



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

FORMULACIÓN Y ANÁLISIS DE DIFERENTES MECANISMOS DE ELECCIÓN
PROPORCIONAL PARA LA CRISIS DE LEGITIMIDAD DE REPRESENTANTES
PARLAMENTARIOS EN CHILE

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN
GESTIÓN Y POLÍTICAS PÚBLICAS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

GONZALO NICOLÁS DÍAZ MUÑOZ

PROFESOR GUÍA:
JOSÉ RAFAEL CORREA HAEUSSLER

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JUANITA GANA QUIROZ
ENRIQUE PARIS HORVITZ

SANTIAGO DE CHILE
2022

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL TÍTULO DE:
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL Y AL GRADO DE
MAGÍSTER EN GESTIÓN Y POLÍTICAS PÚBLICAS
POR: GONZALO NICOLÁS DÍAZ MUÑOZ
FECHA: 2022
PROFESOR GUÍA: JOSÉ CORREA HAEUSSLER

FORMULACIÓN Y ANÁLISIS DE DIFERENTES MECANISMOS DE ELECCIÓN PROPORCIONAL PARA LA CRISIS DE LEGITIMIDAD DE REPRESENTANTES PARLAMENTARIOS EN CHILE

Alrededor del mundo existe una crisis de legitimidad de las instituciones que se ve reflejada en diferentes encuestas sobre percepción de organismos representativos y quienes los integran, así como en hitos de protesta, como el “Estallido Social” de Chile en 2019. Esta situación supone un problema para las democracias modernas debido a que el sano funcionamiento de estas depende del grado de credibilidad y confianza que tenga la ciudadanía en sus representantes y las decisiones que tomen. En la literatura se ha estudiado la existencia de relaciones, directas e indirectas, entre el nivel de legitimidad de representantes parlamentarios y el sistema electoral bajo el cual resultan electos. Un aspecto en particular que incide en la legitimidad de estos, es la calidad de la representación que ostentan, concepto que hace alusión al grado de similitud entre representantes y representados y a la capacidad de representar adecuadamente los intereses de la ciudadanía, entre otras. Nos gustaría contar con un mecanismo de elección que mejore la calidad de la representación.

En este trabajo se diseñan y prueban nuevos mecanismos de elección parlamentaria que cuentan con propiedades deseables para la representación política, como lo es la paridad de género, la igualdad de voto, la proporcionalidad de los resultados y el balance entre la representación nacional y local, con el fin de aportar con propuestas que permitan mejorar la calidad de la representación de nuestras autoridades y así contribuir a tener organismos representativos de mayor legitimidad.

Para el diseño de mecanismos se utilizan herramientas de la economía, optimización y algoritmos que permiten formalizar la noción de proporcionalidad en múltiples dimensiones y posteriormente encontrar una asignación de los escaños de una cámara a candidatos de acuerdo a su votación, que sea proporcional en los resultados obtenidos a nivel de listas, geográfico y que cuente con paridad de género. Posteriormente, se utilizan estos algoritmos para realizar simulaciones de los resultados que arrojaría cada mecanismo, utilizando como datos de entrada las votaciones de dos elecciones chilenas: de diputados del 2017 y de convencionales constituyentes del 2021, a fin de contar con dos instancias diferentes al momento de comparar los resultados de las propuestas, en base a diferentes métricas relativas a la representatividad.

De los mecanismos propuestos, la familia de los triproporcionales obtiene los mejores resultados en términos generales, al realizar asignaciones de escaños a listas acordes con el porcentaje de votos obtenido por estas, permite obtener paridad a niveles cercanos al 50% y evita algunos problemas relativos a un distritaje mal realizado. Además, su versatilidad permite incorporar extensiones como una regla mayoritaria, que permite garantizar la elección de primeras mayorías distritales a fin de balancear la representación local con la nacional, lo que lo vuelve una propuesta de mecanismo electoral con propiedades valiosas para la representación.

Este trabajo muestra una comparación exhaustiva de las propuestas de mecanismos y con ello una acabada discusión acerca de las fortalezas y debilidades de estos, además de lecciones y desafíos pendientes para el diseño de sistemas electorales. Es posible mejorar la calidad de representación utilizando herramientas para el diseño de mecanismos electorales, pero siempre en consideración con el contexto sociopolítico e institucional vigente.

A todas y todos quienes han luchado por conseguir una democracia justa y plena
y a quienes hoy continúan haciéndolo

A mi familia y amigos.

Agradecimientos

Con estos agradecimientos se cierra el fin de este largo y, aunque a ratos más tortuoso de lo esperado, lindo proceso de la vida universitaria. Y tras todos estos años, no me puedo ir sin agradecer a todas las personas que formaron parte de toda esta experiencia.

A mi mamá y a mi papá, que me permitieron crecer en hogar lleno de cariño, cuidado y con muchos desafíos intelectuales. Son gran parte de la persona que soy y gracias a quienes he podido recorrer este camino. También quiero agradecer a mi querida hermana Chomps, por su inmenso cariño, apoyo y compañerismo a lo largo de toda esta vida de hermanes, por todas las veces que nos hemos contenido cuando la vida se pone muy dura (sobre todo esta pandemia) y las risas a la hora de celebrar.

Quiero agradecer también a José Correa, Víctor Verdugo y Javier Cembrano, el excelente equipo gracias al cual este trabajo existe en primer lugar. Todos los resultados teóricos, sobre proporcionalidad en múltiples dimensiones, de los que se desprende el trabajo realizado son gracias a mi querido amigo Javier Cembrano y sus excelentes contribuciones a la elección social, y por supuesto a Víctor y a José con quienes realizó su trabajo. Agradezco sobre todo al profesor José por su calidad humana y de académico que permitió que esta tesis no solo fuera un interesante trabajo intelectual y técnico, sino que también fue fruto de muchas conversaciones interesantes sobre el país y la política, que harta falta hacen estos tiempos tan turbulentos. Además de brindarme herramientas y oportunidades para esta nueva etapa de egresado.

Agradecer a todos mis queridos amigos que tuve la suerte de conocer, porque son ellos los responsables de que la vida universitaria haya sido lo que fue, con todas las risas, penas y experiencias notables, dentro y fuera de la U. Sobre todo agradecer al Camilo, al Wiki y a Javier, por todo el cariño y la compañía, por ser los amigos junto a quienes crecí estos años. También quiero agradecer a Néstor, mi primer compañero de vida y hoy un querido amigo del alma, por todas tus colaboraciones a mis trabajos y sobre todo, por el amor y la compañía que me entregaste.

Y por último agradecer a la Universidad, porque fue el lugar donde todo esto fue posible, porque fue el lugar donde me he formado como profesional, en lo técnico, en lo político y en lo ético. Las últimas dos, son sobre todo gracias a los compañeros de Izquierda Autónoma junto a quienes me formé y donde milité gran parte de mi vida universitaria y a la organización estudiantil y todas las personas junto a quienes trabajamos en ella, sobre todo agradecer al CEIN 2018 y CEI 2020 y toda su gente.

Gracias.

Tabla de Contenido

INTRODUCCIÓN	1
1. ANTECEDENTES DEL PROBLEMA	3
1.1. LA CRISIS DE LEGITIMIDAD	3
1.1.1. <i>La crisis de legitimidad en Chile</i>	5
1.1.2. <i>La evolución del sistema parlamentario en Chile</i>	8
1.1.3. <i>Desafíos en torno a la representatividad en Chile</i>	10
2. MARCO CONCEPTUAL	12
2.1. REPRESENTACIÓN Y LEGITIMIDAD.....	12
2.1.1. <i>Crisis de representación y legitimidad en la actualidad</i>	15
2.2. SISTEMAS DE ELECCIÓN.....	16
2.2.1. <i>Sistemas de elección alrededor del mundo</i>	19
2.2.2. <i>Sistemas de elección y legitimidad de representantes</i>	21
2.3. ASIGNACIÓN PROPORCIONAL	21
2.3.1. <i>Proporcionalidad en una dimensión</i>	22
2.3.2. <i>Proporcionalidad en dos dimensiones</i>	22
2.3.3. <i>Proporcionalidad en tres dimensiones</i>	23
3. MARCO METODOLÓGICO	25
3.1. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	25
3.2. ALCANCE Y RESULTADOS ESPERADOS	25
3.3. METODOLOGÍA	26
3.3.1. <i>Descripción algorítmica de los mecanismos de elección</i>	27
3.3.2. <i>Datos a utilizar</i>	30
3.3.3. <i>Métricas para comparar el desempeño</i>	31
4. RESULTADOS	34
4.1. RESULTADOS PRELIMINARES DE LAS ELECCIONES	34
4.2. REPRESENTATIVIDAD	37
4.3. REPRESENTACIÓN POLÍTICA	38
4.4. PROPORCIONALIDAD	41
4.5. PARIDAD DE GÉNERO.....	43
4.6. ESTABILIDAD.....	44
4.7. VALOR DE ASIENTOS.....	46
4.8. DISCUSIÓN DE LOS RESULTADOS	47
5. CONCLUSIÓN	50
BIBLIOGRAFÍA	54
ANEXOS	57
ANEXO A. FORMALIDADES MATEMÁTICAS	57
A.1. <i>Reglas de redondeo</i>	57
A.2. <i>Prueba de existencia de la asignación triproporcional con pluralidad</i>	58
A.3. <i>Problema convexo que resuelve la asignación fair-share</i>	62
ANEXO B. TABLAS.....	63
ANEXO C. ILUSTRACIONES	65

Índice de tablas

Tabla 1 - Tipos de representación de acuerdo con las definiciones de Pitkin	13
Tabla 2 - Componentes básicos de un sistema de elección y su descripción	17
Tabla 3 - Resumen de diferentes mecanismos de elección utilizados y su descripción.	18
Tabla 4 - Resumen comparativo de los sistemas de elección de 6 países diferentes	20
Tabla 5 - Estructura de la base de datos requerida para los algoritmos que implementan los mecanismos de elección	30
Tabla 6 - Resumen de métricas comparativas a utilizar para evaluar el desempeño de los mecanismos de elección	33
Tabla 7 - Cifras generales para perfilar y comparar las elecciones de parlamentarias de la cámara de diputados del año 2017 y de la Convención Constitucional (CC) del año 2021. (Elaboración propia).....	35
Tabla 8 - Métricas de proporcionalidad de las elecciones 2017 y elecciones CC	36
Tabla 9 - Votos promedios obtenidos por mecanismo, segmentado por género y para ambas elecciones.....	38
Tabla 10 - Métricas de proporcionalidad, por elección y por sistema.....	42
Tabla 11 - Número de hombres y mujeres electos bajo cada mecanismo y para cada elección ...	43
Tabla 12 - Magnitud de distritos en Chile de acuerdo con la Ley y como deberían ser utilizando D'Hondt (con cotas), ordenado por población de manera creciente.	47
Tabla 13 - Porcentaje de escaños y votos obtenidos por cada lista en la elección de diputados del 2017.	63
Tabla 14 - Porcentaje de escaños y votos obtenidos por cada lista en la elección de convencionales constituyentes del 2021.	63
Tabla 15 - Poder de voto relativo de cada distrito respecto al promedio nacional	64

Índice de ilustraciones

Ilustración 1 - Evolución de los componentes del Índice de la Democracia elaborado por The Economist	4
Ilustración 2 - Aprobación de ciudadanos de EE. UU. respecto a sus instituciones	4
Ilustración 3 - Satisfacción con la democracia en Chile.....	5
Ilustración 4 - Preferencias de la ciudadanía chilena por regímenes democráticos y autoritarios ..	6
Ilustración 5 - Juicios de la ciudadanía chilena respecto a la calidad de la democracia.....	6
Ilustración 6 - Confianza de la ciudadanía chilena respecto a instituciones	7
Ilustración 7 - Participación electoral en Chile entre 1988 y 2021.	8
Ilustración 8 - Comparación de resultados por coalición entre elecciones de diputados 2017 y de convencionales constituyentes.....	36
Ilustración 9 - Gráficos de barra con votos promedios obtenidos por electos bajo cada sistema, segmentado por género y para ambas elecciones.	37
Ilustración 10 - Composición política del parlamento bajo diferentes mecanismos de elección, para la elección del 2017	39
Ilustración 11 - Composición política del parlamento bajo diferentes mecanismos de elección, para la elección del 2021 (CC).	40
Ilustración 12 - Medidas de proporcionalidad para cada mecanismo y para cada elección.	41
Ilustración 13 - Proporciones de votos y mujeres electas por mecanismo, para cada elección.....	44

Ilustración 14 - Transferencias de asientos entre listas para diferentes magnitudes de shock aleatorio de votos. Elección del 2017	45
Ilustración 15 - Transferencias de asientos entre listas para diferentes magnitudes de shock aleatorio de votos. Elección del 2021	45
Ilustración 16 - Índice del poder de voto relativo de cada distrito.	46
Ilustración 17 - Percepción del progreso país (Extraído de Latinobarómetro 2020).....	65
Ilustración 18 - Percepción de la ciudadanía chilena sobre ¿Qué tan injusta es la desigualdad?..	65
Ilustración 19 - Percepción de la ciudadanía chilena frente a la pregunta ¿Para quién se gobierna?	66
Ilustración 20 - Percepción de la ciudadanía sobre quién tiene más poder (Extraído de Latinobarómetro 2020)	66
Ilustración 21 - Percepción de la ciudadanía chilena sobre quienes están involucrados en casos de corrupción.....	67

Introducción

En octubre del 2018, Chile experimentó una de las mayores movilizaciones sociales de su historia reciente, donde mucha gente protestó por diversas razones (BBC News Mundo, 2019) y donde se puso de manifiesto un descontento de la sociedad civil hacia sus representantes políticos, incapaces de darle un cause adecuado al conflicto. Esto no es solo un problema de Chile, sino que de múltiples democracias modernas (Castells, 2017), donde sus representantes ven cada año más mermada su legitimidad y sin una forma clara de recuperarla.

La legitimidad de un orden político y los representantes que elegimos para gobernarnos se definen a partir del grado de creencia que tengamos en ellos y su validez frente a la ciudadanía. En la literatura se han investigado diversos aspectos de la legitimidad y formas de medirla; se han planteado tipologías “*desde arriba*” relativas al desempeño del Estado y sus instituciones, en contraste a visiones “*desde abajo*” relativas a la ciudadanía y sus percepciones (Weatherford, 1992); tipologías relativas a las dimensiones lo procedimental y lo informal, junto con legitimidad de entrada y salida (Kriesi, 2013); y otras variables que constituyen fuentes de legitimidad del Estado, como una buena gobernanza, bienestar social y calidad de los derechos democráticos (Gilley, 2006). En la literatura se ha estudiado también la importancia de la calidad de la representación política para la legitimidad. Se estudiado el rol de la representación descriptiva y sustantiva, definidas como el grado de similitud entre los representantes y representados y la capacidad de representar fielmente sus intereses, respectivamente (Pitkin, 1985), como elementos que favorecen la aceptación de las decisiones tomadas (Arnesen & Peters, 2018; Nohlen, 2006; Costello et al., 2020), en cambio otros ponen un énfasis en la calidad proceso parlamentario y sus resultados (Judge & Leston-Bandeira, 2021; Rothstein, 2008) o en la práctica y funcionamiento del proceso electoral (Norris, 2019).

La legitimidad es sin duda un concepto difícil de abordar en su magnitud y complejidad, debido a su gran cantidad de aristas. Pero un elemento relevante a considerar que puede incidir en la creación o destrucción de legitimidad es el sistema electoral que permite elegir a nuestros representantes políticos. Nohlen (2006) propone diferentes criterios para evaluar sistemas electoral, bajo la consideración de que siempre tiene que estar situado en el país, pero al igual que lo planteado por alguno de los autores mencionados, el nivel de representatividad de las autoridades electas es un elemento importante para la legitimidad política y la calidad de la representación.

Se dice que en el mundo hay tantos sistemas de elección como países, y ciertamente, al realizar comparaciones, si bien hay muchos elementos comunes en el diseño, también hay una variedad de sutilezas en el diseño que hacen único el sistema de cada país, y con justa razón, debido a que hay diferentes determinantes que inciden en su diseño (Colomer, 2004; Nohlen, 2006; Benoit, 2007). La crisis de legitimidad es un problema complejo y de múltiples aristas que aqueja a las democracias contemporáneas, y si bien el problema no comienza ni acaba con el sistema electoral vigente, sí tiene un grado de importancia quiénes son nuestros representantes y cómo son electos, por lo tanto, el ajuste en el diseño del mecanismo de elección de representantes puede contribuir a generar un organismos representativos de mayor calidad, que sean percibidos con mayor legitimidad por parte de la ciudadanía, y en el mediano plazo, constituyan una relación de representación más plena que contribuya a la creación de legitimidad política (Urbinati & Warren, 2008; Plotke, 1997; Peruzzotti, 2008).

Desde las matemáticas y la economía se han realizado valiosos aportes teóricos y aplicados al estudio de sistemas electorales y mecanismos de elección, es decir, reglas que transforman votos emitidos en un conjunto de representantes electos. Se han formalizado distintos principios y valores deseables que uno espera de mecanismos de elección: que todos los votos valgan lo mismo, proporcionalidad en la representación, consistencia, monotonía, entre otros (Balinski & Demange, 1989). De esta manera, se cuenta con herramientas importantes para contribuir al diseño de mecanismos de elección (Balinski & Demange, 1989). En particular, se trabaja con mecanismos de elección basados en la noción de proporcionalidad en múltiples dimensiones (Cembrano et al., 2021) para diseñar propuestas.

En este trabajo de investigación se busca diseñar y probar nuevos mecanismos de elección que cuentan con propiedades deseables para la representación política, como lo es la paridad de género, la igualdad de voto, la proporcionalidad de los resultados y balance entre la representación nacional y local, con el fin de contribuir con propuestas que, a través de estos elementos del diseño, permitan mejorar los niveles de representación de nuestros representantes y así contribuir a tener organismos representativos de mayor legitimidad.

Esta propuesta busca implementar algoritmos que reproduzcan los mecanismos de elección propuestos y simular los resultados que entregan estas propuestas utilizando los datos de las elecciones de diputados y diputadas del 2017 y de la convención constitucional del 2021 en Chile, para luego comparar los resultados de cada mecanismo en base a diferentes métricas, y discutir sobre cuánto mejoran o no los resultados en términos de la representatividad de los representantes electos y así entregar reflexiones valiosas para la discusión sobre el diseño del sistema electoral chileno.

Capítulo 1

1. Antecedentes del Problema

1.1. La crisis de legitimidad

La crisis de legitimidad y de representación política se ha vuelto un lugar común de discusión durante los últimos años y una variedad de voces utilizan este concepto para describir el estado actual de múltiples democracias modernas a lo largo del globo. El concepto de legitimidad aparece en la literatura política y sociológica con Max Weber y Jürgen Habermas (Mayol, 2002), para referirse a la probabilidad de encontrar obediencia y aceptación en el orden social imperante, en particular, las democracias liberales que existen en la actualidad. Manuel Castells (2017) señala que la fuerza y estabilidad de las instituciones depende de su vigencia en las mentes de las personas y se refiere a la crisis de legitimidad como el sentimiento mayoritario de que los actores del sistema político no nos representan, definición coherente con el concepto que se remonta a Weber.

La legitimidad en un orden social, como lo puede ser un Estado democrático moderno, es evidentemente fundamental para su funcionamiento, la legitimidad es un concepto que nos habla del nivel de confianza, cohesión y validez que existe respecto a nuestro sistema político, en particular, a nuestras autoridades electas, que son las personas designadas y autorizadas para representar los intereses de la ciudadanía en los espacios deliberativos de la política. Sus decisiones de política pública impactan directamente en la vida cotidiana de las personas, y si es que estas autoridades no cuentan con la confianza y validez suficiente, se dificulta el funcionamiento de la democracia y surgen crisis políticas y sociales.

La pérdida o el fortalecimiento de la legitimidad del orden político puede deberse a múltiples causas, y que pueden afectar más a parte de las instituciones del orden político, en particular, algunos aspectos relevantes de la legitimidad de la representación políticos estudiados en la literatura son: la relevancia de la calidad de la representación descriptiva (esto es, la similitud entre los representantes y representados) para la legitimidad y aceptación de las decisiones de política pública (Arnesen & Peters, 2017) y la malas prácticas electorales que dañan considerablemente la satisfacción con la democracia (Norris, 2019). También existen otros elementos que influyen en menor medida, como el conjunto de elección que tiene la ciudadanía de partidos políticos y el espectro en que se mueven estos (Dassonneville & McAllister, 2019). Otros autores sostienen que más bien es la calidad del gobierno y sus instituciones lo que crea legitimidad del sistema político que el nivel de representación que logre el sistema electoral (Rothstein, 2008), o que en general, tanto las legislaturas como el gobierno son instituciones encargadas de procurar la legitimidad del sistema (Judge & Leston-Bandeira, 2021).

Pero la legitimidad de las instituciones políticas y los representantes que forman parte de ellas se ha visto mermada a lo largo del tiempo, ya sea por casos de corrupción, escándalos políticos, errores o malas gestiones e incapacidad de comprender las aspiraciones y demandas de la ciudadanía, lo cierto es que han existido retrocesos. La revista *The Economist* que realiza anualmente un reporte basado en su “Índice de la Democracia”, tituló la edición del 2019 como “un año de retrocesos democráticos” y anteriormente, el 2018, el título hacía referencias a una ola de protestas sociales en diferentes partes del mundo. En la Ilustración 1 se observa la evolución desde el 2008 hasta el 2019 de las 5 componentes en base a las cuales se construye el índice mencionado, de las cuales se

destaca que “Funcionamiento del gobierno” que ha sido una de las dimensiones con peor desempeño y ha continuado a la baja, y también es clave mirar la dimensión de “Participación política” que ha ido en alza debido al aumento en las protestas sociales de diversa índole, según explica el reporte de la revista. Si bien no es la idea zanjar causalidad, es interesante observar que el retroceso en el índice de la democracia va de la mano con un aumento de las protestas sociales, que en general responden a políticas y decisiones de los diferentes gobiernos a lo largo del globo, de las que destacan particularmente en el reporte a África, Asia y América Latina.

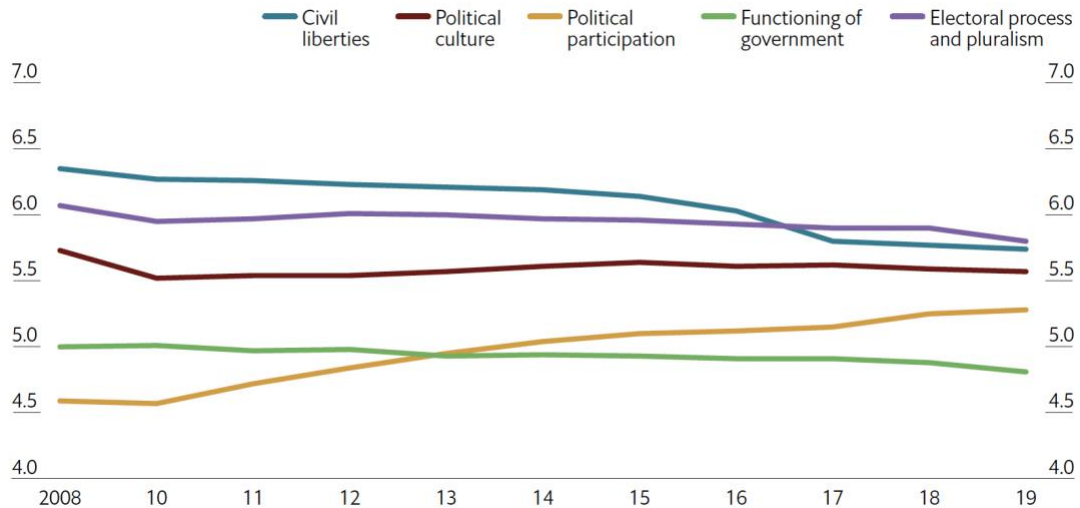


Ilustración 1 - Evolución de los componentes del Índice de la Democracia elaborado por The Economist (extraído de The Democracy Index 2019)

En la Ilustración 2 se observa la evolución de la confianza en el congreso y la presidencia de Estados Unidos por parte de los ciudadanos, que también ilustra de manera clara niveles bajos que no parecen tener una tendencia clara a mejorar en los próximos años.

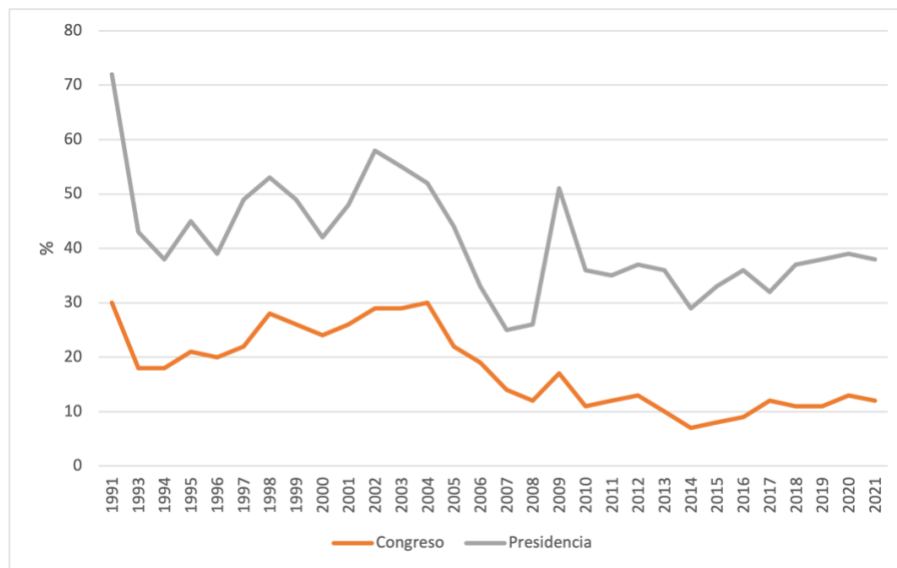


Ilustración 2 - Aprobación de ciudadanos de EE. UU. respecto a sus instituciones (Elaboración propia en base a datos de Gallup News¹)

¹ <https://news.gallup.com/poll/1597/confidence-institutions.aspx>

1.1.1. La crisis de legitimidad en Chile

Entrando al caso que es directamente de interés de este trabajo, Chile, un buen ejemplo reciente de la crisis de legitimidad son los eventos que comenzaron el 18 de octubre del año 2019, cuando comenzó una serie de movilizaciones sociales que serían bautizadas como “el estallido social”. En un artículo de Ciper diversos académicos (Allain, Maza, Maillet, & Rivas, 2020) hablan de que el “estallido social” más que una gran manifestación ciudadana, corresponde a un momento (muy álgido) tras una década de una serie de manifestaciones de diversa índole, que se agrupan en protestas por servicios sociales, mejoras laborales, políticas y socio-territoriales, con grandes *peaks* de protestas los años 2011 y 2014. Estas protestas tenían protagonistas y demandas muy claras, a diferencia del “estallido social” que, en palabras de los autores del artículo:

“El llamado “estallido social”, con su amplitud, intensidad y persistencia pareciera más bien haber aunado o hecho converger la diversidad de motivos de muchas de las protestas previas en un gran movimiento colectivo. No es que este surgiera de un “pliego” o de una organización unificadora.”

Esta amplitud de la movilización y la convergencia de actores con diferentes motivaciones ilustran de manera muy explícita la existencia de un descontento en la sociedad chilena y demandas y expectativas que el sistema político no es capaz de abordar y como consecuencia da espacio a estas situaciones de crisis social y se continúa horadando la legitimidad de las instituciones.

En el informe para Chile elaborado por Latinobarómetro del año 2020 que presenta los resultados de una encuesta sobre la percepción de los chilenos respecto a diferentes situaciones e instituciones del ámbito nacional, muestran datos contundentes y desfavorables sobre la realidad nacional y la confianza de la ciudadanía en sus instituciones. El informe comienza con el siguiente párrafo:

“Los datos son elocuentes. Desde el cambio valórico y el desplome de las religiones, hasta la profunda percepción de injusticia. Los chilenos creen que las empresas tienen más poder que el gobierno y que los gobiernos gobiernan para los intereses de unos pocos. No sienten que hay igualdad ante la ley y faltan garantías para derechos esenciales como la salud y la educación. Se desploman en la última década también la imagen de la autoridad y del gobierno junto con la evaluación de los gobiernos.”

