

CH-FC
86-F
422e
1

EFFECTO DE LA ANISOTROPIA DE LOS IONES DE HELIO He^+ SOBRE LA
TASA DE CRECIMIENTO DE LAS ONDAS IONICAS CICLOTRONICAS EN LA
MAGNETOSFERA.

Tesis
Entregada a la
Universidad de Chile
en cumplimiento parcial de los requisitos
para optar al grado de
Magister en Ciencias Físicas

Facultad de Ciencias
Básicas y Farmacéuticas

por
Pedro Vega Jorquera

Patrocinante : Dr. Luis Gomberoff

NO

Facultad de Ciencias
Básicas y Farmacéuticas
Universidad de Chile

I N F O R M E D E A P R O B A C I O N
T E S I S D E M A G I S T E R

Se informa a la Comisión de Postgrado de la Facultad de Ciencias Básicas y Farmacéuticas que la Tesis de Magister presentada por el Candidato:

PEDRO VEGA JORQUERA

ha sido aprobada por la Comisión Informante de Tesis como requisito de tesis para el grado de Magister en Ciencias Físicas

Patrocinante de Tesis:
Dr. Luis Gomberoff



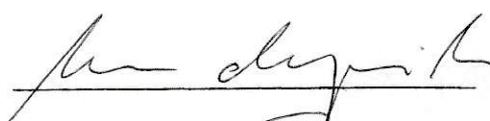
Comisión Informante de Tesis:
Dra. María Ester Brandan S.



Prof. Hans Wolfes R.



Dr. Hernán Chuaqui



Dr. Miguel Orszag P.



NO

A mis padres

A mi esposa e hijo

NO

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi tutor Dr. Luis Gomberoff, por haberme propuesto este tema y por su ayuda en la realización del mismo.

Agradezco también a todas las personas que de una u otra forma me ayudaron en el desarrollo de este trabajo.

I N D I C E D E M A T E R I A S

- Capítulo I Introducción
- Capítulo II Descripción de la Magnetósfera
- Capítulo III Relación de dispersión de ondas que se propagan paralelas a un campo magnético \vec{B}_0
- Capítulo IV Análisis de la Tasa de Crecimiento de las ondas ion-ciclotrón.
- a. Efectos combinados de iones fríos H^+ y He^+ sobre la inestabilidad electromagnética protón-ciclotrón.
 - b. Tasa de crecimiento convectivo de ondas ion-ciclotrón en un plasma $H^+ - He^+$ fríos y $H^+ - He^+ - O^+$ fríos
- Capítulo V Cálculo de la Tasa de crecimiento incluyendo efectos térmicos y considerando la Anisotropía de los iones de Helio He^+ .
- Capítulo VI Conclusiones.
- Apéndice
- Referencias.

RESUMEN

En este trabajo se estudia el efecto que tiene la Anisotropía de los iones de Helio sobre la Tasa de crecimiento de las ondas ion-ciclotrón en la Magnetósfera Terrestre.

Se considera un plasma compuesto de electrones y iones positivos: protones energéticos Anisotrópicos, iones de Helio supraterrmales Anisotrópicos y protones "frios" isotrópicos. La Tasa de crecimiento de las ondas es obtenida en todo detalle haciendo uso de la Teoría Cinética. Se analiza el rol que juega la Anisotropía de los iones de Helio sobre la Tasa de crecimiento de estas ondas en la región Ecuatorial de la Magnetósfera. El rango de frecuencia de estas ondas corresponde a ondas ULF (0,1 - 5 Hz).

Como conclusión general se obtiene que cuando la Anisotropía de los iones de Helio A_{He^+} es aumentada la Tasa de crecimiento aumenta cuando los modos caen bajo el modo marginal (el cual aparece debido a la Anisotropía del Helio) y disminuye cuando los modos caen sobre él. Es decir cuando A_{He^+} es suficientemente grande influye de manera importante sobre la Tasa de crecimiento de las ondas ion-ciclotrón en la Magnetósfera.

I. INTRODUCCION:

En este trabajo se estudia la influencia de la Anisotropía de los iones de Helio He^+ sobre la Tasa de crecimiento de las ondas ion-ciclotrón en un plasma: La MAGNETOSFERA TERRESTRE. Usamos el término "Plasma" para describir un gas ionizado, compuesto de iones positivos y negativos, tal que la densidad de carga neta es aproximadamente cero. Por conveniencia limitamos nuestra atención a un plasma compuesto de iones positivos y electrones.

Ejemplos astrofísicos de tales sistemas son la Magnetósfera, ionósfera, sol, interior estelar, atmósfera de estrellas calientes, las regiones H_{II} del espacio interestelar y origen de la radiación cósmica. Otro interés fundamental de Plasmas tiene relación con aplicaciones Tecnológicas como por ejemplo la fusión Termonuclear Controlada, propulsión de naves espaciales, generadores de microondas, tubos de descargas, etc.. En general sistemas que cumplen con $T^{3/2}/n \gg 1$, donde T : Temperatura, n : densidad.

Un factor distintivo del plasma es la especial naturaleza de las colisiones, en contraste a la colisión de dos cuerpos en la Teoría convencional de gas neutro. Debido al gran alcance de las fuerzas Coulombianas, las cuales gobiernan la interacción entre las partículas cargadas, los fenómenos colectivos son de mayor importancia en la descrip

ción de la dinámica de un plasma. Este largo alcance de las colisiones conduce a una difusión en el espacio de velocidades descrita por la ecuación de Fokker-Planck. Los choques elásticos o inelásticos de iones o electrones con cuerpos neutros o quizás con centros de átomos incompletamente ionizados son comúnmente despreciados en plasmas y serán considerados cuando se trata con efectos disipativos en un plasma colisional.

Existen dos formas de describir un plasma. La primera está basada en la solución directa de las ecuaciones de Transporte, usualmente referida como descripción de Teoría Cinética. Da una muy completa descripción de la dinámica de un plasma. El segundo método está basado en el uso de un conjunto cerrado de ecuaciones de momento para caracterizar el comportamiento de un plasma. Esta descripción, usualmente referida como descripción Magnetohidrodinámica, es de limitada aplicabilidad.

La Teoría de Flúidos es aplicable cuando dominan las colisiones (aplicar técnica de expansión de Chapman-Enskog) y además cuando la velocidad de fase de una onda es mucho mayor que la velocidad térmica característica de un plasma no-colisional (Aproximación a bajas temperaturas). Existen fenómenos, sin embargo, para los cuales la teoría de flúidos es inadecuada. Para éstos, es necesario considerar la función distribución de velocidades $f(\vec{v})$ para cada especie.

Esta descripción de Teoría Cinética es adecuada en la descripción de plasmas de altas temperaturas, aunque también a plasmas con temperatura no muy elevada, pero con densidad muy pequeña. Un caso bien específico es el Plasma considerado aquí: La Magnetósfera.

La Tesis se desarrollará partiendo de una descripción de la Magnetósfera, esto corresponderá al Capítulo II. En el Capítulo III se deriva la relación de Dispersión de ondas que se propagan paralelas a un campo magnético \vec{B} . En el Capítulo IV se presenta un resumen de: a) Efectos combinados de los iones H^+ y He^+ fríos, sobre las inestabilidades electromagnéticas protón-ciclotrón [L. Gomberoff and S. Cuperman, 1982], b) La Tasa de crecimiento convectivo de las ondas ion-ciclotrón en un plasma H^+-He^+ y en un plasma $H^+-He^+-O^+$ [L. Gomberoff and R. Neira, 1983]. En el Capítulo V se obtiene la Tasa de crecimiento de los modos inestables incluyendo los Efectos Térmicos y considerando la Anisotropía de los iones de Helio He^+ . Finalmente en el Capítulo VI se resumen las conclusiones.

II. DESCRIPCION DE LA MAGNETOSFERA:

Sobre la tierra inside el llamado viento solar, constituido por partículas cargadas que fluyen continuamente desde el sol en todas direcciones. El viento solar afecta la magnetósfera de la tierra (Fig. 1), región en cuyo interior el Campo Magnético Terrestre es dominante, y sus partículas en las zonas de radiación que rodean la tierra o Cinturones de Van Allen. La velocidad del viento solar es superalfvénica.

En períodos de gran actividad solar, sobre todo inmediatamente después de las erupciones solares, el viento solar se refuerza. Estas perturbaciones, que son a escala mundial, se llaman Tormentas Magnéticas.

La Magnetósfera está limitada externamente por una región llamada Magnetopausa cuya distancia menor a la tierra está aproximadamente a $10 R_E$ (frente hacia el sol).

El límite inferior de la Magnetósfera está a 400 Km. de la tierra aproximadamente, siendo este límite, el supe-rior de la ionósfera, aunque ambas regiones se confunden gradualmente; el límite inferior de la ionósfera está a 80 Km. de la tierra aproximadamente. Hacia la tierra continúan la Mesósfera, Estratósfera y Tropósfera.

La descripción de la Magnetósfera la obtenemos en base a experimentos realizados por los satélites Geos 1 y 2:

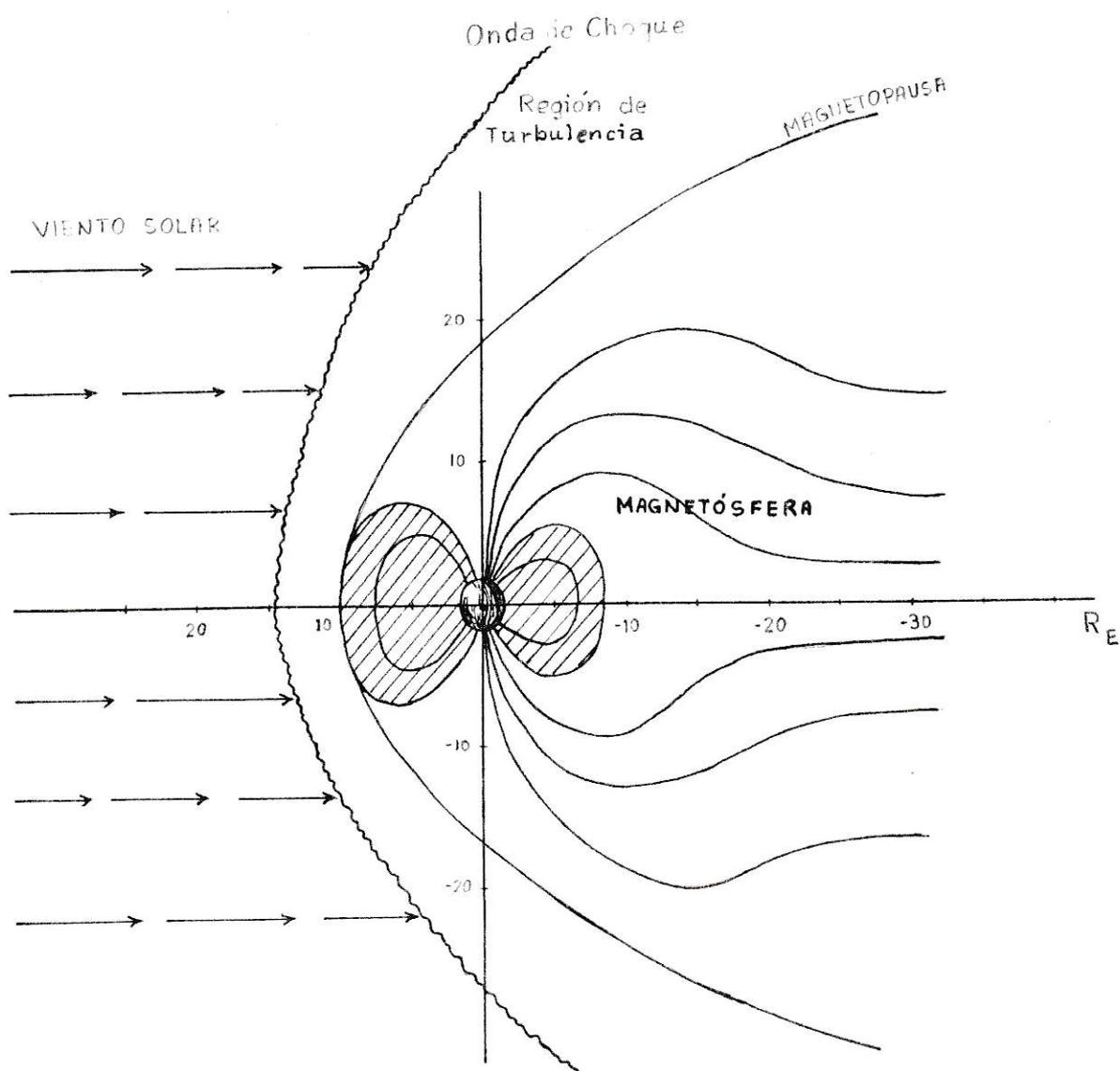


FIG. 1 : Magnetósfera Terrestre.

Experimentos de composición iónica (ICE) de la Magnetósfera.

