



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**RIESGO DE CONCENTRACIÓN CREDITICIA SECTORIAL:
DETERMINACIÓN DE UNA CONFIGURACIÓN ÓPTIMA DE
EXPOSICIONES SECTORIALES DE UNA CARTERA DE CRÉDITOS, EN EL
MARCO DE BASILEA III**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL INDUSTRIAL

MARÍA FERNANDA GARCÍA TUDELA

PROFESOR GUÍA:
CARLOS PULGAR ARATA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
JOSÉ MIGUEL CRUZ GONZÁLEZ
MANUEL REYES JARA

SANTIAGO DE CHILE

2022

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL INDUSTRIAL
POR: MARÍA FERNANDA GARCÍA TUDELA
FECHA: 2022
PROF. GUÍA: CARLOS PULGAR A.

**RIESGO DE CONCENTRACIÓN CREDITICIA SECTORIAL:
DETERMINACIÓN DE UNA CONFIGURACIÓN ÓPTIMA DE
EXPOSICIONES SECTORIALES DE UNA CARTERA DE CRÉDITOS, EN
EL MARCO DE BASILEA III**

Con la entrada en vigor de Basilea III -un conjunto de normas y buenas prácticas financieras propuestas por el Basel Committee on Banking Supervision (BCBS)- los bancos en Chile se enfrentan a nuevas exigencias por parte del organismo regulador, la Comisión para el Mercado Financiero (CMF), quien ha pedido a las instituciones bancarias contar con metodologías para medir todos sus riesgos materiales, incluyendo el riesgo de crédito por concentración.

El actual método basado en modelos internos (IRB) que el BCBS ha propuesto para la medición del riesgo de crédito falla al considerar supuestos que no se ajustan a la realidad de muchas instituciones. Es por ello que nacen metodologías que resuelven en gran medida esta deficiencia. En particular, para abordar el riesgo de concentración sectorial, Kurtz et al. (2018) proponen, mediante un análisis teórico, determinar el requerimiento de capital por concentración sectorial.

Dado que este riesgo supondrá un requerimiento de capital adicional para los bancos, el presente trabajo de investigación propone una metodología para estimar niveles óptimos de exposiciones sectoriales para una cartera de créditos.

Se proponen tres modelos para obtener una distribución de exposiciones sectoriales óptimas, considerando los parámetros de riesgos del portafolio. El primer modelo está basado en la minimización del capital económico consumido por el portafolio. El segundo modelo está basado en costos y beneficios, donde se contempla el spread de crédito y los costos asociados a pérdida esperada, requerimiento de capital por riesgo de crédito y cargo adicional por concentración crediticia calculado mediante el análisis propuesto por Kurtz. El tercer modelo recoge los mismos elementos del segundo, pero ofrece una alternativa al cálculo de concentración sectorial mediante una aproximación simplificada.

Se concluye que el modelo que minimiza el capital económico no es eficiente dado que castiga las exposiciones de sectores en desmedro del retorno que pueden significar. Por otro lado, los modelos basados en costo-beneficio demostraron que pueden complementarse, ya que si bien el modelo simplificado parece subestimar el cargo por concentración sectorial, puede utilizarse para obtener una distribución más eficiente de exposiciones sectoriales, e incluso se evidenció que dicho resultado puede utilizarse con el modelo de costo-beneficio con simulaciones y presenta una mejor performance que el portafolio base.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
2. Marco Conceptual	4
2.1. Riesgo de Crédito	4
2.2. Riesgo de Concentración Crediticia	4
2.3. Pérdida Esperada	4
2.3.1. Modelo general	5
2.4. Activos Ponderados por Riesgo de Crédito	6
2.5. Medidas de Concentración	7
2.5.1. Índice de GINI	7
2.5.2. Índice de Herfindahl-Hirschman	7
2.5.3. Ajuste por granularidad	7
2.5.4. Requerimiento de capital por concentración sectorial	8
3. Modelos	10
3.1. Modelo basado en costos	12
3.2. Modelo basado en costo-beneficio	13
3.3. Modelo basado en costo-beneficio simplificado	14
4. Datos	15
4.1. Análisis exploratorio	15
4.2. Calibración de parámetros	19
4.2.1. Correlación intersectorial	19
4.2.2. Correlación intrasectorial	20
5. Resultados	21
5.1. Cargos de capital por riesgo de concentración sectorial	21
5.2. Modelo basado en costo-beneficio	22
5.2.1. Caso Base	23
5.3. Modelo basado en costo-beneficio simplificado	24
5.3.1. Caso Base	25
5.4. Diferencias en modelos costo-beneficio	25
5.5. Optimización	26
5.5.1. Modelo costo-beneficio simplificado	26
5.5.2. Vector resultado del modelo simplificado evaluado con modelo costo-beneficio	27
5.5.3. Modelo basado en costos	29

5.5.4. Vector resultado del modelo basado en costos evaluado con modelo costo-beneficio simplificado	31
5.5.5. Vector resultado del modelo basado en costos evaluado con modelo costo-beneficio con simulaciones	32
5.6. Comparación	33
6. Conclusiones	34
Bibliografía	36

Índice de Tablas

3.1.	Factores de riesgo por sector.	11
3.2.	Distribución de pérdidas por cartera crediticia.	11
4.1.	Distribución de pérdidas de la cartera.	18
5.1.	Cálculo del cargo por concentración sectorial en \$MM.	21
5.2.	Cálculo de utilidad muestra caso base.	23
5.3.	Cálculo de utilidad muestra caso base.	25
5.4.	Diferencia de modelos para el caso base.	25
5.5.	Resultado optimización modelo costo-beneficio simplificado.	26
5.6.	Diferencia caso base y optimizado.	26
5.7.	Diferencia distribuciones de exposiciones sectoriales.	27
5.8.	Resultado modelo costo-beneficio con simulaciones utilizando vector exposicio- nes optimizado.	27
5.9.	Distribución de pérdidas de la cartera optimizada vs. caso base.	28
5.10.	Diferencia de modelos con vector exposiciones optimizado.	29
5.11.	Distribución exposiciones sectoriales mediante modelo de costos.	29
5.12.	Comparación de distribuciones de exposiciones sectoriales mediante modelo de costos y de costo-beneficio.	30
5.13.	Resultado modelo costo-beneficio simplificado utilizando vector de exposiciones modelo basado en costos.	31
5.14.	Diferencia de modelos basado en costo y de costo-beneficio simplificado.	31
5.15.	Resultado modelo costo-beneficio con simulaciones utilizando vector optimizado de modelo basado en costos.	32

Índice de Ilustraciones

3.1.	Ejemplo distribución de pérdidas.	11
4.1.	Histograma de exposiciones del portafolio.	16
4.2.	Histograma de pérdida dado el incumplimiento (LGD) del portafolio.	17
4.3.	Histograma de probabilidades de incumplimiento (PD) del portafolio.	17
4.4.	Distribución de pérdidas del portafolio.	18
4.5.	Correlación de parámetros.	19
5.1.	Distribución de pérdidas del portafolio con exposiciones optimizadas.	28
5.2.	Distribución de pérdidas del portafolio con exposiciones optimizadas bajo modelo basado en costos.	32
5.3.	Utilidades por exposiciones para distintos casos.	33

Capítulo 1

Introducción

El Comité de Basilea o Basel Committee on Banking Supervision (BCBS) es la principal institución creadora de estándares globales para la regulación prudencial de bancos. Su creación, en 1974, fue motivada por las graves alteraciones en los mercados cambiario y bancario luego de la quiebra del Bankhaus Herstatt en Alemania Occidental.

El BCBS se estableció con el objetivo de mejorar la estabilidad financiera a través de la creación de estándares dirigidos a acrecentar la calidad de la supervisión bancaria en los países del G-10.

Desde su creación, el Comité ha servido como foro de cooperación en materia de regulación bancaria entre países, además ha establecido una serie de estándares internacionales en el tema. Las publicaciones más relevantes son los acuerdos sobre suficiencia de capital, conocidos como Basilea I, Basilea II y Basilea III, siendo este último el más reciente.

Tempranamente, en el Acuerdo de Basilea II [1] se menciona que los bancos deben considerar políticas internas, sistemas y controles para identificar, medir, monitorear y controlar **su riesgo de concentración crediticia**. En general, sugiere que las políticas internas deben cubrir:

- Exposiciones crediticias significativas (grandes) a una contraparte individual o a un grupo de contrapartes relacionadas.
- Exposiciones crediticias a contrapartes en el mismo sector económico o región geográfica (generalmente por país)

Bajo esta definición hay dos tipos de riesgo de concentración crediticia: individual y sectorial. En palabras sencillas, el riesgo de concentración individual es impulsado por el riesgo idiosincrático de un subconjunto de exposiciones que tienen un peso importante dentro de la cartera de colocaciones. Por otro lado, el riesgo de concentración sectorial es mayormente impulsado por la falta de diversificación del portafolio.

El año 2013 el BCBS publicó un reporte técnico llamado *Supervisory framework for measuring and controlling large exposures* donde impone límites exposiciones grandes. En concreto,

define como “exposiciones grandes” aquellas que provienen de una sola contraparte y que exceden o igualan el 10 % del capital de Nivel 1. Establece como límite para las exposiciones grandes un 25 % para bancos generales y en un 15 % para bancos de importancia sistémica (SIFI). Se excluyen de este marco aquellas exposiciones intradiarias interbancarias, de bancos centrales y soberanas.

Para disminuir o mitigar el riesgo de concentración crediticia es posible nombrar 4 procedimientos relevantes:

- **Límites para la concentración individual:** Consiste en realizar un seguimiento de los clientes con rating interno inferior al equivalente a grado de inversión y que superen una determinada exposición.
- **Límites para la concentración sectorial:** Generalmente se hace geográficamente o actividad económica, realizando un seguimiento a aquellos sectores que superen un determinado umbral de exposición (en total).
- **Cobertura de exposiciones:** Se realiza, generalmente, a través de Credit Default Swaps, que se materializan a través de un contrato de swap, donde el comprador se compromete con pagos periódicos y a cambio recibe una suma de dinero en caso de que el activo subyacente deje de ser reembolsado.
- **Ventas directas de exposiciones:** Se refiere a la venta de la deuda por una suma fija y una cantidad determinada de tiempo.

