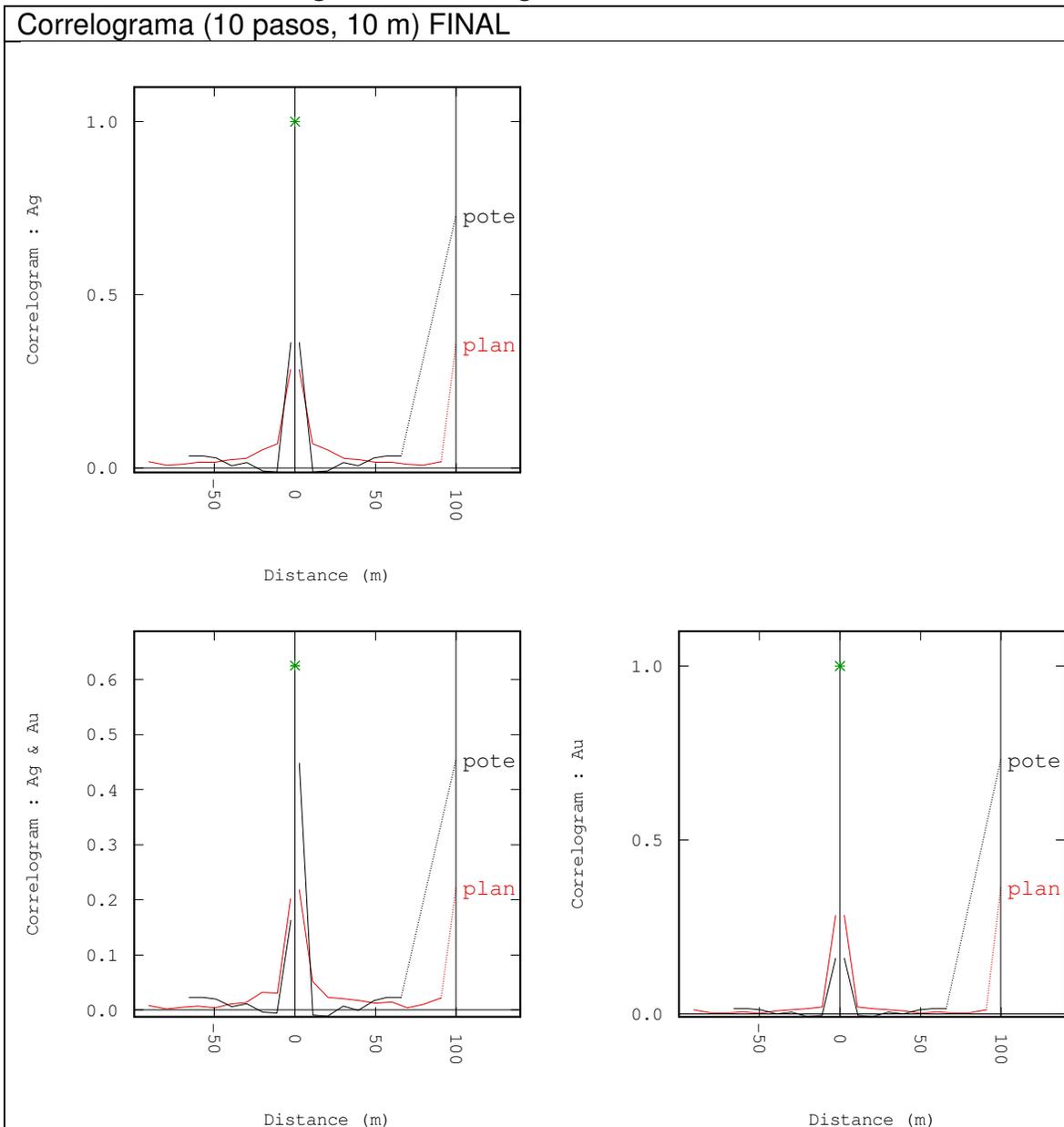


Figura 44: Correlograma final cada 10m



Finalmente, como señalado anteriormente, se modelaron los variogramas en función de los variogramas experimentales deducidos de los correlogramas, dado que permiten una mejor interpretación de la continuidad espacial en la dirección de la potencia de la veta.

2) Sector Sur

Se desarrolla de forma análoga a sector norte. Se presenta con detalle en Anexos B.

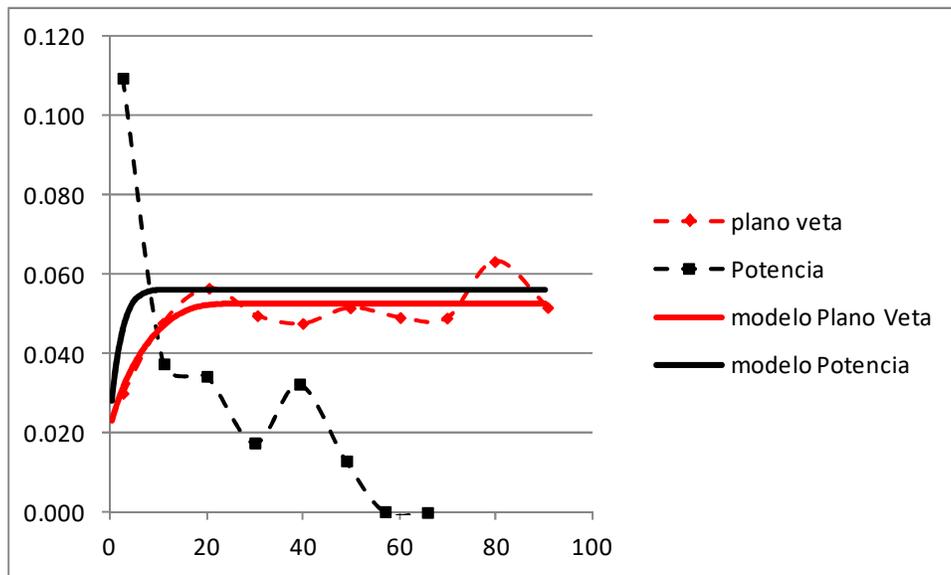
7.2 Mediante Simulaciones.

Se siguieron las etapas tradicionales de desagrupamiento y anamorfosis para transformar los datos de leyes en datos gaussianos. A continuación, se presenta los variogramas utilizados en las simulaciones respectivas.

7.2.1 Simulación de Geometría de la Veta.

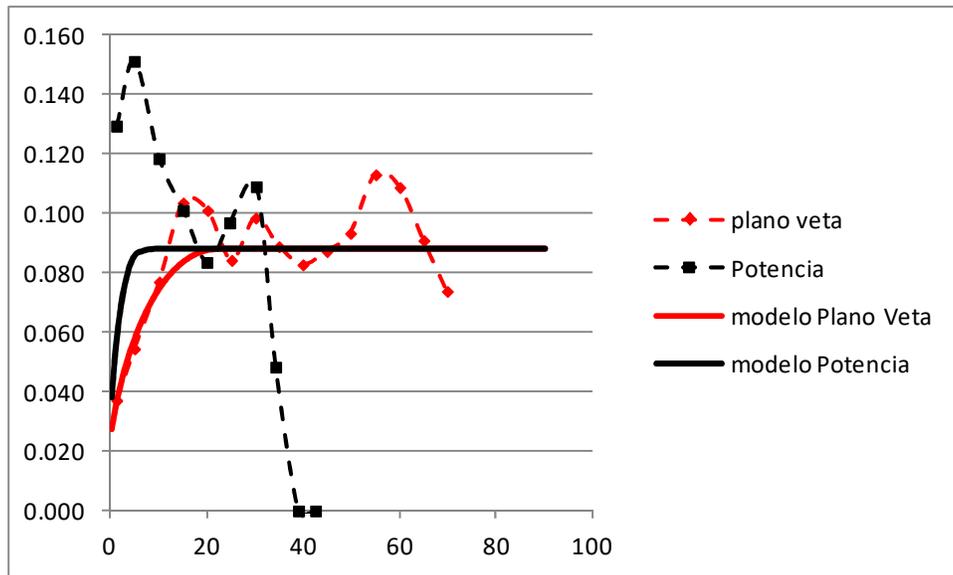
Se desarrolló distintas pruebas de estudio variográfico. Finalmente se definió trabajar con los siguientes modelos de variogramas (variogramas de indicadores deducidos de la truncación de una variable Gaussiana subyacente, acorde al modelo Gaussiano truncado):

Sector Norte.



El cálculo del variograma de indicador a partir del variograma Gaussiano depende del umbral de truncación. Dada la varianza de los datos de indicador (0.05587), se deduce que la proporción de la veta en el sector norte es de 0.05940 y que el umbral de truncación a aplicar es -1.560.

Sector Sur.



Considerando que el indicador en el sector sur tiene una varianza de 0.08812, se encuentra una proporción de veta igual a 0.09766 y un umbral de truncación de -1.295.

7.2.2 Co-Simulación de Leyes Au y Ag.

En el estudio variográfico se determinaron los correlogramas experimentales de los datos Gaussianos de Au y Ag, para luego deducir los variogramas experimentales respectivos. En las siguientes tablas 6 a 9 se muestra la metodología seguida:

Tabla 6: Correlogramas directos y cruzados en la dirección potencia de la veta:

N° Paso	Cant. Pares	Dist. Promedio	Correlograma Au	Correlograma Ag	Correlograma Au-Ag
0	1229	0	1	1	0.648433
1	1103	1.27	0.328429	0.0736	0.067228
2	15	8.5	0.338472	0.011089	0.379845
3	12	19.92	0.140164	-0.309851	-0.581922
4	65	30.81	-0.154986	-0.601309	-0.400087
5	50	37.07	0.42664	0.453752	0.287641

Tabla 7: Correlograma directos y cruzados en el plano de la veta:

N° Paso	Cant. Pares	Dist. Promedio	Correlograma Au	Correlograma Ag	Correlograma Au-Ag
0	1229	0	1	1	0.648433
1	4287	1.92	0.495421	0.303488	0.263104
2	5996	11.25	0.201334	0.071232	0.092016
3	10940	20.22	0.302945	0.019587	0.109881
4	17969	30.77	0.193471	0.012131	0.069219
5	16526	39.85	0.180135	0.056953	0.113389
6	13681	49.96	0.064253	0.032025	0.045314
7	12818	60.19	-0.006013	0.055391	0.065404
8	11758	69.95	-0.026838	-0.027306	0.030761

Considerando las siguientes referencias:

rho Au-Ag	Var Au	Var Ag	Cov Au-Ag
0.64843	0.990671	1.056093	0.663255

Se deduce los siguientes variogramas experimentales:

Tabla 8: Variogramas directos y cruzados en la dirección potencia de la veta:

N° Paso	Cant. Pares	Dist. Promedio	Variograma Au	Variograma Ag	Variograma Au-Ag
0	17459	0	0	0	0.233178571
1	3212	1.17	0.665305914	0.978364555	0.618665693
2	45656	8.69	0.655356605	1.044381985	0.411320905
3	124107	19.92	0.85181459	1.383324472	1.049217676
4	106366	30.81	1.144211136	1.691131226	0.928614703
5	75228	37.07	0.568011125	0.576888689	0.472475669

Tabla 9: Variogramas directos y cruzados en el plano de la veta:

N° Paso	Cant. Pares	Dist. Promedio	Variograma Au	Variograma Ag	Variograma Au-Ag
0	17459	0	0	0	0.233178571
1	158663	1.96	0.499871783	0.735581448	0.488749956
2	716295	10.97	0.791215245	0.980865383	0.602224928
3	1667427	20.41	0.690552174	1.035407306	0.590375877
4	3220641	30.68	0.799004891	1.043281536	0.617345152
5	4353064	40.21	0.812216479	0.995945335	0.588049179
6	3227697	50.29	0.927017416	1.022271622	0.633200263
7	3078160	60.2	0.996627905	0.997594953	0.61987547
8	3085324	70.19	1.017258628	1.084930675	0.642852613

Considerando las siguientes notaciones:

Notación mesetas

(Au)	(AuAg)
	(Ag)

Notación alcances

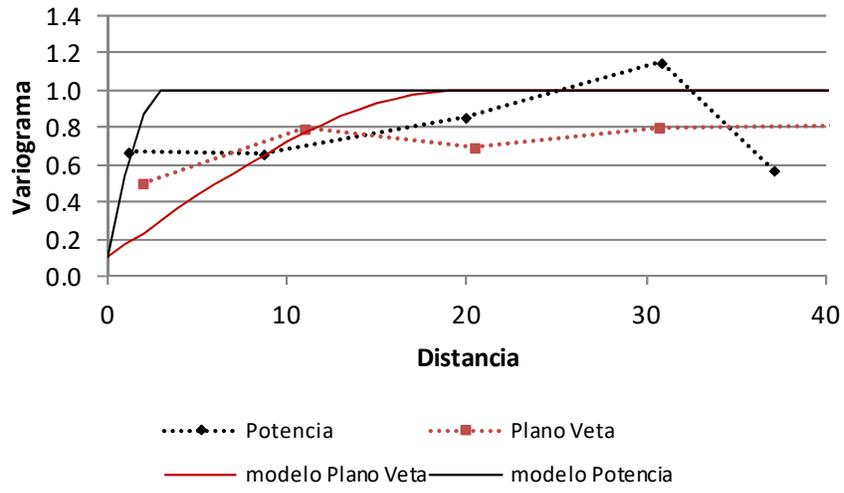
u
v
w

El modelo de variogramas directos y cruzados es el siguiente, donde los alcances se expresan en metros. Cada matriz de meseta verifica la condición de Cauchy-Schwarz, luego se tiene un modelo matemáticamente válido:

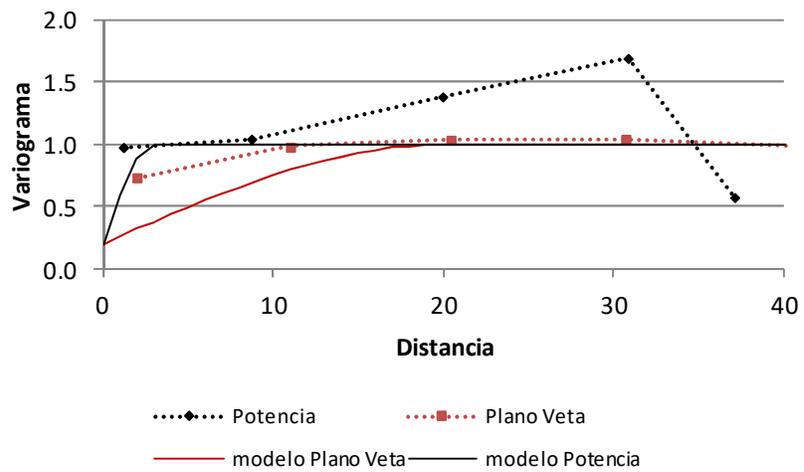
$$\begin{array}{c} \text{Efecto Pepa} \\ \begin{array}{|c|c|} \hline 0.1 & 0.1 \\ \hline & 0.2 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 0.5 & 0.3 \\ \hline & 0.4 \\ \hline \end{array} \text{ESF} \begin{array}{|c|} \hline \text{alcances} \\ \hline 20 \\ \hline 20 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline 0.4 & 0.25 \\ \hline & 0.4 \\ \hline \end{array} \text{ESF} \begin{array}{|c|} \hline \text{alcances} \\ \hline 20 \\ \hline 20 \\ \hline 3 \\ \hline \end{array} \\ \text{(Au)*(Ag)-(AuAg)^2} \quad =0.01 \quad =0.11 \quad =0.10 \end{array}$$

Gráficamente se tiene lo siguiente:

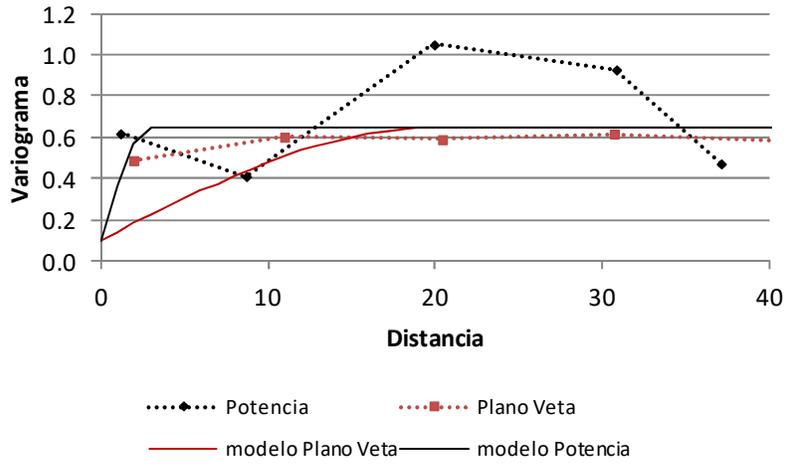
Variogramas Au



Variogramas Ag



Variogramas Au-Ag



8. Desarrollo Método Indirecto.

8.1 Transformación a Potencia y Acumulación.

Las etapas previas realizadas con este método son las siguientes:

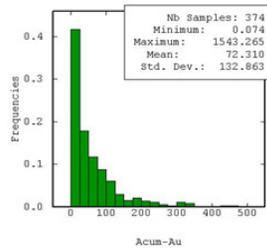
- Caracterizar la orientación de los planos principales de la veta en ambos sectores en estudio, determinando el azimut y manteo de los planos. Posteriormente se determina la ecuación general del plano: $Ax + By + Cz + D = 0$.
- Seleccionando dos puntos de cada sondaje (x_1, y_1, z_1) y (x_2, y_2, z_2) , determinar mediante la ecuación simétrica de la recta y la ecuación de cada plano el punto de intersección entre cada sondaje y su plano correspondiente.
- Determinar el ángulo que forma cada sondaje con la normal al plano. Para esto se determinan los números directores de cada sondaje y de la normal de cada plano, y se determina el coseno del ángulo buscado.
- Se determina la potencia y las acumulaciones observadas en cada sondaje.
- Se proyectan la potencia y las acumulaciones sobre la normal al plano, mediante un factor correctivo igual al coseno del ángulo antes mencionado.
- Se realiza una transformación de coordenadas en los dos planos anteriores, de modo de transformar las coordenadas (x, y, z) en coordenadas (y, z) posicionando todos los datos en un mismo plano con orientación norte-sur (coordenada x constante). La ventaja de esto es que se puede llevar a cabo un estudio geoestadístico único para el conjunto de datos del sector norte y sur, aumentando la confiabilidad del estudio variográfico.

En figura 45 se resume las etapas a desarrollar en la aplicación de este método:

- Etapas:

1. Se determinan los datos de potencia y acumulación.

Variable	N° datos	Media
Acum-Ag	374	1091.631
Acum-Au	374	72.310
Potencia	374	1.462



2. Se realiza una transformación de coordenadas $(X,Y,Z) \Rightarrow (Y,Z)$
3. Se modela la potencia y las acumulaciones de Au y Ag de forma conjunta (co-kriging y co-simulación)

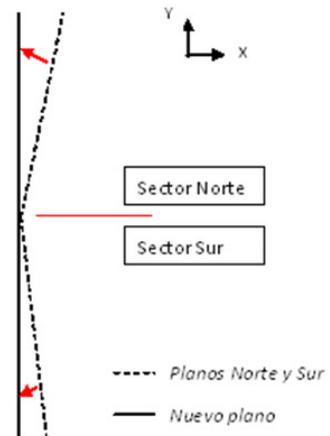
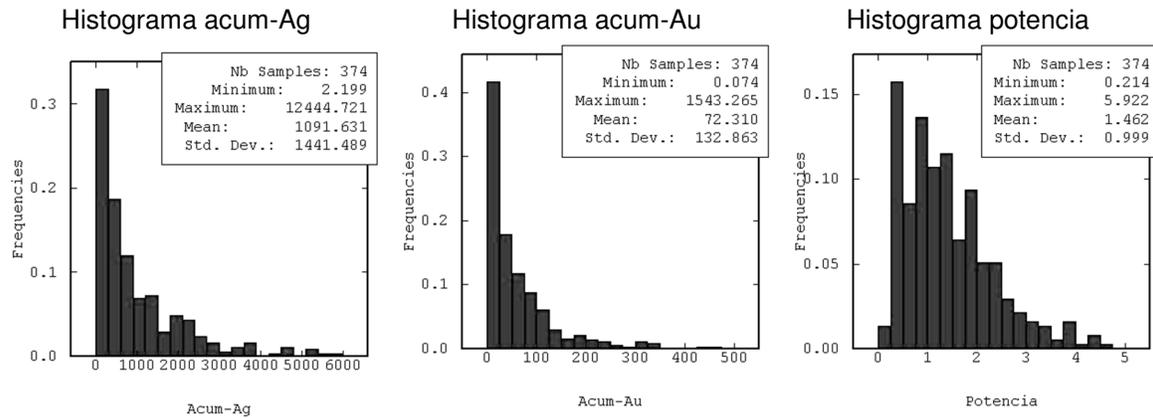


Figura 45: Esquema método indirecto.

