



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO CON PANDEO EN OPENSEES PARA SECCIONES DE ACERO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PABLO ANTONIO VEGA ARANCIBIA

PROFESOR GUÍA:
LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
RICARDO HERRERA MARDONES
FABIÁN ROJAS BARRALES

SANTIAGO DE CHILE
2022

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR: PABLO ANTONIO VEGA ARANCIBIA
FECHA: 2022
PROF. GUÍA: LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ

IMPLEMENTACIÓN DE UN MODELO CON PANDEO EN OPENSEES PARA SECCIONES DE ACERO

Uno de los sistemas estructurales más comunes en el diseño de acero es el marco arriostrado concéntricamente (CBF). Cuando el sistema es sometido a acciones sísmicas severas, el desempeño de la estructura depende en gran medida al comportamiento de las riostras o diagonales, que son los elementos seleccionados para disipar energía a través de ciclos sucesivos de tracción y compresión. Por lo tanto, para poder anticipar la respuesta de un marco arriostrado es importante contar con modelos que puedan simular el comportamiento cíclico de las riostras.

En esta memoria se presenta un modelo eficiente que simula el comportamiento histerético de elementos de acero de sección doble T, tubular circular y tubular cuadrada utilizados como diagonales incluyendo el efecto del pandeo global dentro de la plataforma OpenSees. El desarrollo del modelo comienza con la adaptación del modelo iterativo de pandeo de barras de acero desarrollado por Massone y Moroder para poder ser utilizado en riostras. Los resultados del modelo iterativo sirven para formular ecuaciones que dan como resultado final el modelo propuesto, que tiene la particularidad de no requerir un proceso iterativo para la obtención de resultados.

La validación del modelo propuesto frente a la información experimental, que evaluó aspectos como por ejemplo el peak de resistencia en compresión, donde la razón entre los resultados analíticos y numéricos oscila entre 0,8 y 1,19 con un coeficiente de variación menor a 0,16, permite concluir que el modelo propuesto representa de manera razonable el comportamiento de las secciones analizadas con la ventaja requerir un tiempo de ejecución 80% menor que el modelo iterativo. Adicionalmente, si bien no era el objetivo principal, el presente trabajo significó aumentar el alcance del modelo iterativo, de manera que no solo es efectivo para barras de acero, sino que también es útil para evaluar secciones con distinta geometría y en una escala mucho mayor.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia, que me ha dado todo y que desde que tengo uso de razón me ha apoyado y ha creído en mí. A la Dora, que con su presencia gatuna me ha acompañado durante todo este viaje. A mi hermano Cristian, que a través de su crecimiento me llena de orgullo y me ha demostrado que se pueden superar incluso los obstáculos más difíciles. A mi papá, Mauricio, que con su cariño y a través de su actuar me ha enseñado la importancia de la familia, de la responsabilidad, del trabajo y de la resiliencia.

Quiero dedicar un párrafo para agradecer a mi mamá Marcela, quien me ha acompañado en cada etapa de mi vida con su amor infinito. Sin ella no estaría acá y la verdad, gran parte de lo que soy se lo debo a sus consejos, a su preocupación e incluso a sus retos. Gracias mamá, te quiero mucho.

También quiero mencionar a mis amigos los Civiperros, quienes fueron imprescindibles en mi estadía en la universidad. Las papitas fritas de los viernes, los juegos online en pandemia, las vacaciones de verano y en general todas las veces que hemos compartido quedaran siempre en mi corazón.

Finalmente quiero agradecerme a mí mismo. A veces el camino no fue fácil, sin embargo lo logré.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo General	2
1.2.2. Objetivos Específicos	2
1.3. Organización del texto	2
2. Revisión de antecedentes	3
2.1. Comportamiento de los arriostramientos	3
2.2. Modelos de arriostramientos	7
2.3. Ensayos experimentales	10
3. Modelo de pandeo en barras de acero	11
3.1. Modelo Massone y Moroder	11
3.2. Modelo de Gomes y Appleton	18
3.3. Modelo no iterativo	20
4. Modelo Propuesto	26
4.1. Adaptación Modelo Massone y Moroder	29
4.2. Modelo Propuesto (adaptación modelo de Rosa).	31
5. Validación del modelo	38
5.1. Comparación con resultados experimentales.	38
5.2. Análisis de resultados.	48
6. Conclusiones	58
Bibliografía	60
Anexo A. Resultados adicionales	62
A.1. Black et al	62
A.2. Shaback	67
Anexo B. Coeficientes.	69

Índice de Tablas

3.1.	Puntos de análisis asintótico de curvatura (Mesa, 2021).	25
5.1.	Propiedades de los especímenes analizados por Black et al. (1980)	39
5.2.	Propiedades de los especímenes analizados por Shaback (2003)	43
5.3.	Propiedades de los especímenes analizados por Fell (2006).	46
5.4.	Valores obtenidos de la regresión lineal para Cu numérico.	51
5.5.	Resultados análisis estadístico del parámetro Cu_{exp}/Cu_{num}	53
5.6.	Tiempo de ejecución modelo iterativo y modelo propuesto.	56

Índice de Ilustraciones

2.1.	Esquema del comportamiento de los marcos arriostrados (Bruneau et al., 2011).	4
2.2.	Curva de histéresis típica de diagonales bajo carga cíclica (Bruneau et al., 2011).	5
2.3.	Manifestación del efecto de Bauschinger (Dicleli y Calik, 2008).	6
2.4.	Manifestación del pandeo local (Fell, 2009).	6
2.5.	Comparación resultados SNAP-2DX versus resultado experimental (Uriz, 2005).	7
2.6.	Captura modelo de elementos finitos (Huang y Mahin, 2009).	8
2.7.	Idealización típica de modelos físico-teóricos (Ikeda y Mahin, 1986).	9
2.8.	Esquema del montaje experimental en ensayos de diagonales (Black, 1980).	10
3.1.	Representación del pandeo de una barra de refuerzo (Massone y Moroder, 2009).	12
3.2.	Modelo constitutivo en tensión del acero (Massone y Moroder, 2009).	12
3.3.	Ley constitutiva cíclica del acero (Massone y Moroder, 2009).	13
3.4.	Modelo de pandeo de barra de refuerzo (Massone y Moroder, 2009).	16
3.5.	Procedimiento numérico del modelo (Massone y Moroder, 2009).	17
3.6.	Modelo geométrico (Gomes y Appleton, 1997).	18
3.7.	Distribución de esfuerzos en la sección transversal (Gomes y Appleton, 1997).	18
3.8.	Diagrama tensión deformación típico (Gomes y Appleton, 1997).	19
3.9.	Modelo geométrico de 4 rótulas plásticas (Rosa, 2021).	20
3.10.	Comparación ε_{cmax} vs. ϕ (Rosa, 2021).	21
3.11.	Gráfico ϕ vs. $\bar{\varepsilon}$ y definición del parámetro offset (Rosa, 2021).	23
3.12.	Esquema de ajuste asintótico de curvatura (Mesa, 2021).	24
3.13.	Comparación de variación de parámetro de transición de curvatura (Mesa, 2021).	25
4.1.	Modelo geométrico.	26
4.2.	Largo efectivo de pandeo (Takeuchi y Matsui, 2015).	28
4.3.	Discretización secciones transversales.	28
4.4.	Equilibrio en la posición deformada, considerando la mitad del elemento.	29
4.5.	Implementación numérica del modelo de Massone y Moroder adaptado.	30
4.6.	Curvas ϕ vs ε_{cmax} para secciones doble T.	31
4.7.	Calibración coeficiente C0, sección doble T.	32
4.8.	Gráfico curvatura versus deformación axial promedio para secciones doble T.	34
4.9.	Comparación entre el $\phi_{cuadrático}$ y ϕ_{lineal} .	35
4.10.	Modificación coeficiente C1.	36
4.11.	Implementación numérica del modelo propuesto.	37
5.1.	Configuraciones típicas de los ensayos de diaognales (Tremblay, 2002).	38
5.2.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 1.	40
5.3.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 1.	40
5.4.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 4.	41
5.5.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 4.	41
5.6.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 14.	41

5.7.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 14.	42
5.8.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 18.	42
5.9.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 18.	42
5.10.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH1B.	43
5.11.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH1B.	44
5.12.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH2A.	44
5.13.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH2A.	44
5.14.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH3A.	45
5.15.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH3A.	45
5.16.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH4A.	45
5.17.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH4A.	46
5.18.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 1.	46
5.19.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 4.	47
5.20.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 12.	47
5.21.	Definición parámetros Cu, Cr” y δ	48
5.22.	Degradación de la resistencia en compresión, Black 4.	49
5.23.	Degradación de la resistencia en compresión, Black 16.	49
5.24.	Degradación de la resistencia en compresión, Black 18.	50
5.25.	Comparación entre Cu experimental y Cu numérico.	51
5.26.	Razón entre Cu experimental y Cu numérico utilizando el modelo iterativo. . .	52
5.27.	Razón entre Cu experimental y Cu numérico utilizando el modelo propuesto. .	53
5.28.	Δ_{max} experimental versus Δ_{max} numérico.	54
5.29.	Energía disipada total, comparación entre resultados experimentales y numéricos.	55
5.30.	Respuesta fuerza vs deformación axial promedio, Black 2.	57
5.31.	Respuesta fuerza vs deformación axial promedio, Fell 6.	57
A.1.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 3.	62
A.2.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 3.	62
A.3.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 5.	63
A.4.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 5.	63
A.5.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 6.	63
A.6.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 6.	64
A.7.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 7.	64
A.8.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 7.	64
A.9.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 15.	65
A.10.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 15.	65
A.11.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 16.	66
A.12.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 16.	66
A.13.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH2B.	67
A.14.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH2B.	67
A.15.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH3B.	67
A.16.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH3B.	68
A.17.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH4B.	68
A.18.	Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH4B.	68
B.1.	Calibración coeficiente C0, sección doble T.	69
B.2.	Calibración coeficiente C1, sección doble T.	70
B.3.	Calibración coeficiente C2, sección doble T.	70
B.4.	Calibración coeficiente C0, sección tubular circular.	71

B.5.	Calibración coeficiente C1, sección tubular circular.	71
B.6.	Calibración coeficiente C2, sección tubular circular.	72
B.7.	Calibración coeficiente C0, sección RHS/SHS.	72
B.8.	Calibración coeficiente C1, sección RHS/SHS.	73
B.9.	Calibración coeficiente C2, sección RHS/SHS.	73
B.10.	Calibración desfase, sección doble T.	74
B.11.	Calibración desfase, sección circular.	74
B.12.	Calibración desfase, sección RHS/SHS.	75

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Dentro del diseño de estructuras de acero existen una serie de sistemas estructurales que permiten resistir demandas sísmicas: marcos a momento, marcos arriostrados, muros de corte, etc. Una de las alternativas más comunes son los marcos arriostrados concéntricos, que si bien en un principio eran impopulares frente a los marcos a momento debido a que ofrecían menores luces, poco a poco fueron siendo más utilizados porque a diferencia de estos últimos, los marcos arriostrados concéntricos requieren de menos acero para cumplir con los desplazamientos límites que establecen los códigos debido a que presentan mayor rigidez.

La filosofía actual de diseño busca que las estructuras al ser solicitadas por eventos sísmicos severos presenten un comportamiento dúctil, es decir, que tengan la capacidad de disipar energía a la vez que se deforman. Esto se logra a partir de que ciertos elementos estructurales incurrieren en el rango inelástico actuando como una especie de fusibles. En el caso de los marcos arriostrados concéntricos (CBF, de Concentric Braced Frame), los elementos seleccionados para cumplir con esa función son los arriostramientos, también denominados diagonales.

Debido al mecanismo de disipación de los CBF, durante un sismo las diagonales son sometidas a ciclos de tracción y compresión, lo que da pie a una serie de fenómenos que dan como resultado un comportamiento sumamente complejo. Pandeo global y local, fluencia en tracción, degradación de resistencia post pandeo, entre otros, son algunos de los efectos que pueden aparecer para grandes deformaciones y que por lo tanto deben ser tomados en cuenta para diseñar de manera dúctil un CBF.

Debido a lo anterior, muchas investigaciones se han realizado sobre los CBF y en particular sobre las diagonales, las que han sido estudiadas a través de ensayos experimentales que proveen de información valiosa para poder entender su comportamiento y cómo este se ve afectado por distintos parámetros como esbeltez, relación ancho espesor de sus miembros o el tipo de sección. De la misma manera, utilizando los datos de las investigaciones experimentales así como las herramientas computacionales disponibles, diversos autores han intentado simular a través de modelos numéricos la respuesta de las diagonales a través de distintos enfoques, que en algunos casos priorizan la eficiencia y en otros la precisión.

Este trabajo pretende ofrecer dentro de la plataforma OpenSees un modelo simple y eficiente capaz de representar el comportamiento cíclico de diagonales individuales considerando el pandeo. Para conseguirlo, se basa en modelos que son capaces de representar el pandeo de barras de acero utilizadas en hormigón armado. En particular, los modelos desarrollados por Massone y Moroder [1], Rosa [2] y Mesa [3] y sirven de referencia a lo largo de todo el trabajo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

Implementar dentro de la plataforma OpenSees un modelo capaz de representar el comportamiento cíclico de secciones de acero considerando el efecto del pandeo global.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Adaptar el modelo iterativo de pandeo de barras de refuerzo desarrollado por Massone y Moroder para ser aplicado en secciones doble T, tubulares circulares y tubulares cuadradas (SHS).
- Por medio de relaciones calibradas a partir de los resultados del modelo anterior, desarrollar un modelo no iterativo que permita obtener resultados de manera más eficiente.
- Validar tanto del modelo iterativo como no iterativo utilizando datos experimentales.

1.3. Organización del texto

En el capítulo 2 se realiza una breve descripción del comportamiento de las diagonales, junto con una revisión de los modelos y los ensayos realizados que estudian la respuesta cíclica de estas. Durante el capítulo 3 se presentan los modelos de pandeo en barras de acero, que son la base para el desarrollo de la memoria. El capítulo 4 corresponde a la presentación del modelo propuesto. El capítulo 5 contiene la validación de los modelos y finalmente en el capítulo 6 se presentan las conclusiones.

Capítulo 2

Revisión de antecedentes

2.1. Comportamiento de los arriostramientos

Marcos arriostrados concéntricamente

Una de las principales razones por las que se estudia el comportamiento de las diagonales es para poder aplicar este conocimiento en el diseño de los marcos arriostrados concéntricamente bajo los principios del diseño por capacidad y de esta manera alcanzar los objetivos de desempeño deseados. Los marcos arriostrados concéntricamente son una de las alternativas sísmo resistentes en acero desarrolladas por la ingeniería civil y está caracterizado por presentar diagonales sobre las cuales asigna la responsabilidad de ser el elemento estructural aporta resistencia, rigidez lateral y capacidad de disipar energía.

La filosofía de este sistema es usar las diagonales como una especie de fusible de tal forma que el sistema de resistencia a las cargas gravitacionales (vigas y columnas) no presente daño incluso frente a sismos severos. Esto se logra a través del detallamiento de todos los elementos en su conjunto (especialmente las conexiones), de manera que las diagonales puedan sostener deformaciones plásticas y disipar energía de una manera estable a través de ciclos sucesivos de pandeo en compresión y fluencia en tracción.

La figura 2.1 muestra un esquema realizado por Bruneau et al. que representa el funcionamiento del CBF. Como puede verse en la parte izquierda, cuando el desplazamiento es en dirección hacia la derecha, el marco reacciona a través del pandeo de las diagonales en compresión seguido por la fluencia de las diagonales en tensión. Como los sismos ocurren en ambas direcciones, cuando se considera que el desplazamiento es en la dirección opuesta, la diagonal que estaba previamente pandeada comenzará a fluir mientras que la diagonal que estaba fluyendo comenzará a pandearse.

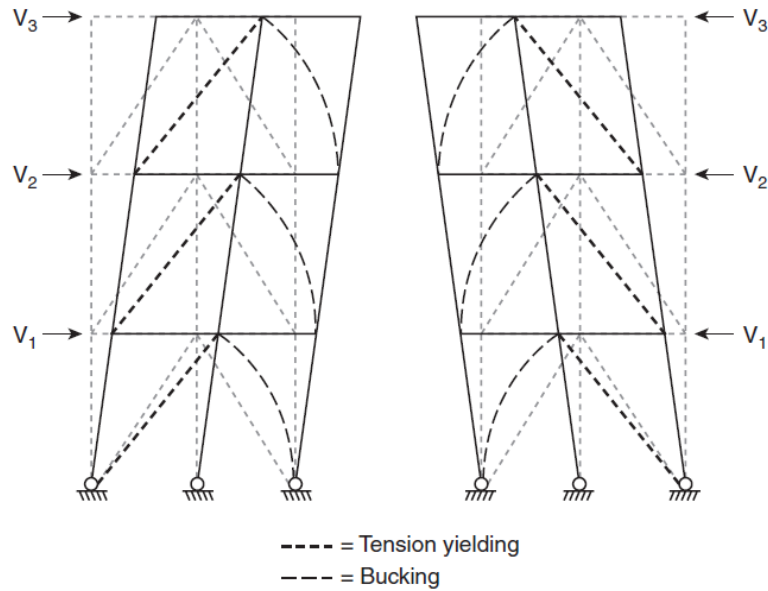


Figura 2.1: Esquema del comportamiento de los marcos arriostrados (Bruneau et al., 2011).

Comportamiento histerético de las diagonales

Por lo tanto, de lo expuesto anteriormente puede concluirse que una diagonal perteneciente a un CBF tendrá un comportamiento cíclico que bajo cierto nivel de demanda presentará pandeo en compresión y fluencia en tensión. Sin embargo esta respuesta es aún más compleja, pues incluye una serie de fenómenos y efectos que deben ser considerados, como por ejemplo la degradación de la resistencia a la compresión.

