



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**METODOLOGÍA BASADA EN METAMODELOS PARA LA ESTIMACIÓN  
DEL RIESGO DE FORTIFICACIONES EN ESTRUCTURAS  
SUBTERRÁNEAS POR SISMICIDAD INDUCIDA**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA,  
MENCION INGENIERÍA ESTRUCTURAL, SÍSMICA Y GEOTÉCNICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

ALAN IGNACIO FIGUEROA MORAGA

PROFESOR GUÍA:  
YOLANDA ALBERTO HERNÁNDEZ

PROFESOR CO-GUÍA:  
RAFAEL RUIZ GARCÍA

COMISIÓN:  
LUIS FELIPE ORELLANA ESPINOZA

SANTIAGO DE CHILE  
2022

**RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE:** Ingeniero Civil y grado de Magíster en  
Ciencias de la Ingeniería, mención Ingeniería Estructural,  
Sísmica y Geotécnica.  
**POR:** Alan Ignacio Figueroa Moraga  
**FECHA:** 2022  
**PROF. GUÍA:** Yolanda Alberto Hernández

## **METODOLOGÍA BASADA EN METAMODELOS PARA LA ESTIMACIÓN DEL RIESGO DE FORTIFICACIONES EN ESTRUCTURAS SUBTERRÁNEAS POR SISMICIDAD INDUCIDA**

El estudio de la sismicidad inducida y sus efectos en estructuras subterráneas requiere de estudios complejos que permitan la toma de decisiones bajo altas condiciones de incertidumbre. Los estallidos de roca en túneles en particular, pueden producir pérdidas considerables por lo que es necesario que la fortificación tenga un diseño apropiado. Para ello se pueden emplear simulaciones numéricas con modelos sofisticados y con alto costo computacional.

Este trabajo propone una metodología de análisis de riesgo y sensibilidad para el problema de estallidos en roca. La metodología consiste en tres modelos principales: un funcional de amenaza, un modelo geomecánico de alta fidelidad y un modelo probabilístico con las incertidumbres de las variables del problema. Dado que la solución de las integrales probabilísticas asociadas al riesgo y la sensibilidad requieren de una gran cantidad de análisis, se propone el uso de un metamodelo sustituto *Kriging*.

Este metamodelo entrega una relación simplificada entre las entradas y salidas de un proceso a partir de un entrenamiento con resultados previos. De esta forma, se permite la generación de una gran cantidad de escenarios usando los resultados de pocos análisis de modelos numéricos complejos, reduciendo la carga computacional. Para la compatibilización del funcional de amenaza con la amenaza local se emplea inferencia Bayesiana que permite integrar mediciones o datos empíricos de parámetros que definen la amenaza con medidas de desempeño en la infraestructura.

Se presenta un ejemplo de la implementación de la metodología. Los resultados indican que el uso de esta metodología reduce hasta 100 veces el tiempo computacional. El *Model Class Selection* para escoger el funcional de amenaza permite equilibrar la precisión y complejidad de los funcionales de amenaza propuestos, y se puede comprender el problema de sismicidad a partir de los parámetros cuya incertidumbre controla el problema. Se espera que esta metodología pueda ampliarse para integrar todos los parámetros que participan en el problema e integrando diferentes medidas de desempeño para realizar análisis de riesgo integrales.

*Perseverando, es increíble lo lejos que puedes llegar*

# Agradecimientos

El año 2015 entré a esta facultad con un sueño, y luego de 7 años llenos de historia, puedo decir que al fin lo logré, sí, lo logré.

Todo este largo camino se los debo a ellos, a mi madre Patricia y mi padre Héctor, que desde siempre han creído en mí, cuando me llevaron aquel primer día al jardín Los Angelitos, cuando me inscribieron en el colegio Alberto Perez, cuando quedé en el Instituto Nacional, y cuando ingresé a la Universidad de Chile. Mamá, papá, gracias por estos 25 años de apoyo, los amo mucho, este logro es para ustedes.

No puedo dejar fuera de este agradecimiento a mis abuelos, que siempre me han regalado cariño incondicional y bellos momentos en mi vida. Abuelita Tila, abuelita Sumitt, tata Mario y tata Luis, muchas gracias por todo.

Gracias a mi madrina Luz María y mi padrino Pedro, que desde que tengo memoria, me han apoyado y querido incondicionalmente. Gracias a mi hermano, tíos, tías, primos y primas por todas las palabras de aliento y apoyo, por las risas y el cariño que siempre me han brindado.

Uno de los regalos más lindos que me deja la vida universitaria, fue la posibilidad de conocer a una mujer maravillosa, con la cual nos hemos apoyado en los buenos y malos momentos. Gracias por cada viaje, cada experiencia, cada palabra de aliento y cada sonrisa. Esta etapa de mi vida no hubiese sido lo mismo sin ti, te amo Kari.

Por último, hay una familia que uno elige, y son los amigos. Ace, Kin, Karín, Sofi, Benjita, Cata, Pipe, Tommy, muchas gracias por estar siempre y creer en mí. Agradecido también por esos almuerzos en la cafeta con Clansito, jugando cachos o tirando la talla, porque sí, nunca podía faltar la risa. Gracias al team geotécnico y gracias al team de atletismo en donde aprendí que con trabajo, constancia y disciplina se pueden lograr grandes cosas.

Es muy difícil resumir y agradecer a cada persona en una sola hoja de papel, es por esto que agradezco a cada persona con la que pude compartir estos 7 años de historia. Profesora Yolanda y profesor Rafael, muchas gracias por creer en mi y apoyarme durante todo este proceso, ustedes son los profesores que este país necesita.

*"Fui a los bosques porque quería vivir deliberadamente; enfrentar solo los hechos esenciales de la vida y ver si podía aprender lo que ella tenía que enseñar. Quise vivir profundamente y desechar todo aquello que no fuera vida... para no darme cuenta, en el momento de morir, de que no había vivido"* **Henry Thoreau**

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis . . . . .	4
1.2. Objetivos . . . . .	4
1.2.1. Objetivo general . . . . .	4
1.2.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.3. Estructura de la tesis . . . . .	5
<b>2. Metodología propuesta para análisis de riesgo por sismicidad inducida</b>	<b>6</b>
2.1. Análisis de Riesgo . . . . .	8
2.2. Análisis de Sensibilidad Global . . . . .	9
<b>3. Estrategia Computacional</b>	<b>11</b>
3.1. Simulación Estocástica basada en Métodos de Monte Carlo . . . . .	11
3.2. Metamodelo basado en Kriging . . . . .	12
<b>4. Compatibilidad funcional con sismicidad inducida local</b>	<b>14</b>
4.1. Inferencia Bayesiana . . . . .	15
4.2. Model Class Selection . . . . .	17
<b>5. Ejemplo ilustrativo</b>	<b>19</b>
5.1. Implementación del Metamodelo Kriging . . . . .	21
5.2. Sintonización de Funcionales de Amenaza . . . . .	24
5.3. Análisis de Riesgo . . . . .	27
5.4. Análisis de Sensibilidad Global . . . . .	30
<b>6. Conclusiones</b>	<b>32</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>34</b>

# Índice de Tablas

5.1.	Errores de la validación cruzada con leave-one-out para diferente número de puntos de soporte. Error presentado corresponde al promedio y desviación estándar del error de validación cruzada para todos los puntos de soporte (los que están en el dominio de interés y los que están en el borde del dominio extendido). . .	22
5.2.	Errores de la validación cruzada con leave-one-out para diferente número de puntos de soporte. Error presentado corresponde al promedio y desviación estándar del error de validación cruzada exclusivamente para los puntos de soporte que están en el dominio de interés. . . . .	23
5.3.	Valores MAP de $\theta_h$ y $\sigma_e$ para cada funcional de amenaza propuesto. En paréntesis se coloca el coeficiente de variación del posterior. También se coloca el logaritmo de la Evidencia calculado con la Ecuación 4.9 y el valor de $\lambda$ . . . .	26
5.4.	Análisis de sensibilidad global. Se presentan los índices de Sobol de primer orden. El índice para $\theta_h$ corresponde a la suma de los índices de cada uno de los parámetros por separado. . . . .	30

# Índice de Ilustraciones

1.1.	Esquema de la sismicidad inducida en la minería. . . . .	3
1.2.	(a) Eyección de roca producto de energía transferida de una fuente sísmica o debido a deformaciones violentas cercanas al túnel [1]. (b) Estallido de tensión causado por la fuerza $F$ que actúa sobre un volumen de estallido situado en el suelo reforzado [1]. . . . .	3
2.1.	Esquema genérico de la metodología propuesta. . . . .	6
3.1.	Esquema genérico del modelo sustituto: Kriging global. . . . .	13
4.1.	Esquema ilustrativo de los funcionales de amenaza en conjunto con el modelo geomecánico sustituto. . . . .	15
5.1.	Esquema ilustrativo del túnel modelado en PLAXIS. . . . .	19
5.2.	Excitación utilizada en el modelo de PLAXIS. Superposición de senos entre 1 y 300 Hz. . . . .	20
5.3.	Representación gráfica del dominio de interés y el dominio extendido. 20 muestras (círculos rojos) son generadas con el LHC en dominio de interés y 8 muestras (círculos negros) son colocadas uniformemente en el borde del dominio extendido. . . . .	21
5.4.	Comparación entre puntos de soporte y predicción del Kriging para 10 muestras (círculos rojos) generadas con el LHC en dominio de interés y 4 muestras (círculos negros) son colocadas uniformemente en el borde del dominio extendido. . . . .	24
5.5.	Comparación de las observaciones con la predicciones realizadas por el modelo calibrado utilizando los valores MAP. . . . .	27
5.6.	Probabilidad de excedencias de PGV para diferentes valores de $M_L$ y $R$ . Se propagan tres modelos de incertidumbre, incertidumbres solo asociadas a $\theta_h$ , solo asociadas a $e$ y con el efecto combinado de $\theta_h$ y $e$ . . . . .	28
5.7.	Variación porcentual del $PGV$ en el dominio de interés para $M_L$ y $R$ . Se presentan los resultados para tres modelos de incertidumbre: incertidumbres solo asociadas a $\theta_h$ (azul), solo asociadas a $e$ (verde) y con el efecto combinado de $\theta_h$ y $e$ (rojo). . . . .	29
5.8.	Curvas de excedencia de $PGV$ . Se propagan dos modelos de incertidumbre: incertidumbres solo asociadas a $M_L$ (azul), y con el efecto combinado de $\theta_h$ , $e$ , $M_L$ , y $R$ (rojo). La figura a) corresponde a un modelo $p(M_L)$ y $p(R)$ Gaussiano con coeficiente de variación del 5 %, mientras que la figura b) corresponde a un coeficiente de variación del 0.1 %. . . . .	30

# Capítulo 1

## Introducción

Actividades como explotación de gas, extracción de energía geotérmica y minería generan sismicidad inducida, que puede derivar en pérdidas considerables tanto en la infraestructura subterránea como en vidas humanas. Dentro de estos fenómenos se encuentran los estallidos de roca, una liberación súbita de energía de deformación elástica en masas de roca bajo condiciones de altos esfuerzos locales. El potencial de estos estallidos hace esencial diseñar apropiadamente las fortificaciones de estructuras subterráneas. Actualmente, el esfuerzo inducido en la fortificación se estima con base en la velocidad máxima de terreno *Velocidad máxima de terreno (PGV)*<sup>1</sup> y la *Velocidad máxima de partícula (PPV)*<sup>2</sup>. *PGV* se emplea para estimar las cargas dinámicas inducidas en el macizo rocoso y *PPV* para definir umbrales de daño en las diversas estructuras [1].

Alrededor del mundo, se ha desarrollado una variedad de estudios asociados a sismicidad inducida y los potenciales riesgos que genera en estructuras subterráneas, al personal en terreno o poblaciones aledañas al lugar. Algunos de los estudios más relevantes sobre el tema se han centrado en la definición de modelos de fuente sísmica y amenaza sísmica [3–7], análisis para determinar los parámetros que gobiernan la sismicidad inducida como la velocidad máxima de partícula [2, 8, 9], estudios cuantitativos y modelamiento numérico del potencial de estallidos de roca en minas de cobre en Chile [10–12], y modelación numérica para el diseño de la fortificación [11, 13].

En el tema de riesgo sobre sismicidad inducida, el enfoque de muchos investigadores ha sido seguir metodologías similares a las propuestas para sismicidad natural. Van Elk et al. [14] emplearon muestreo con Monte Carlo para reproducir modelos de inyección de fluidos para un período de retorno específico; con estos modelos obtuvieron la probabilidad de distribución de sismos inducidos, sus magnitudes y distancias, para crear un catálogo. Bommer et al. [15] usaron simulaciones estocásticas para predecir magnitudes y distancias de sismos inducidos que combinaron con predicciones de respuesta de sitio no-lineales para estimar el riesgo de daño en edificios de la superficie.

---

<sup>1</sup> Parámetro de intensidad sísmica que corresponde a la velocidad máxima que adquiere una onda en un medio determinado. [1]

<sup>2</sup> Parámetro que corresponde a la velocidad máxima que adquiere una partícula producto de evento de sismicidad. [2]



Silva et al. [16] adaptaron el marco de análisis de riesgo sísmico del Centro de Investigación de Ingeniería Sísmica del Pacífico (PEER) [17, 18] para generar un catálogo estocástico de eventos de 100,000 años sintéticos. Para conocer el daño usaron curvas de fragilidad conocidas y realizaron el análisis de riesgo. Broccardo et al. [19] usaron un enfoque similar para estudiar el riesgo de daño y pérdida de vidas debido a la cercanía con un pozo geotérmico previo a la perforación, conjugando modelamiento numérico, datos empíricos y conocimiento experto para generar escenarios sísmicos teniendo como fuente el punto de inyección.

Estos estudios se han concentrado en el riesgo de daño en edificaciones que podrían ser afectadas por los sismos producidos por inyecciones de fluidos, por lo que asocian el riesgo a las pérdidas generadas en las estructuras en la superficie. El problema de estallidos en roca, no obstante, se centra en los efectos que la sismicidad podría causar en los túneles mineros. [20–22].

Lin et al. [23] realizaron predicciones de cambios en el campo de esfuerzos en minas de carbón con *Kriging*, una técnica de meta-modelos basada en aprendizaje de máquinas (machine learning). La identificación de los parámetros con mayor influencia, como el esfuerzo principal horizontal y la resistencia de la roca, con el uso de *Kriging* llevó a predicciones de esfuerzos con errores de 8.4% en comparación con mediciones en campo. Wu et al. [24] propusieron la estimación de estallidos de roca usando la teoría de Copula y el método de mínimos cuadrados con máquina de vector de apoyo (LSSVM) con datos medidos de esfuerzo máximo tangencial, resistencia de compresión uniaxial, resistencia de tensión uniaxial, coeficiente de esfuerzos, coeficiente de fragilidad de la roca e índice de energía elástica. La investigación en este rubro demuestra que la mayor brecha en el entendimiento de estos problemas está unida a los modelos para representar la amenaza sísmica y la ocurrencia de estallidos de roca [25].

En la Figura 1.1 se presenta un esquema del origen y causas de la sismicidad inducida, destacando que tanto la sismicidad natural como la antropogénica generan sismicidad inducida. Adicionalmente, entre sus principales consecuencias destacan el tiempo de aislación que deben someterse los trabajadores de una faena producto de eventos inducidos; el fenómeno de *airblast*, en donde aire comprimido puede provocar eyecciones repentinas de fragmentos de roca; y por último los estallidos de roca (*Rockburst*). En la Figura 1.2.a se ilustra una eyección de roca producto de un evento sísmico inducido, el cual transfiere energía al túnel y puede provocar este tipo de consecuencias. Finalmente, en la Figura 1.2.b se ilustra un evento de estallido tensional strain-burst que induce desplazamiento dinámicos sobre las paredes del túnel. Es por lo anterior que es necesario estudiar el desempeño de estas estructuras subterráneas, evaluando diferentes medidas de intensidad en los sectores críticos como son paredes y techo.