Los dos primeros mitigadores pueden considerarse los más importantes para la industria y son ampliamente utilizados por las instituciones bancarias.

El año 2019, en Chile, se publicó la Ley N°21.130 que modifica la Ley General de Bancos, permitiendo cambios importantes en temas legislación bancaria, junto con la implementación de estándares internacionales en el país. La Comisión para el Mercado Financiero (CMF) durante el año 2020 hizo publicación de las normas para la implementación de los estándares de Basilea III.

Una preocupación de la industria bancaria es que el cumplimiento de los nuevos estándares de Basilea III, sumado a requisitos de capital adicional por otros tipos de riesgo, como el de concentración o reputacional, podrían significar un cambio en la oferta de créditos ya sea porque puede haber una migración hacia activos de menor riesgo o porque, en el caso de concentración, los límites significan una pérdida considerando que existe un costo de oportunidad sobre el capital.

Dado lo anterior, surge el desafío de configurar una distribución óptima de exposiciones sectoriales en un banco. El presente trabajo de memoria pretende proponer una metodología para ello, considerando el perfil y apetito por riesgo de las instituciones bancarias, en el nuevo marco normativo de Basilea III.

Dado lo expuesto, se propone como objetivo general establecer y evaluar una distribución óptima de exposiciones crediticias sectoriales, que maximice la utilidad de una entidad financiera, bajo restricciones regulatorias y normativas, en el marco de Basilea III en Chile.

Los objetivos específicos son:

- Medir el ajuste de capital por concentración sectorial de un portafolio bancario.
- Documentar una metodología clara para la medición del riesgo de concentración crediticia.
- Identificar factores que afectan el cálculo de la medición del riesgo de concentración crediticia.
- Establecer escenarios sobre los cuales las distribuciones de exposiciones pueden variar.
- Establecer un problema de optimización que incluya el apetito por riesgo de la entidad bancaria.
- Describir las ventajas y desventajas del problema de optimización.

Capítulo 2

Marco Conceptual

2.1. Riesgo de Crédito

El riesgo de crédito es definido como el riesgo que deriva de la posibilidad de que una contraparte incumpla sus obligaciones o que cambie su calidad crediticia dado factores inesperados. En general, el riesgo de crédito es medido en pérdidas esperadas (EL, por sus siglas en inglés) y pérdidas inesperadas (UL, por sus siglas en inglés). La pérdida esperada es más fácil de manejar y puede ser determinada de forma más sencilla en comparación con la pérdida inesperada. De aquí también nace el concepto de capital económico (EC, por sus siglas en inglés), que es mantenido para cubrir las pérdidas inesperadas.

2.2. Riesgo de Concentración Crediticia

El BCBS define como riesgo de concentración a “cualquier exposición individual o grupo de exposiciones con el potencial de producir pérdidas lo suficientemente grandes para amenazar la estabilidad del banco o su habilidad para mantener sus operaciones fundamentales” [2].

Dentro del riesgo de crédito, se pueden reconocer al menos dos tipos de concentración: individual y sectorial.

Definición 2.1 *El riesgo por concentración individual es el riesgo residual idiosincrático que surge de la desviación del ideal de granularidad fina infinita (infinitely fine-grained ideal). [3]*

Definición 2.2 *El riesgo por concentración sectorial es aquel que proviene por la existencia de múltiples factores sistémicos y surge por el supuesto de un único factor de riesgo subyacente.[3]*

2.3. Pérdida Esperada

La pérdida esperada (EL, por sus siglas en inglés) es una medida que recoge el perjuicio monetario que sufriría, en promedio, un banco por el incumplimiento de obligaciones de una porción de deudores. Como su nombre lo indica, corresponde a una esperanza y depende de

3 factores: la exposición al incumplimiento (EAD , por sus siglas en inglés), que es el monto total que expuesto a perder; la probabilidad de incumplimiento (PD , por sus siglas en inglés), que indica qué tan probable es que el deudor incumpla sus obligaciones de pago ;y la pérdida dado el incumplimiento (LGD , por sus siglas en inglés), que es la porción efectiva que perdería el banco de la exposición. Esto último debido a que puede recuperar en medida el monto a través de, por ejemplo, acciones de cobranza.

2.3.1. Modelo general

Considerando un portafolio de N créditos indexados por $i = 1, \dots, N$, la participación de la cartera total por deudor i está definido por:

$$w_i = \frac{EAD_i}{\sum_{j=1}^N EAD_j} \quad (2.1)$$

Donde EAD_i es la exposición al incumplimiento del deudor i , y por lo tanto, es claro ver que $\sum_{i=1}^N w_i = 1$. Además, dado que el deudor puede o no entrar en incumplimiento, se define D_i como el indicador de incumplimiento del deudor i . Dado que en un tiempo $t = 0$ todos los deudores se encuentran en un estado de cumplimiento, es posible establecer que en un tiempo $t = T$ el deudor i puede entrar en incumplimiento, por lo que D_i es posible representarla como una variable aleatoria de Bernoulli, donde:

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{si la contraparte } i \text{ incumple antes de } T. \\ 0, & \text{si no.} \end{cases} \quad (2.2)$$

Con probabilidad $\mathbb{P}(D_i = 1) = PD_i$ y $\mathbb{P}(D_i = 0) = 1 - PD_i$. Dado esto, la pérdida de todo el portafolio será la suma de todas las pérdidas individuales:

$$L_N = \sum_{i=1}^N EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i \quad (2.3)$$

Donde LGD_i es la pérdida dado el incumplimiento del deudor i , esto en palabras sencillas significa que dada la exposición total, el banco solo pierde una fracción LGD de ella ya que puede recurrir a diversos mecanismos de cobranza para recuperar una parte. La pérdida dado el incumplimiento es generalmente modelada como una variable aleatoria.

Se asume que la exposición al incumplimiento EAD_i , la pérdida dado el incumplimiento LGD_i y el indicador de incumplimiento D_i , para todo $i = 1, \dots, N$, son independientes. Dado lo anterior, la pérdida esperada (EL) de un sólo crédito i está dado por:

$$\mathbb{E}[L_i] = \mathbb{E}[EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i] = EAD_i \cdot \mathbb{E}LGD_i \cdot PD_i \quad (2.4)$$

Entonces, la pérdida esperada para todo el portafolio es:

$$\mathbb{E}[L_N] = \sum_{i=1}^N \mathbb{E}[L_i] = \sum_{i=1}^N EAD_i \cdot \mathbb{E}LGD_i \cdot PD_i \quad (2.5)$$

2.4. Activos Ponderados por Riesgo de Crédito

Los APRC se determinan como la suma ponderada de las exposiciones afectas a requerimientos de capital y los ponderadores por riesgo de crédito aplicables a dichas exposiciones. El ponderador de riesgo de crédito (PRC) correspondiente dependerá del tipo de contraparte, como lo indica la CMF.

En el caso de métodos internos, el enfoque general para el cálculo del cargo por riesgo de crédito de exposiciones individuales, está dado por:

$$K = LGD \cdot \left(\mathbb{N} \left[\left(\frac{1}{1-r} \right)^{0.5} \Phi^{-1}(PD_i) + \left(\frac{r}{1-r} \right)^{0.5} \Phi^{-1}(99,9\%) \right] - PD \right) \cdot \left(\frac{1 + (M - 2.5) \cdot b}{1 - 1.5 \cdot b} \right) \quad (2.6)$$

Donde

- $\mathbb{N}(x)$: Función de distribución acumulada de una variable aleatoria normal estándar
- r : Correlación
- $\Phi^{-1}(x)$: Función de distribución acumulada inversa de una variable aleatoria normal estándar

Para explicar la intuición detrás de la fórmula anterior, se define el retorno logarítmico estandarizado del activo i del sector s como:

$$X_{i,s} = r_i \cdot Y_s + \sqrt{1 - r_i^2} \cdot \epsilon_i \quad \forall i \in (1, \dots, N) \quad (2.7)$$

Donde:

- r_i : Correlación intrasectorial de i
- Y_s : Factor de riesgo sistémico de s
- ϵ_i : Factor de riesgo idiosincrático de i . $\epsilon_i \sim N(0, 1)$

Siguiendo la definición del modelo de Merton [4], la condición de incumplimiento se puede derivar aplicando la distribución normal inversa a la probabilidad de incumplimiento (PD):

$$r_i \cdot Y_s + \sqrt{1 - r_i^2} \cdot \epsilon_i \leq \Phi^{-1}(PD_i) \quad (2.8)$$

De la misma manera, se puede obtener el valor del factor de riesgo sistémico aplicando la distribución normal inversa a un nivel de confianza dado.

La suma de estos dos términos representan la probabilidad de incumplimiento condicionada, que es lo que se observa entre corchetes en la fórmula (2.6).

2.5. Medidas de Concentración

2.5.1. Índice de GINI

Definición 2.3 *Este índice representa una medida para la desviación de una distribución equitativa y se relaciona con la conocida Curva de Lorenz. En el caso de una cartera de N créditos $s = (s_1, \dots, s_n)$, se define como [5]:*

$$G = \frac{N+1}{N-1} - \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (n-i+1)s_i \quad (2.9)$$

Si bien en la literatura es ampliamente utilizado, este índice es más indicativo de una medida de desigualdad que de concentración.