Las estadísticas básicas de las variables definitivas y la forma de los histogramas se presentan en tabla 10:

Tabla 10: Estadísticas básicas:

Variable	N° datos	Mínimo	Máximo	Media	Varianza
Acum-Ag	374	2.199	12444.7	1091.6	2077891
Acum-Au	374	0.074	1543.3	72.3	17652
Potencia	374	0.214	5.92	1.46	0.998



Finalmente, este método será aplicado vía estimaciones y simulaciones tal como se muestra en figura 46:

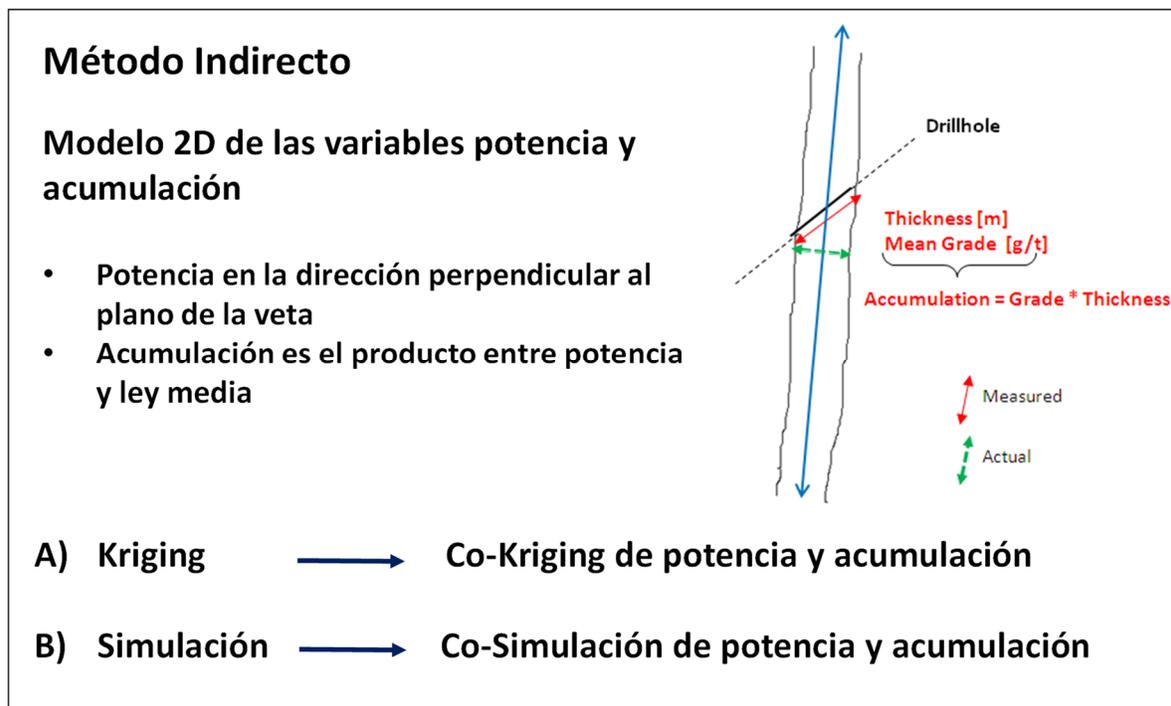
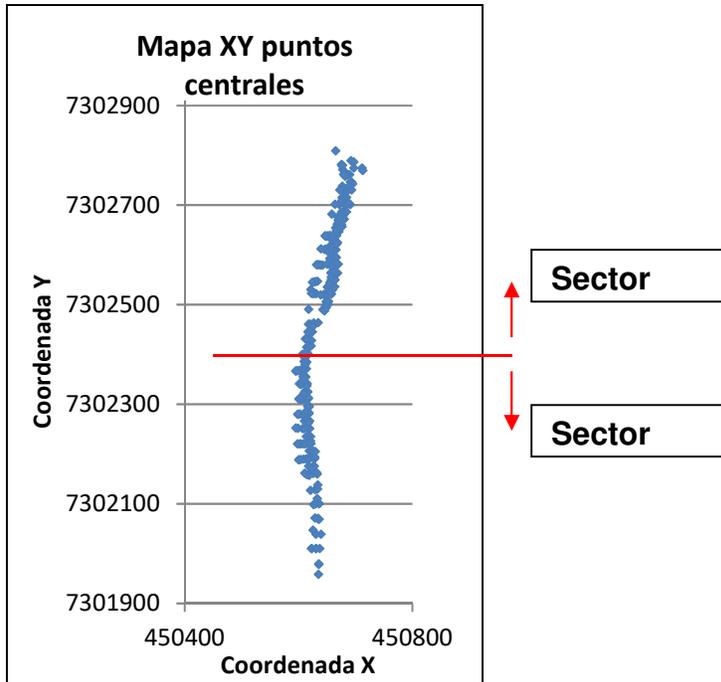


Figura 46: Aplicación de Método Indirecto.

8.1.1 Definición de Planos de Veta.

El estudio se realizará dividiendo la veta en estudio en dos sectores:

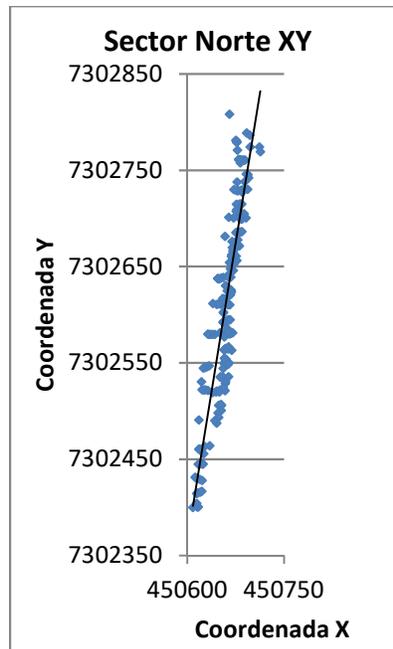


El criterio de decisión fue la diferencia de azimuth que presenta el plano principal de la veta en los sectores norte y sur. La coordenada límite es:

Y (norte) $>$ 7302400

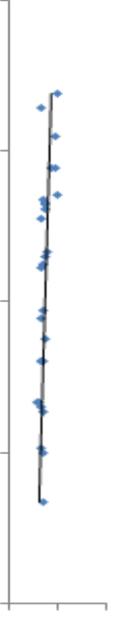
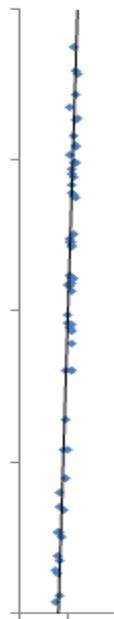
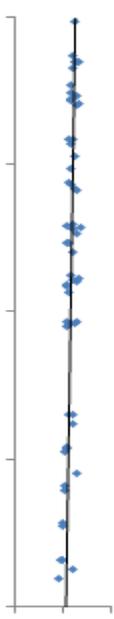
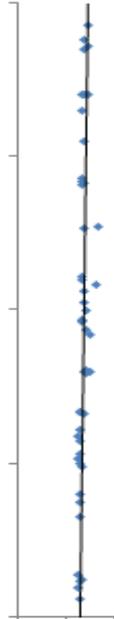
8.1.2 Estudio Plano de Veta Sector Norte.

Caracterización Azimut Sector Norte.



Azimut = N 13.65° E

Caracterización Dip Sector Norte.

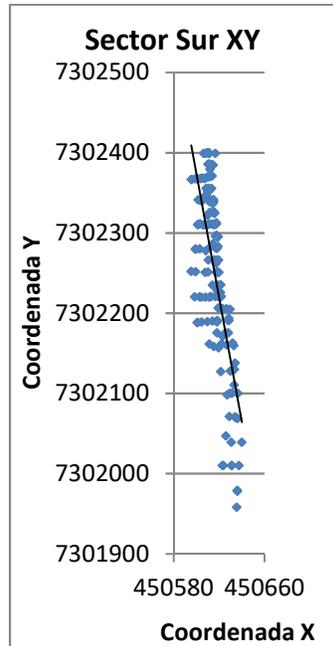
Secciones XY - puntos centrales			
Y: 7302400-7302499	Y: 7302500-7302599	Y: 7302600-7302699	Y: 7302700-indef.
			
Dip= 79.57	Dip= 79.35	Dip= 84.69	Dip= 85.20

Resumen.

Tramo Coordenada Y	Dip (°)
7302400-7302499	79.57
7302500-7302599	79.35
7302600-7302699	84.69
7302700-indef	85.20
DIP promedio	82.20

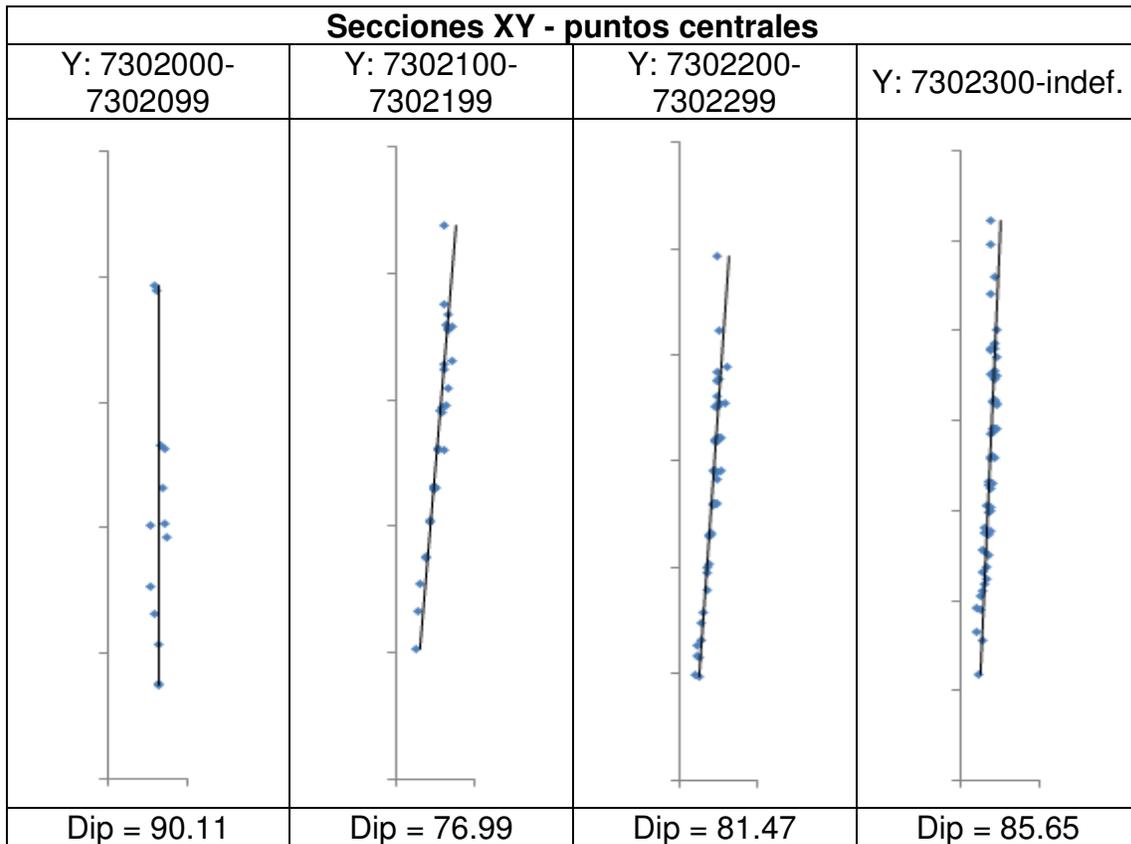
8.1.3 Estudio Plano de Veta Sector Sur.

Caracterización Azimut Sector Sur.



Azimut = N 7.38° W

Caracterización Dip Sector Sur.



Resumen.

Tramo Coordenada Y	Dip (°)
7302000-7302099	90.11
7302100-7302199	76.99
7302200-7302299	81.47
7302300-indef	85.65
DIP promedio	83.56

Finalmente, considerando los dips de ambos sectores, por simplificación se considerará un **dip de 83°** para todo el depósito, lo que tendrá beneficios importantes en el desarrollo del método indirecto.

8.2 Co-Estimación de Potencia y Acumulación.

Considerando que se tiene un coeficiente de correlación de 0.70 entre las acumulaciones Au y Ag, y correlaciones de 0.59 entre potencia y acum-Ag y de 0.52 entre potencia y acum-Au, se decide realizar un co-kriging entre las tres variables en estudio, y no solamente entre las acumulaciones.

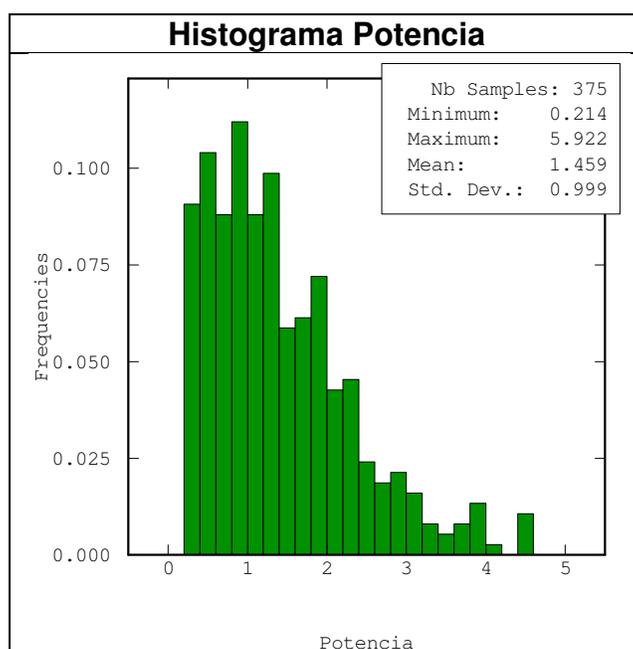
En el detalle del estudio variográfico, no se identificó direcciones claras de anisotropía, por lo tanto se determinó un variograma omnidireccional en el plano en estudio. Se ajustó un modelo de correogionalización considerando un efecto pepita y dos modelos esféricos, uno de corto y otro de largo alcance.

El co-kriging se ejecutó en bloques de 2x2 metros, obteniéndose los siguientes resultados:

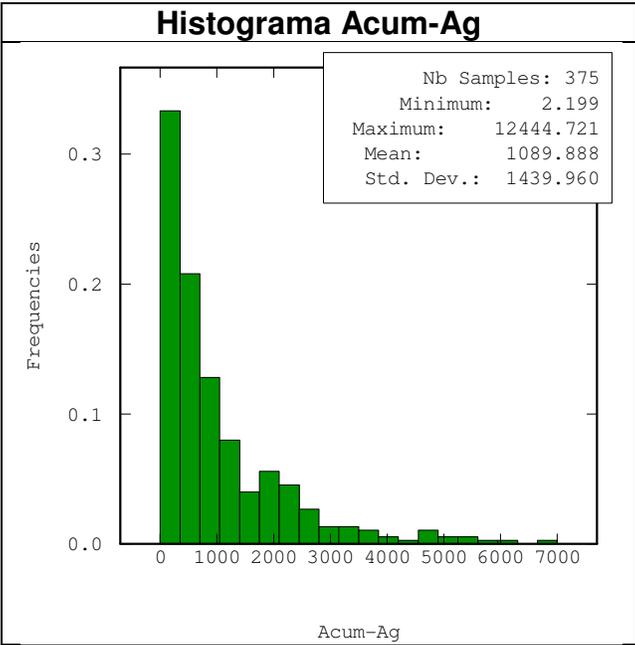
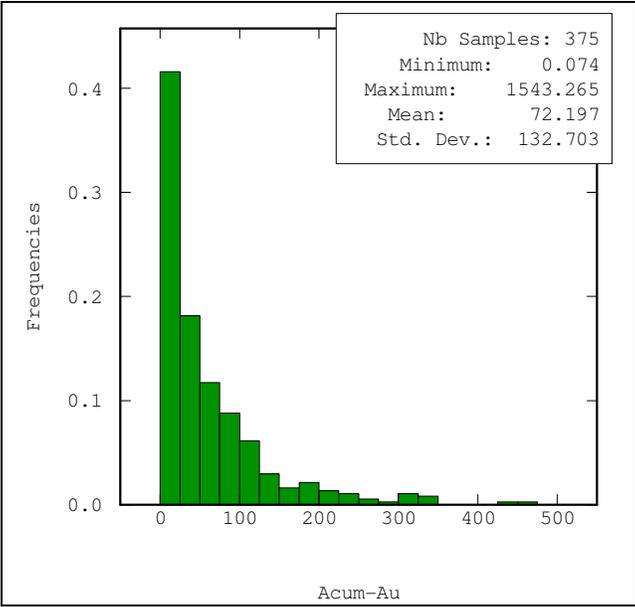
Tabla 11: Estadísticas básicas:

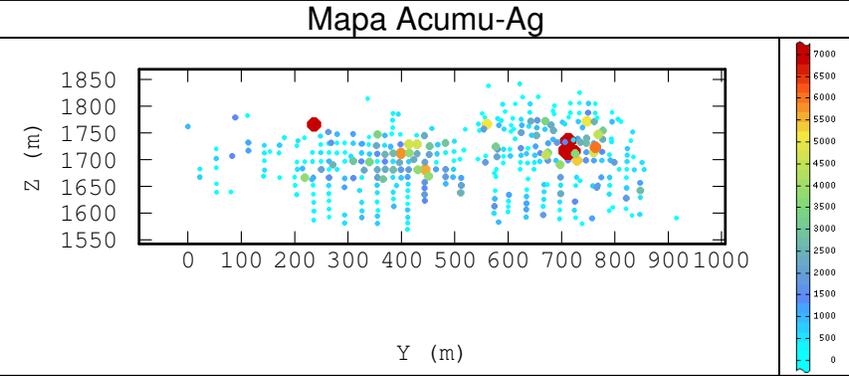
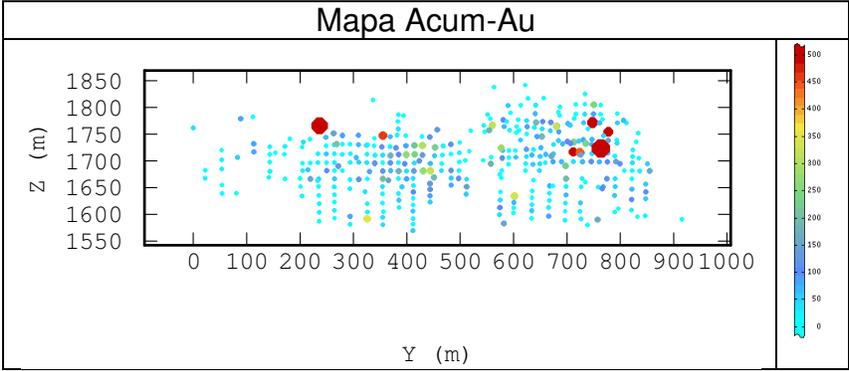
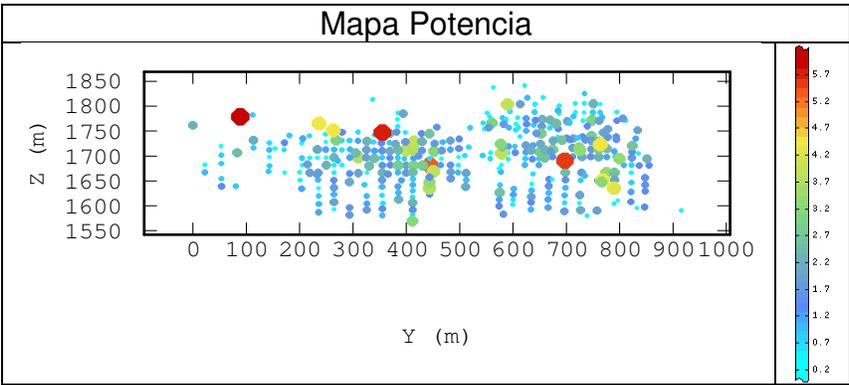
Variable	N° bloques	Mínimo	Máximo	Media	Varianza
Acum-Ag	70415	22.318	8685.782	940.771	347676.755
Acum-Au	70415	2.621	1334.984	68.422	6128.151
Potencia	70415	0.359	5.922	1.440	0.182

A continuación, se presentan los histogramas y mapas de las variables respectivas:



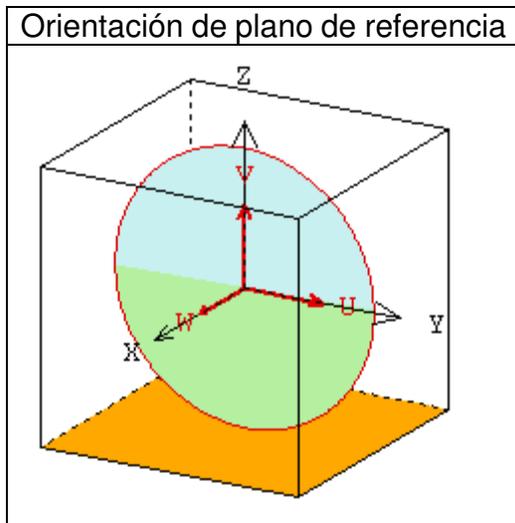
Histograma Acum-Au





Estudio Variográfico.

