

DCH-FC
Mag-F
R 173e
C.1

UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
BASICAS Y FARMACEUTICAS

EXCITACION DE ESTADOS ROTACIONALES Y
VIBRACIONALES EN NUCLEOS
DEFORMADOS USANDO FUNCIONES DE ONDA
ANGULO DEPENDIENTES.

Tesis para optar al
grado de Magister en
Ciencias Físicas.

Patrocinante: Dr. Herbert Massmann L.

GIANCARLOS RAMIREZ RAZETO

1983.

Facultad de Ciencias
Básicas y Farmacéuticas
Universidad de Chile

I N F O R M E D E A P R O B A C I O N
T E S I S D E M A G I S T E R

Se informa a la Comisión de Postgrado de la Facultad de Ciencias Básicas y Farmacéuticas que la Tesis de Magister presentada por el Candidato:

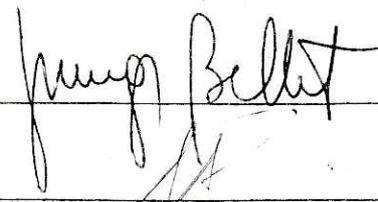
GIANCARLOS RAMIREZ RAZETO

ha sido aprobada por la Comisión Informante de Tesis como requisito de tesis para el grado de Magister en Ciencias Físicas

Patrocinante de Tesis:
Dr. Herbert Massmann L.

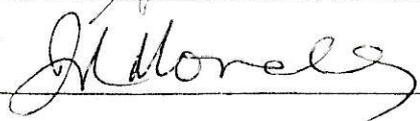


Comisión Informante de Tesis:
Dr. Jorge Bellet P.



Dr. Arturo Menchaca R.

Dr. José Roberto Morales P.



Resumen.

Se estudian la excitación de estados colectivos para los siguientes sistemas: $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E = 50$ MeV), ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ ($E = 70.4$ MeV) y $p + {}^{154}\text{Sm}$ ($E = 0.8$ GeV) usando una aproximación que usa funciones de onda ángulo dependientes. En la primera parte se estudia la excitación de la banda rotacional fundamental extrayendo de las funciones de onda corrimientos de fase ángulo dependientes. En la segunda parte se usan estas funciones de onda ángulo dependientes en expresiones DWBA para así obtener la distribución angular de los procesos en que se excitan vibraciones octupolares en los núcleos residuales deformados.

Abstract.

Angle dependent wave functions are used to study the excitation of collective states in the following systems: $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E = 50$ MeV), ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ ($E = 70.4$ MeV) and $p + {}^{154}\text{Sm}$ ($E = 0.8$ GeV). The excitation of the rotational ground state band is considered in the first part. These are evaluated by extracting angle dependent phase shifts from those wave functions. In the second part the angle dependent wave functions are used in DWBA expressions which are then used to evaluate angular distributions for the excitation of the octupole vibrational band in the deformed residual nuclei.

Indice.

I	Introducción	1
II	Excitación de la banda rotacional fundamental	3
	1.- Algunos aspectos teóricos	3
	2.- $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\text{lab}} = 50 \text{ MeV}$)	14
	3.- ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ ($E_{\text{lab}} = 70.4 \text{ MeV}$)	33
	4.- $p + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\text{lab}} = 0.8 \text{ GeV}$)	35
III	El uso de una DWBA modificada para el estudio de reacciones directas en núcleos deformados	41
	1.- Presentación de los objetivos	41
	2.- Formulación del método	41
	3.- $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\alpha} = 50 \text{ MeV}$)	47
	4.- ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ ($E_{\text{lab}} = 70.4 \text{ MeV}$)	64
IV	Resumen y Conclusiones	76
	Referencias	79

I Introducción.

En las referencias [1,2] se introdujo un método novedoso para estudiar la excitación múltiple de estados rotacionales a núcleos deformados. Al expresar las funciones de onda (y por lo tanto los corrimientos de fase) en términos del ángulo θ' entre el eje de simetría del núcleo deformado y el vector \vec{r} que une los centros de masas del proyectil y del blanco el método permite calcular la sección eficaz diferencial a los distintos estados finales sin tener que realizar un cálculo de canales acoplados. Un estudio numérico para ^{12}C colisionado con diversos isótopos de Nd muestra que utilizando este método uno obtiene aproximadamente el mismo grado de acuerdo con los datos experimentales que con el método de canales acoplados [3].

Este éxito inicial sugiere buscar generalizaciones del método a nuevas situaciones. En la referencia [4] el método fue usado para calcular la sección eficaz de fusión para iones de ^{16}O colisionado con isótopos de Sm por debajo como también por encima de la barrera Coulombiana [5].

En la referencia [6] el método fue generalizado para situaciones en que adicionalmente a la excitación de los estados rotacionales, hay presente otro proceso que es débilmente excitado y que por lo tanto puede ser considerado como una perturbación. La idea básica de esta generalización es usar las expresiones de la DWBA para las amplitudes de transición pero usando ondas distorsionadas que dependen de la coor-

denada intrínseca θ' . De esta manera la excitación rotacional queda incluida en las ondas distorsionadas en tanto que el potencial de interacción efectivo es sólo el potencial perturbativo. En principio estas ideas permiten extender el método para estudiar la excitación de bandas vibracionales y reacciones de transferencia.

El principal objetivo de esta tesis es presentar nuevos resultados numéricos usando estos métodos.

En el capítulo II el interés central será la excitación de la banda rotacional fundamental de núcleos par-par permanentemente deformados. Después de una breve exposición teórica se presentan resultados para los sistemas $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ y también ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$. En este capítulo también se presenta la generalización del método al caso de proyectiles relativistas. En particular se ilustra esto último evaluando las secciones eficaces para la excitación de estados rotacionales del ${}^{154}\text{Sm}$ utilizando un haz de protones de 0.8 GeV.

El uso de funciones de onda que dependen paramétricamente de θ' en la aproximación de Born con ondas distorsionadas (DWBA) se presenta en el capítulo III. Después de un breve resumen de los resultados teóricos se presentan los primeros cálculos usando este método. En particular se muestran los resultados para la excitación de la banda octupolar en la colisión $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ como también la del estado 3^- en la colisión ${}^{12}\text{C}$ contra ${}^{150}\text{Nd}$.

II Excitación de la banda rotacional fundamental.

1.- Algunos aspectos teóricos.

a) El hamiltoniano y la función de onda.

Asumiremos que el blanco es un núcleo par-par, permanentemente deformado y centraremos la atención en los estados colectivos rotacionales. Sean $\omega=(\alpha\beta\gamma)$ los ángulos de Euler que especifican la orientación del eje de simetría del núcleo. Si el blanco es axialmente simétrico en su estado fundamental (siendo \hat{z}' su eje de simetría) entonces la superficie del blanco puede ser descrita por

$$R_t(\theta') = r_0 A_t^{1/3} \left[1 + \beta_2 Y_{20}(\theta', 0) + \beta_4 Y_{40}(\theta', 0) - \frac{\beta_2^2 + \beta_4^2}{4\pi} \right]. \quad (1)$$

Los términos cuadráticos en los parámetros de deformación del blanco han sido introducidos para conservar el volumen del núcleo hasta segundo orden en estos parámetros. En (1) r_0 es el radio promedio por nucleón y A_t es el número de masa del blanco.

Por simplicidad, asumiremos que las coordenadas colectivas del blanco ω no cambian durante la colisión (aproximación repentina). Esto es equivalente a suponer que el parámetro colectivo de masa asociado a tal variable (en este caso el momento de inercia del blanco) es infinito. De esta manera uno desprecia en el hamiltoniano del sistema, los términos de energía cinética del movimiento rotacional intrín-

seco. En otras palabras, la aproximación repentina es equivalente a asumir que todos los estados excitados del blanco son degenerados.

Con estas restricciones el operador de Hamilton para nuestro problema viene dado por

$$\check{H}(\vec{r}, \omega) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_t(\vec{r}, \omega). \quad (2)$$

En (2), \vec{r} es el vector que une los centros de masas del blanco y proyectil y $V_t(\vec{r}, \omega)$ es el potencial de interacción entre el blanco y el proyectil. Separemos de V_t el potencial de Coulomb:

$$V_t(\vec{r}, \omega) = \frac{Z_p Z_t e^2}{r} + V(\vec{r}, \omega), \quad (3)$$

donde Z_p y Z_t son los números atómicos del proyectil y blanco respectivamente. Entonces el hamiltoniano queda de la forma

$$\check{H}(\vec{r}, \omega) = \check{H}_0 + \check{H}_1 \quad (4)$$

donde

$$\check{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{Z_p Z_t e^2}{r} \quad (5)$$

y

$$\check{H}_1 = V(\vec{r}, \omega) . \quad (6)$$

Ignoremos \check{H}_1 por el momento. En ese caso la función de onda viene dada por

$$\Phi^{(0)}(\vec{r}, \omega) = \left(\frac{D_{00}^*(\omega)}{\sqrt{8\pi^2}} \right) \left(\frac{\sqrt{4\pi}}{\kappa r} \sum_{\ell=0}^{\infty} \hat{\ell} i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} F_{\ell}(\eta, \kappa r) Y_{00}(\Omega) \right), \quad (7)$$

donde $\hat{\ell} = \sqrt{2\ell + 1}$. En la ecuación (7) el primer paréntesis cuadrado representa a la función de onda de un rotor con momento angular cero. El término en el segundo paréntesis cuadrado representa a la función de onda para el movimiento orbital. Los σ_{ℓ} son las fases de Coulomb y $F_{\ell}(\eta, \kappa r)$ es la función regular radial de Coulomb [7]. Introduciendo las funciones incidentes y emergentes de Coulomb $h_{\ell}^{(\pm)}(r)$ con el comportamiento asintótico [7]

$$h_{\ell}^{(\pm)}(r) \xrightarrow{\kappa r \rightarrow \infty} \exp \left\{ \pm i \left(\kappa r - \gamma \log(2\kappa r) - \frac{\ell\pi}{2} + \sigma_{\ell} \right) \right\} \quad (8)$$

se tiene

$$F_{\ell}(\eta, \kappa r) = -\frac{1}{2i} \left(h_{\ell}^{(-)}(r) - h_{\ell}^{(+)}(r) \right) . \quad (9)$$

En las ecuaciones anteriores η es el parámetro de Sommerfeld definido por

$$\eta = \frac{Z_p Z_t e^2}{\hbar^2 k} \quad (10)$$

Introduzcamos ahora el potencial $V(\vec{r}, \omega)$. Notemos primero que este, con las consideraciones hechas anteriormente, sólo depende de $r = |\vec{r}|$ y θ' . Escribimos por lo tanto $V(\vec{r}, \omega) = V(r, \theta')$.

Ya que estamos suponiendo que el ángulo θ' no varía durante la colisión (aproximación repentina) hacemos la hipótesis de trabajo que la función de onda dependerá paramétricamente de θ' ;

$$F_\ell(\eta, kr) \longrightarrow f_\ell(r, \theta'). \quad (11)$$

En otras palabras $f_\ell(r, \theta')$ es la función regular en el origen que satisface la ecuación radial de Schrödinger

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dr^2} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + V(r, \theta') - E \right] f_\ell(r, \theta') = 0 \quad (12)$$

Introduzcamos la expansión de Legendre de $f_\ell(r, \theta')$

$$\begin{aligned}
 f_{\ell}(r, \theta') &= \sqrt{4\pi} \sum_L \widetilde{f}_{\ell L}(r) Y_{L0}^*(\theta', 0) \\
 &= \sqrt{4\pi} \sum_{LM} \widetilde{f}_{\ell L}(r) D_{M0}^{*L}(\omega) Y_{LM}^*(\Omega)
 \end{aligned} \tag{13}$$

donde los coeficientes de expansión $\widetilde{f}_{\ell L}(r)$ vienen dados por

$$\widetilde{f}_{\ell L}(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\Omega' f_{\ell}(r, \theta') Y_{L0}(\Omega') \tag{14}$$

Las relaciones entre los ángulos de Euler $\omega = (\alpha\beta\gamma)$, los ángulos $\Omega' = (\theta', \phi')$ y $\Omega = (\theta, \phi)$ se pueden observar en la figura 1.

Sustituyendo en la ec. (7) $F_{\ell}(\eta, r)$ por $f_{\ell}(r, \theta')$ y usando la ec. (13) se obtiene

$$\begin{aligned}
 \Phi(F, \omega) &= \left(\frac{\hat{L}}{\sqrt{8\pi^2}} D_{M0}^{*L}(\omega) \right) \left(\frac{\sqrt{4\pi}}{\kappa r} \sum_{\ell \ell' LM} \frac{\hat{\ell}^2}{\hat{\ell}'^2} i^{\ell} e^{i\alpha_{\ell}} \widetilde{f}_{\ell L}(r) \right. \\
 &\quad \left. \langle \ell L 0 M | \ell' M \rangle \langle \ell L 0 0 | \ell' 0 \rangle Y_{\ell' M}^*(\Omega) \right) \tag{15}
 \end{aligned}$$

Note sin embargo que en esta ecuación la parte radial de la función de onda, $\widetilde{f}_{\ell L}(r)$, y la parte angular, $Y_{\ell' M}^*(\Omega)$, corresponden a valores distintos de ℓ . La parte angular está correcta pues, tratándose de un potencial no cen-

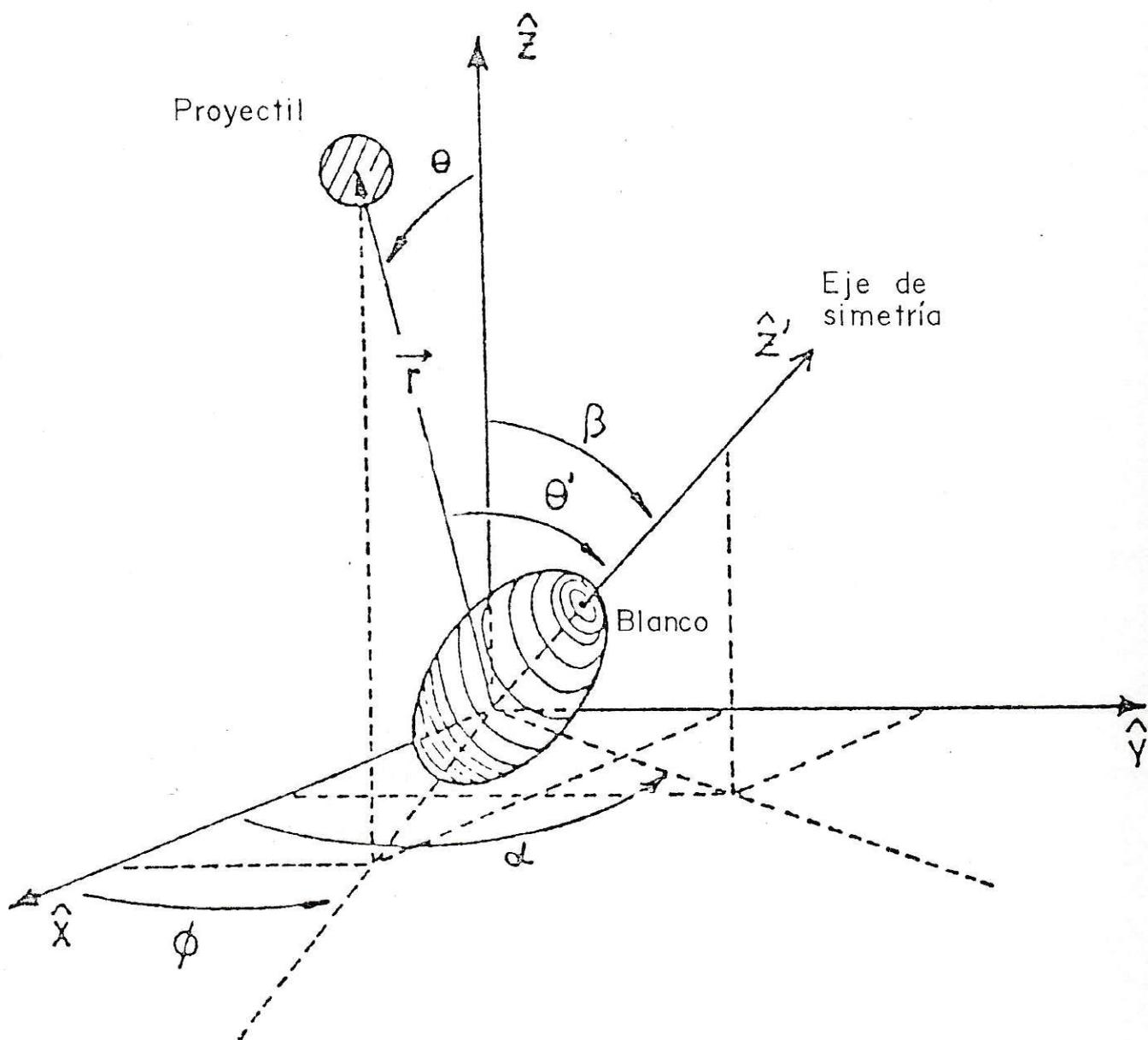


Fig. 1 Diagrama que muestra los sistemas de coordenadas usados.

tral, a cada valor del momento angular orbital incidente l corresponden varios momentos angulares l' emergentes. La parte radial de la función de onda, sin embargo, es independiente de l' . Este problema se debe a que la hipótesis de trabajo dada por la ec. (11) no es completamente correcta. Otra manera de darse cuenta que la ec. (15) no es correcta es observando que la función $\Phi(\vec{r}, \omega)$ no satisface la ecuación de Schrödinger en la región asintótica $|\vec{r}| \rightarrow \infty$.

La forma más simple de resolver este problema es reemplazando $\widetilde{f}_{lL}(r)$ por $\widetilde{f}_{l'L}(r)$. De esta manera la función de onda queda:

$$\Phi(\vec{r}, \omega) = \frac{\sqrt{4\pi}}{kr} \sum_{ll'LM} \frac{\hat{l}^2}{\hat{l}'} i^l e^{i\sigma_l} \widetilde{f}_{l'L}(r) \begin{pmatrix} l & L & | & l' \\ 0 & M & | & M \end{pmatrix} \cdot Y_{l'M}^*(\Omega) \left(\frac{\hat{L}}{\sqrt{8\pi^2}} D_{M0}^{*L}(\omega) \right). \quad (16)$$

En la ec. (16) se ha introducido la notación

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & | & l_3 \\ m_1 & m_2 & | & m_3 \end{pmatrix} = \langle l_1 l_2 m_1 m_2 | l_3 m_3 \rangle \langle l_1 l_2 0 0 | l_3 0 \rangle. \quad (17)$$

La ec. (16) debe entenderse tan solo como una conjetura razonable para obtener una expresión aproximada de la función de onda del proceso que aquí nos interesa y de ninguna manera como una deducción rigurosa. Los resultados que

se obtienen con esta hipótesis de trabajo dan la confianza de que ella es básicamente correcta.

Si el potencial es esféricamente simétrico, la ec. (16) se reduce a la forma que tiene la función de onda para el problema esférico.

b) Amplitud de Scattering y Sección Eficaz.

En la región asintótica $r \rightarrow \infty$ se tiene

$$f_l(r, \theta') \xrightarrow{kr \rightarrow \infty} -\frac{1}{2i} \left(e^{-i(kr - \gamma \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} + \alpha_l)} + (-1) \cdot S_l(\theta') e^{i(kr - \gamma \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} + \alpha_l)} \right), \quad (18)$$

donde

$$S_l(\theta') = e^{2i\delta_l(\theta')} \quad (19)$$

es una matriz S que depende paramétricamente de la coordenada intrínseca θ' . Reemplazando (18) en (14) se obtiene que

$$\widetilde{f}_{lL}(r) \xrightarrow{kr \rightarrow \infty} -\frac{1}{2i} \left[S_{l0} e^{-i(kr - \gamma \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} + \alpha_l)} + (-1) S_{lL} e^{i(kr - \gamma \log(2kr) - \frac{l\pi}{2} + \alpha_l)} \right]. \quad (20)$$

donde

$$f_{\ell L} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int d\Omega' S_{\ell}(\theta') Y_{L0}(\theta', 0). \quad (21)$$

De esta manera se deduce que

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{r}, \omega) \xrightarrow{\kappa r \rightarrow \infty} & \Phi^{(0)}(\vec{r}, \omega) + \left\{ -\frac{\sqrt{4\pi}}{2i\kappa} \sum_{\ell \ell' IM} \hat{\ell}' i^{\ell-\ell'} e^{i(\sigma_{\ell} + \sigma_{\ell'})} \right. \\ & \left. \cdot \left(\begin{array}{c|c} I \ell' & \ell \\ M-M & 0 \end{array} \right) (\delta_{I0} - 1) \mathcal{Y}_{\ell'I \ell'M}(\Omega) \right\} \frac{e^{i(\kappa r - \gamma \log(2\kappa r))}}{r} \cdot \frac{\hat{I}}{\sqrt{8\pi^2}} D_{I0}^{*I}(\omega), \quad (22) \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} \Phi^{(0)}(\vec{r}, \omega) \xrightarrow{\kappa r \rightarrow \infty} & -\frac{\sqrt{4\pi}}{2i\kappa r} \sum_{\ell} \hat{\ell} i^{\ell} e^{i\sigma_{\ell}} Y_{\ell 0}(\theta, 0) \left(\frac{D_{00}^{*0}(\omega)}{\sqrt{8\pi^2}} \right) \\ & \left(e^{-i(\kappa r - \gamma \log(2\kappa r) - \frac{\ell\pi}{2} + \sigma_{\ell})} - \mathcal{Y}_{\ell 0} e^{i(\kappa r - \gamma \log(2\kappa r) - \frac{\ell\pi}{2} + \sigma_{\ell})} \right). \quad (23) \end{aligned}$$

De la ec. (22) se identifica la amplitud de scattering nuclear al estado con números cuánticos IM ($IM \neq 00$):

$$A_{IM}(\Omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{i\kappa} \sum_{\ell \ell'} \hat{\ell}' i^{\ell-\ell'} e^{i(\sigma_{\ell} + \sigma_{\ell'})} \mathcal{Y}_{\ell'I \ell'M} \left(\begin{array}{c|c} I \ell' & \ell \\ M-M & 0 \end{array} \right) Y_{\ell'M}(\theta, \phi), \quad (24)$$

de donde, para $I \neq 0$

$$\frac{d\sigma_{IM}(\theta)}{d\Omega} = \left| A_{IM}(\Omega) \right|^2$$

$$= \frac{\pi}{k^2} \left| \sum_{\ell\ell'} \hat{\ell}' \cdot \ell - \ell' e^{i(\tilde{\sigma}_\ell + \tilde{\sigma}_{\ell'})} \mathcal{P}_{\ell'I} \left(\begin{array}{c|c} I & \ell' \\ \hline M & -M \end{array} \middle| \ell \right) Y_{\ell'M}(\theta, 0) \right|^2. \quad (25)$$

Para el canal elástico se obtiene

$$\frac{d\sigma_{00}(\theta)}{d\Omega} = \left| f_{Ruth}(\theta) - \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) e^{2i\sigma_{\ell}} (1 - \mathcal{P}_{\ell 0}) P_{\ell}(\cos\theta) \right|^2 \quad (26)$$

con [7]

$$f_{Ruth}(\theta) = -\frac{\eta}{2k \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-i\eta \log\left(\sin^2\frac{\theta}{2}\right) + 2i\sigma_0} \quad (27)$$

Los números cuánticos IM son el momento angular intrínseco y su proyección sobre el eje \hat{z} del blanco después de la interacción.

c) Simetrización.

