



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

DISEÑO DE HEURÍSTICA DE PVRP PARA REPARTOS EN ÁREA
METROPOLITANA

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN GESTIÓN DE OPERACIONES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

JUAN PABLO CANTILLANA ABARCA

PROFESOR GUÍA:
FERNANDO ORDÓÑEZ PIZARRO

PROFESOR CO-GUÍA:
CRISTIÁN CORTÉS CARRILLO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
ANDRÉS WEINTRAUB POHORILLE
CLAUDIO CERDA ALDEA

SANTIAGO DE CHILE
2023

Resumen

Este trabajo nace como un esfuerzo para solucionar el problema de una empresa importante en el rubro de la distribución de alimentos, desde centros de despacho a clientes finales, que busca hallar mejoras en su distribución tanto en distancias como en tiempos de reparto, desde bodegas a clientes, considerando además el costo de contratación de máquinas para realizar dicho transporte y el costo organizacional que representa el ruteo diario, enfrentado desde la calendarización de las visitas a clientes finales con pedidos regulares en una variante del VRP llamado PVRP.

El foco principal de esta tesis se concentra en encontrar una manera razonable de separar el problema de asignación de un PVRP del de ruteo (VRP), utilizando aproximaciones al costo de resolver el ruteo de manera inteligente, y aprovechando el estado del arte que permitan incorporar en esta etapa las ventanas de tiempo y la capacidad. Prima el principio de modularidad de la solución para resolver el PVRP a través de ensamblaje con otros algoritmos que permitan resolver problemas de gran escala, ya sea por la cantidad de detenciones como por el tamaño de la flota de vehículos.

Puntualmente, el trabajo consta del desarrollo de un algoritmo que permita la resolución de estos problemas de gran escala y posterior validación, tanto a nivel teórico de su rendimiento frente al óptimo del problema como en la aplicación para resolver el problema de la empresa.

La asignación diaria incurre en ahorros de distancia entre el 1,53 % y el 11,41 %, ahorros en tiempo de entre 1,75 % y 20,54 % y un impacto difuso en la flota entre 20,54 % de ahorro y 9,09 % de exceso de flota, respecto a un benchmark compuesto por la optimización de la situación inicial cuando no se consideran herramientas que balanceen la solución. En el caso en que efectivamente se consideran estas herramientas, si bien la distancia se encuentra entre un 4,76 % de ahorro y un 7,65 % de sobre costo respecto al mismo benchmark, la flota disminuye entre 11,18 % y un 26,57 %, mientras los tiempos entre un 7,20 % y un 11,93 %.

*A mis padres, Rafaela y Alex,
a mi hermana Karin, a mis amigos, familiares y profesores.*

Agradecimientos

Este trabajo sencillamente no existiría sin el indispensable apoyo de mis profesores guías Cristian Cortés y Fernando Ordóñez, quienes lideraron el proyecto para la empresa receptora, y cuyo consejo volvió los problemas complejos en enunciados de sentido común, que permitieron la continuidad en el desarrollo de este estudio.

No en menor importancia está el apoyo de SimpliRoute, en particular de Azucena Orellana y Víctor González, quienes ofrecieron su ayuda para la comprensión y ejecución irrestricta del software de la start-up en que trabajan, sin el cual este trabajo no hubiese sido posible. Igualmente a la empresa que motivó este estudio, por la increíble disposición y volumen de datos que lograron proveernos.

Doy gracias finalmente a mi familia, mis padres Alex y Rafaela, mi hermana Karin, junto con mi amiga Mariela, por su apoyo a lo largo de estos años, sin el cual difícilmente me vería en la oportunidad de entregar un trabajo de tesis.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Antecedentes generales	1
1.2. Definición del problema	2
1.3. Metodología	2
1.4. Objetivos	4
1.5. SimpliRoute, herramienta para solución de VRP	6
2. Marco teórico	7
2.1. Revisión de la literatura sobre VRP	7
2.2. Revisión de la literatura sobre PVRP	8
2.2.1. Soluciones basadas en programación matemática	10
2.3. Estimaciones de costos de rutas	13
3. Modelos y algoritmos desarrollados	18
3.1. Desarrollo de modelo exacto	18
3.2. Propuesta de aproximación simplificada	20
3.3. Heurística de PVRP propuesta	21
3.3.1. Estimación de parámetros	21
3.3.2. Modelo de asignación simple	22
3.3.3. Modelo de asignación balanceado	23
3.3.4. Heurística de PVRP	25

4. Validación del algoritmo	27
4.1. Construcción de escenarios	27
4.2. Métricas	28
4.3. Resultados	29
4.3.1. Comparación sin suavizamiento	29
4.3.2. Comparación con suavizamiento	31
5. Aplicación de heurística	33
5.1. Descripción del problema	33
5.2. Descripción del área de estudio	34
5.3. Método	34
5.4. Estimación de costos de operación	35
5.4.1. Asignación de clientes a depots	37
5.4.2. Optimización diaria y construcción de <i>benchmark</i>	39
5.4.3. Aplicación de PVRP	40
6. Conclusión	45
7. Bibliografía	48

Índice de Tablas

4.1. 26 casos, función de comparación simple	29
4.2. Comparación de casos	30
4.3. Selección de 13 mejores muestras	30
4.4. Comparación de casos	30
4.5. Función objetivo balanceada	32
5.1. Resultados cálculo de costo de operación inicial	36
5.2. Resultados optimización operación inicial	39
5.3. Resultados aplicación PVRP sin suavizamiento	41
5.4. Resultados aplicación PVRP con suavizamiento	43

Índice de Ilustraciones

5.1. Reconstrucción de rutas para un día en particular	37
5.2. Resultado de asignación en la Región Metropolitana.	38
5.3. Resultado de asignación en la Región Metropolitana (acercamiento).	38
5.4. Rutas optimizadas según demanda histórica. Acercamiento.	40
5.5. Paradas por día luego de optimización con cluster, recurrencia definida por presencia 4 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.	42
5.6. Volumen en pallets por día luego de optimización con cluster, recurrencia definida por presencia 4 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.	42
5.7. Paradas por día luego de optimización con cluster, suavizamiento, recurrencia definida por presencia 2 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.	43
5.8. Paradas por día luego de optimización con cluster, suavizamiento, recurrencia definida por presencia 2 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.	44

Capítulo 1

Introducción

1.1. Antecedentes generales

Este trabajo nace como un esfuerzo para solucionar el problema de una empresa importante en el rubro de la distribución de alimentos, especialmente proteínas a nivel nacional, desde centros de despacho a clientes finales. El problema propuesto por esta empresa implicaba hallar mejoras potenciales en su distribución, incluyendo una calendarización de las visitas a clientes finales con pedidos regulares.

La dificultad radica en la extensión geográfica y el número de paradas a atender, que pueden fácilmente ascender desde una base de 13.000 a 15.000 clientes, representando unas 30.000 paradas mensualmente -considerando su frecuencia de servicio-, distribuidos en la superficie de la Región Metropolitana, con una flota que se contrata mes a mes. Considerando esto, el enfoque de armado de rutas diarias cuyos requerimientos son entregados por el área de ventas en rutas no optimizadas podría estar incurriendo en gastos excesivos. Se desea comparar esta operación con un escenario de ruteo que sea planificable que incorpore un armado económico del calendario de paradas.

Si a dicha dificultad se agrega que la empresa maneja alrededor de 1.000 SKU diferentes, una base de alrededor de 14.000 puntos de venta -de los cuales 13.500 realizan pedidos a nivel semanal- a los que acceden con 3 tipos de vehículos: camiones refrigerados, camiones frigoríficos y camionetas para despacho a zonas inaccesibles para vehículos grandes o pesados -sea por motivos de tamaño, peso o seguridad de la operación en las llamadas zonas rojas-, es posible encontrar más de una dirección de mejora. Un análisis preliminar evidenció ineficiencias en la asignación original, al hallarse clientes atendidos el mismo día por vehículos distintos.

El tamaño del problema de ruteo de vehículos periódico descrito arriba hace compleja la obtención de soluciones óptimas, por lo que se consideró aproximaciones al costo de transporte al momento de determinar que clientes son atendidos en que día. Esto permite, por un lado, volver el problema de asignar visitas diariamente en algo abordable, y por otra parte elimina la complejidad de calcular explícitamente el costo implícito de transporte: cada combinación representa un precio final, que puede responder de forma discontinua al agregar o quitar un

cliente de cada día. Se propone entonces una separación del problema de ruteo de vehículos periódico en el que se usa un modelo de asignación con costos aproximados para determinar la frecuencia de visitas a clientes y se determinan las rutas diarias utilizando algoritmos heurísticos de ruteo de vehículos comerciales.

En simultáneo, se revisa el reparto de la base de clientes entre sus centros de distribución, dado que la inicial se basó en divisiones administrativas de la ciudad a nivel comunal. Determinar un costo óptimo de distribución desde centros de distribución a clientes finales permitirá evaluar la mejor manera de aprovechar la instalación de un nuevo centro de distribución, de mayores capacidades y que no discriminara por el tipo de producto a almacenar.

1.2. Definición del problema

El problema, planteado como minimización de costos, busca la mayor reducción de costos de transporte desde bodegas a clientes, considerando además el costo de contratación de máquinas para realizar dicho transporte y el costo organizacional que representa el ruteo diario. En particular este último punto se aborda desde el reconocimiento de una fracción relevante de pedidos frecuentes, ya sea desde pedidos diarios a pedidos semanales en el horizonte mensual.

Para abordar el problema anterior, se buscará resolver un PVRP (*Periodic Vehicle Routing Problem* por sus siglas en inglés). La inclusión de ventanas horarias y capacidades lo transformaría en un TW-C-PVRP (*Time window capacitated PVRP*), para hacer un uso adecuado de la taxonomía de esta familia de problemas.

Dada la cantidad de clientes que se debe enfrentar y la naturaleza táctica del problema (número e identidad de clientes sigue siendo variable), se espera que el problema pueda responder con suficiente rapidez, de modo que sirva como insumo para la planificación mensual y contratación de flota, respetando restricciones del negocio como la necesidad que cada cliente sea atendido por despachos de un solo centro de distribución. La solución debe ser capaz de entregar ahorros significativos a la empresa, ser factible en el uso de capacidades y ventanas horarias y además ser estable en la distancia a la solución óptima.

1.3. Metodología

Condensando lo anterior, se busca resolver un TW-C-PVRP, para evaluar y hallar oportunidades de mejora a nivel cuantitativo en un actor logístico relevante para la Región Metropolitana. La naturaleza económica del problema y la disponibilidad de datos permiten que se realicen las comparaciones cuantitativas y que se enfrente el problema en el contexto del modelamiento matemático. Para llegar a la comparación hay que construir dos instancias: la referencia o *benchmark* y la propuesta de mejora.

En lo que respecta a *benchmark*, haciendo uso de la historia de las rutas realizadas durante un año de ejecución y la información de clientes, se proponen 2 escenarios: el primero

corresponde a la reconstrucción de la información de distancias recorridas y tiempos en ruta, mientras el segundo responde a la optimización diaria de dichas distancias.

La reconstrucción es dependiente de los datos de los recorridos en vehículos, y el *compliance* de las rutinas de reparto, en las que se debe reportar paradas y embalajes entregados en dichas paradas. Un problema es que, con el fin de mejorar los tiempos de entrega en terreno, se reportan entregas en un momento diferente al cual se realizó la entrega misma. Por lo tanto es imprescindible detectar entregas anómalas, y también reconstruir las rutas y optimizarlas, para disponer de una cota inferior sobre la cual no se haya podido operar mejor dadas las promesas de entrega. Mientras tanto, la proyección de demanda -considerada dato en el problema- sólo es válida dentro de los supuestos de dicha proyección y una suerte de estabilidad geográfica de conjuntos agregados de clientes (es decir, que el cambio es homogéneo entre zonas, y puede extrapolarse entre los clientes existentes en el año base).

Para alimentar los modelos de la información requerida y construir el benchmark, se revisó información histórica, tal como se había mencionado. Esta información correspondía a las visitas a cada cliente obtenida por la empresa, junto con el contenido de cada pedido en SKU, por lo que se debió entregar conjuntamente una tabla con pesos y volumen de embalajes. Junto a ello, se dispuso una lista de clientes con restricciones de vehículos y sus ventanas de recepción de pedidos. También la flota contratada mes a mes, con un identificador único.

Estos datos deben ser validados, para posteriormente ejecutar correcciones a ubicaciones imprecisas y filtrado de sistemas de reparto independientes del principal, donde esto último se descompuso en un principio entre identificar las rutas realizadas por vehículos en sistemas independientes, estimar de forma manual -fijando un número máximo en función de la carga en kilogramos por minuto entregada- y luego automático para comparar -con árboles de clasificación-, hasta la confirmación de que los vehículos realizaban de forma exclusiva estos viajes, simplificando la exclusión.

Con respecto a las correcciones, deben ser realizadas en base a conocimiento individual de los casos (fila por fila), acompañado de verificaciones en servicios de ubicación abiertos como Google Maps y comparaciones con datos de otros períodos de tiempo. En los casos en que se pudiese identificar direcciones y paradas correctamente, dado el volumen se utilizó GeoCode para georreferenciar de forma automática. Todo con el fin de formar una base única que consolide la información recabada.

En lo que respecta a propuesta de mejora, se buscará resolver un PVRP general, para el que se consideraron 2 enfoques: descomponer el problema entre asignación y VRP, o bien resolver directamente el PVRP. En ambos casos -incluso fuera del contexto de resolución exacta- se requiere resolver un VRP en varias ocasiones, o al menos resolver un método de descomposición de columnas.

El foco principal de esta tesis se concentra en encontrar una manera razonable de separar el problema de asignación (*scheduling*) del de ruteo (VRP), utilizando aproximaciones al costo de resolver el VRP de manera inteligente, y aprovechando el estado del arte en desarrollos de VRP que permitan incorporar en esta etapa las ventanas de tiempo y la capacidad.

Para desarrollar el modelo se requiere de algún *solver* o librería dedicada a la optimización lineal, y una muestra cuantitativa de los costos de realizar un viaje en la zona de estudio,

un detalle de las capacidades y clasificación de los vehículos disponibles, y una descripción de los clientes en tanto ubicación geográfica, demanda proyectada y frecuencia mensual de pedidos.

En una primera etapa, considerando las dimensiones del problema, se propondrá un método de aproximación al costo de ruta en una zona, donde lo variable será la cantidad de clientes y su ubicación, y lo fijo serán parámetros de ajuste a las distancias, dependientes de la tesselación y otras características de la superficie a estudio, como se expone en la sección 2.3.

Esta aproximación se volverá más precisa en la medida que represente un gran volumen de paradas, por lo que, dada la función, la siguiente etapa es la calibración de la misma con datos de rutas optimizadas en esas zonas, o en su defecto usar parámetros que hayan sido desarrollados para las métricas utilizadas (como la distancia *Manhattan* o L1, o bien distancias euclidianas).

En tercer lugar es necesario desarrollar un modelo de asignación que tome la información de la cantidad de clientes y su ubicación, para establecer el día de su visita, junto a las restricciones de frecuencia, capacidad y las que resulten necesarias para resolver el VRP de forma aproximada, y le den sentido al PVRP.

Finalmente, la ejecución del modelo de asignación entregará un calendario semanal de visitas a clientes, que debe incorporarse junto a los elementos sin frecuencia -dígase, diarios o los llamados aleatorios por no tener ninguna frecuencia registrada- y rutearse en un VRP día por día. Estas rutas nos permitirán obtener las distancias y tiempos en las mismas, para comparar con el benchmark descrito al inicio y entregar recomendaciones basadas en elementos cuantitativos.

Para el servicio de ruteo deben hacerse consideraciones adicionales, como la segmentación manual de pedidos que excedan la capacidad máxima transportable por sólo un vehículo, y la adaptación de restricciones a capacidades. Para establecer los tiempos de servicio de cada parada, se obtuvo el resultado de un análisis previo, que distribuía en función del peso del embalaje la cantidad de minutos por parada. Sin embargo, para obtener los pesos se necesitó una tabla que convirtiese los envalajes por SKU en peso y, en los casos de SKU no registrados se imputaría el peso medio del embalaje.

Con fin de evaluar la efectividad del modelo propuesto, se debe construir además un modelo exacto del problema de PVRP que, junto con las instancias de prueba que permitan validar el método de solución propuesto para asignación. Para ello se considerarán escenarios con diferente distribución de clientes, que serán evaluados por el valor final de cada modelo o alguna cota inferior del valor a obtener.