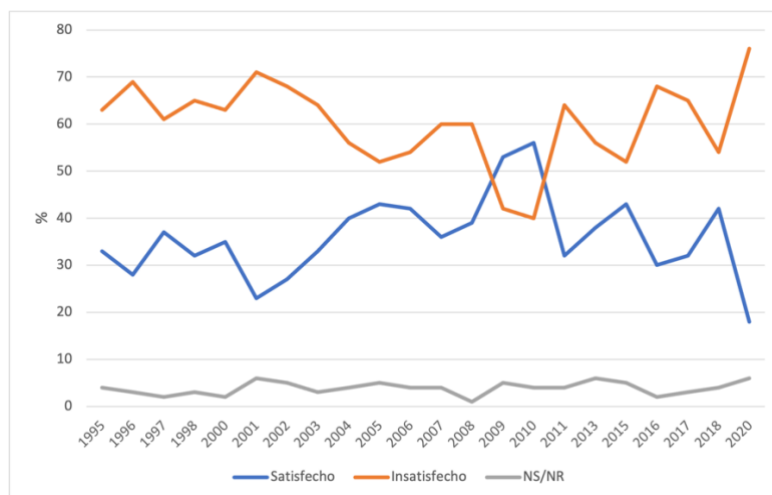


Ilustración 3 - Satisfacción con la democracia en Chile
(Elaboración propia en base a Ilustraciones Latinobarómetro 2020)

En la Ilustración 3 se muestra que la satisfacción con la democracia chilena se ha mantenido en niveles relativamente altos, mayores al 50% desde la década de los 90 en adelante, y estos últimos años solo ha ido al alza, consistente con las tendencias a nivel internacional y fenómenos como el mismo “Estallido Social”. No obstante, en la Ilustración 4 se muestra que a la gente si le gusta la democracia, si bien hay un porcentaje no despreciable que se mueve entre el 30% y el 20% que es indiferente, hay una preferencia muy marcada y constante en el tiempo por regímenes democráticos sobre regímenes autoritarios, lo que permite decir que la ciudadanía no está descontenta con la democracia en sí, sino más bien con su funcionamiento a lo largo de los años, y por lo tanto, con las autoridades que han sido responsables de ello.

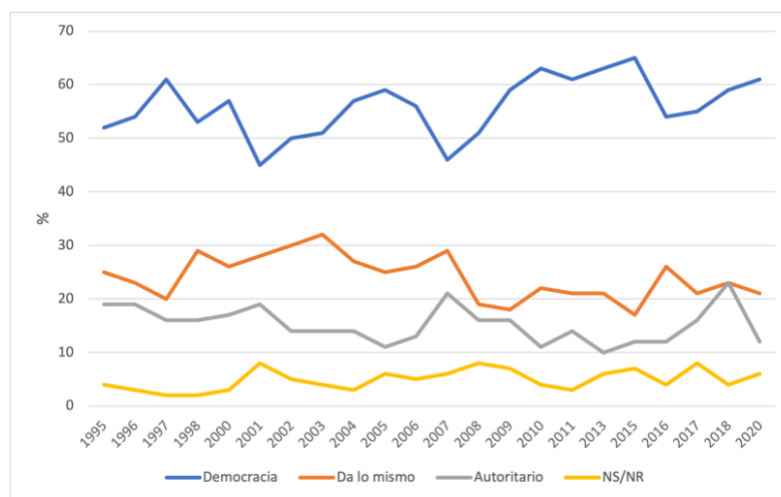


Ilustración 4 - Preferencias de la ciudadanía chilena por regímenes democráticos y autoritarios (Elaboración propia en base a Ilustraciones de Latinobarómetro 2020)

La conclusión anterior se vuelve más contundente cuando se observa la Ilustración 5 que muestra la percepción de la ciudadanía sobre la calidad de la democracia y como estos últimos 4 años ha ido aumentando sistemáticamente el juicio de que la democracia chilena presenta grandes problemas. Más aún, no ha existido desde el 2017 una cantidad importante de gente que piense que tenemos una democracia plena. En las Ilustraciones 18 y 19 del Anexo C, se muestra además que existe una pronunciada percepción de que en Chile son los grandes grupos económicos los que ostentan el mayor poder, y que se gobierna por y para estos grupos económicos y otros grupos de poder.

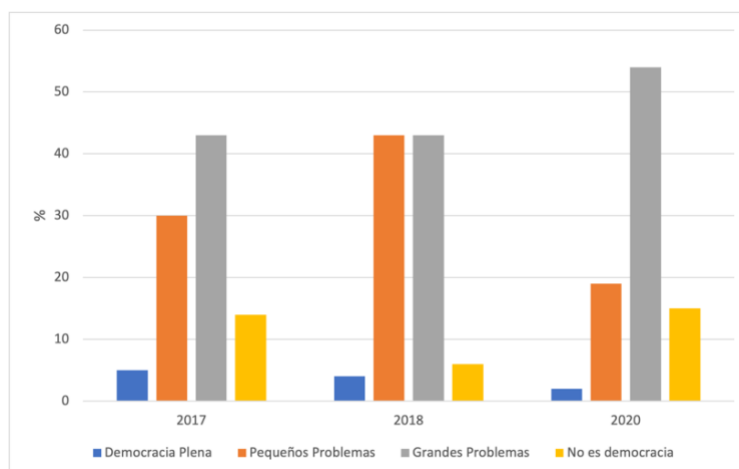


Ilustración 5 - Juicios de la ciudadanía chilena respecto a la calidad de la democracia (Elaboración propia en base a Ilustraciones Latinobarómetro 2020)

Entrando más en detalle, en la Ilustración 6 se observa la evolución de la confianza que tiene la ciudadanía en el Gobierno, el Congreso y los partidos políticos, donde se observa un comportamiento similar a la aprobación de instituciones estadounidenses e incluso tendencias a la baja más pronunciadas, donde los partidos son los más desfavorecidos, seguidos de cerca por el congreso. Esta situación es grave, en tanto son instituciones sumamente relevantes para la democracia y son los espacios deliberativos llamados a canalizar y representar los intereses de la ciudadanía, y si es que no existe confianza en ellos, resulta difícil procesar y darle una salida al malestar que siente la ciudadanía respecto a la democracia. A lo anterior se suma el hecho de que la gente siente que son los parlamentarios (junto con la policía y el gobierno, ocupando los tres primeros lugares) quienes suelen estar más involucrados en los casos de corrupción (Ilustración 19, Anexo C).

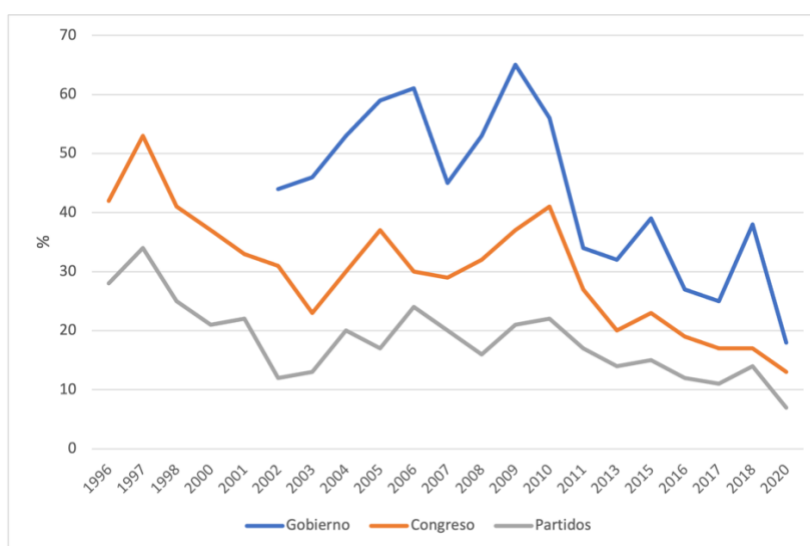


Ilustración 6 - Confianza de la ciudadanía chilena respecto a instituciones
(Elaboración propia en base a Ilustraciones Latinobarómetro 2020)

El escenario es complejo, la decepción de los ciudadanos y la pérdida de legitimidad de las instituciones democráticas llamadas a canalizar el malestar es un problema grave y un desafío para la democracia chilena. Pero no todo es tan desesperanzador, de acuerdo a la encuesta “Jóvenes y nueva Constitución” elaborada por la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso², un 64% de los encuestados (jóvenes entre 18 y 24 años) sienten mucha o bastante confianza en que una nueva constitución puede resolver los problemas de los chilenos, por otro lado, de acuerdo al “Estudio Nacional de Opinión Pública” del Centro de Estudios Públicos³, casi el 50% de los encuestados también cree que la nueva constitución podría ayudar a resolver los problemas del país.

Así, en este escenario desesperanzador para las instituciones chilenas, el proceso constituyente, si bien no es necesariamente lo que puede solucionar todo el escenario descrito, se presenta como un proceso esperanzador para la ciudadanía. Y el organismo redactor, la Convención Constitucional, si bien tiene funciones, una composición y una génesis diferente al parlamento chileno, ambos son organismos de representación electos por votación popular y un sistema de elección proporcional, por lo tanto, es válido preguntarse si un organismo de este tipo, una cámara de representantes, elegido bajo determinadas reglas que favorezcan una representación más ajustada a la ciudadanía podría contribuir a disminuir la crisis de legitimidad del parlamento chileno.

² <https://media.elmostrador.cl/2021/07/Jovenes-y-nueva-Constitucion.pdf>

³ https://www.cepchile.cl/cep/site/docs/20210915/20210915081102/encuestacep_sep2021.pdf

1.1.2. La evolución del sistema parlamentario en Chile

“Es casi imposible encontrar un sistema político, en el que la opinión pública no dude de la conveniencia del sistema electoral vigente.”. Esto escribía Nohlen el 2006 participando de una de las tantas discusiones que se dieron para reformar el anterior sistema binominal utilizado en Chile para elegir representantes. Este sistema, por un lado, aportó una considerable estabilidad política al Chile post-dictadura al favorecer la existencia y continuidad de dos grandes coaliciones políticas, de derecha y centro-izquierda, en cada periodo (Gamboa & Morales, 2016), pero por otro lado, debido a su génesis en dictadura, la exclusión de otros proyectos políticos por fuera de las dos grandes coaliciones, y el traslado de debate inter-coaliciones al intra-coaliciones (Nohlen, 2006) son consecuencias del binominal que afectaban su legitimidad y lo volvieron objeto de críticas y numerosos intentos de cambio, como el proceso de reforma que discute Nohlen. Años después continuarían las críticas al sistema electoral que se reflejarían, entre otras, en la tendencia a la baja de la participación electoral de la ciudadanía, sobre todo entre la gente más joven, y también en una crisis de representación y de decepción de la ciudadanía hacia los representantes políticos (Figueroa & Ramírez, 2011).

En la Ilustración 7 se observa la evolución de la participación electoral de la ciudadanía en diferentes elecciones entre 1988 y 2021. Cabe destacar que el 2009 fue el último año donde el voto era obligatorio, en las elecciones posteriores, se implementó una inscripción automática de las personas en el padrón electoral y el voto voluntario. En el 2011 ya se anunciaba que la participación electoral iría a la baja (Figueroa & Ramírez, 2011), y efectivamente, tras la implementación del voto voluntario la participación bajó del 50% del padrón, con la excepción del plebiscito del año 2020 donde se decidió si se aprobaba la redacción de una nueva constitución para el país.

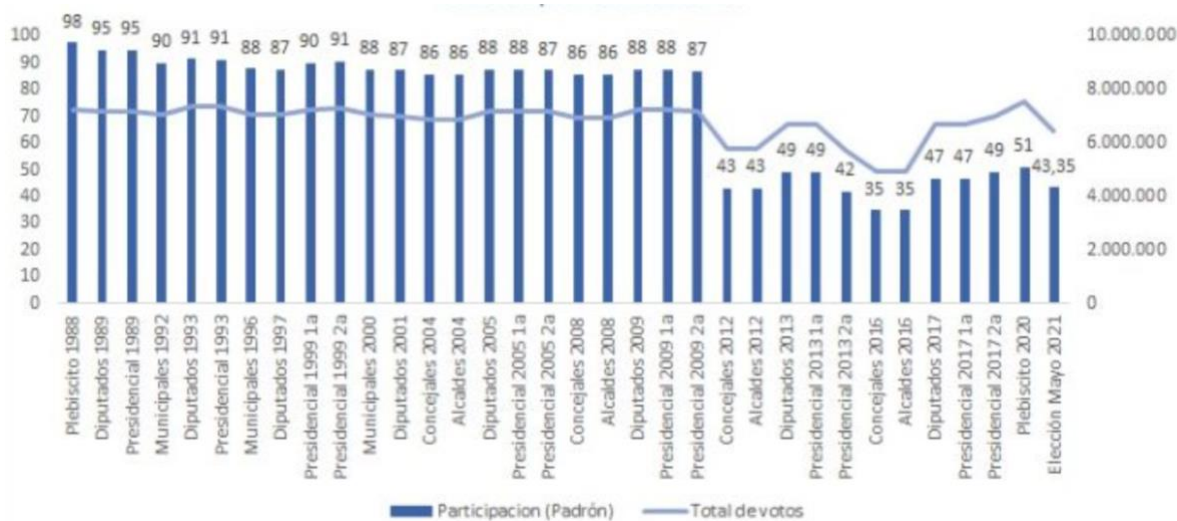


Ilustración 7 - Participación electoral en Chile entre 1988 y 2021.⁴

Nohlen (2006) propuso 5 requisitos fundamentales de un sistema electoral: i) **Representación**, es decir, que un parlamento represente fielmente las características y las aspiraciones de la ciudadanía; ii) **Concentración y efectividad**, es decir, que los resultados de las elecciones se traduzcan en una adecuada agregación de las preferencias de la ciudadanía y que estas opiniones se hagan efectivas en la deliberación; iii) **Participación** electoral y política; iv) **Simplicidad**, en la descripción del

⁴Extraído de <https://www.latinamerica.undp.org/content/rblac/es/home/blog/2021/chile-s-constitutional-convention--a-triumph-of-inclusion.html>

método para que pueda ser entendido por la ciudadanía; y v) **Legitimidad**, que englobe de manera adecuada los anteriores criterios para promover la aceptación del sistema electoral y político.

Como se explicó, el binominal comenzó a ver mermada su legitimidad en tanto la representación dejó de hacerse efectiva a juicio de la ciudadanía, comenzaron a existir más riñas y deliberación dentro de las coaliciones en lugar de entre las coaliciones y la participación disminuyó drásticamente. Frente a todos estos antecedentes, el 2015 finalmente se promulga la Ley N°20.840 que reemplaza al sistema binominal por un nuevo sistema electoral más proporcional y que favorece una mayor inclusión. Se pasa de un sistema con una cámara de 120 diputados y 60 distritos donde se eligen 2 representantes (utilizando el método D'Hondt), a una cámara de 155 diputados y 28 distritos donde se eligen entre 3 y 8 representantes, también utilizando el método D'Hondt, pero debido al aumento de la magnitud distrital, se favorece (o se disminuye la dificultad) para que obtengan representación otros partidos o coaliciones por fuera de las 2 principales coaliciones.

En este sistema proporcional se realiza, distrito a distrito, una asignación proporcional de escaños a los pactos que compiten de acuerdo con la votación distrital obtenida. Este nuevo sistema permitió una mejora considerable de la proporcionalidad en los resultados de la elección, en rigor, supuso una disminución del 17,8% al 10,6% del Índice de Loosemore-Hanby (Gamboa & Morales, 2016), métrica utilizada para medir la distancia entre el porcentaje de votos obtenido y el porcentaje de escaños que obtiene una lista, lo que se conoce en la literatura como *malapportionment*. De acuerdo con Gamboa y Morales (2016), el cambio del sistema electoral fue posible gracias a la existencia de un escenario político favorable para la coalición de gobierno (de la entonces presidenta Michelle Bachelet) que tenía suficiente fuerza en el parlamento y legitimidad social debido a los resultados de la elección presidencial, y fue motivado además por los roces internos de la coalición en aquel momento, lo que decantó en la búsqueda de un sistema electoral que permitiese disminuir los roces de la negociación interna a la coalición para conformar listas parlamentarias.

El 2017 se realizó la primera elección bajo el nuevo sistema electoral. Si bien las cifras de participación no mejoraron respecto a la elección pasada, la conformación del parlamento sí cambió considerablemente con relación a las anteriores, contando ahora con más mujeres, una edad promedio menor, y una mayor variedad de profesiones que sus sucesores⁵, además de que en dichas elecciones participó por primera vez el Frente Amplio que vendría a constituirse como una tercera coalición además de la derecha y la centro-izquierda tradicional chilena. Cabe destacar que el nuevo sistema electoral incluyó además una ley de cuotas de género que exige a cada partido político que ningún género supere el 60% del total de candidaturas a nivel nacional, hecho que ayudó a que las mujeres tuvieran un histórico 22% de participación en la Cámara de Diputados y Diputadas

El año 2021 tuvo lugar la elección de los representantes que redactarían la nueva constitución del país. El mecanismo para elegir a los constituyentes es en espíritu equivalente al mecanismo para elegir diputados, se considera una cámara de 155 integrantes, electos en los mismos distritos y con las mismas magnitudes, pero tuvo 3 grandes elementos que lo convierten en una elección sustantivamente diferente: se implementa sistema de paridad de género que exige paridad en la conformación de las listas y un mecanismo que actúa *ex post* a la elección para que en cada distrito resulten electos el mismo número de hombres y mujeres (o una diferencia de a lo más uno en caso de tener magnitud impar); se permite la conformación de pactos electorales entre independientes no afiliados a partidos políticos, para que compitan como una lista electoral en igualdad de condiciones que las listas de partidos políticos; y además se reservan 17 de los 155 escaños para la

⁵ <https://www.latercera.com/noticia/radiografia-del-nuevo-parlamento-un-congreso-diverso/>

elección de representantes de pueblos originarios del país. Así se implementaron 3 decisiones de diseño electoral para volver la elección más representativa de la ciudadanía facilitando la incorporación de proyectos políticos extra-partidarios y la inclusión de mujeres y pueblos originarios, permitiendo la conformación de la “cámara” más representativa⁶ que ha tenido Chile en su historia reciente. Si bien la elección de convencionales tuvo una participación electoral aún menor que las anteriores elecciones, este hecho podría explicarse en parte por la emergencia sanitaria producida por el COVID-19 que tenía al país en cuarentena, y por otro lado, existe una marcada tendencia a la baja de la participación electoral y una fuerte crisis de legitimidad de las instituciones representativas como se ha discutido, que se debe a múltiples factores y no es sencilla de resolver ni menos se puede revertir con un hito.

No obstante la baja participación electoral en la elección de constituyentes del 2021, la convención constitucional es uno de los organismos políticos con mayor legitimidad en Chile y una figura de esperanza para el devenir político del país, por lo tanto, es relevante preguntarse si, así como se implementaron innovaciones en el diseño electoral para elección de constituyentes que, podrían diseñarse así nuevos sistemas electorales en conformidad con los criterios propuestos por Nohlen y que permitan mejorar la calidad de representación, y así, contribuir a mejorar la legitimidad del sistema político también

1.1.3. Desafíos en torno a la representatividad en Chile

En los últimos años, además del cambio electoral del 2015, han entrado a la agenda pública demandas ciudadanas en torno a la representatividad de nuestros representantes políticos, exigiendo que exista una representación más fiel de la composición de la ciudadanía y sus intereses, es decir, representación descriptiva y sustantiva (Pitkin, 1985).

El primer ejemplo notable es la demanda por una democracia paritaria. Tanto en Chile como en otros países existe una sub representación de las mujeres en política, el promedio mundial de mujeres electas en los parlamentos nacionales entre 1995 y 2015 creció de un 11,3% a un 22,1%, una mejora importante de su participación en cargos de representación, pero no así suficiente considerando que las mujeres son alrededor del 50% de la población (Dazarola, 2018). Es frente a estos hechos que las mujeres se han movilizadas desde lo social, lo político⁷ y lo académico⁸ levantando, entre otras demandas, la necesidad de implementar mecanismos para una democracia paritaria. Según Valenzuela y Zúñiga (2014), cuando las mujeres pueden acceder de manera equilibrada a cargos de representación, en relación a los hombres, tienen mayor probabilidad de que sus intereses sean promovidos en los espacios de toma de decisión. Existen varios tipos de cuotas de género y mecanismos electorales, con diferentes niveles de efectividad (Jones, Alles, & Tchintian, 2012), para buscar una representación paritaria.

El primer paso en Chile se dio con la ley 20.840 que, junto con cambiar el sistema binominal, implementó una cuota de género en las candidaturas nacionales de partidos políticos, lo que permitió un aumento de candidatas mujeres al 41,3% el 2017, superando el promedio histórico de 11,25%, pero solo se tradujo en un aumento del 15,8% al 22,6% (respecto a la elección anterior) de diputadas electas en la cámara baja (Dazarola, 2018). El segundo gran paso se dio de cara a la elección de convencionales constituyentes, donde se definió en la ley 21.216 que se implementaría un mecanismo de paridad de género que actuaría en: la conformación de listas, exigiendo que cada

⁶ <https://www.latercera.com/investigacion-y-datos/asi-piensa-la-nueva-convencion/>

⁷ https://www.cnnchile.com/elecciones2021/carolina-garrido-paridad-distrito-8_20210129/

⁸ <https://www.ciperchile.cl/2020/03/20/por-que-una-convencion-paritaria-favorece-la-representacion-de-los-intereses-de-las-mujeres/>

lista sea conformada con igual número de hombres y mujeres (o una diferencia de máximo uno en caso de ser impar), que sea encabezada por una mujer y que los hombres y mujeres vayan alternados en el voto, de esta manera el voto se vuelve un instrumento simbólico que le da énfasis a la paridad; y además, se aplicaría paridad en la elección de representantes, esto mediante un mecanismo que sustituye los candidatos menos votados del género sobre representado por los candidatos más votados del género sub representado. De esta manera se consiguió, de manera histórica, que las mujeres obtuvieran una votación mayor al 50% y que la convención estuviera constituida por casi el mismo número de hombres y mujeres.

Un segundo ejemplo notable también surge a raíz de la elección de la convención constitucional, que en la búsqueda de obtener grandes niveles de representatividad sustantiva y simbólica, se propone la existencia de 17 escaños reservados de los 155 para diferentes pueblos originarios⁹ del país. Estos representantes serían electos de manera paralela a la elección del resto de los convencionales, con un padrón electoral aparte integrado por las personas pertenecientes a estas etnias. La implementación de los escaños reservados tuvo dificultades en su tramitación parlamentaria, pero se consigue promulgar y es así como, entre los 17 representantes de pueblos originarios, resulta electa Elisa Loncón Antileo, quién posteriormente sería la presidenta de la primera convención constitucional en la historia de Chile, hecho de reconocimiento internacional por la magnitud del hito simbólico que supone¹⁰.

Las anteriores políticas mencionadas ilustran de buena manera como se pueden lograr hitos políticos valiosos para la consecución de organismos más representativos, que se pueden lograr mediante cambios en el diseño de los mecanismos electorales.

⁹ Mapuche, aymara, diaguita, colla, atacameño, quechua, yagán, kawésqar, chango y rapanui.

¹⁰ <https://time.com/collection/100-most-influential-people-2021/6096000/elisa-loncon-antileo/>

Capítulo 2

2. Marco Conceptual

En la sección anterior se enuncian distintos hitos y antecedentes que muestran la existencia de una crisis política y distintas voces hablan de una crisis en la legitimidad de nuestras instituciones y una falta de representación adecuada por parte de nuestros políticos. Surge, además, la incógnita de si es que el sistema de elección puede incidir en alguna medida en la legitimidad de los parlamentarios electos. En esta sección se indagará sobre el significado de algunos de los conceptos mencionados que resultan fundamentales para la investigación; a su vez, se construye un marco conceptual que permite situar los conceptos y volverlos operativos para efectos del problema de la representación política-parlamentaria.

2.1. Representación y legitimidad

La representación, de acuerdo a la definición de la RAE, corresponde a la acción de “*Sustituir a alguien o hacer sus veces, desempeñar su función o la de una entidad (...)*”, es decir, el acto de realizar una acción a nombre de otras personas o entidades. No obstante, la representación política es un concepto eminentemente moderno que se sitúa en el contexto de las democracias modernas y la elección de representantes políticos. Heiss (2020) atribuye el concepto moderno de representación política a Thomas Hobbes, que nace con la idea de *persona pública* que representa al pacto social. La representación política se consagra como un principio y un valor fundamental de las democracias modernas tras hitos históricos como la Independencia de los Estados Unidos y la Revolución Francesa, donde dicho concepto adquiere el significado de ser representación de los intereses pueblo o ciudadanía.

En el mismo trabajo, Heiss (2020) hace un recorrido por diferentes autores que han estudiado el concepto de representación en política y los clivajes relevantes que se han dado en la literatura sobre el concepto y su relación con la democracia. A continuación, se resumen algunos de los clivajes más relevante en orden cronológico: i) si la representación es una degeneración de la democracia, bajo la idea de que la democracia directa es la única manera de capturar los intereses de la ciudadanía (Citando a Rousseau en El Contrato Social, 1762) o si es mejor contar con representantes que capturen de manera depurada los intereses de la ciudadanía (Citando a Hamilton, Jay y Madison en los ensayos de The Federalist, 1787); ii) si la representación es solo un asunto de selección y organización de elites políticas en democracia, o es un problema que la democracia debe atender en virtud de generar inclusión e incorporar el pluralismo social; iii) si la representación política (electoral) es antidemocrática en tanto son mecanismos utilizados desde y para las oligarquías políticas, o si es una herramienta para incorporar los intereses de grupos históricamente excluidos, como minorías étnicas y mujeres, y democratizar el sistema político.

Las discusiones más modernas buscan resignificar el concepto de la representación como una herramienta democrática, que permite la inclusión de la pluralidad social, en contraste a las teorías que la caracterizan como un instrumento de la elite (Urbinati & Warren, 2008). En esta línea de discusión, se plantea que la representación no es opuesto a la participación, sino que la exclusión lo es, mientras que la participación puede (y debe) ser un complemento a la representación para hacerla más abierta y efectiva (Plotke, 1997), o más aún, que la representación debe ser un vínculo constante y fluido entre los representantes y representados, una política mediada (Peruzzotti, 2008).

Por último, se discute que en la democracia deliberativa, la representación es una condición necesaria para la existencia de cuerpos deliberativos formales (por ejemplo, el parlamento), pero las instancias institucionales no son el único canal de representación, sino que el ejercicio deliberativo y la participación también se da por iniciativa de la ciudadanía en asambleas, manifestaciones, organizaciones no gubernamentales que pueden conducir a otras formas de representación no institucional.

El significado de representación política sigue siendo objeto de debate y está sujeto a fenómenos contemporáneos que interpelan su significado, por ejemplo, ya no es un antónimo de participación y tampoco es un concepto que se refiere exclusivamente a la elección de representantes políticos en el entramado institucional, a consecuencia de que hoy existen otros canales de deliberación política no formales que surgen por iniciativas ciudadanas.

Sin perjuicio de lo anterior, a lo largo de este trabajo se entenderá la representación política en el marco de una democracia deliberativa, donde se requieren representantes políticos electos para canalizar los intereses y demandas de la ciudadanía y, por lo tanto, se entenderá también como una herramienta que permite la inclusión de grupos históricamente excluidos de los cuerpos de deliberación formal y que admite la participación de diferentes grupos como complemento al ejercicio de la representación. Bajo esta misma conceptualización de representación política, resulta pertinente mencionar los 4 tipos de representación que define Hannah Pitkin (1987): i) **Formal**, basada en la institucionalidad que le confiere representación a una persona. Requiere de una autorización (dadas por las elecciones, por ejemplo) y de rendición de cuentas a la ciudadanía dada su autoridad; ii) **Simbólica**, respecto al significado que la ciudadanía le da a quién representa; iii) **Descriptiva**, alude al grado en que representantes se asemejan a representados; iv) **Sustantiva**, que alude al contenido de la representación y al grado en que esta tributa a los intereses de determinados grupos.

Tabla 1 - Tipos de representación de acuerdo con las definiciones de Pitkin

Tipo	Base	Descripción
Formal	Institucionalidad	Representación conferida por obtener un cargo (por designación o votación popular) y que requiere un proceso de autorización institucional que le confiera la representatividad.
Descriptiva	Características de la ciudadanía	Es el nivel similitud que puede tener un cuerpo de representante con la heterogeneidad de la población. Por ejemplo, que la proporción de hombres y mujeres en el parlamento sea similar a la del país, la cantidad de personas de la diversidad sexual, representación de etnias, etc.
Sustantiva	Contenido de la representación	Corresponde al grado en que los representantes efectivamente defienden los intereses y promueven las agendas y contenidos de sus representados.
Simbólica	Significado de la representación	Corresponde al significado que adquiere un representante para la población que representa.