2.5.2. Índice de Herfindahl-Hirschman

Definición 2.4 *El índice de Herfindahl-Hirschman está definido como la suma de los cuadrados de la participación de mercado en exposiciones (como una fracción del portafolio) de cada entidad:*

$$HHI = \sum_{i=1}^N w_i^2 \quad (2.10)$$

Si bien tanto en índice de Gini como el de Herfindahl-Hirschman son aproximaciones intuitivas para medir el riesgo de concentración, estas fallan en incorporar más información que sólo las exposiciones individuales (EAD). El Comité de Basilea plantea que una aproximación más sofisticada y certera para medir el riesgo de concentración debe basarse en modelos que incorporen todas las dimensiones del riesgo de crédito del portafolio.

2.5.3. Ajuste por granularidad

Para modelar el riesgo de concentración individual y dadas las falencias que presenta el método IRB para portafolios reales, es que se propone el Ajuste de Granularidad para la Evaluación del Capital Regulatorio Gordy et al. (2013) [6]:

$$GA = \frac{1}{2K^*} \cdot \sum_{i=1}^N w_i^2 \left[(\delta C_i (K_i + R_i) + \delta (K_i + R_i)^2 \frac{\mathbb{V}(LGD_i)}{\mathbb{E}(LGD_i)^2}) - K_i (C_i + 2(K_i + R_i) \cdot \frac{\mathbb{V}(LGD_i)}{\mathbb{E}(LGD_i)^2}) \right] \quad (2.11)$$

Donde:

- w_i^2 : Tamaño relativo de la exposición i con respecto al portafolio total, al cuadrado.
- R_i : Pérdida esperada de la exposición i .

- K_i : Capital requerido según el modelo IRB.
- $\mathbb{V}(LGD_i)$: Varianza de la LGD de i
- $C_i = \frac{\mathbb{V}(LGD_i) + \mathbb{E}(LGD_i)^2}{\mathbb{E}(LGD_i)^2}$
- $K^* = \sum_{i=1}^N w_i \cdot K_i$

2.5.4. Requerimiento de capital por concentración sectorial

En el artículo Calculating Capital Charges for Sector Concentration Risk de Kurtz et al. (2018) [7] se describe una metodología para estimar el ajuste por riesgo de concentración sectorial. Se define el requerimiento de capital por concentración (CSS) del sector s para un nivel de confianza α como:

$$CCS_\alpha(s) = EC_\alpha(s) - EC_{\alpha^{NC}}(s) \quad (2.12)$$

Donde:

- $EC_\alpha(s)$: Capital requerido considerando la concentración del sector s .
- $EC_\alpha^{NC}(s)$: Capital requerido para el sector s , considerando que no hay concentración en el sector s .

Por su parte:

$$EC_\alpha(s) = \mathbb{E} [L(s) | L(P) = t_\alpha^P] - \mathbb{E} [L(s)] \quad (2.13)$$

$$EC_\alpha^{NC}(s) = \mathbb{E} [L(s) | L(P \setminus s) = t_\alpha^{P \setminus s}] - \mathbb{E} [L(s)] \quad (2.14)$$

Donde:

- $L(s)$: Distribución de pérdidas del sector s .
- P : Total de exposiciones sectoriales.
- t_α^P : Percentil α de la distribución de pérdida del portafolio.
- $P \setminus s$: Conjunto de exposiciones asociadas al complemento del sector s .

Por lo tanto, requerimiento de capital queda definido por:

$$CCS_\alpha = \mathbb{E} [L(P) | L(P) = t_\alpha^P] - \sum_s \mathbb{E} [L(s) | L(P \setminus s) = t_\alpha^{P \setminus s}] \quad (2.15)$$

Si bien no es tan claro ver el cumplimiento de (3.13), la intuición es que en un portafolio no concentrado, con exposiciones lo suficientemente grandes, la contribución del sector s desaparece mientras más grande es su complemento. Formalmente, para todo $m \in \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned}
t_{\alpha}^{\frac{1}{m}s \cup P \setminus s} &= \inf \left\{ x : \mathbb{P} \left(\frac{1}{m}L(s) + L(P \setminus s) \leq x \right) \geq \alpha \right\} \\
&= \inf \left\{ x : \mathbb{P} \left(L(P \setminus s) \leq x - \frac{1}{m}L(s) \right) \geq \alpha \right\}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Para un m lo suficientemente grande

$$\mathbb{P} \left(L(P \setminus s) \leq x - \frac{1}{m}L(s) \right) = \mathbb{P} \left(L(P \setminus s) \leq x \right) \tag{2.17}$$

Entonces,

$$t_{\alpha}^{\frac{1}{m}s \cup P \setminus s} = t_{\alpha}^{P \setminus s} \tag{2.18}$$

Capítulo 3

Modelos

Los nuevos estándares de Basilea III en Chile han traído consigo requisitos de capital adicional por riesgos no cubiertos en el Pilar I (Crédito, Mercado y Operacional), y que, por normativa anterior, no era necesario medir.

Estos nuevos requerimientos de capital nacen bajo la necesidad de cubrir a los bancos ante riesgos que antes no estaban necesariamente cuantificados. En el caso del riesgo de crédito, el modelo estándar que propone Basilea II (IRB), se basa en supuestos que no se cumplen para todas las instituciones financieras, ya que se apoya en el modelo asintótico de factor único (ASFR).

El modelo ASFR, en palabras simples, establece que cuando una cartera consiste de un número grande de exposiciones relativamente pequeñas, los riesgos idiosincráticos asociados a las exposiciones individuales se tienden a cancelar. Además, establece que solo el riesgo sistémico que afecta a las exposiciones, tiene un efecto material en las pérdidas. En este modelo todos los riesgos que afectan a las exposiciones, como industria y sector geográfico, son modelados con único factor de riesgo sistémico.

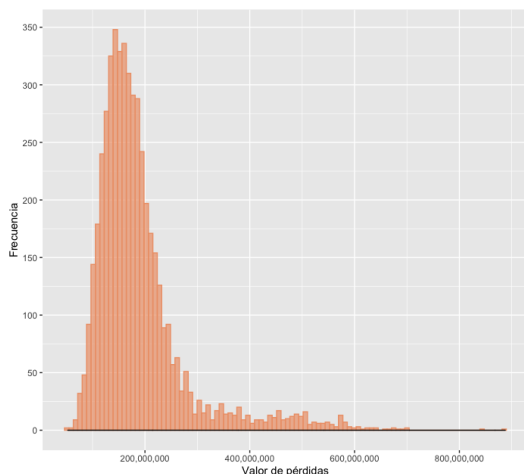
Los supuestos detrás del modelo estándar que propone Basilea no reflejan la realidad de todos los bancos, y en específico, para una banca como la chilena, donde hay sectores económicos más intensos que otros.

Para observar gráficamente el fenómeno de la concentración crediticia sectorial, se simulan las pérdidas una cartera de créditos con una exposición de \$10.000MM.

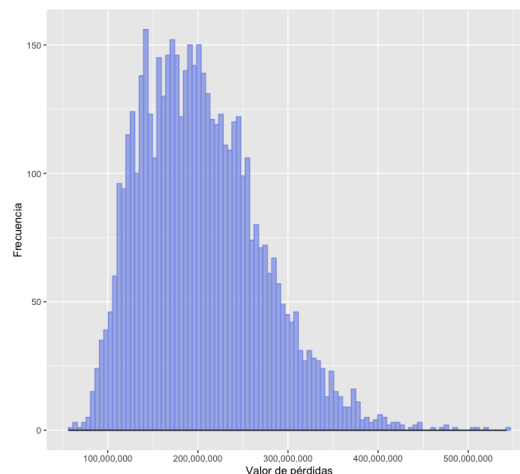
En primer lugar, se realizan 5.000 simulaciones para el caso de una cartera concentrada en un solo sector, que presenta una probabilidad de incumplimiento (PD) promedio de 8,45% y una pérdida dado el incumplimiento de(LGD) de 57,72%. Luego se realiza la misma cantidad de simulaciones para una cartera del mismo tamaño pero distribuida en 4 sectores.

Tabla 3.1: Factores de riesgo por sector.

Sector	EAD	PD	LGD
1	\$2.500MM	10,32 %	47,03 %
2	\$2.500MM	7,45 %	42,77 %
3	\$2.500MM	8,45 %	57,54 %
4	\$2.500MM	11,79 %	42,42 %



(a) Cartera de créditos concentrada en un único sector.



(b) Cartera de créditos en 4 sectores.

Figura 3.1: Ejemplo distribución de pérdidas.

La pérdida promedio para la cartera de créditos concentrada en un único sector es de \$189MM, mientras que para la cartera de créditos diversificada en 4 sectores es de \$203MM.

Además, a continuación se presentan los percentiles para la distribución de pérdidas para ambas carteras.

Tabla 3.2: Distribución de pérdidas por cartera crediticia.

Cartera	Percentil 10	Percentil 50	Percentil 100
(a)	\$113MM	\$168MM	\$887MM
(b)	\$123MM	\$196MM	\$542MM

De esto se desprende que, si bien la pérdida promedio es mayor en el caso diversificado, el percentil 100 es menor. Mientras que el 100 % de las pérdidas en la cartera concentrada están bajo los \$887MM, en la cartera diversificada el 100 % de las pérdidas están bajo los \$542MM. Es decir, en el peor caso, la pérdida será mayor en una cartera concentrada o, en otras palabras, en la cartera concentrada hay un mayor valor en riesgo que en la cartera diversificada.

Dado lo anterior, surge la necesidad de buscar distribuciones de carteras crediticias que

minimicen el capital adicional por riesgo de concentración crediticia sectorial, de manera de buscar combinaciones más óptimas, abarcando dimensiones del riesgo de crédito.

3.1. Modelo basado en costos

Para establecer el problema de optimización que derivará en distribuciones óptimas teniendo en cuenta la concentración crediticia, se estableció la necesidad de determinar la contribución al riesgo de cada contraparte o sector en el portafolio. Utilizando el modelo propuesto por Mehdi et al. (2016) [8], se introducen ciertas modificaciones para estimar el factor de contribución.