1.4. Objetivos

En este trabajo se busca obtener una solución modular para resolver problemas de ruteo periódico de vehículos de gran escala, ya sea por la cantidad de detenciones como por el tamaño de la flota de vehículos, de manera que pueda ser fácilmente ensamblada a los

algoritmos de ruteo genéricos y comerciales disponibles.

Para cumplir con el cometido principal, se distinguen 3 tareas: desarrollo, validación y aplicación del algoritmo; donde cada etapa tiene un foco diferente. El desarrollo del algoritmo se basa en la coordinación de la literatura en pos de conseguir un diseño final consumible: un algoritmo de scheduling que incorpore nociones de ruteo; la validación del mismo trata de estimar la medida de éxito de dicho diseño, mientras la aplicación está más orientada a la recolección de datos y la toma de decisiones dada la herramienta y una estimación de sus alcances y limitaciones.

Desarrollo de algoritmo

Seleccionar de modo de resolución: la primera etapa corresponde por necesidad a la revisión bibliográfica y un análisis comparativo de las bondades de los modelos existentes, con el fin de escoger un foco adecuado que, como se ha comentado en la sección Definición del problema, debe permitir la resolución lo bastante rápido para ser insumo de la planificación mensual.

Aproximar costos: dado el modo de resolución seleccionado, que separa la asignación del ruteo de vehículos, se requiere un modelo de aproximación de costos de viaje basado en ubicaciones y métricas, que podrá ser ajustado a las necesidades del cliente y las dificultades de desarrollo, entre otros posibles escenarios de cambio. Entre estos escenarios de cambio, la aproximación debe ser calibrada a los datos de la ciudad donde se ejecutará (en este caso, la Región Metropolitana).

Modelar asignación de paradas a días: la siguiente etapa es establecer el modelo y las restricciones que definan la etapa de asignación, como recurrencias en la demanda y recurrencias del tiempo en el modelo, embellecimiento basado en predilecciones del usuario final.

Incluir ruteo de vehículos: Esta etapa se da por cerrada al incluir como etapa posterior a la asignación el ruteo de los vehículos, dado el calendario de visitas programadas mensuales.

Validación del algoritmo

Este algoritmo resultará en una simplificación que permita que su tiempo de ejecución permita en tiempo razonable su uso para planificación. Sin embargo, es importante tener una noción de cuál es el costo de esta simplificación en términos de oportunidades de ahorro desperdiciadas.

Diseñar modelo ideal: la validación requiere el diseño e implementación de un modelamiento que permita encontrar la asignación y ruteos eficientes, capaz de hacer uso de la misma información entregada al algoritmo orientado al uso convencional.

Crear instancias de prueba: dadas las dimensiones el problema original, y la dificultad para encontrar la solución óptima a este problema, se debe realizar instancias de prueba que entreguen nociones de la medida de error, y ser ejecutadas para obtener valores óptimos o

cotas inferiores a dicho valor.

Estudiar naturaleza de errores: este error no sólo puede medirse en estadísticos generales, sino que puede estudiarse sus componentes según la etapa que participa en la resolución del algoritmo. Junto a ello, considerando nuevamente las dimensiones de los problemas que se busca resolver, en muchas ocasiones no se dispondrá de una familia de soluciones óptimas, sino que simplemente de cotas inferiores respecto a las que se pueda obtener una impresión de la distancia -y por ende, costos- inducida por la respuesta del algoritmo.

Aplicación real

Estimar costos base y proyectar: dada la información de paradas de vehículos y la información georreferenciada de las mismas paradas, se requiere establecer el benchmark, con el fin de tener una idea del impacto de las mejoras a proponer. Considerando la aplicación futura, se considerará un escenario proyectado de los volúmenes que se espera entregar al año posterior a los datos.

Estimar ahorros por ruteo simple: con el fin de establecer un margen de mejora por asignación, se preparará un ruteo eficiente considerando la asignación original de días y se recolectará información que describa a nivel general el desempeño de este escenario.

Estimar ahorros por algoritmo de PVRP: finalmente, se revisará la asignación y se utilizará la misma estrategia de ruteo, a fin de conseguir los mayores ahorros posibles en términos de distancia. Adicionalmente es posible considerar variaciones al modelo original, como es el caso del ruteo con balanceo de cargas.

1.5. SimpliRoute, herramienta para solución de VRP

Para el desarrollo de este trabajo se contó con el apoyo de las herramientas para ruteo de vehículos de SimpliRoute. Sus algoritmos resuelven el problema de ruteo de vehículos con algoritmos *greedy* de construcción de rutas, con posterior reemplazo e inserción. También desarrollaron un servicio para usuarios de gran escala, llamado *BigVRP*, que realiza una partición de los posibles itinerarios para trabajarlos en paralelo. SimpliRoute se desarrolló con apoyo del Instituto de Sistemas Complejos de Ingeniería (ISCI) en 2014, y hoy tiene presencia en 26 países, con más de 700 clientes y un equipo de 90 personas.

El proceso inicia con la carga de datos de paradas, posteriormente se agrega la información de vehículos para finalizar con la optimización dentro de ese día. Se puede agregar clasificaciones de paradas y vehículos en forma de *skills*, hasta 2 ventanas de tiempo por parada, turnos para conductores, 3 tipos de capacidades, minimización de vehículos, autclasificación de paradas, entre otras características.

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Revisión de la literatura sobre VRP

Se conoce como problema de ruteo de vehículos (VRP por sus siglas en inglés) a los problemas que involucran el diseño óptimo de rutas para una flota de vehículos, que sirven a clientes bajo ciertas restricciones. Entre las variantes que aborda esta familia de problemas existen los capacitados (CVRP) que disponen de flotas con limitaciones en la cantidad de clientes que pueden servir, como por ejemplo, el volumen de la carga demandada. Otra variante conocida es la que involucra ventanas de tiempo (TWVRP), donde los clientes sólo pueden ser atendidos en un horario específico. Existen más variantes, además de combinaciones entre sí que proveen de mayor cantidad de realismo a los problemas (Baldacci y Roberti, 2012).

Existen variadas heurísticas que resuelven estos problemas, ya sea de forma exacta o aproximada. El problema capacitado dispone de algoritmos como Branch and Cut: algoritmos que resuelven problemas basados en relajaciones lineales, dispuestas como particiones de una región factible, enumerando las soluciones de las mismas en un árbol -de ahí el nombre Branch, en tanto ramas del mismo-, y refinando las particiones que resulten fraccionales con planos cortantes -de ahí el nombre cut-; y Set-Partitioning (enumerado de rutas, y se busca una en particular que domine las cotas inferiores generadas en el dual) que resuelven el problema de forma exacta con mayor tasa de éxito que otras opciones, como Set-Covering. También involucra heurísticas del tipo constructivas como savings de Clarke-Wright, otras de mejora, en las que se resuelve el problema del vendedor viajero (TSP) y luego se realizan post-optimizaciones, otras de mecanismos de poblado, como algoritmos genéticos y meméticos. El aprendizaje puede basarse en redes neuronales o en la idea de algoritmos tipo hormiga. Otros dependen de búsquedas Tabú, o son evolutivos y han sido estudiados profusamente durante la década del 2000 (Laporte y Vidal, 2014).

Respecto a las versiones de ventanas horarias, métodos exactos se pueden encontrar normalmente basados en algoritmos de Set-Partitioning (Kallehauge, 2008), donde se incorporan cotas inferiores construídas a través de árboles y spanning-trees, o bien a partir de rutas y generación de columnas, sobre relajaciones de Dantzig-Wolfe que separen el problema original,

donde la restricción que quede en el problema maestro depende del enfoque tomado.

Una nota respecto al modelamiento del VRP con ventanas horarias se puede hallar en (Yuan, Cataruzza, Ogier, y Semet, 2020), donde se modifican las restricciones del tipo Miller-Tucker-Zemlin, con el fin de agregar un tipo particular de plano cortante que, si bien puede eliminar soluciones óptimas, no las elimina todas. Esto puede ser interesante si se considera que, al existir una solución óptima para este problema, atender la parada i perturbando la solución por δt puede seguir siendo una solución óptima que cumpla con las ventanas de tiempo.

El modo en que se realiza esta modificación es a través de un método llamado *alzamiento de restricciones* (lifting), donde se agrega desigualdades llamadas *superválidas* (SVIs) que no eliminen la totalidad de las soluciones óptimas al problema original. La desigualdad propuesta es:

$$u_i - u_j + Mx_{ij} + h_{ij}x_{ji} \leq M - t_{ij} \quad (2.1)$$

Con alzamiento

$$h_{ij} = M - t_{ij} + a_j - b_i, \quad (2.2)$$

Donde las variables x_{ij} indican el orden de visita de forma binaria, u_i representan el momento en que se visitan en unidades acorde al parámetro t_{ij} , que representa el tiempo que toma conectar i con j , teniendo en cuenta las ventanas de tiempo inferiores a_i y superiores b_i .

2.2. Revisión de la literatura sobre PVRP

La recolección de la literatura asociada al *Problema de ruteo periódico de vehículos* (o *PVRP* por sus siglas en inglés) inicia con el trabajo de Francis, Smilowitz y Tzur (Francis, Smilowitz, y Tzur, 2008), que ofrecen una mirada a la historia y la taxonomía del problema. La definición formal del *PVRP* se remonta a Russell e Igo (R. Russell y Igo, 1979), en un artículo dedicado a la asignación de clientes en un horizonte semanal, con el objetivo de hallar combinaciones de días para una frecuencia dada.

El problema se define por un grafo $G = (V, E)$, de nodos, cuyos arcos son de coste conocido $c_{ij}, \forall (i, j) \in E$, un horizonte de planificación de $|T|$ períodos, con $t \in T$, un *depot* o partida (por defecto el nodo $i = 0$, y $V \setminus \{0\}$ los clientes), que debe satisfacer una demanda d_i en sus paradas, que aparecen con frecuencia f_i , y deben ser atendidos por alguno de los vehículos $k \in K$, de capacidades CAP_k .

Con todo lo anterior se debe hallar una asignación de nodos de clientes a días, lo que se llamará calendario o *schedule*, de tal manera que cada nodo es visitado la cantidad de veces requerida por su frecuencia. Además, se debe encontrar una ruta u orden de visita de los clientes para cada día de visita, minimizando los costes totales de operación.

Christofides y Beasley(Christofides y Beasley, 1984), proponen que minimizar la distancia radial a un centro en un ruteo de vehículos simple (*VRP* por sus siglas en inglés) tiene una relación monótonica a la minimización de distancia recorrida, conjuntamente a la minimización de la distancia recorrida por un vendedor viajero, debiendo también resolver dicho problema (*TSP* por sus siglas).

Tan y Beasley(Tan y Beasley, 1984) resumen resultados anteriores, y utilizan una métrica del costo total d_{ikt} de visitar a un cliente i con el vehículo k el día d , pero proponen para su solución una versión agregada D_i^t que representa a cualquier vehículo que agregue en su itinerario del día t al cliente i .

En su modelo definen R como el número de combinaciones posibles de itinerarios de entrega en el horizonte de tiempo, es decir, el calendario, S_i son los calendarios disponibles para una parada i , q_i la cantidad demandada en ese nodo, Q_k la capacidad de un vehículo k , una medida d_{ikt} de contribución de i a la ruta de k el día o período t y D_{it} una reducción de la misma al homologar los vehículos. Siendo además a_{rt} una indicatriz de si el calendario r incluye el período t , definen a x_{ir} como la decisión binaria de incluir la parada i en el calendario r , y también la decisión y_{ikt} para establecer si la parada i se integra en la ruta del vehículo k en el período t .

Se formula el PVRP como:

$$\text{mín} \quad \sum_{i \in N} \sum_{t \in T} \sum_{r \in S_i} D_{it} a_{rt} x_{ir} \quad (2.3)$$

$$s.a \quad \sum_{r \in S_i} x_{ir} = 1 \quad \forall i \in N \quad (2,3a)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{r \in S_i} q_i a_{rt} x_{ir} \leq \sum_{k \in K} Q_k \quad \forall t \in T \quad (2,3b)$$

$$x_{ir} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall r \in S_i \quad (2,3c)$$

La manera en que se resuelve este problema es: primero resolver la relajación lineal, y luego redondear las soluciones que no sean enteras, ordenándolas por el valor obtenido en la primera etapa, y verificando que no se haya asignado previamente una parada a otro calendario (en ese caso, redondear a 0). Todas las paradas sin asignar se cargan a los vehículos más cargados con capacidad disponible, de forma descendente.

Las heurísticas para solucionar el problema que se han propuesto son del siguiente tipo:

1. Fijar los clientes de frecuencia diaria, luego asignar a días los clientes restantes ordenados por frecuencia descendente y distancia al depot, propuesto por Russell e Igo(R. Russell y Igo, 1979)
2. Incorporación simultánea del ruteo en la asignación, modificando algoritmos de solución para el VRP, también propuesto por Russell e Igo(R. Russell y Igo, 1979)
3. Modificaciones al algoritmo de *savings* de Clarke-Wright(Clarke y Wright, 1964)
4. Relajación de métricas de distancia exactas por mediana de Christofides y Beasley(Christofides y Beasley, 1984)

5. Solución por etapas asignando primero a días y luego mover clientes entre vehículos para disminuir costos, también usada por Tan y Beasley(Tan y Beasley, 1984)
6. Uso de una ruta inicial usando una aproximación de la red, con tres etapas de especificidad, partiendo por mejoras usadas por Christofides y Beasley(Christofides y Beasley, 1984), siguiendo por aplicar la misma idea a nivel de ruteo, y un programa entero al final para refinar, siendo el proceso diseñado por Russell y Gribbin(R. A. Russell y Gribbin, 1991)

Entre las metaheurísticas, diseñadas para evitar mantenerse alrededor de óptimos locales, se puede contar:

1. Chao, Golden y Wasil(Chaoand, Golden, y Wasil, 1995) desarrollan una relajación de la capacidad de los vehículos, asignando primero a días y luego minimizando la carga diaria, para finalizar evaluar movimientos de clientes entre calendarios preestablecidos
2. Cordeau, Gendreau y Laporte(Cordeau, Gendreau, y Laporte, 1997) modifican una búsqueda Tabú, usando mejoras de ruta específicas de los autores, aunque fundamentalmente no hacen cambios a las técnicas que ya eran específicas al PVRP, con una función objetivo que combina el costo de viaje y penalizaciones de capacidad.
3. Drummond, Ochi y Vianna(Drummond, Ochi, y Vianna, 2001) combinan conceptos de algoritmos genéticos y heurísticas de búsqueda local, resultando en una heurística con mecanismo de población en *threads* en paralelo. Un cromosoma en uso dicta el día en que un cliente es visitado, y el nivel de ajuste representa el costo de viaje resolviendo VRPs para cada día usando el método de Clarke y Wright(Clarke y Wright, 1964).

2.2.1. Soluciones basadas en programación matemática

El primer método a revisar es de Mourgaya y Vanderbeck(Mourgaya y Vanderbeck, 2006), quienes proponen una heurística basada en generación de columnas, priorizando la resolución de un problema táctico, donde primero se busca asignar clientes a días y clientes a vehículos, para luego, en una segunda optimización donde se puede reconsiderar las asignaciones iniciales, optimizar las rutas. La razón tras esto es la naturaleza táctica del horizonte del problema que buscan resolver, junto con la posibilidad de abordar problemas de gran envergadura. Además del costo como distancia entre paradas, se considera un costo de cluster (construido a partir de la distancia entre paradas).

El problema táctico que proponen se describe a continuación. Sea x_{itk} la variable binaria que representa si el cliente i es visitado en el periodo t por un vehículo k de los V disponibles para un cluster C , compuesto por una partición del total de paradas bajo criterios euclidianos. La variable y_{ijt} que describe el uso de arcos (i, j) en el grafo, y sea también z_{is} otra variable binaria que representa si se ha escogido el calendario s para el cliente i . La distancia o cualquier otro costo para usar un arco entre paradas es c_{ij} , y reiterando la calidad de s como calendario, la demanda por parada se describe como d_i , y se considera también el parámetro s_t como indicatriz de que el calendario s usa un período t en su conformación.

$$\text{mín} \quad \sum_{t \in T} \sum_{i,j \in E} c_{ij} y_{ijt} \quad (2.4)$$

$$s.a \quad \sum_{s \in S_i} z_{is} \geq 1 \quad \forall i \in C \quad (2.4a)$$

$$\sum_{k=1}^{|V|} x_{itk} - \sum_{s \in S_i} s_t z_{is} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (2.4b)$$

$$x_{itk} + x_{jtk} - y_{ijt} \leq 1 \quad \forall i, j \in E \forall t \in T \forall k \in V \quad (2.4c)$$

$$\sum_{i \in C} d_i x_{itk} \leq W \quad \forall k \in V \forall t \in T \quad (2.4d)$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \{0, 1\}^n \quad (2.4e)$$

La restricciones (2.4a) fuerzan la asignación de algún escenario para cada parada, (2.4b) establecen la frecuencia de cada día del escenario mientras aseguran que, de ser seleccionado dicho escenario, se respete. (2.4c) relaciona las variables x e y , (2.4d) limita la carga por vehículo y, finalmente, (2.4e) define la naturaleza binaria de las variables.