El Geos 1 fue ubicado en una órbita escéntrica con un apogeo de 38.300 Km., un perigeo de 2.080 Km. y un período de 12 horas. El Geos 2 fue ubicado en órbita geostacionaria y estuvo ubicado entre los 6-8 R_e (Radios terrestres) distancia geocéntrica.

El estudio de composición iónica de la Magnetósfera [H. Balsiger et al. [1980]] nos conduce a lo siguiente:

Los iones en la magnetósfera se originan en:

- i) El Sol : Aquí están inicialmente con carga característica de la temperatura coronal.
- ii) La Ionósfera: Aquí están simple o doblemente cargados.

Al abandonar su origen entran en una de las tres regiones fuentes (aquí puede cambiar su estado eléctrico):

- a) Viento solar : Consiste en partículas altamente cargadas originarias del sol : e^- , H^+ , $^3He^{++}$, $^4He^{++}$ y O^{6+} .
- b) Ionósfera : Desde la cual los iones pueden ser acelerados en forma de haz que contiene : H^+ , $^4He^+$ y O^+
- c) Plasma térmico de altura : Fuente Plasmosférica: Enriquecido en He^+ y en iones doblemente cargados: He^{++} y O^{++} transportados desde la ionósfera. Este enriquecimiento ocurre debido a la separación de carga eléctrica y difusión térmica [Geiss et. al., 1978]

La composición iónica de la magnetósfera depende

altamente de la Actividad Magnética. Así por ejemplo:

- 1) En tiempo de calma o moderada distorsión: $H^+ \sim 93\%$,
 $He^+ \sim 1\%$, $O^+ \sim 5,5\%$ y $He^{++} \sim 0.5\%$.
- 2) Durante tormentas: H^+ crece, O^+ crece, He^+ muestra un fuerte pero corto aumento durante fase inicial, He^{++} aumenta.

Encontramos entonces que los iones pesados son, a lo menos durante distorsiones magnéticas, una significativa fracción de la población total desde unos pocos eV [Young et al., 1977] abarcando el rango de los keV [Johnson et al., 1975; Shelley, 1979; Geiss et al., 1978] hasta varios MeV [Fritz and Wilken, 1976].

III. RELACION DE DISPERSION DE ONDAS QUE SE PROPAGAN PARALELAS A UN CAMPO MAGNETICO \vec{B}_0

Estamos interesados en inestabilidades en un plasma bajo las siguientes (idealizadas) condiciones: Consideramos un plasma ambiente frío, compuesto de iones y electrones. Como las longitudes de onda relevantes son muy pequeñas comparadas con las dimensiones de la Magnetósfera, es una buena aproximación tratar la propagación de las ondas en un plasma infinito, uniforme, inmerso en un campo magnético constante \vec{B}_0 que está en dirección de eje z. Consideramos la Magnetósfera como un plasma no-colisional, lo cual nos permitirá iniciar el estudio considerando la Ecuación de Vlasov-Boltzmann, la cual se resolverá por método de Perturbaciones a primer orden.

Con las consideraciones anteriores, requerimos de la Ecuación de Teoría Cinética que corresponde al límite no-colisional (Teoría BBGKY [Montgomery and Tidman, 1964])

La ecuación de Vlasov en el espacio \vec{x}, \vec{p} ; para una partícula cargada, de masa m que se mueve dentro de un campo eléctrico \vec{E} y un campo magnético \vec{B} es:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f + \vec{G} \cdot \nabla_{\vec{p}} f = 0 \quad [1]$$

donde $f(\vec{x}, \vec{p}, t)$ es la función distribución de cada especie, $\vec{G} = \frac{d\vec{p}}{dt} = q(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B})$, tal que \vec{G} es un promedio.

Esta ecuación junto con las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla_{\vec{x}} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad [2]$$

$$\nabla_{\vec{x}} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \sum q n_0 \int f \vec{v} d\vec{p} \quad [3]$$

n_0 : número densidad promedio.

son las ecuaciones dinámicas que nos permitirán iniciar nuestro estudio.

Este sistema de ecuaciones no lineales, acopladas, es posible resolverlo usando Teoría de perturbaciones en torno a estado de equilibrio uniforme.

Considerando que en el plasma no hay campo eléctrico, gradientes espaciales, o variaciones temporales y solamente hay un campo magnético \vec{B}_0 en dirección z en el equilibrio, la función distribución en equilibrio f_0 , obedece a las ecuaciones

$$\frac{e}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \vec{p}} = 0 \quad [4]$$

$$\nabla_{\vec{x}} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \sum q n_0 \int d\vec{p} f_0 \vec{v} = 0 \quad [5]$$

Sea una perturbación en el plasma, tal que la función distribución, campo eléctrico y campo magnético, en este estado perturbado quedan:

$$f = f_0 + f^{(1)} \quad \vec{E} = E^{(1)} \quad \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}^{(1)} \quad [6]$$

reemplazando en ecuaciones [1],[2] y [3] y despreciando términos de orden mayor que el primero en las perturbaciones, encontramos

$$\frac{\partial f^{(1)}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla_{\vec{x}} f^{(1)} + q(\vec{E}^{(1)} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B}^{(1)}) \cdot \nabla_{\vec{p}} f_0 + \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 \cdot \nabla_{\vec{p}} f^{(1)} = 0 \quad [7]$$

$$\nabla_{\vec{x}} \times \vec{E}^{(1)} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}^{(1)}}{\partial t} \quad [8]$$

$$\nabla_{\vec{x}} \times \vec{B}^{(1)} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}^{(1)} \quad [9]$$

donde
$$\vec{J}^{(1)} = \sum q n_0 \int d\vec{p} f^{(1)} \vec{v} \quad [10]$$

Estas ecuaciones pueden ser resueltas aplicando primero la Transformada de Fourier y después la Transformada de Laplace

$$[\vec{E}, \vec{B}, \vec{J}, f](s, k) = \int_0^{\infty} dt e^{-st} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\vec{x}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} [\vec{E}^{(1)}, \vec{B}^{(1)}, \vec{J}^{(1)}, f^{(1)}](\vec{x}, t), \text{ con } \text{Re}(s) > 0 \quad [11]$$

Entonces aplicando las Transformadas y combinando [8] y [9] nos queda:

$$(s^2 + c^2 k^2) \vec{E} - c^2 \vec{k}(\vec{k} \cdot \vec{E}) = -4\pi s \vec{j} + (s \vec{e} + i c \vec{k} \times \vec{b}) \quad [12]$$

donde

$$[\vec{e}, \vec{b}] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\vec{x}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} (\vec{E}^{(1)}(t=0), \vec{B}^{(1)}(t=0)) \quad [13]$$

y la ecuación [7] nos da simplemente

$$(s + i\vec{k} \cdot \vec{v}) f + \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}_0 \cdot \nabla_{\vec{p}} f + \quad [14]$$

$$+ q \left[\vec{E} - \frac{i}{s} \vec{v} \times (\vec{k} \times \vec{E}) \right] \cdot \nabla_{\vec{p}} f_0 = g - \frac{q}{sc} \vec{v} \times \vec{b} \cdot \nabla_{\vec{p}} f_0$$

donde

$$g = \int \frac{d\vec{x}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} f^{(1)}(t=0) \quad [15]$$

Si consideramos un sistema de coordenadas cilíndricas, en el espacio de velocidades, centrado alrededor de $\vec{B}_0 = B_0 \hat{k}$: $v_x = v_{\perp} \cos \phi$, $v_y = v_{\perp} \sin \phi$, $v_z = v_{\parallel}$ (v_{\perp} , v_{\parallel} con respecto a \vec{B}_0) y el vector \vec{k} en plano xz y siguiendo método de B. Bernstein [Phys. Rev., 109, 10 (1958)], notamos que

$$(s^2 + c^2 k^2) \vec{E} - c^2 \vec{k} (\vec{k} \cdot \vec{E}) + \quad [16]$$

$$+ 4\pi s \sum \frac{n_0 q^2}{M \Omega_0} \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{p} \vec{p} \int_{-\infty}^{\phi} d\phi' G(\phi') \left\{ \vec{E} - \frac{i}{s} \vec{v} \times (\vec{k} \times \vec{E}) \right\} \cdot \nabla_{\vec{p}} f_0 = \Pi$$

donde $\Omega = \frac{qB_0}{Mc\gamma} = \frac{\Omega_0}{\gamma^*}$: frecuencia ciclotrónica relativista , $\gamma^* = (1 - \beta^2)^{-1/2}$

$$G(\phi') = \exp \frac{1}{\Omega} (s + ik_{\parallel} v_{\parallel}) (\phi - \phi') - ik_{\perp} v_{\perp} (\text{sen } \phi' - \text{sen } \phi) \quad [17]$$

$$v' = (v_{\perp} \cos \phi' , v_{\perp} \text{sen } \phi' , v_{\parallel}) = \frac{p'}{M\gamma} \quad [18]$$

$$y \quad \Pi = s \vec{E} + ic \vec{k} \times \vec{B} +$$

$$+ 4\pi s \sum \frac{qn_0}{M\Omega_0} \int d\vec{p} \vec{p} \int_{-\infty}^{\phi} d\phi' G(\phi') \left\{ g - \frac{q}{sc} \vec{v}' \times \vec{b} \cdot \nabla_{\vec{p}} f_0 \right\} \quad [19]$$

La ecuación [9] puede ser escrita en la forma

$$\vec{R} \cdot \vec{E} = \Pi \quad [20]$$

Como nuestro interés es considerar la perturbación con su vector de onda \vec{k} paralelo a \vec{B}_0 , hacemos en ecuación [16] $k_{\perp} = 0$. Realizando tediosas integrales angulares, la ecuación [16] se puede escribir como sigue:

$$\begin{bmatrix} A & -iB & 0 \\ iB & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Pi_x \\ \Pi_y \\ \Pi_z \end{bmatrix} \quad [21]$$

donde

$$A = s^2 + c^2 k^2 - s\pi \sum \frac{\omega_p^2}{\Omega_o} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\parallel} \int_0^{+\infty} dp_{\perp} p_{\perp}^2 \frac{\Omega(s + ikv_{\parallel}) \chi}{[\Omega^2 + (s + ikv_{\parallel})^2]} \quad [22]$$

$$B = -is\pi \sum \frac{\omega_p^2}{\Omega_o} \int_{-\infty}^{+\infty} dp_{\parallel} \int_0^{\infty} dp_{\perp} p_{\perp}^2 \frac{\Omega^2 \chi}{[\Omega^2 + (s + ikv_{\parallel})^2]} \quad [23]$$

$$C = s^2 - 2\pi s \sum \omega_p^2 \int_{-\infty}^{\infty} dp_{\parallel} p_{\parallel} \int_0^{\infty} dp_{\perp} \frac{\partial f / \partial p_{\parallel}}{\gamma^*(s + ikv_{\parallel})} \quad [24]$$

con

$$\omega_p^2 = \frac{4\pi q^2}{m} \quad y \quad \chi = \left(\frac{\partial f_o}{\partial p_{\perp}} + \frac{ikv_{\parallel}}{s} \frac{\partial f_o}{\partial p_{\perp}} - \frac{ikv_{\perp}}{s} \frac{\partial f_o}{\partial p_{\parallel}} \right) \quad [25]$$

Vemos que existe una propagación longitudinal, paralela a \vec{B}_0 , la cual no es afectada por el campo magnético. Los elementos restantes que podemos denotarlos por

$$\begin{bmatrix} A & iB \\ iB & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbb{I}_x \\ \mathbb{I}_y \end{bmatrix} \quad [26]$$

corresponden a una onda transversal a la propagación de la distorsión a lo largo de \vec{B}_0 y podemos representarla en términos de dos ondas polarizadas circularmente con denominadores de Landau dados por $F_{R,L}^+ = A \pm B$, donde el + en $F_{R,L}^+$ se refiere la prolongación de las integrales anteriormente definidas para $\text{Re}(s) > 0$ a $\text{Re}(s) < 0$. Desarrollando obtenemos

$$F_{R,L}^+ = s^2 + c^2 k^2 - \quad [27]$$

$$-\pi s \sum \omega_p^2 \int_0^\infty dp_{\parallel} \int_0^\infty dp_{\perp} p_{\perp}^2 \frac{\left(\frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} + \frac{ikv_{\parallel}}{s} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\perp}} - \frac{ikv_{\perp}}{s} \frac{\partial f_0}{\partial p_{\parallel}} \right)}{\gamma^*(s + ikv_{\parallel} \mp i\Omega)}$$

Notamos que si la función distribución es isotrópica los dos últimos términos de numerador se anulan. Además R y L (Polarización derecha, izquierda) corresponden a signo menos y más, respectivamente, en denominador.