Los mapas variográficos se orientaron según el plano de estudio:

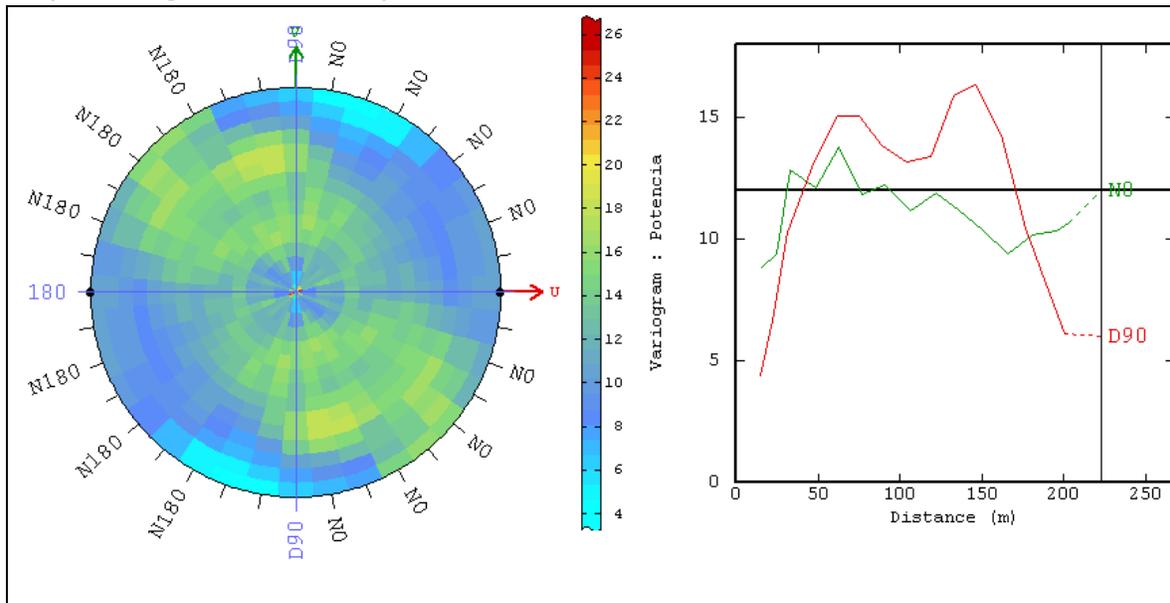


Dirección U : Azimut 0°
Dirección V : Dip 90°

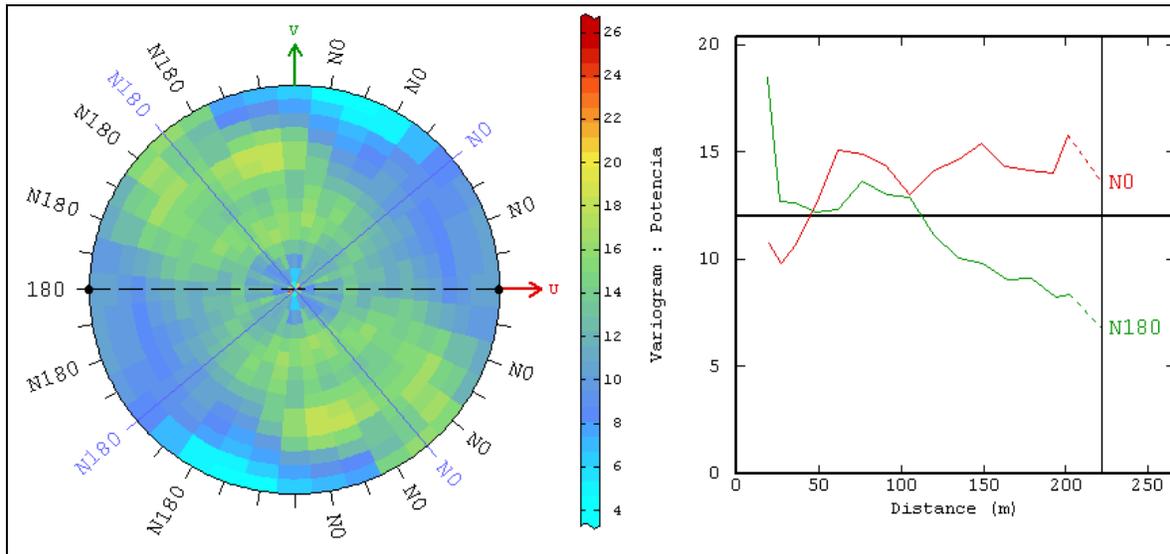
U: horizontal
V: vertical

MAPAS VARIOGRAFICOS DE LA POTENCIA.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical



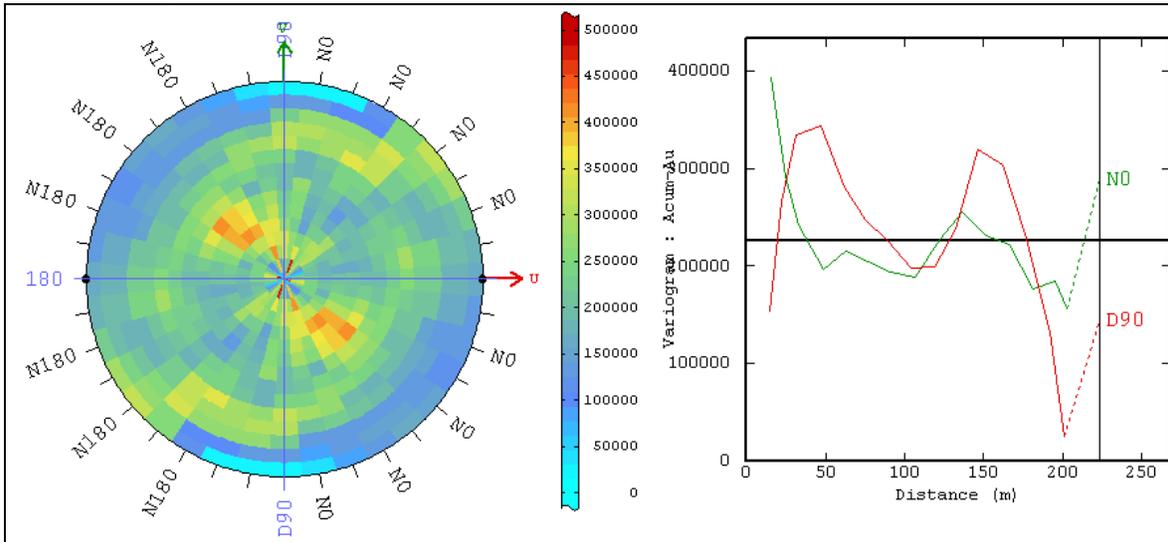
Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



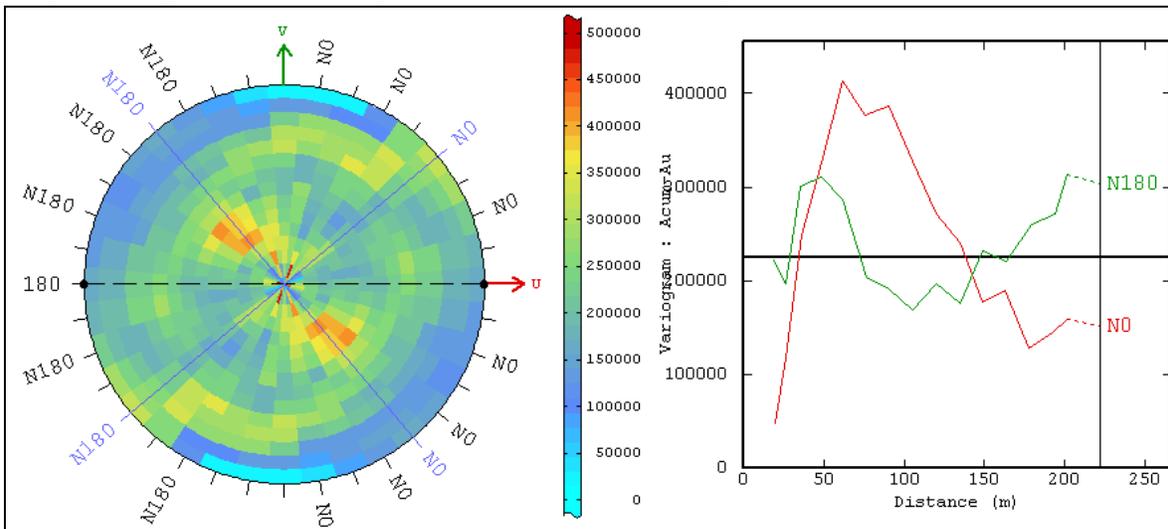
No se ven grandes diferencias. Los variogramas en las direcciones diagonales son más difíciles de interpretar.

MAPAS VARIOGRAFICOS ACUM-AU.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical.

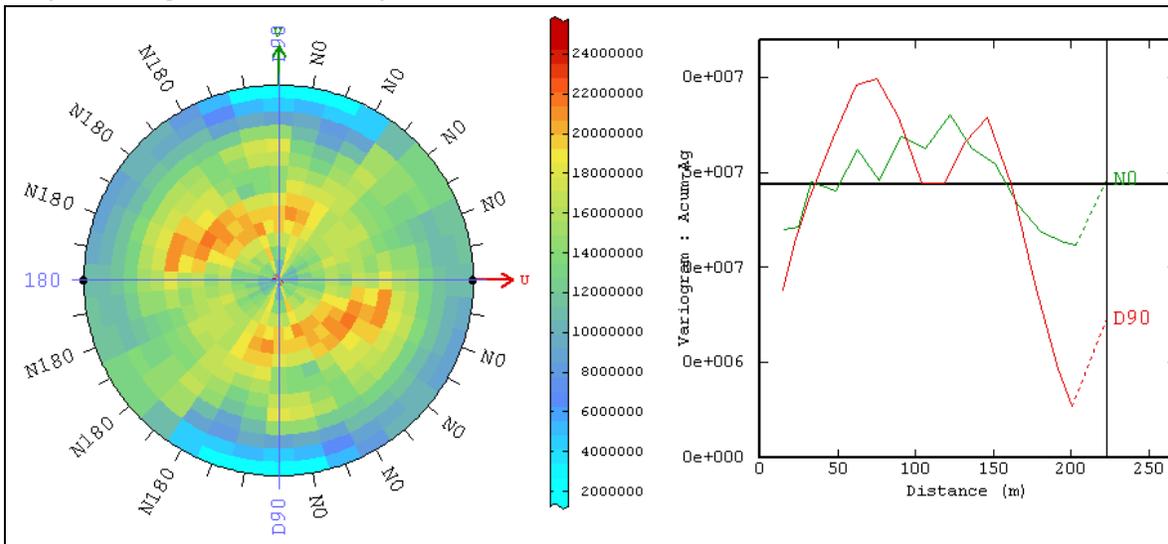


Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.

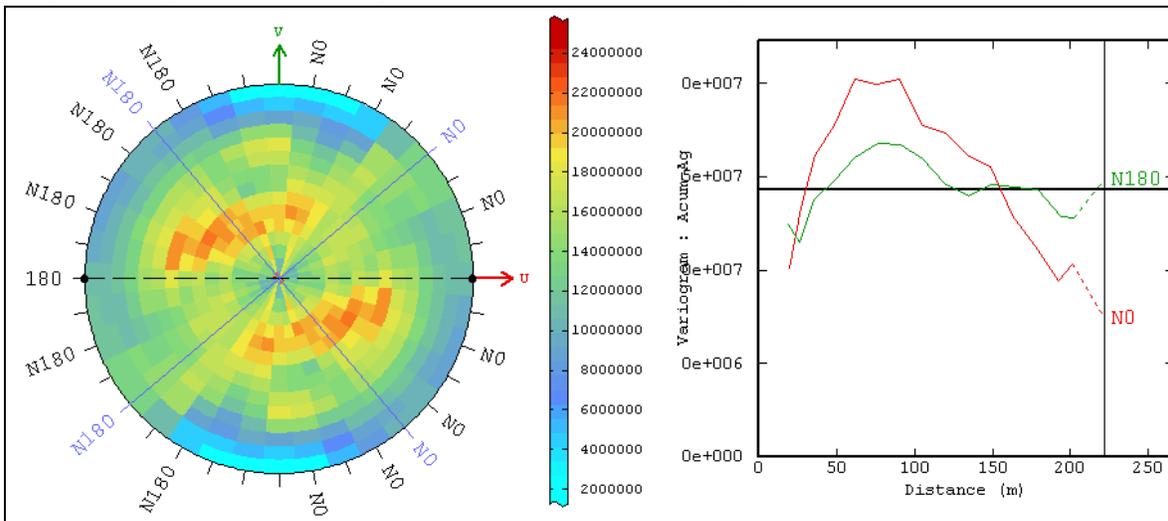


MAPAS VARIOGRAFICOS ACUM-AG.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical.



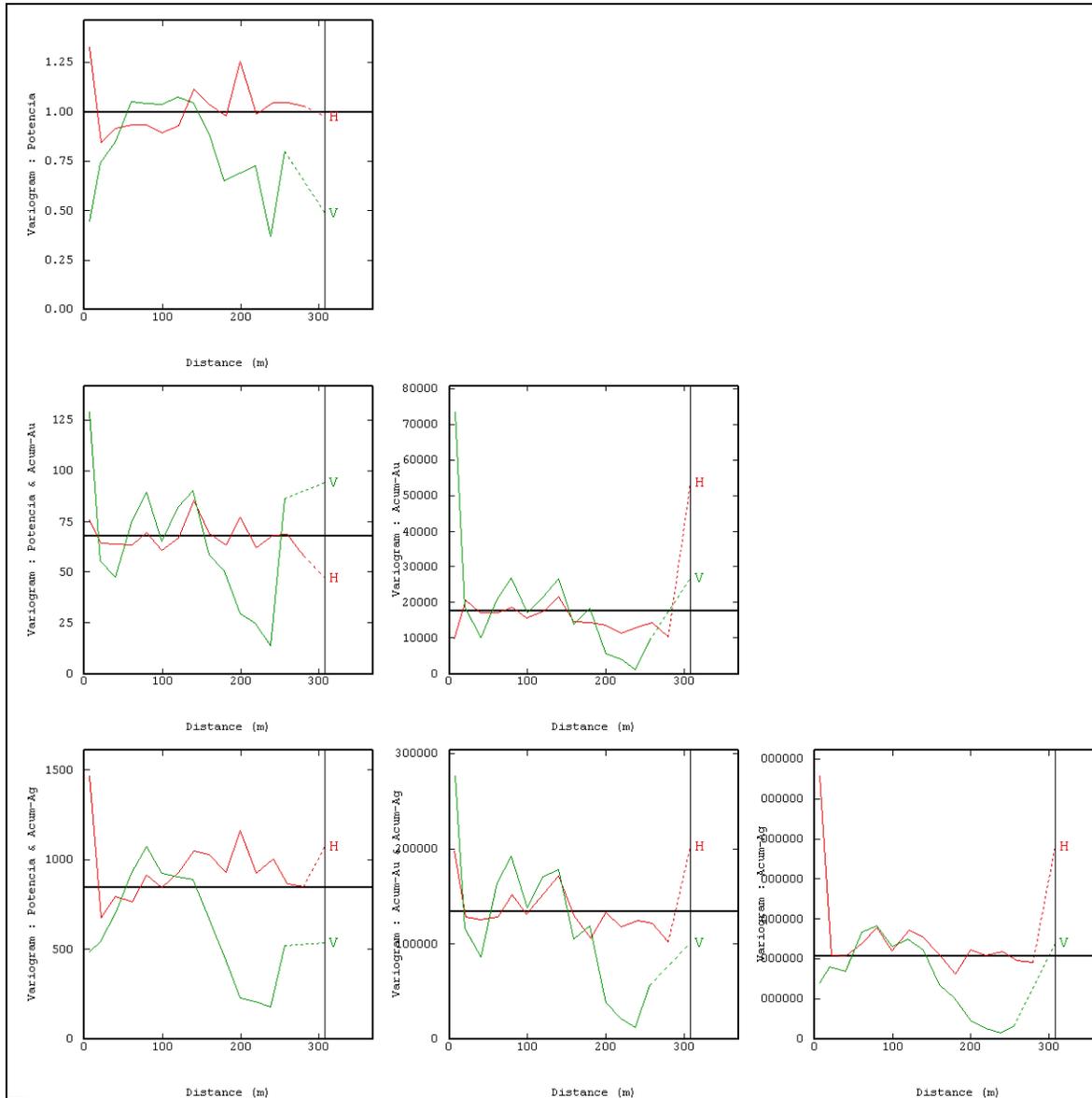
Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



En variogramas experimentales se probará cálculos en las direcciones U – V, diagonales, y un variograma omnidireccional.

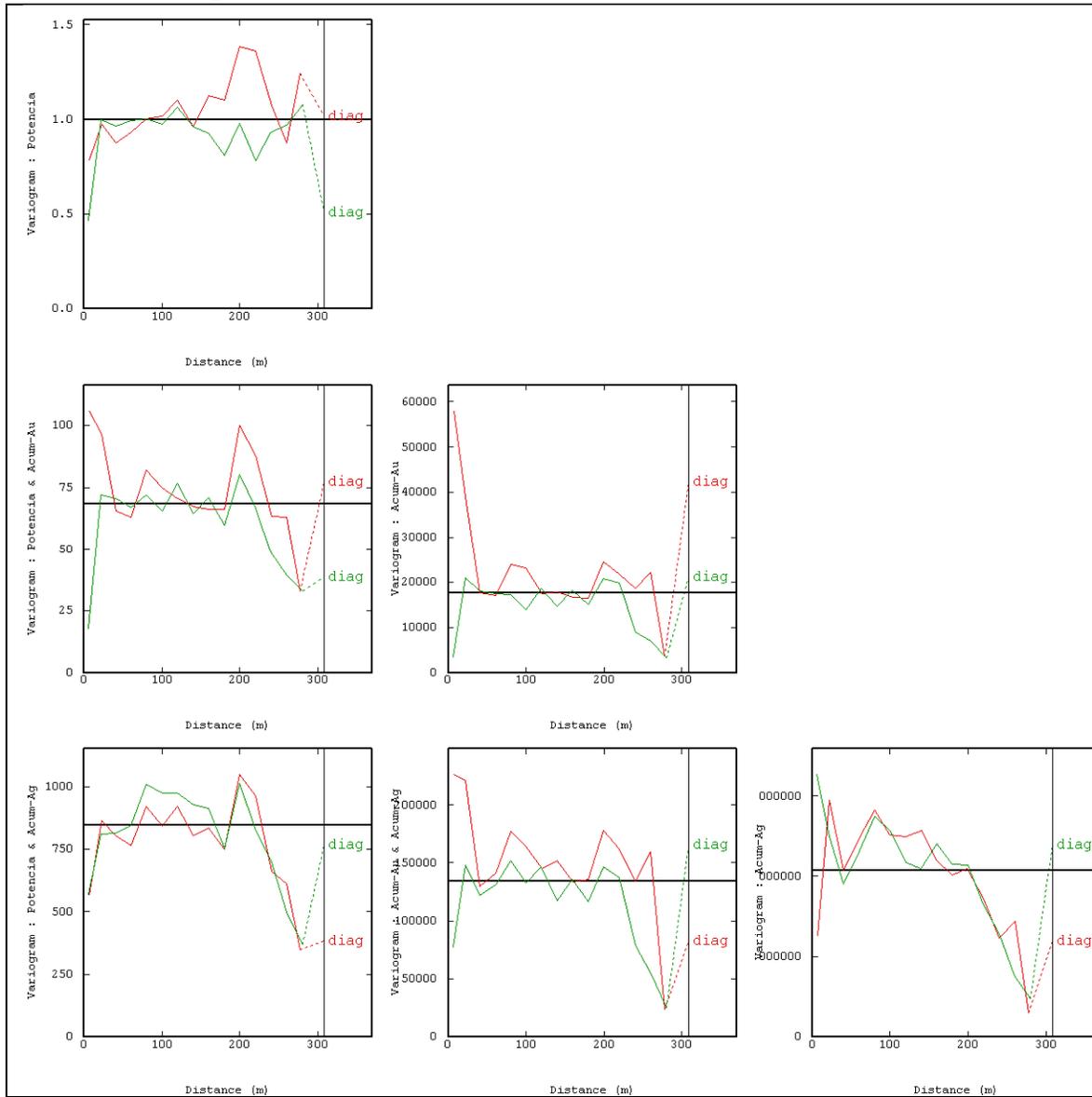
Variogramas Experimentales.

Direcciones Horizontal y Vertical (U y V).



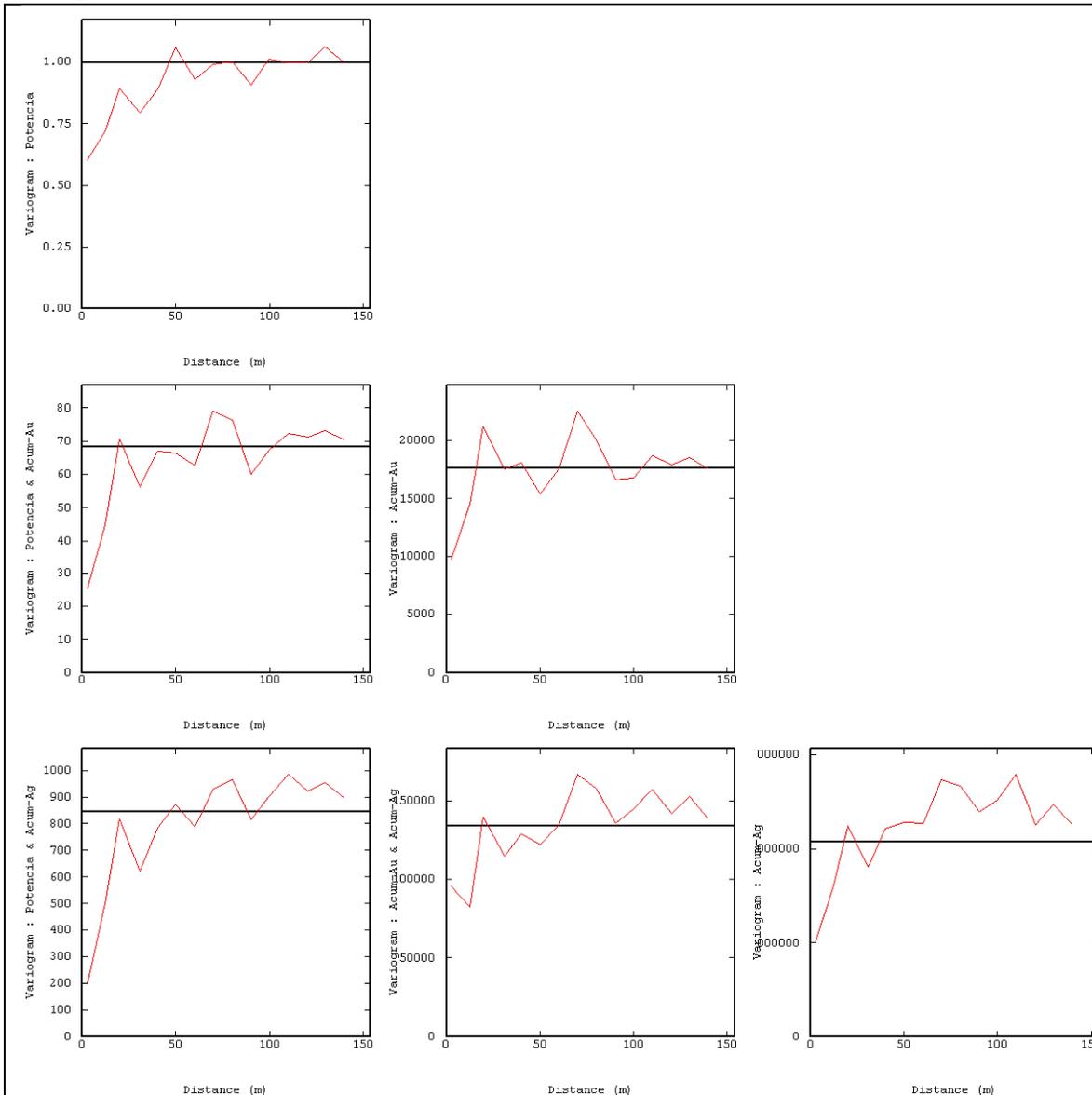
No hay una forma clara para estos variogramas direccionales.