En el esquema de la figura 2.2 se muestra la respuesta típica de una diagonal sometida a ciclos de tracción y compresión. Bruneau et al. (2011)[4] consideran que el comportamiento cíclico se puede dividir en cinco tramos, asumiendo que la diagonal empieza a deformarse en compresión:

- Tramo OA: Empezando desde la condición sin carga (punto O), la diagonal es comprimida en el rango elástico. El pandeo ocurre en el punto A, donde $P = C_u$.
- Tramo AB: La diagonal pierde su rectitud (asumiendo que no existían imperfecciones previas) y comienza a manifestarse un momento de segundo orden. En el punto B se alcanza el punto crítico donde el producto de la carga P multiplicado por la deformación transversal en la mitad de la diagonal Δ es igual al momento plástico M_p . A partir de este instante se forma la rótula plástica en la mitad de la longitud de la diagonal.
- Tramo BC: Esta zona está fuertemente influenciada por el momento generado por la flexión de la diagonal. A medida que el desplazamiento axial δ aumenta, también se incrementa el desplazamiento transversal Δ , lo que da como resultado una disminución en la carga P debido a los efectos que produce la interacción P-M, pues como sabemos, el máximo momento que puede alcanzarse es M_p , entonces a nivel de rótula plástica se tiene que $M_p = P \cdot \Delta$, entonces si aumenta Δ entonces P disminuye.

- Tramo CD: La zona CD corresponde a la descarga elástica. La particularidad de este tramo es que presenta una menor pendiente que el tramo OA debido a la deformación transversal remanente del tramo anterior. En el punto D el producto de la carga axial P por el desplazamiento transversal Δ es igual al momento plástico.
- Tramo DE: En este tramo nuevamente se forma la rotula plástica en la mitad de la longitud de la diagonal. Sin embargo, a diferencia del tramo BC, a lo largo de esta zona las rotaciones son en el sentido contrario lo que reduce la deformación transversal. El punto E se alcanza cuando la diagonal comienza a fluir debido a la aplicación de una fuerza $P = A \cdot Fy$.
- Tramo EF: A lo largo de todo este segmento, la diagonal sufre una elongación plástica permanente generada por la aplicación constante de la carga de fluencia P_y . En esta zona el momento de segundo orden es cero debido a que prácticamente la diagonal está recta.
- Tramo FG: Esta zona puede dividirse en dos tramos; en primer lugar está el tramo comprendido entre el punto F y el eje de las abscisas, el cual está caracterizado por la descarga elástica donde la elongación disminuye linealmente con la disminución de la carga. Luego, en el segundo tramo comienza la compresión de la diagonal hasta el punto G, donde comienza el pandeo cuando la carga alcanza un valor $P = Cu'$. Como se puede notar, $Cu' < Cu$, es decir, la resistencia a la compresión post pandeo disminuye con el pasar de los ciclos.

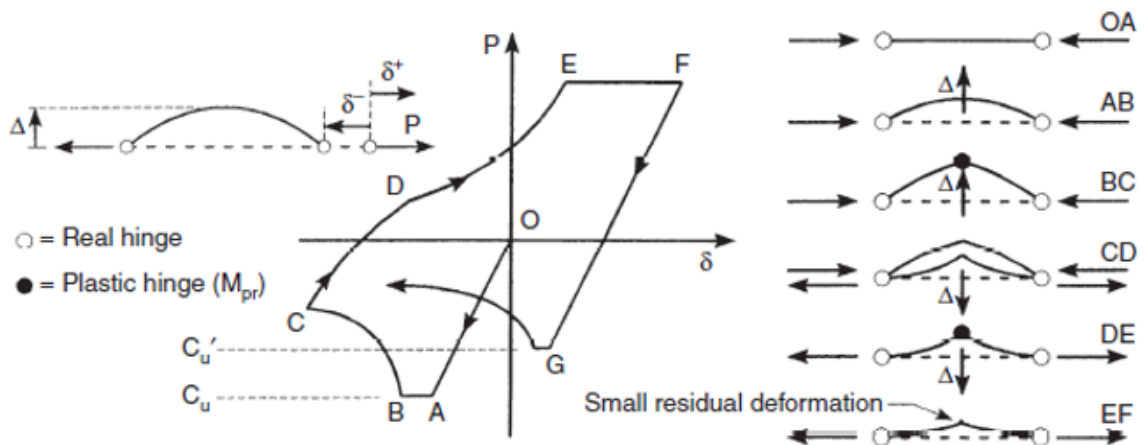


Figura 2.2: Curva de histeresis típica de diagonales bajo carga cíclica (Bru-neau et al., 2011).

Adicionalmente, durante el comportamiento cíclico de la diagonal pueden presentarse una serie de fenómenos que no fueron detallados en el esquema anterior, entre los que se encuentran:

1. *Efecto de Bauschinger*. El efecto de Bauschinger es una propiedad intrínseca del acero que se traduce en una pérdida de la rigidez del material proporcional al número de ciclos inelásticos al que es sometido el material. A nivel de la relación tensión deformación

dentro de una fibra, esto se manifiesta como un cambio en el modulo de elasticidad (figura 2.3.a), mientras que a nivel de la curva fuerza versus desplazamiento, el efecto se manifiesta tal como muestra la figura 2.3.b.

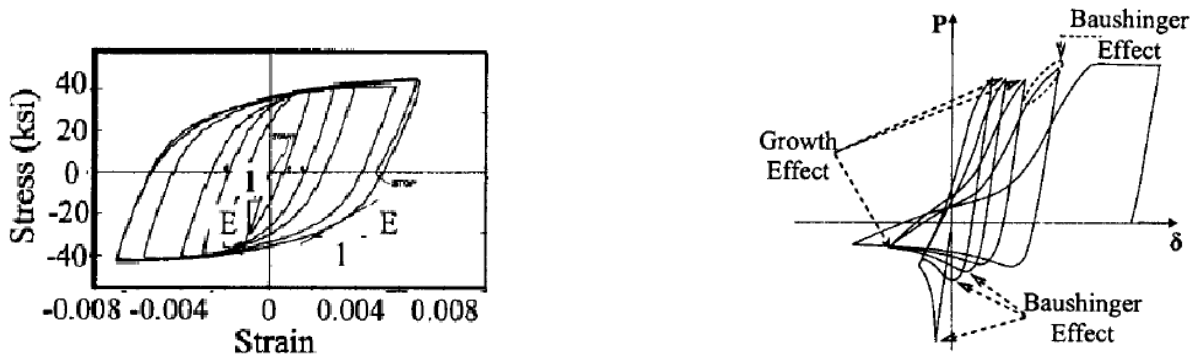


Figura 2.3: Manifestación del efecto de Bauschinger (Diceli y Calik, 2008).

2. *Pandeo Local*. El pandeo local es un modo de falla que consiste en el arrugamiento en forma de ondulaciones, que afecta las alas o almas de elementos comprimidos axialmente, especialmente cuando presentan una elevada relación ancho-espesor. A pesar de que los códigos de diseño presentan requerimientos estrictos para evitar este tipo de falla, el pandeo local se manifiesta cuando los niveles de demanda son altos.

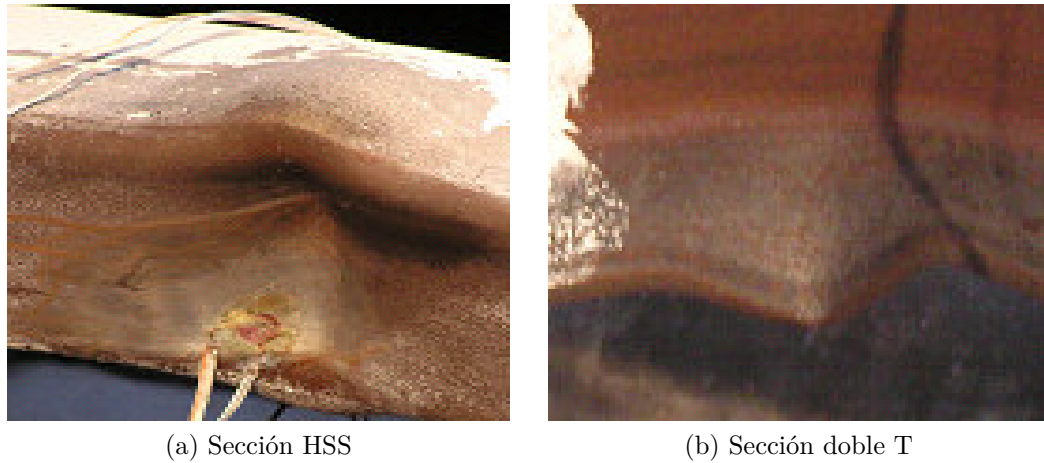


Figura 2.4: Manifestación del pandeo local (Fell, 2009).

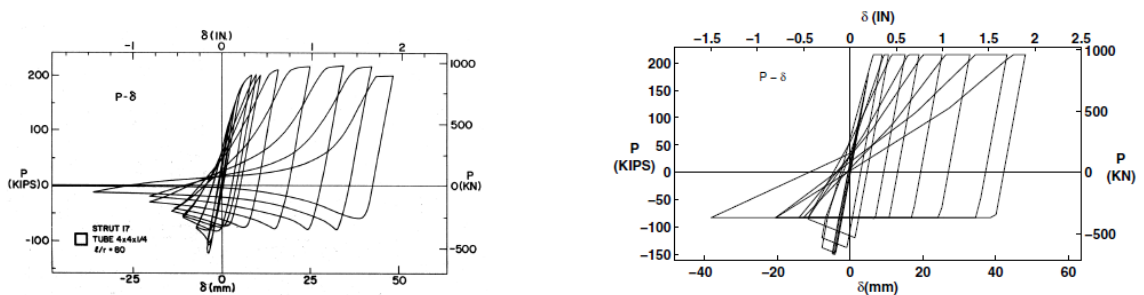
2.2. Modelos de arriostramientos

A lo largo del estudio de las diagonales se han llevado a cabo una serie de modelos que pretenden simular el comportamiento de las diagonales frente a solicitaciones cíclicas inelásticas. En función de los enfoques y las herramientas empleadas para captar la respuesta de los arriostramientos de acero, estos modelos se dividen en tres grandes grupos: modelos fenomenológicos, modelos físicos-teóricos y modelos de elementos finitos. A continuación se presenta una breve descripción de cada categoría.

Modelos fenomenológicos

Los modelos fenomenológicos son la manera más simple de representar el comportamiento cíclico de las diagonales. Estos modelos idealizan las diagonales como elementos de una dimensión y a partir de ecuaciones empíricas y reglas simplificadas imitan el comportamiento fuerza desplazamiento registrado en los ensayos experimentales, mas no utilizan leyes o justificaciones teóricas que sustenten su funcionamiento. Si bien este tipo de modelos tienen la ventaja de ser eficientes computacionalmente, lo que los hace ideal para analizar estructuras de gran escala, Uriz [5] enumera una serie de desventajas entre las que se encuentran:

1. La utilidad y la precisión de los modelos depende de la disponibilidad de información empírica para determinar los parámetros apropiados que controlan la forma de la respuesta histerética.
2. Las curvas capturan solamente el comportamiento global, pero simplifican algunos detalles importantes. Por ejemplo, en la figura 2.5.a se muestran los resultados experimentales obtenidos por Black et al (2009) para una sección tubular mientras que en la figura 2.5.b están los resultados obtenidos por el modelo fenomenológico SNAP-2DX (Structural Nonlinear Analysis Program for 2D Structures) [6] para el mismo caso. Del análisis de las curvas se puede evidenciar que si bien el comportamiento global es razonablemente similar, existen detalles que no coinciden con lo mostrado en el ensayo, como por ejemplo la recarga en tensión, que en el caso experimental presenta cierta concavidad mientras que en el modelo fenomenológico se representa a través de una línea recta.



(a) Resultado experimental.

(b) Resultado numérico.

Figura 2.5: Comparación resultados SNAP-2DX versus resultado experimental (Uriz, 2005).

3. En general este tipo de modelos idealiza las diagonales como elementos unidimensionales, y por lo tanto no proveen información sobre el desplazamiento transversal debido al

pandeo, o el estado tensional de las fibras de la sección.

Modelos con elementos finitos

Los modelos de elementos finitos tridimensionales dividen la diagonal longitudinal y transversalmente en una serie de pequeños elementos sólidos o tipo shell, lo cual permite considerar un estado multi axial de tensiones. Este tipo de enfoque tiene la capacidad de simular de manera más realista el comportamiento de las diagonales, sin embargo, debido al nivel de detalle que contienen, los modelos con elementos finitos son computacionalmente costosos lo que impide su aplicación a problemas de mayor escala.

Uno de los modelos que pertenecen a esta categoría es el desarrollado por Huang y Mahin [7], que a partir de un modelo de plasticidad con daño es capaz de simular el comportamiento histerético de un arriostramiento de manera sumamente precisa. La complejidad del modelo le permite no solo simular el comportamiento histerético de la diagonal, si no que además logra predecir el pandeo local, el daño producido por la fatiga de bajos ciclos e incluso la iniciación y propagación de fisuras. En la figura 2.6 se muestra cómo el modelo es capaz de simular tanto el pandeo local como el pandeo global del espécimen.

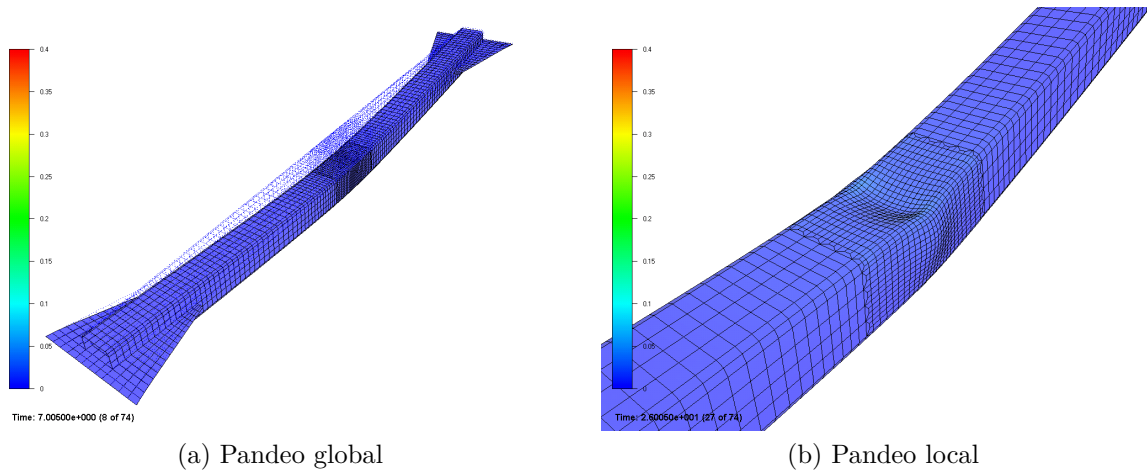


Figura 2.6: Captura modelo de elementos finitos (Huang y Mahin, 2009).

Modelos físico teóricos

Los modelos físico teóricos son un punto intermedio entre los dos enfoques previamente descritos. Con respecto a los modelos fenomenológicos, tienen la ventaja de tener mayor aplicabilidad ya que requieren menor calibración debido a que son formulados en base a consideraciones físicas que influyen en el comportamiento histerético de los arriostramientos y por lo tanto no es necesario una re formulación completa de las ecuaciones que definen el modelo cuando algún parámetro cambia (sección transversal, esbeltez, u otras variables).

En cuanto a los modelos de elementos finitos, la ventaja es principalmente la eficiencia computacional que ofrecen debido a que en general, y especialmente los primeros modelos de este tipo, realizan simplificaciones e idealizaciones que permiten la implementación en problemas de gran escala.

Dentro de la literatura se puede evidenciar que esta categoría es más bien heterogénea y a veces difusa, pues algunos modelos están más cerca del enfoque fenomenológico, tanto así que en algunas revisiones bibliográficas entran en esa categoría, mientras que otros están mucho más ligados a la formulación por elementos finitos, en especial los modelos desarrollados durante los últimos años.

Por ejemplo, el modelo de Ikeda y Mahin [8] idealiza la diagonal como dos barras con comportamiento elasto plástico con una rotula plástica en el centro, tal como muestra la figura 2.7. Luego, a partir de consideraciones geométricas y ecuaciones empíricas para determinar el módulo de elasticidad tangente en función de la carga P , así como para obtener la rotación en la rotula plástica θ en función de P , es capaz de simular de manera satisfactoria el comportamiento de las diagonales.

Uno de los aspectos más significativos del trabajo de Ikeda es que el modelo fue utilizado para el análisis dinámico de un marco arriostrado en X de tres pisos, que a su vez fue comparado con los resultados del mismo análisis pero usando un modelo fenomenológico. Si bien este último enfoque tuvo mejores resultados para el mismo problema, el desempeño del modelo fenomenológico fue razonable y tuvo la ventaja de no haber requerido ningún tipo de calibración.

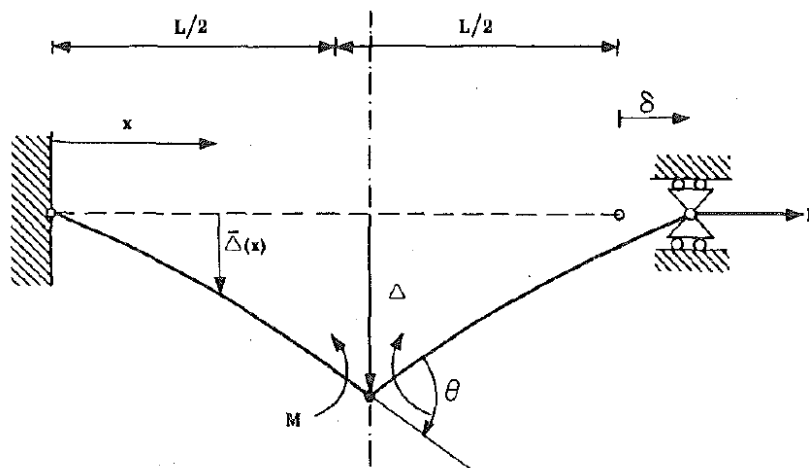


Figura 2.7: Idealización típica de modelos físico-teóricos (Ikeda y Mahin, 1986).