Esta formulación, tal como describen los autores, tiene 2 debilidades: una relajación lineal débil y con simetrías inducidas por la diferenciación de vehículos $k \in V$. Entiéndase por débil que, una vez realizada la relajación lineal, el espacio factible contiene restricciones cercanas a puntos enteros, disminuyendo la probabilidad de resultados fraccionarios, tal como se puede apreciar en el problema anterior, ya que carece de variables o restricciones lineales.

A continuación se muestra el problema maestro propuesto por los autores que busca, a través de la descomposición de Dantzig-Wolfe, cotas duales fuertes desde (2.4a) y (2.4b). Sea Q el conjunto de clusters que pueden ser asignados a un vehículo k , donde x_{iq} será una indicatriz para cuando la parada i está en el cluster q , en consecuencia,

$$Q = \{x \in \{0, 1\} : \sum_{i \in C} d_i x_i \leq W\}$$

Sea también c_q el costo asociado al cluster q , que será entendido como:

$$c_q = \sum_{i,j \in E} c_{ij} y_{ij}(x^q)$$

donde $y_{ij}(x^q)$ es una selección de vectores que satisfacen la restricción (2.4c) para las paradas $i \in C$ de tal manera, que $x_{.tk} = x^q$. Así, el problema maestro queda:

$$\text{mín} \quad \sum_{t \in T} \sum_{q \in Q} c_q \lambda_q^t \quad (2.5)$$

$$s.a \quad \sum_{s \in S_i} z_{is} \geq 1 \quad \forall i \in N \quad (2,5a)$$

$$\sum_{q \in Q} x_i^q \lambda_q^t - \sum_{s \in S_i} s_t z_{is} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (2,5b)$$

$$\sum_{q \in Q} \lambda_q^t \leq V \quad \forall t \in T \quad (2,5c)$$

$$\lambda_q^t \in \{0, 1\} \quad \forall q \in Q, \forall t \in T \quad (2,5d)$$

$$z_{is} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall s \in S \quad (2,5e)$$

Donde λ_q^t representa la decisión de asignar el cluster q a algún vehículo en el período t .

Para resolver problemas de mayor dimensión, utilizan el enfoque de generación de columnas dinámico, inicializando el problema maestro con algunas columnas y variables asociadas (posiblemente columnas artificiales). En cada iteración el problema se resuelve a optimalidad, el dual π_{it} se utiliza para valorar las columnas (tantas como períodos hayan) que aún no ingresan, buscando la misma con menor costo reducido en el problema que se presenta a continuación:

$$\xi^t(\pi) = \min \sum_{(i,j) \in E} c_{ij} y_{ij} - \sum_{i \in N} \pi_{it} x_i \quad (2.6)$$

$$s.a \quad x_i + x_j - y_{ij} \leq 1 \quad \forall (i, j) \in E \quad (2,6a)$$

$$\sum_{i \in N} d_i x_i \leq W \quad (2,6b)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall t \in T \quad (2,6c)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in E \quad (2,6d)$$

Donde y_{ijt} es una variable que evalúa si i y j están en el mismo cluster en t , y d_i es un parámetro de demanda por servicio, donde la capacidad de los vehículos es idéntica e igual a W .

El segundo método a revisar fue propuesto por Francis, Smilowitz y Tzur (Francis, Smilowitz, y Tzur, 2006), que resuelve el PVRP como un caso especial del PVRP-SC (*Periodic VRP with Service Choice*, es decir, siendo la frecuencia de atención una variable de decisión). Se basa en calendarios prefabricados (para reducir la dimensión del problema).

El problema dispone de dos variables de decisión: x_{ijk}^d , que representa el uso del arco (i, j) con el vehículo k el día d , e y_{ik}^s que representa si el cliente i es visitado por el vehículo k en el calendario s . El modelo se presenta en (2.7).

$$\min_x \sum_{k \in K} \left[\sum_{d \in D} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ijk}^d + \sum_{s \in S} \sum_{i \in N_c} \gamma^s \tau_i^s y_{ik}^s - \beta \sum_{s \in S} \sum_{i \in N_c} W_i \alpha^s y_{ik}^s \right] \quad (2.7)$$

$$s.a \quad \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \gamma^s y_{ik}^s \geq f_i \quad \forall i \in N_c \quad (2.7a)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{k \in K} y_{ik}^s \leq 1 \quad \forall i \in N_c \quad (2.7b)$$

$$\sum_{s \in S} \sum_{i \in N_c} w_i^s a_{sd} y_{ik}^s \leq C \quad \forall k \in K, \forall d \in D \quad (2.7c)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijk}^d = \sum_{s \in S} a_{sd} y_{ik}^s \quad \forall i \in N_c, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (2.7d)$$

$$\sum_{j \in N} x_{ijk}^d = \sum_{j \in N} x_{jik}^d \quad \forall i \in N_c, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (2.7e)$$

$$\sum_{i,j \in Q} x_{ijk}^d \leq |Q| - 1 \quad \forall Q \subseteq N_c, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (2.7f)$$

$$y_{ik}^s \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N_c, \forall k \in K, \forall s \in S \quad (2.7g)$$

$$x_{ijk}^d \in \{0, 1\} \quad \forall (i, j) \in A, \forall k \in K, \forall d \in D \quad (2.7h)$$

Donde (2.7) es una función objetivo por costo de viaje y utilidad asociada a una parada, (2.7a) asegura que la frecuencia de cada cliente se cubra, (2.7b) asigna a cada cliente a sólo un calendario, (2.7c) es una restricción de capacidad, (2.7d) relaciona las variables, (2.7e y 2.7f) representan la conservación de flujo y eliminación de subtours, mientras que (2.7g y 2.7h) son la naturaleza de las variables.

2.3. Estimaciones de costos de rutas

Para obtener el costo de una ruta de manera económica en términos de recursos computacionales, basta con tener una noción general del valor al que se acercan dadas variables agregadas como distribución, y distancias asociadas a la distribución. Con esa idea, Daganzo desarrolla un conjunto de aproximaciones del valor óptimo basado en distancia de un tour donde existe un depot y un conjunto de clientes con ubicaciones conocidas.

En el capítulo 4 de su libro (Daganzo, 2005), Daganzo plantea que, para el caso de un depot, N clientes distribuidos en una región \mathbf{R} con ley $f(\cdot)$ y ausencia de transbordos, la cantidad de paradas en una subregión $\mathbf{A} \in \mathbf{R}$ es aproximadamente:

$$\int_{x \in \mathbf{A}} N f(x) dx \quad (2.8)$$

Y mientras $f(x)$ se mantenga relativamente constante sobre \mathbf{A} (\mathbf{A} pequeño), dicho número sería similar a:

$$N f(x_0) A \quad (2.9)$$

con x_0 un punto cualquiera en \mathbf{A} , y A su área correspondiente.

Para un conjunto de vehículos de capacidades uniformes, el autor consideró que las magnitudes relevantes para minimizar las distancias recorridas dependen de N y C^2 , donde C representa la cantidad de paradas en el tour de un vehículo cualquiera. Nos interesa el caso en que la cantidad de clientes es tal, que resulta importante agregar clientes y no despachar de a uno, es decir, el caso $N \gg C^2$.

En este caso, el hallazgo es que, sea $\delta(\mathbf{x})$ la densidad espacial de un punto, evaluada en alguno dentro de un "distrito de entrega" (i.e. una segmentación $\mathbf{A} \in \mathbf{R}$), $\delta(\mathbf{x}) = Nf(\mathbf{x})$.

Ahora bien, si se considera la región \mathbf{R} de área $|\mathbf{R}|$ como un espacio bidimensional, en el que las paradas se generan a través de un proceso estocástico homogéneo de tasa δ tal que $\delta = \frac{N}{|\mathbf{R}|}$, Daganzo muestra que para un área fija de forma fija (independiente de la forma):

$$\frac{d_{TSP}}{N} \xrightarrow[N \rightarrow \infty]{R \rightarrow \infty} k\delta^{-\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

La constante k depende de la norma usada para medir distancias y es idéntica sin importar la forma del área. Para puntos esparcidos aleatoriamente, se ha encontrado áreas rectangulares relativamente independientes a la métrica que se use o a la red subyacente, estando orientadas al *depot*. Estas medidas son:

$$\text{Ancho de la zona} \approx (6/\delta)^{\frac{1}{2}} \quad (2.11)$$

$$\text{Largo de la zona} \approx C/(6/\delta)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

Notar que para δ bastante grande, la forma que tomarán las zonas se acerca a una vía larga y angosta, como una sola calle. Respecto a la orientación, se sugiere que para métricas *Manhattan* o $L1$ la orientación sea perpendicular a contornos equidistantes según esta norma. En el caso euclidiano, que se prefieran áreas inscritas en círculos concéntricos, y así según la norma que se prefiera.

Sean C puntos que visitar en cada zona, para visitar aquellos en la zona que contenga al punto \mathbf{x}_0 se debe recorrer una distancia

$$\text{Distancia en tour}(\mathbf{x}_0) \approx 2\bar{r} + [k\delta^{-1/2}(\mathbf{x}_0)](C - 1) \quad (2.13)$$

Con \bar{r} la distancia promedio de los C puntos al *depot* en un camino mínimo, y k es una constante carente de dimensiones, que demostró toma valores $k \approx 0,82$ para una distancia $L1$, y $k \approx 0,57$ para una distancia euclidiana. Así, el primer término de (2.13) representa una aproximación a la distancia al *depot*, mientras el segundo representa la distancia para recorrer los C puntos de la zona, saltando el retorno al punto inicial y regresar directamente al *depot* ($C - 1$).

Así, podemos obtener una noción de la distancia que se recorre para visitar el punto x_i :

$$\text{Distancia}(x_i) \approx \frac{2r_i}{C} + k\delta^{-1/2}(x_i) \quad (2.14)$$

Y por consiguiente la distancia en la totalidad de la región \mathbf{R} sería de la forma:

$$\frac{2}{C} \sum_i r_i + k \sum_i \delta^{-1/2}(x_i) \quad (2.15)$$

Y para N lo bastante grande se pueden reemplazar las sumas por integrales sobre todo \mathbf{R} , recordando su distribución espacial $\delta(\mathbf{x})$, obteniéndose como expresión de la distancia total:

$$\int_{\mathbf{R}} \left[\frac{2r(\mathbf{x})}{C} + k\delta^{-1/2}(\mathbf{x}) \right] \delta(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.16)$$

Si A es infinitesimalmente pequeño, entonces usando (2.9) y reemplazando $\delta(\mathbf{x})d\mathbf{x}$ de (2.16), se puede obtener:

$$\int_{\mathbf{R}} \frac{2N}{C} r(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + kN \delta^{-1/2}(\mathbf{x}) f(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.17)$$

Que corresponde a la suma de los valores esperados de r y $\delta^{-1/2}$. Asumiendo una densidad δ uniforme, entonces $\mathbb{E}[\delta^{-1/2}(\mathbf{x})] = \left(\frac{N}{|\mathbf{R}|} \right)^{-1/2}$. La distancia total de Daganzo(Daganzo, 2005) se puede expresar entonces como:

$$\text{Total distance} \approx N \frac{2\mathbb{E}[r]}{C} + k\sqrt{|\mathbf{R}|N} \quad (2.18)$$

Figliozzi(Figliozzi, 2009) propone una alternativa que generaliza la distancia recorrida para una cantidad de rutas definidas m del tipo:

$$\text{Distancia total} \approx 2m\mathbb{E}[r] + \hat{k} \frac{n-m}{n} \quad (2.19)$$

Mientras en Bramel et al.(Bramel, Coffman, Shor, y Simchi-Levi, 1992) se estudia este problema a nivel probabilístico, indicando que, para el problema capacitado (C-VRP), la distancia converge de la siguiente manera:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{CVRP(n, \kappa)}{n} = 2\gamma_\kappa \mathbb{E}[r] \quad (2.20)$$

Donde κ representa la distribución de probabilidad de hallar un punto con capacidad en un plano, γ_κ corresponde al límite al infinito de la razón entre la cantidad óptima de bins capaces de contener la demanda por volumen (en este caso, vehículos) de Rhee y Talagrand(Rhee y Talagrand, 1987) y la cantidad de objetos (en este caso, paradas). Este límite se describe como sigue:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b^*}{n} = \gamma_\kappa \quad \textit{almost surely} \quad (2.21)$$

Esta razón podría obtenerse empíricamente a través de la inversa de la cantidad de paradas por ruta en contextos donde la demanda de cada parada sea independiente e idénticamente distribuída. Resultados similares se hallaron en Bramel y Simchi-Levi (Bramel y Simchi-Levi, 1996) para el caso restringido por ventanas de tiempo, expresándose como sigue:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{TWV RP(n, \nu)}{n} = 2\gamma_\nu \mathbb{E}[r] \quad (2.22)$$

Donde ν es la distribución espacial de paradas con distribución de ventanas de tiempo independientes e idénticamente distribuídas. Finalmente se concluye que la cantidad de rutas adicionales por considerar ventanas de tiempo converge como sigue:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} m_{\mu, \nu}(n) = n(\gamma_\nu - \gamma_\mu) \quad (2.23)$$

Donde μ representa la distribución espacial de paradas sin distribución de ventanas de tiempo independientes e idénticamente distribuídas y, en este caso, aquellas paradas con sólo capacidad, descritas por κ . Pero también se describe de forma precisa y dependiente de la medida de probabilidad ν :

$$m_{\mu, \nu}(n, n_t) = \sum_{c=1}^b \frac{n \times p(c, n, n_t, \nu)}{c} \prod_{j=c+1}^b (1 - p(j)) - m_\mu(n) \quad (2.24)$$

Donde

$$p(c, n, n_t, \nu) = \sum_{k=0}^c \binom{c}{k} p_t^k (1 - p_t)^{c-k} \quad (2.25)$$

Con $p_t = \frac{n_t}{n}$. n_t como el número de paradas con ventanas de tiempo, $p_n u(x)$ la probabilidad asociada a la medida ν y calculada de forma aproximada por la diferencia:

$$\text{mín} \left| m_\nu(\bar{n}) - \sum_{c=1}^b \frac{\bar{n} p_\nu^{c-1}}{c} \prod_{j=c+1}^b (1 - p_\nu^{j-1}) \right| \quad (2.26)$$

Teniéndose como restricción que la medida yace entre 0 y 1, $b \approx \frac{\bar{n}}{m_\mu(\bar{n})}$, considerando que \bar{n} es la máxima cantidad de paradas diarias y $m_\mu(\bar{n})$ y $m_\nu(\bar{n})$ se estimarían de manera muestral y posteriormente estimando la cantidad de rutas necesarias.

Las rutas adicionales por considerar capacidad de vehículos se presenta como:

$$m_\mu(n) \approx \text{máx} \left(\left\lceil \frac{qN}{C} \right\rceil, \left\lceil \frac{n\tau}{l_0 - e_0} \right\rceil \right) \quad (2.27)$$

Donde q_n es la demanda para n paradas, C la cantidad de paradas atendibles por vehículo, al igual que en Daganzo (Daganzo, 2005), τ el tiempo de viaje estimado considerando los tiempos de servicio por cliente, $e_0 = 0$ el earliest service starting time, y l_0 el latest service ending time.

Así, la distancia recorrida considerando un problema capacitado y restringido por ventanas de tiempo es aproximadamente:

$$\text{Distancia total}(n, n_t, \nu) \approx k_1 \sqrt{nA} + k_2 \sqrt{n_t A} + k_3 \gamma_\mu 2rm_\mu(n) + k_4 2rm_{\mu, \nu}(n, n_t) \quad (2.28)$$

Junto a todo lo anterior, se debe considerar que los materiales transportados son productos perecibles. Se debe tener en consideración 2 cosas: el clásico costo de oportunidad por no disponer de suficientes productos para abastecer la demanda en algún punto de venta, y la disminución de valor por tiempo dada la naturaleza perecible de los mismos productos. En el primer caso, este costo puede provenir de una decisión del minorista por no hallar al proveedor confiable, o bien del cliente al hallar otro producto que satisfaga sus necesidades. La coordinación de los canales de venta con la oferta aguas arriba permite reducir los costes de esta naturaleza (Pasternack, 2008).