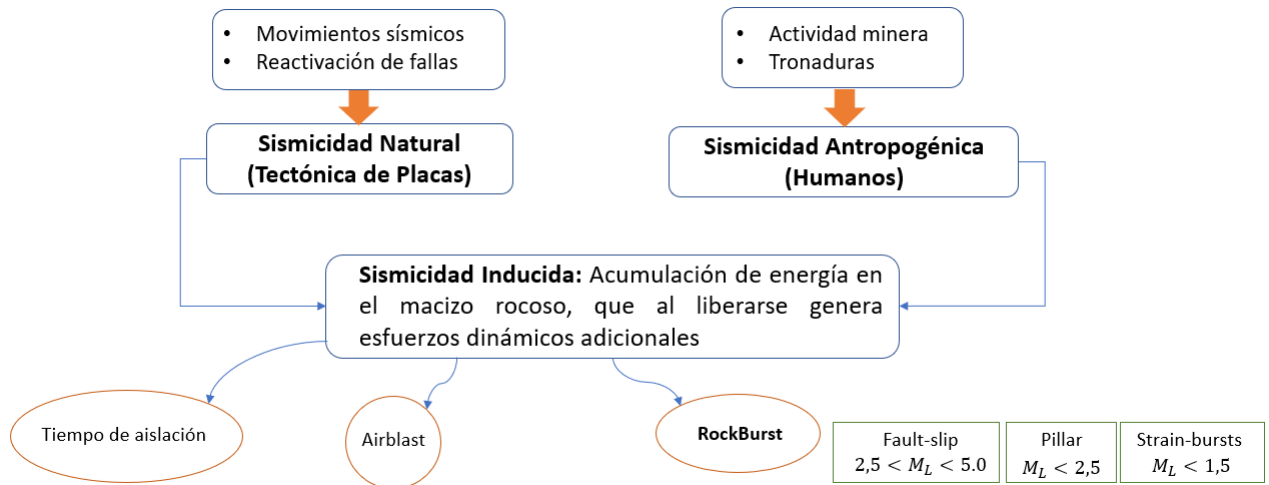


Figura 1.1: Sismicidad inducida en la minería. [1]

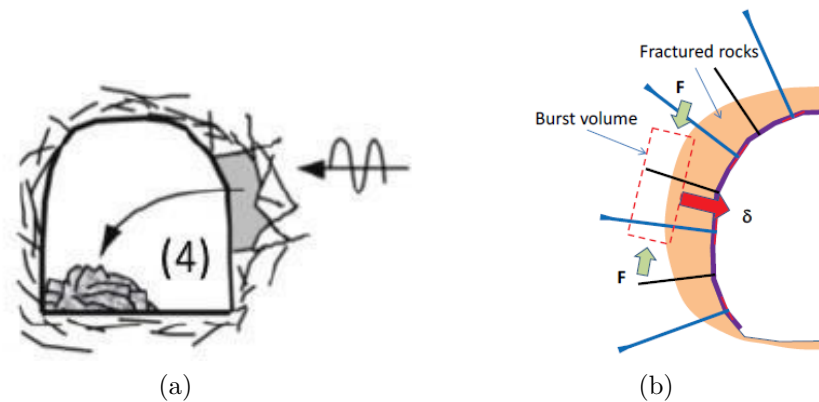


Figura 1.2: (a) Eyección de roca producto de energía transferida de una fuente sísmica o debido a deformaciones violentas cercanas al túnel [1]. (b) Estallido de tensión causado por la fuerza  $F$  que actúa sobre un volumen de estallido situado en el suelo reforzado [1].

Se han desarrollado ecuaciones empíricas que predicen  $PGV$  y  $PPV$  en función de mediciones de la magnitud local del evento,  $M_L$ , distancia,  $R$  y parámetros de la roca para definir su comportamiento mecánico. Sin embargo, es necesario apoyar lo que entregan estas ecuaciones con un análisis físico en software de alta fidelidad, lo cual trae consigo un alto costo computacional. Surge entonces la necesidad de buscar alternativas, como modelos sustitutos de predicción, que puedan relacionar lo que indican las relaciones empíricas con los resultados que entrega un software de alta fidelidad<sup>3</sup> pero reduciendo el costo computacional.

<sup>3</sup> En este trabajo se le denomina software de alta fidelidad a un software de modelamiento capaz de modelar satisfactoriamente un fenómeno físico determinado, entregando como salidas, variables de interés.

Este trabajo propone una metodología de análisis de riesgo para definir la probabilidad de que el revestimiento de un túnel civil exceda un nivel de desempeño límite. El análisis permite incorporar la incertidumbre asociada a la amenaza de sismicidad inducida. La metodología incluirá el modelo geomecánico de alta fidelidad para simular estallidos de roca, el modelo de la amenaza generada por dichos estallidos y un modelo probabilístico que considere la incertidumbre asociada a la amenaza sísmica. Posteriormente se evaluará la sensibilidad del modelo a los parámetros principales empleando índices de Sobol [26–29].

Para poder evaluar los problemas de riesgo y sensibilidad se empleará una simulación de Monte Carlo y para disminuir el número de muestras requeridas y volver eficiente el proceso computacional se usará un metamodelo basado en *Kriging* [30–32]. Para lograr una compatibilidad con la sismicidad inducida local se empleará inferencia Bayesiana con un proceso de *Model Class Selection* [33–35], para obtener el mismo parámetro de salida que una ecuación empírica determinada, utilizando únicamente como entrada la magnitud  $M_L$  y distancia epicentral  $R$ . En este caso, con los resultados de un software de modelamiento de alta fidelidad, con un respaldo sísmico local.

Para demostrar la utilidad de esta metodología, que radica en realizar análisis de riesgo sobre modelos físicos, se presenta un ejemplo ilustrativo de un túnel civil sometido a la amenaza de estallidos de roca, el cual se modela empleando el software comercial Plaxis 2D. Los resultados muestran que la metodología permite utilizar una medida de desempeño que entrega un software de alta fidelidad para realizar análisis de riesgo. Además reduce el costo computacional de manera significativa gracias al metamodelo.

## 1.1. Hipótesis

Se puede estimar la probabilidad de exceder un valor establecido de *Velocidad máxima de terreno (PGV)* mediante el uso de modelos físicos de alta fidelidad que tomen en consideración excitaciones dinámicas compatibles con amenazas de microsismicidad inducida. La probabilidad de excedencia puede ser estimada mediante simulaciones de Monte Carlo, donde la carga computacional es reducida significativamente con la implementación de un modelo sustituto del tipo *Kriging*. La compatibilidad entre el software de alta fidelidad y la amenaza de microsismicidad inducida, se puede realizar mediante la metodología propuesta y la calibración de funcionales que relacionen magnitudes locales y distancias epicentrales con los parámetros requeridos por el software de alta fidelidad para definir la excitación.

## 1.2. Objetivos

### 1.2.1. Objetivo general

El objetivo general consiste en proponer y validar una metodología que permita realizar análisis de riesgo asociado a sismicidad inducida en túneles mediante el uso de modelos geomecánicos físicos de alta fidelidad.

### 1.2.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos que se abordan en la presente tesis se describen a continuación:

- Proponer un esquema general que permita realizar análisis de riesgo de sismicidad inducida en estructuras tipo túneles adoptando un modelo geomecánico de alta fidelidad. A este esquema se le llamará modelo de riesgo.
- Proponer una metodología numérica eficiente que permita reducir la carga computacional asociada al modelo de riesgo propuesto.
- Proponer una metodología para calibrar el modelo de riesgo y hacerlo compatible con la sismicidad inducida local.
- Validar e ilustrar la utilización del modelo de riesgo propuesto mediante un ejemplo.

### 1.3. Estructura de la tesis

El resto de la tesis está organizado de la siguiente manera. En el Capítulo 2, se describe la metodología propuesta en este proyecto de investigación mediante un esquema genérico y luego en mayor detalle, explicando el desarrollo de cada uno de los pasos o etapas. Luego, el Capítulo 3 describe tanto la estrategia computacional para estimar las integrales probabilísticas, como el proceso de construcción del metamodelo sustituto *Kriging* global para agilizar el proceso computacional que conlleva esta metodología. El Capítulo 4 presenta en detalle el proceso de optimización Bayesiana realizado en esta metodología para compatibilizar los resultados con sismicidad inducida local. En el Capítulo 5, se presenta un ejemplo ilustrativo de un túnel civil, en donde se pone en práctica la metodología discutiendo los resultados obtenidos en cada etapa. Finalmente, el último capítulo resume las conclusiones de este trabajo y proyecta los desafíos que se deben estudiar en futuras investigaciones.

# Capítulo 2

## Metodología propuesta para análisis de riesgo por sismicidad inducida

La metodología propuesta tiene como objetivo permitir la realización de análisis de riesgo para excavaciones subterráneas ante amenazas de sismicidad inducida. La metodología se centra en tres modelos principales: un modelo geomecánico de alta fidelidad, un modelo de amenaza (denotado en este trabajo como funcional de amenaza), y un modelo probabilístico de las incertidumbres asociadas al problema. Estos modelos son utilizados en conjunto para realizar un análisis de riesgo que permita estimar la probabilidad de que el desempeño de la estructura exceda cierto límite establecido. Adicionalmente, la metodología permite realizar un análisis de sensibilidad global. De este modo se pueden identificar los parámetros de los modelos que tienen un impacto significativo en el desempeño de la estructura. La Figura 2.1 presenta un esquema general de la metodología propuesta, donde los detalles más relevantes se discuten a continuación.

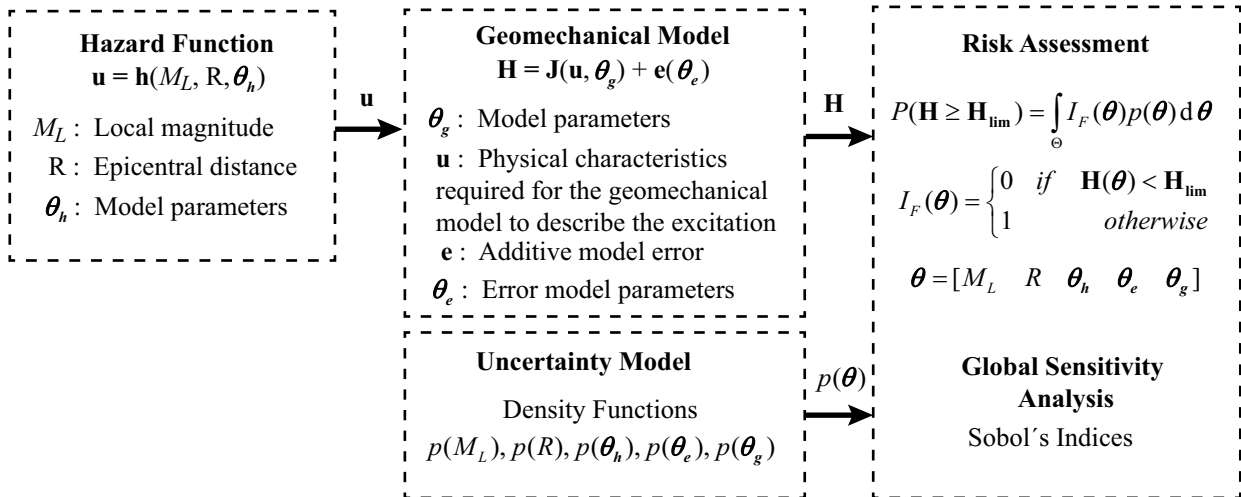


Figura 2.1: Esquema genérico de la metodología propuesta. (Elaboración propia)

El modelo geomecánico de alta fidelidad puede ser incorporado adoptando software comerciales. Existen varias alternativas que son ampliamente utilizadas en la práctica profesional para problemas de excavaciones subterráneas. Estos software se basan en un modelamiento geomecánico determinista de alta fidelidad. Aquí, es importante destacar que la palabra determinista hace referencia a que no es posible incorporar incertidumbres o propiedades aleatorias en el análisis. Por otra parte, la denominación de alta fidelidad hace referencia a la posibilidad de analizar con precisión estructuras con geometrías complejas, con propiedades no lineales y con excitaciones de diferente naturaleza. Estos software son basados en modelos físicos resueltos mediante técnicas aproximadas. Por ejemplo, FLAC utiliza diferencias finitas [13], ROCSCIENCE y PLAXIS emplean elementos finitos mientras que EXAMINE utiliza elementos de contorno [11]. También es importante destacar que estos modelos permiten incorporar excitaciones sísmicas (registros sísmicos) con el fin de realizar análisis tiempo-historia.

En la presente metodología, se propone utilizar un modelo geomecánico de alta fidelidad excitado con registros sísmicos. Aquí, los registros utilizados como excitación son normalizados en base a sus valores máximos y luego escalados a un valor máximo específico. Este factor de escalamiento será identificado como  $\rho_a$ . Los desplazamientos sísmicos fueron incorporados como fuentes puntuales. Esto quiere decir que el registro sísmico será impuesto en un área de suelo muy pequeña y ubicada a una distancia  $\rho_d$  de la estructura de interés. Finalmente, la excitación es controlada por dos parámetros, uno de amplitud  $\rho_a$  y otro de distancia  $\rho_d$ . Para simplificar la notación, estos parámetros que controlan la excitación son incorporados en un vector, tal que  $\mathbf{u} = [\rho_a \ \rho_d]^T$ . Una vez definida la excitación  $\mathbf{u}$ , se puede estudiar el desempeño de cualquier punto de la estructura en función de sus desplazamientos, deformaciones y tensiones. El valor de los parámetros de desempeño en los puntos de interés de la estructura es denotado como  $\mathbf{H}$ . En este sentido, el modelo geomecánico determinista es representado por la relación  $\mathbf{H} = \mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ . Donde  $\boldsymbol{\theta}_g$  contiene los valores de las propiedades mecánicas del suelo y de la estructura, de acuerdo al modelo constitutivo considerado para el análisis.

Es importante notar que los parámetros que controlan la excitación ( $\rho_a$  y  $\rho_d$ ) no están relacionados directamente con parámetros de amenaza, e.g., magnitud de momento  $M_L$  o distancia epicentral  $R$ . Es por esta razón que se hace necesaria la incorporación de un funcional de amenaza denotado como  $\mathbf{u} = \mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$ . Este funcional  $\mathbf{h}$  busca relacionar empíricamente  $M_L$  y  $R$  con  $\mathbf{u}$  mediante la selección adecuada de los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$ . El proceso de calibración y de selección del funcional  $\mathbf{h}$  será abordado más adelante en el Capítulo 4 y en el ejemplo ilustrativo. Por el momento, se asume que el funcional de amenaza está seleccionado y calibrado. Bajo esta suposición, la metodología propuesta permite estimar un desempeño determinista  $\mathbf{H}$  a partir de una magnitud local  $M_L$  y distancia epicentral  $R$  conocidas.

## 2.1. Análisis de Riesgo

Bajo la metodología propuesta, el análisis de riesgo surge como consecuencia de la presencia de incertidumbres en los parámetros del modelo. Acá, se puede incorporar la incertidumbre asociada a la magnitud local  $M_L$ , la distancia epicentral  $R$ , los parámetros de ajuste del funcional de amenaza  $\boldsymbol{\theta}_h$ , y las propiedades mecánicas  $\boldsymbol{\theta}_g$  del problema a resolver. La metodología propuesta requiere que estas incertidumbres estén representadas por un modelo probabilístico. En otras palabras, las incertidumbres de  $M_L$ ,  $R$ ,  $\boldsymbol{\theta}_h$  y  $\boldsymbol{\theta}_g$ , deben ser modeladas por medio de funciones de densidad de probabilidad. Para el caso de la magnitud local, existe la Ley de recurrencia de Gutenberg-Richter, que a pesar de no estar directamente aplicada para sismicidad inducida, posee correcciones para ser utilizadas con este fin [36]. Esta ley de recurrencia establece una distribución  $p(M_L)$  que depende principalmente de la tasa de ocurrencia de sismos para una determinada región. Para la distancia epicentral en casos de sismicidad inducida, no existe la certeza sobre dónde se genera la liberación de energía, por lo cual, se propone asumir una distribución uniforme  $p(R)$ . Esta distribución uniforme ha sido utilizada para describir la distancia epicentral en otros trabajos de sismicidad inducida, por ejemplo en [13]. Sin embargo, es posible encontrar estudios de riesgo sísmico sobre edificaciones donde se emplean otras distribuciones para describir la distancia epicentral, por ejemplo en [37–40]. En cualquier caso, la metodología propuesta es compatible con cualquier distribución para  $R$ . Por otra parte, los parámetros del modelo geomecánico  $\boldsymbol{\theta}_g$  también están sujetos a incertidumbres, principalmente los parámetros relacionados a las propiedades estructurales del túnel o las propiedades del suelo.