Dentro del rango de energía en el cual trabajamos, nos es útil la forma no relativista de la ecuación [27] y considerando la transformada tal que s lo reemplazamos por $-i\omega$, la relación de dispersión que se obtiene haciendo $F_{R,L}^+ = 0$ nos queda:

$$F_{R,L}^+ = 0 = -\omega^2 + c^2 k^2 -$$

[28]

$$-\pi \omega \sum \omega_p^2 M^3 \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} dv_{\perp} v_{\perp}^2 \frac{\left(\frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} - \frac{kv_{\parallel}}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\perp}} + \frac{kv_{\perp}}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial v_{\parallel}} \right)}{(\omega - kv_{\parallel} \pm \Omega)}$$

y definiendo una función distribución $F_0 = M^3 f_0$, la relación de dispersión es

$$c^2 k^2 = \omega^2 +$$

[29]

$$+ \pi \sum_i \omega_{pi} \int_{-\infty}^{\infty} dv_{\parallel} \int_0^{\infty} dv_{\perp} v_{\perp}^2 \frac{(\omega - kv_{\parallel}) \left(\frac{\partial F_{0i}}{\partial v_{\perp}} \right) + kv_{\perp} \left(\frac{\partial F_{0i}}{\partial v_{\parallel}} \right)}{(\omega - kv_{\parallel} \pm \Omega)}$$

donde el índice i de sumatoria corresponde a todos los componentes del plasma. El signo más corresponde a polarización derecha de la onda y signo menos corresponde a polarización izquierda (Modos L).

IV. ANÁLISIS DE LA TASA DE CRECIMIENTO DE LAS ONDAS ION CICLOTRON.

Hablamos de onda ion-ciclotrón cuando la frecuencia de la onda se aproxima a la girofrecuencia iónica. La región del espectro donde nosotros trabajamos, corresponde a ondas cuya frecuencia está próxima a la girofrecuencia del Helio: Ω_{He^+} ; éstos corresponden a los modos L, bajo la girofrecuencia protónica.

En los últimos años se ha realizado un gran esfuerzo en el estudio de las ondas cerca de la girofrecuencia Ω_{He^+} , este ha sido desde el punto de vista teórico y experimental. El rango de frecuencia es 0.1-5 Hz, las cuales corresponden a ondas ULF.

Observaciones realizadas a bordo de los Geos 1 y 2 han mostrado una estrecha relación entre la ocurrencia de fuertes ondas ULF, en la Magnetósfera (Fig. 2), bajo la girofrecuencia protónica, y los siguientes fenómenos:

- 1) Aumento en la concentración de iones de He^+ frío ($E < 5$ eV)
- 2) presencia de protones energéticos y Anisotrópicos ($E \sim 20 - 100$ KeV), y
- 3) un aparente posterior aumento de la temperatura de los iones He^+ fríos hasta y sobre energía supraterrmales ($E > 20$ eV). Como hicimos notar anteriormente, en todos

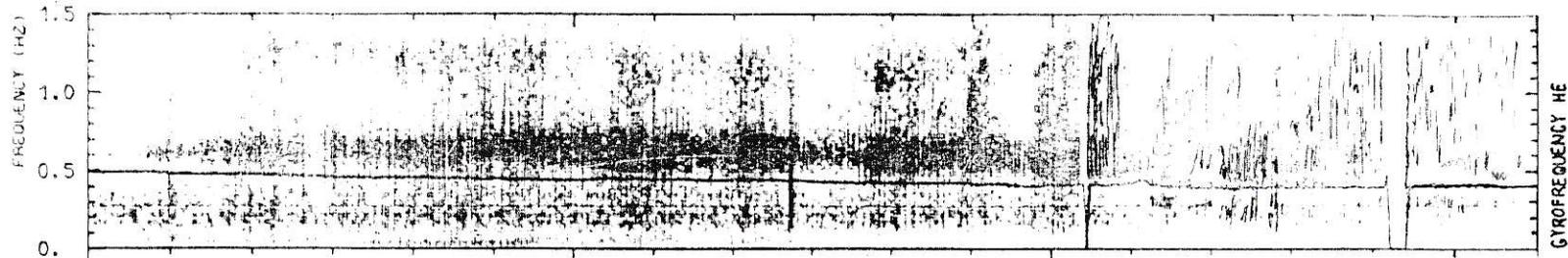
16/ 8/1977

GEOS-1/S300



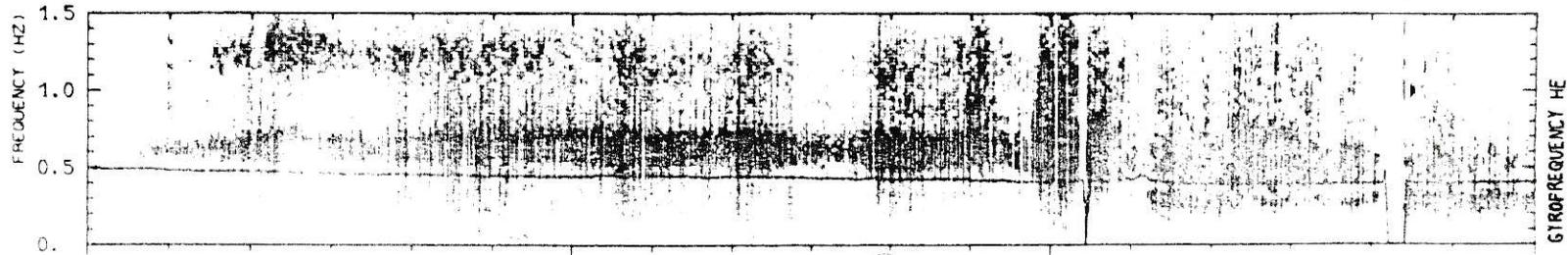
BR

BLACK₁
10.000³/Hz
AT 1 Hz



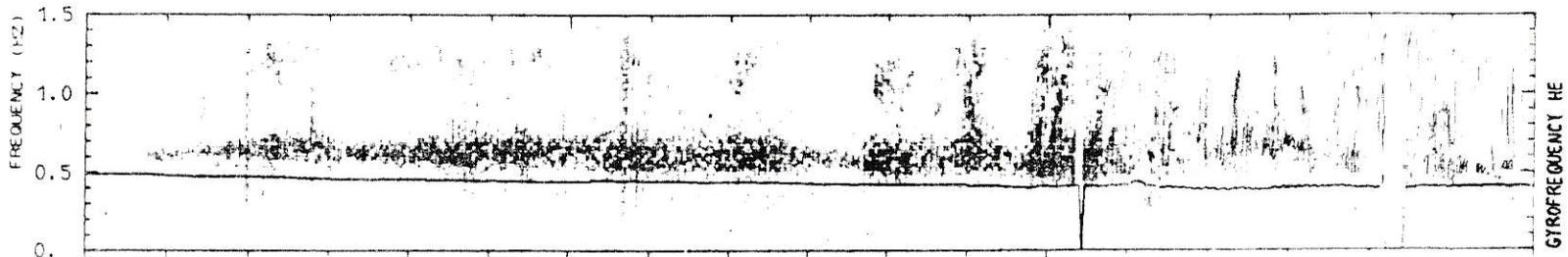
BL

BLACK₁
10.000³/Hz
AT 1 Hz



BZ

BLACK₁
10.000³/Hz
AT 1 Hz



EY
301
310

THETA (°)	19.2	24.5	27.6	29.9	32.8	36.6	39.4
LATITUDE (°)	9.2	11.1	12.8	14.4	15.8	17.2	19.0
DISTANCE (R _E)	6.30	6.58	6.79	6.93	7.00	7.00	6.93
LOCAL TIME	11.49	12.06	12.22	12.37	12.52	13.08	13.23

U. TIME: 10.20 11.20 12.20 13.20

Fig. 2. Frequency-time spectrogram of ULF waves observed on GEOS 1 on August 16, 1977.

estos eventos ULF la frecuencia fundamental cae en la vecindad de la girofrecuencia Ω_{He^+} [Young et al. 1979, Gendrin and Roux, 1980], (Fig. 3).

Gendrin and Roux (1980) interpretan estos fenómenos considerando que en presencia de protones energéticos y Anisotrópicos, el aumento de la densidad de iones He^+ fríos, conduce a un gran aumento de la tasa de crecimiento lineal de las ondas ion-ciclotrón [Cornwall, 1972; Mark, 1974; Cuperman et al., 1975 a,b ; Gomberoff and Cuperman, 1977] . Una vez generadas las ondas, ellas giroresuenan con los iones fríos los cuales difundirán en el espacio de velocidades tal que su ángulo de avance ("pitch angle") y su energía crecerán en promedio.

Sin embargo, los procesos de amplificación cuando dos especies frías, protones y iones He^+ , están presentes, no fue llevado a cabo hasta 1982 por L. Gomberoff y S. Cuperman. El trabajo que ellos realizan se analizará en la sección 4a.

4a. Efectos combinados de iones fríos H^+ y He^+ , sobre la inestabilidad electromagnética protón-ciclotrón. [Gomberoff and Cuperman, 1982].

Se considera un plasma infinito y uniforme que consiste en protones energéticos y dos componentes frías. Las componentes iónicas son descritas por una función distribu-

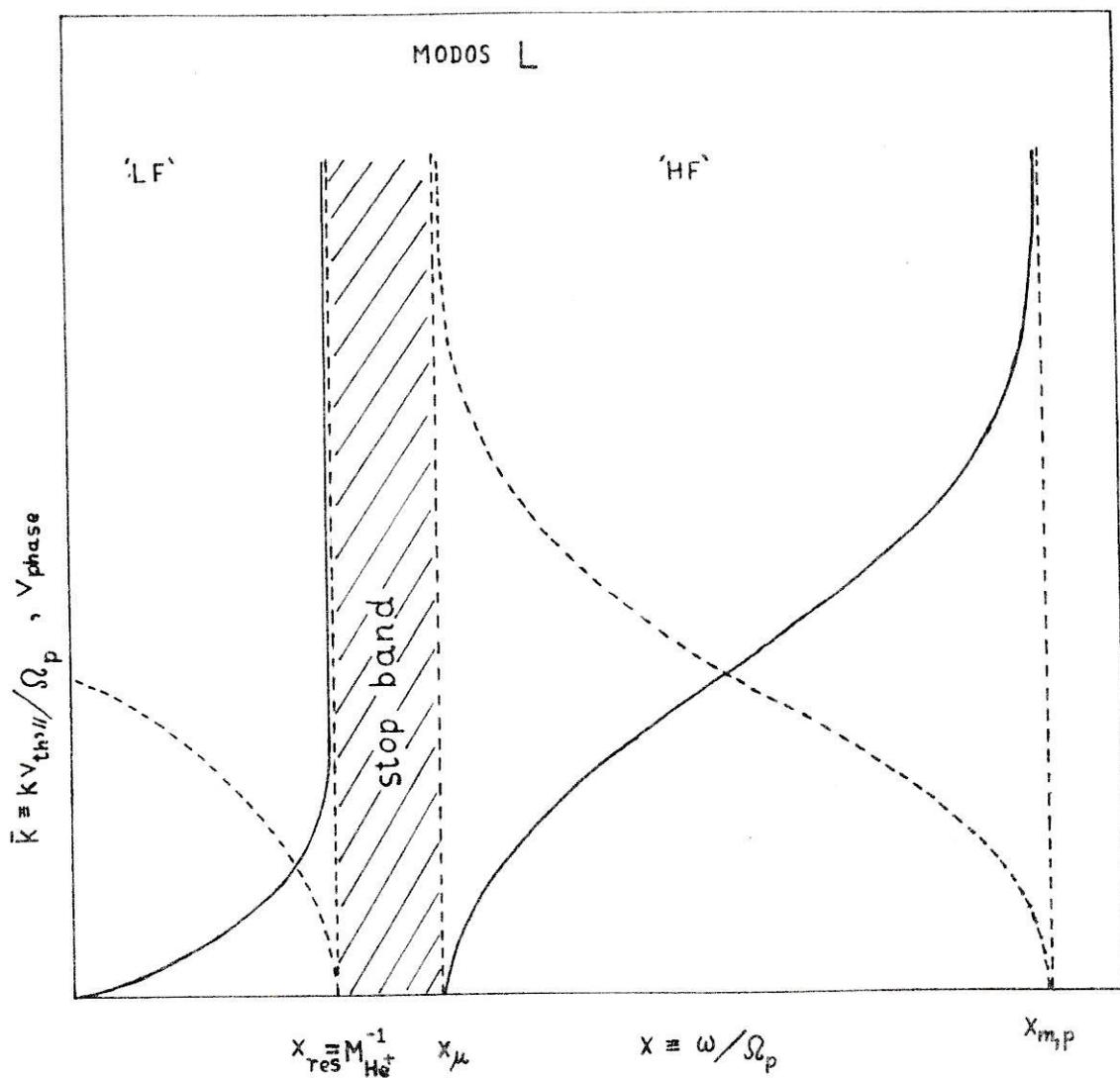


FIG. 3 : Curvas de dispersión para ondas electromagnéticas protón-ciclotrón en un plasma $H^+ - He^+$. Línea sólida, $\bar{k} = k v_{th} / \Omega_p$; línea cortada, v_{ph} .

ción bi-Maxwelliana de la forma

$$F_{0j}(v_{\perp}, v_{\parallel}) = \frac{1}{\pi^{3/2} \alpha_{\perp}^j \alpha_{\parallel}^j} \exp \left\{ - \left(\frac{v_{\perp}^2}{\alpha_{\perp}^j} + \frac{v_{\parallel}^2}{\alpha_{\parallel}^j} \right) \right\} \quad [30]$$

y los electrones por una función distribución Maxwelliana isotrópica.