Con una idealización similar al trabajo anterior, pero con un enfoque basado en el método de la carga unitaria, está el modelo de Dicleli y Calik [9], que divide el comportamiento cíclico de la diagonal en seis zonas distintas, tal que para cada una define una relación entre deformación transversal y carga axial diferente. Este modelo tiene la particularidad de que es capaz de captar el efecto de Bauschinger a través de ecuaciones calibradas presentando resultados satisfactorios.

Finalmente, más cercano al enfoque de los elementos finitos está el modelo de Uriz [5], que

considera la diagonal como un elemento viga columna basado en las fuerzas con inelasticidad distribuida a lo largo del elemento, que discretiza la sección transversal para realizar un análisis seccional y que utiliza la formulación corrotacional para grandes deformaciones. Este modelo tiene la ventaja de que es capaz de capturar el endurecimiento del acero así como el efecto de Bauschinger. Además, debido a su formulación a través de fibras permite captar el estado tensional de ciertos sectores de la diagonal, aunque no permite representar el efecto del pandeo local.

2.3. Ensayos experimentales

Desde la década de 1970 se han realizado una serie de ensayos experimentales con la finalidad de estudiar el comportamiento de los arriostramientos de acero frente a cargas cíclicas. Dentro de estos estudios se han testeado especímenes que cubren gran parte del rango de propiedades que pueden tener los arriostramientos, como por ejemplo: sección transversal, condiciones de apoyo en los extremos, propiedades del material o esbeltez del elemento. Así también, aunque en su mayoría son análisis cuasi estáticos con amplitud creciente, se han realizado experimentos con distintos protocolos de carga que buscan representar la mayor cantidad de escenarios posibles.

En la figura 2.8 se muestra el esquema del montaje utilizado para especímenes rotulados en ambos extremos. Este esquema es similar al usado en los trabajos experimentales descritos más adelante y por lo tanto vale la pena describirlos brevemente. En cuanto al sistema de carga, este se materializa a través de un gato hidráulico que está limitado en un extremo por un bloque de reacción. En relación a la instrumentación, los desplazamientos axiales son medidos por un transductor de desplazamiento lineal variable mientras que un potenciómetro es el encargado de medir el desplazamiento transversal en las ubicaciones teóricas de la rótula plástica. Finalmente la fuerza axial es cuantificada mediante celdas de carga.

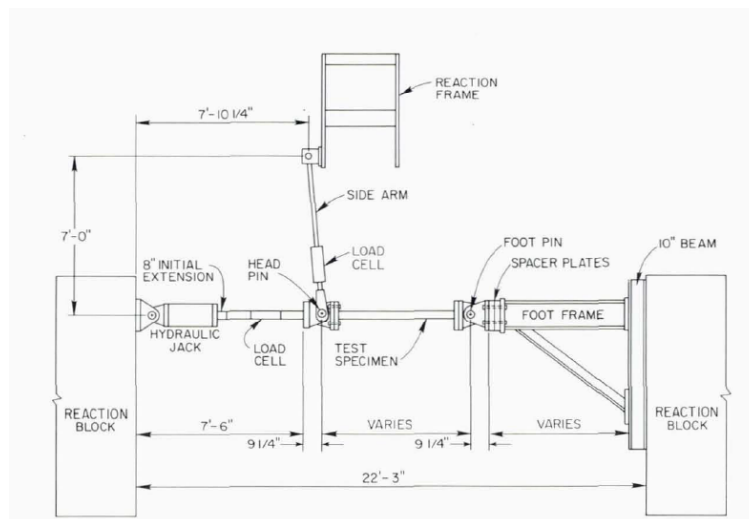


Figura 2.8: Esquema del montaje experimental en ensayos de diagonales (Black, 1980).

Capítulo 3

Modelo de pandeo en barras de acero

En este capítulo se presentan en detalle los modelos de Massone y Moroder y de Mesa y Rosa, que representan el comportamiento tensión deformación de barras de acero incluyendo el efecto del pandeo. El contenido de este capítulo sirve como base para el desarrollo del modelo propuesto.

3.1. Modelo Massone y Moroder

Con el objetivo de representar el pandeo local que ocurre en las barras de refuerzo de hormigón armado que se encuentran entre dos estribos, Massone y Moroder [1] formulan un modelo iterativo sobre la curvatura que es capaz de representar el comportamiento tensión-deformación.

Modelo geométrico

La barra de refuerzo longitudinal se idealiza a través de un modelo geométrico de plasticidad concentrada que no distingue entre deformaciones elásticas o plásticas. Tal como está esquematizado en la figura 3.1, el modelo consiste en una barra de diámetro d y largo L con apoyos fijos en ambos extremos simulando ser estribos, con la particularidad de que el extremo superior tiene la capacidad de desplazarse verticalmente a lo largo del eje longitudinal de la barra.

Las deformaciones están concentradas en cuatro rótulas plásticas de longitud $l_p = d$, una en cada extremo y dos en el centro de la barra; la disposición de cada rótula obedece tanto a las condiciones de los extremos como a la observación de la deformación de barras a lo largo de diversos ensayos. Finalmente, el modelo incluye una deformación transversal e a la altura del centro de la longitud de la barra que representa las eventuales imperes que pueda presentar el elemento.

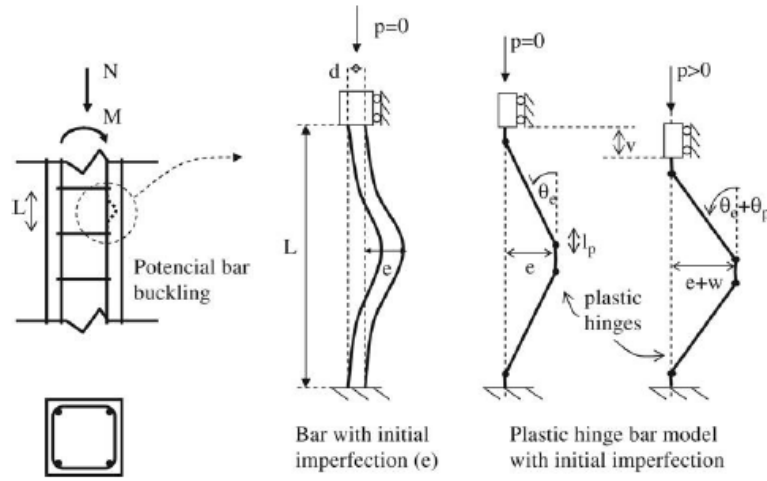


Figura 3.1: Representación del pandeo de una barra de refuerzo (Massone y Moroder, 2009).

Ley Constitutiva

La ley constitutiva del acero empleada en este estudio corresponde a un modelo material que es capaz de reproducir el comportamiento cíclico del material utilizando la envolvente de la respuesta monótonica en tracción y de la respuesta monótonica en compresión. Para un mejor entendimiento del modelo, los postulados de cada comportamiento monótonico serán detallados a continuación, así como el funcionamiento del modelo cíclico, que debe ser capaz de compatibilizar ambos comportamientos.

En cuanto al modelo monótonico en tensión, la ley constitutiva del acero está basada en el modelo desarrollado por Mander que tal como muestra la figura 3.2, comienza con un comportamiento elasto plástico que concluye en el punto (ε_{sh}, f_y) , el cual da inicio a la etapa de endurecimiento del acero que culmina en el peak de resistencia (ε_m, f_m) . Una vez alcanzado el peak comienza la zona de degradación de resistencia que se extiende hasta el punto de fractura de la barra (ε_u, f_u) .

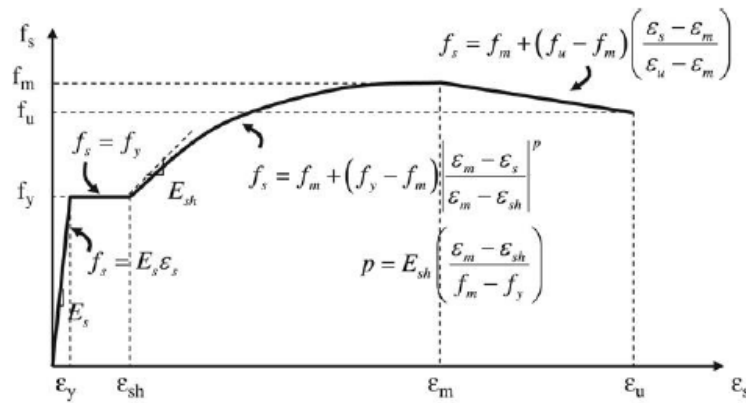


Figura 3.2: Modelo constitutivo en tensión del acero (Massone y Moroder, 2009).

El comportamiento monotónico en compresión del acero es modelado utilizando el trabajo de Dodd y Restrepo [10], quienes determinan que la respuesta en compresión puede ser estimada desde la respuesta en tracción a partir de las ecuaciones 3.1 y 3.2.

$$f_{s,c} = -f_{s,t} + (1 + \varepsilon_{s,t})^2 \quad (3.1)$$

$$\varepsilon_{s,c} = -\frac{\varepsilon_{s,t}}{1 + \varepsilon_{s,t}} \quad (3.2)$$

Donde:

$f_{s,t}$: Esfuerzo de tracción.

$\varepsilon_{s,t}$: Deformación unitaria en tracción.

$f_{s,c}$: Esfuerzo en compresión.

$\varepsilon_{s,c}$: Deformación unitaria en compresión.

Finalmente, la respuesta cíclica está representada en la figura 3.3. Este modelo es capaz de compatibilizar tanto el comportamiento monotónico del acero en tracción como en compresión, pero además considera la degradación del modulo de elasticidad debido al efecto de Bauschinger. Lo anterior se consigue a través de la implementación de la denominada curva A, que tiene la capacidad de simular la reversión de cargas y que obedece las siguientes reglas:

- La curva A aparece cuando la reversión de cargas ocurre fuera del rango lineal, y une el actual punto de descarga (origen) y un punto con la misma coordenada de deformación unitaria del punto de descarga anterior en la envolvente opuesta (fin).
- Cuando se incurre en deformaciones más allá del punto final de la curva A, se asume que la curva sigue la envolvente monotónica en tensión o compresión, según corresponda.
- En el caso de que la reversión de cargas ocurra dentro de la curva A, una curva similar aparece para unir el punto de descarga con un punto de la descarga previa de la envolvente opuesta.

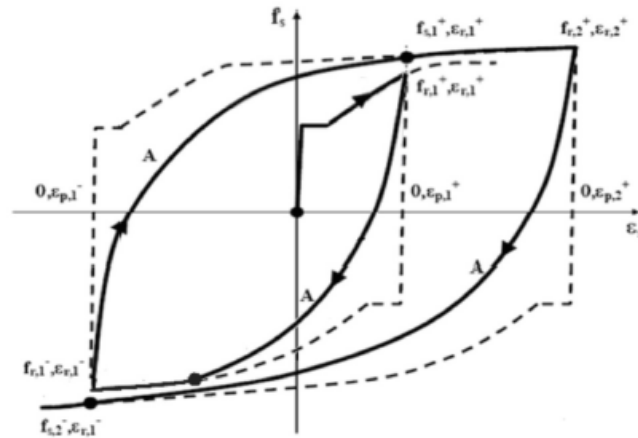


Figura 3.3: Ley constitutiva cíclica del acero (Massone y Moroder, 2009).

Sea f_s el esfuerzo del acero y ε_s la deformación unitaria, la curva A está definida por la ecuación 3.3.

$$f_s = f_0 + E_0(\varepsilon_s - \varepsilon_0) \left\{ Q + \frac{1 - Q}{\left(1 + E_0 \left[\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_0}{f_f - f_0}\right]^R\right)^{1/R}} \right\} \quad (3.3)$$

Donde R es un parámetro que representa el efecto de Bauschinger, E_0 es el modulo inicial de carga/descarga de la barra de acero, f_0 y ε_0 son las coordenadas de esfuerzo y deformación del origen de la curva A, f_f y ε_f son las coordenadas de esfuerzo y deformación del final de la curva A. El parámetro Q (definido a partir de las ecuaciones 3.4, 3.5 y 3.6) garantiza que la curva A finalice en la coordenada final (ε_f, f_f) .

$$Q = \frac{\frac{E_{sec}}{E_0} - a}{1 - a} \quad (3.4)$$

$$E_{sec} = \frac{f_f - f_0}{\varepsilon_f - \varepsilon_0} \quad (3.5)$$

$$a = \left(1 + \left[\frac{E_0}{E_{sec}}\right]^R\right)^{-1/R} \quad (3.6)$$

Finalmente, para poder definir completamente la curva A se definen los valores de los coeficientes R y E_0 por medio de calibración con resultados experimentales. Los resultados indican que para la zona de descarga los valores son:

$$E_0 = E_s(1 - 3\Delta\varepsilon) \quad (3.7) \quad R = 16 \left(\frac{f_y}{E_s}\right)^{1/3} (1 - 10\Delta\varepsilon) \quad (3.8)$$

Mientras que para la fase de carga:

$$E_0 = E_s(1 - \Delta\varepsilon) \quad (3.9) \quad R = 20 \left(\frac{f_y}{E_s}\right)^{1/3} (1 - 20\Delta\varepsilon) \quad (3.10)$$

Donde $\Delta\varepsilon = \frac{|\varepsilon_f - \varepsilon_0|}{2}$. E_s y f_y representan el modulo de elasticidad y la tensión de fluencia del acero respectivamente.

Compatibilidad

El modelo se basa en la discretización en fibras de la sección transversal, de tal manera que para obtener la deformación unitaria de cada fibra se utilizan las hipótesis de Bernoulli, es decir, se asume que secciones planas permanecen planas. La deformación unitaria de cada fibra i se obtiene como la suma de la deformación unitaria axial en el centro de la barra ε_0 más el producto de la curvatura ϕ por x_i , que es la distancia desde el centroide hasta fibra i , tal como queda definido por la ecuación 3.11.

$$\varepsilon_i = \varepsilon_0 + \phi x_i \quad (3.11)$$

Equilibrio

El modelo utiliza las ecuaciones procedentes de realizar equilibrio de fuerza y de momento sobre la barra. El equilibrio se analiza desde dos puntos de vista. Primero a partir del análisis de la sección transversal, donde utilizando la ley constitutiva previamente descrita se determina el esfuerzo σ_i para cada fibra i , luego por medio de la integración de los esfuerzos uniaxiales y las áreas tributarias, las ecuaciones 3.12 y 3.13 permiten calcular la fuerza resultante p y el momento m .

$$p = - \sum \sigma_i A_i \quad (3.12)$$

$$m = \sum \sigma_i A_i x_i \quad (3.13)$$

Donde A_i es el área tributaria de cada fibra i .

Luego, se analiza el equilibrio desde la posición deformada. Por simplicidad y aprovechando la simetría del problema, el modelo toma en consideración solamente un cuarto del largo de la barra tal como muestra la figura 3.5. Por lo tanto, como el extremo superior es un punto de inflexión presenta carga axial p y momento cero, mientras que el extremo inferior tiene la misma carga p y un momento resultante m . Finalmente, considerando la imperfección e y el desplazamiento transversal w , se obtiene la ecuación de equilibrio 4.2.

$$m = p \frac{e + w}{2} \quad (3.14)$$

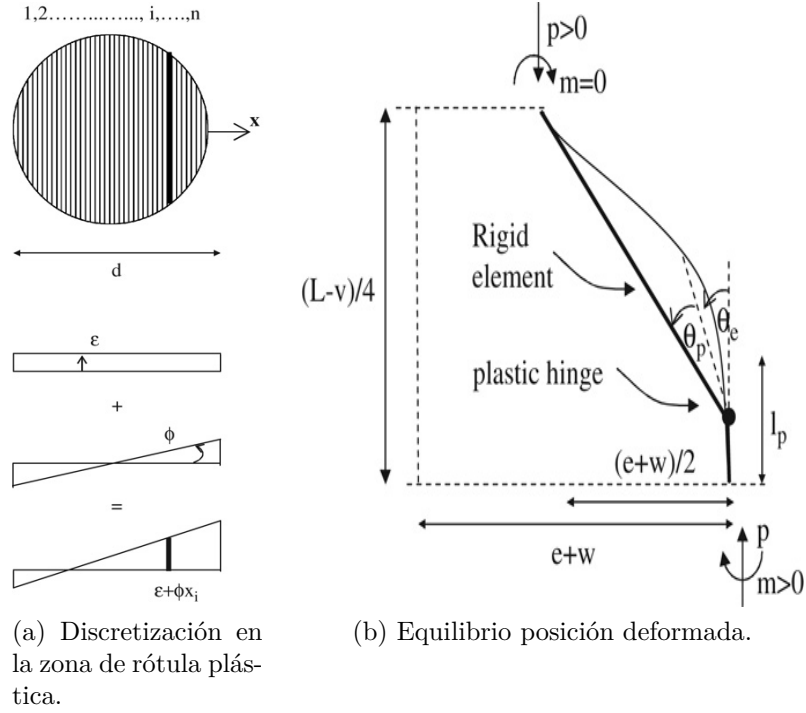


Figura 3.4: Modelo de pandeo de barra de refuerzo (Massone y Moroder, 2009).