Considerando los parámetros del modelo constitutivo Hoek-Brown, existen trabajos previos que han logrado caracterizar funciones de densidad de probabilidad para describir el módulo de elasticidad del suelo [41–43], su relación de Poisson [42, 43], y el peso unitario [44, 45], sólo por mencionar algunos. Hay que notar que esta descripción probabilística de las propiedades del suelo pueden variar dependiendo de la ley constitutiva que mejor represente las condiciones del medio, por lo cual se recomienda realizar una caracterización experimental de la roca o suelo de interés, por ejemplo siguiendo procedimientos como los presentados por [42, 46] para identificar  $p(\boldsymbol{\theta}_g)$ . Por último, también se pueden considerar las incertidumbres asociadas al proceso de calibración del funcional de amenaza, i.e., incertidumbres en la identificación de  $\boldsymbol{\theta}_h$ . Estas incertidumbres, descritas por una distribución  $p(\boldsymbol{\theta}_h)$ , pueden ser identificadas al aplicar un procedimiento de calibración Bayesiano, el cual es descrito en detalle en el Capítulo 4. Finalmente, todas las variables sujetas a incertidumbre pueden ser agrupadas en un vector  $\boldsymbol{\theta} = [M_L \ R \ \boldsymbol{\theta}_h \ \boldsymbol{\theta}_g]^T$ , donde las incertidumbres son modeladas como una función de densidad de probabilidad conjunta denotada como  $p(\boldsymbol{\theta})$ .

El análisis de riesgo propuesto se basa en la estimación de la probabilidad de exceder un desempeño límite después de propagar las incertidumbres descritas por  $p(\boldsymbol{\theta})$ . Matemáticamente, esta probabilidad es expresada por la siguiente integral:

$$P_F = P(H_i \geq H_{lim_i}) = \int_{\Theta} I_F(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} \quad (2.1)$$

acá,  $H_i$  corresponde a la  $i$ -th entrada del vector de desempeño  $\mathbf{H}$ ,  $H_{lim_i}$  corresponde a su respectivo valor límite,  $\Theta$  corresponde al espacio donde se definen los parámetros inciertos

$\boldsymbol{\theta}$ , mientras que  $I_F(\boldsymbol{\theta})$  corresponde a una función indicadora que toma un valor de uno si  $H_i \geq H_{lim_i}$  y cero en cualquier otro caso. La técnica más común para resolver estas integrales probabilísticas es mediante la adopción de técnicas de simulación estocásticas basadas en simulaciones de Monte Carlo. Se conoce que estas técnicas de simulación estocásticas pueden generar una demanda computacional elevada ya que puede requerir hasta miles de evaluaciones del modelo geomecánico de alta fidelidad. Para aliviar la carga computacional, se propone adoptar una estrategia computacional basada en modelos sustitutos. Detalles sobre la implementación computacional tanto de método de Monte Carlo como del modelo sustituto van a ser presentados en el Capítulo 3.

## 2.2. Análisis de Sensibilidad Global

Posterior al análisis de riesgo, se puede implementar un análisis de sensibilidad global. Aquí, se propone realizar un análisis basado en descomposición de varianzas. Este análisis se basa en la descomposición de la varianza de una variable de desempeño en contribuciones individuales atribuidas a cada parámetro del modelo  $\boldsymbol{\theta}$  y sus interacciones. Un procedimiento común para cuantificar esta sensibilidad de los parámetros del modelo se denomina índices de Sobol [27]. Este método es descrito a continuación brevemente. Siguiendo la nomenclatura utilizada anteriormente,  $H_i(\boldsymbol{\theta})$  corresponde a la  $i$ -th variable de desempeño, la cual es función del vector de parámetros del modelo  $\boldsymbol{\theta}$  y donde las incertidumbres están representadas por  $p(\boldsymbol{\theta})$ . Luego, la media y la varianza de  $H_i$  vienen definidas por:

$$\mu_i = \int_{\Theta} H_i(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} \quad (2.2)$$

y

$$V_i = \int_{\Theta} H_i(\boldsymbol{\theta})^2p(\boldsymbol{\theta})d\boldsymbol{\theta} - \mu_i^2 \quad (2.3)$$

respectivamente.

Ahora, definamos  $\boldsymbol{\theta}_n \in \Theta_n$  como el  $n$ -th parámetro del modelo y  $\boldsymbol{\theta}_{\sim n} \in \Theta_{\sim n}$  como el vector que contiene el resto de los parámetros del modelo (es decir, todos menos el parámetro  $n$ ). Esta notación se extiende para interacciones de mayor orden. Por ejemplo,  $\boldsymbol{\theta}_{nm} \in \Theta_{nm}$  es un vector que contiene  $\boldsymbol{\theta}_n$  y  $\boldsymbol{\theta}_m$ , mientras que  $\boldsymbol{\theta}_{\sim nm} \in \Theta_{\sim nm}$  es un vector que contiene a todos los parámetros excepto  $\boldsymbol{\theta}_n$  y  $\boldsymbol{\theta}_m$ . Aquí, la varianza de la variable de desempeño ( $V_i$ ) puede ser descompuesta en contribuciones individuales provenientes de los parámetros del modelo:

$$V_i = \sum_{n=1}^N V_n + \sum_{n=1}^{N-1} \sum_{m=1}^N V_{nm} + \dots \quad (2.4)$$

donde  $V_n$  y  $V_{nm}$  representan las contribuciones de  $\boldsymbol{\theta}_n$  y  $\boldsymbol{\theta}_{nm}$  sobre la varianza  $V_i$  y donde  $N$  corresponde al número total de parámetros del modelo incorporados en  $\boldsymbol{\theta}$ . Estas contribuciones vienen dadas por:

$$V_n = \int_{\Theta_n} \left[ \int_{\Theta_{\sim n}} H_i(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}_{\sim n})d\boldsymbol{\theta}_{\sim n} \right]^2 p(\boldsymbol{\theta}_n)d\boldsymbol{\theta}_n \quad (2.5)$$

$$V_{nm} = \int_{\Theta_{nm}} \left[ \int_{\Theta_{\sim nm}} H_i(\boldsymbol{\theta})p(\boldsymbol{\theta}_{\sim nm})d\boldsymbol{\theta}_{\sim nm} \right]^2 p(\boldsymbol{\theta}_{nm})d\boldsymbol{\theta}_{nm} - V_n - V_m - \mu_i \quad (2.6)$$



Finalmente, los índices de Sobol son definidos como:

$$S_n = \frac{V_n}{V_i} ; S_{nm} = \frac{V_{nm}}{V_i} \quad (2.7)$$

donde  $S_n$  corresponde a los índices de Sobol de primer orden (asociados a  $\theta_n$ ) y  $S_{nm}$  corresponde a los índices de segundo orden asociados a la interacción de  $\theta_n$  y  $\theta_m$ . Acá hay que notar que para identificar los índices de Sobol hay que resolver las integrales multidimensionales presentadas en las Ecuaciones 2.5 y 2.6. El método más común es establecer la solución utilizando métodos de Monte Carlo. Sin embargo, el costo computacional es elevado, motivando la adopción de estrategias computacionales basadas en modelos sustitutos. Estas estrategias se presentan a continuación en el Capítulo 3.

# Capítulo 3

## Estrategia Computacional

Una de las tareas más desafiantes de la metodología propuesta se relaciona con la solución de la integral para estimar la probabilidad de falla (Ecuación 2.1) y las integrales requeridas en el cálculo de los índices de Sobol (Ecuaciones 2.5 y 2.6). El cálculo analítico de estas integrales es poco práctico (aparte de casos especiales y simples) y el cálculo a través de la integración numérica estándar (e.g., cuadratura de Gauss) es ineficiente para dimensiones mayores a tres. Por lo tanto, una integral probabilística de alta dimensión se resuelve comúnmente mediante simulaciones estocásticas, correspondientes a una amplia clase de métodos computacionales basados en muestreo, por ejemplo métodos de la familia de Monte Carlo.

### 3.1. Simulación Estocástica basada en Métodos de Monte Carlo

La probabilidad de falla (Ecuación 2.1) es estimada numéricamente siguiendo el siguiente procedimiento. El primer paso corresponde a la generación de  $K$  muestras que sigan a  $p(\boldsymbol{\theta})$  tales que  $\{\boldsymbol{\theta}^j, j = 1, \dots, K\}$ . El segundo paso consiste en evaluar el modelo geomecánico de alta fidelidad utilizando cada muestra obtenida previamente, generando un conjunto de datos denominado  $\{I_F(\boldsymbol{\theta}^j), j = 1, \dots, K\}$ . Finalmente, basado en el Teorema del Límite Central, el método de Monte Carlo estima la integral probabilística (Ecuación 2.1) como:

$$P_F \approx \hat{P}_F = \frac{1}{K} \sum_{j=1}^K I_F(\boldsymbol{\theta}^j) \quad (3.1)$$

donde  $\hat{P}_F$  corresponde a la aproximación de  $P_F$  realizada por Monte Carlo, la cual es simplemente el valor esperado del conjunto de datos generados. La precisión de la estimación de  $P_F$  puede ser estimada por la siguiente expresión:

$$\delta_{MC} \approx \frac{1}{\sqrt{K}} \sqrt{\frac{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K (I_F(\boldsymbol{\theta}^j))^2 - \left(\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K I_F(\boldsymbol{\theta}^j)\right)^2}{\frac{1}{K} \sum_{j=1}^K I_F(\boldsymbol{\theta}^j)}} \quad (3.2)$$

donde  $\delta_{MC}$  define el coeficiente de variación del estimador  $\hat{P}_F$ . En otras palabras, este valor

representa las variaciones obtenidas si el procedimiento para estimar  $\hat{P}_F$  es repetido un gran número de veces. Tenga en cuenta que  $\delta_{MC}$  tiende a cero si  $K$  tiende a infinito, lo que indica que el método directo de Monte Carlo es un estimador no sesgado y convergente.

Dado que la metodología requiere  $K$  evaluaciones del modelo geomecánico de alta fidelidad, el costo computacional podría ser significativo. Sin embargo, la simulación de Monte Carlo presenta algunas ventajas: (1) es un método no sesgado y convergente, (2) es posible controlar la precisión a través del número de muestras, (3) el número de variables inciertas no afecta la precisión y (4) no impone restricciones en la complejidad del modelo geomecánico o en las distribuciones de probabilidad asociadas a los parámetros inciertos del modelo. También se pueden aplicar otras técnicas para resolver la integral probabilística, e.g., aproximaciones asintóticas y analíticas. Desafortunadamente, estos métodos solo brindan una aproximación a la integral probabilística asumiendo que el integrando se comporta como una distribución Gaussiana. En este caso, no se puede establecer directamente ninguna medida de la precisión de esa aproximación. Además, estos métodos requieren la estimación del máximo integrando y la evaluación de su Hessiano. Hay que notar que la identificación de estas cantidades podría ser un desafío para los sistemas con una gran cantidad de variables inciertas.

El desafío final de los métodos de muestreo de Monte Carlo es disminuir el tiempo computacional requerido en la solución de la Ecuación 2.1. Este problema podría abordarse disminuyendo el número de muestras utilizadas en la simulación de Monte Carlo (número de muestras usado en la Ecuación 3.1) o disminuyendo el tiempo computacional involucrado en la evaluación de las muestras en el modelo geomecánico de alta fidelidad. Para aliviar esta carga computacional, se adopta un modelo sustituto computacionalmente eficiente para  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ . En particular, emplea un metamodelo *Kriging* que es descrito en la siguiente sección.

## 3.2. Metamodelo basado en Kriging

El modelo sustituto *Kriging* provee una relación simplificada entre las entradas y salidas de un proceso (por ejemplo un modelo costoso computacionalmente) mediante el uso de la información existente en una base de datos proveniente del mismo proceso. En este procedimiento la base de datos está conformada por  $n_k$  pares de entrada-salida y es usualmente llamada puntos de soporte. Acá, las entradas corresponden a  $\mathbf{u}$  y  $\boldsymbol{\theta}_g$ , mientras que la salida corresponde al desempeño  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ . Formalmente, se puede denotar los puntos de soporte como el set de pares  $\{(\mathbf{u}^k, \boldsymbol{\theta}_g^k) - \mathbf{J}(\mathbf{u}^k, \boldsymbol{\theta}_g^k) : k = 1, \dots, n_k\}$ . La generación de estos puntos de soporte se conoce formalmente como DoE (*Design of Experiments*) y una de las aproximaciones más comunes es utilizar un *space-filling algorithm* en el rango de las variables de entrada, por ejemplo utilizando un *Latin Hyper Cube Sampling*. Luego, esos parámetros de entrada son evaluados en función  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  para estimar las respectivas salidas. La estructura principal de un *Kriging* se basa en un vector de funciones base y una función de autocorrelación, donde las estructuras más comunes corresponden a un *Full Quadratic Basis* y una *Generalized Exponential Correlation*, respectivamente. Finalmente, el *Kriging* permite representar el proceso definido por  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  a través de la media de un proceso Gaussiano, denotado acá como  $\bar{\mathbf{J}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ . Más detalles sobre la implementación del *Kriging* pueden ser consultados en [47].

Este metamodelo *Kriging*, puede aproximar funciones muy complejas a través de la sintonización de los parámetros de la función de autocorrelación. Típicamente, a este proceso se le conoce como entrenamiento y es realizado mediante una optimización basada en un *Maximum Likelihood Estimation* (detalles pueden encontrarse en [47]). La precisión de este entrenamiento puede evaluarse considerando una estrategia de validación cruzada *leave-one-out* [48]. Después de ser entrenado, el metamodelo *Kriging* permite estimar el desempeño del modelo geomecánico ante nuevas entradas  $\mathbf{u}$  y  $\boldsymbol{\theta}_g$  a un costo computacional bajo. En ese sentido, el costo computacional principal se centra en la generación de los puntos de soporte, donde hay que evaluar el modelo geomecánico de alta fidelidad  $n_k$  veces. Basándose en implementaciones realizadas en otros trabajos, se puede decir que la cantidad de puntos de soporte requeridos se encuentra en el orden de unos cuantos cientos de evaluaciones del modelo de alta fidelidad. En este punto, el metamodelo  $\bar{\mathbf{J}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  puede ser usado para estimar la probabilidad de excedencia presentada en la Ecuación 3.1. La Figura 3.1 presenta un esquema donde se ilustra el funcionamiento del modelo sustituto en el esquema de análisis de riesgo propuesto. Notar que en la Ecuación 3.1 es requerido un total de  $K$  evaluaciones que usualmente se encuentran en el orden de unos cuantos miles de evaluaciones. Si la Ecuación 3.1 es evaluada utilizando el modelo geomecánico del alta fidelidad  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  en vez del metamodelo  $\bar{\mathbf{J}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ , se estaría incurriendo en un gasto computacional adicional. En otras palabras, la ventaja computacional surge principalmente por asumir que las evaluaciones de  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  requeridas por el método de Monte Carlo son mayores a las requeridas por la generación de los puntos de soporte del metamodelo.