Bajo estas condiciones y considerando la relación de dispersión de las ondas ion-ciclotrón que se propagan a lo largo de un campo magnético estático $\vec{B}_0(k_{\parallel} = k, k_{\perp} = 0)$, ecuación [29], obtenemos

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \sum_j \omega_j \left\{ A_j - \frac{1}{\alpha_{\parallel}^j k} [(A_j + 1)(\Omega_j - \omega) - \Omega_j] Z(\zeta_j) \right\} \quad [31]$$

donde

$$\omega_j = \frac{4\pi N_j q_j^2}{m_j}; \quad A_j = \frac{T_{\perp}^j}{T_{\parallel}^j} - 1; \quad \alpha_{\mu}^j = \left(\frac{2k T_{\mu}^j}{m_j} \right)^{1/2} \quad \text{con } \mu = \perp, \parallel,$$

y $Z(\zeta_j)$ tiene como argumento $\zeta_j = \frac{\omega - \Omega_j}{\alpha_{\parallel}^j k}$. Aquí ω_j : es la

frecuencia de plasma; A_j : Anisotropía en la temperatura de la función distribución [Kennel - Pstschek, 1966]; y $Z(\zeta_j)$: función de dispersión de plasma [Fried and Conte, 1961];

$\omega = \omega_r + i\omega_i$: la frecuencia compleja; k : el número de onda real.

Como solamente los protones energéticos son Anisotrópicos y considerando $\sum (\zeta_j) \approx -\frac{1}{\zeta_j}$ para los restantes componentes, entonces la relación de dispersión adquiere la forma

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \omega_{pp\omega}^2 \left\{ A_p - \frac{1}{\alpha_{\parallel}^2 k} \sum (\zeta_p) [(A_p + 1)(\Omega_p - \omega) - \Omega_p] \right\} -$$

[32]

$$- \sum_{cj} \omega_{pj}^2 \frac{\omega}{\omega - \Omega_j}$$

La suma \sum_{cj} es sobre todas las componentes frías. Esta suma incluye los electrones, ya que suponemos que satisfacen $(\Omega_e/v_{\parallel,th,e}k) \gg 1$, donde $v_{\parallel,th,e}$ es la velocidad térmica de los electrones.

Entonces con las suposiciones que $\omega_r \gg \omega_i$, $(\omega_r - \Omega_p)/k\alpha \gg 1$, $k^2 c^2 \gg \omega^2$, cuasineutralidad y a partir de la parte imaginaria de la relación de dispersión [32]

junto con $\frac{k^2 c^2}{\omega_{pp\omega}^2} = \frac{k^2 \alpha_{\parallel}^2}{\Omega_p^2 \beta_p}$, la tasa de crecimiento está

dada por

$$\gamma = \frac{\omega_i}{\Omega_p} = \left(\frac{\pi}{\beta_p} \right)^{1/2}$$

[33]

$$\frac{[A_p(1-x) - x] \exp \left\{ -\frac{(1-x)^2}{\beta_p} x^2 \left(\frac{1+\delta}{1-x} + \frac{M_i \eta}{1-M_i x} \right) \right\}}{x^2 \left(\frac{1+\delta}{1-x} + \frac{M_i \eta}{1-M_i x} \right)^{1/2} \left(\frac{(2-x)(1+\delta)}{(1-x)} + \frac{(2-M_i x)M_i \eta}{(1-M_i x)^2} \right)}$$

donde $x = \frac{\omega_r}{\Omega_p}$; $\delta = \frac{\omega_{ppc}^2}{\omega_{pp\omega}^2}$, $\eta = M_i \frac{\omega_{pic}^2}{\omega_{pp\omega}^2}$;

$$M_i = \frac{m_i}{Z_i m_p} \quad y \quad \beta_p = \frac{8\pi N_p k T_p}{B_0^2}$$

De la parte real de [32], con las anteriores suposiciones, nos da el número de onda k , el cual está dado por la relación de dispersión de plasma frío.

$$\frac{k^2 c^2}{\omega_{pp\omega}^2} = \frac{x^2(1+\delta)}{1-x} + \frac{M_i x^2 \eta}{1-M_i x} \quad [34]$$

Se observa que existe un modo marginal debido a la anisotropía A_p , el cual se obtiene cuando $\omega_i = 0$, esto es:

$$[A_p(1-x) - x] = 0 \Rightarrow x_{m,p} = \frac{\omega_{r,m}}{\Omega_p} = \frac{A_p}{A_p + 1} \quad [35]$$

Descripción del espectro: Si observamos la ecuación [34], vemos que existe una frecuencia de resonancia $x_{res} = M_i^{-1} < 1$, que produce un corte en la velocidad de fase $v_{ph} = \frac{\omega r}{k}$. Se encuentra también una frecuencia de corte $x_{\mu} = \frac{1+\delta + M_i \eta}{M_i (1+\delta+\eta)}$, tal que para frecuencias $x_{res} < x < x_{\mu}$, la onda no se propaga. Esto conduce a una banda de contención (stop band) [Fig 3], cuyo ancho está dado por $\Delta x = x_{\mu} - x_{res} = \frac{\eta(M_i - 1)}{M_i(1+\delta+\eta)}$.

Según esto podemos obtener los siguientes resultados:

- i) Un aumento de los iones pesados conduce a un aumento de la banda de contención, por tanto el efecto de un crecimiento de la concentración de los iones de He^+ fríos es estabilizante.
- ii) Un aumento de la concentración de los iones de H^+ fríos, produce un angostamiento de la banda de contención, es decir tiene un efecto desestabilizante.
- iii) Dependiendo de la Anisotropía en la temperatura A_p , el modo marginal puede caer a la derecha o a la izquierda de la resonancia. Si cae a la derecha, es decir si $x_m > x_{res}$, entonces la "stop band" divide el espectro en dos regiones. Sin embargo si modo marginal cae a la izquierda de la resonancia, esto es, si $x_m < x_{res}$, entonces la "stop band" no afecta el espectro.

Se estudia la Tasa de Crecimiento Máximo, para lo cual se analizan dos casos extremos:

- 1) $\delta \gg \eta$: Se obtiene $\delta = \delta_{op}$ y $x = x_1$ tal que la tasa de crecimiento es máxima.
- 2) $\eta \gg \delta$: Se obtiene $\delta = \delta_{op}$ y $x = x'_1$ tal que la tasa de crecimiento es máxima.

Se realiza un estudio detallado de los mecanismos de amplificación cuando dos especies frías están presentes, del cual se obtiene que el proceso de amplificación es el resultado del entre juego de las dos especies y que una pequeña variación de la concentración de una de las especies puede afectar fuertemente el espectro de inestabilidad de las ondas ion-ciclotrón. En particular, para los modos que satisfacen $x > M_i^{-1}$, la adición de iones pesados fríos tiene un efecto estabilizante, mientras que la adición de protones fríos tiene un efecto desestabilizante.

Se sugiere, además, que como los iones He^+ no son completamente fríos, entonces sus efectos térmicos modificarían la tasa de crecimiento.

4b. Tasa de crecimiento convectivo de ondas ion-ciclotrón en un plasma H^+ - He^+ fríos y H^+ - He^+ - O^+ fríos. [Gomberoff- Neira, 1983]

Se investiga el comportamiento de la tasa de crecimiento convectivo de las inestabilidades electromagnéticas protón-ciclotrón en un plasma H^+ - He^+ fríos y cuando una

tercera componente fría O^+ es agregada. Se muestra que la amplificación es el resultado del entrecruce entre las especies frías y la anisotropía térmica de los protones energéticos. El resultado parece estar en buena correlación con las observaciones realizadas por los Geos 1 y 2 concernientes a la generación de ondas ULF, bajo la girofrecuencia Ω_{H^+} . Obtiene que un pequeño aumento de O^+ puede afectar fuertemente la tasa de crecimiento convectivo de la inestabilidad bajo la girofrecuencia Ω_{He^+} , aun bajo la ausencia de la "stop band" del O^+ .

Este estudio se realiza ya que ha sido reconocido que los iones O^+ son importantes constituyentes de la Magnetósfera y además junto con los iones He^+ juegan un rol dominante en los procesos de intercambio: viento solar-magnetósfera-ionósfera (see the reviews by Johnson et al., 1975; Prangé, 1978 ; Cornwall and Schulz, 1979)

El desarrollo es efectuado bajo las mismas condiciones y suposiciones adoptadas en la obtención de la relación de dispersión [32] . Según ésto, la tasa de crecimiento es

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi} \Omega_p [A_p(1-x) - x] \exp \left\{ -(1-x)^2 \Omega_p^2 / \alpha_{||}^2 k^2 \right\}}{k \alpha_{||} x \left\{ \frac{(2-x)(1+\delta)}{(1-x)^2} + \sum_i \frac{(2-M_i x) M_i x}{(1-M_i x)^2} \right\}} \quad [36]$$

donde i es la suma sobre iones pesados.

Desde la ecuación [34] podemos obtener la velocidad de grupo de las ondas, que, si la reemplazamos en la ecuación [36], obtenemos la Tasa de crecimiento convectivo de las ondas en un plasma con muchas componentes frías.

$$S = \frac{\Upsilon}{v_g} = \frac{\sqrt{\pi}}{x^2}.$$

$$\frac{[A_p(1-x)-x] \exp \left\{ -\frac{(1-x)^2}{\beta_p x^2} / \left[\frac{1+\delta}{1-x} + \sum_i \frac{M_i \eta_i}{1-M_i x} \right] \right\}}{\left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum_i \frac{M_i \eta_i}{1-M_i x} \right\}} \quad [37]$$

Ahora se estudia la Tasa de crecimiento convectivo para un plasma de dos y tres componentes frías.

i) Sean dos componentes frías : H^+ y He^+ .

La ecuación [37] toma la forma:

$$S = \frac{\Upsilon}{v_g} = \frac{\sqrt{\pi} [A_p(1-x)-x] \exp \left\{ -\frac{(1-x)^2}{\beta_p x^2} / \left[\frac{1+\epsilon(1-c)}{1-x} + \frac{4c\epsilon}{1-4x} \right] \right\}}{2 \alpha_{\parallel} x^2 \left[\frac{1-\epsilon(1-c)}{1-x} + \frac{4c\epsilon}{1-4x} \right]} \quad [38]$$

donde, considerando que datos experimentales parecen indicar que (Young et al., 1981), durante la generación de las ondas ULF la densidad de plasma frío total permanece

aproximadamente constante mientras la razón de composición de las especies frías varía, se definieron dos parámetros: $\varepsilon = \delta + \eta$ y $c = \eta/(\delta + \eta)$

Se obtienen, además el valor de c y x para el cual la Tasa de crecimiento convectivo es máxima: $c = c_{op}$ y $x = x_1$.

ii) Una tercera componente fría es agregada: 0^+

En presencia de esta componente la Tasa de crecimiento convectivo está dada por:

$$S = \frac{\sqrt{\pi}}{2 \alpha_{II}} x^2$$

[39]

$$\frac{[A_p(1-x) - x] \exp \left\{ \frac{(1-x)^2}{\beta_p x^2} \left[\frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_1}{1-4x} + \frac{16\eta_2}{1-16x} \right] \right\}}{\left[\frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_1}{1-4x} + \frac{16\eta_2}{1-16x} \right]}$$

Procediendo como en caso anterior (con dos componentes frías), se muestra que el máximo de S , como función de cualquiera de los parámetros, coincide con el caso de dos componentes frías.