Aún debe realizarse una modificación a la ec. (25) para obtener un buen acuerdo con otros métodos. En la formulación exacta de canales acoplados uno encuentra una expresión muy parecida a la ec. (25) con la diferencia que la

matriz $\mathcal{S}_{\ell', I}$ depende también de ℓ . Que en nuestra formulación $\mathcal{S}_{\ell', I}$ no dependa de ℓ es ciertamente una limitación. En gran medida esta falla es corregida si en la ecuación (25) se reemplaza $\mathcal{S}_{\ell', I}$ por $\mathcal{S}_{\bar{\ell} I}$ donde

$$\bar{\ell} = \frac{1}{2}(\ell + \ell') \quad (28)$$

es el promedio del momento angular orbital incidente y emergente. Comparaciones preliminares de la matriz $\mathcal{S}_{\ell\ell', I}$ obtenidas del programa de canales acoplados PTOLOMY [8] y del programa PAULINA [9] que usa el formalismo desarrollado en este capítulo parecen justificar esta prescripción. Este proceso de simetrización de la matriz \mathcal{S} parece ser razonable; simplemente dice que si una onda de momento angular ℓ incide sobre un núcleo no esférico y una parte de ella emerge con momento orbital ℓ' entonces el corrimiento de fase para esa parte de la onda se calcula con el momento angular promedio $\bar{\ell} = (\ell + \ell')/2$.

2.- $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\text{lab}} = 50 \text{ MeV}$).

Para obtener la matriz $\mathcal{P}_{\ell I}$ y de ahí haciendo uso de las ecuaciones (25) - (27) obtener las secciones eficaces, debemos calcular la función de onda $f_{\ell}(r, \theta')$ integrando la ecuación radial de Schrödinger (ec. (12)).

Para un ángulo θ' fijo; (θ' no se considera una variable dinámica sino que, para los efectos de la ec. (12) es un parámetro) la ec. (12) es exactamente el mismo problema que se debe resolver para el modelo óptico esférico.

En este caso

$$V(r, \theta') = V_{\text{coul}}(r, \theta') + V_{\text{nucl}}(r, \theta') \quad (29)$$

con [10]

$$V_{\text{coul}}(r, \theta') = \frac{Z_p Z_t e^2}{2R_0} \left[\left(3 - \frac{r^2}{R_0^2} \right) \Theta(R_0 - r) - \frac{2R_0}{r} \Theta(r - R_0) \right] +$$

$$+ \sum_{L=2,4,6} \frac{3Z_p Z_t e^2}{2L+1} \left[\frac{r^L}{R_0^{L+1}} \Theta(R_0 - r) + \frac{R_0^L}{r^{L+1}} \Theta(r - R_0) \right] \beta_L^c Y_{L0}(\theta', 0) \quad (30)$$

y

$$V_{\text{nucl}}(r, \theta') = \frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R(\theta')}{a}\right)} \quad (31)$$

En la ec. (30), $\Theta(\xi)$ es la función escalón de Heavyside,

$$\Theta(\xi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \xi > 0 \\ 0 & \text{si } \xi < 0 \end{cases}, \quad (32)$$

$$R_0 = r_0 \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/2} \right), \quad (33)$$

y β_2^c , β_4^c son los parámetros de deformación Coulombianos. Los parámetros β_2^c y β_4^c están estrechamente vinculados con los momentos cuadrupolar y hexendecapolar como también con los parámetros de deformación de la carga del blanco. El potencial $V_{\text{nucl}}(r, \theta')$ es un potencial de Saxon-Woods deformado. En la ec. (31)

$$R(\theta') = r_0 A_p^{1/3} + R_t(\theta') \quad (34)$$

con $R_t(\theta')$ dado por la ec. (1). Es decir, en la expresión para $R(\theta')$ se incluye expresamente el radio del proyectil. Frecuentemente, para proyectiles muy livianos, el radio del proyectil se ignora. La tabla I muestra los parámetros usados en los casos considerados en esta tesis. Para el caso de partículas α incidiendo sobre núcleos de ^{154}Sm los parámetros son los mismos que los usados en cálculos de canales acoplados en la referencia [11] para este caso.

Tabla I

Parámetros de potencial para los distintos casos considerados en esta tesis.

Magnitud	$\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ (50 MeV)		${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ (70.4 MeV)	$\rho + {}^{154}\text{Sm}$ (0.8 GeV)
	a)	b)		
V_0 [MeV]	65.9	65.9	20.0	-5.35
W [MeV]	27.3	27.3	17.64	59.5
a	0.637	0.637	0.562	0.846
a_w	0.637	0.637	0.356	0.575
r_0	1.11	1.44	1.315	1.077
r_0^W	1.11	1.44	1.341	1.113
r_0^C	1.11	1.44	1.11	1.05
β_2	0.292	0.225	0.25	0.301
β_4	0.065	0.045	0.03	0.110
β_6		-0.015	0.0	-0.016
β_2^C	0.272	0.210	0.26	0.301
β_4^C	0.065	0.045	0.03	0.110
β_6^C		-0.015	0.0	-0.016

a) Incluyendo en $R_t(\theta')$ el radio del proyectil.

b) Ignorando en $R_t(\theta')$ el radio del proyectil; estos son los parámetros usados para este caso en la referencia [11].

La figura 2 muestra en forma separada el potencial nuclear real, el potencial Coulombiano y el potencial total real (para $\ell = 0$) a lo largo de dos rayos que hacen un ángulo $\theta' = 0^\circ$ y 90° con el eje de simetría. En la figura 3 se le ha agregado al potencial total el término centrífugo para $\ell = 15, 25$ y 35 . Se observa que si el proyectil incide por la punta del ^{154}Sm (es decir si $\theta' = 0^\circ$) entonces para partículas α de 50 MeV se está sobre la barrera Coulombiana mientras que si se incide por la cintura ($\theta' = 90^\circ$) entonces la partícula llegará hasta la distancia de ~ 10 fm y será reflejada por la barrera Coulombiana.

El potencial responsable de la excitación Coulombiana, es decir la parte de $V_{\text{cou}\ell}(r, \theta')$ que viene dada por la sumatoria en la ec. (30) se muestra en la figura 4. Las curvas muestran un pico para un mismo $r = R$ independiente del ángulo θ' . Esto se debe a que la expresión (30) es sólo aproximada. En un cálculo más realista estos picos aparecerían en $R(\theta')$. Esta aproximación sin embargo no tiene mayor trascendencia para los cálculos. Es importante darse cuenta que el potencial $V(r, \theta')$ además del potencial central Coulombiano $Z_p e^2 Z_t / r$ tiene un potencial de relativamente largo alcance (que decae como $1/r^3$). Por esta razón, para extraer de $f_\ell(r, \theta')$ la matriz $S_\ell(\theta')$, se debe integrar la ecuación de Schrödinger (12) hasta una distancia r_m tal que este potencial sea despreciable. Esto es por supuesto mucho más allá de la distancia en que el potencial nuclear deja de actuar que es el

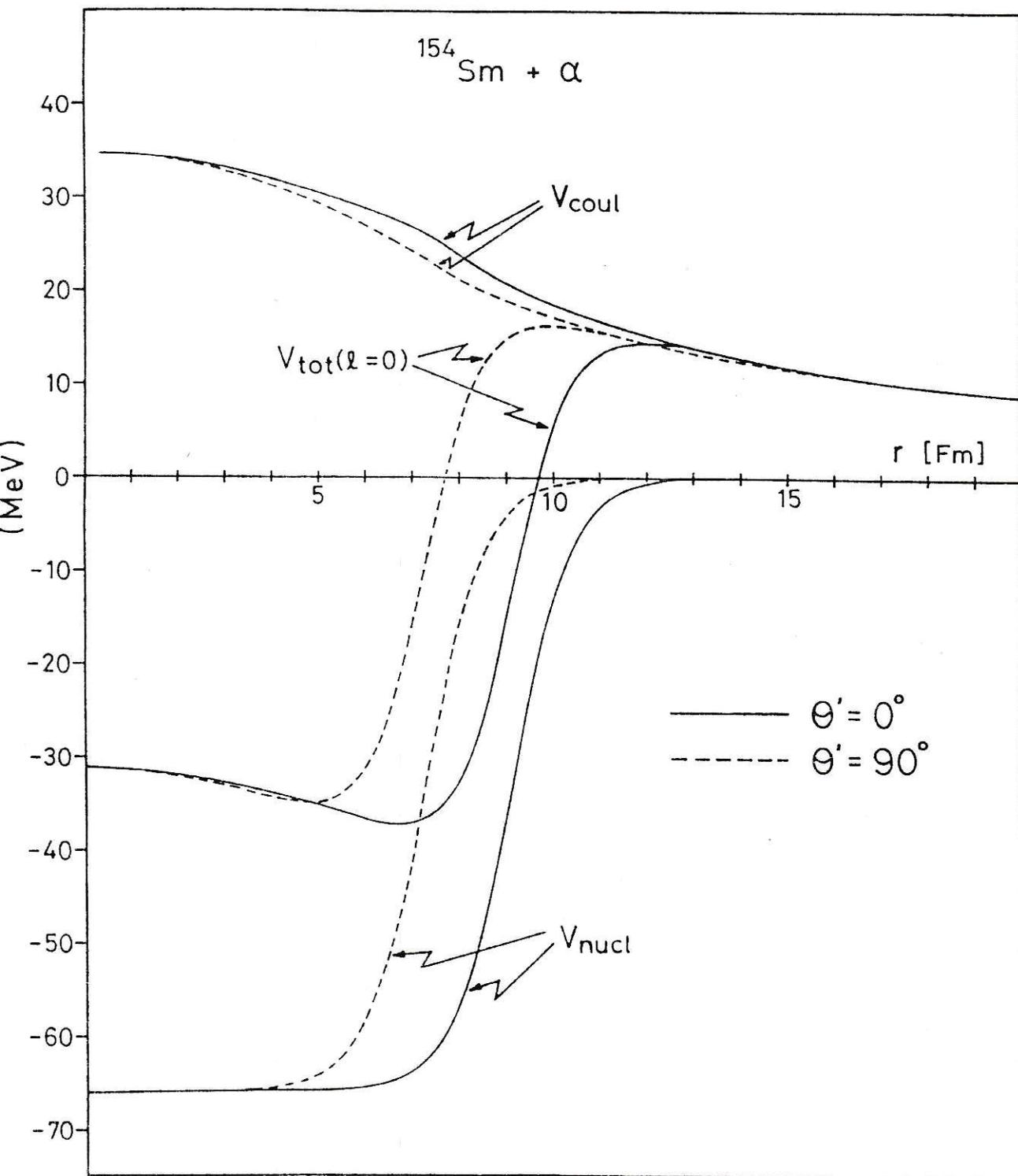


Fig. 2. Potenciales nuclear, de Coulomb y total para $\ell = 0$ en el caso $\alpha + ^{154}\text{Sm}$.

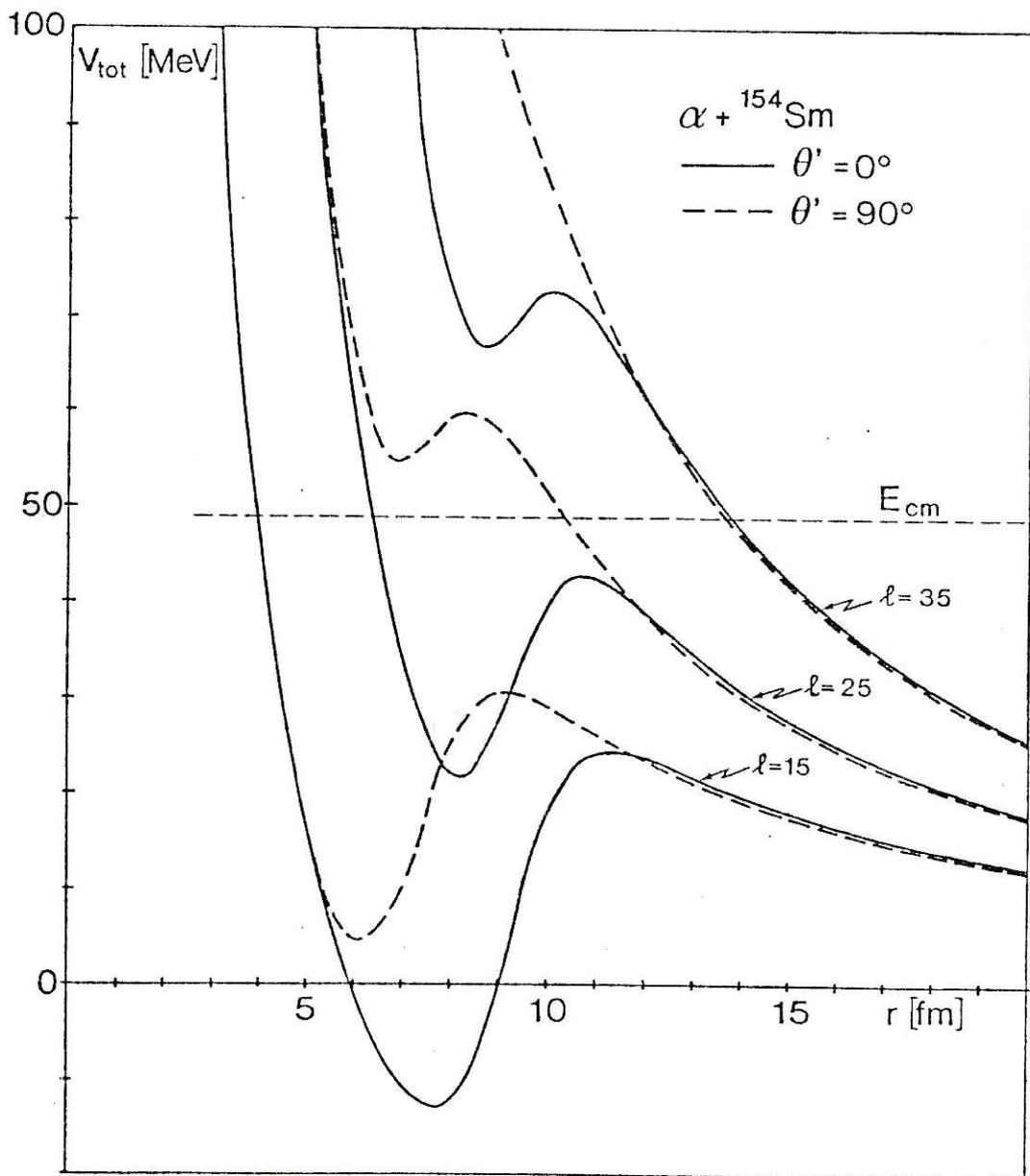


Fig. 3. Potencial efectivo para $\ell = 15, 25$ y 35 . en el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$.

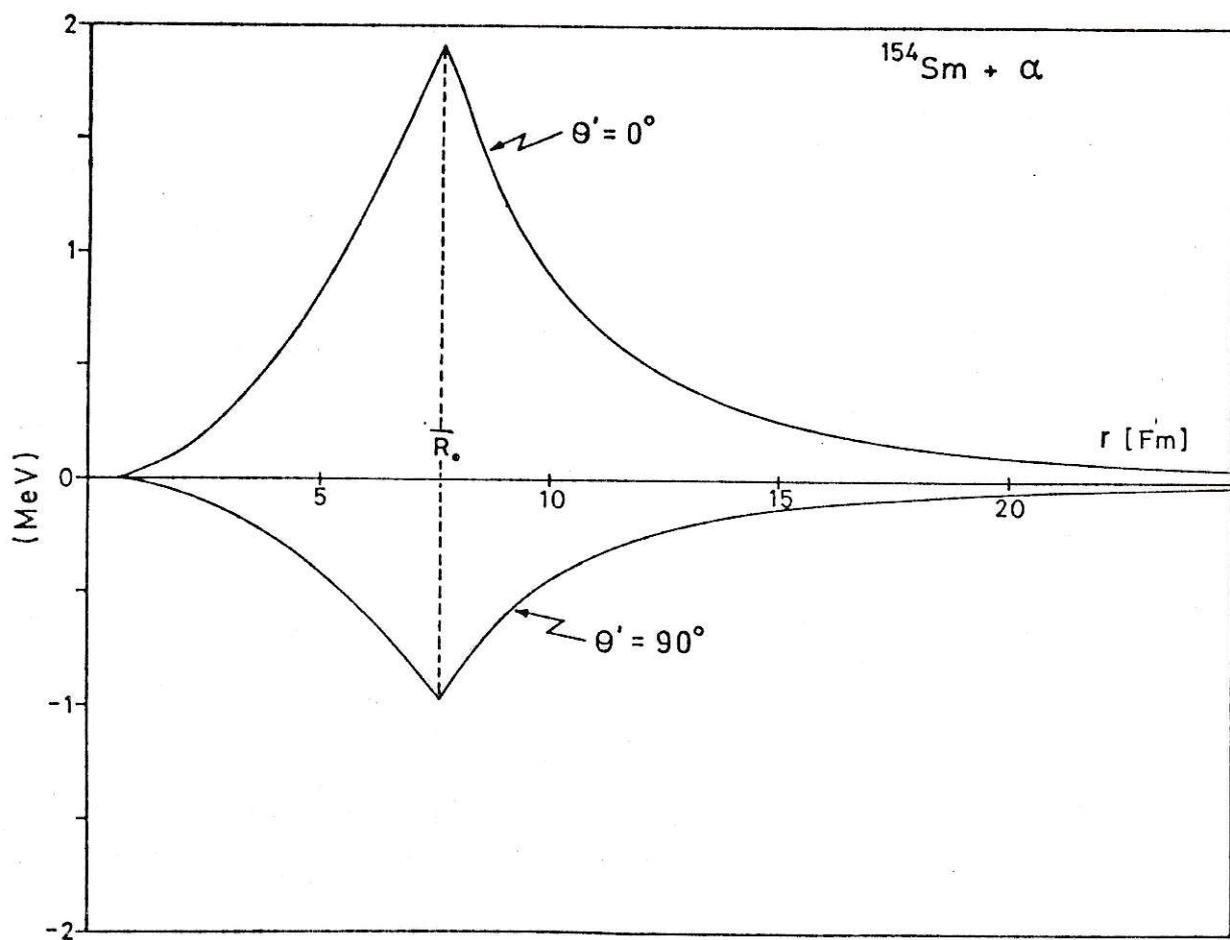


Fig. 4. Potencial de excitación Coulombiana en el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$
 $E_{\text{lab}} = 50$ MeV usando los parámetros $\beta_2^C = 0.225$ y
 $\beta_4^C = 0.05$.

lugar donde en el modelo óptico esférico se extrae la matriz S. La tabla II muestra para los casos considerados en esta tesis el valor de r_m ("matching radius"), como también el paso de integración Δr y el máximo valor del momento angular ℓ_{\max} que debió incluirse para que las sumas sobre ondas parciales converjan.

Las figuras 5a y 5b muestran las funciones radiales $f_\ell(r, \theta')$ para $\ell = 15, 25, 35$ para los ángulos $\theta' = 0^\circ$ y $\theta' = 90^\circ$ respectivamente. Para $\ell = 15$ la función de onda tienen la forma típica de una onda viajera incidente: la parte real e imaginaria de la misma magnitud y la parte imaginaria adelantada con respecto a la parte real en una fase de $\pi/2$. Esto es consistente con el hecho que para $\ell < 20$, independientemente del ángulo θ' , la energía incidente está por encima de la barrera Coulombiana (ver figura 3) y por lo tanto las partículas incidentes serán absorbidas por la parte imaginaria del potencial óptico. Por otra parte para $\ell = 35$, para ambas direcciones $\theta' = 0^\circ$ y $\theta' = 90^\circ$ la energía incidente está por debajo de la barrera Coulombiana, siendo reflejada prácticamente toda la función de onda incidente. Esto en las figuras 5a y 5b se manifiesta en el hecho que las funciones de onda radial tienen nodos, es decir tanto la parte real como imaginaria de la función de onda se anulan en el mismo lugar. Esto último es una característica típica de ondas estacionarias, que en este caso se forma con la onda incidente y la emergente que es de la misma amplitud. Para $\ell = 25$ se tienen situaciones intermedias.

Tabla II

Parámetros de interés numérico que se usaron para los distintos casos presentados en esta tesis.