Sea D_i una variable aleatoria Bernoulli, tal que

$$D_i = \begin{cases} 1, & \text{si la contraparte } i \text{ incumple antes de T.} \\ 0, & \text{si no.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Con probabilidad $\mathbb{P}(D_i = 1) = PD_i$ y $\mathbb{P}(D_i = 0) = 1 - PD_i$. La pérdida del portafolio está representada por:

$$L_N = \sum_{i=1}^N EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i \quad (3.2)$$

Dado lo anterior, suponiendo que EAD_i y LGD_i son parámetros dados, la varianza de la pérdida es:

$$\sigma^2(L_N) = \sum_{i=1}^N EAD_i^2 \cdot LGD_i^2 \cdot PD_i(1 - PD_i) \quad (3.3)$$

Se define un parámetro $\xi(\alpha)$ como el multiplicador de la distribución de pérdida a un nivel de confianza α , siguiendo la definición de VaR es posible estimar el valor de este multiplicador:

$$\mathbb{P}(L_N < \mathbb{E}(L_N) + \xi(\alpha)\sigma(L_N)) = \alpha \quad (3.4)$$

Por lo tanto,

$$\xi(\alpha) = \frac{VaR(\alpha) - \mathbb{E}(L_N)}{\sigma(L_N)} \quad (3.5)$$

La contribución al riesgo a un nivel de confianza α para cada contraparte i , estará dado por:

$$\mathbb{E}(EAD_i \cdot LGD_i \cdot D_i) + \xi(\alpha) \cdot \frac{\delta\sigma}{\delta EAD_i \cdot LGD_i} \cdot EAD_i \cdot LGD_i \quad (3.6)$$

Lo anterior es igual a:

$$EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i + \xi(\alpha) \cdot \frac{EAD_i \cdot LGD_i \cdot \sqrt{PD_i(1 - PD_i)}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N EAD_i^2 \cdot LGD_i^2 \cdot PD_i(1 - PD_i)}} \quad (3.7)$$

De esta forma se obtiene la contribución al riesgo de un sector agregando la contribución al riesgo de cada individuo perteneciente a aquel sector.

En consecuencia, la contribución al riesgo del sector s al portafolio total es:

$$RC_s = \sum_{i \in s} EAD_i \cdot LGD_i \cdot PD_i + \xi(\alpha) \cdot \sum_{i \in s} \frac{EAD_i \cdot LDG_i \cdot \sqrt{PD_i(1 - PD_i)}}{\sqrt{\sum_{s=1}^K EAD_i^2 \cdot LGD_i^2 \cdot PD_i(1 - PD_i)}} \quad (3.8)$$

Si bien, los autores no lo explicitan, es posible llegar a esta expresión utilizando el principio de asignación de Euler (o Euler allocation principle). En palabras sencillas, la contribución al riesgo de un individuo o sector, será igual a su pérdida esperada más el capital económico asociado, tal como lo expresa Kurtz [7].

Los autores proponen un problema de optimización que busque minimizar el capital económico consumido por el portafolio. Este objetivo lo buscan a través de una minimización de la pérdida esperada del portafolio, que sería equivalente a minimizar la dispersión de las pérdidas agregadas del portafolio. Por lo tanto el problema de optimización queda de la siguiente forma

$$\min \sigma^2 = \sum_{i=1}^N EAD_i^2 \cdot LGD_i^2 \cdot PD_i(1 - PD_i) \quad (3.9)$$

Si bien el problema propuesto deriva en una optimización del portafolio por minimización de la pérdida esperada, los autores se refieren a estas distribuciones como límites sectoriales, es decir, el resultado de la optimización resultaría en umbrales en los cuales deben circunscribirse las exposiciones crediticias sectoriales.

3.2. Modelo basado en costo-beneficio

Para tener en consideración el beneficio o utilidad, otra aproximación podría ser viendo la composición del portafolio total de la institución y el margen o costo de oportunidad que reporta cada partida a la utilidad total, restando todos aquellos costos operativos de cambiar la composición de alguna línea de negocio, como sugiere Beas et al.(2020) [9].

Por el lado de los costos, el requisito de capital por concentración crediticia tiene un costo de oportunidad, al igual que el capital regulatorio exigido, además existe también un costo por pérdida esperada, traducida en provisiones para el banco. Se propone el siguiente problema de optimización:

$$\max_{EAD} \sum_{i=1}^N Mg_i \cdot EAD_i - \sum_{i=1}^N PD_i \cdot LGD_i \cdot EAD_i - \lambda(K_T(EAD) + K_C(EAD)) \quad (3.10)$$

$$\text{s.a } \sum_{i=1}^N EAD_i = E \quad (3.11)$$

Donde

- EAD_i : Exposición de sector i
- Mg_i : Margen de exposición de sector i
- PD_i : Probabilidad de incumplimiento de i
- LGD_i : Pérdida dado el incumplimiento de i
- λ : Factor de costo de capital
- $K_T(x)$: Función capital regulatorio según modelo estándar (APRC)
- $K_C(x)$: Función capital adicional por riesgo de concentración según Kurtz

3.3. Modelo basado en costo-beneficio simplificado

Dado que el problema planteado en el punto anterior requiere el cálculo del cargo de capital por concentración sectorial propuesto por Kurtz, el costo de la optimización puede ser muy alto, considerando que 10.000 simulaciones para el portafolio requiere de 1,1 horas.

Para simplificar el costo computacional del modelo costo-beneficio, se propone utilizar la aproximación presentada en [10], para definir el cargo por concentración sectorial:

$$CCS = 0.08 \cdot (HHI_{APRCS} - 1/14) \cdot APRCS + \epsilon \quad (3.12)$$

Donde

- HHI_{APRCS} : Índice Herfindahl-Hirschman sectorial de la cartera estimado con los activos ponderados por riesgo de crédito.
- $APRCS$: Activos ponderados por riesgo de crédito sectoriales.
- ϵ : Residuo

Capítulo 4

Datos

4.1. Análisis exploratorio

Para el presente trabajo se utiliza una base ficticia del sistema bancario chileno, compuesta por 3518 créditos. La base de datos asigna a cada individuo un sector económico particular, en total se presentan 14, distribuidos de la siguiente forma:

Sector	Exposición (\$MM)	Peso (del total del portafolio)
1	93.086	4,98 %
2	1.541	0,08 %
3	3.526	0,19 %
4	88.856	4,75 %
5	23.875	1,28 %
6	682.204	36,49 %
7	284.047	15,19 %
8	27.442	1,47 %
9	86.243	4,61 %
10	1.042	0,06 %
11	408.700	21,86 %
12	52.471	2,81 %
13	41	0,00 %
14	116.431	6,23 %

Es posible observar una distribución de los créditos dista de ser equilibrada, es más, utilizando los pesos que representa cada sector del total del portafolio, se puede utilizar el HHI para tener una medida de la concentración que posee:

$$HHI = \sum_{i=1}^N w_i^2 = 2159,53116$$

Según la Fiscalía Nacional Económica [11], valores entre 1500 a 2500 es considerado en el nivel de “ moderadamente concentrado” y sobre el umbral de 2500 se define como un nivel de “alta concentración”. Para el caso del portafolio presentado, la concentración es catalogada, en consecuencia, como “moderada”.

Además, la base de datos contiene los siguientes parámetros por individuo:

- Identificador individual (Index)
- Exposición (EAD)
- Provisión
- Probabilidad de incumplimiento (PD)
- Pérdida dado el incumplimiento (LGD)
- Sector económico (SE)
- Correlación intrasectorial (r)

A continuación, se procede a hacer una análisis exploratorio de los datos,

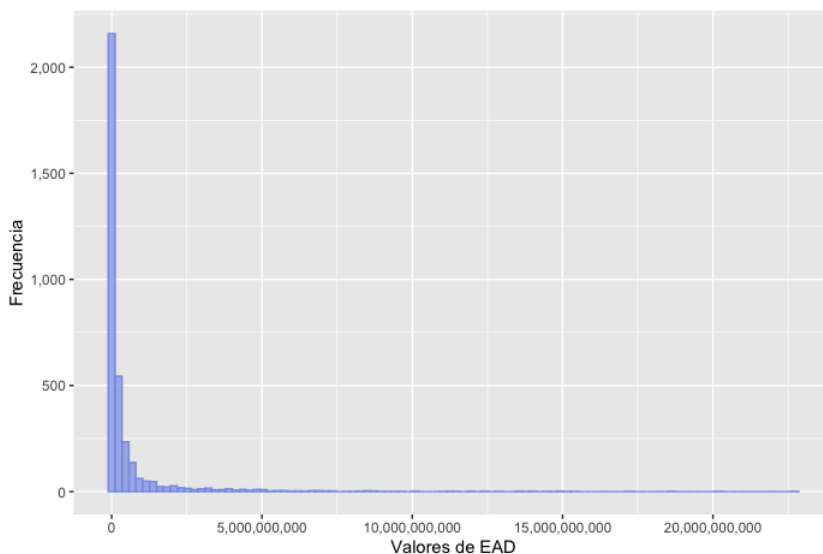


Figura 4.1: Histograma de exposiciones del portafolio.

Dado lo observado, la base presenta más del 86 % de las exposiciones está por debajo de los \$5.000MM. En detalle, el 52 % de las exposiciones está entre \$0 y \$100MM.