Direcciones diagonales



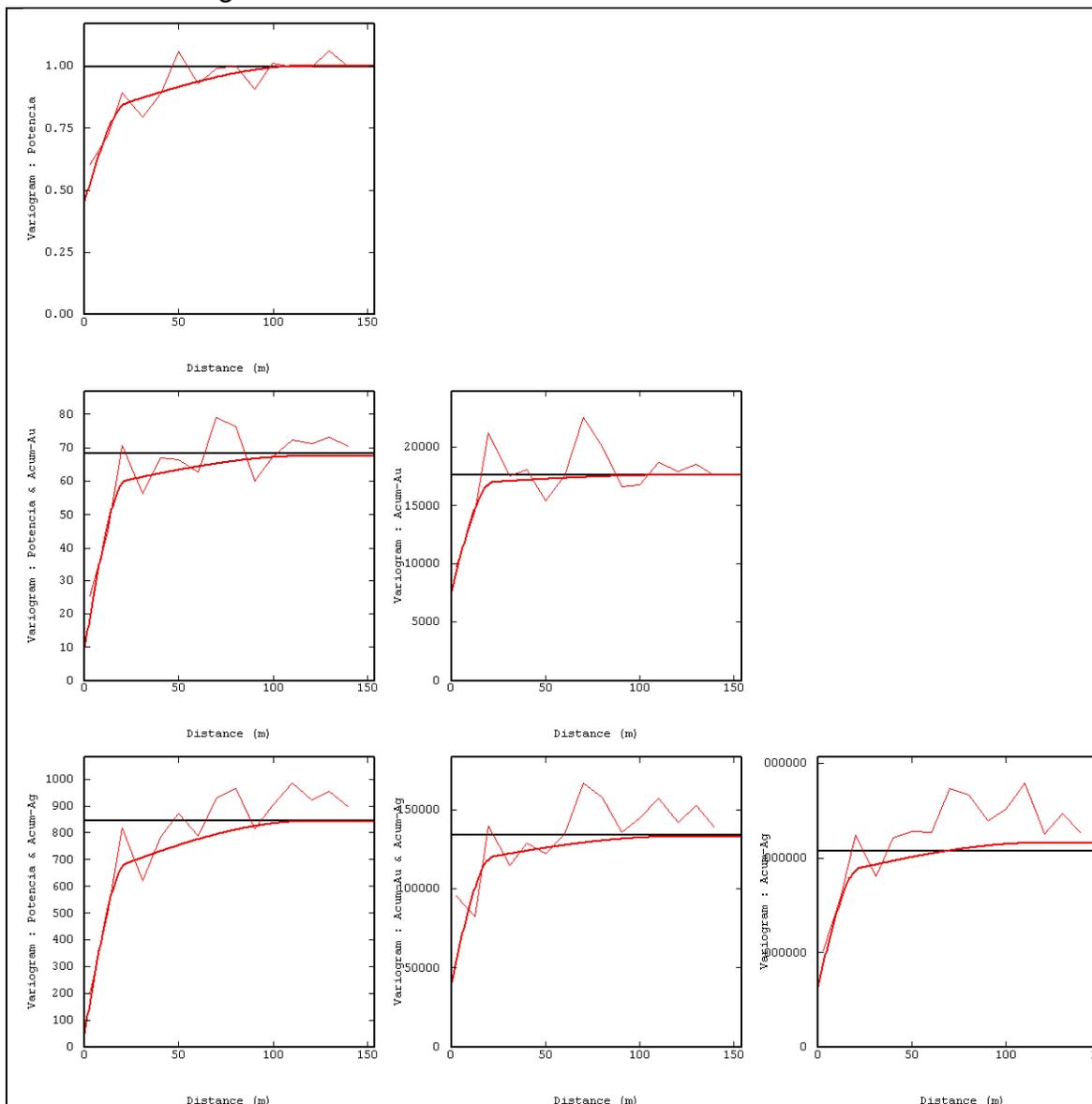
Tampoco hay una forma clara para estos variogramas direccionales.

Variograma omnidireccional



Se elige modelar estos últimos variogramas, que exhiben un comportamiento de más fácil interpretación y ajuste que los variogramas direccionales. Esto se puede explicar por la mayor cantidad de pares de datos que intervienen en el cálculo de los variogramas omnidireccionales, que son más robustos que los variogramas direccionales.

Modelo de variograma



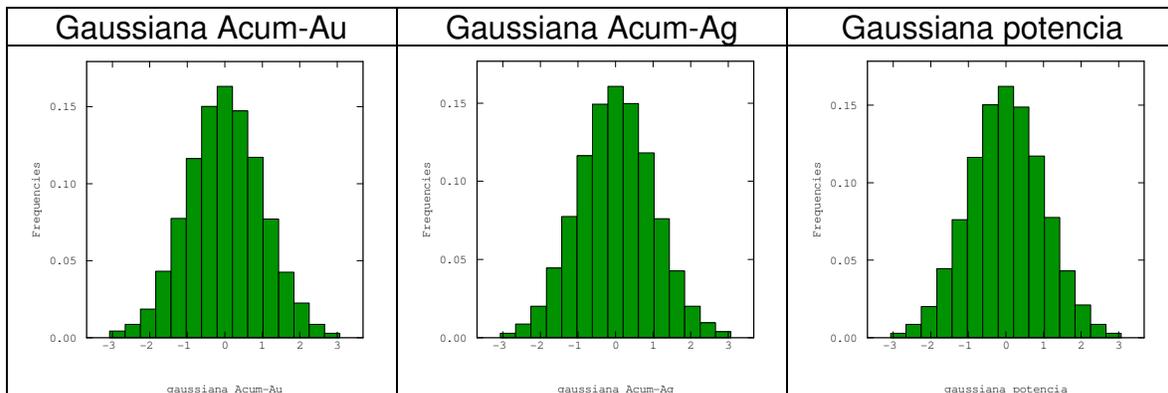
8.3 Co-Simulación de Potencia y Acumulación.

Proceso de Anamorfosis

La simulación se basa en datos Gaussianos obtenidos por anamorfosis de las variables originales (potencia y acumulaciones). A continuación, se indican las estadísticas y distribuciones de las variables transformadas, que tienen media 0, varianza 1 y la forma esperada de la campana de Gauss. Ver tabla 12:

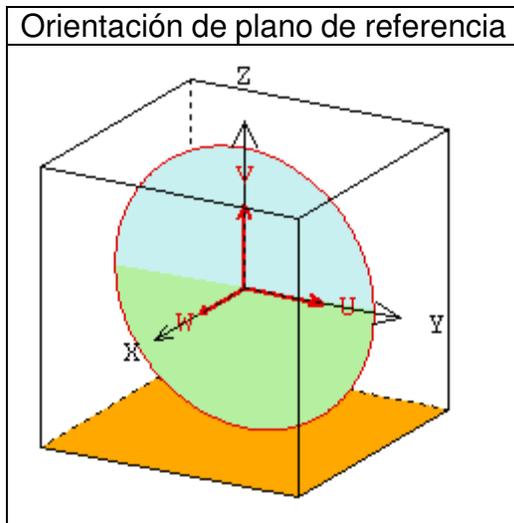
Tabla 12: Resultados de Anamorfosis:

Estadísticas	Número	Min	Max	Media	Varianza	Media desagrup.	Varianza desagrup.
gaussiana Acum-Au	374	-3.063	3.063	0.029	1.011	0	0.999
gaussiana Acum-Ag	374	-3.063	3.063	0.026	1.006	0	0.999
gaussiana potencia	374	-3.063	3.063	0.023	1.006	0	0.999



Estudio Variográfico de las variables Gaussianas.

Los mapas variográficos se orientaron según el plano de estudio:

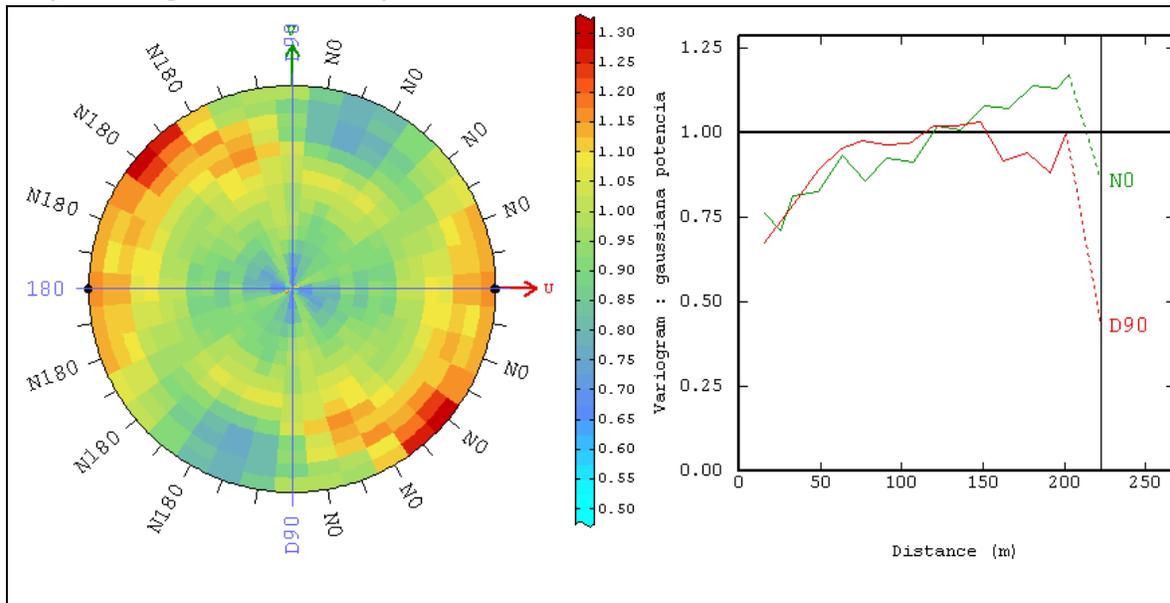


Dirección U : Azimut 0°
Dirección V : Dip 90°

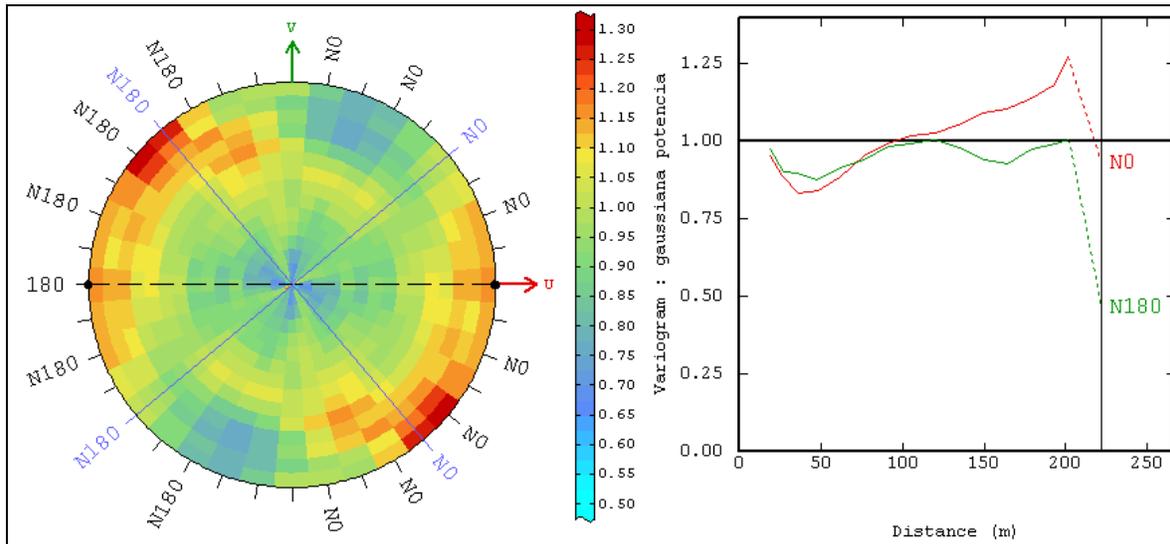
U: horizontal
V: vertical

MAPAS VARIOGRAFICOS POTENCIA.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical

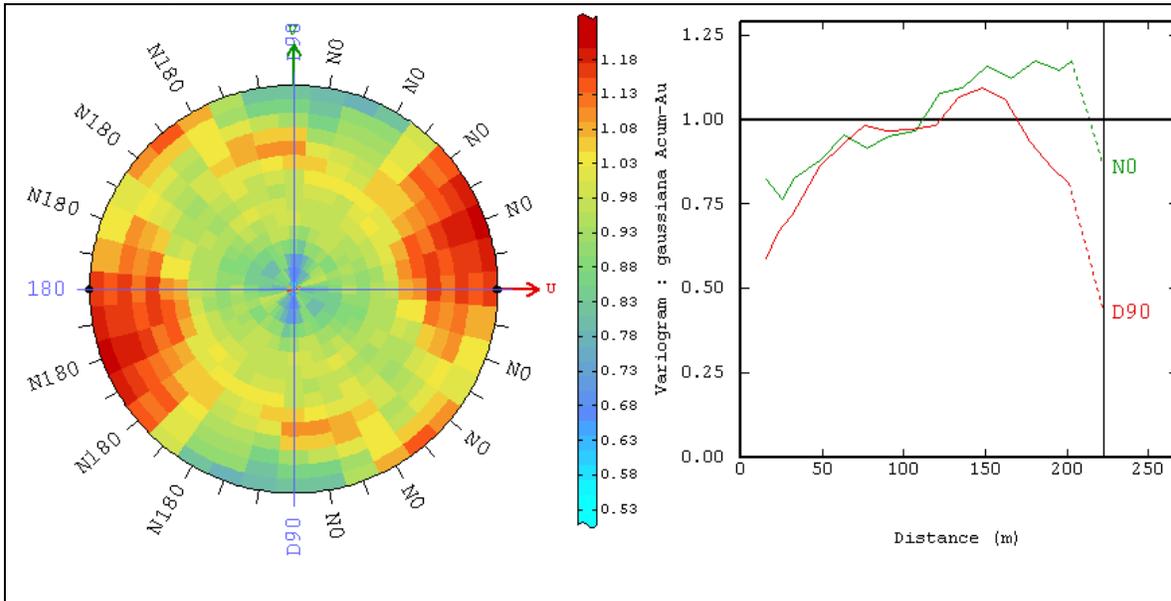


Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.

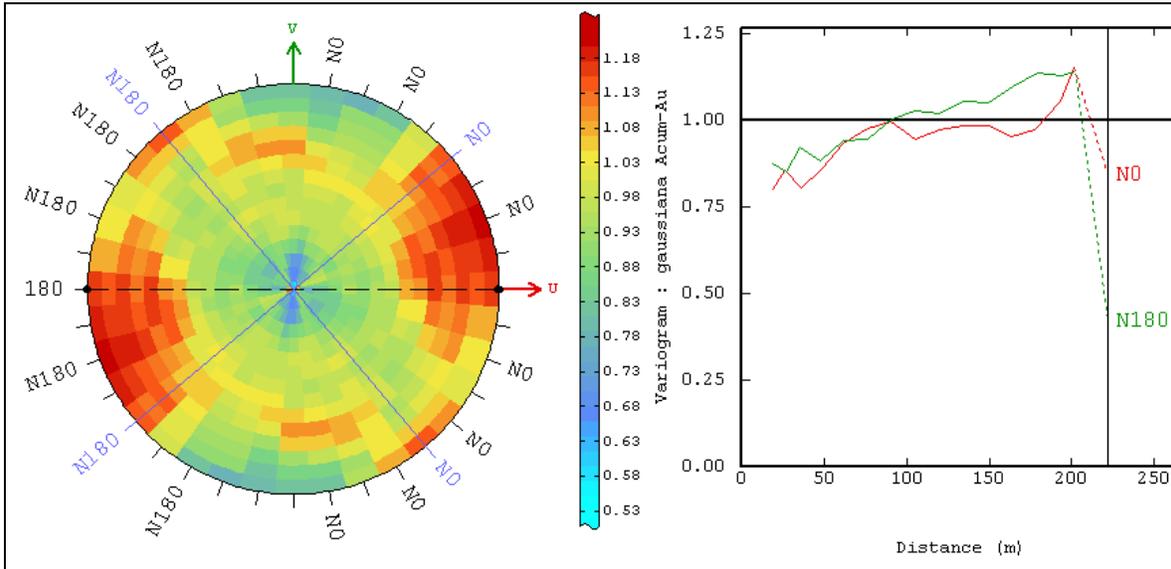


MAPAS VARIOGRAFICOS ACUM-AU.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical

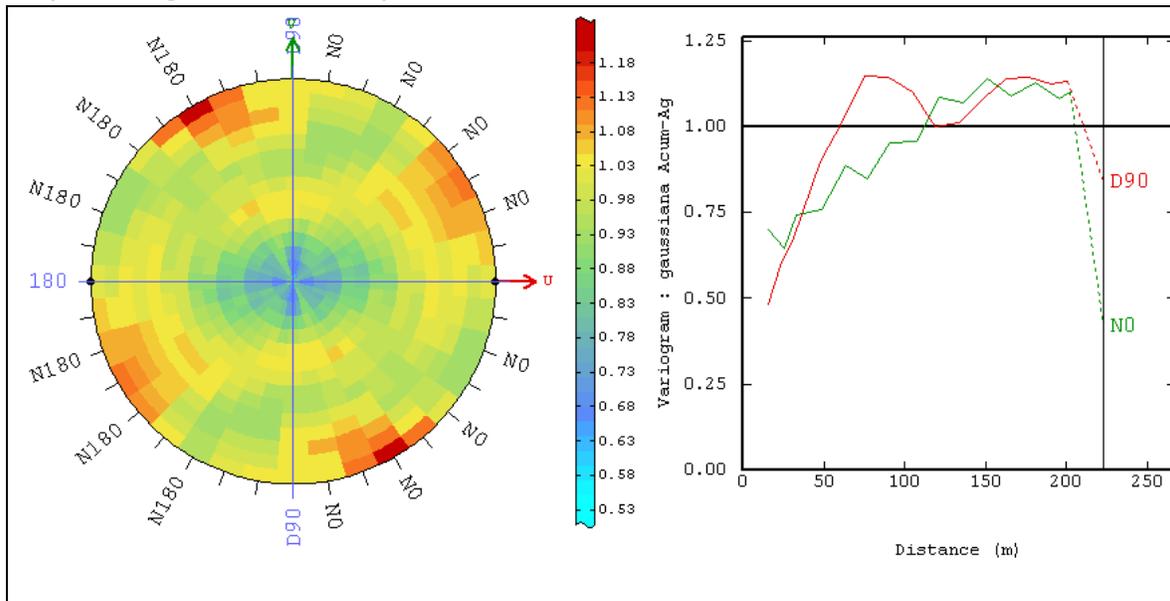


Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.