La *legitimidad* es otro concepto importante que trabajaremos en esta sección y lo volveremos operativo para efectos del trabajo de investigación. La *legitimidad*, de manera genérica, es un término del ámbito jurídico que se utiliza como sinónimo de justicia, pero una definición desde un punto de vista político del concepto alude a la existencia de consenso por una parte relevante de la población que asegure la obediencia frente a organismos como el Estado y sus instituciones, sin necesidad de recurrir al uso de la fuerza (Arico, Pasquino, Tula, Bobbio, & Matteucci, 1997). Esta idea de legitimidad en el campo político se remonta a la teoría de la dominación de Max Weber.

De acuerdo a Mayol (2002), quien estudia el concepto de legitimidad en Weber y su teoría de la dominación, la dominación presupone la mantención del ejercicio del poder y con ello el surgimiento de una asociación constituida por una regulación limitadora y un cuadro administrativo. Así, la dominación es una relación entre una parte que ejerce el mandato (es decir, la autoridad), sustentado en recursos de dominación y también la regulación propia de la asociación, y la otra parte sobre quien(es) se ejerce el mandato. Se distinguen dos tipos de dominación: i) por constelación de intereses y ii) dominación por autoridad. Nos interesa profundizar el segundo tipo en tanto es el que incluye esta Ilustración de autoridad que tiene esta característica llamada *legitimidad*. En este contexto, es que se define *legitimidad* como “la probabilidad de encontrar obediencia a un mandato de determinado contenido entre personas dadas” (la definición de Bobbio que se enuncia anteriormente), el concepto se sitúa en un contexto donde existen relaciones sociales asimétricas y las actitudes subjetivas de los individuos que son parte de un orden social están orientados por la creencia de que este es *legítimo* (Mayol, 2002).

Se distinguen además diferentes tipos de dominación, de acuerdo al nivel de racionalidad detrás de la relación, estos son, ordenadas de menor a mayor racionalidad¹¹: i) Dominación carismática, donde la autoridad descansa en la santidad, heroísmo o ejemplaridad de una persona; ii) Dominación tradicional, donde la legitimidad de la autoridad proviene de la santidad de las tradiciones que rigen desde tiempos lejanos; y iii) Dominación legal-racional, que proviene desde una serie de reglas impersonales establecidas conscientemente en un contexto de racionalidad, acorde a fines o valores y su validez está dada por un orden normativo legal. Estas distinciones acerca de los tipos de dominación nos resultan útil para situar a los representantes políticos en un contexto de dominación legal-racional, en tanto constituyen una autoridad que forma parte del orden social que supone la existencia de un Estado moderno, sus instituciones y las relaciones sociales que lo comprenden, donde existe una ciudadanía que obedece y se rige bajo este orden social y el mandato político de dichas autoridades.

Desde la aproximación realizada a los conceptos de *representación* y *legitimidad*, se puede observar que existe una relación clara entre ambos conceptos, como se explicó, los representantes políticos son una autoridad, y como tal, poseen un nivel de legitimidad que está dado, en principio, por una serie de reglas institucionales propias de la democracia en cuestión que permiten su elección, sin embargo, se podría considerar que también hay un factor de tradición que le confiere legitimidad a los representantes, en vista de que el Estado moderno –con separación de poderes y representantes electos que ejercen el mandato político– es una institución que lleva siglos de funcionamiento a lo largo del mundo y que tiene una validez que puede ser mayor o menor dependiendo del país y la época, pero es un hecho que la gran mayoría de los países del mundo se rigen por esta forma de gobierno y sus variantes.

Los parlamentos son un caso particular de representantes de la ciudadanía, representantes en el sentido formal descrito por Pitkin (1985), y también simbólicos, descriptivos y sustantivos. Representantes políticos que cuentan con cierto nivel de legitimidad para ejercer su mandato y que determina el nivel de estabilidad con el que cuenta el orden político en el que desenvuelven sus funciones.

¹¹ En este contexto, por racionalidad se entiende como la capacidad de predicción y control. Mayol señala que en Weber se expresa la racionalidad en contraposición a otras formas de acción social pre-modernas, como las basadas en costumbres, afectos o emociones.

2.1.1. Crisis de representación y legitimidad en la actualidad

Hoy en día, diferentes voces hablan de la existencia de una crisis de legitimidad y representación a lo largo del mundo moderno. La revista *The Economist* publica anualmente un reporte del estado de las democracias en el mundo llamado “*Democracy Index*” y la edición del año 2019 tuvo como título “Un año de retrocesos democráticos y protesta popular” (The Economist Intelligence Unit, 2019). En este documento, se señala que el 2019 el promedio mundial del índice de la democracia¹² alcanzó la peor cifra desde su creación en el 2006, alcanzando un valor 5,44, seguido solo por el 5,46 alcanzado el año 2010 tras la crisis financiera global. Pero en esta ocasión, el retroceso democrático no se debe a una crisis económica, sino en buena medida, a una serie de protestas acontecidas en múltiples países como Bolivia, Venezuela, Colombia, Haití, Ecuador, Hong-Kong e incluso Francia si es que incluimos la protesta de los “chalecos amarillos” a finales del año 2018, y por supuesto, Chile que experimentó una de las movilizaciones sociales más grandes desde el regreso a la democracia, que le valió el nombre de “estallido social”. Todas estas protestas tienen en común elementos de violencia ciudadana y ser manifestaciones en contra de las autoridades, y/o las decisiones de políticas públicas tomadas (The Economist Intelligence Unit, 2019). En el mismo documento de *The Economist*, se muestra una disminución sistemática del puntaje global obtenido en la dimensión “funcionamiento de gobierno”, paralelo a un aumento de la “participación política”, hecho que a juicio de ellos, habla de que un mal desempeño de los gobiernos a llevado a la gente a protestar y expresar su descontento.

Castells en su libro “La Crisis de la Democracia Liberal” revisa las causas de la crisis de legitimidad que sufren las democracias modernas y la define como:

“Si se rompe el vínculo subjetivo entre lo que los ciudadanos piensan y quieren y las acciones de aquellos a quienes elegimos y pagamos, se produce aquello que llamamos crisis de legitimidad política, a saber, el sentimiento mayoritario de que los actores del sistema político no nos representan”. (Castells, 2017, p. 16)

Definición que además es coherentes con los conceptos de legitimidad y representación descritos anteriormente. En su libro, Castells explora algunas causas de la crisis de legitimidad mencionada, que a grandes rasgos las atribuye a los procesos de globalización de la comunicación y de las economías de los países que ha limitado la capacidad de los estados a responder como crisis financieras, derechos humanos, cambio climático. Situación en el cual se ha priorizado la atención a aspectos del proceso de globalización en desmedro de intereses y expectativas de la ciudadanía, donde se destaca el caso de la crisis financiera global del 2010 donde los estados acudieron al auxilio del sistema bancario a costas de la ciudadanía.

Otro punto importante que revisa Castells es en relación a lo que denomina “escandalización” de la política” (que lo atribuye al sociólogo John Thompson) fenómeno en el cuál el proceso político y electoral se convierte en un espectáculo mediático, donde los políticos tratan de atacar la imagen de otros dejando el debate político en un segundo plano, lo que da lugar a un sentimiento de desconfianza y reprobación moral sobre el conjunto de políticos y la política.

En Chile, una de las manifestaciones más patentes de la crisis de legitimidad es el “estallido social”, que corresponde a una serie de protestas iniciadas el 18 de octubre del año 2019 donde la ciudadanía

¹² El índice de la democracia elaborado por *The Economist* se construye en base al promedio simple de 5 indicadores, que tienen puntajes de 1 a 10 cada uno, estos son: Libertades civiles, cultura política, participación política, funcionamiento del gobierno, proceso electoral y pluralismo.

expresó su descontento y una serie de demandas que declaran no estar siendo atendidas, como una reforma al sistema previsional, un acceso a la salud de calidad, mejoras al transporte público, problemas en el acceso al agua, mejoras en la educación pública y impunidad en casos de corrupción, por mencionar algunas que reporta la BBC (BBC News Mundo, 2019). Esta serie de protestas indujo a un acuerdo político transversal entre partidos de oficialismo y oposición que sería la génesis de un proceso para redactar una nueva constitución en el país (Camara de Diputados y Diputadas, 2019).

Desde las ciencias sociales, Kathya Araujo (2019) pone en perspectiva las causas que condujeron al estallido social y las características de la sociedad chilena como un “circuito de desmesura, desencanto, irritación y desapego” que se producen en el modelo económico chileno y en un fracaso de la democratización de las relaciones sociales. En sus palabras:

*“Lo que se desplegó en estas décadas ha sido una suerte de circuito de retroalimentación continua, que conectó la vivencia de la **desmesura** (de las exigencias de la vida social; de las desigualdades en las interacciones; o en el uso del poder) con el **desencanto** por las promesas sociales no cumplidas, tanto económicas como normativas y, por cierto, también respecto de aquellos que han sido o tendrían que haber sido sus garantes principales. De allí, en un paso, se genera la **irritación**. Finalmente, todo lo anterior aportó, en medidas y grados distintos, al incremento del **desapego** respecto de muchos de los principios, valores y normas que regulan la vida en común.”* (Araujo, 2019, págs. 32-33)

El concepto del desapego nos da a entender que existe una escisión en la sociedad chilena, entre la ciudadanía y el sistema político bajo el que viven, un desapego a las normas y a la institucionalidad en que se desenvuelven.

2.2. Sistemas de elección

En términos generales, un sistema electoral se define como el conjunto de reglas y procedimientos que utiliza un país para elegir a determinados representantes. Este conjunto de reglas comprende los aspectos institucionales para tener elecciones (por ejemplo, organismos a cargo de sostener las elecciones y sus potestades), aspectos administrativos y logísticos, la fórmula bajo la cual se transforman los votos a escaños o personas electas (por ejemplo, fórmulas proporcionales, por mayoría simple, absoluta, etc.), la estructura del voto y la definición de los distritos electorales y su magnitud de escaños, por mencionar algunos de los elementos más relevantes que comprenden un sistema de elección en el sentido más general (IDEA, 2008). Las componentes principales de un sistema de elección se presentan de manera resumida en la Tabla 2.

En particular, nos interesa profundizar acerca de sistemas de elección plurinominales, es decir, donde se eligen personas que integren un órgano de representación constituido por numerosos cupos (por ejemplo, un parlamento) que llamaremos asientos o escaños indistintamente. Además, nos enfocaremos específicamente en los aspectos referidos a la fórmula bajo la cual se transforman los votos en escaños, que de ahora en adelante llamaremos *mecanismo de elección*, y en menor medida, a la distribución de los distritos y su magnitud (la cantidad de personas que se eligen en un determinado distrito) debido a que son dos materias del diseño electoral que requieren de una dedicación exclusiva por su relevancia y complejidad propia.

Tabla 2 - Componentes básicos de un sistema de elección y su descripción

Componente	Descripción
Regla (o mecanismo)	Es la serie de reglas y procedimientos que permite determinar si un candidato, dada la votación obtenida por el y/o su lista (o partido) permiten que sea electo como representante.
Estructura del voto	Corresponde a la papeleta con los nombres de candidatos y/o listas de candidatos o partidos que compiten en la elección. Además, la papeleta define si es que se marca una o más preferencias; si es que se puede votar por personas, partidos o ambos; o si es que se ordenan por preferencia.
Distritaje	Corresponde a la delimitación geográfica y administrativa de los diferentes distritos que comprenden un territorio (el país u otra subdivisión). Determina por lo tanto el espacio geográfico donde las personas votan por determinados representantes. Dependiendo del tipo de sistema, en el distritaje se determina cuantos candidatos son electos por distrito (magnitud distrital), pudiendo ser uno o más.
Aspectos administrativos	Corresponde a todas las autoridades y responsables de realizar la elección, desde los organismos ante los cuales se inscriben las candidaturas, hasta quienes deben organizar los locales de votación, el escrutinio de votos y la calificación final de las elecciones para determinar las candidaturas electos.

A lo largo del mundo existe una numerosa variedad de sistemas de elección plurinominal para elegir a los representantes legislativos en las democracias modernas. Como señala el Instituto Internacional para la Democracia y Asistencia Electoral (IDEA, por sus siglas en inglés), la elección de un sistema electoral es una de las decisiones más importantes para cualquier democracia y en la mayoría de los casos, esta decisión tiene un profundo efecto en el futuro de la vida política de un país en cuestión y se mantiene relativamente constante en tanto los intereses políticos se consolidan a su alrededor y responden a los incentivos presentados por el sistema utilizado (IDEA, 2008).

En general, se distinguen tres grandes familias de sistemas electorales que traducen los votos emitidos a una distribución de escaños: los sistemas mayoritarios, donde resulta electa la primera mayoría de cada distrito electoral¹³, por ejemplo; los sistemas proporcionales¹⁴, donde se asigna una proporción de escaños a partidos o listas acorde a la proporción de votos obtenida, a nivel distrital o nacional, según la formulación del sistema; y los sistemas mixtos¹⁵, que utilizan componentes mayoritarias y proporcionales en la elección de representantes (IDEA, 2008). En la Tabla 3, se presenta una selección de los mecanismos de elección más comunes a lo largo del mundo, clasificados por tipo (Mayoritario, Proporcional o Mixto) y el subtipo al que corresponde (en caso de existir) junto con una descripción general de su funcionamiento. Las diferentes reglas/mecanismos de elección tienen estrecha relación con el distritaje puesto que, naturalmente, mecanismos como *first-past-the-post* requieren que existan una numerosa cantidad de distritos de magnitud uno, en contraste con sistemas proporcionales que tienen un número menor de distritos de magnitud bastante variable, como por ejemplo México que tiene 5 distritos de magnitud 40, en contraste con Chile que tiene 28 distritos con magnitudes entre 3 y 8.

¹³ Los estados de EE. UU. se dividen en varios distritos electorales y en cada uno se elige la primera mayoría para que integre la Cámara de Representantes (salvo contadas excepciones).

¹⁴ Chile, donde en cada distrito se distribuyen los escaños disponibles a las listas que compiten de acuerdo con la proporción de votos que obtienen, utilizando el método D'Hondt.

¹⁵ Alemania es el ejemplo por excelencia, que tiene distritos uninominales donde se eligen las primeras mayorías, y luego se completa el resto del parlamento de manera proporcional a las votaciones de los partidos, utilizando el método Saint-Lagüe.

Tabla 3 - Resumen de diferentes mecanismos de elección utilizados y su descripción.

Mecanismo (Sigla)	Tipo	Subtipo	Descripción
Mayoría simple (FPTP)	Mayoritario	<i>Plurality</i>	Funciona en distritos uninominales (M=1). Cada persona vota por un solo candidato y resulta electa la persona con el mayor número de votos.
Voto único no transferible (SNTV)	Mayoritario	<i>Plurality</i>	Es la generalización de FPTP a distritos plurinominales (M>1). Se vota por una sola persona y son electas los M candidatos más votados.
Dos vueltas	Mayoritario	Mayoritario con rondas	Se emite un voto de un listado de candidatos en una primera “vuelta” de la elección, y si es que nadie obtiene el 50%+1 de los votos, pasan a segunda “vuelta” los dos más votados y se vota nuevamente, siendo electo quién obtenga la mayoría.
Mayores promedios o de divisores	Proporcional	Proporcionales por lista/partido	Los métodos de divisores funcionan eligiendo un divisor que pondera la votación obtenida por cada lista, y luego se aproxima a un número entero bajo cierta regla de redondeo (que le entrega el nombre al método) de manera de el total de escaños repartidos coincida con el número de escaños a asignar. ¹⁶
Mayores restos o de cuotas	Proporcional	Proporcionales por lista/partido	Funciona de manera similar al método de divisores, pero en lugar de buscar un divisor que cumpla con la asignación proporcional, se fija una cuota de votos que deben obtenerse para obtener un escaño, y se asignan de acuerdo con la cantidad de votos y el resto de la división de votos respecto a la cuota fijada.
Voto único transferible (STV)	Proporcional	Proporcional por ranking	Se asigna un número (1, 2, 3, ...) a cada candidato de un listado, que denota el orden de prioridad o preferencia que se tiene por cada uno y se eligen representantes de acuerdo con el puntaje final que entregue este ranking.
Paralelo (MPV)	Mixto	Mayoritario	Se cuenta con dos votos, uno para votar por un candidato individual (en distritos uninominales) donde se utiliza una regla mayoritaria, y un segundo voto para votar por una lista o partido político para elegir un conjunto de candidatos utilizando una regla proporcional. De ahí proviene el nombre, de que se eligen representantes en elecciones paralelas, con dos reglas diferentes.
Mixto proporcional (MMP)	Mixto	Compensatorio	Este mecanismo también utiliza dos mecanismos, uno mayoritaria y otro proporcional, pero en lugar de ser utilizados de forma paralela, la elección proporcional toma como datos de entrada los resultados de la elección mayoritaria, a fin de buscar que el resultado final del parlamento sea proporcional, dada una cantidad de representantes uninominales electos.

¹⁶ Los métodos de divisores tienen varias especificaciones alternativas, pero equivalentes, para determinar la asignación de escaños. Todos los mecanismos que se trabajarán en este documento son variantes del método de divisores, por lo que su funcionamiento se detallará más adelante en la Sección 3.3. y la Sección 4.2.

El estudio de los sistemas electorales y sus consecuencias para la institucionalidad política se ha abordado desde diferentes ámbitos del conocimiento. Kenneth Benoit (2007), Colomer (2004) y otros autores coinciden en que el trabajo de Maurice Duverger *Political Parties: Their Organization and Activity in the Modern State* (1951), marca un antecedente fundamental en el estudio de la relación entre sistemas electorales y el sistema partidario, donde se plantea la famosa “Ley de Duverger”, que establece que el sistema más simple (distritos uninominales con elección de primera mayoría), favorece la consolidación de sistemas bipartidarios, y por otra parte, los sistemas proporcionales favorecen los sistemas multipartidarios. Benoit profundiza el análisis sobre la relación entre sistemas electorales y partidarios, proponiendo que dicha relación es endógena, es decir, que ambos sistemas se determinan mutuamente, en lugar del enfoque tradicional en que se procura estudiar solamente el sistema electoral como causa del sistema partidario (Benoit, 2007).

En el mismo trabajo, Benoit explora una variedad de agentes y motivaciones de cambio en los sistemas electorales que han aparecido en la literatura. Algunos agentes relevantes que menciona son: actores partidarios, extra-partidarios, procesos históricos, procesos económicos y la sociedad civil. Y en cuanto a objetivos de cambio: consecución o mantención de poder político, ingeniería social o electoral, mejoras en la representación y gobernabilidad y mejoras en la representación. En estos últimos casos, se referencian trabajos donde muestran ejemplos de países europeos y de Reino Unido que se movieron a sistemas del tipo proporcional, que facilitan la incorporación de una mayor variedad de proyectos políticos, lo que podría contribuir a la legitimidad del sistema político y balancear la gobernabilidad con la representación.

Colomer (2004) hace una revisión de los diversos componentes (mecanismo de elección, votos, niveles de la elección, magnitudes distritales, etc.) de los sistemas electorales y sus combinaciones a lo largo de la historia, y señala que existe una tendencia hacia sistemas más inclusivos, es decir, sistemas con cámaras más grandes, con mayor cantidad de distritos, de mayor magnitud, y con mecanismos mixtos o proporcionales más que mayoritarios, lo que genera un sistema político que incorpora una mayor variedad de proyectos políticos, en lugar de pocas coaliciones grandes. Al igual que Benoit, también señala la existencia de endogeneidad entre el sistema electoral y partidario. Es enfático en decir que los sistemas electorales son una cristalización de los intereses partidarios y la institucionalidad existente y tienden a mantener o reforzar este equilibrio, y son cambios exógenos al sistema, como algunas crisis políticas, fallas en la coordinación de los partidos y coaliciones y emergencia de nuevos proyectos políticos significativos, las que introducen modificaciones en el sistema electoral, y consecuentemente, en el sistema partidario también.

2.2.1. Sistemas de elección alrededor del mundo

Algunas personas dicen que “existen tantos sistemas de elección como países en el mundo”, una frase que cobra mucho sentido cuando se estudian y comparan los sistemas de elección de diferentes países, que pueden diferir desde sutilezas como hasta cuestiones más sustantivas. Así como cada país define un sistema de elección en base a sus circunstancias y objetivos democráticos, y bajo la influencias de los partidos políticos que configuran el sistema y tratan de que no se aleje mucho de sus intereses, como señalan Benoit (2007) y Colomer (2004), es que no conviene copiar o tratar de calcar el sistema de algún otro país, no obstante, si es un buen ejercicio intelectual observar que hacen (y que no hacen) los demás países para rescatar experiencias y aprendizajes que sirvan de insumo para configurar el sistema del propio país. En lo que sigue se revisan brevemente 6 países diferentes para contrastarlos al caso chileno y discutir si tienen elementos valiosos que se puedan incorporar. Se elige a Estados Unidos, Bolivia, México, Alemania, Nueva

Zelanda y Corea del Sur, para contar con una muestra que incluye países Latinoamericanos, Norteamericanos, Europeos, Asiáticos y Oceánicos. En la Tabla 4 se comparan los sistemas electorales parlamentarios de estos países por su tipo (si es que es mayoritario, mixto o proporcional, además del mecanismo de elección utilizado), el tamaño de cámara, el número de distritos electorales, si es que poseen un umbral mínimo de votos para obtener representación en el congreso (habitual en sistemas proporcionales o mixtos) y si es que cuentan con algún tipo de escaños reservados para darle representación a pueblos originarios.

Tabla 4 - Resumen comparativo de los sistemas de elección de 6 países diferentes

País	Mecanismo ¹⁷	Tamaño de cámara ¹⁸	Nº de distritos	Umbral de representación	Pueblos originarios
EE. UU.	FPTP	435 (+6)	435	-	-
Bolivia	MMP (FPTP + Webster)	130	70 FPTP + 60 PR	3%	7 distritos para etnias
Alemania	MMP (FPTP + Webster)	598 (más <i>overhangs</i>)	299	5% (o 3 distritos)	-
Nueva Zelanda	MMP (FPTP + Webster)	120 (más <i>overhangs</i>)	71	5% (o 1 distrito)	7 distritos Maorí
México	MPV (FPTP + Hare)	500	300 FPTP + 5 PR	3%	-
Corea del Sur	MPV (FPTP + Hare)	300	253 FPTP + 47 PR	3% (o 3 distritos)	-

Se eligieron, de manera no deliberada, casi exclusivamente países con sistemas del tipo mixto (a excepción de Estados Unidos), que por lo demás son sistemas cada vez más abundantes, de acuerdo con lo señalado por Colomer (2004). Una novedad de estos sistemas respecto a Chile, es el uso de umbrales de representación para obtener asientos en la cámara, esto es, la restricción de obtener un porcentaje mínimo de votos (o una mínima cantidad de escaños en los distritos uninominales) para poder acceder a representación política, que es una restricción motivada por el hecho de que los sistemas mixtos y proporcionales, sobre todo con magnitudes grandes de distritos, facilitan la entrada de proyectos políticos pequeños y variados, y de esta manera se impide una fragmentación excesiva de las coaliciones o partidos. Esta incorporación podría ser positiva en caso de una propuesta del tipo mixta o que genere más “inclusión”.

Cabe destacar también los casos de Bolivia y Nueva Zelanda que cuentan con un distritaje paralelo al de las elecciones regulares para elegir representantes de las étnicas del país, esto es, además del distritaje regular para elegir candidatos, existen distritos donde se elige además un candidato de alguna etnia (en el caso de Bolivia), o se genera otra división distrital diferente para elegir un número de representantes de un pueblo originario, como ocurre en el caso de Nueva Zelanda y el distritaje Maorí. En Chile, para la elección de la Convención Constitucional, se hizo algo más parecido al caso de Bolivia: del actual distritaje chileno, se quitó un escaño de los distritos con mayor cantidad de escaños para elegir a representantes de los pueblos originarios, dando lugar a 17 escaños reservados que se repartieron entre las etnias de acuerdo con su población.

¹⁷ Webster y Hare son dos mecanismos de elección proporcional específicos, que difieren en como se calcula específicamente la cantidad de escaños que se asigna a cada partido o lista. Webster corresponde a un método de divisores y Hare a uno de cuotas.

¹⁸ *Overhangs* se refiere a asientos extras contemplados en algunos mecanismos de elección (del tipo mixto proporcional habitualmente) que se agregan por sobre el tamaño base del parlamento en caso de que se requieran para completar de manera proporcional el parlamento.

2.2.2. Sistemas de elección y legitimidad de representantes

No es muy abundante la literatura que estudie específicamente el efecto que tiene un sistema electoral sobre la legitimidad de los representantes electos, y naturalmente, no es una pregunta fácil de resolver. En general existen estudios que explican las causas y modelos de cambio de sistemas electorales motivados, entre otros, por la búsqueda de legitimidad y una reconfiguración del sistema político (Benoit, 2004; Colomer, 2004; Benoit, 2007).

Existe también investigaciones que estudian la importancia de algunos elementos relativos a los sistemas electorales y el proceso electoral, como el daño que generan las malas prácticas electorales (fraude electoral, desinformación, soborno, etc.) a la legitimidad política (Norris, 2019), o por otro lado, la relación entre los partidos políticos y la ciudadanía, donde existe cierta evidencia de que la cercanía entre los partidos políticos y la ciudadanía es relevante y, por lo tanto, un conjunto más grande de partidos compitiendo le permitiría a la ciudadanía encontrar una elección que se asemeje a sus preferencias, mejorando la satisfacción con la democracia (Costello et al., 2020; Dassoneville & McAllister, 2019; Fischer et al. 2021). Hay otras investigaciones que apuntan en cambio a la importancia a la calidad del proceso político y la gobernanza como un factor tanto o más importante que lo electoral (Rothstein, 2008)

Por último, existe también literatura que discute la importancia que tiene el nivel o la calidad de la representación en la aceptación de las decisiones de política pública tomadas por las autoridades (Arnesen & Peters, 2017). En general, se considera que la calidad de la representación, ya sea en términos sustantivos, descriptivos, formales o simbólicos (Pitkin, 1985), es un factor relevante para la legitimidad de los representantes electos, varios autores destacan la importancia que tiene una relación de representación plena, que represente la pluralidad de la ciudadanía, para el funcionamiento correcto de las democracias modernas (Urbinati & Warren, 2008; Plotke, 1997; Peruzzotti, 2008). Nohlen (2006) también considera la representación (descriptiva y sustantiva) como un elemento fundamental para evaluar la calidad de un sistema electoral, particularmente si es que se desea cambiar a un nuevo sistema. Así, podríamos juzgar la pertinencia de un nuevo sistema electoral y discutir si es que puede tener un efecto positivo para la legitimidad de los representantes evaluando cuanto logra mejorar el nivel o la calidad de la representación.

2.3. Asignación proporcional

Dentro de los múltiples mecanismos de elección que existen para transformar los votos obtenidos en escaños, nos interesan en particular los mecanismos de asignación proporcional. Matemáticos y economistas han formulado y estudiado la proporcionalidad en términos matemáticos para contribuir al estudio de los sistemas electorales (Balinski, Young, Demange, Maier, Zachariasen, Zachariassen y Gaffke, entre algunos citados). A continuación se introducirá notación matemática y definiciones formales acerca de proporcionalidad.

- Denotaremos por C al conjunto de candidatos que compiten por ser electos, por L al conjunto de listas que compiten, por D al conjunto de distritos y G al conjunto de géneros de las candidaturas.
- Denotaremos por v_c a la cantidad de votos que obtiene un candidato $c \in C$ y por $l(c) \in L$, $d(c) \in D$ y $g(c) \in G$ a la lista, distrito y género a los que pertenece el candidato c . Además, definiremos v_{ldg} como los votos que obtiene la lista l en el distrito d para el género g . Expresión que queda definida por:

$$v_{dlg} = \sum_{\substack{c \in C: d(c)=d, \\ l(c)=l, g(c)=g}} v_c$$

- Por último, denotaremos por χ a la función que indica si un candidato es electo o no, esto es, $\chi(c)$ toma el valor de 1 si es electo bajo el mecanismo en cuestión y toma el valor de 0 si es que no.

Los métodos o mecanismos de asignación proporcional, en términos generales, abordan el problema de asignar una cantidad entera de asientos H (por *house-size* o tamaño de cámara en español) a un conjunto de listas o partidos, de manera que la proporción de asientos que obtiene cada uno sea lo más similar posible a su proporción de votos. Pero esta noción de proporcionalidad no se limita solo al problema de asignar escaños a listas, sino que también puede ser a distritos, géneros u otra dimensión que se considere pertinente. A continuación se revisa de manera rigurosa este concepto.