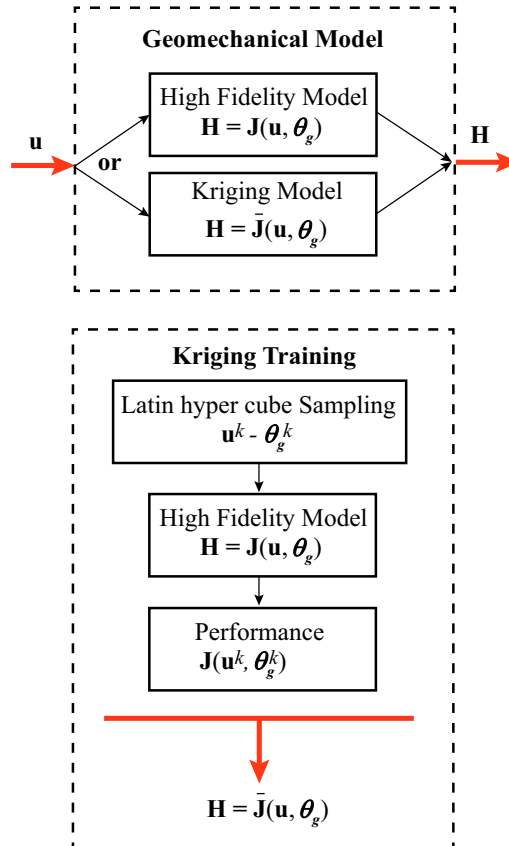


Figura 3.1: Esquema genérico del modelo sustituto: Kriging global.

# Capítulo 4

## Compatibilidad funcional con sismicidad inducida local

En este capítulo se abordará la metodología propuesta para seleccionar el funcional de amenaza  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  y su sintonización tal que se puede lograr una compatibilidad con la microsismicidad de una zona específica. La sintonización de este funcional se realiza mediante una inferencia Bayesiana. Este procedimiento se basa en la aplicación del teorema de Bayes utilizando un conjunto de observaciones de las entradas y salidas del sistema que se desea sintonizar. En particular, las entradas del sistema a sintonizar corresponden a  $M_L$  y  $R$  (por simplicidad, denotadas ahora como  $\mathbf{z} = [M_L \ R]$ ), mientras que la salida corresponde a  $\bar{\mathbf{H}}$ .

Haciendo referencia a la Figura 2.1, se puede decir que el sistema que se desea sintonizar toma las entradas  $M_L$  y  $R$ , las evalúa en  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  para obtener  $\mathbf{u}$  y posteriormente usarlo en el metamodelo  $\bar{\mathbf{J}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  para estimar un desempeño de la estructura subterránea  $\bar{\mathbf{H}}$ . Por simplicidad, esta relación entre la entrada  $\mathbf{z}$  y la salida  $\bar{\mathbf{H}}$  se denotará como  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z})$ , esta definición se ilustra en la Figura 4.1. El proceso de sintonización puede ser entendido entonces como la selección de  $\boldsymbol{\theta}_h$  tal que la respuesta  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z})$  se asemeje a las observaciones. Bajo el esquema Bayesiano,  $\boldsymbol{\theta}_h$  debe ser caracterizado por funciones de densidad de probabilidad. Acá, el conocimiento inicial de  $\boldsymbol{\theta}_h$  (definido por un *prior distribution*) es actualizado (*posterior distribution*) condicionado a los datos de las observaciones de las entradas y salidas. Adicionalmente, este esquema permite la selección de modelos (selección de  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  entre diferentes funcionales) con un criterio de modelo parsimónico, es decir, balanceando precisión y complejidad. A continuación, el método de sintonización Bayesiana y la selección de modelos son presentados.

## 4.1. Inferencia Bayesiana

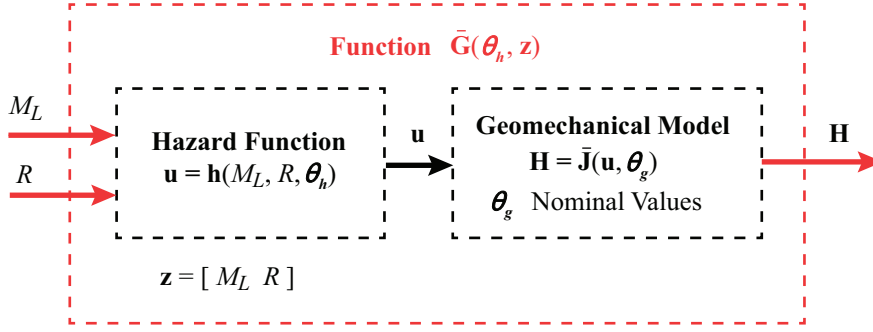


Figura 4.1: Esquema ilustrativo de los funcionales de amenaza en conjunto con el modelo geomecánico sustituto.

El esquema trabaja con dos entradas  $M_L$  y  $R$  pero tiene la potencialidad de trabajar con  $N_f$  salidas, tal que  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z}) \in \mathbb{R}^{N_f}$  y  $\mathbf{z} \in \mathbb{R}^2$ . El esquema Bayesiano requiere la incorporación de un error de predicción, dado por:

$$\mathbf{g} = \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z}) + \mathbf{e} \quad (4.1)$$

donde  $\mathbf{e} \in \mathbb{R}^{N_f}$  representa un error de predicción aditivo modelado por una distribución Gaussiana de media cero y matriz de covarianza  $\boldsymbol{\Sigma} \in \mathbb{R}^{N_f \times N_f}$ . De esta forma,  $\mathbf{g} \in \mathbb{R}^{N_f}$  viene representada por la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$p(\mathbf{g}|\boldsymbol{\theta}_t, \mathbf{z}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_f}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left\{\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{g} - \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z}))^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\mathbf{g} - \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z}))\right]\right\} \quad (4.2)$$

donde  $\boldsymbol{\theta}_t$  es un vector de parámetros aumentados que contiene  $\boldsymbol{\theta}_h$  y las entradas de la matriz de covarianza del error  $\boldsymbol{\Sigma}$ . Hay que destacar que se está asumiendo un funcional  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  preestablecido y por lo tanto  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z})$  también se encuentra preestablecido, y donde la intención es sintonizar los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$ .

Ahora se asume que se tiene  $M$  observaciones de la salida  $\{\hat{\mathbf{g}}_i : i = 1, \dots, M\}$  y sus respectivas entradas  $\{\hat{\mathbf{z}}_i : i = 1, \dots, M\}$ . Estos sets de observaciones en la entrada y salida se denotarán como  $\hat{\mathbf{Z}} = [\hat{\mathbf{z}}_1, \dots, \hat{\mathbf{z}}_M]$  y  $\hat{\mathbf{G}} = [\hat{\mathbf{g}}_1, \dots, \hat{\mathbf{g}}_M]$ , respectivamente. De esta manera, la probabilidad de tener las observaciones  $\hat{\mathbf{G}}$  asumiendo independencia entre ellas es:

$$p(\hat{\mathbf{G}}|\boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}}) = \prod_{m=1}^M p(\hat{\mathbf{g}}_m|\boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{z}}_m) \quad (4.3)$$

donde

$$p(\hat{\mathbf{g}}_m|\boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{z}}_m) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{N_f}{2}} \sqrt{|\boldsymbol{\Sigma}|}} \exp\left\{\left[-\frac{1}{2}(\hat{\mathbf{g}}_m - \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \hat{\mathbf{z}}_m))^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\hat{\mathbf{g}}_m - \bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \hat{\mathbf{z}}_m))\right]\right\} \quad (4.4)$$

Ahora, si describimos nuestro conocimiento inicial de  $\boldsymbol{\theta}_h$  por medio de una distribución  $p(\boldsymbol{\theta}_h)$  entonces podemos aplicar el teorema de Bayes para identificar la distribución de  $\boldsymbol{\theta}_h$  condicionada al set de observaciones  $\{\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}\}$ :

$$p(\boldsymbol{\theta}_t | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) = \frac{p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}}) p(\boldsymbol{\theta}_t)}{\int p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}}) p(\boldsymbol{\theta}_t) d\boldsymbol{\theta}_t} \quad (4.5)$$

donde  $p(\boldsymbol{\theta}_t | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  corresponde a la distribución actualizada de  $\boldsymbol{\theta}_t$  condicionada a las observaciones.

En la mayoría de los casos, encontrar una representación precisa del posterior es difícil principalmente por la alta dimensionalidad de  $\boldsymbol{\theta}_t$ . Para solventar esta situación, es común estudiar el posterior mediante estimadores puntuales, los cuales entregan información del valor  $\boldsymbol{\theta}_t$  más representativo del posterior. El *Maximum Likelihood Estimate* (MLE) [49] es un ejemplo típico de estos estimadores en donde solo se busca maximizar la función de *likelihood*:

$$\boldsymbol{\theta}_t^{MLE} = \arg \max[\ln p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}})] \quad (4.6)$$

Este estimador no considera la información previa de  $\boldsymbol{\theta}_t$  introducida en el *prior*  $p(\boldsymbol{\theta}_t)$ . De esta manera, la introducción del prior lleva a la siguiente expresión conocida como el estimador *Maximum a Posteriori* (MAP) [50]:

$$\boldsymbol{\theta}_t^{MAP} = \arg \max[\ln (p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}}) p(\boldsymbol{\theta}_t))] \quad (4.7)$$

Bajo la suposición de que la función *likelihood* es punteada, el estimador MAP puede ofrecer una aproximación adecuada para la distribución posterior. Esto puede ser alcanzado adoptando un método asintótico de Laplace [51], el cual estima  $p(\boldsymbol{\theta}_t | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  como una distribución Gaussiana centrada en  $\boldsymbol{\theta}_t^{MAP}$  y con una matriz de covarianza igual al inverso del Hessiano  $-\nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} \nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} \ln (p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}}) p(\boldsymbol{\theta}_t))$  evaluado en  $\boldsymbol{\theta}_t^{MAP}$  [52]. Finalmente, la distribución  $p(\boldsymbol{\theta}_t | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  describe la incertidumbre de  $\boldsymbol{\theta}_t$  asociada al proceso de sintonización. Hay que recordar que  $\boldsymbol{\theta}_t$  contiene los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$  que utiliza el funcional de amenaza pero también contiene los parámetros actualizados de la covarianza del error aditivo impuesto. Esta  $p(\boldsymbol{\theta}_t | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  entonces puede utilizarse en el esquema presentado en la Figura 2.1 para propagar estas incertidumbres en el análisis de riesgo.

En este capítulo se ha presentado el esquema para poder sintonizar los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$  de un funcional de amenaza  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  preestablecido basándose en observaciones de  $M_L$ ,  $R$  y algún desempeño  $\mathbf{H}$  del sistema geomecánico. En ese sentido quedan dos preguntas abiertas, la primera en relación a la disponibilidad y factibilidad de obtener observaciones y la segunda en relación a la selección del funcional  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  que se debe utilizar para realizar la sintonización. Respecto a la disponibilidad de observaciones, se puede optar por la toma de datos in-situ de una excavación. Si se disponen de recursos de medición (principalmente una red de sismómetros ubicados en el sitio de la excavación), existe la factibilidad de identificar experimentalmente la magnitud local  $M_L$  y la distancia epicentral  $R$  producto de tronaduras. Esta identificación de  $M_L$  y  $R$  se han realizado en otros trabajos y los detalles pueden ser encontrados en [5, 53].

Adicionalmente, si se tiene instrumentación en la estructura subterránea, también es posible la identificación del *Peak Ground Velocity* (*PGV*) en algún punto de la estructura y ese *PGV* puede utilizarse como la métrica de desempeño del sistema geomecánico  $\mathbf{H}$ . Se recomienda referirse a los trabajos [54, 55] donde han logrado identificar *PGV* en estructuras subterráneas producto de microsismicidad inducida. A pesar que estos arreglos de instrumentación son comunes, el acceso público a los datos es sumamente restringido. Por otra parte, si no existe la posibilidad de obtener observaciones experimentales in-situ, existe una alternativa para generar los datos de observación requeridos por la metodología Bayesiana propuesta. Acá la idea es generar los datos de  $M_L$ ,  $R$  y *PGV* a partir de relaciones empíricas descritas en la literatura, por ejemplo las relaciones presentadas en [20–22]. Más detalles serán ofrecidos en el Capítulo 5 junto al ejemplo ilustrativo de la aplicación de esta metodología. En relación a la segunda pregunta planteada sobre la selección de un funcional de amenaza adecuado, los detalles se presentan a continuación.

## 4.2. Model Class Selection

Consideremos que se tiene un set de  $D$  candidatos de funcionales de amenaza, este set es denominado  $\cup_{s=1}^D \mathcal{M}_s$ . Cada funcional corresponde a un modelo  $\mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  diferente y con parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$  diferentes. Para realizar la diferenciación entre los distintos funcionales de amenaza dentro del set se incluye un súper índice, tal que  $\mathbf{h}^s(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  corresponde al modelo  $\mathcal{M}_s$  y  $\boldsymbol{\theta}_h^s$  a sus respectivos parámetros. Basados en las observaciones  $\{\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}\}$  descritas en la sección anterior, se puede aplicar el teorema discreto de Bayes para actualizar la probabilidad de cada modelo  $\mathcal{M}_s$ :

$$P(\mathcal{M}_s | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) = \frac{P(\hat{\mathbf{G}} | \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s) P(\mathcal{M}_s)}{\sum_{s=1}^D P(\hat{\mathbf{G}} | \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s) P(\mathcal{M}_s)} \quad (4.8)$$

donde  $P(\hat{\mathbf{G}} | \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s)$  corresponde al denominador de la Ecuación 4.5 si se utiliza el modelo  $\mathcal{M}_s$  para realizar el proceso de sintonización (también conocido como Evidencia), mientras que  $P(\mathcal{M}_s)$  corresponde a la probabilidad inicial que creemos tiene el modelo  $\mathcal{M}_s$  de ser el adecuado. Si no se posee mayor información para  $P(\mathcal{M}_s)$ , se puede asumir una distribución uniforme, lo que indica el mismo valor de  $P(\mathcal{M}_s)$  para todos los modelos, simplificando la Ecuación 4.8 ya que  $P(\mathcal{M}_s)$  en el numerador y el denominador se cancelan.

El aspecto más desafiante acá corresponde a la estimación de la evidencia  $P(\hat{\mathbf{G}} | \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s)$  para cada modelo  $\mathcal{M}_s$ . Para este fin, se puede utilizar la aproximación asintótica de Laplace tal que:

$$P(\hat{\mathbf{G}} | \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s) = (2\pi)^{n_s/2} \frac{p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t^s, \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s) p(\boldsymbol{\theta}_t^s | \mathcal{M}_s)}{\sqrt{|\det(\nabla \nabla \ln p(\hat{\mathbf{G}} | \boldsymbol{\theta}_t^s, \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s) p(\boldsymbol{\theta}_t^s | \mathcal{M}_s))|}} \Bigg|_{\boldsymbol{\theta}_t^s = \boldsymbol{\theta}_t^{MAP}} \quad (4.9)$$



donde  $n_s$  corresponde a la cantidad de parámetros que maneja el modelo  $\mathcal{M}_s$ , es decir, la dimensión del vector  $\boldsymbol{\theta}_t^s$ . Por otra parte,  $p(\hat{\mathbf{G}}|\boldsymbol{\theta}_t^s, \hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s)$  y  $p(\boldsymbol{\theta}_t^s|\mathcal{M}_s)$  tienen la misma definición que  $p(\hat{\mathbf{G}}|\boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}})$  y  $p(\boldsymbol{\theta}_t)$  presentadas en el Capítulo 4.1 pero indicando explícitamente que están aplicadas sobre el funcional de amenaza identificado como  $\mathcal{M}_s$ . En resumen, el procedimiento descrito en el Capítulo 4.1 se debe repetir para cada funcional de amenaza propuesto en el set de modelos para luego computar la probabilidad actualizada descrita en la Ecuación 4.8. Hay que mencionar, que el modelo que resulte con la mayor probabilidad actualizada será el modelo seleccionado como funcional de amenaza. La selección de modelos bajo este procedimiento, garantiza la selección del funcional cumpliendo con la razón de Ockham. En otras palabras, se garantiza la selección de un funcional que balancee el grado de ajuste y la complejidad. Mayores detalles se ofrecen en [52].