Caso	r_m (fm)	Δr (fm)	l_{\max}
$\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ $E_\alpha = 50 \text{ MeV}$	25	0.1	70
${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ (70.4 MeV)	50	0.05	235
$p + {}^{154}\text{Sm}$ (0.8 GeV)	25	0.05	110

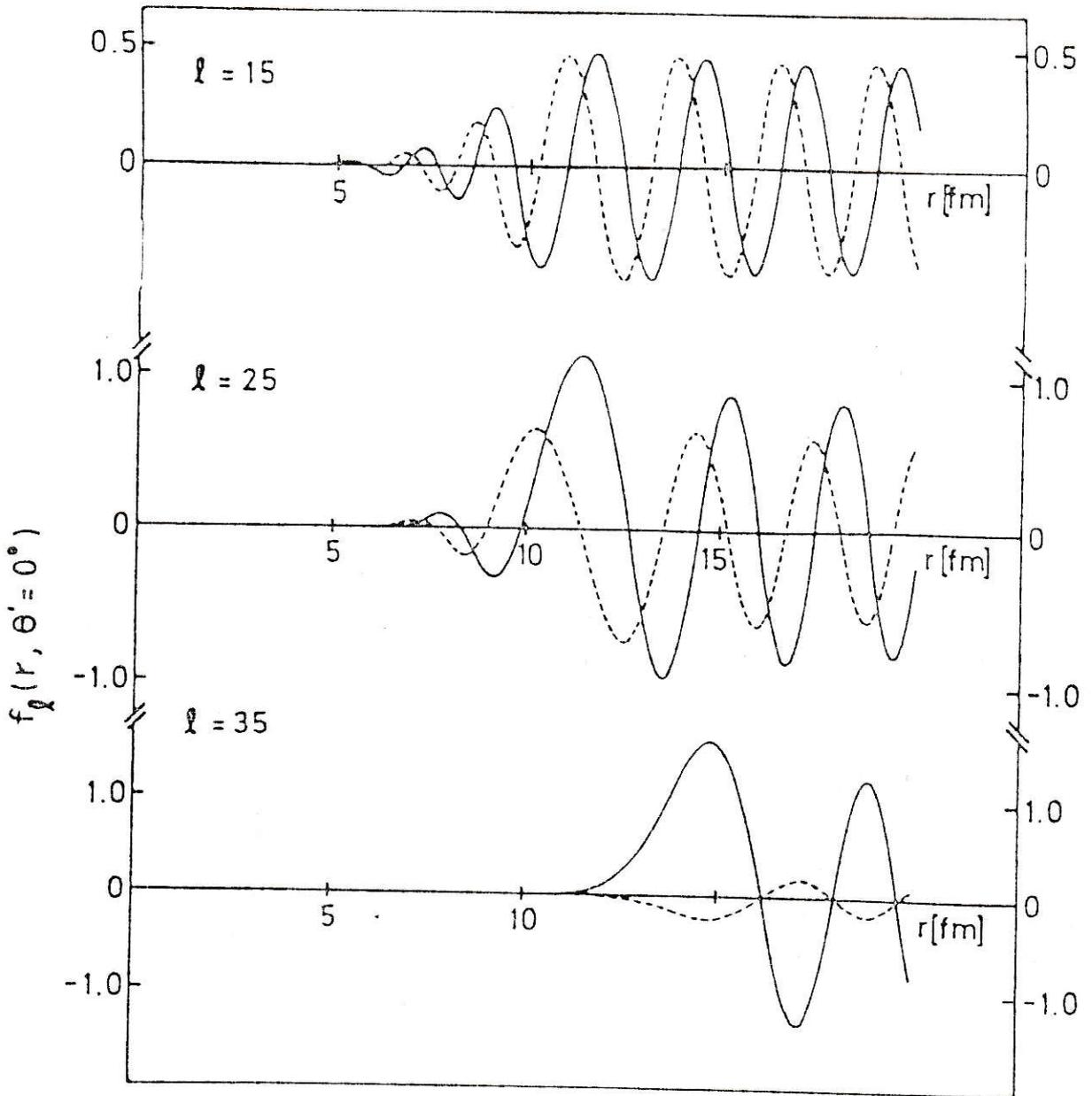


Fig. 5a. Funciones de onda radial en el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ con $\theta' = 0^\circ$. La línea llena indica la parte real y la línea cortada la parte imaginaria.

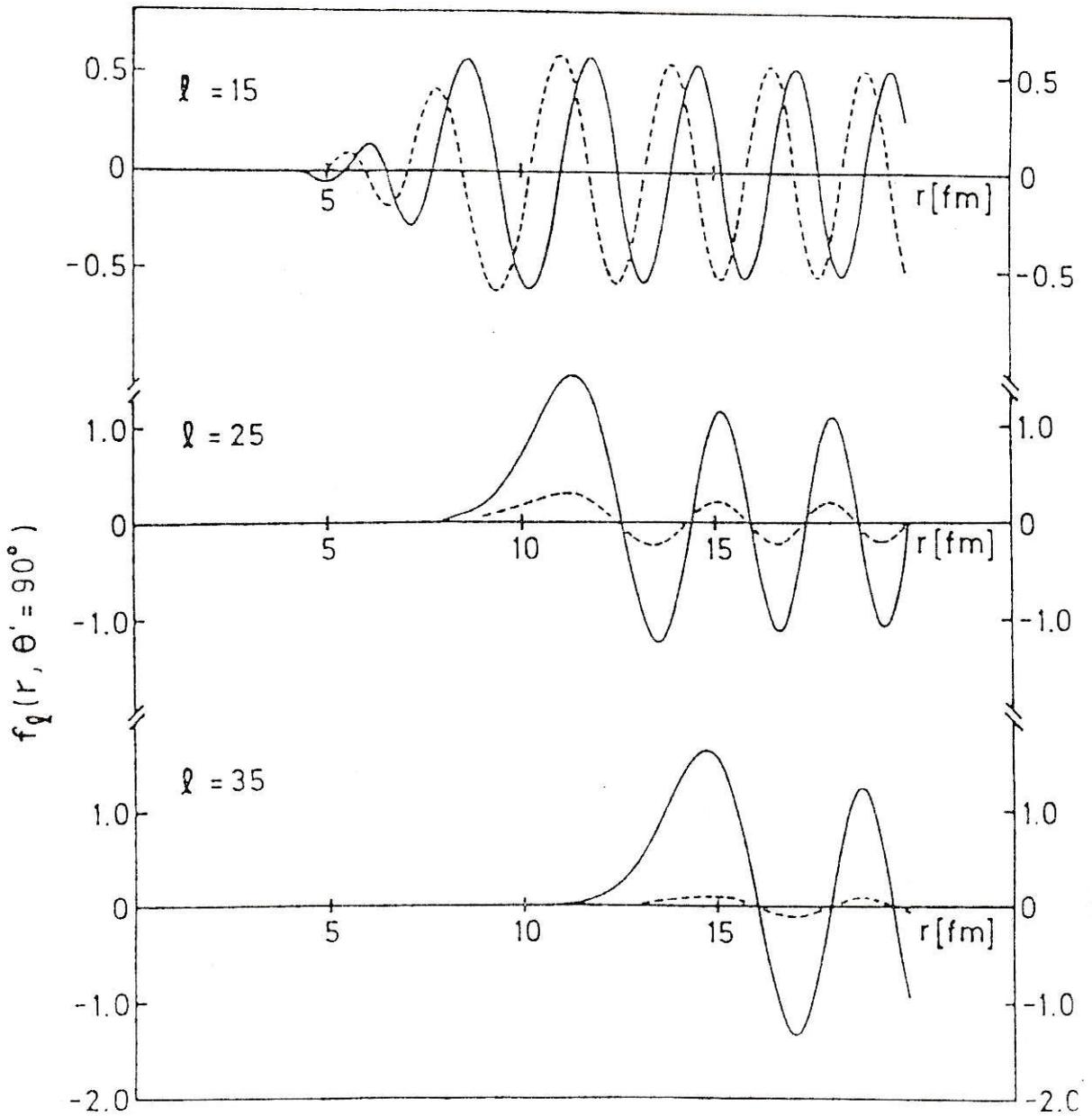


Fig. 5b. Idem a la figura 5a. pero para $\theta' = 90^\circ$.

Tal como se espera de la figura 3, para $\theta' = 0^\circ$ la onda es más bien viajera mientras que para $\theta' = 90^\circ$ es más bien estacionaria.

La matriz $S_\ell(\theta') = \exp(2i\delta_\ell(\theta'))$ que se extrae de la función de onda se muestra en la figura 6 para $\theta' = 0^\circ$ y $\theta' = 90^\circ$. La amplitud de la fase tiene el comportamiento esperado. De esta figura se desprende que el momento angular ℓ para el cual la barrera Coulombiana es igual a la energía del centro de masa es $\ell \approx 27$ para $\theta' = 0^\circ$ y $\ell \approx 21$ para $\theta' = 90^\circ$. La parte real de la fase tiene para $\theta' = 90^\circ$ un comportamiento bastante típico. Crece a medida que ℓ decrece, llegando a un máximo cuando $|S_\ell| \approx 1/2$, luego decrece cruzando el eje siendo negativa para ℓ pequeños. Lo que no es típico es el decrecimiento sumamente lento con ℓ para $\ell > 25$. Este se debe a la inclusión del potencial de excitación Coulombiana en $V(r, \theta')$. Para $\theta' = 90^\circ$ este es negativo (o sea actúa en el mismo sentido que el potencial nuclear) y decrece muy lentamente en función de r (como $1/r^3$). Para $\theta' = 0^\circ$ el potencial de excitación Coulombiana es (para grandes distancias) del signo opuesto y de una intensidad de aproximadamente el doble (recordemos que $P_2(\cos\theta)$ es 1 para $\theta = 0^\circ$ y $-1/2$ para $\theta = 90^\circ$). Esto explica porqué para $\theta' = 0^\circ$ y ℓ grande ($\ell > 32$), el corrimiento de fase es de signo contrario y aproximadamente el doble que para $\theta' = 90^\circ$.

Una vez conocido $S_\ell(\theta')$ se procede a obtener $\mathcal{J}_{\ell I}$ (ver ec. (21)). El cálculo de esta transformada de Legen-

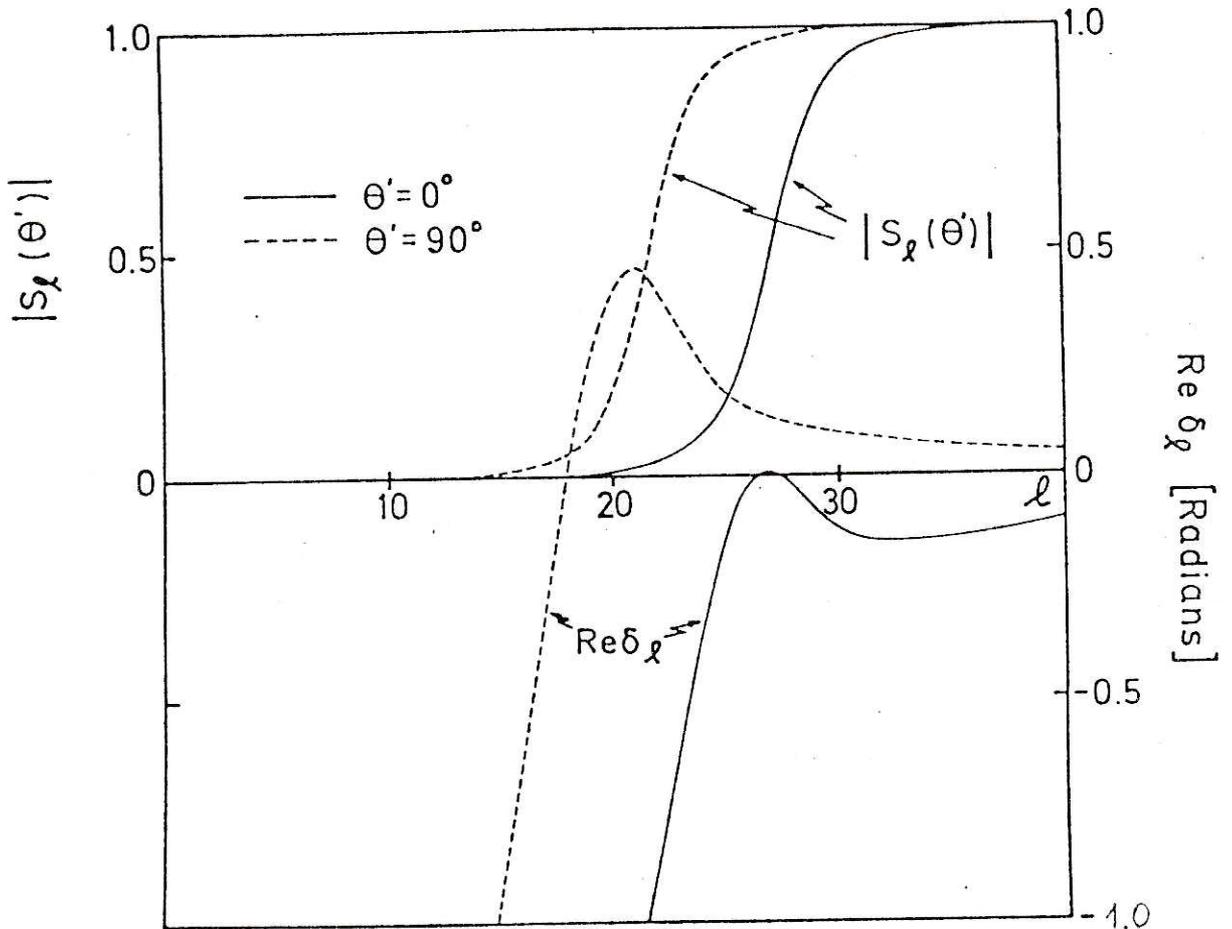


Fig. 6. Matriz $S_l(\theta') = e^{2i\delta_l(\theta')}$ para $\theta' = 0^\circ$ y $\theta' = 90^\circ$
 en el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$.

dre de $S_\ell(\theta')$ se puede realizar fácilmente. El procedimiento se detalla en el manual del programa PAULINA [9]. Es interesante hacer notar que para todos los casos considerados en esta tesis no fue necesario conocer $S_\ell(\theta')$ para más de 4 ó 5 ángulos θ' , en otras palabras, para obtener la matriz $\mathcal{S}_{\ell I}$ el trabajo requerido es aproximadamente 4 a 5 veces el requerido para obtener la matriz S_ℓ en el caso esférico usando un modelo óptico convencional. Este es un tiempo considerablemente inferior (en órdenes de magnitud) al que se requiere si se usa el método exacto tradicional de canales acoplados. Esto es la mayor virtud del presente método.

Las figuras 7a, 7b y 7c muestran las matrices $\mathcal{S}_{\ell I}$ para $I = 0$, $I = 2$ y $I = 4$ respectivamente.

La matriz $\mathcal{S}_{\ell 0}$ contribuye al scattering elástico, Los momentos angulares $\ell < 17$ no contribuyen (ver fig. 7a) pues son absorbidos. Por otra parte para los $\ell > 34$, $\mathcal{S}_{\ell 0} = 1$; como en la ec. (26) para $d\sigma_{00}/d\Omega$ sólo aparece la combinación $(1 - \mathcal{S}_{\ell 0})$ se tiene que para estos valores de ℓ el scattering es esencialmente Rutherford.

La matriz $\mathcal{S}_{\ell 2}$ (ver fig. 7b) es de tamaño bastante menor que $\mathcal{S}_{\ell 0}$. Para $\ell > 32$ se observa que $\mathcal{S}_{\ell 2}$ comienza a moverse muy lentamente a lo largo del eje imaginario. Esta cola de la matriz $\mathcal{S}_{\ell 2}$ se debe exclusivamente a la excitación Coulombiana. En la suma de ondas parciales ec. (25) se debe tener cuidado en no dejar de sumar sobre ℓ mientras $\mathcal{S}_{\ell 2}$ efectivamente no contribuya, de lo contrario aparecen en la sección eficaz os-

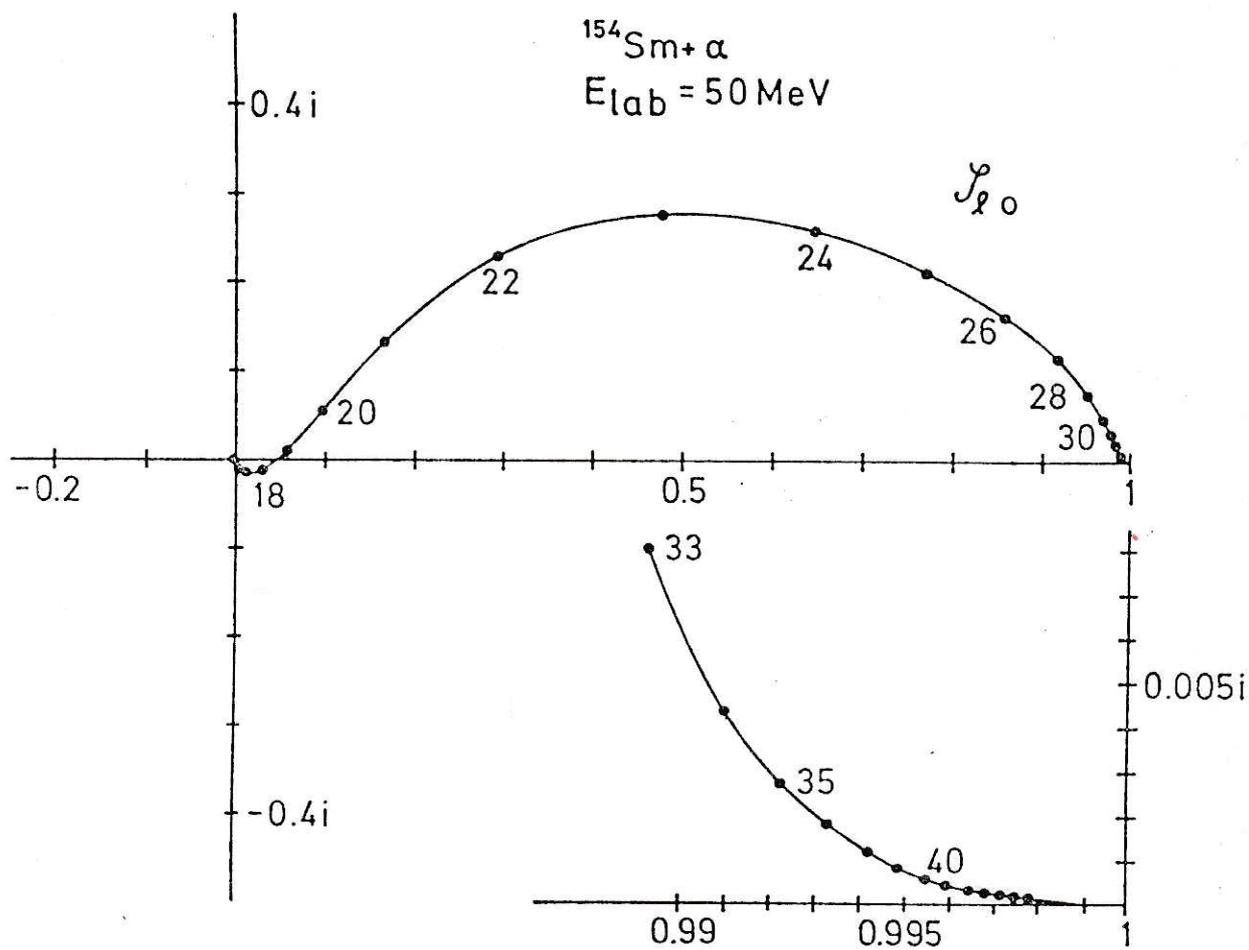


Fig. 7a. Transformada de Legendre $\mathcal{P}_{\ell, I} = 0$ de la matriz $S(\theta')$ para el caso $\alpha + ^{154}\text{Sm}$.

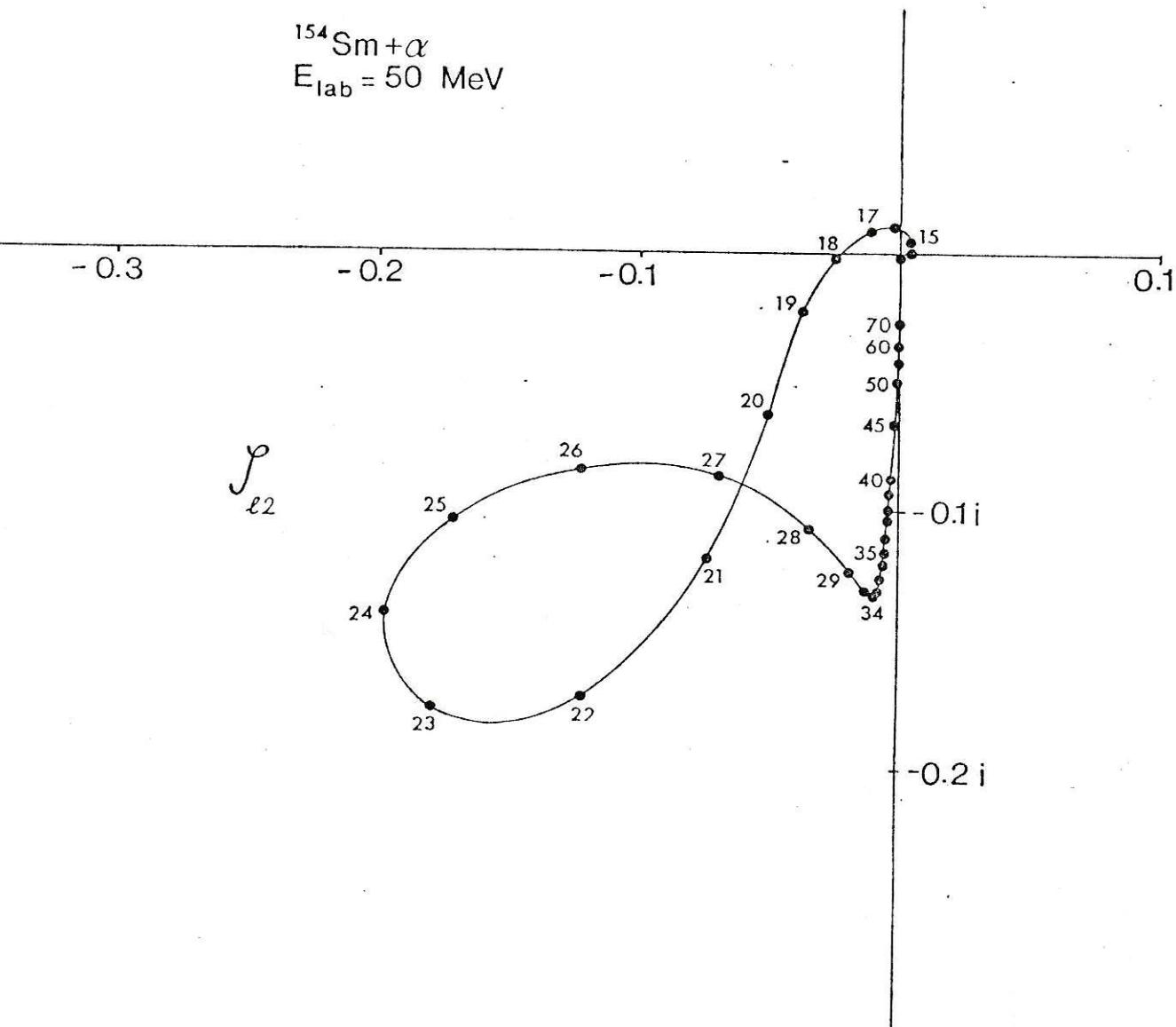


Fig. 7b. Idem Fig. 7a. para $I = 2$.

cilaciones superpuestas. Igual que en el caso anterior los momentos angulares pequeños no contribuyen.