Conclusiones: Se obtiene que la presencia de las iones 0^+ da origen a una segunda "stop band" que comienza en la girofrecuencia del 0^+ , como se ilustra en figura 4. Así el espectro de inestabilidad se divide en tres regiones. Además se encuentra que el máximo de S puede ocurrir en cual -

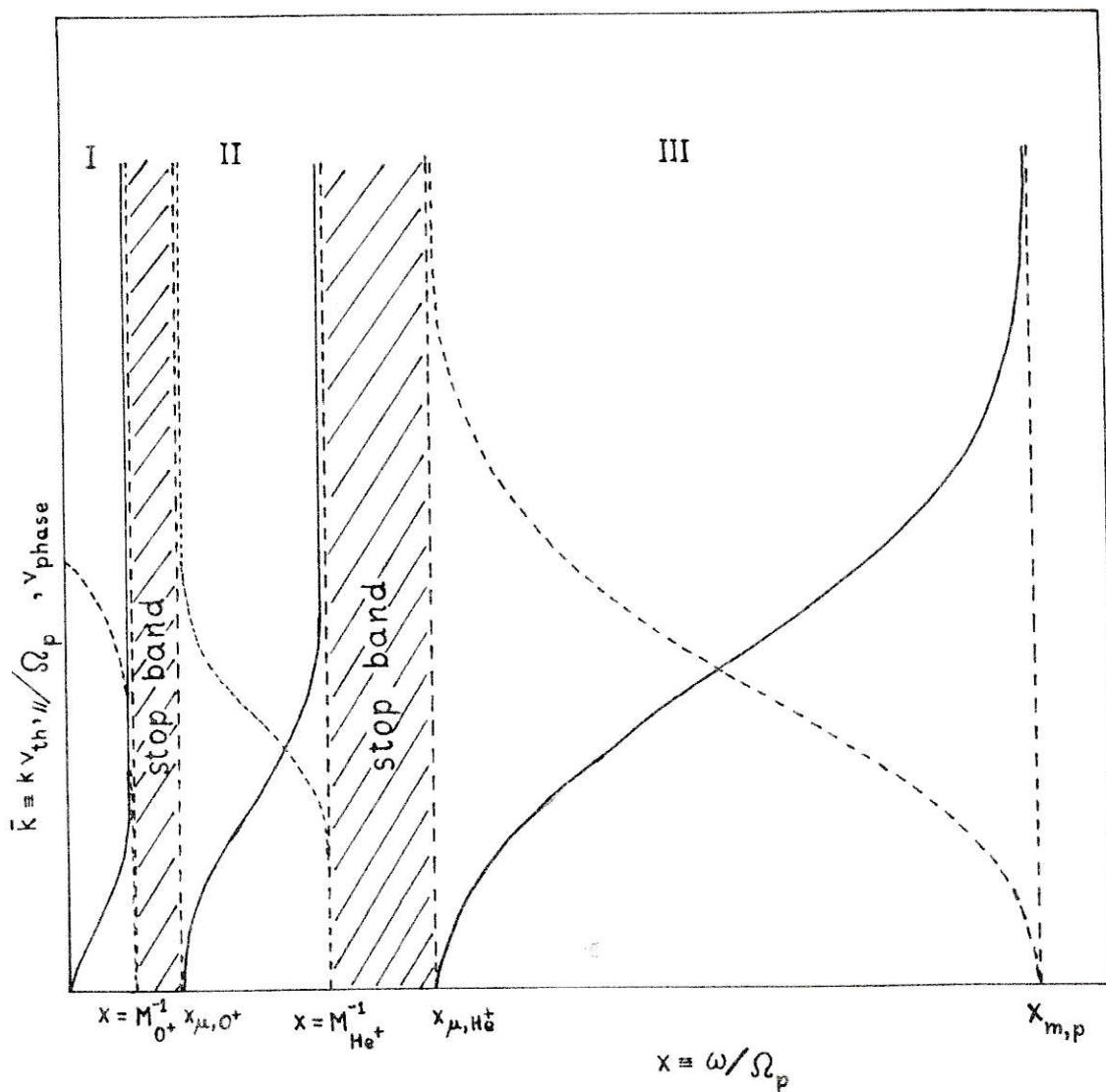


FIG. 4 : Curvas de dispersión para ondas electromagnéticas protón-ciclotrón en un plasma $H^+ - He^+ - O^+$. Número de onda normalizado \bar{k} y velocidad de fase v_{ph} versus frecuencia normalizada x .

quiera de ellas, dependiendo del valor de A_p .

En ambos plasmas se ha mostrado que para $A_p < 1$, la presencia de especies frías tiene un efecto estabilizante. Para $A_p > 1$, el máximo de S cae a la derecha o a la izquierda de Ω_{He^+} cuando solo H^+ y He^+ están presentes, y en cualquiera de las tres regiones (Fig. 4), cuando O^+ es incluida.

Por otro lado, en cada región hay un valor de A_p umbral, tal que para valores menores que él, la actividad de la onda en la correspondiente región cesa. Esto parece estar de acuerdo con observaciones realizadas por los Geos 1 y 2 (Young et al., 1981). Este valor umbral depende de x_{He^+} en la región III, y de x_{O^+} en la región II (Fig. 4).

Finalmente, cuando una tercera componente O^+ se considera, y esta es muy pequeña, la tasa de crecimiento convectivo no es afectada por los iones O^+ , lejos de la resonancia Ω_{O^+} .

V. CALCULO DE TASA DE CRECIMIENTO INCLUYENDO EFECTOS TERMICOS Y CONSIDERANDO LA ANISOTROPIA DE LOS IONES DE He⁺.

En los dos trabajos descritos anteriormente (Sección IV), se analizó el proceso de amplificación de los modos inestables considerando la presencia de dos componentes frías, protones y He⁺ en primer lugar, y después se agregó una tercera componente fría, O⁺. Sin embargo se ha encontrado [H. Balsiger et al., 1980] que los iones He⁺ y O⁺ no son completamente fríos y como todo componente del plasma que no es frío posee un β_j que es finito, se debe hacer una revisión a la Tasa de crecimiento de los modos inestables.

Otro resultado obtenido a la luz de las observaciones de los Geos 1 y 2 es la estrecha relación entre la ocurrencia de fuertes ondas ULF bajo la girofrecuencia protónica y un aumento posterior de la temperatura de los iones He⁺ "fríos" hasta y sobre energías supratérmicas ($E > 20$ eV) [Young et al., 1979]. Una interpretación preliminar dice que una vez generadas las ondas, ellas giroresuenan con los iones de He⁺ fríos, los cuales difundirán en el espacio de velocidades con un resultado neto que su "pitch angle" y energía crecerán.

Este último efecto ha sido recientemente estudiado por Gendrin and Roux [1980] quienes han mostrado que para pequeñas concentraciones de iones de He⁺ (1-10%), estos pueden

ser calentados por las ondas ion-ciclotrón generadas en un plasma consistente en H^+ y He^+ fríos y protones anisotrópicos energéticos. Este trabajo, que es teórico, considera la difusión de He^+ bajo la influencia de las ondas ión-ciclotrón. Realiza un estudio de la Energía Máxima que los iones He^+ pueden alcanzar de tres maneras: (1) Estudio de curvas de difusión, (2) Cálculo de la Máxima anisotropía que la función distribución de iones de He^+ puede alcanzar antes que ellos mismos se hagan inestables con respecto a las ondas ULF, y (3) Cálculo del tiempo característico en el que tiene lugar el proceso.

De este estudio podemos resumir los siguientes resultados:

- i) Los iones de He^+ pueden alcanzar energías supratermales ($E \sim 50$ eV). Este aumento de la energía está asociado con el aumento del "pitch angle" que ayuda a mantener los iones de He^+ (de origen ionosférico) atrapados en la región ecuatorial de la Magnetósfera.
- ii) Del estudio de Energía máxima que pueden alcanzar los iones de He^+ , el método (2) de Brice and Lucas [1975], se asume que la energía está asociada a la Anisotropía para la cual se hacen inestables con respecto a las ondas ULF. Esto conduce a energías demasiado altas. No obstante, al aumentar la energía los iones de He^+ , inicialmente isotrópicos, crecerá su "pitch angle", condu-

ciendo esto a una función distribución más y más Anisotrópica, es decir cuando la anisotropía A_{He^+} es muy grande, los iones de He^+ pueden contribuir a la Tasa de crecimiento de las ondas ion-ciclotrón. Este método es válido solamente para la banda LF.

R. Gendrin, [1981], haciendo un estudio geométrico (con fundamentos físicos), analiza la interacción de los iones He^+ en las bandas LF y HF (Fig. 3).

Para la banda LF se tiene: (1) aumento de "pitch angle" lo que conduce a un confinamiento de los iones He^+ ionosféricos. (2) Energización de estos mismos iones desde energías termales ($\sim 1-2$ eV) hasta energías supratermales ($\sim 50-100$ eV).

La interacción de los iones He^+ con la banda HF conduce a altas energías (2-5 keV).

Además de estos estudios teóricos, experiencias realizadas por los Geos 1 y 2 han permitido verificar dichos resultados.

En experiencias de composición iónica realizadas por el Geos 1 se obtiene que la concentración típica de los iones de He^+ es de un 10%. Otro resultado corresponde a la aceleración de los iones He^+ causada por las ondas ion-ciclotrón. La aceleración observada está manifestada por un flujo de iones de He^+ fuertemente anisotrópicos bajo los 110 eV y la aparición de iones He^+ supratermales con ener -

gías de hasta varios cientos de eV (más o menos 10-50 min. después que onda ULF se detecta).

Se muestra a continuación datos experimentales obtenidos en los Geos 1 y 2 [D.T. Young et al., 1981]

- 1) Se considera un día de ligera actividad magnética [Julio 13, 1977] (Fig. 5).
- 2) Se considera un día de gran actividad magnética [Agosto 16, 1977] (Fig. 6)

En ellos se analiza la relación entre la intensidad de los Modos L, densidad de He^+ , densidad de energía de los iones de He^+ , flujo de protones anisotrópicos y densidad de electrones. En ambos se observa que cuando se inicia el evento ondulatorio, ocurre un aumento en la densidad de iones de He^+ , siendo mayor y permanece alta durante más tiempo en evento (2). Además la aceleración de los iones He^+ se hace evidente cuando aparece la onda, siendo más energéticos en evento (2). La razón de flujo protónico aumenta, cuando el evento ondulatorio ocurre, en el canal de energía superior, conduciendo a un aumento de la anisotropía. La densidad de electrones durante estos eventos permanece constante. Al estudiar detalladamente la distribución angular de los iones He^+ (para $E < 110$ eV) se encuentra que desaparece la isotropía en la dirección de 90° pitch angle. Estos eventos duran de 10 minutos a ~ 3 horas, al final de los cuales la anisotropía de los protones energéticos disminuye.

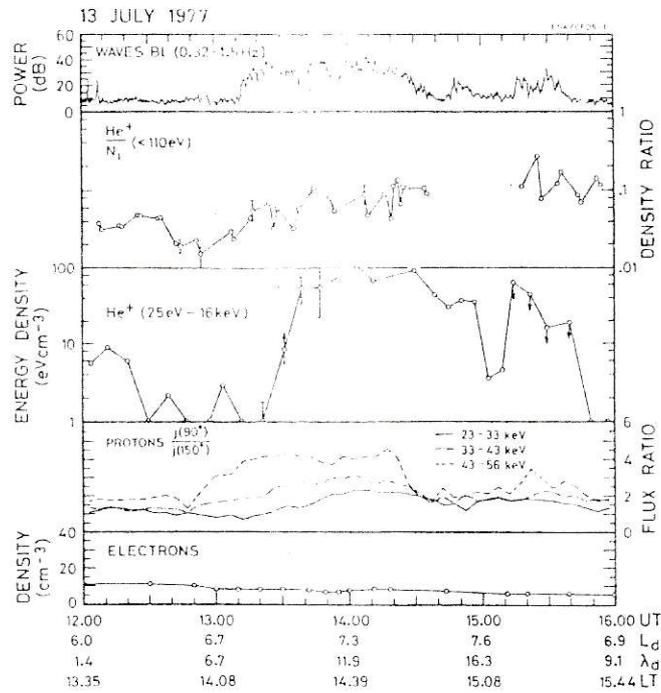


Fig. 5. Composite data for July 13, 1977. Top panel gives the wave power in the L mode referenced to $10^{-5} \gamma^2/\text{Hz}$.

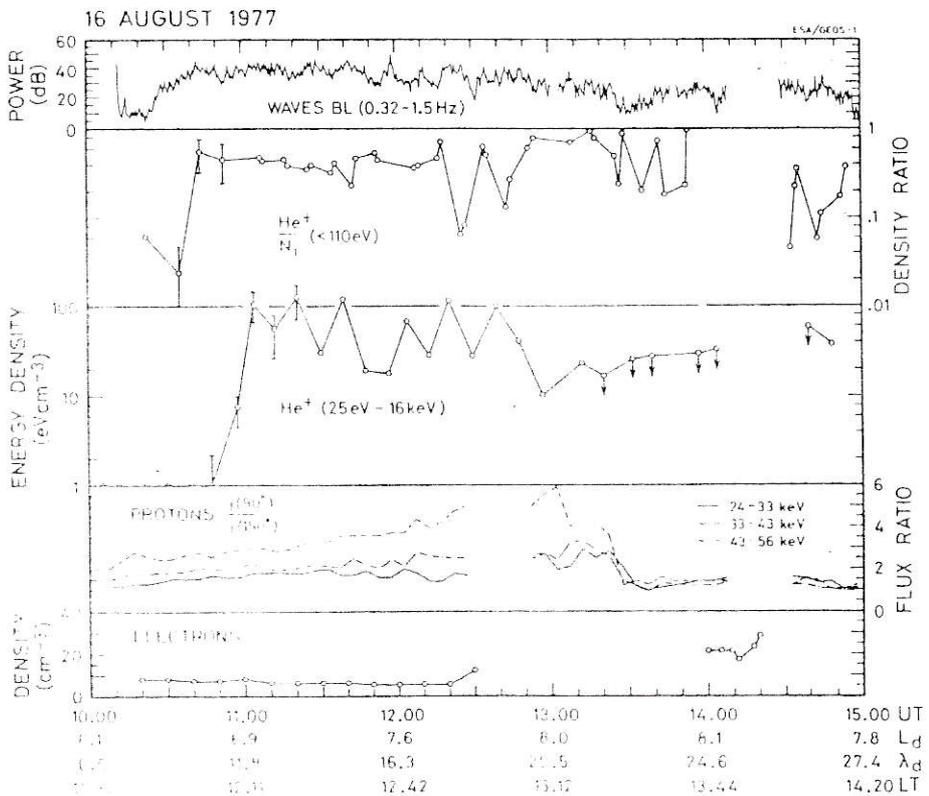


Fig. 6. Composite data for August 16, 1977 (see caption for Figure 5).