2.3.1. Proporcionalidad en una dimensión

Dado un tamaño de cámara H , y un vector de votos $v \in \mathbb{N}^L$ donde v_l corresponde a la votación obtenida por la lista $l \in L$, decimos que el vector $x \in \mathbb{N}^L$ es una asignación proporcional de acuerdo al método de divisores si es que existe un multiplicador $\lambda > 0$ tal que:

$$(1) \quad \sum_{l \in L} x_l = H \text{ y } x_l \in [\lambda v_l]^{19}, \text{ para cada lista } l \text{ en } L$$

Se puede extender esta definición de asignación proporcional a casos donde se imponen cotas superiores U_l y/o inferiores I_l a la cantidad de asientos que puede obtener cada lista l , en este caso, la definición de asignación proporcional corresponde a:

$$(2) \quad \sum_{l \in L} x_l = H \text{ y } x_l \in \text{mid}\{I_l; [\lambda v_l]; U_l\}, \text{ para cada } l \text{ en } L,$$

Donde $\text{mid}\{a, b, c\}$ representa el valor intermedio entre a, b y c . Dadas las condiciones descritas, la asignación descrita tiene una existencia demostrada y se puede hallar mediante métodos de programación lineal (Balinski & Young, 2010).

2.3.2. Proporcionalidad en dos dimensiones

Es posible extender la noción de proporcionalidad vista a dos dimensiones, en este caso, dado un tamaño de cámara H , una matriz de votos $v \in \mathbb{N}^{L \times G}$ tal que v_{lg} corresponde a la cantidad de votos obtenida por el género $g \in G$ perteneciente a la lista $l \in L$, un vector $r \in \mathbb{N}^L$ que contiene la cantidad de escaños a asignar a cada lista y un vector $s \in \mathbb{N}^G$ que contiene la cantidad de escaños a asignar a cada género, decimos que una matriz $x \in \mathbb{N}^{L \times G}$ es una asignación bi-proporcional si es que existen valores positivos μ_l para cada lista l y valores positivos γ_g para cada género g , tales que:

- (1) $\sum_{l \in L} x_{lg} = r_l$, para cada lista $l \in L$,
- (2) $\sum_{g \in G} x_{lg} = s_g$, para cada género $g \in G$,
- (3) Donde $x_{lg} \in [\mu_l \gamma_g v_{lg}]$ para $l \in L$ y para cada $g \in G$

¹⁹ La operación $[\cdot]$ denota una regla de redondeo arbitraria, esto es, una operación definida sobre los números reales que entrega un determinado conjunto de números enteros. La definición formal se encuentra en el Anexo A.1. de Reglas de Redondeo.

Balinski y Demange en sus trabajos de 1989 estudian las condiciones de existencia de una asignación con estas características y discuten los métodos algorítmicos utilizados para hallarlas.

2.3.3. Proporcionalidad en tres dimensiones

Recientemente Cembrano et al. (2021) estudian la extensión del caso biproporcional a un número arbitrario de dimensiones. En particular, nos interesa describir el caso de 3 dimensiones que será utilizado en el presente trabajo.

Dado un tensor de votos $v \in \mathbb{N}^{D \times L \times G}$ con los votos que obtienen las listas l en cada distrito d y para cada género g , un vector $q \in \mathbb{N}^D$ con la asignación de escaños para cada distrito, un vector $r \in \mathbb{N}^L$ con la asignación de escaños para cada lista y un vector $s \in \mathbb{N}^G$ con la asignación de escaños para cada género, decimos que el tensor $x \in \mathbb{N}^{D \times L \times G}$ es una asignación triproporcional u -aproximada si es que existen valores estrictamente positivos λ_d para cada distrito d , μ_l para cada lista l y γ_g para cada género g tales que:

- (4) $q_d - u_D \leq \sum_{l \in L} \sum_{g \in G} x_{dlg} \leq q_d + u_D$, para cada distrito $d \in D$,
- (5) $r_l - u_L \leq \sum_{d \in D} \sum_{g \in G} x_{dlg} \leq r_l + u_L$, para cada lista $l \in L$,
- (6) $s_g - u_G \leq \sum_{l \in L} \sum_{d \in D} x_{dlg} \leq s_g + u_G$, para cada género $g \in G$,
- (7) Donde $x_{dlg} \in [\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg}]$ para cada $d \in D$, $l \in L$ y $g \in G$

Si el tensor x verifica esta definición cuando $u_D = u_L = u_G = 0$ decimos sencillamente que x es una asignación triproporcional. De acuerdo al Teorema 4 de Cembrano et al. (2021) una asignación triproporcional u -aproximada está garantizada que exista bajo determinadas condiciones y siempre y cuando:

$$(*) \quad \frac{1}{u_D+2} + \frac{1}{u_L+2} + \frac{1}{u_G+2} \leq 1,$$

Esta condición se cumple, en particular, cuando $u_D = u_L = u_G = 1$, o cuando $u_D = 1, u_L = 0$ y $u_G = 4$, es decir, que si nos desviamos en uno en cada dimensión, o si nos desviamos 0 en listas, 1 en distritos y 4 en género (con respecto a la asignación triproporcional no aproximada), está garantizada la existencia de esta asignación triproporcional u -aproximada. De manera similar al caso biproporcional, esta asignación se puede hallar utilizando métodos de programación lineal.

a) Proporcionalidad en tres dimensiones con incorporación de mayorías.

La definición de triproporcionalidad presentada (así como el resto) se puede extender agregando nuevas condiciones o restricciones que generen asignaciones con nuevas propiedades. Una propiedad interesante de explorar es la incorporación de primeras mayorías distritales de manera simultanea a la asignación triproporcional, es decir, una asignación triproporcional que garantice que en cada distrito, la lista a la que pertenezca el candidato más votado de aquel distrito tenga garantizado al menos un escaño. Lo anterior se puede lograr modificando la condición (7) descrita, por la siguiente nueva condición:

- (1) Para cada distrito $d \in D$, lista $l \in L$ y género $g \in G$ tenemos que $x_{dlg} \in [\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg}]$ si es que $\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg} \geq \mathbf{1}_{dlg}$ y $x_{dlg} = 1$ en otro caso.²⁰

²⁰ $\mathbf{1}_{dlg}$ denota la función indicatriz, que toma el valor de 1 cuando el candidato c más votado en el distrito d , pertenece a la lista l y al género g y 0 si no.

Esta nueva definición de triproporcionalidad se extiende desde el trabajo de Cembrano et al. (2021), pero es necesario verificar que las condiciones de existencia de la solución triproporcional se mantienen y si el algoritmo utilizado en dicho trabajo puede encontrarla. En el Anexo A.2. se presenta la prueba de existencia bajo las mismas condiciones presentadas en Cembrano et al. (2021) y se garantiza la existencia de una solución triproporcional u -aproximada bajo la misma condición (*) presentada anteriormente, y se puede hallar utilizando métodos de programación lineal.

Capítulo 3

3. Marco Metodológico

3.1. Objetivos de la investigación

El objetivo del trabajo de investigación es diseñar un mecanismo de elección parlamentario alternativo al actual mecanismo chileno y analizar las posibles consecuencias de su implementación en Chile a partir de los resultados de simulaciones computacionales.

Específicamente se busca:

1. Formular propuestas de nuevos mecanismos electorales proporcionales con propiedades valiosas para la representación parlamentaria.
2. Comparar el desempeño de los diferentes sistemas a partir de determinadas métricas como representatividad, proporcionalidad, paridad de género, entre otras.
3. Formular recomendaciones sobre la conveniencia de elegir un determinado sistema a partir de los resultados obtenidos de las simulaciones.

3.2. Alcance y resultados esperados

En este trabajo se busca elaborar nuevos mecanismos electorales basados en la noción de proporcionalidad y utilizar los resultados de las votaciones disponibles para generar simulaciones de configuraciones alternativas de parlamentos electos dada estas nuevas reglas. Se medirá el desempeño que tengan estos diferentes mecanismos según los parlamentos resultantes que entreguen cada uno y así poder evaluar si alguno puede entregar lecciones que nos permitan mejorar el diseño del actual mecanismo electoral chileno.

Se ha comentado la importancia de las reglas formales y la magnitud de la representación descriptiva como factores que influyen positivamente en la legitimidad y en la aceptación de las políticas públicas, por lo tanto, las métricas propuestas apuntan a medir esencialmente aspectos de la representación descriptiva (en términos políticos y de género específicamente) además de otras medidas de “calidad” del sistema, es decir, la capacidad que tiene de cumplir su propósito de ser representativo y justo, de manera adecuada, en donde incluimos métricas como la cantidad de votos promedios de los representantes electos y el poder de voto de los diferentes distritos electorales del país.

Las métricas mencionadas permitirían establecer pros y contras de cada sistema y constituyen un insumo para la discusión de qué mecanismo podría ser más adecuado para responder a la crisis de legitimidad de representantes políticos mencionada. Este trabajo de tesis tratará de aportar insumos y abordar las pregunta: De acuerdo a los resultados obtenidos por cada mecanismo ¿Cuál es mecanismo que cuenta con las propiedades más valiosas para la representación parlamentaria en Chile? ¿Son estas propiedades pertinentes para responder, al menos parcialmente, al problema de legitimidad de los representantes?

En el contexto de la crisis de legitimidad que sufren los representantes políticos en Chile, que tiene consecuencias negativas para la estabilidad y gobernanza del país, es que se busca contribuir con una propuesta alternativa de mecanismo electoral que, a partir de determinadas propiedades deseables mencionadas en el objetivo específico número 1, que se traducen en: candidatos electos con una mayor cantidad de votos promedios, incentivos a generar proyectos políticos más amplios con objetivos programáticos comunes en lugar de una dispersión de proyectos políticos, la implementación de un mecanismo de paridad y la consideración por la dimensión local de proyectos políticos, puedan contribuir a mejorar la legitimidad que tienen los representantes parlamentarios en nuestra democracia. Se espera que esta propuesta constituya un insumo para el diseño de un mecanismo de elección para el país y que las reflexiones que se desprendan de sus resultados puedan ser un aporte sustancial para la discusión acerca de la legitimidad de nuestros representantes.

Esta tesis no es un trabajo empírico que busque estimar, por ejemplo, un efecto causal que tengan determinadas reglas de elección sobre la legitimidad u otras variables políticas del sistema electoral chileno. Tampoco se pretende dar una respuesta cerrada a que tipo de mecanismo es mejor para dar una respuesta a la crisis de legitimidad, sino que se utilizan los resultados de dos elecciones en Chile, para analizar los resultados de los diferentes mecanismos y extraer lecciones que sirvan para mejorar el diseño del propio mecanismo de elección en miras a mejorar el problema de representación y legitimidad existente. Como las dos elecciones utilizadas (2017 y 2021) tuvieron lugar en dos momentos sociopolíticos bastante diferentes en Chile, se espera que los resultados analizados podrían contar con cierto nivel de validez externa en los fenómenos descritos.

En este trabajo tampoco se aborda en detalle la discusión acerca de si debe existir una o dos cámaras ni se busca dar una respuesta. El diseño institucional de los órganos del poder parlamentario es un tema muy amplio, que va de la mano el diseño de la forma gobierno y son temas de investigación de complejidad e importancia que dan abasto para una tesis por si solos. Por el mismo motivo, tampoco se aborda el tema del distritaje, que es otro factor fundamental del diseño electoral, pero que tiene tres aristas de bastante complejidad, como lo es el trazado del mapa, la decisión de cuantos distritos y que magnitudes tendrían estos distritos, tres aristas con implicancias políticas y electorales que también escapan al trabajo de investigación realizado.

3.3. Metodología

El trabajo de investigación cuenta con una metodología cuantitativa, basada en métodos computacionales que permiten generar simulaciones de los resultados de los diferentes mecanismos de elección propuestos. De manera general, se programarán algoritmos que reproduzcan de manera fiel el procedimiento de mecanismos de elección y que recibirán como datos de entrada los resultados de elecciones chilenas para como resultado nóminas de candidatos electos que incluyen características relevantes como género, afiliación política, región, cantidad de votos, entre otros. Estos datos permitirán la construcción de métricas para evaluar el desempeño de cada mecanismo y finalmente poder analizar y discutir los resultados entregados para generar recomendaciones. En las siguientes subsecciones se explica de manera detallada la metodología a seguir.

El trabajo se acotará a estudiar los mecanismos de elección y las asignaciones proporcionales en la cámara de diputados chilena. Si bien el mecanismo bajo el cual se elige la cámara del senado es el mismo, las cámaras tienen diferentes periodos de funcionamiento y distritaje, así que, por simplicidad, el análisis se enfocará solo a la cámara de diputados chilena.

3.3.1. Descripción algorítmica de los mecanismos de elección

En esta sección se realiza una descripción no formal (en el sentido matemático y computacional), pero sí rigurosa y no ambigua de los procedimientos necesarios para reproducir de manera unívoca los mecanismos electorales bajo los cuales se traducen los votos obtenidos por candidatos en una nómina de parlamentarios electos. Se describen de esta manera el sistema chileno vigente y el mecanismo para elegir a los convencionales constituyentes en el año 2021, además de las propuestas elaboradas. Junto al título de cada mecanismo descrito aparece entre paréntesis un código para identificar cada sistema en el reporte de resultados realizado más adelante.

a) Mecanismo de elección chileno: Método D'Hondt Distrital (E17)

A continuación, se describe el método utilizado actualmente en Chile para elegir diputados y senadores, regulado por la Ley N° 20.840, que es la ley que cambia el sistema binominal por el actual sistema de elección parlamentario.

En un primer paso, los escaños de cada distrito $d \in D$ se dividen entre las listas y los candidatos independientes de acuerdo con el Método Jefferson/D'Hondt, utilizando los votos obtenidos por todos los candidatos de cada lista en el distrito. Obtenemos de esta manera un valor r_l para cada $L \in L$. Luego, los r_l escaños asignados a cada lista $l \in L$ se dividen entre sus sub-listas (generalmente partidos políticos) mediante el mismo método y se asignan a los candidatos de estas sub-listas con más votos individuales.

b) Mecanismo de la convención constitucional (CCM)

A continuación, se describe el método utilizado en la reciente elección de la Convención Constitucional de Chile del 15 al 16 de mayo de 2021:

En un primer paso, los escaños de cada distrito $d \in D$ se dividen entre las listas y los candidatos independientes de acuerdo con el Método Jefferson/D'Hondt, utilizando los votos obtenidos por todos los candidatos de cada lista en el distrito. Obtenemos de esta manera un valor r_l para cada $L \in L$. Luego, los r_l escaños asignados a cada lista $l \in L$ se dividen entre sus sub-listas (generalmente partidos políticos) mediante el mismo método y se asignan provisionalmente a los candidatos de estas sub-listas con más votos individuales. Si en este punto el conjunto de candidatos electos logra el equilibrio de género (es decir, el mismo número de hombres y mujeres si el número de escaños del distrito es par y como máximo un hombre/mujer más si es impar), los escaños se asignan a estos candidatos. De lo contrario, se repite el siguiente procedimiento hasta que se cumpla la condición de equilibrio de género: Elegir al candidato provisionalmente elegido del género sobrerrepresentado con el menor número de votos y asignar en su lugar al candidato provisionalmente no elegido del otro género. y su mismo partido (o lista, en caso de que lo primero no sea posible) con el mayor número de votos individuales.

Nos remitimos a las leyes electorales vigentes en Chile (N°20.840 y N°21.216) para encontrar la descripción original y legal del método.

c) Mecanismo de elección biproporcional (BPM)

En este método, ejecutamos el siguiente procedimiento para cada distrito $d \in D$. En un primer paso, encontramos una asignación unidimensional de escaños a las listas en L utilizando el método Jefferson/D'Hondt, de acuerdo con sus votos, y llamamos r_l al número de escaños obtenidos por cada lista $l \in L$. Recuerde que los distritos marginales están dados por q_d para cada $d \in D$.

Para cada distrito $d \in D$ establecemos los marginales de género s de la siguiente manera. Para cada género $g \in G$ considere el número total de votos obtenidos por los candidatos del género g en el distrito, es decir, $\sum_{l \in L} v_{dlg}$. Luego, establecemos $s_g = \left\lfloor \frac{q_d}{2} \right\rfloor$ en el género g que obtiene la mayoría de los votos, y establecemos $s_g = \left\lceil \frac{q_d}{2} \right\rceil$ en el otro género. Observe que cuando q_d es par tenemos que ambos sexos obtienen el mismo número de asientos $\frac{q_d}{2}$, y cuando q_d es impar el desequilibrio de asientos es igual a uno. Luego, calculamos una asignación biproporcional x , que satisface las condiciones (1) – (3) de la Sección 2.3.2 del marco conceptual, para obtener valores x_{lg} para cada lista $l \in L$ y cada género $g \in G$. El valor x_{lg} representa el número total de candidatos elegidos de la lista l y género g . Finalmente, la asignación de candidatos electos se calcula de la siguiente manera: Para cada lista $l \in L$ y para cada género $g \in G$ establecemos $\chi(c) = 1$ para los x_{lg} candidatos más votados c tal que $\mathbf{d}(c) = d$, $\mathbf{l}(c) = l$, $\mathbf{g}(c) = g$ y de otra manera, establecemos $\chi(c) = 0$.

d) Mecanismo de elección triproporcional (TPM)

A diferencia de los métodos anteriores, el método triproporcional produce una asignación global en lugar de una asignación por distrito. Como se describe en la Sección 2.3.3, una asignación triproporcional no existe en todos los casos, pero se garantiza que existe una asignación triproporcional u -aproximada siempre que $\frac{1}{u_D+2} + \frac{1}{u_L+2} + \frac{1}{u_G+2} \leq 1$, que, en particular, este se cumple cuando $u_D = 1, u_L = 0$ y $u_G = 4$.

Ahora describimos el método. El número total de escaños es H y los distritos marginales se dan por q_d para cada $d \in D$. Los marginales de la lista se calculan de acuerdo con el método de Jefferson/D'Hondt utilizando para cada lista $l \in L$ el número total de votos $\sum_{d \in D} \sum_{g \in G} v_{dlg}$, y sea r_l el número de escaños obtenido por cada lista $l \in L$. Los marginales de género se dan como sigue. Para cada género $g \in G$ considere el número total de votos obtenidos por los candidatos del género g , es decir, $\sum_{d \in D} \sum_{l \in L} v_{dlg}$. Luego, establecemos $s_g = \left\lfloor \frac{H}{2} \right\rfloor$ en el género g que obtiene la mayoría de los votos, y establecemos $\left\lceil \frac{H}{2} \right\rceil$ en el otro género. Observe que cuando H es par tenemos que ambos sexos obtienen el mismo número de asientos $\frac{H}{2}$, y cuando H es impar el desequilibrio de asientos es igual a uno.

- i. Inicialmente, considere $u_D = 0, u_L = 0$ y $u_G = 0$. Verificamos si existe una asignación de triproporcional x , que satisfaga (1) – (4) de la Sección 2.3.3 para obtener valores x_{dlg} para cada distrito $d \in D$, cada lista $l \in L$ y cada género $g \in G$. Si existe tal distribución, la asignación de candidatos electos se calcula de la siguiente manera: Para cada distrito $d \in D$, para cada lista $l \in L$ y para cada género $g \in G$ establecemos $\chi(c) = 1$ para los

candidatos x_{dlg} superiores c tales que $\mathbf{d}(c) = d$, $\mathbf{l}(c) = l$, $\mathbf{g}(c) = g$. De lo contrario, establecemos $\chi(c) = 0$.

- ii. De lo contrario, incrementamos iterativamente el valor de u_G en uno, verificamos en cada caso si existe una solución que satisfaga (1) – (4) de la Sección 2.3.3 del marco conceptual y nos detenemos una vez que se encuentra una asignación entera. Los candidatos electos se asignan de la misma manera que antes. Finalmente, si los pasos descritos no funcionan con $u_G = 4$, repetimos el procedimiento estableciendo inicialmente $u_L = 0$ y $u_D = 1$ y aumentando iterativamente u_G de cero a cuatro. Este procedimiento garantiza encontrar una solución.

e) Mecanismo de elección triproporcional con umbral del 3% (TPM3)

En este método, incluimos un umbral en el porcentaje de votos obtenidos por una lista para ser elegible para el reparto de escaños. Más concretamente, solo incluimos en el proceso el conjunto de listas $l \in L$ que obtienen al menos un 3% de los votos, es decir:

$$(6) \frac{\sum_{d \in D} \sum_{g \in G} v_{dlg}}{\sum_{l \in L} \sum_{d \in D} \sum_{g \in G} v_{dlg}} \geq 0,03; \text{ para cada } l \in L$$

Para implementar esta restricción, calculamos los marginales de la lista usando el método de Jefferson/D’Hondt con límites estableciendo $U_l = 0$ para cada lista l que no satisfaga la condición anterior y $U_l = H$ para cada lista l que cumpla si la cumpla. Para cada lista $l \in L$ establecemos $I_l = 0$. En particular, a las listas que no cumplen la condición se les asigna cero asientos mediante el método Jefferson/D’Hondt. Luego, ejecutamos el método descrito triproporcional descrito en el punto anterior.

f) Mecanismo de elección triproporcional con elección de mayorías (TPP)

En este método, nos aseguramos de que el candidato principal de cada distrito sea elegido incorporando un conjunto de restricciones en el momento de calcular una distribución de tres proporciones. Esta característica fue incluida por Maier et al. (2010) en su estudio de referencia de la vida real sobre distribuciones biproporcionales. Sin embargo, no se proporcionó ningún estudio teórico sobre la existencia y el cálculo de dicha distribución. Mostramos que los resultados de Cembrano et al. (2021) se puede ampliar cuando se incorpora esta restricción de pluralidad, resultado que se detalla en el Anexo A.2. Ahora describimos el método.

Las marginales de cada distrito están dadas por q_d para cada distrito $d \in D$. Para cada lista $l \in L$, sea m_l el número de candidatos de esta lista que son los mejores candidatos en su distrito. Los marginales de la lista r_l se calculan utilizando el método de Jefferson/D’Hondt con cotas, estableciendo $U_l = H$ y $I_l = m_l$ para cada lista l . El objetivo de elegir al candidato más votado de cada distrito se impone con las siguientes restricciones: Para cada candidato con la mayor votación c de un distrito, tenemos:

$$x_{dlg} \geq 1 \text{ si } \mathbf{d}(c) = d, \mathbf{l}(c) = l, \mathbf{g}(c) = g$$

Para incorporar estas restricciones en la noción de proporcionalidad, consideramos el valor $\mathbf{1}_{dlg}$ que es igual a uno si el candidato más votado del distrito d pertenece a la lista l y género g , y cero

en caso contrario. En este contexto, reemplazamos la condición de proporcionalidad (5) de la Sección 2.3.3 por la siguiente condición:

(*) Para cada distrito $d \in D$, lista $l \in L$ y género $g \in G$ tenemos que $x_{dlg} \in [\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg}]$ si es que $\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg} \geq \mathbf{1}_{dlg}$ y $x_{dlg} = 1$ en otro caso.

Observe que cuando el candidato más votado del distrito d no pertenece a la lista l y al género g , la condición anterior es equivalente a la original para esa tupla (d, l, g) . Decimos que una solución x que satisface (1) – (3) y (5) de la Sección 2.3.3 es una asignación triproporcional u -aproximada con pluralidad. En este método, ejecutamos los mismos pasos i. y ii. descritos en la Sección 3.3.1, considerando en su lugar una asignación triproporcional u -aproximada con pluralidad.

g) Mecanismo triproporcional con elección de mayorías y umbral del 3% (TPP3)

En este método, también nos aseguramos de que el candidato principal de cada distrito sea elegido, pero consideramos además la condición de umbral (6). Las marginales de distrito están dadas para cada distrito $d \in D$. Para cada lista $l \in L$, sea m_l el número de candidatos de esta lista que son los candidatos más votados en su distrito. Las marginales de la lista se calculan usando el método de Jefferson/D'Hondt estableciendo $I_l = U_l = m_l$ para cada lista l que no satisfaga la condición (6), y establecemos $U_l = H$ y $I_l = m_l$ para cada lista que si la cumpla. Luego, el procedimiento se ejecuta de la misma manera que el TPP descrito anteriormente.

3.3.2. Datos a utilizar

Se utilizan los resultados de las elecciones de la cámara de diputados del año 2017 y de la convención constitucional del año 2021. Si bien esta última no corresponde a una cámara de diputados, se utilizó el mismo mecanismo de elección (excepto por la adición del mecanismo de paridad *ex post* y los 17 escaños reservados) y el mismo distritaje que se utiliza para la elección de la cámara baja, además, se considera valioso contar con un segundo conjunto de datos de una elección más reciente que se dio en un momento político diferente a la del 2017. Los datos se obtienen Servicio Electoral chileno²¹ el primero se encuentra en el apartado de Elecciones de Diputados 1989 al 2017 por Circunscripción Electoral²² y el segundo se obtiene de una solicitud de transparencia.

Se requiere un procesamiento previo de las bases de datos para que tengan una estructura acorde a la que requieren los algoritmos a utilizar. En la Tabla 5 se muestra la estructura requerida.

Tabla 5 - Estructura de la base de datos requerida para los algoritmos que implementan los mecanismos de elección

Candidato	Género	Región	Distrito	Lista	Partido	Militancia	Votos
Persona 1	H	Región 1	10	A	Partido 1	P1	1003
Persona 2	M	Región 1	11	B	Partido 2	P2	9001
Persona 3	M	Región 2	17	A	Partido 1	INDEP.	1234

²¹ <https://www.servelec.cl/>

²² <https://www.servelec.cl/elecciones-de-diputados-1989-al-2013-por-circunscripcion-electoral/>

Notar la distinción entre militancia y partido. La ley chilena establece que independientes se pueden presentar como candidatos como parte de un pacto o un partido político, y en ese caso, sus votos cuentan como parte del partido y el pacto pese a ser independientes, como lo sería en el caso de la “Persona 3” en la tabla de ejemplo.

3.3.3. Métricas para comparar el desempeño

a) Representatividad

Por representatividad nos referiremos a que tan representativo son los candidatos electos bajo cada sistema y la métrica a utilizar será la cantidad de votos promedio de las personas electas, definida como:

$$V_{prom} = \frac{\sum_{c \in C: \chi(c)=1} v_c}{H}$$

Es decir, sumar los votos de los candidatos $c \in C$ que fueron electos, esto es $\chi(c) = 1$ y dividirlos en la cantidad de personas electas, es decir, el tamaño de cámara $H = 155$ o $H = 138$ en el caso de la convención. Si bien puede ser una métrica acotada respecto a un sentido más general del concepto de representación, es una medida práctica para detectar que sistemas eligen a personas con más votos en promedio.

b) Proporcionalidad

En la literatura de la ciencia política se utilizan medidas de desproporcionalidad o *malapportionment* también llamadas, que sencillamente miden la distancia entre la asignación justa, dada por el porcentaje de votos y la asignación realizada, en términos del porcentaje de escaños. Sean \tilde{v}_l y \tilde{x}_l los porcentajes de votos y asientos que obtiene una lista l , el índice de Gallagher (Gallagher, 1991) se define como:

$$GI(\tilde{v}, \tilde{x}) = \frac{1}{2} \sqrt{\sum_{l \in L} (\tilde{v}_l - \tilde{x}_l)^2}$$

Es decir, una distancia euclidiana entre los porcentajes de votos y escaños. Existen otras medidas de *malapportionment*, como el índice de Loosemore-Hanby (Loosemore & Hanby, 1971), que corresponde a la distancia en valor absoluto. Nos restringiremos al índice de Gallagher sencillamente debido a que por su formulación les concede un peso relativo menor a las desviaciones de proporción más pequeñas respecto a las más grandes.