Para \mathcal{S}_{ℓ_4} , que es la matriz que contribuye a la sección eficaz del estado 4^+ , el gráfico ya es más complicado. Sin embargo hay dos aspectos que valen la pena mencionar. Primero \mathcal{S}_{ℓ_4} no tiene una cola debida a la excitación Coulombiana tan marcada como en el caso para $I = 2$. En efecto, para $I = 4$, $\ell > 50$ practicamente no contribuyen, mientras que ^{para} $I = 2$ este límite era $\ell = 70$. En segundo lugar, igual que en los casos anteriores los ℓ pequeños no contribuyen, pero el valor de ℓ_{\min} va disminuyendo a medida que I crece. Para $I = 0$, $I = 2$, $I = 4$ ℓ_{\min} vale ~ 17 , 14 y 11 respectivamente.

La figura 8 muestra la sección eficaz diferencial que se obtiene usando las ecuaciones (25) - (27). En el gráfico también se muestran los resultados experimentales para este caso obtenidos por Harvey et al. [12]. El acuerdo que se obtiene para la excitación de la banda rotacional fundamental (es decir los estados 0^+ , 2^+ , 4^+ , 6^+) es bastante satisfactorio (aunque no tan bien como el de canales acoplados obtenido en la ref. [11]).

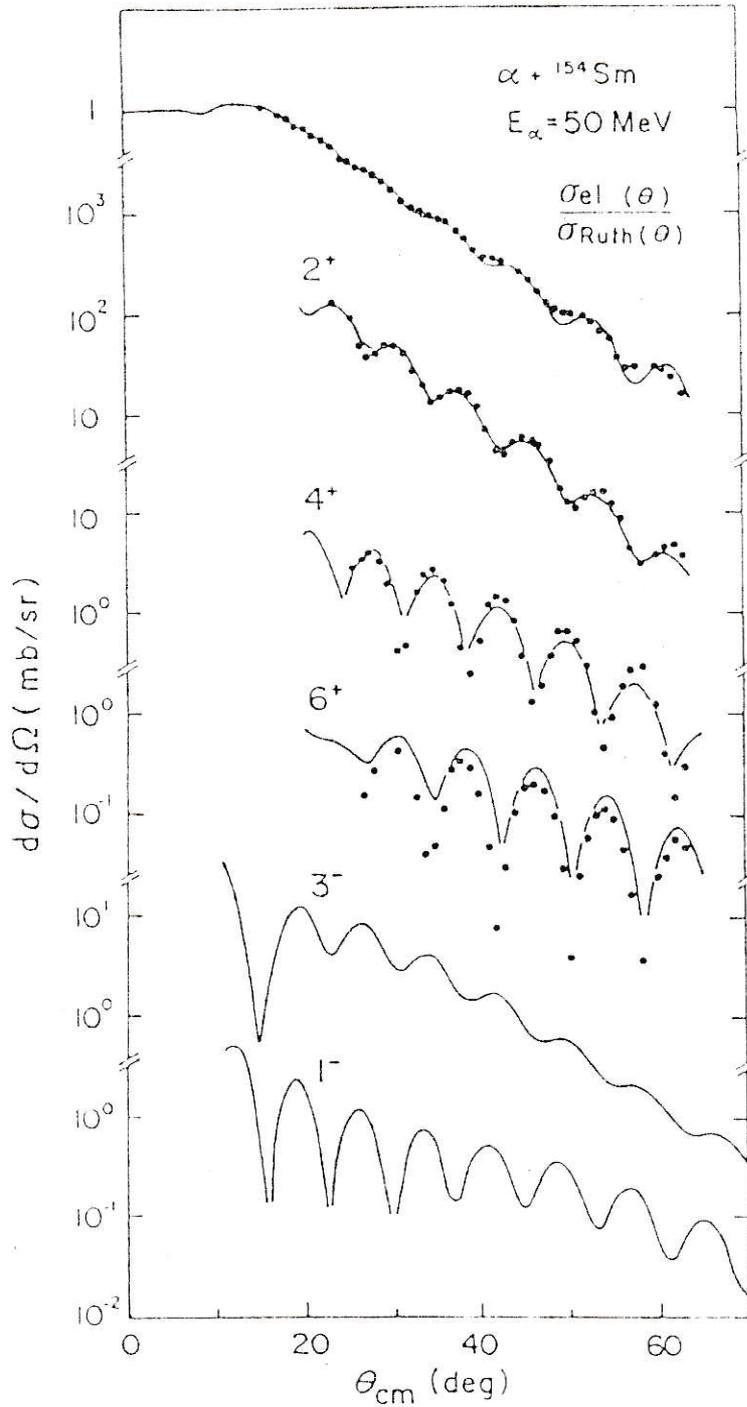


Fig. 8. Sección eficaz diferencial estados rotacionales 0^+ , 2^+ , 4^+ y 6^+ y estados de vibración octopolar 3^- y 1^- para el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$, $E_{lab} = 50 \text{ MeV}$.

3.- $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ ($E_{\text{Lab}} = 70.4 \text{ MeV}$).

Distribuciones angulares de iones de ^{12}C dispersados por isótopos de Nd fueron detalladamente medidas por Hillis et al. [13]. En la misma referencia se presenta un análisis con el método de canales acoplados el cual les permite encontrar un conjunto de parámetros para el potencial óptico y de deformación que satisfactoriamente reproducen los datos experimentales.

En la ref. [3] se usó por primera vez el método descrito en esta tesis para estudiar este caso. Usando los mismos parámetros que los encontrados en la referencia [13], excepto por r_{0c} que se disminuyó de $r_{0c} = 1.25 \text{ fm}$ a $r_{0c} = 1.1 \text{ fm}$, se encontró un buen acuerdo con los resultados experimentales. Acá, con los mismos parámetros de la ref. [3] (ver tabla I) repetimos el cálculo con el programa PAULINA, resultados que se muestran en la figura 9. Los datos experimentales son de la referencia [13].

La forma como se obtuvo la sección eficaz diferencial para los estados 1^- y 3^- en la figura 8 y 3^- en la figura 9 será el tema central del capítulo III.

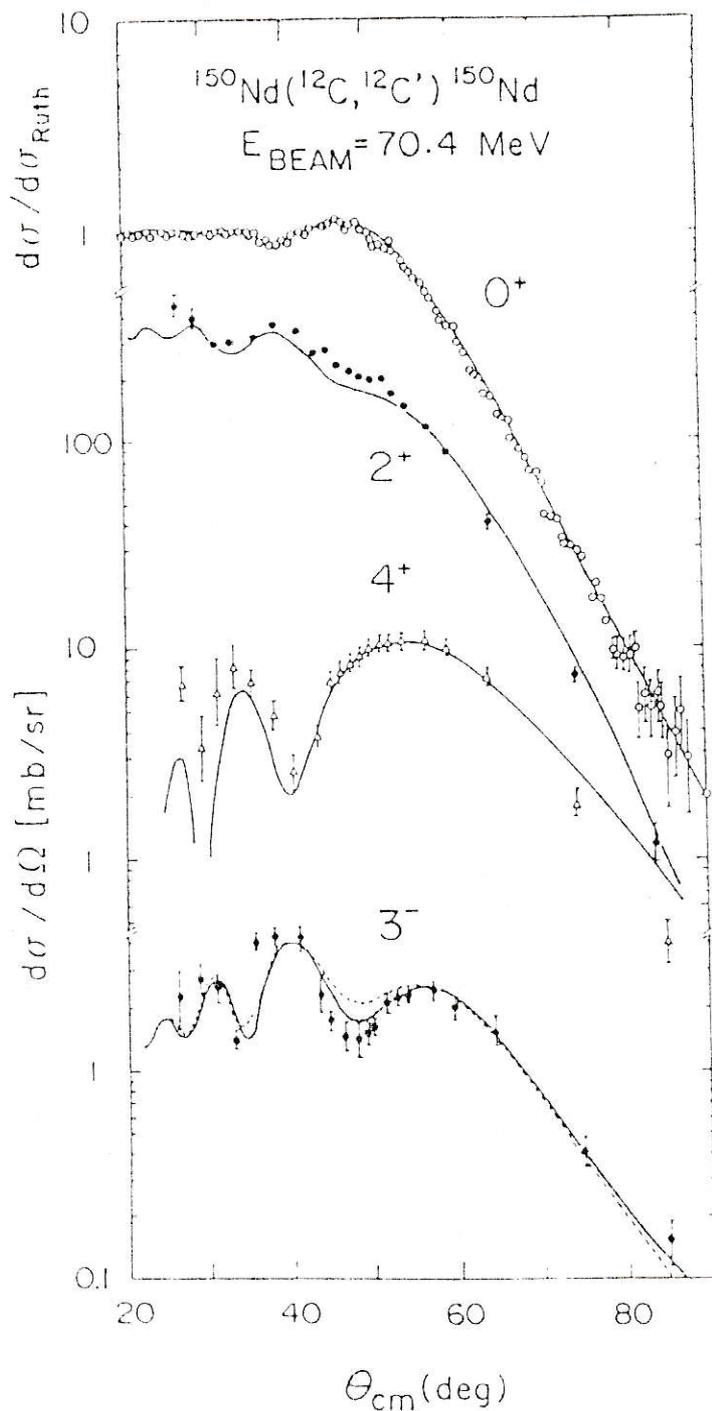


Fig. 9. Sección eficaz diferencial estados rotacionales 0^+ , 2^+ , 4^+ y estado de vibración octopolar 3^- para el caso $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$, $E_{\text{lab}} = 70.4 \text{ MeV}$.

4.- $p + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\text{Lab}} = 0.8 \text{ GeV}$)

a) Algunas consideraciones teóricas.

Consideramos a continuación el caso de protones de 0.8 GeV incidiendo sobre núcleos de ${}^{154}\text{Sm}$. Uno espera que el scattering de protones de esta energía no sea descrito por la ecuación de Schrödinger no-relativista. Sean m_p y m_t las masas en reposo del proyectil y blanco respectivamente. En el sistema centro de masa el proyectil seguirá siendo relativista mientras que el blanco, por ser su masa mucho mayor se puede considerar como una partícula no relativista. Para este tipo de situaciones es posible nuevamente encontrar una ecuación del tipo de Schrödinger para describir el scattering [14].

En el sistema de coordenadas centro de masas los operadores de momento para el proyectil y blanco son $\vec{p} = i\hbar\vec{\nabla}$ y $-\vec{p} = i\hbar\vec{\nabla}$. Como el blanco nunca se moverá a velocidades relativistas podemos usar la expresión clásica para su energía (en este caso sólo energía cinética)

$$T_t = \frac{p^2}{2m_t} \quad (35)$$

Para el proyectil debemos usar la expresión relativista

$$E_p = c\sqrt{m_p c^2 + p^2} \quad (36)$$

La ecuación de onda

$$\check{H}\Psi = E\Psi \quad (37)$$

queda

$$\left[\check{T}_t + \check{E}_p + V(\check{r}) \right] \Psi = E\Psi \quad (38)$$

En (38) E es la energía en el sistema centro de masa para el proyectil y blanco, incluyendo la energía en reposo del proyectil pero no así la del blanco, o sea

$$E = c \sqrt{m_p^2 c^2 + p_0^2} + \frac{p_0^2}{2m_t} \quad (39)$$

Aquí p_0 es la magnitud de movimiento en el sistema centro de masa en la región asintótica antes de la colisión.

Despreciando términos del orden $p_0^2/m_t E$ se tiene que

$$E \approx c \sqrt{m_p^2 c^2 + p_0^2} \quad (40)$$

o sea

$$c^2 p_0^2 \approx E^2 - m_p^2 c^4 \quad (41)$$

Expandiendo la raíz en la ec. (36) y usando las ecs. (40) y (41) se deduce que

$$\begin{aligned}
 E &= c \sqrt{m_p^2 c^2 + p_o^2 + (P^2 - p_o^2)} \\
 &= c \sqrt{m_p^2 c^2 + p_o^2} \left(1 + \frac{P^2 - p_o^2}{2(m_p^2 c^2 + p_o^2)} \right) \\
 &= E + \frac{P^2 c^2}{2E} - \frac{p_o^2 c^2}{2E} \\
 &= \frac{E}{2} + \frac{P^2 c^2}{2E} + \frac{m_p^2 c^4}{2E} .
 \end{aligned} \tag{42}$$

Reemplazando (35) y (42) en (38) y recordando que $\vec{p} = -i\hbar\vec{\nabla}$ se obtiene finalmente

$$\left[-\frac{c^2}{2E} \left(1 + \frac{E}{m_t c^2} \right) \hbar^2 \nabla^2 + V(\vec{r}) - \frac{c^2}{2E} \left(\frac{E^2}{c^2} - m_p^2 c^2 \right) \right] \psi(\vec{r}) = 0. \tag{43}$$

La ecuación (43) tiene la forma usual de una ecuación de Schrödinger.

La ecuación de Schrödinger no relativista para el scattering de dos partículas es de la forma (en el sistema centro de masa)

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(\vec{r}) - E \right] \psi(\vec{r}) = 0. \tag{44}$$

Multiplicando por $-\mu/\hbar^2$ esta queda

$$\left[\nabla^2 - U(\vec{r}) + k^2 \right] \psi(\vec{r}) = 0, \tag{45}$$

con

$$U(\vec{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\vec{r}) \quad (46)$$

y

$$k^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} E \quad (47)$$

siendo μ la masa reducida. Si el proyectil es relativista y en el centro de masa el movimiento del blanco es no relativista entonces el sistema viene descrito por la ecuación de Schrödinger

$$\left[\nabla^2 + \mu(\vec{r}) + k^2 \right] \psi(\vec{r}) = 0 \quad (48)$$

donde, de acuerdo a la ecuación (43),

$$\mu(\vec{r}) = \frac{2E}{\hbar^2 c^2} \frac{V(\vec{r})}{\left(1 + \frac{E}{m_t c^2}\right)} \quad (49)$$

y

$$k^2 = \frac{\frac{E^2}{c^2} - m_p^2 c^2}{\left(1 + \frac{E}{m_t c^2}\right) \hbar^2} \quad (50)$$

Las expresiones (49) y (50) se reducen a las ecuaciones (46) y (47) en el límite no relativista.

Es importante hacer notar que una ecuación de Schrödinger de la forma (48) sólo tiene sentido si además de las restricciones arriba expuestas se cumple que [14]

$$|V(\vec{r})| \ll m_p c^2 \quad (51)$$

y

$$\frac{|\vec{\nabla} V(\vec{r})|}{|V(\vec{r})|} \ll k. \quad (52)$$

b) Resultados numéricos.

El scattering de protones de 0.8 GeV contra núcleos de ^{154}Sm fue medido por Barlett et al. [15] quienes también realizaron un estudio de sus datos experimentales usando el método de canales acoplados. Los parámetros para el potencial óptico y los de deformación que usaron se muestran en la tabla I. (Note que V_0 es positivo).

En la figura 10 se muestra la sección eficaz para la excitación de la banda rotacional fundamental obtenida con el programa PAULINA (con las correcciones relativistas dadas por las ecuaciones (51) y (52)). El acuerdo con los datos experimentales de la referencia [15] es razonable, si bien no tan bueno como con el método de canales acoplados. Algunos parámetros numéricos de interés que se usaron en este cálculo se muestran en la tabla II.

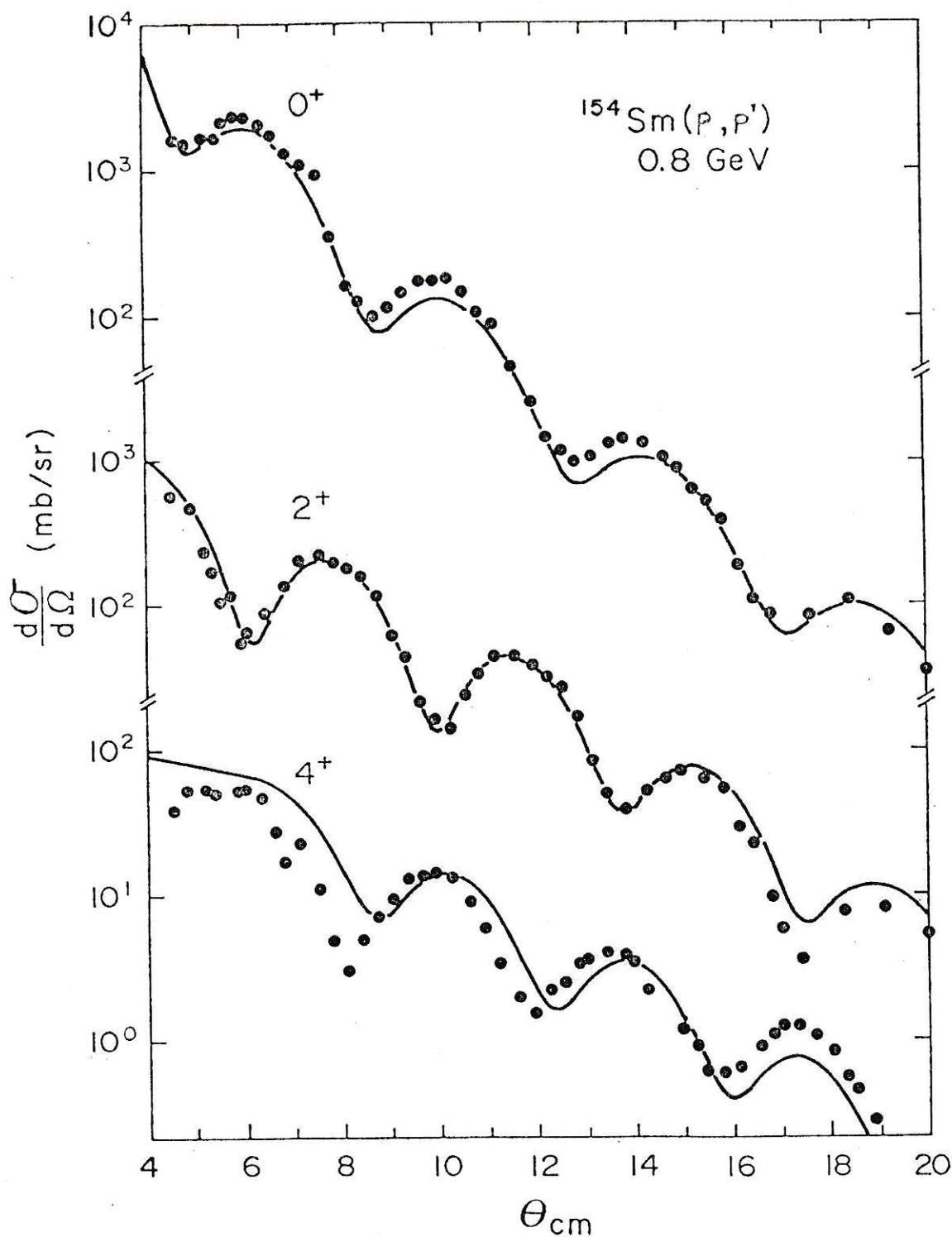


Fig. 10. Sección eficaz diferencial para los estados rotacionales 0^+ , 2^+ y 4^+ en el caso $p + ^{154}\text{Sm}$, $E_{\text{lab}} = 800$ MeV.

III. El uso de una DWBA modificada para el estudio de reacciones directas en núcleos deformados.

1.- Presentación de los objetivos.

El principal objetivo de este capítulo es formular un método que permita, usando el formalismo desarrollado en el capítulo anterior, estudiar la excitación no sólo de la banda rotacional fundamental sino que también de otros procesos directos. Como un primer paso hemos centrado nuestro interés en la excitación de las bandas vibratoriales $K^\pi = 0^-$ en núcleos deformados par-par.

Cabe hacer notar sin embargo que el formalismo que se desarrollará en la siguiente sección es mucho más general; en principio se podría aplicar a cualquier proceso directo en colisiones con núcleos deformados que pueda ser considerado como una perturbación. En particular las ideas centrales aquí desarrolladas han sido usadas recientemente para encontrar en forma aproximada la matriz de transición para la transferencia de una partícula alfa entre un proyectil esférico y un blanco deformado [16].

2.- Formulación del método [6].