Entonces cuando las ondas ULF son generadas, los protones energéticos tienen una función distribución anisotrópica en el espacio de velocidades con $T_{\perp} > T_{\parallel}$. "Bajo estas condiciones espera que solamente las ondas de los Modos L sean amplificadas (see, for instance, Gendrin et al., [1971])".

Continuando el estudio a base de datos experimentales obtenidos por los Geos 1 y 2 [A. Roux et al., 1982], se da evidencia experimental de la aceleración de los iones. Sin embargo por el hecho que el ICE solamente mide flujo iónico en el plano perpendicular a \vec{B}_0 , no se pudo determinar la Anisotropía A_{He^+} del He^+ . Con esto todo el estudio que se realizó consideró una función distribución de He^+ isotrópica, además de incluir efectos térmicos.

Se ha obtenido también en este trabajo, de A. Roux et al., [1982], que "bajo la girofrecuencia Ω_{He^+} la tasa de crecimiento convectivo es aumentada en la presencia de los iones de He^+ , dando así una explicación al rol catalítico de los iones He^+ . Conversamente, para frecuencias mayores que Ω_{He^+} , la tasa de crecimiento convectivo es disminuida por los He^+ ; aquí otra explicación se requiere".

De las observaciones de los Geos, especialmente el Geos 2, se hace evidente que durante los eventos, en los cuales las ondas ULF aparecen, los iones de He^+ se hacen suprathermales y Anisotrópicos.

En los trabajos anteriores se analiza la tasa de crecimiento de dichas ondas ULF considerando los efectos térmicos y la anisotropía de los iones He^+ nula. En ellos se utiliza la aproximación de fluido, no obstante creo que en la medida que los componentes del plasma se hacen más térmicos, tal aproximación no es válida. Más apropiado es usar la aproximación de Teoría Cinética, como en los trabajos descritos en la sección IV.

Consideremos, entonces, un plasma multicomponente, tal que dos de ellos son Anisotrópicas: protones energéticos y iones He^+ , una componente ligera: H^+ fríos y, los iones restantes isotrópicos. Aplicamos además las correcciones de tipo térmicos por intermedio de la función de dispersión de Fried and Conte para cada una de las especies.

Usando la relación de dispersión [29] para los modos L y considerando la función de distribución bi-Maxwelliana para la componente j [30], entonces la relación de dispersión estará dada por la ecuación [31].

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \sum_j \omega_j \left\{ A_j - \frac{1}{\alpha_{jk}} [(A_j + 1)(\Omega_j - \omega) - \Omega_j] Z(\zeta_j) \right\} \quad [31]$$

Introducir los Efectos Térmicos equivale a modificar la función de dispersión de plasma [Fried and Conte, 1981]. Consideramos, entonces, los tres primeros términos

de la función $Z(\zeta_j)$:

$$Z(\zeta_j) = i\sqrt{\pi} e^{-\zeta_j} - \frac{1}{\zeta_j} - \frac{1}{2} \frac{1}{\zeta_j^3} - \dots \quad \zeta_j > 1 \quad [40]$$

Separando la ecuación [31] en protones energéticos y Anisotrópicos, iones pesados supraterrmales Anisotrópicos y componentes frías isotrópicas, obtenemos:

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \omega_{ppw}^2 \left\{ A_p - \frac{1}{\alpha_{pk}^p} [(A_p + 1)(\Omega_p - \omega) - \Omega_p] Z(\zeta_p) \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda} \omega_{p\lambda}^2 \left\{ A_{\lambda} - \frac{1}{\alpha_{\lambda k}^{\lambda}} [(A_{\lambda} + 1)(\Omega_{\lambda} - \omega) - \Omega_{\lambda}] Z(\zeta_{\lambda}) \right\} + \quad [41]$$

$$+ \sum_{jc} \omega_{pcj} \frac{\omega}{\alpha_{jk}^j} Z(\zeta_j)$$

La sumatoria en j es sobre todas las componentes frías, incluye a los electrones ya que asumimos que satisfacen $\Omega_e / v_{\parallel, th, e} k \gg 1$, donde $v_{\parallel, th, e}$ es su velocidad térmica. Reemplazando $Z(\zeta)$ para cada componente en la ecuación [41], tomando la parte real y suponiendo $\omega_r \gg \omega_j$,

$(\omega_r - \Omega_j) / k \alpha_{jk}^j \gg 1$, $k^2 c^2 \gg \omega^2$, cuasineutralidad, obtenemos la relación de dispersión [APENDICE]:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega_{ppw}^2} = x^2 \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum_{\ell} \frac{\eta_{\ell} M_{\ell}}{(1-M_{\ell}x)} \right\} / I_{\ell}(x) \quad [42]$$

donde

$$I_{\ell}(x) = 1 + \frac{\beta_{//}^p [A_p(1-x) - x]}{2(1-x)^3} + \frac{1}{2} \sum_{\ell} \eta_{\ell} \frac{\beta_{//}^{\ell} [A_{\ell}(1-M_{\ell}x) - M_{\ell}x]}{z_{\ell} (1-M_{\ell}x)^3} \quad [43]$$

hemos usado $\left(\frac{\beta_{\mu}^j k}{\Omega_p} \right)^2 = \frac{\beta_{\mu}^j}{z_j M_j} \cdot \frac{k^2 c^2}{\omega_{ppw}^2}$, con $\mu = \perp, //$ [44]

Tomando la parte imaginaria de [41], y con las mismas suposiciones anteriores obtenemos la Tasa de crecimiento [APENDICE] :

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi} \Omega_p}{k x}.$$

[45]

$$\frac{\frac{1}{\alpha_{//}^p} [A_p(1-x) - x] e^{-\zeta_p^2} + \sum_{\ell} \frac{\eta_{\ell}}{\alpha_{//}^{\ell} M_{\ell}^2} [A_{\ell}(1-M_{\ell}x) - M_{\ell}x] e^{-\zeta_{\ell}^2}}{\left\{ \frac{(2-x)(1+\delta)}{(1-x)^2} + \sum_{\ell} \frac{\eta_{\ell} M_{\ell} (2-M_{\ell}x)}{(1-M_{\ell}x)^2} \right\}}$$

$$\text{donde } \zeta_p^2 = \frac{(1-x)^2 \Omega_p^2}{\alpha_{//}^2 k^2} =$$

[46]

$$= \frac{(1-x)^2}{\beta_{//}^p x^2} I_p(x) / \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum \frac{\eta_l M_l}{(1-M_l x)} \right\}$$

$$\text{y } \zeta_l^2 =$$

[47]

$$= \frac{(1-M_l x)^2}{\beta_{//}^l M_l x^2} Z_l I_l(x) / \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum \frac{\eta_l M_l}{(1-M_l x)} \right\}$$

Reemplazando [42] en [45] y usando [44], la Tasa de crecimiento toma la forma:

$$\gamma = \frac{I_p(x)^{1/2}}{F(x)}$$

$$\left[\left(\frac{\pi}{\beta_{//}^p} \right)^{1/2} [A_p(1-x) - x] \exp \left\{ - \frac{(1-x)^2}{\beta_{//}^p x^2} \frac{I_p(x)}{\left[\frac{1+\delta}{1-x} + \sum \frac{\eta_l M_l}{(1-M_l x)} \right]} \right\} + \right.$$

[48]

$$\left. + \sum_l \left(\frac{\pi Z_l}{\beta_{//}^l M_l^3} \right)^{1/2} \eta_l [A_l(1-M_l x) - M_l x] \exp \left\{ - \frac{(1-M_l x)^2}{\beta_{//}^l M_l x^2} \frac{Z_l I_l(x)}{\left[\frac{1+\delta}{1-x} + \sum \frac{\eta_l M_l}{(1-M_l x)} \right]} \right\} \right]$$

donde

$$I_{\lambda}(x) = 1 + \frac{1}{2} \beta_{\lambda}^p [A_p(1-x) - x] (1-x)^{-3} + \quad [49]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\lambda} \frac{\eta_{\lambda} \beta_{\lambda}^{\lambda}}{z_{\lambda}} \frac{[A_{\lambda}(1 - M_{\lambda}x) - M_{\lambda}x]}{(1 - M_{\lambda}x)^3}$$

$$F(x) = x^2 \left\{ \frac{1 + \delta}{1 - x} - \sum_{\lambda} \frac{\eta_{\lambda} M_{\lambda}}{(1 - M_{\lambda}x)} \right\}^{1/2}.$$

[50]

$$\cdot \left\{ \frac{2 - x}{(1 - x)^2} - \sum_{\lambda} \frac{\eta_{\lambda} M_{\lambda} (2 - M_{\lambda}x)}{(1 - M_{\lambda}x)^2} \right\}$$

En las ecuaciones [42] y [48], hemos definido

$$x = \frac{\omega_r}{\Omega_p}, \quad \delta = (\omega_{ppc}^2 / \omega_{pp\omega}^2), \quad \eta_{\lambda} = M_{\lambda} (\omega_{p\lambda}^2 / \omega_{pp\omega}^2) \quad y$$

$$M_{\lambda} = \frac{m_{\lambda}}{Z_{\lambda} m_p}$$

Ahora bien, si el plasma está compuesto de protones energéticos Anisotrópicos, iones He^+ suprathermales Anisotrópicos y protones isotrópicos fríos, la Tasa de crecimiento [48] se reducirá a

$$\gamma = I_{\text{He}^+}^{(x)} \left[\gamma_0 + \left(\frac{\pi}{2 \beta_{\parallel}^{\text{He}^+}} \right)^{1/2} \frac{\eta_{\text{He}^+}}{4 x^2} \right]$$

$$\left[A_{\text{He}^+} (1-4x) - 4x \right] \exp \left\{ - \frac{(1-4x)^2}{2 \beta_{\parallel}^{\text{He}^+} x^2} \frac{I_{\text{He}^+}^{(x)}}{\left[\frac{1+\delta}{1-x} - \frac{4\eta_{\text{He}^+}}{1-4x} \right]} \right\} \cdot \frac{1}{\left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_{\text{He}^+}}{1-4x} \right\}^{1/2} \left\{ \frac{2-x}{(1-x)^2} + \frac{4\eta_{\text{He}^+}(2-4x)}{(1-4x)^2} \right\}} \quad [51]$$

donde

$$I_{\text{He}^+}^{(x)} = 1 + \frac{1}{2} \beta_{\parallel}^{\text{p}} [A_{\text{p}}(1-x) - x] (1-x)^{-3} +$$

[52]

$$+ \frac{1}{4} \eta_{\text{He}^+} \beta_{\parallel}^{\text{He}^+} \frac{[A_{\text{He}^+}(1-4x) - 4x]}{(1-4x)^{-3}}$$

y

$$\gamma_0 = \left(\frac{\pi}{\beta_{\parallel}^{\text{p}}} \right)^{1/2} \frac{1}{x^2}.$$

[53]

$$\left[A_{\text{p}} (1-x) - x \right] \exp \left\{ - \frac{(1-x)^2}{\beta_{\parallel}^{\text{p}} x^2} \frac{I_{\text{He}^+}^{(x)}}{\left[\frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_{\text{He}^+}}{1-4x} \right]} \right\} \cdot \frac{1}{\left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_{\text{He}^+}}{1-4x} \right\}^{1/2} \left\{ \frac{2-x}{(1-x)^2} + \frac{4\eta_{\text{He}^+}(2-4x)}{(1-4x)^2} \right\}}$$

y la relación de dispersión será

$$\frac{c^2 k^2}{\omega_{ppw}^2} = x^2 \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \frac{4\eta_{He^+}}{1-4x} \right\} / I_{He^+}(x) \quad [54]$$

Aunque no fue posible disponer de parámetros reales que caracterizan los iones de He^+ , Anisotropía, $\beta_{||}^{He^+}$, a fin de computar la Tasa de crecimiento, un resultado inmediato es obtenido de las relaciones anteriores con respecto a los efectos térmicos.