En el segundo tipo de costo, es importante tener parte de la demanda futura en órdenes de compra al proveedor de productos perecibles, donde la demanda instantánea (no hacer backlog o las llamadas órdenes de compra) es un movimiento subóptimo (Abad, 1996).

Capítulo 3

Modelos y algoritmos desarrollados

Los siguientes enfoques toman las ideas propuestas en Mourgaya y Vanderbeck (Mourgaya y Vanderbeck, 2006) junto con las de Tan y Beasley (Tan y Beasley, 1984), utilizando -para estimar el costo de los vehículos- aproximaciones basadas en las propuestas de Daganzo (Daganzo, 2005), tratando de lograr modularidad en la solución. A continuación se presentan los diversos desarrollos incorporados.

3.1. Desarrollo de modelo exacto

Con el fin de tener un marco de referencia, se construye un modelo de resolución exacto, sobre la cual se realizarán propuestas de aproximación, que entreguen resultados aceptables dentro de un tiempo de resolución competitivo.

Consideremos una variable w_{ijt} , donde $(i, j) \in E$ representan los arcos en un grafo de nodos $i \in V$, donde $i = 0$ representa un *depot*, y donde $t \in T$ representa un período de asignación disponible, por ejemplo, un día en la semana. Existen 2 tipos de vehículos disponibles, representados por variables x_{ijt} y z_{ijt} , el momento en que se llega a una parada queda descrito por u_{it} , y la carga que lleva por s_{it} . \bar{E} representa arcos donde ningún nodo es depot, mientras E^* son arcos donde ningún destino es depot.

Modelo de validación exacto (3.1)

$$\min_{x,y,z} \sum_{\substack{(i,j) \in E \\ t \in T \setminus \{0\}}} dist_{ij} w_{ijt} + \sum_{\substack{i \in V \\ t \in T \setminus \{0\}}} p x_{i0t} + q z_{i0t} \quad (3.2)$$

$$s.a \quad x_{ijt} + z_{ijt} = w_{ijt} \quad \forall (i, j) \in E, \forall t \in T \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in V} w_{ijt} \leq 1 \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.4)$$

$$u_{it} - u_{jt} + M w_{ijt} + h_{ij} w_{jit} \leq M - \tau_{ij} \quad \forall (i, j) \in \bar{E}, \forall t \in T \quad (3.5)$$

$$a_i \leq u_{it} \leq b_i \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.6)$$

$$s_{it} + dda_i \leq M(1 - w_{ijt}) + s_{jt} \quad \forall (i, j) \in E^*, \forall t \in T \quad (3.7)$$

$$s_{it} + dda_i \leq M(1 - w_{i0t}) + s_{0t} \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.8)$$

$$\sum_{j \in V} dda_j w_{jit} \leq s_{it} \quad \forall i \in V, \forall t \in T \setminus \{0\} \quad (3.9)$$

$$s_{jt} \leq \sum_{i \in V} cap_1 x_{ijt} + cap_2 z_{ijt} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.10)$$

$$\sum_{t \in T \setminus \{0\}} y_{it} = freq_i \quad \forall i \in V \setminus \{0\} \quad (3.11)$$

$$y_{i1} + y_{i2} \leq 1 \quad \forall i \in V^A \quad (3.12)$$

$$y_{it} + y_{i(t+1)} \leq 1 \quad \forall i \in V^B, \forall t \in T^B \quad (3.13)$$

$$\sum_{i \in V} w_{ijt} = y_{jt} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.14)$$

$$w_{iit} = 0 \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (3.15)$$

$$\sum_{j \in V} x_{ijt} - \sum_{j \in V} x_{jit} = 0 \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in V} z_{ijt} - \sum_{j \in V} z_{jit} = 0 \quad \forall i \in V, \forall t \in T \quad (3.17)$$

$$\sum_{i \in V} x_{ijt} \leq SKILL_{1j} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.18)$$

$$\sum_{i \in V} z_{ijt} \leq SKILL_{2j} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.19)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{0\}} x_{0jt} \leq VEH_1 \quad \forall t \in T \quad (3.20)$$

$$\sum_{i \in V \setminus \{0\}} z_{0jt} \leq VEH_2 \quad \forall t \in T \quad (3.21)$$

$$\mathbf{w}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in \{0, 1\}$$

$$u_{it} \geq 0 \quad \forall i \in V \setminus \{0\}, \forall t \in T \quad (3.22)$$

La función objetivo descrita por (3.2), donde $dist_{ij}$ representa la distancia entre paradas, p representa el costo de habilitar un vehículo del tipo de x y q asimismo para z . Esta función se puede simplificar considerando sólo distancias (para mayor interpretabilidad en la construcción de escenarios de validación) asumiendo que dichos costos p y q son 0. En caso contrario, se considera la cantidad de vehículos que retornan al depot por período y se suma a lo largo del horizonte de optimización.

Se define la relación entre las variables x , z y w por la restricción (3.3), revelando su carácter utilitario para compendiar distancias. Debe tenerse en cuenta que son variables de naturaleza binaria.

Con el fin de no tener que calcular todos los elementos del conjunto potencia que previene la formación de subtours, se utilizan restricciones (3.5) para arcos $(i, j) \in \bar{E}$ sin depot ($\bar{E} = V \setminus \{0\} \times V \setminus \{0\}$), y (3.6) para nodos de esta misma condición, del tipo Miller-Tucker-Zemlin (MTZ), modificadas para encajar con ruteo periódico, de forma alzada según lo propuesto

en (Yuan y cols., 2020).

Para ejecutar esto, se requiere disponer de variables adicionales u_{it} , que representan el momento del día en que se logra salir del nodo i en el período t , donde dependiendo de la parada se deben respetar ciertas ventanas horarias inferiores y superiores a_i y b_i . El parámetro h_{ij} es el alzamiento de (2.2):

$$h_{ij} = M - \tau_{ij} + a_j - b_i$$

Una versión simple de MTZ se usa además para la capacidad de los vehículos (3.7), y las condiciones de capacidad generales en (3.10). Para el caso de retorno al depot se han expresado aparte en (3.8). En todos estos casos se considera s_{it} como una variable de carga, acotada por abajo por (3.9) y por arriba por (3.10).

La frecuencia de visita se define en (3.11), y se agregan restricciones con fines diversos, como ejemplo la prevención de días lunes y martes consecutivos en frecuencias de 4 y 5, agrupando dichas paradas en V^A (3.12) y la extensión de esta prevención para frecuencias de 3 o menos días agrupadas en V^B , considerando los períodos acortados al eliminar el último valor (repetido en el inicio) y agrupados en T^B (3.13). La definición de visita está en (3.14), la conservación de flujo en 3.16 y 3.17. Los arcos que apuntan a su propio origen se previenen con (3.15).

Las habilidades de un vehículo requeridas para acceder a una parada se establecen en (3.18) y (3.19). El límite del tamaño de flota en (3.20) y (3.21). Finalmente la naturaleza de las variables en (3.22).

3.2. Propuesta de aproximación simplificada

El modelamiento anterior es capaz de entregar soluciones óptimas al problema propuesto, sin embargo, para el volúmen de datos puede ser poco probable obtener dicha respuesta, por lo que se recurrirá a aproximaciones de partes del mismo. En particular, los valores del costo de ruteo dada una asignación diaria que pueden ser resueltos como VRP aparte, son una opción evaluada en (2.5) -para evaluación de asignaciones- y (2.6) -para evaluación de rutas-. Sin embargo, aún se puede buscar un algoritmo que, dada esta separación, pueda resolver dentro de una ventana de optimalidad el costo implícito que resulte del ruteo, ya que es sólo un instrumento para la asignación, teniendo en cuenta que la cantidad de paradas totales a servir es desconocida hasta el día anterior, carga que se considerará aleatoria.

La propuesta simplifica las medidas de las áreas propuestas por Daganzo en (2.11) y (2.12), estableciendo una cuadrícula de medidas arbitrarias según el problema, tratando de estimar el mejor valor para un parámetro k dada esta división del área total.

La siguiente modificación busca por simplicidad obtener una medida agregada para cada área, utilizando los resultados de (2.13) y (2.16). Básicamente, dado que no es costoso conocer

la distancia desde alguna medida de centralidad de una cuadrícula fija al *depot*, la esperanza de la distancia al mismo se puede mantener a nivel zonal. El segundo término de (2.13) está relacionado a un TSP al interior de una zona cualquiera, y por definición $\delta(x)$ representa la densidad de paradas en una zona específica. Con esto podemos obtener un término para la distancia total con mayor información sobre la cantidad de clientes en una zona, agregando de forma adicional un parámetro para ajustar la medida de distancia a un depot:

$$\sum_{z \in Zonas} k_0 \frac{2C_z \mathbb{E}[r_z]}{C_z} + k_1 \sqrt{|A_z| C_z} \quad (3.23)$$

o simplemente

$$\sum_{z \in Zonas} 2k_0 \mathbb{E}[r_z] + k_1 \sqrt{|A_z| C_z} \quad (3.24)$$

3.3. Heurística de PVRP propuesta

Dada esta modificación a la aproximación de Daganzo, el procedimiento para obtener la asignación diaria es el que sigue:

- Teselar con rectángulos idénticos una zona de interés, formando una cuadrícula
- Obtener con datos históricos una aproximación del valor de k para dicha cuadrícula, o bien utilizar un valor asociado a la norma utilizada
- Optimizar la asignación de clientes a días utilizando la aproximación propuesta

3.3.1. Estimación de parámetros

El beneficio de la estimación de parámetros de la fórmula de aproximación de largo de ruta es que permite utilizar algoritmos externos que resuelvan el ruteo de vehículos para diferentes escalas, y con una buena respuesta con esta asociación, asegurando que la asignación entregada permite acercarse al valor óptimo del *PVRP* completo. Respecto a la teselación, para el caso aplicado se subdividió una ciudad en 400 zonas para la base -de más de 8.000 paradas-.

La obtención de los parámetros k se realizó a través del ruteo exacto de puntos en la región. El procedimiento es el que sigue:

- Se eligen zonas representativas de la teselación simple
- Se revisan datos históricos del costo de cumplir con la demanda de dicha zona (en distancia), junto con características tales como la cantidad de paradas, el área de la zona y la distancia al depot
- Se reúne la información y se obtienen los valores de $2\mathbb{E}[r_z]$ y $\sqrt{|A_z| C_z}$

- Se realizan los tests necesarios para asegurar el uso de un modelo lineal de ajuste para los parámetros k_0 y k_1
- Para mayor seguridad del valor del parámetro obtenido, realizar bootstrap u otro proceso que permita validar pronósticos sobre resultados faltantes

Es importante mencionar que, dado que no se utiliza el método propuesto originalmente por Daganzo, no necesariamente se obtendrían los valores que se propusieron de forma teórica. Aún así, téngase como referencia el valor de la cota superior para k_1 en métricas L1 o Manhattan, que es 1,15. Sin embargo, en caso de diferir, no está demás recordar que estaría atrapando otros efectos, como las distorsiones en las medidas del área con respecto a la propuesta original.

3.3.2. Modelo de asignación simple

La siguiente etapa es la optimización de la asignación de clientes con la asignación propuesta. El modelo que se propone para ello se compone de un radio RAD_z , un indicador de si un cliente i se halla en una zona z , a_{iz} , una frecuencia por cliente $freq_i$ y, para fines ilustrativos, un volumen semanal vol_i , aunque podría tratarse de cualquier unidad, coherente con una capacidad estándar CAP para atender un y final y_{zt} asociado a una zona en un día de optimización en particular.

$$\min_{x,\gamma,y} \sum_{\substack{z \in R \\ t \in T \setminus \{0\}}} 2RAD_z \frac{y_{zt}}{CAP} k_0 + k_1 \sqrt{|A_z| \sum_{\substack{i \in I \\ t \in T \setminus \{0\}}} x_{it}} \quad (3.25)$$

$$s.a \quad y_{zt} = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \frac{vol_i}{freq_i} \quad \forall z \in R, \forall t \in T \quad (3.26)$$

$$\sum_{t \in T \setminus \{0\}} \sum_{z \in R} x_{it} a_{iz} = freq_i \quad \forall i \in I \quad (3.27)$$

$$x_{i0} = x_{i6} \quad \forall i \in I \quad (3.28)$$

$$x_{i(t-1)} + x_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I^1, \forall t \in T \quad (3.29)$$

$$x_{i1} + x_{i2} + 4 \leq \sum_{t \in T} x_{it} \quad \forall i \in I^2 \quad (3.30)$$

$$\mathbf{x} \in \{0, 1\} \quad (3.31)$$

$$\mathbf{y} \geq 0 \quad (3.32)$$

Este modelo tiene el defecto de no ser lineal -o siquiera convexa- en la función objetivo, y tiene variables enteras, por lo que es difícil resolverlo de forma global. Pero precisamente la naturaleza entera y finita de los valores a evaluar dentro de la raíz se puede parametrizar esta dificultad. La solución a este problema es la discretización de la raíz cuadrática en (4.2).

Para esto se define la suma de los x_{it} en (3.47), y los posibles valores de esta suma en el conjunto $J(n) = \{j : \mathbf{Z}_0^+\}$, mientras b_j representa este valor para cada j . Así, para recuperar

el valor de la suma se utiliza una variable binaria auxiliar λ_{jzt} que es 1 si se visitarán j clientes en la zona z en el período t .

El modelo siguiente representa la modificación propuesta:

$$\min_x \sum_{\substack{z \in R \\ t \in T \setminus \{0\}}} 2RAD_z \frac{y_{zt}}{CAP} k_0 + \sum_{\substack{j \in J \\ z \in R \\ t \in T \setminus \{0\}}} \lambda_{jzt} \sqrt{b_j |A_z|} k_1 \quad (3.33)$$

$$s.a \quad \sum_{j \in J} \lambda_{jzt} b_j = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \quad \forall t \in T \setminus \{0\}, \forall z \in R \quad (3.34)$$

$$\sum_{j \in J} \lambda_{jzt} = 1 \quad \forall t \in T \setminus \{0\}, \forall z \in R \quad (3.35)$$

$$y_{zt} = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \frac{vol_i}{freq_i} \quad \forall z \in R, \forall t \in T \setminus \{0\}$$

$$\sum_{t \in T \setminus \{0\}} \sum_{z \in R} x_{it} a_{iz} = freq_i \quad \forall i \in I$$

$$x_{i0} = x_{i6} \quad \forall i \in I$$

$$x_{i(t-1)} + x_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I^1, \forall t \in T$$

$$x_{i1} + x_{i2} + 4 \leq \sum_{t \in T} x_{it} \quad \forall i \in I^2$$

$$\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda} \in \{0, 1\}$$

$$\mathbf{y} \geq 0$$

3.3.3. Modelo de asignación balanceado

Sin embargo se puede considerar un suavizamiento tal que permita balancear la carga del peor día de un conjunto días recurrentes, como por ejemplo, una semana. La idea de minimizar el peor día puede empeorar las distancias y tiempos totales, sin embargo permite hacer mejor uso de la flota y disminuye la presión de los días de mayor demanda.

$$\min_x |T|\gamma + k_1 \sqrt{|A_z| \sum_{\substack{i \in I \\ t \in T \setminus \{0\}}} x_{it}} \quad (3.36)$$

$$s.a \quad y_{zt} = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \frac{vol_i}{freq_i} \quad \forall z \in R, \forall t \in T \quad (3.37)$$

$$\sum_{t \in T \setminus \{0\}} \sum_{z \in R} x_{it} a_{iz} = freq_i \quad \forall i \in I \quad (3.38)$$

$$x_{i0} = x_{i6} \quad \forall i \in I \quad (3.39)$$

$$x_{i(t-1)} + x_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I^1, \forall t \in T \quad (3.40)$$

$$x_{i1} + x_{i2} + 4 \leq \sum_{t \in T} x_{it} \quad \forall i \in I^2 \quad (3.41)$$

$$\sum_{z \in R} 2RAD_z \frac{y_{zt}}{CAP} k_0 \leq \gamma \quad \forall t \in T \setminus \{0\} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{x} \in \{0, 1\} \quad (3.43)$$

$$\mathbf{y}, \gamma \geq 0 \quad (3.44)$$

Aquí (4.2) es la función objetivo, que es una versión transformada de (3.24), donde la primera parte representa la distancia desde un depot al centro de la zona, mientras la segunda se corresponde con la aproximación al TSP. La restricción (3.37) define los y s en función del volumen del mismo, mientras (3.38) conserva la frecuencia de visita. Las restricciones (3.39) y (3.40) integran la noción de patrones para los clientes que se lo puedan permitir, y (3.41) existe para prevenir lunes y martes consecutivos para el mismo cliente, si su frecuencia semanal lo permite. Finalmente, la restricción (3.42) define la distancia de (3.24) y permite el suavizamiento de la demana semanal, (3.43) y (3.44) explican la naturaleza de las variables en uso.