La definición del índice de Gallagher presentada se puede extender a la configuración triproporcional desarrollada anteriormente, utilizando el porcentaje de escaños \tilde{x}_{dlg} obtenidos por una lista l , en el distrito d por el genero g , y en lugar del porcentaje de votos, se utiliza el *fair-share*, denotado por \tilde{f}_{dlg} que a la cantidad de escaños no-entera que corresponde a cada tupla (d, l, g) . El *fair-share* se obtiene resolviendo el problema de optimización convexo presentado en el Anexo A.3 y corresponde a una solución que verifica las condiciones de la asignación triproporcional, pero cuando no se redondea, y, por lo tanto, es la cantidad “más justa” de asientos que corresponde asignar.

c) Paridad

Los resultados de paridad se medirán considerando los valores absolutos y relativos de hombres y mujeres candidatos y electos, además de la votación obtenida en las elecciones y la cantidad de votos que representan dentro del parlamento electo. De esta manera se pueden analizar las brechas de género en términos relativos, es decir, comparar cuando se asemejan o distan los porcentajes de mujeres que participan de la elección, el porcentaje de votación obtenido y el porcentaje de representación final que obtienen dentro del parlamento.

d) Representación política

Se observarán y analizarán las diferentes configuraciones políticas que genera cada mecanismo de elección, esto es, la cantidad de asientos (en términos absolutos y relativos) que obtiene cada lista. Debido a que hubo cambios importantes en gran parte de las coaliciones políticas chilenas entre 2017 y 2021, es que el análisis se realizará solo en términos de los escaños obtenidos por listas, en lugar de otra clasificación más global, por ejemplo, en el eje derecha-centro-izquierda.

e) Estabilidad

Se realizan $N = 120$ simulaciones de los resultados de las elecciones, donde en cada una se ponderan los votos obtenidos de cada candidato por una variable aleatoria $z_i \sim N(0, \sigma)$, es decir, una perturbación de magnitud σ respecto a la votación. Se probarán valores para σ de 5%, y 15% para contar con diferentes magnitudes de la perturbación aleatoria y posteriormente se construyen histogramas para observar la distribución de transferencias de asientos entre listas frente a la perturbación y así juzgar que tan sensibles son los resultados de cada sistema. En particular, observamos la disparidad de género y las transferencias T^i de asientos entre listas, que definimos de la siguiente manera:

$$T^i = \frac{1}{2} \sum_{l \in L} |x_l^0 - x_l^i|$$

Donde se denota por x_l^0 a la cantidad de escaños que recibe la lista l en la simulación original, sin perturbación, y por x_l^i a la cantidad de escaños que recibe la lista l en la simulación $i \in \{0, \dots, N\}$

La variable T entrega una distribución de transferencias de asientos para cada sistema y se presenta a través de histogramas, que mediante su posición y dispersión nos dirán que sistemas son más sensibles a las diferentes perturbaciones aleatorias en los votos.

f) Valor de asientos

Por último, se observará la cantidad de escaños a asignar en un distrito respecto a la cantidad de votos válidamente emitidos en un distrito, esto es:

$$SV_d = \frac{q_d}{\sum_{c \in C: d(c)=d} v_c}$$

Esta medida captura la cantidad de asientos que elige una persona, en promedio, en cada distrito, o de manera intuitiva, cuanto vale un asiento en cada distrito. Si, por ejemplo, dos distritos tienen la misma cantidad de habitantes, pero uno elige 3 representantes y el otro 6, entonces el voto del segundo distrito vale el doble que en el primero debido a que votar en ese distrito supone una mayor representación en el parlamento.

Nos interesa contar con un sistema de elección que resguarde el principio de “una persona, un voto” y por lo tanto es relevante verificar si se cumple en las elecciones chilenas y proponer soluciones en caso de que no se cumpla.

Tabla 6 - Resumen de métricas comparativas a utilizar para evaluar el desempeño de los mecanismos de elección

Métrica	Descripción	Objetivo
Representatividad	El promedio de votos de los candidatos electos.	La cantidad de votos promedio nos permite medir la magnitud de los votos necesarios para ser electos y también la cantidad de votos con las que ingresan los representantes al parlamento. Es preferible un mecanismo que elija candidatos más votados que menos votados.
Proporcionalidad	Distancia euclidiana entre el porcentaje de votos y el porcentaje de escaños obtenidos .	Los mecanismos proporcionales buscan que la proporción de votos obtenidos por las listas se asemeje a la proporción de escaños obtenidos por esas listas, por lo tanto, es preferible un mecanismo proporcional que logre de mejor manera este principio.
Paridad	Número y porcentajes de hombres y mujeres electos, y cantidad y porcentajes de votos de candidatos y electos por género.	La paridad es una propiedad importante incluida en los mecanismos propuestos y se busca que los mecanismos logren una proporción 50:50 de hombres y mujeres, y además, que los porcentajes de votos de hombres y mujeres electos se asemejen a los votos obtenidos por las candidaturas.
Representación política	Número de escaños y porcentajes obtenidos por cada lista que compite.	Es de interés mirar la composición política resultante en el parlamento, en términos absolutos y relativos para observar como integran las diferentes fuerzas políticas, que listas y de que tamaños son.
Estabilidad	La cantidad de asientos que se transfieren entre las listas cuando se perturba con un <i>shock</i> aleatorio la votación individual de cada candidato.	Se considera preferible un sistema de elección que sea estable frente a pequeñas variaciones, es decir, que obtenga resultados similares y que los resultados finales no sean tan circunstanciales. Particularmente, en términos del número de escaños obtenidos por cada partido y el nivel de paridad.
Valor de asientos	Razón entre la cantidad de escaños a repartir y la cantidad de votos emitidos en un distrito.	Esta métrica busca comparar el poder de voto, o equivalentemente, la cantidad de electores detrás de cada escaño distrital, para observar si existen discrepancias en la cantidad de representantes promedio por distrito.

Capítulo 4

4. Resultados

En la siguiente sección se procede a presentar los resultados arrojados por las simulaciones, buscando dar cuenta del desempeño de cada mecanismo en términos a las métricas propuestas en la sección anterior, y de manera adicional, comparando los resultados entre las elecciones de diputados del 2017 y de la Convención Constitucional (Elecciones 2017 y Elecciones CC de ahora en adelante) para discutir posteriormente en que medida influye el mecanismo en cuestión y en que medida influyen los resultados a priori de cada elección. Se comienzan describiendo los resultados generales de las votaciones de ambas elecciones para establecer una línea base de comparación para cada sistema posteriormente.

4.1. Resultados preliminares de las elecciones

Las Elecciones del 2017 son la primeras elecciones en Chile bajo el nuevo sistema D'Hondt que sustituyó al anterior sistema binominal, vigente en el país desde 1989, y es además la primera elección que cuenta con un sistema de cuotas de género, que exigen que ningún partido pueda postular una cifra mayor al 60% de candidaturas de un solo género, o de manera equivalente, cada partido debe tener al menos un 40% de hombres o mujeres dentro de sus candidaturas al parlamento, a nivel nacional. Este mecanismo solo exige cuotas a nivel nacional, pero no así a nivel de la conformación de listas en cada distrito ni en los resultados finales de las personas electas, como si hace el mecanismo de paridad de la Convención Constitucional. En la Tabla 7 se aprecia como la mujeres corresponden a poco más del 40% del total de candidaturas y obtienen el 31,4% del total de votos válidamente emitidos en el país, pero obtienen tan solo un 22,6% (35 de 155 asientos) de los asientos del parlamento, es decir, quedan sub-representadas en cerca de 10 puntos en relación a la votación obtenida. En el caso de la CC también quedan sub-representadas en rigor, pero en tan solo 3 puntos porcentuales respecto a la votación obtenida, y se aprecia que la paridad permitió un número mayor de candidaturas en las listas (debido al sistema de listas “cebra” donde cada lista debe ser encabezada por una mujer y luego hombres y mujeres de manera alternada), y una cantidad de votos incluso mayor a la de los hombres. El mecanismo de paridad terminó por favorecer a los hombres, resultando electos 70 hombres versus 68 mujeres, no obstante, se alcanzó una paridad de casi el 50%.

Otra característica relevante de las elecciones del 2017, fue la irrupción electoral del Frente Amplio, un nuevo conglomerado político que viene a posicionarse a la izquierda de la Nueva Mayoría (la coalición de centro-izquierda en el oficialismo en aquel entonces), consiguiendo que la cámara de diputados quede conformada por tres grandes coaliciones, en lugar de solo 2 como había ocurrido en todos los periodos anteriores en virtud del Sistema Binominal.

Las Elecciones de la Convención Constitucional ocurren en un momento político muy diferente al de las 2017, tras el “Estallido Social” del año 2019, el plebiscito para decidir si se redacta una nueva carta magna en el 2020, toma lugar el 2021 la Elección CC para elegir a las personas que redactarán la nueva constitución del país. Se realiza una reforma constitucional (Ley 21.216) que permite que candidaturas independientes puedan conformar pactos políticos para competir como listas en la elección y además se implementa el mecanismo de paridad que exige paridad del 50% (o una diferencia de a lo más una persona en caso de distritos de magnitud impar).

En virtud de que las candidaturas independientes podían conformar pactos para las elecciones CC (Ley N°21.216), el número de listas compitiendo a lo largo del país ascendió de 9 a 48, en comparación al 2017. Dentro de este conjunto de pueden encontrar tanto listas inscritas a nivel nacional (o en casi todos los distritos) como listas netamente locales de independientes de un distrito o territorio. Dentro de estos nuevos proyectos electorales, se destaca la irrupción de la “Lista del Pueblo”, quienes agruparon a diferentes personalidades que acudían a las protestas del “Estallido Social”, y de la lista “Independientes No Neutrales”, que también obtuvieron buena presencia en la Convención y correspondían a personas independientes, pero con trayectorias importantes vinculadas a la política, organizaciones sociales, la academia y la prensa. El número de independientes compitiendo fuera de pacto también ascendió de 11 a 28 entre el 2017 y la CC. Para efectos del método D’Hondt, los independientes fuera de pacto son considerados como una lista, por lo que salvo algunas excepciones, tienen dificultades consiguiendo un escaño debido a que no consiguen una cantidad de votos suficientes por si solos para competir con los resultados de las listas que agrupan uno o más partidos.

En la Tabla 7 también se observa como aumentó de 960 a 1.278 el número de candidaturas compitiendo, efecto que se atribuye tanto a la relevancia de la elección, como a las facilidades otorgadas a los independientes para competir como listas. Sin embargo, a pesar del aumento de candidaturas y listas, el total de votos válidamente emitidos fue más bajo que en el 2017. Una explicación posible a este fenómeno es el hecho de que Chile estaba en cuarentena debido a la emergencia sanitaria provocada por el COVID-19.

Tabla 7 - Cifras generales para perfilar y comparar las elecciones de parlamentarias de la cámara de diputados del año 2017 y de la Convención Constitucional (CC) del año 2021. (Elaboración propia)

	Elección 2017	Elección CC
Nº De candidatos	960	1.278
% Hombres Candidatos	58,6%	49,2%
% Mujeres Candidatas	41,4%	50,8%
Votos Válidamente Emitidos	5.996.972	5.711.254
% VVE Hombres	68,6%	47,8%
% VVE Mujeres	31,4%	52,2%
Tamaño de Cámara (H)	155	138 (+17 EE.RR. ²³)
% Hombres Electos	77,4%	50,7%
% Mujeres Electas	22,6%	49,3%
Nº de Listas Compitiendo²⁴	9 (+11)	48 (+28)

En la Ilustración 8 se puede observar la composición que obtiene la cámara/convención en las elecciones del 2017 y del 2021, por coaliciones políticas (derecha, centro-izquierda, izquierda, listas de independientes en el caso de la CC y otros, además de escaños reservados), en donde se observa como cambia la composición del sistema partidario y las preferencias políticas del electorado entre el 2017 y el 2021. Se destaca el retroceso de las coaliciones con partidos y líderes “más tradicionales” como Chile Vamos (CHV) y la Nueva Mayoría (NM) que retroceden de 72 a

²³ Escaños Reservados para pueblos originarios. Se cuentan aparte del tamaño de cámara debido a que fueron electos con un padrón aparte, en una elección aparte, bajo otro mecanismo. Y los 138 escaños regulares del parlamento fueron electos bajo el mecanismo D’Hondt Chileno y con el mecanismo de corrección por paridad. Por este motivo se toma el tamaño de cámara como 138 y no 155.

²⁴ Los números entre paréntesis se refieren a los independientes fuera de pacto compitiendo en la elección, que para efectos del mecanismo de elección se consideran como listas en si mismos.

38 asientos y de 57 a 25, respectivamente. En tanto el Frente Amplio (que para la CC cambiaría un poco su composición y pasaría a conformar la coalición Apruebo Dignidad) crece 20 a 28 escaños.

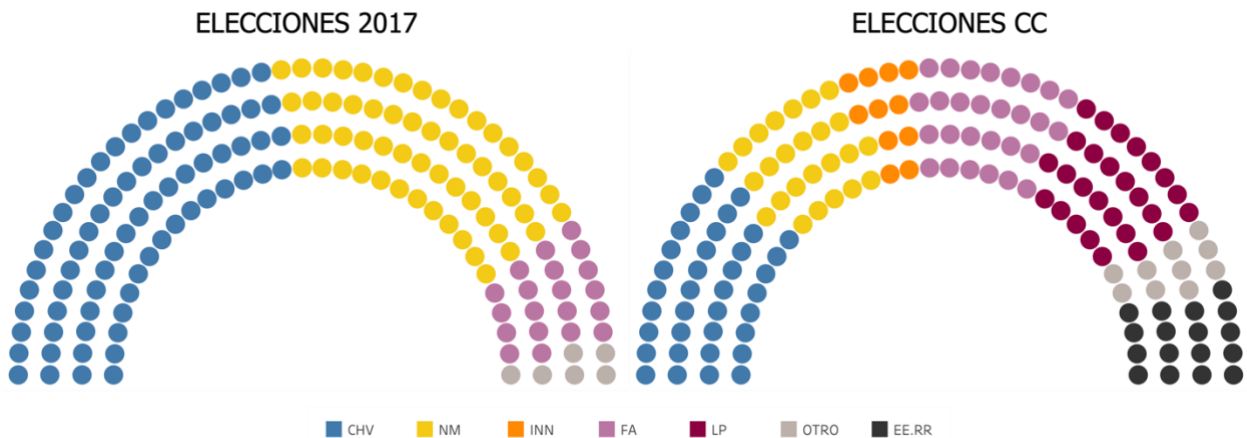


Ilustración 8 - Comparación de resultados por coalición entre elecciones de diputados 2017 y de convencionales constituyentes²⁵

Cabe destacar además, los considerables resultados que obtuvieron los nuevos pactos de independientes que pudieron competir en las Elecciones CC (INN y LP). La conformación del parlamento/convención en términos políticos (esto es, resultados de listas) y de género, nos permite evaluar la calidad de la asignación entregada por los mecanismos en su respectiva elección en términos de su proporcionalidad. En la Tabla 8 se presentan dos medidas de proporcionalidad,

Tabla 8 - Métricas de proporcionalidad de las elecciones 2017 y elecciones CC

	Elección 2017	Elección CC
Índice de Gallagher (1D)	7,2%	4,6%
Índice de Gallagher (3D)	4,2%	3,9%

Comenzando por el Índice de Gallagher en una dimensión (es decir, el que considera solo los resultados de la asignación por listas a nivel global), se observa que en la Elección 2017 es mayor que en la Elección CC, es decir, que la primera tuvo un mayor grado de desproporcionalidad que la segunda. Ambas elecciones tienen como base el sistema D'Hondt distrital, y el mecanismo de paridad de la CC no afecta la distribución de escaños a listas (salvo en casos muy excepcionales, cosa que no ocurrió) realizada por D'Hondt, sino que solo sustituye personas de un género por otro cuando se requiere. Una hipótesis para explicar esta diferencia en el desempeño, es el hecho de que en la Elección CC compitieron más listas que en la del 2017 y la baja en la votación obtenida por la derecha le impidió tener una sobrerrepresentación tan alta como en el 2017 (Cómo se observa en las Tablas 13 y 14 del Anexo B, que Chile Vamos obtuvo un 46% de los escaños con tan solo un 38% de los votos). En cuanto al Índice en tres dimensiones (que considera la asignación a listas-partido-género contra el *fair-share* como se explica en la Sección 3.3.), ambas elecciones obtienen resultados similares, con un desempeño ligeramente mejor la Elección CC, fenómeno que se atribuye a la mayor proporcionalidad en listas y en género de las asignaciones.

²⁵ Las coaliciones corresponden a la derecha, llamada Chile Vamos (CHV); la centro-izquierda, llamada Nueva Mayoría (NM); la izquierda, llamada Frente Amplio (FA). Y en el caso de la CC se incorporan la Lista del Pueblo (LP) y la lista Independientes No Neutrales (INN), los pactos de independientes con mayor presencia en la CC. Se incluyen además los escaños reservados (EE. RR) en la Ilustración.

4.2. Representatividad

A continuación, se presentan los votos promedios de los parlamentarios electos bajo cada sistema, agregados y segmentados por género, para ambas elecciones. Los votos promedios son una medida relativa de desempeño, es decir, que en cada elección solo permiten comparar el desempeño entre mecanismos y su valor absoluto no tiene mayor importancia. Así, preferimos un mecanismo donde los votos promedios sean mayores, porque esto implica que los candidatos electos ingresan al parlamento con una mayor votación (en promedio) en dicho mecanismo que en otro. Es importante mencionar además que no se pueden comparar los votos promedios generados por un mecanismo en elecciones diferentes, debido a que el orden de magnitud de los votos promedio en una elección dependen de la cantidad de votos emitidos y del número de candidatos. En el caso de la elección de convencionales, hubieron alrededor de 1.5 más candidatos que en las elecciones del 2017 y además contó con menos votos válidamente emitidos, por lo tanto, el nivel general de votos promedio es más bajo en la elección de convencionales, como se observa en la Ilustración 9.

Comenzando con los resultados para la elección del 2017, lo primero que salta a la vista es la gran brecha en los votos promedios de hombres y mujeres. En el caso del E17, las mujeres electas (solo 35) requieren de más votos para ser electas que los hombres, pero en el resto de los mecanismos que incluyen paridad, la balanza se inclina hacia el otro lado, debido a que la paridad obliga que sean electos el mismo número de hombres y mujeres (o cercano al 50:50), y dado que las mujeres recibieron pocos votos en esa elección, esto resulta en una “pérdida” de votos promedios, que es una consecuencia natural de exigir paridad en escaños a sistemas proporcionales. Del resto de los sistemas, el CCM supone la menor pérdida respecto al E17 debido a que solo sustituye los candidatos electos con menor votación del género sobrerrepresentado, lo que es denominado un algoritmo *greedy* (o avaro en español). El segundo y tercero que generan la menor pérdida son TPP3 y TPP debido a que eligen primeras mayorías, como se observa en la Tabla 9.

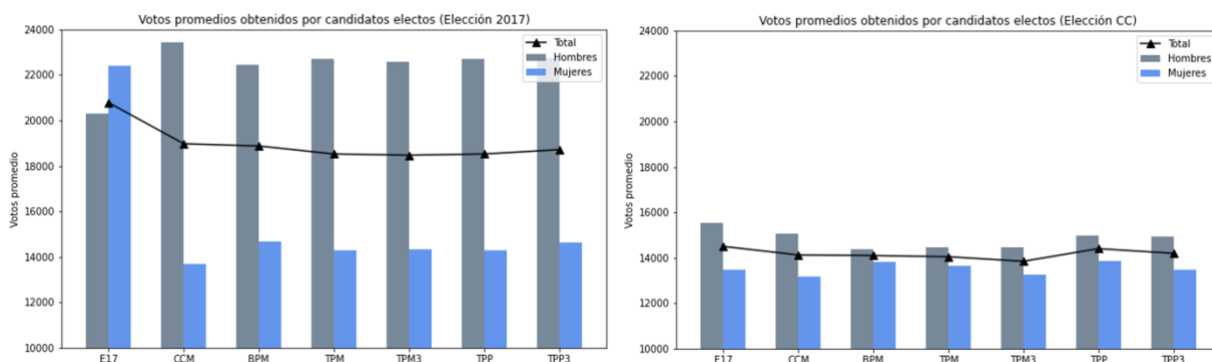


Ilustración 9 - Gráficos de barra con votos promedios obtenidos por electos bajo cada sistema, segmentado por género y para ambas elecciones.

En el caso de la elección del 2021, la pérdida de votos promedio con relación a E17 es considerablemente menor debido a que el porcentaje de votos obtenidos por hombres y mujeres es cercano al 50:50, y el número de candidaturas también, debido a nueva ley de paridad en la conformación de listas. En este caso, TPP casi alcanza a E17, y supera el desempeño de CCM en esta elección, debido a que se impone paridad a nivel global en vez de a nivel distrital en una elección donde hombres y mujeres obtienen resultados similares a lo largo del país, y por el efecto de elegir a primeras mayorías distritales, que son candidaturas con votaciones mayores al promedio, pero que difícilmente podrían salir electas en mecanismos globales que consideran la votación nacional de las listas. Este último efecto de incluir *plurality* en realidad es transversal a

ambas elecciones ya que deviene de la condición en sí. Al incluir mayorías distritales, no se dejan de lado estos representantes en mecanismos globales, y su considerable votación. En la Tabla 9 se observa como al agregar *plurality* a TPM y TPM3 la votación sube en ambas elecciones, excepto en la elección del 2017 que TPM y TPP tienen igual votación promedio, porque casualmente se eligen los mismos representantes, pero esto es una situación particular de dicha instancia, explicado porque hay dos mayorías distritales de listas pequeñas que salen electas con o sin *plurality* como participantes de sus listas.

Tabla 9 - Votos promedios obtenidos por mecanismo, segmentado por género y para ambas elecciones.

ELECCIÓN 2017							
	E17	CCM	BPM	TPM	TPM3	TPP	TPP3
Promedio votos de electos	20.779	18.976	18.878	18.527	18.474	18.527	18.716
Promedio votos de electos (H)	20.303	23.443	22.443	22.698	22.572	22.698	22.733
Promedio votos de electos (M)	22.407	13.691	14.660	14.302	14.323	14.302	14.646
ELECCIÓN CC 2021							
	E17	CCM	BPM	TPM	TPM3	TPP	TPP3
Promedio votos de electos	14.504	14.126	14.103	14.048	13.848	14.406	14.198
Promedio votos de electos (H)	15.541	15.067	14.358	14.453	14.458	14.967	14.945
Promedio votos de electos (M)	13.497	13.158	13.824	13.642	13.256	13.845	13.473

Sintetizando y destacando las ideas más relevantes, al revisar los votos promedios de electos que genera cada mecanismo, observamos como la paridad puede distorsionar la representación (en términos de votos) cuando hay resultados dispares *ex ante*, como en el caso de la elección del 2017, pero es irrelevante cuando las elecciones tienen un principio de paridad en la conformación de las listas en cada distrito, ya que promueve una elección y votación más paritaria de las candidaturas dentro de cada lista/pacto político. En segundo lugar, se destaca como la regla de *plurality* mejora la representatividad promedio en los mecanismos globales como los triproporcionales, lo que es particularmente relevante para un país largo y heterogéneo como Chile, donde hay líderes distritales relevantes para su comunidad que son dejados de lado en los mecanismos globales en tanto no pueden competir contra listas políticas con despliegue nacional.

4.3. Representación política

A continuación, observamos la composición política del parlamento obtenida bajo cada uno de los diferentes mecanismos propuestos, para el año 2017 y 2021. Resulta relevante observar estos resultados, debido a que de esto depende el tipo de decisiones que tome un parlamento y su eventual relación con el poder ejecutivo. Nos interesa observar particularmente en que casos existe más subrepresentación o sobrerrepresentación de pactos políticos y en que casos existe una mayor pluralidad de fuerzas políticas que ingresen al parlamento.

Por construcción, se espera que el mecanismo TPM sea el más proporcional y con menores niveles de sub o sobrerrepresentación, debido a que realiza una asignación que depende directamente de la proporción nacional de votos de cada lista, sin restricciones adicionales, seguido por el TPP que debería obtener resultados similares, además de incorporar a líderes locales que difícilmente podrían ser electos si compiten con los resultados nacionales de las listas. El mecanismo E17, CCM y BPM se agrupan en una sola Ilustración, debido a que los tres generan la misma asignación política, dado que se realiza una asignación por D'Hondt distrito a distrito, y en el caso de CCM y BPM se busca generar paridad de diferentes maneras, pero esto no altera el resultado de la asignación política. No así en el caso del resto de los mecanismos, que la asignación se realiza a nivel global, y tienen variaciones que afectan la asignación política, como eliminar listas muy pequeñas o garantizar la elección de mayorías.

Hay que considerar que ambas elecciones son bastante diferentes, en tanto en la CC existieron 17 escaños reservados, así que el tamaño de cámara de la elección regular bajo de 155 a 138, y como se permitió la conformación de pactos de independientes, aumentó considerablemente la cantidad de listas compitiendo, sin embargo, existen efectos mecánicos (es decir, efectos causados solo por la regla/mecanismo electoral, en lugar de efectos causados por cambios en el comportamiento de partidos o votantes) notorios y comunes a ambas elecciones. Notar que se trató de mantener los colores de las principales fuerzas políticas entre ambas elecciones: P y XP las listas de Chile Vamos; N e YB las listas de la Nueva Mayoría/Lista del Apruebo, que el 2017 fueron separados de la Democracia Cristiana, quienes compitieron como lista O; y G e YQ, las listas del Frente Amplio/Apruebo Dignidad.

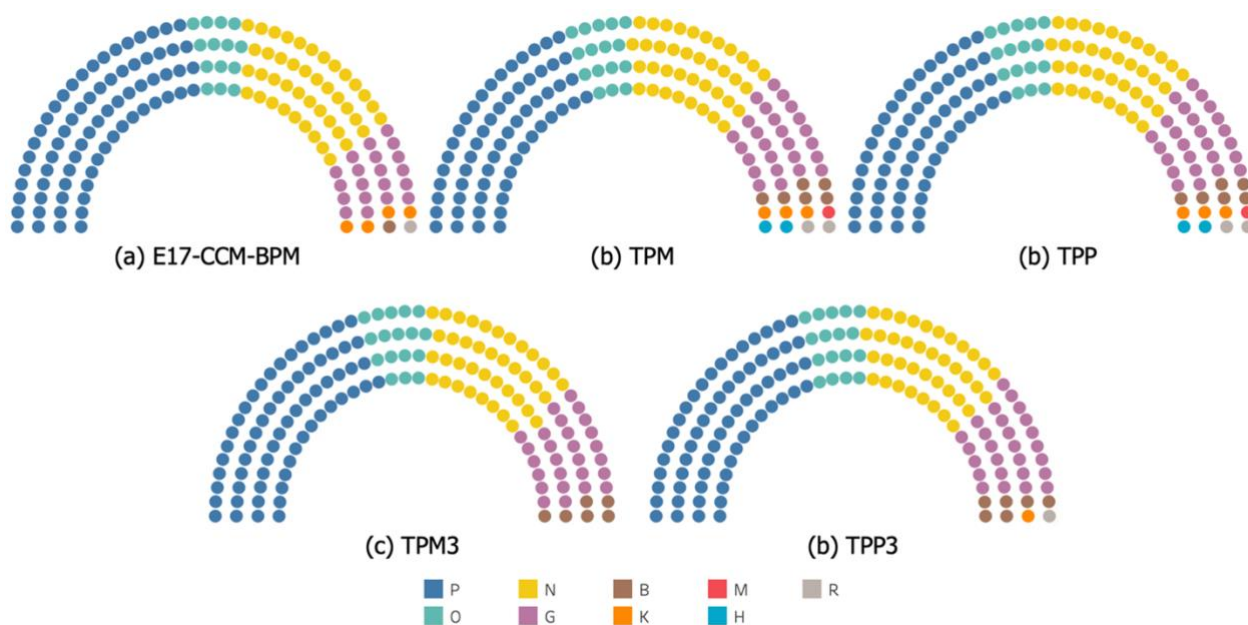


Ilustración 10 - Composición política del parlamento bajo diferentes mecanismos de elección, para la elección del 2017

En la elección del 2017 (Ilustración 10), se observa en primer lugar que, con los mecanismos globales, la lista B pasa de obtener un asiento a 6, es decir, se ve desfavorecida por los mecanismos locales que le impiden tener representación a lo largo de los diferentes distritos, pero a nivel nacional, cuenta con un porcentaje de votos no despreciables que se traducen en 6 asientos. De manera similar, la lista M logra obtener representación bajo TPM y TPP, pero solo un asiento, y cuando se aplica el umbral del 3% se restringe su participación por ser muy pequeña, no así con la

lista B. Una segunda observación relevante, es lo que ocurre con las listas K y R, que en los métodos locales y globales obtienen representación, excepto en el TPM3, porque también son listas muy pequeñas (<3% de los votos), no obstante, en TPP3 si obtienen un asiento debido a que tienen liderazgos locales que salen electos por la regla de *plurality*, lo que ilustra bien el objetivo de este mecanismo: priorizar la elección de proyectos políticos de carácter nacional agrupados en listas, pero sin dejar completamente de lado a posibles liderazgos locales relevantes para su electorado.

