UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL

PLANIFICACION OPTIMA, UN ESTUDIO SOBRE FLEXIBILIDAD

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGISTER EN ECONOMIA APLICADA

GIANCARLO ANDRES ACEVEDO ECHEVERRIA

PROFESOR GUIA:
ALEJANDRO BERNALES SILVA

MIEMBROS DE LA COMISION:
PATRICIO VALENZUELA AROS
MARCELA VALENZUELA BRAVO

SANTIAGO DE CHILE
2022

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL
TÍTULO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA
APLICADA
POR: GIANCARLO ANDRÉS ACEVEDO
ECHEVERRÍA
PROF. GUÍA: ALEJANDRO BERNALES
FECHA: 2022

PLANIFICACIÓN ÓPTIMA, UN ESTUDIO SOBRE FLEXIBILIDAD

En esta tesis veremos como las distintas flexibilidades afectan la toma de decisión en la realización de inversiones ante un ambiente de irreversibilidad ante la toma de decisiones. Las decisiones que transcurren en el tiempo pueden verse afectadas por diferentes factores, tales como cambios en precios, niveles de información, escenarios con incertidumbres, etc. Múltiples estudios se han hecho con respecto al fenómeno de la flexibilidad tales como: Danau(2020), que estudia como cambios en la riqueza inicial afectan las ganancias de flexibilidad dependiendo de la prudencia de los agentes. Epstein(1980) quien muestra condiciones suficientes para que al disminuir la información se reduzca el nivel de inversión del primer periodo en un modelo de 2 periodos; con ello muestra matemáticamente como afecta la irreversibilidad a las ganancias por flexibilidad para este tipo de casos.

Lo que busca este estudio es establecer la relación entre la irreversibilidad y la flexibilidad para lo cual se plantea un modelo teórico simple pero no trivial multiperiodo en que en cada tiempo se decide la inversión que se llevara a cabo en el siguiente periodo a futuro. También en cada etapa se calcula la operación de la inversión ya realizada, con ello tenemos un modelo en que no se permite deshacer inversiones ante escenarios poco favorables, y la información sobre el futuro juega un factor clave en las decisiones. El comportamiento de este modelo es testeado en nuestro caso de estudio, el cual corresponde al sistema de generación eléctrico (Sistema Interconectado Central SIC de Chile).

Entre nuestros principales hallazgos encontramos que por efecto de la irreversibilidad se reducen e incluso se anulan las ganancias por flexibilidad descritas por Danau en su trabajo. También mostramos que en un modelo de 2 etapas vemos que, al aumentar la volatilidad en el futuro, esto lleva a reducciones en la instalación del primer periodo con el objetivo de dejar un mayor margen de acción o flexibilidad en el periodo más volátil. De forma parecida hallamos que reducciones en la ponderación del primer periodo llevan también a una reducción en la instalación en el primer periodo, lo que aumenta la flexibilidad del segundo.

Tabla de Contenido

Agradecimientos

Agradezco el apoyo financiero del instituto de investigación de imperfecciones de mercado y políticas públicas (ICM IS13002, Ministerio de Economía de Chile) y a proyecto fondecyt #1190162. Agradezco a mi familia, mi madre María Echeverría, mi padre Carlos Acevedo, mi tía Myriam Herrera, mis hermanas Carolina y Mariella Acevedo. Y agradezco muchísimo a mi profesor de tesis Alejandro Bernales que ha sido una parte fundamental en mi desarrollo profesional y en la confección de esta tesis.

1. Introducción

Las grandes inversiones juegan un rol clave en toda sociedad, desde construcción de puentes, centrales de energías pequeñas a megaproyectos tales como estaciones espaciales internacionales. Estos proyectos requieren periodos de construcción variables que pueden ser breves o de muchos años, incluso décadas. Nosotros proponemos un modelo simple con el cual estudiar el efecto de la flexibilidad en proyectos de construcción o que requieran tiempos de espera entre la decisión y puesta en marcha. La flexibilidad puede ser vista desde múltiples espectros, sin embargo, nos centraremos solo en la flexibilidad ante nueva información (capacidad de adaptarse al recibir nuevos datos en el tiempo).

Múltiples estudios se han hecho con respecto al fenómeno de la flexibilidad tales como: Danau(2020), que estudia como cambios en la riqueza inicial afectan las ganancias de flexibilidad dependiendo de la prudencia de los agentes. Epstein(1980) quien muestra condiciones suficientes para que al disminuir la información se reduzca el nivel de inversión del primer periodo, en un modelo de 2 periodos, con ello muestra matemáticamente como afecta la irreversibilidad para este tipo de casos.

Nuestro principal resultado es que encontramos que por efecto de la irreversibilidad se reducen e incluso se anulan las ganancias descritas por Danau en su trabajo. Además, entre nuestros mayores hallazgos mostramos que en un modelo de 2 etapas vemos que, al aumentar la volatilidad en el futuro, esto lleva a reducciones en la instalación del primer periodo con el objetivo de dejar un mayor margen de acción o flexibilidad en el periodo más volátil. De forma parecida hallamos que reducciones (aumentos) en la ponderación o valor del primer(segundo) periodo, llevan también a una reducción en la instalación en el primer periodo, aumentando la flexibilidad del segundo.

Por otro lado, existe una extensa literatura en que se analizan el comportamiento bajo incerteza (como por ejemplo Sandmo 1970, Rothschild and Stiglitz(1971), Turnovsky(1973)). Estos trabajos típicamente asumen que la decisión es hecha en el periodo 1 sujeto a incerteza sobre lo que pasara en el periodo 2. Al llegar al periodo 2 se revela la información y quizás se permite tomar nuevas decisiones. Los efectos en el periodo 1 de decisión son a priori inciertos en expectativas y estos efectos han sido minuciosamente estudiados en la literatura.

Nuestro enfoque será presentado por medio de un modelo multiperiodo, el cual posee varios periodos de decisión y operación, con niveles de información serán variables y además este tipo de modelo permite de una forma más natural estudiar los efectos de la flexibilidad al poder incluir los tiempos de construcción variables de las distintas tecnologías. Para nuestro estudio usaremos como utilizaremos el Sistema Interconectado Central de Chile (SIC) en que planificaremos la construcción de plantas de generación de energía, tomando en consideración cambios en precios de combustibles y posibles escenarios hidrológicos como factores de aleatoriedad para el futuro.

Esta tesis esta ordenada de la siguiente forma empezando por la Revisión Bibliográfica, el Modelo Analítico Simple, Modelo Caso de Estudio, Resultados, Portafolios de Inversión, Efectos Endógenos o Interacciones y Conclusiones.

2. Estado del Arte

Múltiples trabajos se han hecho sobre problemas de timing en inversiones bajo aversión al riesgo tales como Henderson and Hobson (2002), Hugonnier and Morellec (2007) y Chronopouulos, De Reyck and Siddqui (2011). Por otro lado, Danau (2020) estudia como la prudencia afecta en las decisiones de inversión en conjunto de otros autores tales como Kimball (1990) quien muestra que el premium de la utilidad disminuye al aumentar la riqueza (lo que aumenta la prudencia).

La literatura de inversión bajo incertezas también ha reconocido como clave que las decisiones de inversión tienen una naturaleza secuencial (Majd and Pindyck (1987)), (Bar-Ilan and Strange (1998)), la importancia de las decisiones de entrada o salida (Dixit (1994)), opciones de incrementos en capacidad (Pindyck (1988), Kandel and Pearson (2002)), reversibilidad costosa (Abel and Eberly (1996)) y adopción de tecnologías (Farzin, Huisman and Kort (1998)).

Por otro lado la irreversibilidad explicada por Epstein (1980), ha sido ampliamente utilizada en procesos irreversibles tales como cambio climático (Kolstad and Toman (2005)), (Ingham , Ma and Ulph (2007)) y Mazibuko(2002).

3. Modelo Analítico Simple

Para estudiar los distintos tipos de flexibilidad presentamos un modelo lo más simplificado posible que permita obtener resultados no-triviales, ayudándonos a entender la intuición y comportamiento de la toma de decisiones en proyectos de inversión. Nuestro modelo consta de dos etapas de decisión y dos periodos de operación, intercaladas entre sí, comenzando por un periodo de decisión. Con lo anterior podremos definir el premium de flexibilidad (también visto como la ganancia por flexibilidad), para así comparar los resultados de Danau con nuestro trabajo ya que estos dos trabajos siguen las mismas ideas generales.

La inversión f_1, es la inversión operativa en el primer periodo, f_2 son las nuevas inversiones decididas en el segundo periodo. En particular nuestro modelo ponemos una restricción adicional a las inversiones con el fin agregar la irreversibilidad. Para ello lo decidido en el primer periodo f_1 no puede ser deshecho en el segundo periodo i.e. lo instalado en el segundo periodo es $f_1 + f_2$ con $f_1, f_2 \geq 0$. Si f_2 fuera negativo, sería equivalente a deshacer inversiones. Nuestra función por maximizar es el bienestar ponderado en ambos tiempos:

$$u\big(\pi(f_1, x_1)\big) + \beta u\big(\pi(f_1 + f_2, x_2)\big). \tag{1}$$

Donde $u()$ es la función de utilidad, $\pi(f_1, x_1)$ es la función de producción, dado lo instalado f_1 a un coste x_1, el segundo periodo tiene un factor Inter temporal de β y f_2 es lo instalado exclusivamente en el segundo periodo. Por simplicidad asumimos que solo es posible instalar la misma tecnología, o que en el segundo periodo f_1 y f_2 son iguales para la función de producción.

$$\pi(f, x) = S(f) - (x)(f). \tag{2}$$

Con $u > 0, u' \geq 0\,, u'' \leq\, 0$ y $S > 0, S' \geq 0\,, S'' \leq\, 0.$

Para nuestro estudio definiremos 2 casos, el primero el cual en el segundo periodo los precios tienen una distribución aleatoria (hay múltiples escenarios posibles). Por otro lado, en el segundo caso no hay ningún tipo de aleatoriedad y el precio en la segunda etapa será el promedio de la distribución aleatoria del primer caso.

Caso 1 (aleatorio):

$$\begin{aligned}&\left(u\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right]\right) \\ &\quad = \left(u\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big) + \beta\left[\frac{1}{2\eta}\int_{-\eta+\overline{x_2}}^{\eta+\overline{x_2}} \beta u\big(\pi(f_1 + f_2, x_2)\big)\, dx_2\right]\right)\end{aligned} \tag{3}$$

En este caso se tiene que en el segundo periodo x_2 es aleatorio, además $f_2(x_2)$ cómo se puede apreciar se puede adaptar a cada uno de esos precios con total flexibilidad.

Caso 2:

$$[u\left(\pi\big(\hat{f}_1, \overline{x_1}\big)\right) + \beta u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \widehat{f}_2, \overline{x_2}\big)\right). \tag{4}$$

Aquí no hay aleatoriedad, además se tiene la siguiente salvedad $\mathbb{E}(x_2) = \overline{x_2}$.

Para cada uno de estos casos nos interesa obtener los portafolios $f_1, f_2(x_2), \hat{f}_1, \hat{f}_2$, los cuales maximizan la utilidad de ambos casos, con el fin de poder comparar ambos casos y así ver el valor agregado de la flexibilidad. Estos puntos $(f_1, f_2(x_2)), \big(\hat{f}_1, \hat{f}_2\big)$ maximizan sus respectivos problemas y corresponden a las inversiones instaladas. Notemos que si $f_1 < \hat{f}_1$ quiere decir que se hicieron menos inversiones (en el primer periodo) en el caso 1 que en el caso 2 para el primer periodo, a esto lo llamaremos como comportamiento preventivo, dado que ante riesgos se decide invertir menos para tener mayor flexibilidad a futuro.

Asumamos que $f_1, f_2(x_2), \hat{f}_1, \hat{f}_2$ maximizan los casos 1 y 2, definimos así

$$w(\beta,\eta) = \left(u(\pi(f_1,\overline{x_1})) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2))\right)\right]\right) - \left[u\left(\pi(\hat{f}_1,\overline{x_1})\right)\right. \\ \left. + \beta u\left(\pi(\hat{f}_1 + \widehat{f}_2,\overline{x_2})\right)\right. . \tag{5}$$

Donde $w(\beta,\eta)$ es la ganancia por flexibilidad, β factor de descuento inter temporal, η volatilidad de x_2. La ganancia por flexibilidad puede interpretarse como la cantidad de bienestar que puede perder un usuario por cambiarse del caso 2 al caso 1, con el fin de reducir su riesgo.

En lo que sigue haremos los siguientes supuestos: para el caso sin aleatoriedad, en ambos periodos con precios $\overline{x_1}$ y $\overline{x_2}$ se alcanzan las decisiones optimas no en puntos extremos, para nuestro caso quiere decir que $\overline{x_1} > \overline{x_2}$, lo que genere incentivos para instalar mayor capacidad, si $\overline{x_1} < \overline{x_2}$, se tendrá que $\widehat{f_2} = 0$ al instalar más inversiones con ese precio se reduciría el bienestar obtenido. Las condiciones de optimalidad para el caso sin aleatoriedad son las siguientes:

$$\left[S'(\widehat{f_1}) - \overline{x_1}\right] = 0 \tag{6}$$

$$\left(S'(\widehat{f_1} + \widehat{f_2}) - \overline{x_2}\right) = 0 \tag{7}$$

Las relaciones anteriores dicen que los costos marginales de las inversiones son iguales a las ganancias marginales de cada etapa. Para el caso con aleatoriedad va a existir un coste por irreversibilidad, esto quiere decir que tenemos que suponer que existen $x_2 \in [x_1, \overline{x_2} - \eta]$, lo que hará que sea deseable tener una menor cantidad que f_1 con el precio x_2 , esto puede ser interpretado como que en el futuro podría haber escenarios tan malos que sería deseable haber instalado menos en el primer periodo.

Proposición 1:

Si $u > 0, u' \geq 0\, , u'' \leq\ 0$ y $\ S > 0, S' \geq 0\, , S'' \leq\ 0$

Y, además:

$$\left(u(\pi(f_1,\overline{x_1})) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2))\right)\right]\right) \\ \geq\ u\left(\pi(\hat{f}_1,\overline{x_1})\right) + \beta u\left(\pi(\hat{f}_1 + \widehat{f}_2,\overline{x_2})\right). \tag{8}$$

Entonces $\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} \geq 0$. Además $\frac{df_1}{d\beta} \leq 0$.

Demostración en el anexo A.

La irreversibilidad juega un papel clave en nuestro estudio de flexibilidad y es muy importante que la entendamos, para ello está la proposición 1 que nos da indicios de como la irreversibilidad afecta a nuestro modelo. El factor β es la relación del valor del futuro con el presente, mientras mayor sea β mayor será la ponderación del futuro. Notemos que este valor tiene una estrecha relación con decisiones irreversibles, esto lo vemos con la proposición 1. La proposición nos dice que al aumentar β disminuye f_1, esto lo podemos interpretar como que, al aumentar el valor del futuro, se tratan de tomar la menor cantidad de decisiones irreversibles en el presente de tal forma de aumentar la flexibilidad, lo que lleva a mayores ganancias potenciales en el futuro, pensando siempre de forma marginal.