Notamos que el número de onda k disminuye cuando los efectos térmicos son considerados, esto es cuando $\beta_{||}^p$ y/o $\beta_{||}^{He^+}$ crecen; esto conduce a que la velocidad de fase de la onda aumenta. Resultando además, que la Tasa de crecimiento disminuye.

Otro resultado posible es la determinación del rol que juega la anisotropía de los He^+ sobre la Tasa de crecimiento. En la ecuación de la Tasa de crecimiento de las ondas ULF [51], se observan dos Modos marginales. Uno de ellos debido a la Anisotropía de los protones energéticos dado por $X_{m,p} = A_p / (A_{p+1})$ y un segundo modo marginal el cual corresponde a la anisotropía de los iones He^+ :

$$A_{He^+} (1-4x) - 4x = 0$$

de donde

$$X_{m,He^+} = \frac{A_{He^+}}{4(A_{He^+} + 1)} \quad [55]$$

Este resultado es realmente interesante ya que si observamos la ecuación [51], vemos que cuando todos los modos satisfacen $X < X_{m,He^+}$, el segundo término del lado de recho de la ecuación [51] contribuirá positivamente a la tasa de crecimiento de las ondas ion-ciclotrón. Si los modos satisfacen $X > X_{m,He^+}$, la contribución de ese término se rá negativamente a la Tasa de crecimiento.

Así para los modos que caen bajo el modo marginal X_{m,He^+} , el segundo término de la suma en ecuación [51] tendrá un efecto desestabilizante, mientras que si los modos caen sobre el modo marginal X_{m,He^+} su efecto es estabilizante. Es más, vemos que el modo marginal X_{m,He^+} cae en la banda LF de los modos L en el espectro de inestabilidad (Fig. 7).

Como vemos, lo que regula que la Tasa de crecimiento sea aumentada o disminuida debido al término adicional es el modo marginal X_{m,He^+} . Entonces cuando los modos caen a la derecha del marginal, incluso aquellos que caen en la banda HF del espectro, la Tasa de crecimiento será disminuida.

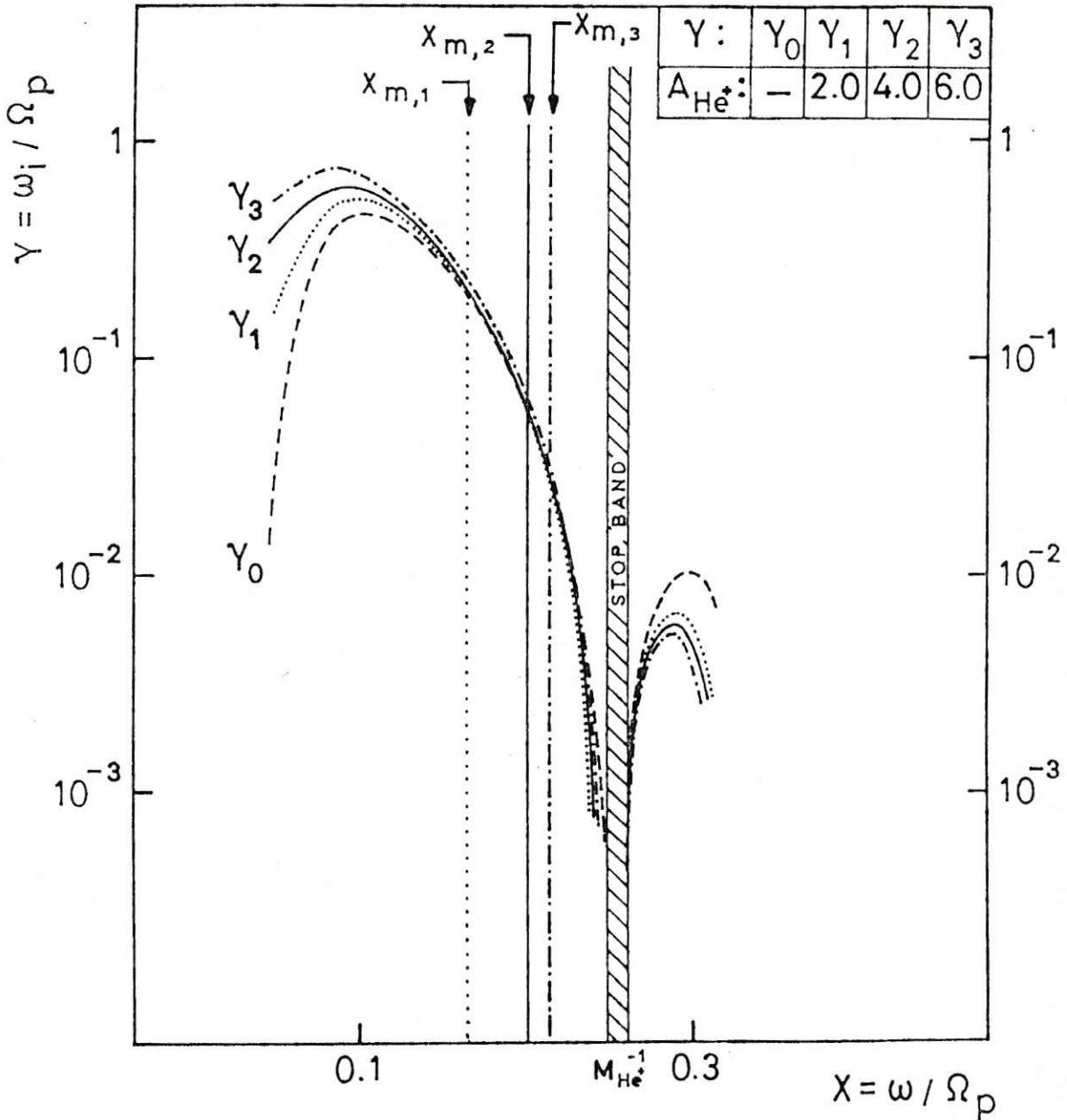


FIG.-7 : Tasa de Crecimiento Normalizada y versus Frecuencia Normalizada χ para varios valores de A_{He^+} , $\delta = 100$, $\eta = 0,1$, $\beta^p = 0,5$, $\beta^{He^+} = 1,0$, $A_p = 0,5$.

El modo marginal X_{m,He^+} depende de la Anisotropía de los iones He^+ . Como se ha visto que durante el proceso de aceleración de los iones He^+ , estos se hacen cada vez más Anisotrópicos (observación Geos 2), entonces conforme A_{He^+} aumenta el modo marginal se aproxima a la frecuencia de resonancia $X = \Omega_{He^+}$, conduciendo esto a que la región de la banda LF, donde la Tasa de crecimiento aumenta, sea ampliada hasta el límite de la frecuencia de resonancia. (Fig. 7).

A modo de estudiar el comportamiento de la Tasa de crecimiento de las ondas ULF, hacemos un estudio cualitativo de ella. Graficamos la Tasa de crecimiento cuando el segundo término de suma en ecuación [51] es nulo y cuando es distinto de cero (Fig. 7). Además se consideró $I(x)=1$, es decir aproximación de plasma frío, esto es posible ya que nos interesan los efectos de la Anisotropía de He^+ sobre la tasa de crecimiento. De ellos observamos lo descrito anteriormente sobre el rol de la Anisotropía de los iones de Helio A_{He^+} : conforme A_{He^+} aumenta, la Tasa de crecimiento se hace mayor bajo el modo marginal X_{m,He^+} y disminuye sobre él.

VI. CONCLUSIONES:

Esta tesis a sido desarrollada a la luz de observaciones llevadas a cabo por los satélites Geos 1 y 2. Resultados de experimentos de composición iónica de la Magnetósfera, observaciones de ondas ULF son resumidos además de estudios teóricos desarrollados como consecuencia de dichas observaciones. Se trató de dar en forma gradual el estudio realizado en torno a la Tasa de crecimiento de las ondas iónicas-ciclotrónicas en la Magnetósfera. Se consideró primero [Gomberoff and Cuperman, 1982] un plasma con iones H^+ He^+ y después [Gomberoff and Neira, 1983] un plasma con H^+ He^+ - O^+ . Se dan a conocer observaciones que evidencian el proceso de aceleración y pérdida de isotropía de los iones de He^+ . Esto condujo a calcular la Tasa de crecimiento de las inestabilidad electromagnéticas protón-ciclotrón considerando efectos térmicos y Anisotropía de los iones de He^+ y protones energéticos. El resultado obtenido en base de la aproximación de Teoría Cinética muestra el importante rol que juega la Anisotropía de los iones He^+ cuando esta se hace suficientemente alta. Da origen a un nuevo modo marginal en la banda LF de los modos L en el espectro de inestabilidad, tal que si los modos caen bajo X_{m,He^+} la tasa de crecimiento aumenta y si caen sobre disminuye.

APENDICE

Se tiene que la relación de dispersión, puede escribirse como:

$$\begin{aligned}
 c^2 k^2 = \omega^2 + \omega_{ppw}^2 \left\{ A_p - \frac{[(A_p+1)(\Omega_p - \omega) - \Omega_p]}{\alpha_{||}^p k} Z(\zeta_p) \right\} + \\
 + \sum_l \omega_{pl}^2 \left\{ A_l - \frac{[(A_l+1)(\Omega_l - \omega) - \Omega_l]}{\alpha_{||}^l k} Z(\zeta_l) \right\} + \quad [41] \\
 + \sum_{cj} \omega_{pcj}^2 \frac{\omega}{\alpha_{||}^j k} Z(\zeta_j)
 \end{aligned}$$

Consideraremos un plasma formado por protones energéticos anisotrópicos, iones pesados supraterrmales, para los cuales $Z(\zeta_j)$ está dada por [40]; protones fríos y electrones para los cuales $Z(\zeta_j) \sim -1/\zeta_j$. Reemplazando en [15]

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \omega_{ppw}^2 \left\{ A_p - \frac{[(A_p+1)(\Omega_p - \omega) - \Omega_p]}{\alpha_{||}^p k} \left(i\sqrt{\pi} e^{-\zeta_p^2} - \frac{1}{\zeta_p} - \frac{1}{2\zeta_p^3} \right) \right\} +$$

$$+ \sum_{\lambda} \omega_{p\lambda}^2 \left\{ A_{\lambda} - \frac{[(A_{\lambda}+1)(\Omega_{\lambda}-\omega)-\Omega_{\lambda}]}{\alpha_{\parallel}^{\lambda} k} \left(i\sqrt{\pi} e^{-\zeta_{\lambda}^2} - \frac{1}{\zeta_{\lambda}} - \frac{1}{2\zeta_{\lambda}^3} \right) \right\} -$$

[41-1]

$$- \sum_{cj} \omega_{pcj}^2 \frac{\omega}{\omega - \Omega_j}$$

Desarrollando la sumatoria para j , la ecuación [41-1] queda:

$$c^2 k^2 = \omega^2 + \omega_{ppw}^2 D_p + \sum_{\lambda} \omega_{p\lambda}^2 D_{\lambda} - \omega_{ppc}^2 \frac{\omega}{\omega - \Omega_p} - \omega_{pe}^2 \frac{\omega}{\omega - \Omega_e}$$

[41-2]

donde

$$D_p = A_p - \frac{[(A_p+1)(\Omega_p-\omega)-\Omega_p]}{\alpha_{\parallel}^p k} \left(i\sqrt{\pi} e^{-\zeta_p^2} - \frac{1}{\zeta_p} - \frac{1}{2\zeta_p^3} \right)$$

[41-3]

$$D_{\lambda} = A_{\lambda} - \frac{[(A_{\lambda}+1)(\Omega_{\lambda}-\omega)-\Omega_{\lambda}]}{\alpha_{\parallel}^{\lambda} k} \left(i\sqrt{\pi} e^{-\zeta_{\lambda}^2} - \frac{1}{\zeta_{\lambda}} - \frac{1}{2\zeta_{\lambda}^3} \right)$$

[41-4]

Debemos ahora separar la ecuación [41-2] en parte real y parte imaginaria, considerando $\omega = \omega_r + i\omega_i$, $\omega_r \gg \omega_i$. Procedemos como sigue:

i) Sea la ecuación [41-3].

$$D_p = -\frac{i\sqrt{\pi}}{\alpha_{//}^p k} [A_p(\Omega_p - \omega_r) - \omega_r] + \frac{\omega}{\Omega_p - \omega} +$$

$$+ \frac{[A_p(\Omega_p - \omega) - \omega]}{2} \frac{(\alpha_{//}^p k)^2}{(\omega - \Omega_p)^3}$$
[41-5]

De esta ecuación consideramos:

$$\frac{\omega}{\Omega_p - \omega} = \frac{\omega_r}{\Omega_p - \omega_r} - i \frac{\omega_i \Omega_p}{(\Omega_p - \omega_r)^2}$$
[41-6]

y

$$\frac{[A_p(\Omega_p - \omega) - \omega]}{2} \frac{(\alpha_{//}^p k)^2}{(\omega - \Omega_p)^3} \approx \frac{(\alpha_{//}^p k)^2}{2} \frac{[A_p(\Omega_p - \omega_r) - \omega_r]}{(\omega_r - \Omega_p)^3}$$
[41-7]