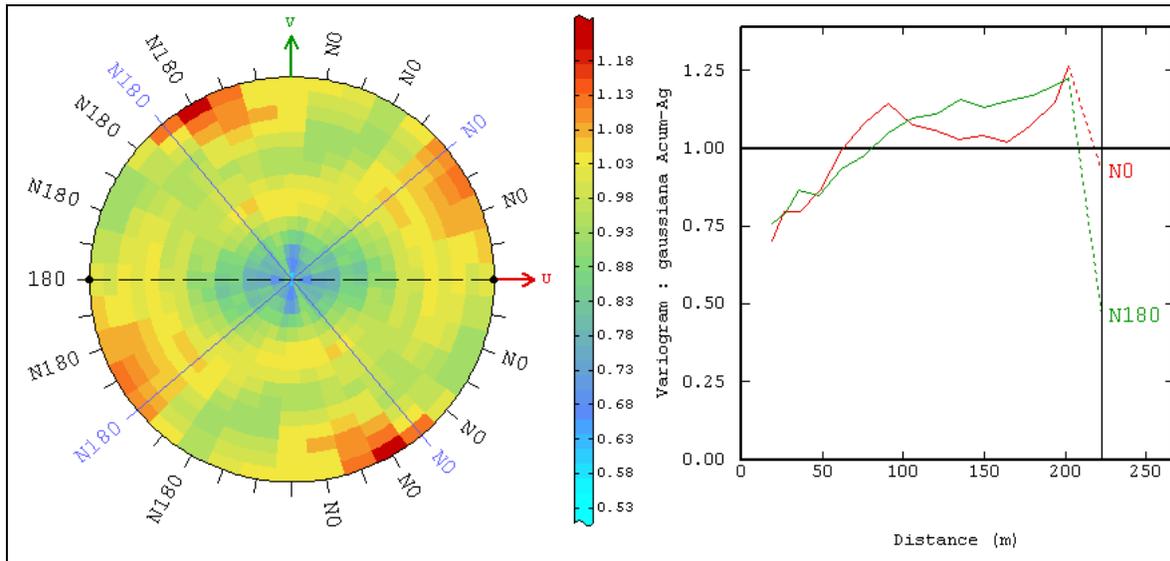


MAPAS VARIOGRAFICOS ACUM-AG.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical



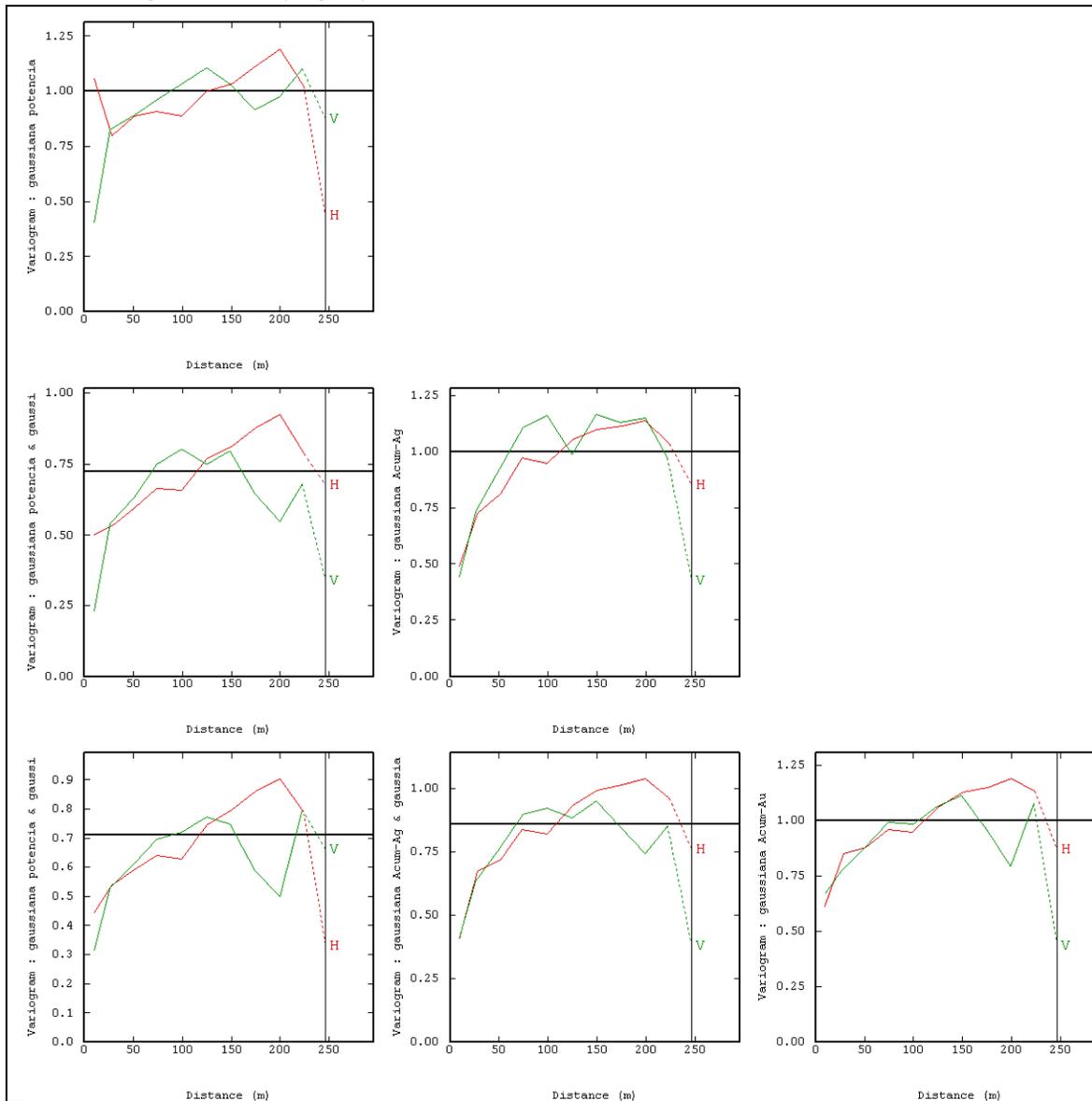
Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



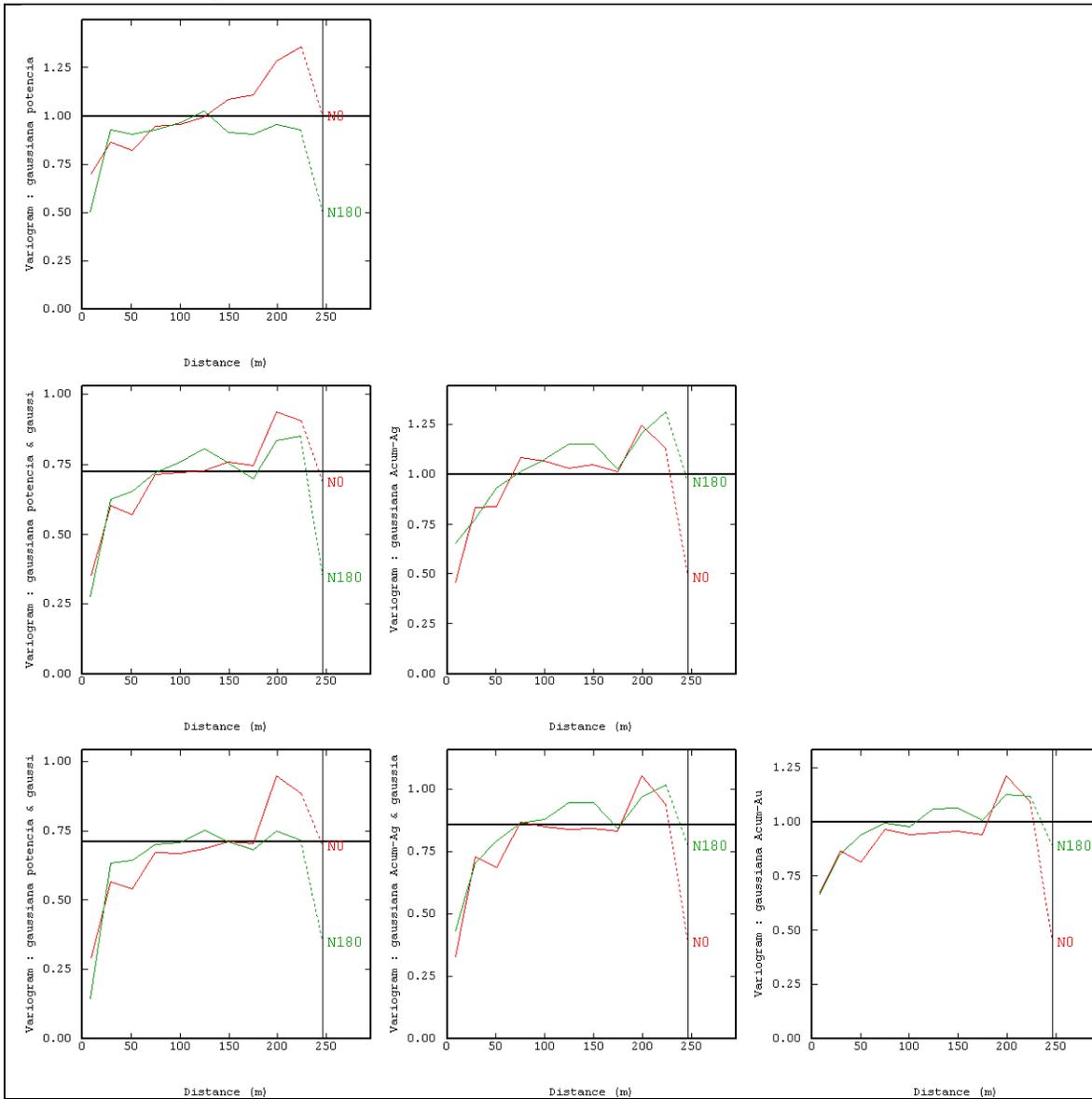
En variogramas experimentales se probará las direcciones U - V y un variograma omnidireccional.

Variogramas Experimentales (con desagrupamiento).

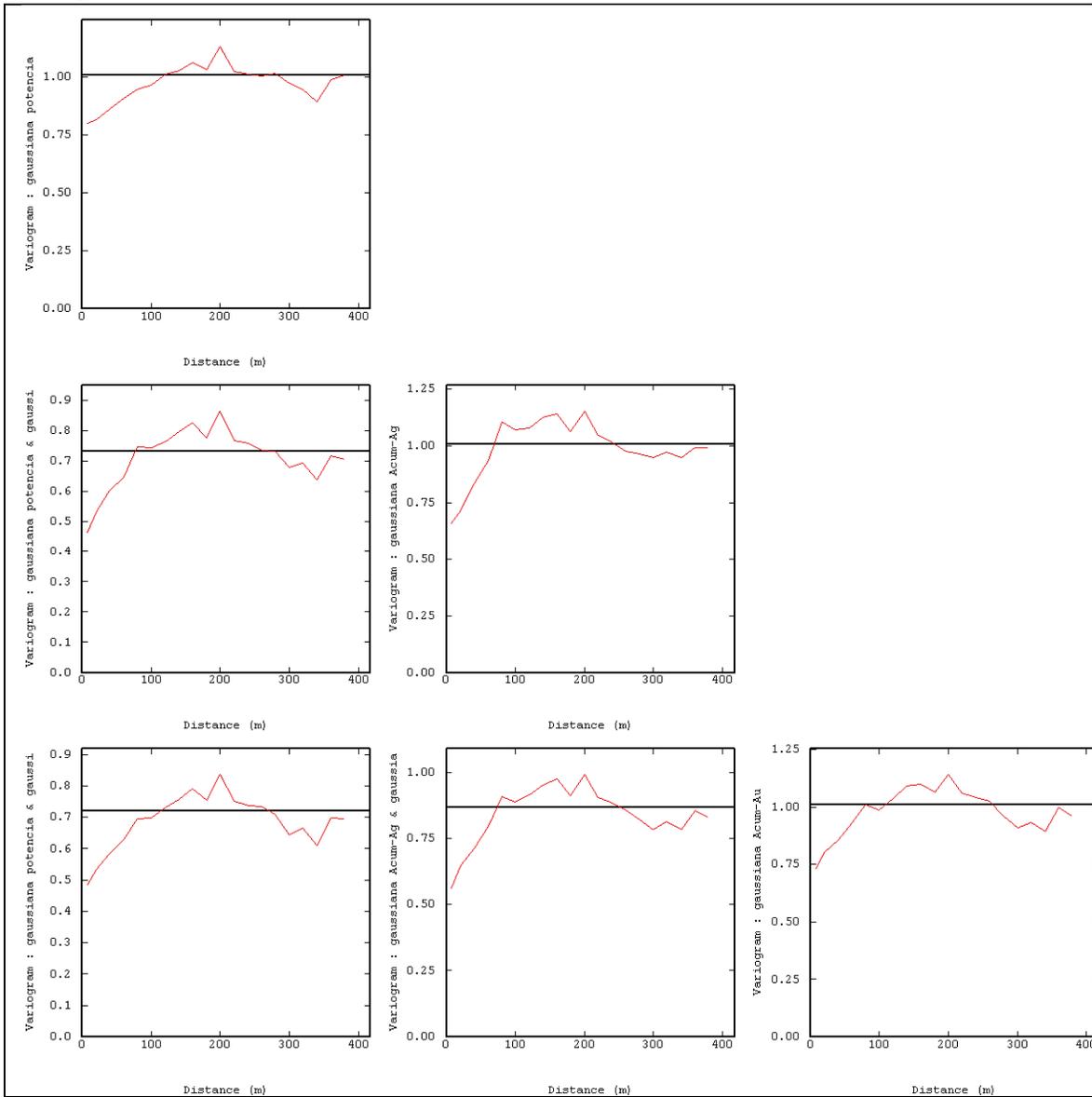
Horizontal y Vertical (U y V).



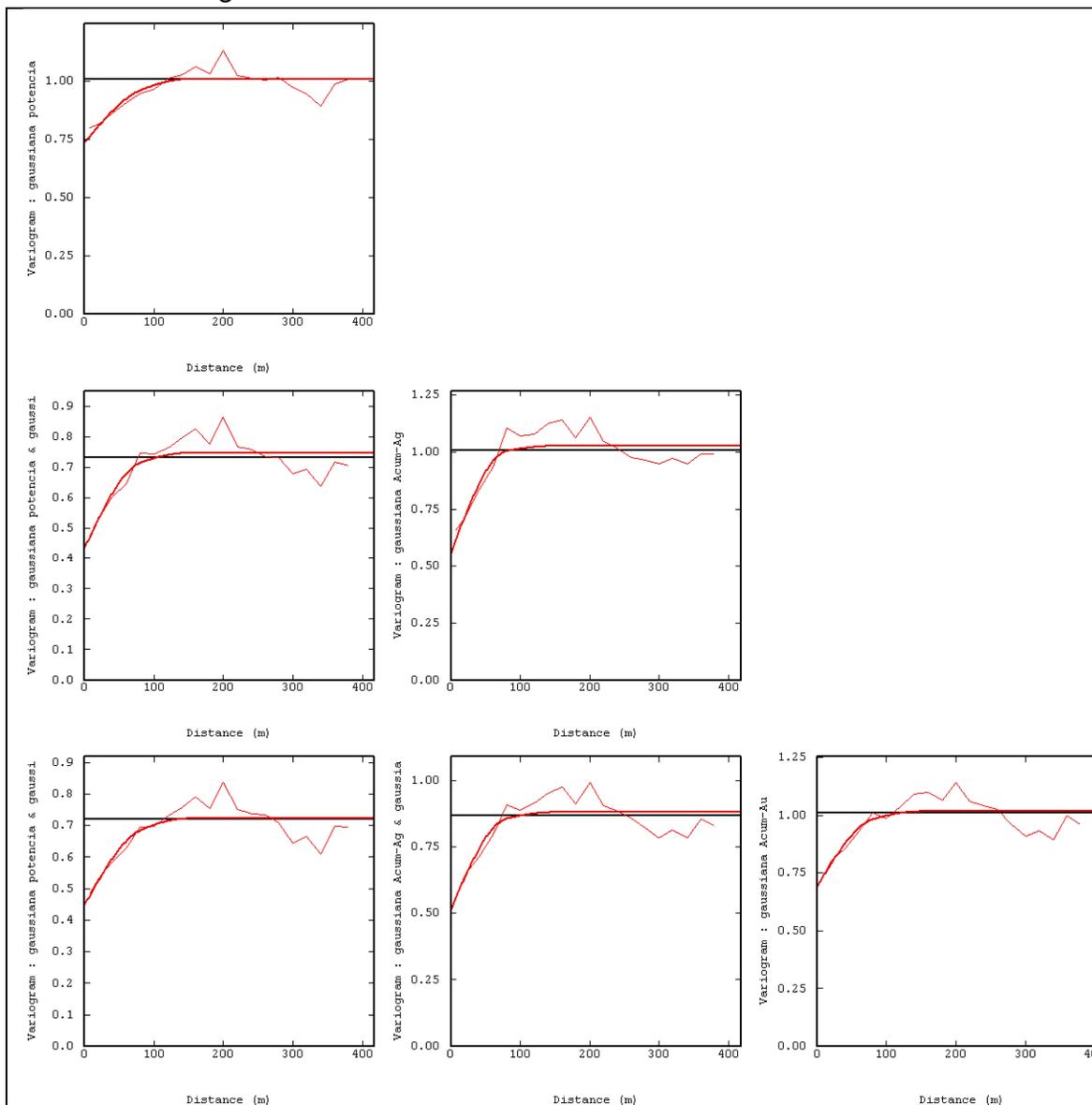
Direcciones diagonales



Variogramas omnidireccionales.



Modelo de variograma



9. Resultados.

9.1 Resultados Método Directo.

Se presentan los resultados de las 100 simulaciones realizadas y se compara con los resultados de kriging. Se reportan los tonelajes y los contenidos de Au y Ag en figura 47:

$$\bullet \text{ TONNAGE} = \text{Indicator Pin} \times \text{block dimension} \times \text{rock density}$$

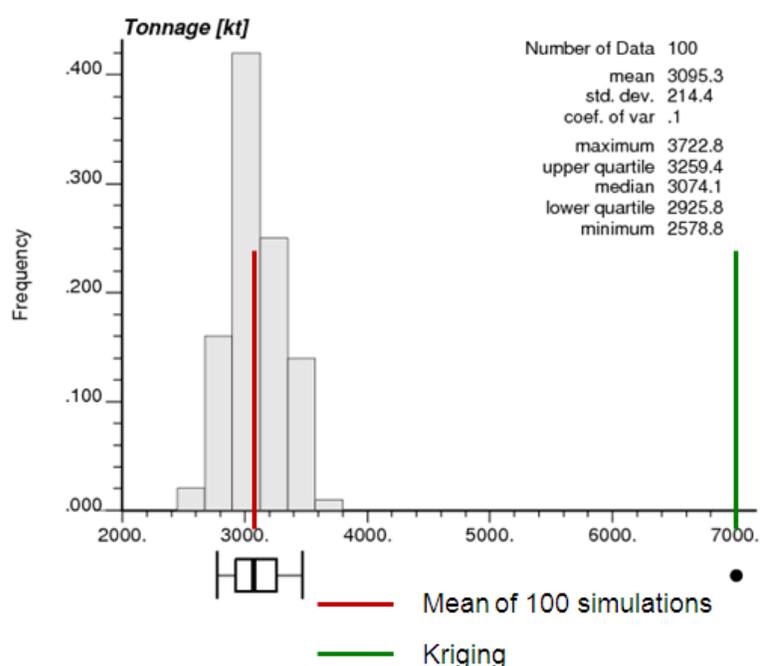


Figura 47: Reporte de Tonelaje de Recursos – Método Directo.

En el gráfico anterior se observa una importante sobre-estimación del tonelaje de recursos mediante el camino de estimaciones (kriging) respecto al camino mediante simulaciones.

Para complementar y analizar lo anterior, a continuación, se muestra comparaciones análogas para los contenidos de metal Au y Ag:

• METAL = Grade *final* × block dimension × rock density

— Mean of 100 simulations
— Kriging

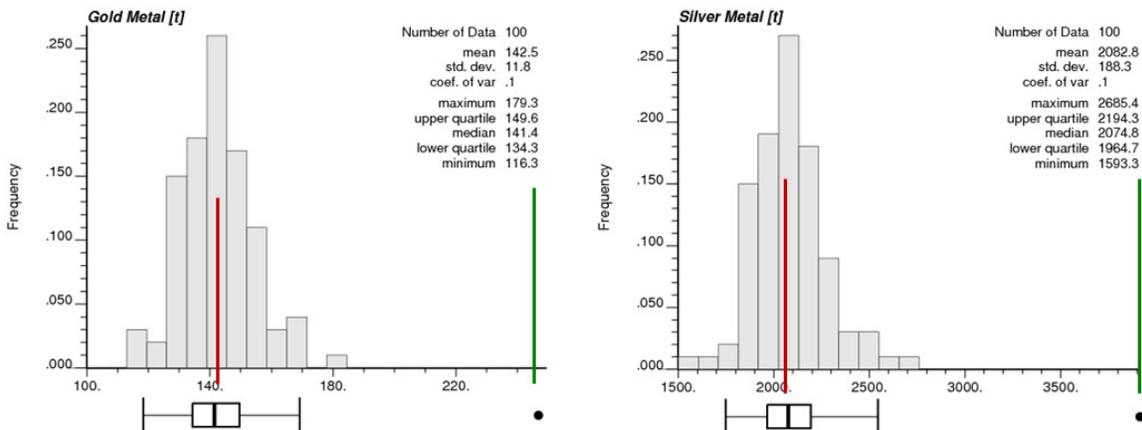


Figura 48: Reporte de contenidos de Au y Ag – Método Directo.

En figura 48 también se observa una importante sobre-estimación de los contenidos de metal Au y Ag mediante el camino de estimaciones respecto al camino mediante simulaciones. Incluso el valor estimado por kriging ni siquiera está en el rango de los 100 valores simulados

Para identificar el origen de estas importantes diferencias entre un camino y el otro, en figura 49 se presenta una comparación similar a las anteriores entre Estimaciones y Simulaciones, pero además agregando los datos de las muestras de modo de identificar la fuente de este sesgo:

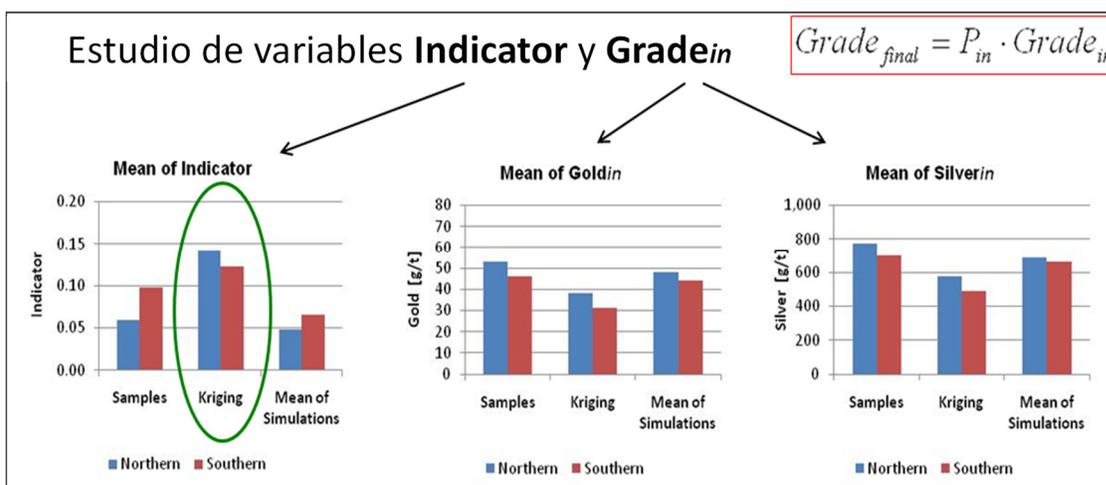


Figura 49: Comparación de Estimaciones y Simulaciones respecto a Muestras.

Si bien se observa diferencias entre las leyes de Au y Ag (gráficos de al medio y la derecha respectivamente), estas diferencias están en un orden de magnitud más aceptable, además de concluirse que la media de las Simulaciones es más similar a la media de las Muestras, respecto a las Estimaciones que tienden a sub-estimar las leyes de Au y Ag. Lo anterior aplica tanto al sector Norte y Sur modelados.

Además, se observa que las diferencias entre los sectores Norte y Sur se reproducen de buena forma tanto vía Estimación como Simulaciones, en tanto en todos los casos las leyes de Au y Ag son mayores en el sector Norte (columna en azul) en comparación al sector Sur (columna en rojo) tal como lo indican también las muestras de sondeos.

Sin embargo, las mayores diferencias se observan en el gráfico de la izquierda donde se presenta los volúmenes de la veta Estimada y Simulada respecto a las muestras de sondeos, en términos de la variable indicador 0 – 1.

