



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

DISEÑO Y COMPARACION DE CONTROLADORES FRACCIONALES EN UN
BANCO DE CELDAS Y UNA COLUMNA DE FLOTACION EN EL PROCESO DE
EXTRACCION DE COBRE

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA

ABDIEL JOSADAC RICALDI MORALES

PROFESOR GUÍA:
MANUEL DUARTE MERMOUD

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FELIPE TOBAR HENRIQUEZ
JUAN CARLOS TRAVIESO TORRES

SANTIAGO DE CHILE
2021

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL GRADO DE MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA
POR: ABDIEL JOSADAC RICALDI MORALES
FECHA: 2021
PROF. GUÍA: MANUEL DUARTE MERMOUD

DISEÑO Y COMPARACION DE CONTROLADORES FRACCIONALES EN UN
BANCO DE CELDAS Y UNA COLUMNA DE FLOTACION EN EL PROCESO DE
EXTRACCION DE COBRE

Este trabajo busca mejorar la eficiencia en el proceso de obtención de cobre, específicamente en la etapa de flotación. Este es un proceso de características no lineales, multivariable y sujeto a bastantes perturbaciones. Es por esto que el objetivo de este trabajo es diseñar un control PID fraccional y con control adaptativo fraccional por modelo de referencia, determinando las ganancias de ambos controladores con un algoritmo de PSO, con una función objetivo determinada de acuerdo a las necesidades. Esto sobre un modelo de banco de 5 celdas de flotación en serie y una columna de flotación, cuyos modelos fueron extraídos de trabajos previos. Los resultados de estos controladores fueron comparados con controladores clásicos, específicamente con un PID entero y con control por modelo de referencia entero. En general se observa la ventaja de los controladores fraccionales sobre los enteros, estos cuantificados por índices de desempeño. Sin embargo, queda a desarrollar más adelante sobre este tema, una propuesta de implementación, así como también probar otros controladores como por ejemplo un control predictivo fraccional o trabajar con un modelo no lineal de las plantas y aplicar un control no lineal.

*A Dios porque es TODO para mí y sin El nada de esto sería posible.
A mis padres que son mi guía y apoyo en cada paso que doy.
A mis hermanos por el apoyo constante a lo largo de mi vida.*

Agradecimientos

Primeramente, agradecer a DIOS quien me proveyó de guía y fortaleza y recursos a lo largo de toda mi vida y aun lo seguirá haciendo en cada paso que dé.

A mis padres Miguel Ricaldi y Lidia Morales que son mi guía y me entregaron su amor incondicional brindándome apoyo, recurso, motivación, pero sobre todo el camino de Dios.

A mis hermanos Damaris, Benjamín y Jairo que estuvieron a mi lado desde que comencé hasta cumplir mis objetivos siempre brindándome comprensión, apoyo y risas a lo largo de mi vida.

Al Phd. Manuel Duarte porque sin su guía, paciencia y su apoyo que sobrepasa las de un profesor guía o profesor, a lo largo no solo de este trabajo sino de todo el tiempo que pude conocerlo, porque sin su apoyo nada de esto sería posible.

"Porque de Él, por Él y para Él son todas las cosas. A Él sea la gloria para siempre. Amén. Romanos 11:36

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	2
1.2. Hipótesis	2
1.3. Objetivo General	3
1.4. Objetivos específicos	3
1.5. Contribuciones	3
2. Marco Teórico	4
2.1. Conceptos de control fraccionario	4
2.2. Control PID fraccional	5
2.3. Control Adaptable por Modelo de Referencia	7
2.4. Proceso de Flotación	9
2.5. Bancos de Flotación	10
2.6. Columna de Flotación	13
2.7. Algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO)	14
2.8. Revisión Bibliográfica de Controladores en Bancos de Celdas de Flotación . .	16
2.9. Revisión Bibliográfica de Controladores en Columna de Flotación	17
3. Definición de los casos de estudio y condiciones de optimización	18
3.1. Modelación del banco de celdas de flotación	18
3.2. Modelación de la columna de flotación.	21
3.3. Definición de la función objetivo del PSO	24
4. Resultados y Análisis de Experimentos	26
4.1. Comportamiento del banco de celdas de flotación frente a variaciones de referencia	26
4.2. Comportamiento de la columna de flotación frente a variaciones de referencia	38
5. Conclusiones y Trabajo futuro	55
5.1. Conclusiones	55
5.2. Trabajo futuro	58
Bibliografía	59
ANEXOS	67

A. Modificación de las constantes de las ganancias de todos los controladores un 10 % superior e inferior	68
B. Cambio de parametros del banco de celdas y de la columna de flotación	92

Índice de Tablas

2.1. Variables críticas de la columna de flotación	14
2.2. Índices de desempeño para los controladores.	15
3.1. Entradas y salidas del banco de celdas	19
3.2. Puntos de operación de las celdas de flotació.	20
3.3. Funciones de transferencia de la celda de columna.	22
3.4. Punto inicial de operación y rango de variación de las variables manipuladas y la salida de la columna de flotación.	22
4.1. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm. . . .	27
4.2. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 25 a 20 cm. . . .	34
4.3. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 %.	40
4.4. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 290 a 240 cm y de Air Holdup de 29 a 24 %.	48
A.1. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm con cambio de ganancias.	69
A.2. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm con cambio de ganancias.	71
A.3. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm. . . .	74
A.4. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm. . . .	75
A.5. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 % con cambio de ganancias.	78
A.6. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 290 a 240 cm y de Air Holdup de 29 a 24 %.	79
A.7. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 %.	81
A.8. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 %.	82
B.1. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm y con cambios de parametros.	93
B.2. Funciones de transferencia de la celda de columna modificados.	95
B.3. Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 % y cambio de parametros.	97

Índice de Ilustraciones

2.1. Representación esquemática del controlador PID de orden fraccionario con respecto a la contraparte de orden entero.	6
2.2. Diagrama de control adaptable por modelo de referencia.	7
2.3. Proceso de extracción de cobre.	10
2.4. Principio de funcionamiento de flotacion de minerales.	11
2.5. 4 Bancos de flotacion en serie.	11
2.6. Modelo para 1 celda	12
2.7. Columna de flotación	13
3.1. Simulación de celdas MATLAB-Simulink	21
3.2. Simulación de columna de flotación en MATLAB-Simulink	23
3.3. Flujograma del PSO.	24
4.1. Celda 1 con cambio de referencia.	28
4.2. Celda 2 con cambio de referencia.	29
4.3. Celda 3 con cambio de referencia.	29
4.4. Celda 4 con cambio de referencia.	30
4.5. Celda 5 con cambio de referencia.	30
4.6. Errores en la celda 1.	31
4.7. Errores en la celda 2.	31
4.8. Errores en la celda 3.	32
4.9. Errores en la celda 4.	32
4.10. Errores en la celda 5.	33
4.11. Acción de control en la celda 1.	35
4.12. Acción de control en la celda 2.	35
4.13. Acción de control en la celda 3.	36
4.14. Acción de control en la celda 4.	36
4.15. Acción de control en la celda 5.	37
4.16. Respuesta de la celda 1 al cambio de escalón de 25 a 20cm.	38
4.17. Respuesta de la celda 2 al cambio de escalón de 25 a 20cm.	38
4.18. Respuesta de la celda 3 al cambio de escalón de 25 a 20cm.	39
4.19. Respuesta de la celda 4 al cambio de escalón de 25 a 20cm.	39
4.20. Respuesta de la celda 5 al cambio de escalón de 25 a 20cm.	41
4.21. Errores en la celda 1 con cambio de escalon de 25 a 20cm.	41
4.22. Errores en la celda 2 con cambio de escalon de 25 a 20cm.	42
4.23. Errores en la celda 3 con cambio de escalon de 25 a 20cm.	42

4.24. Errores en la celda 4 con cambio de escalon de 25 a 20cm.	43
4.25. Errores en la celda 5 con cambio de escalon de 25 a 20cm.	43
4.26. Acción de control en la celda 1 con cambio de escalón de 25 a 20cm.	44
4.27. Acción de control en la celda 2 con cambio de escalón de 25 a 20cm.	44
4.28. Acción de control en la celda 3 con cambio de escalón de 25 a 20cm.	45
4.29. Acción de control en la celda 4 con cambio de escalón de 25 a 20cm.	45
4.30. Acción de control en la celda 5 con cambio de escalón de 25 a 20cm.	46
4.31. Nivel de la columna de flotación con cambio de referencia.	46
4.32. Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo. . .	47
4.33. Errores en el nivel de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.	49
4.34. Errores en el Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.	50
4.35. Acciones de control en el Nivel de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.	51
4.36. Acciones de control en el Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.	51
4.37. Nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.	52
4.38. Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo. . .	52
4.39. Errores en el nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.	53
4.40. Errores en el Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.	53
4.41. Acciones de control en el nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.	54
4.42. Acciones de control en el Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.	54
A.1. Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	70
A.2. Errores en las celdas con cambio de escalon de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	70
A.3. Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	72
A.4. Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	73
A.5. Errores en las celdas con cambio de escalon de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	73
A.6. Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	76
A.7. Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	77
A.8. Errores en las celdas con cambio de escalon de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	77
A.9. Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.	80
A.10. Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	83

A.11. Errores en las celdas con cambio de escalon de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	84
A.12. Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.	85
A.13. Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	85
A.14. Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	86
A.15. Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	86
A.16. Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	87
A.17. Errores en la columna de flotación cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	87
A.18. Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	88
A.19. Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	88
A.20. Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	89
A.21. Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.	89
A.22. Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	90
A.23. Errores en la columna de flotación cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	90
A.24. Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.	91
B.1. Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de parametros.	94
B.2. Errores en las celdas con cambio de escalon de 20 a 25cm con cambio de parametros.	95
B.3. Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de parametros.	96
B.4. Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de parametros.	96
B.5. Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de parametros.	97
B.6. Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de parametros.	98

Capítulo 1

Introducción

Cada país tiene como prioridad el bienestar de sus ciudadanos y esto significa desarrollar ciertos aspectos importantes, tales como construir una sociedad justa, garantizar la seguridad y protección de las personas, cumplir los principios y valores de todos, promover y garantizar el aprovechamiento responsable y planificado de los recursos naturales. Estos pueden variar un poco de país a país pero esencialmente son los fines y funciones del estado. Esta última función sobre los recursos naturales tienen gran implicación en la parte económica en muchos países, basándose en la explotación de diferentes recursos naturales, algunos países como Chile, Bolivia o Perú, uno de sus principales ingresos con respecto a los recursos naturales es la industria minera.

Específicamente en Chile, uno de los más comunes es el cobre, las industrias mineras generalmente se dividen en dos sectores grandes [1]. El primer sector se denomina como la mina, donde se extrae y traslada el mineral en forma de roca desde el cerro hacia la planta concentradora, que es el segundo sector. Es donde se realizan diferentes procesos como: Chancados, diferentes moliendas, flotación, filtros espesadores y tanques de releaves entre otros.

Dentro el proceso de flotación, que es fundamental, existe diferentes modos de realizarlo, como banco de celdas de flotación o columna de flotación. Este proceso tiene un comportamiento multivariable y bastante dinámico, al depender de cambios de características del mineral o la variación natural de un líquido al ser sometido a cambios de flujo. En la literatura se encuentra bastantes trabajos aplicando controladores PI y control predictivo y sus variantes, con resultados prometedores. Es por eso que en este trabajo busca mejorar la eficiencia de dicho proceso, en el cual se desarrolló la comparación de controladores fraccionales, un controlador PID fraccional y un MRAC fraccional, determinando las ganancias de ambos controladores por enjambre de partículas (PSO) y comparando con sus homólogos enteros. Para efectivizar este proceso, tanto para un banco de celdas de flotación conectadas en serie, como para una columna de flotación, se utiliza modelos matemáticos de trabajos previos, estos mismos extraídos de plantas reales.

Después de analizar los resultados de las comparaciones, basados en índices de desempeño en ambas plantas, se puede concluir que los controladores fraccionales en su mayoría presentan

ventajas a comparación de los controladores enteros y se demuestra que se puede mejorar la eficiencia de dicho proceso. Es importante mencionar el desempeño notorio del controlador por modelo de referencia fraccional en los bancos de flotación, con amplia ventaja respecto a los otros controladores.

1.1. Motivación

Dentro de los procesos industriales en general, se busca continuamente mejorar dichos procesos, optimizar recursos, tiempo y otros factores, dado que esto tendrá un impacto directo en las ganancias y determinar qué tan rentable es dicha industria. Con la revolución industrial se empezó a reemplazar el proceso manual por uno automatizado, esta tendencia sigue en crecimiento. Esto se puede realizar de muchas maneras y en diferentes áreas, una de ellas son los sistemas de control, que puedan realizar control multivariable, control no-lineal, control adaptativo y muchos más.

Con esta mentalidad muchas industrias cuentan con expertos en el área, softwares especializados, que permitan implementar controladores más eficientes. En este trabajo se diseñará un control PID fraccional y un MRAC fraccional, en un banco de celdas y una columna de flotación, todo esto simulado en Simulink-Matlab, existe gran variedad de controladores, más adelante se evaluará y detallará porque se escogió estos controladores en específico.

Esta etapa de flotación es crítica en el proceso en general, ya que se encarga de separar el material valioso (depende que tipo de mineral se extrae, en este caso cobre) de las demás impurezas de la roca extraída en etapas previas. También se puede resaltar la importancia económica de esta etapa, ya que depende mucho de esta etapa para la pureza final del mineral, en algunos casos incluso se podría hablar de niveles mínimos de calidad. Lo que queda de esta etapa en varios casos es desechado, por lo que también se estaría perdiendo material en caso de un control no muy efectivo. Comúnmente se utiliza control PID, lo cual no resulta de la mejor manera, incluso siendo insuficiente en algunos casos. Varios trabajos propusieron un control predictivo multivariable [1] y [2], por mencionar algunos y con buenos resultados.

Con todo lo anterior mencionado, se realizará una propuesta de control PID fraccional y un MRAC fraccional, de esta manera comparar los resultados con los controladores previamente mencionados, en esta etapa de producción. Con el objetivo principal de buscar mejorar la eficiencia de dicho proceso, mediante controladores fraccionales. Algo que destaca, debido a que no se encontraron publicaciones o trabajos previos de aplicación de controladores fraccionales a este proceso.

1.2. Hipótesis

Es posible diseñar un sistema de control PID fraccional y un control adaptativo fraccional en un banco de celdas y en una columna de flotación en el proceso de extracción de una minera de cobre que generaría mejoras en la eficiencia del proceso con controladores PID entero.

1.3. Objetivo General

Diseñar y comparar un sistema de control PID fraccional y un control adaptativo fraccional para un banco de celdas y en una columna de flotación en el proceso de extracción de una minera de cobre para reemplazar la eficiencia del proceso con controladores PID entero.

1.4. Objetivos específicos

1. Recopilar información necesaria sobre el funcionamiento del banco de celdas y columna de flotación.
2. Simular un banco de celdas y una columna de flotación.
3. Diseñar el control PID fraccional para el banco de celdas y la columna de flotación.
4. Diseñar el control adaptativo fraccional para el banco de celdas y columna de flotación.
5. Comparar los resultados con un controlador PID entero y control adaptativo entero.

1.5. Contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis pueden resumirse como:

1. Un algoritmo de enjambre de partículas, con este algoritmo y con una simulación adecuada del sistema se pueden determinar valores para las constantes proporcionales de controladores como PID enteros, PID fraccionales, MRAC entero y MRAC fraccional.
2. Un controlador PID fraccional para un banco de flotación.
3. Un controlador PID fraccional para una columna de flotación.
4. Un controlador adaptativo fraccional para un banco de flotación.
5. Un controlador adaptativo fraccional para una columna de flotación.
6. Comparación de los diferentes controladores.

Capítulo 2

Marco Teórico

2.1. Conceptos de control fraccionario

Con el fin de entender el cálculo fraccional es necesario un repaso sobre definiciones de cálculo fraccional, un amplio desarrollo de conceptos teóricos sobre cálculo fraccional se encuentran en [3], [4], [5] y [6].

La primera mención de cálculo fraccional se remonta a 1695, donde en una conversación de L'Hopital con Leibniz, que buscaba el significado de la notación $\frac{d^n y}{dx^n}$ de Leibniz (bastante popular en ese tiempo) para la derivada de orden $n \in \mathbf{N}_0 := \{0, 1, 2, \dots\}$ cuando: $n = 1/2$ (¿y si $n = 1/2$?), en su respuesta Leibniz dijo "Se trata de una aparente paradoja de la que, un día, se extraerán útiles consecuencias"[5]. Después la mención de derivadas fraccionales fueron hechas por Euler en 1730, Lagrange en 1772, Laplace en 1812, Lacroix en 1819, Fourier en 1822, Liouville en 1868, Sonin en 1869, Laurent en 1884, Nekrassov en 1888, Krug en 1890, y Weyl en 1917, el primer texto dedicado al cálculo fraccionario fue de Oldham y Spanier [7] en 1974.

El cálculo fraccional estudia las consecuencias de dar valores reales o imaginarios al siguiente operador,

$$D^n = \frac{d^n}{dt^n}, \quad (2.1)$$

en un caso general este operador aplicado a una función $f(x)$ estaría dado por:

$$D^n f(x) = \frac{d^n}{dt^n} f(x). \quad (2.2)$$

El operador fundamental que representa la diferenciación e integración de orden no entero, viene dado por D^α donde $\alpha \in \mathbf{R}$ es el orden de diferenciación o integración. Se define como:

$$D^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}, & \alpha > 0 \\ 1, & \alpha = 1 \\ \int (d\tau)^\alpha, & \alpha < 0 \end{cases}. \quad (2.3)$$

Existen varias definiciones alternativas de la derivada fraccional, pero según [6] hay tres definiciones principales, las definiciones de Grünwald Letnikov (GL), Riemann-Liouville (RL) y Caputo. También existen otras definiciones como Weyl, Fourier, Cauchy, Abel, Nishimoto. Las definiciones GL, RL y Caputo son equivalentes en algunas condiciones para una amplia clase de funciones [3].

La definición de Grünwald Letnikov para el orden entero n derivadas sucesivas de una función f , se obtiene lo siguiente del principio de inducción matemática, donde para un orden no entero con α -ésimo como cualquier número real para una función $f(t)$ está definido por:

$$D_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \binom{\alpha}{r} f(t - jh), \quad (2.4)$$

donde: $\binom{\alpha}{r} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\Gamma(j+1)\Gamma(\alpha-j+1)}$. La fórmula de Riemann-Liouville de la integración de orden α -ésimo de una función $f(t)$ se define como:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau. \quad (2.5)$$

Según la definición de Caputo, la derivada de orden α -ésimo de una función $f(t)$ con respecto al tiempo está dada por:

$${}_a D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad (2.6)$$

para $n-1 \leq \alpha < n$. La definición de Caputo tiene la ventaja de tratar adecuadamente el problema de las condiciones iniciales, las cuales están dadas en términos de las derivadas de orden entero.

Las siguientes secciones exponen el salto de control clásico entero a control fraccional, existen muchas variantes de controladores de orden fraccional y éstas son usadas en diferentes aplicaciones, que depende de los requerimientos de dichas aplicaciones. El más común es la familia de controladores PID de orden fraccional. Otros como compensadores de retraso fraccional, controladores CRONE, control adaptativo fraccional y otros más.

2.2. Control PID fraccional

Se desarrollará la base del controlador PID clásico expuesto en [6] y [8], para luego desarrollar la teoría de controladores PID fraccionales, que se desarrollan ampliamente en [6] y [9], diseño de controladores en [10], análisis de estabilidad [11] y [12], controladores PID fraccional discreto [13] y avances del control fraccional en [14].

Un controlador PID entero, compara el valor real de la salida de una planta con la entrada de referencia (el valor deseado), determina la desviación y produce una señal de control (con acción proporcional, integral y/o derivativa depende el uso) que reduce la desviación a cero o a un valor pequeño [15].

La función de transferencia representativa del PID de orden entero está dada por:

$$C_1(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad (2.7)$$

donde $\{K_p, K_i, K_d\}$, son ganancias del controlador.

El controlador PID de orden fraccional (FO-PID) generalizado correspondiente viene dado por:

$$C_2(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu, \quad (2.8)$$

donde $\lambda, \mu \in \mathbb{R}^+$. Para $\lambda = 1$ y $\mu = 1$ la estructura del controlador fraccional se reduce a un clásico controlador PID entero. Otras variantes de controladores como FO-PI o FO-PD son posibles solo usando integral fraccional o derivada fraccional. Por lo tanto, la acción de control en función del tiempo según [3] y [6] sería:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i D^{-\lambda} e(t) + K_d D^\mu e(t). \quad (2.9)$$

De manera ilustrativa en la Fig.2.1 [6, pag 50], se muestra la representación esquemática del PID y el controlador PIDF en el plano $\{\lambda, \mu\}$. Es evidente que los controladores P, PI, PD y PID son solo cuatro puntos en el plano y el controlador PIDF puede tener cualquier valor en el plano esto ofrece ventajas evidentes con el PID clásico, el PIDF puede verse como una generalización del controlador PID de 'puntos en un plano'.

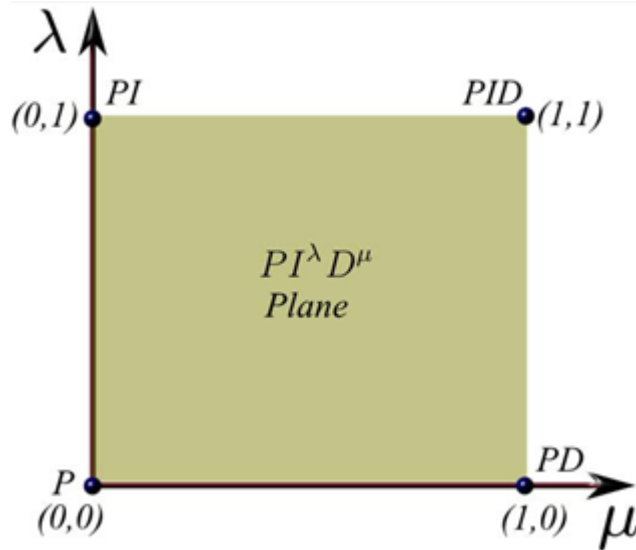


Figura 2.1: Representación esquemática del controlador PID de orden fraccionario con respecto a la contraparte de orden entero.

Por lo tanto, el diseñador esencialmente tiene un mayor grado de libertad numéricamente una infinita posibilidad de combinaciones que a diferencia de su homónimo, que tiene prácticamente nulo grado de libertad, limitado a tres puntos específicos (PI, PD PID) y puede usar

estos botones de ajuste adicionales para ajustar el diseño de su controlador para aplicaciones específicas.

Este controlador fraccional, se ve aplicado en control del modelo en el dominio de frecuencia de ultracondensadores[16], en el control de nivel de tanque cónico[17] y control de un servo de posición con retardo de tiempo[18].

2.3. Control Adaptable por Modelo de Referencia

En muchas aplicaciones reales, los sistemas poseen incertidumbres a causa del desconocimiento de los parámetros, del cambio de los mismos u otros casos, como sistemas que no pueden ser completamente modelados, esto debido a no linealidades propias del sistema. En estas situaciones, las teorías de control convencional no son completamente satisfactorias.

En cambio, en control adaptativo ha sido y es una herramienta muy útil, debido a su capacidad para ajustar los parámetros de forma automática, por medio de leyes de adaptación. Así tratar el problema de incertidumbre de los parámetros y lograr un comportamiento adecuado del sistema. Uno de los modelos adaptables es el control adaptable por modelo de referencia MRAC (Model reference adaptive control) [8]. Este calcula las acciones de control para hacer que un sistema controlado incierto rastree el comportamiento de un modelo de planta de referencia dado, esto se observa en la Fig. 2.2.

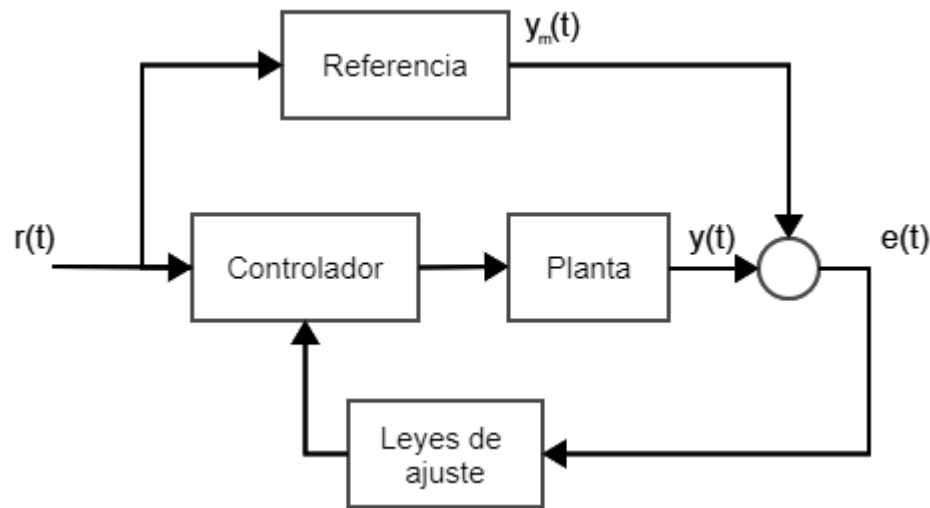


Figura 2.2: Diagrama de control adaptable por modelo de referencia.

En éste caso se desarrollará la teoría de control adaptable multivariable por modelo de referencia, debido a las características de los sistemas en los cuales se aplicarán estos controladores, esto está ampliamente desarrollado en [8], [19], [20], plantas multivariables con delays [21], con retroalimentación parcial de estados o con poca información en [22], [23], usando un modelo autorregresivo [24], aplicado a un sistema no lineal [25], multivariable discreto [26], diseño de MRAC multivariable mediante pasivación generalizada [27] y en una tesis aplicado a sistemas de segundo orden[28].

Considerando una planta lineal invariante en el tiempo (LTI) con m entradas y m salidas,

dado por:

$$y(t) = G_0(s)[u](t), \quad (2.10)$$

donde $G_0(s)$ es una matriz de transferencia racional estrictamente adecuada y $y(t) \in R^m, u(t) \in R^m$, son las salidas y entradas de la planta respectivamente.

El objetivo de MRAC es encontrar un control de retroalimentación $u(t)$, para la planta de tiempo continuo desconocido (2.10), tal que $y(t)$ rastree una señal de referencia $y_m(t)$ lo más cerca posible. Y la planta de circuito cerrado es globalmente estable, en el sentido de que todas las señales en el sistema están uniformemente acotadas, para cualquier condición inicial acotada, donde:

$$y_m(t) = W_m(s)[r](t), \quad (2.11)$$

siendo $W_m(s) \in R^{m \times m}$, una matriz de transferencia estable estrictamente apropiada y $r(t) \in R^m$ siendo una señal conocida uniformemente acotada y continua.

Para lograr este objetivo se realizan algunos supuestos:

- $G_0(s)$ es de rango completo y fase mínima (es decir, todos los ceros de $G_0(s)$ son estables);
- Se conoce un límite superior del índice de observabilidad \bar{v} de $G_0(s)$
- La matriz de ganancia de alta frecuencia K_p de $G_0(s)$ es tal que SK_p es una matriz definida simétrica y positiva para alguna matriz S conocida.
- Se conoce la $\xi(s)$ matriz $G_0(s)$ interactorial izquierda modificada de $G_0(s)$.

La matriz de transferencia del modelo de referencia se elige como:

$$W_m(s) = \xi_m^{-1}(s). \quad (2.12)$$

Considerando que $\xi(s)$ no es único y $r(t)$ se puede realizar a través de la dinámica de entrada, por lo que se tiene mucha flexibilidad para elegir la dinámica del modelo.

La estructura del controlador se elige como:

$$u(t) = \Theta_1^T \omega_1(t) + \Theta_2^T \omega_2(t) + \Theta_2 0^T y(t) + \Theta_3^T r(t), \quad (2.13)$$

donde: $\omega_1(t) = \frac{A(s)}{n(s)}[u](t), \omega_2(t) = \frac{A(s)}{n(s)}[y](t)$.

Algunas ecuaciones auxiliares están dadas por:

$$\zeta(t) = h(s)I[\omega](t), \quad (2.14)$$

$$\varepsilon(t) = \tilde{K}(t)\xi(t) + K^* \tilde{\Theta}^T(t)\zeta(t), \quad (2.15)$$

Para que las leyes de ajuste de orden fraccional estén dadas por:

$$\dot{\Theta}^\alpha(t) = \frac{-S^T \varepsilon(t) \zeta^T(t)}{1 + \zeta^T(t) \zeta(t) + \xi^T(t) \xi(t)} \quad (2.16)$$

$$\dot{K}^\alpha(t) = \frac{-\Gamma \varepsilon(t) \xi^T(t)}{1 + \zeta^T(t) \zeta(t) + \xi^T(t) \xi(t)}. \quad (2.17)$$

En el sistema FO-MRAC con planta (2.10) sujeto a los supuestos previamente descritos, el modelo (2.11), el controlador (2.13) con la ley adaptativa fraccional (2.16) y (2.22), todas las señales están uniformemente acotadas y el seguimiento error, $e(t) = y(t) - y_m(t)$, va a cero asintóticamente con el tiempo.

2.4. Proceso de Flotación

El proceso de extraer mineral en general podría dividirse en dos sectores, la mina y la planta concentradora, el proceso de extracción de cobre no es la excepción. En la mina se encuentran procesos de extracción del mineral, luego este se traslada en forma de roca a la planta concentradora, en este punto la planta concentradora se encarga de procesar el material para luego comercializarlo.

Dentro la planta concentradora los procesos pueden variar, pero usualmente se puede generalizar con los siguientes pasos[1].

1. Chancado primario.

Este se encarga de reducir de gran tamaño, aproximadamente de 1-2 metros, se busca reducir estas rocas aproximadamente un 90 % hasta 200-250 mm. Luego, se traslada el material a la siguiente etapa, usualmente con correas transportadoras (depende de la minera se puede considerar un chancado secundario incluso uno terciario).

2. Molienda.

Esta etapa recibe el material del chancado y muele el material con un tamaño máximo de 120 micras. El material que sobrepase esto se manda a etapas previas, este material se acumula en cubas, donde se añade agua y se impulsa a la siguiente etapa que separa el material fino y grueso. El material grueso se envía a un molino de bolas distinto y la salida de éste junto con el material fino se envía a la etapa de flotación.

3. Flotación.

Mediante adición de reactivos, agitación y adición de burbujas de aire, hace que el mineral de cobre valioso flote hacia la superficie. Este proceso se detallara más adelante, después de este proceso se pasa a la etapa de concentrado o espesores para reducir la parte líquida.

4. Espesores.

En esta etapa se busca reducir la parte líquida del material y el agua recuperada normalmente en las mineras se reutiliza, comúnmente se utiliza los espesores de relaves.

5. Filtros.

Depende de la minera se ubican filtros antes o después de los espesores para mejorar la calidad del producto.

6. Concentrado.

Así finalmente obtener el concentrado final, que está listo a ser vendido o procesado de acuerdo a la conveniencia de la empresa. En este punto se puede determinar la pureza del material final.

Todo este proceso se pueden observar en la Fig.2.3, extraída de [1, pag 14].

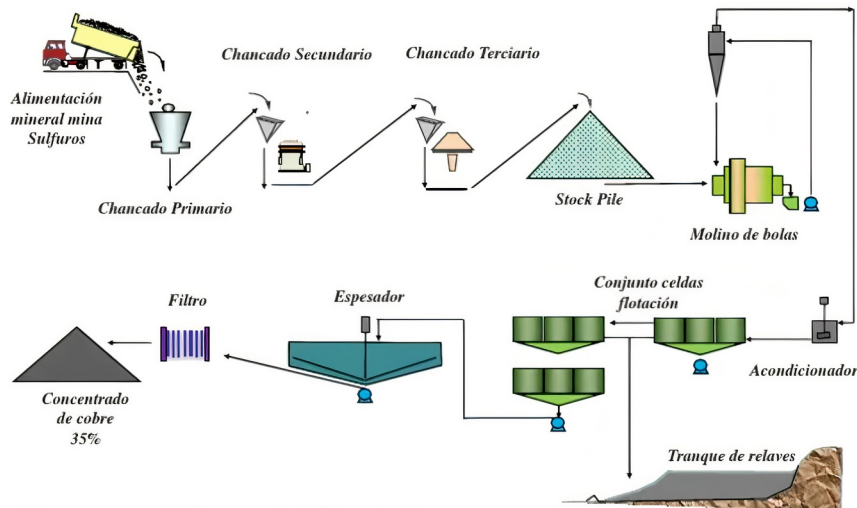


Figura 2.3: Proceso de extracción de cobre.

La flotación es una etapa muy importante dentro el proceso en general de extracción de mineral. Para esta etapa se aprovecha una propiedad de los materiales que componen la roca extraída y molida[29], esta propiedad se conoce como propiedad aerofílica, dicha propiedad hace que algunos materiales se adhieran más fácilmente a burbujas de aire que otros. Se aprovecha esto de tal manera que se impulsa aire en este proceso, para que el material valioso flote y el que no es aprovechable se quede en el fondo[30].

La unidad básica para este proceso se denomina celda de flotación, o dependiendo la mina podría ser columna de flotación. Este es un tanque o recipiente de diferentes dimensiones (de acuerdo a la cantidad de material que se quiere trabajar). Ingresa lo que se denomina "pulpa de material" que viene de una etapa previa donde se muele la roca y se la mezcla con agua, este tanque, celda o columna tiene 2 salidas, la primera donde sale concentrado del material valioso (en este caso de cobre) y por otra el material restante (pobre en material valioso).

Para realizar este proceso se agregan químicos (espumantes y colectores), estos facilitan de gran manera el proceso, también en la celda, tanque o columna se tiene una rasta conectada a un motor que impulsa aire y genera movimiento para generar burbujas, así el material valioso puede ascender y ser extraído por rebalse. Es común que el material no valioso también flote a la superficie.

El objetivo es controlar el nivel de flotación, de esta manera que la espuma rebose controladamente por el borde de la celda, una vez rebosado este material pasa a la siguiente etapa y el material restante se puede pasar a otra celda o tanque o dependiendo de la minera, retroalimentarse para extraer la mayor cantidad de material valioso posible. En la Fig. 2.4 se observa este proceso de manera ilustrativa, extraída de [1, pag 16].

2.5. Bancos de Flotación

Las celdas mencionadas previamente se conectan en serie, de esta manera se obtiene un banco de flotación. La pulpa ingresa a la primera celda, se obtiene el concentrado como

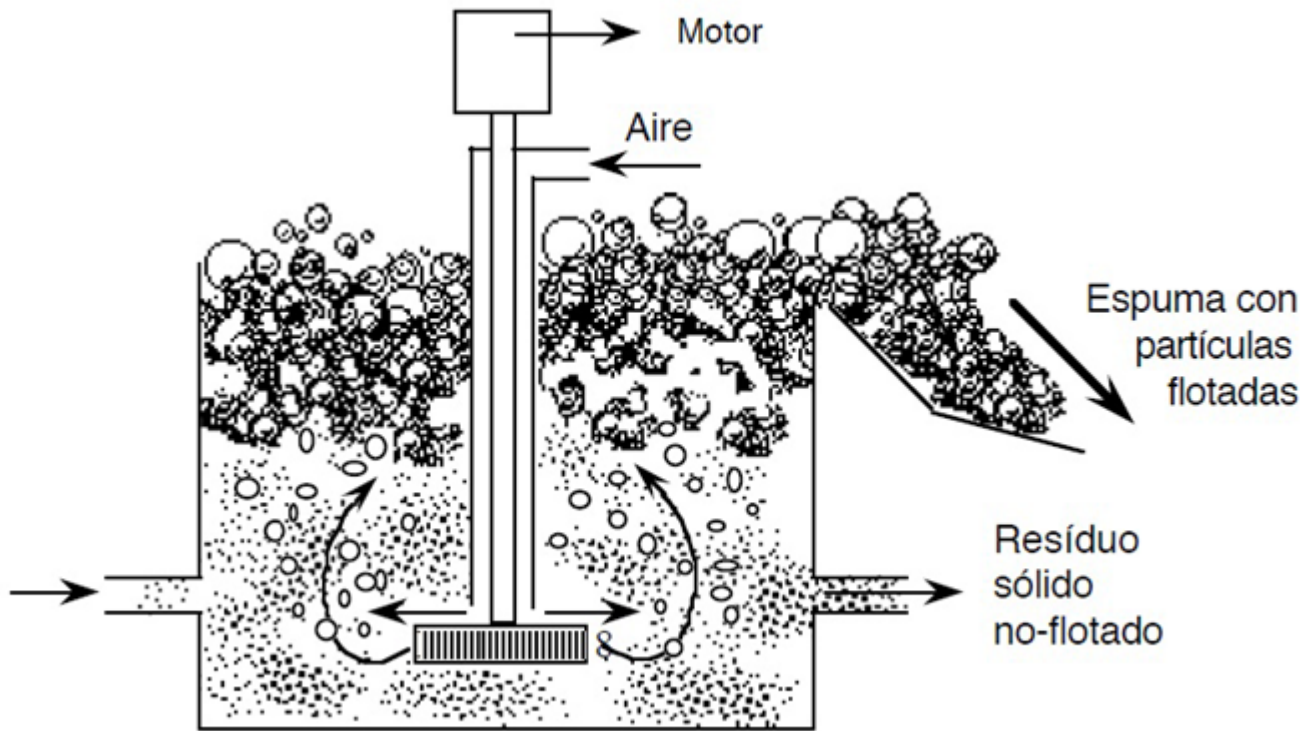


Figura 2.4: Principio de funcionamiento de flotacion de minerales.

se explicó en el punto anterior y el material restante se pasa a la siguiente celda, donde el material valioso es extraído y así sucesivamente. De acuerdo a la cantidad de celdas de flotación de la minera, el material restante de la última celda se la denomina cola, el material valioso de cada celda se junta y denomina concentrado total, en la Fig. 2.5 se observa 4 celdas interconectadas extraída de [1, pag 17].

El objetivo principal de esta etapa es obtener un concentrado alto de material valioso, depende la minera se pueden conectar varias celdas en serie (así formar un banco de flotación) o usar una columna de flotación.

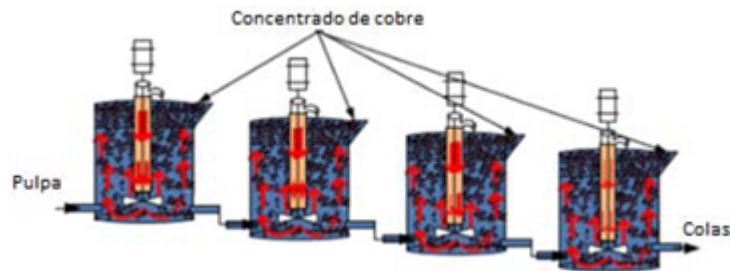


Figura 2.5: 4 Bancos de flotacion en serie.

Para determinar el sistema de control más adecuado tanto en un banco de celdas de flotación como en una columna de flotación y realizar simulaciones es necesario contar con un modelo matemático adecuado, para esto se deben establecer que aspectos constará la simulación, además debido a que el proceso es no lineal, si se realizará una aproximación

lineal o no, en el caso específico de un banco de celdas de flotación se puede considerar los siguientes modelos no lineales o lineales.

- No lineal

El modelo matemático no lineal se puede considerar las celdas como estanques y de acuerdo a esto interconectar los que sean necesarios, para esto en la Fig. 2.6 se observa los datos que se consideraran para un modelo no lineal, cabe resaltar que de acuerdo a lo que se detalló anteriormente para este modelo lineal, no se considera directamente la agitación producida por el motor, así como se desprecia los efectos de los químicos y el aire introducido.

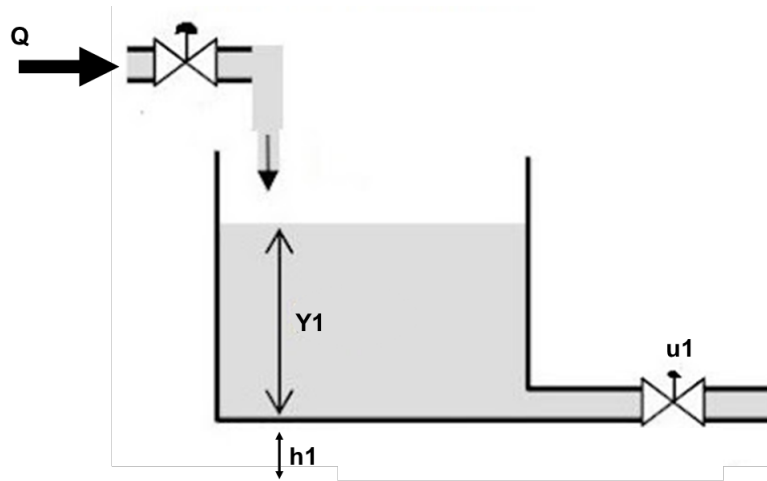


Figura 2.6: Modelo para 1 celda

De esta figura y considerando que a continuación hay otro tanque con otra altura, se puede establecer el modelo matemático lineal como:

$$\dot{y}_1(t) = \frac{1}{S}(q(t) - \alpha_1 * u_1(t)\sqrt{y_1(t) + h_1}), \quad (2.18)$$

donde:

$y_1(t)$ = Nivel del tanque 1.