En la elección del 2021 (Ilustración 11), se observan los mismos efectos mencionados: Que una lista (como la XA en este caso) es muy pequeña a nivel distrital para obtener representación a pesar de tener una cantidad de votos relevantes (>3%) a nivel nacional como para obtener 5 escaños bajo cualquier mecanismo global; y, en segundo lugar, se observa también el balance de representación local y global que logra el TPP3. Además, en esta elección es más notorio el efecto del umbral del 3% debido a que hay una gran cantidad de listas compitiendo que obtiene una votación nacional lo suficientemente grande para obtener un escaño en TPM o TPP, pero que restringimos con la aplicación del umbral por tener una votación muy pequeña, lo que podría desincentivar la disgregación de proyectos políticos al favorecer la conformación de listas más amplias y programáticas.

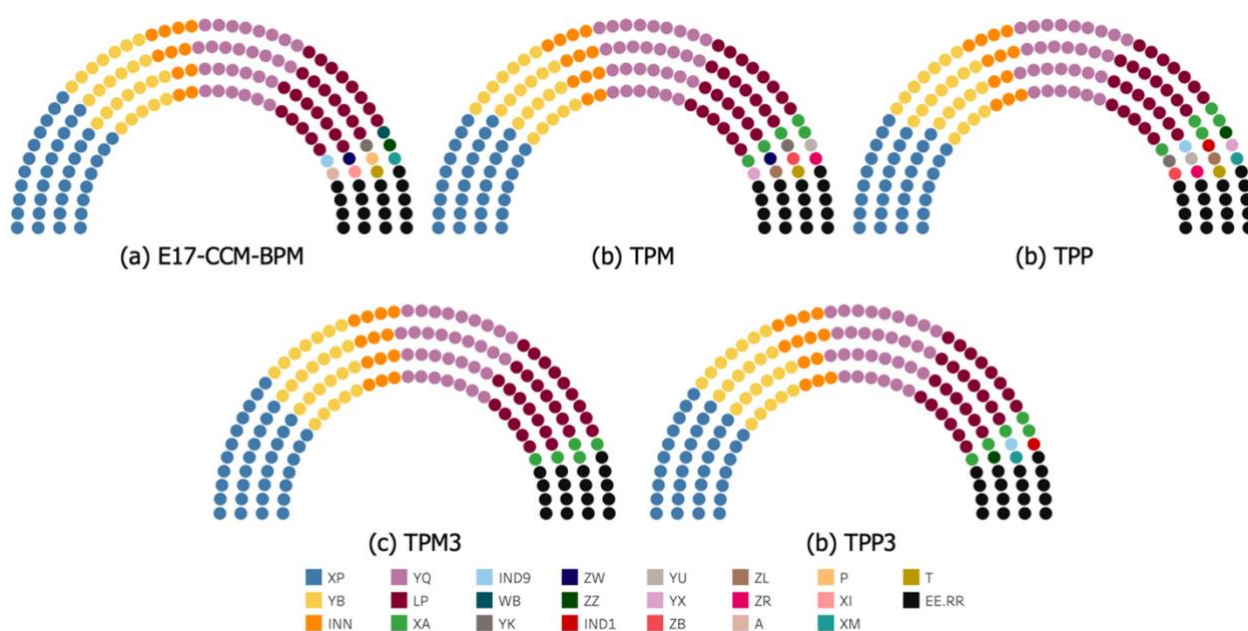


Ilustración 11 - Composición política del parlamento bajo diferentes mecanismos de elección, para la elección del 2021 (CC).

Los mecanismos diseñados cumplen sus finalidades de manera consistente en las dos elecciones simuladas: la asignación nacional de los métodos triproporcionales y sus extensiones que limitan la representación de listas muy pequeñas (umbral del 3%) y/o que garantizan la elección de primeras mayorías (*plurality*). En particular, TPP3 logra un balance exitoso al priorizar la elección de listas nacionales pero sin dejar de lado la representación local de los liderazgos relevantes de algún distrito que podrían no formar parte de los grandes conglomerados políticos.

4.4. Proporcionalidad

La proporcionalidad en este trabajo se mide como la distancia entre la proporción de escaños y la proporción de votos obtenida, esto es, el Índice de Gallagher (IG). Se consideran 3 variantes del índice: se mide la proporcionalidad de los resultados en la dimensión política a nivel nacional; de los resultados en la dimensión política a nivel distrital, para luego promediar el resultado de los distritos; y la distancia entre el *fair-share* en 3 dimensiones y la proporción de votos, en las 3 dimensiones. Esto nos permite analizar desde diferentes perspectivas la desproporcionalidad (o *malapportionment*) de cada mecanismo, si es que se producen más distorsiones a nivel global o a nivel local, y que tan bueno o malo es el desempeño de cada mecanismo respecto a las 3 dimensiones en las que se ha puesto el énfasis: política, geográfica y género. Entre mayor sea el valor del índice, se habla de que existe una mayor *malapportionment* y por lo tanto un peor desempeño del mecanismo en su asignación de escaños.

En la Ilustración 12 se pueden observar de manera gráfica estas medidas. Debido a que estos índices miden el desempeño de los mecanismos más que de la instancia utilizada (es decir, la elección) se observan los mismos fenómenos (en diferente magnitud si) de manera consistente en ambas elecciones, así que se comenzará describiendo estos efectos comunes a ambas elecciones antes de entrar en las particularidades de cada una.

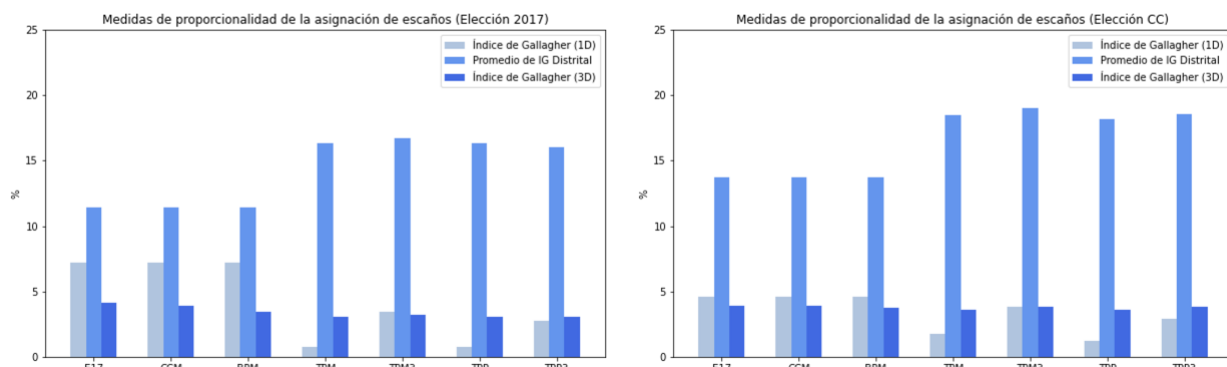


Ilustración 12 - Medidas de proporcionalidad para cada mecanismo y para cada elección.

Se observa que el IG global es mayor en los métodos locales, fenómeno que es consecuencia directa de la definición de estos mecanismos que procuran que la asignación local sea proporcional. Lo mismo ocurre de manera análoga en los mecanismos globales. Lo anterior evidencia además que hay diferencias importantes entre las preferencias distritales y nacionales del electorado, dado que conducen a resultados diferentes, además, el trazado de los distritos y la magnitud de estos (la cantidad de escaños asignados a cada distrito) son factores que inciden en esta discrepancia. El mismo fenómeno se ve corroborado por el promedio de los IG distritales, que son menores en los mecanismos distritales y mayores en los globales, pero con un orden de magnitud de más del 10% en general. La explicación de que la magnitud sea mayor, es que como los distritos tienen menos escaños (3-8) en comparación a una cámara completa (con 155 o 138), es más difícil que la asignación de escaños se asemeje a la proporción de votos obtenidas por las listas, y tiende a existir una mayor sobrerrepresentación de las fuerzas políticas más grandes, en cambio, cuando existen más escaños a repartir es más sencillo para un mecanismo generar una asignación que se aproxime a la proporción de votos, como lo que ocurre con las listas B y XA que no alcanzaban a obtener representación en mecanismos locales. De esta manera, cuando se realiza esta medición de proporcionalidad a nivel local, se obtienen peores resultados que a nivel global.

En la Tabla 10 se muestran de manera más detalladas los valores de cada índice. El GI en 3 dimensiones considera simultáneamente la proporcionalidad en la asignación política, distrital y por género y se observa que presenta valores más o menos similares en cada mecanismo, con valores un poco menores en TPP y TPM (en ambas elecciones), lo que es consistente con la construcción de los mecanismos que realizan una asignación triproporcional, por lo tanto son los mecanismos que más deberían asemejarse al *fair-share*. Es interesante notar que esta medida se asemeja a los resultados del GI global, excepto en el caso de TPM y TPP, donde el GI global obtiene muy buenos resultados (alrededor del 1%), fenómeno que se atribuye a la distorsión que genera el distritaje chileno, es decir, el número de escaños que corresponden a cada distrito distorsiona la proporcionalidad global de la elección cuando queremos asignar escaños considerando la dimensión política y geográfica simultáneamente (la dimensión de género y la imposición de la paridad no parece generar mucha distorsión, solo en el caso de la elección 2017 el índice baja entre E17 y CCM en contraste a la elección del 2021 que permanece casi igual, porque en el primer caso imponer paridad genera algo de distorsión dado que los votos de hombres y mujeres no eran cercanos al 50:50, a diferencia de la elección del 2021). El problema del *malapportionment* en el distritaje chileno se abordará en mayor profundidad en la Sección 4.7.

Tabla 10 - Métricas de proporcionalidad, por elección y por sistema

	Índice de Gallagher (1D)		Prom. Distritales GI		Índice de Gallagher (3D)	
	2017	CC	2017	CC	2017	CC
E17	7,23%	4,57%	11,40%	13,72%	4,17%	3,88%
CCM	7,23%	4,57%	11,40%	13,72%	3,94%	3,89%
BPM	7,23%	4,57%	11,40%	13,72%	3,47%	3,78%
TPM	0,76%	1,79%	16,32%	18,48%	3,07%	3,60%
TPM3	3,49%	3,80%	16,72%	19,00%	3,18%	3,85%
TPP	0,76%	1,26%	16,32%	18,20%	3,07%	3,57%
TPP3	2,72%	2,95%	16,03%	18,54%	3,09%	3,81%

Se observa también que, en general, las elecciones CC tienen un peor desempeño que las del 2017, en términos de proporcionalidad. Una explicación posible es que como existe una mayor cantidad de listas compitiendo que obtienen un porcentaje de votos mayor a 0, pero 0 escaños, son valores que tienden a distorsionar el índice.

En síntesis, los resultados más destacables que se presentan en cuanto a proporcionalidad, es el excelente desempeño que tienen los métodos globales (sin umbral del 3%) en realizar una asignación proporcional a la votación nacional de las listas, debido a que por construcción eso hace, y se deja en evidencia la discrepancia entre las asignaciones globales y locales, producto del distritaje chileno y de la discrepancia entre las preferencias locales y agregadas a nivel nacional. El método TPP es que mejor desempeño tiene en términos del GI en 3 dimensiones, precisamente porque le da cierta ponderación a los resultados locales.

4.5. Paridad de género

Para evaluar el desempeño en términos de paridad de género, se consideran los valores absolutos de mujeres electas en cada elección y para cada mecanismo. Además, se observarán brechas en las proporciones de los votos obtenidos por candidatas mujeres, para compararlos con la proporción de escaños que obtienen del parlamento y el porcentaje de los votos que obtienen de los candidatos electos.

Comenzando por los valores absolutos, se observa en la Tabla 11 que los mecanismos globales logran una paridad casi absoluta. En el caso de la elección del 2017, no fue necesario ningún desvío en la dimensión género y se asignaron 78 y 77 escaños (como 155 es impar, no podían ser exactamente iguales), mientras que en la elección del 2021, fueron necesarios desvíos de $u_G = 1$, en virtud de la condición (*) de la Sección 2.3.3., lo cual sigue siendo menor a la exigencia teórica de $u_G = 3$ y $u_D = 1$, así que en la práctica son necesarios menos desvíos de lo podrían llegar a ser necesarios para garantizar la existencia de una solución.

En general, todos los métodos con paridad obtuvieron resultados muy similares entre si. Con distancias de lo más 6 entre hombres y mujeres electas, y mínimo 0 o 1 según fuera impar o par el tamaño de cámara (155 o 138), exceptuando si el caso de la elección del 2017, donde tanto CCM como BPM obtuvieron el mejor resultado que podían obtener considerando la baja cantidad de candidaturas mujeres y 1 más baja votación aún que obtuvieron, que se aprecia de forma más explícita en el resultado original que genera el E17, que no ocurre en la elección del 2021, donde sin corrección de paridad son electos casi el mismo número de hombres y mujeres, más aún, la corrección del método CCM actuó a favor de los hombres para dicha elección.

Tabla 11 - Número de hombres y mujeres electos bajo cada mecanismo y para cada elección

ELECCIONES 2017							
	E17	CCM	BPM	TPM	TPM3	TPP	TPP3
Nº de hombres electos	120	84	84	78	78	78	78
Nº de mujeres electas	35	71	71	77	77	77	77
ELECCIONES 2021 (CC)							
	E17	CCM	BPM	TPM	TPM3	TPP	TPP3
Nº de hombres electos	68	70	72	69	68	69	68
Nº de mujeres electas	70	68	66	69	70	69	70

En la Ilustración 13 se muestran las diferentes proporciones mencionadas, para comparar la discrepancia que existe en la votación que reciben las candidatas mujeres respecto al total de votos válidamente emitidos (línea negra punteada), los votos de las electas respecto al total (línea azul) y la representación que obtienen (línea naranja). Como se ha comentado previamente, en la elección del 2017 las mujeres obtuvieron una baja votación, pero además quedaron subrepresentadas, es decir, que el porcentaje de escaños que ocupan en el parlamento (~20%) fue menor al porcentaje de votos que obtuvieron (~30%) y con el que ingresaron a este. El 2021 también quedaron subrepresentadas, pero solo en 1-2 puntos porcentuales respecto a su votación en esta ocasión, una

mejora considerable que, en parte, permitió el nuevo mecanismo de paridad establecido por la Ley N° 21.216 que exigió paridad en la conformación de cada lista en cada distrito, comenzando la papeleta con el nombre de una mujer, y alternando los candidatos de ambos géneros a lo largo de la papeleta.

En la elección del 2017, como la votación obtenida fue baja, la brecha entre la votación y la representación es mucho más pronunciada cuando se introduce paridad que impone una representación de cerca del 50%, contraste que no ocurre en la elección del 2021 por la votación que recibieron las mujeres.

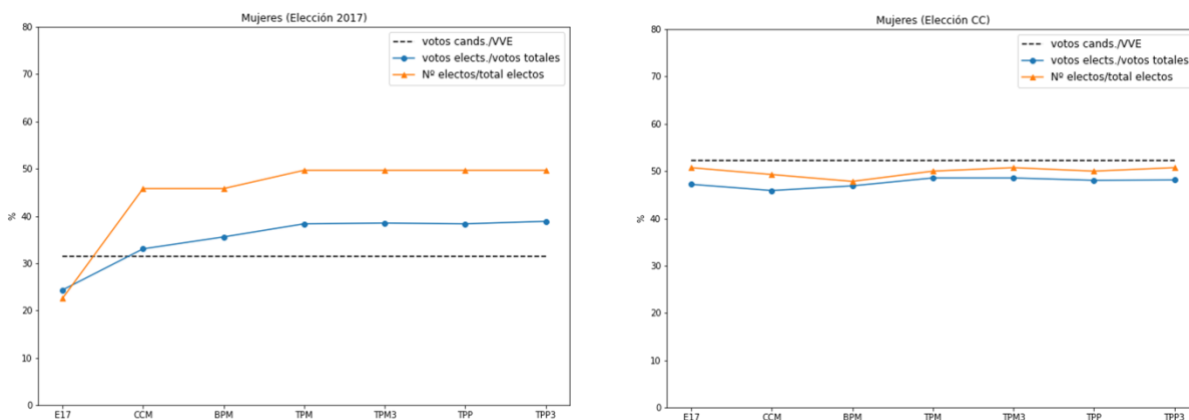


Ilustración 13 - Proporciones de votos y mujeres electas por mecanismo, para cada elección.

En general, los mecanismos triproporcionales son los únicos que consistentemente realizan una asignación cercana al 50% por su naturaleza, los locales, precisamente por que tienen la restricción distrital, son un poco más variables debido a que hay 17 distritos con escaños impares donde un género podría obtener ese escaño impar sistemáticamente.

4.6. Estabilidad

El experimento de estabilidad consiste en simular $N = 120$ instancias donde se aplica un *shock* aleatorio a la votación de cada candidato, normalmente distribuido con media 1 y desviación estándar de 5% (y luego de 15% para contar con dos escenarios), para luego graficar estos resultados. Esto es lo que se presenta en la Ilustración 14 y Ilustración 15, histogramas de cuantos escaños pasaron de una lista a otra bajo cada sistema, cuando se perturba aleatoriamente la votación de los candidatos en alrededor de un 5% y un 15%.

Los mecanismos locales se agrupan debido a que los tres asignan escaños en la dimensión política de la misma manera, lo que cambia entre ellos son las personas electas una vez realizada la asignación política a fin de alcanzar paridad de género

Lo primero que se puede observar en las ilustraciones 14 y 15 es que la estabilidad es una propiedad que depende del mecanismo en cuestión más que de la instancia en particular en que se utilice, por eso en ambas elecciones se observan resultados muy similares al comparar entre sistemas y la única diferencia notoria es el orden de magnitud de las transferencias en cada elección, donde en el caso de la elección del 2021 casi todos los mecanismos tienen en promedio más transferencias que en la elección anterior.

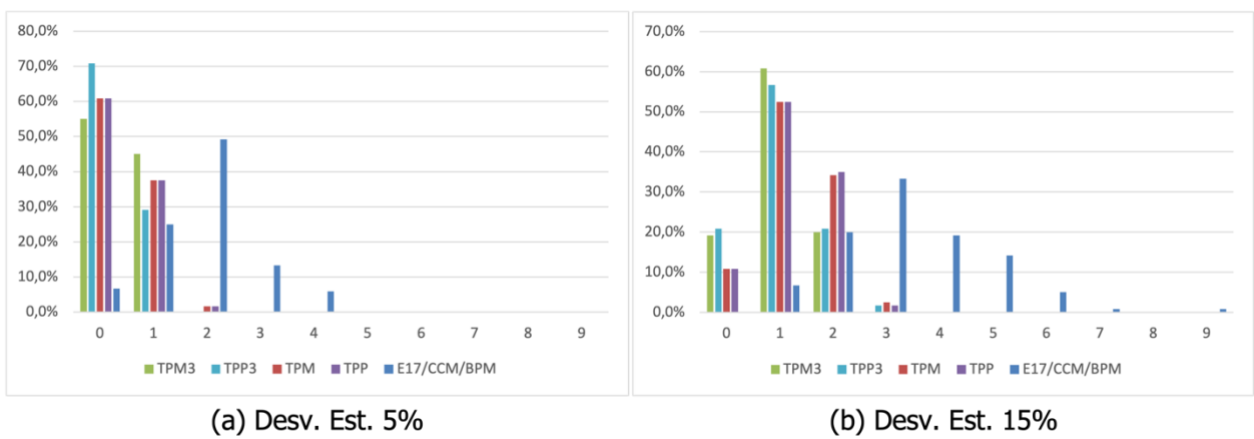


Ilustración 14 - Transferencias de asientos entre listas para diferentes magnitudes de shock aleatorio de votos. Elección del 2017

El fenómeno mencionado se explica por la gran cantidad de listas compitiendo en la última elección y donde ninguna obtuvo un resultado tan mayoritario como la lista P en el 2017 (que obtuvo casi el 50% de los escaños) y es particularmente notorio en el caso de los sistemas locales, que se mueven de un promedio de 3 sillas a un promedio de 5 al comparar el 2017 y el 2021 con una perturbación del 15%

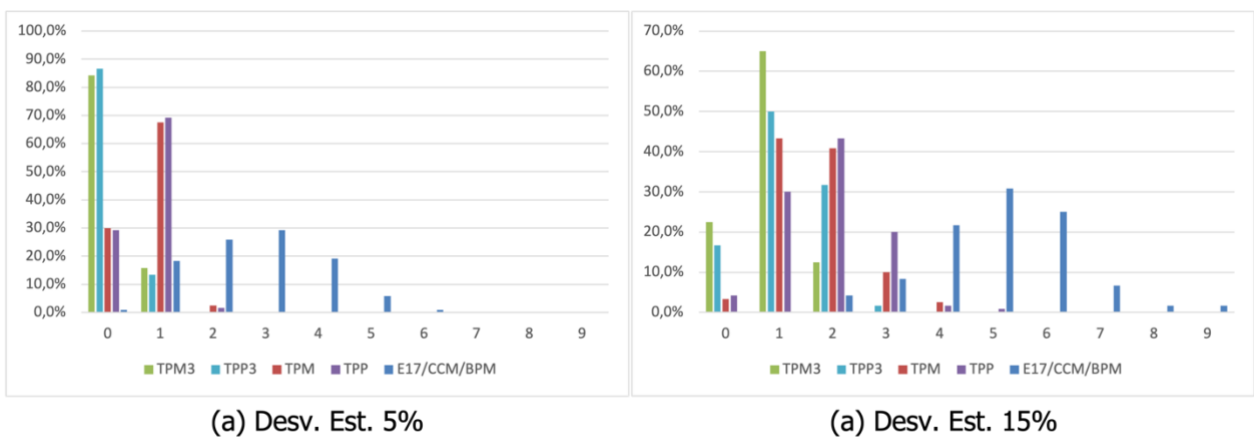


Ilustración 15 - Transferencias de asientos entre listas para diferentes magnitudes de shock aleatorio de votos. Elección del 2021.

En general, se observa que los mecanismos globales con umbral del 3% son los más estables de todos, encontrándose consistentemente cerca de cero o una transferencia en los cuatro gráficos, seguidos por los mecanismos globales sin umbral que se encuentran en el orden de las 1 a 2 transferencias de asientos. Los métodos locales, en cambio, son considerablemente más sensibles a las variaciones en los votos y se mueven mucho más que el resto de los mecanismos cuando aumenta la variación del 5% al 15%. La explicación de este fenómeno reside en que, como la asignación política de escaños se realiza considerando la suma de los votos de los candidatos de una lista (a nivel distrital o nacional dependiendo del mecanismo), si los *shocks* aleatorios son independientes entre si, entre más grandes sean las listas y más candidatos tengan, es más probable que los *shocks* positivos y negativos se anulen entre si, a diferencia de si tomamos listas con menos candidatos, o si consideramos solo los votos a nivel distrital en lugar de a nivel nacional. Este mismo motivo explica por qué los mecanismos con umbral son más estables, ya que eliminan a las listas muy pequeñas que en general suelen tener menos candidatos, y de manera similar, los mecanismos con *plurality* son un poco más inestables que sus pares que no tienen esta regla, porque también es más sencillo que una mayoría local pueda ser reemplazada por otra mayoría local si es que las diferencias de sus votaciones no son muy grandes.

4.7. Valor de asientos

Un último elemento importante a considerar es la distribución del poder de voto a lo largo del país. En la Ilustración 16 se muestra un mapa de Chile coloreado según el poder de voto de cada distrito relativo al promedio nacional, y se observa que existe una gran heterogeneidad donde son favorecidas, en general, las regiones más extremas del país (que suelen tener menor densidad poblacional), y se ven considerablemente perjudicadas los distritos de la Región Metropolitana que se muestran en rojo. Si se compara el Distrito 8 con el Distrito 27, en este último el voto vale casi 6 veces más que en el primero.²⁶

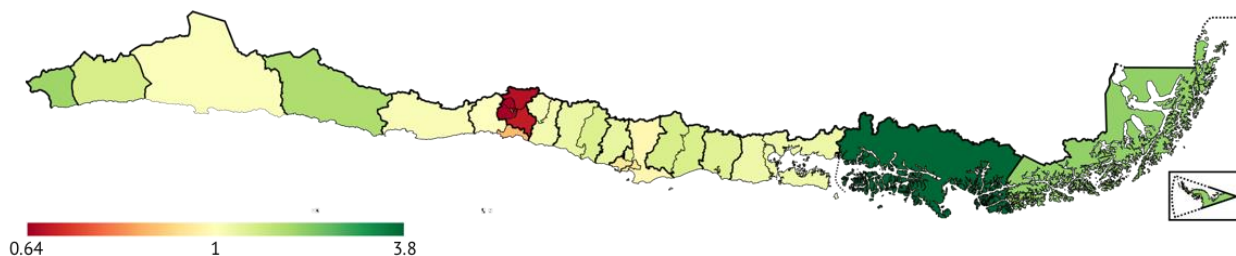


Ilustración 16 - Índice del poder de voto relativo de cada distrito.

Naturalmente, un sistema electoral justo busca garantizar que todo el electorado vote en igualdad de condiciones y que su voto sea igual de relevante en la conformación del órgano representativo, pero en Chile, dada la asignación de escaños a distritos existente (fijada por la ley N°20.840 el 2015) este principio de “una persona, un voto” no se cumple y está lejos de ser cumplido. Los mecanismos locales como el vigente en Chile (E17) o el utilizado para elegir la Convención (CCM) están restringidos a la elección distrital y por lo tanto, la incidencia de los votantes en la conformación del parlamento está restringido al poder de voto mostrado en la Ilustración 16.

Una ventaja que tienen los mecanismos globales por sobre los locales, es que pueden evitar o atenuar este problema de *malapportionment* en el distritaje, debido a que todos los votos, independiente de donde fueron emitidos, son igual de importantes para la conformación política del parlamento, dado que estos mecanismos realizan la asignación de escaños a listas considerando la votación nacional obtenida por estas. Como se discutió anteriormente, los mecanismos globales tienden a dejar de lado la representación local y los líderes locales, pero con la regla de *plurality*, se logra llegar a un término medio de representación local y global.

En la Tabla 12 se presenta el actual distritaje Chileno de acuerdo a la Ley N°20.840, el distritaje obtenido utilizando el método D’Hondt (con cotas de mínimo 3 y máximo 8 asientos por distritos, como impone misma Ley) y la población por distrito entregada por el Censo del 2002, que es la población de referencia que, según la misma Ley, se utilizó para realizar el distritaje vigente en Chile.

Se encuentran numerosas discrepancias entre el distritaje realizado por el Ley y el distritaje realizado por el método D’Hondt acotado, y se encuentran casos bastante patológicos como el Distrito 13, que teniendo alrededor de sesenta mil habitantes más que el Distrito 5, tienen 5 y 7 escaños respectivamente, o de manera similar, el Distrito 9 que tiene solo 7 escaños a pesar de tener cerca de cien mil asientos más que el Distrito 10, que tiene 8 escaños.

²⁶ Los valores exactos y los índices con los cuales se construyó el mapa se encuentran en la Tabla 15 del Anexo B.

Tabla 12 - Magnitud de distritos en Chile de acuerdo con la Ley y como deberían ser utilizando D'Hondt (con cotas), ordenado por población de manera creciente.

Distrito	Pobl. 2002	Ley	D'Hondt	Distrito	Pobl. 2002	Ley	D'Hondt
27	91.492	3	3	21	513.879	5	6
28	150.826	3	3	23	588.537	7	6
1	189.644	3	3	17	597.019	7	7
2	238.950	3	3	5	603.210	7	7
4	254.336	5	3	13	661.850	5	7
22	280.998	4	3	11	718.963	6	8
18	311.078	4	3	14	737.058	6	8
25	316.051	4	3	7	758.078	8	8
16	329.925	4	3	6	781.774	8	8
24	356.396	5	4	10	827.857	8	8
26	400.688	5	4	20	863.800	8	8
15	450.702	5	5	9	911.183	7	8
19	483.883	5	5	12	1.078.615	7	8
3	493.984	5	5	8	1.125.659	8	8

Si evaluamos el *malapportionment* del distritaje realizado utilizando el Índice de Gallagher, encontramos que el GI de la asignación hecha por Ley es de un 3,67% de desproporcionalidad, versus el 2,73% del realizado por D'Hondt, casi un punto mayor. Este elevado *malapportionment* del actual distritaje chileno explica en buena medida por qué el GI en tres dimensiones presentado en la Sección 4.4. tenía valores mayores que el GI global, y es porque no se puede lograr una buena asignación proporcional si es que la asignación en una determinada dimensión (la geográfica en este caso) no es realmente proporcional.