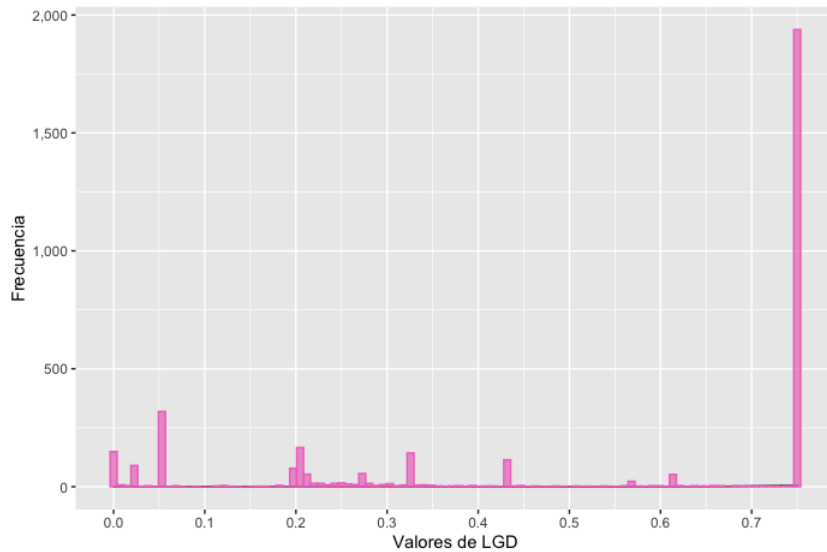


Figura 4.2: Histograma de pérdida dado el incumplimiento (LGD) del portafolio.

Para el set de datos, la máxima pérdida dado el incumplimiento está fija en 75 %, y es donde se encuentra la mayoría de los individuos (1936). Esto quiere decir que la institución espera que aproximadamente para el 55 % de los individuos la recuperación estimada sea del 25 % de la exposición.

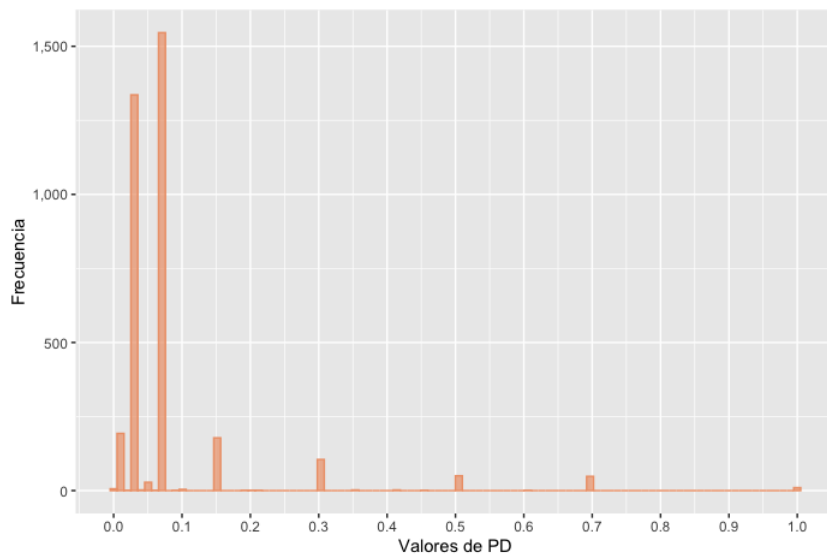


Figura 4.3: Histograma de probabilidades de incumplimiento (PD) del portafolio.

Del gráfico es posible apreciar que existen 10 créditos con probabilidad de incumplimiento 1, es decir, que están en default. Por otro lado, aproximadamente el 89 % de los individuos presenta una probabilidad de incumplimiento igual o menor a 10 %.

Los parámetros permiten determinar la distribución de pérdidas del portafolio. Para ello, se define el retorno logarítmico estandarizado del activo i del sector s como:

$$X_{i,s} = r_i \cdot Y_s + \sqrt{1 - r_i^2} \cdot \epsilon_i \quad \forall i \in (1, \dots, N) \quad (4.1)$$

Donde:

- r_i : Correlación intrasectorial de i
- Y_s : Factor de riesgo sistémico de s
- ϵ_i : Factor de riesgo idiosincrático de i

Para simular las pérdidas, es preciso asumir que, $\epsilon_i \sim N(0, 1)$. Por lo tanto, dado los retornos, la condición de incumplimiento está dada por:

$$r_i \cdot Y_s + \sqrt{1 - r_i^2} \cdot \epsilon_i \leq \Phi^{-1}(PD_i) \quad (4.2)$$

Se realizan 10.000 simulaciones para construir la distribución de pérdidas de todo el portafolio.

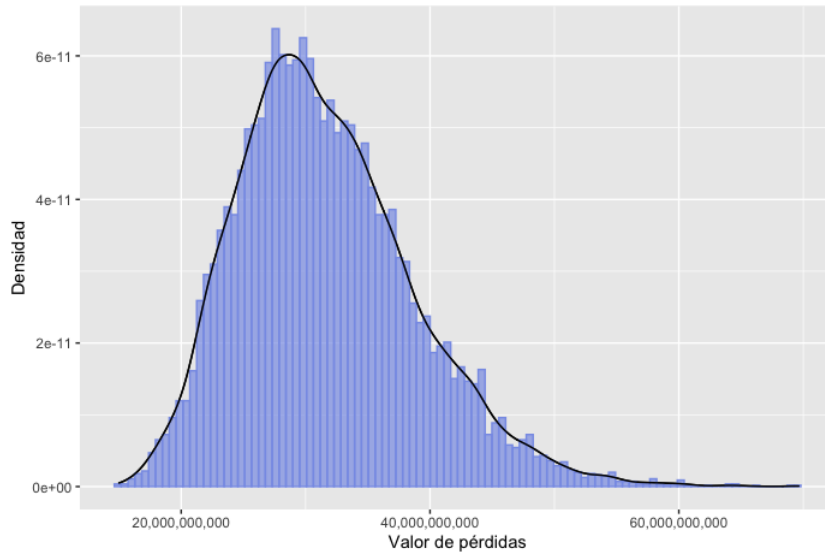


Figura 4.4: Distribución de pérdidas del portafolio.

Tabla 4.1: Distribución de pérdidas de la cartera.

Percentil 25	Percentil 50	Percentil 75	Percentil 100
\$26.615MM	\$ 30.777MM	\$35.924MM	\$69.633MM

Dada la simulación, la pérdida esperada del portafolio se presenta en torno a los \$31.660MM, tal como es posible apreciar en la figura anterior.

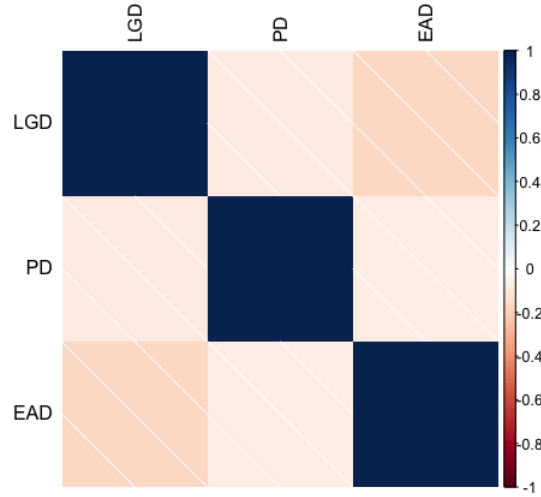


Figura 4.5: Correlación de parámetros.

Si bien es posible hallar correlaciones entre los parámetros de riesgos, para la muestra utilizada, estos factores son más bien bajos.

4.2. Calibración de parámetros

4.2.1. Correlación intersectorial

Cada sector está asociado a un factor de riesgo sistémico Y_s con correlaciones intersectoriales de la forma:

$$\text{Corr}(Y_i, Y_j) = \rho_{ij} \quad \text{para } i, j \in (1, \dots, S) \quad (4.3)$$

La matriz de correlaciones intersectoriales se construyó a partir de la correlación de contribución al PIB de cada sector, tal como propone la CMF [10].

Los factores de riesgo sistemáticos pueden escribirse como la suma de variables aleatorias independientes normalmente distribuidas Z_i [12]. A través de la transformación de Cholesky, los factores pueden ser escritos como una combinación de K variables lineales independientes, normalmente distribuidas:

$$Y_s = \sum_{k=1}^K \alpha_{sk} Z_k \quad (4.4)$$

con

$$\sum_{k=1}^K \alpha_{sk}^2 = 1 \quad \forall s = 1, \dots, S. \quad (4.5)$$

4.2.2. Correlación intrasectorial

La correlación intrasectorial, dada la fórmula (4.2) es el peso con el cual el factor sistémico Y_s influencia el retorno logarítmico del individuo i .

Si bien la muestra de datos facilitada contempla este parámetro, la CMF [13] da una guía para poder determinar la correlación según tipo de crédito, dependiente de la probabilidad de default de cada contraparte.

Para exposiciones individuales:

$$r_i = 0.12 \cdot \left(\frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} \right) + 0.24 \cdot \left(1 - \frac{1 - e^{-50 \cdot PD}}{1 - e^{-50}} \right) \quad (4.6)$$

Para exposiciones minoristas:

$$r_i = 0.03 \cdot \left(\frac{1 - e^{-35 \cdot PD}}{1 - e^{-35}} \right) + 0.16 \cdot \left(1 - \frac{1 - e^{-35 \cdot PD}}{1 - e^{-35}} \right) \quad (4.7)$$

Capítulo 5

Resultados

5.1. Cargos de capital por riesgo de concentración sectorial

Dado (3.11) y combinando las ecuaciones (3.12) y (3.13) es posible definir el cargo por concentración del sector s como:

$$CCS_{\alpha}(s) = \mathbb{E} \left[L(s) | L(P) = t_{\alpha}^P \right] - \mathbb{E} \left[L(s) | L(P \setminus s) = t_{\alpha}^{P \setminus s} \right] \quad (5.1)$$

Para la base de datos se simula los escenarios de pérdida del portafolio, de cada sector y de su complemento, asumiendo un escenario de “no-concentración”, para un $\alpha = 0.999$.

Tabla 5.1: Cálculo del cargo por concentración sectorial en \$MM.