S = Área del tanque.

$q(t)$ = Caudal de entrada.

α_1 = Área transversal de la tubería.

$u_1(t)$ = Porcentaje de apertura de la válvula 1.

y_2 = Nivel del tanque 2 (si fuera el último esto es 0).

h_1 = Altura del tanque 1 con respecto al tanque siguiente.

Para este modelo matemático no se considera el motor, ni los reactivos, ni la adición de burbujas, estos se consideran como perturbaciones y la variable a manipular solo sería el porcentaje de apertura de la válvula y considerando un caudal de entrada variable

en el tiempo que no se puede controlar. Esta fórmula se puede repetir cuantas veces sea necesario en función de cuantos tanques acoplados en serie tenga el proceso.

- Lineal

Para un modelo lineal se pueden tomar diferentes caminos como: Linealizar la ecuación descrita en el modelo no lineal o usar una herramienta de identificación de sistemas. Existen programas que, con la información del comportamiento, entrega un modelo matemático lineal que tiene mucha aproximación al comportamiento real.

Donde generalmente una función de transferencia se representa del modo:

$$\dot{x}(t) = A * x(t) + B * u(t), \quad (2.19)$$

$$y(t) = C * x(t). \quad (2.20)$$

2.6. Columna de Flotación

Una columna de flotación es de sección circular, la pulpa se alimenta a una distancia de un tercio de altura [2], desde el rebose de la celda, el aire se inyecta desde los difusores que están en la parte inferior y el agua ingresa a través de una especie de ducha que se encuentra sobre o debajo del rebose de la celda (esto varía de acuerdo al modelo de la columna de flotación), un ejemplo de columna de flotación se observa en la Fig. 2.7 [2, pag 11], [29] y [30].

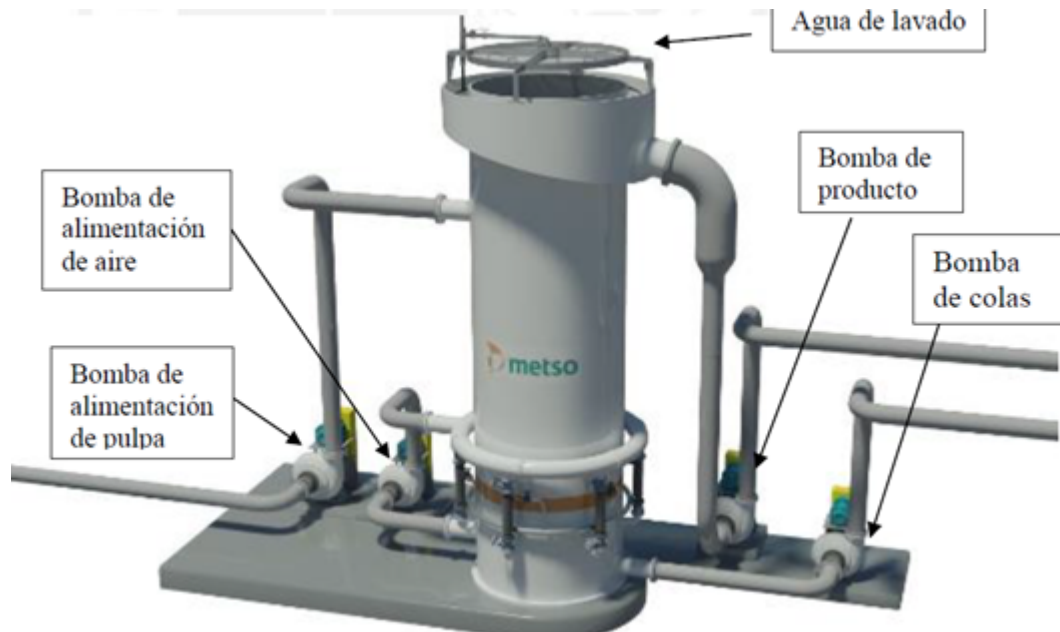


Figura 2.7: Columna de flotación

Donde las variables manipulables y controladas se resume en la Tabla 2.1

El proceso específico ya se detalló en la celda de flotación, la diferencia es que normalmente cuando se utiliza la columna de flotación en el proceso usualmente es solo 1 columna de gran tamaño.

El comportamiento dinámico de la columna objeto de estudio, se representa mediante la siguiente función de transferencia:

Descripción	Variables
Variables manipuladas	Flujo de alimentación-Qa Flujo de lavado de agua-Qw Flujo de colas-Qc Flujo de aire-Qg
Variables controladas	Nivel de interface de espuma con pulpas-H Gas hold up o Air friction Bias Rate-BR

Tabla 2.1: Variables criticas de la columna de flotación

$$\begin{bmatrix} H \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & G_{14} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} & G_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_w \\ Q_c \\ Q_a \\ Q_g \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

El correcto funcionamiento simulado y aplicado, está en encontrar las funciones de transferencia que describan la dinámica de la columna de flotación objeto de estudio.

2.7. Algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO)

Una vez determinado el modelo matemático y el control que se aplicará, existen, en ambos controladores constantes que se deben sintonizar y existen diferentes métodos para lograr este objetivo, por ejemplo, para sintonizar el controlador PID fraccional como una adaptación de Ziegler-Nichols [31], [32], sintonizadores óptimos por algoritmos genéticos [33], [34], [35], y por PSO [36],[37]. PSO es una técnica de optimización global heurística [38]. Esta técnica permite resolver problemas de optimización mediante el uso de grupos o enjambres de partículas, las cuales simulan virtualmente el comportamiento de grupos sociales existentes en la naturaleza (bandadas, muchedumbres y otras), en su proceso de búsqueda de algún beneficio en común. Además, el método ha mostrado mejoras en la minimización de la función criterio, en especial, cuando ésta tiene características no lineales, es no diferenciable, posee múltiples óptimos y es de alta dimensionalidad [39].

En cuanto a la aplicación de la estrategia PSO al control adaptable basado en modelos de error [40], y [41], proponen el control adaptable por modelo libre, para regulación y en estos trabajos no realizan comparaciones con otros métodos, mostrando convergencia del error de seguimiento mediante resultados por simulación. Con respecto al caso de MRAC se podría mencionar a [42]. En resumen, en cuanto a PSO se refiere, estos últimos dos trabajos no son mas que una aplicación de PSO al entrenamiento de una red neuronal y además online.

En esencia de PSO es simular el movimiento de partículas en un espacio multidimensional, se requiere entonces de un conjunto de fórmulas para actualizar la velocidad y la posición de cada partícula, dentro del espacio de búsqueda. Cada partícula tiene una posición representada por una matriz $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3}, \dots, x_{i\lambda})$ y una velocidad representada por la matriz $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, v_{i3}, \dots, v_{i\lambda})$ donde, $\lambda \in \{1, 2, 3, \dots, d\}$ y d es la dimensión del espacio

Indicador	Expresión	Característica
ISE	$J_{e1} = \sum_{k=0}^N e(k)^2$	Integral del cuadrado del error
ITSE	$J_{e2} = \sum_{k=0}^N ke(k)^2$	Integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo
IAE	$J_{e3} = \sum_{k=1}^N \ e(k)\ $	Integral del error absoluto
ITAE	$J_{e3} = \sum_{k=1}^N \ ke(k)\ $	Integral del error absoluto ponderado en el tiempo

Tabla 2.2: Índices de desempeño para los controladores.

de búsqueda. Tal como ya se mencionó, cada partícula no solo recuerda su mejor posición $P_i = (p_{i1}, p_{i2}, p_{i3}, \dots, p_{i\lambda})$, donde, $i \in \{1, 2, 3, \dots, s\}$ es el índice perteneciente a cada partícula y s es el número total de partículas, sino que también, la mejor posición global de todo el conjunto de partículas, el cual es almacenado en el vector $P_g = (p_{g1}, p_{g2}, p_{g3}, \dots, p_{gs})$. En el algoritmo básico de PSO, la velocidad y posición de las partículas evolucionan por medio de las siguientes ecuaciones:

$$v_{id}^{(t+1)} = w_{iter}v_{id}^{(t)} + c_1r_1^{(t)}(p_{id}^{(t)} - x_{id}^{(t)}) + c_2r_2^{(t)}(p_{gd}^{(t)} - x_{id}^{(t)}), \quad (2.22)$$

$$x_{id}^{(t+1)} = x_{id}^{(t)} + v_{id}^{(t+1)}. \quad (2.23)$$

Cuando todas las partículas son distribuidas uniformemente cubriendo todo el espacio de búsqueda se habla de exploración, la cual es dada gracias al valor máximo de w_{iter} (w_{max}). Por otro lado, la explotación se refiere a la búsqueda minuciosa en la periferia de algún posible óptimo (local o global). Esta característica de explotación está dada cuando w_{iter} es mínima (w_{min}) del espacio de búsqueda, el cual, decrece según avancen las iteraciones de acuerdo a la siguiente regla:

$$w_{iter} = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{iter_{max}} * iter, \quad (2.24)$$

donde, $iter_{max}$ representa el número máximo de interacciones permitido para el algoritmo de búsqueda. c_1 y c_2 corresponden a las constantes cognitiva y social, respectivamente definidas en 2.22, las cuales influyen en la velocidad de convergencia de cada partícula, r_1 y r_2 son variables que proveen un ambiente estocástico para el algoritmo, con distribución uniforme en el intervalo [01] ($r_1, r_2 \sim U[0, 1]$). A su vez, estas variables permiten que las partículas no se estancuen en algún óptimo local.

El algoritmo PSO sigue un esquema general, que será detallado más adelante.

Como se explicó en un principio, este método busca optimizar un problema, en este caso se tomarán diferentes índices de desempeño del resultado de los controladores considerando el error, estos indicadores se pueden observar en la Tabla 2.2.

Estos indicadores han sido ampliamente usados y aceptados en diferentes proyectos, en [43] y en [44] se utiliza el criterio de la integral del cuadrado del error (ISE), en [45] se desarrollan trabajos de investigación en base al criterio de la integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo (ITSE), en [46] se considera el criterio de la integral del error absoluto (IAE),

donde la acción de seguimiento viene dado por la misma y en [47] se utilizan los criterios ISE, ITSE, IAE y ITAE, en este trabajo se utilizaron los 4 criterios antes mencionados.

2.8. Revisión Bibliográfica de Controladores en Bancos de Celdas de Flotación

Desde trabajos como [48], que en 1985 desarrolla un control PI sobre celdas de flotación, se fueron proponiendo varios controladores, sobre todo en control predictivo con buenos resultados.

En [49] se presenta una estrategia de control predictivo, que posee un elemento que mide las perturbaciones provocadas por el cambio de alimentación y el contenido de metales en el mineral y utiliza la adición de colectores (químicos) y el flujo de aire como variables manipuladas, para controlar el concentrado de cobre. El documento ofrece resultados muy positivos, pero cabe resaltar que no considera las perturbaciones no medidas, que puede generar problemas en el control.

En [50] se observa el desarrollo de un controlador predictivo SISO, que utiliza una estrategia de control predictivo generalizado (GPC) para controlar la ley de concentrado y ley de relaves. Dichos resultados son bastante positivos, aunque no se considera la interacción de un sistema MIMO.

Otros trabajos similares con control predictivo se observa en [51], [52] y [53], donde no se abarca la estabilidad del nivel de los tanques y se asume como estable y se desea controlar ley de relaves y/o ley de concentrado.

Varios trabajos aplican control predictivo con estanques acoplados como en [54] y [55] en dos estanques, en [56] y [57] se trabaja en 3 estanques acoplados y en [58] y [59] se trabaja en 4 tanques acoplados.

En [1] se abarca esta solución con un controlador predictivo generalizado multivariable en 5 estanques acoplados, que es aplicado a una industria en Chile. Los resultados no son simulados sino completamente aplicados. Los resultados obtenidos de manera experimental, indican que con la estrategia de control implementada se logra reducir la varianza del nivel en los bancos Rougher hasta en un 88 %, además de mejorar el seguimiento de la referencia, mediante la adecuada compensación de perturbaciones.

Con respecto a PID fraccionales aplicados a banco de celdas de flotación en industrias mineras, no existen trabajos publicados en ese sentido, pero se puede destacar [60] y [61] donde se aplica PID fraccional a tanques acoplados pero no específicamente de la etapa de flotación en la extracción de minerales.

Para controladores tipo MRAC, existen algunas investigaciones como [62] y [63] que desarrollan controladores adaptativos pero en procesos en general de minería, donde uno de los procesos es flotación.

2.9. Revisión Bibliográfica de Controladores en Columna de Flotación

En la década de los 60' Boutain y Temblay investigaron los procesos de flotación [64]. Desde entonces se continúan desarrollando avances en esta área.

En el aspecto de minería, la columna de flotación ofrece mayores ventajas que los bancos de celdas de flotación convencionales cuando se trabaja con partículas finas [65].

La complejidad dinámica de las celdas de flotación tipo columna radica en las diferentes variables físicas que intervienen en el proceso. Los fabricantes de celdas columnas han propuesto y desarrollado diferentes variantes de instrumentación y control, usando estrategias de control PID [66] o PI en [67], donde las desventajas de estos sistemas de control radican en la falta de integración de los lazos de control existentes.

Generalmente, los sistemas de control, de las celdas de flotación tipo columna, no son sofisticados, principalmente por que la variable crítica del proceso que se puede medir directamente es la altura de la cama de burbujas. El desarrollo de nuevos sensores para bias, gas holdup y velocidad superficial del gas ofrecen la posibilidad de implementar sistemas de control avanzados, los cuales se caracterizan por su elevada efectividad en el control de procesos.

Las limitaciones de los controladores PI enteros fueron ampliamente analizadas en [68], [69] y [70]. Dos lazos de PID fueron implementados en [71].

En [72] se desarrolla un controlador fuzzy, obteniendo una concentración de cobre sobre el rango admitido, manteniendo la recuperación por encima del nivel límite definido. En el diseño del controlador fuzzy se utilizaron como variables manipuladas el flujo de aire y el nivel de interface de la cama de burbujas.

En cuanto a controladores predictivos y algunas variantes se observa en [73], [74], [75], [76], [77] y [78].

Para controladores fraccionales no existe literatura aplicado directamente a columna de flotación, sin embargo procesos industriales similares abordados se puede observar en [72], [79], [80], [81], [82] y [83].

Para controladores tipo MRAC, existen algunas investigaciones como [84] y [85] que desarrollan controladores adaptativos pero en procesos en general de minería o procesos similares.

En [2] se observa un controlador predictivo multivariable, para el control efectivo de una celda de flotación tipo columna utilizada en el proceso de recuperación de cobre. El modelo matemático obtenido tiene un grado de aceptación FIT superior a 80 %. Se realizaron evaluaciones comparativas del sistema de control de la celda de flotación tipo columna, con los controladores GPC multivariable y PI diseñados considerando diferentes escenarios de operación e índices de desempeño.

Capítulo 3

Definición de los casos de estudio y condiciones de optimización

3.1. Modelación del banco de celdas de flotación

En este apartado se utilizará un modelo matemático lineal extraído con un sistema de identificación en [1]. estos datos fueron extraídos de una minera en funcionamiento, por lo que el modelo matemático será una aproximación al comportamiento real muy útil. El trabajo mencionado trabaja en 2 líneas, en este trabajo solo se considerará la línea 1, que consiste en 5 bancos formados por celdas cuadradas de 3000[pies³].

Se determinó 5 funciones de transferencia linealizadas, expresadas en espacio de estados (del modo que se observó en el marco teórico). Las salidas son el nivel en cm y las entradas están detalladas en la Tabla 3.1, se considera cada ecuación como un sistema MISO.

La representación en variables de estado aumentada de las 5 celdas queda como:

$$\begin{aligned} A_{a1} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,959 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a1} = \begin{bmatrix} -0,3413 & 0 \\ -0,1122 & 0 \\ 0,4876 & 0,063 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ C_{a1} &= [0 \ 0 \ 1 \ 1], U_{m1}(t) = \begin{bmatrix} y_2(t) \\ u_1(t) \end{bmatrix}, X_{ma1} = \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \\ x_{13}(t) \\ d_1(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

	Entrada	Salida(cm)
Celda 1	Flujo de entrada (no cuenta con sensores que midan este flujo) La apertura del actuador 1(válvula de salida) Nivel 2	Nivel 1
Celda 2	La apertura del actuador 1(válvula de entrada) La apertura del actuador 2(válvula de salida) Nivel 1 Nivel 3	Nivel 2
Celda 3	La apertura del actuador 2(válvula de entrada) La apertura del actuador 3(válvula de salida) Nivel 2 Nivel 4	Nivel 3
Celda 4	La apertura del actuador 3(válvula de entrada) La apertura del actuador 4(válvula de salida) Nivel 3 Nivel 5	Nivel 4
Celda 5	La apertura del actuador 4(válvula de entrada) La apertura del actuador 5(válvula de salida) Nivel 4	Nivel 5

Tabla 3.1: Entradas y salidas del banco de celdas

$$\begin{aligned}
A_{a2} &= \begin{bmatrix} 0 & -0,7433 & 0 \\ 1 & 1,7069 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & -0,1812 & 0 & 0,0288 \\ 0,0339 & 0,2175 & -0,0309 & 0,0292 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
C_{a2} &= [0 \quad 0,5 \quad 1], U_{m2}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_3(t) \\ u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix}, X_{ma2} = \begin{bmatrix} x_{21}(t) \\ x_{22}(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix}, \tag{3.2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{a3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,3316 & 0 \\ 0,5 & 0 & -0,6909 & 0 \\ 0 & 2 & 2,0189 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0,0366 & 0 & 0,0308 \\ 0,0677 & 0,1119 & -0,0721 & 0,0578 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
C_{a3} &= [0 \quad 0 \quad 0,25 \quad 1], U_{m3}(t) = \begin{bmatrix} y_2(t) \\ y_4(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}, X_{ma3} = \begin{bmatrix} x_{31}(t) \\ x_{32}(t) \\ x_{33}(t) \\ d_3(t) \end{bmatrix}, \tag{3.3}
\end{aligned}$$

	Rango	Punto de operación
Nivel de salida (cm)	0-50	20-25
Apertura de válvula (%)	0-100	-

Tabla 3.2: Puntos de operación de las celdas de flotació.

$$\begin{aligned}
A_{a4} &= \begin{bmatrix} 0 & -0,5686 & 0 \\ 1 & 1,5151 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a4} = \begin{bmatrix} -0,2458 & -0,091 & 0 & 0 \\ 0,3045 & 0,1243 & -0,14 & 0,1662 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
C_{a4} &= [0 \quad 0,5 \quad 1], U_{m4}(t) = \begin{bmatrix} y_3(t) \\ y_5(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{bmatrix}, X_{ma4} = \begin{bmatrix} x_{41}(t) \\ x_{42}(t) \\ d_4(t) \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.4}$$

$$\begin{aligned}
A_{a5} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -0,6925 & 0 \\ 0 & 1 & 1,6697 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0,0052 \\ 0 & -0,1836 & 0,0711 \\ 0,0547 & 0,0072 & 0,0188 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\
C_{a5} &= [0 \quad 0 \quad 0,25 \quad 1], U_{m5}(t) = \begin{bmatrix} y_4(t) \\ u_4(t) \\ u_5(t) \end{bmatrix}, X_{ma5} = \begin{bmatrix} x_{51}(t) \\ x_{52}(t) \\ x_{53}(t) \\ d_4(t) \end{bmatrix},
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Para identificar el sistema en [1], se realizaron 6 experimentos; en 5 de estos experimentos se manipularon 5 entradas a la vez y se utilizan para estimar el modelo del nivel de cada una de las celdas.

El punto de operación, en el cual trabaja el proceso en dicha planta para cada experimento corresponde al que tiene el circuito ‘‘Rougher’’ en torno a 20cm. En algunos casos, este punto de operación debe ser modificado para compensar cambios de flujo en la entrada del proceso, lo que corresponde a una práctica permitida al identificar el sistema, siempre y cuando estos cambios sean mucho menores que los cambios aplicados por la señal. Es inevitable que existan perturbaciones, debido a que esta información fue extraída de un proceso real que se encuentra en producción.

El trabajo mencionado presenta un filtro de Kalman, para la implementación el cual no será considerado en este trabajo debido a que únicamente se simulará. Algunas condiciones del sistema, se especifica en la Tabla 3.2, ésto para todas las celdas.

En este proceso de identificación los modelos matemáticos de cada celda cuentan con un grado de aceptación de:

- Celda 1 = 70 %
- Celda 2 = 90 %

- Celda 3 = 82 %
- Celda 4 = 65 %
- Celda 5 = 55 %

De esta manera se cuenta con un modelo para realizar pruebas y diseñar los controladores correspondientes, para la simulación se trabaja sobre MATLAB-Simulink como se observa en la Fig. 3.1

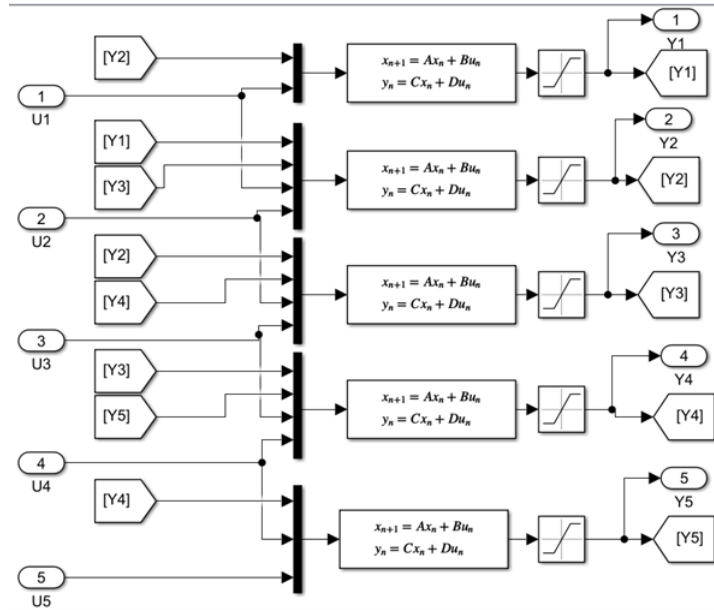


Figura 3.1: Simulación de celdas MATLAB-Simulink

Donde se busca controlar el nivel de las 5 celdas, se considera como única variable a manipular el porcentaje de apertura de salida de cada tanque explicado anteriormente.

Por otro lado, cabe mencionar que todas las simulaciones, fueron realizadas bajo la misma plataforma de simulación MATLAB Versión 9.9.0.1467703 (R2020b).

3.2. Modelación de la columna de flotación.

De la misma manera, en este apartado se utilizará un modelo matemático lineal extraído con un sistema de identificación en [2]. Estos datos también fueron extraídos de una minera en funcionamiento, por lo que el modelo será una aproximación al comportamiento real muy útil, en este caso se simuló una columna de flotación, la cual también es un sistema multivariable con 4 entradas y 2 salidas, como se observó en el marco teórico.

Donde las variables manipulables y controladas se resume en la Tabla 2.1 La representación de funciones de transferencia de la columna de flotación se observa en la Tabla 3.3.

Estas fueron transformadas en variables de estado, para manejar sobre una misma base ambos modelos.

	Nivel de Interface(H)
Agua de lavado(Q_w)	$G_{11}(z) = \frac{0,002564z^{-4}+0,001215z^{-5}}{1-0,3068z^{-1}-0,6871z^{-2}}$
Colas(Q_c)	$G_{12}(z) = \frac{-0,006483z^{-4}}{1-0,9962z^{-1}}$
Alimentación de pulpa(Q_a)	$G_{13}(z) = \frac{0,002875z^{-2}}{1-0,9989z^{-1}}$
Flujo de aire(Q_g)	$G_{14}(z) = \frac{0,002204z^{-2}}{1-0,9925z^{-1}}$
	Air Holdup(ε)
Agua de lavado(Q_w)	$G_{21}(z) = \frac{-0,03902z^{-7}+0,03806z^{-8}}{1-1,199z^{-1}+0,2439z^{-2}}$
Colas(Q_c)	$G_{22}(z) = \frac{0,004358z^{-9}-0,005267z^{-10}+0,003042z^{-11}+0,0007577}{1-0,8276z^{-1}+0,6438z^{-2}-0,7666z^{-3}}$
Alimentación de pulpa(Q_a)	$G_{23}(z) = \frac{-0,0000614z^{-6}}{1-0,9989z^{-1}}$
Flujo de aire(Q_g)	$G_{24}(z) = \frac{0,0004991z^{-8}}{1-0,9965z^{-1}}$

Tabla 3.3: Funciones de transferencia de la celda de columna.

Punto de operacion	Rango de variación
Agua de lavado $Q_w = 400ml/min$	400 – 480ml/min
Flujo de alimentación $Q_f = 120ml/min$	120 – 145ml/min
Flujo de coles $Q_c = 440ml/min$	440 – 490ml/min
Flujo de aire $Q_g = 1570ml/min$	15700 – 1640ml/min
Nivel $H = 240cm$	240 – 300cm
Air Holdup $\varepsilon = 20\%$	20 – 25 %

Tabla 3.4: Punto inicial de operación y rango de variación de las variables manipuladas y la salida de la columna de flotación.

En [2] se desarrolló el procedimiento de identificación de una columna de flotación real, como se mencionó previamente, utilizando datos de entrada y salida obtenidos en tiempo real de las diferentes variables. Este proceso de identificación está sujeto a perturbaciones naturales del sistema, que en sistemas reales es complicado eliminar. El punto de operación estable, los rangos de variaciones de las entradas y de las salidas se muestran en la Tabla 3.4.

Como resultado se obtuvo un comportamiento dinámico multivariable con 2 salidas y 4 entradas.

Los resultados de validación del modelo matemático son:

- $G_{11} = 85\%$
- $G_{21} = 83\%$
- $G_{12} = 89\%$
- $G_{22} = 84\%$
- $G_{13} = 85\%$
- $G_{23} = 87\%$
- $G_{14} = 90\%$
- $G_{24} = 90\%$

Los grados de aceptación superan en todos los casos el 80%, esto mejor que los resultados

de banco de celdas de flotación, por ende, este modelo de columna de flotación puede ser utilizado para el diseño de controladores. De la misma manera para la simulación se trabaja sobre MATLAB-Simulink como se observa en la Fig. 3.2

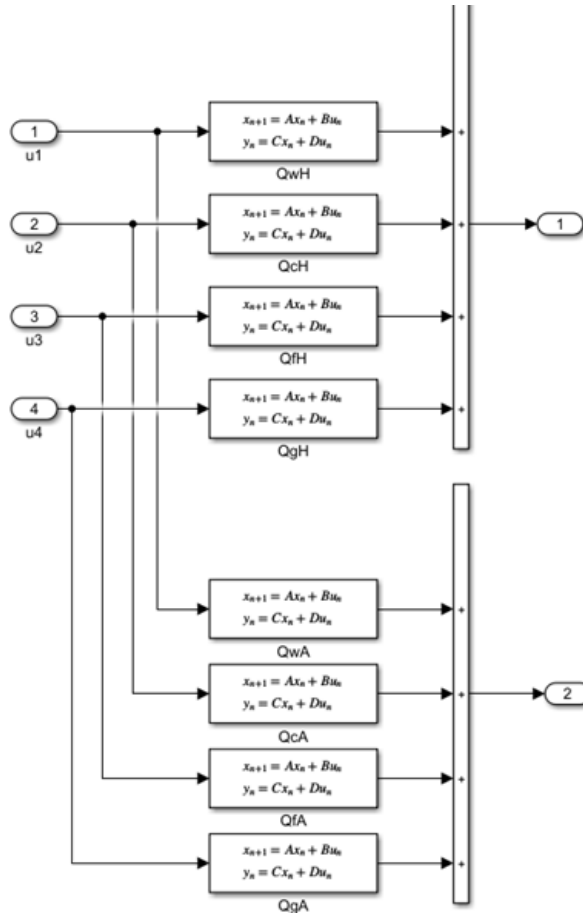


Figura 3.2: Simulación de columna de flotación en MATLAB-Simulink

Se busca controlar el nivel y el porcentaje de Air Holdup de la columna de flotación, donde las variables a manipular se mostraron en el marco teórico en la Tabla 2.1

Para diseñar los controladores según [2] y [86], este modelo se puede reducir, con las siguientes observaciones:

- Para controlar el nivel de interface (H) la principal referencia es el flujo de colas.
- Para controlar el Air holdup (ε) la principal referencia es el flujo de aire.
- Las demás entradas se pueden mantener constantes.
- Aún se considera MIMO, debido a que las constantes u otras señales aún actúan aunque en menor proporción de la variable principal de acuerdo a la salida.

De acuerdo a los puntos anteriores, se puede reducir el modelo a MIMO con 2 entradas y 2 salidas, con las respectivas interacciones.

3.3. Definición de la función objetivo del PSO

En este punto se desarrolló un algoritmo de optimización por enjambre de partículas PSO (Particle Swarm Optimization), descrito en el marco teórico, como se observa en la Fig. 3.3, para que este sistema determine los mejores valores para las diferentes ganancias de los controladores.

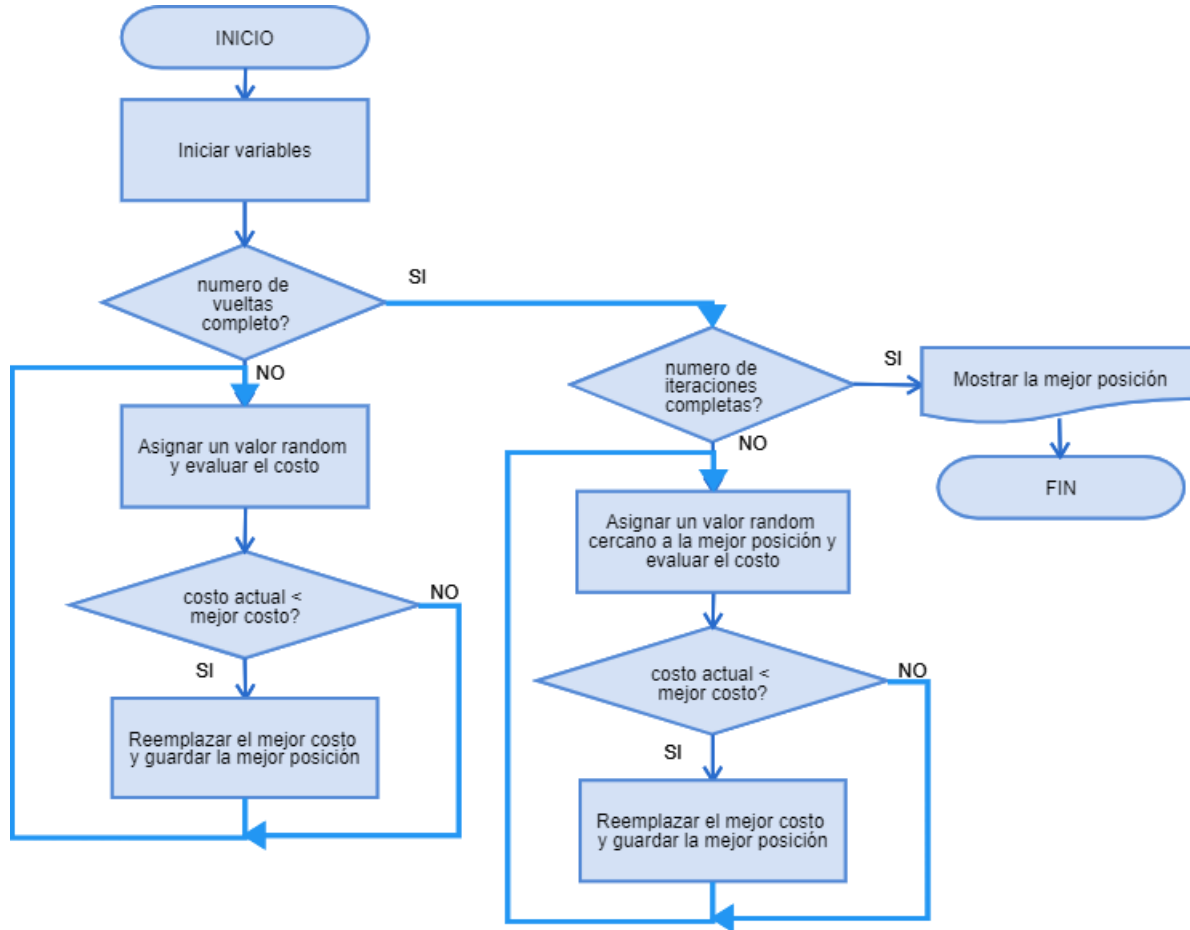


Figura 3.3: Flujograma del PSO.

Las funciones de costo son muy utilizadas en la literatura, debido a que consideran en su estructura diferentes parámetros o índices a minimizar o maximizar, según sea el caso. Además, contempla restricciones en cuanto al espacio de búsqueda λ -dimensional. Con el fin de cuantificar el mejor rendimiento del controlador y basado en [87], [88] entre otros, la función objetivo en este trabajo viene dado por:

$$OF = w_1 \int_0^t |e(t)|dt + w_2 \int_0^t t * |e(t)|dt + w_3 \int_0^t e(t)^2 dt + w_4 \int_0^t t * e(t)^2 dt, \quad (3.6)$$

donde: $e(t) = y(t) - r(t)$ es el error de control. Los factores de peso w_i son aquellos que establecen la ponderación de cada índice, en función de las escalas o de a cuál se dé la mayor importancia, para esta función no se considera el sobre paso o el tiempo de estabilización,

debido a que el problema tanto en banco de celdas y columnas de flotación radica en las oscilaciones entorno al punto de referencia, más que cuanto demora en llegar o en poca proporción el sobrepaso.

Las ganancias de los controladores PID entero y fraccional como son K_p , K_i y K_d , al igual que las ganancias del controlador MRAC, están dentro un rango de $-100, 100$ y los valores de los órdenes fraccionales λ y μ están dentro el rango de $0, 2$. Los tiempos de simulación variarán tanto para el banco de celdas de flotación como para la columna de flotación.

En particular, para este método (PSO), los parámetros utilizados en este estudio corresponden a aquellos definidos en [42] y [89] son los siguientes:

- La población inicial no puede ser elegida como en la literatura, ya que en nuestro caso se optimizan hasta el triple de parámetros. Como el número de individuos iniciales es particular para cada problema, en este estudio se define 150 partículas para el proceso de búsqueda.
- El factor de inercia variable se escogió como $w_{max} = 1,9$ y $w_{min} = 0,4$.
- Las constantes de aceleración fueron elegidas como $c_1 = 2$ y $c_2 = 2$.
- El número máximo de interacciones se fijó como $iter_{max} = 1000$.

Con estos parámetros y algunas variaciones de acuerdo a los casos, con $w_i = 1$, se determinó las ganancias y los órdenes fraccionales para los controladores. Se procederá a realizar pruebas de simulación correspondientes y análisis de resultados en el siguiente capítulo.

De tal manera que se puede concluir, que se cuenta con modelos tanto para banco de celdas y columnas de flotación, bastantes aproximados a la realidad y listos para desarrollar controladores en los mismos y con las limitaciones correspondientes. Posterior a esto, se determinó la función objetivo para determinar las ganancias de los controladores en ambas plantas.

Capítulo 4

Resultados y Análisis de Experimentos

A partir de los aspectos de diseño desarrollados en el capítulo anterior, en esta sección se presentará los resultados y el análisis de las simulaciones. Donde se comparará el control PID fraccional con un PID entero, para fines de comparación se determinó las constantes proporcionales de un PI, tanto para el banco de celdas y columna de flotación, el PI es comúnmente utilizado para estos procesos como en [1] y [2].

Estas comparaciones se realizarán con todos los controladores aplicados a banco de celdas como a la columna de flotación, con las constantes determinadas por el algoritmo de PSO, y función objetivo descrito anteriormente. Se evaluarán los controladores frente a cambios de referencias y variaciones en los parámetros de ambas plantas.

4.1. Comportamiento del banco de celdas de flotación frente a variaciones de referencia

Para el banco de celdas de flotación, se aplicará un cambio de referencia de 20 a 25 cm, estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durará 6000 seg, en 2000 seg se aplicará el cambio de referencia, esto parecido a pruebas realizadas en [1].

En la Tabla 4.1 se observa las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón.

Donde M_p es la sobrelongación máxima en porcentaje, t_r es el tiempo de subida, es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 0% al 100% de su valor final y t_{ss} es el tiempo de asentamiento, es el tiempo que se requiere para que la curva de respuestas alcance un rango de valor final (por lo general de 2 ó 5%), en este caso se consideró el 2%. Toda esta información extraída de [15], esto se aplica tanto a banco de celdas y columna de flotación.

Se observa que varios controladores no llegan al tiempo de estabilización y que la respuesta es ∞ , esto debido a oscilaciones constantes que mantiene la respuesta que, siendo puntuales, no llegan a un tiempo de estabilización con criterio del 2%.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 24,99$	44.87	2020	∞	1.83e+04	4.33e+7	5599	1.62e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,99$	18.93	2080	∞	4032	1.04e+7	3090	9.06e+6
		$K_i = 2,17$							
		$K_d = 2,2$							
		$\lambda = 0,12$							
		$\mu 0,26$							
MRAC	$\Gamma = 0,0066$	3.86	2170	3270	2677	5.81e+6	1327	3.43e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,123$	3.84	2290	2580	2949	6.21e+06	1488	3.67e+06	
	$\alpha = 0,8$								
Celda 2	PI	$K_p = 24,99$	48.17	2040	∞	2.96e+04	7.74e+07	8858	2.65e+07
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,02$	16.5	2090	∞	8311	2.32e+07	5137	1.54e+07
		$K_i = 0,9$							
		$K_d = 0,5$							
		$\lambda = 0,2$							
		$\mu = 0,04$							
MRAC	$\Gamma = 6,35e - 5$	2.68	2150	2840	2289	4.81e+06	1030	2.54e+06	
MRACF	$\Gamma = 0,104$	2.58	2370	2600	3619	7.68e+06	1799	4.59e+06	
	$\alpha = 0,543$								
Celda 3	PI	$K_p = 39,99$	34.56	2040	∞	1.04e+08	1.03e+04	3.24e+07	
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,178$	0.032	2090	∞	5649	1.71e+07	4784	1.48e+07
		$K_i = 1,9$							
		$K_d = 1,33$							
		$\lambda = 0,1$							
		$\mu = 0,08$							
MRAC	$\Gamma = 0,757$	20.04	2080	3290	3356	7.44e+06	1663	4.31e+06	
MRACF	$\Gamma = 0,742$	0.19	2370	2270	1921	4.25e+06	1736	4.9e+06	
	$\alpha = 0,318$								
Celda 4	PI	$K_p = 39,99$	29.29	2050	∞	4.3e+04	1.03e+08	1.2e+04	3.23e+07
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,07$	5.84	2050	∞	1834	5.25e+06	2565	7.86e+06
		$K_i = 2,4$							
		$K_d = 2,87$							
		$\lambda = 0,37$							
		$\mu = 0,1$							
MRAC	$\Gamma = 0,04$	35.31	2190	3590	2.91e+04	6.34+07	4181	1.02e+07	
MRACF	$\Gamma = 0,032$	7.75	2250	2480	8011	1.68e+07	2075	4.93e+06	
	$\alpha = 1,142$								
Celda 5	PI	$K_p = 39,99$	54.86	2110	∞	1.42e+05	4e+08	2.35e+04	6.95e+07
		$K_i = 0,01533$							
	PIDF	$K_p = 1,6$	8.55	2100	∞	1.56e+04	4.85e+07	8191	2.54e+07
		$K_i = 2,07$							
		$K_d = 2,58$							
		$\lambda = 0,4$							
		$\mu = 0,29$							
MRAC	$\Gamma = 4,06e - 4$	2.49	3060	3790	3.58e+04	8.13e+07	5704	1.42e+07	
MRACF	$\Gamma = 0,172$	6.47	2220	2590	2963	6.22e+06	1105	2.51e+06	
	$\alpha = 1,152$								

Tabla 4.1: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm.

En general y en la mayoría de los resultados, los controladores fraccionales tienen ventaja sobre su homólogo entero, pero en general en la mayoría de los índices de desempeño, el controlador MRACF tiene ventaja sobre los demás.

En la Fig. 4.1, se observa el comportamiento de la celda 1, frente al cambio de referencia.