Donde el desplazamiento transversal se obtiene mediante las ecuaciones derivadas de la geometría del problema mientras que el desplazamiento longitudinal v se descompone en dos términos, v_ϕ que corresponde al desplazamiento asociado a la curvatura y v_ε que corresponde al desplazamiento asociado a la deformación axial.

$$e + w = \frac{\sin(\theta_e + \theta_p)}{\cos \theta_e} \left(\frac{L}{2} - l_p \right) \quad (3.15)$$

$$\theta_e = \phi_e l_p = \tan^{-1} \left(\frac{e}{L/2 - l_p} \right) \quad (3.16)$$

$$\theta_p = \phi_p l_p \quad (3.17)$$

$$v = v_\phi + v_\varepsilon = (L - 2l_p) \left[1 - \frac{\cos \theta_e + \theta_p}{\cos \theta_e} \right] + 4\varepsilon_p l_p \quad (3.18)$$

Finalmente, el comportamiento tensión deformación de la barra se calcula utilizando las ecuaciones

$$\bar{\sigma} = \frac{p}{\sum A_i} = \frac{p}{A} \quad (3.19)$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{v}{L} \quad (3.20)$$

Debido a que la concentración de deformaciones en las rótulas plásticas era poco realista en la zona de tracciones, en particular en el caso monotónico donde no deberían haber rotaciones, Lacaze [11] modifica la ecuación 3.18 y la reemplaza por la ecuación 3.21, la cual supone que

la deformación axial en la barra se distribuye a lo largo de toda la barra y no solamente en las rótulas plásticas.

$$v = v_\phi + v_\varepsilon = (L - 2l_p) \left[1 - \frac{\cos \theta_e + \theta_p}{\cos \theta_e} \right] + \varepsilon_0 L \quad (3.21)$$

Donde ε_0 representa la deformación unitaria axial en el centro de la barra.

Implementación

Considerando los puntos anteriores (ley constitutiva, compatibilidad y equilibrio), la implementación del modelo se presenta en dos etapas. En primer lugar está la etapa que tiene por objetivo generar la imperfección inicial, lo cual se consigue iterando sobre la curvatura ϕ_1 , que es el valor que permite que una vez que ocurra la descarga sobre la barra exista una curvatura remanente ϕ_e que a su vez implica una deformación permanente e. El procedimiento numérico no lineal es llevado a cabo utilizando el método de la bisección, aunque pueden utilizarse otros métodos de resolución como por ejemplo Newton-Rhapon.

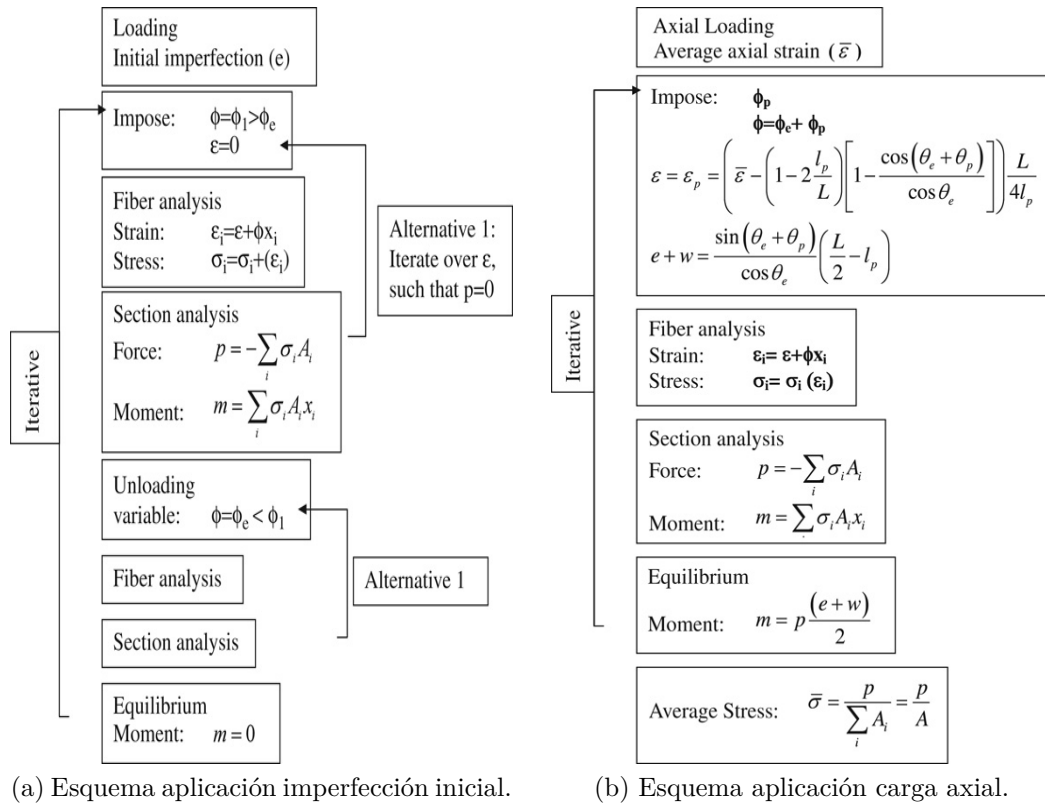


Figura 3.5: Procedimiento numérico del modelo (Massone y Moroder, 2009).

Luego viene la etapa de la aplicación de la carga axial. En esta etapa, para cada deformación axial promedio $\bar{\varepsilon}$ se encuentra el equilibrio a partir de un esquema iterativo sobre la curvatura ϕ_p , que es la curvatura adicional debido a la carga p.

3.2. Modelo de Gomes y Appleton

El trabajo de Gomes y Appleton [12] consiste en una modificación del modelo cíclico de Giuffre-Menegotto-Pinto para poder captar el efecto del pandeo inelástico en barras longitudinales de acero utilizadas en elementos de hormigón armado. Para representar el efecto del pandeo inelástico utiliza un modelo geométrico de plasticidad concentrada en tres rótulas plásticas basado en el mecanismo que muestra la figura 3.6, que representa una barra limitada por dos estribos separados por una distancia L .

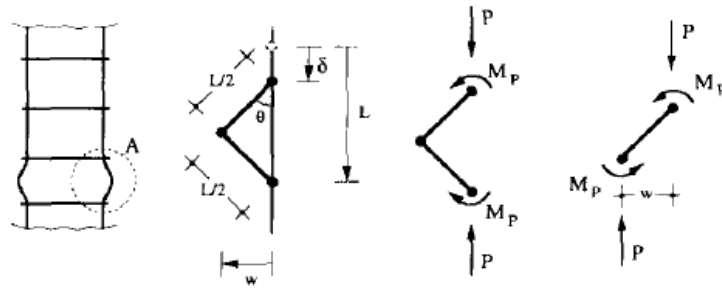


Figura 3.6: Modelo geométrico (Gomes y Appleton, 1997).

Tal como muestra la figura 3.7, el modelo asume una distribución de tensiones plásticas en la sección transversal de tal forma que el parámetro θ define el eje neutro basado en la interacción entre la carga axial P y el momento M , que para una sección circular se definen por las ecuaciones 3.22 y 3.23 respectivamente.

$$P = r^2(\pi - 2\theta + \sin 2\theta)f_y \quad (3.22)$$

$$M = \frac{4}{3}r^3 \sin^3 \theta f_y \quad (3.23)$$

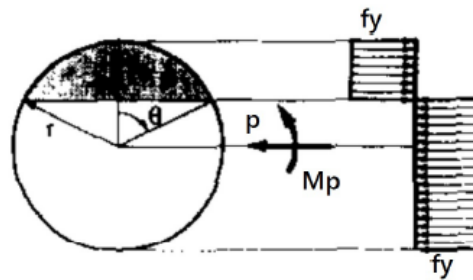


Figura 3.7: Distribución de esfuerzos en la sección transversal (Gomes y Appleton, 1997).

Luego, a través de compatibilidad entre el desplazamiento transversal, el desplazamiento longitudinal y la rotación y utilizando las ecuaciones de equilibrio derivadas de analizar la mitad de la barra, se determina la siguiente ecuación paramétrica que representa la relación tensión deformación de una barra pandeada considerando la interacción P-M.

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{2}4}{A_s L 3} r^3 \sin^3 \theta \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_s}} \quad (3.24)$$

Sin embargo, la ecuación 3.24 tiene el inconveniente de que no describe la relación tensión deformación de manera directa, si no que depende del ángulo θ . Para evitar el problema anterior, Gomes y Appleton plantean la ecuación 3.25 que no considera la interacción P-M, si no que asume directamente que el momento es $M = Zf_y$, donde Z es el módulo plástico de la sección.

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{2}Mp}{A_s L} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_s}} \quad (3.25)$$

A partir de la comparación entre considerar o no la interacción entre la carga axial P y el momento M, Gomes y Appleton llegan a la conclusión de que el efecto de tomar en cuenta la interacción P-M es relevante solo para pequeñas deformaciones. Por lo tanto, por simplicidad asumen que la rótula está completamente plastificada y desprecian los efectos de la carga axial en la determinación del momento.

Debido a que se busca representar el comportamiento cíclico de las barras, para incluir la ecuación anterior en el comportamiento global la deformación debe ser referida al punto de deformación nula ε_0 , tal que la ecuación anterior puede ser reescrita como:

$$\sigma_s = \frac{2\sqrt{2}Mp}{A_s L} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_s - \varepsilon_0}} \quad (3.26)$$

La figura muestra finalmente una curva típica del comportamiento tensión deformación obtenida a partir del modelo de Gomes y Appleton, tal que el tramo desde el origen al punto A consiste en un modelo bilineal con endurecimiento, el tramo AP y el tramo DA son obtenidos mediante el modelo cíclico de Giuffre-Menegotto-Pinto y el tramo PD mediante la ecuación 3.26.

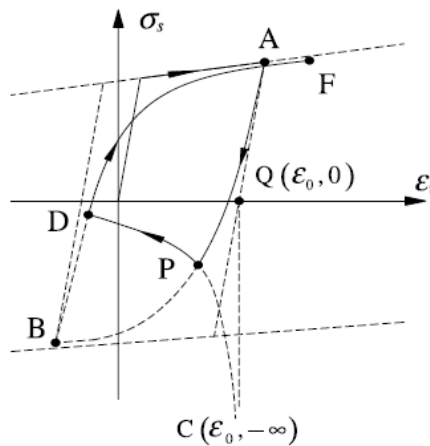


Figura 3.8: Diagrama tensión deformación típico (Gomes y Appleton, 1997).

3.3. Modelo no iterativo

Basado en los trabajos realizados por Massone y Moroder y Gomes y Appleton, junto con el trabajo realizado por Lacaze, el modelo no iterativo desarrollado por Rosa[2] y Mesa[3] permite obtener la respuesta cíclica tensión-deformación de una barra de acero sin necesidad de realizar un procedimiento iterativo que ralentiza la obtención de resultados y requiere de mayor capacidad computacional.

Modelo Geométrico

En relación al modelo geométrico, Rosa adopta un mecanismo similar al de Massone y Moroder con la salvedad de que no considera la imperfección e . En cuanto a las ecuaciones que definen el desplazamiento longitudinal y transversal, se adopta la modificación realizada por Lacaze, pero adicionalmente aplica expansiones de Taylor para las funciones trigonométricas y ignora los términos de tercer orden o más, de manera de simplificar el problema.

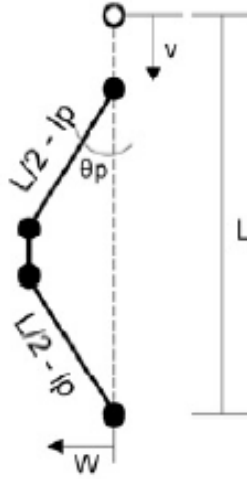


Figura 3.9: Modelo geométrico de 4 rótulas plásticas (Rosa, 2021).

$$v \approx (L - 2l_p) \frac{\theta_p^2}{2} + \varepsilon_0 L \quad (3.27)$$

$$w \approx \frac{L - 2l_p}{2} \theta_p \quad (3.28)$$

Equilibrio

El modelo no toma en cuenta las ecuaciones de equilibrio derivadas del análisis de la posición deformada, sin embargo, al igual que el modelo de Massone realiza un análisis de la sección utilizando el método de las fibras.

Rosa analiza los resultados del modelo de Massone y Moroder y de Gomes y Appleton en busca de una relación que permita eliminar el proceso iterativo. En la figura 3.10 se muestran

los resultados del análisis monotónico en compresión en ambos modelos, tanto la curva tensión deformación así como el desarrollo de la fibra más comprimida y más traccionada a lo largo de la curvatura, definidas como:

$$\varepsilon_{tmax} = \varepsilon_0 + \phi \frac{d}{2} \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_{cmax} = \varepsilon_0 + \phi \frac{d}{2} \quad (3.30)$$

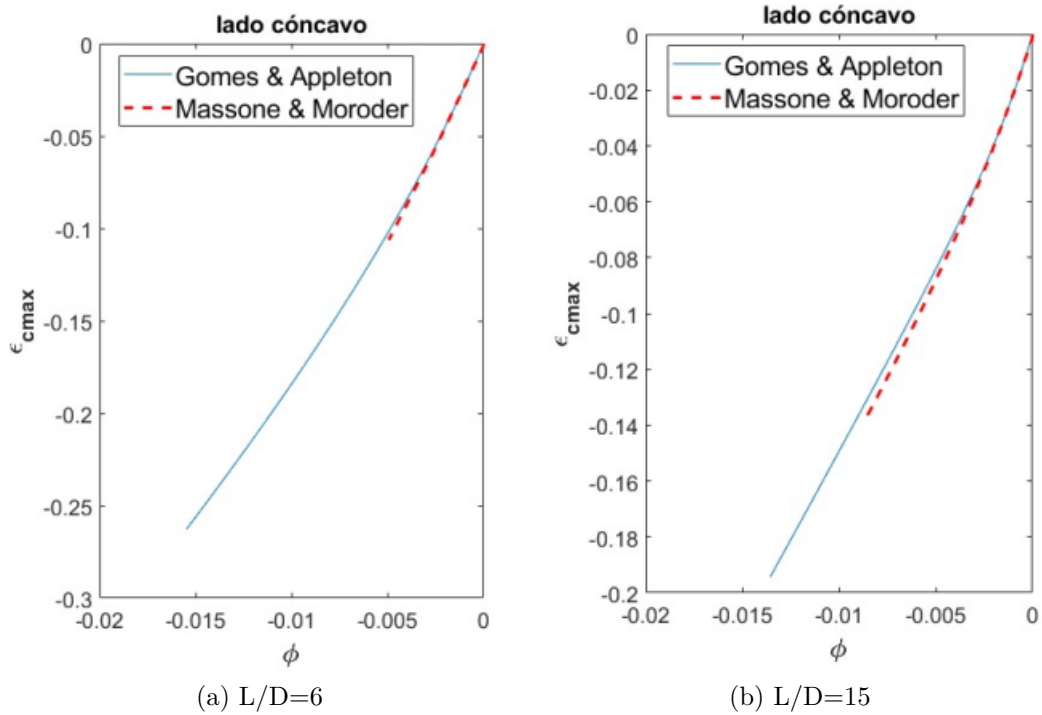


Figura 3.10: Comparación ε_{cmax} vs. ϕ (Rosa, 2021).

Del análisis, Rosa concluye que la fibra más comprimida ε_{cmax} es la que presenta una mejor correlación entre ambos modelos. Luego, estudia el desarrollo de ε_{cmax} para el modelo de Massone y Moroder debido a que es el que tiene mayor semejanza con los resultados experimentales.

Rosa concluye que debido a la forma de las curvas, es posible representar ε_{cmax} como una función de ϕ por medio de un polinomio de grado 2 (ecuación 3.31); adicionalmente, con el objetivo de trabajar con valores adimensionales en ambos lados de la ecuación, Rosa normaliza la curvatura por el diámetro d .

$$\varepsilon_{cmax} = C0 + C1(\phi d) + C2(\phi d)^2 \quad (3.31)$$

A partir de los resultados del análisis monotónico en compresión de una serie de barras con esbelteces L/d en el rango de $[3 \ 30]$, determina el valor de los coeficientes $C0$, $C1$ y $C2$.

$$C0 = \begin{cases} 6 \cdot 10^{-5} \left(\frac{L}{d}\right)^2 - 1.2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{L}{d}\right) + 2.6 \cdot 10^{-3}, & \text{si } \frac{L}{d} < 10 \\ 6 \cdot 10^{-7} \left(\frac{L}{d}\right)^2 + 3.0 \cdot 10^{-5} \left(\frac{L}{d}\right) - 3.7 \cdot 10^{-3}, & \text{si } \frac{L}{d} \geq 10 \end{cases} \quad (3.32)$$

$$C1 = 1.1912 \left(\frac{L}{D}\right)^{-0.211} \quad (3.33)$$

$$C2 = 3 \cdot 10^{-4} \left(\frac{L}{D}\right)^2 - 1.89 \cdot 10^{-2} \left(\frac{L}{D}\right) + 0.46 \quad (3.34)$$

Finalmente, con la relación anterior, Rosa es capaz de obtener la curvatura para cada deformación sobre la barra sin necesidad de iteraciones, a partir de la ecuación del desplazamiento longitudinal por medio del siguiente procedimiento algebraico.