Proposición 2:

Si $u > 0, u' \geq 0, u'' \leq 0$ y $S > 0, S' \geq 0, S'' \leq 0$.

entonces $\frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta} \geq 0$, y $\left(\frac{df_1}{d\eta}\right) \leq 0$.

Demostración en el anexo B.

Lo que muestra este resultado, es que al aumentar la volatilidad se ven incrementadas las ganancias por flexibilidad w al obtener mayores beneficios de los precios bajos que compensan los peores escenarios (precios altos). Además, como en el artículo de Epstein (1980), al aumentar la incertidumbre (reducirse el nivel de información) se tratan de disminuir la toma de decisiones irreversibles de forma preventiva (reducción f_1) lo que permite tener mayor flexibilidad ante mayores niveles de incertidumbre. Hasta ahora con las 2 proposiciones anteriores hemos visto que por un lado al aumentar la incertidumbre disminuye f_1 y aumenta la ganancia por flexibilidad, lo mismo ocurre con los aumentos en β. Lo que nos falta estudiar es la interacción entre estos 2 factores, para ello está la proposición 3.

Proposición 3:

Bajo los supuestos anteriores, entonces:

$$\frac{d^2 w(\beta,\eta)}{d\eta d\beta} \geq 0. \tag{9}$$

Demostración en el anexo C.

Lo que nos dice este resultado es que la interacción entre β y η es positiva para w, esto quiere decir que cambios en ambos factores se potencian entre sí. Más adelante en nuestros resultados analizaremos en mayor profundidad esta proposición.

Finalmente notar que para los casos limite en que η tiende a 0 o β tiende a 0, las ganancias por flexibilidad tienden a 0 ya que el caso 2 aleatoria tendera a parecerse mucho al caso 1, además va a acorde a nuestros resultados de disminución de ganancias por flexibilidad, cuando ambos casos son iguales no hay ganancias por flexibilidad.

4. Modelo Caso de Estudio

Nuestro modelo para estudiar está basado en el marco de Bernales et al (2019), el cual considera la planificación de expansión para la generación de electricidad en la que las decisiones sobre la construcción de plantas de generación, estas son las llamadas inversiones en nuestro modelo teórico, estas decisiones se pueden tomar en diferentes etapas. El resto de esta sección describirá ampliamente el voluminoso modelo que tomamos como caso empírico para testear nuestras proposiciones además de permitirnos estudiar como la irreversibilidad afecta a la flexibilidad, ya que la construcción de plantas de generación eléctrica es un proceso no reversible, en que plantas construidas no pueden ser desarmadas de forma eficiente y además al ser un proceso de múltiples etapas permite la adquisición de información en el tiempo, lo que dependiendo de la flexibilidad se podrá aprovechar.

En el modelo se puede tomar una decisión hoy y otras pueden posponerse al futuro en τ_k años cuando haya más información útil disponible, dónde τ_0 es el tiempo inicial y $k \in \{1,2,..,K\}$. Por conveniencia, fijemos que el tiempo de planificación actual sea igual a cero. Existe un conjunto de tecnologías diferentes $i \in \{1,2,..,I\}$ que permiten la construcción de plantas de generación de electricidad, que demorarán h_i años en construirse.

Las plantas de generación pueden potencialmente generar electricidad en cada hora $j \in \{1,2,..,8760\}$ del año (es decir, 365 * 24 = 8760 horas). El potencial de electricidad producido en cada hora por la tecnología i depende de la capacidad instalada de generación en megavatios [MW], cap_i , y de las características de la tecnología (es decir, los niveles de generación solar son diferentes en verano y en invierno, y solo se puede obtener cuando hay luz solar). La capacidad instalada de generación por la tecnología i está compuesta por la capacidad directa, c_i, para satisfacer la demanda más las reservas del gobernador, $R_{i,j}^{GR}$, que reflejan la capacidad en megavatios que es exclusivo para el 'gobernador' (es decir, un controlador de retroalimentación) para controlar la frecuencia del sistema después de grandes perturbaciones imprevistas y por lo tanto para mantener la seguridad del suministro de electricidad (es decir, $cap_i = c_i + R_{i,j}^{GR}$).

Supongamos que hay un conjunto de estados $s_k \in \{1,2,\dots,S_k\}$ que describirán las características de generación en todos los años en el período $[\tau_k, \tau_{k+1}]$. El estado s_k que regirá el período entre τ_k e τ_{k+1} incluye: i) el costo de la inversión anualizada, $INV_i(s_k)$, para instalar la tecnología i; ii) los costos de operación y mantenimiento, $VOM_i(s_k)$, por hora de electricidad generada por el uso de la tecnología; iii) condiciones hidrológicas para evaluar los efectos de la incertidumbre de tal condición en las construcciones de plantas basadas en escenarios hidrológicos; y iv) la demanda, $D_j(s_k)$ por hora [MWh] en un año representativo entre τ_k y τ_{k+1} que se actualiza dependiendo de las proyecciones del crecimiento de la demanda.

Sea $\Gamma(s_k)$ el posible conjunto de decisiones de planificación (es decir, la construcción de plantas de generación eléctrica, la generación por hora en cada planta en un año representativo) en el período $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ dado el estado s_k. Supongamos que el grupo óptimo de decisiones de planificación es $a \in \Gamma(s_k)$ para el estado s_k, a abarca: a) la capacidad instalada de generación en megavatios [MW] para la tecnología i denotada por $cap_i(s_k)$, que debe tomarse en τ_{k-h_i} dado el hecho de que una planta de generación toma h_i años para construirse y dónde $cap_i(s_k) = c_i(s_k) + R_{i,j}^{GR}(s_k)$; b) la generación, $g_{i,j}(s_k)$, en megavatios por hora [MWh] en el estado s_k para la tecnología i y la hora j; y c) los cambios de demanda para los servicios del lado de la demanda en los cuales $D_j^-(s_k)$ y $D_j^+(s_k)$ son cambios negativos y positivos en la demanda, respectivamente. En el caso de que el grupo óptimo de decisiones de planificación a se encuentre en el estado s_k, este grupo de decisiones puede generar una carga perdida $LL_j(s_k)$, en una hora j determinada en la que no hay suministro de electricidad:

$$LL_j(s_k) = D_j(s_k) + D_j^+(s_k) - D_j^-(s_k) - \sum_{i \in I} g_{i,j}(s_k) \tag{10}$$

lo cual es costoso ya que hay un costo social, $voll$, cuando la demanda no está totalmente cubierta. El valor presente de los costos del sistema en el momento τ_k, $C(s_k)$, para el período $[\tau_k, \tau_{k+1}]$ que enfrenta el escenario s_k viene dado por:

$$\begin{aligned} C(s_k) = \sum_{t=1}^{\tau_{k+1}-\tau_k} \frac{1}{(1+r)^t} \Bigg[& \sum_{i \in I} INV_i(s_k) \cdot cap_i(s_k) \\ & + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} VOM_i(s_k) \cdot g_{i,j}(s_k) + \sum_{j \in J} D_j^-(s_k) \cdot dc^- + \sum_{j \in J} D_j^+(s_k) \cdot dc^+ \\ & + voll \cdot \sum_{j \in J} LL_j(s_k) \Bigg] \end{aligned} \tag{11}$$

Donde r es la tasa de descuento anual para la planificación de la generación. El costo del sistema, $C(s_k)$, entre τ_k y τ_{k+1} tiene cuatro componentes: los costos de inversión, $INV_i(s_k) \cdot cap_i(s_k)$; los costos de operación y mantenimiento, $VOM_i(s_k) \cdot g_{i,j}(s_k)$; costos adicionales potenciales debido a cambios en la demanda, $D_j^-(s_k) \cdot dc^-$ y $D_j^+(s_k) \cdot dc^+$; y los costos sociales de la falta de suministro de electricidad en la hora, $voll \cdot LL_j(s_k)$.

Como primer paso, describimos el modelo de multietapas sin tener en cuenta las restricciones operativas. Sin embargo, después, incluiremos restricciones adicionales al sistema para describir las condiciones realistas para la planificación de la generación y la distribución de electricidad, especialmente con respecto a la seguridad de suministro eléctrico.

La asignación óptima en el modelo de etapas múltiples se basa en un análisis de portafolios, en el que tanto los costos como los riesgos son incorporados en la decisión óptima. Bar-Lev y Katz (1976) introdujeron el portafolio análisis en el sector de la energía y, recientemente, fue utilizado en Awerbuch y Berger (2003), Awerbuch (2006), Jansen et al. (2006), Delarue et al. (2011) e Inzunza et al. (2014). La principal diferencia de nuestro modelo con la planificación previa para la generación de electricidad es que incorporamos la posibilidad de tomar decisiones en múltiples etapas, lo que se utiliza para mostrar los efectos de flexibilidad al poder representar de una forma adecuada los efectos de irreversibilidad, tiempos de construcción y cambios en niveles de información que no puede ser incluidos con un modelo de 1 sola etapa. Además, y de manera diferente a los estudios anteriores, analizamos simultáneamente en una configuración de múltiples etapas los aspectos operacionales en términos de la seguridad de suministro de eléctrico, los costos sociales de la falta de suministro e incluimos varias características para caracterizar adecuadamente una planificación de electricidad a nivel de país.

Por lo tanto, el valor del costo total de planificación en el año, τ_{k-1} , $V(\tau_{k-1})$ en el que se construirán y operarán las nuevas plantas en el año, τ_k , se obtiene mediante la ecuación de Bellman de la planificación de la expansión del problema de optimización para la generación de electricidad, que está limitada por un nivel de riesgo dado:

$$V(\tau_{k-1}) = \min_{a \in \Gamma(s_k)} \frac{1}{(1+r)^{\tau_k - \tau_{k-1}}} \sum_{s_k \in S_k} \left[C(s_k) + \frac{1}{(1+r)^h} V(\tau_k) \right] p(s_k) \tag{12}$$

Sujeto a:

$$\frac{1}{1-\alpha} \sum_{V(\tau_{k-1}) \geq VaR_\alpha} V(\tau_{k-1}) p(s_k) \leq CVaR^* \tag{13}$$

Donde $p(s_k)$ es la probabilidad de ocurrencia del estado s_k, y el riesgo se caracteriza por el Valor Condicional en Riesgo ($CVaR$). Mayores detalles del modelo se encuentran en el anexo D.

5. Resultados

En nuestro modelo de generación eléctrico aplicado al sistema interconectado central de Chile, generamos cuatro casos los cuales buscan permitir estudiar la interacción de la flexibilidad con la irreversibilidad. Nos centraremos en particular en medir la flexibilidad ante nueva información (capacidad de adaptarse al recibir nuevos datos en el tiempo), para ello usaremos la columna “Flexibilidad” de la tabla 1, para el caso de ver el efecto de la irreversibilidad estará la columna “Valorización”, los cuatro escenarios son presentados en la siguiente tabla resumen:

Tabla 1 Descripción de escenarios

La Tabla 1 presenta la construcción de cuatro casos a estudiar donde la columna Valorización indica el número de periodos a considerar en la función objetivo. La columna Flexibilidad indica si el agente puede usar la información nueva en la toma de decisiones.

	Valorización	Flexibilidad
caso 1	2 etapas	flexible
caso 2	1 etapa	flexible
caso 3	2 etapas	no-flexible
caso 4	1 etapa	no-flexible

Donde en la columna “Valorización” 1 y 2 etapas señalan si se toma en consideración para el problema de optimización el primer periodo, esto quiere decir que para el caso 1 etapa solo se maximizara la utilidad o minimizara el costo para el segundo periodo, en cambio para el otro caso se tomara en cuenta el problema completo.

La columna “Flexibilidad” indica si se permite tomar decisiones de inversión en el segundo periodo al tener nueva información, en este caso el modelo no-flexible se toman todas las decisiones a partir del primer periodo (2015), sin poder adaptarse en el futuro.

En nuestro modelo hay tecnologías rápidas y lentas, en las cuales las lentas se deciden en el periodo (2015) y entran en funcionamiento (2025), en cambio las rápidas se deciden y entran en funcionamiento 5 años después de esa decisión. Cronológicamente para nuestro caso, primero se tiene una etapa de decisión (2015), luego de esto la operación (2020) con las plantas decididas anteriormente, y se toma una segunda decisión para el periodo (2025) esto quiere lo muestra el siguiente cuadro resumen:

Tabla 2 Esquema temporal del problema

Esta tabla muestra el orden cronológico del modelo, en el periodo 2015 se decide que construir para el 2020 y las tecnologías lentas para el 2025, en el 2020 ocurre el primer periodo de operación en el cual se valoriza su costo. También en el 2020 se decide que construir para el 2025, el cual tiene su periodo de operación que es valorizado en el modelo.

Etapa	Año
decisión 1	2015
operación 1	2020
decisión 2	2020
operación 2	2025

El caso que más se asemeja a la realidad es el caso 1, en el cual se planifican las tecnologías lentas en el periodo 2015 y entran en operación en el segundo periodo (2025) sin poder reajustar la instalación ni aprovechar la nueva información de precios que se revela en el segundo periodo de inversión (2020). Las tecnologías consideradas como rápidas son decididas en el primer periodo de inversión(2015) y entran en funcionamiento en el primer periodo de operación(2020), posteriormente pueden corregir su capacidad instalada en el segundo periodo de inversión, con la información nueva si es flexible, para posteriormente la capacidad corregida funcionar en el segundo periodo de operación, notemos que no es posible desinstalar nada de lo que se encuentre construido, lo que deja subyacente el fenómeno de irreversibilidad que es parte fundamental del problema.

En el caso no-flexible, puede verse como que se toma la decisión de inversión con la información conocida hasta el primer periodo de inversión solamente, en este periodo se decide lo que se va a instalar en el primer periodo de operación y en el segundo también, para las tecnologías rápidas.

Para el caso 2, se tiene que hay tecnologías rápidas y lentas (como el caso 1), se permite utilizar la nueva información para las tecnologías rápidas en el segundo periodo de inversión, sin embargo, solo se evalúa el segundo periodo de operación, esta es la función objetivo, en otras palabras, solo se busca maximizar el valor esperado del segundo periodo.

Notemos que la irreversibilidad produce un trade-off intertemporal, ya que hay tecnologías que pueden ser muy conveniente en el primer periodo de operación, pero por los cambios en los precios o los escenarios hídricos, estas ya no lo son tanto en el segundo periodo comparativamente, en un mundo sin irreversibilidad esto provocaría que se desinstalaran algunas plantas y las cambiaría por otras, el efecto de este fenómeno lo podemos apreciar al comparar el caso 1 con el 2 y 3 con el 4.

5.1 Descripción de Portafolios de inversión

En esta sección evaluaremos como son afectados los portafolios al cambiar los distintos escenarios que previamente presentamos además de verificar si estos resultados van en línea con las proposiciones teóricas de la sección Modelo Analítico. Parte clave del análisis lo constituye la siguiente tabla que resume los portafolios de capacidad efectiva instalada en centrales de generación eléctricas desagregadas por etapa de instalación y además velocidad de instalación. Donde capacidad rápida efectiva 1 y 2 quiere decir capacidad efectiva de tecnologías rápidas instaladas en el primer y segundo periodo de operación respectivamente.