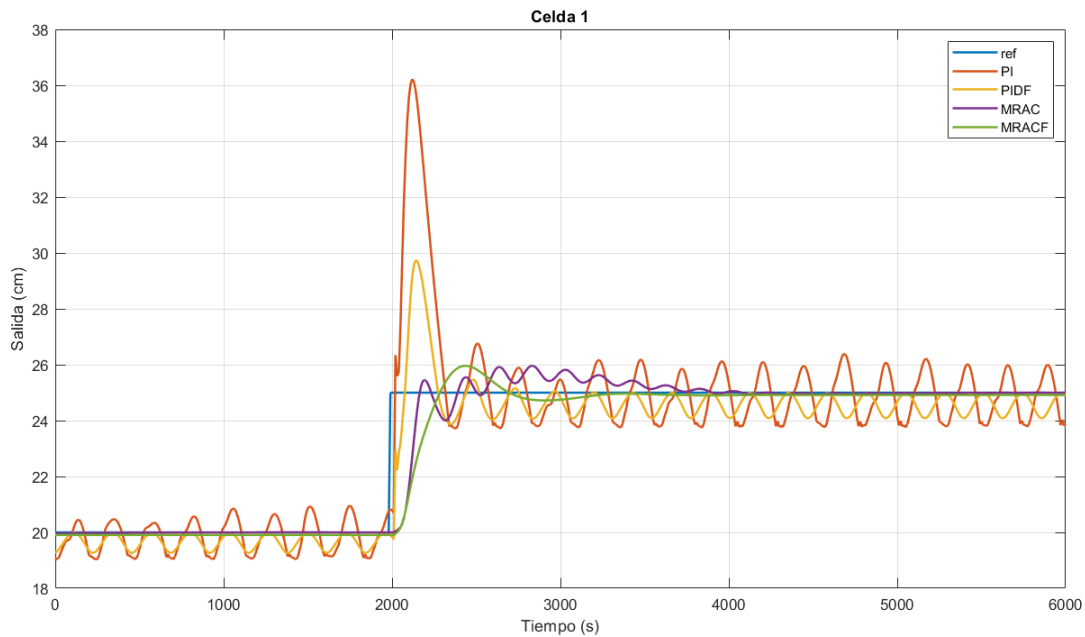


Figura 4.1: Celda 1 con cambio de referencia.

Lo más llamativo de la respuesta en la primera celda, podría ser el sobrepaso de 44.87 % del controlador PI entero. Se puede observar que tanto el PI como el PIDF mantienen oscilaciones constantes, algo que soluciona tanto el MRAC como el MRACF.

En la Fig. 4.2, se observa el comportamiento de la celda 2, frente al cambio de referencia. De la misma manera el PI tiene un sobrepaso significativo, en este caso del 48.17 %. Para la celda 2, las oscilaciones van incrementando respecto a la celda 1, tanto del PI como del PIDF, algo totalmente solventado por MRAC y MRACF. A pesar del tiempo las oscilaciones persisten y no es algo que se vaya atenuando. En la Fig. 4.3, se observa el comportamiento de la celda 3, frente al cambio de referencia.

Se observa que en la celda 3, las oscilaciones del PI son parecidas al sobrepaso. El MRAC presenta oscilaciones pero que se va acotando al punto de referencia y respecto al PIDF reduce la amplitud de variaciones respecto a la celda 2. Tanto el MRAC como el MRACF no presentan oscilaciones después de un tiempo de simulación.

En la Fig. 4.4, se observa el comportamiento de la celda 4, frente al cambio de referencia. En la celda 4, respecto al PI, es un caso muy similar al anterior, donde las oscilaciones igualan o son mayores al sobrepaso. En este caso el PIDF reduce aún más las oscilaciones. El MRAC presenta un sobrepaso negativo considerable, pero así como el MRACF elimina las

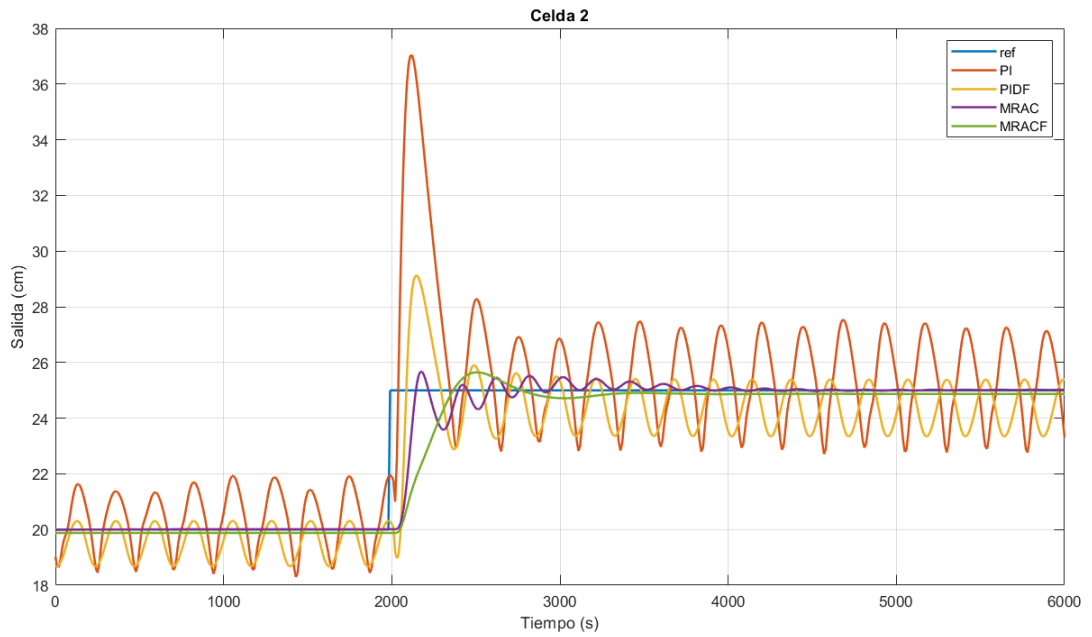


Figura 4.2: Celda 2 con cambio de referencia.

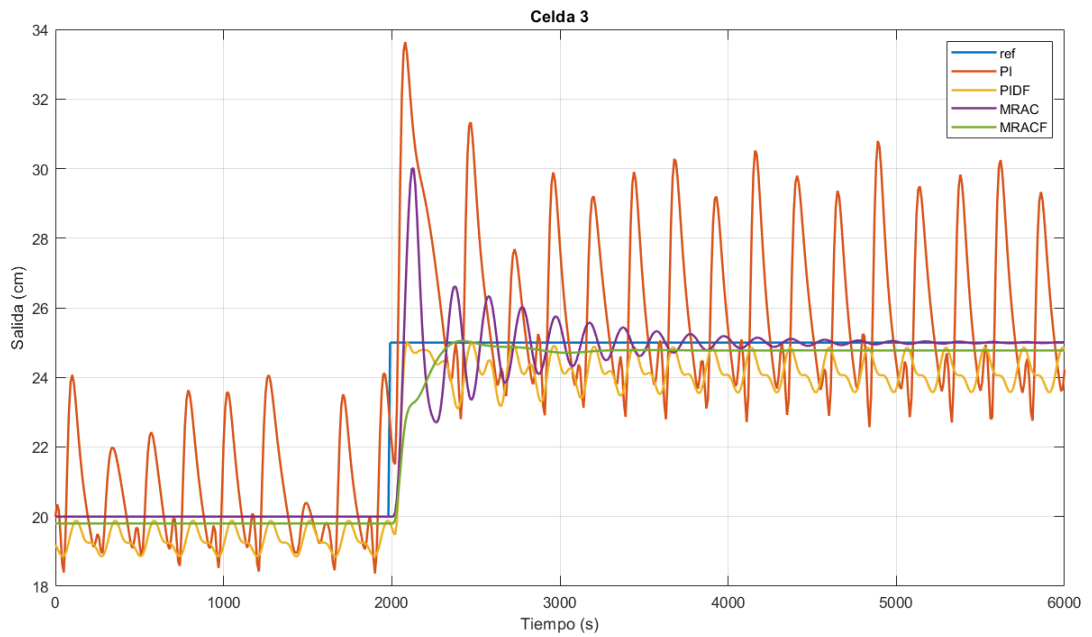


Figura 4.3: Celda 3 con cambio de referencia.

oscilaciones después de un tiempo de asentamiento.

Finalmente en la Fig. 4.5, se observa el comportamiento de la celda 5, frente al cambio de referencia. En la celda 5, se observa oscilaciones iguales o mayores a las celdas anteriores, en cuanto al controlador PI. En cuanto al PIDF, logra disminuir las oscilaciones. El MRAC tiene un sobrepaso negativo resaltante y en cuanto al MRAC y MRACF, ambos eliminan las

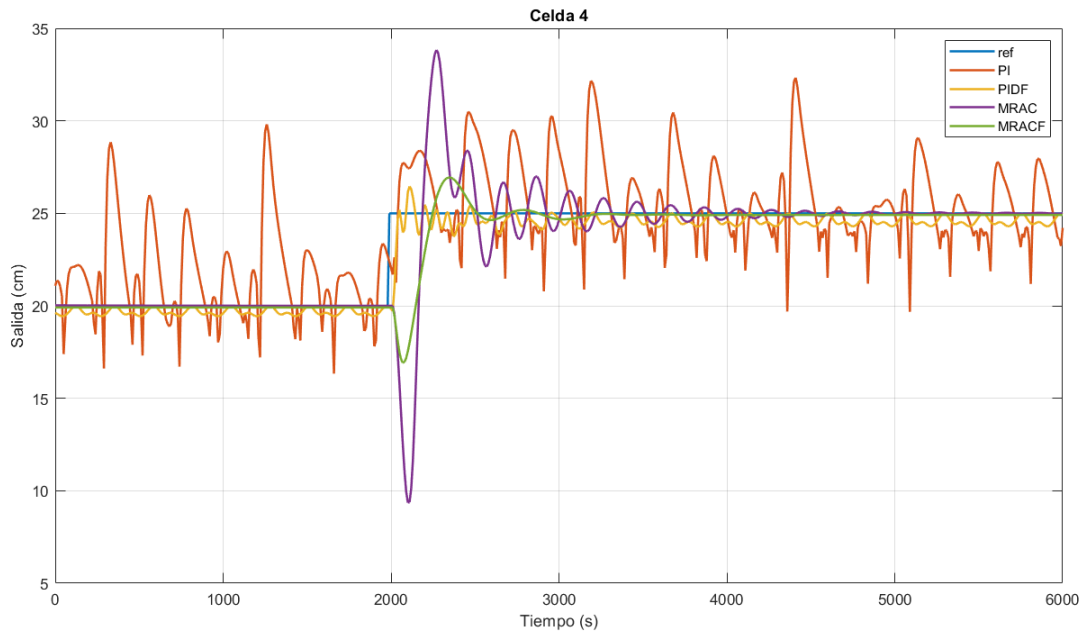


Figura 4.4: Celda 4 con cambio de referencia.

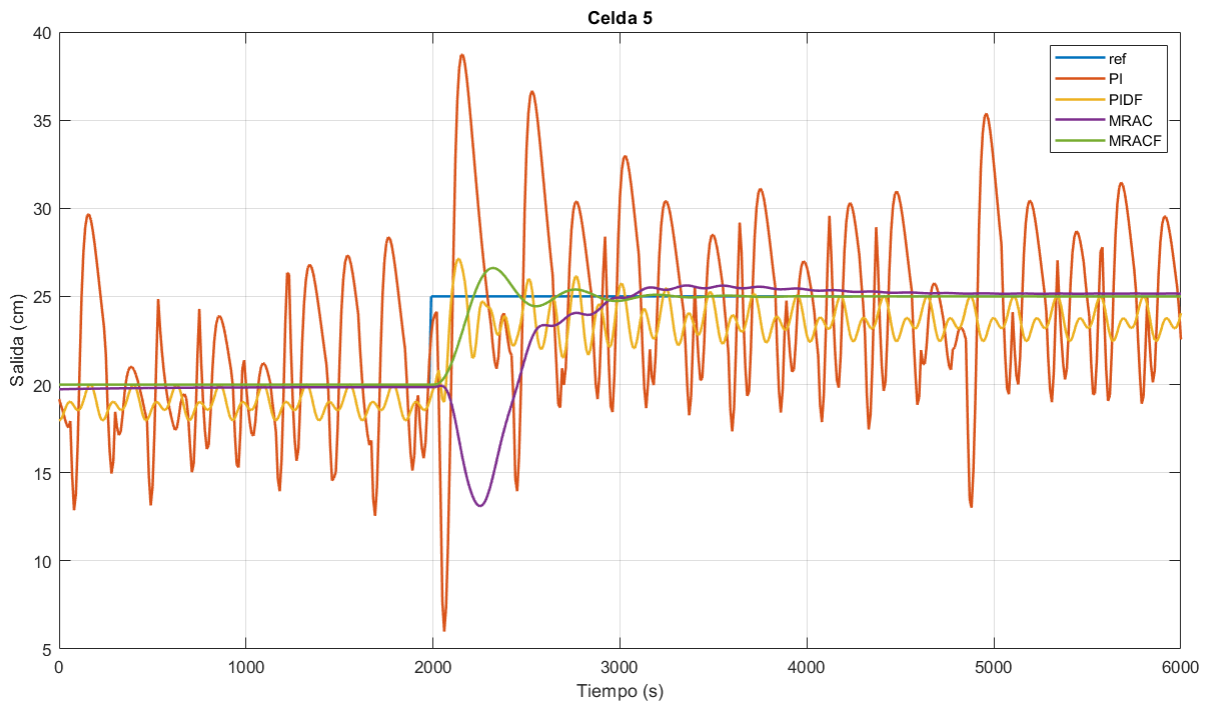


Figura 4.5: Celda 5 con cambio de referencia.

oscilaciones. En las Fig. 4.6 a 4.10, se observa los errores en las 5 celdas.

En las imágenes del error, son otra representación de lo que se observa en las Fig.4.1 a Fig.4.5. Donde se evidencia de manera clara que el controlador PI tiene dificultades en todas

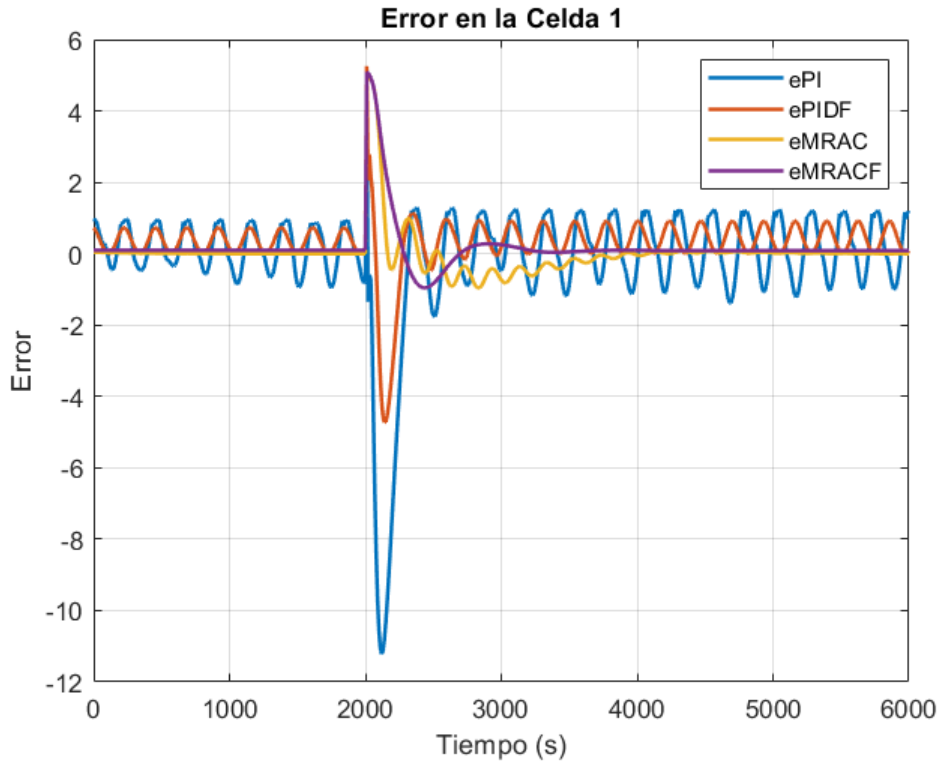


Figura 4.6: Errores en la celda 1.

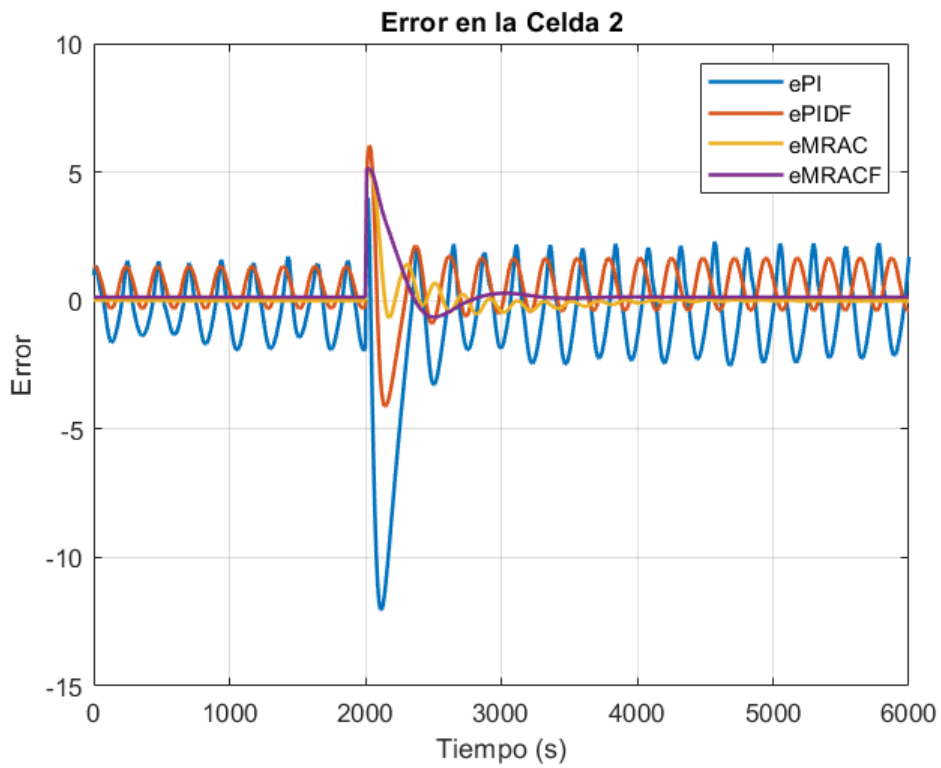


Figura 4.7: Errores en la celda 2.

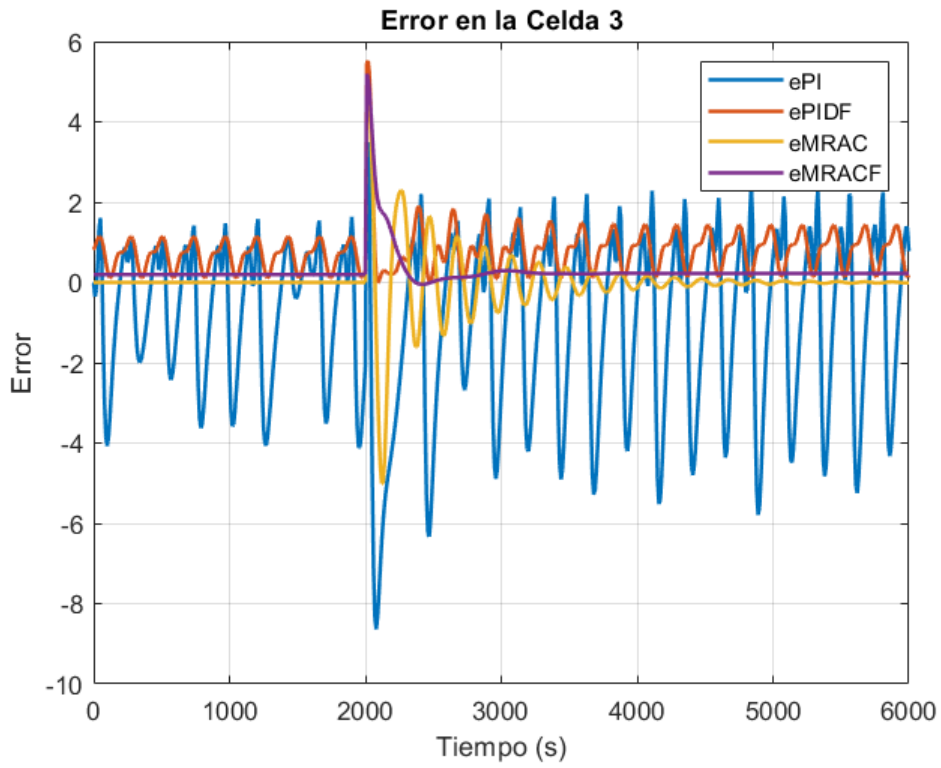


Figura 4.8: Errores en la celda 3.

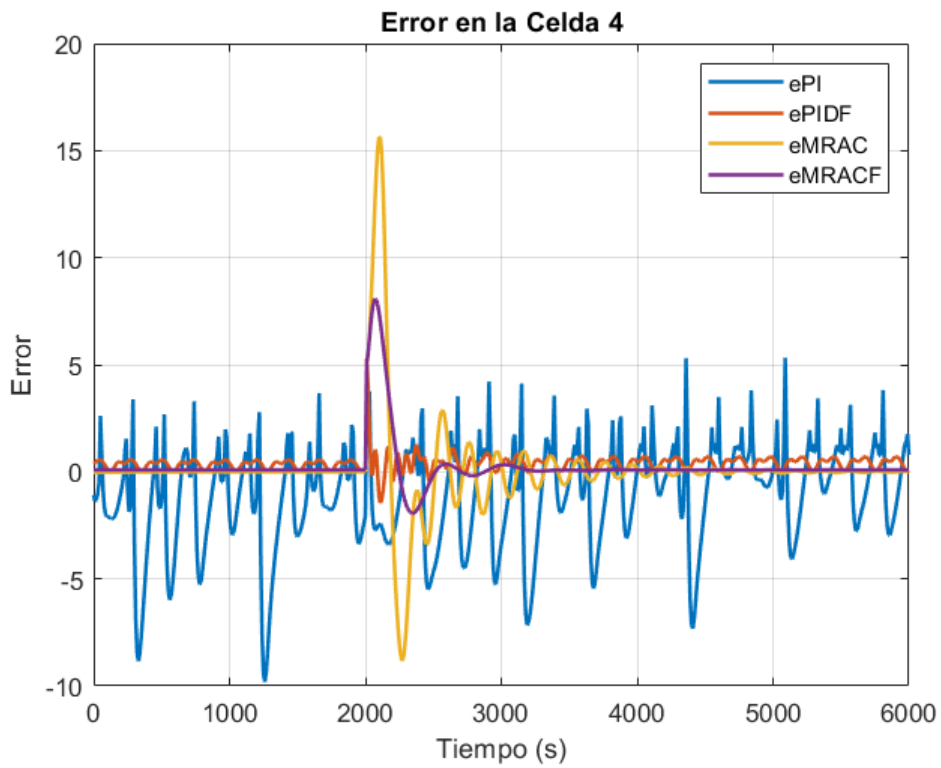


Figura 4.9: Errores en la celda 4.

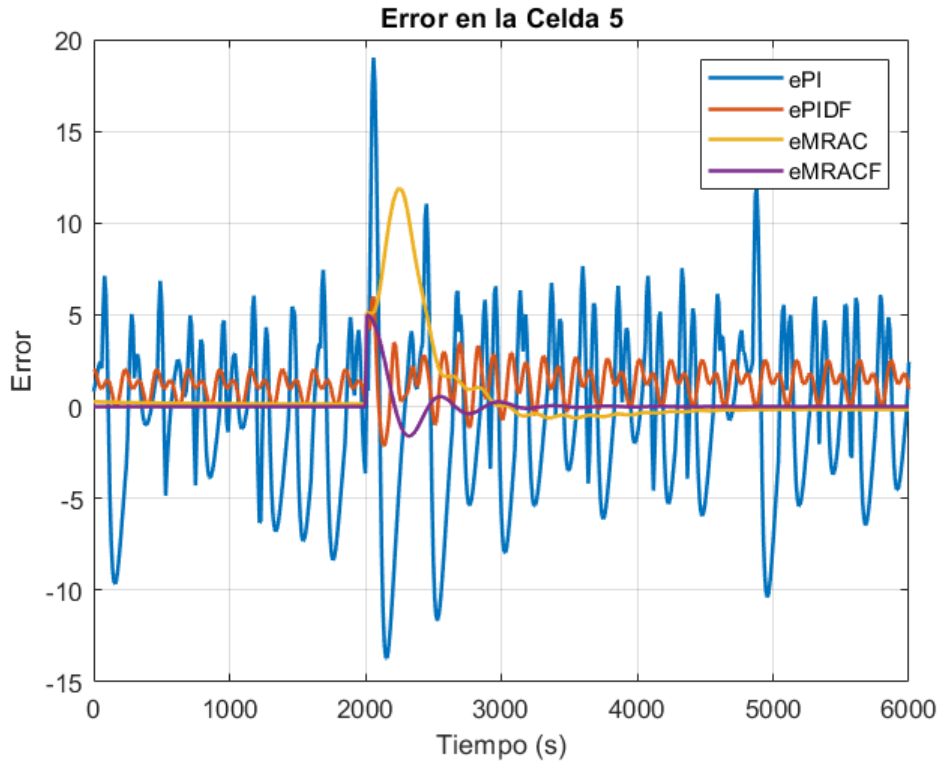


Figura 4.10: Errores en la celda 5.

las celdas. Como se observa en la Tabla 4.1, en muchos casos se considera que nunca se llega al t_{ss} . De la misma manera el controlador PIDF, aunque es menos notorio que el controlador PI, en cuanto al controlador PIDF con un criterio del 5% sí tendría un tiempo finito de t_{ss} .

En las Fig. 4.11 a 4.15, se observa la acción de control en las 5 celdas. En cuanto a estas figuras, se observa que los controladores MRAC y MRACF tiene un cambio suave de la señal de control y menos oscilante, algo similar el PIDF. Esta es una ventaja clara en cuestión de consumo energético y protección de los actuadores. Si se limitara el δu , probablemente el controlador PI tendría bastantes dificultades a la hora de actuar. Esto resultaría en peores resultados, sin embargo los demás controladores tendrían un comportamiento similar.

En conclusión, observando estos resultados, el controlador PI queda con bastante desventaja, pero los resultados son similares a [1]. Donde en algunos cambios de referencia, provocaba desestabilización, algo que no se observa en estos resultados, pero por los mismos podría considerarse algo lógico en cambios más bruscos o adición de perturbaciones. Por su contraparte, los controladores PIDF y en más medida el MRAC y MRACF, logran mantener estable la salida y con buenos resultados.

Como siguientes pruebas, para el banco de celdas de flotación se aplicará un cambio de referencia inverso de 25 a 20 cm, estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durara 6000 seg, en 2000 seg se aplicará el cambio de referencia, esto parecido a pruebas realizadas en [1]. En la Tabla 4.2 se observan las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 24,99$	6.68	2120	∞	4339	1.14e+7	4190	1.18e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,99$	6.17	2160	∞	2955	6.93e+6	2764	7.52e+6
		$K_i = 2,17$							
		$K_d = 2,2$							
		$\lambda = 0,12$							
	MRAC	$\Gamma = 0,0066$	11.22	2290	3180	4003	8.73e+6	1777	4.49e+6
MRACF	$\Gamma = 0,123$	4.87	2290	2710	2934	6.22e+6	1498	3.75e+6	
	$\alpha = 0,8$								
Celda 2	PI	$K_p = 24,99$	11.76	2160	∞	1.11e+4	2.9e+7	6780	1.91e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,02$	11.48	2180	∞	6751	1.65e+7	4714	1.29e+7
		$K_i = 0,9$							
		$K_d = 0,5$							
		$\lambda = 0,2$							
	MRAC	$\Gamma = 6,35e - 5$	10.9	2290	2540	3757	7.99e+6	1350	3.12e+6
MRACF	$\Gamma = 0,104$	3.79	2360	2760	3496	7.44e+6	1802	4.54e+6	
	$\alpha = 0,543$								
Celda 3	PI	$K_p = 39,99$	11.04	2150	∞	6.03e+7	9137	2.6e+7	
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,178$	8.36	2160	∞	5312	1.33e+7	4689	1.3e+7
		$K_i = 1,9$							
		$K_d = 1,33$							
		$\lambda = 0,1$							
	MRAC	$\Gamma = 0,757$	18.45	2180	2570	3208	7.07e+6	1139	2.56e+6
MRACF	$\Gamma = 0,742$	2.21	2310	2590	1817	3.93e+6	1762	4.72e+6	
	$\alpha = 0,318$								
Celda 4	PI	$K_p = 39,99$	26.2	2130	∞	3.67e+4	1.33e+8	1.03e+4	3.42e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,07$	7.43	2130	∞	2323	5.43e+6	2574	7.04e+6
		$K_i = 2,4$							
		$K_d = 2,87$							
		$\lambda = 0,37$							
	MRAC	$\Gamma = 0,04$	35.52	2380	2970	1.26e+4	2.93e+7	2929	7.06e+6
MRACF	$\Gamma = 0,032$	7.03	2270	2610	6339	1.34e+7	1942	4.69e+6	
	$\alpha = 1,142$								
Celda 5	PI	$K_p = 39,99$	34.44	2140	∞	9.79e+4	2.47e+8	1.99e+4	2.49e+7
		$K_i = 0,01533$							
	PIDF	$K_p = 1,6$	16.96	2120	∞	1.38e+4	3.58e+7	7766	2.16e+7
		$K_i = 2,07$							
		$K_d = 2,58$							
		$\lambda = 0,4$							
	MRAC	$\Gamma = 4,06e - 4$	3.78	2840	4640	3.92e+4	9.21e+7	6390	1.75e+7
MRACF	$\Gamma = 0,172$	5.76	2250	2510	2807	5.86e+	977.7	2.15e+6	
	$\alpha = 1,152$								

Tabla 4.2: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 25 a 20 cm.

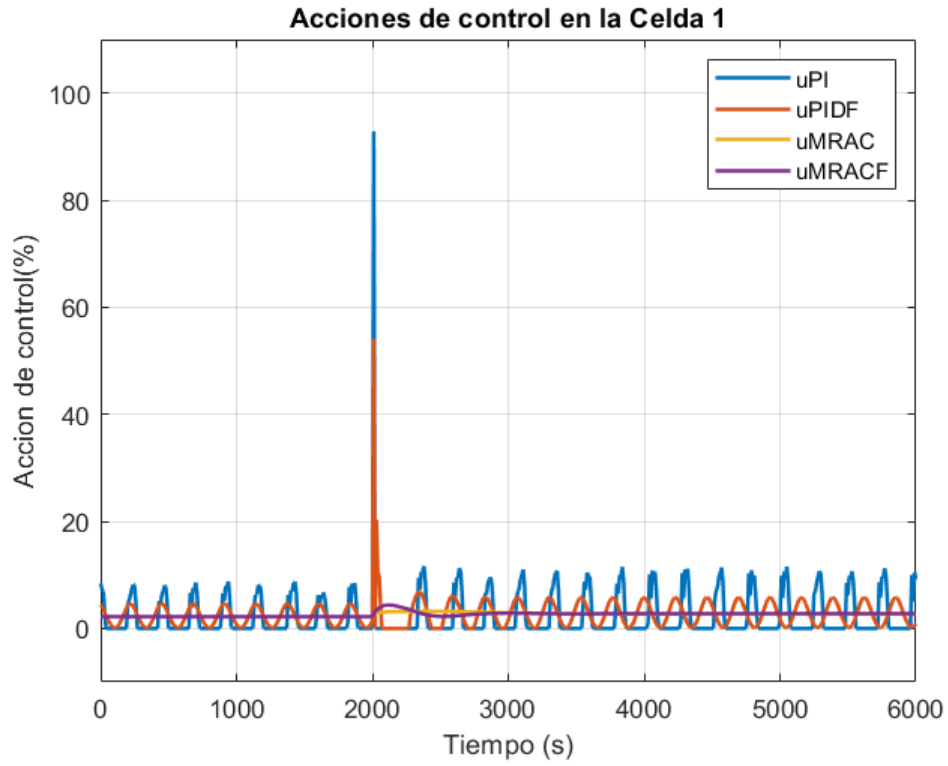


Figura 4.11: Acción de control en la celda 1.

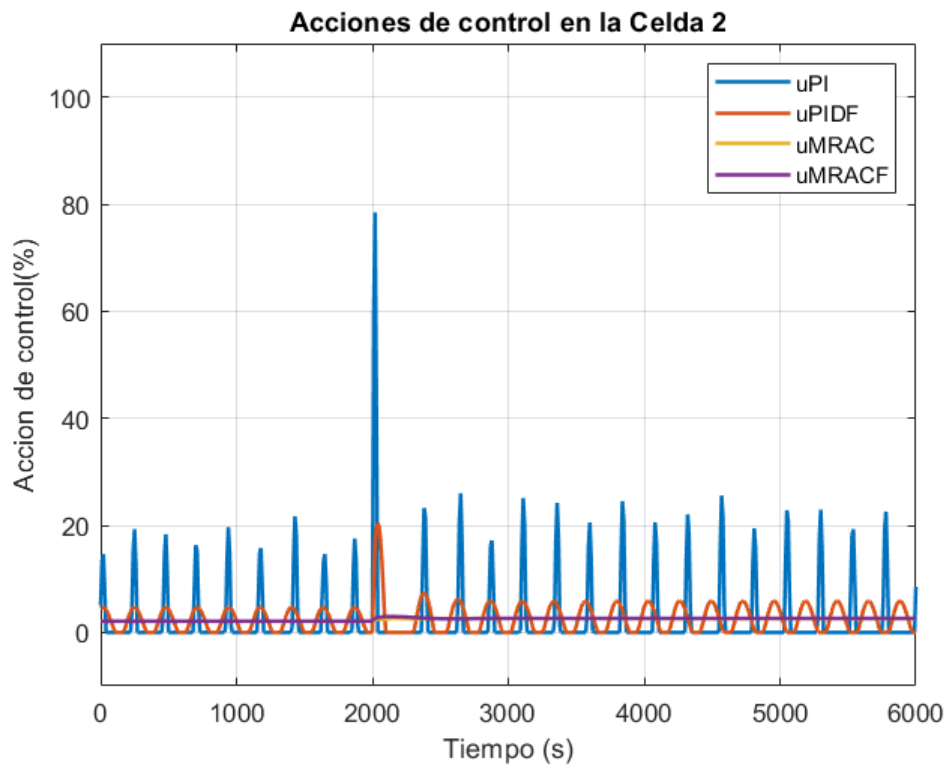


Figura 4.12: Acción de control en la celda 2.

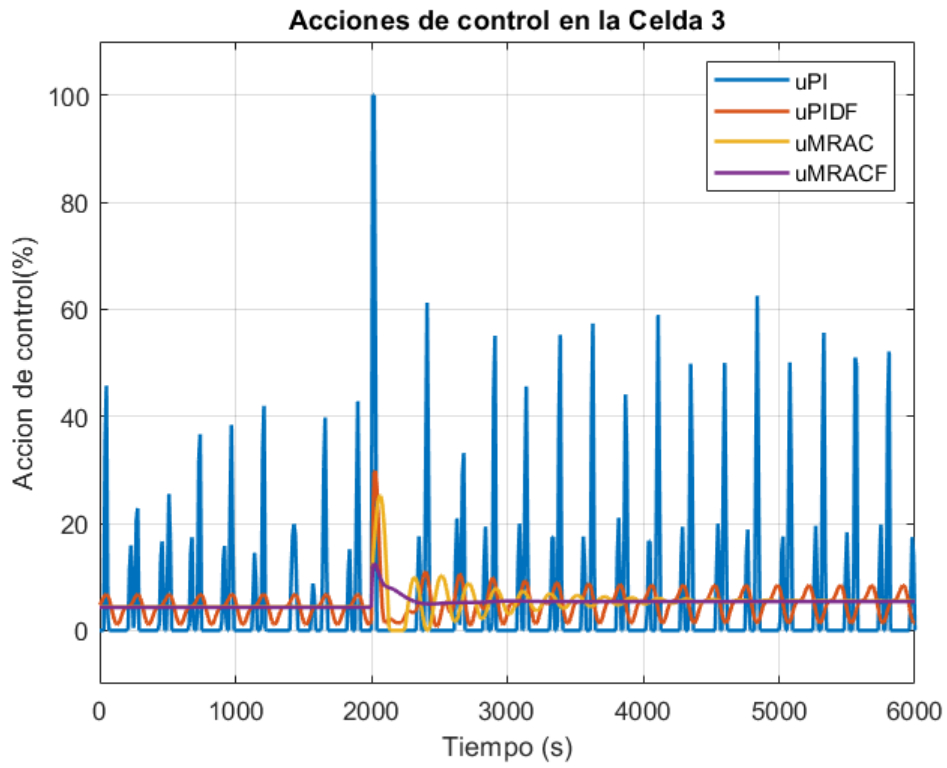


Figura 4.13: Acción de control en la celda 3.

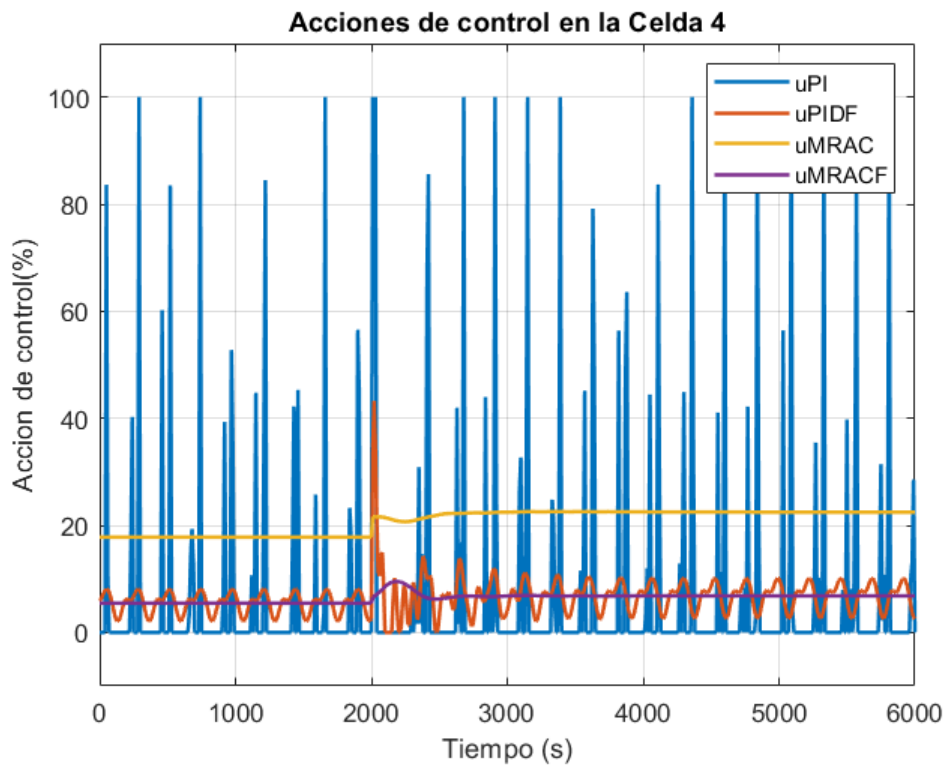


Figura 4.14: Acción de control en la celda 4.

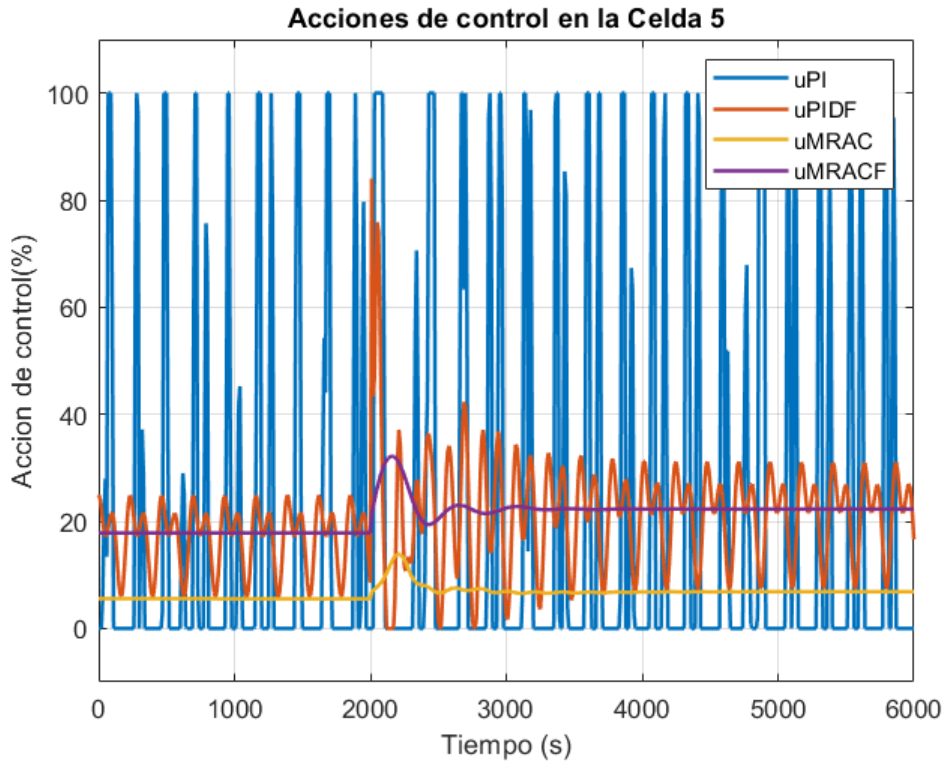


Figura 4.15: Acción de control en la celda 5.

En general, los valores no cambian mucho, aún se observa una clara ventaja de los controladores fraccionales sobre los enteros y de manera global responden mejor los controladores MRAC y MRACF. En esta prueba cabe resaltar que los sobrepasos, sobre todo del PI, son mucho menores. El sistema en general tiene oscilaciones, donde los peaks más altos son los positivos, eso se observará claramente en las siguientes imágenes.