A continuación se presenta un ejemplo ilustrativo para implementar la metodología completa.

# Capítulo 5

## Ejemplo ilustrativo

La implementación de la metodología propuesta para el análisis de riesgo se ilustra en esta sección para el caso de un túnel tipo herradura ubicado a 30 m de profundidad. Esta configuración puede ser considerada representativa de túneles someros (e.g., transporte, drenaje) [56, 57]. Se creó un modelo bidimensional en el software Plaxis, en donde la Figura 5.1, presenta un esquema general con la descripción de la geometría del túnel. La geología considerada corresponde a una roca Andesita por lo que se seleccionó un modelo constitutivo elasto-plástico Hoek-Brown. Los parámetros principales son la resistencia a la compresión uniaxial de 125 MPa, el módulo de Young de 40.817 GPa, módulo de Poisson de 0.22, un índice de resistencia geológica igual a 75 y un peso unitario de 27.6 ton/m<sup>3</sup> [11]. Las constantes del material son el parámetro de roca intacta igual a 6, un factor de perturbación igual a cero, constantes no lineales de 2.457 y 0.062, y un coeficiente de ruptura de 0.501. Adicionalmente, se considera que el recubrimiento del túnel es de hormigón proyectado de 35 mm de espesor, modelado como un material elástico con un módulo de elasticidad igual a 17 GPa [13].

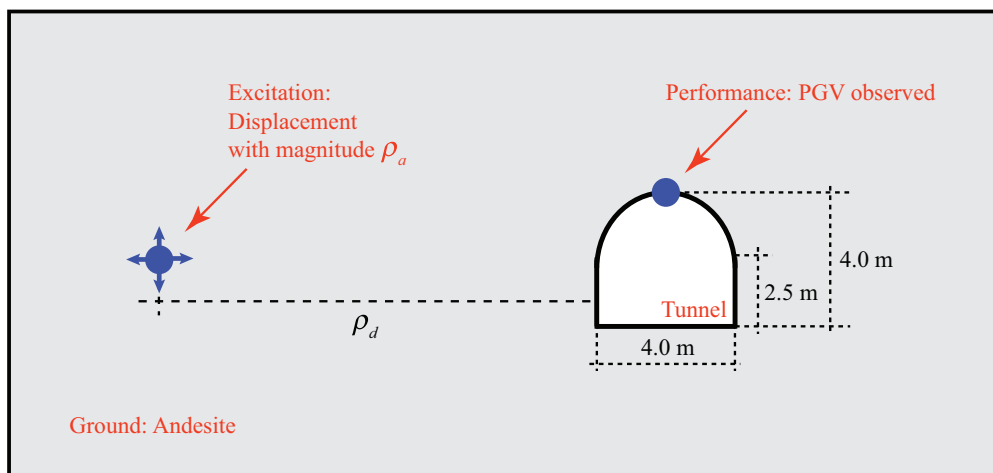


Figura 5.1: Esquema ilustrativo del túnel modelado en PLAXIS.

Para simular la excitación proveniente de una explosión, se impone un desplazamiento dinámico horizontal y vertical sobre un punto ubicado a una distancia  $\rho_d$  de la pared del túnel (ver Figura 5.1 como referencia). El desplazamiento dinámico es presentado en la Figura 5.2, correspondiendo a una superposición de señales sinusoidales con frecuencias entre 1 y 300 Hz, i.e.,  $\sum_{i=1}^{300} \sin(2\pi it)$ . El valor máximo de la excitación está normalizado para que sea igual a uno, mientras que un factor de escalamiento  $\rho_a$  es introducido para controlar la amplitud del registro. Este desplazamiento introduce una excitación de amplio espectro consistente con el comportamiento esperado de una excitación impulsiva. Estas excitaciones han sido utilizadas para modelar situaciones de excitación similares, por ejemplo [13].

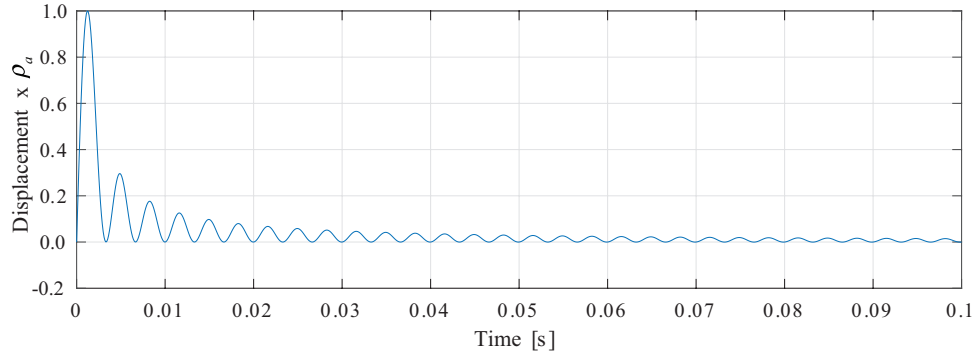


Figura 5.2: Excitación utilizada en el modelo de PLAXIS. Superposición de senos entre 1 y 300 Hz.

Respecto al desempeño del túnel, se selecciona la variable de interés como el  $PGV$  en el techo de la excavación (ver Figura 5.1 como referencia). Se usa esta métrica de desempeño ya que los esfuerzos para el diseño de fortificaciones dependen de este valor [1]. Finalmente, este modelo en PLAXIS corresponde al modelo de alta fidelidad denotado en el Capítulo 2 como  $\mathbf{H} = \mathbf{J}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$ , donde la excitación corresponde a  $\mathbf{u} = [\rho_a \rho_d]$ , el desempeño corresponde a  $\mathbf{H} = PGV$  y donde las propiedades del suelo están contenidas en el vector  $\boldsymbol{\theta}_g$ .

El rango de estudio, considera una  $M_L$  entre 2.31 y 3.15, junto a una distancia epicentral  $R$  que va entre los 7.5m y los 20m. Estos valores se definieron con base en el potencial que tienen estas magnitudes de provocar rupturas de cortante en estallidos. Aunque estos valores no ocurren con tanta frecuencia, no son los mayores que se han presentado pues algunos eventos sísmicos en el Teniente han alcanzado valores de  $M_L$  de 3.2 a 4 [1, 10, 11, 13].

## 5.1. Implementación del Metamodelo Kriging

Una vez que se tiene el modelo geomecánico de alta fidelidad, se procede a entrenar el modelo sustituto tipo *Kriging*. El primer paso en el entrenamiento es la generación de la base de datos (puntos de soporte) con los pares entrada-salida del sistema de interés. En el Capítulo 3.2. se menciona que las entradas corresponden a  $\mathbf{u}$  y  $\theta_g$ . Sin embargo, para efecto de este ejemplo ilustrativo se va a considerar como entrada sólo a  $\mathbf{u}$ , mientras que  $\theta_g$  va a tomar valores invariantes iguales a los nominales descritos previamente. Siguiendo el esquema de entrenamiento de la Figura 3.1, hay que generar  $n_k$  muestras para la entrada  $\mathbf{u}$  y luego evaluar esas entradas en el modelo de alta fidelidad  $\mathbf{J}(\mathbf{u}, \theta_g)$  para identificar la respectiva salida, que en este caso corresponde al *PGV*.

Para generar las muestras de  $\mathbf{u}$  se decide utilizar un *Latin Hyper cube Sampling (LHS)* sobre el dominio de interés  $\rho_a \in [0.01, 0.03]\text{m}$  y  $\rho_d \in [7.5, 20.0]\text{m}$ . Se conoce que estos metamodelos pierden precisión cuando son evaluados cerca de los bordes del dominio utilizado para generar los puntos de soporte. Para evitar este problema, se decide agregar puntos de soporte adicionales uniformemente distribuidos en el borde de un dominio 20 % mayor al mencionado, i.e., en un dominio definido por  $\rho_a \in [0.008, 0.032]\text{m}$  y  $\rho_d \in [6.25, 21.25]\text{m}$ . De esta manera, se espera tener alta precisión incluso evaluando el metamodelo en el contorno del dominio de interés. Estas ideas de muestreo son ilustradas en la Figura 5.3. Acá, las líneas rojas punteadas corresponden al contorno del dominio de interés, el cual es usado por el *LHS* para generar las muestras identificadas en círculos rojos (20 muestras). Por otra parte, las líneas negras punteadas corresponden al contorno del dominio extendido y donde los círculos negros corresponden a las muestras agregadas uniformemente en este contorno (8 muestras). Finalmente, tanto los círculos rojos como los negros son evaluados en el modelo geomecánico de alta fidelidad para generar los puntos de soporte para el metamodelo.

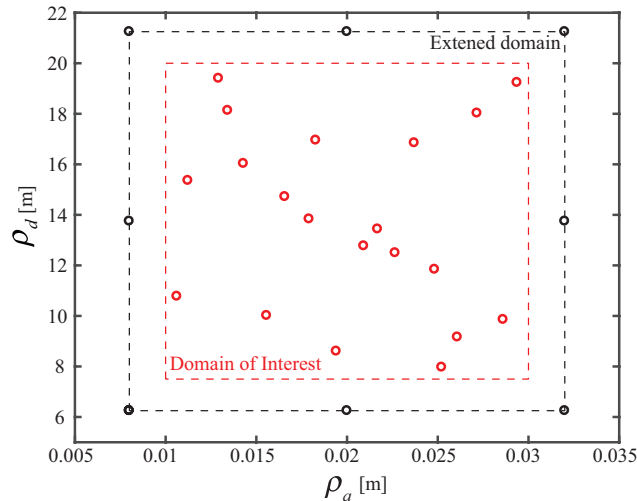


Figura 5.3: Representación gráfica del dominio de interés y el dominio extendido. 20 muestras (círculos rojos) son generadas con el LHC en dominio de interés y 8 muestras (círculos negros) son colocadas uniformemente en el borde del dominio extendido.

Tabla 5.1: Errores de la validación cruzada con leave-one-out para diferente número de puntos de soporte. Error presentado corresponde al promedio y desviación estándar del error de validación cruzada para todos los puntos de soporte (los que están en el dominio de interés y los que están en el borde del dominio extendido).

Interest Domain (Samples)	Extended Domain (Samples)	Error Mean [%]	Error Std. Deviation [%]
10	4	9.03	1.27
	8	4.45	0.60
	12	2.28	0.42
20	4	3.87	0.29
	8	2.32	0.38
	12	1.54	0.15
30	4	2.02	0.42
	8	1.61	0.09
	12	1.16	0.09

La precisión del metamodelo es evaluada empleando una validación cruzada *Leave-One-Out*. Aquí, diferentes cantidades de puntos de soporte son estudiadas, incluyendo diferente cantidad de puntos de soporte en el dominio de interés y en el contorno del dominio extendido. La Tabla 5.1 presenta los resultados de la validación cruzada tomando en consideración todos los puntos de soporte, tanto los que están en el dominio de interés como los que están en el contorno del dominio extendido. La primera observación importante es que a medida que aumenta la cantidad de puntos de soporte, ya sea en el contorno del dominio extendido como en el dominio de interés, se disminuye tanto el error de validación cruzada promedio como su desviación estándar. En este caso, el mayor error (cerca de  $9 \pm 1.27\%$ ) corresponde a tener 10 muestras dentro del dominio de interés y 4 muestras en el borde del dominio extendido. Por otra parte, el menor error (cerca de  $1.16 \pm 0.09\%$ ) es encontrado para 30 muestras en el dominio de interés y 12 muestras en el contorno del dominio extendido.

Hay que mencionar que los errores presentados en la Tabla 5.1 están sobre estimados para efectos prácticos. En este caso, el error de validación cruzada de los puntos de soporte que se encuentran en el contorno del dominio extendido son elevados y eso hace aumentar los errores promedios. Esto queda evidenciado en la Tabla 5.2 donde se presentan los errores promedios y las desviaciones estándar de los puntos de soporte que solamente se encuentran dentro del dominio de interés. Es decir, excluyendo los puntos de soporte en el contorno del dominio extendido al momento de realizar la validación cruzada. Acá, se puede observar que el máximo error es de 1.04%, correspondiendo al caso en el cual se tiene la menor cantidad de puntos de soporte (10 dentro del dominio de interés y 4 en el contorno del dominio extendido). Este error es incluso menor al mínimo error encontrado en la Tabla 5.1 (1.16% con 30 puntos de soporte en el dominio de interés y 12 en el contorno del dominio extendido). De este análisis, se revela la importancia de definir un dominio de interés y un dominio extendido para generar los puntos de soporte y así, solamente realizar la validación cruzada y el uso del metamodelo en el dominio de interés.

Tabla 5.2: Errores de la validación cruzada con leave-one-out para diferente número de puntos de soporte. Error presentado corresponde al promedio y desviación estándar del error de validación cruzada exclusivamente para los puntos de soporte que están en el dominio de interés.

Interest Domain (Samples)	Extended Domain (Samples)	Error Mean [%]	Error Std. Deviation [%]
10	4	1.04	0.64
	8	0.74	0.46
	12	0.44	0.36
20	4	0.28	0.19
	8	0.26	0.15
	12	0.13	0.02
30	4	0.16	0.05
	8	0.16	0.11
	12	0.07	0.02

Dado los resultados de la validación cruzada presentados en la Tabla 5.2, se seleccionará el metamodelo con 10 puntos de soporte en el dominio de interés y 4 puntos de soporte en el contorno del dominio extendido. La Figura 5.4, presenta una comparación de los puntos de soporte con la predicción del metamodelo para todo el dominio de interés. Cabe destacar, que la poca cantidad de puntos de soporte necesarios, se debe a que la superficie tiene un comportamiento suave, de lo contrario se requeriría un mayor número de puntos de soporte. Finalmente, el metamodelo  $\bar{\mathbf{J}}(\mathbf{u}, \boldsymbol{\theta}_g)$  es entrenado con 14 puntos de soporte donde cada punto toma un tiempo de cómputo cercano a los cuatro minutos en un computador de velocidad de 2.9 a 3.7 GHz, procesador intel core i5 y 8GB de RAM.

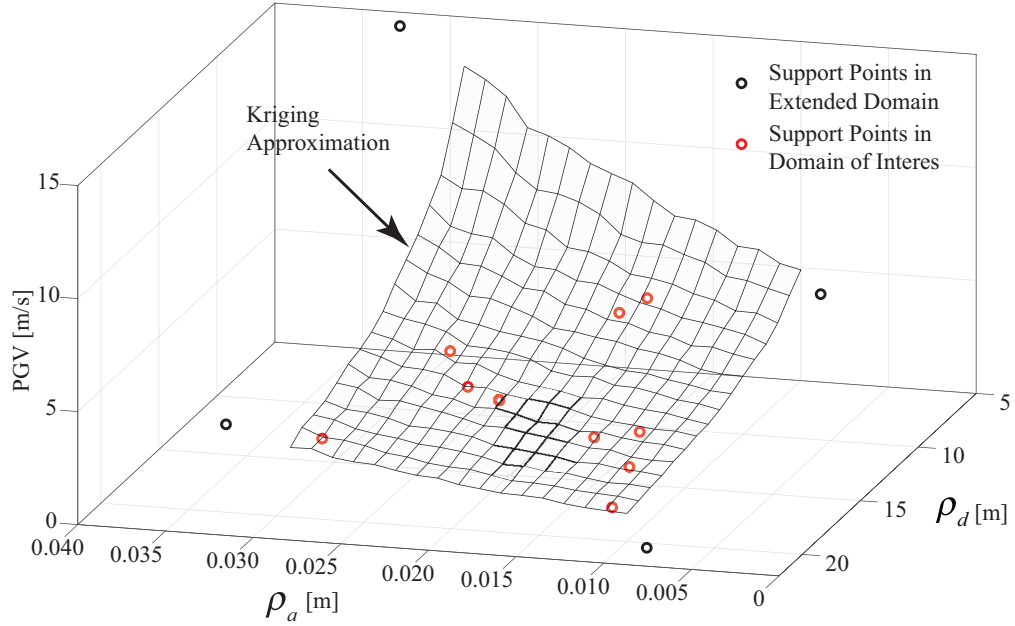


Figura 5.4: Comparación entre puntos de soporte y predicción del Kriging para 10 muestras (círculos rojos) generadas con el LHC en dominio de interés y 4 muestras (círculos negros) son colocadas uniformemente en el borde del dominio extendido.