Sector	Exposición	Loss Contribution (No Concentrado)	Loss Contribution (Concentrado)	Concentration Charge
1	93.086	2.965	3.140	175
2	1.541	6	38	32
3	3.526	68	68	0
4	88.856	1.744	3.373	1.629
5	23.875	61	61	0
6	682.204	9.768	16.730	6.962
7	284.047	5.978	10.329	4.351.669.208,39
8	27.442	1.228	1.271	43
9	86.243	3.272	4.786	1.514
10	1.042	22	22	0
11	408.700	3.658	13.358	9.701
12	52.471	1.473	1.581	107
13	41	0	0	0
14	116.431	2.486	4.570	2.083

5.2. Modelo basado en costo-beneficio

$$\max_{EAD} \sum_{i=1}^N Mg_i \cdot EAD_i - \sum_{i=1}^N PD_i \cdot LGD_i \cdot EAD_i - \lambda(K_T(EAD) + K_C(EAD)) \quad (5.2)$$

Donde

- EAD : Exposición
- Mg_i : Margen de exposición de individuo i
- PD_i : Probabilidad de incumplimiento de i
- LGD_i : Pérdida dado el incumplimiento de i
- λ : Factor de costo de capital
- $K_T(x)$: Función capital regulatorio según modelo estándar (APRC)
- $K_C(x)$: Función capital adicional por riesgo de concentración según Kurtz

Dada la no linealidad del problema y lo costoso computacionalmente de las simulaciones de montecarlo para la función que estima el capital adicional por riesgo de concentración, se decide acercarse al óptimo a través de una heurística.

Para simplificar la confección de los distintos escenarios, se asume un margen por sector por sobre uno individual. Cabe destacar que lo que se entiende por margen, es el spread bancario, es decir, la diferencia en la tasa de colocación y captación. Para este caso, como la base no cuenta con diferenciación de tipo de crédito ni sector, se asume una distribución aleatoria dentro de cada sector. Por ejemplo, se puede asumir que el sector 1 cuenta con $x\%$ de créditos comerciales y de consumo, para determinar el spread es posible aproximar su cálculo con la tasa de colocaciones y tasa BCP a 2 años, ambas publicadas por el Banco Central.

El costo de capital utilizado es del 10% , que se encuentra en el rango del mercado chileno, concordante también con literatura sobre este factor en bancos chilenos, como se ve en [14] y en [15].

Para resolver el problema se diseñan distintos escenarios de distribución del portafolio o pesos de cada sector. Para un primer escenario, el base, se estima el retorno a través del margen por exposición, luego con los parámetros de riesgo se determina el costo por pérdida esperada, y por último, se estima el cargo de capital por sector a través de simulaciones de Monte Carlo.

5.2.1. Caso Base

A continuación se presenta el resultado aplicado al set de datos

Tabla 5.2: Cálculo de utilidad muestra caso base.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida esperada (\$MM)	KT (\$MM)	KC (\$MM)	Utilidad (\$MM)
S1	0,10	93.086	2.386	6.724	175	6.233
S2	0,09	1.541	38	258	32.072.185	72
S3	0,15	3.526	71	264	0	432
S4	0,06	88.856	2.169	10.001	1.629	1.999
S5	0,02	23.875	123	728	0	0,281859
S6	0,05	682.2048	8.815	44.667	6.962	20.132
S7	0,03	284.047	5.752	30.323	4.352	-698
S8	0,06	27.442	620	2.584	43	764
S9	0,03	86.243	2.574	8.259	1.514	-964
S10	0,04	1.042	23	61	0	12
S11	0,07	408.700	4.344	31.693	9.701	20.125
S12	0,03	52.471	1.457	4.922	107	-386
S13	0,08	41	0,000133	0,001449	0	3
S14	0,04	116.431	2.550	11.593	2.083	740

La utilidad agregada del portafolio es de \$48.747MM, mientras que el cargo por concentración crediticia asciende a \$26.599MM, siendo casi comparable con la pérdida esperada que es de \$30.922MM.

5.3. Modelo basado en costo-beneficio simplificado

Para simplificar el costo computacional del modelo costo-beneficio, se propone utilizar la aproximación presentada en [10], para definir el cargo por concentración sectorial para el portafolio:

$$CCS = 0.08 \cdot (HHIS_{APRCS} - 1/14) \cdot APRCS + \epsilon \quad (5.3)$$

Es decir, al modelo anterior se reemplaza el cargo por concentración sectorial calculado mediante simulaciones, por la aproximación propuesta en el informe de la CMF. Cabe destacar que esta aproximación está hecha sobre una regresión lineal sobre el sistema bancario chileno, es decir, en otras jurisdicciones esta aproximación podría no ajustarse a la realidad.

El nuevo problema de optimización queda de la siguiente forma

$$\max_{EAD} \sum_{i=1}^N Mg_i \cdot EAD_i - \sum_{i=1}^N PD_i \cdot LGD_i \cdot EAD_i - \lambda(K_T(EAD) + CCS(EAD)) \quad (5.4)$$

Donde

- EAD : Exposición
- Mg_i : Margen de exposición de individuo i
- PD_i : Probabilidad de incumplimiento de i
- LGD_i : Pérdida dado el incumplimiento de i
- λ : Factor de costo de capital
- $K_T(x)$: Función capital regulatorio según modelo estándar (APRC)
- $CCS(x)$: Función capital adicional por riesgo de concentración por modelo referencial CMF.

5.3.1. Caso Base

Tabla 5.3: Cálculo de utilidad muestra caso base.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida esperada (\$MM)	KT (\$MM)	HHIS
S1	0,10	93.086	2.386	6.724	0,0019547
S2	0,09	1.541	38	258	0,0000029
S3	0,15	3.526	71	264	0,0000030
S4	0,06	88.856	2.169	10.001	0,0043250
S5	0,02	23.875	123	728	0,0000029
S6	0,05	682.204	8.815	44.667	0,0862677
S7	0,03	284.047	5.752	30.323	0,0397574
S8	0,06	27.442	620	2.584	0,0002887
S9	0,03	86.243	2.574	8.259	0,0029493
S10	0,04	1.042	23	61	0,0000002
S11	0,07	408.700	4.344	31.693	0,0434302
S12	0,03	52.471	1.457	4.922	0,0010476
S13	0,08	41	0,000133	0,001449	0,0000000
S14	0,04	116.431	2.550	11.593	0,0058111

5.4. Diferencias en modelos costo-beneficio

A continuación se resume la diferencia entre ambos modelos, mediante simulaciones y el simplificado, aplicados para el caso base.

Tabla 5.4: Diferencia de modelos para el caso base.

Modelo	CCS	Utilidad
Costo-beneficio	26.599	48.747
Costo-beneficio simplificado	17.4026	49.666

Si bien ambos modelos convergen a niveles similares de utilidades, el modelo simplificado podría estar subestimando el cargo por concentración del portafolio.

5.5. Optimización

5.5.1. Modelo costo-beneficio simplificado

Para obtener una distribución óptima sobre el vector de exposiciones de la cartera, se utilizó el framework Mystic en Python con el modelo de costo-beneficio simplificado.

Tabla 5.5: Resultado optimización modelo costo-beneficio simplificado.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida esperada (\$MM)	KT (\$MM)	HHIS
S1	0,10	100.016	2.472	7.202	0,002374
S2	0,09	1.329	33	220	0,000002
S3	0,15	3.767	76	277	0,000004
S4	0,06	97.496	2.212	10.463	0,005011
S5	0,02	20.022	118	653	0,000020
S6	0,05	674.988	8.123	43.621	0,087083
S7	0,03	263.385	5.420	27.874	0,035558
S8	0,06	26.650	602	2.520	0,000291
S9	0,03	73.671	2.485	6.559	0,001969
S10	0,04	1.071	25	63	0,000000
S11	0,07	440.375	4.480	32.602	0,048646
S12	0,03	51.726	1.407	4.741	0,001029
S13	0,08	33	0,000105	0,001145	0,000000
S14	0,04	109.895	2.338	11.021	0,005559

Para el caso base, el CCS es de \$17.402,MM mientras que en el óptimo el cargo es de \$17.164MM, una diferencia de \$239MM. Por otro lado, para el caso base, la utilidad es de \$49.666MM, mientras que en el óptimo asciende a \$542.926MM, es decir, de un 6,6 %.

Tabla 5.6: Diferencia caso base y optimizado.

	Pérdida Esperada	APRC	HHIS	CCS	Utilidad
Caso Base	\$30.921 MM	\$152.077 MM	0,1858607	\$17.402 MM	\$49.666 MM
Caso Optimizado	\$29.791 MM	\$147.817 MM	0,1875451	\$17.164 MM	\$52.926 MM

Las diferencias en distribuciones de exposiciones sectoriales, se ven a continuación:

Tabla 5.7: Diferencia distribuciones de exposiciones sectoriales.

Sector	Margen	Exposicion (\$MM)	Exposición óptima (\$MM)	Diferencia (\$)	Diferencia (%)
S1	0,10	93.086	100.016	6.930	7,44 %
S2	0,09	1.541	1.329	-212	-13,76 %
S3	0,15	3.526	3.767	241	6,84 %
S4	0,06	88.856	97.496	8.639	9,72 %
S5	0,02	23.875	20.022	-3.853	-16,14 %
S6	0,05	682.204	674.988	-7.216	-1,06 %
S7	0,03	284.047	263.385	-20.662	-7,27 %
S8	0,06	27.442	26.650	-792	-2,89 %
S9	0,03	86.243	73.671	-12.572	-14,58 %
S10	0,04	1.042	1.071	28	2,73 %
S11	0,07	408.700	440.375	31.675	7,75 %
S12	0,03	52.471	51.726	-745	-1,42 %
S13	0,08	41	33	-9	-20,98 %
S14	0,04	116.431	109.895	-6.536	-5,61 %

5.5.2. Vector resultado del modelo simplificado evaluado con modelo costo-beneficio

De manera de estudiar si el resultado óptimo del modelo simplificado ofrece una mejor combinación de distribuciones de exposiciones sectoriales, se evalúa el resultado en el modelo costo-beneficio con simulaciones.