Esta función claramente no es lineal -o siquiera convexa- en la función objetivo, pero dada la naturaleza entera y acotada del valor de la raíz según la cantidad de paradas en cada zona, se puede obtener directamente los puntos relevantes de la función, a través de parámetros b_j que representan números del 0 al $|I_z|$, y para recuperar el valor se utiliza una variable auxiliar λ_{jzt} que controla si se visitarán j clientes en la zona z en el período t . El sistema resultante es el siguiente, con función objetivo (3.45), mientras se define λ en (3.46) y (3.47).

$$P_{bal} = \min_{x, \lambda, y} |T|\gamma + \sum_{\substack{j \in J \\ z \in R \\ t \in T \setminus \{0\}}} \lambda_{jzt} \sqrt{b_j |A_z|} k_1 \quad (3.45)$$

$$s.a \quad \sum_{j \in J} \lambda_{jzt} b_j = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \quad \forall t \in T \setminus \{0\}, \forall z \in R \quad (3.46)$$

$$\sum_{j \in J} \lambda_{jzt} = 1 \quad \forall t \in T \setminus \{0\}, \forall z \in R \quad (3.47)$$

$$y_{zt} = \sum_{i \in I} x_{it} a_{iz} \frac{vol_i}{freq_i} \quad \forall z \in R, \forall t \in T \setminus \{0\}$$

$$\sum_{t \in T \setminus \{0\}} \sum_{z \in R} x_{it} a_{iz} = freq_i \quad \forall i \in I$$

$$x_{i0} = x_{i6} \quad \forall i \in I$$

$$x_{i(t-1)} + x_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I^1, \forall t \in T$$

$$x_{i1} + x_{i2} + 4 \leq \sum_{t \in T} x_{it} \quad \forall i \in I^2$$

$$\sum_{z \in R} 2RAD_z \frac{y_{zt}}{CAP} k_0 \leq \gamma \quad \forall t \in T \setminus \{0\}$$

$$\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda} \in \{0, 1\}$$

$$\mathbf{y}, \gamma \geq 0$$

3.3.4. Heurística de PVRP

El resultado de los programas anteriores es un calendario de visitas, que puede ser exportado a cualquier algoritmo que resuelva un VRP, considerando sobre esto cualquier restricción adicional.

Es necesario estimar el máximo valor de J , es decir, la máxima cantidad de paradas asignables en un día en una zona. Una cota superior a este número es el tamaño de la base de clientes, sin embargo, este número genera una cantidad de variables adicionales muy alta, por lo que en esta instancia se opta por el máximo valor de paradas entre cada zona.

Para ejecutar la heurística se requiere conocer información relevante de las paradas $i \in \text{paradas}$, como el volumen $Vol(i)$, repartiendo el total por la frecuencia del horizonte de planificación, es decir, para una parada que requiera productos 3 veces por semana, el total semanal se divide por 3 y se presenta como el volumen a repartir. Por consiguiente se debe conocer la frecuencia de paradas $Freq(i)$ e información georreferenciada de esta parada que denotaremos $Geo(i)$. Cada vehículo k a considerar tiene una capacidad real positiva de $Cap(k)$, que puede acceder a una zona z de la cuadrícula, representada como el conjunto de $z \in Z$, donde cada zona z tiene una distancia (según el tipo de medida) $RAD(z)$ a el depot asignado.

También debe conocerse el horizonte de períodos $t \in T$ a considerar, las constantes de

calibración según distancia k_0 y k_1 usadas en los modelos de asignación anteriores, el área de las zonas (idéntica en todas) A_z , los valores b_j , un indicador de pertenencia de la parada i a la zona z a_{iz} y, adicionalmente, los índices de las mismas paradas $i \in I$.

Algorithm 1 Heurística de PVRP

Input: $Vol(i), Freq(i), Geo(i), Cap(k), Z, Rad(z), T, k_0, k_1, A(z), J, b(j), a(i, z), I$

Output: x_{ijt}^k : 1 si se realiza itinerario de i a j , día t vehículo k , $0 \sim$

$$y_{it} \leftarrow arg(P_{bal}) \quad (3.45)$$

$$x_{ijt}^k \leftarrow routing(\{i : y_{it} = 1\} \forall t \in T)$$

La implementación de este algoritmo considera implícitamente el uso de algún solver para resolver MIPs y un método de ruteo, de los cuales se obtendrá un calendario de visitas y_{it} para la parada i en el período t , que servirá de insumo para el ruteo final x_{ijt} , especificando el orden de reparto.

Capítulo 4

Validación del algoritmo

El proceso de validación busca estudiar las diferencias entre el modelo de referencia y los componentes principales de la heurística propuesta, dígase, la asignación y el posterior ruteo de vehículos. Tal como se describió en el capítulo chapter 1, en la sección section 1.3, es necesario construir instancias de prueba, las suficientes para producir estadísticos que permitan inferir sobre los resultados de las diferencias a obtener.

4.1. Construcción de escenarios

Se construyeron 26 escenarios, todos ellos limitados a un contexto urbano, donde la distancia recorrida entre 2 puntos corresponde a la distancia Manhattan, corregida por un factor $\bar{\rho} = 0,84$ ($sd : 0,41$), que se estima con $n = 20$ para una localización céntrica de Santiago en Damero como el promedio de los ρ_i :

$$\sum_{i=1}^n \frac{\rho_i}{n} \quad (4.1)$$

En todos los casos se consideró que las paradas distribuían en su latitud y longitud (de forma independiente entre ellas) de forma gaussiana, con centro la latitud y longitud del depot, respectivamente, restrictas a un cuadrado de lado 1,7 Km.

La cantidad de paradas en cada escenario fue de 10 (11 considerando el depot), las cargas distribuyeron por motivos prácticos de la siguiente manera:

$$\text{load}_i \sim \text{mín} (|\text{Gauss}^{-1}(\text{máx}(1, \text{Poisson}^{-1}(1)))|, 5) \quad (4.2)$$

Es decir, se generaron variables aleatorias compuestas desde dichas distribuciones. Mientras la frecuencia se obtuvo de forma aleatoria como un valor Poisson entre 1 y 5 con:

$$\text{freq}_i \sim \text{mín}(\text{máx}(1, \text{Poisson}^{-1}(2)), 5) \quad (4.3)$$

Los días se consideraron como la colección de números entre 0 y 1, donde cada hora es un 1/24 de esta porción. El inicio de la ventana de tiempo para cada parada se obtuvo como:

$$\text{earliestArrival}_i \sim \text{mín}(7/24 + |\text{Gauss}^{-1}(0, 1, 5)|, 19/24) \quad (4.4)$$

El tiempo de servicio se consiguió de la siguiente manera:

$$\text{serviceTime}_i = \begin{cases} 10/60/24, & \text{si } \text{load}_i < 1 \\ 30/60/24, & \text{si } 1 \leq \text{load}_i < 2 \\ 60/60/24, & \text{si } 2 \leq \text{load}_i < 3 \\ 90/60/24, & \sim \end{cases} \quad (4.5)$$

Mientras el final se tuvo como:

$$\text{latestDeparture}_i \sim \text{mín}(\text{earliestArrival}_i + \text{serviceTime}_i + |\text{Gauss}^{-1}(0, 1)|, 23/24) \quad (4.6)$$

Respecto a la flota, en todos los casos se dispuso de 5 vehículos de capacidad 10 y 4 vehículos de capacidad 8, en un escenario de 6 días. Los tiempos de viaje se consideraron una transformación constante, a 36 Km/h.

4.2. Métricas

Dado que cada caso tarda una cantidad considerable de tiempo para ser calculado, y que en la mayoría de los casos no se encontrará una solución óptima para magnitudes de paradas interesantes, se considerará como variable relevante la distancia entre la mejor cota inferior y el valor en la exploración del árbol (en el contexto de resolución entera del problema de optimización), que será llamada GAP, y definida como:

$$GAP = \frac{|f_P(x) - f_B(p)|}{|f_P(x)|} \quad (4.7)$$

Donde P es el problema primal, de función objetivo f_P con variables x , y B la mejor cota inferior del MIP. Esta será considerada una característica de cada escenario, y se trabajará principalmente con el valor referencial que provee la cota inferior para medir distancias entre la solución óptima y la propuesta por la heurística, en un escenario conservador.

En este estudio, se tendrá por GAP sin suavizamiento al resultante de la ejecución de (), mientras que el valor con suavizamiento se refiere a la ejecución de (3.45).

Las medidas que se tomarán de cada escenario serán el mejor primal y la mejor cota inferior de parte del óptimo, mientras que se proporcionará la solución de la heurística completa, la solución del ruteo considerando la asignación del problema óptimo, y la solución de la asignación heurística con ruteo óptimo.

Con esto en mano se podrán observar las distancias en que se mueven las soluciones heurísticas, junto con un estudio de las limitaciones de la separación del problema propuesta en la heurística, dígase:

$$\text{Improvement ratio} = \frac{|\min_i(\text{heuristicDist}_i) - \text{refDist}|}{\text{refDist}} \quad (4.8)$$

4.3. Resultados

Los resultados se reparten en 3 conjuntos de soluciones. Los dos primeros refieren al problema sin suavizamiento, mientras el tercero lo incluye para mayor información sobre el efecto de esta medida en el resultante de su aplicación.

4.3.1. Comparación sin suavizamiento

En primer lugar, se presentan los resultados de resolver el modelo 3.1. Se agregaron como condiciones de término el alcanzar al menos un GAP de 5% o no superar los 30 minutos de ejecución, por motivos prácticos, mientras que en la operación separada consideró como parada un GAP de 1%. Los resultados promedio de esta ejecución se listan a continuación, junto con sus respectivas desviaciones estándar.

Distancia inferior	cota	Distancia asignación heurística con ruteo heurístico		Distancia asignación con ruteo heurístico		Distancia asignación óptima con ruteo óptimo		Distancia asignación con ruteo óptimo	
29.218,48 (9.439)	m	45.918,81 (12.246)	m	42.891,21 (10.228)	m	39.446,29 (11.479)	m	36.446,03 (9.922)	m
\bar{x} GAP		17,17 %							

Tabla 4.1: 26 casos, función de comparación simple

La comparación de los resultados arriba descritos, respecto a la cota inferior, se lista en la tabla 4.2.

Lo primero que se puede notar es, en el caso conservador, el amplio espacio de mejora para la heurística, donde incluso si se dispusiese de un ruteador óptimo e información de la

Métrica	Asignación heurística y ruteo heurístico	Asignación óptima y ruteo heurístico	Asignación heurística y ruteo óptimo	Asignación óptima y ruteo óptimo
Distancia	16.703,33 m	13.672,73 m	10.227,81 m	7.227,55 m
Razón respecto a cota	57,17 %	46,70 %	35,00 %	24,73 %

Tabla 4.2: Comparación de casos

asignación óptima, sólo se podría disminuir la brecha a un 24,73 %, que sería el valor de la división con promedio de $GAP = 17,17\%$. Al filtrar aquellos resultados que excedan el valor promedio del GAP entregado, se observan los resultados de la tabla 4.3

Distancia cota inferior	Distancia asignación heurística con ruteo heurístico	Distancia asig- nación óptima con ruteo heurístico	Distancia asig- nación óptima con ruteo óptimo	Distancia asig- nación óptima con ruteo óptimo
33.334,72 m (10.027)	49.032,09 m (12.912)	46.555,35 m (11.662)	41.916,87 m (11.644)	38.976,30 m (10.921)
\bar{x} GAP	9,23 %			

Tabla 4.3: Selección de 13 mejores muestras

La comparación, respecto a la cota inferior, se lista en la siguiente tabla

Métrica	Asignación heurística y ruteo heurístico	Asignación óptima y ruteo heurístico	Asignación heurística y ruteo óptimo	Asignación óptima y ruteo óptimo
Distancia	15.697,37 m	13.220,63 m	8.582,15 m	5.641,58 m
Razón respecto a cota	47,09 %	39,66 %	25,75 %	16,92 %

Tabla 4.4: Comparación de casos

Para GAP en promedio menores (es decir, aquellos que en el tiempo de análisis propuesto lograron acercarse más -por abajo- a la mejor cota inferior inducida por el problema que, siendo lineal, equivale a acercarse al óptimo por esta dirección), los resultados son bastante más alentadores respecto a todas las razones de mejora. Este resultado es bueno descendiendo el GAP, porque muestra que en la situación original -en promedio- no sólo se movió el primal, sino que también las cotas inferiores. Es más, se movieron más -en promedio- las cotas

inferiores: para un GAP de 17.17%, si ambas cotas se hubiesen de mover a la misma tasa para encontrar el óptimo, este se encontraría a 31.962,45 m, cifra superada por el promedio de cotas inferiores con menor GAP (33.334,72 m). Sin embargo, téngase en cuenta que es posible que no se pueda mejorar más por esta vía, por lo que se presentarán los resultados como análisis del peor escenario, es decir, como si la cota inferior fuese el óptimo.

La realización eficiente de cada método permite un espacio de mejora tal, que la razón entre la diferencia de distancias entre la razón ideal y la cota inferior, respecto a la distancia de esta misma cota inferior, es de casi un 17% (16.92%). Junto con esto, podemos notar que buena parte del error se puede asociar al ruteo: la disminución de distancia entre los casos de ejecución con asignación del óptimo y con ruteo del óptimo se muestra con mayor intensidad en este caso, y agregar información de la asignación de mejores soluciones a un método de ruteo óptimo presenta -posiblemente por coincidencia- disminuciones de la misma magnitud en todos los casos en que se aplica.

Puesto de otro modo, para el caso sin filtros de GAP, si se asume que el impacto del 24,73% extra, otro 21,97% se puede asociar al ruteo heurístico, y 10,27% a realizar la asignación con la aproximación actual.

Para el caso con filtros de GAP, observamos que el impacto de la división es un 16,92% extra, el impacto del ruteo heurístico de un 22,74% extra, y la aproximación de distancias un 8,83%.

4.3.2. Comparación con suavizamiento

Se considera este caso como adicional, en el que cambia la naturaleza del análisis, pues se presenta el resultado agregado y la capacidad de la heurística para balancear la carga diaria.

Téngase en cuenta que en el caso del suavizamiento el objetivo es minimizar el recorrido más largo del horizonte, por lo tanto, hay dos resultados que observar: el resultado final del balanceo de carga en distancias, y el resultado del período más largo en distancias. Por ejemplo, si para una ejecución de 5 períodos la distancia recorrida en el día más largo es 3 m, el valor total de las distancias a recorrer no puede ser más que 15 m.

Los resultados agregados en promedio se presentan a continuación:

Lo primero que se debe notar es el efecto de agregar estas restricciones en el modelo original para resultados agregados: sólo 6.629,93 m extra por realizar la heurística, es decir, 17,44% extra de distancia promedio respecto a la cota inferior, en contraposición al efecto de esta restricción agregando información de asignación eficiente con ruteo óptimo (29,96% extra).

Sin embargo, si se mide en la efectividad para lograr el efecto deseado por esta clase de restricciones, la heurística completa representa un 136,50% extra de distancia en el día con mayor carga, mientras que la asignación eficiente lograría reducir este valor a 60,31%. Esta clase de restricciones mejora la capacidad de la heurística para entregar mejores resultados agregados, pero su uso con el fin de alisar la carga semanal puede ser mejorado.

Caso	Distancia mejor primal	Distancia cota inferior	Distancia asignación heurística con ruteo heurístico	Distancia asignación óptima con ruteo heurístico
Optimización	45.076,01 Km	38.006,28 Km	44.636,21 Km	49.391,90 Km
Promedio de distancia máxima	8.171,7 Km	6.897,4 Km	16.312,5 Km	11.057,0 Km
\bar{x} GAP	15,68 %			

Tabla 4.5: Función objetivo balanceada

Capítulo 5

Aplicación de heurística

En este capítulo se describe la aplicación la aproximación simplificada y posterior ruteo a un actor relevante en la logística nacional, dentro de la Región Metropolitana, Chile.

5.1. Descripción del problema

La aplicación se hace en pos de una empresa que se hallaba en proceso de redefinición de su cadena de suministros, con cerca de 14.000 puntos de venta en en el área de estudio, con más de 1.000 productos distintos, que se pueden subdividir en 2 grandes familias: frescos y congelados. Cada uno de estos puntos de venta demanda productos a través de pedidos a sucursales, que tienen por objetivo administrar estos pedidos y solicitarlos hacia arriba en la cadena de suministros.