- Se divide la ecuación 3.27 por largo L para obtener la deformación unitaria axial promedio.

$$\bar{\varepsilon} = \left(1 - \frac{2l_p}{L}\right) \frac{\phi^2 l_p^2}{2} + \varepsilon_0 \quad (3.35)$$

- Se despeja la deformación en el centro de la barra ε_0 en función de ε_{cmax} y luego se reemplaza ε_{cmax} por el polinomio de grado dos.

$$\varepsilon_{cmax} = \varepsilon_0 + \phi \frac{d}{2} \longrightarrow \varepsilon_0 = \varepsilon_{cmax} - \phi \frac{d}{2} \longrightarrow \varepsilon_0 = C0 + C1\phi d + C2\phi^2 d^2 - \phi \frac{d}{2} \quad (3.36)$$

- Reemplazando 3.36 en 3.35.

$$\bar{\varepsilon} = \left(1 - \frac{2l_p}{L}\right) \frac{\phi^2 l_p^2}{2} + C0 + C1\phi d + C2(\phi d)^2 - \phi \frac{d}{2} \quad (3.37)$$

- Asumiendo que $l_p = d$, se despeja y factoriza con tal de obtener ϕ en función de parámetros geométricos y la deformación axial promedio.

$$\begin{aligned} a &= 2LC_2 - L + 2d \\ b &= 2LC_1 - L \\ c &= 2L(C_0 - \bar{\varepsilon}) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \phi(\bar{\varepsilon}) = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac(\bar{\varepsilon})}}{2ad} \quad (3.38)$$

Con la curvatura ya resuelta, con las hipótesis de Bernoulli se puede obtener la deformación unitaria de cada fibra ε_i , para posteriormente, por medio de la ley constitutiva, calcular la tensión σ_i . Finalmente, integrando las tensiones a lo largo de la fibra se obtiene la carga P y el momento M.

Implementación

Desfase

Al igual que Gomes y Appleton, la formulación anterior representa el comportamiento monotónico en compresión de la barra desde que aparece la rótula plástica, por lo tanto, debe ser integrada al comportamiento cíclico global trasladando las coordenadas hasta el punto de deformación cero.

Debido a que trasladar las coordenadas al punto de deformación nula requiere de un proceso iterativo, Rosa decide referirla a la deformación unitaria donde la curvatura deja de ser nula. La figura 3.11 muestra el gráfico curvatura versus deformación unitaria para una serie de barras con distinta relación L/d utilizando el modelo de Massone y Moroder, considerando deformaciones que parten en tensión y finalizan en compresión.

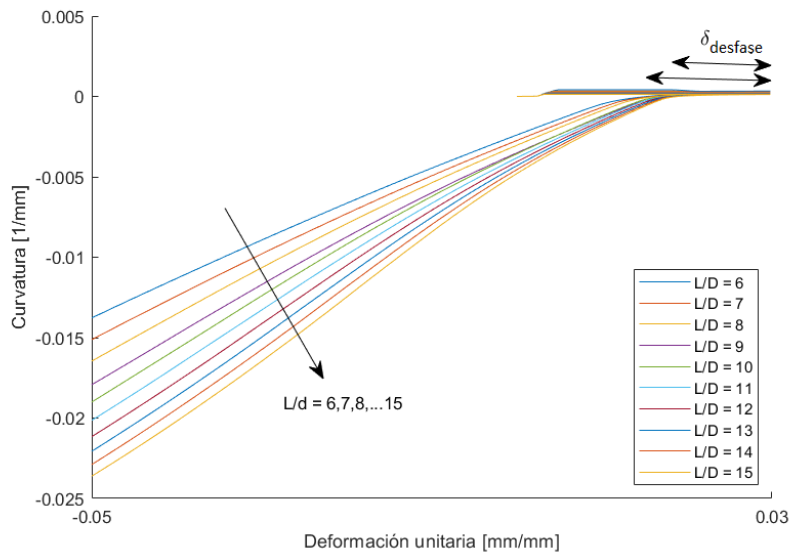


Figura 3.11: Gráfico ϕ vs. $\bar{\varepsilon}$ y definición del parámetro offset (Rosa, 2021).

Del análisis los resultados, se tiene que una vez que se invierten las cargas existe un desfase en la aparición de la curvatura. Este desfase es calibrado a partir de los resultados anteriores por medio de una regresión, dando paso a la siguiente ecuación.

$$\delta_{desfase} = \begin{cases} -1.7 \cdot 10^{-3} \left(\frac{L}{d}\right) + 0.0275, & \text{si } \frac{L}{d} < 10 \\ 0.01, & \text{si } \frac{L}{d} \geq 10 \end{cases} \quad (3.39)$$

Por lo tanto, la curvatura deja de ser nula cuando la deformación unitaria tiene un valor de $\varepsilon_{max} - \delta_{desfase}$, por lo tanto se debe realizar el siguiente cambio de variable.

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon - (\varepsilon_{max} - \delta_{desfase}) \quad (3.40)$$

Esbeltez modificada

Los resultados del análisis en compresión indican que el modelo de Rosa degrada su resistencia más rápido que lo observado en el modelo de Massone y Moroder. Para remediar esto, Rosa modifica la esbeltez de las barras mediante la siguiente relación:

$$\left(\frac{L}{d}\right)_{modificada} = \left(\frac{L}{d}\right)_{real} - 3.5 \quad (3.41)$$

Linealización de la curvatura

La ecuación cuadrática que permite obtener la curvatura en función de la deformación axial tiene el inconveniente de presentar curvaturas positivas, generando una degradación de la resistencia en el tramo de tracción.

Mesa corrige el comportamiento anterior por medio de una solución asintótica entre dos rectas (ϕ_{lin} y $\phi = 0$), lo que permite acotar el valor de las curvaturas por medio de una transición suave. Mientras que la recta $\phi = 0$ evita las curvaturas positivas, la curva ϕ_{lin} (ecuación 3.42) representa las curvaturas a través de la linealización de la solución cuadrática por medio de expansiones de Taylor en torno a $\bar{\varepsilon} = 0$.

$$\phi_{lin} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4ac(\bar{\varepsilon})}}{2ad} + \frac{2L}{d\sqrt{b^2 - 4ac}}\bar{\varepsilon} \quad (3.42)$$

La solución asintótica requiere definir dos coordenadas $(\bar{\varepsilon}_0, \phi_0)$ y $(\bar{\varepsilon}_r, \phi_r)$ dentro de las rectas previamente descritas (ver figura 3.12). La tabla 3.1 define la posición de cada coordenada tomando en cuenta el caso general y el caso específico donde inicia en compresión.

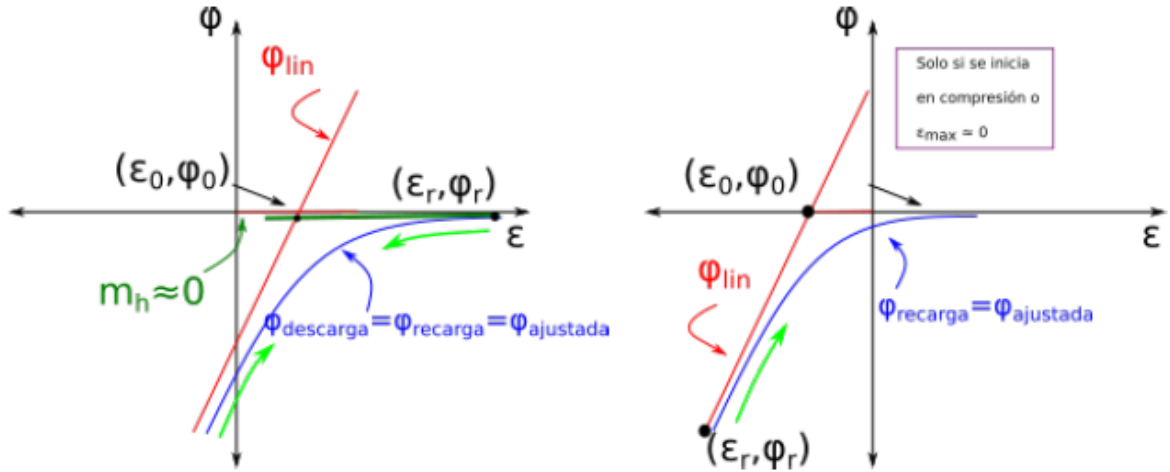


Figura 3.12: Esquema de ajuste asintótico de curvatura (Mesa, 2021).

Tabla 3.1: Puntos de análisis asintótico de curvatura (Mesa, 2021).

Análisis	Punto Inicial		Centro de curvatura de análisis	
	ε_r	ϕ_r	ε_0	ϕ_0
Curva de descarga y recarga general	Deformación máxima alcanzada	Curvatura asociada al punto de deformación máxima alcanzada	Intersección entre la recta con pendiente $m_h \approx 0$ con ϕ_{lin} .	
Curva de recarga en caso específico	Deformación mínima del ciclo en curso	Curvatura asociada a la deformación mínima del ciclo en curso	Deformación asociada a $\phi_{lin}=0$	0

Finalmente, la ecuación 3.43 representa el valor de la curvatura obtenida por medio del ajuste asintótico. Por simplicidad se asume que esta curva representa tanto el comportamiento en recarga como en descarga de la barra.

$$\phi_{ajustada} = \phi^* \cdot (\phi_0 - \phi_r) + \phi_r \quad (3.43)$$

Donde:

$$\phi^* = b\varepsilon^* + \frac{(1-b)\varepsilon^*}{(1+\varepsilon^*R)^{1/R}} \quad (3.44)$$

$$b = \begin{cases} 0, & \text{Caso cuando inicia en compresión} \\ \frac{m_{descarga}}{m_h} & \text{Curva general} \end{cases} \quad (3.45)$$

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r} \quad (3.46)$$

El factor R representa la transición de la asíntota entre las rectas ϕ_{lin} y $\phi = 0$. En el caso de valores grandes de R (mayores a 10), la transición se presenta de manera brusca mientras que para valores menores la transición es suavizada. Mesa analiza cómo varía la respuesta en función de R (figura 3.13), y finalmente escoge un valor de R=2.

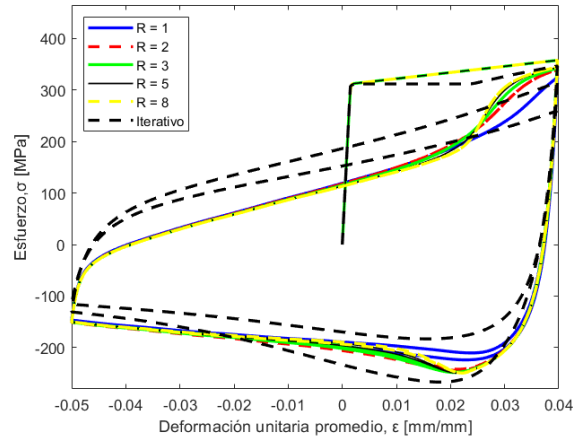


Figura 3.13: Comparación de variación de parámetro de transición de curvatura (Mesa, 2021).

Capítulo 4

Modelo Propuesto

El modelo propuesto en este trabajo es una adaptación del modelo no iterativo, con el objetivo de representar el comportamiento cíclico de diagonales de acero para diferentes tipos de secciones considerando el efecto del pandeo.

Modelo geométrico

La primera modificación realizada en relación al modelo de pandeo de barras es con respecto el mecanismo empleado. En el caso de las barras de acero, los extremos están limitados por estribos que imponen una condición empotrada, en cambio, los arriostramientos están limitados generalmente por placas gusset, que pueden ser idealizados como extremos rotulados o como una condición intermedia entre apoyo rotulado y apoyo fijo según las dimensiones de la placa. A pesar de lo anterior, al igual que en la mayoría de los modelos físico-teóricos disponibles en la literatura, se asumió una condición rotulada en un extremo y en el otro extremo una condición de apoyo simple (ver figura 4.4).

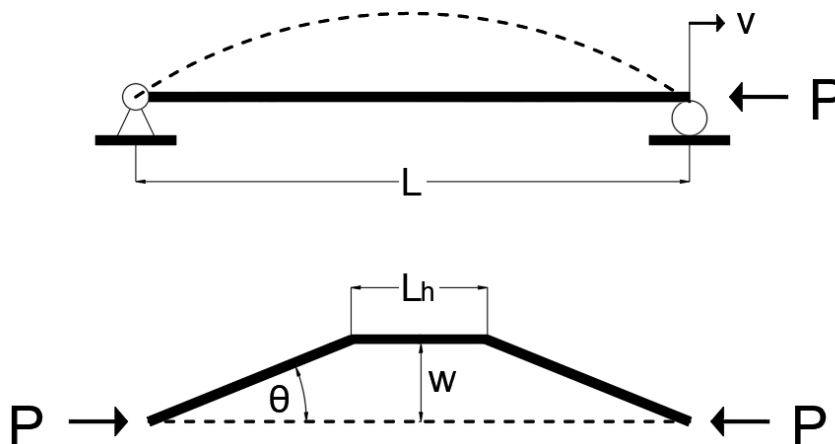


Figura 4.1: Modelo geométrico.

Por otra parte, también se modificó la cantidad y la localización de las rótulas plásticas. Si bien para barras se consideran 4 rótulas plásticas de largo l_p que están ubicadas en el centro y en los extremos, la observación del pandeo en arriostramientos sugiere que el mecanismo desarrolla solamente una rótula plástica en el centro. Luego, para ser consistente con el modelo inicial, el mecanismo consideró que la rótula plástica del centro puede descomponerse en dos rótulas de largo $l_p = L_h/2$.

Para la determinación del largo de la rótula plástica también se realizó una modificación, ya que en el caso de las barras se asume que $l_p = d$, lo que ya no es aplicable debido a que las diagonales tienen secciones transversales diferentes. Para el modelo se consideró el trabajo de Takeuchi y Matsui [13], quienes definieron el largo de la rótula plástica a partir de la ecuación 4.1, que está basada en la plastificación de una viga simplemente apoyada debido a la aplicación de una carga puntual en el centro.

$$L_h = L_k \left(1 - \frac{S}{Z} \right) \quad (4.1)$$

Donde:

L_h : Largo rótula plástica.

L_k : Largo efectivo de pandeo.

S : Modulo seccional de la diagonal entorno al eje débil.

Z : Módulo plástico en torno al eje débil.

El largo efectivo de pandeo L_k utilizado para el cálculo de l_p representa la distancia entre los dos puntos de inflexión (donde $M=0$) que se generan entre el momento plástico de la conexión (M_{pg}) y el momento plástico de la riostra (M_{pb}) (ver figura 4.2). Por simplicidad se asumió que $K=1$, tal que $L_k = L$, sin embargo, para reflejar una respuesta más cercana a la realidad se debe utilizar un coeficiente K cuyo valor se encuentra entre 0.5 y 1. Una de las formas más comunes para determinar el coeficiente K es utilizar las ecuaciones desarrolladas por Jain et al. [14], que consideran la geometría de la sección así como la geometría de la conexión.

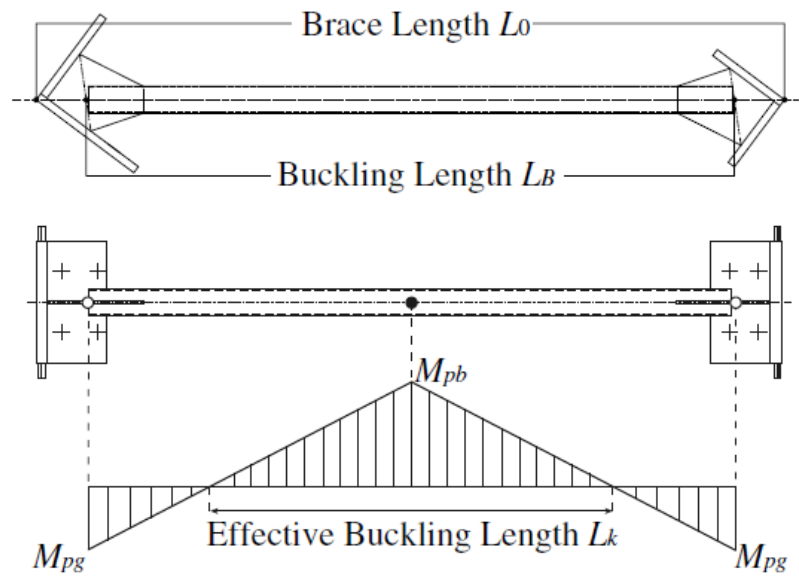


Figura 4.2: Largo efectivo de pandeo (Takeuchi y Matsui, 2015).

Discretización secciones transversales

Las secciones utilizadas como diagonales tienen formas distintas a la de una barra, por lo tanto la adaptación del nuevo modelo también conllevó una nueva discretización de la sección transversal. Tal como se expresó en el alcance, el modelo busca representar secciones tubulares cuadradas, tubulares circulares y doble T, luego para fines de este trabajo, la discretización de fibras se realizó en la dirección donde se espera el pandeo (eje débil), tal como muestra la figura 4.3.

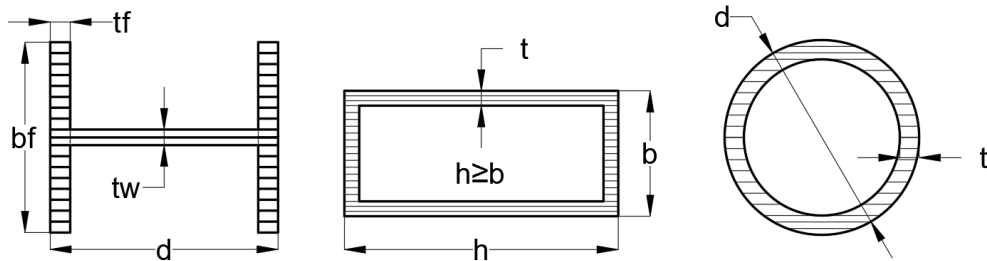


Figura 4.3: Discretización secciones transversales.