En la aproximación de Born de primer orden de ondas distorsionadas la matriz de transición T para ir de un estado "a" a un estado "b" viene dada por [17]

$$T_{a \rightarrow b} = \int dr \int d\omega \chi^{*(-)}(\vec{k}_b, \vec{r}) \langle \varphi_b(\omega) | \check{V}_{\text{pert}}(\vec{r}, \omega) | \varphi_a(\omega) \rangle \chi^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}) \quad (1)$$

Los vectores $|\varphi_{a,b}(\omega)\rangle$ designan los estados intrínsecos del blanco (el proyectil lo asumiremos como un núcleo sin estructura).

La idea central del método que aquí se desarrollará consiste en usar en la construcción de las ondas distorsionadas las funciones radiales dependiendo de θ' usadas en el capítulo II. De esta manera la excitación rotacional del núcleo estaría contenida en las ondas distorsionadas $\chi^{(-)}$ y $\chi^{(+)}$, siendo \check{V}_{pert} sólo el potencial responsable de excitar la vibración.

En colisiones entre núcleos esféricos, la onda distorsionada incidente, con \vec{k}_a a lo largo del eje \hat{z} , viene dada por [17]

$$\chi^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{k_a r} \sum_{l_a} e^{i\sigma_{l_a}} i^{l_a} \hat{l}_a f_{l_a}^{(i)}(k_a, r) Y_{l_a 0}(\theta, 0) \quad (2)$$

Acá $f_l^{(i)}$ es la solución regular de la ecuación radial de Schrödinger usual del modelo óptico. Si introducimos ahora un potencial $V(r, \theta')$ que depende paramétricamente de θ' entonces hacemos que nuevamente la hipótesis de trabajo $f_l^{(i)}(r) \rightarrow f_l^{(i)}(r, \theta')$. Procediendo de la misma forma que en el capítulo II, incluso "retocando" la función de onda para que la parte angular y ra-

dial tengan el mismo ℓ se encuentra que la onda distorsionada incidente viene dada por

$$\chi^{(+)}(\vec{\kappa}_a, \vec{r}, \omega) = \frac{\sqrt{4\pi}}{\kappa_a r} \sum_{\substack{\ell_a L_i M_i \\ L_a M_a}} e^{i\sigma_{\ell_a}} i^{\ell_a} \frac{\hat{\ell}_a^2 \hat{L}_i}{\hat{L}_a} \widetilde{f_{L_a L_i}^{(+)}(\kappa_a, r)} \cdot \left(\begin{array}{c|c} \ell_a L_i & L_a \\ \hline 0 & M_i \end{array} \right) Y_{L_a M_a}(\theta, \phi) D_{M_i 0}^{*L_i}(\omega). \quad (3)$$

La onda distorsionada emergente se obtiene de la relación de inversión temporal de Wigner [18], [14]

$$\chi^{*(-)}(\vec{\kappa}, \vec{r}) = \chi^{(+)}(-\vec{\kappa}, \vec{r}). \quad (4)$$

Para el caso de un blanco deformado, la onda distorsionada emergente viene dada por

$$\chi^{*(-)}(\vec{\kappa}_b, \vec{r}, \omega) = \frac{4\pi}{\kappa_b r} \sum_{\substack{\ell_b L_f L_b \\ m_{\ell_b} M_f M_b}} e^{i\sigma_{\ell_b}} i^{-\ell_b} \frac{\hat{L}_f \hat{L}_b}{\hat{\ell}_b} f_{L_b L_f}^{(f)}(\kappa_b, r) \cdot \left(\begin{array}{c|c} L_b L_f & \ell_b \\ \hline M_b M_f & m_{\ell_b} \end{array} \right) Y_{L_b M_b}^* (\theta, \phi) D_{M_f 0}^{L_f}(\omega) Y_{\ell_b m_{\ell_b}}(\Theta, \Phi) \quad (5)$$

donde

$$\hat{\kappa}_b = (\Theta, \Phi) \quad (6)$$

es la dirección emergente. En otras palabras θ y ϕ son los ángulos de scattering.

Las ondas distorsionadas dadas por las ecuaciones (3) y (5) son las que usaremos en la expresión para la matriz T. Note que, contrariamente a lo que ocurre en el caso esférico, estas ondas distorsionadas dependen de los ángulos de Euler ω , por lo que la integración sobre estas coordenadas intrínsecas no se puede realizar como se usa sólo sobre los elementos de matriz intrínseca.

Al potencial de interacción debemos ahora incorporar el nuevo grado de libertad vibracional, por lo que lo escribimos de la forma

$$V(r, \theta', \xi^v) = \left(V_{\text{coul}}(r, \theta') + V_{\text{nuc}}(r, \theta') \right) + \sum_{\xi}^v V_{\text{vib}}(r, \theta') \quad (7)$$

$$= V(r, \theta') + V_{\text{pert}}^v(r, \theta') \quad (8)$$

Los dos primeros términos al lado derecho de la ec. (7) son los mismos que en el capítulo II, y forman el potencial $V(r, \theta')$ con el que se calculan las funciones $f_{\ell}(r, \theta')$ y por ende se usan para la construcción de las ondas distorsionadas (3) y (5). El tercer término de la ec. (7) es el potencial responsable de la excitación vibracional y por consiguiente es el potencial perturbativo que aparece en la expresión de la matriz T (ec. (1)).

El operador $\check{\xi}$ está relacionado con los operadores de creación y destrucción \check{a}^\dagger y \check{a} de la vibración por

$$\check{\xi} = \xi_0 \frac{1}{\sqrt{2}} (\check{a} + \check{a}^\dagger), \quad (9)$$

donde ξ_0 es la amplitud de la vibración del punto cero.

De la misma forma como se expandió $f_\rho(r, \theta')$ expandimos $V_{\text{vib}}(r, \theta')$ en una serie de Legendre

$$V_{\text{vib}}(r, \theta') = \sqrt{4\pi} \sum_L \widetilde{V}_L(r) Y_{L0}^*(\theta', 0). \quad (10)$$

Los vectores de estado intrínseco $|\varphi_{a,b}(\omega)\rangle$ vienen dados por

$$|\varphi_a(\omega)\rangle = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} D_{00}^{*0}(\omega) |0\rangle \quad (11)$$

y

$$|\varphi_b(\omega)\rangle = \frac{1}{\sqrt{8\pi^2}} D_{M_B 0}^{*I_B}(\omega) |1\rangle \quad (12)$$

$|\varphi_a(\omega)\rangle$ corresponde al blanco en su estado fundamental (con $I_A = M_A = 0$) y con 0 cuantos en el grado de libertad vibracional. $|\varphi_b(\omega)\rangle$ dado por la ec. (12) representa al estado con spin I_B, M_B de la banda vibracional; tiene 1 cuanto en el grado de libertad vibracional.

Reemplazando las ecs. (3), (5), (9) - (12) en la ecuación (1) y usando el hecho que

$$\langle 1 | \xi^v | 0 \rangle = \frac{\xi_0}{\sqrt{2}} \quad (13)$$

se obtiene para la matriz T, después de algo de algebra de momento angular, el resultado

$$T_{00 \rightarrow I_B M_B} = \frac{(4\pi)^{3/2}}{k_a k_b} \frac{\xi_0}{\sqrt{2} \hat{I}_B} \sum_{l_a l_b} \frac{l_a^2}{\hat{l}_b^2} i^{l_a - l_b} e^{i(\sigma_{l_a} + \sigma_{l_b})}$$

$$\cdot \sum_{\substack{L_i M_i L_f M_f \\ L_a M_a L_b M_b}} \hat{L}_i \hat{L}_f \left[\int_0^\infty dt \widetilde{f_{L_a L_i}^{(i)}(t)} \widetilde{V(t)} \widetilde{f_{L_b L_f}(t)} \right] \begin{pmatrix} l_a L_i & L_a \\ 0 M_i & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_a L & L_b \\ M_i M & -M_b - M_f \end{pmatrix}$$

$$\cdot \begin{pmatrix} L_b L_f & l_b \\ -M_b - M_f & M_f - M_b \end{pmatrix} \left[\sum_{L_f'} \begin{pmatrix} L_f' L_f & I_B \\ L_f' & M_b + M_f - M_f M_b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_i L & L_f' \\ -M_i - M & M_b + M_f \end{pmatrix} \right] Y_{l_b - M_b}(\Theta, \Phi) \quad (14)$$

La ecuación (14) da la amplitud de transición del estado fundamental $I_A = M_A = 0$ al estado en el cual el blanco queda en la banda vibracional con un momento angular I_B y proyección sobre el eje \hat{z} M_B .

Una vez conocida la amplitud de transición se puede obtener la sección eficaz para el proceso en que el núcleo resi-

dual queda con momento angular I_B .

$$\frac{d\sigma_{I_B}(\theta)}{d\Omega} = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \right) \frac{K_b}{K_a} \sum_{M_B} \left| T_{00 \rightarrow I_B M_B} \right|^2. \quad (15)$$

En la ec. (15) μ es la masa reducida del sistema.

Para poder interpretar la ecuación (14) nos referimos a la figura 11 que muestra el significado físico de cada uno de los momentos angulares que aparecen en la referida expresión.

Antes de concluir esta sección deseamos recalcar que en los desarrollos anteriores se ha supuesto implícitamente la validez de la aproximación de colisión repentina. En otras palabras se está asumiendo que todos los estados colectivos del blanco son degenerados. En parte esta aproximación se puede evitar calculando las funciones $f_{\ell}^{(f)}(r, \theta')$ con una energía levemente inferior a las funciones $f_{\ell}^{(i)}(r, \theta')$, siendo la diferencia de energía igual a la energía del estado 1^- del blanco. Note que los estados de cada una de las bandas seguirían siendo degenerados. Esta mejora no se incluyó en los cálculos que se muestran en las siguientes secciones.

3.- $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ ($E_{\alpha} = 50$. MeV)

En esta sección presentaremos los resultados para la excitación de los estados 1^- y 3^- del ${}^{154}\text{Sm}$ en colisiones con partículas α de 50 MeV. Este es el mismo sistema conside-

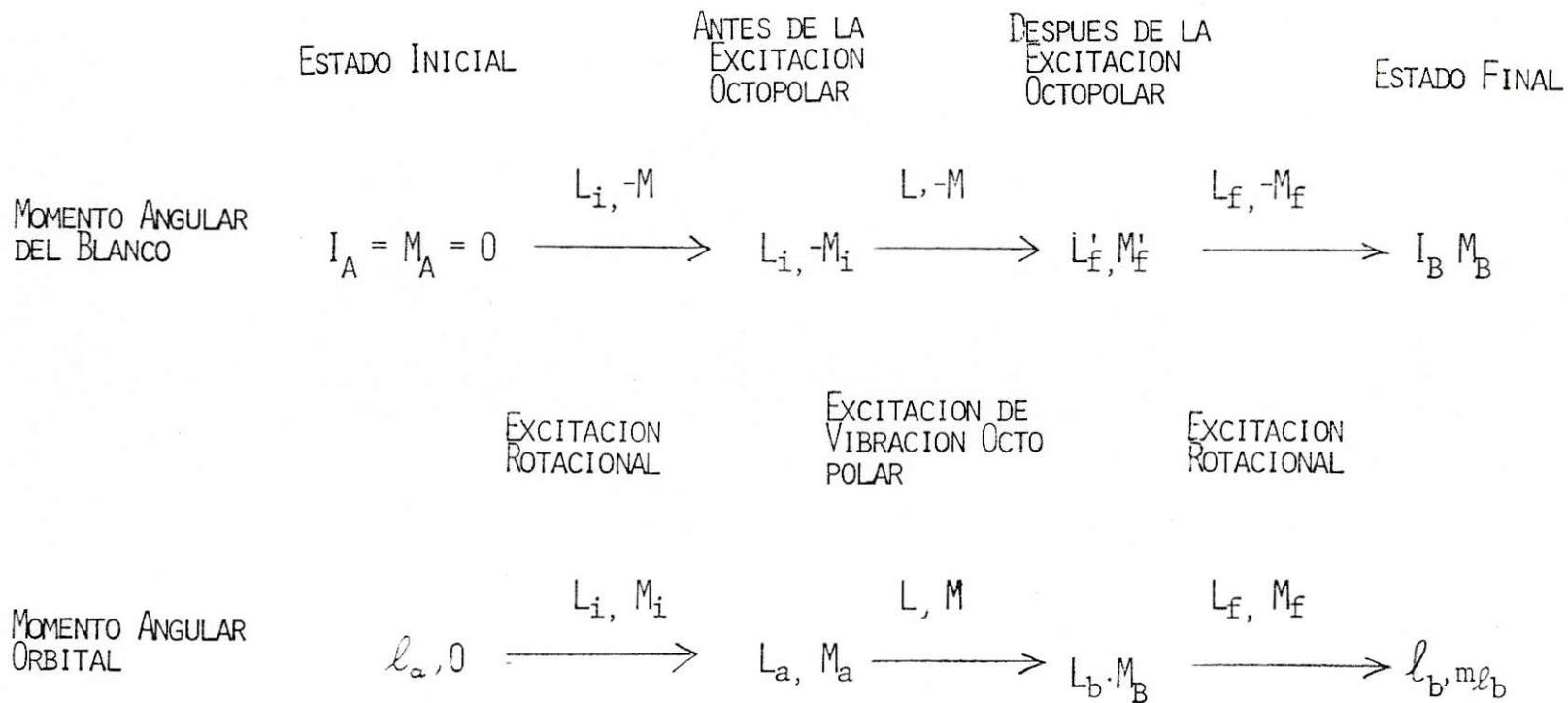


Fig. 11. Diagrama de los momentos angulares que se usan en la expresión para la matriz T.

rado en la sección 2 del capítulo anterior. Acá se usarán los mismos parámetros de deformación para el ^{154}Sm como también los parámetros ópticos de la tabla I de manera que muchos de los gráficos ya mostrados para este caso seguirán teniendo vigencia en la presente sección.

La figura 12 muestra el esquema de niveles (sólo los niveles de más baja energía) del ^{154}Sm [20]. El ^{154}Sm es un buen núcleo rotacional. La banda rotacional fundamental tiene un espaciado que se ajusta bien a la expresión $E_I \propto I(I+1)$. De la banda vibracional octupolar $K^\pi = 0^-$ se observan los tres estados 1^- , 3^- , 5^- cuyo espaciado es similar al de los estados 0^+ , 2^+ , 4^+ . Estas características definen a un buen rotor.

Para evaluar la matriz T debe realizarse una integración sobre r de un producto en que aparecen las transformadas de Legendre de las funciones de onda, como también del potencial perturbativo.

En las figuras 13a y 13b se muestran las transformadas de Legendre $\widetilde{f}_{\ell I}(r)$ para $\ell = 15$ y 35 respectivamente. Estas son las transformadas de las funciones de onda mostradas en las figuras 5a y 5b.

Analícemos primero la figura 13a para $\ell = 15$. Recordemos que para $\ell = 15$ la energía incidente está por sobre la barrera Coulombiana para todas las orientaciones posibles del blanco. Este hecho se refleja en las transformadas de Legendre de $f_{\ell=15}(r, \theta')$. La componente $I = 0$ muestra una onda incidente (la parte real e imaginaria de la misma magnitud y

		<u>5-</u>	<u>1.182</u>
		<u>3-</u>	<u>1.012</u>
		<u>1-</u>	<u>0.921</u>
<u>8+</u>	<u>0.9034</u>		
<u>6+</u>	<u>0.5443</u>		
<u>4+</u>	<u>0.2669</u>		
<u>2+</u>	<u>0.08199</u>		
<u>0+</u>	<u>0</u>		

$^{154}_{62}\text{Sm}$

Fig. 12. Esquema de los primeros estados excitados de la banda fundamental rotacional y de la banda de vibración octopolar $K^{\pi} = 0^{-}$ para el ^{154}Sm .

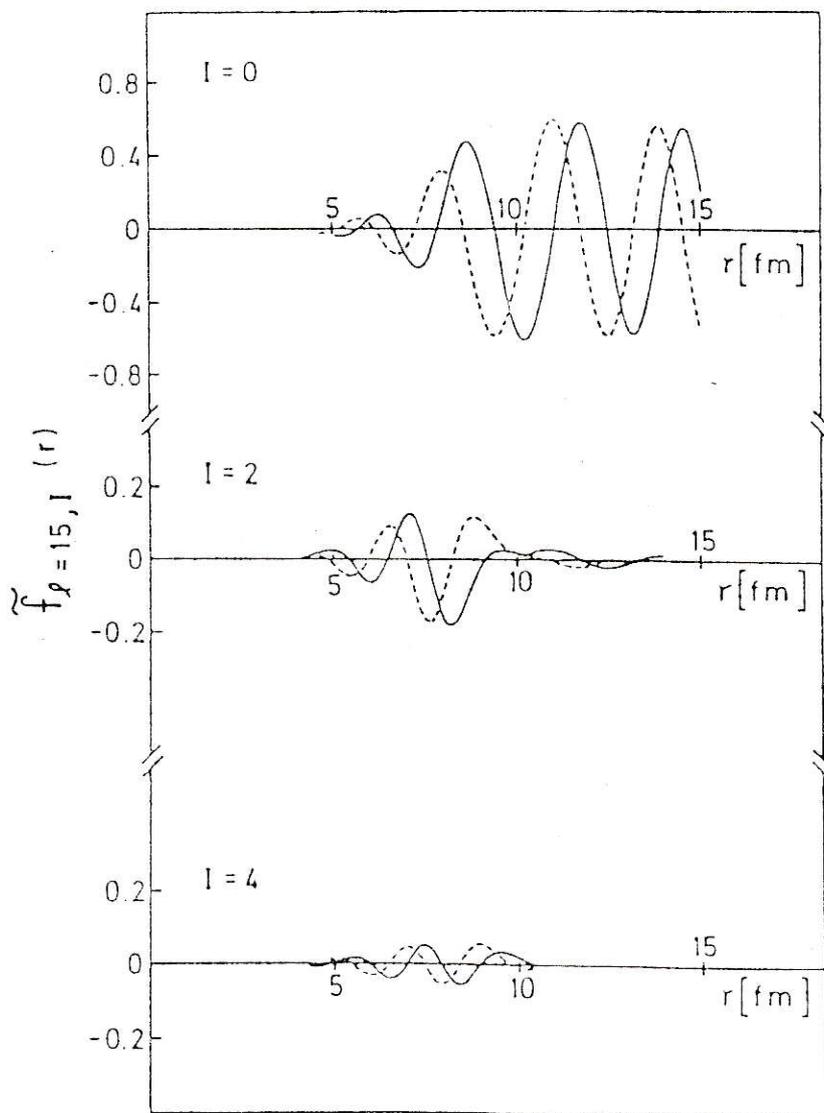


Fig. 13a. Transformadas de Legendre de la función de onda radial $l = 15$ en el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$, con línea llena la parte real y línea cortada la parte imaginaria.

la parte imaginaria precediendo a la parte real en una fase de magnitud $\pi/2$). Las componentes $I = 2$ e $I = 4$ son sólo distintas de cero en la vecindad de la superficie. Resumiendo, ninguna de las componentes $I = 0, 2$ ó 4 de la transformada de Legendre $f_{\ell=15, I}(r)$ muestra alguna onda emergente. Esto por supuesto era lo que se esperaba pues para $\ell = 15$ toda la onda es absorbida.

La situación es distinta para $\ell = 35$. Para este momento angular la energía incidente está por debajo de la barrera Coulombiana para todas las orientaciones del blanco y por lo tanto prácticamente toda la onda incidente es reflejada. Esto se refleja en las componentes $f_{\ell=35, I}(r)$. Para $I = 0$ (vea fig. 13b) la onda es estacionaria (la parte imaginaria es despreciable y no se alcanza a notar en el gráfico). Esto significa que prácticamente todo lo que incide es reflejado. En realidad una pequeña parte de lo que incide por el canal $I = 0$ es reflejado por los canales $I = 2$ e $I = 4$. Efectivamente, para $I = 2$ e $I = 4$ se tiene que la transformada de Legendre para $r > 20$ fm tiene la forma de una onda emergente (parte real e imaginaria de la misma magnitud y la parte real precediendo la imaginaria por una fase de magnitud $\pi/2$). Así pues para $\ell = 35$ se tiene que sólo hay una onda incidiendo por el canal $I = 0$ mientras que hay ondas emergentes en todos los canales $I = 0, 2, 4$. Note como la amplitud de las ondas va decreciendo a medida que I aumenta. Para r pequeños en la figura 13a las ondas decrecen debido a la absorción del potencial imaginario mien-

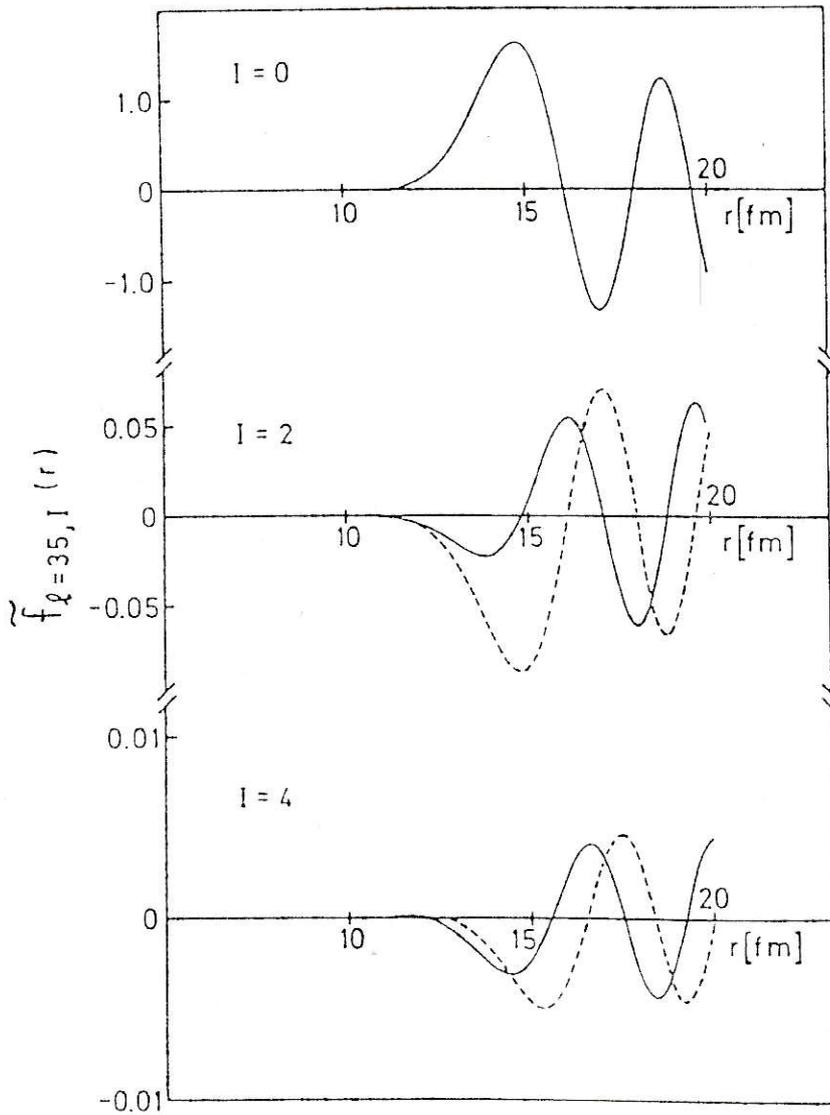


Fig. 13b. Idem fig. 13a pero para $l = 35$.

tras que en la figura 13b esto ocurre por la presencia de la barrera centrífuga.