En las Fig. 4.16 a 4.20, se observa la respuesta del cambio de escalón de 25 a 20cm en las 5 celdas. De la misma manera que la prueba del escalón de 20 a 25cm, se observa en las 5 celdas que el nivel oscila bastante, sobre todo en el controlador PI y en menor proporción en PIDF. La dinámica de los controladores es muy similar a la anterior prueba.

En las Fig. 4.21 a 4.25, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm. Esto refuerza las gráficas de las celdas, donde el error del controlador PI es mas evidente.

En las Fig. 4.26 a 4.30, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalón 25 a 20cm. En la acción de control muy similar, donde se nota una ventaja muy favorable para los controladores MRAC y MRACF. Las variaciones de la acción de control en la celda 5, para el controlador PI, puede afectar a los actuadores.

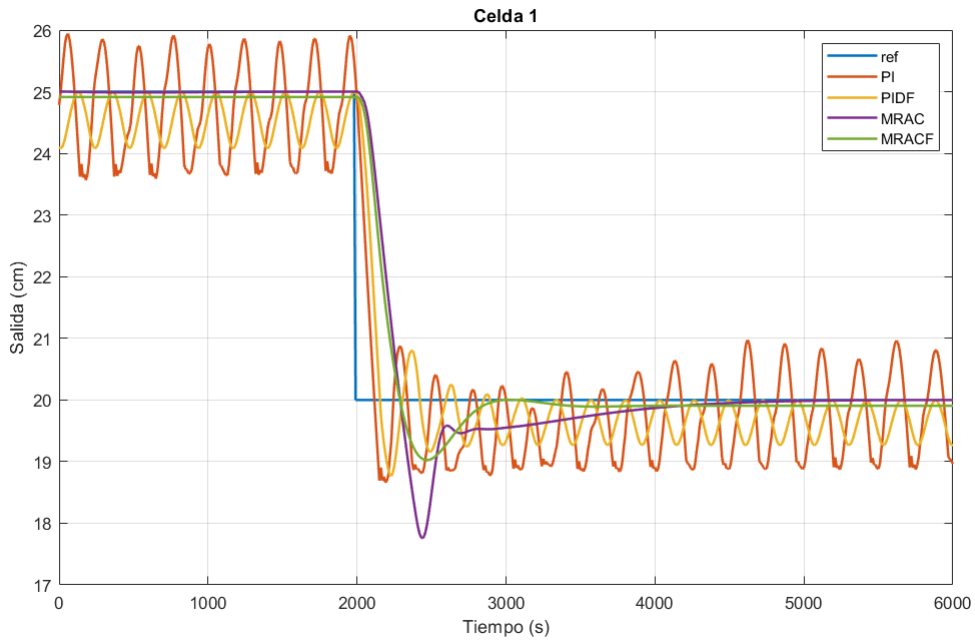


Figura 4.16: Respuesta de la celda 1 al cambio de escalón de 25 a 20cm.

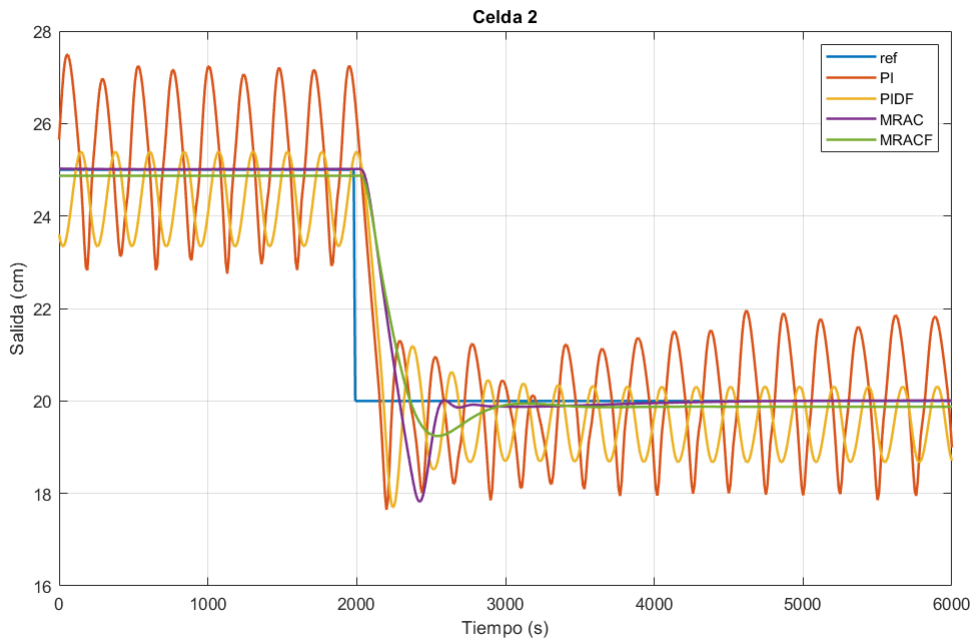


Figura 4.17: Respuesta de la celda 2 al cambio de escalón de 25 a 20cm.

4.2. Comportamiento de la columna de flotación frente a variaciones de referencia

Para la columna de flotación, se aplicarán diferentes cambios de referencias. Para el nivel (H) se aplicará un escalón de 240 a 290 cm y para el Air Holdup un escalón de 24 a 29%,

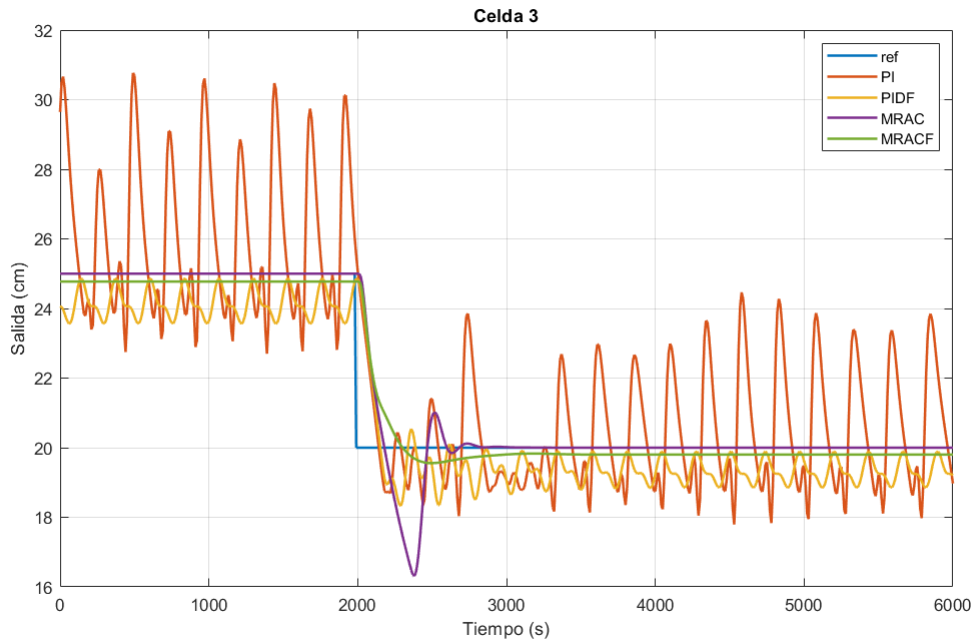


Figura 4.18: Respuesta de la celda 3 al cambio de escalón de 25 a 20cm.

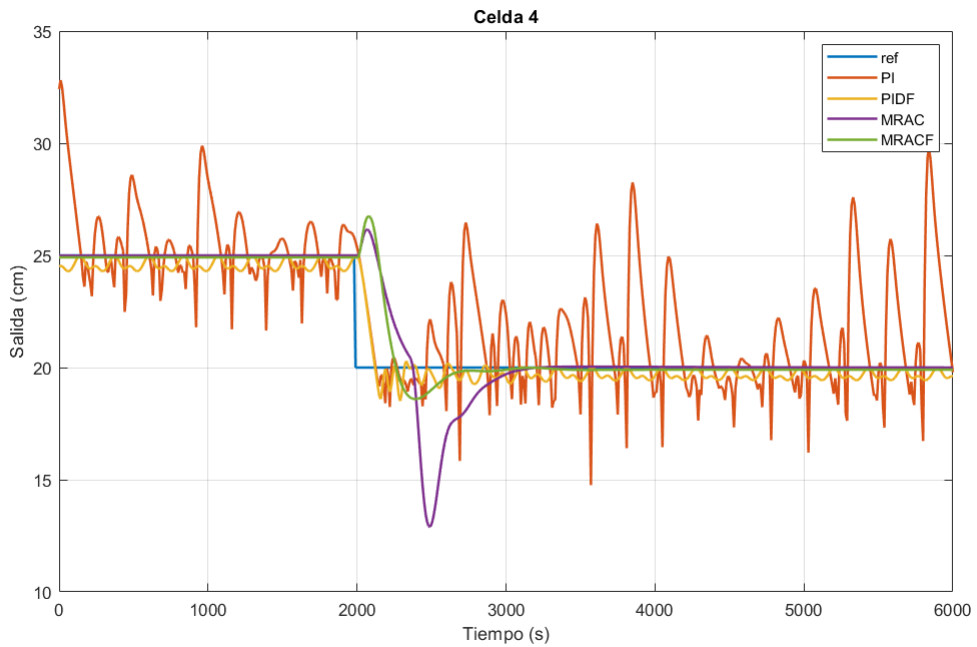


Figura 4.19: Respuesta de la celda 4 al cambio de escalón de 25 a 20cm.

estos valores dentro del punto de operación detallada en la Tabla 3.4 y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durará 250 seg, en 50 seg se aplicará el cambio de referencia, esto parecido a pruebas realizadas en [2].

En la Tabla 4.3 se observan las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón para la columna de flotación.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -6,79$	0.75	62	118	1101	5.85e+04	144.9	9797
		$K_i = -0,05$							
	PIDF	$K_p = -7,168$	1.75	62	168.5	1200	6.73e+04	220.4	19030
		$K_i = -0,92$							
		$K_d = 4,118$							
		$\lambda = 0,726$							
		$\mu = 0,15$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,09$	0.76	88	141	1328	7.25e+04	180.4	13180
		$\Gamma_2 = 2,14$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,32$	0.13	92.5	83	1169	6.24e+04	156.6	9302
		$\Gamma_2 = 2,9$							
		$\alpha_1 = 1,25$							
		$\alpha_2 = 0,94$							
	Air Holdup	PI	$K_p = -140,41$	1.82	67	78	2721	1.53e+05	288
$K_i = 0,52$									
PIDF		$K_p = 146,55$	4.05	62.5	104.5	1200	6.73e+04	220.4	19030
		$K_i = 6,73$							
		$K_d = 15,92$							
		$\lambda = 0,873$							
		$\mu = 0,13$							
MRAC		$\Gamma_1 = 3,72$	3.77	61.5	148.5	2068	1.16e+05	248.7	1.87e+04
		$\Gamma_2 = 0,46$							
MRACF		$\Gamma_1 = 0,32$	5.74	60	126	2113	1.24e+05	312.7	2.43e+04
		$\Gamma_2 = 0,16$							
		$\alpha_1 = 0,54$							
		$\alpha_2 = 1,43$							

Tabla 4.3: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29%.

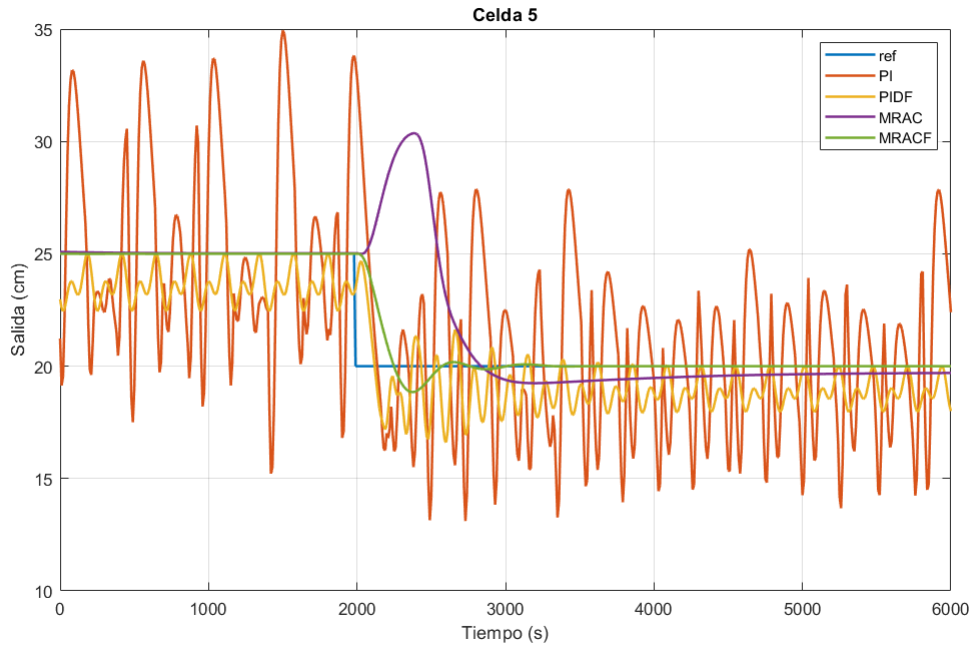


Figura 4.20: Respuesta de la celda 5 al cambio de escalón de 25 a 20cm.

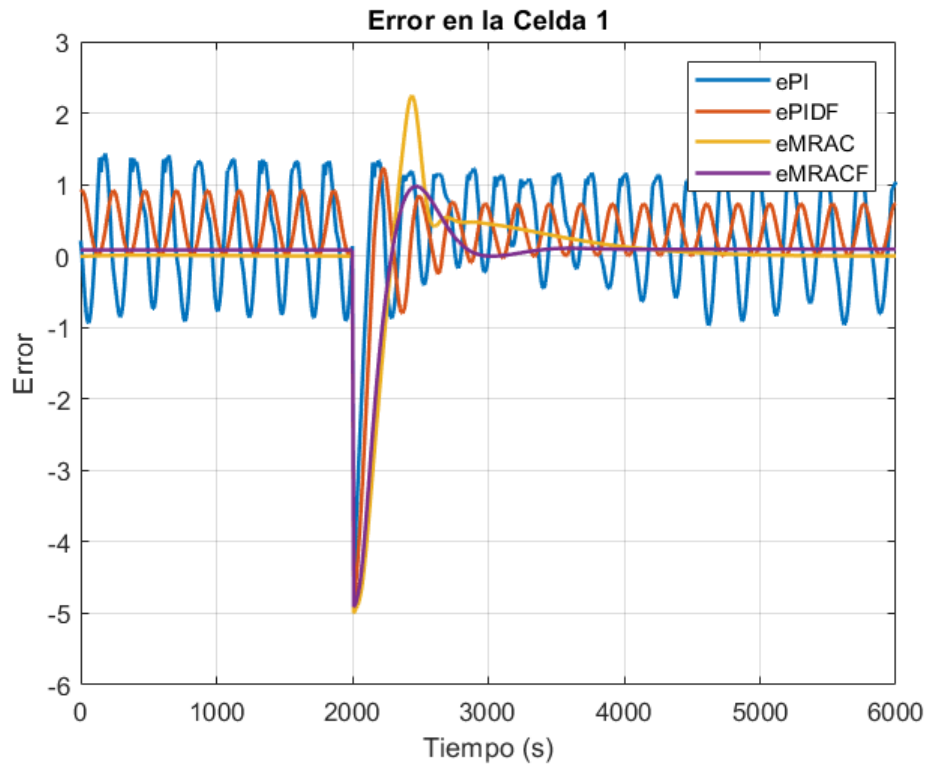


Figura 4.21: Errores en la celda 1 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

Se observa en el control de nivel, que en cuanto a sobrepaso el controlador que presenta ventaja es el MRACF. En cuanto a tiempo de subida (t_r), los controladores que mejor responden son el PI y el PIDF. En cuanto a tiempo de estabilización (t_{ss}), el controlador

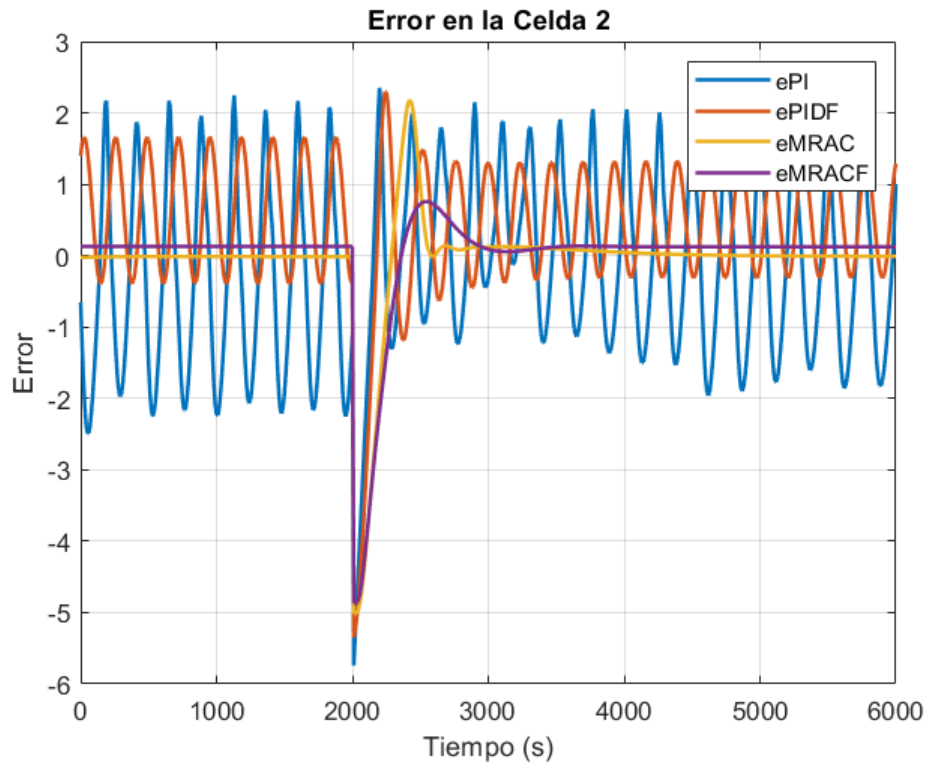


Figura 4.22: Errores en la celda 2 con cambio de escalon de 25 a 20cm.

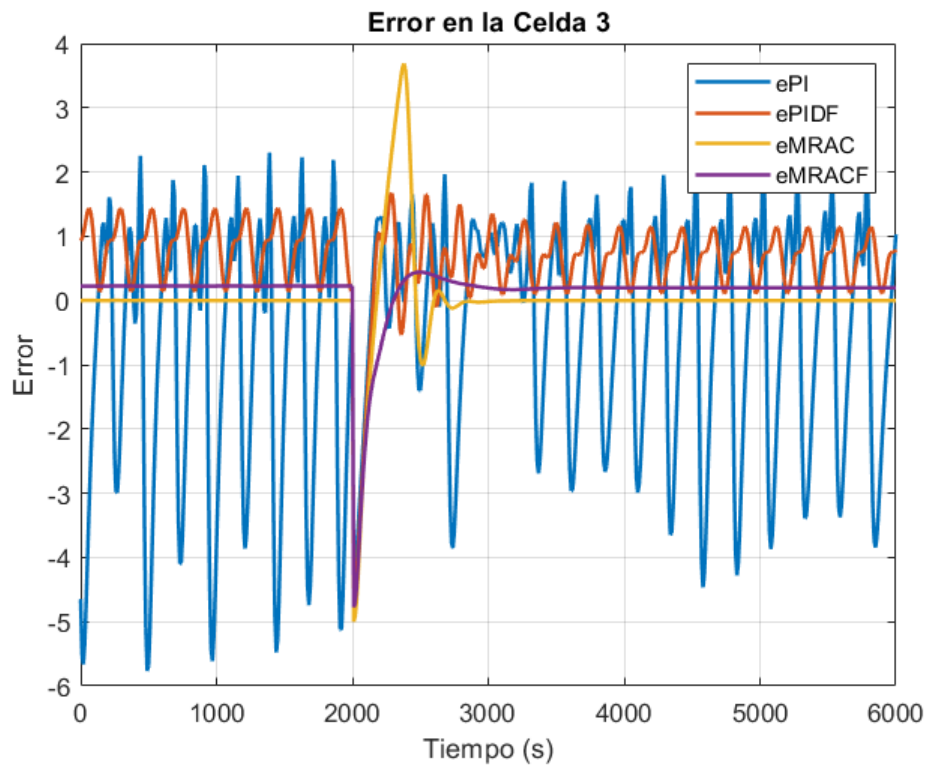


Figura 4.23: Errores en la celda 3 con cambio de escalon de 25 a 20cm.

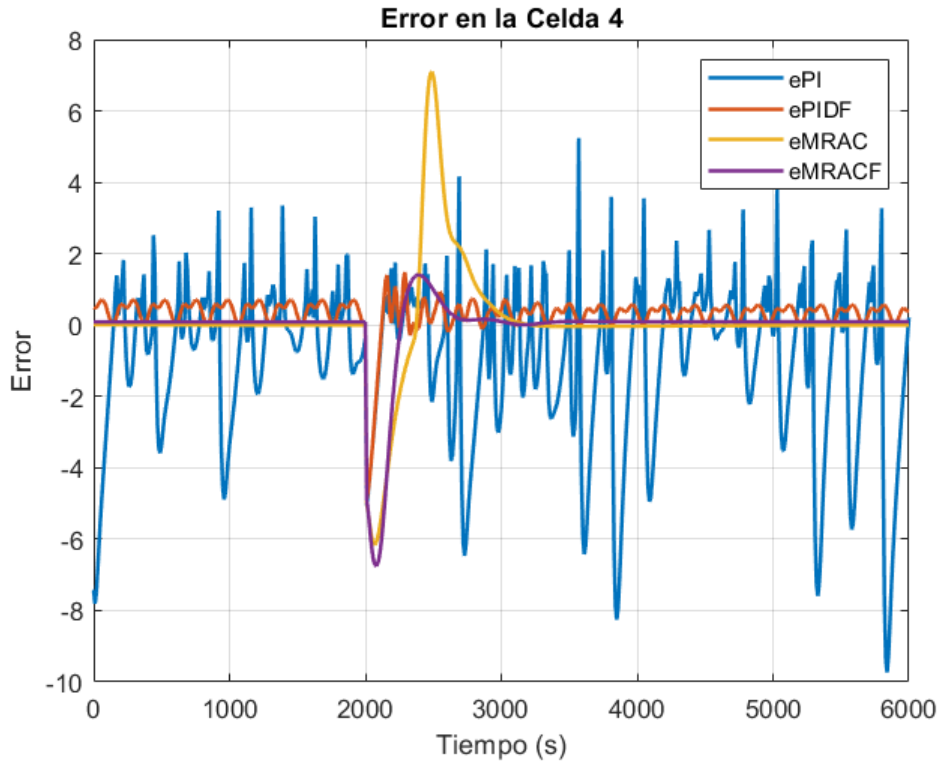


Figura 4.24: Errores en la celda 4 con cambio de escalon de 25 a 20cm.

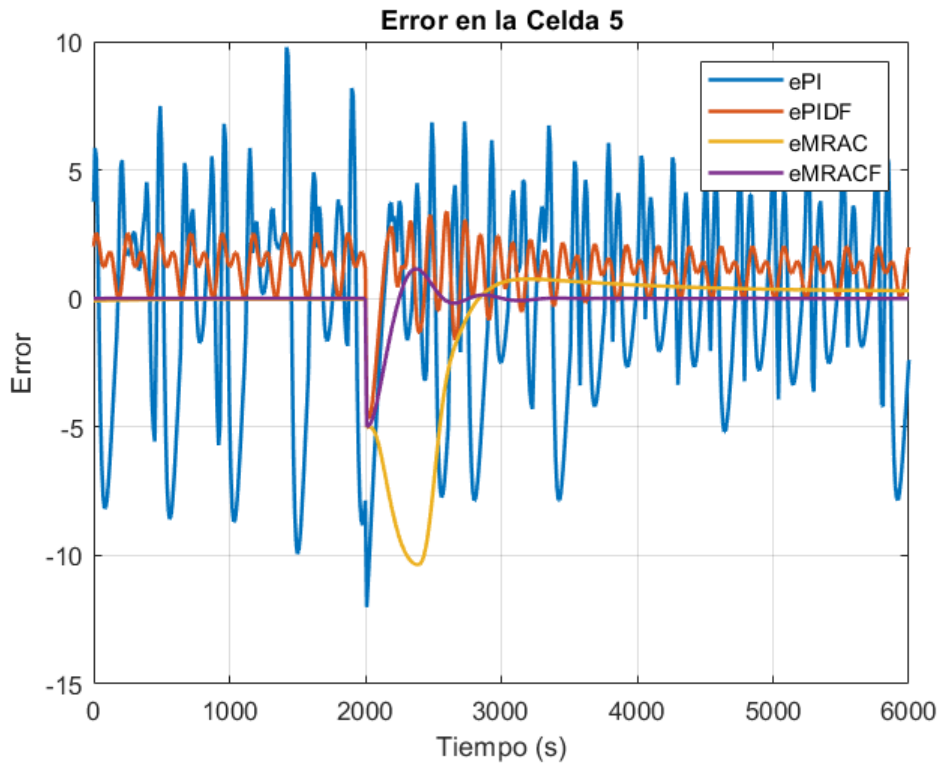


Figura 4.25: Errores en la celda 5 con cambio de escalon de 25 a 20cm.

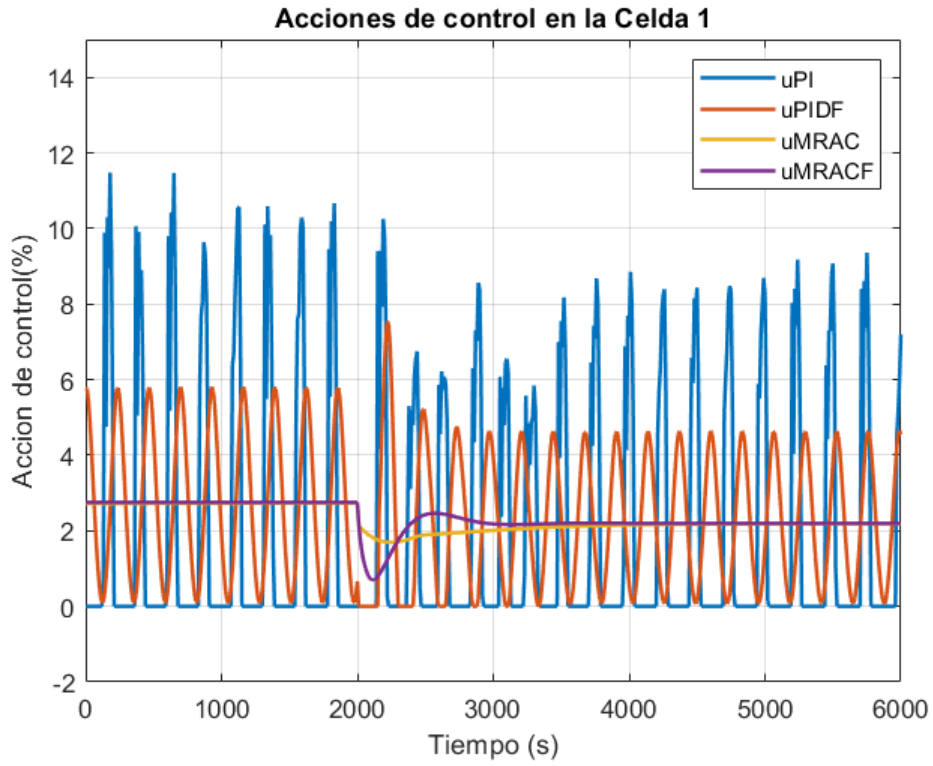


Figura 4.26: Acción de control en la celda 1 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

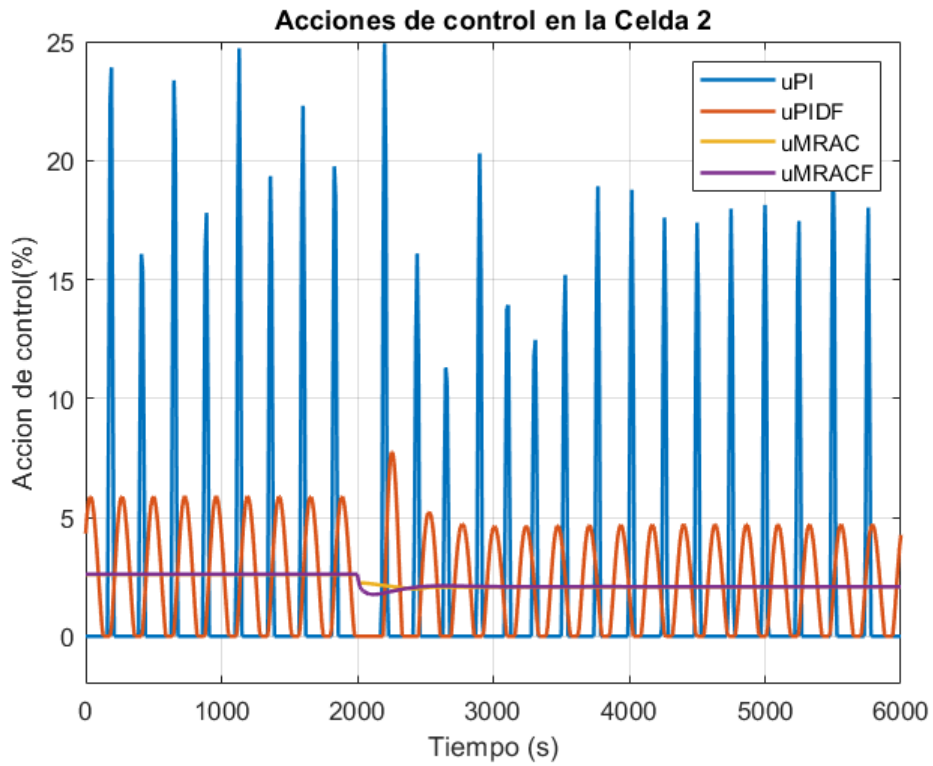


Figura 4.27: Acción de control en la celda 2 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

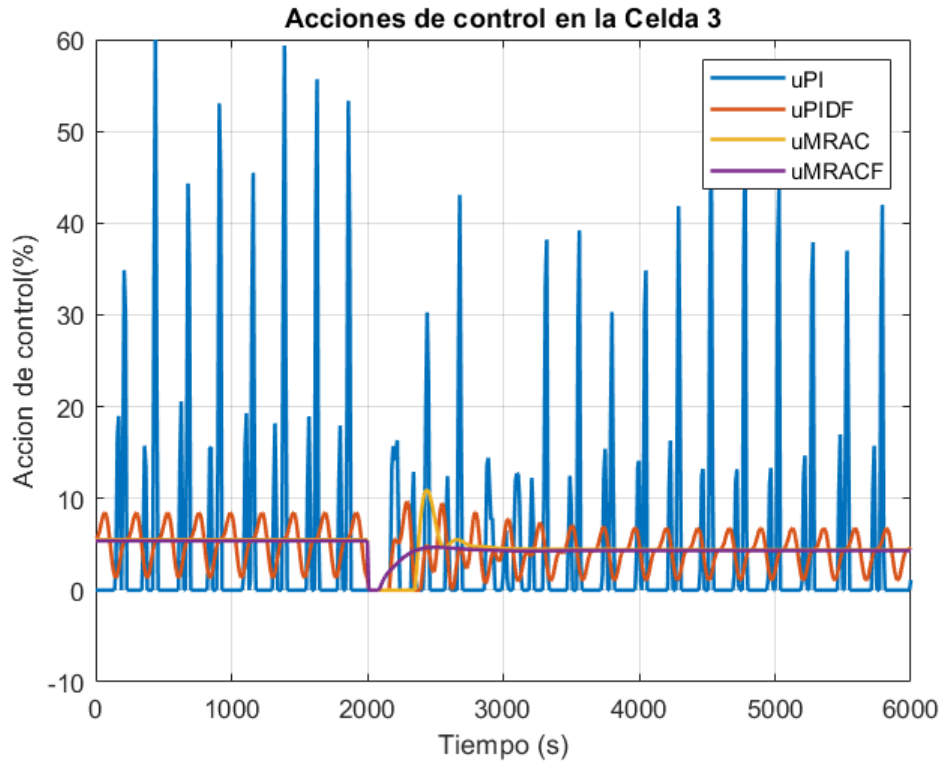


Figura 4.28: Acción de control en la celda 3 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

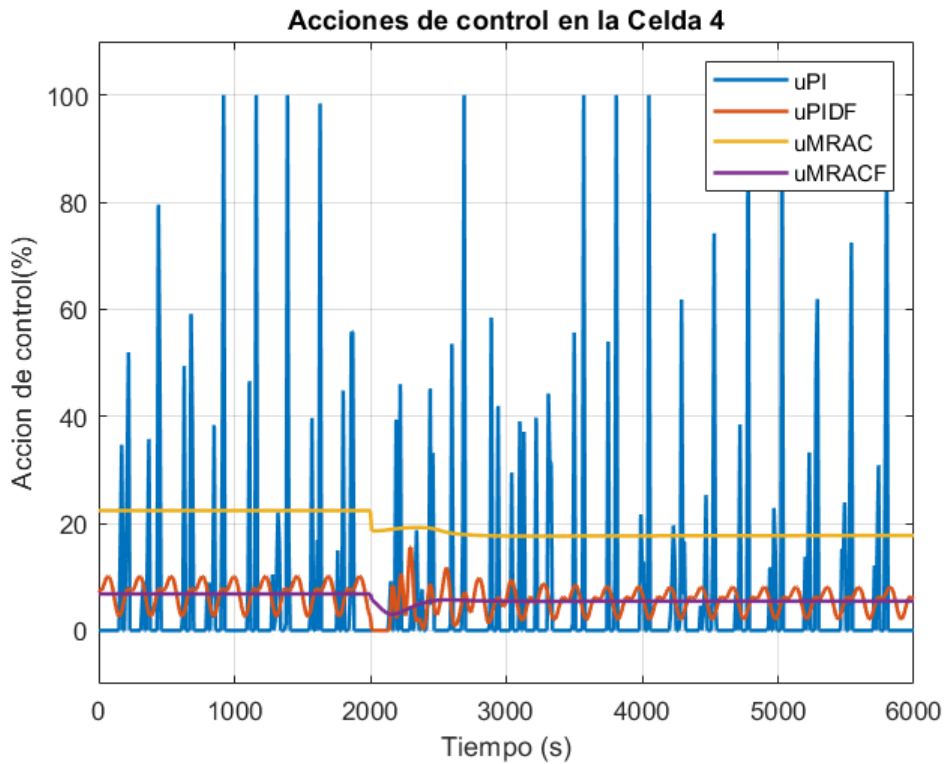


Figura 4.29: Acción de control en la celda 4 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

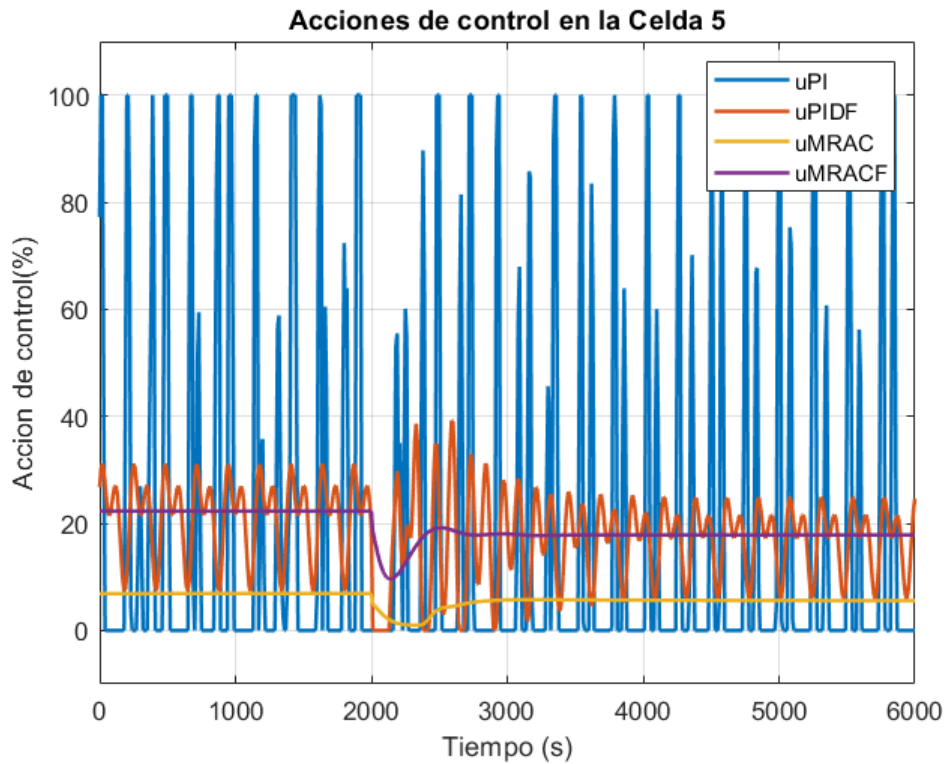


Figura 4.30: Acción de control en la celda 5 con cambio de escalón de 25 a 20cm.

MRACF, demuestra una clara ventaja, esto se evidenciará gráficamente en la Fig.4.31.

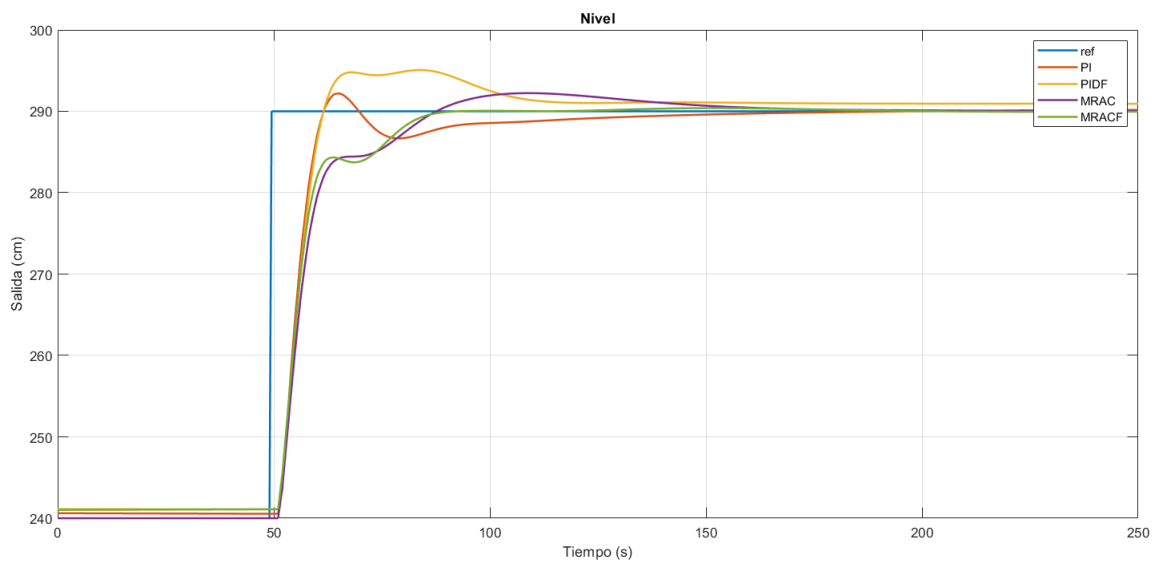


Figura 4.31: Nivel de la columna de flotación con cambio de referencia.

Donde, se observa que no existe una diferencia marcada en los controladores, como en el caso de bancos de celdas de flotación, pero aun así siendo cuantitativos. La Tabla 4.3, detalla las ventajas de los controladores fraccionales sobre los enteros, aunque en poca proporción.

Se puede resaltar la curva de salida correspondiente al controlador MRACF, que llega de manera suave al control.

En la Tabla 4.3, para el control de Air Holdup, se observa que en cuanto al porcentaje de sobre paso, el controlador PI tiene mejor resultado. En cambio para el tiempo de subida, el controlador MRACF tiene ventaja. Donde los demás indicadores, el control PIDF tiene mejores resultados, esto se evidencia gráficamente en la Fig. 4.32

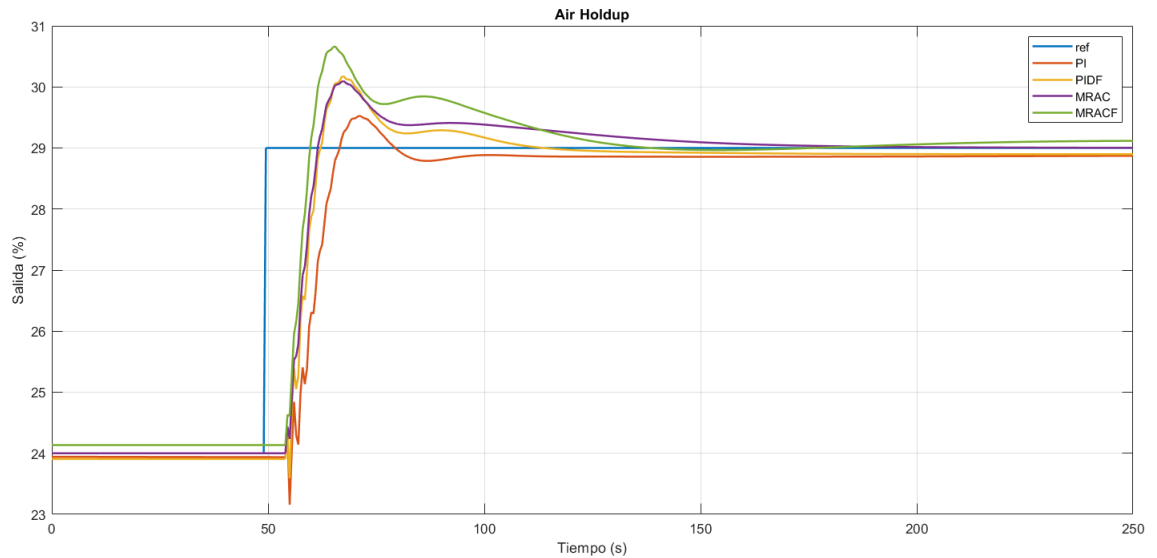


Figura 4.32: Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.