4.1. Adaptación Modelo Massone y Moroder

Al igual que para el modelo no iterativo con pandeo para barras de refuerzo, para llevar a cabo el modelo propuesto fue necesario contar con resultados numéricos que permiten calibrar parámetros como por ejemplo el offset o los coeficientes C_0 , C_1 y C_2 . En el caso de este trabajo, se usaron los resultados del modelo de Massone y Moroder, el cual se adaptó considerando las modificaciones descritas previamente con respecto al modelo geométrico y a la discretización de la sección transversal. A continuación se describen los cambios adicionales efectuados en la formulación del modelo:

1. Al igual que el modelo base, la aplicación de la carga axial modifica la configuración inicial, provocando una deformación axial $\bar{\varepsilon}$ así como la formación de curvatura ϕ dentro de la rótula plástica. El modelo sigue considerando un análisis seccional, utilizando las hipótesis de Bernoulli y la ley constitutiva descrita en el capítulo 3 para determinar la deformación unitaria ε_i y el esfuerzo σ_i en cada fibra i , que finalmente por medio de integración dan como resultado la carga axial P y el momento M .
2. El momento de segundo orden provocado por la carga axial es considerado, sin embargo, debido a que el mecanismo es distinto con respecto al modelo original, el análisis en la posición deformada fue reformulado. En este caso, la simetría del problema permite analizar la mitad de la longitud del elemento en vez de un cuarto (figura 4.4), por lo tanto, la fórmula 4.2 representa la nueva ecuación de equilibrio.

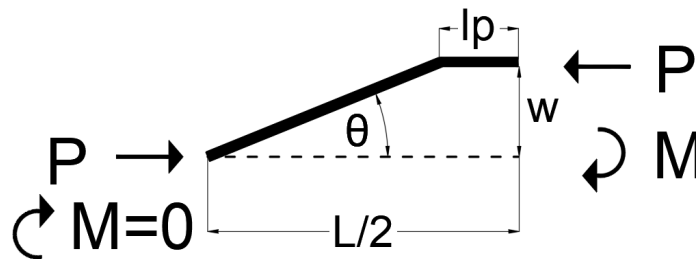


Figura 4.4: Equilibrio en la posición deformada, considerando la mitad del elemento.

$$m = p \cdot (w) \quad (4.2)$$

3. Las ecuaciones 3.21 y 3.15 siguen siendo validas para calcular el desplazamiento longitudinal y transversal (considerando modificaciones de Lacaze), sin embargo, no se considera la imperfección inicial e . Luego, el esquema de la figura 4.5 resume la implementación del modelo del modelo de Massone y Moroder para representar la respuesta tensión deformación de riostras de acero.

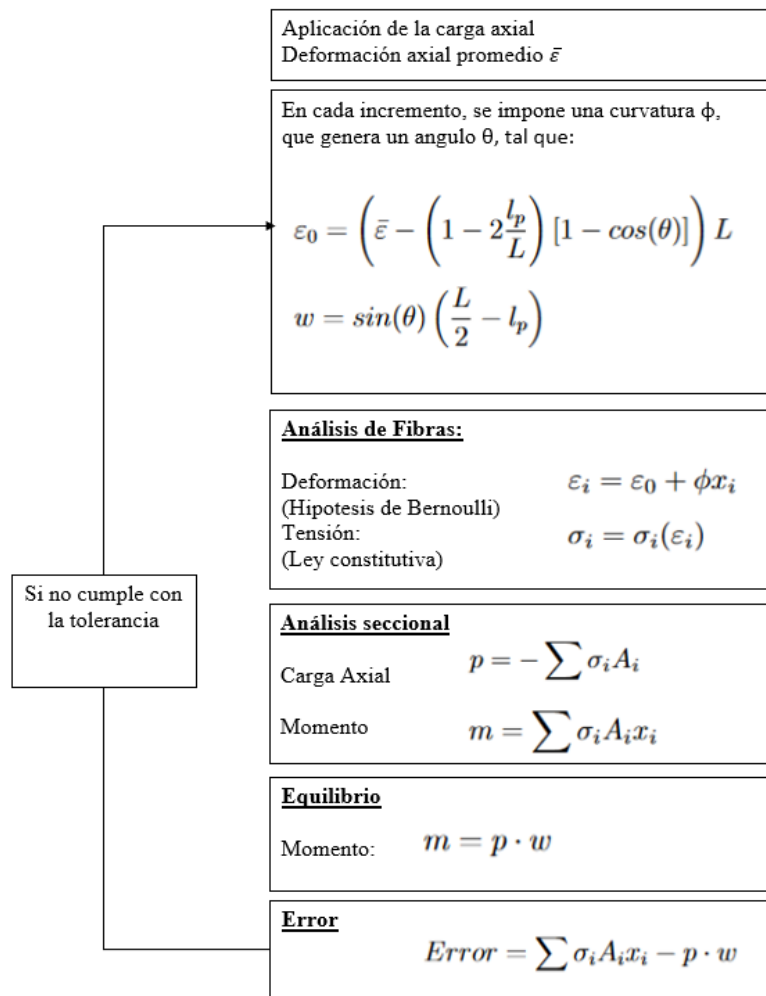


Figura 4.5: Implementación numérica del modelo de Massone y Moroder adaptado.

4.2. Modelo Propuesto (adaptación modelo de Rosa).

Para evitar la iteración, el modelo no consideró la ecuación de equilibrio derivada de analizar el mecanismo en la posición deformada, si no que siguió un procedimiento equivalente al realizado por Rosa para el caso de barras de acero. En primer lugar, utilizando el modelo de Massone y Moroder adaptado se realizó un análisis monótonico en compresión hasta el 1 % de deformación unitaria para una serie de secciones en un rango de esbeltez KL/r entre 40 y 120 para cada geometría estudiada. De los resultados se concluyó que es posible encontrar una relación entre la fibra más comprimida y la curvatura normalizada por un parámetro d^* , tal como muestra la figura 4.6.

$$d^* = \begin{cases} bf & \text{para secciones doble T} \\ b & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ d & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.3)$$

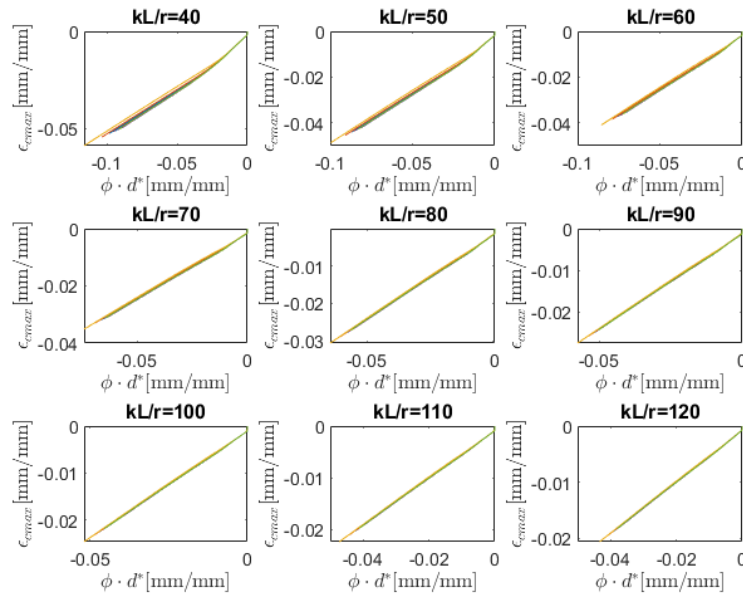


Figura 4.6: Curvas ϕ vs ϵ_{cmax} para secciones doble T.

En virtud de la forma de las curvas, se impuso que la relación que existe entre ambos parámetros corresponde a una ecuación definida como $\epsilon_{cmax} = C0 + C1(\phi d) + C2(\phi d)^2$. Los expresiones de cada coeficiente C_i fueron obtenidos por medio de regresiones lineales donde la variable independiente es la esbeltez KL/r . La figura 4.7 muestra a modo de ejemplo como es que se obtuvo la expresión para el coeficiente $C0$ para las secciones doble T.

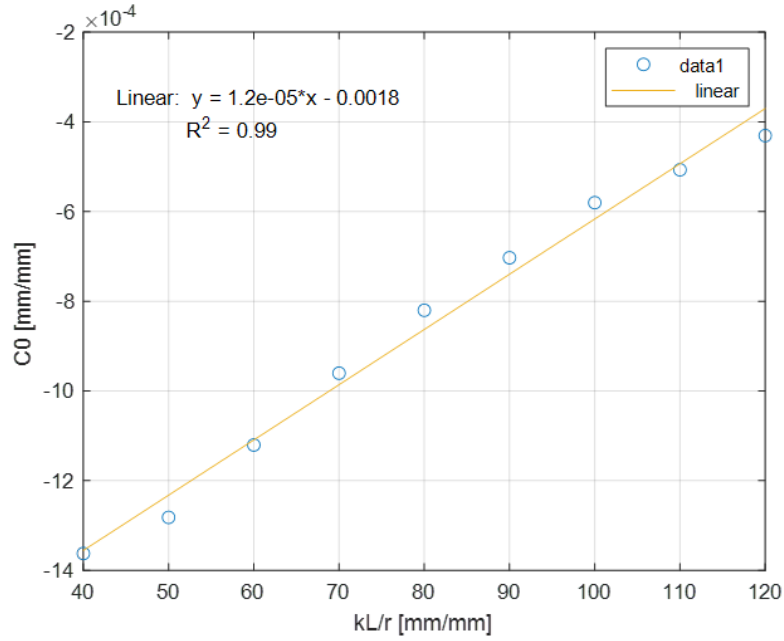


Figura 4.7: Calibración coeficiente C0, sección doble T.

Las expresiones definidas para cada coeficiente fueron:

$$C0 = \begin{cases} 1.2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right) - 0.0018 & \text{para secciones doble T} \\ 1.3 \cdot 10^{-7} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 2.2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right) + 3.1 \cdot 10^{-5} & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 4.5 \cdot 10^{-8} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 1.1 \cdot 10^{-6} \left(\frac{KL}{r}\right) - 9.4 \cdot 10^{-4} & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.4)$$

$$C1 = \begin{cases} 6.8 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 0.012 \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.1 & \text{para secciones doble T} \\ 3.3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 9.8 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.4 & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 3.1 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 8.1 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.1 & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.5)$$

$$C2 = \begin{cases} 5.7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 0.01 \left(\frac{KL}{r}\right) + 5.8 & \text{para secciones doble T} \\ -3.7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{KL}{r}\right) + 2.5 & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 7.3 \cdot 10^{-6} \left(\frac{KL}{r}\right)^3 - 2.1 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.19 \left(\frac{KL}{r}\right) - 1.5 & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.6)$$

Las ecuaciones derivadas de la geometría para el modelo de Rosa siguen siendo válidas, sin embargo, se realizaron ciertos ajustes en virtud de la nueva geometría de las secciones. A continuación se detallan los cambios realizados.

- Se reemplazó d por d^* en la ecuación 4.7.

$$\bar{\varepsilon} = \left(1 - \frac{2l_p}{L}\right) \frac{\phi^2 l_p^2}{2} + C_0 + C_1 \phi d^* + C_2 (\phi d^*)^2 - \phi \frac{d^*}{2} \quad (4.7)$$

- A partir de la definición del parámetro $\rho = l_p/d^*$, se consideró $l_p = \rho d^*$.

$$\bar{\varepsilon} = \left(1 - \frac{2\rho d^*}{L}\right) \frac{\phi^2 (\rho d^*)^2}{2} + C_0 + C_1 \phi d^* + C_2 (\phi d^*)^2 - \phi \frac{d^*}{2} \quad (4.8)$$

- Se despejó y factorizó con tal de obtener ϕ en función de parámetros geométricos y la deformación axial promedio.

$$\begin{aligned} a &= 2LC_2 - \rho^2(L - 2\rho d^*) \\ b &= 2LC_1 - L \\ c &= 2L(C_0 - \bar{\varepsilon}) \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \phi(\bar{\varepsilon}) = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac(\bar{\varepsilon})}}{2ad^*} \quad (4.9)$$

Implementación

Desfase

Para cada sección se realizaron una serie de análisis de tracción-compresión hasta el 1 % de deformación unitaria utilizando el modelo de Massone y Moroder adaptado. Los resultados mostraron que al igual que para el caso de las barras, existe un desfase en la aparición de la curvatura cuando el elemento se comprime, cuya magnitud depende de la esbeltez del elemento (ver figura 4.8).

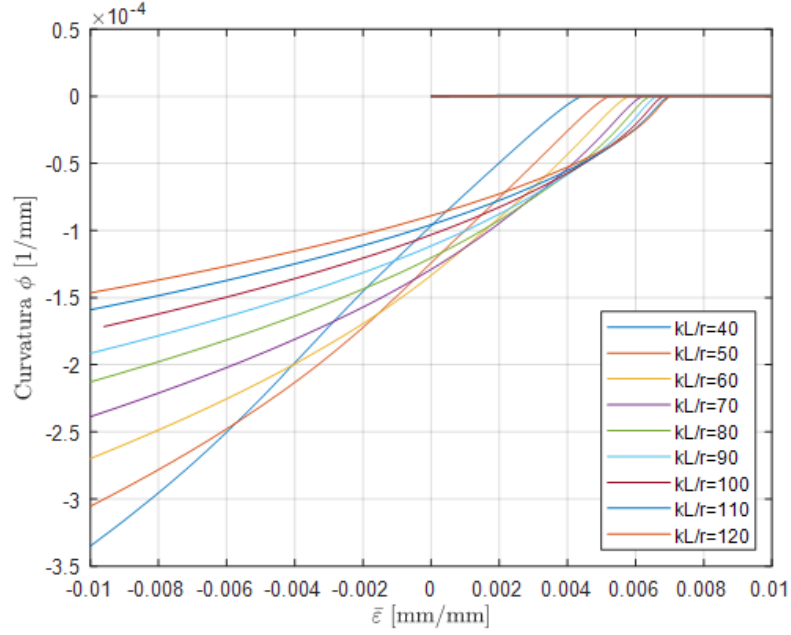


Figura 4.8: Gráfico curvatura versus deformación axial promedio para secciones doble T.

Por medio de un ajuste polinómico de grado 2, el desfase ($\delta_{desfase}$) se definió como:

$$\delta_{desfase} = \begin{cases} 3.6 \cdot 10^{-7} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 8.4 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right) + 0.0082 & \text{para secciones doble T} \\ 6.2 \cdot 10^{-7} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 1.4 \cdot 10^{-4} \left(\frac{KL}{r}\right) + 0.11 & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 5.1 \cdot 10^{-7} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 1.1 \cdot 10^{-4} \left(\frac{KL}{r}\right) + 0.0093 \cdot 10^4 & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.10)$$

Luego, conociendo el valor del desfase, para integrar la curva al comportamiento global se realizó el siguiente cambio de variable al igual que en el modelo de Gomes y Appleton.

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon - (\varepsilon_{max} - \delta_{desfase}) \quad (4.11)$$

Existen casos puntuales donde la definición previa del desfase no es aplicable. Por lo tanto, las siguientes reglas en función de la deformación axial promedio deben ser aplicadas:

1. Si la deformación comienza en tracción, $\delta_{desfase} = 0$
2. Si la deformación máxima del ciclo es menor a ε_y ($\delta_{desfase} \geq \varepsilon_{max}$), $\delta_{desfase} = 0$

Ajuste de curvatura

A diferencia del modelo original, no es posible linealizar la ecuación 4.9 debido a la forma que tiene la curva. Como muestra la figura 4.9, si se utiliza una solución ajustada en base la linealización, se sobre estiman los valores de curvatura cuando la deformación axial promedio $\bar{\varepsilon}$ se aleja de 0, lo que está representado por la diferencia Δ_1 y Δ_2 . Debido a que el modelo es altamente sensible a los valores de la curvatura, esto se traduce en resultados imprecisos.

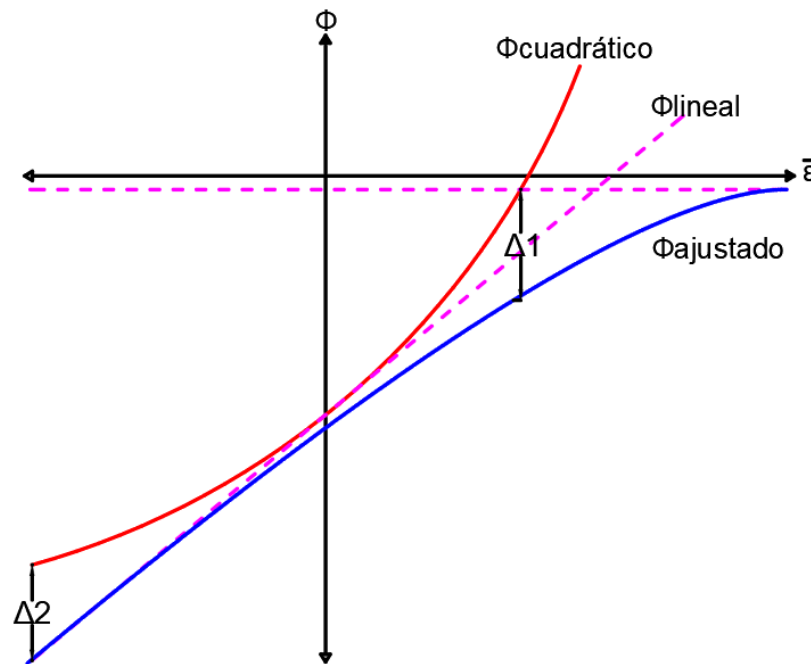


Figura 4.9: Comparación entre el $\phi_{cuadrático}$ y ϕ_{lineal} .