Cada uno de estos puntos de venta, en función de su antigüedad, mantiene relaciones de colaboración y cercanía con esta empresa, que se puede observar en la consistencia de sus pedidos en la historia, lo que la empresa considera clientes leales y frecuentes.

Para distribuir los pedidos, la empresa dispone de una flota variable que debe contratar en cada mes, la cual se compone de camiones, camiones frigoríficos y camionetas, donde estas últimas se utilizan para distribuir en caminos estrechos y zonas rojas, preferentemente.

Existieron además 4 depots operativos, repartidos por anillos industriales de la ciudad, 2 de ellos con restricciones de frío: uno sólo operaba fresco y el otro sólo operaba congelados, además de tener capacidades limitadas a la cantidad histórica de vehículos.

En la situación inicial disponía de una asignación de clientes a centros de distribución y un acercamiento a pedidos frecuentes, aunque descansado en la capacidad de venta de las sucursales, sujeto a cambios y necesidades especiales de la sucursal o la empresa misma.

5.2. Descripción del área de estudio

El área de aplicación comprende las provincias de Santiago, Cordillera, Maipo y Talagante, y también la gobernación de Chacabuco. Esta restricción es de tipo administrativa, por el grado de coordinación entre las sucursales.

Se considerarán 3 depots por motivos de crecimiento de empresa, con capacidad idéntica y que pueden manejar frescos y congelados, en reemplazo de los 4 operativos al inicio del estudio.

Estos depots se encuentran en zonas estratégicas de la ciudad, con acceso a autopistas y cercanos al anillo central de la ciudad, donde se concentra la demanda, en anillos industriales de Lo Espejo, Pudahuel y Huechuraba.

Las paradas se distinguen entre: regulares aquellas por donde puede pasar un vehículo pesado, estrechas por donde sólo puede acceder un vehículo liviano, y zonas rojas aquellas donde se prefiere vehículos livianos para realizar entregas puntuales a clientes en zonas donde la integridad física de los repartidores pueda verse comprometida.

5.3. Método

Se trabajará con 3 meses de las operaciones entre 2018 y 2019 para comparar y proyectar demandas futuras. La cantidad de clientes a atender son alrededor de 13.500 (13.537 en noviembre-2018, 13.584 en marzo-2019 y 13.484 en junio-2019).

Esta información, junto con la base de clientes permitirá reconstruir su ubicación geográfica, estimar la frecuencia de pedidos y, junto con el presupuesto para años posteriores, los pedidos proyectados en volumen y el peso de cada embalaje.

Se utilizará como flota potencial (aquella que puede ser contratada) toda la disponible en la historia del año 2019, que ha sido previamente clasificada según su tamaño y la capacidad nominal en cantidad de pallets que puede cargar y adicionalmente la cantidad máxima en Kg.

El plan de aplicación se distribuye en 3 etapas:

- Estimación de costos de operación
- Optimización diaria
- Aplicación de PVRP

Se iniciará el trabajo con la estimación de costos de operación inicial, de modo que provea un marco para futuras comparaciones, para lo cual se requerirá un software que permita realizar esta operación. Se observarán la distancia y el tiempo utilizados en los viajes, la cantidad de clientes por ruta, el volumen utilizado, el tamaño de la flota y la cantidad de

visitas por cliente como una noción de ordenamiento (siempre atendido por el mismo vehículo en una ruta similar).

Los tiempos de servicio se obtuvieron según la carga en Kg que demanda cada parada:

$$\text{serviceTime}_i = \begin{cases} 10min, & \text{if } \text{weight}_i \leq 300Kg \\ 30min, & \text{if } 300Kg < \text{weight}_i \leq 800Kg \\ 60min, & \text{if } 800Kg < \text{weight}_i \leq 1500Kg \\ 90min, & \text{if } 1500Kg < \text{weight}_i \end{cases} \quad (5.1)$$

La siguiente etapa corresponde a la construcción de un benchmark para el PVRP, basándose en resultados del ruteo optimizado. Esta referencia permite entender de forma comparada los beneficios económicos de una asignación estable a días de la semana.

Para iniciar la tercera etapa, se requiere estimar los parámetros de la ecuación (3.24), para lo cual se realizará el ruteo en secciones, como se describe en la subsección (3.3.1).

La ejecución del modelo entregará un calendario semanal, que antes de ser ruteado será unido a los datos sin frecuencia, y luego del mismo se obtendrá el itinerario para cada día del mes. En este proceso se debe considerar que una ruta no puede contener paradas con pedidos mayores a la capacidad del vehículo más amplio, por lo que se dividieron los pedidos en dichos casos por dicho máximo.

5.4. Estimación de costos de operación

Los datos disponibles de las rutinas de entrega se reparten en varios documentos, como el seguimiento de la flota, que describe cada parada realizada en un mes, conteniendo en particular el vehículo, el cliente con su dirección y una ubicación georreferenciada de la detención, la fecha y la hora de dicha detención. También se dispuso de las proyecciones de demanda por SKU, una tabla de volúmenes de compra por cliente y por fecha, restricciones de entrega en función de tipo de vehículo, zonificación de la ciudad y ventanas horarias, y finalmente el cubicaje de cada SKU en kilogramos y embalajes.

El control de errores de cada dirección incompleta, o bien georreferenciaciones erróneas se realizó construyendo una base única de clientes, reutilizando información histórica en caso de vacíos puntuales, y para los vacíos consistentes o las direcciones sin georreferenciación se utilizó el complemento *Geocode* de *Awesome Tables*.

Con la ayuda de la empresa de ruteo de vehículos SimpliRoute, se reconstruyeron las rutas de meses representativos de los niveles de venta alto, medio y bajo: marzo, noviembre y junio, respectivamente. Esta labor incluyó también la limpieza y recuperación de direcciones, junto con su posterior transformación a pares georreferenciados. Las condiciones de reconstrucción siguieron la ruta más rápida entre puntos del itinerario.

No se contempló días domingo dentro de esta aplicación por política de la empresa,

tampoco a clientes recorridos especiales reportados por la empresa, previniendo así incluir dentro de la reconstrucción a los *hubs*, o distribución a través de intermediarios en puntos céntricos de la capital. Así se logró obtener los datos susceptibles a mejora, pues no estaban involucrados en excepciones a la distribución general.

Vale la pena mencionar que en esta etapa no se consideró la capacidad de los camiones, sino que se trató de seguir las medidas optadas por la empresa. También dentro de los datos existe gran cantidad de tiempos muertos, relacionados a temas de ventanas horarias o motores que no se apagaron. Se tomó como tiempo a mostrar el de la reconstrucción, pues responde al mínimo posible dada la distribución espacial de paradas.

Junto a esto, se realizó una proyección de la demanda para el año 2020, basado en los objetivos propuestos por Agrosuper, agregando mayor presión a las capacidades de los vehículos. En esta etapa se consideró crítica la utilización en volumen de los vehículos, al ser una restricción carente de flexibilidad.

En total se analizaron hasta la resolución 198.248 paradas, correspondientes a los meses de marzo, noviembre y junio, siendo de alta, media y baja demanda, respectivamente. Asociadas a estas paradas fueron 938.529 pedidos diferentes.

Métrica	Noviembre	Marzo	Junio
Distancia recorrida	250.573 Km	289.410 Km	262.073 Km
Driving time	265 días	308,95 días	274,11 días
Tiempo total	959, 87 días	1.033,17 días	930,57 días
Clientes promedio	16,96 clientes/ruta	16,5 clientes/ruta	16,4 clientes/ruta
Utilización (volumen)	57,36 %	59,83 %	57,24 %
Tamaño de flota	174 vehículos	174 vehículos	155 vehículos
Visitas por cliente	1,007 vehículos/cliente	1,003 vehículos/cliente	1,003 vehículos/cliente

Tabla 5.1: Resultados cálculo de costo de operación inicial

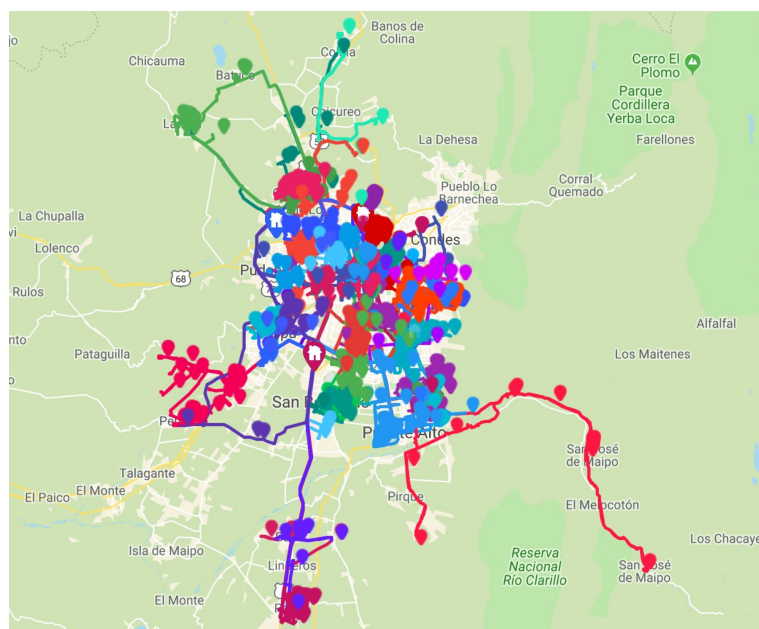


Figura 5.1: Reconstrucción de rutas para un día en particular

5.4.1. Asignación de clientes a depots

La empresa, durante la historia de sus operaciones en la región Metropolitana, asignó en función de la distribución política de sus clientes -es decir, comunas- el punto desde el cual serían abastecidos. Sin embargo eso no considera necesariamente la proximidad en términos de tiempo, pues las diversas tipologías de caminos distorsionan la noción de proximidad y, por ende, la manera en que deban agruparse los diversos destinos.

Junto con ello, la potencial apertura de nuevos centros de distribución y el cierre de otros, junto con los diferentes estados del producto que trabajan (fresco y congelado) y las capacidades de estos mismos centros vuelven una necesidad meditar una asignación que se ajuste a las necesidades actuales y venideras.

La asignación a depots se hace en función de la capacidad de agrupar destinos en una ruta. Los clientes se distinguen en 2 grupos: recurrentes y no recurrentes; dependiendo de su actividad anual. Los recurrentes serán asignados a depots, pero previo a ello se realiza una distinción interna: diarios, voluminosos y de menor envergadura. Por simplicidad, no se considera la carga de los mismos.

El proceso de asignación inicia con los clientes diarios, que disminuyen la capacidad (medida en vehículos disponibles) de los centros. Se prosigue con los clientes de pedidos voluminosos (más de 1 pallet promedio por entrega), y con los vehículos restantes se asigna al resto de los clientes recurrentes, teniendo en cuenta la carga que cada depot debe entregar a los diarios. El ajuste final es la asignación de los no-recurrentes bajo los mismos parámetros que los anteriores.

La herramienta que se usó para asignar en función de la distancia nuevamente fue SimpliRoute. Así, el depot que sirve a cada cliente sigue razones propias a la logística y no a una

división política-administrativa de su ubicación.

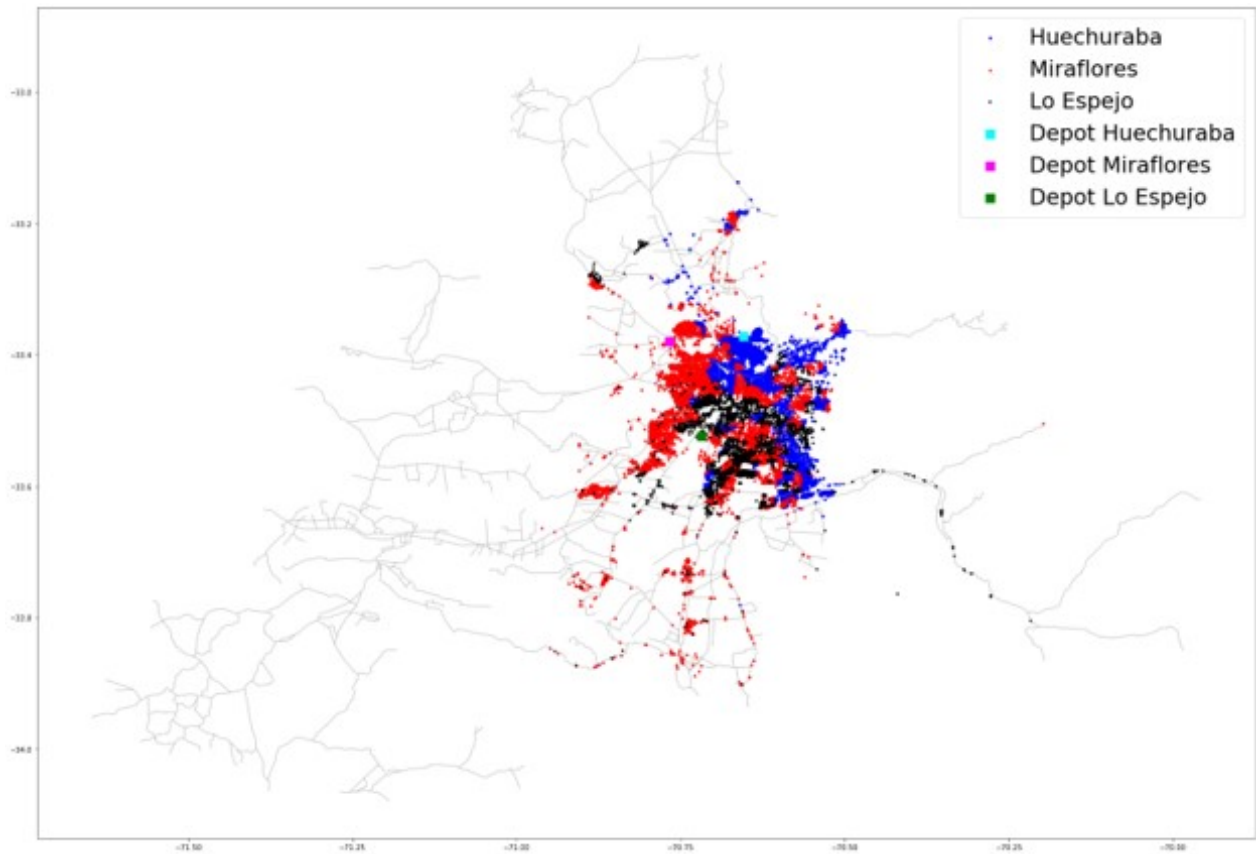


Figura 5.2: Resultado de asignación en la Región Metropolitana.

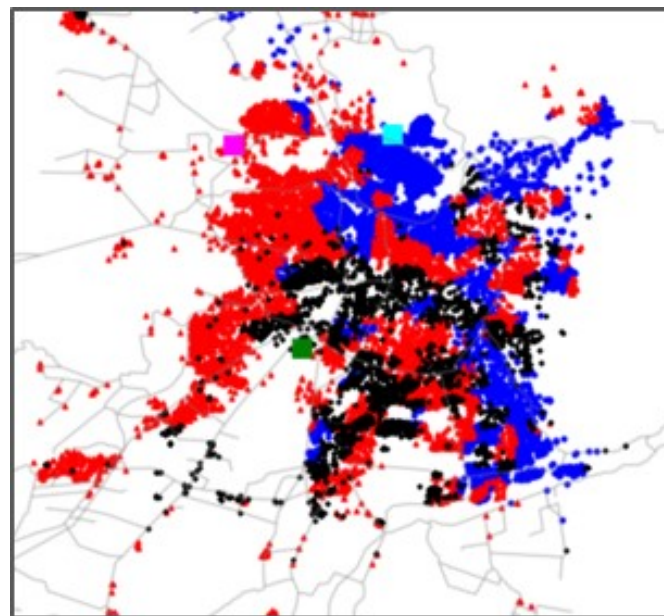


Figura 5.3: Resultado de asignación en la Región Metropolitana (acercamiento).

Así, la organización de paradas depende de características de las rutas, y se previene el

cálculo de enormes matrices de distancia -dado el volumen de clientes no es viable el uso de APIs gratuitas para ello- que sirvan de argumento para métodos de clusterización más sofisticados.

5.4.2. Optimización diaria y construcción de *benchmark*

Con el fin de elaborar un benchmark competitivo, se aplicó una optimización a nivel diario de los mismos clientes, proyectada un año adelante según el presupuesto. Para ello se utilizó el software proporcionado por SimpliRoute, agregando ventanas horarias y un concepto nuevo: habilidades; que se describe como la aptitud de cierto vehículo para atender a un cliente en particular, evaluando el tamaño, tipo de refrigeración y la capacidad de un camión o camioneta.