Las conclusiones que hemos obtenido de las figuras 13 son de gran importancia pues en cierta forma permiten aclarar algunas dudas que se podría haber tenido respecto al procedimiento de "tocar" las funciones de onda y cambiar ℓ por ℓ' en los subíndices de las transformadas de Legendre $\widetilde{f}_{\ell I}(r)$. Al "tocar" las funciones de onda no se está realizando ninguna modificación a la onda incidente pues para todo ℓ hay sólo ondas incidentes en la componente $I = 0$ y esta no es modificada por el proceso de "retocar" las funciones de onda. De esta manera la onda incidente es en la región asintótica una onda distorsionada de Coulomb igual que en el problema de núcleos esféricos. El procedimiento de "retocar" las funciones de onda sólo modifica la parte emergente. Esta última aseveración no era evidente en el capítulo II.

Habiendo analizado las transformadas de Legendre de las funciones de onda nos dedicamos al potencial perturbativo.

Al estar interesado en las vibraciones octupolares debemos describir el radio nuclear efectivo del sistema por una expresión del tipo

$$R(\theta', \xi) = r_0 A_p^{1/3} + r_0 A_t^{1/3} \left(1 + \beta_2 Y_{20}(\theta', 0) + \beta_4 Y_{40}(\theta', 0) - \frac{\beta_2^2 + \beta_4^2}{4\pi} \right) + r_0 A_t^{1/3} \sum_{\xi}^{\vee} Y_{30}(\theta', 0).$$

La figura 14 muestra el radio nuclear efectivo para el sistema $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ que se obtiene usando la ec. (16) con los parámetros de la tabla I. La línea llena corresponde a $R(\theta', 0)$, o sea es el radio $R(\theta')$ que se usó en el capítulo II. La línea punteada muestra $R(\theta', \xi_0)$; este es el radio nuclear efectivo que el sistema tiene cuando el blanco está en el estado fundamental vibrando con su movimiento del punto cero y esta vibración tiene justamente su máxima amplitud clásica.

En los cálculos de esta sección se usó el valor

$$\frac{\xi_0}{\sqrt{2}} = 0.087 \quad (17)$$

que es el valor que se ha medido experimentalmente para el núcleo ${}^{152}\text{Sm}$ [19].

Con el radio $R(\theta', \xi)$ dado por la ec. (16) se obtiene para el potencial $V_{\text{nucl}}(r, \theta', \xi)$ la expresión

$$V_{\text{nucl}}(r, \theta', \xi) = \frac{V_0 + iW_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R(\theta', \xi)}{a}\right)} \quad (18)$$

Expandiendo en torno a $R(\theta', 0) = R(\theta')$ el potencial queda

$$V_{\text{nucl}}(r, \theta', \xi) = \frac{V_0 + iW_0}{1 + e^{\frac{r - R(\theta')}{a}}} + \frac{r_0 A_t^{1/3}}{a} \sum_{\xi} Y_{30}(\theta', 0) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_0 + iW_0}{1 + e^{\frac{r - R(\theta')}{a}}} \right) \quad (19)$$

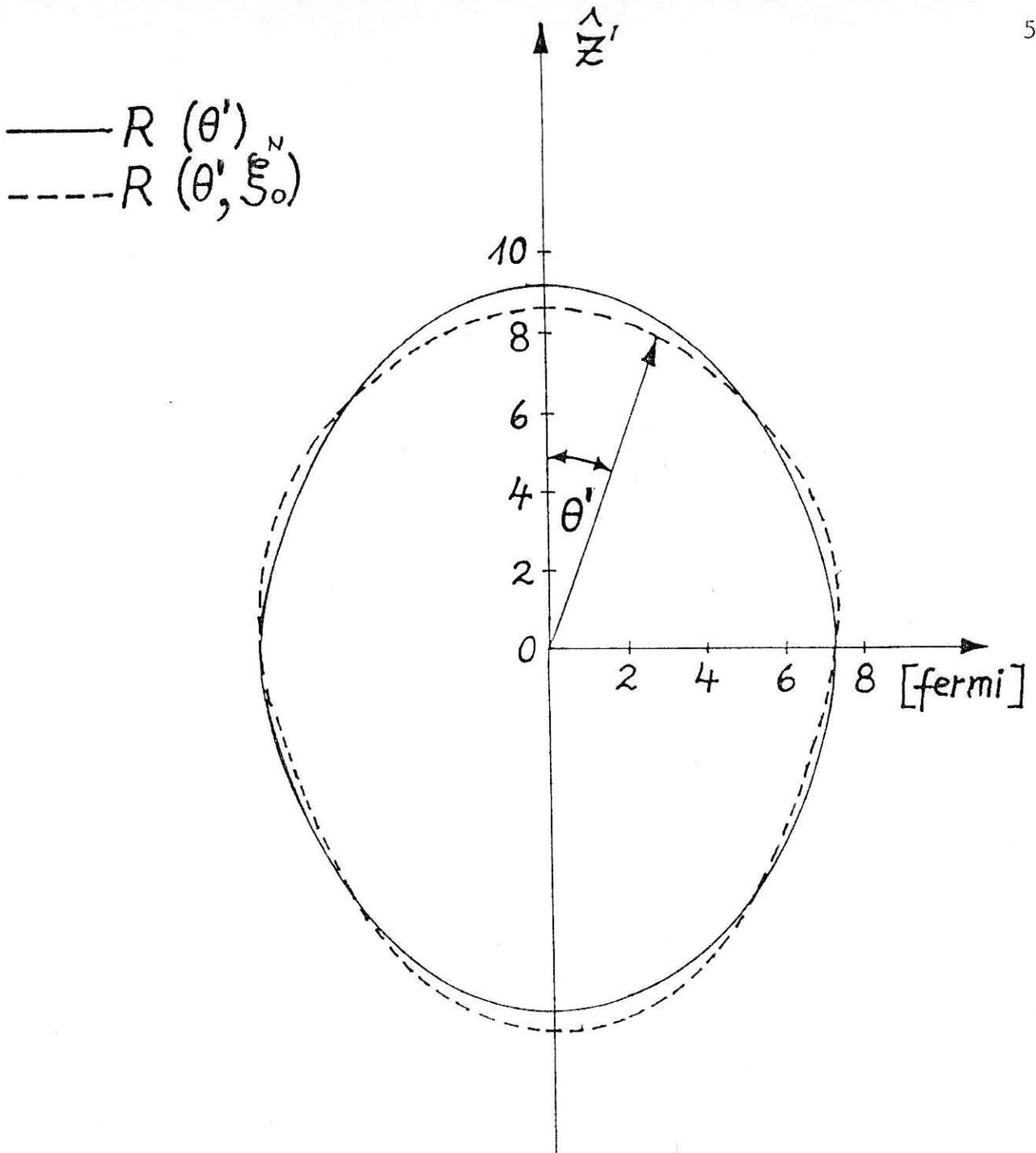


Fig. 14. Radio efectivo nuclear de colisión para el sistema $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$ con $\xi_0 = 0.123$.

El potencial Coulombiano será dado por la misma expresión del capítulo II (ec. (II - (30))) excepto que se le agregará el término

$$\frac{3Z_p Z_t e^2}{7} \left(\frac{r^3}{R_o^4} \Theta(R_o - r) + \frac{R_o^3}{r^4} \Theta(r - R_o) \right) \xi_{30} Y_{30}(\theta', 0). \quad (20)$$

Con esto, usando las ecs. ((19) y (20)), $V_{vib}(r, \theta')$ queda de la forma

$$V_{vib}(r, \theta') = \left\{ \frac{r_o A_t^{1/3}}{a} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_o + iW_o}{1 + \exp\left(\frac{r - R(\theta')}{a}\right)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{3Z_p Z_t e^2}{7} \left(\frac{r^3}{R_o^4} \Theta(R_o - r) + \frac{R_o^3}{r^4} \Theta(r - R_o) \right) \right\} Y_{30}(\theta', 0). \quad (21)$$

En la figura 15 se muestra el potencial $V_{vib}(r, \theta')$ para los cuatro ángulos que se usaron para evaluar las transformadas de Legendre.

Las transformadas de Legendre del potencial perturbativo $V_L(r)$ están graficadas en la figura 16. Tal como se esperaba, la componente $L = 3$ es la más importante. A medida que L se aleja de $L = 3$, el tamaño de $V_L(r)$ disminuye y también adquiere cada vez un número mayor de oscilaciones.

En la figura 17 se muestra el potencial $V_{vib}(r, \theta)$

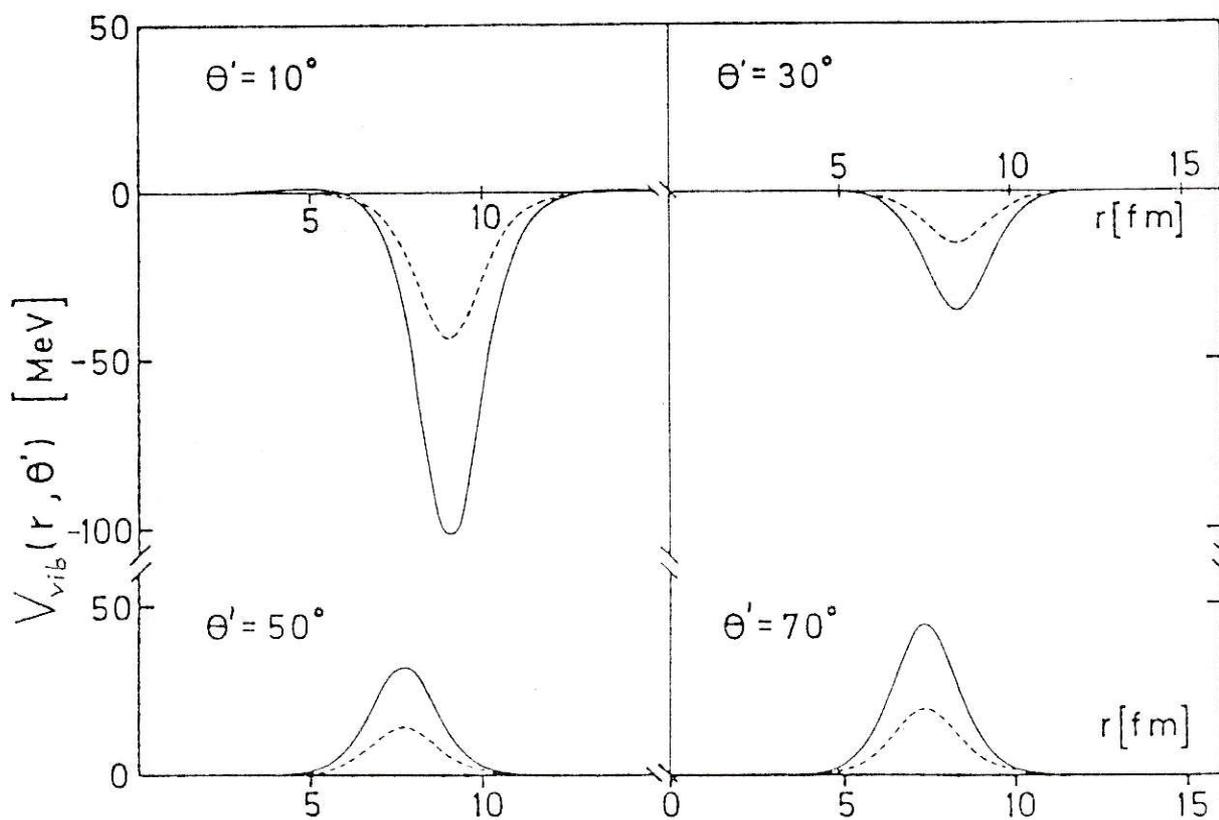


Fig. 15. Potencial de perturbación responsable de la excitación de la vibración octopolar a lo largo de distintas orientaciones θ' .

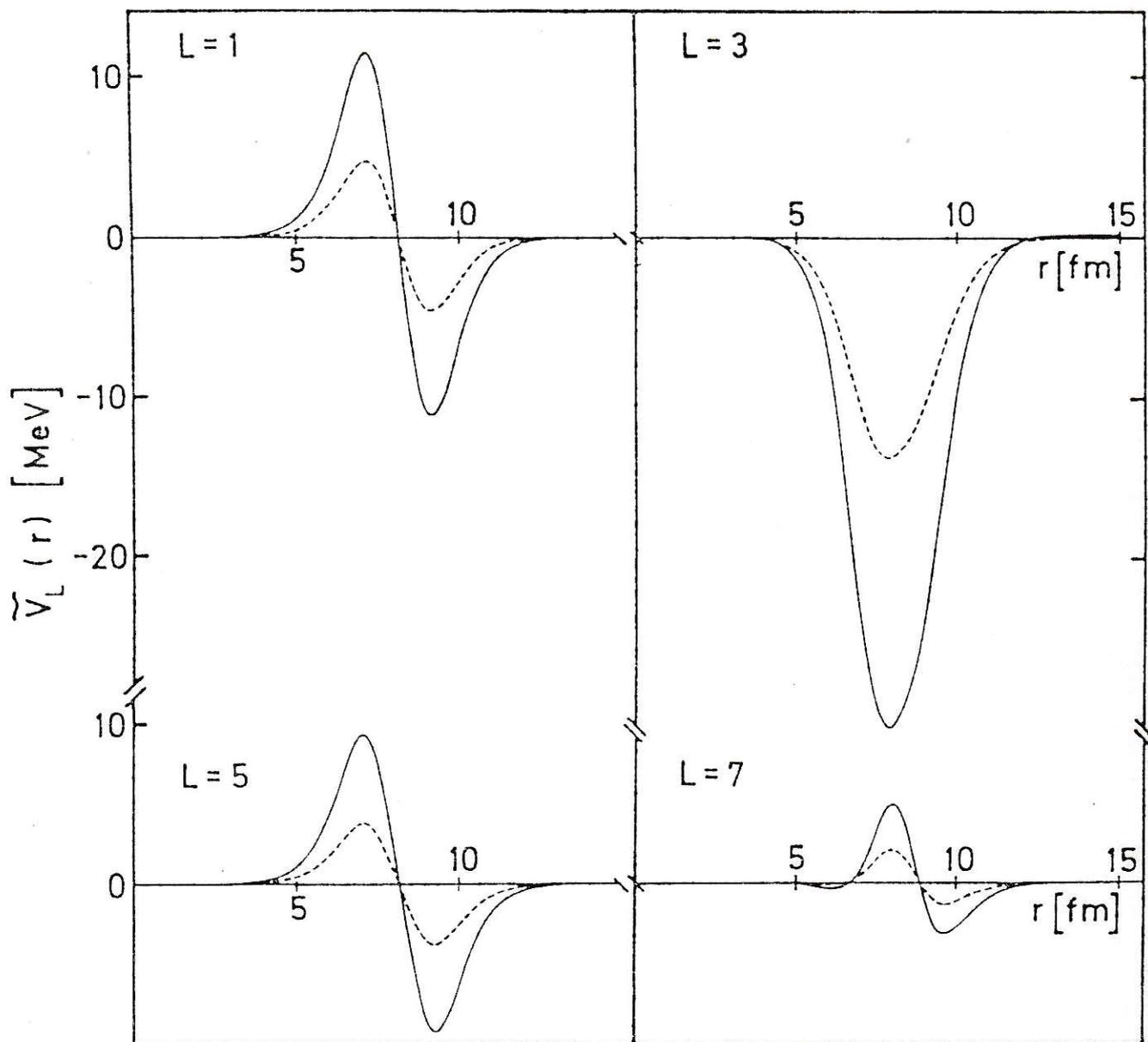


Fig. 16. Transformada de Legendre del potencial perturbativo mostrado en la figura 15.

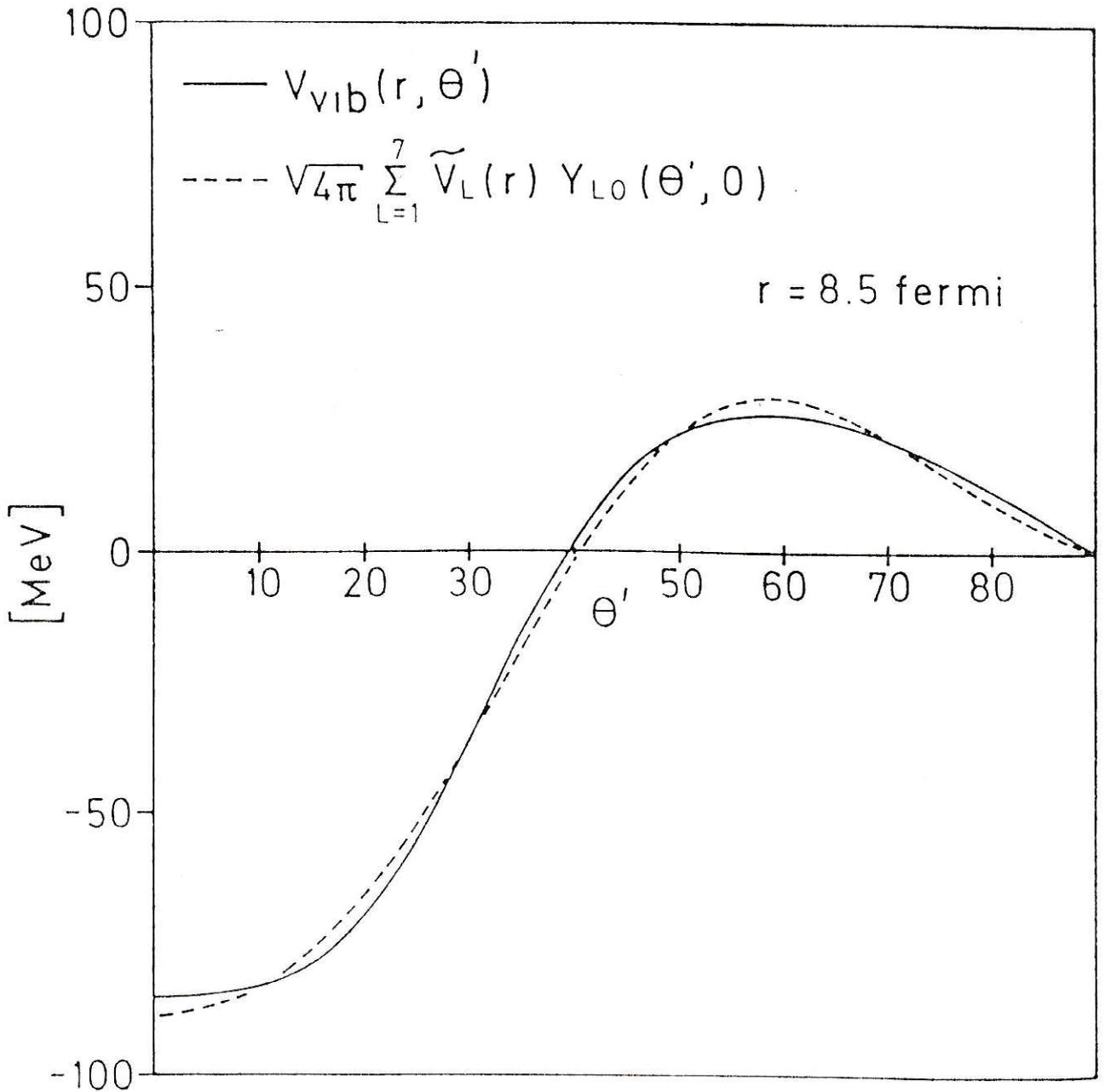


Fig. 17. Comparación de $V_{vib}(r = 8.5, \theta')$ con transformada de Legendre. Usando los componentes con $L = 1, 3, 5$ y 7 .

en función de θ' para $r = 8.5$ fm junto con el que se obtiene reconstruyendo $V_{\text{vib}}(r, \theta)$ a partir de las 4 componentes de Legendre $V_L(r)$ ($L = 1, 3, 5, 7$). La discrepancia entre las dos curvas es mínima lo que da confianza en que las transformadas $V_L(r)$ están bien calculadas.

Un integrando típico de las integrales radiales que deben realizarse se muestra en la figura 18. Para el caso $\alpha + {}^{154}\text{Sm}$, la parte Coulombiana del potencial $V_{\text{vib}}(r, \theta')$ es pequeña y por lo tanto en la figura 18 no se observa el típico decrecimiento lento con r para $r \rightarrow \infty$ que se observa en otros casos (vea por ejemplo la figura análoga para el caso ${}^{12}\text{C} + {}^{150}\text{Nd}$ que se presenta en la siguiente sección).