Se observa una clara sobre-estimación del indicador mediante Estimaciones, en particular en el sector Norte (columnas en azul). Sin embargo, la conclusión es distinta en el sector Sur, debido a que las Simulaciones tienden a sub-estimar el volumen de veta en este sector, y si bien mediante Estimaciones también se sobre-estima este sector, la media tiende a parecerse un poco más a las muestras de sondeos en comparación a las Simulaciones que sub-estiman.

9.2 Resultados Método Indirecto.

Se presentan los resultados de las 100 simulaciones realizadas y se compara con los resultados de Kriging. Se reportan los tonelajes y los contenidos de Au y Ag.

$$\bullet \text{ TONNAGE} = \text{thickness} \times \text{block dimension} \times \text{rock density}$$

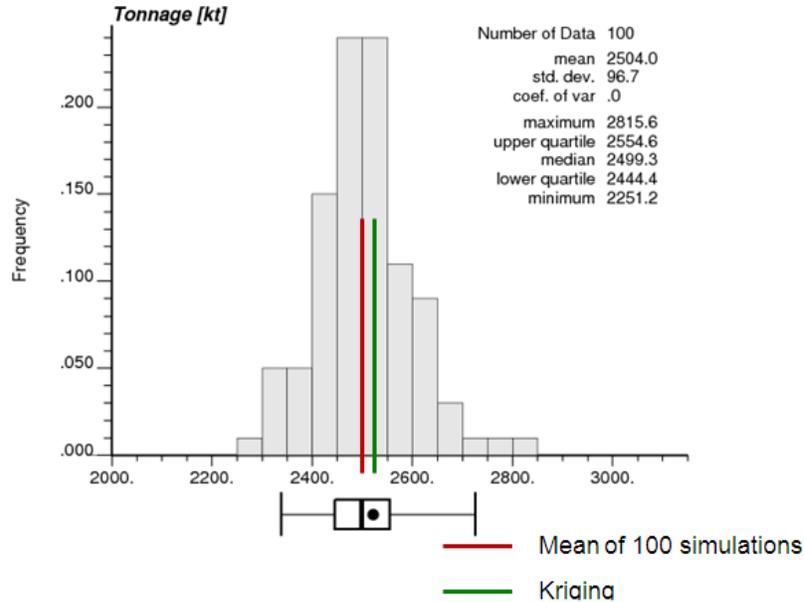


Figura 50: Reporte de Tonelaje de Recursos – Método Indirecto.

En figura 50, y a diferencia de los resultados observados con el Método Directo, se observa bastante similitud en el tonelaje de Recursos mediante el camino de Estimaciones respecto al camino mediante Simulaciones.

Para complementar y analizar lo anterior, en figura 51 se muestra comparaciones análogas para los contenidos de metal Au y Ag:

• METAL = accumulation × block dimension × rock density

— Mean of 100 simulations
— Kriging

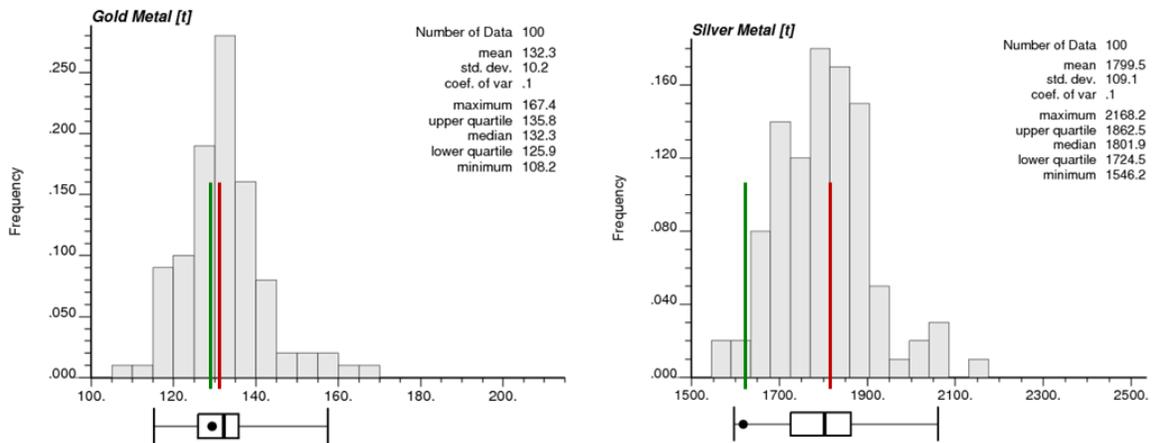


Figura 51: Reporte de contenidos de Au y Ag – Método Indirecto.

En el gráfico anterior y a diferencia de los resultados observados con el Método Directo, se observa bastante similitud en los contenidos de Au obtenidos mediante el camino de Estimaciones respecto al camino mediante Simulaciones.

Además, si bien en el caso de Ag se observa una mayor diferencia con el camino de Estimaciones, sub-estimando los resultados respecto a las Simulaciones, esta diferencia es mucho menor en magnitud que lo observado con el Método Directo.

Finalmente, notando que con el Método Indirecto el tonelaje de Recursos mediante Estimaciones es levemente superior al modelado mediante Simulaciones, pero que a su vez los contenidos de Au y Ag son menores mediante Estimaciones, se concluye que al igual que lo observado con el Método Directo, las leyes de Au y Ag tienden en promedio a ser sub-estimadas por el camino de Estimaciones.

9.3. Resultados Método Directo vs Indirecto.

En la figura 52 se presenta los mismos resultados anteriores integrando los resultados de ambos métodos, pero además en cada reporte se iguala las escalas de los gráficos para observar en correcta proporción las diferencias observadas entre:

A) Método Directo e Indirecto.

B) Camino vía Estimaciones vs Simulaciones

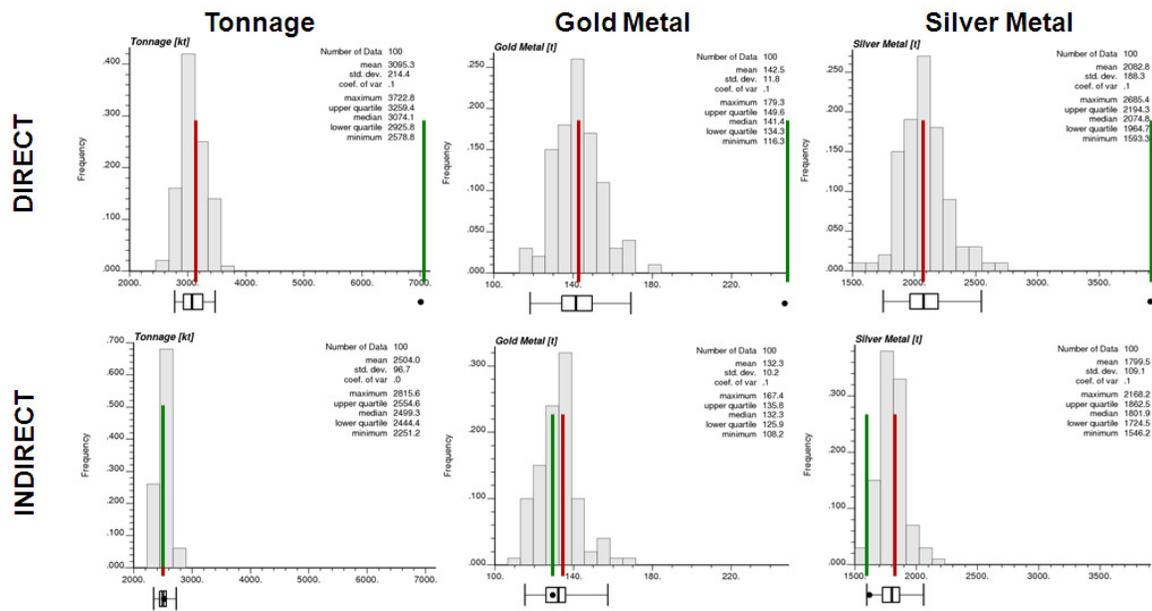


Figura 52: Integración y Comparación de Resultados.

Respecto a A) se observa que el Método Indirecto muestra resultados más robustos debido a la similitud de los resultados obtenidos entre Kriging y Simulaciones.

Respecto a B) se observa que los resultados de las Simulaciones son más robustos, debido a que son similares al comparar los métodos Directo e Indirecto. También son más informativos, dado que, además de un valor promedio, entregan un rango de toneladas y contenidos de metal.

Como ya se mencionó, todo lo anterior se debe fundamentalmente a la sobreestimación del volumen de la veta mediante Estimaciones con el Método Directo

debido a una importante sobre-estimación de la variable indicador, la cual se puede explicar por la no-estacionaridad de dicha variable (la veta solo se presenta en el centro de la zona estudiada, mientras que el kriging de indicadores supone que dicha veta tiene la misma probabilidad de ocurrencia a priori en toda esta zona).

De todos modos, respecto al modelamiento de las leyes de Au y Ag también se observó que mediante Estimaciones se tiende a tener un sesgo debido a una sub-estimación de las leyes respectivas.

10. Discusiones.

10.1 Discusiones Método Directo.

En base a los antecedentes recopilados para el presente trabajo de Tesis, y también considerando el desarrollo de este trabajo y los resultados obtenidos, se puede mencionar algunas claras desventajas del Método Directo:

En la etapa de modelamiento de la veta:

- Sobre-estimación de la variable indicador mediante la aplicación del kriging de Indicadores debido a los problemas de extrapolación que genera la condición de no estacionaridad en la dirección de la potencia de la veta, es decir, en las muestras de sondajes se tiene alta variabilidad en distancias pequeñas debido a la particular geometría de este tipo de mineralización.
- Sumado a lo anterior, la necesidad de discretizar la veta en bloques pequeños también genera complicaciones debido por ejemplo a la mayor magnitud del efecto pepita al trabajar con soportes menores (compósitos de largo menor o igual al tamaño de bloques).

En la etapa de modelamiento de las leyes de Au y Ag:

- La estrechez de la veta también genera problemas en esta etapa, en especial en el estudio variográfico debido a la alta variabilidad en distancias cortas en la dirección de potencia de la veta.
- Los valores extremos de ley también dificultan los estudios variográficos debido a la erraticidad de algunos variogramas experimentales, y a la dificultad de modelar adecuadamente los recursos de alta ley en un depósito de metales preciosos.

En relación a esto último, si bien la técnica de deducir los variogramas desde el correlograma permite obtener variogramas más regulares, de todos modos se observa valores altos del efecto pepita en la dirección de la potencia de la veta.

Estimación versus Simulación en Método Directo.

En la etapa de modelamiento de la veta:

La importante sobre-estimación observada por el kriging de indicador es una clara desventaja del camino de estimaciones, debido a que asumir el cumplimiento de la hipótesis de estacionaridad en este caso es inadecuado, en particular en la dirección de potencia de la veta. Se observa una alta extrapolación de la estimación del indicador, lo que incrementa excesivamente el volumen de la veta modelada.

En la etapa de modelamiento de las leyes de Au y Ag:

Se observa un fuerte suavizamiento producido por una técnica como el kriging, en especial impidiendo una correcta estimación de las altas leyes de Au y Ag, lo que a su vez conlleva una sub-estimación de las leyes medias respectivas.

En este sentido, las simulaciones son una mejor herramienta, en particular porque trabajan sobre datos transformados (gaussianos) que exhiben una mejor continuidad espacial.

10.2 Discusiones Método Indirecto.

En base a los antecedentes recopilados para el presente trabajo de Tesis, y también considerando el desarrollo de este trabajo y los resultados obtenidos, se puede mencionar algunas claras desventajas del Método Indirecto:

- Geometrías complejas en un sistema de mineralización vetiforme pueden dificultar la aplicación de este método debido a la problemática en definir uno o más planos de referencia. Se propone para trabajos futuros investigar la posibilidad de trabajar con superficies más complejas que una superficie planar y/o investigar opciones con geometrías no euclidianas tales como la geometría hiperbólica o la geometría elíptica.
- En caso de no contar con sondajes con una orientación ortogonal al plano principal de la veta, la transformación a potencia y acumulación involucra mayor incertidumbre. En el caso de estudio presentado la base de datos si incluye este tipo de sondajes. Se recomienda como trabajo futuro investigar la opción de darle mayor peso en la estimación y simulación a los datos asociados a este tipo de sondajes.
- Se requiere un gran número de sondajes debido a que cada sondaje se transforma en un solo dato de potencia y acumulación. En el caso de estudio desarrollado, se contaba con un total de 24729 muestras de 374 sondajes. Es decir, con el método indirecto se realizó la geoestadística de potencia y acumulación con solo el equivalente a un 1.5% del total de datos disponibles para el método directo.
- El hecho que este método indirecto no genere un modelo 3D es una clara desventaja para seguir desarrollando estudios posteriores de ingeniería de minas para evaluar las opciones de explotación minera de los recursos geológicos modelados en la veta.

Sin embargo, soslayando en la medida de lo posible las desventajas mencionadas, el método indirecto tiene claras ventajas especialmente para modelar el volumen de la veta en cuanto a su potencia, además de aliviar las dificultades geoestadísticas descritas para el método directo debido a que el método indirecto trabaja con las variables regularizadas de potencia y acumulación.

Estimación versus Simulación en Método Indirecto.

A diferencia de lo observado en el método directo, con el método indirecto se observa resultados bastante similares entre el camino de Estimaciones y el de Simulaciones, lo que permite concluir una mayor robustez de los resultados de este método debido al trabajo con las variables regularizadas de potencia y acumulación, con las ventajas que esto conlleva y que ya han sido mencionadas para las etapas de modelamiento geoestadístico.

11. Conclusiones.

Se ha presentado la evaluación de los recursos minerales de un depósito tipo veta mediante la aplicación de técnicas multivariantes, considerando los métodos directo e indirecto de modelamiento de estos depósitos. Se concluye que las técnicas de estimación multivariantes son perfectamente aplicables en este tipo de depósitos al utilizar cualquiera de los dos métodos estudiados.

Las principales desventajas del método indirecto responden al tema geométrico. Dado que con este método se reduce el problema a dos dimensiones, en caso de disponerse de una veta con una geometría más compleja, con sinuosidades o con apertura en dos o más ramas paralelas, el modelamiento en dos dimensiones se complica, y se hace difícil caracterizar adecuadamente la veta en estudio. Además, el hecho de disponerse de una proporción importante de sondajes sub-verticales, agrega mayor incertidumbre a los datos de potencia y acumulación proyectados, debido a que estos datos son proyectados en una dirección más bien sub-horizontal (cuando la veta es sub-vertical, la normal al plano principal de la veta es sub-horizontal).

Por otra parte, la aplicación del método indirecto requiere de una gran cantidad de sondajes de exploración, debido a que cada sondaje se traduce en un solo dato de potencia y acumulación. Obviamente, para realizar un estudio geoestadístico confiable se requiere de una cantidad suficiente de datos. Se concluye que el método indirecto es más robusto debido a la similitud de resultados aplicando el método vía Estimaciones y vía Simulaciones.

Por contrapartida, se corrobora que las principales desventajas del método directo están asociadas a la presencia de altas leyes extremas y a la potencia estrecha de la veta. Ambos temas se traducen en problemas en la etapa de estudio variográfico, en particular con la caracterización de la variabilidad espacial de la ley en la dirección de la potencia de la veta. El método indirecto minimiza estos problemas debido al trabajo con acumulaciones en vez de leyes, y a la reducción del problema en dos dimensiones, simplificando la dirección de la potencia de la veta.

En una etapa de evaluación preliminar de un depósito tipo veta se recomienda utilizar el método indirecto, dado que el trabajo con acumulaciones en vez de leyes minimiza los problemas asociados a las altas leyes extremas, evitándose la necesidad de incurrir en correcciones de estos datos extremos, o en algún tipo de manejo especial de estos datos, bajo el riesgo de estimar con sesgo el potencial del depósito. Por otra parte, con el método directo se puede buscar caracterizar

geometrías más complejas, que podrían simplificarse excesivamente con el uso del método indirecto, pensando en una etapa de diseño minero, donde podría en algunos casos convenir explotar por separado diferentes ramas de una veta (algo que el método indirecto no describe).

Respecto a la aplicación de Simulaciones, se concluye que es una interesante alternativa en el modelamiento de vetas tanto con el método directo como indirecto.

En el caso del método indirecto, se observa resultados bastante similares entre las Simulaciones y las Estimaciones, permitiendo los escenarios simulados complementar además el modelamiento de recursos con una caracterización de la incertidumbre geológica con estudios propios que permiten las simulaciones condicionales aplicadas a geoestadística.

En el caso del método directo, se observa que las simulaciones gaussianas truncadas en la etapa de modelamiento de la veta entregan resultados más realistas que el kriging de indicadores, el cual sobre-estimó notablemente el volumen de la veta. Lo anterior es concluyente en términos de la cuantificación global del tamaño de la veta, pero se recomienda trabajos futuros más específicos para evaluar la conveniencia de las simulaciones gaussianas truncadas a una escala más local debido a que en ciertos escenarios se observó erraticidad en la geometría de la veta generada por estas simulaciones.

Finalmente, y considerando las distintas dificultades que presenta el modelamiento de los recursos de un depósito tipo veta debido a su geometría, variabilidad espacial en corta distancia y valores de ley extremos que hacen poco plausible asumir el cumplimiento de la hipótesis de estacionaridad, y al mismo tiempo entendiendo que el resultado final esperable de una etapa de modelamiento geológico y de recursos es un modelo realista en tres dimensiones que permita avanzar en las siguientes etapas de ingeniería de un proyecto minero, se propone utilizar los métodos y técnicas mostrados en la presente Tesis y que mostraron mejores resultados y aplicabilidad, como una referencia para una última etapa de modelamiento geológico implícito más tradicional, pero que a su vez esta última etapa se desarrolle no solo teniendo a la vista los resultados de las herramientas propuestas, sino que además condicionando el modelamiento implícito a estos mismos resultados.

En el siguiente esquema se deja propuesto un árbol de decisiones para mostrar la propuesta anterior de modo más explícito:

ARBOL DE DECISIONES PARA DEFINIR MEJORES METODOLOGIAS DE MODELAMIENTO DE LOS RECURSOS EN DEPOSITOS TIPO VETA

desde Base de Datos a Ingenierías posteriores



LEYENDAS

- Decisiones
- Método Indirecto aplicado en esta Tesis
- Método Directo aplicado en esta Tesis
- MétodoS no aplicados en esta Tesis, pero tradicionales en la industria

Bibliografía

- [1] Bertoli O., Job M., Vann J., Dunham S., 2003. Two-Dimensional Geostatistical Methods. Theory, Practice and a Case Study from the 1A Shoot Nickel Deposit, Leinster, Western Australia. In: 5th International Mining Geology Conference, 8 p.
- [2] Dagbert M., 2001. Comments on "The estimation of mineralized veins: a comparative study of direct and indirect approaches". Exploration and Mining Geology 10(3), pp. 243-244
- [3] Deutsch C., 1989. Mineral inventory estimation in vein type gold deposits: case study of the Eastman deposit. CIM Bulletin 930(82), pp. 62-67
- [4] Dowd PA., Milton DW., 1987. Geostatistical estimation of a section of the Perseverance nickel deposit. In: Matheron G., Armstrong M., eds., Geostatistical Case Studies. Reidel, Dordrecht, pp. 39-67.
- [5] Dominy SC., Johansen GF., Cuffley BW., Platten IM., Annels AE., 2000. Estimation and reporting of mineral resources for coarse gold-bearing veins. Exploration and Mining Geology 9(1), pp. 13-42
- [6] Dominy SC., Stephenson, PR., Annels AE., 2001. Classification and reporting of mineral resources for high-nugget effect gold vein deposits. Exploration and Mining Geology 10(3), pp. 215-233
- [7] Dominy SC., 2002. Author's reply to "Comments on classification and reporting of mineral resources for high-nugget effect gold vein deposits" by M. Vallee. Exploration and Mining Geology 11(1-4), pp. 119-124.
- [8] Dominy SC., Annels AE., Camm GS., Cuffley BW, Hidkinson IP., 1999. Resource evaluation of narrow gold-bearing veins: problems and methods of grade estimation. Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy (Section A: Mining Industry) 108, pp. A52-70.
- [9] Duke JH., Hanna PJ., 2001. Geological interpretation for resource modelling and estimation. In: Edwards AC., ed., Mineral resource and ore reserve estimation. The AusIMM Guide to good practice. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp. 147-156.

- [10] Fytas K., N.E. Chaouai and M. Lavigne, 1990. Gold deposits estimation using indicator kriging. *CIM Bulletin*, 934, p. 77-83
- [11] Journel A.G. and Isaaks E.H., Conditional indicator simulation: application to a Saskatchewan uranium deposit, *Mathematical Geology* 16 (7) (1984), pp. 685–718
- [12] Marcotte D., Boucher A., 2001. The estimation of mineralized veins: a comparative study of direct and indirect approaches. *Exploration and Mining Geology* 10(3), pp. 235-242
- [13] Marcotte D., Boucher A., 2001. Author's reply to comments on "The estimation of mineralized veins: a comparative study of direct and indirect approaches". *Exploration and Mining Geology* 10(3), pp. 245-247
- [14] Rivoirard J., 1988. Quelques modèles de corégionalisation de puissances et accumulations (Some coregionalization models for thicknesses and accumulations). Internal report N54/88/G, Centre de Géostatistique, Ecole des Mines de Paris, 22 p.
- [15] Rivoirard J., 1991. Modèles factorisés de puissances de veines et changement de support (Factorized models for vein thicknesses and change of support). *Sciences de la Terre* 30, pp. 173-188.
- [16] Roth C., Armstrong M., 1998. Estimating the geometry of conjugate veins. *Exploration and Mining Geology* 7(4), pp. 333-339
- [17] Roy W., Butt SD., Frempong PK., 2004. Geostatistical resource estimation for the Poura narrow-vein gold deposit. *CIM Bulletin* 97(1077), pp. 47-51.
- [18] Sulistyana W., 2004. Gold vein modeling using two stage indicator kriging. In: 13th International Symposium on Mine Planning and Equipment Selection.
- [19] Vallée M., 2002. Comments on "Classification and reporting of mineral resources for high-nugget effect gold vein deposits" by SC Dominy, PR Stephenson and AE Annels. *Exploration and Mining Geology* 11(1-4), pp. 113-117.