## 5.2. Sintonización de Funcionales de Amenaza

Una vez que se tiene el metamodelo entrenado, se proponen distintos funcionales de amenaza. En este caso se proponen seis funcionales  $\mathbf{u} = \mathbf{h}(M_L, R, \boldsymbol{\theta}_h)$  descritos a continuación:

$$\mathcal{M}_1 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 M^2 + \theta_2 M + \theta_3 \\ \theta_4 R^2 + \theta_5 R + \theta_6 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

$$\mathcal{M}_2 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \ln^2(M) + \theta_2 \ln(M) + \theta_3 \\ \theta_4 \ln^2(R) + \theta_5 \ln(R) + \theta_6 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\mathcal{M}_3 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 M^2 + \theta_2 M + \theta_3 \\ \theta_4 \ln^2(R) + \theta_5 \ln(R) + \theta_6 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

$$\mathcal{M}_4 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 M + \theta_2 \\ \theta_3 \ln^2(R) + \theta_4 \ln(R) + \theta_5 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

$$\mathcal{M}_5 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 M^2 + \theta_2 M + \theta_3 \\ \theta_4 \ln(R) + \theta_5 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

$$\mathcal{M}_6 : \begin{bmatrix} \rho_a \\ \rho_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 M^3 + \theta_2 M^2 + \theta_3 M + \theta_4 \\ \theta_5 \ln^3(R) + \theta_6 \ln^2(R) + \theta_7 \ln(R) + \theta_8 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Estos funcionales van incorporados en la función  $\bar{\mathbf{G}}(\boldsymbol{\theta}_h, \mathbf{z})$  que se desea sintonizar, tal como se muestra en la Figura 4.1. El desempeño del sistema está descrito en este caso por el  $PGV$  localizado en la parte superior del túnel, tal como se muestra en la Figura 5.1. De manera que la salida del sistema a sintonizar corresponde a  $\mathbf{H} = PGV$ . Para los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$  de los funcionales de amenaza propuestos se considera una distribución prior uniforme, de manera de representar la falta de información inicial sobre los mismos. Adicionalmente, el método requiere de un error aditivo de media cero y de desviación estándar  $\sigma_e$ . De manera que la matriz de covarianza  $\boldsymbol{\Sigma}$  del error aditivo presentado en la Ecuación 4.4 ahora se convierte en un escalar  $\sigma_e^2$  (es un escalar porque para este caso la salida de desempeño es un escalar). De esa manera, el vector de parámetros aumentados corresponde a  $\boldsymbol{\theta}_t = [\boldsymbol{\theta}_h \ \sigma_e^2]$ . En otras palabras, el procedimiento de sintonización busca identificar los valores para  $\boldsymbol{\theta}_h$  y para la varianza del error  $\sigma_e^2$ .

Para implementar la sintonización Bayesiana se requiere también disponer de observaciones de los pares entrada-salida del sistema, en este caso,  $M_L$  y  $R$  como entradas y  $PGV$  como salida. Tal como ha sido discutido en el Capítulo 4.1, se pudieran utilizar observaciones in-situ. Sin embargo, también es posible generar las observaciones artificialmente evaluando alguna relación empírica asociada a la microsismicidad del lugar. En este ejemplo ilustrativo, se utiliza la siguiente relación [58]:

$$PGV = C \frac{\sqrt{10^{(M_L+1.5)}}}{R} \quad (5.7)$$

Esta relación empírica es de uso común en el diseño de refuerzos de túneles ante eventos de microsismicidad [54, 59]. Esta ecuación tiene su origen en los trabajos de McGarr [21, 58] que reunió datos de eventos en Estados Unidos y observó que  $PGV$  tenía una dependencia clara con  $M_L$  y  $R$ . Finalmente, el set de datos  $\hat{\mathbf{Z}}$  y  $\hat{\mathbf{G}}$  requeridos por la Ecuación 4.3 es generado a partir de la Ecuación 5.7 utilizando un valor de  $C = 0.3$  recomendado también por [21]. Una vez que se tienen los funcionales de amenaza propuestos y las observaciones, se procede a identificar los respectivos valores  $\boldsymbol{\theta}_t^{MAP}$  (Ecuación 4.7) y la matriz de covarianza del posterior que viene del inverso del Hessiano  $-\nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} \nabla_{\boldsymbol{\theta}_t} \ln(p(\hat{\mathbf{G}}|\boldsymbol{\theta}_t, \hat{\mathbf{Z}})p(\boldsymbol{\theta}_t))$ . Si  $\lambda$  es el mínimo autovalor de este Hessiano, entonces  $1/\sqrt{\lambda}$  representa la curvatura más grande del posterior referido a sus direcciones principales. Este valor  $\lambda$ , es un indicador de cuán apropiado es la estimación de la covarianza del posterior mediante la inversa del mencionado Hessiano. Si  $\lambda$  es pequeño, la curvatura del posterior es pequeña, indicando que el posterior se encuentra concentrado sobre un punto y aumentando la calidad de la estimación de la covarianza del posterior.

En la Tabla 5.3, se presentan los valores MAP (incluyendo  $\boldsymbol{\theta}_h$  y  $\sigma_e$ ), los coeficientes de variación (entre paréntesis), el valor  $\lambda$  y el logaritmo de la Evidencia  $\ln(Ev)$  (Ecuación 4.9) para cada funcional de amenaza propuesto. Lo primero que llama la atención es que los coeficientes de variación para  $\boldsymbol{\theta}_h$  son pequeños (menores al 5%), indicando que la incertidumbre en el proceso de sintonización es pequeña. Adicionalmente, se puede observar que el modelo que presenta el menor error es el  $\mathcal{M}_6$ . Sin embargo, también es el modelo que contiene la mayor complejidad (medida en la cantidad de parámetros, 8 en este caso). En la tabla también se incluye el logaritmo de la evidencia, correspondiendo a el logaritmo de  $P = (\hat{\mathbf{G}}|\hat{\mathbf{Z}}, \mathcal{M}_s)$  de la Ecuación 4.9. Una vez identificadas las Evidencias y asumiendo que todos los funcionales tienen la probabilidad inicial ( $P(\mathcal{M}_s) = 1/6$  para  $s = \{1, \dots, 6\}$ ), se puede aplicar el *Model Class Selection* mediante la Ecuación 4.8 para identificar la probabilidad



actualizada de cada modelo. Acá, se identifica que el modelo seleccionado corresponde al  $\mathcal{M}_3$  con una probabilidad de  $P(\mathcal{M}_3|\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) = 0.9$ , mientras que el modelo  $\mathcal{M}_6$  (modelo con menor error  $\sigma_e$  y mayor número de parámetros) recibe una probabilidad de  $P(\mathcal{M}_6|\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) = 0.1$ . En este resultado se evidencia la forma en la cual el *Model Class Selection* balancea precisión y complejidad (modelo parsimónico), principalmente al evitar seleccionar el modelo  $\mathcal{M}_6$ . Los demás modelos reciben una probabilidad cercana a cero. Como último análisis de esta tabla, se debe mencionar que los valores de  $\lambda$  identificados en todos los modelos fueron cercanos a cero, indicando que la estimación de las covarianzas (y por consiguiente de los coeficientes de variación) y de la Evidencia mediante el método asintótico de Laplace es adecuado para estos casos.

Tabla 5.3: Valores MAP de  $\theta_h$  y  $\sigma_e$  para cada funcional de amenaza propuesto. En paréntesis se coloca el coeficiente de variación del posterior. También se coloca el logaritmo de la Evidencia calculado con la Ecuación 4.9 y el valor de  $\lambda$ .

	$\mathcal{M}_1$	$\mathcal{M}_2$	$\mathcal{M}_3$	$\mathcal{M}_4$	$\mathcal{M}_5$	$\mathcal{M}_6$
$\theta_1$	0.032 (<1%)	0.121 (<1%)	0.012 (<1%)	0.018 (<1%)	0.011 (<1%)	0.000 (<1%)
$\theta_2$	-0.123 (<1%)	-0.184 (<1%)	-0.046 (<1%)	-0.036 (<1%)	-0.042 (<1%)	0.012 (<1%)
$\theta_3$	0.152 (<1%)	0.080 (<1%)	0.052 (<1%)	-0.077 (<1%)	0.047 (<1%)	-0.046 (<1%)
$\theta_4$	-0.017 (4%)	0.623 (<1%)	0.606 (<1%)	3.600 (<1%)	3.267 (<1%)	0.052 (<1%)
$\theta_5$	0.696 (2%)	0.335 (5%)	0.399 (4%)	-0.311 (5%)	0.599 (3%)	0.000 (2%)
$\theta_6$	9.344 (<1%)	4.410 (<1%)	4.315 (<1%)	-	-	0.606 (<1%)
$\theta_7$	-	-	-	-	-	0.399 (<1%)
$\theta_8$	-	-	-	-	-	4.315 (<1%)
$\sigma_e$	0.069	0.038	0.027	0.141	0.046	0.018
$\ln(\text{EV})$	96.479	216.442	263.650	45.053	199.845	260.88
$\lambda$	0.028	0.046	0.083	0.085	0.019	0.01

Para evaluar la sintonización realizada sobre el modelo seleccionado (modelo  $\mathcal{M}_3$ ), se procede a comparar las predicciones de  $PGV$  realizadas por la función  $\tilde{\mathbf{G}}(\theta_h, \mathbf{z})$  ante entradas de  $M_L$  y  $R$  con las observaciones obtenidas con la Ecuación 5.7. La comparación se realiza sobre el dominio un dominio de  $M_L \in [2.3, 3.23]\text{m}$  y  $R \in [7.5, 20.0]\text{m}$  y utilizando los valores MAP presentados en la Tabla 5.3. La comparación se presenta en la Figura 5.5, donde los círculos rojos corresponden a función  $\tilde{\mathbf{G}}(\theta_h, \mathbf{z})$  ajustada mientras que los círculos azules corresponden a las observaciones provenientes de la ecuación 25. En general se observan resultados con errores porcentuales menores al 1%.

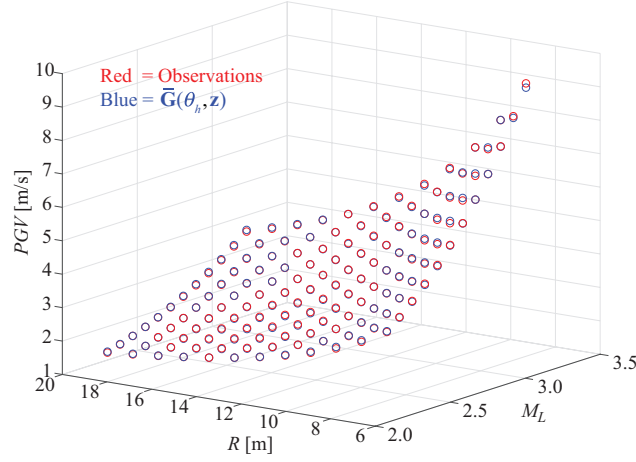


Figura 5.5: Comparación de las observaciones con la predicciones realizadas por el modelo calibrado utilizando los valores MAP.

### 5.3. Análisis de Riesgo

En esta sección se realiza un análisis de riesgo producto de propagar las incertidumbres presentes en el problema. En la sección anterior se logró identificar la distribución posterior de los parámetros  $\theta_h$  del modelo  $\mathcal{M}_3$ . Para este caso, la distribución posterior de los parámetros  $\theta_h$  es denotada como  $p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$ , haciendo referencia al condicional de conocer las observaciones  $\{\hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}\}$ . Debido a la aproximación realizada para hacer la sintonización Bayesiana mediante el método asintótico de Laplace, esta distribución  $p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  es considerada como Gaussiana con media igual a los valores MAP y coeficientes de variación presentados en la Tabla 5.3. Este posterior es usado entonces como modelo de incertidumbre para los parámetros  $\theta_h$ . Otra fuente de incertidumbre que se va a contabilizar corresponde al error aditivo  $e$  de la función  $\bar{\mathbf{G}}(\theta_h, \mathbf{z})$  utilizada en la sintonización del funcional de amenaza (Ecuación 4.1). Este error es modelado como una distribución Gaussiana  $p(e)$  de media cero y desviación estándar igual a la presentada en la Tabla 5.3 para el modelo  $\mathcal{M}_3$ .

En una primera instancia, se propagarán estas incertidumbres definidas por  $p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$  y  $p(e)$  al  $PGV$  siguiendo la metodología descrita en los Capítulos 2.1 y 3.1. con la diferencia que los parámetros  $\theta_g$  del modelo geomecánico se consideran conocidos e iguales a los valores nominales, y donde los parámetros  $M_L$  y  $R$  también se consideran conocidos. De esa manera, y siguiendo la nomenclatura presentada en la Figura 2.1, la distribución conjunta de las incertidumbres a ser propagadas viene representada por  $\theta = [\theta_h \ e]$  y definidas con la distribución  $p(\theta) = p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})p(e)$ . El resultado de la propagación de estas incertidumbres será representado por la probabilidad de excedencia asociada al  $PGV$ . Esta probabilidad corresponde a la solución de la Ecuación 2.1 para varios  $PGV$  límites y siguiendo las indicaciones descritas en el Capítulo 3.1. La Figura 5.6 presenta las curvas de excedencia de  $PGV$  para cuatro combinaciones de  $M_L$  y  $R$ , correspondientes a los valores extremos presentados en la Figura 5.5. También se presenta la comparación de las curvas de excedencia con tres modelos diferentes de incertidumbres. El primer modelo  $p_1(\theta)$  presentado en azul propagando solamente las incertidumbres  $p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$ , el segundo modelo  $p_2(\theta)$  presentado en verde propagando solamente  $p(e)$ , y el tercero  $p_3(\theta)$  presentado en rojo propagando ambos

efectos simultáneamente. De los resultados se observa que solamente para el caso de bajas magnitudes ( $M_L = 2.31$ ) y distancias lejanas ( $R = 20\text{m}$ ) se pueden despreciar los efectos de las incertidumbres de  $\theta_h$ , esto se evidencia en la cercanía de la curva roja y verde. En los otros 3 casos el efecto combinado de las incertidumbres de  $\theta_h$  y  $e$  es significativo. También se evidencia que para el caso de  $M_L = 3.15$  y  $R = 20\text{m}$  el efecto de las incertidumbres de  $e$  es más dominante que el de  $\theta_h$  (la curva verde se encuentra más cerca de la roja), mientras que para el caso donde  $M_L = 3.15$  y  $R = 7.5\text{m}$  el efecto se invierte, estando la curva azul más cerca de la roja. Por último, el caso  $M_L = 2.31$  y  $R = 7.5\text{m}$  presenta un efecto balanceado de  $\theta_h$  y  $e$ , donde la curva azul y verde son similares. Como conclusión, se puede decir que es recomendable propagar las incertidumbres tanto de  $\theta_h$  como de  $e$ , en especial si se desea evaluar diferentes valores de  $M_L$  y  $R$ . Estas curvas son obtenidas mediante simulaciones de Monte Carlo (Ecuación 3.1), utilizando 10,000 muestras y obteniendo un coeficiente de variación del estimador (Ecuación 3.2) menor a 0.05.