Se observa que, todos los controladores llegan a estado estacionario, con leve ventaja del controlador PI y con ventaja de los demás en tiempo de subida.

En las Fig.4.33 y 4.34, se observa los errores en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación. Se observa que, los errores tienden asintóticamente a cero, en todos los casos.

En las Fig.4.35 y 4.36, se observa las acciones de control, en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación. En cuestión de las acciones de control, los controladores PI y PIDF en el nivel tiene cambios bruscos, algo que con ciertas limitaciones del sistema podrían generar variaciones en la salida. Por otro lado, los controladores MRAC y MRACF, tienen un cambio más suave. En el caso del Air Holdup todos son muy similares, se puede resaltar el peak máximo corresponde a MRACF.

Como siguientes pruebas, de la misma manera que el punto anterior, para la columna de flotación, se aplicará un cambio de referencia inverso, para el nivel (H) se aplicará un escalón de 290 a 240 cm y para el Air Holdup un escalón de 29 a 24 %. Estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático.

En la Tabla 4.4, se observan las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño, de acuerdo a la respuesta en escalón.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -6,79$	2.45	67.5	79.5	1209	6.69e+4	196.7	1.725e+4
		$K_i = -0,05$							
	PIDF	$K_p = -7,168$	8.69	68	125	1270	6.96e+4	195.7	1.728e+04
		$K_i = -0,92$							
		$K_d = 4,118$							
		$\lambda = 0,726$							
		$\mu = 0,15$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,09$	0.71	88.5	73.2	1294	7.06e+4	180.1	1.42e+4
		$\Gamma_2 = 2,14$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,32$	0	∞	74.5	1283	7.11e+4	190.7	1.737e+4
$\Gamma_2 = 2,9$									
$\alpha_1 = 1,25$									
$\alpha_2 = 0,94$									
Air Holdup	PI	$K_p = -140,41$	3.34	78	94	2533	1.39e+5	210.6	1.201e+4
		$K_i = 0,52$							
	PIDF	$K_p = 146,548$	14.75	83	156	2172	1.24e+5	300.6	2.46e+4
		$K_i = 6,73$							
		$K_d = 15,92$							
		$\lambda = 0,873$							
		$\mu = 0,13$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 3,72$	4.54	61.5	96	2112	1.22e+5	290.4	2.53e+4
		$\Gamma_2 = 0,46$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,32$	5.35	60.5	109	2199	1.35e+5	355.1	3.47e+4
		$\Gamma_2 = 0,16$							
		$\alpha_1 = 0,54$							
		$\alpha_2 = 1,43$							

Tabla 4.4: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 290 a 240 cm y de Air Holdup de 29 a 24%.

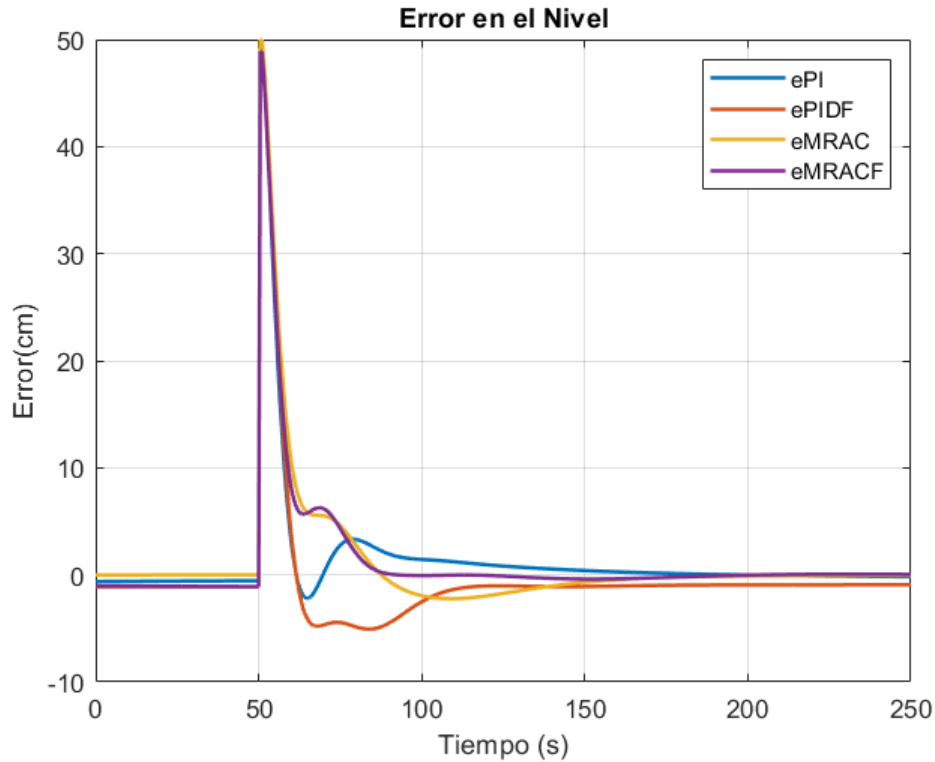


Figura 4.33: Errores en el nivel de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.

Se observa que, para el control de nivel, que en cuanto a sobrepaso el controlador que presenta ventaja es el MRACF, que en ningún momento supera la referencia. En cuanto a tiempo de subida (t_r), los controladores que mejor responden son el PI y el PIDF. El MRACF, no tiene un valor numeral debido a que nunca llega al valor específico. En cuanto a tiempo de estabilización (t_{ss}), el controlador MRAC demuestra ventaja, muy cercano el MRACF. En función del Air Holdup, el controlador PI tiene ventaja en el sobrepaso. En cuanto a tiempo de subida, los controladores MRAC y MRACF tienen ventaja. En cuanto a tiempo de estabilización, el controlador PI, seguido del MRAC, tienen el menor tiempo, esto se observa en las Fig.4.37 y 4.38.

En las figuras anteriores, se podría resaltar una oscilación de alta frecuencia, en los controladores PI y PIDF, de manera más atenuada en ese último. En las Fig.4.39 y 4.40, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia negativo.

Se observa que, los errores tienden asintóticamente a cero en todos los casos. Nuevamente se recalca unas oscilaciones en el controlador PI y en menos magnitud en el PIDF.

En las Fig.4.41 y 4.42, se observa las acciones de control, en el nivel y en el Air Holdup, de la columna de flotación con un cambio de referencia negativo. Se observa que, para las acciones de control de nivel, el controlador PI y PIDF tiene un peak mayor, esto se entiende directamente por gasto energético. En cuanto a Air Holdup, se invierte la situación, pero en general están bastante parecidos.

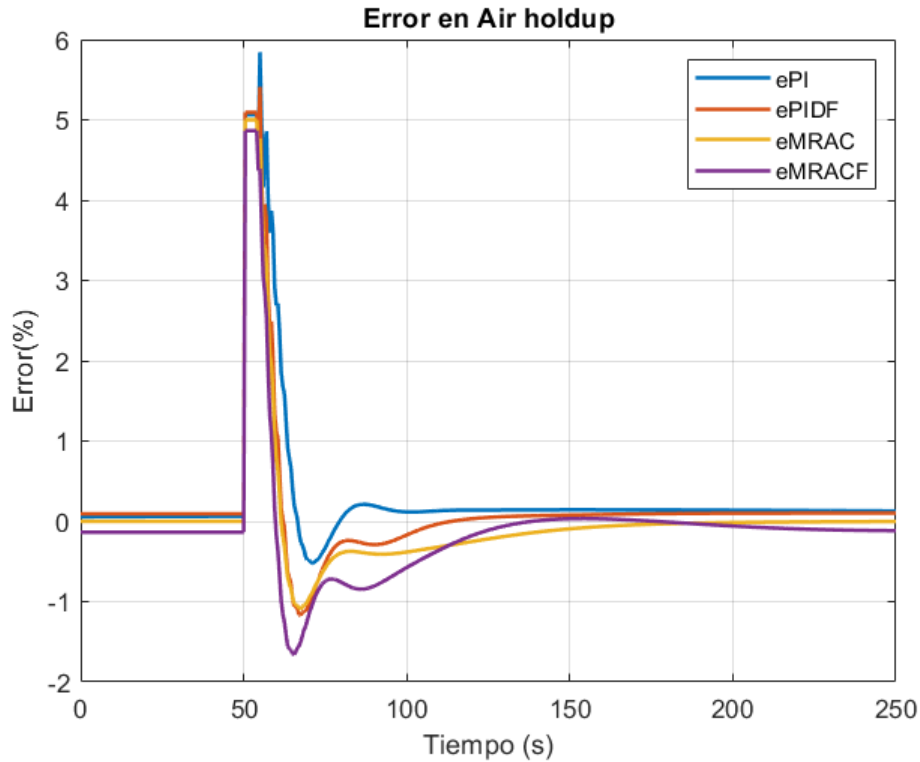


Figura 4.34: Errores en el Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.

De manera general, en la mayoría de los índices de desempeño los controladores fraccionales tienen ventaja, con contadas excepciones. Más pruebas se encuentran en los anexos, en el Anexo A, prueba modificando las constantes de las ganancias de todos los controladores, un 10 % superior e inferior, con resultados cercanos a los presentados en este capítulo. También una variación de los parámetros, como en [42], se observa en el anexo B.

En conclusión, después de diseñar los controladores PI, PIDF, MRAC y MRACF para un banco de celdas y una columna de flotación, los resultados de simulación de estos mismos, demuestran resultados adecuados. Donde en todos los casos se llega a eliminar el error asintóticamente, excepto en el controlador PI de el banco de flotación, mismo problema exhibido en [1].

Se realizaron evaluaciones comparativas de los controladores en ambas plantas, en diferentes escenarios y con los índices de desempeño propuestos. Se expuso cuantitativamente los resultados en las Tablas 4.1, 4.2, 4.3 y 4.4, con diferentes controladores, con ventajas en diferentes índices, pero en general con ventaja de los controladores fraccionales.

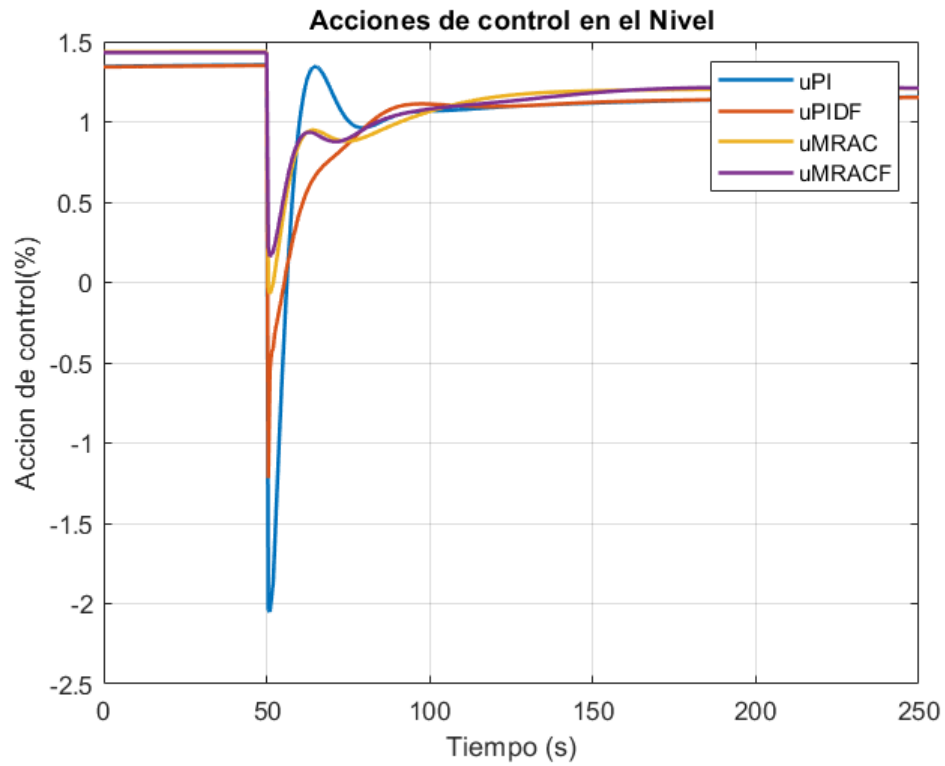


Figura 4.35: Acciones de control en el Nivel de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.

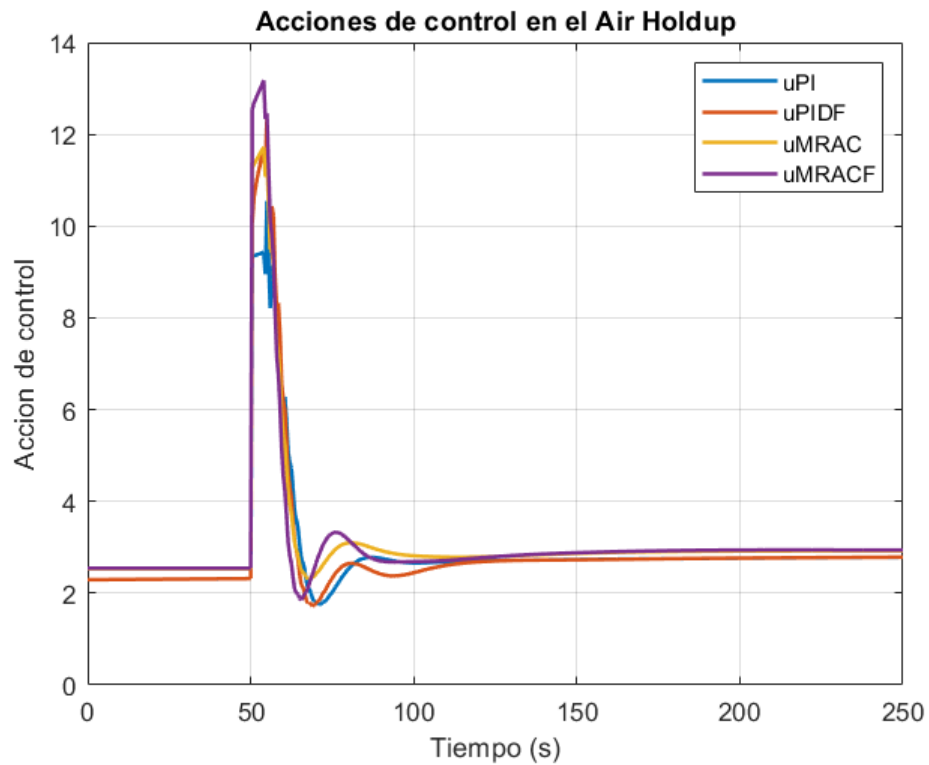


Figura 4.36: Acciones de control en el Air Holdup de la columna de flotación con cambio de referencia positivo.

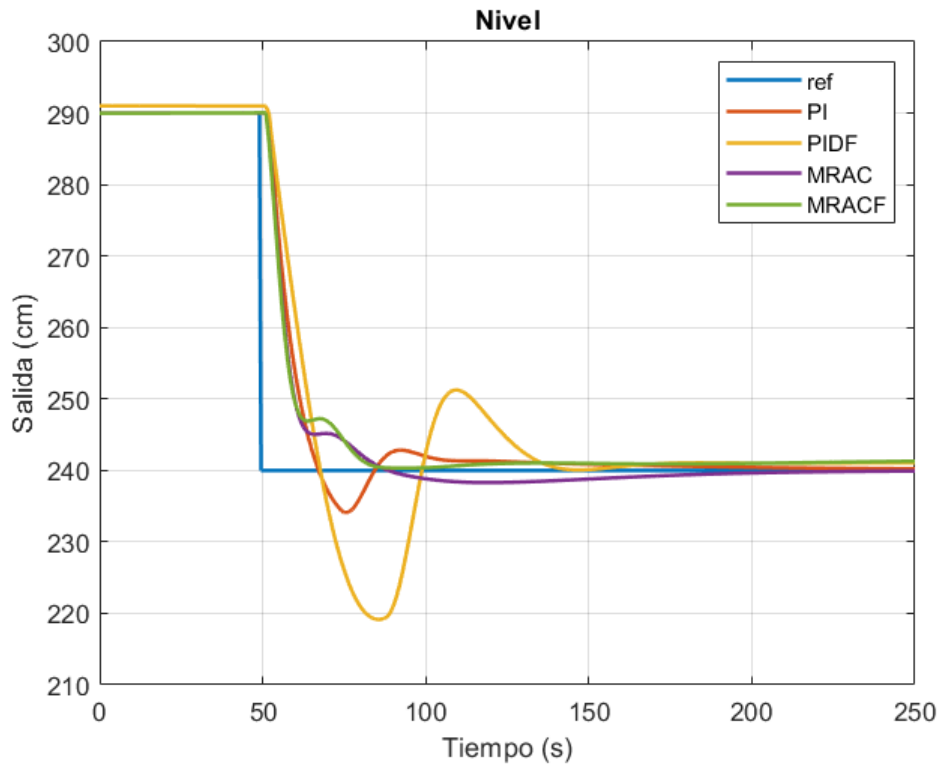


Figura 4.37: Nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

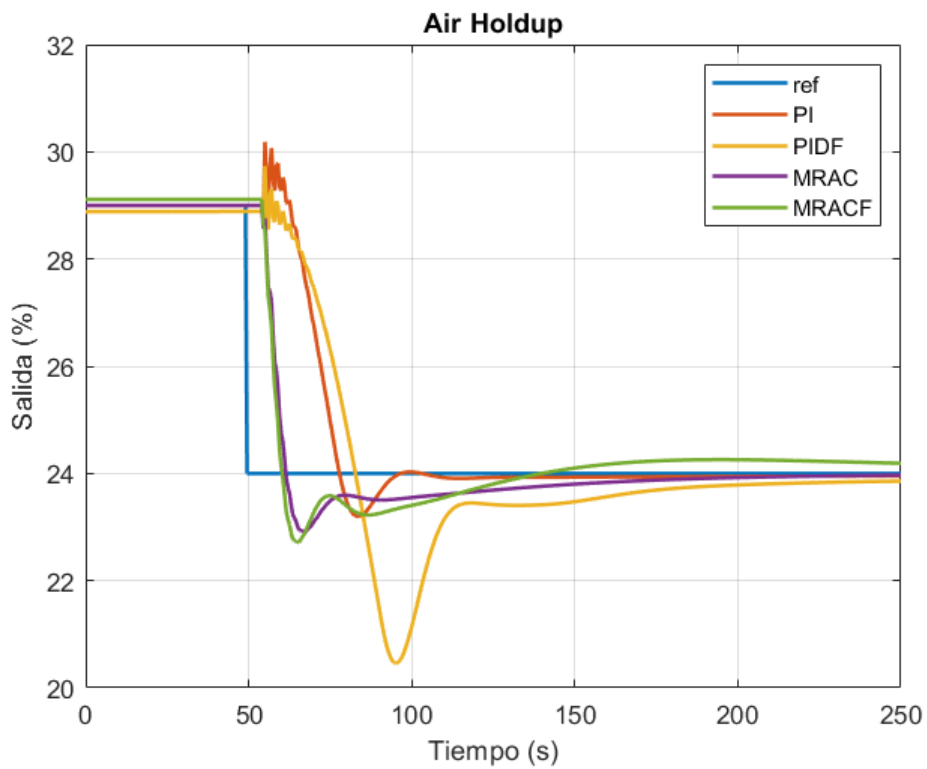


Figura 4.38: Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

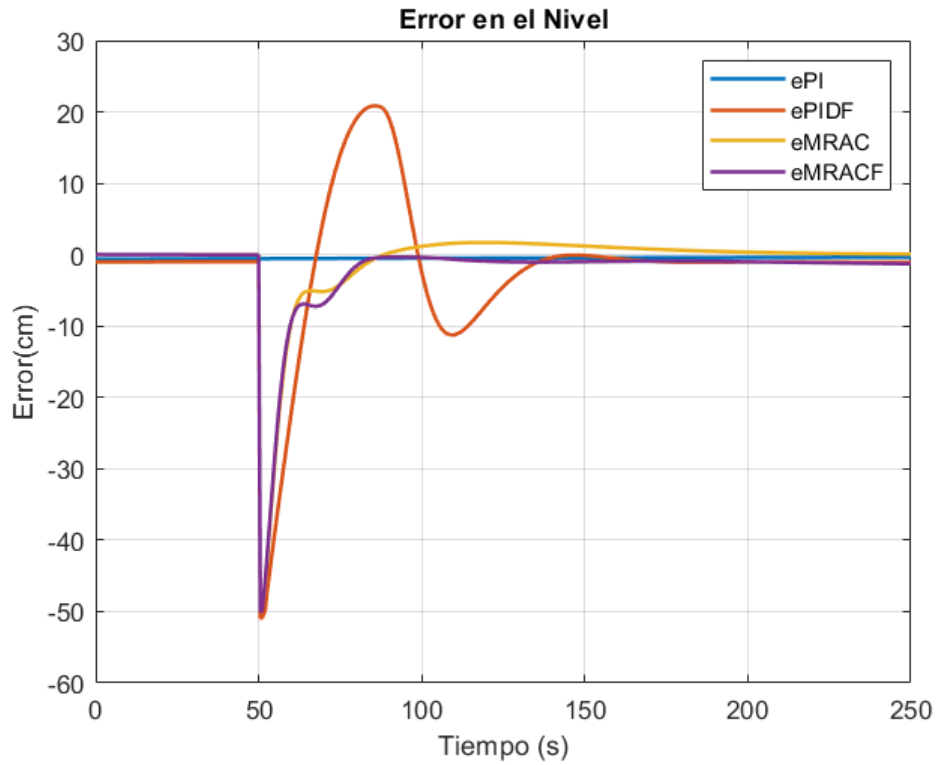


Figura 4.39: Errores en el nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

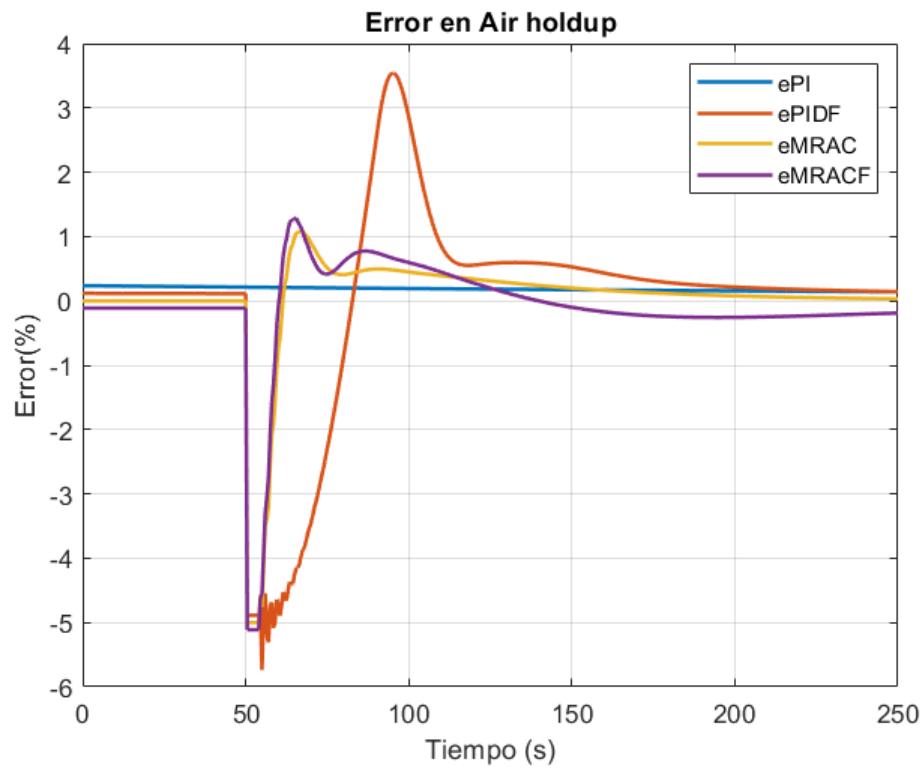


Figura 4.40: Errores en el Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

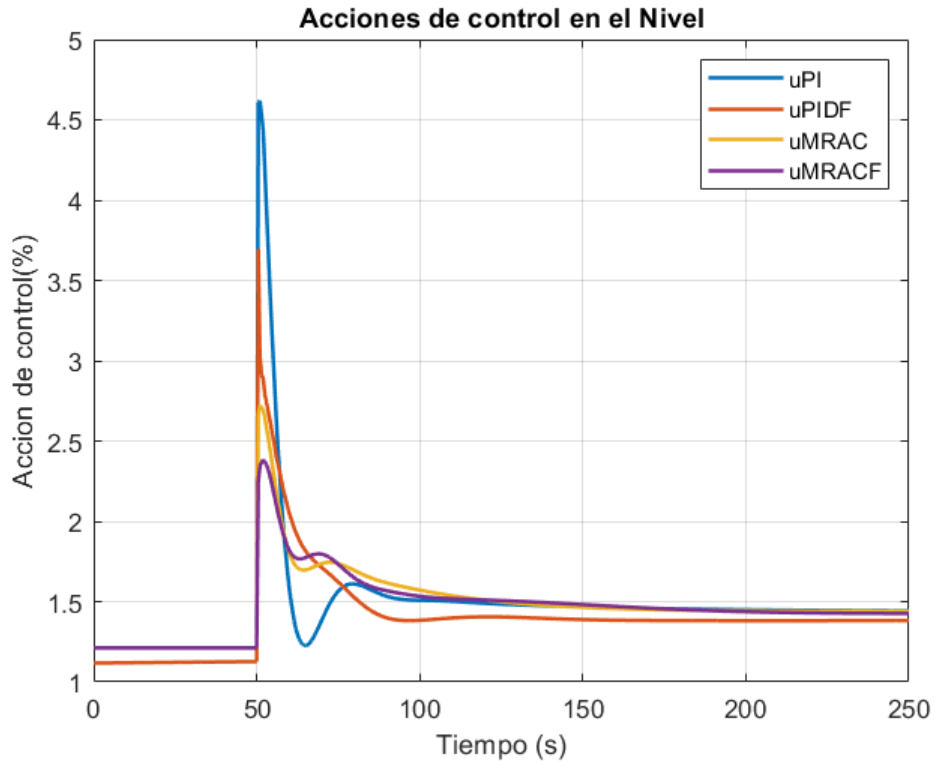


Figura 4.41: Acciones de control en el nivel en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

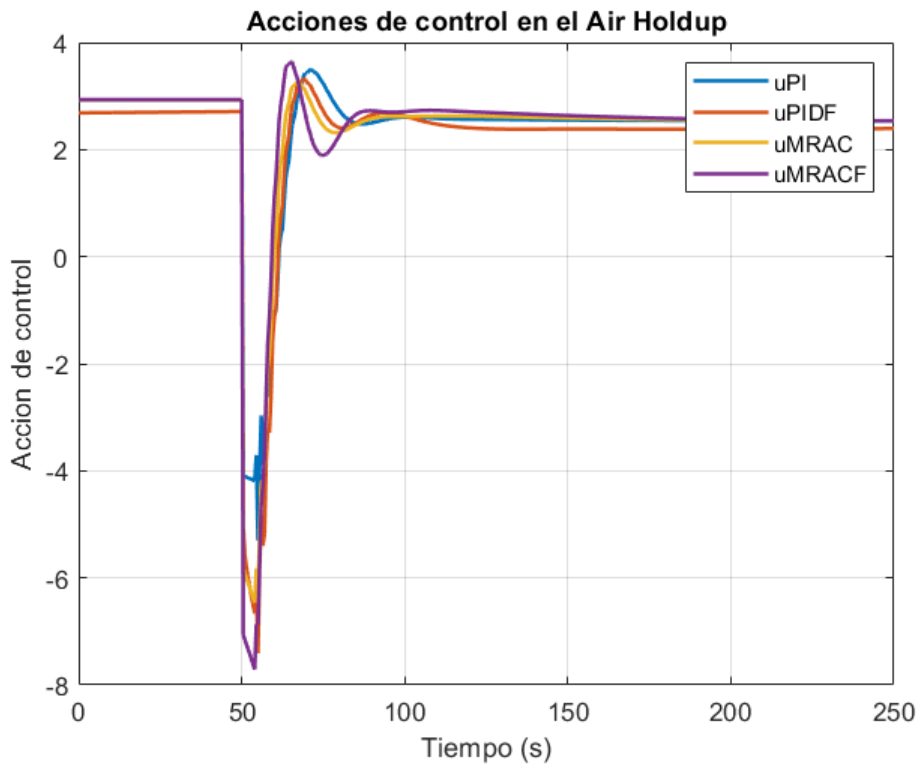


Figura 4.42: Acciones de control en el Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo.

Capítulo 5

Conclusiones y Trabajo futuro

5.1. Conclusiones

Las conclusiones incluidas en esta sección son; el resumen de las encontradas a raíz del análisis de resultados en cada uno de los capítulos de este trabajo, por lo que las distintas declaraciones se apoyan de manera directa en figuras o tablas presentadas previamente a lo largo del desarrollo del documento.

De manera general, se puede concluir que los controladores fraccionales presentados, PIDF y MRACF, a nivel de simulación, muestran mejora en la eficiencia en banco de celdas y columna de flotación. Estos comparados con sus homólogos enteros. Demostrando mejores resultados en general, en los índices de desempeño planteados. Además de mostrar menor gasto energético, esto visto en las acciones de control. A diferencia de trabajos previos, como controladores predictivos, expuestos en [1], [2], y otros más expuestos en el punto 2.8, que muestran buenos resultados, los controladores PIDF y MRACF, tienen un menor gasto computacional y mayor facilidad de ser implementados.

A partir de la motivación de estudiar el tema presentado, se plantea como objetivo la aplicación de conceptos de cálculo fraccional al control de sistemas en el Cap. 2. Al respecto, este trabajo permite conceptualizar el hecho de que el cálculo fraccional presenta alternativas viables e interesantes para aplicar a proceso de ingeniería, en automatización, a través de la extensión de los esquemas de control que hacen uso de integración y derivación de orden entero al caso de orden fraccional, ya sea en la integración, derivación o ambas. De esta manera se trabaja en controladores PID y MRAC, los cuales, en el caso fraccional, ofrecen soluciones dinámicas para los lazos de control que, no se pueden alcanzar a través de la aplicación de estos mismos controladores, pero de orden entero. Concluyendo que la aplicación de estos controladores, en caso de ser aplicado al proceso real, podría mejorar la eficiencia. A continuación se presentan varias conclusiones particulares.

Después de recopilar la información necesaria, sobre todo el proceso de extracción de mineral y específicamente en la etapa de flotación en Cap. 2, se concluye que, se cuenta con la información necesaria para entender el proceso, las limitantes y las condicionantes. Así desarrollar un controlador efectivo, para banco de celdas y columna de flotación.

Se concluye que, los modelos matemáticos responden de manera muy similar a un banco de celdas real, que se observa en la Fig. 3.1, y a una columna de flotación real que se observa en la Fig. 3.2. Por lo que se concluye que los resultados de estas simulaciones, se podrían considerar adecuados para ser directamente implementados, con las correspondientes adaptaciones tanto de sensores como adaptadores.

Es pertinente resaltar que, los modelos con los que se cuentan, están linealizados en torno a un punto de operación y con cierto grado de aceptación expuestos en [1] y [2]. Por lo que, no se realizaron pruebas o experimentos con valores fuera de los puntos de operación mencionados y que experimentos con valores alejados de los mismos, podrían generar resultados incorrectos.

Con respecto al método de sintonización, se expuso en el Cap. 2, el algoritmo de optimización por enjambre de partículas (PSO). Con los parámetros extraídos de en [42] y [89] y una función objetivo propuesta de la misma manera, con base en [87], [88] entre otros y basado en los índices de desempeño propuestos. Se puede concluir que, se cuenta con un método de sintonización adecuado para todos los controladores.

El diseño de los controladores PI, PIDF, MRAC y MRACF, para el banco de celdas de flotación a través del algoritmo PSO, genera las ganancias que se observan en la Tabla 4.1. Con los resultados de los índices de desempeño y agregando otros índices de desempeño para el análisis y comparación de los controladores. Donde M_p es la sobreelongación máxima en porcentaje, t_r es el tiempo de subida, es el tiempo requerido para que la respuesta pase del 0% al 100% de su valor final, y t_{ss} es el tiempo de asentamiento, es el tiempo que se requiere para que la curva de respuestas alcance un rango de valor final (por lo general de 2 o 5%). En este caso se consideró el 2%, todo este análisis con un escalón positivo de 20 a 25cm, esto dentro del punto de operación detallado en la Tabla 3.2.

Donde para la celda 1, el controlador con menor sobrepaso es el MRACF con un 3,84%. En tema de tiempo de subida, el controlador con ventaja es el PI, con un tiempo de subida de 2020 seg. En cuanto a tiempo de estabilización, se observa un resultado interesante, donde los controladores PI y PIDF, no cuentan con un resultado finito (esto se repite en todas las celdas), debido a las oscilaciones en la planta, estos mismos resultados evidenciados en [1], donde incluso en cambios bruscos de referencia lograba desestabilizar el sistema, en este parámetro con ventaja para MRACF en 2580 seg. Los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada.

En la celda 2, se observa resultados parecidos, el controlador con menor sobrepaso es el MRACF con un 2,58%. En tema de tiempo de subida, el controlador con ventaja es el PI, con un tiempo de subida de 2040 seg. Nuevamente se observan las oscilaciones, estos mismos resultados evidenciados en [1], en este parámetro con ventaja para MRACF en 2600 seg, los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada previamente.

En la celda 3, el controlador con menor sobrepaso es el PIDF con un 0,032%. En tema de tiempo de subida, el controlador con ventaja es el PI con un tiempo de subida de 2040 seg. Nuevamente se observan las oscilaciones, en este parámetro con ventaja para MRACF en 2270 seg, los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada previamente.

En la celda 4, el controlador con menor sobrepaso es el PIDF con un 5,84%, en tema de

tiempo de subida, los controladores con ventaja son el PI y el PIDF con un tiempo de subida de 2050 seg, nuevamente se observan las oscilaciones, en este parámetro con ventaja para MRACF en 2480 seg, los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada previamente.

En la celda 5, el controlador con menor sobrepaso es el MRAC con un 2,49%. En tema de tiempo de subida, el controlador con ventaja es el PIDF, con un tiempo de subida de 2100 seg. Nuevamente se observan las oscilaciones en esta celda en particular, las oscilaciones del controlador PI son las de mayor amplitud de todas, en este parámetro con ventaja para MRACF en 2590 seg, los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada previamente.

Donde se puede concluir, una ventaja en general de los controladores fraccionales sobre los enteros, con variaciones en los índices todos expuestos en la Tabla 4.1.

De manera gráfica, la respuesta del escalón de 20 a 25cm, se observan en las Fig.4.1 a la Fig.4.15. En el tema de errores, es otra representación de las primeras imágenes, donde se puede resaltar el resultado de los controladores MRAC y MRACF, se evidencia en las acciones de control son más suaves y cuantitativamente se podría evidenciar en la energía consumida por los actuadores.

Otro análisis para el banco de celdas de flotación, se realizó con un escalón negativo de 25 a 20 cm, esto dentro del punto de operación detallado en la Tabla 3.2.

Los resultados de los índices de desempeño se observan en la Tabla 4.2. De manera global, los resultados son muy similares a los del escalón positivo detallado en la Tabla 4.1, donde se observan las oscilaciones, pero los controladores están cerca de la referencia. Los controladores MRAC y MRACF, tienden asintóticamente a cero.

De la misma manera se concluye que, los controladores fraccionales tienen ventaja sobre los enteros y los resultados son muy similares a los resultados presentados en la prueba de escalón de 20 a 25 cm.

De la misma manera, gráficamente la respuesta del escalón de 25 a 20 cm se observan en las Fig.4.16 a la Fig.4.30. Donde se puede resaltar el resultado de los controladores MRAC y MRACF. Donde se evidencia que las acciones de control son más suaves y cuantitativamente se podría evidenciar en la energía consumida por los actuadores.

El diseño de los controladores PI, PIDF, MRAC y MRACF, para la columna de flotación a través del algoritmo PSO, genera las ganancias que se observan en la Tabla 4.3. Con los resultados de los índices de desempeño y agregando otros índices de desempeño para el análisis, se realiza la comparación de los controladores. En este caso también se consideró el 2% en tiempo de estabilización. Todo este análisis con un escalón positivo en el nivel de 240 a 290 cm y para el Air Holdup de 24 a 29%, esto dentro del punto de operación detallado en la Tabla 4.3 y como las pruebas realizadas en [2].

Donde para el nivel, el controlador con menor sobrepaso es el MRACF, con un 0,13%. En tema de tiempo de subida, los controladores con ventajas son el PI y PIDF, con un tiempo de subida ambos de 62 seg. En cuanto a tiempo de estabilización, en este parámetro con ventaja para MRACF, en 83 seg, los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada.

En cuanto al Air Holdup, el controlador con menor sobrepaso es el PI con un 1,82%. En tema de tiempo de subida, los controladores con ventajas son el MRAC y MRACF, con un tiempo de subida de 61.5 seg. y 60 seg. En cuanto a tiempo de estabilización, en este parámetro con ventaja para PI, en 78 seg, los demás índices se encuentran en la tabla mencionada.

De manera gráfica, la respuesta de un escalón positivo en el nivel de 240 a 290cm y para el Air Holdup de 24 a 29 %, se observan en las Fig.4.31 a la Fig.4.36. En el tema de errores, es otra representación de las primeras imágenes, donde se puede resaltar el resultado de los controladores MRAC y MRACF. Donde se evidencia que, las acciones de control son más suaves y cuantitativamente se podría evidenciar en la energía consumida por los actuadores.

En la columna de flotación un escalón negativo en el nivel de 290 a 240 cm y para el Air Holdup de 29 a 24%. Esto dentro del punto de operación detallado en la Tabla 4.4 y como las pruebas realizadas en [2].

Donde, para el nivel el controlador con menor sobrepaso es el MRACF, que no llega a la referencia por lo tanto es 0 %. En sobrepaso, en tema de tiempo de subida, el controlador con ventaja es el PI, con un tiempo de subida 67.5 seg., cabe resaltar el controlador MRACF, que no tiene un valor definido de tiempo de subida, debido a que no llega a tocar la referencia en ningún momento. En cuanto a tiempo de estabilización, en este parámetro con ventaja para MRAC en 73.2 seg., los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada.

En cuanto al Air Holdup, el controlador con menor sobrepaso es el PI, con un 3,34%. En tema de tiempo de subida, los controladores con ventajas son el MRAC y MRACF, con un tiempo de subida de 61.5 seg. y 60.5 seg. En cuanto a tiempo de estabilización, en este parámetro con ventaja para PI, en 94 seg y seguido el MRAC con 96 seg., los demás índices se encuentran en la Tabla mencionada.

De manera gráfica, la respuesta de un escalón negativo en el nivel de 290 a 240 cm y para el Air Holdup de 29 a 24 %, se observan en las Fig.4.39 a la Fig.4.42. En el tema de errores, se puede observar una oscilación en el controlador PI, donde se puede resaltar el resultado de los controladores MRAC y MRACF. Donde se evidencia que las acciones de control, son mas suaves y cuantitativamente se podría evidenciar en la energía consumida por los actuadores.

Finalmente, de manera general, se puede concluir que los controladores fraccionales presentan mejores resultados de control global para ambas plantas. Que si bien, en ciertos casos pueden ser similares numéricamente, considerando los índices de evaluación a los de orden entero, es menester considerar que en el ámbito minero industrial, los procesos que operan durante los 365 días del año, con algunas pausas de mantenimiento. Por lo que aquellas pequeñas mejoras, se traducen en grandes beneficios en un horizonte de tiempo amplio en su aplicación.

5.2. Trabajo futuro

Con el fin de complementar el presente trabajo de tesis, o desarrollar ideas afines para la consecución de los objetivos de esta investigación, se presentan algunas recomendaciones de

trabajo futuro para extender las fronteras del conocimiento respecto al tema propuesto.

Se puede considerar una propuesta de implementación, de acuerdo a la necesidad y la planta específica, considerar usar los sensores existentes de la minera o cambiarlos, analizar el equipo que aloje el controlador, para ver si lo soporta o considerar otro. Además de varios otros aspectos que surgen al plantear una implementación del control.