- [20] Vann J., Guibal D., 2001. Beyond ordinary kriging - an overview of non-linear estimation. In: Edwards AC., ed., Mineral resource and ore reserve estimation - The AusIMM Guide to good practice. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Melbourne, pp. 249-256.

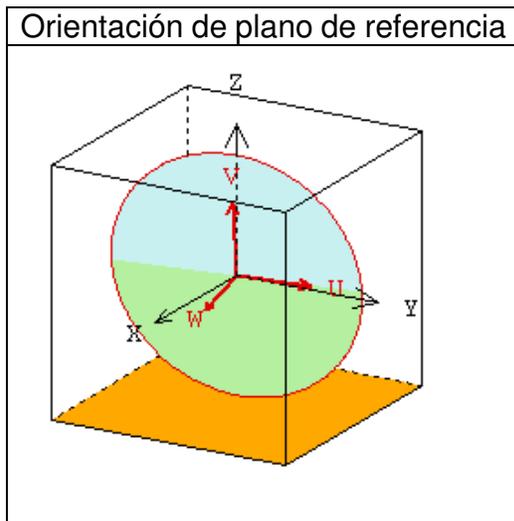
Anexos.

Anexos A.

Estudio Variográfico - Sector Sur.

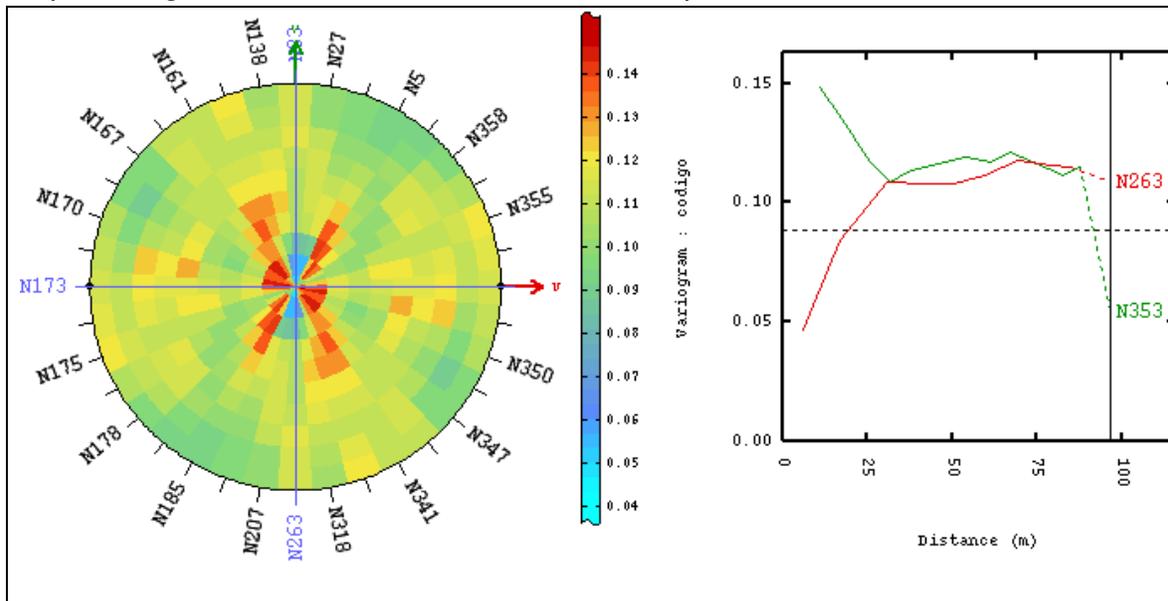
Se sigue una metodología análoga al sector norte:

Los mapas variográficos se orientaron según el plano principal definido para la veta en el sector SUR:

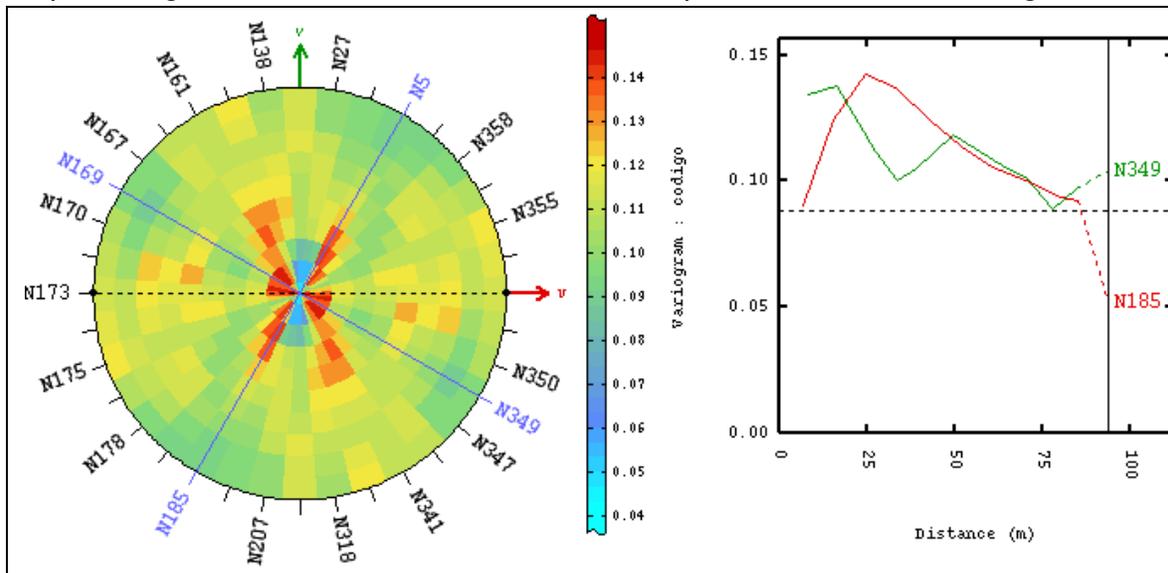


Dirección U : azimut -7.38°
Dirección V : dip 83°
Dirección W : potencia de la veta

Mapa variografico UV del indicador de veta comparando horizontal con vertical

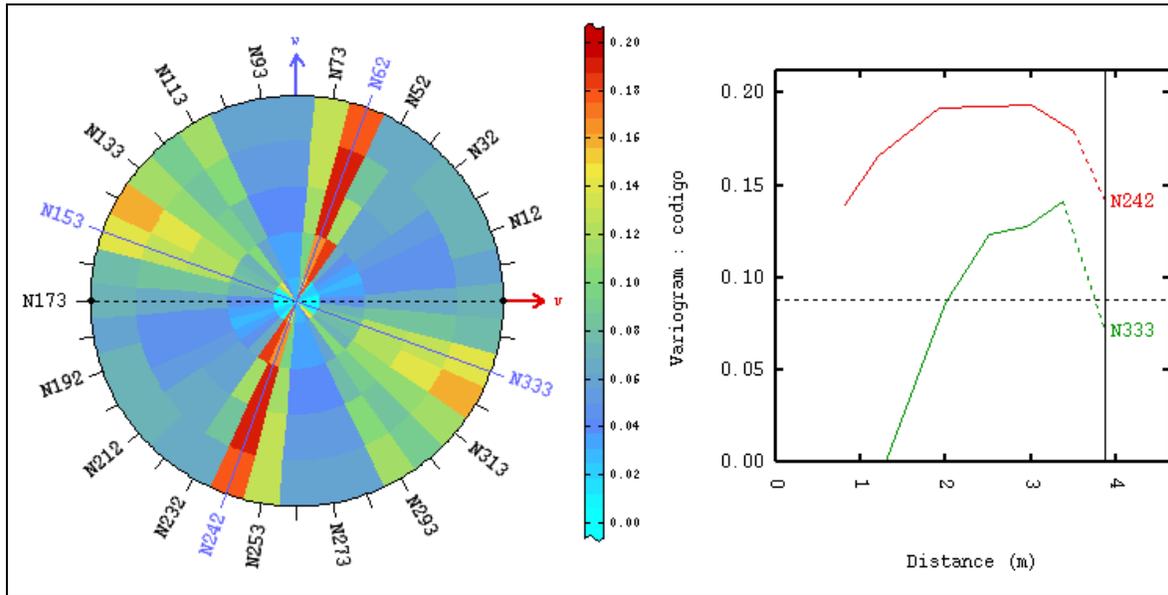


Mapa variografico UV del indicador de veta comparando direcciones diagonales.



Se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 40 metros) que entre las direcciones diagonales. Se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V.

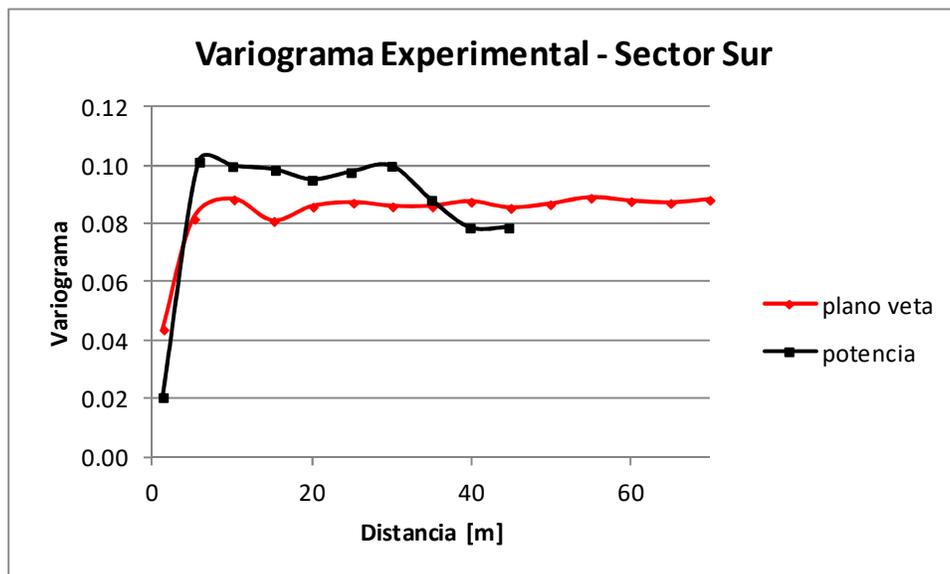
Mapa variográfico UW del indicador de veta, comparando Az -7.38° con potencia (a pequeña escala)



Finalmente, se opta por desarrollar los variogramas deduciéndolos de los correlogramas. En las siguientes tablas se muestra los datos en detalle, considerando la varianza del indicador = 0.088124.

CORRELOGRAMAS => VARIOGRAMAS							
Plano Veta			Potencia				
N° Paso	Correlog codigo	Variog codigo	N° Paso	Correlog codigo	Variog codigo		
0	1.0000	0.000000	0	1.0000	0.000000		
1	0.5044	0.043675	1	0.7671	0.020524		
2	0.0748	0.081532	2	-	0.1477	0.101141	
3	-	0.0011	0.088218	3	-	0.1301	0.099592
4	0.0831	0.080803	4	-	0.1158	0.098326	
5	0.0276	0.085696	5	-	0.0772	0.094925	
6	0.0123	0.087043	6	-	0.1066	0.097522	
7	0.0264	0.085800	7	-	0.1308	0.099653	
8	0.0265	0.085791	8		0.0009	0.088046	
9	0.0084	0.087383	9		0.1082	0.078586	
10	0.0324	0.085266	10		0.1082	0.078586	
11	0.0183	0.086511					
12	-	0.0068	0.088725				
13		0.0062	0.087577				
14		0.0131	0.086970				
15		0.0008	0.088054				

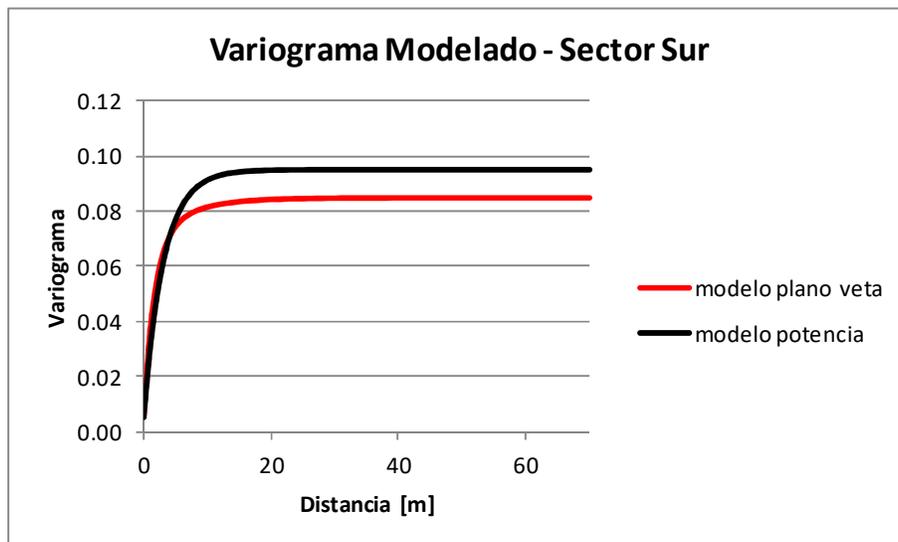
Gráficamente se tiene los siguientes variogramas experimentales:



Se decide modelar estos variogramas en base a modelos exponenciales anidados.
 Los modelos de variogramas obtenidos son los siguientes:

$$\text{variog (h)} = \begin{array}{|c|} \hline \text{pepita} \\ \hline 0.005 \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{meseta} & \text{alcances [m]} \\ \hline 0.063 & \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 5 \\ \hline 10 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{meseta} & \text{alcances [m]} \\ \hline 0.017 & \begin{array}{|c|} \hline 18 \\ \hline 18 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \text{meseta} & \text{alcances [m]} \\ \hline 0.01 & \begin{array}{|c|} \hline \text{inf} \\ \hline \text{inf} \\ \hline 8 \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{l} x \\ y \\ z \end{array}$$

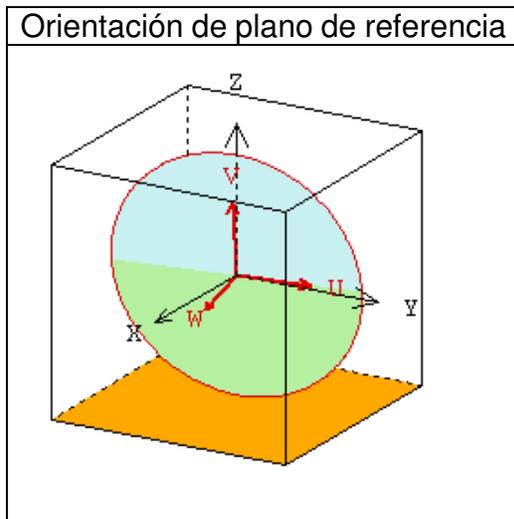
Gráficamente se tiene los siguientes variogramas modelados:



Anexos B.

Estudio Variográfico - Sector Sur.

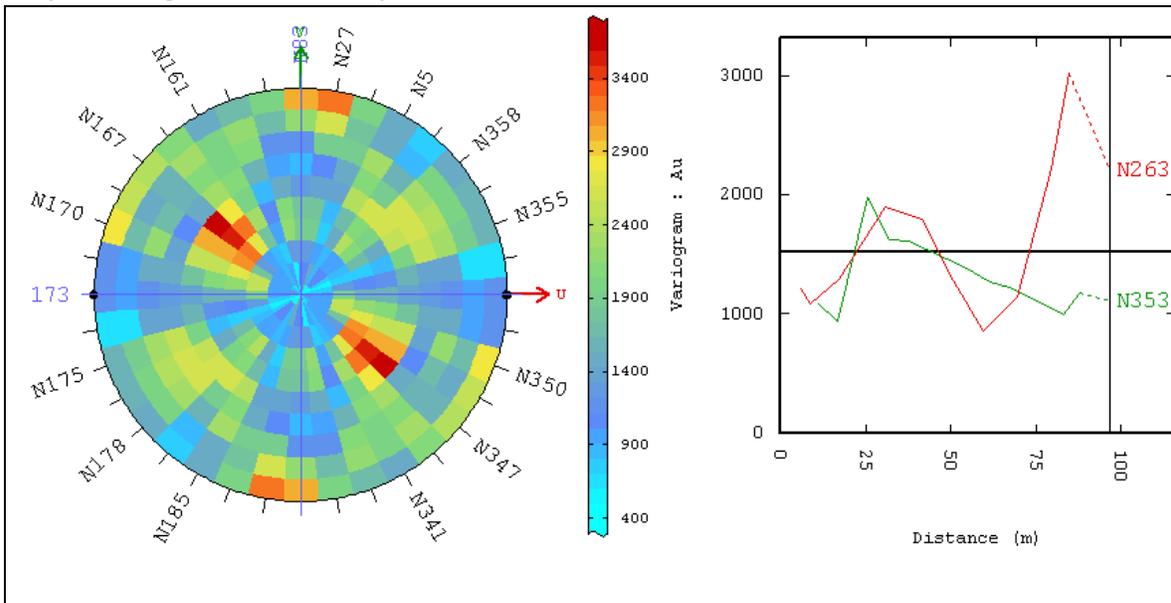
Los mapas variográficos se orientaron según el plano principal definido para la veta en el sector SUR:



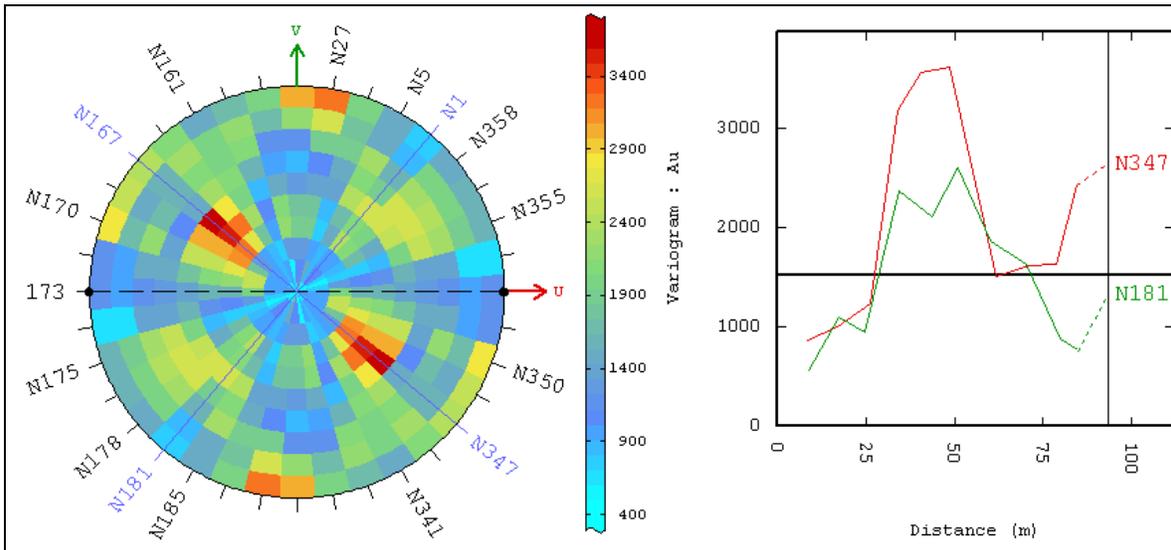
Dirección U : Azimut -7.38°
Dirección V : Dip 83°
Dirección W : potencia de la veta

MAPAS VARIOGRAFICOS AU.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical



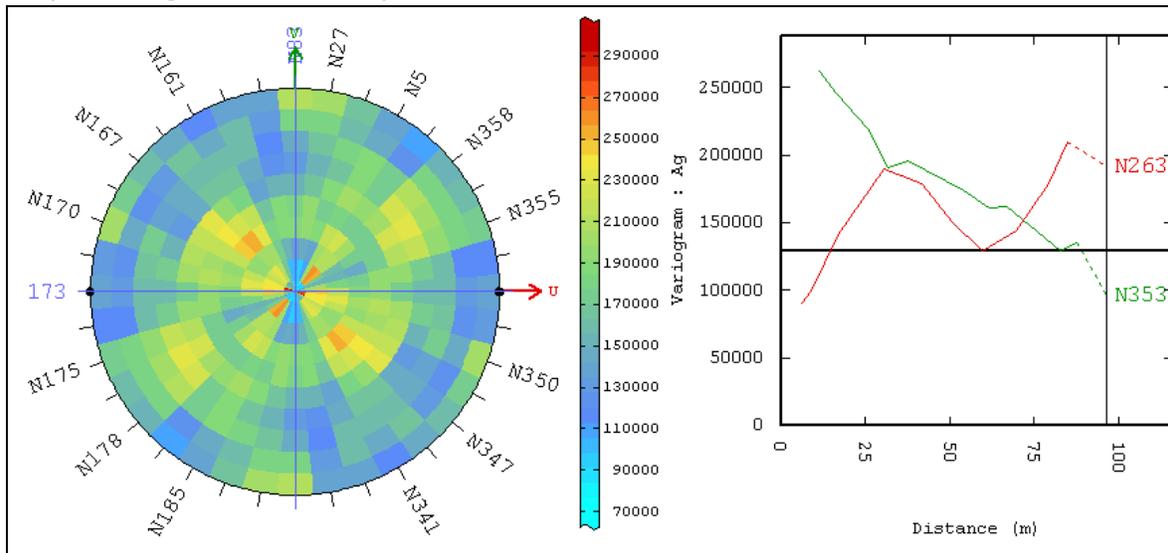
Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



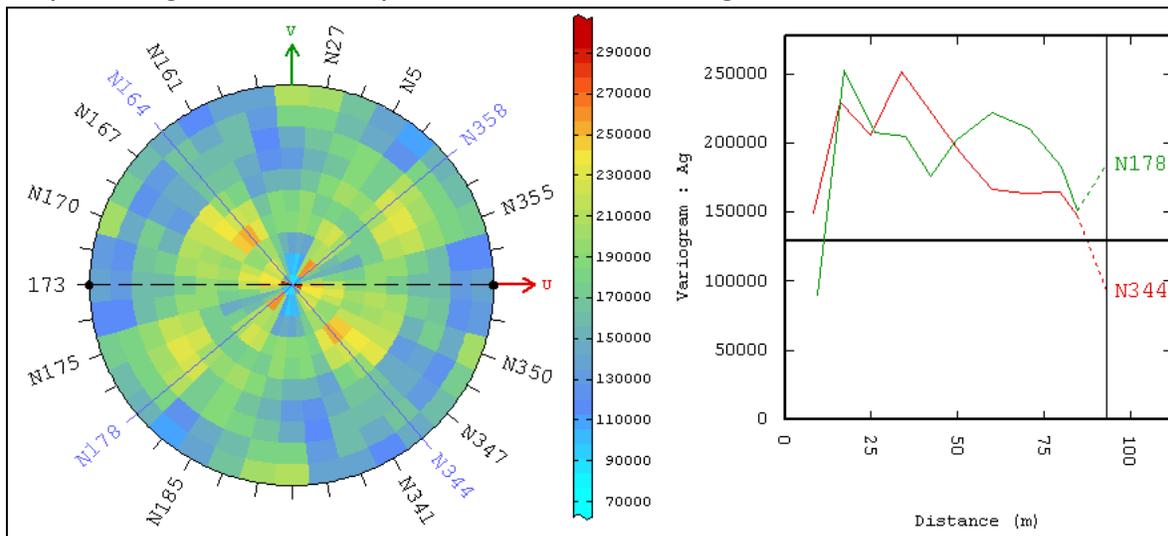
No se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 35 metros) ni tampoco entre las direcciones diagonales. De todos modos, se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V, aunque todo indica que se podría calcular un variograma omnidireccional en el plano de la veta.