Entonces reemplazando [41-6] y [41-7] en [41-5], obtenemos:

$$D_p = -\frac{i\sqrt{\pi}}{\alpha_{//}^p k} e^{-\zeta_p^2} [A_p(\Omega_p - \omega_r) - \omega_r] + \frac{\omega_r}{\Omega_p - \omega_r} +$$

[41-8]

$$+ i \frac{\omega_i \Omega_p}{(\Omega_p - \omega_r)^2} + \frac{(\alpha_{//}^p k)^2}{2} \frac{[A_p(\Omega_p - \omega_r) - \omega_r]}{(\omega_r - \Omega_p)^3}$$

ii) La ecuación [41-4] :

$$D_l = -\frac{i\sqrt{\pi}}{\alpha_{//}^l k} e^{-\zeta_l^2} [A_l(\Omega_l - \omega_r) - \omega_r] + \frac{\omega}{\Omega_l - \omega} +$$

[41-9]

$$+ \frac{[A_l(\Omega_l - \omega) - \omega] (\alpha_{//}^l k)^2}{2 (\omega - \Omega_p)^3}$$

De la cual :

$$\frac{\omega}{\Omega_l - \omega} = M_l \left\{ \frac{\omega_r}{(\Omega_p - M_l \omega_r)} + i \frac{\omega_i \Omega_p}{(\Omega_p - M_l \omega_r)^2} \right\}$$

[41-10]

$$\frac{[A_{\lambda}(\Omega_{\lambda}-\omega)-\omega]}{2} \frac{(\alpha_{\parallel}^{\lambda} k)^2}{(\omega-\Omega_{\lambda})^3} \approx \frac{(\alpha_{\parallel}^{\lambda} k)^2}{2} \frac{[A_{\lambda}(\Omega_{\lambda}-M_{\lambda}\omega_r)-M_{\lambda}\omega_r]}{(M_{\lambda}\omega_r-\Omega_{\lambda})^3} \quad [41-11]$$

y reemplazando [41-10] y [41-11] en [41-9] , obtenemos :

$$D = -\frac{i\sqrt{\pi}}{\alpha_{\parallel}^{\lambda} k} e^{-\zeta_p^2} [A_{\lambda}(\Omega_{\lambda}-\omega_r)-\omega_r] - M_{\lambda} \left\{ \frac{\omega_r}{(\Omega_{\lambda}-M_{\lambda}\omega_r)} + \right. \\ \left. + i \frac{\omega_i \Omega_{\lambda}}{(\Omega_{\lambda}-M_{\lambda}\omega_r)^2} \right\} + \frac{(\alpha_{\parallel}^{\lambda} k)^2}{2} M_{\lambda}^2 \frac{[A_{\lambda}(\Omega_{\lambda}-M_{\lambda}\omega_r)-M_{\lambda}\omega_r]}{(M_{\lambda}\omega_r-\Omega_{\lambda})^3} \quad [41-12]$$

donde hemos usado la girofrecuencia :

$$\Omega_{\lambda} = \frac{q_{\lambda} B_0}{m_{\lambda}} = \frac{e B_0}{m_{\lambda} m_p} Z m_p = \frac{\Omega_p}{M_{\lambda}}$$

iii) El Tercer término del lado derecho de la ecuación [41-2]

$$\frac{\omega}{\omega-\Omega_p} = \frac{\omega_r}{\omega_r-\Omega_p} - i \frac{\omega_i \Omega_p}{(\omega_r-\Omega_p)^2} \quad [41-13]$$

iv) El último término de la ecuación [41-2]

$$\frac{\omega}{\omega - \Omega_e} \approx \frac{\omega_r}{\Omega_e} + i \frac{\omega_i}{\Omega_e} \quad \text{ya que} \quad \omega_r \ll \Omega_e \quad [41-14]$$

v) Expresamos ahora la CUASINEUTRALIDAD:

$$\sum_i N_i q_i = 0 \quad \text{es decir} \quad \sum_i \frac{\omega_{pi}^2}{\Omega_i} = 0, \quad \text{sumado sobre todos}$$

los componentes del plasma:

$$\frac{\omega_{pe}^2}{\Omega_e} = - \frac{\omega_{ppw}^2}{\Omega_p} - \frac{\omega_{pcb}^2}{\Omega_p} - \sum_{\lambda} \frac{\omega_{p\lambda}^2}{\Omega_{\lambda}} \quad [41-15]$$

Ahora bien, reemplazando las ecuaciones [41-8], [41-12], [41-13], [41-14], considerando la cuasineutralidad [41-15] en la relación de dispersión [41-2] y asumiendo $c^2 k^2 \rightarrow \omega^2$, tomamos la parte real de ella encontrando que el número de onda k está dado por la siguiente relación de dispersión de plasma:

$$\frac{c^2 k^2}{\omega_{ppw}^2} = x^2 \left\{ \frac{1 + \delta}{1 - x} - \sum \frac{\eta_{\lambda} M_{\lambda}}{(1 - M_{\lambda} x)} \right\} / I_{\lambda}(x) \quad [42]$$

donde

$$I_{\lambda}(x) = 1 + \frac{\beta_{//}^p}{2} \frac{[A_p(1-x) - x]}{(1-x)^3} + \quad [43]$$

$$+ \frac{1}{2} \sum \frac{\eta_{\lambda} \beta_{//}^{\lambda}}{z_{\lambda}} \frac{[A_{\lambda}(1-M_{\lambda}x) - M_{\lambda}x]}{(1-M_{\lambda}x)^3}$$

En ecuación [43] hemos definido $x = \frac{\omega_r}{\Omega_p}$ y

$$\frac{k^2 c^2}{\omega_{pp(\omega)}^2} = \left(\frac{\alpha_{\mu}^j k}{\Omega_p} \right)^2 \frac{z_j M_j}{\beta_{\mu}^j} \quad \text{con } \mu = //, \perp \quad [44]$$

Para encontrar la Tasa de crecimiento tomamos la parte imaginaria de la ecuación [41-2], asumiendo las mismas consideraciones anteriores. Arreglando a través de un poco de álgebra, obtenemos

$$\gamma = \frac{\sqrt{\pi} \Omega_p}{x} \frac{\frac{[A_p(1-x)-x]}{\alpha_{//}^p} e^{-\zeta_p^2} + \sum_{\lambda} \frac{\eta_{\lambda} [A_{\lambda}(1-M_{\lambda}x) - M_{\lambda}x]}{\alpha_{//}^{\lambda} M_{\lambda}^2} e^{-\zeta_{\lambda}^2}}{\left\{ \frac{(2-x)(1-\delta)}{(1-x)^2} + \sum_{\lambda} \frac{\eta_{\lambda} M_{\lambda} (2-M_{\lambda}x)}{(1-M_{\lambda}x)^2} \right\}} \quad [45]$$

donde

$$\zeta_p^2 = \frac{(1-x)^2}{\alpha_{//}^2 k^2} \Omega_p^2 = \frac{(1-x)^2}{\beta_{//}^p x^2} I_\ell(x) / \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum_\ell \frac{\eta_\ell M_\ell}{(1-M_\ell x)} \right\} \quad [46]$$

y

$$\zeta_\ell^2 = \frac{(1-M_\ell x)^2}{\beta_{//}^\ell M_\ell x^2} Z_\ell I_\ell(x) / \left\{ \frac{1+\delta}{1-x} + \sum_\ell \frac{\eta_\ell M_\ell}{(1-M_\ell x)} \right\} \quad [47]$$

REFERENCIAS:

- Balsiger, H., P. Eberhardt, J. Geiss, and D.T. Young, Magnetic storm injection of 0.9 to 16 keV/e solar and terrestrial ions into the high-altitude magnetosphere. *J. Geophys. Res.*, 85, 1645-1662, 1980.
- Bernstein, I.B., *Waves in a Plasma in a Magnetic Field*, *Phys. Rev.*, 109: 10, 1958.
- Brice, N., and C. Lucas, Interaction between heavier ions and ring current protons. *J. Geophys. Res.*, 80, 936 - 942, 1975.
- Cornwall, J. M., Precipitations of auroral and ring current particles by artificial plasma injections, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 10, 993-1002, 1972.
- Cornwall, J.M., and M. Schulz, Physics of heavy ions in the magnetosphere, in *solar System Plasma Physics*, vol. 3, edited by C.F. Kennel, L.J. Lanzerotti, and E.N. Parker, pp. 165-210, North-Holland, Amsterdam, 1979.
- Cuperman, S.L. Gomberoff, and A. Sternlieb, Effects of lithium and heavier ions on the electromagnetic proton cyclotron instability, *J. Plasma Phys.*, 14, 195-207, 1975a.
- Cuperman, S., L. Gomberoff, and A. Sternlieb, Requirements

- on singly ionized lithium concentrations for magnetosphere seeding experiments, *J. Geophys. Res.*, 80, 4643-4647, 1975b.
- Fried, B.D., and S.B. Conte, *The Plasma Dispersion Function*, Academic, New York, 1961.
- Fritz, T.A., and B. Wilken, Substorm generated fluxes of heavy ions at the geostationary orbit, in *Magnetospheric Particles and Fields*, edited by B.M. McCormac, p. 171, D. Riedel, Hingham, Mass., 1976.
- Geiss, J., H. Balsiger, P. Eberhardt, H.P. Walker, L. Weber, D.T. Young, and H. Rosenbauer, Dynamics of magnetospheric ion composition as observed by the Geos mass spectrometer, *Space Sci. Rev.*, 22, 537, 1978.
- Gendrin, R., S. Lacourly, A. Roux, J. Solomon, F.Z. Feiguin, M.V. Gokhbert, V.A. Troitskaya, and Y.L. Yakimenko, Waves-packet propagation in an amplifying medium and its application to the dispersion characteristics and to the generation mechanisms of P_C 1 events, *Planet. Space Sci.*, 19, 165-194, 1971.
- Gendrin, R., and A. Roux, Energization of helium ions by proton-induced hydromagnetic waves, *J. Geophys. Res.*, 85, 4577-4586, 1980.

- Gomberoff, L., and S. Cuperman, Modifications in the maximum convective growth rate of the electromagnetic proton cyclotron instability due to the presence of thermal ions, *J. Plasma Phys*, 18, 91-97, 1977.
- Gomberoff, L., and S. Cuperman, Combined Effect of cold H^+ and He^+ ions on the proton-cyclotron Electromagnetic Instability, *J. Geophys. Res.*, 87, 95-100, 1982.
- Gomberoff, L., and R. Neira, Convective Growth rate of ion-cyclotron waves in a $H^+ - He^+$ and $H^+ - He^+ - O^+$ plasma, *J. Geophys. Res.*, 88, 2170-2174, 1983.
- Johnson, R. G., R. D. Sharp, and E.G. Shelly, Composition of the hot plasma in the magnetosphere, in *Physics of the Hot Plasma in the Magnetosphere*, edited by B. Hultqvist and L. Stenflo, p. 45, Plenum, New York, 1975.
- Kennel, C. F., and H.E. Petschek, Limite on stably trapped particle fluxes, *J. Geophys. Res.*, 71, 1. 1966.
- Mark, E., Growth rates of the ion cyclotron instability in the magnetosphere, *J. Geophys. Res.*, 79, 3218-3220, 1974.
- Montgomery D.C. and D.A. Tidman, *Plasma Kinetic Theory*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
- Prangé, R., Energetic (keV) ions of ionospheric origin in the magnetosphere: A review, *Ann. Geophys*, 34, 187-214, 1978.

- Roux, A., S. Perraut, J.L. Rauch, C. de Villedary, G. Kremser, A. Korth, and D.T. Young, Waves-particle interactions near Ω_{He^+} observed on Board Geos 1 and 2. 2-Generation of ion cyclotron waves and Heating of He^+ ions, 87, 8174-8190, 1982.
- Shelley, E.G., Heavy ions the magnetosphere, Space Sci. Rev. 23, 465, 1979.
- Young, D.T., C. de Villedary, R. Gendrin, S. Perraut, A. Roux, D. Jones, A. Korth, and G. Kremser, Observations of ULF waves-particle interactions in helium-rich magnetospheric plasmas (abstract), EOS Trans. AGU, 60, 32, 1979.
- Young, D.T., J. Geiss, H. Balsiger, P. Eberhardt, A. Ghielmetti, and H. Rosenbauer, Discovery of He^{2+} and O^{2+} ions of terrestrial origin in the outer magnetosphere, Geophys. Res. Lett., 4, 561, 1977.
- Young, D.T., S. Perraut, A. Roux, C. de Villedary, R. Gendrin, A. Korth, G. Kremser, and D. Jones, Waves-particles interaction near Ω_{He^+} observed on Geos 1 and 2. 1-Propagation of ion-cyclotron waves in He^+ - rich plasma, J. Geophys. Res., 86, 6755-6772, 1981.