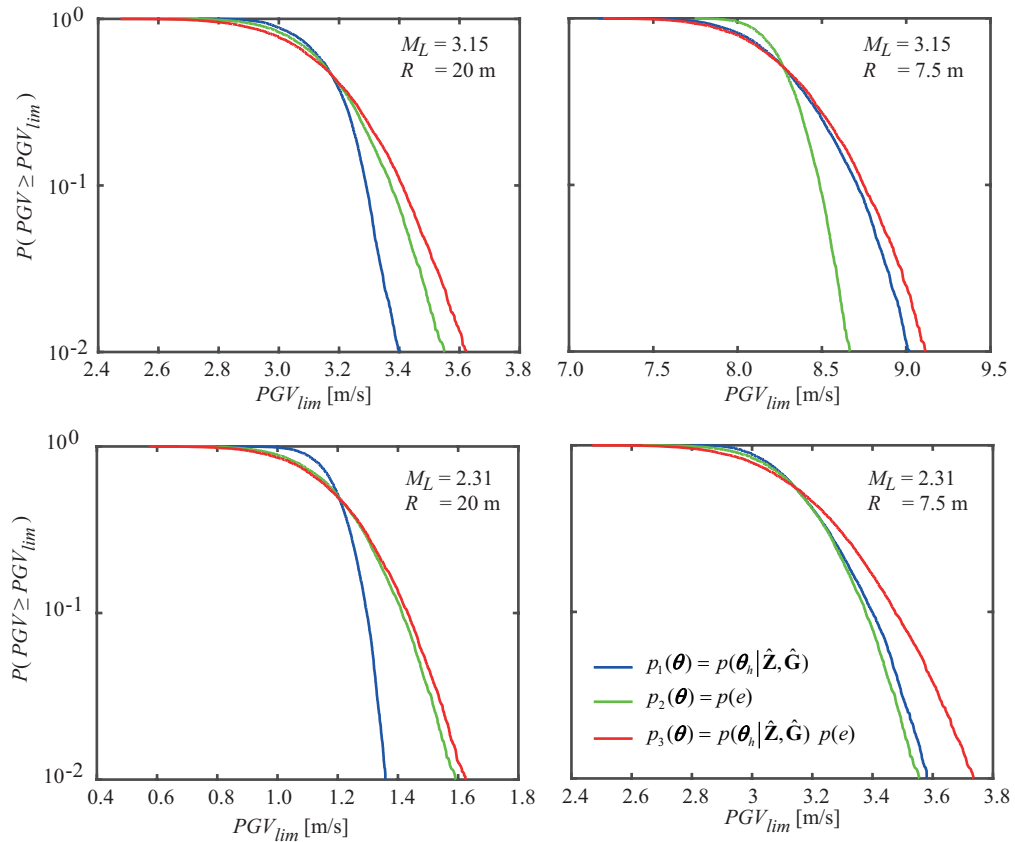


Figura 5.6: Probabilidad de excedencias de PGV para diferentes valores de  $M_L$  y  $R$ . Se propagan tres modelos de incertidumbre, incertidumbres solo asociadas a  $\theta_h$ , solo asociadas a  $e$  y con el efecto combinado de  $\theta_h$  y  $e$ .

De las curvas de excedencia presentadas en la Figura 5.6 se extraen 2 valores de  $PGV_{lim}$ , uno asociado a  $P(PGV \geq PGV_{lim}) = 0.15$  y uno asociado a  $P(PGV \geq PGV_{lim}) = 0.85$ . Acá, la resta de los valores  $PGV_{lim}$  asociados se interpreta como el rango de  $PGV$  correspondiente a una confiabilidad del 70%. Si ese rango es ahora dividido entre el  $PGV_{lim}$  asociado a  $P(PGV \geq PGV_{lim}) = 0.5$ , podemos tener una métrica que nos indique la variación porcentual del  $PGV$  sobre su valor medio. El comportamiento de esta métrica para el rango de  $M_L$

y  $R$  presentado en la Figura 5.5, se presenta en la Figura 5.7 para los 3 modelos de incertidumbre descritos  $p_1(\boldsymbol{\theta})$ ,  $p_2(\boldsymbol{\theta})$ , y  $p_3(\boldsymbol{\theta})$ . De esta Figura, se observa que en general la influencia de las incertidumbres de  $\boldsymbol{\theta}_h$  sobre la variación del  $PGV$  es más uniforme que la influencia del  $e$  para el rango de  $M_L$  y  $R$  estudiado. De hecho, se puede notar como los puntos verdes están más abajo que los puntos azules para  $M_L$  elevados y  $R$  pequeños, mientras que para el resto de las combinaciones de  $M_L$  y  $R$  los puntos verdes están por arriba de los azules. Esto indica que la incertidumbre del  $PGV$  es controlada tanto por el error aditivo  $e$  como por los parámetros  $\boldsymbol{\theta}_h$  y que el efecto de prevalencia de uno sobre el otro dependerá de los valores de  $M_L$  y  $R$ .

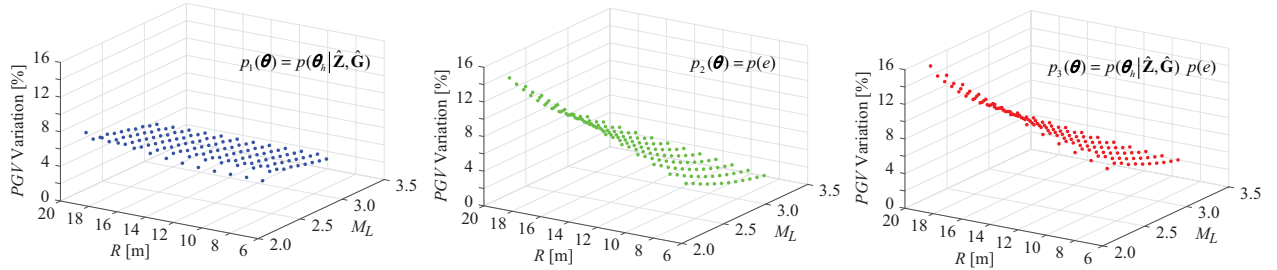


Figura 5.7: Variación porcentual del  $PGV$  en el dominio de interés para  $M_L$  y  $R$ . Se presentan los resultados para tres modelos de incertidumbre: incertidumbres solo asociadas a  $\boldsymbol{\theta}_h$  (azul), solo asociadas a  $e$  (verde) y con el efecto combinado de  $\boldsymbol{\theta}_h$  y  $e$  (rojo).

Hasta ahora, el análisis de riesgo solo ha sido realizado propagando las incertidumbres de  $\boldsymbol{\theta}_h$  y  $e$  y asumiendo conocidos los valores de  $M_L$  y  $R$ . En este punto, vamos a considerar incertidumbres para estos dos últimos parámetros. Para  $M_L$  vamos a considerar una distribución  $p(M_L)$  Gaussiana con media de 2.75 y un coeficiente de variación del 5%. Mientras que para  $R$  vamos a considerar también una distribución  $p(R)$  Gaussiana pero con media de 14m y un coeficiente de variación del 5%. Para este caso, la distribución conjunta de las variables inciertas corresponde a  $p(\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{\theta}_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) p(e) p(M_L) p(R)$ . Acá, los modelos probabilísticos para  $M_L$  y  $R$  fueron tomados de forma arbitraria para ejemplificar la metodología. La Figura 5.8, presenta las curvas de excedencia para varios modelos de incertidumbre. La Figura 5.8a, presenta las curvas de excedencia para un modelo  $p_1(\boldsymbol{\theta})$  que contiene todas las incertidumbres mencionadas (curva roja), mientras que  $p_2(\boldsymbol{\theta})$  solo contiene las incertidumbres de  $M_L$  (curva azul), i.e.,  $p_1(\boldsymbol{\theta}) = p(\boldsymbol{\theta}_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) p(e) p(M_L) p(R)$  y  $p_2(\boldsymbol{\theta}) = p(M_L)$ . La Figura 5.8b por su parte presenta la mismos modelos pero solo que el coeficiente de variación para  $M_L$  y  $R$  es disminuido del 5% al 0.1%. En otras palabras, la Figura 5.8b contiene curvas de excedencia donde las incertidumbres de  $M_L$  y  $R$  son pequeñas. El primer resultado interesante es que en el caso de la Figura 5.8a la incertidumbre asociada a  $M_L$  domina la incertidumbre del  $PGV$ . El hecho que las curva roja y azul sean prácticamente iguales hace ver que las incertidumbres de  $e$ ,  $R$ , y  $\boldsymbol{\theta}_h$  son despreciables. Sin embargo, para el caso de la Figura 5.8b, al ser la curva roja y azul diferentes se evidencia la importancia de propagar  $e$ ,  $R$ , y  $\boldsymbol{\theta}_h$ . Este análisis sobre el impacto de las incertidumbres de  $\boldsymbol{\theta}_h$ ,  $e$ ,  $M_L$ , y  $R$  sobre la incertidumbre del  $PGV$  puede ser comprendido también a través de un análisis de sensibilidad global, por ejemplo el presentado en la siguiente sección.

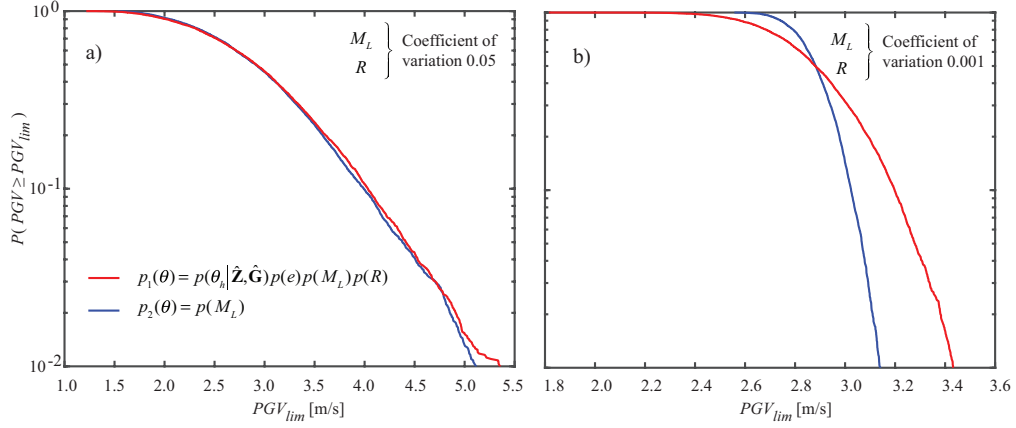


Figura 5.8: Curvas de excedencia de  $PGV$ . Se propagaron dos modelos de incertidumbre: incertidumbres solo asociadas a  $M_L$  (azul), y con el efecto combinado de  $\theta_h$ ,  $e$ ,  $M_L$ , y  $R$  (rojo). La figura a) corresponde a un modelo  $p(M_L)$  y  $p(R)$  Gaussiano con coeficiente de variación del 5%, mientras que la figura b) corresponde a un coeficiente de variación del 0.1%.

## 5.4. Análisis de Sensibilidad Global

En esta sección se identificarán los índices de Sobol para  $\theta_h$ ,  $e$ ,  $M_L$ , y  $R$ . Tal como se indicó en el Capítulo 2.2, estos índices corresponden a una descomposición de la varianza de la variable de desempeño en función de contribuciones individuales de los parámetros mencionados. Acá, la identificación de los índices de Sobol (Ecuación 2.7) se realiza mediante el método de Monte Carlo adoptando 30.000 muestras con  $p(\theta) = p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}}) p(e) p(M_L) p(R)$ . El modelo de incertidumbre adoptado para  $\theta_h$  corresponde al igual que en la sección anterior a la distribución posterior identificada en la sintonización del funcional de amenaza, i.e.,  $p(\theta_h | \hat{\mathbf{Z}}, \hat{\mathbf{G}})$ . El modelo de incertidumbre del error  $p(e)$  también se incorpora al igual que en la sección anterior mediante una distribución Gaussiana con desviación igual al  $\sigma_e$  identificado en el Capítulo 5.2.. Para la magnitud local  $M_L$  y la distancia epicentral  $R$ , se adoptarán distribuciones Gaussianas con medias de 2.75 y 14m, respectivamente. Respecto a la desviación estándar para estas distribuciones se realizará un análisis paramétrico donde se evaluarán coeficientes de variación entre 0.001 y 0.05. La idea es poder evaluar el impacto de la incertidumbre de  $\theta_h$ ,  $e$ ,  $M_L$ , y  $R$  sobre el  $PGV$  cuando variamos la incertidumbre de  $M_L$ , y  $R$ .

Tabla 5.4: Análisis de sensibilidad global. Se presentan los índices de Sobol de primer orden. El índice para  $\theta_h$  corresponde a la suma de los índices de cada uno de los parámetros por separado.

Parámetro	cov=0.1 %	cov=0.2 %	cov=0.5 %	cov=1 %	cov=5 %	cov=10 %	cov=20 %
$\theta_h$	0.20	0.14	0.08	0.05	0.07	0.05	<0.05
$\sigma_e$	0.37	0.30	0.12	0.08	<0.05	<0.05	<0.05
$M_L$	0.40	0.55	0.75	0.85	0.92	0.95	0.98
$R$	<0.05	<0.05	<0.05	<0.05	<0.05	<0.05	<0.05

La Tabla 5.4 presenta los índices de Sobol de primer orden al realizar el análisis paramétrico mencionado, i.e., considerando coeficientes de variación para  $M_L$  y  $R$  entre 0.1 % y 20 %. Los índices presentados en la primera fila (asociados a  $\theta_h$ ) corresponden a la suma de los índices individuales de cada uno de los parámetros involucrados en  $\theta_h$ . De los resultados, se puede observar que para coeficientes de variación de  $M_L$  y  $R$  mayores al 5 %, el parámetro que más peso tiene sobre la incertidumbre del  $PGV$  corresponde a  $M_L$ , siendo este el responsable de al menos el 75 % de la incertidumbre observada en el  $PGV$ . Por el contrario, a medida que el coeficiente de variación de  $M_L$  y  $R$  es menor al 5 %, la incertidumbres asociadas a  $\sigma_e$  y a  $\theta_h$  tienen mayor peso en la incertidumbre observada en el  $PGV$ . En este ejemplo, se evidencia la relevancia de realizar análisis de sensibilidad globales, ya que permite jerarquizar el efecto de los parámetros inciertos sobre la métrica de desempeño seleccionada.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En este trabajo se propuso una metodología para realizar análisis de riesgo y sensibilidad durante eventos de sismicidad inducida. La metodología emplea un metamodelo Kriging que replica resultados de un software de alta fidelidad para reducir el número de simulaciones en la solución de la integral de riesgo y hace uso de inferencia Bayesiana para compatibilizar la microsismicidad de la zona con el funcional de amenaza empleado en la evaluación de riesgo. Estos elementos contribuyeron a una reducción del tiempo computacional que permite estudiar la incertidumbre asociada al problema. En particular, el análisis se centró en evaluar la amenaza sísmica definida por los parámetros  $M_L$  y  $R$  para poder determinar el desempeño en términos de  $PGV$ , dado que la definición de la amenaza y la incertidumbre asociada a ella es uno de los principales problemas cuando se considera la sismicidad inducida.

La versatilidad de esta metodología, radica en que se conecta magnitud local y distancia epicentral con diferentes variables físicas que entregue un modelo geomecánico, entre las cuales destacan: esfuerzos máximos en sectores críticos del túnel  $\sigma_{max}$ , deformaciones máximas  $\delta_{max}$ ,  $PGA$ ,  $PGV$ , etc. Lo anterior, indica que esta metodología permite hacer análisis de riesgo sobre modelos físicos, propagando las incertidumbres y evidenciando el peso de estas en la variable física de estudio.

La metodología propuesta permite revisar el desempeño de túneles durante estallidos de roca y se implementó en un ejemplo ilustrativo para demostrar su eficiencia computacional. Los resultados mostraron importantes conclusiones respecto a la metodología, i) es muy importante definir el dominio de interés para obtener los puntos de soporte empleados por el *Kriging* y así, realizar la validación cruzada para evitar el aumento del error al considerar un dominio extendido; ii) el costo computacional con la incorporación del metamodelo *Kriging* se logra reducir casi 100 veces debido a que sólo se requieren 14 puntos de soporte; iii) el *Model Class Selection* para escoger el funcional de amenaza permite equilibrar la precisión y complejidad de los funcionales propuestos.