Por lo tanto, se asumió la solución cuadrática original, que presenta el inconveniente de tener como resultado curvaturas positivas o valores indeterminados. Para restringir lo anterior, el modelo tiene las siguientes reglas:

1. Si $b^2 - 4ac \leq 0$, $\phi = 0$.
2. Si la deformación comienza en compresión y $\bar{\varepsilon} > -\varepsilon_y$, $\phi = 0$.
3. Si la deformación comienza en compresión y $\phi \geq 0$, $\phi = 0$.

Modificación en los coeficientes

Como se mencionó previamente, el modelo es altamente sensible a los valores de la curvatura. Un efecto muy común es la aparición de valores en tensión cuando deberían ser en compresión. Para solucionar lo anterior, se realizó una modificación de los coeficientes C_0 , C_1 y C_2 que se reemplazaron respectivamente por C_0' , C_1' y C_2' , donde el cambio consistió en aumentar o disminuir el valor del término independiente del polinomio para así mejorar los resultados obtenidos. La figura 4.10 muestra la diferencia entre el coeficiente C_1 y el coeficiente C_1' modificado para el caso de secciones cuadradas.

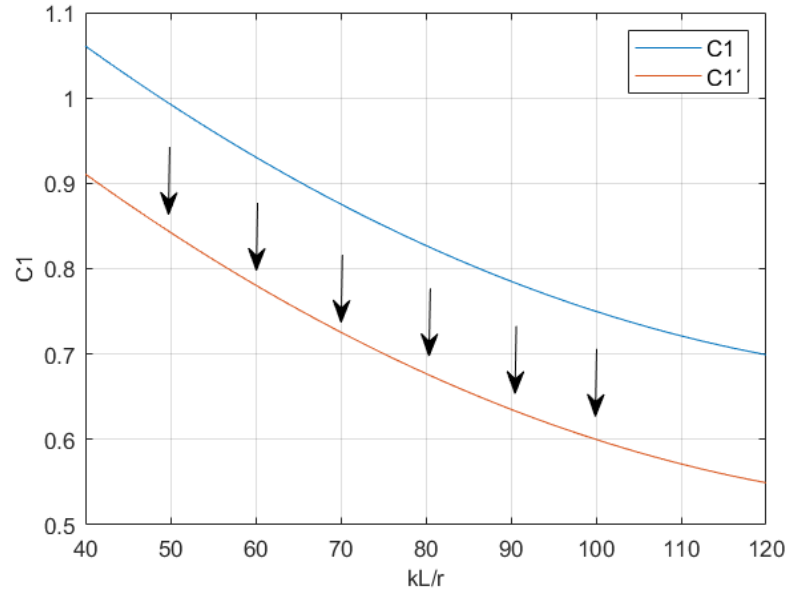


Figura 4.10: Modificación coeficiente C_1 .

$$C_0' = \begin{cases} 1.2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right) - 0.0015 & \text{para secciones doble T} \\ 1.3 \cdot 10^{-7} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 2.2 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right) + 5.1 \cdot 10^{-5} & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 4.5 \cdot 10^{-8} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 1.1 \cdot 10^{-6} \left(\frac{KL}{r}\right) - 1.2 \cdot 10^{-3} & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.12)$$

$$C_1' = \begin{cases} 6.8 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 0.012 \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.14 & \text{para secciones doble T} \\ 3.3 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 9.8 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.25 & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 3.1 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 8.1 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.1 & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.13)$$

$$C2' = \begin{cases} 5.7 \cdot 10^{-5} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 - 0.01 \left(\frac{KL}{r}\right) + 5.8 & \text{para secciones doble T} \\ -3.7 \cdot 10^{-4} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.06 \left(\frac{KL}{r}\right) + 1.5 & \text{secciones rectangulares/cuadradas} \\ 7.3 \cdot 10^{-6} \left(\frac{KL}{r}\right)^3 - 2.1 \cdot 10^{-3} \left(\frac{KL}{r}\right)^2 + 0.19 \left(\frac{KL}{r}\right) - 3.5 & \text{secciones circulares} \end{cases} \quad (4.14)$$

Ley constitutiva

El modelo propuesto está implementado en la plataforma OpenSees por medio del código desarrollado por Mesa. Debido a que OpenSees no dispone de la ley constitutiva definida para el modelo iterativo (basada en el modelo de Mander), el modelo propuesto utiliza el modelo de Menegotto - Pinto a través del material Steel05, utilizando valores de R0=15, cR1=0.925 y cR2=0.15.

La siguiente figura resume la implementación numérica del modelo.

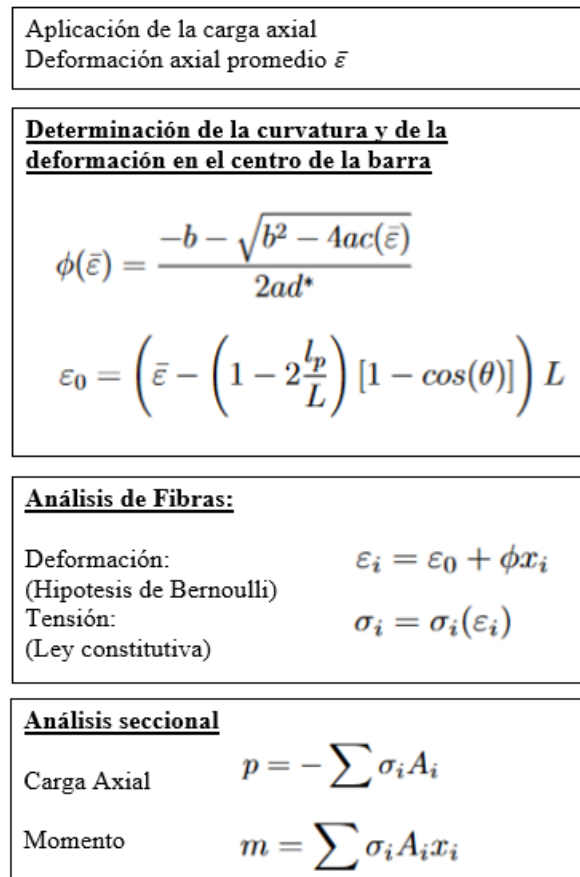


Figura 4.11: Implementación numérica del modelo propuesto.

Capítulo 5

Validación del modelo

En este capítulo se lleva a cabo la comparación y validación de los modelos con la información recopilada de programas experimentales que estudiaron el comportamiento cíclico de diagonales de acero con secciones doble T, tubulares circulares y cuadradas. En particular, se escogieron los ensayos de Black et al. [15], Shaback [16] y Fell et al. [17] que dentro de las distintas configuraciones de ensayos disponibles en la literatura resumidos en la figura 5.1 corresponden a los esquemas 4 y 7.

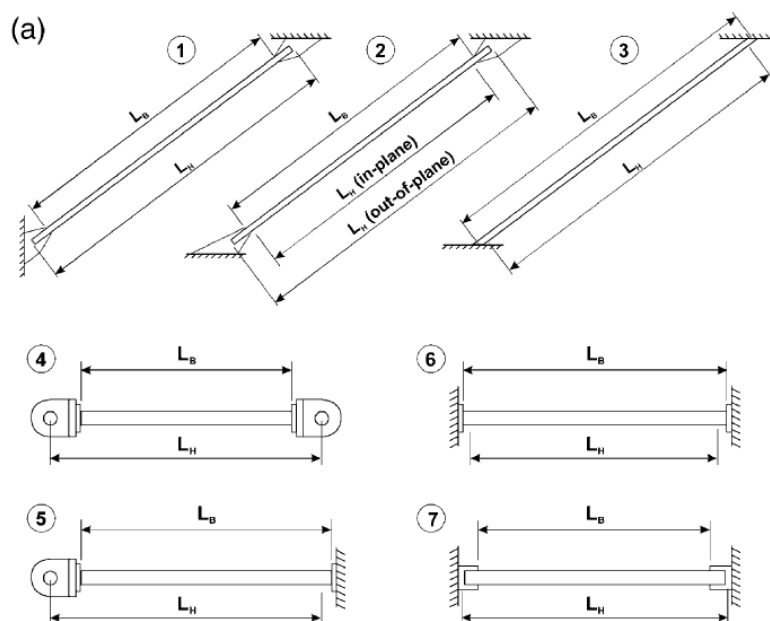


Figura 5.1: Configuraciones típicas de los ensayos de diagonales (Tremblay, 2002).

5.1. Comparación con resultados experimentales.

A continuación se presenta el detalle de la comparación con los resultados experimentales recopilados, que fueron realizados por medio de montajes similares a los de la figura 2.8. Esta sección permite contrastar la efectividad de los modelos analíticos desarrollados para representar el comportamiento histerético de arriostramientos de acero con diferentes propiedades geométricas y materiales, que son una muestra representativa de los distintos arriostramien-

tos disponibles en el diseño de acero.

Ensayos de Black et al.

En el programa experimental desarrollado por Black et al. (1980) se ensayaron 24 especímenes sujetos a carga axial simulando el efecto de un sismo. Las muestras seleccionadas eran de uso común en las estructuras de acero de la época y tienen en común presentar una relación ancho espesor que les permite ser catalogadas como compactas, con el fin de evitar la falla temprana debido al pandeo local.

Con el objetivo de estudiar cómo afectan las distintas variables que definen a un arriostamiento, se escogieron especímenes con distintas secciones transversales, diferentes razones de esbeltez KL/r (en un rango entre 40 y 120) y con extremos bajo distintas condiciones (rotulado-rotulado, rotulado-fijo, fijo-fijo).

Para fines de este trabajo se seleccionaron 12 especímenes correspondientes a las secciones doble T, circulares y RHS/SHS, cuyas características se encuentran resumidas en la tabla 5.1.

Tabla 5.1: Propiedades de los especímenes analizados por Black et al. (1980)

Test ID	Sección	Tipo de sección	Montaje ^a	Acero	Fy [Mpa]	Largo [mm]	KL/r
Black 1	W8×21	Doble T	4	A36	278	3810	120
Black 2	W6×25	Doble T	4	A36	291	1555	40
Black 3	W6×20	Doble T	4	A36	277	3069	80
Black 4	W6×20	Doble T	4	A36	277	3069	80
Black 5	W6×20	Doble T	4	A36	277	3069	80
Black 6	W6×16	Doble T	4	A36	308	2947	120
Black 7	W6×15.5	Doble T	4	A36	345	1484	40
Black 14	Pipe 4,5x0,237	Circular	4	A53, gr, B	355	3069	80
Black 15	Pipe 4,5x0,237	Circular	4	A53, gr, B	355	3069	80
Black 16	Pipe 4,5x0,337	Circular	4	A53, gr, B	193	3008	80
Black 17	RHS 4x4x0,250	RHS/SHS	4	A501	393	3048	80
Black 18	RHS 4x4x0,500	RHS/SHS	4	A501	565	2765	80

^a Según la figura 5.1

A continuación se muestran algunos de los resultados del comportamiento fuerza versus desplazamiento longitudinal así como fuerza versus desplazamiento transversal para las muestras más representativas del programa experimental, ya sea por tipo de sección como por razón de esbeltez.

- Black 1 (Sección doble T, $KL/r=120$)

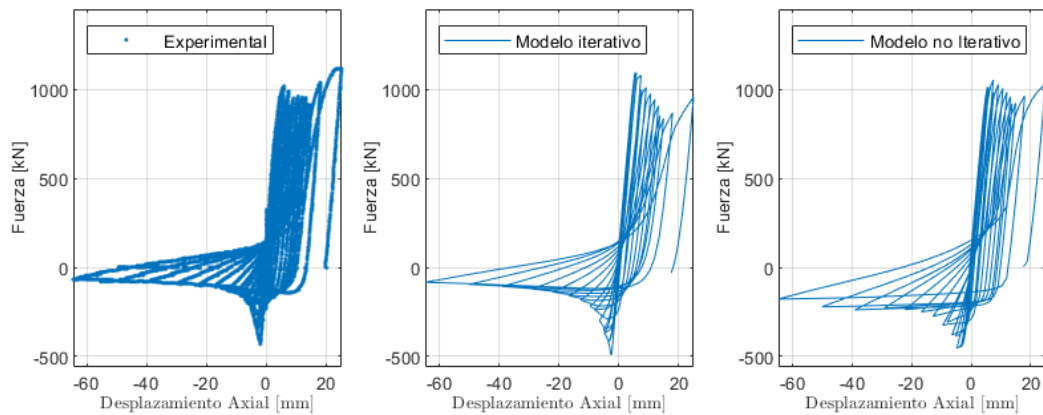


Figura 5.2: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 1.

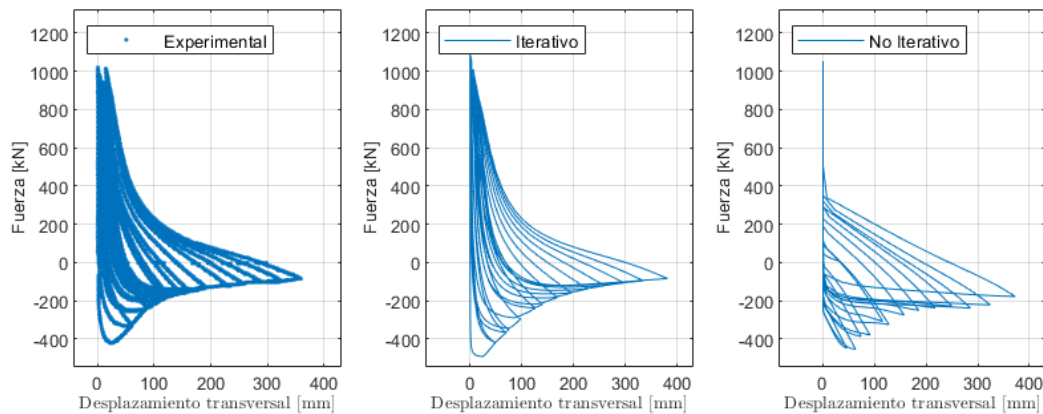


Figura 5.3: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 1.

- Black 4 (Sección doble T, $KL/r=80$).

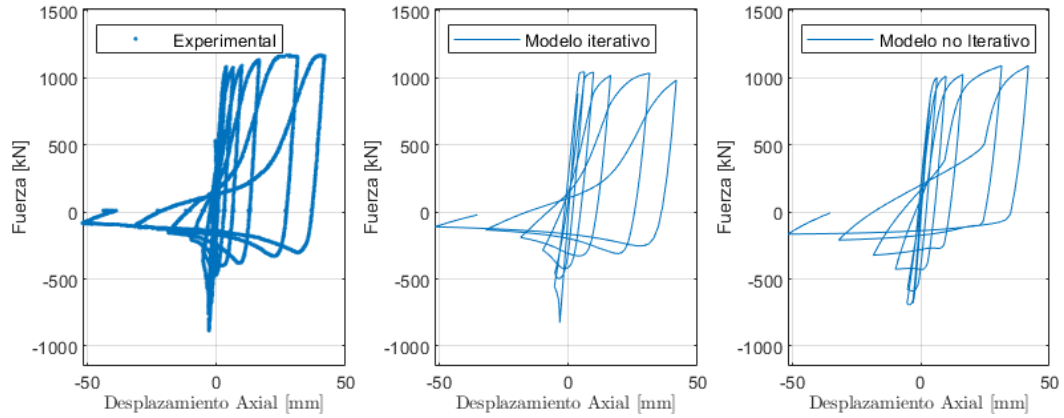


Figura 5.4: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 4.

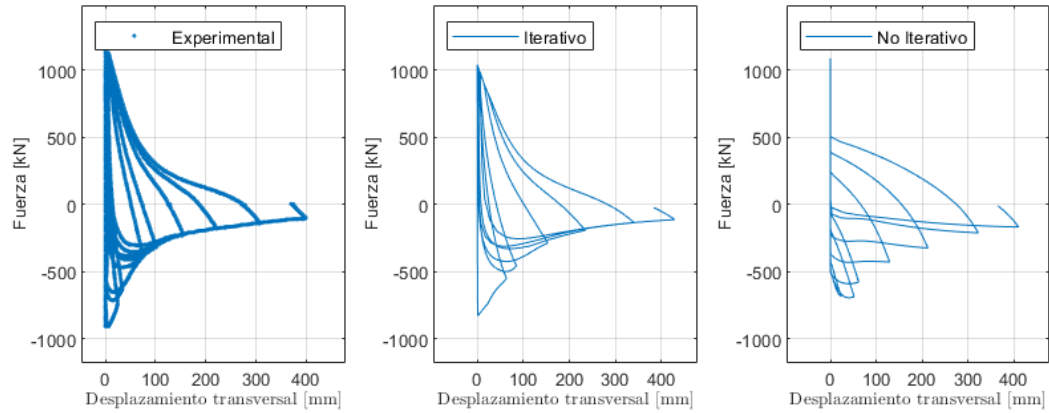


Figura 5.5: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 4.

- Black 14 (Sección tubular circular, $KL/r=80$).

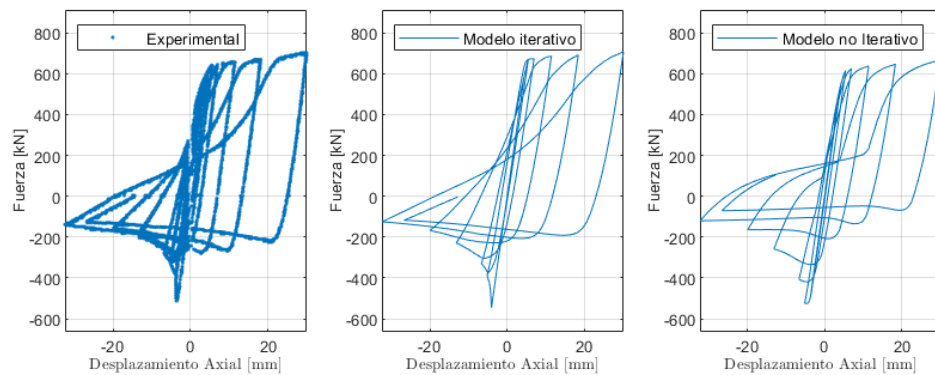


Figura 5.6: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 14.