Tabla 3 Portafolio instalados efectivos de generación eléctrica

Esta tabla muestra las capacidades efectivas instaladas medidas en cada periodo agregadas a nivel de periodo y velocidad de construcción. Estas capacidades están medidas en mega watt hora [MWh].

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4
cap rápida efectiva 1	6869	5017	6837	5017
cap lenta efectiva 1	5832	5832	5832	5832
cap rápida efectiva 2	319	1470	227	1406
cap lenta efectiva 2	1844	2406	1925	2406
cap total rápida efectiva	7188	6487	7064	6424
cap total lenta efectiva	7676	8238	7757	8238
cap total efectiva 1	12700	10849	12669	10849
cap total efectiva 2	2164	3876	2152	3812
cap efectiva total	14864	14725	14821	14661

El paralelo que podemos hacer con nuestro modelo analítico es tomar las filas cap total efectiva 1 y 2, como f_1 y f_2 respectivamente. En líneas generales podemos apreciar que la mayor cantidad de inversiones ocurren en el año 2020(primer periodo) con un promedio de 11900 MWh instalados, en comparación al segundo periodo con 2869 [MWh].

5.2 Flexibilidad con irreversibilidad

Por medio de los casos 1, 2, 3 y 4 estimaremos el impacto de la irreversibilidad en las ganancias por flexibilidad.

Tabla 4 Costos esperados de portafolios óptimos de generación eléctrica

La tabla anterior nos muestra las valorizaciones obtenidas de todos los casos mostrados anteriormente en donde Exp. cost: 1 [MM $] muestra el costo obtenido de operar el sistema eléctrico en el año 2020 en miles de millones de dólares. Exp. cost: 2[MM $] muestra el costo obtenido de operar el sistema eléctrico en el año 2025. Y finalmente, Exp. cost: total [MM $] es la suma de las dos cantidades anteriores que presenta el costo total de la operación de ambos años.

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4
Exp. cost: total [MM $]	43944	28482	43944	28493
Exp. cost: 1 [MM $]	15192	0	15221	0
Exp. cost: 2[MM $]	28752	28482	28723	28493

Para obtener las ganancias estimadas por Danau(2020) en que no hay efectos por irreversibilidad, tomaremos la diferencia entre los casos 2 y 4, la cual es en total de 11 [MM], lo que es la ganancia por flexibilidad al no haber irreversibilidad. Lo que nos interesa es compara esta ganancia con la obtenida cuando está el fenómeno de irreversibilidad. Tomando la diferencia de costo total esperado de los casos 1 y 3 obtenemos la ganancia por flexibilidad con irreversibilidad, esto toma un valor de 0 [MM]. Lo que muestra que solo por el efecto de irreversibilidad las ganancias por flexibilidad son anuladas pasando de un valor de 11 [MM] a 0 [MM].

En particular podemos apreciar lo importante que es el efecto de la irreversibilidad en nuestro modelo de plantas de generación eléctrica ya que esta característica es tan critica que anula todas las posibles ganancias que se obtendrían ante las ganancias de información y su correspondiente capacidad para adaptarse a ellas.

La proposición 1 nos dice que bajo ciertas condiciones $\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} \geq 0$ y $\frac{df_1}{d\beta} \leq 0$. Para verificar esto utilizamos los casos 1 y 2 en que por construcción β es muchísimo mayor en el caso 2 que para el caso 1(análogamente para 3 y 4), para comprobar la primera parte de la proposición necesitamos calcular la ganancia por flexibilidad para los 2 niveles de beta, esto quiere decir (3) – (1) y (4) – (2), lo que nos da una ganancia por flexibilidad de 43 y 64 respectivamente. Esto muestra que, al aumentar el valor del futuro, con ello aumenta las ganancias por flexibilidad, lo que va en concordancia con lo esperado por la proposición. Por otro lado, también vemos la capacidad instalada en el primer periodo (f_1) disminuye al aumentar el valor de β, en ambos casos, lo que confirma totalmente la proposición 1, esto se debe que al aumentar el valor del futuro (segunda etapa) los agentes prefieren tener un comportamiento precautorio ante la irreversibilidad (que penaliza el aumento de ganancias futuras) de su instalación en el primer periodo. Es importante notar que el factor β esta estrechamente ligado a la irreversibilidad, esto es fácil verlo dado que cuando beta tiende a infinito el efecto irreversibilidad es nulo, al no querer instalar nada en el primer periodo dada el mayor comparativo del segundo, la relación es mientras mayor sea β, menor será el efecto irreversibilidad.

Para ver este caso analizaremos solo los costos de segunda etapa, para ello notemos que el caso 1 vs el caso 2, en que comparten nivel de información y flexibilidad, tenemos una diferencia de 270, estas ganancias se deben al efecto de irreversibilidad, este efecto es la perdida ocasionada por tomar decisiones irreversibles para mejorar la ganancia en el primer periodo aumentando el costo a futuro (segundo periodo), en nuestro caso, las plantas que se instalen en la primera etapa de instalación no podrán ser desarmadas o destruidas para el segundo periodo. Para este experimento el caso 2 representa el mejor portafolio o decisiones posibles para optimizar los costos a futuro.

Otros casos comparables son 3 vs 4, en que comparando segundos periodos vemos una diferencia de 230 [MM].

La proposición 2 nos dice que bajo ciertas condiciones $\frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta} \geq 0,$ y $\left(\frac{df_1}{d\eta}\right) \leq 0$ para poder analizar este caso tenemos que tomar en consideración los caso (1) y (3), donde (3) tiene una mayor volatilidad (η) que (1) al tener una menor adaptabilidad.

Nuestro caso de estudio muestra que en el primer periodo para (1) se tuvo un total de 12700 [MW] de capacidad efectiva instalado mientras que para (3) se tuvo un total de 12669 [MW], lo que muestra una diferencia de 31 [MW] en total confirmando la afirmación que al aumentar el riesgo (volatilidad) se instala menos en el primero periodo (dada la irreversibilidad de la construcción) como comportamiento preventivo ante un mayor valor de η en el futuro.

5.3 Efectos endógenos o interacciones

Anteriormente vimos los efectos en el premium para el factor intertemporal β y la volatilidad η, lo que nos lleva a preguntarnos cual es la interacción entre estos 2 parámetros, ¿se potenciarán o anularán? Para ello nos ayudara la proposición 3, esta proposición dice lo siguiente $d^2w(\beta,\eta)\ /d\eta d\beta \geq 0$ bajo ciertas condiciones, este resultado indica que estos 2 factores se potencian entre sí, al aumentar la volatilidad su efecto será mayor si es que también hay un β comparativamente hablando.

Danau(2020) en su artículo construyo un modelo el cual un agente se ve enfrentado a 2 situaciones de maximización de utilidades, donde el primer problema tiene que un único precio es aleatorio en comparación también está el otro problema en que esa variable es fija y su valor es la esperanza de la variable del caso aleatorio, la diferencia entre estos 2 problemas lo llamo ganancia por flexibilidad. En nuestro caso empírico tenemos algo muy parecido en que tenemos un problema sin riesgo (o poco riesgo) y otro con aleatoriedad, con una diferencia fundamental y es que nuestros problemas son de 2 etapas.

Las ganancias por cambios en la volatilidad han sido estudiadas por Danau(2020), en que según sus resultados al aumentar la volatilidad ocurren cambios en las ganancias por flexibilidad, en nuestro caso al tener múltiples etapas ese efecto es reducido o anulado completamente, lo que muestran nuestros resultados que el efecto ganado por flexibilidad de volatilidad es opacado totalmente por el efecto de irreversibilidad del primer periodo. Para poder generar un efecto limpio de este análisis, debemos ver los valores de la segunda etapa.

Tabla 5 Comparativa primeros 4 casos

La Tabla 5 muestra un resumen de los primeros cuatro casos construidos para esta tesis, Exp. cost: 2[MM $] muestra el costo esperado de la operación del año 2025. Flexibilidad señala si se permite la adaptación de portafolios con nueva información en 2020. Cantidad periodos muestra si se considera solo el 2025 en la minimización de costos o por otro lado los años 2020 y 2025.

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4
Exp. cost: 2[MM $]	28752	28482	28723	28493
Flexibilidad	flexible	flexible	no flexible	no flexible
Cantidad periodos	2 etapas	1 etapa	2 etapas	1 etapa

La ganancia por efecto de flexibilidad se puede estimar con los casos 1-3 y 2-4, estas ganancias son 29 y 11 [MM $] respectivamente, por otro lado, el efecto de irreversibilidad es capturado por 1-2 y 3-4 lo que en cuantitativamente es 270 y 230[MM $]. Al tomar todos estos valores obtenemos un efecto neto nulo, lo que es visto en lo siguiente:

$$270 - 29 - 230 - 11 = 0$$

Lo que muestra que la irreversibilidad puede ser descompuesta en 3 efectos, 29[MM $] que viene de la interacción de aprendizaje con irreversibilidad (caso 1 y 3), 230[MM $] del efecto irreversibilidad comparativo sin aprendizaje (caso 1 y 2) y 11 del efecto aprendizaje puro sin limitaciones de la primera etapa (caso 2 y 4).

6. Conclusiones

Las ganancias por flexibilidad siempre han jugado un rol importante en toda sociedad al verse cada individuo afectado por distintas opciones y compromisos que limitan las potenciales ganancias, vivimos en un mundo con compromisos, ataduras e irreversibilidades. En esta tesis estudiamos como estas irreversibilidades afectan nuestras potenciales ganancias por flexibilidad.

Por medio de esta tesis estudiamos los distintos efectos de la Flexibilidad aplicada a un caso real, el sistema interconectado de central de Chile (SIC), tras los 4 casos de estudio logramos ver la magnitud de los efectos tales como cambios en la información, flexibilidad en los tiempos de construcción de plantas de energía y el efecto de la irreversibilidad en la construcción (ver anexo). Obtuvimos que cuantitativamente las ganancias por flexibilidad definidas por Danau(2020) se ven disminuidas o incluso anuladas en un mundo con irreversibilidad.

7. Bibliografía

Abel, A. B., and J. C. Eberly. "Optimal Investment with Costly Reversibility." Review of Economic Studies, 63 (1996), 581-593

Bar-Ilan, A., and W. C. Strange. "Investment Lags." American Economic Review, 86 (1996), 610-621.

Dixit, A. K., and R. S. Pindyck. Investment under Uncertainty. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press(1994)

Farzin, Y. H.; K. J. M. Huisman; and P. M. Kort. "Optimal Timing of Technology Adoption." Journal of Economic Dynamics and Control, 22 (1998), 779-799.

Majd, S., and R. Pindyck. "Time to Build, Option Value, and Investment Decisions." Journal of Financial Economics, 18 (1987), 7-27.

Kandel, E., and N. D. Pearson. "Flexibility versus Commitment in Personnel Management." Journal of the Japanese and International Economies, 15 (2001), 515-556.

Pindyck, R. "Irreversible Investment, Capacity Choice and the Value of the Firm." American Economic Review, 78 (1988), 969-985.

Henderson, V. , & Hobson, D. (2002). Real options with constant relative risk aver-sion. Journal of Economic Dynamics & Control, 27 , 329–355 .

Hugonnier, J. , & Morellec, E. (2007). Real options and risk aversion . Lausanne, Switzer-land: HEC Lausanne . Workin Chronopoulos, M. , De Reyck, B. , & Siddqui, A. (2011). Optimal investment under op-erational flexibility, risk aversion, and uncertainty. European Journal of Opera-tional Research, 213 , 221–237 .

Kimball, M. (1990). Precautionary saving in the small and in the large. Econometrica, 58 (1), 53–73 .

Ingham, Alan, Jie Ma, Alistair Ulph. 2007 “Climate change, mitigation and adaptation with uncertainty and learning” Energy Policy Volume 35, Issue 11, November 2007, Pages 5354-5369

Koldstad, Charles, Michael Toman. 2005 “Chapter 30 The Economics of Climate Policy” Handbook of Environmental Economics Volume 3, 2005, Pages 1561-1618.

Mazibuko, Skhona. “Uncertainty and Climate Change.” Environmental and Resource Economics (2002): n 22. Pag 3-39. 2002.

Epstein, Larry G. 1980. “Decision Making and the Temporal Resolution of Uncertainty” International

Economic Review, Vol 21, No. 2 pp 269-283 http://www.jstor.org/stable/2526180

Danau, Daniel 2020. “Prudence and preference for flexibility gain” European Journal of Operational Research, Vol 287 pp 776-785 https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.04.051

Rothschild, M , Stiglitz, J , "Increasing Risk I: A Definition," Journal of Economic Theory, 2 (September, 1970), 225-243.

Sandmo, A. (1970). The effect of uncertainty on saving decisions. The Review of Eco-nomic Studies, 37 , 353–360 .

Turnovsky, S., "Production Flexibility, Price Uncertainty and the Behavior of the Competitive Firm," International Economic Review, 14 (1973), 395-413.

Artzner, Philippe, Freddy Delbaen, Jean-Marc Eber, and David Heath. 1999. "Coherent measures of risk." Mathematical Finance 9:203-228. doi:10.1111/1467-9965.00068.

Awerbuch, Shimon, and Martin Berger. 2003. "Applying Portfolio Theory to EU Electricity Planning and Policy Making." IEA/EET Working Paper 03.

Awerbuch, Shimon. 2006. "Portfolio-based electricity generation planning: policy implications for renewables and energy security." Mitigation and Adaptation Strategies for Global Change 11:693-710. doi:10.1007/s11027-006-4754-4.

Bar-Lev, Dan, and Steven Katz. 1976. "A portfolio approach to fossil fuel procurement in the electric utility industry." Journal of Finance 31:933-947.doi:10.1111/j.1540-6261.1976.tb01935.x.

Benders, Jacques. 1962. "Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems." Numerische Mathematik 4:238-252.

Bernales Alejandro, Giancarlo Acevedo, Andrés Flores , Amdrés Inzunza, Rodrigo Moreno, “The effect of environmental policies on risk reductions in energy generation”. Journal of Economic Dynamics and Control,Volume 126,2021,104027,ISSN 0165-1889,https://doi.org/10.1016/j.jedc.2020.104027.

Delarue, Erik, Cedric De Jonghe, Ronnie Belmans, and William D'haeseleer. 2011. "Applying portfolio theory to the electricity sector: Energy versus power." Energy Economics 33:12-23. doi:10.1016/j.eneco.2010.05.003.

Inzunza, Andres, Alejandro Bernales, Rodrigo Moreno, and Hugh Rudnick. 2014. "CVaR Constrained Planning of Renewable Generation with Consideration of System Inertial Response, Reserve Services and Demand Participation." Working paper Imperial College London.