En este trabajo, se utilizó el método de optimización PSO, se podrían tomar rumbos como mejorar las características o de plano usar y comparar otros métodos de optimización. En caso del PI y PIDF, analizar también métodos de sintonización, como que se desarrolla ampliamente en la literatura para PI entero, como para PIDF en menos proporción.

Otra alternativa, es modificar la función objetivo, tanto como modificando las proporciones, como cambiando elementos. Esto dependerá mucho del objetivo específico que busque la minera, ya sea el sobrepaso o el tiempo de estabilización. De manera general, se entiende los requerimientos, pero estos pueden variar, a petición de la minera.

Es importante mencionar, que aquí se compararon 4 estrategias de control. Para trabajos futuros, se podría contemplar un control predictivo fraccional, como en [90], u otros controladores que propongan resultados novedosos, ya que este tema está ampliamente abarcado en PI entero y control predictivo en sus variantes.

En la misma idea que el último punto, se podría considerar tomar un modelo no lineal para estas plantas (que en esencia son no lineales), y proponer un control no lineal.

Bibliografía

- [1] C. E. Troncoso Garay. Diseño e implementación de estrategia de control predictivo en proceso de flotación de minerales. Tesis de maestría, Universidad Técnica Federico Santa María, 2016.
- [2] J. C. Ccarita Cruz. Diseño de un controlador predictivo generalizado multivariable para el control de una celda de flotación tipo columna utilizada en el proceso de recuperación de cobre. Tesis de maestría, Pontifica Universidad Católica del Perú, 2017.
- [3] I. Podlubny. *Fractional Differential Equations: An Introduction to Fractional Derivatives, Fractional Differential Equations, to Methods of Their Solution and Some of Their Applications*. Elsevier, 1998.
- [4] K. S. Miller and B. Ross. *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*. Wiley, ilustrada edition, 1993.
- [5] A. Kilbas, H. Srivastava, and J. Trujillo. *Theory and Applications of fractional differential equations*. Jan van Mill, first edition, 2006.
- [6] I. Pan and S. Das. *Intelligent Fractional Order Systems and Control*. Springer, 2013.
- [7] K. Oldham and J. Spanier. *The Fractional Calculus Theory and Applications of Differentiation and Integration to Arbitrary Order*. ElSevier Science, 1974.
- [8] K. S. Nanendra and A. M. Annaswamy. *Stable Adaptive Systems*. Dover Publications, fifth edition, 2005.
- [9] B. M. Vinagre and C. A. Monje. Introduccion al control fraccionario. *Revista Iberoamericana de Automatica e Informatica Industrial*, vol, 3(N3):5–23, 2006.
- [10] R. El-Khazali. Fractional-order pid (fractional) controller design. *Computers and Mathematics with Applications*, pages 639–646, 2013.
- [11] P. Ostalczyk. Stability analysis of a discrete-time system with a variable, fractional-order controller. *Institute of Automatics*, vol, 58:613–619, 2010.
- [12] B. M. Vinagre, V. Feliu-Batlleb, and I. Tejadoa. Control fraccionario: fundamentos y guia de uso. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol, 13:265–280, 2016.

- [13] M. R. Sagayaraj and A. G. M. Selvam. Discrete fractional calculus: definitions and applications. *International J. of Pure and Eng. Mathematics*, vol, 2(N1):93–102, 2014.
- [14] M. A. Duarte-Mermoud. Advances in fractional control. *CHILEAN Conference on Electrical, Electronics Engineering, Information and Communication Technologies*, pages 413–415, 2015.
- [15] K. Ogata. *Ingenieria de control moderna*. Pearson, 2010.
- [16] A. Dzieliński, D. Sierociuk, and G. Sarwas. Some applications of fractional order calculus. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences*, vol, 58:583–592, 2010.
- [17] C. Jauregui, M.A. Duarte, and R. Oróstica. Conical tank level control with fractional pid. *IEEE Latin America Transactions*, vol, 14:2598 – 2604, 2016.
- [18] B. M. Vinagre and C. A. Monje. Fractional pid controllers for industry application. a brief introduction. *Journal of Vibration and Control*, vol, 13:1419–1429, 2007.
- [19] H. Elliott and W. Wolovich. A parameter adaptive control structure for linear multivariable systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 27(2):340–352, 1982.
- [20] J. Guo, Y. Liu, and G. Tao. Multivariable mrac with state feedback for output tracking. pages 592–597, 2009.
- [21] G. Tao. Model reference adaptive control of multivariable plants with delays. *International Journal of Control*, vol, 55:393–414, 1992.
- [22] G. Song and G. Tao. Partial-state feedback multivariable mrac and reduced-order designs. *ArXiv*, pages 1–14, 2021.
- [23] M. Das. Multivariable Adaptive Model Matching Using Less A Priori Information. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 108(2):151–153, 06 1986.
- [24] S. Fujii and N. Mizuno. Multivariable discrete model reference adaptive control using an autoregressive model with dead time of the plant and its application. *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, 18:238–245, 1982.
- [25] J. Guo, G. Tao, and Y. Liu. A multivariable mrac scheme with application to a nonlinear aircraft model. *Automatica*, 47(4):804–812, 2011.
- [26] J. Guo and G. Tao. A discrete-time multivariable mrac scheme applied to a nonlinear aircraft model with structural damage. *Automatica*, 53:43–52, 2015.
- [27] L. Hsu, M. C. Minhoto Teixeira, and R. R. Costa. Lyapunov design of multivariable MRAC via generalized passivation. *Asian Journal of Control*, 17(5):1484–1497, 2015.
- [28] A. A. Lazo Berrezueta. Implementación de un controlador adaptativo por modelo de referencia para sistemas de segundo orden. Tesis de maestria, Universidad Politecnica Salesiana Ecuador, 2016.

- [29] A. Sutulov. *Flotación de minerales*. Universidad de Concepción, Instituto de Investigaciones Tecnológicas, 1963.
- [30] G. Salager. *Fundamentos de La Flotación de minerales*. Universidad de los Andes, 2007.
- [31] D. Valério and J. S. Da Costa. Tuning of fractional pid controllers with ziegler–nichols-type rules. *Signal Processing*, 86(10):2771–2784, 2006. Special Section: Fractional Calculus Applications in Signals and Systems.
- [32] D. Valério and J. Costa. Ziegler-nichols type tuning rules for fractional pid controllers. pages 1–10, 2005.
- [33] C. A. Monje, B. M. Vinagre, Y. Chen, V. Feliu, P. Lanusse, and J. Sabatier. Optimal tunings for fractional pid controllers. pages 1–12, 2008.
- [34] H. Bouyedda and S. Ladaci. Optimal tuning of fractional order pid fractional controllers using genetic algorithms. page 447–452, 2016.
- [35] P. Kumar, S. C., D. Shah, U. K. Saha, and S. Chatterjee. On comparison of tuning method of fopid controller for controlling field controlled dc servo motor. *Cogent Engineering*, 4(1):1–20, 2017.
- [36] G. Li, Ch. Guo, Y. Li, and W. Deng. Fractional-order pid controller of usv course-keeping using hybrid ga-pso algorithm. 2:506–509, 2015.
- [37] B. Bourouba and S. Ladaci. Comparative performance analysis of ga, pso, ca and abc algorithms for fractional pid controller tuning. pages 960–965, 2016.
- [38] J. Kennedy and R. Eberhart. Particle swarm optimization. 4:1942–1948, 1995.
- [39] M. Zamani, M. Karimi-Ghartemani, N. Sadati, and M. Parniani. Design of a fractional order pid controller for an avr using particle swarm optimization. *Control Engineering Practice*, 17(12):1380–1387, 2009. Special Section: The 2007 IFAC Symposium on Advances in Automotive Control.
- [40] L. Coelho and F. Guerra. Applying particle swarm optimization to adaptive controller. *Advances in Soft Computing*, 39:82–91, 07 2007.
- [41] L. Coelho and A. A. Rodrigues Coelho. Model-free adaptive control optimization using a chaotic particle swarm approach. *Chaos, Solitons and Fractals*, 41(4):2001–2009, 2009.
- [42] M. Ortiz-Quisbert, M. Duarte-Mermoud, F. Milla, and R. Castro-Linares. Control adaptativo fraccionario optimizado por algoritmos genéticos, aplicado a reguladores automáticos de voltaje. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 13:403–409, 12 2016.
- [43] F. G. Shinskey. *Process Control Systems: Application, Design, and Tuning*. Chemical engineering books. McGraw-Hill, 1996.

- [44] M. Salgado, D. Oyarzún, and E. Silva. H2 optimal ripple-free deadbeat controller design. *Automatica*, 43:1961–1967, 11 2007.
- [45] D. S. Carrasco and M. E. Salgado. Itse optimal controller design and achievable performance bounds. *International journal of control*, 82(11):2115–2126, 2009.
- [46] M. A. Duarte-Mermoud and R. Prieto. Performance index for quality response of dynamical systems. *ISA transactions*, 43:133–151, 02 2004.
- [47] M. Nuruzzaman. *Control System Analysis & Design in MATLAB and SIMULINK*. Lulu.com, 2014.
- [48] O. A. Bascur and J. A. Herbst. Dynamic simulators for training personnel in the control of grinding/flotation systems. *IFAC Proceedings Volumes*, 18(6):315–324, 1985. 1st IFAC Symposium on Automation for Mineral Resource Development., Brisbane, Australia, 9-11 July.
- [49] D. Hodouin, C. Bazin, E. Gagnon, and F. Flament. Feedforward–feedback predictive control of a simulated flotation bank. *Powder technology*, 108(2-3):173–179, 2000.
- [50] M. Suichies, D. Leroux, C. Dechert, and A. Trusiak. An implementation of generalized predictive control in a flotation plant. *Control Engineering Practice*, 8:319–325, 03 2000.
- [51] R. Pérez-Correa, G. González, A. Casali, A. Cipriano, R. Barrera, and E. Zavala. Dynamic modelling and advanced multivariable control of conventional flotation circuits. *Minerals Engineering*, 11(4):333–346, 1998.
- [52] D. Rojas and A. Ciprano. Model based predictive control of a rougher flotation circuit considering grade estimation in intermediate cells. *DYNA*, 78:29–37, 04 2011.
- [53] A. Desbiens, D. Hodouin, and M. Mailloux. Nonlinear predictive control of a rougher flotation unit using local models. *IFAC Proceedings Volumes*, 31(23):287–292, 1998.
- [54] M. Essahafi. Model predictive control (mpc) applied to coupled tank liquid level system. pages 1404–1498, 04 2014.
- [55] A. A. Aldair. Hardware implementation of the neural network predictive controller for coupled tank system. *American Journal of Electrical and Electronic Engineering*, 2:40–47, 01 2014.
- [56] M. Petrov, S. Ahmed, A. Ichtev, and A. Taneva. Fuzzy-neural model predictive control of multivariable processes. pages 125–150, 06 2011.
- [57] C. Joseph, V. I. George, N. Narayanan, and T. S. Saranya. Design of hybrid model predictive controller for a hybrid three tank system. *International Journal of Control Theory and Applications*, 8(3):1235–1242, 2015.
- [58] E. P. Gatzke, E. S. Meadows, Ch. Wang, and F. J. Doyle. Model based control of a four-tank system. *Computers Chemical Engineering*, 24(2):1503–1509, 2000.

- [59] D. Ruscio. Model predictive control with integral action: A simple mpc algorithm. *Modeling, Identification and Control: A Norwegian Research Bulletin*, 34:119–129, 01 2013.
- [60] A. Tepljakov, E. Petlenkov, J. Belikov, and M. Halás. Design and implementation of fractional-order pid controllers for a fluid tank system. pages 1777–1782, 2013.
- [61] H. Delavari, A. N. Ranjbar, R. Ghaderi, and S. Momani. Fractional order control of a coupled tank. *Nonlinear Dynamics*, 61(3):383–397, 2010.
- [62] D. Hodouin. Adaptive filtering and control for mineral processing plants. *IFAC Proceedings Volumes*, 23(8, Part 6):155–164, 1990. 11th IFAC World Congress on Automatic Control, Tallinn, 1990 - Volume 6, Tallinn, Finland.
- [63] Y. Ren, Y. Fang, L. Yao, and H. Zhang. Collaborative fault tolerant control for non-gaussian stochastic distribution systems based on adaptive control strategy. *Asian Journal of Control*, 21(1):533–544, 2019.
- [64] P. Boutin and D. A. Wheeler. Column flotation. *World Mining*, 20(3):47–50, 1967.
- [65] P. Thwaites. Process control in metallurgical plants—from an xstrata perspective. *Annual Reviews in Control*, 31(2):221–239, 2007.
- [66] A. Desbiens, D. Hodouin, and É. Plamondon. Global predictive control: A unified control structure for decoupling setpoint tracking, feedforward compensation and disturbance rejection dynamics. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 147(4):465–475, 2000.
- [67] R. Del Villar, M. Grégoire, and A. Pomerleau. Automatic control of a laboratory flotation column. *Minerals Engineering*, 12(3):291–308, 1999.
- [68] Y. Hernandez Lopez, R. Rivas-Perez, and G. Lorenzo Galvan. Robust proportional integral control of water level in an irrigation main canal. *Revista Cubana de Ingeniería*, 6(2):25–34, 2015.
- [69] R. Rivas-Perez, T. G. Cao, C. Franco Parellada, and V. E. Prokofiev. Sistema de control automático de objetivos con retardo de tiempo. *Control, Cibernética y Automatización*, 20(1):24–26, 1987.
- [70] R. Rivas-Perez, F. Castillo-Garcia, J. Sotomayor-Moriano, and V. Feliu-Batlle. Design of a fractional order pi controller for steam pressure in the steam drum of a bagasse fired boiler. *IFAC Proceedings Volumes*, 47(3):1337–1342, 2014.
- [71] J. Bouchard. Commande automatique de la flottation en colonne: asservissement de la profondeur d’écume et du différentiel d’eau. pages 1–10, 2004.
- [72] L. Bergh, J. Yianatos, and D. Soto. Availability principle applied to a fuzzy supervisory control of a pilot flotation column. *IFAC-PapersOnLine*, 48(17):125–130, 2015.

- [73] S. M. Vieira, J. M. C. Sousa, and F. O. Durao. Real-time fuzzy predictive control of a column flotation process. pages 1–6, 2007.
- [74] A. Riquelme, A. Desbiens, R. Villar, and M. Maldonado. Predictive control of the bubble size distribution in a two-phase pilot flotation column. *Minerals Engineering*, 89:71–76, 04 2016.
- [75] M. Maldonado, A. Desbiens, and R. del Villar. Potential use of model predictive control for optimizing the column flotation process. *International Journal of Mineral Processing*, 93(1):26–33, 2009.
- [76] D. Calisaya, É. Poulin, A. Desbiens, R. del Villar, and A. Riquelme. Multivariable predictive control of a pilot flotation column. pages 4022–4027, 2012.
- [77] J. Bouchard, A. Desbiens, and R. del Villar. Recent advances in bias and froth depth control in flotation columns. *Minerals Engineering*, 18(7):709–720, 2005.
- [78] S. Mohanty. Artificial neural network based system identification and model predictive control of a flotation column. *Journal of Process Control*, 19(6):991–999, 2009.
- [79] S. C. Valdez, R. Perez Rivas, M. R. Torija, and V. F. Batlle. Fractional pi controller design with optimized robustness to time delay changes in main irrigation canals. pages 1–7, 2009.
- [80] F. J. Castillo-Garcia, V. F. Batlle, and R. Perez Rivas. Frequency specifications regions of fractional-order pi controllers for first order plus time delay processes. *Journal of Process Control*, 23(4):598–612, 2013.
- [81] V. F. Batlle, R. Perez Rivas, L. Rodriguez, F. J. García Castillo, and A. L. Saez. Robust fractional order pi controller for a main irrigation canal pool. *IFAC Proceedings Volumes*, 41(2):15535–15540, 2008.
- [82] V. F. Batlle, R. Perez Rivas, and F. J. Castillo-Garcia. Robust fractional-order temperature control of a steel slab reheating furnace with large time delay uncertainty. pages 1–6, 2014.
- [83] V. F. Batlle, R. Perez Rivas, and A. L. Saez. Fractional order robust control of a reverse osmosis seawater desalination plant. *IFAC-PapersOnLine*, 50(1):14545–14550, 2017.
- [84] K. T. Guin, N. Mi, and R. R. Perez. Adaptive-control of a time-delay plant using a searchless model-reference self-tuning system. *Automation and Remote Control*, 49(12):1620–1627, 1988.
- [85] R. R. Perez and E. D. Pichuguin. Synthesis of adaptive control systems of water distribution in main irrigation canals. *Land Reclamation and Water Management*, 70:66–70, 1989.
- [86] E. B. Cruz. *Simulation of computer control strategies for column flotation*. Master’s thesis, Virginia Tech, 1994.

- [87] H. Rasool, A. Rasool, A. A. Ikram, U. Rasool, and M. Jamil. Compatibility of objective functions with simplex algorithm for controller tuning of hvdc system. *Ingeniería e Investigación*, 39(3):34–43, 2019.
- [88] S. Panda, B. K. Sahu, and P. K. Mohanty. Design and performance analysis of pid controller for an automatic voltage regulator system using simplified particle swarm optimization. *Journal of the Franklin Institute*, 349(8):2609–2625, 2012.
- [89] A. Chatterjee, V. Mukherjee, and S. P. Ghoshal. Velocity relaxed and craziness-based swarm optimized intelligent pid and pss controlled avr system. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 31(7-8):323–333, 2009.
- [90] Q. Zou, Q. Jin, and R. Zhang. Design of fractional order predictive functional control for fractional industrial processes. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 152:34–41, 2016.
- [91] M. Milot, A. Desbiens, R. Del Villar, and D. Hodouin. Identification and multivariable nonlinear predictive control of a pilot flotation column. pages 137–142, 2000.

ANEXOS

Anexo A

Modificación de las constantes de las ganancias de todos los controladores un 10 % superior e inferior

Se modificara los valores de los controladores en un 10 %, superior e inferior, en banco de celdas y columna de flotación. Probando los resultados con un escalon positivo y negativo.

A.1 Banco de celdas de flotación con +10 % de modificación.

Los resultados se observan en la Tabla A.1, para el banco de celdas de flotación, se aplicará un cambio de referencia de 20 a 25 cm, estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durará 6000 seg, en 2000 seg se aplicará el cambio de referencia, con las modificaciones de las constantes de ganancias correspondientes.

En la Fig. A.1, se observa la respuesta del cambio de escalón de 20 a 25cm en las 5 celdas.

En la Fig. A.2, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm.

En la Fig. A.3, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalon 20 a 25cm.

En la Tabla A.2, se observa el resultado con un escalon negativo.

En la Fig. A.4, se observa la respuesta del cambio de escalón de 25 a 20cm en las 5 celdas.

En la Fig. A.5, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm.

En la Fig. A.6, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalon 25 - 20cm.

A.2 Banco de celdas de flotación con -10 % de modificación.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 27,489$	94.4	2020	∞	2.6e+4	5.99e+7	6284	1.76e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 2,101$	56.6	2070	∞	5637	1.37e+7	3259	9.37e+6
		$K_i = 2,387$							
		$K_d = 2,42$							
		$\lambda = 0,132$							
		$\mu = 0,286$							
MRAC	$\Gamma = 0,00726$	30.72	2160	3630	2774	6.2e+6	1570	4.54e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1353$	29.8	2290	2600	2953	6.29e+6	1375	3.31e+6	
	$\alpha = 0,88$								
Celda 2	PI	$K_p = 27,4923$	101.85	2040	∞	3.65e+4	3.97e+7	9309	2.68e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,122$	53.29	2080	∞	1.02e+4	2.8e+7	5850	1.75e+7
		$K_i = 0,99$							
		$K_d = 0,55$							
		$\lambda = 0,22$							
		$\mu = 0,044$							
MRAC	$\Gamma = 6,9911e - 05$	29.07	2140	3800	2845	6.41e+6	1979	5.52e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1144$	28.22	2370	2630	3771	8.04e+6	1529	3.61e+6	
	$\alpha = 0,594$								
Celda 3	PI	$K_p = 43,989$	81.30	2050	∞		1.34e+08	1.09e+04	3.29e+07
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,2958$	31.4	2070	∞	6374	1.96e+07	4909	1.53e+07
		$K_i = 2,64$							
		$K_d = 3,157$							
		$\lambda = 0,11$							
		$\mu = 0,088$							
MRAC	$\Gamma = 0,814$	52.42	2070	5600	5066	1.33e+7	3126	1.03e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,742$	25.24	2370	2290	1790	3.97e+06	1628	4.6e+06	
	$\alpha = 0,3498$								
Celda 4	PI	$K_p = 43,989$	76.67	2050	∞	4.97e+4	1.37e+8	1.22e+04	3.56e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,177$	33.84	2040	∞	2420	6.99e+06	2901	8.84e+06
		$K_i = 2,64$							
		$K_d = 3,157$							
		$\lambda = 0,407$							
		$\mu = 0,11$							
MRAC	$\Gamma = 0,044$	74.69	2190	∞	3.61e+4	8.45e+4	6638	2.02e+07	
MRACF	$\Gamma = 0,034837$	34.69	2250	2480	9943	2.31e+07	3499	9.53e+06	
	$\alpha = 1,254$								
Celda 5	PI	$K_p = 43,989$	101.73	2150	∞	9.69e+04	3.05e+08	2e+04	6.24e+07
		$K_i = 0,01683$							
	PIDF	$K_p = 1,76$	50.97	2090	∞	2.77e+04	8.67e+07	1.05e+4	3.26e+7
		$K_i = 2,277$							
		$K_d = 3,9369$							
		$\lambda = 0,44$							
		$\mu = 0,319$							
MRAC	$\Gamma = 4,4682e - 04$	29.26	2940	4330	3.84e+4	8.63e+7	5954	1.35e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,1892$	33.08	2220	2610	8528	2.24e+07	3646	1.05e+7	
	$\alpha = 1,2075$								

Tabla A.1: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm con cambio de ganancias.

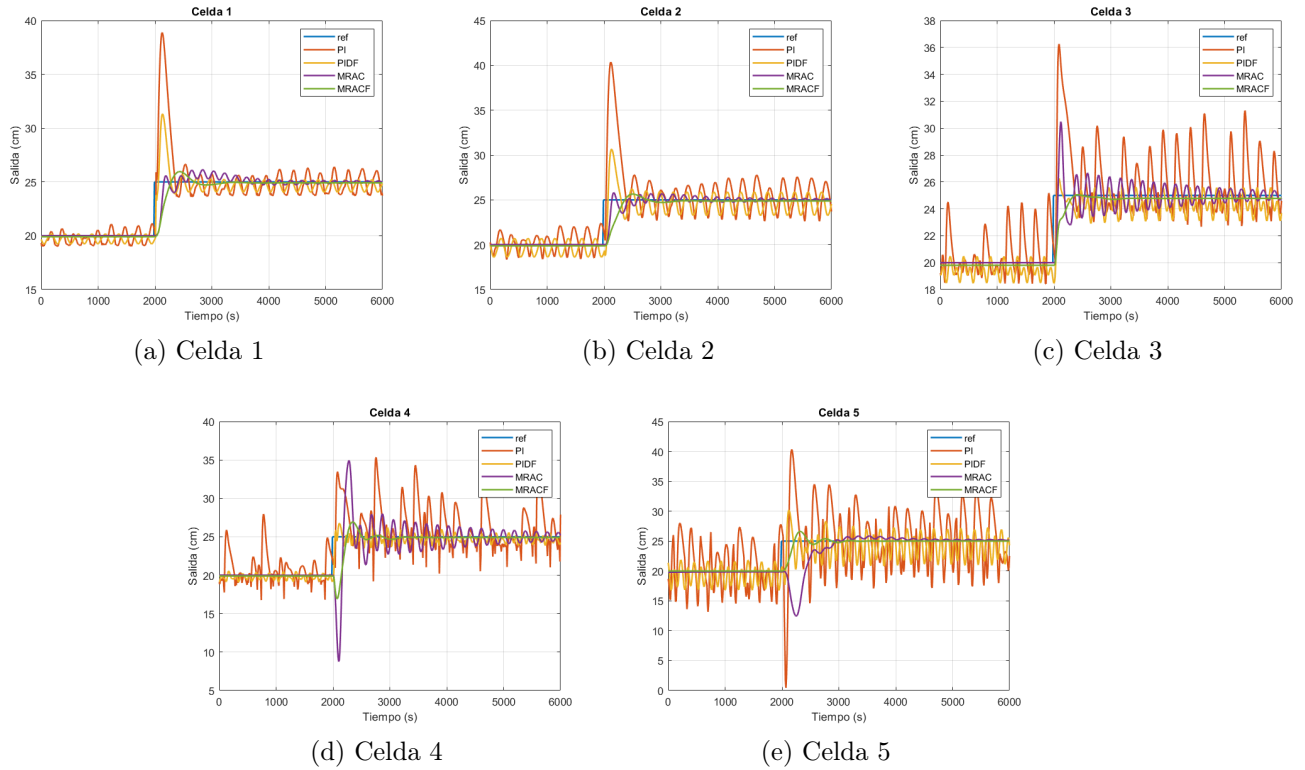


Figura A.1: Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

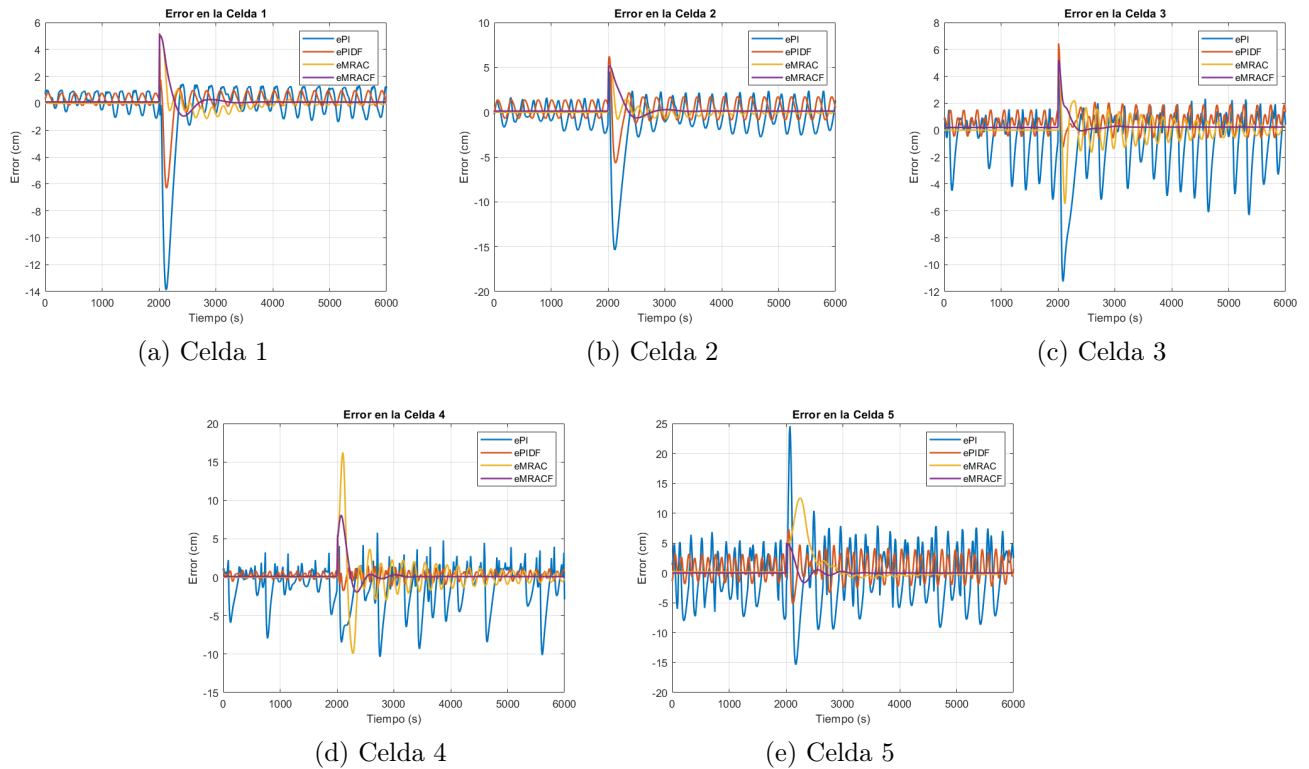


Figura A.2: Errores en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 27,489$	6.39	2170	∞	4964	1.28e+7	4421	1.25e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 2,101$	4.53	2180	∞	2946	6.78e+6	2690	7.21e+6
		$K_i = 2,387$							
		$K_d = 2,42$							
		$\lambda = 0,132$							
		$\mu = 0,286$							
MRAC	$\Gamma = 0,00726$	11.38	2290	3200	3906	8.5e+6	1737	4.34e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1353$	4.87	2290	2710	3057	6.51e+6	1349	3.23e+6	
	$\alpha = 0,88$								
Celda 2	PI	$K_p = 27,4923$	11.23	2180	∞	1.05e+4	2.82e+7	6671	1.9e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,122$	8.24	2190	∞	6237	1.57e+7	5000	1.38e+7
		$K_i = 0,99$							
		$K_d = 0,55$							
		$\lambda = 0,22$							
		$\mu = 0,044$							
MRAC	$\Gamma = 6,9911e - 05$	3.79	2290	2520	3682	8.02e+6	2248	5.77e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1144$	3.79	2360	2760	3931	8.34e+6	1458	3.44e+6	
	$\alpha = 0,594$								
Celda 3	PI	$K_p = 43,989$	10.37	2120	∞	6.22e+7	8851	2.59e+7	
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,2958$	9.23	2140	∞	5062	1.32e+7	4586	1.28e+7
		$K_i = 2,64$							
		$K_d = 3,157$							
		$\lambda = 0,11$							
		$\mu = 0,088$							
MRAC	$\Gamma = 0,814$	18.51	2180	2560	3146	6.92e+6	1120	2.5e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,742$	2.21	2310	2590	1741	3.75e+6	1655	4.42e+6	
	$\alpha = 0,3498$								
Celda 4	PI	$K_p = 43,989$	21.11	2110	∞	4.28e+4	1.31e+8	1.14e+4	2.24e+7
		$K_i = 0,003663$							
	PIDF	$K_p = 1,177$	8.98	2120	∞	2713	6.51e+6	2924	8e+6
		$K_i = 2,64$							
		$K_d = 3,157$							
		$\lambda = 0,407$							
		$\mu = 0,11$							
MRAC	$\Gamma = 0,044$	35.9	2370	4760	1.16e+4	2.69e+7	2741	6.55e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,034837$	7.03	2270	2610	5792	1.23e+7	1880	4.54e+6	
	$\alpha = 1,254$								
Celda 5	PI	$K_p = 43,989$	43.64	2130	∞	1.2e+5	3.28e+8	2.25e+4	6.4e+7
		$K_i = 0,01683$							
	PIDF	$K_p = 1,76$	22.74	2130	∞	2.38e+4	6.27e+7	9913	2.79e+7
		$K_i = 2,277$							
		$K_d = 3,9369$							
		$\lambda = 0,44$							
		$\mu = 0,319$							
MRAC	$\Gamma = 4,4682e - 04$	3.9	2820	4760	3.86e+4	9.12e+8	7015	1.94e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,1892$	5.76	2250	2510	3318	7.19e+6	1473	3.47e+6	
	$\alpha = 1,2075$								

Tabla A.2: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm con cambio de ganancias.

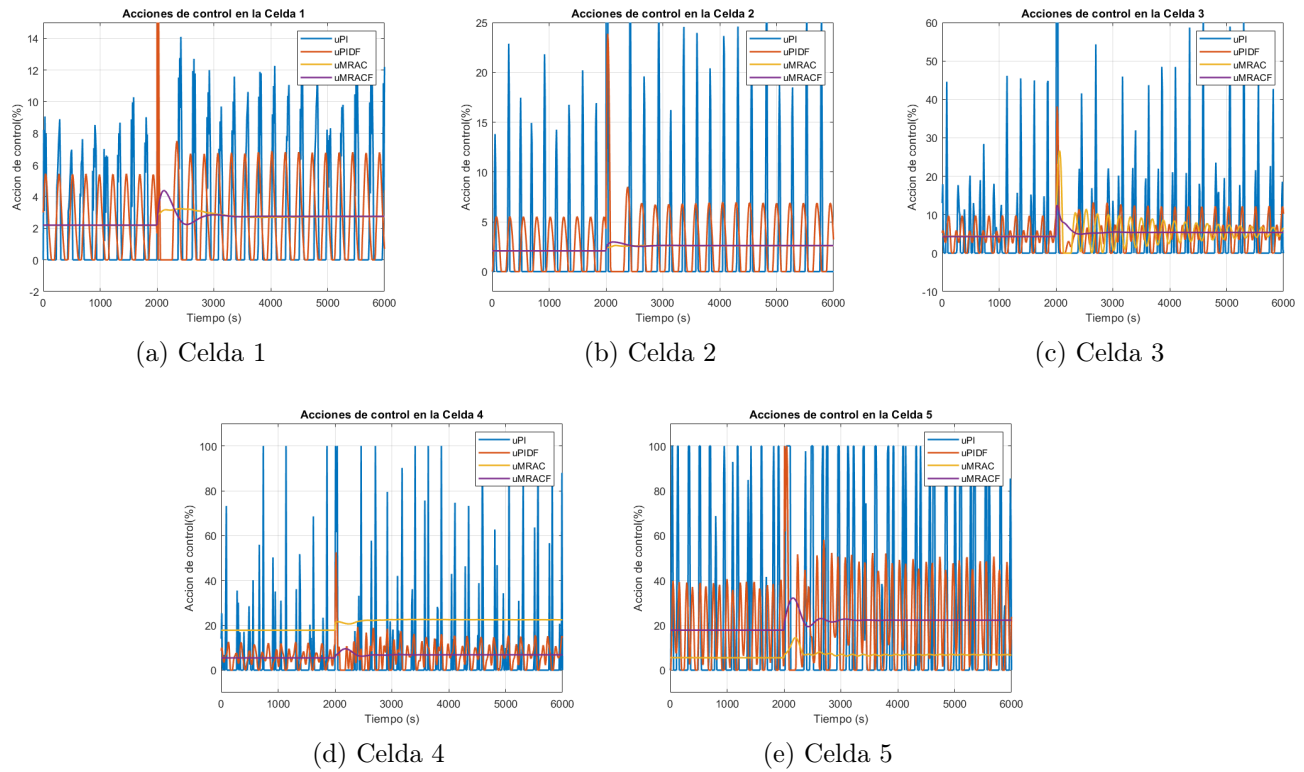


Figura A.3: Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

En la Tabla A.3, para el banco de celdas de flotación se aplicará un cambio de referencia de 20 a 25 cm, estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durará 6000 seg, en 2000 seg se aplicará el cambio de referencia, con las modificaciones de las constantes de ganancias correspondientes en este caso del -10%.

En la Fig. A.7, se observa la respuesta del cambio de escalón de 20 a 25cm en las 5 celdas.

En la Fig. A.8, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm.

En la Fig. A.9, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalon 20 - 25cm.

En la Tabla A.2, se observa el resultado con un escalon negativo.

En la Fig. A.10, se observa la respuesta del cambio de escalón de 25 a 20cm en las 5 celdas.

En la Fig. A.11, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm.

En la Fig. A.12, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalon 25 a 20cm.

A.3 Columna de flotación con +10% de modificación.

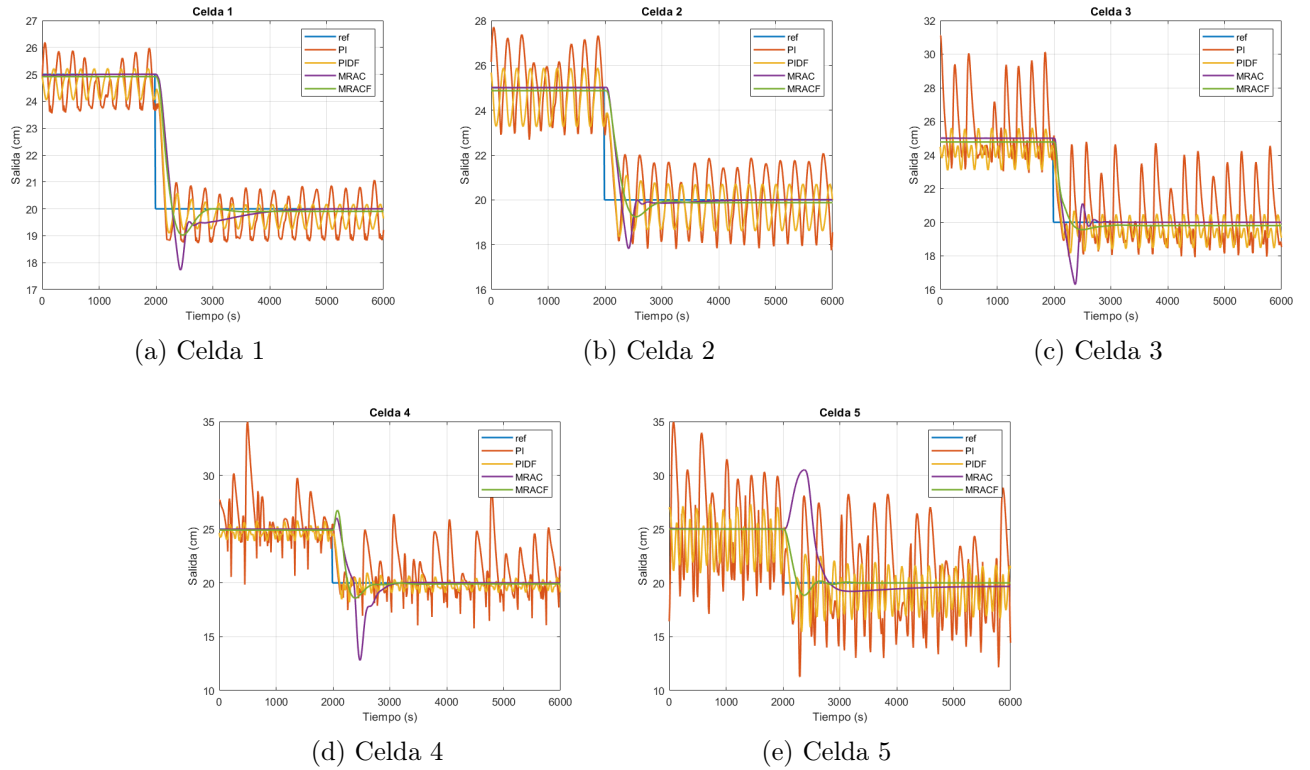


Figura A.4: Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.