Tabla 5.8: Resultado modelo costo-beneficio con simulaciones utilizando vector exposiciones optimizado.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida Esperada (\$MM)	KT (\$MM)	KC (\$MM)	Utilidad (\$MM)
S1	0,10	100.016	2.472	7.202	1.032	6.707
S2	0,09	1.329	33	220	0	65
S3	0,15	3.767	76	277	4	461
S4	0,06	97.496	2.212	10.463	1.230	2.468
S5	0,02	20.022	118	653	51	212
S6	0,05	674.988	8.123	43.621	3.998	20.865
S7	0,03	263.385	5.420	27.874	2.691	-575
S8	0,06	26.650	602	2.520	55	740
S9	0,03	73.671	2.485	6.559	1.129	-1.043
S10	0,04	1.071	25	63	1	11
S11	0,07	440.375	4.480	32.602	10.727	22.013
S12	0,03	51.726	1.407	4.741	-44	-325
S13	0,08	33	0,000105	0,001145	0	3
S14	0,04	109.895	2.338	11.021	4.843	471

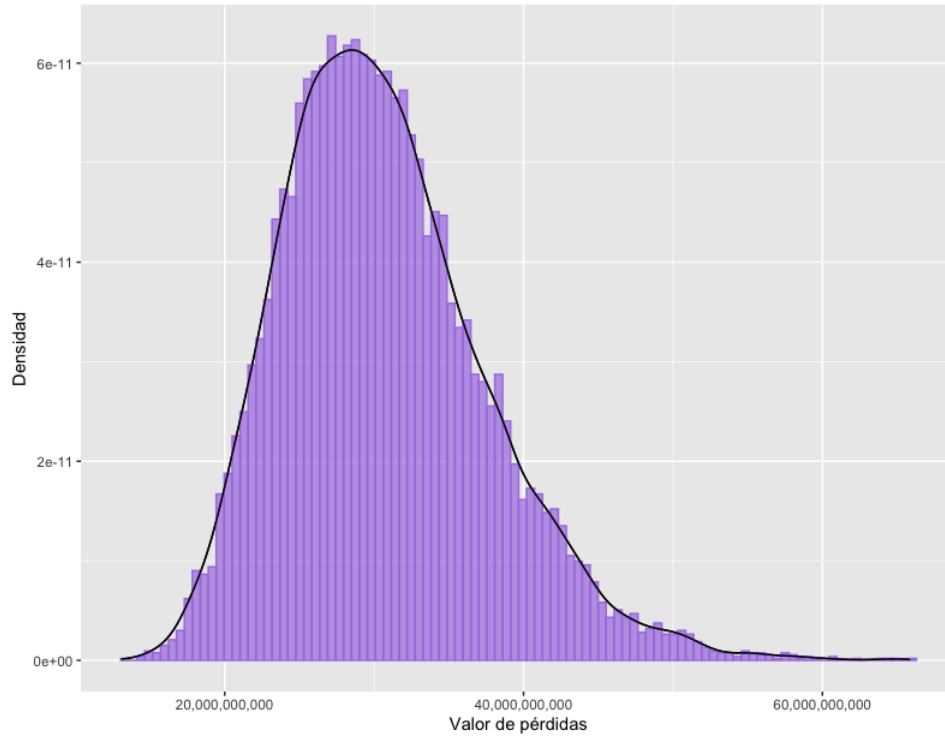


Figura 5.1: Distribución de pérdidas del portafolio con exposiciones optimizadas.

La pérdida esperada bajo simulaciones, se ubica en torno a los \$30.635.398.640, menor a los \$31.660.058.553 del portafolio en el caso base.

Tabla 5.9: Distribución de pérdidas de la cartera optimizada vs. caso base.

Cartera	Percentil 25	Percentil 50	Percentil 75	Percentil 100
Caso base	\$26.615MM	\$ 30.777MM	\$35.924MM	\$69.633MM
Caso óptimo	\$ 25.762MM	\$ 29.875MM	\$34.572MM	\$65.822MM

Dado lo anterior, la diferencia entre el caso base y el óptimo del modelo simplificado evaluado son simulaciones es la siguiente

	CCS (\$MM)	Utilidad (\$MM)
Caso Base	26.599	48.747
Caso Optimizado	25.718	52.071

Es posible apreciar que la optimización del modelo simplificado entregó un vector de exposiciones mejor distribuido que el caso base, para ambas evaluaciones.

A continuación, se explicita la diferencia que tienen ambos modelos de costo-beneficio para el vector de exposiciones optimizadas.

Tabla 5.10: Diferencia de modelos con vector exposiciones optimizado.

Modelo	CCS (\$MM)	Utilidad (\$MM)
Costo-beneficio	25.718	52.071
Costo-beneficio simplificado	17.164	52.926

Es posible observar que la diferencia de utilidades se acorta con respecto a los casos base, esto por la reducción de la brecha en el cargo de concentración sectorial.

5.5.3. Modelo basado en costos

Para evaluar diferentes posibilidades de distribución de exposiciones sectoriales, se procede a utilizar el modelo de optimización basado en costos

$$\min \sigma^2 = \sum_{i=1}^N EAD_i^2 \cdot LGD_i^2 \cdot PD_i(1 - PD_i) \quad (5.5)$$

El resultado de la optimización presenta la siguiente composición para la exposiciones sectoriales:

Tabla 5.11: Distribución exposiciones sectoriales mediante modelo de costos.

Sector	Exposición (\$MM)
S1	83.491
S2	1.711
S3	3.689
S4	84.048
S5	19.767
S6	635.778
S7	250.570
S8	24.604
S9	73.222
S10	1.215
S11	344.203
S12	50.865
S13	312
S14	90.913

En comparación al resultado de optimización del modelo costo-beneficio simplificado, la optimización reduce la exposición para la mayoría de los sectores.

Tabla 5.12: Comparación de distribuciones de exposiciones sectoriales mediante modelo de costos y de costo-beneficio.

Sector	Exposición (costos)(\$MM)	Exposición (costo-beneficio)(\$MM)	Delta (\$MM)	Delta (%)
S1	83.491	100.016	-16.525	-16,5 %
S2	1.711	1.329	383	28,8 %
S3	3.689	3.767	-78	-2,1 %
S4	84.048	97.496	-13.448	-13,8 %
S5	19.767	20.022	-256	-1,3 %
S6	635.778	674.988	-39.210	-5,8 %
S7	250.570	263.385	-12.816	-4,9 %
S8	24.604	26.650	-2.046	-7,7 %
S9	73.222	73.671	-449	-0,6 %
S10	1.215	1.071	144	13,5 %
S11	344.202	440.375	-96.173	-21,8 %
S12	50.865	51.726	-862	-1,7 %
S13	32	33	-0,876069	-2,7 %
S14	90.913	109.895	-18.982	-17,3 %

Para comparar el resultado de la optimización del modelo basado en costos con los de costo-beneficio, se procede a evaluarlo en ambos problemas.

5.5.4. Vector resultado del modelo basado en costos evaluado con modelo costo-beneficio simplificado

Tabla 5.13: Resultado modelo costo-beneficio simplificado utilizando vector de exposiciones modelo basado en costos.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida esperada (\$MM)	KT (\$MM)	HHIS
S1	0,10	83.491	1.884	5.854	0,002065
S2	0,09	1.712	42	285	0,000005
S3	0,15	3.689	72	274	0,000005
S4	0,06	84.048	1.857	8.387	0,004239
S5	0,02	19.767	101	602	0,000022
S6	0,05	635.778	7.945	40.552	0,099116
S7	0,03	250.570	5.380	25.834	0,040224
S8	0,06	24.604	541	2.182	0,000287
S9	0,03	73.222	2.273	6.706	0,002711
S10	0,04	1.215	22	67	0,000000
S11	0,07	344.202	3.719	25.705	0,039826
S12	0,03	50.865	1.366	4.868	0,001428
S13	0,08	32	0,000103	0,001114	0,000000
S14	0,04	90.913	1.767	7.492	0,003383

El cargo por concentración es de \$15.699MM, mientras que la utilidad es de \$45.363MM.

Para ofrecer una mejor comparativa entre la optimización del modelo basado en costos y el de costo-beneficio simplificado, se resume:

Tabla 5.14: Diferencia de modelos basado en costo y de costo-beneficio simplificado.

Modelo	CCS	Utilidad (\$MM)
Basado en Costo	15.699	45.363
Costo-beneficio simplificado	17.164	52.926

Pese a que el cargo de concentración es menor que el entregado por el modelo de costo-beneficio simplificado, la optimización basada en costo reporta utilidades incluso más bajas que el caso base de los modelos costo-beneficio.

5.5.5. Vector resultado del modelo basado en costos evaluado con modelo costo-beneficio con simulaciones

Tabla 5.15: Resultado modelo costo-beneficio con simulaciones utilizando vector optimizado de modelo basado en costos.

Sector	Margen	Exposición (\$MM)	Pérdida Esperada (\$MM)	KT (\$MM)	KC (\$MM)	Utilidad (\$MM)
S1	0,1	83.491	1.884	5.854	632	5.817
S2	0,09	1.712	42	289	0	84
S3	0,15	3.689	72	274	0	454
S4	0,06	84.048	1.857	8.387	636	2.284
S5	0,02	19.767	101	602	12	233
S6	0,05	635.778	7.945	40.552	4.582	19.330
S7	0,03	250.570	5.380	25.834	2.434	-690
S8	0,06	24.604	541	2.182	203	697
S9	0,03	73.222	2.273	6.706	2.488	-995
S10	0,04	1.215	22	67	0	20
S11	0,07	344.202	3.719	25.705	6.698	17.134
S12	0,03	50.865	1.366	4.868	583	-385
S13	0,08	32	0,000103	0,001114	0	3
S14	0,04	90.913	1.767	7.492	1.335	987

El cargo por concentración calculado es de \$19.604MM, menor al calculado en el caso base, sin embargo, la utilidad es de apenas \$44.972MM, por debajo de los \$48.74777 del caso base.