En la figura 19 se muestran en el plano complejo algunos de los conjuntos de integrales. Igual que con la matriz $\mathcal{P}_{\ell I}$, existe un intervalo de ℓ que contribuye.

Finalmente, las secciones eficaces para los estados 1^- y 3^- usando el método descrito en este capítulo están graficadas en la figura 8. Tal como se esperaba la excitación del estado 3^- es mayor que la del estado 1^- . Lamentablemente no tenemos a nuestra disposición datos experimentales para comparar. Lo único que podemos decir es que los resultados obtenidos están dentro de la sistemática de las demás secciones eficaces (tanto la pendiente como el período de oscilación).

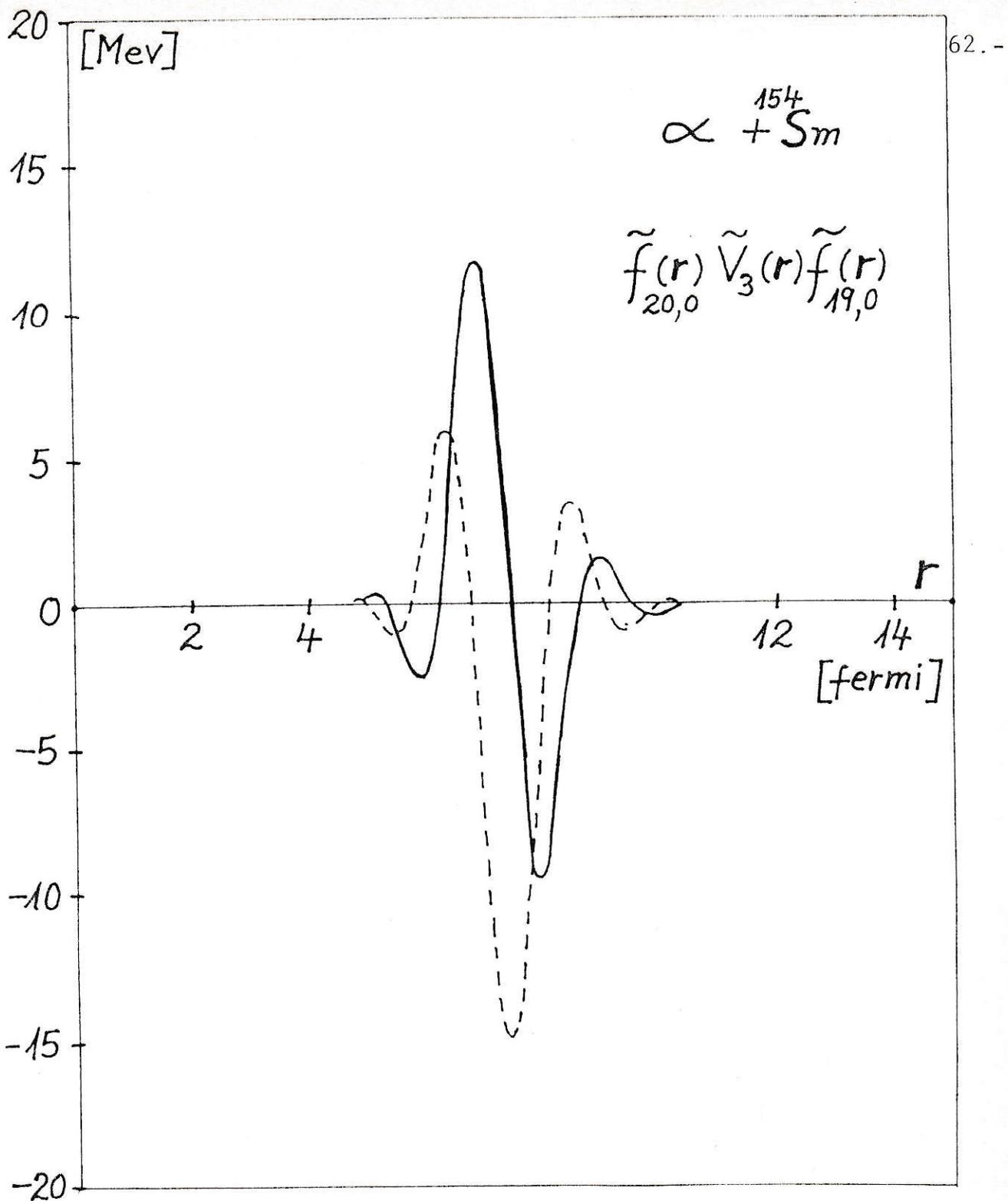


Fig. 18. Integrando $\tilde{f}_{L_a, L_i}(r) \tilde{V}_L(r) \tilde{f}_{L_b, L_f}$ para $L_a = 20$, $L_b = 19$, $L = 3$, $L_i = L_f = 0$, en función de r . con línea llena de parte real y línea cortada la parte imaginaria.

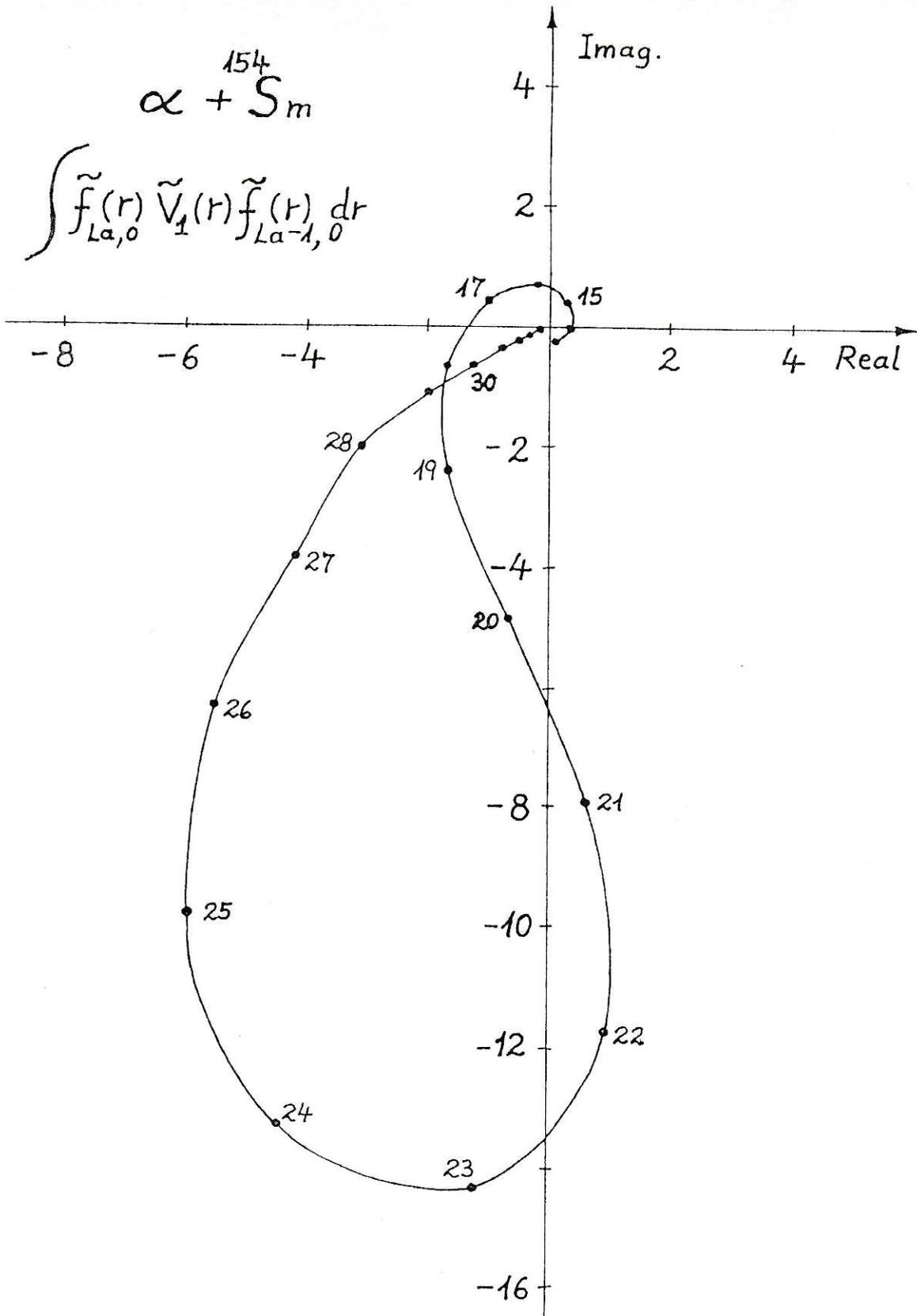


Fig. 19. Integrales $\int \tilde{f}_{L_a L_i}(r) \tilde{V}_L(r) \tilde{f}_{L_b L_f}(r) dr$ en el plano complejo como función de L_a para el caso $\alpha + S_m^{154}$.

4.- ^{12}C y ^{150}Nd ($E_{\text{lab}} = 70.4 \text{ MeV}$).

En esta sección presentamos los resultados para la excitación del primer estado 3^- del ^{150}Nd en colisiones con iones de ^{12}C de 70.4 MeV. Los parámetros de deformación y parámetros ópticos que se usarán en estos cálculos serán los ya dados en la tabla I.

La figura 20 muestra el esquema de niveles del ^{150}Nd [20]. El ^{150}Nd no es un buen núcleo rotacional sino que más bien un núcleo de transición. Esto se refleja en su esquema de niveles en que el espaciado de niveles de la banda rotacional fundamental no cumple bien la característica típica de bandas rotacionales: $E_I \propto I(I + 1)$. Tampoco ha sido posible observar otros estados (fuera del estado 3^- que está a 0.930 MeV) que pudieren ser miembros de una banda octupolar.

Para este caso hemos realizado cálculos numéricos con distintos factores de forma para V_{vib} . Para todos los cálculos sin embargo sólo se incluyó en la sumatoria para la evaluación de la matriz T el término $\widetilde{V}_L(r)$ con $L = 3$. Detallamos a continuación los distintos cálculos realizados.

a) Siguiendo más de cerca la referencia [13], en lugar de la ec. (21), hemos usado para $V_{\text{pert}}(r, \theta')$ la expresión

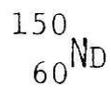
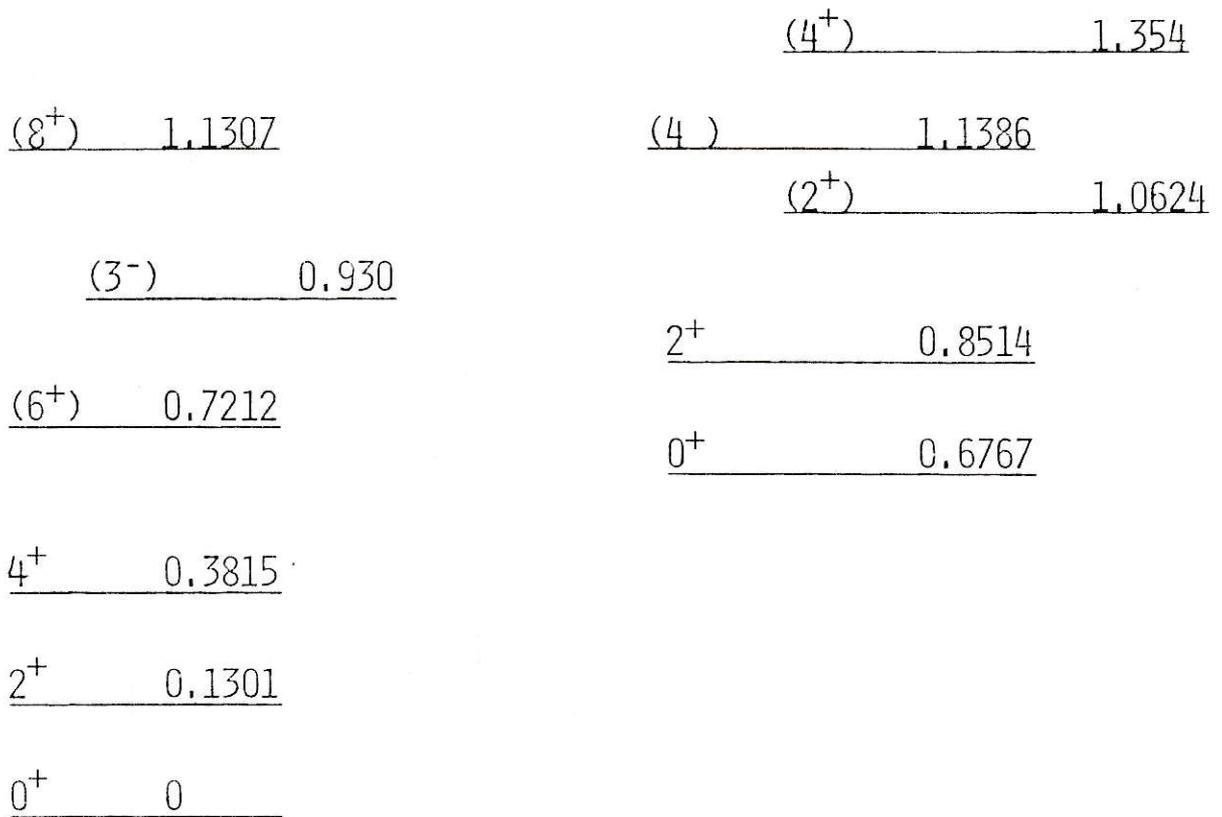


Fig. 20. Esquema de niveles de energía del núcleo ${}^{150}\text{Nd}$.

$$V_{pert}(r, \theta') = \left\{ \sum_0^N \frac{r_0 A_t^{1/3}}{a} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \right) + \sum_0^N \frac{r_0^w A_t^{1/3}}{a_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{iW_0}{1 + e^{\frac{r-R_0^w}{a_w}}} \right) \right. \\ \left. + \sum_0^c \frac{3Z_p Z_t e^2}{7} \left(\frac{r^3}{R_0^c{}^4} \Theta(R_0^c - r) + \frac{R_0^c{}^3}{r^4} \Theta(r - R_0^c) \right) \right\} Y_{30}(\theta', 0), \quad (22)$$

donde

$$R_0 = r_0 \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} \right) \quad (23a)$$

$$R_0^w = r_0^w \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} \right) \quad (23b)$$

y

$$R_0^c = r_0^c \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} \right) \quad (23c)$$

Los parámetros son los de la tabla I.

Al escribir la ec. (22) estamos considerando que la vibración octupolar es sobre un núcleo esférico. Esta es la diferencia más importante con respecto a la expresión usada antes (ec. (21)) en que se suponía que la vibración octupolar estaba sobre un núcleo deformado.

El parámetro ξ_0^N se eligió de manera que se cumpla

$$\int_0^N \tau_0^N = \int_0^c \tau_0^c \quad (24)$$

donde ξ_0^c se ajustó para reproducir la magnitud absoluta de la sección eficaz del estado 3^- . Este valor resultó ser

$$\int_0^c = 0.090 \quad (25)$$

La sección eficaz resultante para el estado 3^- se muestra en la figura 9 junto con los resultados experimentales de la referencia [13].

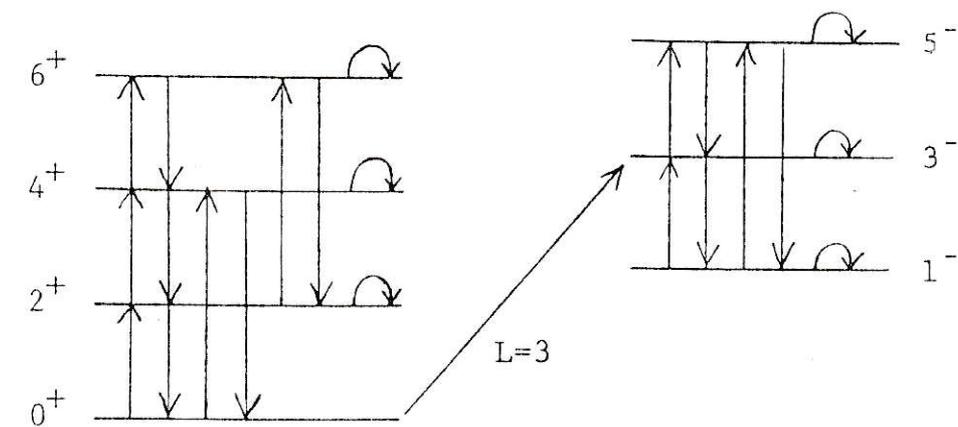
En las sumatorias para la matriz T se usaron varias restricciones sobre los momentos angulares L_i , L_f :

$$i) L_i = 0, L_f = 0,2$$

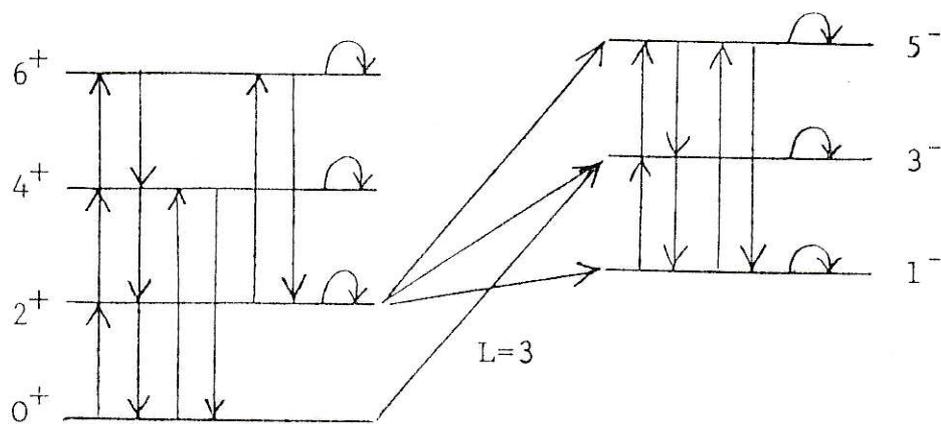
Estas restricciones limitan los estados entre los cuales se permite que actúe $V_{vib}(r, \theta')$ y no restringen el número de estados rotacionales que se está incluyendo en el cálculo. Los cálculos con las restricciones arriba mencionados corresponden a la línea punteada de la figura 9. Los procesos incluidos son los que se muestran en la figura 21a.

$$ii) L_i = 0,2 L_f = 0,2$$

En este caso también se permiten transiciones del estado 2^+ a los estados 1^- , 3^- y 5^- como se indican en la figura 21b. Como ya se ha dicho, los estados 1^- y 5^- no se han observado en el ^{150}Nd . En nuestro método sin embargo no podemos evitar en considerar al estado 3^- como parte de una banda



a)



b)

Fig. 21. Transiciones incluidas en los diferentes cálculos de la sección eficaz diferencial 3^- en el caso $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$.

octupolar $K^{\pi} = 0^{-}$. Afortunadamente las contribuciones a la sección eficaz del estado 3^{-} que pasan por los estados 5^{-} y 1^{-} es despreciable en este caso, permitiendo justificar en cierto modo la aplicación de nuestro método a este ejemplo. La sección eficaz para el estado 3^{-} así obtenida se muestra en la figura 9 con línea llena.

En las figuras 22, 23 y 24 se muestran algunos integrandos de la integración radial como también las integrales radiales en el plano complejo para el caso aquí considerado. Estos resultados se presentan para tener resultados intermedios que sirvan para comprobar futuros cálculos numéricos.

Es de interés notar que en las figuras 22 y 23 para $r > 13$ fm; el integrando decrece lentamente, hecho que se debe al largo alcance de la parte Coulombiana de $V_{\text{vib}}(r, \theta')$. Este mismo hecho también se refleja en la figura 24. Para $l > 50$ el integrando ya no contiene información del potencial nuclear y la cola que se observa en la figura 24 se debe exclusivamente a la parte Coulombiana de $V_{\text{vib}}(r, \theta')$.