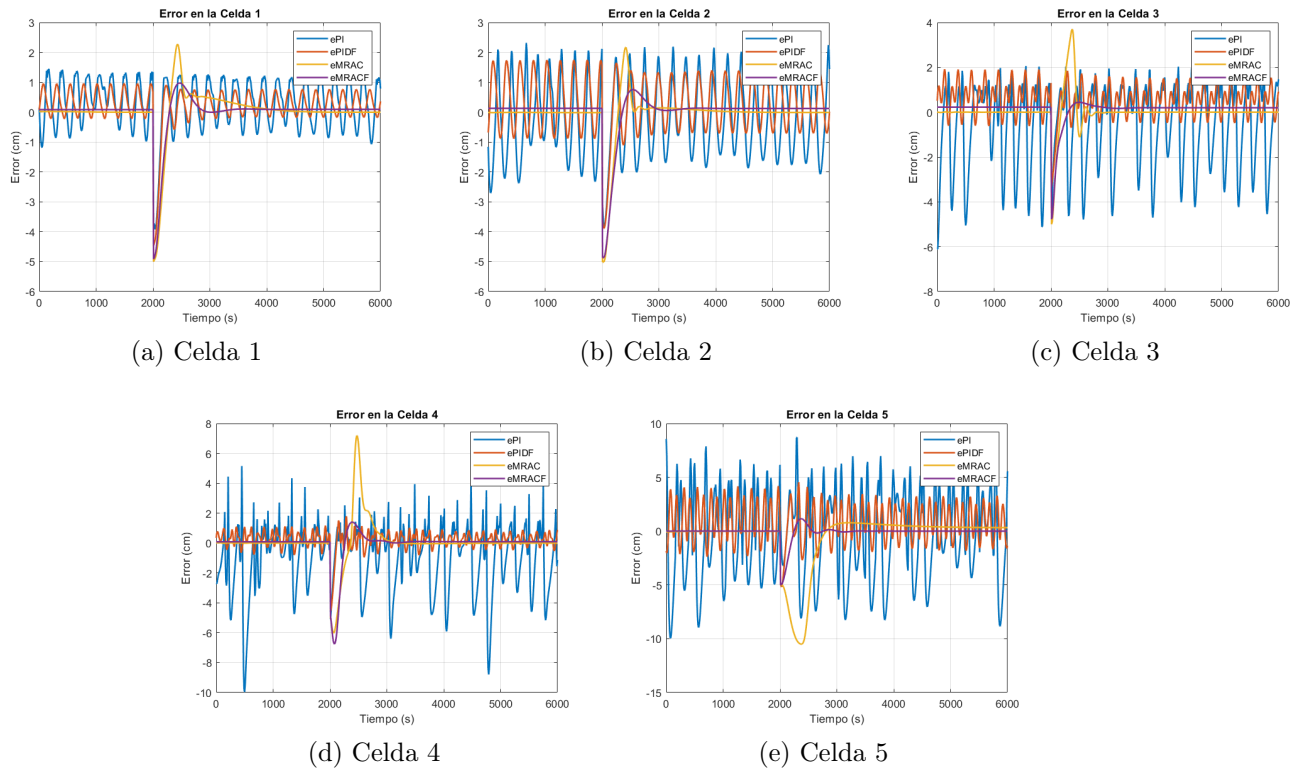


Figura A.5: Errores en las celdas con cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 22,491$	87.62	2020	∞	3.88e+4	8.76e+7	6722	1.85e+7
		$K_i = 0,002997$							
	PIDF	$K_p = 1,719$	46.54	2080	∞	3684	9.53e+6	3297	1.01e+7
		$K_i = 1,953$							
		$K_d = 1,98$							
		$\lambda = 0,108$							
	$\mu = 0,234$								
MRAC	$\Gamma = 0,00594$	28.96	2180	3320	2646	5.69e+6	1345	3.34e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1107$	27.41	2360	2600	3136	6.6e+6	1596	4.02e+6	
	$\alpha = 0,72$								
Celda 2	PI	$K_p = 22,4937$	94.42	2040	∞	5.83e+4	1.36e+8	1.02e+4	2.84e+7
		$K_i = 0,00297$							
	PIDF	$K_p = 0,918$	43.34	2090	4420	7070	1.92e+7	5046	1.52e+7
		$K_i = 0,81$							
		$K_d = 0,45$							
		$\lambda = 0,18$							
	$\mu = 0,036$								
MRAC	$\Gamma = 5,72e - 05$	27.80	2150	2550	2634	5.64e+6	1668	4.45e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,0936$	26.45	2450	2390	3711	7.89e+6	1861	4.78e+6	
	$\alpha = 0,486$								
Celda 3	PI	$K_p = 35,991$	80.9	2040	∞	1.38e+08	1.17e+04	3.4e+07	
		$K_i = 0,002997$							
	PIDF	$K_p = 1,0602$	24.26	2470	∞	6181	1.87e+07	5462	1.7e+07
		$K_i = 1,71$							
		$K_d = 1,197$							
		$\lambda = 0,09$							
	$\mu = 0,072$								
MRAC	$\Gamma = 0,6813$	47.99	2080	2900	2871	6.19e+6	1249	2.94e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,666$	24.67	2360	∞	2099	4.68e+06	1905	5.36e+06	
	$\alpha = 0,2862$								
Celda 4	PI	$K_p = 35,991$	63.75	2050	∞	2.47e+4	7.24e+7	7912	2.39e+7
		$K_i = 0,00297$							
	PIDF	$K_p = 0,963$	29.47	2100	3950	2170	6.4e+06	3138	9.75e+06
		$K_i = 2,16$							
		$K_d = 2,583$							
		$\lambda = 0,333$							
	$\mu = 0,09$								
MRAC	$\Gamma = 0,044$	61.12	2200	3120	2.69e+4	5.8e+7	3594	8.21e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,028503$	28.38	2360	2590	9449	1.99e+07	2382	5.784e+06	
	$\alpha = 1,026$								
Celda 5	PI	$K_p = 35,991$	110.96	2120	∞	1.2e+05	3.67e+08	2.06e+04	6.52e+07
		$K_i = 0,01377$							
	PIDF	$K_p = 1,44$	34	2110	∞	1.89e+04	5.86e+07	9956	3.09e+7
		$K_i = 1,863$							
		$K_d = 3,2211$							
		$\lambda = 0,36$							
	$\mu = 0,261$								
MRAC	$\Gamma = 3,6558e - 04$	27.58	3080	3900	3.81e+4	8.59e+7	5998	1.32e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,1548$	28.34	2320	2540	3339	6.97e+06	1028	2.23e+6	
	$\alpha = 1,035$								

Tabla A.3: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 22,491$	6.72	2200	∞	6767	1.66e+7	4522	1.27e+7
		$K_i = 0,002997$							
	PIDF	$K_p = 1,719$	5.94	2160	∞	2657	6.28e+6	3021	8.28e+6
		$K_i = 1,953$							
		$K_d = 1,98$							
		$\lambda = 0,108$							
	$\mu = 0,234$								
MRAC	$\Gamma = 0,00594$	10.98	2300	3090	3914	8.52e+6	1761	4.53e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,1107$	2.93	2350	2740	3009	6.37e+8	1640	4.18e+6	
	$\alpha = 0,72$								
Celda 2	PI	$K_p = 22,4937$	11.37	2230	∞	1.43e+4	3.66e+7	7181	2.04e+7
		$K_i = 0,00297$							
	PIDF	$K_p = 0,918$	10.37	2180	5040	4900	1.23e+7	4523	1.25e+7
		$K_i = 0,81$							
		$K_d = 0,45$							
		$\lambda = 0,18$							
	$\mu = 0,036$								
MRAC	$\Gamma = 5,72e - 05$	10.88	2300	2550	3737	8.17e+6	2260	5.86e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,0936$	2.36	2420	2760	3456	7.36e+6	1877	4.77e+6	
	$\alpha = 0,486$								
Celda 3	PI	$K_p = 35,991$	10.99	2210	∞		7.32e+7	9891	2.85e+7
		$K_i = 0,002997$							
	PIDF	$K_p = 1,0602$	8.57	2140	2880	5286	1.36e+7	5206	1.46e+7
		$K_i = 1,71$							
		$K_d = 1,197$							
		$\lambda = 0,09$							
	$\mu = 0,072$								
MRAC	$\Gamma = 0,6813$	18.15	2190	2590	3155	6.95e+6	1127	2.54e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,666$	1.74	2380	2290	1863	4.05e+6	1842	4.94e+6	
	$\alpha = 0,2862$								
Celda 4	PI	$K_p = 35,991$	21.38	2180	∞	1.2e+4	3.12e+7	5969	1.67e+7
		$K_i = 0,00297$							
	PIDF	$K_p = 0,963$	6.6	2110	∞	2322	5.648	3081	8.56e+6
		$K_i = 2,16$							
		$K_d = 2,583$							
		$\lambda = 0,333$							
	$\mu = 0,09$								
MRAC	$\Gamma = 0,044$	34.78	2390	3020	1.38e+4	3.23e+7	3184	7.72e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,028503$	3.3	2390	2780	7677	1.63e+7	2333	5.73e+6	
	$\alpha = 1,026$								
Celda 5	PI	$K_p = 35,991$	50.65	2180	∞	7.21e+4	1.98e+8	1.78e+4	5.11e+7
		$K_i = 0,01377$							
	PIDF	$K_p = 1,44$	14.62	2090	∞	1.46e+4	3.92e+7	9086	2.58e+7
		$K_i = 1,863$							
		$K_d = 3,2211$							
		$\lambda = 0,36$							
	$\mu = 0,261$								
MRAC	$\Gamma = 3,6558e - 04$	3.67	2870	4510	33.74e+4	8.88e+7	6987	1.92e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,1548$	2.28	2380	2570	3395	7.11e+6	1077	2.35e+6	
	$\alpha = 1,035$								

Tabla A.4: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm.

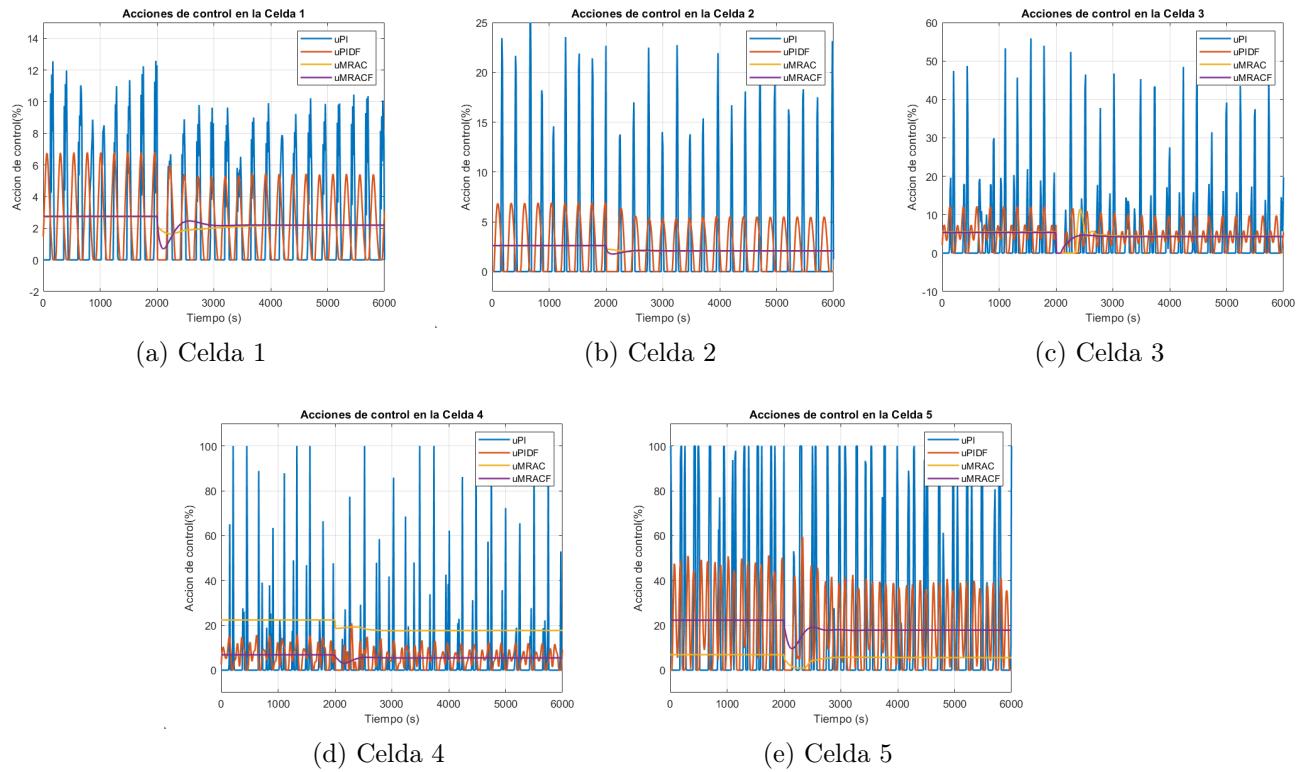


Figura A.6: Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.

En la Tabla A.5, se observan las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón para la columna de flotación, con un 10% de modificación respecto a los valores aplicados en el Cap. 4.

El la Fig. A.13, se observa el nivel y Air holdup.

En la Fig.A.14, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

En la Fig.A.15, se observa las acciones de control, en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

En la Tabla A.6, se observa el resultado con un escalon negativo.

El la Fig. A.16, se observa el nivel y Air holdup.

En la Fig.A.17, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia negativo.

En la Fig.A.18, se observa las acciones de control en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia negativo.

A.4 Columna de flotación con -10% de modificación.

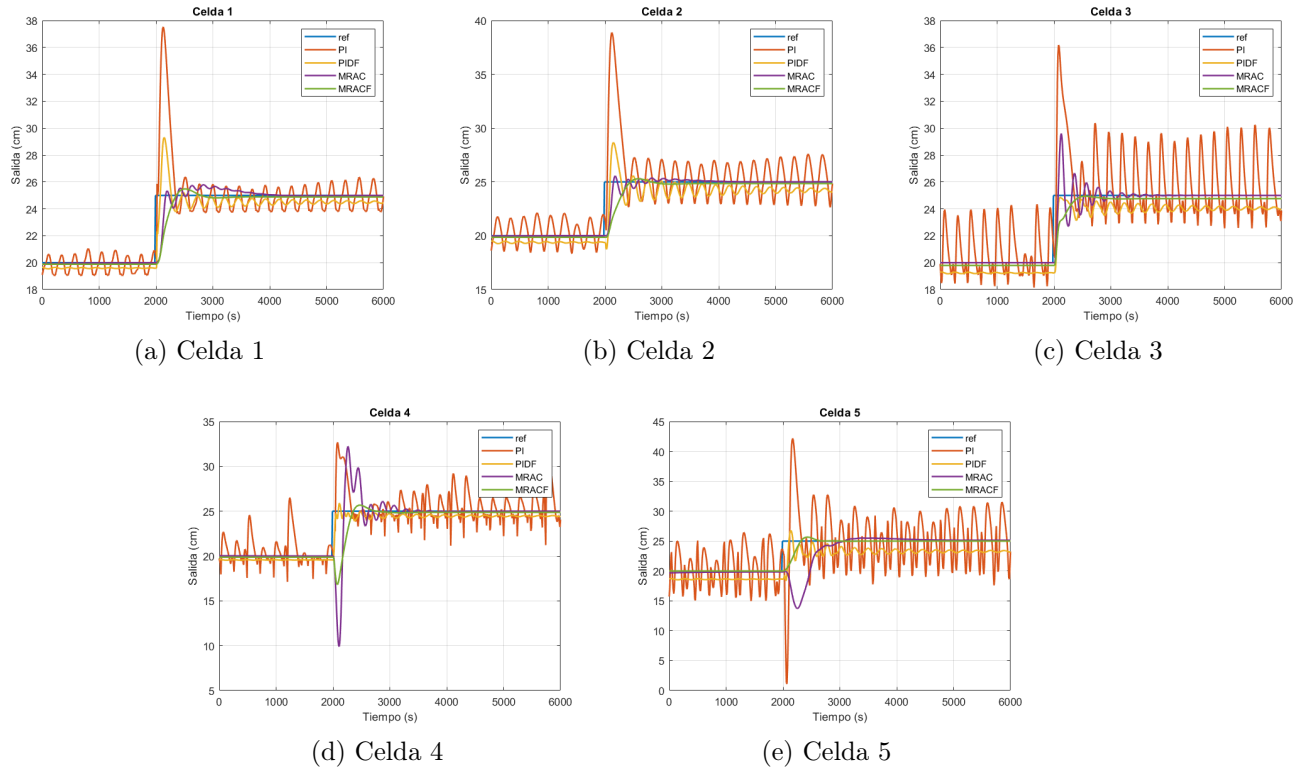


Figura A.7: Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

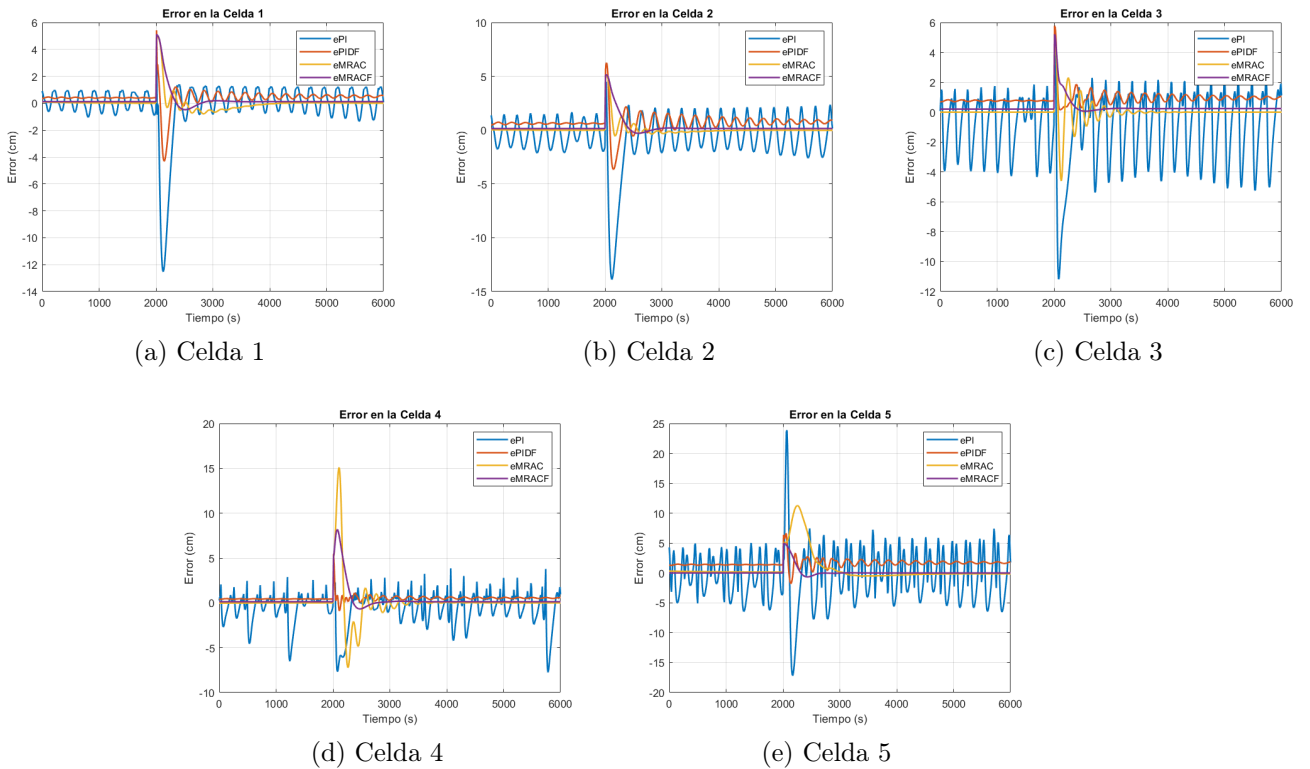


Figura A.8: Errores en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -7,469$	22.08	60.5	133	1037	5.49e+04	137.9	9253
		$K_i = -0,0539$							
	PIDF	$K_p = -7,8848$	24	60	142.5	1185	6.57e+04	192.4	1.5e+4
		$K_i = -1,012$							
		$K_d = 4,5298$							
		$\lambda = 0,7986$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,10076$	21.87	85	135	1306	7.09e+04	173	1.24e+4
		$\Gamma_2 = 2,354$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,3498$	0.13	92.5	83	1169	6.24e+04	156.6	9302
		$\Gamma_2 = 3,19$							
$\alpha_1 = 1,375$									
$\alpha_2 = 1,034$									
Air Holdup	PI	$K_p = -154,4521$	24.33	65	89.5	2616	1.46e+05	277.1	2.35e+04
		$K_i = 0,56903$							
	PIDF	$K_p = 161,2028$	27.72	61.5	102.5	2261	1.26e+5	252.4	1.83e+4
		$K_i = 7,403$							
		$K_d = 17,512$							
		$\lambda = 0,9603$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 4,0953e - 04$	25.59	61.5	142.5	2083	1.17e+05	247.5	1.81e+04
		$\Gamma_2 = 0,51007$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,352$	29.71	72	226.5	4487	3.59e+05	656.7	6.83e+04
		$\Gamma_2 = 0,176$							
$\alpha_1 = 0,594$									
$\alpha_2 = 1,573$									

Tabla A.5: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29% con cambio de ganancias.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -7,469$	1.25	60.5	133.5	1127	6.18e+04	184.1	1.59e+4
		$K_i = -0,0539$							
	PIDF	$K_p = -7,8848$	2.7	60.5	119.5	1208	6.61e+04	184.1	1.45e+4
		$K_i = -1,012$							
		$K_d = 4,5298$							
		$\lambda = 0,7986$							
		$\mu = 0,165$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,10076$	0.8	85	154	1275	6.93e+04	174.7	1.36e+4
		$\Gamma_2 = 2,354$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,3498$	4.3	79.5	187.5	2704	1.77e+05	444	4.15e+4
$\Gamma_2 = 3,19$									
$\alpha_1 = 1,375$									
$\alpha_2 = 1,034$									
Air Holdup	PI	$K_p = 154,4521$	3.51	65	89.5	2460	1.35e+05	207.7	1.19e+04
		$K_i = 0,56903$							
	PIDF	$K_p = 161,2028$	7.31	61	108	2242	1.27e+5	270.7	1.99e+4
		$K_i = 7,403$							
		$K_d = 17,512$							
		$\lambda = 0,9603$							
		$\mu = 0,143$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 4,0953e - 04$	4.75	61.5	179.5	2131	1.23e+05	291.1	2.48e+04
		$\Gamma_2 = 0,51007$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,352$	6.85	75	166.5	4178	3.62e+05	678.2	8.05e+04
		$\Gamma_2 = 0,176$							
		$\alpha_1 = 0,594$							
		$\alpha_2 = 1,573$							

Tabla A.6: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 290 a 240 cm y de Air Holdup de 29 a 24 %.

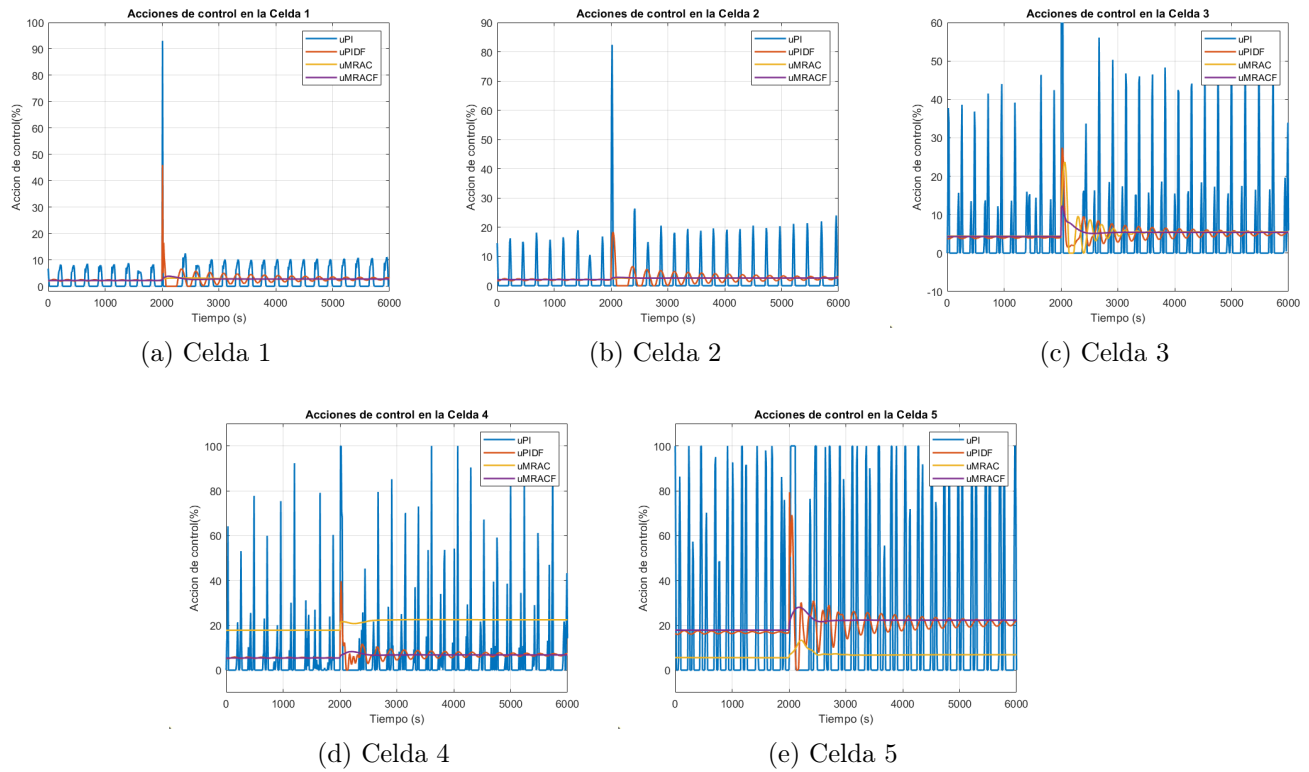


Figura A.9: Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de ganancias.

En la Tabla A.7, se observan las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón para la columna de flotación, con un -10% de modificación respecto a los valores originales.

En la Fig. A.19, se observa el nivel y Air holdup, frente a un cambio de referencia positivo, con los cambios de ganancias correspondientes.

En la Fig.A.20, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

En la Fig.A.21, se observa las acciones de control en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

En la Tabla A.8, se observa el resultado con un escalon negativo.

En la Fig. A.22, se observa el nivel y Air holdup, con cambio de referencia negativo y con el cambio de ganancias correspondientes.

En la Fig.A.23, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia negativo.

En la Fig.A.24, se observa las acciones de control en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia negativo.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -6,11$	21.02	65	147.5	1184	6.33e+04	154.8	1.05e+4
		$K_i = -0,0441$							
	PIDF	$K_p = -6,4512$	22.51	64	63	1271	7.56e+04	276.4	2.67e+4
		$K_i = -0,828$							
		$K_d = 3,7062$							
		$\lambda = 0,828$							
		$\mu = 0,135$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,08244$	21.65	61.5	148	1355	7.44e+04	188.7	1.4e+4
		$\Gamma_2 = 1,926$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,2862$	22.21	60	77.5	1099	7.37e+04	329	3.46e+4
$\Gamma_2 = 2,61$									
$\alpha_1 = 1,125$									
$\alpha_2 = 0,846$									
Air Holdup	PI	$K_p = 126,3699$	22.41	69	97.5	2872	1.63e+05	304.7	2.66e+04
		$K_i = 0,46559$							
	PIDF	$K_p = 131,8932$	23.68	64	81.5	2367	1.35e+5	296.6	2.7e+4
		$K_i = 6,057$							
		$K_d = 14,328$							
		$\lambda = 0,7857$							
		$\mu = 0,117$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 3,3507e - 04$	25.2	61.5	155	2053	1.15e+05	249.9	1.93e+04
		$\Gamma_2 = 0,41733$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,288$	29.24	60	60	2496	1.69e+05	516	5.03e+04
		$\Gamma_2 = 0,144$							
		$\alpha_1 = 0,486$							
		$\alpha_2 = 1,287$							

Tabla A.7: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29 %.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -6,11$	0.18	65	148	1318	7.37e+04	215.8	1.9e+4
		$K_i = -0,0441$							
	PIDF	$K_p = -6,4512$	0.11	84	69.5	1480	8.58e+04	243.5	2.42e+4
		$K_i = -0,828$							
		$K_d = 3,7062$							
		$\lambda = 0,828$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,08244$	0.62	94.5	165.5	1318	7.22e+04	186.5	1.49e+4
		$\Gamma_2 = 1,926$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,2862$	0	∞	∞	212	1.79e+05	536.9	6.35e+4
		$\Gamma_2 = 2,61$							
$\alpha_1 = 1,125$									
$\alpha_2 = 0,846$									
Air Holdup	PI	$K_p = 126,3699$	1.59	69	96.5	2643	1.45e+05	218.8	1.23e+04
		$K_i = 0,46559$							
	PIDF	$K_p = 131,8932$	4.44	63	∞	2166	1.28e+5	357.4	3.25e+4
		$K_i = 6,057$							
		$K_d = 14,328$							
		$\lambda = 0,7857$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 3,3507e - 04$	4.33	61.5	195	2093	1.21e+05	289.2	2.57e+04
		$\Gamma_2 = 0,41733$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,288$	4.97	61.5	∞	2448	1.54e+05	375.8	3.87e+04
		$\Gamma_2 = 0,144$							
$\alpha_1 = 0,486$									
$\alpha_2 = 1,287$									

Tabla A.8: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29%.

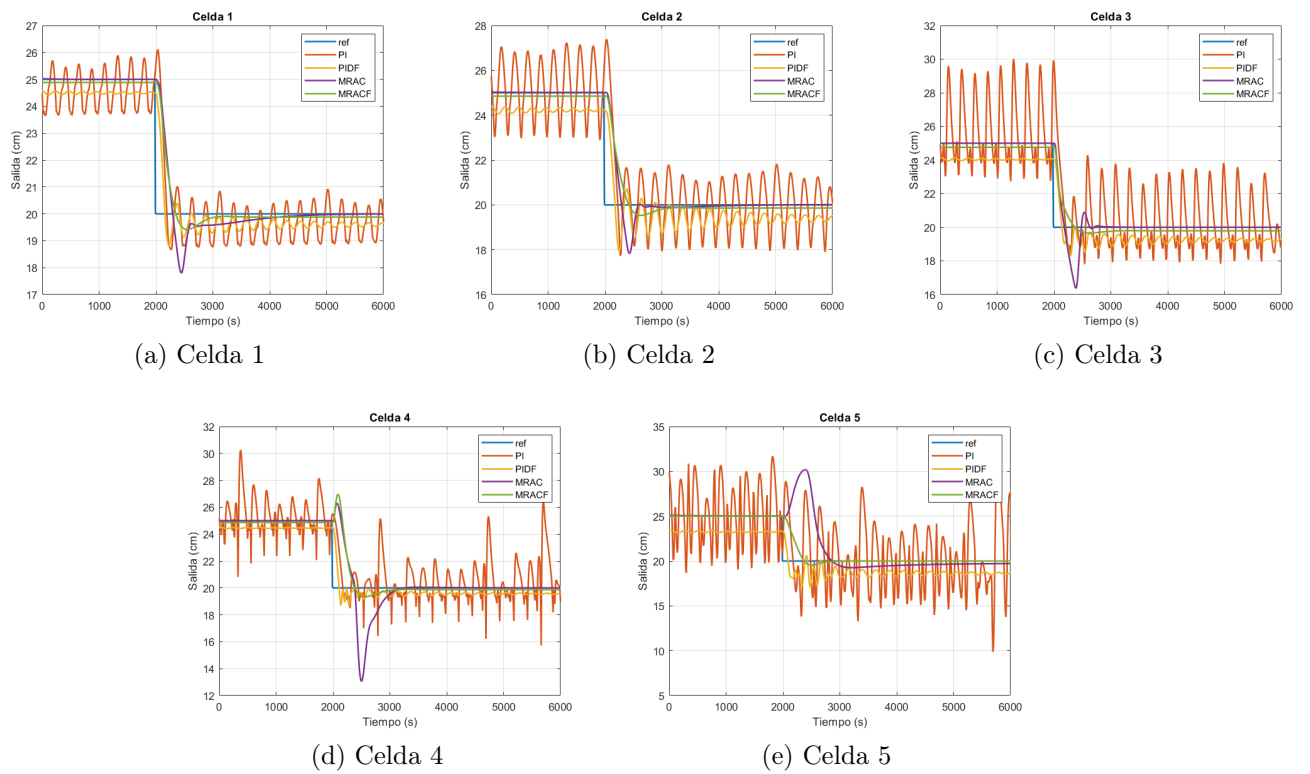
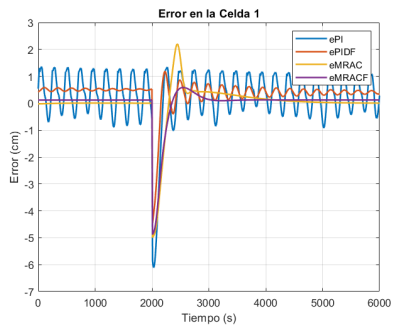
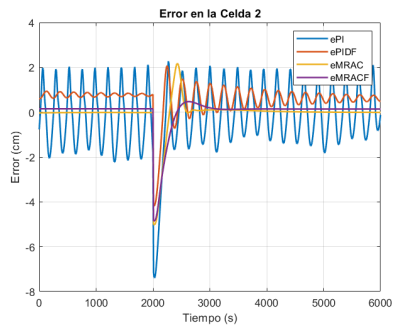


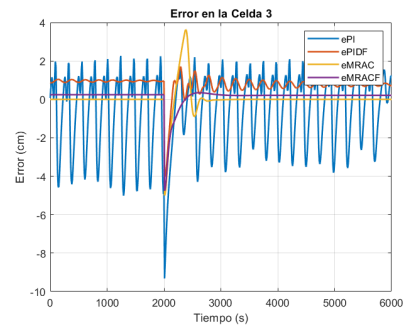
Figura A.10: Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.



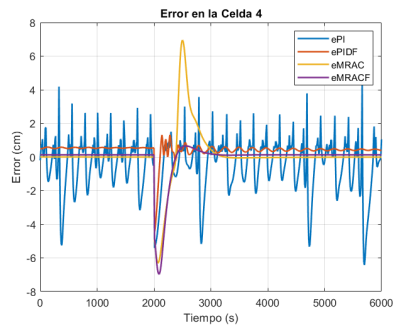
(a) Celda 1



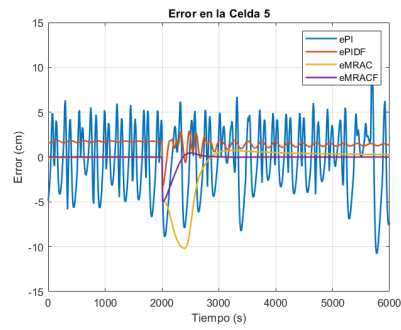
(b) Celda 2



(c) Celda 3



(d) Celda 4



(e) Celda 5

Figura A.11: Errores en las celdas con cambio de escalon de 25 a 20cm con cambio de ganancias.

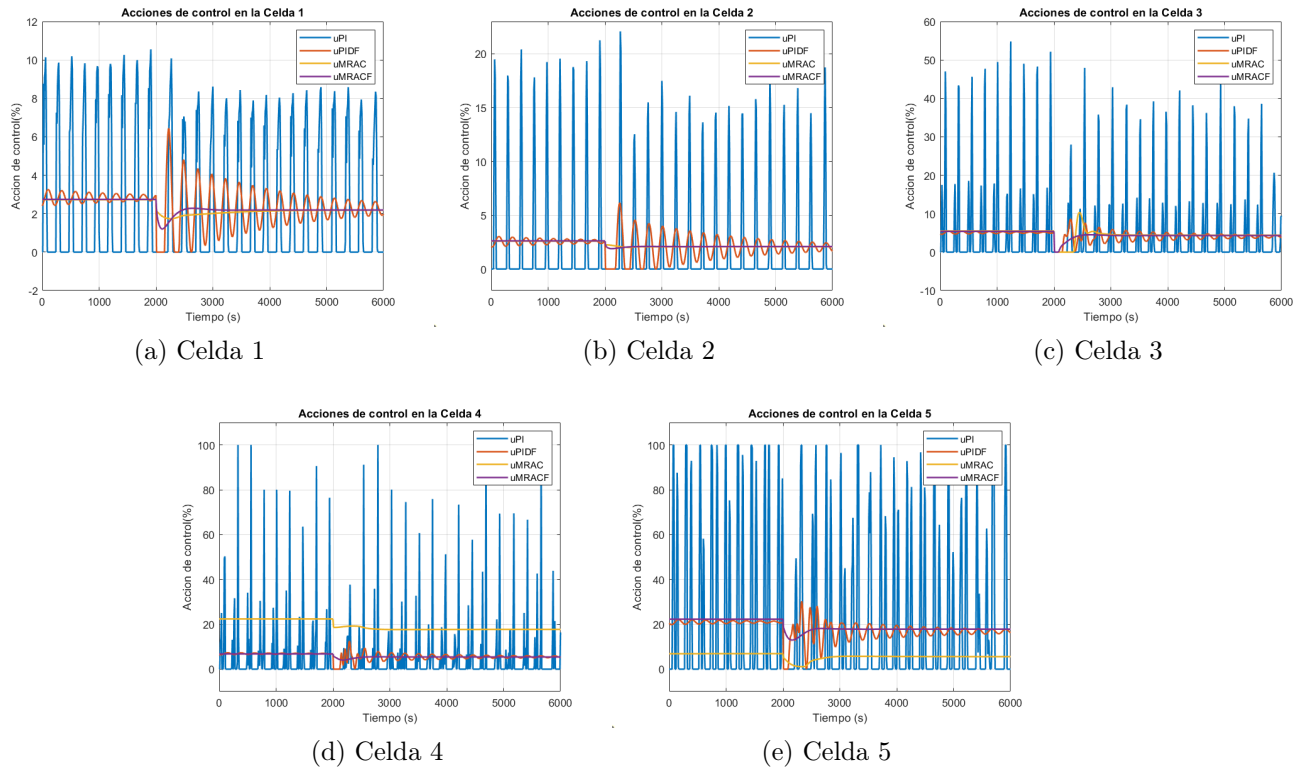


Figura A.12: Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 25 a 20cm con cambio de ganancias.

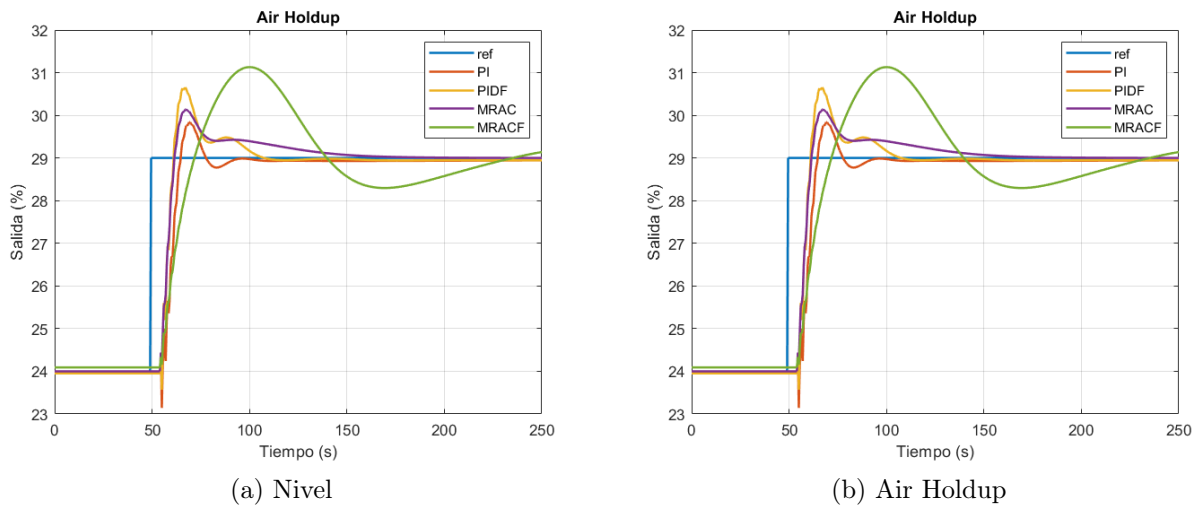
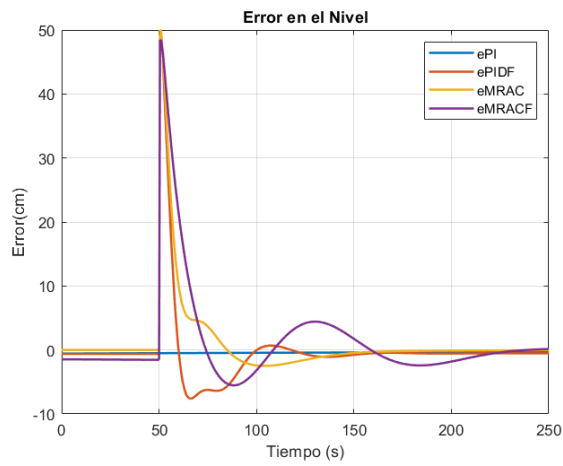
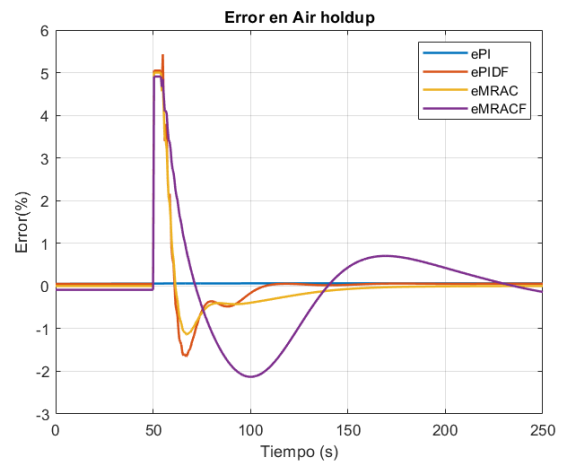


Figura A.13: Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

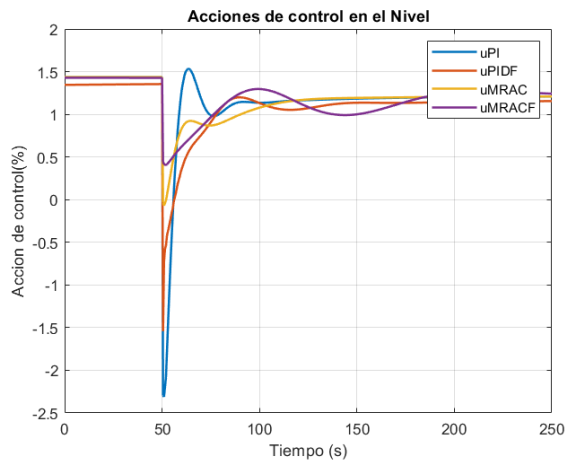


(a) Nivel

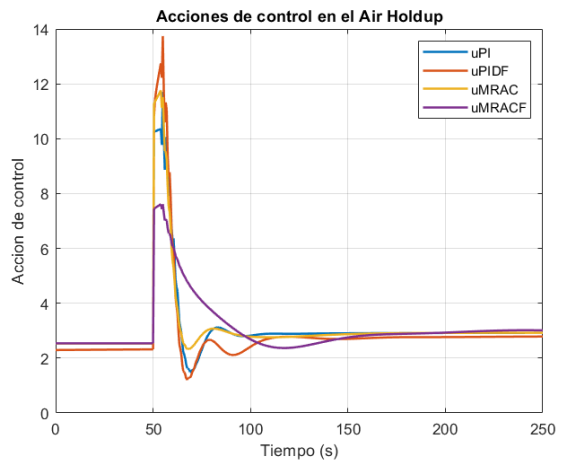


(b) Air Holdup

Figura A.14: Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

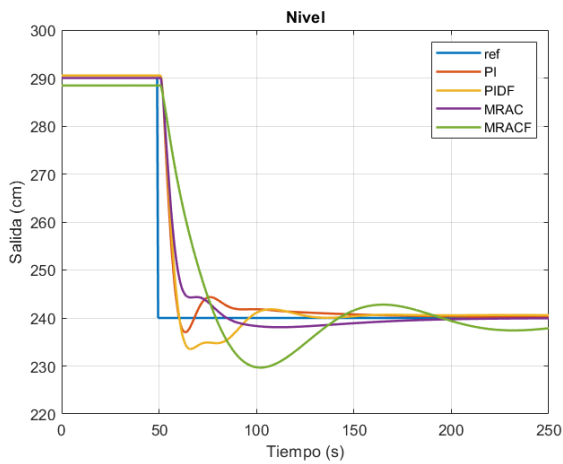


(a) Nivel

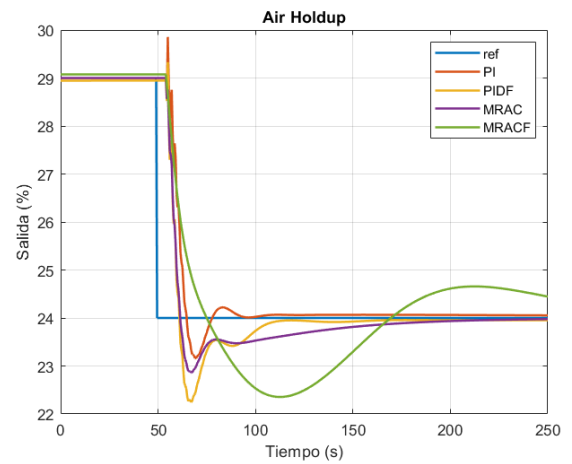


(b) Air Holdup

Figura A.15: Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

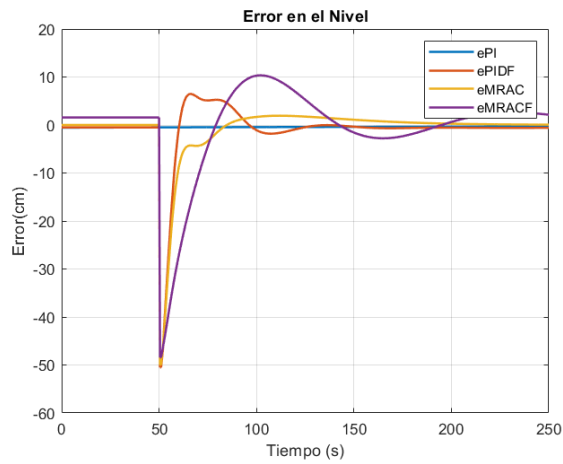


(a) Nivel

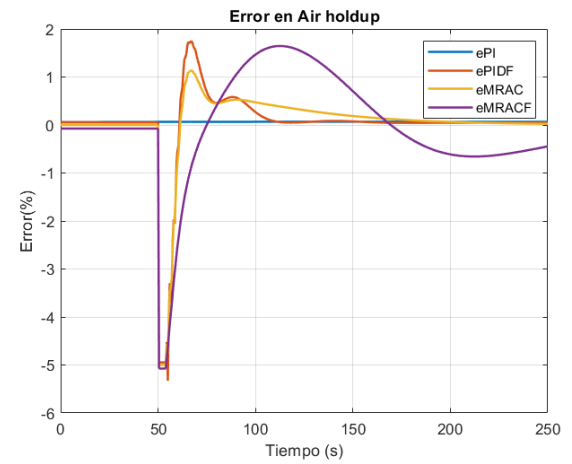


(b) Air Holdup

Figura A.16: Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.