Jansen, J., Beurskens, L., van Tilburg, X. 2006. "Application of portfolio analysis to the Dutch generating mix." Energy research Centre of the Netherlands: ECN-C--05-100. http://www.ecn.nl/docs/library/report/2005/c05100.pdf.

Krokhmal, Pavlo, Jonas Palmquist, and Stanislav Uryasev. 2002. "Portfolio optimization with Conditional Value-at-Risk objective and constraints." Journal of Risk 4:11-27.

Papavasiliou, Anthony, Yi He, and Alva Svoboda. 2014. "Self-Commitment of Combined Cycle Units under Electricity Price Uncertainty." IEEE Transactions on Power Systems PP:1-12. doi:10.1109/TPWRS.2014.2354832

Perez-Arriaga, Ignacio, and Carlos Battle. 2012. "Impacts of intermittent renewables on electricity generation system operation." Economics of Energy & Environmental Policy 1:3-18. doi:10.5547/2160-5890.1.2.1.

REN2 Renewable Energy Policy Network. 2005. “Renewables 2005 lobal Status Report.” Washington, DC: Worldwatch Institute.
http://www.worldwatch.org/brain/media/pdf/pubs/ren21/ren21-2.pdf.

Rockafellar, Ralph, and Stanislav Uryasev. 2002. "Conditional value-at-risk for general loss distributions." Journal of Banking & Finance 26:1443-1471. doi:10.1016/S0378-4266(02)00271- 6

Silva, Vera. 2010. "Value of flexibility in systems with large wind penetration." PhD thesis, Imperial College London.

ANEXOS

Anexo A: Demostración proposición 1

Relación f_1 con β:

f_1 viene de la resolución del siguiente problema:

$$f_1, \{f_2(x_2)\} \in argmax\left(u\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1, f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right]\right) \tag{A1}$$

Las condiciones de optimalidad son las siguientes:

Derivando con respecto a f_1 , para el caso en que $f_1 > 0$

$$u'\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}] + \beta\big[\mathbb{E}\big(u'\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)(S'(f_1 + f_2(x_2), x_2\big) - x_2)\big] = 0 \tag{A2}$$

Derivando para cada caso x_2 , con respecto a f_2

$$u'\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\big(S'(f_1 + f_2(x_2), x_2) - x_2\big) + \lambda_2(x_2) = 0 \tag{A3}$$

Donde $\lambda_2(x_2)$ corresponde al multiplicador de la restricción $f_2(x_2) \geq 0$

Agrupando

$$u'\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}] = \beta\big[\mathbb{E}\big(\lambda_2(x_2)\big)\big] \tag{A4}$$

Tomando la ecuación (A2) y diferenciándola respecto a β

$$\begin{aligned}
&u''\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}]^2 \frac{df_1}{d\beta} + u'\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)S''(f_1)\frac{df_1}{d\beta} \\
&\quad = -\big[\mathbb{E}\big(u'\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)(S'(f_1 + f_2(x_2), x_2\big) - x_2)\big] \\
&\quad - \mathbb{E}\Bigg(u''\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)[S'(f_1 + f_2(x_2)) - x_2]^2 \frac{d(f_1 + f_2(x_2))}{d\beta} \\
&\quad + u'\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)S''(f_1 + f_2(x_2))\frac{d(f_1 + f_2(x_2))}{d\beta}\Bigg)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&u''\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}]^2 \frac{df_1}{d\beta} + u'\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big)S''(f_1)\frac{df_1}{d\beta} \\
&\quad = \mathbb{E}\big(\lambda_2(x_2)\big) \\
&\quad - \mathbb{E}\Bigg(u''\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)[S'(f_1 + f_2(x_2)) - x_2]^2 \frac{d(f_1 + f_2(x_2))}{d\beta} \\
&\quad + u'\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)S''(f_1 + f_2(x_2))\frac{d(f_1 + f_2(x_2))}{d\beta}\Bigg)
\end{aligned}$$

Notemos que $f_2(x_2)$ depende estrechamente de f_1 , por la siguiente relación:

Si $\lambda_2(x_2) > 0$ entonces $f_1 + f_2(x_2) = f_1$

Si $\lambda_2(x_2) = 0$ entonces $f_1 + f_2(x_2) = \overline{f(x_2)}$ donde $\overline{f(x_2)}$ es la inversión optima de producción para el precio x_2 , luego para este caso tenemos que $f_2(x_2) = \overline{f(x_2)} - f_1$ lo que nos indica que $\frac{df_2(x_2)}{d\beta} = -\frac{df_1}{d\beta}$ en este intervalo, en cambio para el interior del otro intervalo tenemos que $\frac{df_2(x_2)}{d\beta} = 0$, ya que $f_2(x_2) = 0$

$$\Rightarrow u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}]^2 \frac{df_1}{d\beta} + u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)\mathrm{S}''(f_1)\frac{df_1}{d\beta}$$

$$= \mathbb{E}\big(\lambda_2(x_2)\big) - \frac{1}{2\eta}\int_{S'(f_1)}^{\overline{x_2}+\eta} \left(u''\big(\pi(f_1,x_2)\big)[\mathrm{S}'(f_1) - x_2]^2 \frac{d(f_1)}{d\beta} + u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)S''(f_1)\frac{d(f_1)}{d\beta}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{df_1}{d\beta}[u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}]^2 + u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)\mathrm{S}''(f_1)$$

$$+ \frac{1}{2\eta}\int_{S'(f_1)}^{\overline{x_2}+\eta} \left(u''\big(\pi(f_1,x_2)\big)[\mathrm{S}'(f_1) - x_2]^2 + u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)S''(f_1)\right)] = \mathbb{E}\big(\lambda_2(x_2)\big)$$

Si nos detenemos analizar cada uno de los términos podemos concluir lo siguiente:

$$u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}]^2 \leq 0$$

$$u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)\mathrm{S}''(f_1) \leq 0$$

$$u''\big(\pi(f_1,x_2)\big)[\mathrm{S}'(f_1) - x_2]^2 \leq 0$$

$$u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)S''(f_1) \leq 0$$

$$\mathbb{E}\big(\lambda_2(x_2)\big) \geq 0$$

Dado que $u''(\quad) < 0, u' > 0, S' > 0\ , S'' < 0.$

Lo que implica que $\frac{df_1}{d\beta} \leq 0$ dado las desigualdades anteriores

La relación de $w(\beta,\eta)$ con β será la veremos por medio de su análisis de sensibilidad:

$$\frac{\partial w(\beta,\eta)}{\partial\beta} = \frac{\partial\, u\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2),x_2)\big)\right)\right] - u\left(\pi\big(\hat{f}_1,\overline{x_1}\big)\right) - \beta u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2,\overline{x_2}\big)\right)}{\partial\beta}$$

$$= \left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2),x_2)\big)\right)\right] - u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2,\overline{x_2}\big)\right) - \beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\beta}\right)$$

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} = \frac{dw(\beta,\eta)}{df_1}\frac{df_1}{d\beta} + \mathbb{E}(\frac{dw(\beta,\eta)}{df_2}\frac{df_2}{d\beta}) + \frac{\partial w(\beta,\eta)}{\partial \beta}$$

Por condiciones de optimalidad tenemos que:

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{df_1}\frac{df_1}{d\beta} = 0$$

$$\left(\frac{dw(\beta,\eta)}{df_2}\frac{df_2}{d\beta}\right) = -\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\beta}$$

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} = \left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right] - u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2, \overline{x_2}\big)\right) - \beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\beta}\right)$$

Pero $\frac{df_2(x_2)}{d\beta} = 0$, al ser $f_2(x_2) = 0$ e invariante respecto a β en el intervalo en que $\lambda_2(x_2) > 0 \leftrightarrow f_2(x_2) = 0$

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} = \left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right] - u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2, \overline{x_2}\big)\right)$$

En nuestro ejercicio asumiremos que el premium $w(\beta,\eta) \geq 0$ lo que es equivalente a

$$\left(u\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big) + \beta\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right]\right) - \left[u\left(\pi\big(\hat{f}_1, \overline{x_1}\big)\right) + \beta u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2, \overline{x_2}\big)\right) \geq 0\right.$$

Por la condición (6) tenemos que:

$$u\big(\pi(f_1, \overline{x_1})\big) \leq u\left(\pi\big(\hat{f}_1, \overline{x_1}\big)\right)$$

Lo que muestra que $\beta\frac{dw(\beta,\eta)}{d\beta} = \beta\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1 + f_2(x_2), x_2)\big)\right)\right] - \beta u\left(\pi\big(\hat{f}_1 + \hat{f}_2, \overline{x_2}\big)\right) \geq 0$

Anexo B: Demostración proposición 2

El teorema de la envolvente nos dice:

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta} = \frac{dw(\beta,\eta)}{df_1}\frac{df_1}{d\eta} + \mathbb{E}(\frac{dw(\beta,\eta)}{df_2}\frac{df_2}{d\eta}) + \frac{\partial w(\beta,\eta)}{\partial \eta}$$

Calculando directamente la derivada usando el teorema de la envolvente:

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta} = \frac{\beta d\left[\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right)\right]}{d\eta} - \beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\eta}\right)$$

$$= \beta\left[\frac{-1}{2\eta}\mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right) + \frac{1}{2\eta}u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}+\eta),\overline{x_2}+\eta)\big)[S'(f_1+f_2(\overline{x_2}+\eta))]\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2\eta}u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big)\right] - \beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\eta}\right)$$

$$= \frac{\beta}{2\eta}[u\big(\pi(f_1,\overline{x_2}+\eta)\big) + u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big) - \mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right)]$$

$$-\beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\eta}\right)$$

Donde $\frac{dw(\beta,\eta)}{df_1} = 0$ por la condición de optimalidad

Pero $\frac{df_2(x_2)}{d\eta} = 0$, al ser $f_2(x_2) = 0$ e invariante respecto a η en el intervalo en que $\lambda_2(x_2) > 0 \leftrightarrow f_2(x_2) = 0$.

$$\frac{\beta}{2\eta}\left[u\big(\pi(f_1,\overline{x_2}+\eta)\big) + u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big) - \mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right)\right] - \beta\mathbb{E}\left(\lambda_2(x_2)\frac{df_2(x_2)}{d\eta}\right)$$

$$= \frac{\beta}{2\eta}\left[u\big(\pi(f_1,\overline{x_2}+\eta)\big) + u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big) - \mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right)\right]$$

$$= \frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta}$$

Como $u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big) \geq \mathbb{E}\left(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\right)$

Obtenemos que:

$$\frac{dw(\beta,\eta)}{d\eta} \geq 0$$

Ahora para demostrar $\left(\frac{df_1}{d\eta}\right) \leq 0$

Por la ecuación (A2) y el intervalo en que $f_2 = 0$

$$-u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1) - \overline{x_1}] = \frac{1}{2\eta}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}} \beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1) - x_2)\,dx_2 \tag{B1}$$

Derivando el lado izquierdo con respecto a η

$$\frac{d(u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1)-\overline{x_1}])}{d\eta} = \frac{df_1}{d\eta}[u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}] + u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S''(f_1)]]$$

$$
-\frac{df_1}{d\eta}[u''(\pi(f_1,\overline{x_1}))[S'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}]+u'(\pi(f_1,\overline{x_1}))[S''(f_1)]] \tag{B2}
$$

$$
=\frac{-1}{2\eta^2}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}} \beta u'(\pi(f_1,x_2))(\mathrm{S}'(f_1)-x_2)\,dx_2
$$

$$
+\frac{1}{2\eta}[\,[\beta u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\,]
$$

$$
+u''(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\left[\frac{S'(f_1)df_1}{d\eta}-f_1-\frac{df_1}{d\eta}(\eta+\overline{x_2})\right]
$$

$$
+u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))\left(\mathrm{S}''(f_1)\frac{df_1}{d\eta}-1\right)]
$$

Tomando solo el primer término de (B2):

$$
\frac{1}{2\eta^2}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}} \beta u'(\pi(f_1,x_2))(S'(f_1)-x_2)\,dx_2\;-[\,\beta u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})]
$$

$$
=\frac{1}{2\eta}\left[u''(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\left[-f_1+\frac{df_1}{d\eta}(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\right]\right.
$$

$$
\left.+u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))\left(S''(f_1)\frac{df_1}{d\eta}-1\right)\right]+\frac{df_1}{d\eta}[u''(\pi(f_1,\overline{x_1}))[\mathrm{S}'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}]
$$

$$
+u'(\pi(f_1,\overline{x_1}))[S''(f_1)]]
$$

$$
\Leftrightarrow \frac{1}{2\eta^2}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}} \beta u'(\pi(f_1,x_2))(S'(f_1)-x_2)\,dx_2\;-\frac{1}{2\eta}[\,\beta u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(\mathrm{S}'(f_1)-\eta-\overline{x_2})]
$$

$$
+\frac{1}{2\eta}u''(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(\mathrm{S}'(f_1)-\eta-\overline{x_2})f_1+\frac{1}{2\eta}u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))
$$

$$
=\frac{1}{2\eta}\left[\frac{df_1}{d\eta}u''(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))(\mathrm{S}'(f_1)-\eta-\overline{x_2})[(\mathrm{S}'(f_1)-\eta-\overline{x_2})]\right.
$$

$$
\left.+u'(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2}))\left(\mathrm{S}''(f_1)\frac{df_1}{d\eta}\right)\right]+\frac{df_1}{d\eta}[u''(\pi(f_1,\overline{x_1}))[S'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}]
$$

$$
+u'(\pi(f_1,\overline{x_1}))[S''(f_1)]]
$$

π

Lo que implica que

$$\frac{\frac{1}{2\eta^2}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}}\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\,dx_2 - \frac{1}{2\eta}\left[\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\right]+\frac{1}{2\eta}u''\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})f_1+\frac{1}{2\eta}u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)}{\frac{1}{2\eta}\left[u''\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})[(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})]+u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)\big(S''(f_1)\big)\right]+\left[u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}]+u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S''(f_1)]\right]}$$

$$=\frac{df_1}{d\eta}$$

Como $u > 0, u' \geq 0, u'' \leq 0$ y $S > 0, S' \geq 0, S'' \leq 0$

$$\left[u''\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})[(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})]+u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)\big(S''(f_1)\big)\right] \leq 0 \tag{B4}$$

$$u''\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})f_1+u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big) \geq 0 \tag{B5}$$

$$\frac{1}{\eta}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}}\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\,dx_2 - \left[\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\right] \geq 0 \tag{B6}$$

$$\left[u''\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S'(f_1)-\overline{x_1}][S'(f_1)-\overline{x_1}]+u'\big(\pi(f_1,\overline{x_1})\big)[S''(f_1)]\right] \leq 0 \tag{B7}$$

Acotando la integrar por el mínimo:

$$\frac{1}{\eta}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}}\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\,dx_2 \geq \frac{\big(\eta+\overline{x_2}-S'(f_1)\big)}{\eta}\,\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})$$

Notemos que $\frac{\left(\eta+\overline{x_2}-S'(f_1)\right)}{\eta} \leq 1$

$$\frac{1}{\eta}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}}\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\,dx_2 - \left[\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\right] \geq \frac{\left(\eta+\overline{x_2}-S'(f_1)\right)}{\eta}\,\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2}) -$$
$$\left[\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\right] = -\beta u'\big(\pi(f_1,\eta+\overline{x_2})\big)(S'(f_1)-\eta-\overline{x_2})\left(1-\frac{\left(\eta+\overline{x_2}-S'(f_1)\right)}{\eta}\right) \geq 0$$

Lo que muestra (B6)

Con (B4-B6), obtenemos que $\frac{df_1}{d\eta} \leq 0$

Anexo C: Demostración Proposición 3

La derivada cruzada de w es la siguiente:

$$\begin{aligned}\frac{d^2w(\beta,\eta)}{d\eta d\beta} &= \frac{1}{2\eta}\Big[u\big(\pi(f_1,\overline{x_2}+\eta)\big)+u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big)\\ &\quad -\mathbb{E}\Big(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\Big)\Big]\\ &\quad +\mathbb{E}\left(u'\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\left[S'\big(f_1+f_2(x_2)\big)-x_2\right]\frac{df_1+f_2(x_2)}{d\eta}\right)\\ &\geq 0\end{aligned} \tag{C1}$$

Como $u\big(\pi(f_1+f_2(\overline{x_2}-\eta),\overline{x_2}-\eta)\big) \geq \mathbb{E}\Big(u\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\Big)$ y, además

$$\mathbb{E}\left(u'\big(\pi(f_1+f_2(x_2),x_2)\big)\left[S'\big(f_1+f_2(x_2)\big)-x_2\right]\frac{df_1+f_2(x_2)}{d\eta}\right)$$

$$=\frac{1}{2\eta}\int_{S'(f_1)}^{\eta+\overline{x_2}}\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\frac{df_1}{d\eta}\,dx_2\;\geq 0$$

Ya que $\beta u'\big(\pi(f_1,x_2)\big)(S'(f_1)-x_2)\leq 0$ en el intervalo $[S'(f_1),\eta+\overline{x_2}]$ y $\frac{df_1}{d\eta}\leq 0$.