Los resultados del ejemplo ilustrativo mostraron que, i) el análisis de riesgo permite conocer el rango en el que la incertidumbre en  $M_L$  puede tener un efecto significativo en el valor de  $PGV$ ; ii) cuando se consideran modelos probabilísticos para  $M_L$  y  $R$ , se observa que la incertidumbre de  $e$ ,  $R$ , y  $\theta_h$  tiene mayor importancia cuando disminuye el coeficiente de variación para  $M_L$  y  $R$ ; iii) en el análisis de sensibilidad global, se observó que cuando  $COV$  es mayor al 5%, el análisis de riesgo queda determinado por  $M_L$ , pero cuando esta tiene una variabilidad cercana al 0.1%, el peso de su incertidumbre se reduce en los resultados.

La metodología aporta significativamente al estudio de la sismicidad inducida, especialmente a los eventos de estallido en roca ya que permite incluir todas las variables del problema sujetas a incertidumbre. La complejidad para caracterizar el evento logra capturarse con los funcionales de amenaza y el proceso de inferencia Bayesiana permite sintonizar los parámetros de un funcional de amenaza con cualquier medida de desempeño. En este sentido, emplear la metodología junto con datos de instrumentación y mediciones en la estructura permitiría obtener resultados de modelos más complejos. Podrían incluirse medidas de desempeño para trabajar directamente con el diseño de soporte considerando la capacidad de carga o el nivel de deformación. Aunque en este problema no se consideró la incertidumbre de los parámetros geomecánicos, la metodología puede incluir estos parámetros para conocer la incertidumbre asociada y cuáles son los parámetros geomecánicos que requieren una mayor inversión para conocerse a detalle. Existen diversas aplicaciones que esta metodología puede tomar debido a la introducción del metamodelo que podría replicar los análisis más complejos en software de alta fidelidad en una fracción del tiempo para poder generar un análisis de riesgo robusto.

Cabe destacar que la metodología y sus resultados impactan directamente al diseño geotécnico del túnel, producto de la cuantificación de incertidumbre en la variable de intensidad  $PGV$ . Al desarrollar esta metodología es posible definir los parámetros en función de distribuciones de probabilidad para estimar la probabilidad de excedencia de valores de desempeño y así escoger los valores que garanticen un diseño del túnel apropiado para cierto rango de eventos sísmicos inducidos caracterizados con magnitud local y distancia epicentral.

Es importante declarar, que el estudio sobre la liberación de energía en los eventos de sismicidad inducida, aún requiere mucha investigación, debido a la complejidad para determinar los parámetros que caracterizan el macizo rocoso, junto a la caracterización del foco en donde se genera el evento. Por otro lado, es fundamental que se continúe explorando y complejizando esta metodología, involucrando incertidumbre en otras variables, junto a la utilización de registros in situ de una locación determinada de estudio para la sintonización del funcional de amenaza con el modelo geomecánico.

Finalmente, se espera que esta metodología propuesta abra las puertas para continuar con el estudio e implementación de análisis de riesgo sobre modelos físicos en la ingeniería sísmica y geotécnica, en donde mediante un correcto estudio de las variables que controlan el problema, se pueda diseñar la infraestructura en base a un análisis probabilístico de una variable determinada de desempeño.



# Bibliografía

- [1] M. Cai and P. K. Kaiser, *Rockburst Support*, vol. 1. 2018.
- [2] G. Mutke, W. Masny, and S. Prusek, “Peak particle velocity as an indicator of the dynamic load exerted on the support of underground workings,” *Acta Geodynamica et Geomaterialia*, vol. 13, no. 4, pp. 367–378, 2016.
- [3] J. Feng, E. Wang, H. Ding, Q. Huang, and X. Chen, “Deterministic seismic hazard assessment of coal fractures in underground coal mine: A case study,” *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 129, no. May 2017, p. 105921, 2020.
- [4] M. Hudyma, L. Brown, and D. Cortolezzis, “Seismic Risk in Canadian Mines,” in *Conference Paper*, no. October, 2016.
- [5] M. R. Hudyma, “Analysis and interpretation of clusters of seismic events in mines,” no. November 2008, p. 409, 2008.
- [6] S. Lasocki and B. Orlecka-Sikora, “Seismic hazard assessment under complex source size distribution of mining-induced seismicity,” *Tectonophysics*, vol. 456, no. 1-2, pp. 28–37, 2008.
- [7] J. Schlittenhardt, T. Spies, J. Kopera, and W. Morales, “A simple model for probabilistic seismic hazard analysis of induced seismicity associated with deep geothermal systems,” *Energy Procedia*, vol. 59, pp. 105–112, 2014.
- [8] G. Mutke, “Ground motion associated with coal mine tremors close to the underground openings,” *Seismogenic Process Monitoring*, no. November 1999, pp. 91–102, 2018.
- [9] G. Mutke, “Stability of the underground mine workings in the near field zone of seismic events,” *21St World Mining Congress: Underground Mine Environment*, pp. 89–97, 2008.
- [10] J. A. Jarufe and P. Vasquez, “Numerical modelling of rockburst loading for use in rock support design at Codelco’s new mine level project,” *Transactions of the Institutions of Mining and Metallurgy, Section A: Mining Technology*, vol. 123, no. 3, pp. 120–127, 2014.
- [11] L. Aguilera, S. Villalobos, and F. Villalobos, “Metodología para la evaluación del potencial de estallidos de roca y diseño de soporte dinámico en túneles mediante modelamiento numérico,” *Simposio de Habilitación Profesional*, pp. 1–26, 2018.

- [12] V. J. Ortega, Análisis de sismicidad inducida por tronaduras de incorporación de área en mina El Teniente, CODELCO, Chile. PhD thesis, 2014.
- [13] D. Troncoso and M. Bacco, “Análisis tridimensional del comportamiento dinámico de una fortificación ante un evento sísmico inducido,” *Obras y proyectos*, no. 21, pp. 65–72, 2017.
- [14] J. Van Elk, S. J. Bourne, S. J. Oates, J. J. Bommer, R. Pinho, and H. Crowley, “A probabilistic model to evaluate options for mitigating induced seismic risk,” *Earthquake Spectra*, vol. 35, no. 2, pp. 537–564, 2019.
- [15] J. J. Bommer, M. Eeri, P. J. Stafford, M. Eeri, and B. Edwards, “Framework for a Ground Motion Model for Induced Seismic Hazard and Risk Analysis in the Groningen Gas Field , The Netherlands,” 2017.
- [16] P. G. L. I. J. A. Silva, Andréia H.A. and L. C. Vieira, “Induced earthquake damage assessment methodology for potential hydraulic fracturing sites: Application to manaus, brazil,” *Earthquake Spectra*, vol. 37, no. 1, 2020.
- [17] C. A. Cornell, “Engineering seismic risk analysis,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 58, no. 5, pp. 1583–1606, 1968.
- [18] C. A. Cornell and H. Krawinkler, “Progress and challenges in seismic performance assessment,” *PEER Center News*, vol. 3, no. 2, 2000.
- [19] M. Broccardo, A. Mignan, F. Grigoli, D. Karvounis, A. P. Rinaldi, L. Danciu, H. Hofmann, C. Milkereit, T. Dahm, G. Zimmermann, V. Hjörleifsdóttir, and S. Wiemer, “Induced seismicity risk analysis of the hydraulic stimulation of a geothermal well on geldinganes, iceland,” *Natural Hazards and Earth System Sciences*, vol. 20, pp. 1573–1593, 6 2020.
- [20] B. Dost, B. Edwards, and J. J. Bommer, “Erratum: The relationship between M and ML: A review and application to induced seismicity in the Groningen gas field, the Netherlands seismological research letters” *Seismological Research Letters*, vol. 90, no. 4, pp. 1660–1662, 2019.
- [21] A. McGarr, R. W. E. Green, and S. M. Spottiswoode, “Strong ground motion of mine tremors: Some implications for near-source ground motion parameters,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 71, no. 1, pp. 295–319, 1981.
- [22] R. Shirani Faradonbeh, D. Jahed Armaghani, M. Z. Abd Majid, M. MD Tahir, B. Ramesh Murlidhar, M. Monjezi, and H. M. Wong, “Prediction of ground vibration due to quarry blasting based on gene expression programming: a new model for peak particle velocity prediction,” *International Journal of Environmental Science and Technology*, vol. 13, no. 6, pp. 1453–1464, 2016.
- [23] H. Lin, W. H. Kang, J. Oh, and I. Canbulat, “Estimation of in-situ maximum horizontal principal stress magnitudes from borehole breakout data using machine learning,” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 126, no. January, 2020.

- [24] S. Wu, Z. Wu, and C. Zhang, “Rockburst prediction probability model based on case analysis,” *Tunnelling and Underground Space Technology*, vol. 93, p. 103069, 11 2019.
- [25] J. Bommer, H. Crowley, and R. Pinho, “A risk-mitigation approach to the management of induced seismicity,” *Journal of Seismology*, vol. 19, pp. 623–646, 2015.
- [26] X. Zhang and M. D. Pandey, “An effective approximation for variance-based global sensitivity analysis,” *Reliability Engineering System Safety*, vol. 121, pp. 164–174, jan 2014.
- [27] I. Sobol, “Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates,” *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 55, pp. 271–280, feb 2001.
- [28] P. Peralta, R. O. Ruiz, and V. Meruane, “A Bayesian updating procedure for the electromechanical properties of piezoelectric energy harvesters,” *MATEC Web of Conferences*, vol. 211, p. 05002, oct 2018.
- [29] G. Jia and A. A. Taflanidis, “Efficient Evaluation of Sobol’ Indices Utilizing Samples from an Auxiliary Probability Density Function,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 142, p. 04016012, may 2016.
- [30] G. Jia and A. A. Taflanidis, “Kriging metamodeling for approximation of high-dimensional wave and surge responses in real-time storm/hurricane risk assessment,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 261-262, pp. 24–38, jul 2013.
- [31] B. Usowicz, J. Lipiec, M. Lukowski, and J. Słomiński, “Improvement of Spatial Interpolation of Precipitation Distribution Using Cokriging Incorporating Rain-Gauge and Satellite (SMOS) Soil Moisture Data,” *Remote Sensing*, vol. 13, p. 1039, mar 2021.
- [32] D. Hidalgo, R. O. Ruiz, and A. Delgado, *Reliability-based Selection of Manufacturing Tolerance of Journal Bearings by Means of Adaptive Kriging Metamodels*. PhD thesis, 2002.
- [33] J. L. Beck and A. A. Taflanidis, “Prior and Posterior Robust Stochastic Predictions for Dynamical Systems using Probability Logic,” *International Journal for Uncertainty Quantification*, vol. 3, no. 4, pp. 271–288, 2013.
- [34] M. Muto and J. L. Beck, “Bayesian Updating and Model Class Selection for Hysteretic Structural Models Using Stochastic Simulation,” *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, pp. 7–34, jan 2008.
- [35] D. Straub and I. Papaioannou, “Bayesian Updating with Structural Reliability Methods,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 141, p. 04014134, mar 2015.
- [36] R. Estay, *Metodología para la evaluación del desempeño de indicadores sísmicos en sismicidad inducida por la minería*. PhD thesis, 2014.

- [37] R. Ruiz, A. A. Taflanidis, D. Lopez-Garcia, and C. R. Vetter, “Life-cycle based design of mass dampers for the chilean region and its application for the evaluation of the effectiveness of tuned liquid dampers with floating roof,” *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 14, no. 3, pp. 943–970, 2016.
- [38] R. Ruiz, A. Taflanidis, A. Giaralis, and D. Lopez-Garcia, “Risk-informed optimization of the tuned mass-damper-inerter (tmdi) for the seismic protection of multi-storey building structures,” *Engineering Structures*, vol. 177, pp. 836–850, 2018.
- [39] I. Gidaris and A. A. Taflanidis, “Performance assessment and optimization of fluid viscous dampers through life-cycle cost criteria and comparison to alternative design approaches,” *Bulletin of Earthquake Engineering*, vol. 13, no. 4, pp. 1003–1028, 2015.
- [40] A. A. Taflanidis and J. L. Beck, “Life-cycle cost optimal design of passive dissipative devices,” *Structural Safety*, vol. 31, no. 6, pp. 508–522, 2009.
- [41] A. E. Aladejare, V. O. Akeju, and Y. Wang, “Data-driven characterization of the correlation between uniaxial compressive strength and young’s modulus of rock without regression models,” *Transportation Geotechnics*, vol. 32, p. 100680, 1 2022.
- [42] K. Kim and H. Gao, “Probabilistic approaches to estimating variation in the mechanical properties of rock masses,” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences Geomechanics Abstracts*, vol. 32, pp. 111–120, 2 1995.
- [43] M. Noorian-Bidgoli and L. Jing, “Stochastic analysis of strength and deformability of fractured rocks using multi-fracture system realizations,” *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, vol. 78, pp. 108–117, 9 2015.
- [44] J. Ching, K.-K. Phoon, K.-H. Li, and M.-C. Weng, “Multivariate probability distribution for some intact rock properties,” *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 56, pp. 1080–1097, 8 2019.
- [45] S. Yoon, D. H. Lee, and H.-J. Jung, “Seismic fragility analysis of a buried pipeline structure considering uncertainty of soil parameters,” *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 175, p. 103932, 6 2019.
- [46] Y. Wang and Z. Cao, “Probabilistic characterization of young’s modulus of soil using equivalent samples,” *Engineering Geology*, vol. 159, pp. 106–118, 6 2013.
- [47] S. N. Lophaven, H. B. Nielsen, J. Søndergaard, et al., *DACE: a Matlab kriging toolbox*, vol. 2. Citeseer, 2002.
- [48] M. Meckesheimer, R. R. Barton, T. W. Simpson, and A. J. Booker, “Computationally in- expensive metamodel assessment strategies,” in *International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, vol. 80227, pp. 191–201, American Society of Mechanical Engineers, 2001.

- [49] K.-V. Yuen, Bayesian methods for structural dynamics and civil engineering. John Wiley Sons, 2010.
- [50] A. Gelman, J. B. Carlin, H. S. Stern, D. B. Dunson, A. Vehtari, and D. B. Rubin, Bayesian data analysis. CRC press, 2013.
- [51] C. Papadimitriou, J. L. Beck, and L. S. Katafygiotis, “Asymptotic expansions for reliability and moments of uncertain systems,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 123, no. 12, pp. 1219–1229, 1997.
- [52] J. L. Beck and A. Taflanidis, “Prior and posterior robust stochastic predictions for dynamical systems using probability logic,” *International Journal for Uncertainty Quantification*, vol. 3, no. 4, 2013.
- [53] S. J. Bourne, S. J. Oates and D. Doornhof, “A monte carlo method for probabilistic hazard assessment of induced seismicity due to conventional natural gas production,” *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 105, pp. 1721–1738.
- [54] M. Cai and D. Champaigne, “The art of rock support in burst-prone ground,” vol. 7, no. January 2009, pp. 33–46, 2009.
- [55] G. Zalachoris and E. M. Rathje, “Ground motion model for small-to-moderate earthquakes in Texas, Oklahoma, and Kansas,” *Earthquake Spectra*, vol. 55, no. 1, pp. 1–20, 2019.
- [56] S. Massinas, “Designing a tunnel,” in *Tunnel Engineering*, IntechOpen, 2020.
- [57] FHWA, Technical Manual for Design and Construction of Road Tunnels - Civil Elements. FHWA-NHI-10-034, 2009.
- [58] A. McGarr, “Scaling of ground motion parameters, state of stress, and focal depth,” *Journal of Geophysical Research. Solid Earth*, vol. 89, pp. 6969–6979, 1984.
- [59] P. K. Kaiser, D. McCreath, and D. Tannant, *Canadian Rockburst Support Handbook*. No. January, 1996.