Todos los documentos disponibles, provenientes de distintas fuentes y con reglas de cada centro de distribución, fueron procesados para obtener 2 grandes tablas: clientes y vehículos. En la tabla de clientes se contiene su información georreferenciada, pedido total en una fecha determinada, hasta 2 ventanas horarias de atención a despacho, si debe ser atendido por un tipo en particular de vehículo y su centro de distribución asignado a la fecha. La tabla de vehículos cruza información de la capacidad de flota contratada para cada centro, su capacidad de acceder a ciertos tipos de clientes y la ubicación desde la que inicia su recorrido.

Dado el tamaño de la base de clientes, se utiliza el servicio *BigVRP* de *SimpliRoute*. Se utilizan los 220 vehículos históricos utilizados, considerándose la oportunidad de disminuir la flota, restringido igualmente a las ventanas horarias y la capacidad de cada vehículo, añadiendo las habilidades de cada uno y el costo de habilitarlo en el escenario a evaluar. Se limita a que cada vehículo esté en operación un máximo de 10 horas al día.

Es importante mencionar que este servicio no incorpora en las rutas a paradas cuya demanda exceda la capacidad de los vehículos. Por ello se debió partir la carga en el máximo embalaje posible -considerando el volumen de cada producto en pallet-, usando códigos de Visual Basic sobre la propia tabla maestra, administrada como archivo Excel. Así, y duplicando las paradas, se logró tener para el escenario reconstruido los clientes a atender.

Lo obtenido se resume en la siguiente tabla:

Métrica	Noviembre	Marzo	Junio
Distancia recorrida	192.740 Km	197.086 Km	172.667 Km
Driving time	171,56 días	173,00 días	153,55 días
Tiempo total	860,62 días	911,00 días	821,12 días
Clientes por vehículo	18,77 clientes/ruta	19,36 clientes/ruta	20,09 clientes/ruta
Utilización (volumen)	47,67 %	48,19 %	48,26 %
Tamaño de flota	146 vehículos	143 vehículos	141 vehículos
Visitas por cliente	1,003 vehículos/cliente	1,003 vehículos/cliente	1,002 vehículos/cliente

Tabla 5.2: Resultados optimización operación inicial

Son notables los ahorros de una optimización diaria, con una reducción entre el 34,12% (junio) y el 23,08% (noviembre), reducciones de entre 10 y 20 vehículos contratados al mes, pero el uso de flotas de mayor dimensión para realizar entregas puede resultar poco realistas, por lo que se amplía la cantidad de destinos con entregas por vehículos livianos en las etapas de implementación final.

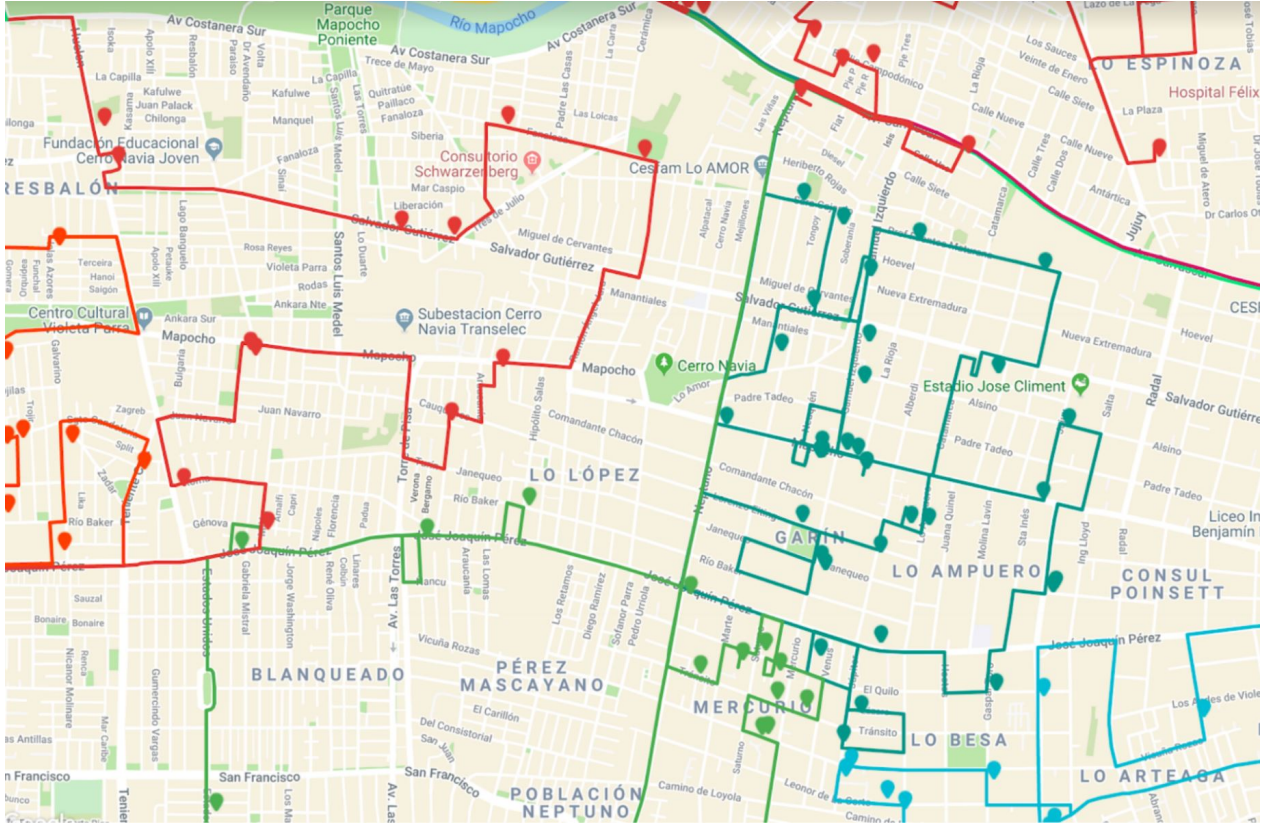


Figura 5.4: Rutas optimizadas según demanda histórica. Acercamiento.

5.4.3. Aplicación de PVRP

En esta ocasión, la parte dedicada a asignación se realizó con la función de asignación aproximada, mientras el ruteo diario con SimpliRoute.

Para estimar la frecuencia de visita, se revisó la base histórica de los clientes, se calculó el promedio sencillo de visitas por semana y se redondeó por el entero más cercano, dividiendo la carga estimada semanal entre dichos días.

Sin embargo, la base de paradas recurrentes tenía la debilidad de que las respuestas tendían a concentrar los pedidos en pocos días, aprovechando ventajas de economías de escala, pero subutilizando capacidad de flota contratada, por lo que se agregó el factor de alisamiento propuesto en (4.2) y (3.45). Junto con ello, se agregó a la base de recurrentes a clientes considerados como aleatorios. Originalmente sólo se consideraron aquellos con pedidos de 4 semanas al mes, pero se agregó luego a aquellos que pidiesen al menos 2 semanas dentro del mismo mes.

La estimación de los parámetros k_0 y k_1 se realizó calibrando con datos de ruteo diario de los distintos meses en diversas secciones de la capital. Dado que los parámetros son lineales respecto al resto de elementos de la ecuación (3.24), pues dependen sólo de la parada, una regresión lineal simple fue la herramienta utilizada para obtener sus valores, y una muestra de 24 ruteos diarios en zonas que se correspondían con las de la teselación simplificada. El resultado fue $k_0 = 1,83$ y $k_1 = 0,61$, significativamente distintos de 0 al 95 % de confianza, con $R^2 = 0,848$ y una componente constante para la que no hubo información suficiente para distinguirlo de 0.

El procedimiento para obtener resultados consta de lo siguiente:

- se asigna a los clientes a un depot según algún método, el usado en este caso fue la clusterización por tiempo de viaje
- se selecciona un criterio para distinguir clientes frecuentes, excluyendo a las visitas diarias, donde los criterios usados fueron presencia en 4 semanas de un mes, y presencia en 2 semanas de un mes o al menos pedido mensual de 1 pallet
- se filtran los clientes bajo dicho criterio y se ejecuta la asignación a días
- se re-incorporan los filtrados ya asignados a días, y se asume que los que no fueron asignados repetirán el patrón pasado y se consideran un shock aleatorio
- se rutea día por día en un mes, en este caso haciendo uso de SimpliRoute
- se obtiene del ruteo las paradas, la distancia recorrida, la cantidad de vehículos utilizados y su ocupación, información que pudo ser recopilada del SAAS de SimpliRoute

Los resultados obtenidos se resumen en la siguiente tabla.

Métrica	Noviembre	Marzo	Junio
Distancia recorrida	170.742 Km	181.438 Km	170.031 Km
Driving time	157,16 días	169,18 días	153,91 días
Tiempo total	758,73 días	895,89 días	798,28 días
Clientes por vehículo	22,36 clientes/ruta	23,70 clientes/ruta	21,39 clientes/ruta
Utilización (volumen)	50,74 %	45,46 %	51,34 %
Tamaño de flota	116 vehículos	156 vehículos	134 vehículos
Visitas por cliente	1,000 vehículos/cliente	1,000 vehículos/cliente	1,000 vehículos/cliente

Tabla 5.3: Resultados aplicación PVRP sin suavizamiento

Explorando el resultado de marzo (por ser el caso con mayor demanda) a nivel diario en las figuras (5.5) (5.6), podemos observar la demanda proyectada en paradas y unidades de pallets que se debe entregar a nivel diario. Esta se compone por una base recurrente, definida como aquellas paradas con pedidos en todas las semanas que comprende un mes, o que al menos consuma un pallet en lo que dure el período en cuestión, mientras el resto corresponde a pedidos diarios (base diaria de clientes) y pedidos considerados aleatorios (o sin frecuencia definida). But the amount of multiple visits per customers seems softer.

Nevertheless, looking at daily load per vehicles it's easily seen a big dispersion.

¡Add dispersion comment!

¡Insert pics from presentation!

¡Propose introduction to smooth pvrp!

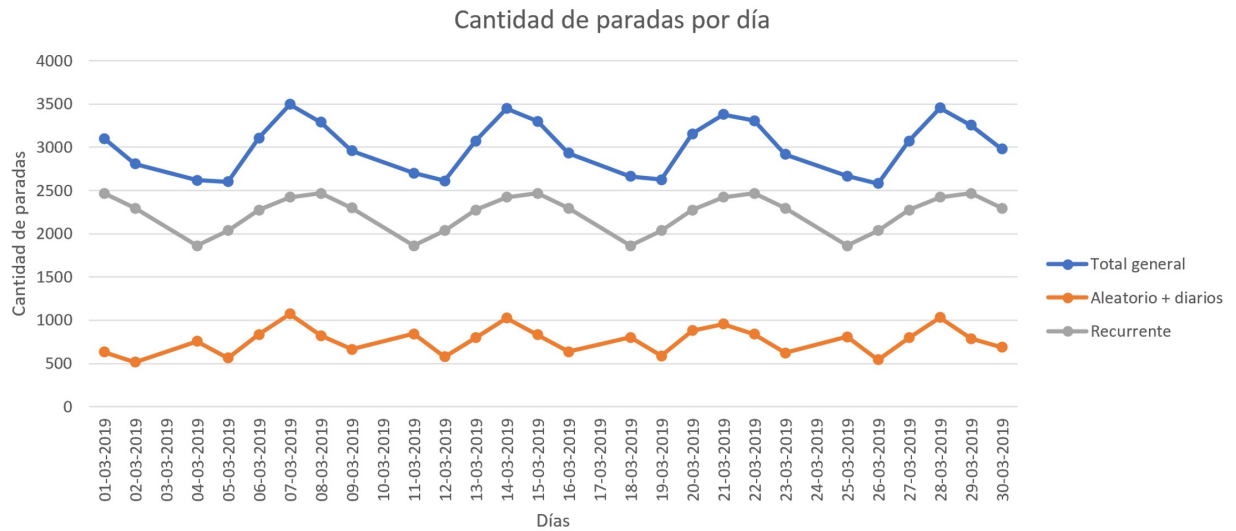


Figura 5.5: Paradas por día luego de optimización con cluster, recurrencia definida por presencia 4 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.

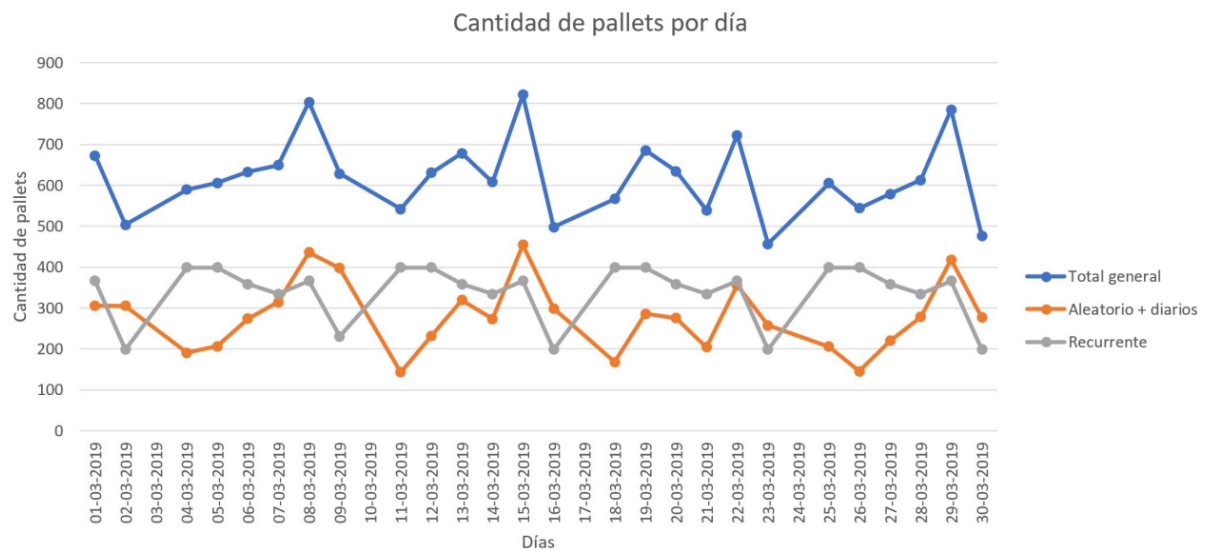


Figura 5.6: Volumen en pallets por día luego de optimización con cluster, recurrencia definida por presencia 4 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.

Podemos observar que, haciendo uso del mismo algoritmo de ruteo, la asignación diaria

incurre en ahorros de distancia entre el 11,41 % (noviembre) y el 1,53 % (junio), ahorros en tiempo de entre 1,75 % y 20,54 % y un impacto difuso en la flota entre 20,54 % de ahorro y 9,09 % de exceso de flota respecto al escenario optimizado anterior, sin embargo utiliza una flota mayor y de capacidad más reducida (aumento en la ocupación a pesar del aumento de flota). A pesar de los beneficios de que los beneficios respecto a la situación original son prometedores, y contar con simplificación de la operación diaria, se debe tener en consideración los resultados de chapter 4, por lo que es conveniente revisar el efecto de una asignación alisada.

Además, la aparición de picos en las paradas demandadas en la base aleatoria que corresponden con los días días donde la cantidad de paradas demanda en la base recurrente (mas no basal) es menor, permite cuestionar la definición rígida de frecuencia utilizada en tanto conteo de apariciones de la parada, pues el mismo patrón no fue observado a nivel de volumen o cantidad de pallets. Se considerará en una nueva optimización que la base frecuente se constituye por aquellas paradas que demanden al menos 2 veces en un mes, cuyos resultados se ilustran en 5.4.