Con todo lo anterior podemos concluir que:

$$\frac{d^2w(\beta,\eta)}{d\eta d\beta}\geq 0$$

Anexo D: Suposiciones y simplificaciones en restricciones de operación.

La restricción en la ecuación (11) no es lineal, lo que dificulta la resolución de problemas de optimización de grandes dimensiones. Sin embargo, Rockafellar y Uryasev (2002) y Krokhmal et al. (2002) muestran que una restricción CVaR en un problema de optimización de portafolios también puede ser escrita como un problema de programación lineal, agregando un conjunto de restricciones lineales y variables auxiliares (debido a las propiedades del CVaR que es una medida coherente de riesgo, ver Artzner, 1999). Por lo tanto, podemos reescribir las ecuaciones (12) –(13) como:

$$V(\tau_{k-1})=\min_{a\in\Gamma(s_k)}\frac{1}{(1+r)^h}\sum_{s_k\in S_k}\left[C(s_k)+\frac{1}{(1+r)^h}V(\tau_k\,)\right]p(s_k)\tag{D1}$$

Sujeto a:

$$z+\frac{1}{1-\alpha}\sum_{s_k\in S_k}d_s\cdot p(s_k)\leq CV\tag{D2}$$

$$V(\tau_{k-1})-z\leq d_s\tag{D3}$$

Donde z es una variable auxiliar que ahora es parte del problema de optimización; Mientras que d_s es otra variable auxiliar que refleja la desviación a la derecha del costo con respecto z. El nivel de tolerancia al riesgo en $CVaR$ este dado por CV, que representa el límite superior de los costos de la cartera de generación para un nivel α de probabilidad.

Incluimos la posibilidad de servicios del lado de la demanda (DSS), en los que los clientes respondieron a las señales (por ejemplo, las señales pueden ser incentivos económicos, tales como precios con descuento de electricidad) para cambiar la cantidad de energía que consumen de la energía del sistema en un momento determinado. Los servicios del lado de la demanda pueden ayudar a alejar el consumo de electricidad de las horas pico donde el consumo de electricidad es alto, o permitir un mayor uso del exceso de generación de electricidad a partir de fuentes renovables, así como ayudar a maximizar el uso de una infraestructura inteligente. Sin embargo, los cambios en la demanda son costosos (por ejemplo, los costos adicionales dados los precios descontados para generar el cambio en la demanda y / o el cambio en la demanda a diferentes programas pueden inducir algunos costos sociales). El costo de la demanda disminuye (aumenta) debido a los cambios en la demanda es $dc^{-}(dc^{+})$, en el que la cantidad de cambios en la demanda es $D_j^{-}(D_j^{+})$.

A.D.1 Restricciones operacionales y cambio de demanda

En términos de restricciones operacionales para mantener la seguridad del suministro de eléctrico, es importante tener en cuenta que no es posible aumentar (o reducir) instantánea y drásticamente la generación de electricidad cuando hay una modificación en las condiciones de generación. Por ejemplo, ni las turbinas de una gran planta de generación hidroeléctrica ni una planta de generación a base de carbón pueden cambiar instantáneamente su nivel de producción de electricidad, porque existe inercia cinética tanto en las turbinas como en los rotores. Las modificaciones en las condiciones de generación son muy importantes cuando las plantas de generación renovable están en el sistema. Por ejemplo, no hay generación de electricidad a partir de plantas que utilizan energía solar por la noche; Por lo tanto, otras tecnologías tienen que ser utilizadas por la noche.

Por lo tanto, imponemos restricciones a las tasas de rampeo, en relación con las tasas que reflejan 'cómo' rápidamente una tecnología puedo modificar su producción de electricidad.

Supongamos que el número de unidades de generación en línea sincronizadas es $n_{i,j}(s_k)$ con el sistema de energía proviene de la tecnología i, en la hora j en el escenario s_k (por ejemplo, las plantas en línea de molinos de viento para la generación de viento). Sea $\bar{P}_i(\underline{P_i})$ la potencia de salida máxima (mínima) de cada unidad de tecnología i:

$$n_{i,j}(s_k) \cdot \underline{P_i} \leq g_{i,j}(s_k) \leq n_{i,j}(s_k) \cdot \bar{P}_i \tag{D4}$$

$$n_{i,j}(s_k) \cdot \bar{P}_i \leq cap_i(s_k) \tag{D5}$$

En términos de tasas de rampeo, que son la tasa en que una planta cambia su generación de producción (esta tasa se expresa en megavatios por hora), restringimos la diferencia en la generación de salida entre dos horas consecutivas. Sea ρ_i el límite de velocidad de rampeo para la tecnología i, luego agregamos la restricción:

$$g_{i,j}(s_k) - g_{i,j-1}(s_k) \leq \min\{n_{i,j}(s_k), n_{i,j-1}(s_k)\} \cdot \rho_i + \left(n_{i,j}(s_k) - n_{i,j-1}(s_k)\right) \cdot \underline{P_i} \tag{D6}$$

$$g_{i,j-1}(s_k) - g_{i,j}(s_k) \leq \min\{n_{i,j}(s_k), n_{i,j-1}(s_k)\} \cdot \rho_i + \left(n_{i,j-1}(s_k) - n_{i,j}(s_k)\right) \cdot \underline{P_i} \quad \text{(D7)}$$

Las ecuaciones [D6] (Ecuación [D7]) reflejan la restricción de que, en el caso de aumento progresivo (caso de incremento gradual), el cambio en la generación no puede ser mayor que la capacidad de incremento gradual de las unidades que están conectadas durante dos horas consecutivas, más La salida de las unidades conectadas (desconectadas). Se supone que las unidades están conectadas y desconectadas a su salida mínima, lo que es una suposición conservadora.

El modelo también considera restricciones en términos de desplazamiento de la demanda para servicios del lado de la demanda (DSS). Por lo tanto, la demanda puede cambiar en cada período bajo algunos límites dados por:

$$D_j^-(s_k) \leq \overline{ds}^- \cdot D_j(s_k) \quad \text{(D8)}$$

$$D_j^+(s_k) \leq \overline{ds}^+ \cdot D_j(s_k) \quad \text{(D9)}$$

Dónde $\overline{ds}^-$ y $\overline{ds}^+$ son la proporción máxima de demanda en cualquier hora que puede reducirse y aumentarse, respectivamente. Sin embargo, el modelo también impuso que los cambios en la demanda debidos al desplazamiento de la demanda se equilibren en una ventana de tiempo:

$$\sum_{j \in J_k^D} D_j^+(s_k) - \sum_{j \in J_k^D} D_j^-(s_k) = 0 \quad \text{(D10)}$$

donde k representa un conjunto de días en un año, y J_k^D es un conjunto de horas en una ventana de tiempo de 24 horas.

A.D.2 Restricciones para la generación renovable.

El modelo restringe la generación de acuerdo con los perfiles de hora normalizados en función de la tecnología utilizada en cada planta. Supongamos que la tecnología de generación i^W utiliza el viento; por lo tanto, esta tecnología está limitada por:

$$g_{i^W,j}(s_k) \leq WP_j(s_k) \cdot cap_{i^W}(s_k) \quad \text{(D11)}$$

Donde $WP_j(s_k)$ es el factor de salida de generación máxima, un valor entre cero y uno para el viento que describe el perfil para cada hora de un año representativo en el período $[\tau_k, \tau_{k+1}]$. Supongamos que la tecnología de generación i^{SP} es por energía solar fotovoltaica, también hay una restricción de límite superior dada por:

$$g_{i^{SP},j}(s_k) \leq SSP_j(s_k) \cdot cap_{i^{SP}}(s_k) \quad \text{(D12)}$$

Donde $SSP_j(s_k)$ es el máximo factor de producción de generación para la energía solar fotovoltaica para cada hora del año. Se aplican restricciones similares en el límite superior a otras tecnologías renovables como la biomasa, la energía geotérmica, la energía solar concentrada o la pequeña central hidroeléctrica. En relación con la generación de riachuelos, i^{RR} , imponemos que:

$$R_{i^{RR},j}^{spin}(s_k) + g_{i^{RR},j}(s_k) \leq RRP_j(s_k) \cdot cap_{i^{SP}}(s_k) \tag{D13}$$

y para represas, i^{HR} , generación:

$$R_{i^{HR},j}^{spin}(s_k) + R_{i^{HR},j}^{mech}(s_k) + g_{i^{HR},j}(s_k) \leq HRP_j(s_k) \cdot cap_{i^{HR}}(s_k) \; [25] \tag{D13}$$

en el cual $RRP_j(s_k)$ y $HRP_j(s_k)$ son la máxima disponibilidad de generación para tecnologías de cuencas hidrográficas y de reservorios, respectivamente; mientras que $R_{i,j}^{spin}(s_k)$ y $R_{i,j}^{mech}(s_k)$ son variables de decisión que representan el margen de capacidad de las capacidades en términos de reservas cinéticas de hilado y reservas mecánicas, respectivamente; el margen de esta capacidad se utiliza exclusivamente para regular las contingencias para la respuesta de frecuencia primaria (ambas expresadas en megavatios) . Además, y también con respecto a las plantas basadas en reservas hidroeléctricas, sea $v_{i^{HR},j}(s_k)$ el volumen de agua almacenada en el reservorio en una hora j bajo el escenario s_k; $inf_{i^{HR},j}\,(s_k)$la entrada de agua por hora; y $sp_{i^{HR},j}(s_k)$ el agua perdida por derrames. Entonces, el depósito hidráulico está limitado por:

$$\begin{aligned} v_{i^{HR},j}(s_k) = v_{i^{HR},j-1}(s_k) + inf_{i^{HR},j}\,(s_k) \cdot cap_{i^{HR},j}(s_k) - \frac{g_{i^{HR},j}(s_k)}{\eta} - sp_{i^{HR},j}(s_k) \\ - v_{i^{HR},j}(s_k) \cdot \lambda \end{aligned} \tag{D14}$$

Con η es la eficiencia de la hidro-tecnología y λ es un factor utilizado para considerar las pérdidas de agua almacenada debido a la evaporación y / o filtración en el reservorio. Finalmente, el modelo también considera que hay un límite superior de agua almacenada, $\overline{v_i}$, en un depósito utilizado para las plantas con esta tecnología:

$$v_{i^{HR},j}(s_k) \leq \overline{v}_{i^{HR}} \tag{D15}$$

A.D.3 Seguridad de las restricciones de suministro eléctrico y servicio de demanda

El modelo considera el uso de reservas de espacio para ajustar posibles contingencias cambios inesperados en las generaciones de algunas plantas y / o cuando falla una planta, lo cual es muy relevante cuando las plantas de electricidad basadas en la generación renovable están en el sistema. Estas contingencias inducirían cambios en la frecuencia y, por lo tanto, afectarían la seguridad del suministro de electricidad. Por lo tanto, el modelo también tiene restricciones para la dinámica de la respuesta de frecuencia primaria. Una planificación de generación electrificada óptima es adecuada en términos de la respuesta de frecuencia primaria si la frecuencia del sistema no cae por debajo de un límite dado después de cualquier contingencia de una sola generación.

En nuestro modelo, asumimos que el sistema tiene un controlador de retroalimentación, llamado 'gobernador' que identifica los cambios en la frecuencia del sistema. La misión de este gobernador es activar algunas reservas (capacidad de respaldo), que llamamos 'reservas de gobernador', que se utilizan en el envío durante las contingencias. Las reservas del gobernador reflejan la capacidad que es exclusiva de los gobernadores para controlar la frecuencia del sistema después de grandes perturbaciones repentinas en el sistema. Supongamos que el conjunto óptimo de reservas de gobernador, que están disponibles en una hora j bajo escenario s_k, para cada una de las diferentes tecnologías es i : $R_{1,j}^{GR}(s_k)$, $R_{2,j}^{GR}(s_k)$, …,$R_{i,j}^{GR}(s_k)$. Supongamos que existe una gran perturbación en la generación del sistema, ΔP,medida en megavatios; Para cubrir esto imponemos la siguiente restricción para el suministro de seguridad:

$$\Delta P \leq \sum_{i \in I} R_{i,j}^{GR}(s_k) \qquad \text{(D16)}$$

La restricción de suministro de seguridad reflejada en la ecuación (D16) es una condición necesaria, pero no suficiente para mantener la estabilidad del sistema, porque es importante considerar la velocidad de reacción de las reservas para producir electricidad en términos de tasas de rampeo de emergencia como se describe en las ecuaciones. (D6) – (D7).