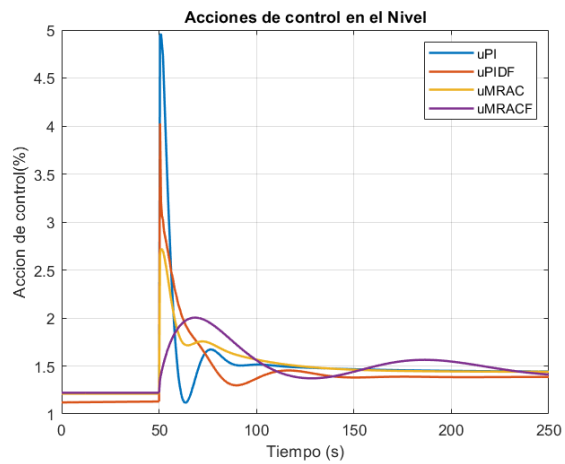


(a) Nivel

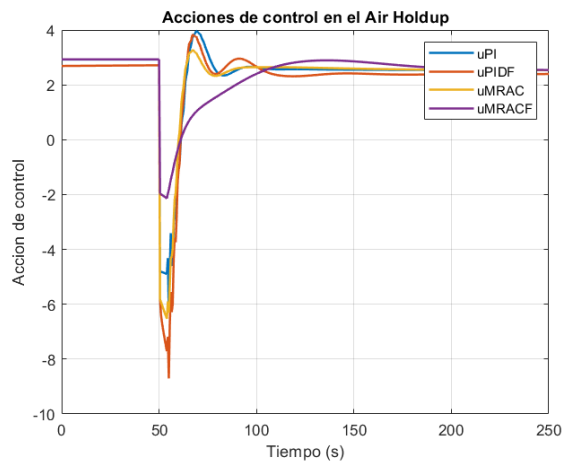


(b) Air Holdup

Figura A.17: Errores en la columna de flotación cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.

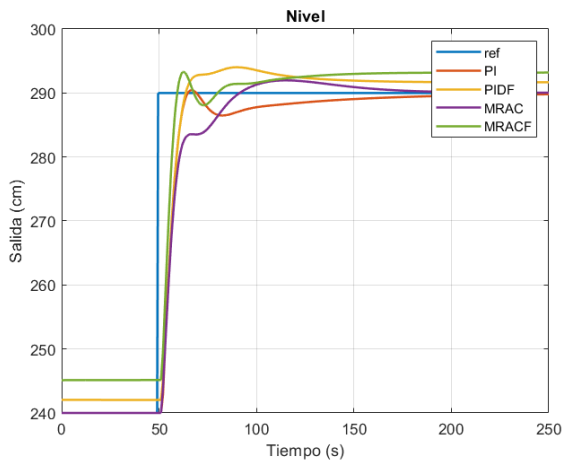


(a) Nivel

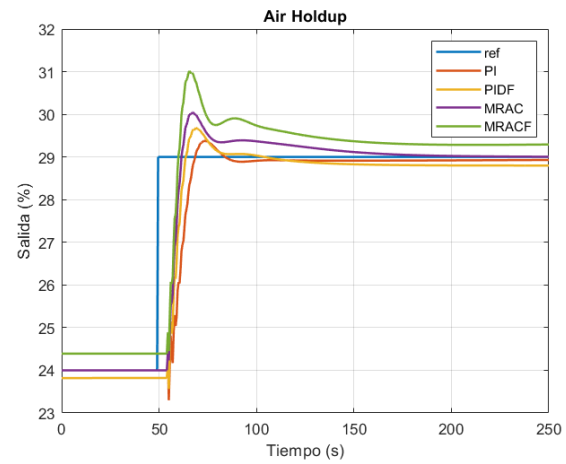


(b) Air Holdup

Figura A.18: Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.

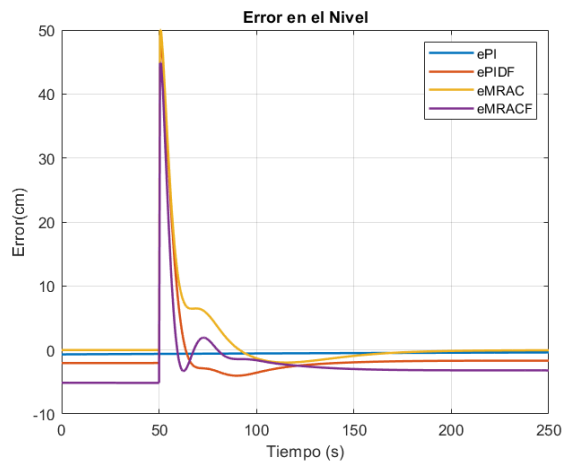


(a) Nivel

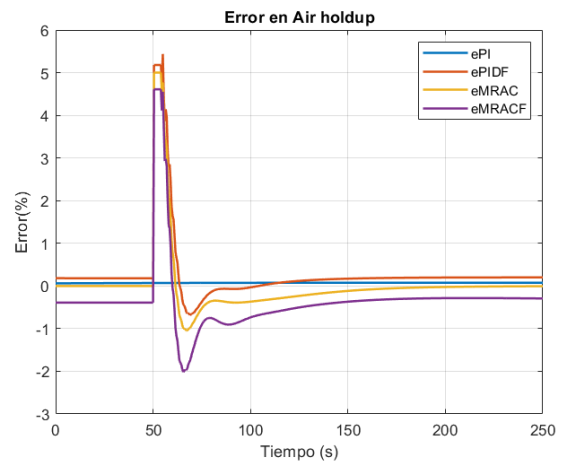


(b) Air Holdup

Figura A.19: Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

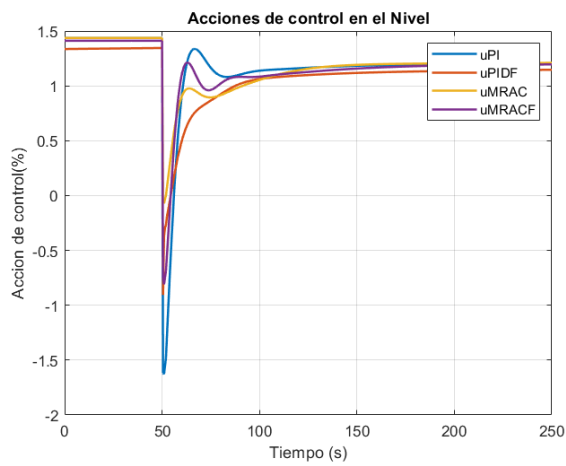


(a) Nivel

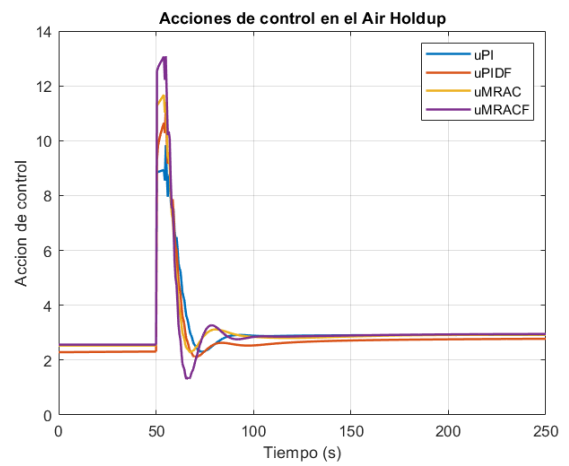


(b) Air Holdup

Figura A.20: Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

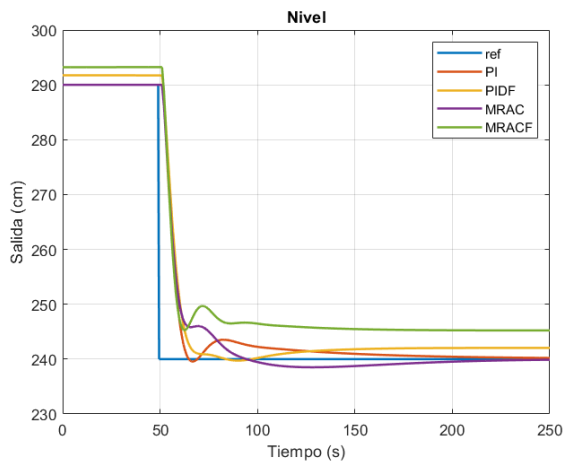


(a) Nivel

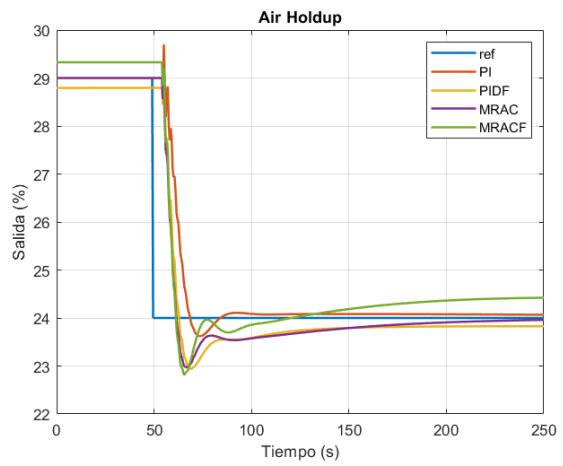


(b) Air Holdup

Figura A.21: Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de ganancias.

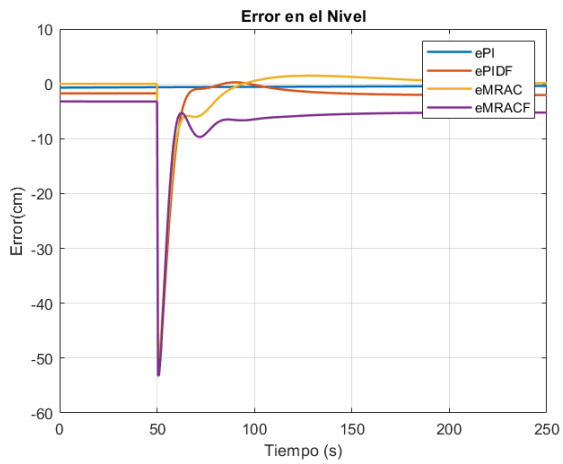


(a) Nivel

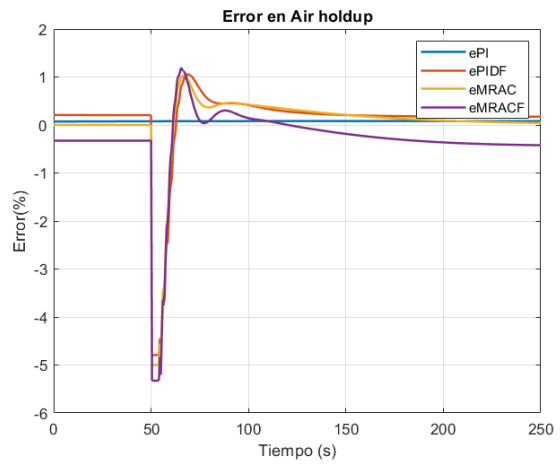


(b) Air Holdup

Figura A.22: Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.

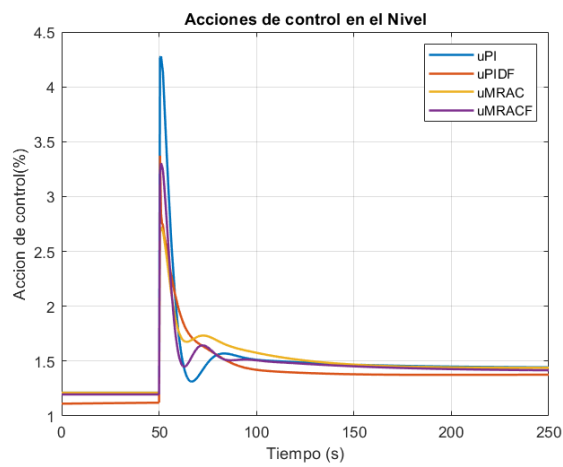


(a) Nivel

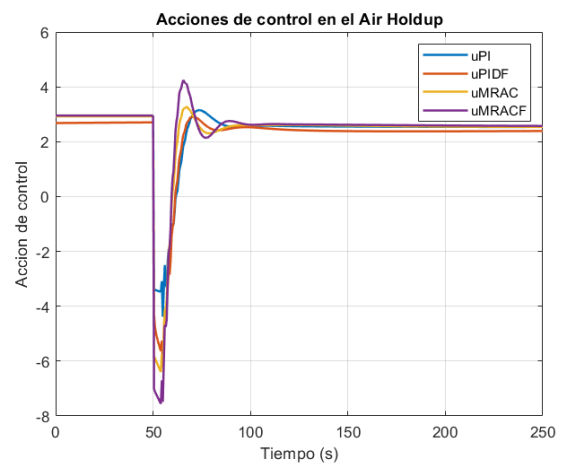


(b) Air Holdup

Figura A.23: Errores en la columna de flotación cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.



(a) Nivel



(b) Air Holdup

Figura A.24: Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia negativo y cambio de ganancias.

Anexo B

Cambio de parametros del banco de celdas y de la columna de flotación

Se modificara los parametros de ambas plantas, en banco de celdas y columna de flotación probando los resultados con un escalon positivo.

B.1 Cambio de parametros del banco de flotación.

Los resultados se observan en la Tabla B.1, para el banco de celdas de flotación, se aplicará un cambio de referencia de 20 a 25 cm, estos valores dentro del punto de operación y del punto donde se identificó el modelo matemático. La simulación durará 6000 seg, en 2000 seg se aplicará el cambio de referencia, con las modificaciones de los parametros correspondientes, solo se meodificara la primera celda.

La representación en variables de estado aumentada de las 5 celdas queda como:

$$A_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0,96758 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B_{a1} = \begin{bmatrix} -0,3337887 & 0 \\ -0,113322 & 0 \\ 0,482724 & 0,06363 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, C_{a1} = [0 \ 0 \ 1 \ 1] \quad (B.1)$$
$$U_{m1}(t) = \begin{bmatrix} y_2(t) \\ u_1(t) \end{bmatrix}, X_{ma1} = \begin{bmatrix} x_{11}(t) \\ x_{12}(t) \\ x_{13}(t) \\ d_1(t) \end{bmatrix},$$

En la Fig. B.1, se observa la respuesta del cambio de escalón de 20 a 25cm en las 5 celdas, con los cambios de parametros correspondientes. En la Fig. B.2, se observa los errores en las 5 celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm.

En la Fig. B.3, se observa la acción de control en las 5 celdas con el escalon 20 a 25cm.

B.2 Cambio de parametros de la columna de flotación.

En la Tabla B.2, se observan los cambios de parametros de la columna de flotación, en

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	$t_r(seg)$	$t_{ss}(seg)$	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Celda 1	PI	$K_p = 24,99$	164.12	2020	∞	2.65e+5	6.78e+8	2.35e+4	7.61e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,99$	66.94	2020	∞	4.15e+4	1.38e+8	1.19e+4	4.44e+7
		$K_i = 2,17$							
		$K_d = 2,2$							
		$\lambda = 0,12$							
		$\mu 0,26$							
MRAC	$\Gamma = 0,0066$	33.16	2720	2640	1.18e+4	5.95e+7	6297	3.37e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,123$	29.19	2830	2620	6012	1.72e+7	3817	1.36e+7	
	$\alpha = 0,8$								
Celda 2	PI	$K_p = 24,99$	141.62	2040	∞	1.17e+5	2.65e+8	1.3e+4	2.9e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,02$	51.37	2080	∞	5879	1.26e+7	2319	4.76e+6
		$K_i = 0,9$							
		$K_d = 0,5$							
		$\lambda = 0,2$							
		$\mu = 0,04$							
MRAC	$\Gamma = 6,35e - 5$	29.07	2790	4610	7639	3.3e+7	3709	1.72e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,104$	24.51	∞	3100	5116	1.09e+7	2798	6.44e+6	
	$\alpha = 0,543$								
Celda 3	PI	$K_p = 39,99$	112.85	2050	∞		1.03e+8	7661	2e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,178$	29.17	2080	2500	2931	7.81e+6	3486	1.4e+7
		$K_i = 1,9$							
		$K_d = 1,33$							
		$\lambda = 0,1$							
		$\mu = 0,08$							
MRAC	$\Gamma = 0,757$	29.46	2530	4220	4864	2.11e+7	2570	1.24e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,742$	25.76	2830	2290	1562	3.35e+6	1066	3.18e+6	
	$\alpha = 0,318$								
Celda 4	PI	$K_p = 39,99$	87.06	2060	2950	5.76e+4	1.3e+8	1.2e+4	3.09e+7
		$K_i = 0,0033$							
	PIDF	$K_p = 1,07$	34.97	2050	2950	1322	3.4e+6	2147	6.389e+6
		$K_i = 2,4$							
		$K_d = 2,87$							
		$\lambda = 0,37$							
		$\mu = 0,1$							
MRAC	$\Gamma = 0,04$	29.75	2260	2940	2700	1.12e+7	1341	5.98e+6	
MRACF	$\Gamma = 0,032$	26.78	2330	3980	1.07e+4	2.31e+7	4128	1.06e+7	
	$\alpha = 1,142$								
Celda 5	PI	$K_p = 39,99$	121.04	2000	∞	1.57e+5	3.65e+8	2.27e+4	6.09e+7
		$K_i = 0,01533$							
	PIDF	$K_p = 1,6$	35.49	2100	2440	1.02e+4	3e+7	7140	2.18e+7
		$K_i = 2,07$							
		$K_d = 2,58$							
		$\lambda = 0,4$							
		$\mu = 0,29$							
MRAC	$\Gamma = 4,06e - 4$	31.15	3390	3260	2.36e+4	1.1e+8	7981	3.97e+7	
MRACF	$\Gamma = 0,172$	30.92	2230	2620	2971	6.19e+6	1205	2.66e+6	
	$\alpha = 1,152$								

Tabla B.1: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de 20 a 25 cm y con cambios de parámetros.

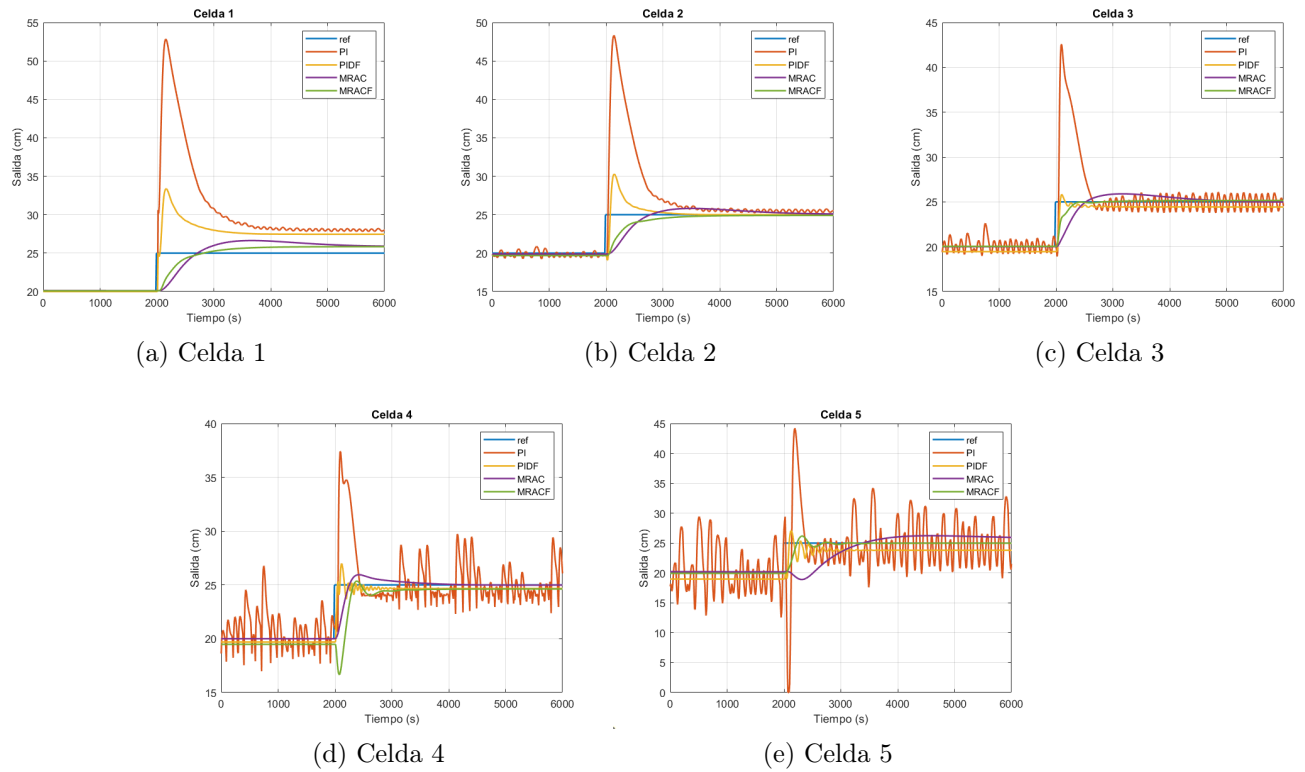


Figura B.1: Respuesta de las celdas al cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de parámetros.

la Tabla B.3 las ganancias provenientes del algoritmo PSO y los índices de desempeño de acuerdo a la respuesta en escalón positivo.

El la Fig. B.4, se observa el nivel y Air holdup, con cambio de referencia positivo y los cambios de parámetros correspondientes.

En la Fig.A.14, se observa los errores en el nivel y en el Air holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

En la Fig.B.6, se observa las acciones de control en el nivel y en el Air Holdup de la columna de flotación, con un cambio de referencia positivo.

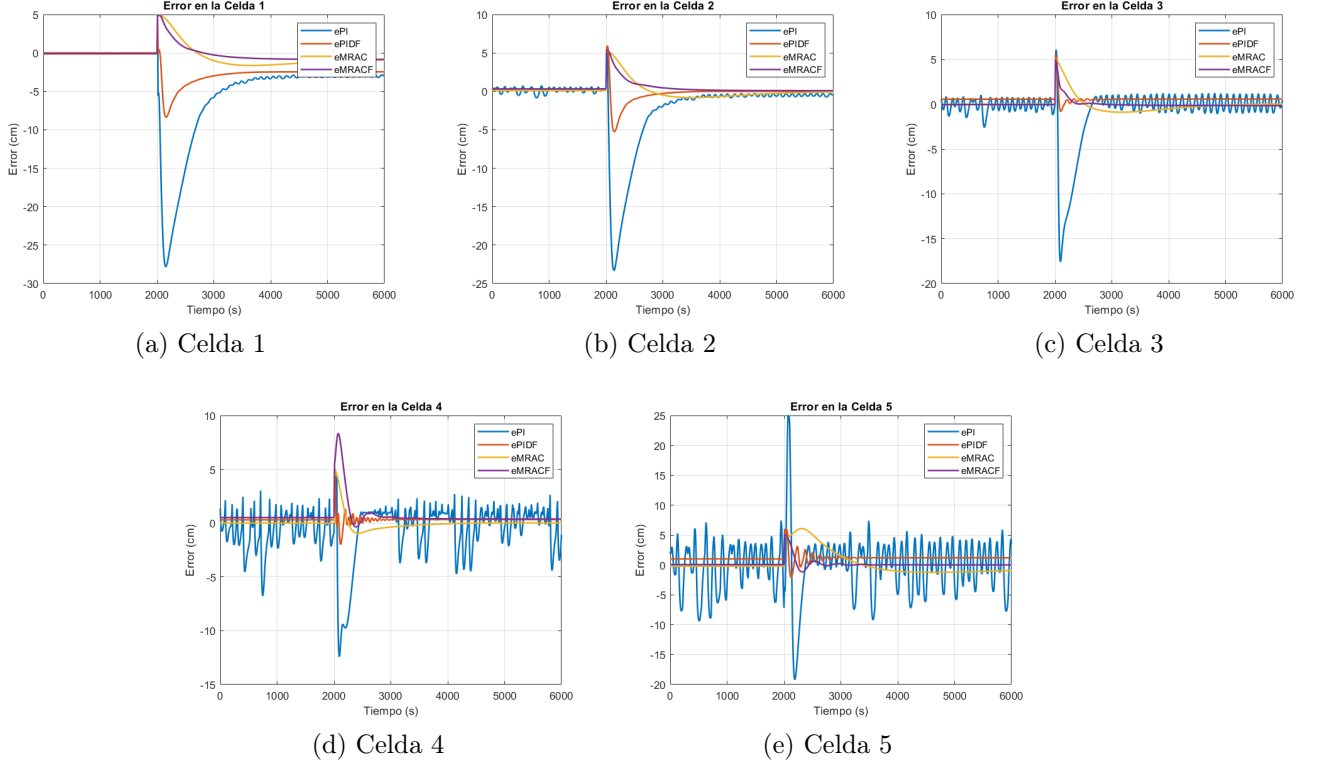


Figura B.2: Errores en las celdas con cambio de escalon de 20 a 25cm con cambio de parametros.

	Nivel de Interface(H)
Agua de lavado(Q_w)	$G_{11}(z) = \frac{0,002564z^{-4}+0,001215z^{-5}}{1-0,3068z^{-1}-0,6871z^{-2}}$
Colas(Q_c)	$G_{12}(z) = \frac{-0,00641817z^{-4}}{1-1,006162z^{-1}}$
Alimentación de pulpa(Q_a)	$G_{13}(z) = \frac{0,002875z^{-2}}{1-0,9989z^{-1}}$
Flujo de aire(Q_g)	$G_{14}(z) = \frac{0,002204z^{-2}}{1-0,9925z^{-1}}$
	Air Holdup(ε)
Agua de lavado(Q_w)	$G_{21}(z) = \frac{-0,03902z^{-7}+0,03806z^{-8}}{1-1,199z^{-1}+0,2439z^{-2}}$
Colas(Q_c)	$G_{22}(z) = \frac{0,004358z^{-9}-0,005267z^{-10}+0,003042z^{-11}+0,0007577}{1-0,8276z^{-1}+0,6438z^{-2}-0,7666z^{-3}}$
Alimentación de pulpa(Q_a)	$G_{23}(z) = \frac{-0,0000614z^{-6}}{1-0,9989z^{-1}}$
Flujo de aire(Q_g)	$G_{24}(z) = \frac{0,0004991z^{-8}}{1-0,9965z^{-1}}$

Tabla B.2: Funciones de transferencia de la celda de columna modificados.

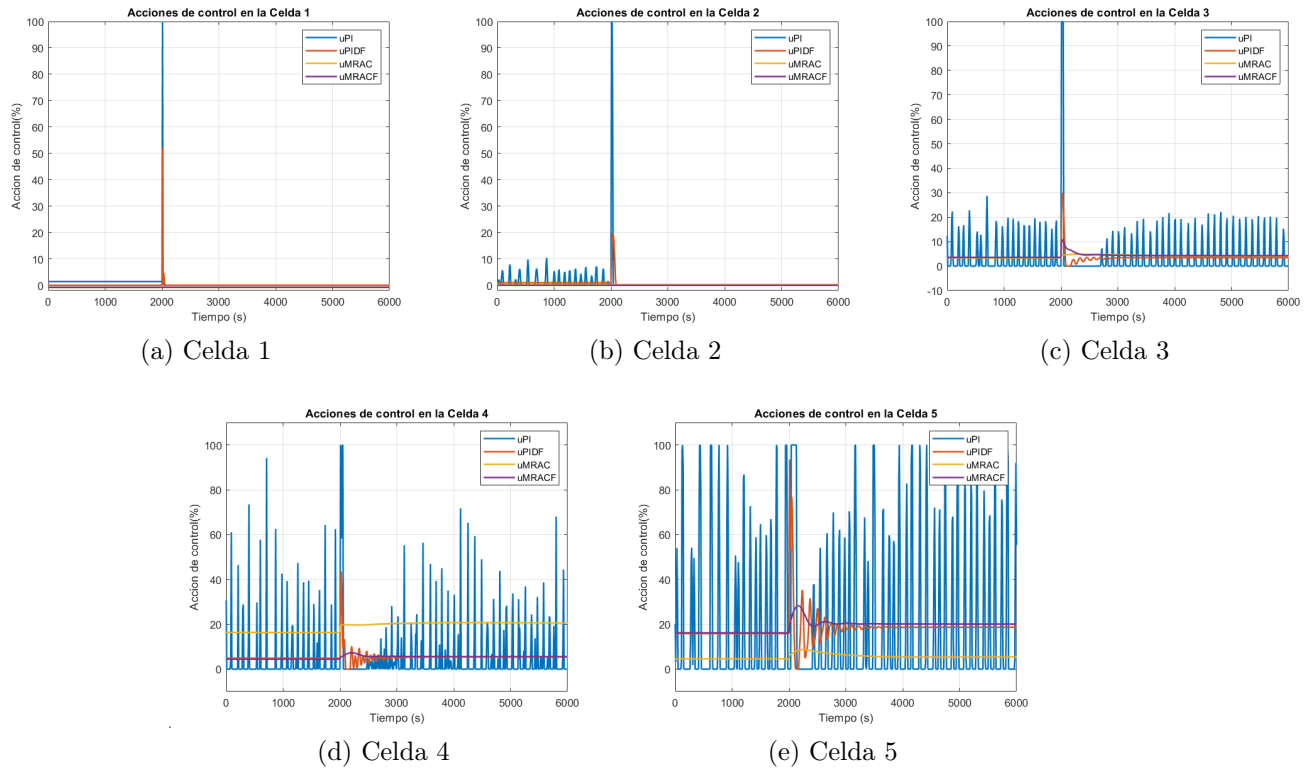


Figura B.3: Acción de control en las celdas con cambio de escalón de 20 a 25cm con cambio de parametros.

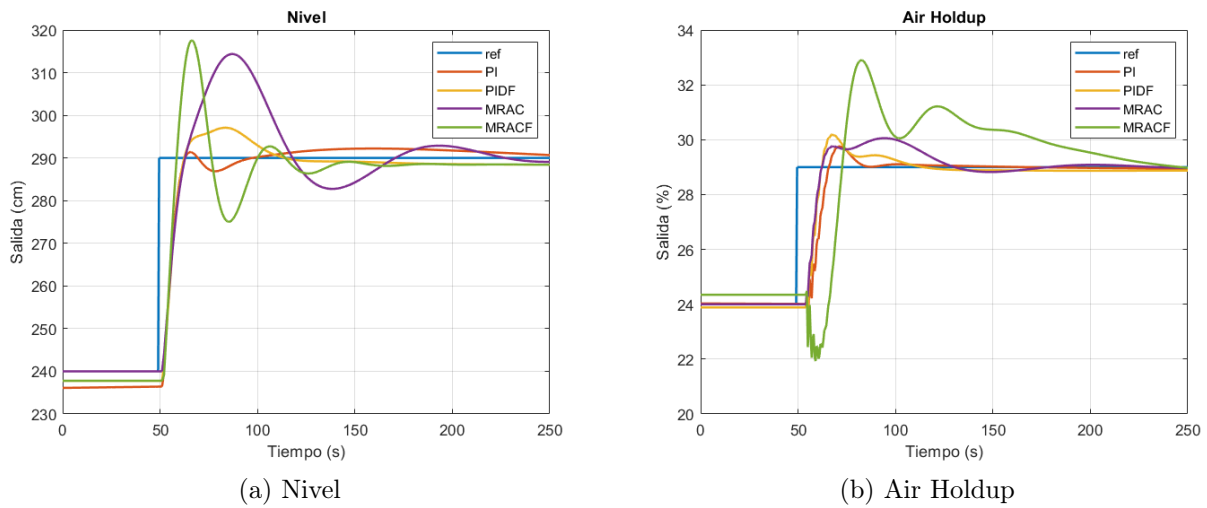


Figura B.4: Nivel y Air Holdup en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de parametros.

	Controlador	Ganancias	Mp(%)	t_r (seg)	t_{ss} (seg)	ISE	ITSE	IAE	ITAE
Nivel	PI	$K_p = -6,79$	21.75	63	235.5	1474	8.12e+4	266.8	2.26e+4
		$K_i = -0,05$							
	PIDF	$K_p = -7,168$	23.79	62.5	108	1497	8.58e+4	272.2	2.35e+4
		$K_i = -0,92$							
		$K_d = 4,118$							
		$\lambda = 0,726$							
		$\mu = 0,15$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 0,09$	30.98	63	217.5	3205	2.5e+5	502.4	4.97e+4
		$\Gamma_2 = 2,14$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,32$	32.32	59	144	2386	1.51e+5	393.6	3.39e+4
$\Gamma_2 = 2,9$									
$\alpha_1 = 1,25$									
$\alpha_2 = 0,94$									
Air Holdup	PI	$K_p = -140,41$	24.01	66	105	2618	1.44e+5	229.1	1.53e+4
		$K_i = 0,52$							
	PIDF	$K_p = 146,55$	25.83	62.5	107.5	2309	1.3e+5	294.3	2.47e+4
		$K_i = 6,73$							
		$K_d = 15,92$							
		$\lambda = 0,873$							
		$\mu = 0,13$							
	MRAC	$\Gamma_1 = 3,72$	25.23	62.5	165.5	2323	1.42e+5	317.6	2.66e+4
		$\Gamma_2 = 0,46$							
	MRACF	$\Gamma_1 = 0,32$	37.08	73	234	1.19e+4	9.5e+5	1161	1.16e+5
$\Gamma_2 = 0,16$									
$\alpha_1 = 0,54$									
$\alpha_2 = 1,43$									

Tabla B.3: Valores e índices de desempeño con cambio de referencia de nivel 240 a 290 cm y de Air Holdup de 24 a 29% y cambio de parametros.

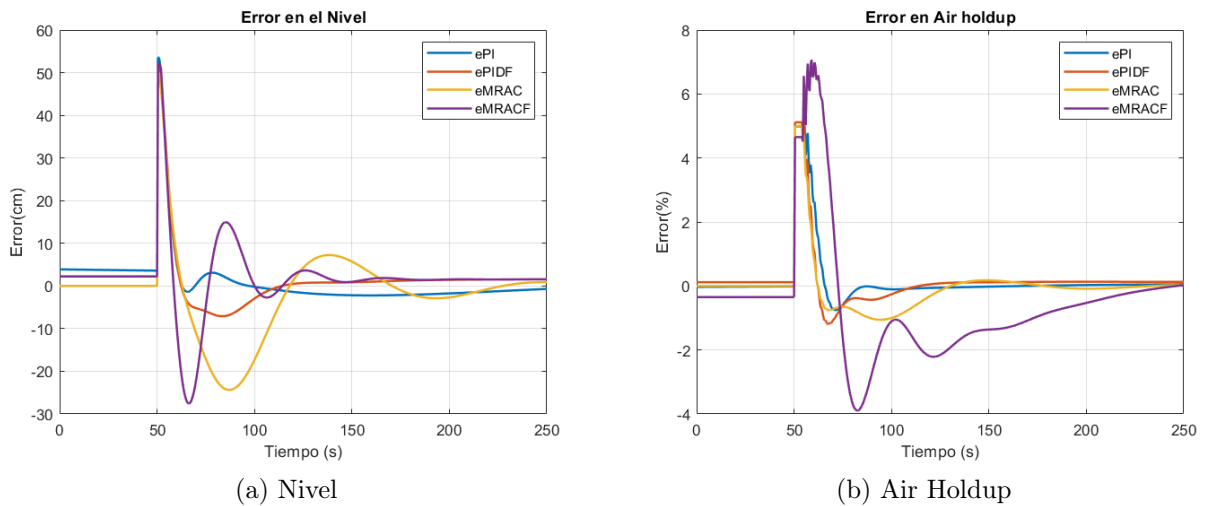
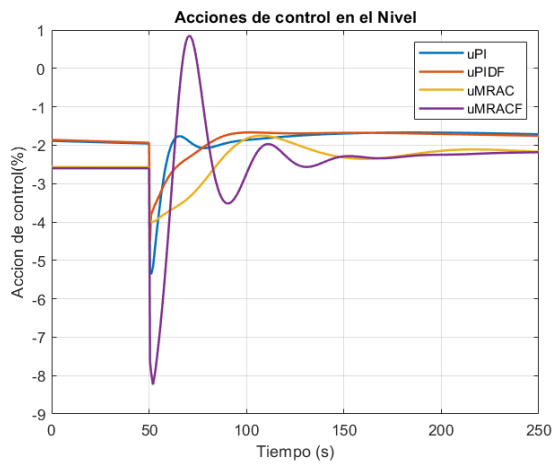
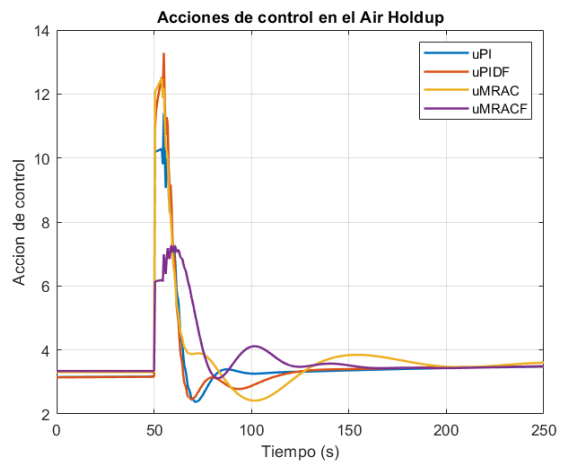


Figura B.5: Errores en la columna de flotación cambio de referencia positivo y cambio de parametros.



(a) Nivel



(b) Air Holdup

Figura B.6: Acciones de control en la columna de flotación con cambio de referencia positivo y cambio de parametros.