En los cálculos de la sección eficaz del estado 3^{-} , en la referencia [13] tuvieron que incluir, con un parámetro β_{33} ajustable, el efecto de la reorientación en el estado 3^{-} para reproducir los datos experimentales. En nuestros cálculos también hay un elemento de matriz de reorientación del tipo E2 en el estado 3^{-} , pero éste tiene la magnitud correspondiente al modelo rotacional y por lo tanto viene fijado por los parámetros de deformación dados en la tabla I. En otras

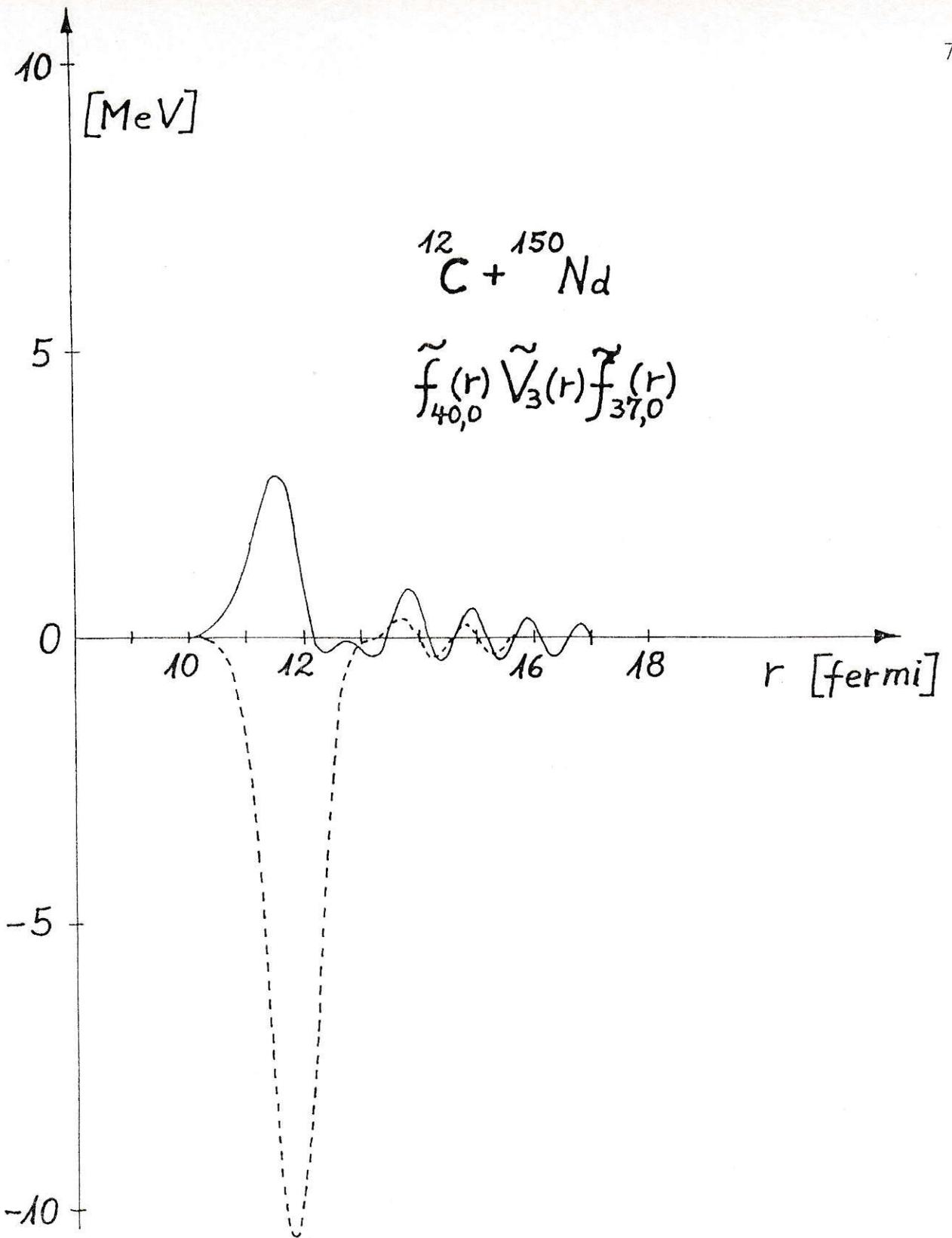


Fig. 22. Integrando $\tilde{f}_{L_a L_i}(r) \tilde{V}_L(r) \tilde{f}_{L_b L_f}(r)$ en el caso $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ para $L_a = 40, L_b = 37, L = 3, L_i = L_f = 0$, con línea llena la parte real y línea cortada la parte imaginaria.

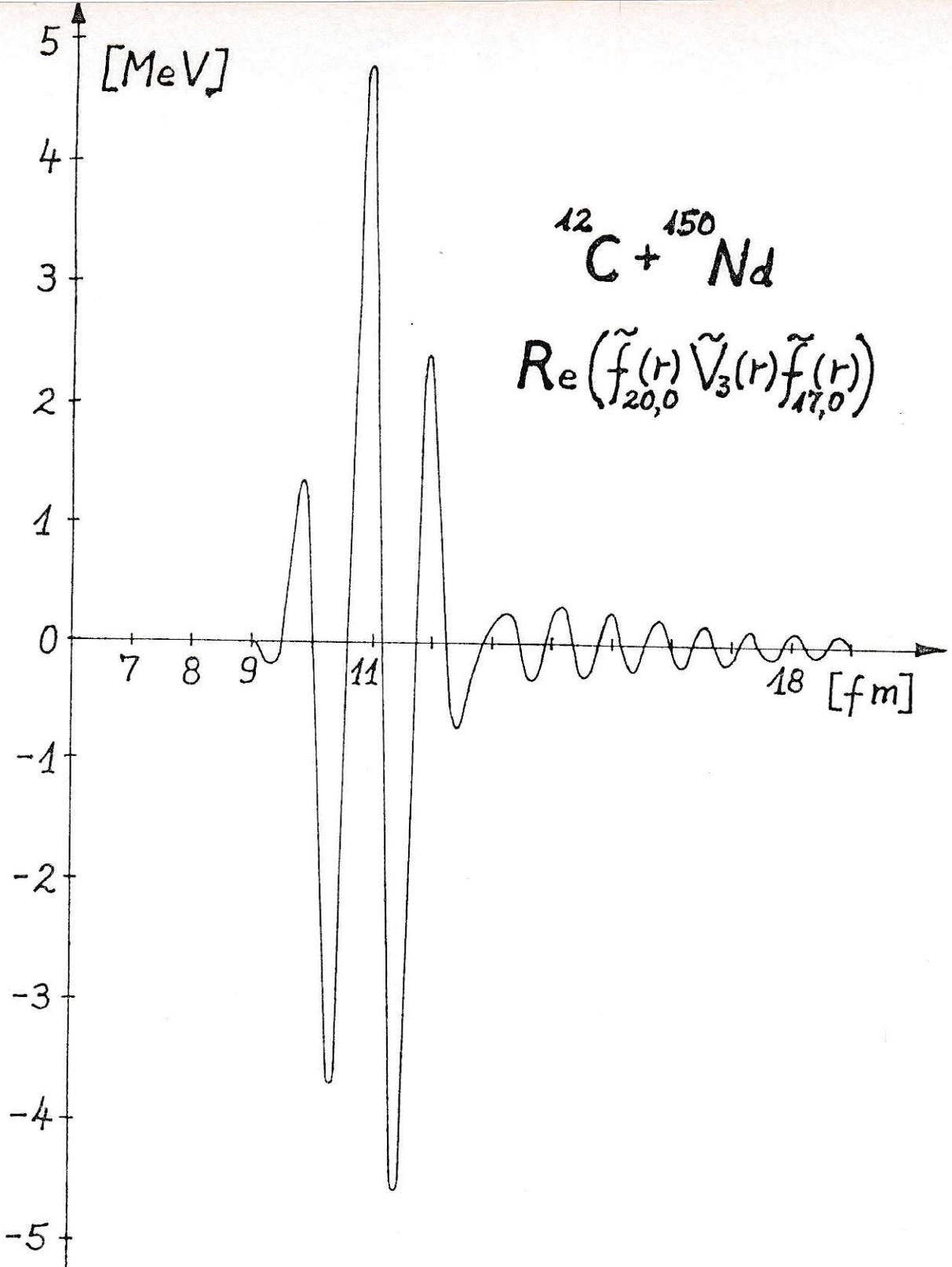


Fig. 23. Parte ^{real} del integrando $\tilde{f}_{L_a, L_i}(r) \tilde{V}_L(r) \tilde{f}_{L_b, L_f}(r)$ en el caso $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$, para $L_a = 20$, $L_b = 17$, $L = 3$, $L_i = L_f = 0$.

$$\int \widetilde{f}_{L_a,0}(r) \widetilde{V}_3(r) \widetilde{f}_{L_a-3,0}(r) dr$$

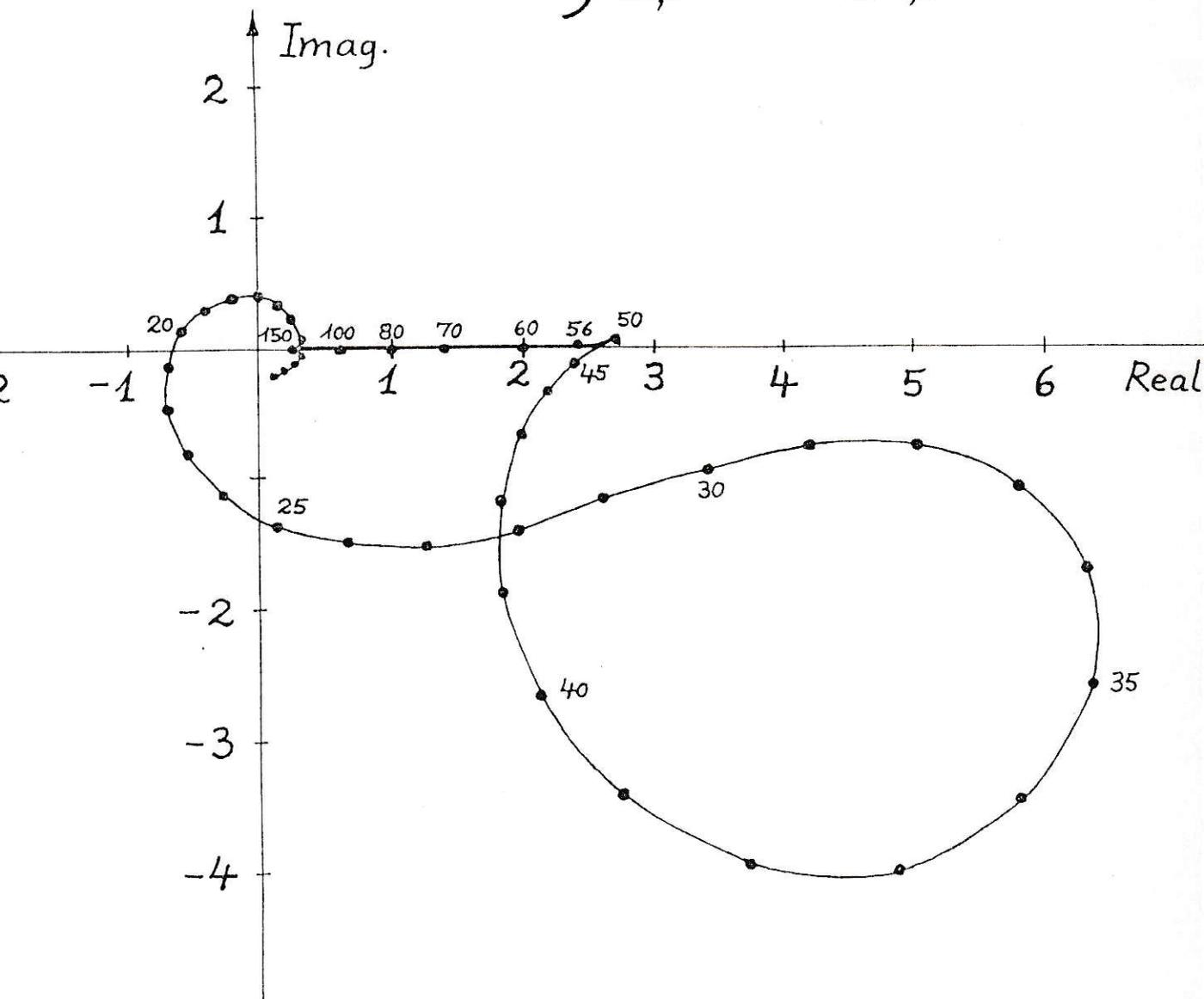


Fig. 24. Integrales $\int \widetilde{f}_{L_a, L_i}(r) \widetilde{V}_L(r) \widetilde{f}_{L_b, L_f}(r) dr$ como función de L_a en el plano complejo, para el caso $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$.

palabras, en nuestro método todos los elementos de matriz de reorientación están determinados por el modelo rotacional por lo tanto no tenemos la libertad para ajustarlos.

b) En la figura 25 se muestran los resultados que se obtienen si la oscilación octupolar se asume sobre un núcleo deformado. En este caso

$$V_{pert}(r, \theta') = \left\{ \sum_0^c \frac{3Z_r Z_t e^2}{7} \left(\frac{r^3}{R_0^c} \Theta(R_0^c - r) + \frac{R_0^c{}^3}{r^4} \Theta(r - R_0^c) \right) + \right. \\ \left. + \frac{r_0 A_t^{1/3}}{a} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r - R(\theta')}{a}}} \right) + \frac{r_0^w A_t^{1/3}}{a_w} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{iW_0}{1 + e^{\frac{r - R_w(\theta')}{a_w}}} \right) \right\}. \quad (26)$$

Para estos cálculos se usó los parámetros de la tabla I excepto por el parámetro r^c que se tomó igual al valor usado en la referencia [13], es decir $r_0^c = 1.25$ fm. Las líneas llenas y punteadas en la figura 25 tienen el mismo significado que en la parte a) de esta sección. Nuevamente ξ_0^N se tomó de manera que se cumpla la ec. (24) y $\xi_0^c = 0.064$ se eligió de manera de ajustar la amplitud absoluta de la sección eficaz.

Recordemos que en estos cálculos sólo se usó la componente de Legendre $L = 3$ de $V_{vib}(r, \theta')$.

Varios cálculos adicionales que se realizaron muestran que la amplitud sobre todo de la última oscilación de la

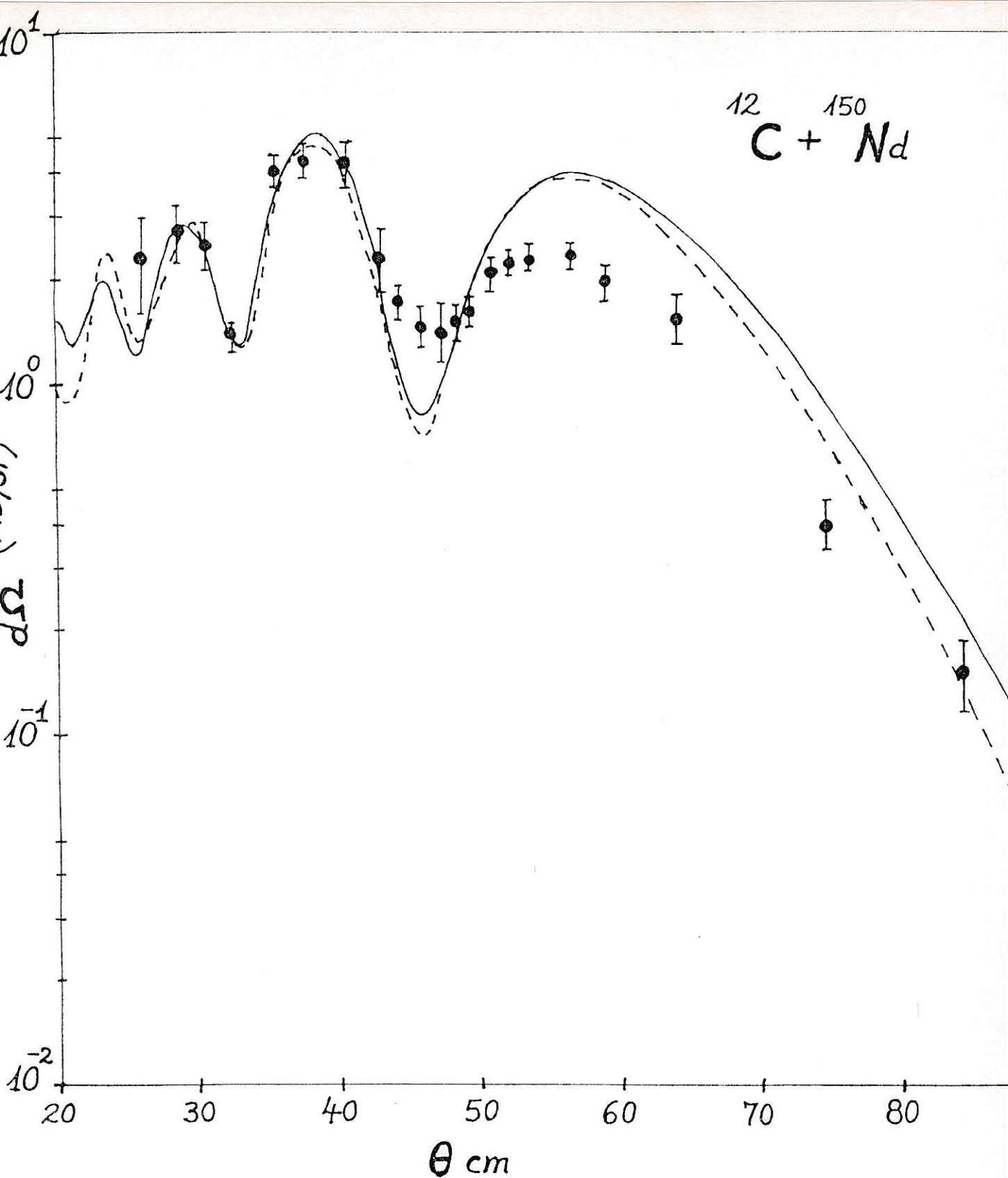


Fig. 25. Sección eficaz diferencial del estado excitado 3^- para la colisión $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$, usando $V_{\text{pert}}(r, \theta')$.

sección eficaz del estado 3^- (cuyo mínimo y máximo están en alrededor de 48° y 55° respectivamente) depende sensiblemente de la interferencia entre la parte Coulombiana y nuclear de $V_{\text{vib}}(r, \theta')$. Achicando la parte nuclear y aumentando la parte Coulombiana es posible ajustar bien a los datos experimentales. Claro que en ese caso se violaría la ec. (24), relación que es deseable mantener por razones físicas.

VI. Resumen y Conclusiones.

En la primera parte de esta tesis se estudió la excitación de la banda rotacional fundamental en núcleos deformados par par usando un método aproximado que evita tener que realizar cálculos con el método usual de canales acoplados. Se encontró un buen acuerdo con los datos experimentales y los cálculos de canales acoplados para todos los sistemas estudiados. En particular el método descrito en esta tesis pudo generalizarse para analizar el scattering de protones relativistas de 0.8 GeV desde núcleos de ^{154}Sm .

Este éxito da confianza en que las funciones de onda ángulo dependientes que fueron deducidas usando argumentos heurísticos son una buena aproximación a la función de onda verdadera del sistema.

La principal ventaja de nuestro método está en que el tiempo de computación y la memoria requerida para estos cálculos es una pequeña fracción de lo que usa un código de canales acoplados. No hay problemas mayores para extender estos cálculos a iones mucho más pesados ni para calcular la sección eficaz de un estado con momento angular mucho más alto (por ejemplo un estado $I = 10^+$). Las únicas restricciones serían las que imponen las aproximaciones implícitas en el método, que son la aproximación súbita y una no muy buena descripción de la excitación Coulombiana. Estas dos aproximaciones son cada vez más serias a medida que el ión incidente se hace más pesado.

En la segunda parte de la presente tesis se usaron estas funciones de onda ángulo dependientes en expresiones DWBA para así estudiar la excitación de la banda octupolar. Se evaluaron las distribuciones angulares para la excitación de los estados 1^- y 3^- del ^{154}Sm en colisiones con partículas α de 50 MeV como también la excitación del primer estado 3^- del ^{150}Nd en colisiones con iones de ^{12}C a 70.4 MeV. Los resultados obtenidos parecen razonables. Para el primer caso ($\alpha + ^{154}\text{Sm}$) no disponemos de datos experimentales o cálculos realizados con otros métodos, sin embargo las distribuciones angulares muestran el comportamiento sistemático esperado. Para el segundo caso estudiado ($^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$) hay datos y ajustando un parámetro (la intensidad relativa entre el potencial nuclear y Coulombiana responsable de la excitación octupolar) se puede encontrar un buen acuerdo con los datos experimentales. Sin embargo se debe ser cauteloso en tomar esto último como una comprobación de que el método de la DWBA modificada sea correcto pues por una parte el ^{150}Nd no es un buen rotor y por otra parte la distribución angular se puede reproducir con la DWBA común (eso sí permitiendo una amplia libertad a los parámetros del potencial óptico y de deformación) [13].

Recién estudios posteriores con otros casos permitirá asegurar si el método de la DWBA modificada, que hasta aquí ha arrojado resultados razonables, es realmente un buen método para estudiar procesos que puedan ser considerados como una perturbación frente a la excitación rotacional.

La principal ventaja de la DWBA modificada es que permite realizar cálculos que hasta el momento no son posibles realizarlos con otros métodos. Por ejemplo no tenemos conocimiento de un código de canales acoplados que sea capaz de estudiar el sistema $^{12}\text{C} + ^{150}\text{Nd}$ ($E_{\text{lab}} = 70.4 \text{ MeV}$) con todos los acoplamientos mostrados en la figura 21b.

Referencias.

- [1] J.O. Rasmussen y K. Sugawara-Tanabe.
Nucl. Phys. A171, 497, (1971).
- [2] H. Massmann y R. Lipperheide
Ann. of Physics 123, 120 (1979).
- [3] R. Lipperheide, H. Massmann y H. Roessner.
Nucl. Phys. A366, 119, (1981).
- [4] R. Lipperheide, H. Roessner y H. Massmann.
Nucl. Phys. A394, 312, (1983).
- [5] R.G. Stockstad et al. Phys. Rev. Lett. 41, 465, (1978).
Phys. Rev. C21, 2427 (1980).
- [6] O. Dragún y H. Massmann.
Proceedings 2° Simposio Chileno de Física Teórica, pg. 106
(1980).
- [7] A. Messiah, "Quantum Mechanics". J. Wiley and Sons, N.Y.
(1966).
- [8] Coupled Channel Computer Code PTOLOMY.
- [9] G. Ramírez, "Programa PAULINA".
Informe Interno, Depto. de Física, Facultad de Ciencias,
Universidad de Chile (1983).
- [10] T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37, 679, (1969).
- [11] D.L. Hendrie et al. Phys. Lett. 26B, 127 (1968).
N.K. Glendenning, Phys. Lett. 26B, 131, (1968).
- [12] B.G. Harvey et al. Phys. Lett. 24B, 43, (1967).
- [13] D.L. Hillis et al. Phys. Rev. C16, 1467, (1977).

- [14] M.L. Goldberger y K.M. Watson.
"Collision Theory", Wiley, N.Y. (1964).
- [15] M.L. Barlett et al., Phys. Rev. C22, 1168, (1980).
- [16] O. Dragún, F. Magneda, H. Massmann y J. Testoni.
(Comunicación privada) (1983).
- [17] N. Austern "Direct Reaction Theories".
John Wiley and Sons, N.Y. (1970).
- [18] E.P. Wigner, Cottingen Nachr. 31, 546, (1932).
- [19] A. Bohr y B. Mottelson, "Nuclear Structure Vol. 2"
W.A. Benjamin, Inc./1969/New York, Amsterdam.
- [20] M. Lederer et al. "Table of Isotopes". Séptima edición
Wiley Interscience (1978).