Supongamos que $R_{i,j}^{GR}(s_k)$ es la reserva de gobernador óptima para la tecnología i, en una hora j debajo del escenario s_k; esta reserva está compuesta $n_{i,j}^{GR}(s_k)$ por unidades en línea que tienen un límite de tasa de rampeo de emergencia ρ_i. Imponemos que el gobernador tiene una banda muerta f_{db}(el cual es el intervalo de no acción cuando un cambio en la frecuencia es pequeño) y la frecuencia no puede caer por debajo del nivel f_{MIN}. Supongamos que hay un gran cambio en la generación del sistema,ΔP, en el cual La frecuencia pre-contingencia es f_0. Así, incluimos la restricción presentada en Chávez et al. (2014), donde ellos muestran que la tasa de rampeo de emergencia de respuesta "mínima" del gobernador de las reservas,$\sum_i (n_{i,j,s}^{GR} \cdot \rho_i)$, para evitar los niveles inferiores a f_{MIN}, debe respetar:

$$\frac{f_0(\Delta P)^2}{4(f_0 - f_{MIN} - f_{db})(\sum_i H_i \cdot n_{i,j}^{GR}(s_k) \cdot \overline{P}_i - H_f \cdot \Delta P)} \leq \sum_{i \in I} n_{i,j}^{GR}(s_k) \cdot \rho_i \qquad \text{(D17)}$$

Donde H_i es la constante de inercia para la tecnología i, $\overline{P}_i$ es la potencia de salida máxima de cada unidad de tecnología i, y H_f es la constante de la unidad faltante que induce la contingencia ΔP. La ecuación (D17) refleja una restricción para la seguridad del suministro de electricidad, incluidas las reservas para todas las tecnologías de forma agregada. En consecuencia, para mejorar el suministro de seguridad del sistema, también incluimos restricciones para cada una de las reservas que utilizan diferentes tecnologías y, por lo tanto, para tener en cuenta las diferencias en las tasas de rampeo.

Sea $t^{GR}_{MIN,d,b}$el momento en que el sistema puede recuperarse después de una contingencia ΔP con las reservas del gobernador:$t^{GR}_{MIN,d,b} = \Delta P / \sum_i (n^{GR}_{i,j,s} \cdot \rho_i)$. Sea $t^{GR}_{MIN,d,b}$ también el momento en que las reservas de tipo gobernador con la tecnología i pueden alcanzar su máxima generación de electricidad: $t^{i}_{MIN,db} = R^{GR}_{i,j,s} / (n^{GR}_{i,j,s} \cdot \rho_i)$. Por lo tanto, imponemos la restricción de que todas las tecnologías deben respetar $t^{i}_{MIN,db} \leq t^{GR}_{MIN,db}$,lo que puede expresarse como:

$$\frac{R^{GR}_{i,j,s}}{\left(n^{GR}_{i,j,s} \cdot \rho_i\right)} \leq \frac{\Delta P}{\sum_i \left(n^{GR}_{i,j,s} \cdot \rho_i\right)} \tag{D18}$$

Además, limitamos la cantidad de reservas que puede proporcionar cada generador como:

$$R^{GR}_{i,j,s} \leq n_{i,j}(s_k) \cdot \overline{P}_i - g_{i,j}(s_k) \tag{D19}$$

donde $\overline{P}_i$ se define en la ecuación (D19).

Para concluir esta sección, es importante señalar varias de las restricciones anteriores son no lineales lo cual inducen un problema complejo cuando nuestro modelo es implementado en una planificación a nivel país para la generación de electricidad. En el caso de restricciones no lineales convexas, se linealizan mediante el uso de planos tangentes, y para las ecuaciones no convexas definimos dos modelos de programación lineal convexos alternativos que sirven como límites superiores e inferiores a la solución óptima. En el anexo D describimos estas simplificaciones.

Anexo E: Implementación del modelo

Implementamos nuestro modelo multietapas de planificación de la expansión en el sistema de generación eléctrico a nivel país. Como se mencionó en la introducción, el objetivo de esta implementación es proporcionar un ejemplo concreto del uso de nuestro modelo para un plan de expansión óptimo. Este ejemplo es útil ya que podría utilizarse como una guía para la implementación de nuestro modelo en otros países.

Implementamos el modelo al Sistema Interconectado Central de Chile (SIC). La matriz energética actual está compuesta por tecnologías de energías renovables convencionales (plantas de pasada y grandes reservas hidroeléctricas), fuentes renovables no convencionales (energía solar fotovoltaica, eólica y biomasa) y energía de combustibles fósiles (petróleo, gas natural licuado y carbón). Como el modelo considera la generación de plantas eléctricas a futuro, también incluimos nuevas formas de fuentes de energía renovable no convencionales, como pequeñas centrales hidroeléctricas, geotérmicas y energía solar concentrada.

La planificación de la expansión es modelada como un problema de decisiones de dos etapas. En la planificación de la expansión, el primer conjunto de decisiones se realiza en 2015 para la construcción de nuevas plantas de generación que estarán operativas en 2020 (etapa I). El segundo conjunto de decisiones se desarrolló en 2020 para construir plantas de generación adicionales, que estarán operativas en 2025 (etapa II). Lo anterior es para las tecnologías de mayor flexibilidad, en cambio sí una tecnología se considera lenta, se tendrá que decidir su construcción el año 2015, para que esté operativa el 2025, antes incluso de tener la información de 2020.

La Tabla 7 muestra los costos de inversión, costos de mantenimiento, capacidad instalada actual y límites superiores proyectados en términos de futuras plantas de nueva generación para cada tecnología de generación. Es importante notar que los valores de los costos en la Tabla 1 no incluyen los costos de los combustibles fósiles. Los costos de inversión y mantenimiento en la Tabla 1 se obtuvieron de las proyecciones descritas en el informe denominado "Escenarios Energéticos- Chile 2030". El informe "Escenarios Energéticos- Chile 2030" fue Desarrollado por un grupo de instituciones chilenas asociadas al sector de generación de electricidad, en el que participan académicos, donde el Ministerio de Energía de Chile y el Ministerio de Medio Ambiente de Chile forman parte del comité asesor. En la implementación para la planificación de la expansión del SIC chileno, asumimos que estos costos son constantes entre 2020 y 2075. Las capacidades instaladas actuales basadas en las diferentes tecnologías de generación fueron tomadas de la Asociación Chilena de Generadores de Electricidad (Boletín de Electricidad de diciembre de 2014). Por lo tanto, la decisión de planificación para 2025 considera las capacidades instaladas actuales; mientras que las decisiones de planificación de la generación para 2025 también están condicionadas a la capacidad instalada 'planificada' para 2020. Las capacidades del límite superior reflejan las capacidades máximas que podrían instalarse tanto en los años 2020 como en los 2025, que se eligieron cuidadosamente para cada tecnología dependiendo de la disponibilidad de Fuentes de energía, teniendo en cuenta la realidad de Chile en términos de condiciones económicas y de desarrollo, y el número de proyectos aprobados o en estudio por el Ministerio de Energía de Chile.

Tabla 6 Tabla de descripción parámetros por tecnologías.

La tabla presenta el costo de la inversión anualizada, el costo de mantenimiento variable, la vida útil, la capacidad instalada actual y la capacidad máxima (límite superior) para cada tecnología de generación considerada en el modelo. Los valores de los costos no incluyen los costos de los combustibles fósiles. Los valores de los costos en esta tabla se tomaron de la investigación denominada "Escenarios energéticos Chile 2030". Los parámetros de costo se ajustan a la realidad chilena, por lo que pueden diferir con los valores internacionales. Las capacidades instaladas actuales se toman de un Boletín de Electricidad emitido por la Asociación Chilena de Generadores Eléctricos y se actualizan a diciembre de 2014. Los límites más altos se eligen cuidadosamente para cada tecnología según la disponibilidad de las fuentes de energía y la cantidad de proyectos que podrían estar listos para operar antes 2025. La tecnología de biomasa utilizada en este estudio es el biogás que se utiliza en un ciclo combinado de gasificación integrada con un factor de carga del 85%.

	Annuitized Investment Cost	Maintenance Cost	Average capacity factors	Current Installed Capacity	Proportion of Current Installed Capacity	Upper Bound for Future Installed Capacity	Build Speed
	[$/kW-year]	[$/MWh]	[%]	[MW]	[%]	[MW]	
Coal	305	5	85%	2302	13,3%	10000	FAST
Oil	99	15	85%	2654	15,4%	5000	FAST
Hydro	222	5	43%	3393	19,7%	5000	SLOW
Wind	184	9	28%	1200	7,0%	10000	FAST
Solar PV	75	4	24%	1050	6,1%	10000	FAST
LNG	120	3	85%	2953	17,1%	5000	SLOW
Run-of-river	409	5	52%	2825	16,4%	5000	SLOW
Biomass	315	4	85%	463	2,7%	2000	SLOW
Geothermal	791	13	85%	0	0,0%	1500	SLOW
Small hydro	328	7	52%	417	2,4%	2000	FAST
Solar CSP	733	8	85%	0	0,0%	10000	FAST

Las restricciones (D6) y (D7) tienen un término común, $\min\{n_{i,j,s}, n_{i,j-1,s}\}$, que utiliza la función de minimizar para elegir el valor mínimo entre el número de unidades de tecnología en línea i en el escenario s en la hora j en comparación con la hora $j-1$. Este término se puede representar en una forma lineal utilizando una variable auxiliar $n_{i,j,s}^{min}$ y dos restricciones adicionales como se muestra en las ecuaciones (E1) y (E2):

$$n_{i,j,s}^{min} \leq n_{i,j-1,s} \tag{E1}$$

$$n_{i,j,s}^{min} \leq n_{j,j,s} \tag{E2}$$

Estas ecuaciones imponen un límite superior a $n_{i,j,s}^{min}$ y pueden reemplazar la función de minimizar $\min\{n_{i,j,s}, n_{i,j-1,s}\}$, por lo que las ecuaciones (D6) y (D7) se pueden volver a escribir como:

$$g_{i,j,s} - g_{i,j-1,s} \leq n_{i,j,s}^{min} \cdot \rho_i + \left(n_{i,j,s} - n_{i,j-1,s}\right) \cdot \underline{P_i} \tag{E3}$$

$$g_{i,j-1,s} - g_{i,j,s} \leq n_{i,j,s}^{min} \cdot \rho_i + \left(n_{i,j,s} - n_{i,j-1,s}\right) \cdot \underline{P_i} \tag{E4}$$

Por lo tanto, las ecuaciones (E1) - (E4) en lugar de (D6) y (D7) son utilizadas en el modelo.

A.E.1 Simplificación en la seguridad de las restricciones de suministro.

La ecuación (D16) es no lineal pero convexa y, por lo tanto, puede ser linealizada mediante el uso de planos tangentes. Para hacerlo, las tecnologías se agrupan en dos categorías según sus tasas de rampeo de emergencia para reducir el número de planos y recursos computacionales utilizados. Estos dos grupos son denotados con I^{GS} y I^{GF}, que son conjuntos clasificados como unidades de respuesta lenta / rápida por tener una tasa de rampeo alta / baja. Además, se define un tercer grupo I^{NG}, que corresponde a tecnologías que no participan en la respuesta de frecuencia primaria (PFR), pero que están conectadas a través de máquinas síncronas al sistema y, por lo tanto, le agregan inercia. La contribución de las unidades a la inercia (H) y su potencia de salida máxima ($\overline{P}$) se supone que es igual entre todas las unidades.

Los números de unidades de los tres grupos se calculan utilizando las ecuaciones (E5) - (E7):

$$n_{SL,j,s} = \sum_{i \in I^{GS}} n_{i,j,s} \tag{E5}$$

$$n_{FT,j,s} = \sum_{i \in I^{GF}} n_{i,j,s} \tag{E6}$$

$$n_{NG,j,s} = \sum_{i \in I^{NG}} n_{i,j,s} \tag{E7}$$

Donde SL, FT y NG son, respectivamente, respuesta lenta, respuesta rápida y no gobernador (unidades síncronas que están en línea y no participan en el control de frecuencia primario).

Por lo tanto, redefinimos la región dada por la ecuación (D17) como la asociada con las ecuaciones (E5) (E8).

$$\frac{f_0(\Delta P)^2}{4(f_0 - f_{MIN} - f_{db})((n_{NG,j,s} + n_{FT,j,s} + n_{SL,j,s}) \cdot H \cdot \overline{P} - H_f \cdot \Delta P)} \leq \left(n_{SL,j,s} + n_{FT,j,s}\right) \cdot \rho_i \tag{E8}$$

La forma lineal (E8) se obtiene mediante la linealización de los planos tangentes. Otra restricción no lineal es la ecuación (D18). Esta restricción es no convexa, por lo que debe tratarse de manera diferente. En este caso, se calculan los límites superior e inferior de la solución óptima. El límite inferior se obtiene al eliminar la ecuación (D18) de la formulación, lo que lleva a una solución de portafolio con un menor costo esperado de inversión y operación pero que puede violar la ecuación (D18) y, por lo tanto, no es técnicamente viable debido al hecho de que las reservas primarias no están asignadas correctamente dentro de las tecnologías instaladas.

El límite superior de las soluciones óptimas se calcula resolviendo un caso particular del modelo, en el que solo una tecnología puede participar en la PFR. Esto simplifica las ecuaciones porque cuando solo una tecnología salva la reserva primaria, la restricción (D19) termina siendo una igualdad lineal simple. Esto es razonable, porque si solo una tecnología participa en la respuesta de frecuencia primaria, toda la reserva debe almacenarse en esa tecnología. De esta manera, podemos producir varias soluciones de límite superior definiendo varios niveles de participación de diferentes tecnologías de generación en PFR. Por lo tanto, se pueden obtener varias soluciones subóptimas técnicamente factibles, en última instancia seleccionando eso con el espacio más bajo con respecto a la solución de límite inferior. Encontramos en todos los estudios de caso analizados en este documento que las soluciones seleccionadas técnicamente factibles presentan una brecha de menos del 0,8%. Por este motivo, todas las simulaciones realizadas en este documento consideran que los reservorios de energía hidroeléctrica son la única tecnología comprometida con la Respuesta de frecuencia primaria.

A.E.2 Simplificación en restricciones de reserva operativa.

El criterio de seguridad de las reservas operativas para este estudio consiste en mantener la reserva para propósitos de contingencia y para proteger el sistema de cambios imprevistos en la disponibilidad de recursos solares y eólicos. Otras fuentes de energía renovable, como la biomasa y la geotermia, no se incluyen en este análisis porque su disponibilidad se puede predecir con precisión (ambos perfiles de disponibilidad tienen una desviación estándar de cero).