Métrica	Noviembre	Marzo	Junio
Distancia recorrida	193.307 Km	212.169 Km	164.445 Km
Driving time	161,54 días	177,13 días	139,90 días
Tiempo total	798,21 días	827,14 días	723,59 días
Clientes por vehículo	18,43 clientes/ruta	19,14 clientes/ruta	20,83 clientes/ruta
Utilización (volumen)	60,40 %	71,48 %	53,08 %
Tamaño de flota	112 vehículos	127 vehículos	105 vehículos
Visitas por cliente	1,001 vehículos/cliente	1,014 vehículos/cliente	1,000 vehículos/cliente

Tabla 5.4: Resultados aplicación PVRP con suavizamiento

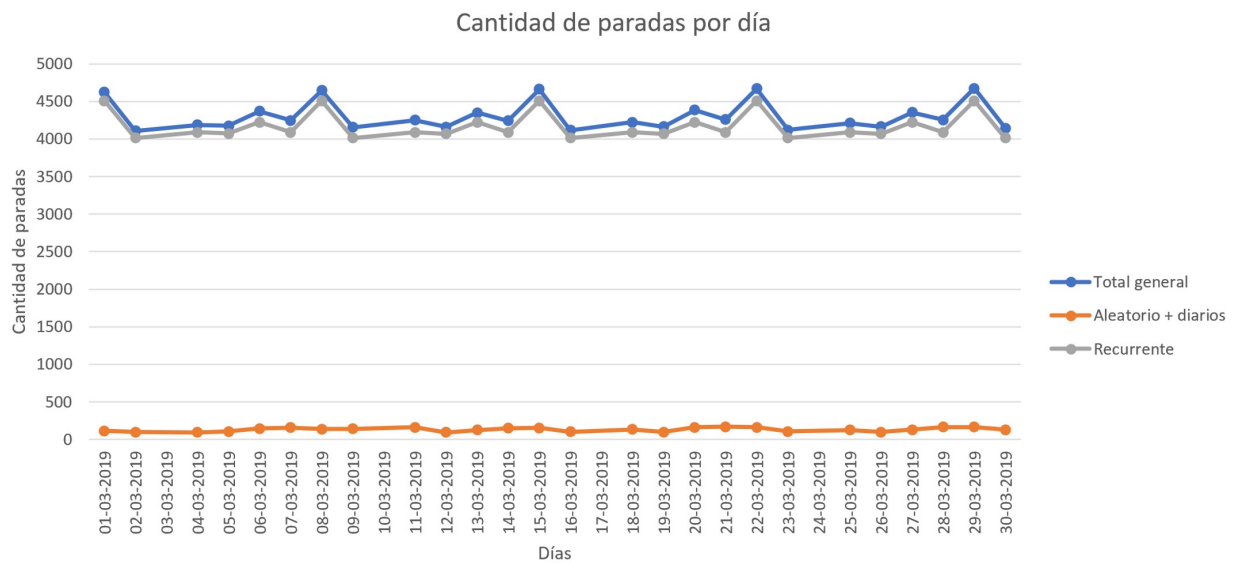


Figura 5.7: Paradas por día luego de optimización con cluster, suavizamiento, recurrencia definida por presencia 2 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.

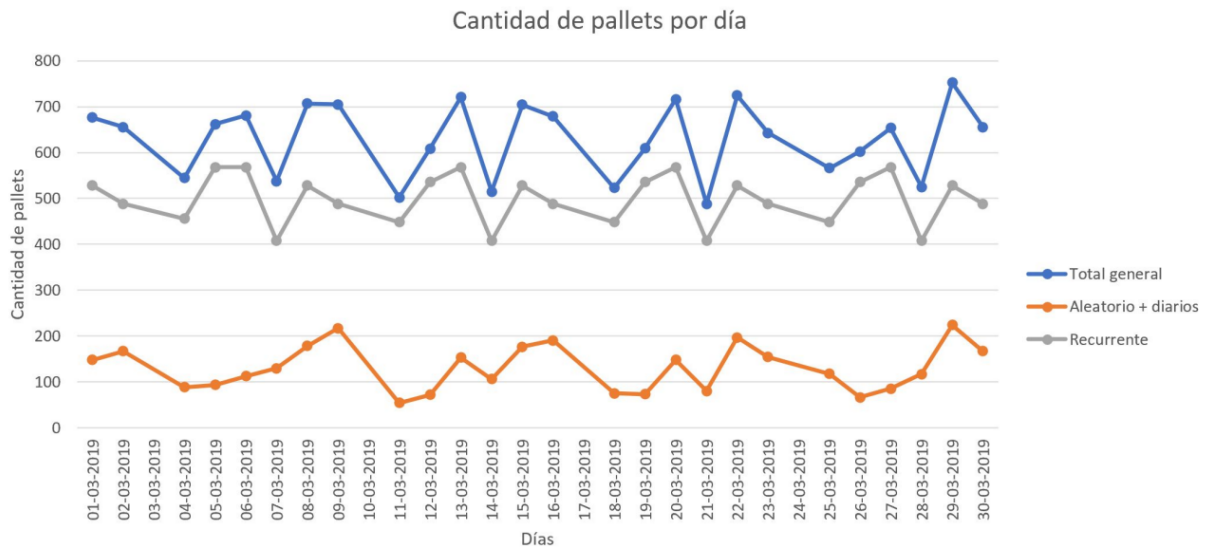


Figura 5.8: Paradas por día luego de optimización con cluster, suavizamiento, recurrencia definida por presencia 2 semanas al mes o volumen de 1 pallet, marzo proyectado.

Si bien la distancia se encuentra entre un 4,76% de ahorro y un 7,65% de sobrecosto respecto al benchmark optimizado, la flota disminuye entre 11,18% y un 26,57%, mientras los tiempos entre un 7,20% y un 11,93%.

Es observable que la optimización incurre en mejoras importantes respecto al escenario original. Tomando el mes más complejo -marzo-, la optimización diaria disminuye la distancia recorrida un 31%, mientras la periódica un 26%, mientras la cantidad de vehículos contratados disminuye un 17% y un 27%, respectivamente, permitiendo también mejoras en la ocupación total, superando el 53%. Considerando precios de contratación de vehículos por clp 1.607.000/vehículo y de combustible de clp 261/L, el ahorro de la optimización diaria ronda el 19%, mientras el ruteo periódico el 27%.

Junto a ello, si bien la cantidad de paradas aumenta, y la distancia total recorrida igualmente, este cambio de paradigma en la minimización permite disponer de un total esperado diario relativamente estable, y una variabilidad del volumen cargado menor, nunca superior a los 800 pallets diarios, entregando certidumbres sobre el trabajo diario y sobre los mejores días para entregar cargas pendientes de días anteriores.

Capítulo 6

Conclusión

Este trabajo tuvo como objetivo encontrar un método efectivo que permita asignar paradas a días en el contexto de ruteo de vehículos en el problema conocido como PVRP, donde se optó por la separación del problema de asignación y el de ruteo con aproximaciones de la distancia recorrida en cada día dados calendarios.

Con base en la revisión bibliográfica, se encontró un método aproximado de la distancia recorrida en una ruta, lo que con modificaciones basadas en simplificaciones de la propuesta de aproximación, se puede aseverar que son una alternativa a la resolución exacta, donde el ajuste lineal de cada estimador resultó significativo, con un error cuadrático medio de 0,848, lo que permite descartar la hipótesis nula de que dichos estimadores son 0 y entrega un grado de ajuste tal que permite hacer pronósticos sin temor a sobreajuste.

Estas heurísticas son capaces de además ordenar itinerarios optimizados a nivel diario, permitiendo obtener ahorros en distancia recorrida, tiempo mínimo de operación y tamaño de flota necesario, tal como se observa en la aplicación de PVRP, donde los ahorros respecto a la situación original fueron desde un 31 % en distancia para la optimización sin ruteo periódico, y con respecto a esta, la solución con ruteo periódico sin alisamiento los ahorros fueron de 32 %, y con alisamiento un alza de 7 %. Considerando la flota, esta disminuyó de 143 vehículos en la situación sin ruteo periódico a 123 vehículos en el caso sin alisamiento y 125 en el caso con alisamiento.

Estas mejoras deben entenderse dentro del marco de mejoras posibles debido a la división del problema en dos partes, donde se establece la frontera alrededor del 16,92 % adicional por simple división del problema, esperando que la solución propuesta ronde el 47,09 % adicional respecto a cotas inferiores que rondan el 10 % de la mejor solución disponible. Los resultados de esta heurística pueden ser mejorados de forma importante desarrollando nuevas y más precisas rutinas de ruteo de vehículos para grandes escalas, dado su impacto en el error de alrededor del 22,7 % de la mejor cota inferior, mientras que el refinamiento de la aproximación de asignación supondría un 8,83 % del error, respecto a la misma cota inferior.

Extrapolando estos resultados al problema de Santiago en marzo (sin alisamientos), provee un espacio de mejora total, asumiendo posible calcular una cota inferior para un GAP de alrededor de 10 %, de 58.086 Km, considerando abordable un espacio de mejora por asignación

de 14.721 Km, y por ruteo de 33.614 Km. Estas mejoras pueden repartirse entre las diversas deudas de desarrollo, clasificables como de coordinación, de aproximación y de ruteo.

Tomando en consideración la solución con alisamiento, el espacio de mejora total es de 17,44 %, unos 31.507 Km, en una solución cuyo óptimo tiene razones para recorrer distancias mayores que el caso sin alisamientos al ser un poliedro más acotado, pero su efecto en la flota contratada -asunto no estudiado en el rendimiento de la heurística- resulta atractivo en industrias que subcontratan esta parte de su operación.

No debe obviarse el efecto del tamaño de andenes y de los clientes no-recurrentes, en general obviados en este estudio y tomado como capacidad de vehículos histórica e impacto aleatorio en las paradas diarias, respectivamente. Sobre los clientes no recurrentes, estos pueden ser atendidos desde cualquier depot, lo que podría afectar la operación de cualquier depot. La decisión final de a cuál centro de distribución asignarlos durante el estudio fue la clusterización, pero en la práctica no se desarrolló otra herramienta que permita su asignación por defecto.

Lo anteriormente expuesto se basa en la operación de la empresa, donde cada cliente debe tener asignado sólo un depot para operar, y eventualmente se podría estudiar una clusterización mensual que cambie los depots asignados bajo la política descrita en (5.4.1), o incluso liberar la asignación por completo dependiendo del grado de coordinación entre depots. Sobre las capacidades de andenes, estas no sólo ayudarían a entender el máximo diario de entrega, sino que entregan de forma natural las bondades de la asignación suavizada al resultado de la heurística propuesta.

En lo que respecta a desarrollos posibles de coordinación, es de interés la información nueva que genera el resolver la etapa de ruteo -que podría ser de interés para la etapa de asignación-, de modo que se pueda seguir una rutina de descomposición, o bien sirva la solución heurística como solución factible que permita reducir en parte el tiempo de ejecución del problema general y estudiar su convergencia, o al menos el impacto de mejora al resolver de forma iterativa la asignación con rutas fijadas por el ruteo, abriendo paso al uso posible, presente en la literatura revisada, de incorporar ventanas de tiempo y capacidad en la aproximación. Otro foco es el efecto de la carga aleatoria en la solución de asignación, de modo que se considere una versión robusta del mismo modelo, al incorporar en la base los elementos sin frecuencia.

Desarrollos futuros para la aproximación a tener en cuenta son los de la familia de teselación de superficies. La literatura busca aproximarlas a áreas rectangulares que, a mayor demanda, asemejan el área que ocuparía una calle en el límite (segmentos angostos de cara al centro de distribución, se proyectan a lo largo). En la misma línea, otra deuda adquirida fue la estaticidad en la estimación de los parámetros de distancia, que podrían tener un valor menos general asociado a las áreas que buscan representar. Un espacio de mejora evidente, que podría mejorar los resultados de la etapa de asignación, es incorporar completamente este tipo de teselaciones y correcciones de métrica, buscando un bajo consumo de tiempo en la ejecución final del algoritmo, y proveyendo un espacio de mejora más holgado.

Otra innovación interesante a incorporar en esta heurística es la capacidad y las ventanas de tiempo dentro de la asignación. En la literatura se revisó que pueden ser tenidas en

consideración cuando se conoce el número de rutas a incorporar, estableciendo un camino por muestreo, lo que podría tener impacto en la forma y cantidad de regiones a visitar por vehículo, todo basado en medidas de probabilidad para la densidad de paradas en una superficie.

Respecto a las mejoras de ruteo, se requiere estudiar a mayor profundidad la organización de paradas en grupos con el tamaño suficiente para hacer uso de rutinas de asignación a vehículos más competitivas, considerando aspectos de acceso, velocidad y conectividad que se obviaron en este estudio al escapar del foco principal y al buen desempeño general del servicio utilizado. Queda espacio además para una resolución robusta que permita incorporar información de desempeño de cada depot en términos de volúmenes cargados, entregando holguras en términos de capacidad y paradas diarias que puedan ser atendidas por la flota disponible que, en caso de no lograr entregar un pedido en un período t , este pueda responder dentro de una ventana razonable de días.

Muchas de estas deudas e innovaciones que quedan pendientes se deben entender considerando el largo tiempo que toma la recopilación, limpieza y filtrado de datos, junto con la ejecución de las rutas, sean reconstrucciones u optimizaciones, que pudo ser acortada dada la vasta y sistematizada organización de los datos por parte de la empresa participante. Entre otras limitaciones, las más importantes refieren a la incorporación de restricciones en la etapa de asignación como se ha mencionado anteriormente, la mejora en la programación del modelo exacto para obtener mejores cotas inferiores, mejoras en la estimación agregada de las funciones de costos aproximados y una implementación hacia el frente del algoritmo.

Las limitaciones anteriormente enumeradas abren espacio al desarrollo de algoritmos específicos que fortalezcan los ya existentes, en un nivel evidente para los que resuelven VRP sin necesidad de incorporar demasiadas innovaciones en sus formulaciones. Se establece también un marco para comparar el rendimiento de estos modelamientos pero a gran escala, lo que puede servir de insumo para evaluar periodicidad en industrias con clientes estables en grandes áreas urbanas.

Además, permite incorporar las herramientas de asignación a los problemas de ruteo, en este caso resuelto con la resolución de un MIP, pero que en casos donde no se disponga de un solver capaz de manejar un problema de estas dimensiones, aún permite su ejecución. Todo esto de la mano del campo de la aproximación, donde este estudio ha permitido poner a prueba sus resultados en el contexto de asignación.

Capítulo 7

Bibliografía

- Abad, P. L. (1996). Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability and partial backordering. *Management Science*.
- Baldacci, M. A., R., y Roberti, R. (2012). Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*.
- Bramel, J., Coffman, E. G., Shor, P. W., y Simchi-Levi, D. (1992). Probabilistic analysis of the capacitated vehicle routing problem with unsplit demands. *Operations Research*, 40(6), 1095–1106. doi: 10.1287/opre.40.6.1095
- Bramel, J., y Simchi-Levi, D. (1996). Probabilistic analyses and practical algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 44(3), 501-509. doi: 10.1287/opre.44.3.501
- Chaoand, I.-M., Golden, B. L., y Wasil, E. (1995). An improved heuristic for the period vehicle routing problem. *Networks*.
- Christofides, N., y Beasley, J. E. (1984). The periodic routing problem. *Networks*.
- Clarke, G., y Wright, J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*.
- Cordeau, J.-F., Gendreau, M., y Laporte, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problems. *Networks*.
- Daganzo, C. (2005). *Logistics systems analysis* (Fourth ed.). Berlin Heidelberg: Springer-Verlag.
- Drummond, L. M. A., Ochi, L. S., y Vianna, D. S. (2001). An asynchronous parallel metaheuristic for the period vehicle routing problem. *Future Generation Computer Systems*.
- Figliozzi, M. A. (2009). Planning approximations to the average length of vehicle routing problems with time window constraints. *Transportation Research Part B: Methodological*, 43(4), 438–447. doi: 10.1016/j.trb.2008.08.004
- Francis, P., Smilowitz, K., y Tzur, M. (2006). The period vehicle routing problem with service choice. *Transportation Science*, 40(4), 439-454.
- Francis, P., Smilowitz, K., y Tzur, M. (2008). Golden b., raghavan s., wasil e. (eds) the vehicle routing problem: Latest advances and new challenges. operations research/computer science interfaces, vol 43. En (cap. The Periodic Vehicle Routing Problem and its Extensions). Springer Boston, MA.
- Kallehauge, B. (2008). Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem

- with time windows. *Computers & Operations Research*.
- Laporte, R. S., G., y Vidal, T. (2014). Heuristics for the vehicle routing problem. En P. Toth y D. Vigo (Eds.), *Vehicle routing: Problems, methods, and applications* (Second ed., pp. 87–116). SIAM - Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Mourgaya, M., y Vanderbeck, F. (2006). Column generation based heuristic for tactical planning in multi-period vehicle routing. *European Journal of Operational Research*.
- Pasternack, B. A. (2008). Optimal pricing and return policies for perishable commodities. *Marketing Science*.
- Rhee, W., y Talagrand, M. (1987). Martingale inequalities and np-complete problems. *Mathematics of Operations Research*, 12(1), 177-181. doi: 10.1287/moor.12.1.177
- Russell, R., y Igo, W. (1979). An assignment routing problem. *Networks*.
- Russell, R. A., y Gribbin, D. (1991). A multiphase approach to the period routing problem. *Networks*.
- Tan, C., y Beasley, J. (1984). A heuristic algorithm for the period vehicle routing problem. *Omega*.
- Yuan, Y., Cataruzza, D., Ogier, M., y Semet, F. (2020). A note on the lifted miller–tucker–zemlin subtour elimination constraints for routing problems with time windows. *Operatios Research Letters*.