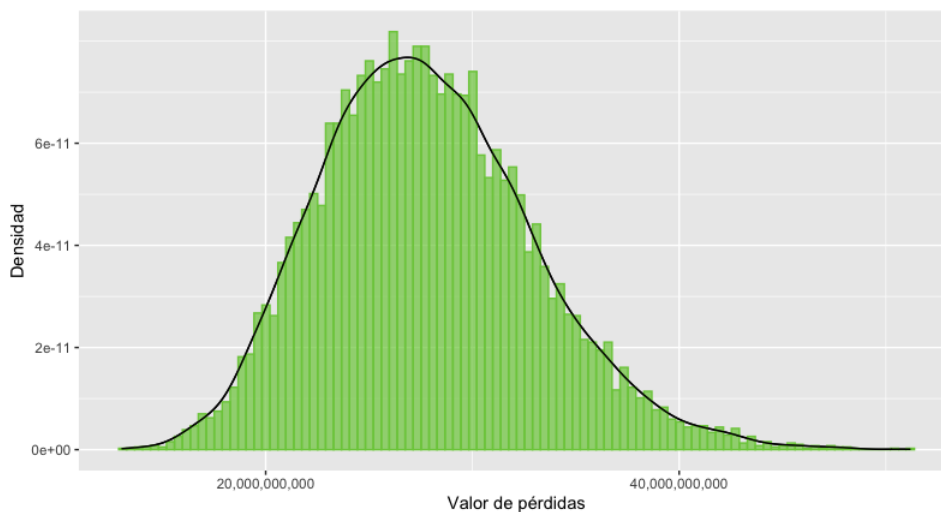


Figura 5.2: Distribución de pérdidas del portafolio con exposiciones optimizadas bajo modelo basado en costos.

La pérdida esperada bajo simulaciones, se ubica en torno a los \$27.789MM, menor a los \$31.660MM del portafolio en el caso base.

5.6. Comparación

Para mostrar los resultados de forma agregada, se compara la utilidad correspondiente para cada caso de vector de exposiciones analizado, evaluado con y sin simulaciones.

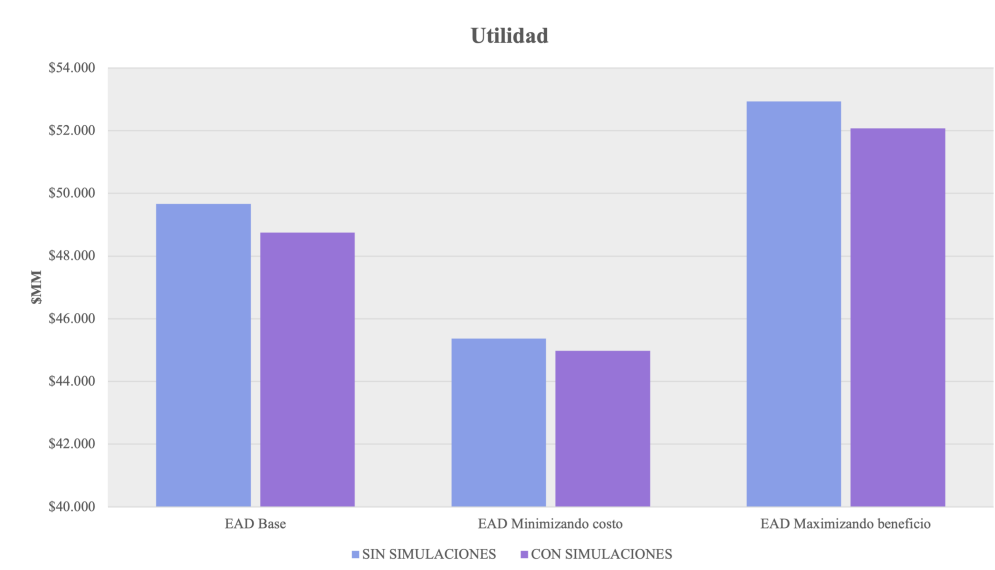


Figura 5.3: Utilidades por exposiciones para distintos casos.

Como es posible observar y dado los resultados antes expuestos, la mayor utilidad, con y sin simulaciones de cargo por concentración sectorial, la obtiene la cartera optimizada costo-beneficio (simplificada).

La cartera optimizada minimizando los costos, si bien dio como resultado una distribución de pérdidas menor a los otros casos, reporta menores utilidades que el caso base.

Capítulo 6

Conclusiones

El presente trabajo de memoria entrega un modelo para evaluar la distribución de exposiciones sectoriales del portafolio de un banco, considerando el cargo por concentración crediticia sectorial, del que los modelos estándar de riesgo de crédito no se hacen cargo.

Se propuso tres modelos para evaluar las distribuciones de exposiciones sectoriales. El primer modelo es basado en la minimización del capital económico consumido por el portafolio. El segundo modelo contempla el costo-beneficio considerando el spread de crédito y costos en pérdida esperada, requisito de capital por riesgo de crédito y cargo por concentración sectorial. El tercer modelo toma todos los elementos del segundo modelo propuesto, pero ofrece una aproximación al cargo de concentración sectorial, por simplicidad.

Se concluye que el modelo basado en costo falla al castigar severamente las exposiciones a sectores, en desmedro de los retornos que significan cada uno. Por otro lado, los modelos basados en costo-beneficio demostraron que pueden utilizarse en conjunto para evaluar combinaciones más eficientes de exposiciones sectoriales, tomando en cuenta los parámetros de riesgo. Pese a que el modelo simplificado por sí solo presenta niveles de utilidades comparable al modelo por simulaciones, tiene la desventaja de subestimar (o incluso sobrestimar en algunos casos) el cargo por concentración sectorial. .

Si bien el modelo simplificado puede no ser tan exacto para el cálculo del cargo por concentración sectorial del portafolio, su utilidad radica en que, gracias a su simplicidad, es menos costoso computacionalmente su optimización, y que de todas formas, el resultado de aquella optimización da como resultado una distribución de exposiciones de mejor performance con respecto al cargo por concentración sectorial, incluso evaluada con simulaciones como propone Kurtz.

Cabe destacar que los modelos evaluados en este trabajo, fueron bajo una muestra de datos acotada. Podría ser interesante evaluar el modelo con datos más granulares, donde se diferencie por tipo de crédito para obtener un mejor cálculo de los APRC, bajo la regulación bancaria chilena. Por otro lado, el cálculo del margen o spread por sector puede hacerse de manera más precisa conociendo los costos por institución. Así como también el costo de oportunidad del capital puede variar según diferentes entidades. Además, es importante mencionar que pese a que la correlación de parámetros para el set de datos demostró ser baja, al optimizar sobre las exposiciones, se puede estar obviando cambios en los parámetros de riesgo como LGD y PD. Bajo los puntos anteriores, también puede ser de utilidad evaluar las constantes de la aproximación del cargo de concentración sectorial del modelo simplificado, para amoldarlo a la realidad de una institución en particular y sus propios datos. De esta manera es posible obtener distribuciones óptimas de una manera más eficiente y menos costosa.

Por último, se enfatiza en que los modelos aquí propuestos evalúan una parte del riesgo que presentan las instituciones bancarias, que es el riesgo de crédito, por lo que el problema puede extenderse para abarcar otras dimensiones del riesgo en la banca, como el riesgo de mercado y operacional.

Bibliografía

- [1] BCBS, “The new basel capital accord, consultative document,” 2003, <https://www.bis.org/bcbs/bcbscp3.pdf>.
- [2] BCBS, “International convergence of capital measurement and capital standards,” 2006, <https://www.bis.org/publ/bcbs128.pdf>.
- [3] Bolder, D., “Credit-risk modelling: Theoretical foundations, diagnostic tools, practical examples, and numerical recipes in python.,” 2018, doi:<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-94688-7>.
- [4] Merton, R., “On the pricing of corporate debt: The risk structure of interest rates.,” 1974.
- [5] Calabrese, R. y Porro, F., “Single-name concentration risk in credit portfolios: a comparison of concentration indices.,” 2012.
- [6] Gordy, M. y Lütkebohmert, E., “Granularity adjustment for regulatory capital assessment,” 2013.
- [7] Kurtz, C., Lütkebohmert, E., y Sester, J., “Calculating capital charges for sector concentration risk,” 2018, doi:<https://doi.org/10.21314/JCR.2018.245>.
- [8] Mehdi, B., Chhaiba, H., y Chamlal, H., “Concentration risk: Setting credit limits in loan portfolios, case of morocco,” 2016.
- [9] Beas, D. y Forteza, J., “Implementación de basilea iii en chile: una evaluación integral mediante optimización de portafolio,” 2021.
- [10] Beas Lagos, D. y Pulgar Arata, C., “Riesgo de crédito por concentración individual y sectorial: Metodología para estimar requerimientos de capital,” 2021, https://www.cmfcchile.cl/portal/estadisticas/617/articles-47347_doc_pdf.pdf.
- [11] FNE, “Guía para el análisis de operaciones de concentración,” 2012.
- [12] Pykhtin, M., “Portfolio credit risk multi-factor adjustment,” Risk, vol. 17(3), pp. 85–90, 2004.
- [13] CMF, “Capítulo 21-6 recopilación actualizada de normas: Determinación de los activos ponderados por riesgo de crédito,” 2021, https://www.cmfcchile.cl/portal/principal/613/articles-28170_Norma_APRC_vf.pdf.
- [14] Flores, F., “Valoración de banco santander chile por flujos de cajas descontados,” 2017.
- [15] Astudillo, M., “Valoración de banco de chile mediante método cashflow to equity y múltiplos,” 2019.