Como se define en Silva (2010), usamos un criterio realista para la representación de las políticas de reserva operativas, donde los montos de reserva requeridos (Req) se consideran para dos propósitos; el primero es restaurar las reservas de control de frecuencia primarias después de que se hayan usado, ΔP, y el segundo es lidiar con los cambios imprevistos en la generación renovable variable. Por lo tanto, el requisito de reserva operacional debe ser una función de la magnitud de contingencia, la generación renovable no convencional y su capacidad instalada:

$$Req = f(\Delta P, \{g_{i,j,s}\}_{i \in i^R}, \{c_i\}_{i \in I^R}) \tag{E9}$$

Según Silva (2010), cuando la incertidumbre de los pronósticos de renovables se considera para la reserva y se asume que los errores de pronóstico no están correlacionados, normalmente distribuidos, con media cero y una cierta desviación estándar, el requisito de reserva se puede cuantificar como se muestra en la ecuación (A10), que requiere ahorrar 3 veces la desviación estándar total de los errores de pronóstico.

$$Req = \Delta P + 3 \cdot \sqrt{\sigma_{WIND}^2 + \sigma_{SOLAR}^2} \tag{E10}$$

Las desviaciones estándar de los errores de pronóstico eólico y solar (viento y solar respectivamente) se deben calcular utilizando una determinada política de pronóstico. La disponibilidad del viento no tiene una relación clara con las horas del día como lo hace la radiación solar, por lo tanto, se emplea un pronóstico persistente de 4 horas por delante para calcular la desviación estándar de su error de pronóstico. Esta metodología produce un parámetro que representa la incertidumbre para todas las horas del año. La radiación solar, por otro lado, se pronostica utilizando un criterio diario. Se calculan cuatro días típicos de radiación (uno para cada estación) y el error de desviación estándar se calcula para las 24 horas del día y para cada estación. El más alto de los 4 valores calculados para cada hora se toma como la estimación conservadora.

$$Req = \Delta P + 3 \cdot \sqrt{c_{WIND}^2 \cdot \sigma_{WIND}^2 + c_{SOLAR}^2 \cdot \sigma_{SOLAR}^2} \tag{E11}$$

En la ecuación (A11), las capacidades instaladas se incluyen porque los pronósticos se realizan en términos del factor de capacidad. Se puede argumentar que el requisito anterior podría ser demasiado conservador. Esto se debe principalmente a que, si, por ejemplo, no se pronostica viento durante una hora determinada, no sería razonable mantener la reserva para fines eólicos. Debido a este hecho, se realiza la siguiente corrección:

$$Req = \begin{cases} \Delta P + 3 \cdot \sqrt{c_{WIND}^2 \cdot \sigma_{WIND}^2 + c_{SOLAR}^2 \cdot \sigma_{SOLAR}^2} & WP_{i,j} \geq 3 \cdot \sigma_{WIND} \\ \Delta P + g_{WIND,j,s} + 3 \cdot c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j} & WP_{i,j} < 3 \cdot \sigma_{WIND} \end{cases} \tag{E12}$$

En esta ecuación, para las horas en las que el factor de capacidad eólica del perfil horario (que se toma como pronóstico) es menor que la incertidumbre total ($WP_{i,j} < 3 \cdot \sigma_{WIND}$), se emplea un criterio determinista; suponiendo que, en el peor de los casos, todos los vientos programados fallen en ocurrir. En las horas en que el pronóstico del viento es suficientemente alto, se establece el criterio probabilístico.

La misma lógica puede aplicarse a la tecnología solar. No obstante, como una desviación estándar individual se calcula para cada hora, la corrección anterior no es necesaria para las horas de radiación cero típicas (por la noche, por ejemplo).

Como la ecuación (A12) es no-lineal, se utilizan álgebra de factorización y expansión de la serie de Taylor de primer orden para obtener una aproximación lineal que se muestra mediante la ecuación (A13). Esta función lineal es siempre mayor que la ecuación original (A12), por lo que es una aproximación conservadora.

$$Req = \begin{cases} \Delta P + 3 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (c_{WIND} \cdot \sigma_{WIND} + c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j}) + (1 - \frac{1}{\sqrt{2}}) \cdot AV_j\right) & RP_{WIND,j} \geq 3 \cdot \sigma_{WIND} \\ \Delta P + g_{WIND,j,s} + 3 \cdot c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j} & RP_{WIND,j} < 3 \cdot \sigma_{WIND} \end{cases} \quad \text{(E13)}$$

Donde AV_j representa $\left|c_{WIND} \cdot \sigma_{WIND} - c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j}\right|$. La función de valor absoluto se puede linealizar fácilmente mediante las ecuaciones (E14) y (E15):

$$AV_j \geq c_{WIND} \cdot \sigma_{WIND} - c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j} \quad \text{(E14)}$$

$$AV_j \geq -(c_{WIND} \cdot \sigma_{WIND} - c_{SOLAR} \cdot \sigma_{SOLAR,j}) \quad \text{(E15)}$$

Finalmente, para tener en cuenta todas las reservas consideradas en los montos de reserva requeridos, Req (reservas en curso y permanentes), la restricción (A16) se agrega al modelo.

$$Req \leq \sum_{i \in I} R_{i,j,s}^{S} + FS \cdot \left(\sum_{i \in I} c_i - n_{i,j,s} \cdot \overline{P_i}\right) + DR_{j,s}^{S} \quad \text{(E16)}$$

Aquí,$R_{i,j,s}^{S}$ es el margen de capacidad en términos de reservas cinéticas giratorias utilizadas para regular las contingencias como reservas para la respuesta de frecuencia primaria y el término FS representa la fracción de la capacidad de generación que contribuye a las reservas operativas. La ecuación (A16) también incluye un parámetro de respuesta a la demanda $DR_{j,s}^{S}$, para estudiar el efecto de las cargas de respuesta utilizadas en el marco de tiempo de reserva de operación.

Anexo F: Metodología de la solución

En esta sección explicamos la metodología de solución basada en el algoritmo de descomposición de Bender, una técnica que pretende reducir la complejidad computacional de los problemas a gran escala. Aquí usamos una notación de vectores y matrices para abreviar los sistemas lineales. Para una mejor comprensión, explicamos primero la relación entre la nomenclatura utilizada para explicar el modelo, con la notación de vectores y matrices utilizada en esta sección:

- d es un vector que contiene costos de inversión e y es el conjunto de variables de decisión de la primera etapa (capacidades instaladas): $d^T \cdot y = \sum_{i \in I} INV_i \cdot c_i$.
- y_{s_1} es el conjunto de variables de decisión de la primera etapa (capacidades instaladas) para el escenario s_1: $d^T \cdot y_{s_1} = \sum_{i \in I} INV_i \cdot c_{i,s_1}$.

- $Q(y, c_s, F_s)$ es una función de la variable de decisión y, los costos operativos c_s y F_s que es una matriz de todas las restricciones relacionadas con la variable de decisión de las capacidades instaladas. Más adelante $Q(y, c_s, F_s)$ se definirá como el problema de la segunda etapa.
- $c_s = \sum_{i\in I}\sum_{j\in J} VOM_{i,s} \cdot g_{i,j,s} + \sum_{j\in J} D_{j,s}^{-} \cdot dc^{-} + \sum_{j\in J} D_{j,s}^{+} \cdot dc^{+} + voll \cdot \sum_{j\in J} LL_{j,s}$
- σ Representa la aproximación de Valor en riesgo (VaR).
- La función denotada por $(\dots.)^{+}$ representa el máximo entre la expresión entre paréntesis y cero:$(x)^{+} = \max(x, 0)$

El método de Bender coordina un modelo de programación lineal estocástico de dos etapas para determinar el portafolio óptimo de tecnologías de generación de un futuro sistema de energía. En la primera etapa, se toma la decisión de inversión y, por lo tanto, minimizamos los costos totales de inversión y operación en una gran cantidad de escenarios futuros, sujetos a un nivel dado de CVaR.

El problema de la primera etapa está dado por:

$$(P1) Min\ (z) = \beta\left(d^{T} \cdot y + \sum_{s_1\in S_1} p_{s_1} \cdot Q\left(y, c_{s_1}, F_{s_1}\right)\right) + \lambda\left(\sum_{s_1\in S_1} p_{s_1} \cdot d_{s_1}^{T} \cdot y_{s_1} + \sum_{s_1\in S_1}\sum_{s_2\in S_2\setminus s1} p_{s_1} \cdot p_{s_2} \cdot Q\left(y, c_{s_2}, F_{s_2}\right)\right) \tag{F1}$$

Sujeto a:

$$\delta + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \Big(\sum_{s_1\in S_1}\sum_{s_2\in S_2\setminus s_1} p_{s_1} \cdot p_{s_2} \cdot \left(\beta d^{T} \cdot y + \beta Q\left(y, c_{s_1}, F_{s_1}\right) + \lambda d_{s_1}^{T} \cdot y_{s_1} + \lambda \cdot Q\left(y, c_{s_2}, F_{s_2}\right) - \delta\right)^{+}\Big) \leq \overline{CVaR} \tag{F2}$$

$$y \in Y \tag{F3}$$

$$y_{s_1} \in Y, \forall s_1 \in S_1, y \leq y_{s_1}, \delta \geq 0 \tag{F4}$$

donde Yes el conjunto de restricciones poliédricas que aseguran que y sea una solución factible. La ecuación (F2) representa un límite superior al CVaR calculado en el lado izquierdo de la ecuación. $\overline{CVaR}$ es el CVaR máximo permitido del portafolio.

La segunda etapa representa el funcionamiento de la capacidad impuesta por la primera etapa (decisiones de despacho). El problema de la segunda etapa está dado por:

$$for\ s_1 \in S_1$$

$$(P2_{s_1})Q(y, c_{s_1}, F_{s_1}, E_{s_1}) = \min c_{s_1}^T \cdot x \tag{F5.1}$$

Sujeto a:

$$F_{s_1} \cdot y + E_{s_1} \cdot x = h \tag{F6.1}$$

$$x \geq 0 \tag{F7.1}$$

Para $s_2 \in S_2 \backslash s_1$

$$(P2_{s_2})Q(y_{s_1}, c_{s_2}, F_{s_2}, E_2) = \min c_{s_2}^T \cdot x \tag{F5.2}$$

Sujeto a :

$$F_{s_2} \cdot y + E_{s_2} \cdot x = h_2 \tag{F6.1}$$

$$x \geq 0 \tag{F7.2}$$

donde x corresponde a la generación ($x = g_{i,j,s}$), por lo que $Q(y, c_s, F_s)$ es la minimización de los costos operacionales para cada escenario s. la matriz E_s contiene todas las restricciones relacionadas con la generación de cada tecnología, en particular restricciones de demanda. Por lo tanto, la ecuación (B5) es una expresión de vectorial que resume casi todas las restricciones explicadas en el modelo. h es un vector auxiliar para ajustar las restricciones expresadas en las matrices F_s y E_s.

El problema maestro (P1) es definido con dominio convexo y función objetivo convexa. Esto permite la linealización de términos no lineales a través de sus planos tangentes, como se hace en el problema de descomposición de los Benders clásicos.

Además, la función $Q(y, c_s, F_s)$ tiene la misma estructura que el problema esclavo clásico de la descomposición de Benders (Benders, 1962), por lo que se puede usar la misma aproximación (y el algoritmo de selección de planos de corte) para resolver este problema en particular, de acuerdo con Papavasiliou et al. (2014).

Teniendo esto en cuenta, el problema principal se puede volver a escribir, incluidos los cortes de optimalidad derivados del algoritmo de Benders de la siguiente manera:

$$(P1')\min\ (z_L) \tag{F8}$$

Sujeto a:

$$z_L \geq \beta \cdot d^T \cdot y + \lambda \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \cdot d_{s_1}^T \cdot y_{s_1} \tag{F9}$$

$$z_L \geq \beta \cdot d^T \cdot y + \beta \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \cdot \left(Q\left(\hat{y}^i, c_{s_1}, F_{s_1}, E_{s_1}\right) + \left(\hat{y}^i - y\right)^T \cdot F_{s_1}^T \cdot u_{s_1}^i \right) + \lambda \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \left(d_{s_1}^T \cdot y_{s_1} + \sum_{s_2 \in S_2 \setminus s_1} p_{s_2} \cdot \left(Q\left(\hat{y}_{s_1}^i, c_{s_2}, F_{s_2}, E_{s_2}\right) + \left(\hat{y}_{s_1}^i - y_{s_1}\right)^T \cdot F_{s_2}^T \cdot u_{s_2}^i \right) \right) \quad 1 \leq i \leq k \tag{F10}$$

$$v_{s_1,s_2} \geq \beta \cdot d^T \cdot y + \beta \cdot Q\left(\hat{y}^i, c_{s_1}, F_{s_1}\right) + \beta \cdot \left(\hat{y}^i - y\right)^T \cdot F_{s_1}^T \cdot u_{s_1}^i + \lambda \cdot \left(d_{s_1}^T \cdot y_{s_1} + Q\left(\hat{y}^i, c_{s_2}, F_{s_2}\right) + \left(\hat{y}_{s_1}^i - y_{s_1}\right)^T \cdot F_{s_2}^T \cdot u_{s_2}^T \right) - \delta \quad \forall s_1 \in S_1, \forall s_2 \in S_2 \setminus s_1, 1 \leq i \leq k \tag{F11}$$

$$\delta + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \sum_{s_2 \in S_2 \setminus s_1} p_{s_2} v_{s_1,s_2} \leq \overline{CVaR} \tag{F12}$$

$$v_{s_1,s_2} \geq 0 \tag{F13}$$

$$y \in Y, y_{s_1} \in Y, y \leq y_{s_1}, \forall s_1 \in S_1 \tag{F14}$$

$$\delta \geq 0 \tag{F15}$$

Las variables auxiliares v_s se utilizan para obtener la forma lineal de la restricción (F2) y u_s^i son los multiplicadores de Lagrange de $P2_s$ asociados con las restricciones de acoplamiento (es decir, las capacidades de generación), teniendo en cuenta la i-esima prueba $\hat{y}^i$ como portafolio de inversión. Se agrega la restricción (F9) para evitar la falta de límites al establecer una cota inferior. Usando $P1'$ y $P2_s$ mostrados por las ecuaciones (F1) - (F15), se propone el siguiente algoritmo:

Paso 0: Establecer $k = 1$. Inicializar $\hat{z}_{lower} = -\infty, \hat{c}_{lower} = -\infty$ y $\hat{y}^1$ y $\hat{y}_{s_1}^1 \forall s_1 \in S_1$. Vaya al paso 1.

Paso 1: Resuelve $P1'$. Establezca $\hat{y}^k$ igual a la solución óptima de la primera etapa y configure $\hat{z}_{lower} = \hat{z}_L$ y $\hat{c}_{lower} = \delta + \frac{1}{1-\alpha} \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \sum_{s_2 \in S_2 \setminus s1} p_{s_2} \widehat{v_{s_1,s_2}}$. Vaya al paso 2.

Paso 2: $\forall s \in S$, resuelva los $P2$ usando $\hat{y}^k$ como entrada. Establecer u_s^k igual a los multiplicadores óptimos de las restricciones de acoplamiento en la ecuación (F10).

Establecer $\hat{z}_{upper} = \beta \cdot d^T \cdot y + \beta \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \cdot \left(Q\left(\hat{y}^i, c_{s_1}, F_{s_1}, E_{s_1}\right)\right) + \lambda \cdot \sum_{s_1 \in S_1} p_{s_1} \left(d_{s_1}^T \cdot y_{s_1} + \sum_{s_2 \in S_2 \setminus s_1} p_{s_2} \cdot \left(Q\left(\hat{y}_{s_1}^i, c_{s_2}, F_{s_2}, E_{s_2}\right)\right)\right)$ y $\hat{c}_{upper} = CVaR_\alpha(c(\hat{y}^k), p)$ .Donde $CVaR_\alpha(x, p)$ es la función que calcula el $(1-\alpha)$ percentil $CVaR$ del vector de costo x con el vector de probabilidades p asociado. $c(\hat{y}^k)$ corresponde al vector que contiene los costos totales de cada escenario $c(s_1, s_2) = \beta \cdot d^T \cdot \hat{y}^k + \beta \cdot Q\left(\hat{y}^k, c_{s_1}, F_{s_1}\right) + \lambda \cdot \left(d_{s_1}^T \cdot y_{s_1} + Q\left(\hat{y}^k, c_{s_2}, F_{s_2}\right)\right)$ con probabilidad $p_{s_1} \cdot p_{s_2}$, dada la decisión de la primera etapa $\hat{y}^k, \hat{y}_{s_1}^k \forall s_1 \in S_1$ y p es el vector que contiene las probabilidades de los escenarios totales. Ir al paso 3.