Cómo realizar un buen distritaje (el trazado de mapa, la cantidad de distritos y sus magnitudes) no es un tema que compete a este trabajo de investigación, ya que es un tema bastante complejo y desafiante por sí solo. Así que en esta sección se pretendía evidenciar la existencia de este problema de *malapportionment* en el distritaje que afecta actualmente a los votantes de algunos distritos del país, y se plantea que los mecanismos globales permiten atenuar un poco este problema, al menos para efectos de considerar las preferencias políticas de las personas en igualdad de condiciones.

4.8. Discusión de los resultados

A lo largo de las secciones anteriores se revisan exhaustivamente los resultados que arrojan los diferentes mecanismos de elección diseñados en términos de las métricas propuestas, y además se interpretan los resultados y se discuten sus causas y su validez externa para otras elecciones, puesto que hay algunos efectos observados que dependen en gran medida de la instancia utilizada, cómo los resultados de paridad y los votos medios, y otros (la gran mayoría) que son casi exclusivamente del diseño y el mecanismo en sí, como el desempeño en proporcionalidad, la estabilidad frente a perturbaciones aleatorias y, por su puesto, la asignación de escaños realizada. A continuación, se discute de manera concisa y a modo de síntesis, las fortalezas y debilidades de cada mecanismo de acuerdo con los resultados entregados.

El mecanismo chileno (E17) y su variante de la convención (CCM), que son la línea base de comparación en este trabajo, no tienen en general un mal desempeño. Es menos proporcional en términos globales que las otras propuestas, pero esto es a cambio de priorizar la representación local. Sus mayores desventajas son la sensibilidad que tiene frente a variaciones aleatorias en los votos y que los resultados en términos de representación política están muy restringidos a la realidad local, lo que lo vuelve muy vulnerable al *gerrymandering*, esto es, una práctica que consiste en realizar el distritaje a conveniencia de un sector político para disgregar los votos de los adversarios y beneficiarse (Balinski, 2002). La paridad está bien implementada y debido al algoritmo *greedy* utilizado, la pérdida de votos es baja. Sin embargo, la calidad de la representación paritaria depende más bien de las candidaturas mujeres y su promoción en las elecciones, como ocurrió en la convención.

El mecanismo biproporcional constituye un primer acercamiento interesante a los métodos proporcionales en más dimensiones y presenta un desempeño muy similar a CCM, solo con diferencias relativas a cuáles son las personas electas dentro de cada lista. No tiene ninguna propiedad destacable en general.

La familia de métodos triproporcionales presenta varias diferencias sustantivas con los métodos anteriores, comenzando por el hecho de que los triproporcionales realizan una asignación global (nacional) de escaños a listas, en lugar de una asignación local (distrito a distrito). Lo anterior abre la interrogante de si es que a caso es preferible un mecanismo que priorice los proyectos políticos nacionales, como el Partido Ecologista Verde u otros partidos más pequeños que obtienen escaños con los mecanismos globales, pero no en los locales, o un mecanismo que respete la heterogeneidad e identidad local de cada distrito, que en muchas ocasiones tienen representantes o proyectos locales que no resultarían electos con un mecanismo global. Esta decisión obedece a criterios políticos y las circunstancias propias del país que, bajo sus propias directrices y deliberación política, debe juzgar si es más importante favorecer coaliciones grandes y unificadas a lo largo del territorio nacional o, en su lugar, la representación local.

El clivaje de lo local versus lo global ha sido resuelto por algunos países con sistemas mixtos, que eligen una fracción del parlamento mediante mecanismos mayoritarios en varias localidades, y otra fracción utilizando mecanismos proporcionales a nivel nacional. La condición de *plurality* nace motivada por este clivaje, buscando incorporar esta componente mixta para los mecanismos triproporcionales, pero con un diseño diferente a los sistemas mixtos tradicionales, dado que bajo este diseño no es necesario contar ni con dos votaciones, dos conjuntos de candidatos y listas, ni dos mecanismos diferentes, sino que todo se resuelve dentro del mismo mecanismo, con una sola elección proporcional a nivel nacional, pero que entrega la posibilidad a líderes o proyectos locales de obtener representación política en caso de tener una primera mayoría. Si se decidiera entregar una mayor preponderancia a lo local, bastaría aumentar el número de distritos en Chile y el mismo mecanismo podría asignar más escaños por primera mayoría.

En general, los métodos triproporcionales obtienen mejores resultados en todas las métricas propuestas. Un primer punto a favor de estos es que obtienen los mejores resultados en la asignación nacional debido a su naturaleza, lo que se considera un elemento positivo dado que es esperable que la representación política se asemeje a las preferencias emitidas a través de los votos, es decir, una mejor representación. La desviación respecto a la asignación *fair-share* en tres dimensiones se ve explicada por el *malapportionment* del distritaje, dicho de otra manera, si es que la cantidad de representantes que se eligen en cada distrito estuviese bien ajustada a la cantidad de habitantes que viven ahí, se obtendría una mejor asignación global.

Una segunda ventaja que poseen es que debido a que la paridad no actúa a nivel distrital, es más probable obtener valores cercanos al 50% para cada género, y sin perder mucha cantidad de votos promedio. Sin embargo, como se discutió, el desempeño en cuanto a paridad depende más bien de la promoción de candidatas mujeres por parte del sistema político.

El tercer elemento a favor de los mecanismos triproporcionales es el hecho que evitan el problema del *malapportionment* y/o *gerrymandering* en el distritaje, por lo que se ajustan más al principio de igualdad de voto que debería ser fundamental para cualquier mecanismo de elección. Si bien no es el foco de este trabajo de investigación, es importante que los sistemas de elección contemplen distritaje coherente con el mecanismo de elección utilizado, dado que el resultado de una elección depende del funcionamiento de ambas componentes, y, por lo tanto, la calidad de la representación y la percepción de la ciudadanía sobre nuestros representantes depende de ello.

Capítulo 5

5. Conclusión

Es evidente que existe una fuerte crisis de legitimidad de los representantes políticos en numerosas democracias, y que afecta el sano funcionamiento de estas. La legitimidad es un fenómeno y concepto complejo que presenta múltiples dimensiones y, así mismo, muchas fuentes que la dañan o contribuyen a recuperarla. Naturalmente, un factor importante de la legitimidad de nuestros representantes políticos corresponde a la calidad del acto de representación ante los ciudadanos que los eligen. En la literatura se destaca el rol de la representación descriptiva y sustantiva (de acuerdo a las definiciones de Pitkin) como elementos que favorecen la aceptación de las decisiones tomadas (Arnesen & Peters, 2018; Nohlen, 2006; Costello et al., 2020), en cambio otros ponen un énfasis en la calidad proceso parlamentario y sus resultados (Judge & Leston-Bandeira, 2021; Rothstein, 2008) o en la práctica y funcionamiento del proceso electoral (Norris, 2019). Respecto a al concepto y práctica de la representación política, varios autores destacan la importancia que tiene una relación de representación plena, que represente la pluralidad de la ciudadanía, para el funcionamiento correcto de las democracias modernas (Urbinati & Warren, 2008; Plotke, 1997; Peruzzotti, 2008).

Así, en vista de la importancia que tiene el *quiénes* son nuestros representantes y *qué* tan bien cumplen su función, otra pregunta que cabe hacerse, es si acaso hay formas *mejores* que otras para elegir a nuestros representantes, de manera que tengamos *mejores* organismos representativos. Sin embargo, es una pregunta bastante amplia y sin una respuesta cerrada, el *mejor* sistema de elección, como señala Nohlen (2006), no es algo absoluto, sino que depende más bien de las circunstancias políticas de un país, sus instituciones, sus directrices políticas y las razones que justifiquen un posible cambio del sistema electoral, entre otras. Por lo tanto, una pregunta más aterrizada al contexto de Chile en esta década, es si que es posible diseñar otras reglas bajo las cuáles elegir representantes parlamentarios, que permitan mejorar la calidad de la representación de este organismo.

Esta es la pregunta que motiva el nacimiento de el trabajo de investigación y que se convierte en el objetivo principal que se ha expuesto en estas páginas: diseñar mecanismos de elección parlamentaria alternativo al actual mecanismo chileno. Junto con el diseño, se busca específicamente simular los resultados arrojados por estos mecanismos alternativos, comparar sus resultados de acuerdo con determinadas métricas relativas a la representación y finalmente discutir si es que hay espacios de mejora en el mecanismo electoral chileno.

Utilizando herramientas del mundo de la economía política y matemáticas aplicadas, particularmente optimización, diseño de mecanismos y algoritmos, se diseñan cinco mecanismos de elección proporcional alternativos al chileno. Específicamente, son mecanismos basados en la noción de proporcionalidad en múltiples dimensiones, descrita por Balinski y Demange (1989) con sus trabajos sobre biproporcionalidad y extendidos por Cembrano et al. (2021) a una cantidad arbitraria de dimensiones. Esto permite formalizar la asignación de una cantidad arbitraria de escaños (de un parlamento, por ejemplo) a diferentes candidatos que compiten en una elección agrupados en listas políticas (dimensión política), a lo largo de diferentes distritos (dimensión geográfica) y que puedan pertenecer a determinados grupos, en particular, a diferentes géneros (dimensión de género). Los mecanismos biproporcionales y triproporcionales entonces, permiten extender los clásicos métodos de elección proporcional (como el famoso método

Jefferson/D'Hondt utilizado en Chile y muchos otros países) a más dimensiones, a fin de que la asignación de escaños a personas contemple de manera simultánea un criterio de proporcionalidad en listas, distritos y género.

Las propuestas son los mecanismos: i) biproporcional, que realiza en cada distrito una asignación biproporcional de lista-género; ii) triproporcional, que realiza a nivel nacional una asignación triproporcional lista-distrito-género; iii) triproporcional con umbral de representación del 3%, que funciona de manera equivalente al anterior, pero filtra las listas con menos de un 3% de la votación nacional para evitar que tengan representación; iv) triproporcional con elección de mayorías, equivalente al iii), pero se incorpora una componente mayoritaria que impone que resulten electas las primeras mayorías de cada distrito; y v) triproporcional con elección de mayorías y umbral del 3%, que es equivalente a iv), pero incluye el umbral que filtra las listas con baja votación.

Los mecanismos descritos se programan computacionalmente para simular los resultados alternativos que generarían dada una instancia de votos. Para probar los mecanismos se utilizan dos elecciones chilenas: de diputados del año 2017 y de convencionales constituyentes del año 2021. Se utilizan dos elecciones, de dos periodos, características y momentos políticos bastante diferentes, para contar con más información acerca del desempeño de los mecanismos y analizar la validez externa de estos, identificando que efectos son atribuibles a los mecanismos en si y que efectos dependen más bien de la instancia en cuestión.

Las métricas utilizadas para su comparación fueron: representatividad, medida como la cantidad promedio de votos de las personas electas; proporcionalidad, medida por el índice de Gallagher que corresponde a la distancia euclidiana entre la proporción de votos y la proporción de escaños asignados; paridad de género, medida como la cantidad absoluta y relativa de mujeres y hombres electos y sus votos obtenidos; estabilidad; medida como la cantidad de asientos transferidos entre listas dada una perturbación aleatoria (independiente e idénticamente distribuida) en los votos de cada candidato; poder de voto, medido como la razón entre los representantes y votantes de un distrito, en términos relativos al promedio nacional; y finalmente, se analiza también como cambia la distribución política del parlamento bajo cada mecanismo.

Las simulaciones realizadas muestran resultados prometedores, la familia de mecanismos triproporcionales obtiene los mejores resultados en términos generales al permitir una asignación con paridad de género más cercana al 50% sin una pérdida muy alta de votos, una asignación de escaños a listas que se asemeja más a la votación nacional (un bajo índice de Gallagher) y debido a su carácter global, permite sortear algunos problemas relativos al distritaje como el *malapportionment* o el *gerrymandering*. Las extensiones como el umbral del 3% y la regla de elección mayoritaria dan lugar a un mecanismo (TPP3) con propiedades valiosas para un sistema de elección, ya que tiene la ventaja de ser un sistema triproporcional con los beneficios mencionados, la incorporación del umbral evita que sean electas listas muy pequeñas y, por lo tanto, elimina algún posible incentivo a la disgregación de proyectos políticos. Además, la elección de mayorías locales permite un buen término medio en la tensión elección global versus local, dado que, si bien se considera positivo que existan proyectos políticos de carácter nacional, programáticos, no es positivo dejar de lado la heterogeneidad de proyectos locales que pueden existir a lo largo del territorio nacional. En vista de lo anterior, se considera que el TPP3 es un mecanismo con propiedades valiosas para el sistema de elección chileno y que podría contribuir a mejorar la calidad de la representación política.

Existen otros aspectos relevantes a discutir que no se abordaron en la investigación, debido a que escapaban del alcance del trabajo y por su complejidad requerían de una dedicación más exclusiva. Por ejemplo, como se comentó, un buen distritaje es un desafío en sí mismo, debido a que hay que trazar un mapa con una determinada cantidad de distritos, que engloben una población considerable y con cierto grado de similitud y coherencia entre sí, además, es importante que el distritaje sea coherente con la división administrativa del territorio (contenidas en regiones, provincias y comunas), y hay otra decisión de diseño fundamental que es la cantidad de distritos y su magnitud, porque podrían hacerse pocos distritos con muchos escaños (como México) o varios distritos con menos escaños (como Chile), y dicho balance obedece naturalmente a la estructura administrativa y política del país, por ejemplo, México es un estado federal por lo que sus distritos tienen coherencia con los estados y su autonomía. Un cambio en el mecanismo de elección debe ir de la mano con un cambio en el distritaje, o al menos ser armonioso y coherente con el distritaje existente, el resultado y desempeño de un sistema electoral depende de ambas componentes.

Otro ámbito de discusión e investigación interesante que no ha sido abordado es el posible proceso de cambio electoral para implementar un nuevo sistema de elección. Hay acuerdo en la literatura (Duverger, 1951; Colomer, 2004; Benoit, 2017) en que hay una relación endógena entre el sistema partidario/político y el sistema electoral, es decir, que se determinan mutuamente y ninguno es exclusivamente resultado del otro, siempre hay una evolución conjunta y en general, los intentos de cambio en el sistema electoral aparecen y avanzan debido a factores exógenos, por ejemplo, crisis políticas, crisis sociales, crisis económicas, por mencionar algunas, que pongan en la palestra pública la necesidad de reconfiguración del sistema electoral y/o partidario. En el caso del anterior cambio electoral de Chile, el anterior sistema binominal utilizado fue objeto de críticas periódicas durante décadas, debido a que fue creado en dictadura y generaba un bipartidismo (o dos coaliciones más bien) que no representaban fielmente la heterogeneidad política. No fue hasta el segundo gobierno de Michelle Bachelet que, con una favorable mayoría parlamentaria, voluntad de cambio frente a la necesidad de renovación política y, particularmente, una necesidad de la coalición oficialista de contar con un mecanismo electoral diferente que hiciera más fácil conciliar sus negociaciones internas frente a las elecciones, que finalmente se logró cursar un cambio en el sistema electoral (Gamboa & Morales, 2016) que nos hizo pasar del binominal, con 60 distritos de dos escaños, al actual sistema donde se eligen entre 3 y 8 representantes en los 28 distritos utilizando el método D'Hondt. Un cambio exitoso en el sistema electoral también depende de la capacidad explicativa y la transparencia del mecanismo, así, es fundamental que se informe bien a la ciudadanía como es que se eligen a sus representantes con su voto emitido y que se transmita el valor y el sentido que tiene el determinado mecanismo utilizado, de esta manera, se puede validar, o en su defecto interpelar, el sistema de elección de manera fundada

Un último elemento interesante no abordado, es el tema de los escaños reservados para pueblos originarios. Para la elección de constituyentes, se reservaron 17 escaños de la convención para elegir representantes de pueblos originarios en una elección paralela, con su propio padrón. Nueva Zelanda y Bolivia son dos ejemplos interesantes del uso de escaños reservados, que cuentan también con elecciones aparte para estos representantes, pero también un distritaje alternativo que se ajuste a la distribución territorial de las etnias. La proporcionalidad en múltiples dimensiones permitiría incorporar una nueva dimensión, así como se hizo con el género, que contemple a pueblos originarios y asegure cierta representación de manera proporcionada con las demás dimensiones. El estudio de los mecanismos de elección desde las matemáticas y economía política abre la posibilidad de continuar extendiendo estos y diseñando nuevas propiedades que sean valiosas para la democracia representativa en un mundo que crece en complejidad y variedad.

Un mecanismo electoral no es ni el principio ni el fin de la crisis de legitimidad o la solución a esta, existen múltiples factores que intervienen. Un cambio en el sistema electoral no necesariamente va a generar una mayor afección o credibilidad de los representantes por parte de la ciudadanía, quizás tampoco convoque a más ciudadanos a votar en un principio (no ocurrió el 2017 tras el cambio de sistema), pero sin duda que es un elemento importante que atender dentro del sistema político si se busca contribuir a generar mejor representación, y a la larga, una mayor legitimidad de nuestras democracias y sus instituciones. En las anteriores páginas se presenta una contribución que puede ser pequeña frente a un conflicto tan grande como es la crisis de legitimidad de los representantes políticos, pero es una contribución que entrega ideas valiosas para re pensar y re diseñar el sistema electoral (parlamentario) del país para contar con un organismo con una mayor representación descriptiva y sustantiva de la ciudadanía y sus intereses, y un organismo con mayor calidad representativa es un organismo con el potencial de ser más legítimo.

Bibliografía

- Allain, M., Maza, G. d., Maillet, A., & Rivas, R. (31 de octubre de 2020). *Demandas, organizaciones y violencias: perspectivas para entender la revuelta de 2019*. Obtenido de Ciper Chile: <https://www.ciperchile.cl/2020/10/31/demandas-organizaciones-y-violencias-perspectivas-para-entender-la-revuelta-de-2019/>
- Araujo, K. (2019). Desmesuras, desencantos, irritaciones y desaparegos. En *Hilos Tensados* (págs. 15-37). Santiago de Chile: Editorial USACH.
- Arico, J., Pasquino, G., Tula, J., Bobbio, N., & Matteucci, N. (1997). *Diccionario de Política*.
- Arnesen, S., & Peters, Y. (2017). The Legitimacy of Representation: How Descriptive, Formal, and Responsiveness Representation Affect the Acceptability of Political Decisions. *Comparative Political Studies*, 1-32.
- Balinski, M., & Demange, G. (1989). Algorithms for proportional matrices in reals and integers. *Mathematical Programming*, 45(1-3):193-210.
- Balinski, M. (2002). Fair Majority Voting (or How to Eliminate Gerrymandering). *American Mathematical Monthly*.
- Balinski, M., & Demange, G. (1989). An axiomatic approach to proportionality between matrices. *Mathematics of Operations Research*, 14(4):700-719.
- Balinski, M., & Young, H. P. (2010). *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*. Brookings Institution Press.
- BBC News Mundo. (octubre de 2019). *Protestas en Chile: las 6 grandes deudas sociales por las que muchos chilenos dicen sentirse "abusados"*. Obtenido de BBC: <https://www.bbc.com/mundo/noticias-america-latina-50124583>
- Benoit, K. (2000). Which Electoral Formula is the Most Proportional? A New Look with New Evidence. *Political Analysis*, 381-388.
- Benoit, K. (2004). Models of electoral system change. *Electoral Studies*, 363-389.
- Benoit, K. (2007). Electoral Laws as Political Consequences: Explaining the Origins and Change of Electoral Institutions. *Annual Review of Political Science*.
- Blais, A., Lachat, R., Hino, A., & Doray-Demers, P. (2011). The Mechanical and Psychological Effects of Electoral Systems: A Quasi-Experimental Study. *Comparative Political Studies*, 1599-1621.
- Camara de Diputados y Diputadas. (noviembre de 2019). *Firman acuerdo por la Paz Social y nueva Constitución*. Obtenido de Camara de Diputados y Diputadas: https://www.camara.cl/prensa/sala_de_prensa_detalle.aspx?prmid=138442
- Castells, M. (2017). *Ruptura: La Crisis de la Democracia Liberal*. Alianza Editorial.
- Cembrano, J., Correa, J., & Verdugo, V. (2021). Multidimensional apportionment through discrepancy theory. *ACM Conference on Economics and Computation (EC)*.
- Colomer, J. (2004). *Handbook of Electoral System Choice*. Londres: Palgrave Macmillan.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. (5 de febrero de 1917). Mexico.
- Corporación Latinobarómetro. (2020). Informe Chile 2020.
- Costello, R., Toshkov, D., Bos, B., & Krouwel, A. (2020). Congruence between voters and parties: The role of party-level issue salience. *European Journal of Political Research*, 92-113.
- Dassoneville, R., & McAllister, I. (2019). The party choice set and satisfaction with democracy. *West European Politics*, 49-73.
- Dazarola, G. (2018). *Leyes de cuotas de género: Experiencia extranjera y resultados de su aplicación en Chile*. Santiago: Biblioteca del Congreso Nacional.
- Diario Oficial de la República de Chile. (2015). Ley n°20.840. Chile.
- Diario Oficial de la República de Chile. (2020). Ley n°21.216. Chile.

- Duverger, M. (1951). *Political Parties: Their Organization and Activity in the Modern State*.
- Figuroa, J. P., & Ramírez, P. (2011). *Las reveladoras cifras de la crisis de representatividad de los parlamentarios*. Obtenido de CIPER: <https://www.ciperchile.cl/2011/09/12/las-reveladoras-cifras-de-la-crisis-de-representatividad-de-los-parlamentarios/>
- Fischer, S., Lee, A. H.-Y., & Lelkes, Y. (2021). Electoral Systems and Political Attitudes: Experimental Evidence.
- Gaffke, N., & Pukelsheim, F. (2008). Divisor methods for proportional representation systems: An optimization approach to vector and matrix apportionment problems. *Mathematical Social Sciences*, 56(2):166–184.
- Gallagher, M. (1991). Proportionality, disproportionality and electoral systems. *Electoral Studies*, Volume 10, Issue 1, 33-51.
- Gamboa, R., & Morales, M. (2016). Chile's 2015 Electoral Reform: Changing the Rules of the Game. *Latin American Politics and Society*.
- Gilley, B. (2006). The Determinants of State Legitimacy: Results for 72 Countries. *International Political Science Review*, 27(1), 47-71.
- Heiss, C. (2020). Populismos y desafíos de la representación política en las democracias modernas. *Revista de Sociología*, 32-35.
- IDEA. (2008). *Electoral System Design: The New International IDEA Handbook*. Suecia: IDEA.
- Jones, M., Alles, S., & Tchintian, C. (2012). Cuotas de género, leyes electorales y elección de legisladoras en América Latina. *Revista de Ciencia Política*, 32(2), 331-357.
- Judge, D., & Leston-Bandeira, C. (2021). Why it matters to keep asking why legislatures matter. *The Journal of Legislative Studies*, 155-184.
- Kriesi, H. (2013). Democratic legitimacy: Is there a legitimacy crisis in contemporary politics? *Politische Vierteljahresschrift*, 54(3), 609-638.
- Loosemore, J., & Hanby, V. (1971). The Theoretical Limits of Maximum Distortion: some Analytic Expressions for Electoral Systems. *British Journal of Political Science*, 467-477.
- Maier, S., Zachariassen, P., & Zachariassen, M. (2010). Divisor-Based Bipropportional Apportionment in Electoral Systems: A Real-Life Benchmark Study. *Management Science*, 373-387.
- Mayol, A. (2002). *En busca del "paradigma" político de la modernidad: Aproximación desde las teorías políticas de Max Weber y Jürgen Habermas*. Santiago: Universidad de Chile.
- Nohlen, D. (2006). La reforma del sistema binominal desde una perspectiva comparada. *Revista de ciencia política*, 26(1) 191-202.
- Norris, P. (2019). Do perceptions of electoral malpractice undermine democratic satisfaction? The US in comparative perspective. *International Political Science Review*, 5-22.
- Peruzzotti, E. (2008). La democracia representativa como política mediada: repensando los vínculos entre representación y participación. *Debates en Sociología*(33).
- Pitkin, H. (1985). *El Concepto de Representación*. Madrid: Centro de Estudios Constitucionales.
- Plotke, D. (1997). Representation is Democracy. *Constellations*, 4(1).
- Pukelsheim, F. (2017). *Proportional Representation: Apportionment Methods and Their Applications*. Springer.
- Rote, G., & Zachariassen, M. (2007). Matrix scaling by network flow. *Proceedings of the 18th Annual ACM/SIAM Symposium on Discrete Algorithms (SODA)*.
- Rothstein, B. (2008). Creating Political Legitimacy. *American Behavioral Scientist*, 311-330.
- The Economist Intelligence Unit. (2019). *Democracy Index 2019*. The Economist Intelligence Unit.
- Urbainati, N., & Warren, M. (2008). The Concept of Representation in Contemporary Democratic Theory. *Annual Review of Political Science*, 387-412.

- Valenzuela, C., & Zúñiga, A. (2014). Leyes de cuotas electorales, Constitución y democracia. *Revista de Derecho (Valdivia)*, 191-211.
- Weatherford, S. (1992). Measuring Political Legitimacy. *The American Political Science Review*, 86(1), 149-166.
- Zúñiga, Y. (2005). Parity democracy: from theory to practice. *Revista de derecho (Valdivia)*, 18(2), 131-154.

Anexos

Anexo A. Formalidades Matemáticas

A.1. Reglas de redondeo

Las reglas de redondeo son una manera eficiente de extender las funciones de redondeo de manera de resolver el problema de los empates en estas funciones. Son mapeos definidos en los reales positivos y que entregan conjuntos, de uno o dos elementos, dependiendo de si el argumento de la función es entero o no (Pukelsheim, 2017).

La regla de redondeo hacia abajo $\lfloor \cdot \rfloor$ se define en todo $t \geq 0$ como:

$$\lfloor t \rfloor := \begin{cases} \{ \text{floor}(t) \}, & t \neq 1, 2, 3, \dots \\ \{ t - 1, t \}, & t = 1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Donde $\text{floor}(t)$ denota la función de redondeo que toma la parte entera del número t , o que redondea al entero inmediatamente menor, definida formalmente como:

$$\text{floor}(t) = \max\{n \in \mathbb{N}, n \leq t\}$$

Algunos ejemplos del uso de la regla de redondeo hacia abajo:

- $\lfloor 4,3 \rfloor = \{4\}$
- $\lfloor 5 \rfloor = \{4, 5\}$
- $\lfloor 6 \rfloor = \{5, 6\}$
- $\lfloor 6,8 \rfloor = \{6\}$

La virtud de utilizar reglas de redondeo en lugar de funciones de redondeo es que admiten los empates, es decir, dos valores posibles cuando el argumento de la regla es un número entero. De esta manera, en los métodos de divisores admite dos asignaciones proporcionales posibles si existieran “empates” donde a dos listas podrían corresponderle, por ejemplo, 6 y 4 asientos o 5 y 5 asientos.

A.2. Prueba de existencia de la asignación triproporcional con pluralidad

En este anexo, ampliamos el resultado existencial y algorítmico de Cembrano et al. para el caso de asignaciones con pluralidad, según se describe en la Sección 2.3. Nos centramos en el caso de la asignación triproporcional, pero nuestro análisis se extiende al caso d -dimensional más general de Cembrano et al., con $d \geq 2$. Para formalizar esta extensión, primero consideramos un programa lineal entero inspirado en el enfoque de flujo en redes introducido por Rote y Zachariasen (Rote & Zachariasen, 2007) para el escalamiento de matrices y utilizado por Gaffke y Pukelsheim (Gaffke & Pukelsheim, 2008) para modelar asignaciones biproporcionales. Como antes, se nos da una matriz entera v con entradas en $D \times L \times G$ que contiene los votos de los candidatos de cada lista l y género g en el distrito d , un vector q que contiene el número de asientos que se asignarán a cada distrito d , un vector r que contiene el número de asientos que se asignarán a cada lista l un vector s que contiene el número de asientos que se asignarán a cada género g , y un tamaño de cámara H . Denotamos $E(v) = \{(d, l, g) : v_{d l g} > 0\}$. Para cada $(d, l, g) \in E(v)$ y cada $t \in \{1, \dots, H\}$ tenemos una variable binaria $y_{d l g}^t$ y su costo en la función objetivo está dado por $\log\left(\frac{t}{v_{d l g}}\right)$.

$$\text{minimizar} \quad \sum_{(d, l, g) \in E(V)} \sum_{t=1}^H y_{d l g}^t \cdot \log\left(\frac{t}{v_{d l g}}\right) \quad (1)$$

sujeto a:

$$(2) \quad \sum_{t=1}^H y_{d l g}^t = x_{d l g} \quad \text{para cada } (d, l, g) \in E(V),$$

$$(3) \quad \sum_{\substack{(l, g) \in L \times G \\ (d, l, g) \in E(V)}} x_{d l g} = q_d \quad \text{para cada } d \in D,$$

$$(4) \quad \sum_{\substack{(d, g) \in D \times G \\ (d, l, g) \in E(V)}} x_{d l g} = r_l \quad \text{para cada } l \in L,$$

$$(5) \quad \sum_{\substack{(d, l) \in D \times L \\ (d, l, g) \in E(V)}} x_{d l g} = s_g \quad \text{para cada } g \in G,$$

$$(6) \quad x_{d l g} \geq \mathbf{1}_{d l g} \quad \text{para cada } (d, l, g) \in D \times L \times G,$$

$$(7) \quad y_{d l g}^t \in \{0, 1\} \quad \text{para cada } (d, l, g) \in E(V) \text{ y cada } t \in \{1, \dots, H\},$$

La variable $x_{d l g}$ representa el número total de asientos a ser repartidos en la asignación de los para los candidatos de las listas l y género g en un distrito d , y la restricción (2) garantiza la agregación de asientos en esta variable. Las restricciones (3) – (5) garantizan que cualquier solución factible satisfaga los vectores marginales y la restricción (6) garantiza la condición de pluralidad. El siguiente teorema afirma el principal resultado de esta configuración con pluralidad.