MAPAS VARIOGRAFICOS AG.

Mapa variográfico UV comparando horizontal con vertical

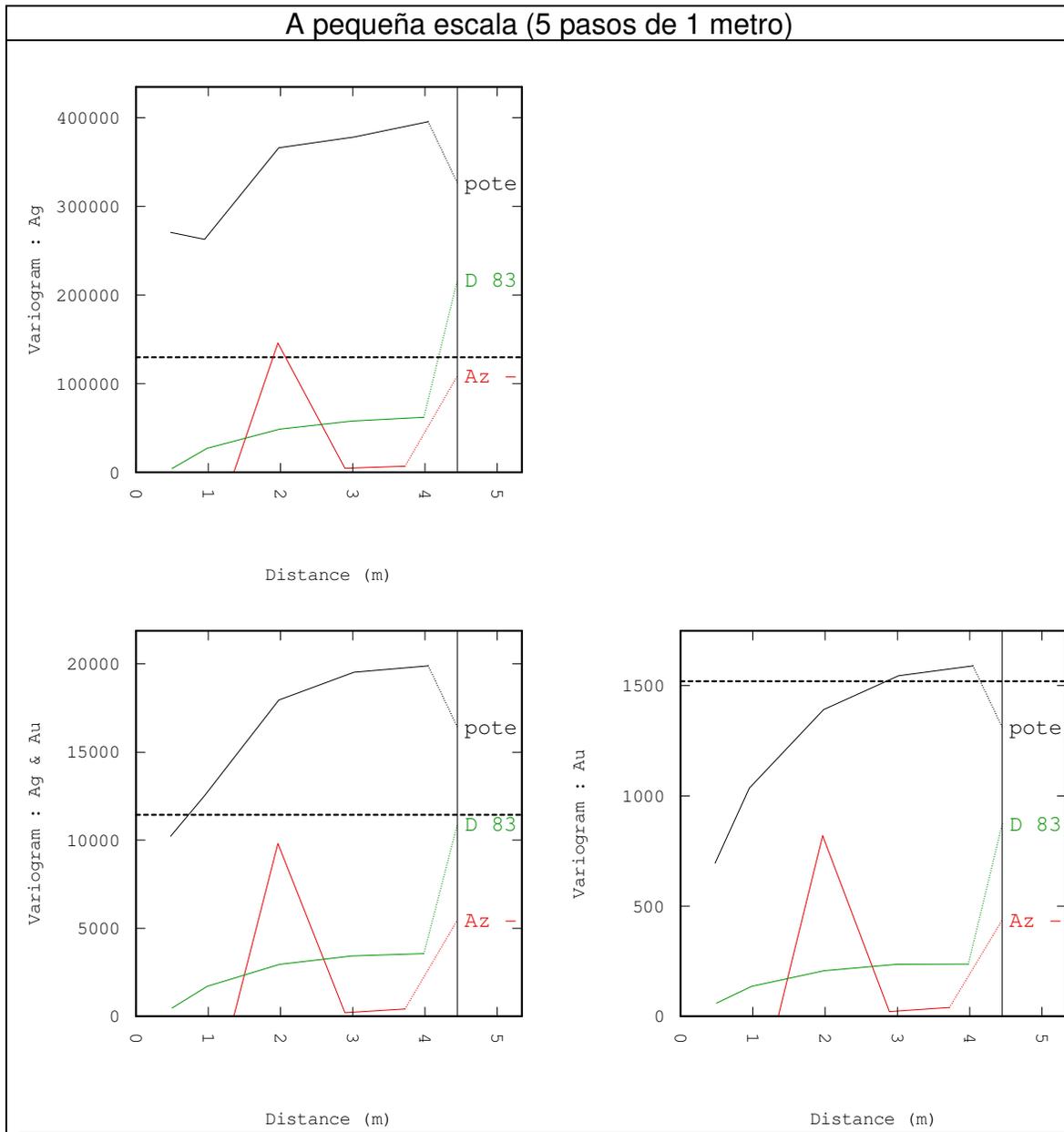


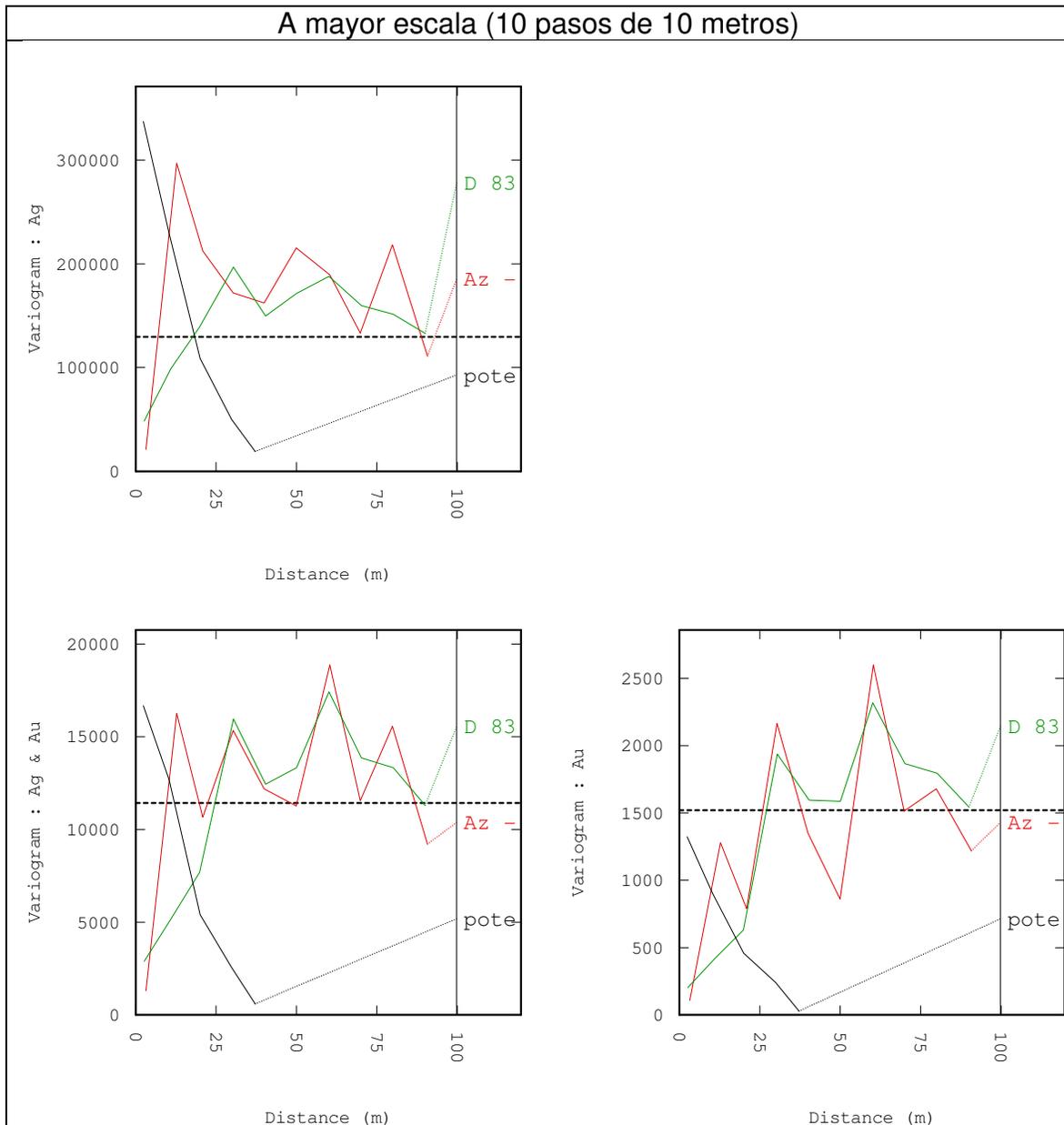
Mapa variográfico UV comparando direcciones diagonales.



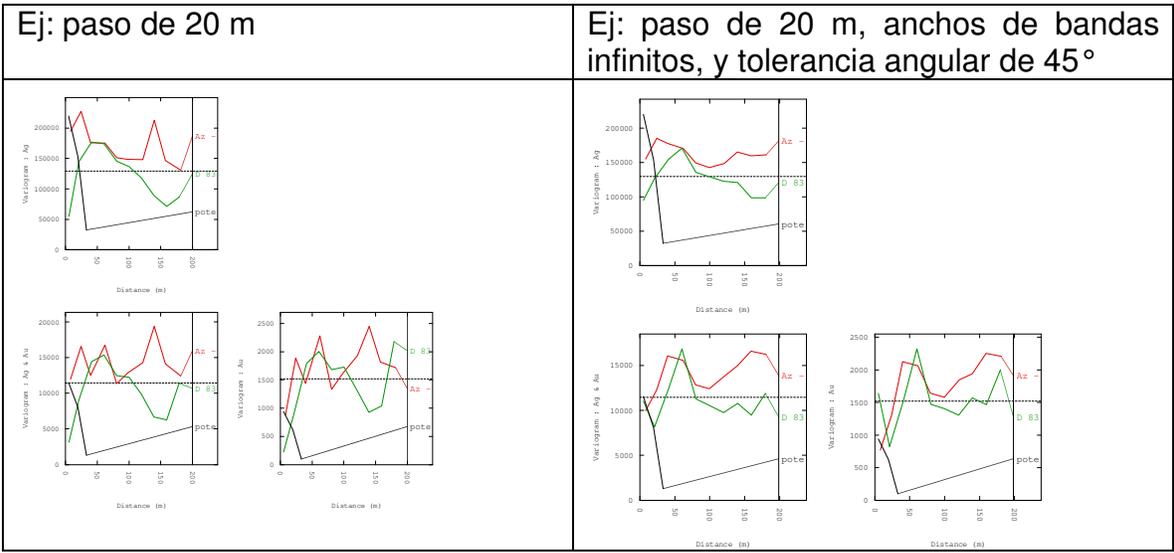
Se observa mayores diferencias entre las direcciones U y V (especialmente para distancias menores a 30 metros) que entre las direcciones diagonales. Se probará calculando los variogramas experimentales en las direcciones U y V.

VARIOGRAMAS EXPERIMENTALES DIRECTOS Y CRUZADOS DE AU Y AG.



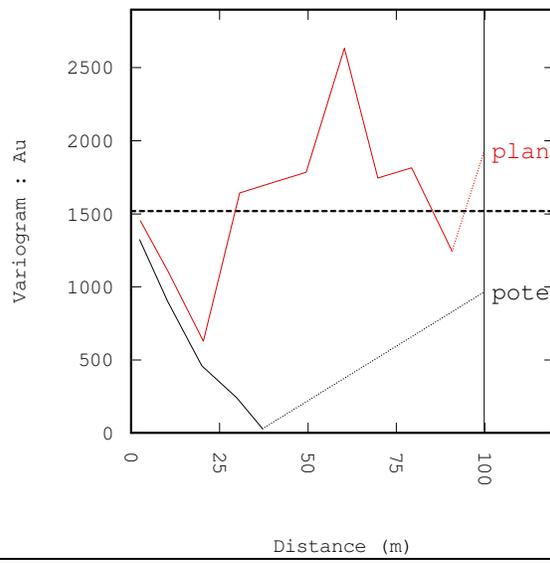
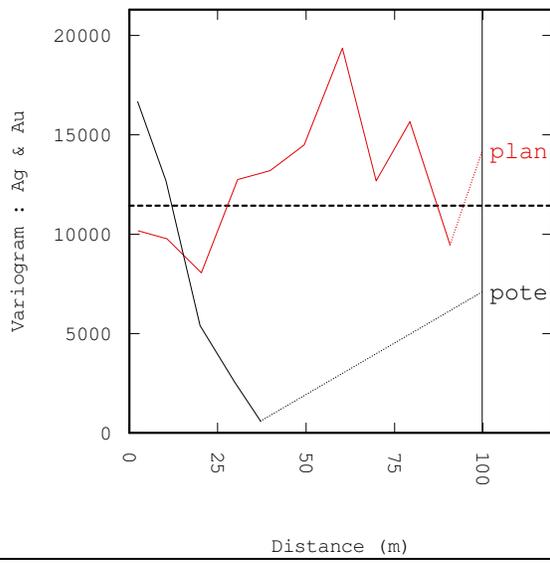
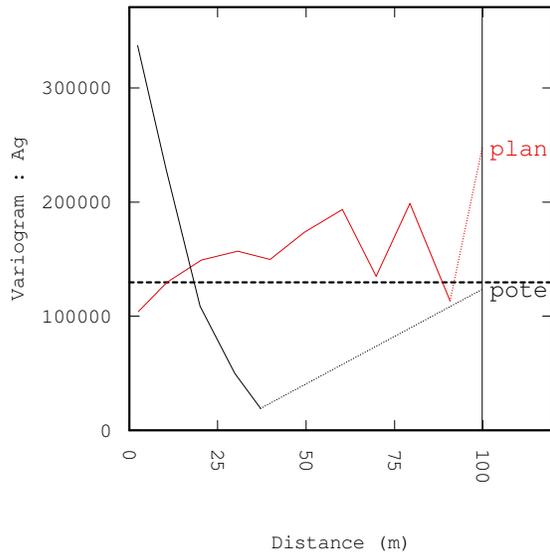


Para pasos mayores, se vuelve complicado interpretar el comportamiento de los variogramas a distancias menores y en el origen (especialmente con el Au), a pesar que efectivamente se minimiza la ciclicidad de la dirección Az -7.38° .

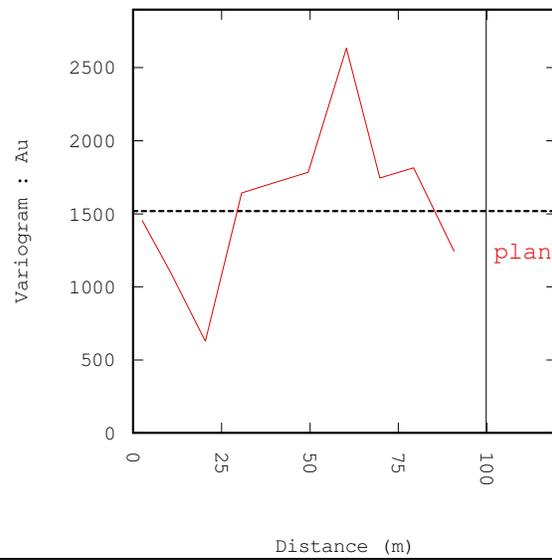
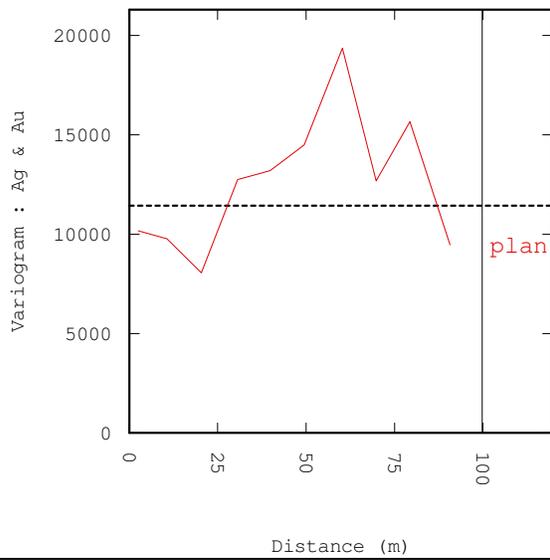
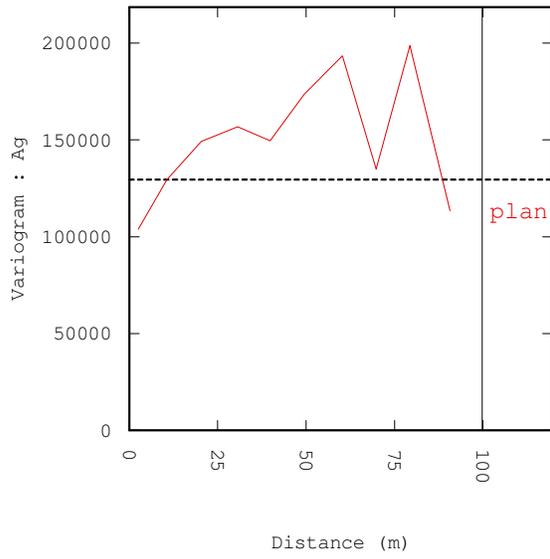


La lectura del efecto pepita para el variograma de Ag se complica. Se propone un variograma omnidireccional en el plano de la veta.

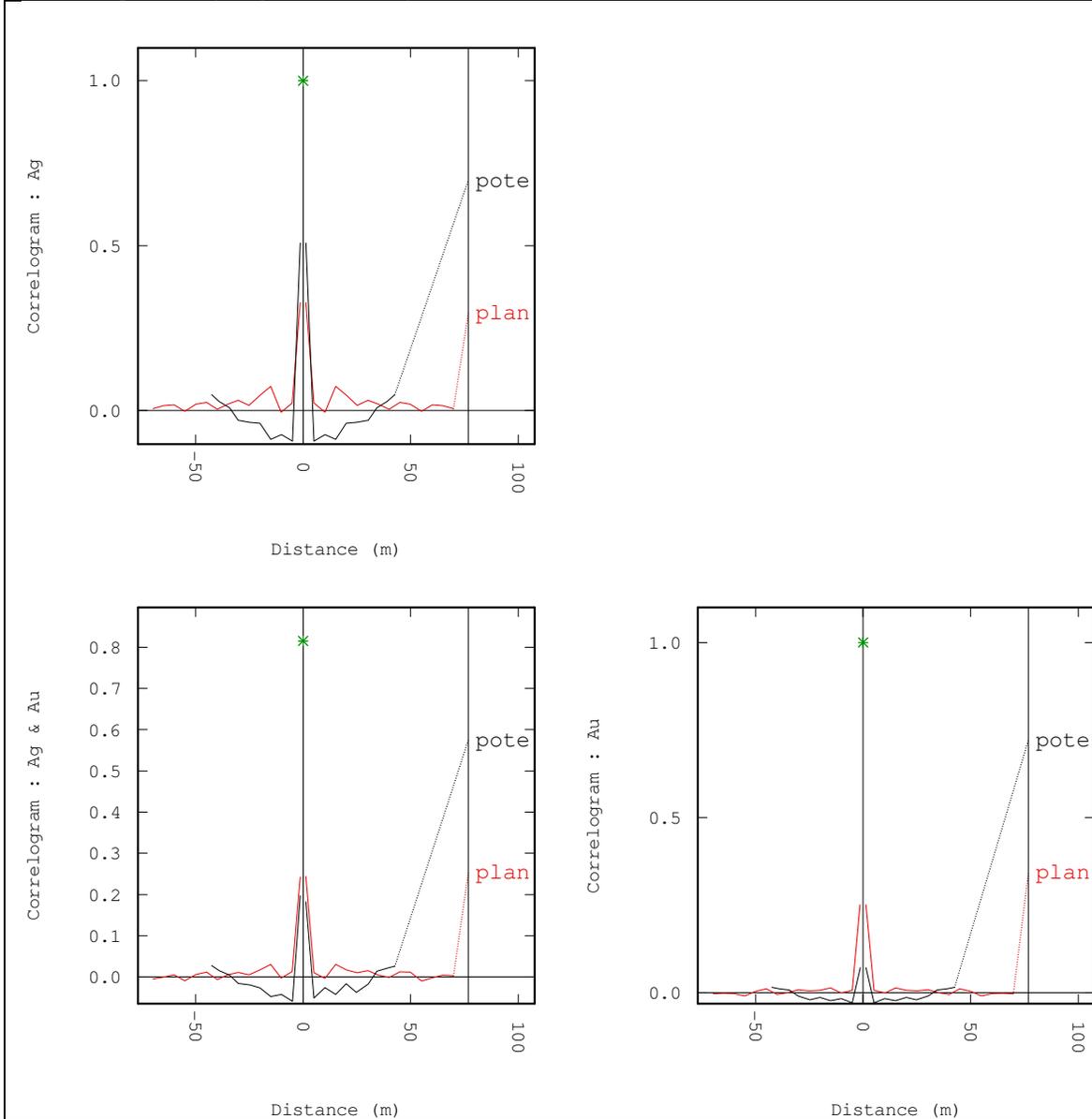
Variograma (10 pasos, 10 m) FINAL



Graficando solo la dirección en el plano de la veta:



Correlograma (15 pasos, 5 m) FINAL



Finalmente, por la dificultad de ajustar los variogramas experimentales en la dirección de la potencia de la veta (comportamiento decreciente), se optó por modelar los variogramas en función de los variogramas experimentales deducidos de los correlogramas.