Paso 3: Si $\left|\hat{z}_{upper} - \hat{z}_{lower}\right| \leq \epsilon_1$ y $\left|\hat{c}_{upper} - \hat{c}_{lower}\right| \leq \epsilon_2$ luego se tiene $\hat{y}^k, \hat{y}_{s_1}^k \forall s_1 \in S_1$ como la solución óptima. De lo contrario, establecer $k = k + 1$ e ir al paso 1.

Para simplificar, no se explica la adición de los recortes de factibilidad de Benders, aunque podrían ser necesarios para obtener la solución óptima. La adición de estos cortes no varía del procedimiento estándar realizado en el algoritmo de descomposición clásico de (Benders, 1962).

Es importante subrayar que el criterio de salida del algoritmo garantiza que tanto la expectativa como las funciones CVAR se aproximen correctamente en la vecindad de la solución óptima. Se utilizó un criterio de salida del 1%.

A.F.1 Valores de parámetros adicionales

Los valores fueron seleccionados de acuerdo con la regulación del sector eléctrico en Chile y el nivel estándar en el sector eléctrico. Se utiliza un valor de 399,67 $ / MWh de carga perdida, de acuerdo con el costo de falla a corto plazo informado por el regulador chileno (Comisión Nacional de Energía). Se supone que las salidas máximas de las unidades son de 400 MW con una tasa de rampa por hora (ρ_i) de 40 MW / h para carbón, 240 MW / h para geotérmica y petróleo, 200 MW / h para GNL, biomasa y solar CSP, y 360 MW / h para tecnologías hidroeléctricas. Las tasas de rampeo de emergencia (ρ_i') son las utilizadas por Chaves et al. (2014) e iguales a 38 MW / s para plantas térmicas y 8 MW / s para plantas hidroeléctricas. En sistemas de energía real, el servicio de respuesta de frecuencia primaria es proporcionado por un subconjunto de plantas convencionales sincronizadas, que se representa en nuestro modelo mediante la definición de dos tipos de unidades por tecnología: con y sin capacidad para responder a los cambios de frecuencia, en la que el primero presenta un costo de inversión ligeramente mayor que permite la identificación de la demanda del servicio de respuesta de frecuencia. Además, la operación está asegurada contra la interrupción de una sola unidad (es decir, 400 MW), en la cual la frecuencia no puede violar un valor mínimo de 49.2 Hz desde el valor nominal de 50 Hz (se supone que la banda muerta de los gobernadores es igual a 25mHz y la inercia de las unidades (H) es igual a 5 s). Suponemos que los costos asociados con los servicios de demanda son iguales a 1 (2) $ / MW si la demanda disminuye (aumenta), las pérdidas de evaporación y filtración del reservorio son iguales al 0.5% del agua almacenada, y la capacidad máxima del reservorio es muy alta y por lo tanto no restringe la salida de agua.

Tabla 7 parámetros del modelo

Esta tabla contiene los valores de los parámetros asumidos en el modelo. La tabla muestra la nomenclatura de los parámetros (símbolos), una breve descripción, los valores considerados como input y sus correspondientes unidades de medida. El modelo fue implementado para el sistema interconectado central de Chile, algunos de estos valores fueron deportados por el regulador de Chile mientras otros fueron tomados de referencias.

Symbol	Description	Value	Unit
$voll$	Value of lost load	399.67	\$/MWh
$\bar{P}$	Maximum power output of generic unit	400	MW
$\underline{P_i}$	Minimum unit output	160 for thermal 40 for hydro	MW
ρ_i	Hourly ramp rate	40 for coal 240 for oil, geothermal 200 for LNG, biomass, coal 360 for hydro	MW/h
ρ'_i	Emergency ramp rate	38 for thermal plants 8 for hydro-plants	MW/s
f_0	Nominal system frequency	50	Hz
f_{db}	Governor frequency dead band	±25	mHz
f_{MIN}	Minimum frequency allowed	49.2	Hz
H_f	Inertia constant of generic unit	5	s
λ	Factor of losses of stored water due to evaporation and/or seepage in the reservoir	0.005	p.u.
v^u	Upper bound of stored water	10,321	MMm^3
v^d	Lower bound of stored water	1,556	MMm^3
η	Average inflow-to-power rate	1.9	MWh/m^3
Δ^E	Size of largest generation outage	400	MW
$t^i_{MIN,db}$	Deployment time of operating reserves	0.25	h
DR^{FE}_j	Amount of curtailable demand to adjust the system in the case of forecasting errors or an unexpected contingency	200	MW
DR^{PFR}_j	Amount of curtailable demand for the primary frequency control	200	MW
dc^-	Cost of demand decrease	1	\$/MW
dc^+	Cost of demand increase	2	\$/MW
q^-	Maximum fraction of demand that can be decreased	5%	p.u.
q^+	Maximum fraction of demand that can be increased	5%	p.u.

σ_{WND}	Standard deviation of wind forecasting errors in all hours	12.8%	p.u.
$\sigma_{SOL,j}$	Standard deviation of solar forecasting errors in hour j	0–10.6%	p.u.
t_i^{sp*}	The maximum time it takes spinning reserves to generate the ceiling reserve availability	15 minutes	p.u.

Tabla 8 símbolos modelo analítico

Esta tabla contiene una breve descripción de la nomenclatura usada en la sección de modelo analítico.

Symbol	Descripción
$u(\,)$	Función de utilidad
f_1	Inversión en la primera etapa modelo aleatorio
f_2	Inversión en la segunda etapa modelo aleatorio
$\widehat{f_1}$	Inversión en la primera etapa modelo no-aleatorio
$\widehat{f_2}$	Inversión en la segunda etapa modelo no-aleatorio
$S()$	Función de producción dado el nivel de inversión
$\overline{x_1}$	Precio por unidad de inversión primera etapa
$\overline{x_2}$	Precio medio por unidad de inversión segunda etapa
λ	Multiplicador de la restricción $f_2 \geq 0$
β	Factor de descuento intertemporal
$\pi()$	Función de ganancias
η	Volatilidad

Anexo G: Avances tecnológicos en tiempos de construcción

En este anexo analizamos que pasaría si ocurriera el siguiente supuesto "por medio de un avance tecnológico, todas las tecnologías de construcción lenta pasaran a ser de construcción rápida", con ello estimamos las posibles ganancias de flexibilidad al ocurrir este cambio. Para ello generamos tres nuevos casos, los que al sumarse con los demás dan en total siete casos resumidos en la siguiente tabla resumen:

Tabla 9 Descripción de escenarios anexo

La Tabla 9 presenta la construcción de siete casos a estudiar donde la columna Valorización indica el número de periodos a considerar en la función objetivo. La columna Flexibilidad indica si el agente puede usar la información nueva en la toma de decisiones. Finalmente, la columna Nueva Tecnología indica cambios en la velocidad de construcción de las plantas de generación eléctrica, donde "con" señala que todas son rápidas, en contrapartida "sin" indica que existen tecnologías lentas en el modelo.

	Valorización	Flexibilidad	Nueva Tecnología
caso 1	2 etapas	flexible	sin
caso 2	1 etapa	flexible	sin
caso 3	2 etapas	no-flexible	sin
caso 4	1 etapa	no-flexible	sin/con
caso 5	2 etapas	flexible	con
caso 6	1 etapa	flexible	con
caso 7	2 etapas	no-flexible	con

La columna Nueva Tecnología en nuestro modelo quiere decir que hay tecnologías rápidas y lentas, en las cuales las lentas se deciden en el periodo (2015) y entran en funcionamiento (2025), este es lo que llamamos sin flexibilidad, en cambio el modelo con flexibilidad quiere decir que todas las tecnologías son consideradas como rápidas, se deciden en 2015, entran en funcionamiento el 2020, y permitiendo su construcción también en el 2025.

Tabla 10 Portafolio instalados efectivos de generación eléctrica

Esta tabla muestra las capacidades efectivas instaladas medidas en cada periodo agregadas a nivel de periodo y velocidad de construcción. Estas capacidades están medidas en mega watt hora [MWh].

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4	caso 5	caso 6	caso 7
cap rápida efectiva 1	6869	5017	6837	5017	6458	5017	6458
cap lenta efectiva 1	5832	5832	5832	5832	6246	5832	6246
cap rápida efectiva 2	319	1470	227	1406	823	1516	823
cap lenta efectiva 2	1844	2406	1925	2406	1275	2367	1275
cap total rápida efectiva	7188	6487	7064	6424	7281	6533	7281
cap total lenta efectiva	7676	8238	7757	8238	7521	8199	7521
cap total efectiva 1	12700	10849	12669	10849	12704	10849	12704
cap total efectiva 2	2164	3876	2152	3812	2098	3883	2098
cap efectiva total	14864	14725	14821	14661	14802	14732	14802

El paralelo que podemos hacer con nuestro modelo analítico es tomar las filas cap total efectiva 5 y 6, como f_1 y f_2 respectivamente. En líneas generales podemos apreciar que la mayor cantidad de inversiones ocurren en el año 2020(primer periodo) con un promedio de 11774 MWh instalados, en comparación al segundo periodo con 2990 [MWh]. Los costos o ganancias obtenidas por estos portafolios son las siguientes:

Tabla 11 Costos esperados de portafolios óptimos de generación eléctrica

La tabla anterior nos muestra las valorizaciones obtenidas de todos los casos mostrados anteriormente en donde Exp. cost: 1 [MM $] muestra el costo obtenido de operar el sistema eléctrico en el año 2020 en miles de millones de dólares. Exp. cost: 2[MM $] muestra el costo obtenido de operar el sistema eléctrico en el año 2025. Y finalmente, Exp. cost: total [MM $] es la suma de las dos cantidades anteriores que presenta el costo total de la operación de ambos años.

	caso 1	caso 2	caso 3	caso 4	caso 5	caso 6	caso 7
Exp. cost: total [MM $]	43944	28482	43944	28493	43916	28471	43916
Exp. cost: 1 [MM $]	15192	0	15221	0	14973	0	14973
Exp. cost: 2[MM $]	28752	28482	28723	28493	28944	28471	28944

Para estimar las ganancias por flexibilidad sin incluir el efecto de irreversibilidad y ganancias tecnológicas necesitamos utilizar los casos 1 vs 3 y 5 vs 7, en los cuales no se aprecian unas ganancias tangibles con la mayor información de poder cambiar el portafolio con tecnologías rápidas en el segundo periodo, dada la información de precios en el primer periodo. Observamos que 1 y 3, tienen unos costos de 43944[MM $], diferenciándose en las ganancias del primer periodo, en que el caso 1 tiene un menor costo, pero esa ganancia de 30 [MM $] es perdida en el segundo periodo con un coste de 28752[MM $] que es 30 [MM $] más que 28723[MM $] (caso 3).

Observamos que le caso 5 y 7 no se aprecian diferencias de costos en ambos casos. Esto quiere decir que β y η se potencian entre si, para nuestro modelo esta ganancia es de 64 – 43 [MM $], al diferenciar ((4)-(2)) – ((3)-(1)) esto muestra una ganancia de 21 [MM$] por el efecto de combinar ambos efectos, además de reafirmar la conclusión de la proposición, en la siguiente sección se analizara esto en mayor profundidad.

En nuestro experimento vemos que las ganancias netas por la mayor flexibilidad tecnológica, esto quiere decir la posibilidad de hacer decisiones rápidas e instalación inmediata de tecnologías consideradas lentas tales como grandes represas, es de 26 [MM $]comparando los casos 1 vs 5, notamos que las ganancias son obtenidas principalmente en la primera etapa de operación , con 14973[MM $] (caso 5, más flexible) que es menor a 15192[MM $] (caso 1, caso menos flexible), por otro lado , en contraparte obtiene peores resultados en los costos de largo plazo, con 28752[MM $] (caso 1) que es menor a 28493[MM $] (caso 5) pero en total es menor el costo del portafolio más flexible.

El otro caso en que se puede hacer un análisis directo de la ganancia por tecnologías es 3 en comparación a 7, con costos totales 43944 [MM $] (caso 3) y 43916 [MM $] (caso 7) en que se tiene una ganancia de 28 [MM $], con comportamiento similar al caso anterior, en que en la primera etapa se consigue una ganancia de 248 [MM $] (caso 3 vs caso 7 en la primera etapa) y en la segunda etapa hay una pérdida de 220 [MM $].

Tabla 12 Comparativa últimos 4 casos

La Tabla 6 muestra un resumen de los últimos cuatro casos construidos para esta tesis, Exp. cost: 2[MM $] muestra el costo esperado de la operación del año 2025. Flexibilidad señala si se permite la adaptación de portafolios con nueva información en 2020. Nueva tecnología informa si existen tecnologías consideradas lentas en el modelo. Cantidad periodos muestra si se considera solo el 2025 en la minimización de costos o por otro lado los años 2020 y 2025.

	caso 4	caso 5	caso 6	caso 7
Exp. cost: 2[MM $]	28493	28944	28471	28944
Flexibilidad	no flexible	flexible	flexible	no flexible
Nueva tecnología	con	con	con	con
cantidad periodos	1 etapa	2 etapa	1 etapas	2 etapa

El caso 5 y 7 tienen los mismos costos, lo que muestra que al haber mayor flexibilidad las ganancias por información se ven disminuidas o incluso anuladas, en comparación tenemos el caso 1 y 3, en que esta ganancia es de 29 [MM $], esto ocurre solo cuando hay 2 etapas. Sin embargo, para cuando solo se tiene 1 etapa, analizando los casos 4 y 6, se tiene una ganancia de 22 [MM $], que es mayor que el efecto sin flexibilidad 2 y 4 con 11[MM $] de ganancia.

$$73 - 22 - 451 - 0 = 0$$

Lo que muestra que es 0 el efecto de aprendizaje puro de la primera etapa, al desagregar los efectos 4 y 7 se diferencian en 451 [MM $], estos casos atrapan la irreversibilidad sin aprendizaje, 6 y 5 tienen una diferencia de 473 [MM $], en conjunto con los 22[MM $] de los casos 4 y 6 , vemos que el efecto total por aprendizaje es de 0 [MM $] , al obtener el camino de los casos 7 a 5 con el procedimiento análogo al caso anterior, como resultado obtenemos que al aumentar la flexibilidad tecnológica reduce las ganancias por aprendizaje, en este caso incluso las anula.