Teorema 1. Sean v, q, r, s y H tales que la relajación lineal de (1) – (7) es factible. Sean u_D, u_L y u_G enteros no-negativos tales que

$$\frac{1}{u_D + 2} + \frac{1}{u_L + 2} + \frac{1}{u_G + 2} \leq 1$$

Entonces, existe una solución triproporcional u -aproximada con pluralidad.

Este teorema establece el mismo resultado de existencia de Cembrano et al. (Cembrano, Correa, & Verdugo, 2021) El enfoque de discrepancia descrito en el sigue siendo válido para esta configuración también, por lo que el único resultado que necesitamos extender es el que dice que cualquier redondeo de una solución óptima de la relajación lineal de (1) – (7) verifica la nueva condición de proporcionalidad:

(*) Para cada distrito $d \in D$, lista $l \in L$ y género $g \in G$ tenemos que $x_{dlg} \in [\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg}]$ si es que $\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg} \geq \mathbf{1}_{dlg}$ y $x_{dlg} = 1$ en otro caso.

Para hacerlo, primero observamos que por dualidad, para cualquier solución factible (x, y) de la relajación lineal de (1) – (7) tenemos que (x, y) es óptimo si y solo si existe una solución dual $(\Lambda, U, \Gamma, \omega, \beta)$ tal que se cumplan las siguientes condiciones para cada $(d, l, g) \in E(V)$ y para cada $t \in \{1, \dots, H\}$:

$$(8) \quad \Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \omega_{dlg} + \beta_{dlg}^t \leq \log\left(\frac{t}{v_{dlg}}\right) \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 1,$$

$$(9) \quad \Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \beta_{dlg}^t \leq \log\left(\frac{t}{v_{dlg}}\right) \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 0,$$

$$(10) \quad y_{dlg}^t \left[\Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \omega_{dlg} + \beta_{dlg}^t - \log\left(\frac{t}{v_{dlg}}\right) \right] = 0 \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 1,$$

$$(11) \quad y_{dlg}^t \left[\Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \beta_{dlg}^t - \log\left(\frac{t}{v_{dlg}}\right) \right] = 0 \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 0,$$

$$(12) \quad \omega_{dlg} \left(\sum_{t=1}^H y_{dlg}^t - 1 \right) = 0 \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 1,$$

$$(13) \quad \omega_{dlg} \geq 0 \quad \text{si } \mathbf{1}_{dlg} = 1,$$

$$(14) \quad \beta_{dlg}^t (y_{dlg}^t - 1) = 0$$

$$(15) \quad \beta_{dlg}^t \leq 0$$

donde Λ_d es la variable dual asociada a la restricción (3) para cada $d \in D$, U_l es la variable dual asociada a la restricción (4) para cada $l \in L$, Γ_g es la variable dual asociada a la restricción (5) para cada $g \in G$, ω_{dlg} es la variable dual asociada a la restricción (6) para cada (d, l, g) tal que $\mathbf{1}_{dlg} = 1$ y β_{dlg}^t es la variable dual asociada al límite superior de uno en el valor de y_{dlg}^t para cada $(d, l, g) \in E(V)$ y para cada $t \in \{1, \dots, H\}$.

Nos referimos a una tupla $(x, y, \Lambda, U, \Gamma, \omega, \beta)$ que satisface (8) – (15), con (x, y) factible para la relajación lineal de (1) – (7), como un par óptimo primal-dual para esta relajación lineal. El siguiente lema establece que cualquier redondeo de una solución óptima x de esta relajación lineal satisface la condición de proporcionalidad (*). Como se mencionó, este lema junto con varios resultados de Cembrano et al. permite concluir el Teorema 1.

Lema 1. Sea $(x, y, \Lambda, U, \Gamma, \omega, \beta)$ una solución primal-dual óptima de la relajación lineal de (1) – (7) con valores v, q, r, s y H . Si \bar{x} es un vector entero con entradas en $E(v)$ tales que $\bar{x}_{d_lg} \in \{\lfloor x_{d_lg} \rfloor, \lceil x_{d_lg} \rceil\}$ para cada $(d, l, g) \in E(v)$, entonces, para cada $(d, l, g) \in E(v)$ con $\mathbf{1}_{d_lg} = 1$ tenemos que $\bar{x}_{d_lg} = 1$ si es que $\lambda_d \mu_l \gamma_g v_{d_lg} < 1$ y $\bar{x}_{d_lg} \in [v_{d_lg} \exp(\Lambda_d, U_l, \Gamma_g)]$ de otra manera.

Demostración. Para cada $(d, l, g) \in E(v)$ definimos el valor

$$t_{d_lg} = \max\{t \in \{1, \dots, H\}: y_{d_lg}^t > 0\},$$

cuando $x_{d_lg} > 0$, y $t_{d_lg} = 0$ cuando $x_{d_lg} = 0$. Afirmamos que para cada $(d, l, g) \in E(v)$ tenemos que $t_{d_lg} = \lceil x_{d_lg} \rceil$. De hecho, para las tuplas (d, l, g) para las cuales $x_{d_lg} = 0$ se sigue directamente. Por otro lado, para cada $(d, l, g) \in E(v)$ tenemos que $t_{d_lg} \geq \lceil x_{d_lg} \rceil$, dado que de otra manera la restricción (2) se violaría. Supongamos que $(d, l, g) \in E(v)$ es tal que $t_{d_lg} > \lceil x_{d_lg} \rceil$. Entonces, hay al menos dos valores fraccionales en $y_{d_lg}^1, \dots, y_{d_lg}^H$ y considera la solución (x, Y) como sigue:

$$Y_{d_lg}^t = \begin{cases} 1, & \text{para cada } t < \lceil x_{d_lg} \rceil + 1, \\ x_{d_lg} - \lfloor x_{d_lg} \rfloor, & \text{para cada } t = \lceil x_{d_lg} \rceil + 1, \\ 0, & \sim \end{cases}$$

La solución (x, y) es factible para la relajación lineal de (1) – (7) dado que

$$\sum_{t=1}^H y_{d_lg}^t = (\lfloor x_{d_lg} \rfloor + 1) - 1 + x_{d_lg} - \lfloor x_{d_lg} \rfloor = \lceil x_{d_lg} \rceil$$

Adicionalmente, para cada $(d, l, g) \in E(v)$ la función $\log\left(\frac{t}{v_{d_lg}}\right)$ es estrictamente creciente como función de $t \in \{1, \dots, H\}$. Por lo tanto, $\sum_{t=1}^H Y_{d_lg}^t \cdot \log\left(\frac{t}{v_{d_lg}}\right) < \sum_{t=1}^H y_{d_lg}^t \cdot \log\left(\frac{t}{v_{d_lg}}\right)$, lo que contradice la optimalidad de (x, y) . Eso concluye la demostración de la afirmación. Ahora, sea $(d, l, g) \in E(v)$ con $\mathbf{1}_{d_lg} = 1$ y notemos que, dado que x verifica la restricción (6) tenemos que $x_{d_lg} \geq 1$. Cuando $x_{d_lg} = 1$, de la afirmación previa obtenemos que $y_{d_lg}^2 = 0$ así entonces la condición (14) implica que $\beta_{d_lg}^2 = 0$. Reemplazando en la condición (8) obtenemos

$$\log\left(\frac{2}{v_{d_lg}}\right) - \Lambda_d - U_l - \Gamma_g \geq \omega_{d_lg}.$$

Dado que $\omega_{d_lg} \geq 0$ dada la condición (13), esto implica que $v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \leq 2$. Entonces, si $v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \geq 1$ tenemos que $x_{d_lg} = 1 \in [v_{d_lg} \exp(\Lambda_d, U_l, \Gamma_g)]$. De otra manera, $x_{d_lg} = 1$ verifica directamente la condición establecida en el lema. Cuando $x_{d_lg} > 1$, de la condición (6) tenemos que $\omega_{d_lg} = 0$. Imponiendo que $h = t_{d_lg} = \lceil x_{d_lg} \rceil$, la condición de holgura complementaria (10) implica que

$$\Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \beta_{d_lg}^h - \log\left(\frac{h}{v_{d_lg}}\right) = 0,$$

dado que $y_{d_lg}^t > 0$. Por la condición (15) tenemos que $\beta_{d_lg}^t \leq 0$ y por lo tanto concluimos que $\Lambda_d + U_l + \Gamma_g \geq \log\left(\frac{h}{v_{d_lg}}\right)$, implicando que $t_{d_lg} = h \leq v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g)$. Sabemos que para cada $t > t_{d_lg}$ se cumple que $y_{d_lg}^t = 0$, entonces la condición de holgura complementaria (14) implica que $\beta_{d_lg}^t = 0$. Así, la condición (8) implica que $\Lambda_d + U_l + \Gamma_g \leq \log\left(\frac{t}{v_{d_lg}}\right)$, lo que se verifica en particular para $t = t_{d_lg} + 1$. Concluimos entonces que $v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \leq t_{d_lg} + 1$. Uniendo todo, obtenemos que

$$\lceil x_{d_lg} \rceil \leq v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \leq \lfloor x_{d_lg} \rfloor + 1$$

implicando que $\lceil x_{d_lg} \rceil \in [v_{d_lg} \exp(\Lambda_d, U_l, \Gamma_g)]$. Si x_{d_lg} es un entero, entonces $\bar{x}_{d_lg} = x_{d_lg} = \lfloor x_{d_lg} \rfloor$ y este valor es estrictamente mayor a 1, así que concluimos. De otra manera, si x_{d_lg} es fraccional, por la condición (10) con $h = t_{d_lg}$ tenemos que

$$\Lambda_d + U_l + \Gamma_g + \beta_{d_lg}^t - \log\left(\frac{h}{v_{d_lg}}\right) = 0,$$

dado que $y_{d_lg}^t > 0$. Exponenciando y reordenando términos obtenemos que

$$v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) = h \exp(-\beta_{d_lg}^t).$$

Dado que $0 < y_{d_lg}^t < 1$, la condición de holgura complementaria (14) implica que $\beta_{d_lg}^t = 0$ y por lo tanto concluimos que $v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) = h = t_{d_lg} = \lfloor x_{d_lg} \rfloor$. Cuando $\bar{x}_{d_lg} = \lfloor x_{d_lg} \rfloor$ tenemos que

$$\bar{x}_{d_lg} = \lfloor x_{d_lg} \rfloor = v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \leq \lfloor x_{d_lg} \rfloor + 1 = \bar{x}_{d_lg} + 1$$

Similarmente, cuando $\bar{x}_{d_lg} = \lceil x_{d_lg} \rceil$ tenemos que

$$\bar{x}_{d_lg} + 1 = \lceil x_{d_lg} \rceil + 1 = \lceil x_{d_lg} \rceil = v_{d_lg} \exp(\Lambda_d + U_l + \Gamma_g) \geq \lceil x_{d_lg} \rceil + 1 = \bar{x}_{d_lg}$$

En ambos casos tenemos que $\bar{x}_{d_lg} \in [v_{d_lg} \exp(\Lambda_d, U_l, \Gamma_g)]$, y dado que x_{d_lg} es estrictamente mayor que uno, entonces concluimos.

A.3. Problema convexo que resuelve la asignación *fair-share*

El tensor $f \in \mathbf{R}_+^{D \times L \times G}$ es una asignación 3-proporcional fraccionaria o tensor *fair-share* si es que existen valores reales λ_d para cada distrito $d \in D$, μ_l para cada lista $l \in L$ y γ_g para cada género $g \in G$, tal que:

- (1) $\sum_{l \in L} \sum_{g \in G} f_{dlg} = q_d$, para cada distrito $d \in D$,
- (2) $\sum_{d \in D} \sum_{g \in G} f_{dlg} = r_l$, para cada lista $l \in L$,
- (3) $\sum_{l \in L} \sum_{d \in D} f_{dlg} = s_g$, para cada género $g \in G$,
- (4) $f_{dlg} = \lambda_d \mu_l \gamma_g v_{dlg}$ para cada $d \in D$, para cada $l \in L$ y para cada $g \in G$

Este tensor se puede encontrar resolviendo un problema de optimización convexo con la siguiente función objetivo:

$$\text{minimize} \quad \sum_{d \in D} \sum_{l \in L} \sum_{g \in G} f_{dlg} \left(\log \left(\frac{f_{dlg}}{v_{dlg}} \right) - 1 \right)$$

Y con las condiciones (1) – (3) como restricciones del problema no lineal. Se puede verificar a partir de las condiciones de optimalidad de KKT que la solución al problema verifica las condiciones de un tensor *fair-share*.

Notar que en este caso no es necesario que los vectores q , r y s tengan entradas enteras, ya que el *fair-share* es una asignación fraccional.

Anexo B. Tablas

Tabla 13 - Porcentaje de escaños y votos obtenidos por cada lista en la elección de diputados del 2017.

Lista	% Votos	% Escaños
B	3,9%	0,6%
G	16,5%	12,9%
N	24,1%	27,7%
O	10,7%	9,0%
P	38,7%	46,5%
H	1,6%	0,0%
R	1,7%	0,6%
D	0,1%	0,0%
K	1,9%	2,6%
M	0,9%	0,0%

Tabla 14 - Porcentaje de escaños y votos obtenidos por cada lista en la elección de convencionales constituyentes del 2021.

Lista	% Votos	% Escaños
XP	22,76%	26,81%
YB	15,99%	18,12%
YQ	20,74%	20,29%
INN	8,72%	7,97%
ZR	1,02%	0,00%
ID1-38	0,13%	0,00%
A	0,21%	0,72%
LP	18,26%	19,57%
ZZ	0,61%	0,72%
XA	3,77%	0,00%
WB	0,46%	0,72%
YK	0,81%	0,72%
ZB	0,82%	0,00%
YU	0,81%	0,00%
ID9-56	0,67%	0,72%
ZL	0,76%	0,00%
T	0,75%	0,72%
P	0,44%	0,72%
XI	0,65%	0,72%
YX	0,73%	0,00%
ZW	0,69%	0,72%
XM	0,20%	0,72%

Tabla 15 - Poder de voto relativo de cada distrito respecto al promedio nacional

Distrito	M	VVE	seats:votes	ratio
1	3	57.281	0,0000524	2,17
2	3	78.661	0,0000381	1,58
3	4	155.370	0,0000257	1,07
4	4	82.329	0,0000486	2,01
5	6	225.330	0,0000266	1,10
6	8	328.285	0,0000244	1,01
7	7	331.224	0,0000211	0,87
8	7	452.609	0,0000155	0,64
9	6	317.042	0,0000189	0,78
10	7	425.095	0,0000165	0,68
11	6	384.592	0,0000156	0,65
12	6	372.173	0,0000161	0,67
13	4	230.444	0,0000174	0,72
14	5	302.951	0,0000165	0,68
15	5	181.136	0,0000276	1,14
16	4	141.936	0,0000282	1,17
17	7	227.909	0,0000307	1,27
18	4	111.382	0,0000359	1,49
19	5	156.726	0,0000319	1,32
20	7	305.153	0,0000229	0,95
21	4	168.612	0,0000237	0,98
22	3	79.600	0,0000377	1,56
23	6	162.206	0,0000370	1,53
24	4	114.198	0,0000350	1,45
25	3	100.564	0,0000298	1,23
26	4	131.320	0,0000305	1,26
27	3	32.712	0,0000917	3,80
28	3	54.414	0,0000551	2,28
	138	5.711.254	0,0000242	1,00
			max:min	5,93

Anexo C. Ilustraciones

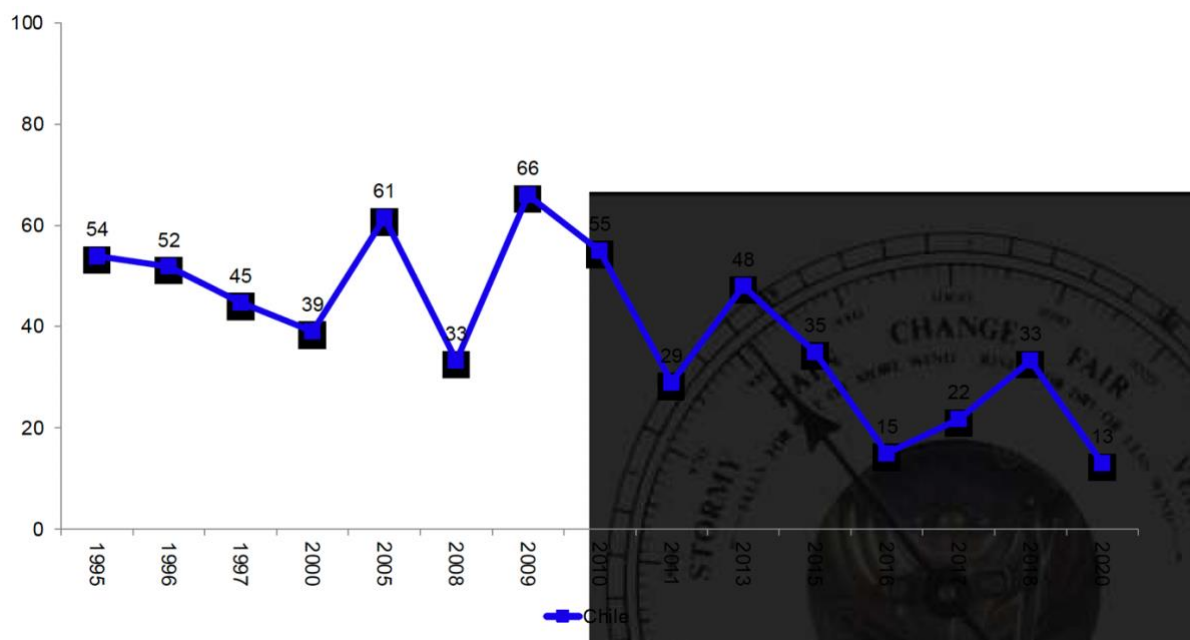


Ilustración 17 - Percepción del progreso país (Extraído de Latinobarómetro 2020)

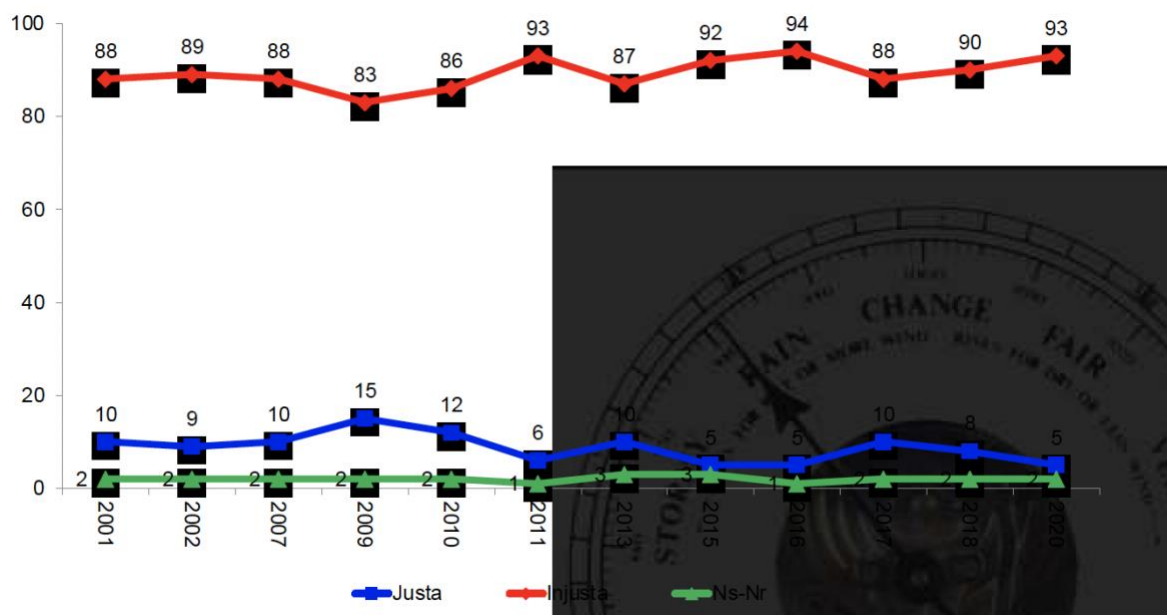


Ilustración 18 - Percepción de la ciudadanía chilena sobre ¿Qué tan injusta es la desigualdad? (Extraído de Latinobarómetro 2020)

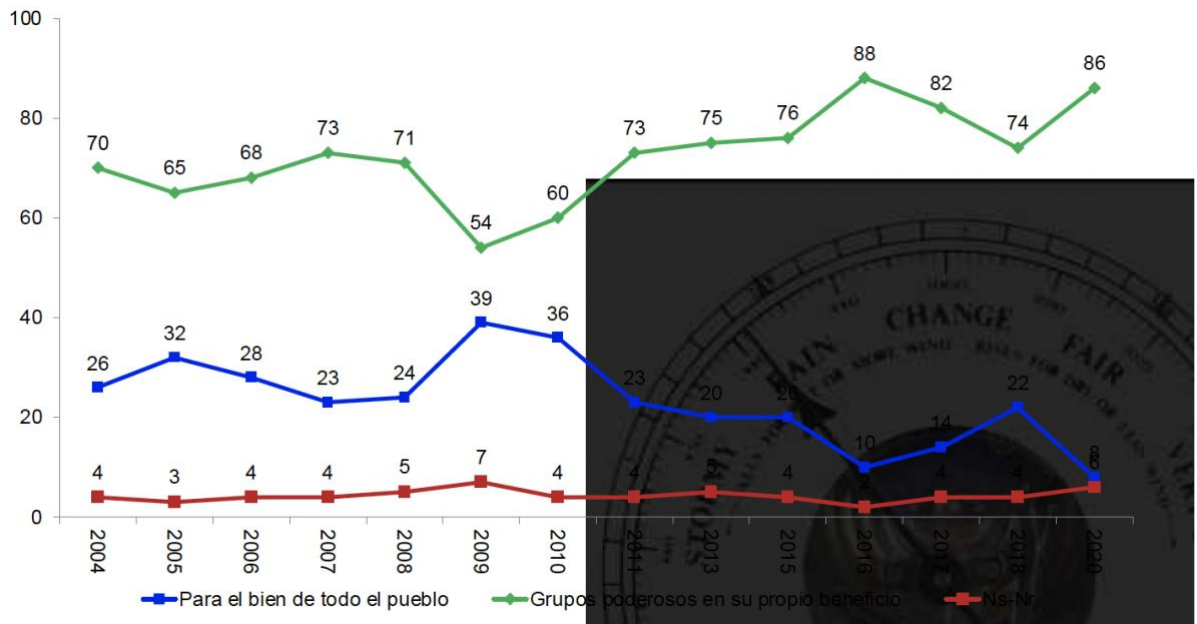


Ilustración 19 - Percepción de la ciudadanía chilena frente a la pregunta ¿Para quién se gobierna? (Extraído de Latinobarómetro 2020)

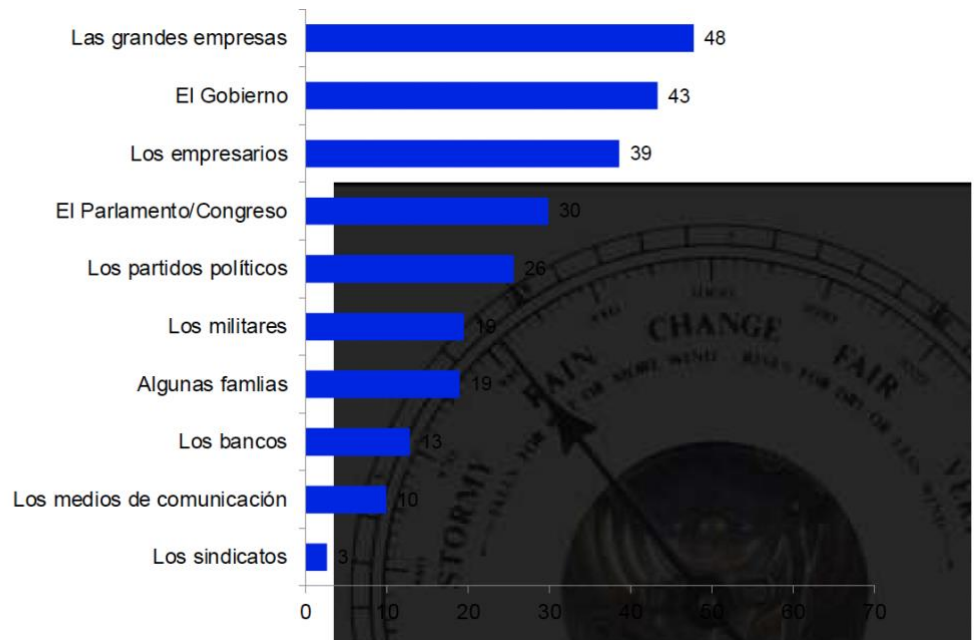


Ilustración 20 - Percepción de la ciudadanía sobre quién tiene más poder (Extraído de Latinobarómetro 2020)

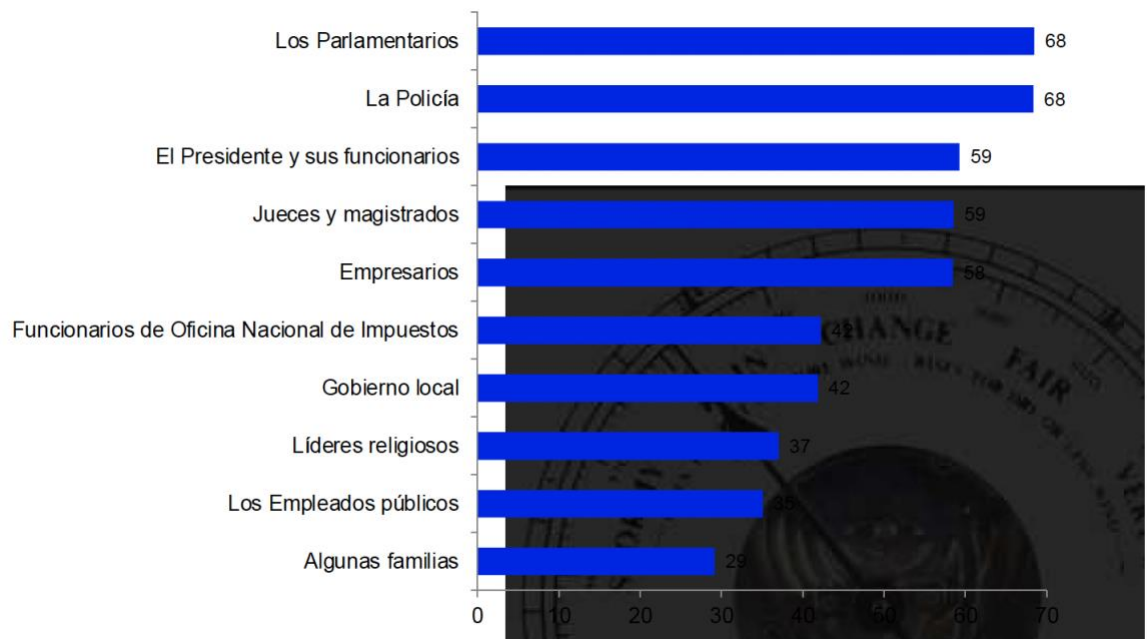


Ilustración 21 - Percepción de la ciudadanía chilena sobre quienes están involucrados en casos de corrupción (Extraído de Latinobarómetro 2020)