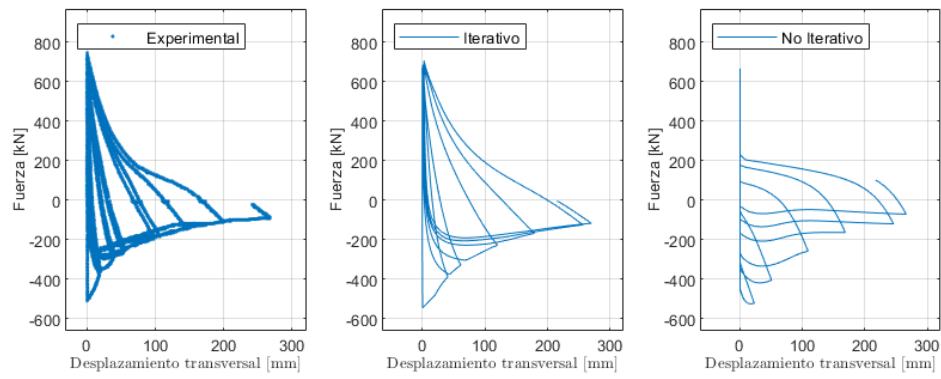


Figura 5.7: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 14.

- Black 18 (Sección RHS, $KL/r=80$)

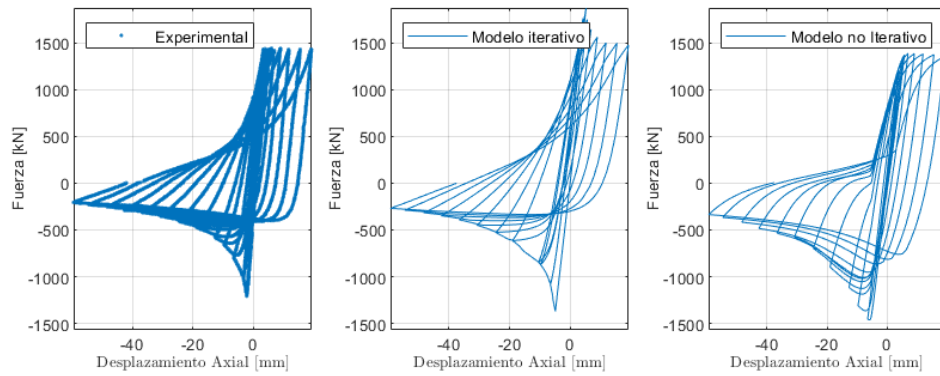


Figura 5.8: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 18.

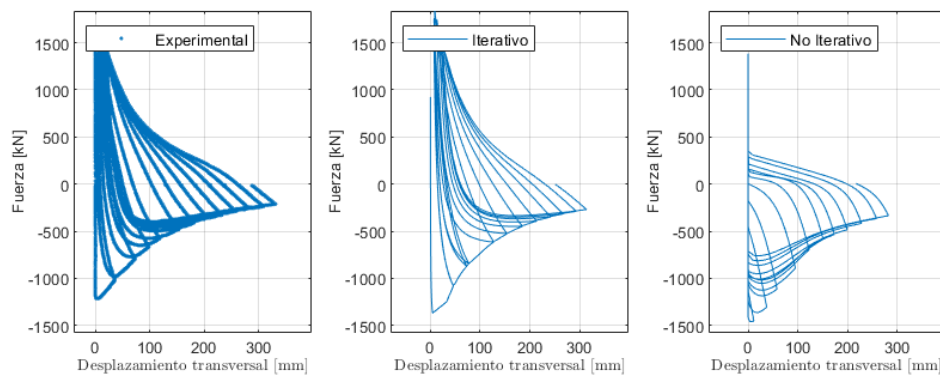


Figura 5.9: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 18.

Shaback

El trabajo experimental desarrollado por Shaback estudió el comportamiento de secciones SHS de acero G40.21-350W, variando la razón de esbeltez, la relación ancho espesor entre otras propiedades (ver tabla 5.2). El montaje, el diseño de las diagonales/conexiones así como el protocolo de carga fueron dispuestos para simular el comportamiento de un CBF.

La instrumentación de los ensayos permitió además de medir el comportamiento fuerza versus desplazamiento axial, medir la deflexión fuera del plano debido al pandeo. A continuación se muestran algunos de los resultados experimentales con sus respectivos resultados analíticos.

Tabla 5.2: Propiedades de los especímenes analizados por Shaback (2003)

Test ID	Sección	Tipo de sección	Montaje	Acero	Fy [Mpa]	Largo [mm]	KL/r
SH1B	RHS 127x127x8.0	RHS/SHS	7	G40.21-350W	421	3401	53.9
SH2A	RHS 152x152x8.0	RHS/SHS	7	G40.21-350W	442	3995	53.3
SH2B	RHS 152x152x9.5	RHS/SHS	7	G40.21-350W	442	3989	52.4
SH3A	RHS 127x127x6.4	RHS/SHS	7	G40.21-350W	461	4403	64.8
SH3B	RHS 127x127x8.0	RHS/SHS	7	G40.21-350W	421	4398	65.8
SH3C	RHS 127x127x9.5	RHS/SHS	7	G40.21-350W	461	4382	61.1
SH4A	RHS 152x152x8.0	RHS/SHS	7	G40.21-350W	442	4897	63.5
SH4B	RHS 152x152x9.5	RHS/SHS	7	G40.21-350W	442	4882	59.7

- Shaback 1B (Sección RHS, $KL/r= 53.9$)

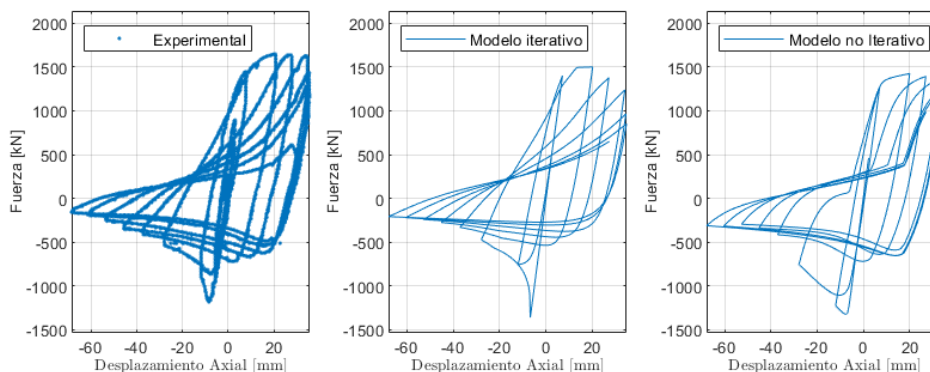


Figura 5.10: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH1B.

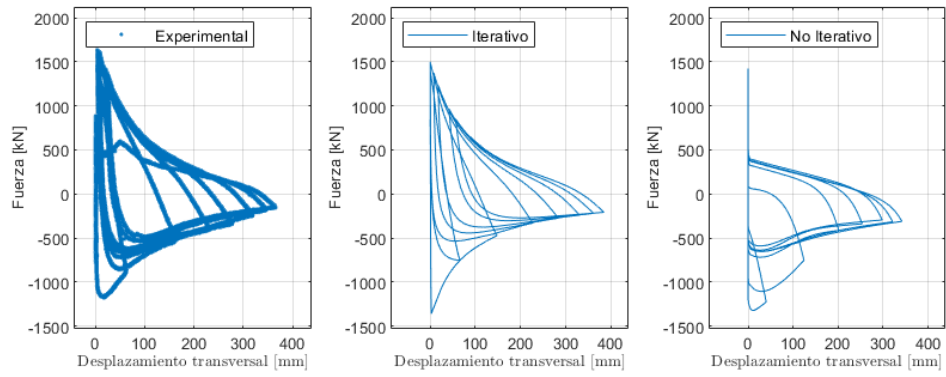


Figura 5.11: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH1B.

- Shaback 2A (Sección RHS, $KL/r= 53.3$)

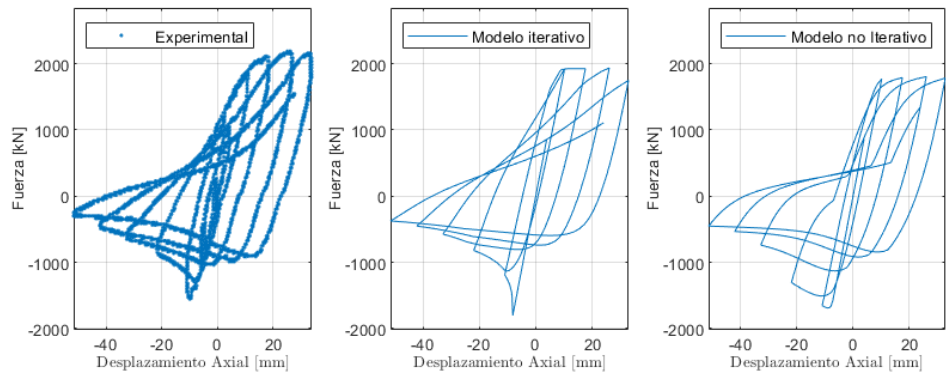


Figura 5.12: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH2A.

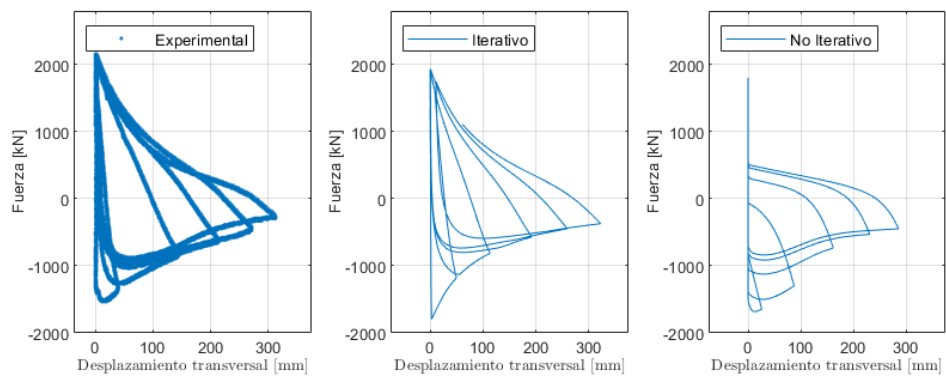


Figura 5.13: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH2A.

- Shaback 3A (Sección RHS, $KL/r= 64.8$)

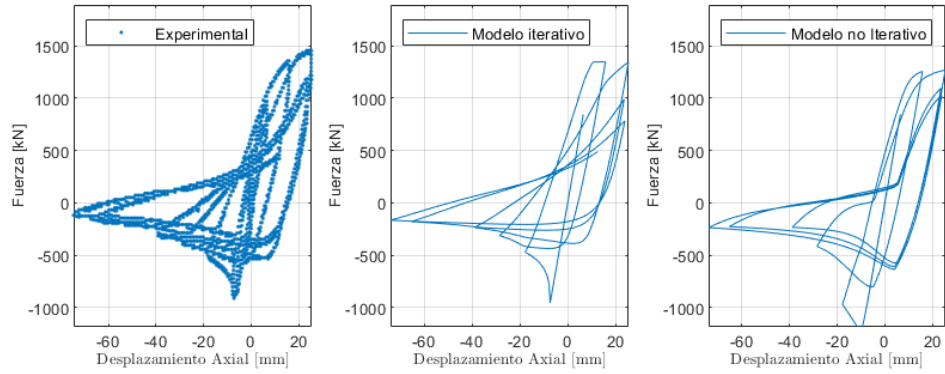


Figura 5.14: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH3A.

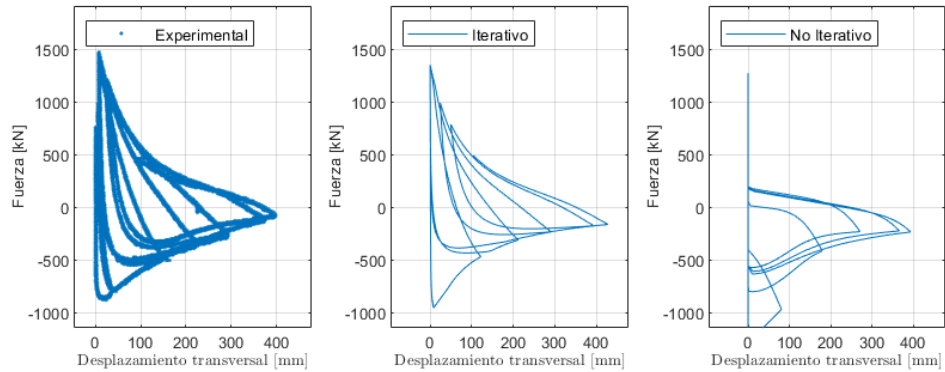


Figura 5.15: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH3A.

- Shaback 4A (Sección RHS, $KL/r= 63.5$)

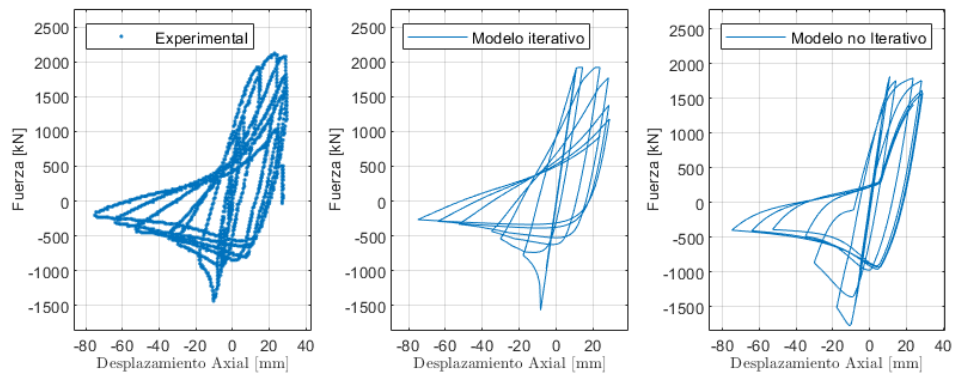


Figura 5.16: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH4A.

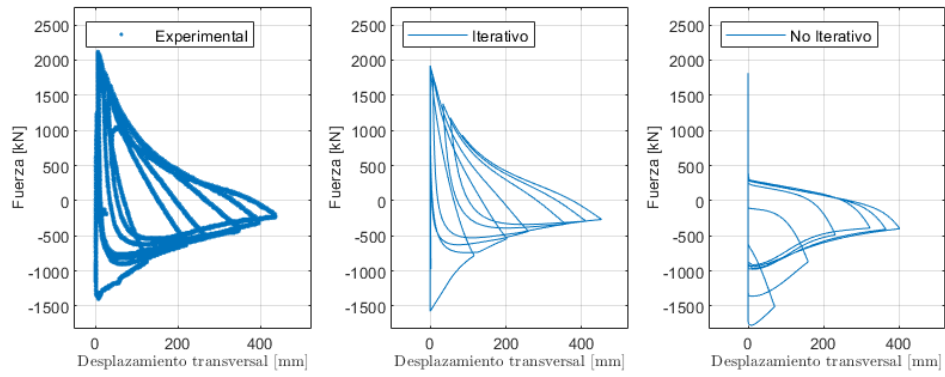


Figura 5.17: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH4A.

Fell et al.

Durante este programa experimental se ensayaron una serie de diagonales a escala real para estudiar de que forma es que parámetros como la esbeltez o la relación ancho espesor influyen en el comportamiento cíclico de estos elementos, en particular el efecto que tienen sobre el pandeo y la fractura.

Tabla 5.3: Propiedades de los especímenes analizados por Fell (2006).

Test ID	Sección	Tipo de sección	Montaje	Acero	Fy [MPa]	Largo [mm]	KL/r
Fell 1	HSS4x4x1/4	RHS/SHS	7	A500 Gr.B	495	3124	77
Fell 4	HSS4x4x3/8	RHS/SHS	7	A500 Gr.B	527	3124	83
Fell 6	Pipe3STD	Circular	7	A53 Gr.B	372	3124	103
Fell 12	Pipe5STD	Circular	7	A53 Gr.B	327	3124	64

- Fell 1 (Sección RHS/SHS, KL/r= 77)

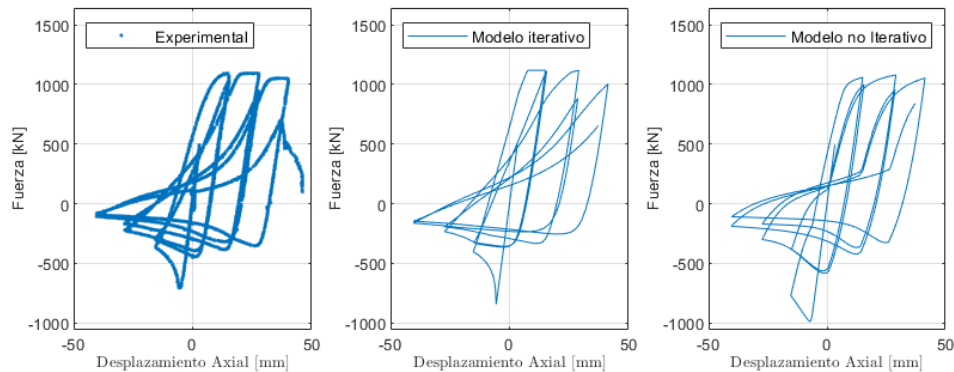


Figura 5.18: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 1.

- Fell 4 (Sección RHS/SHS, $KL/r= 83$)

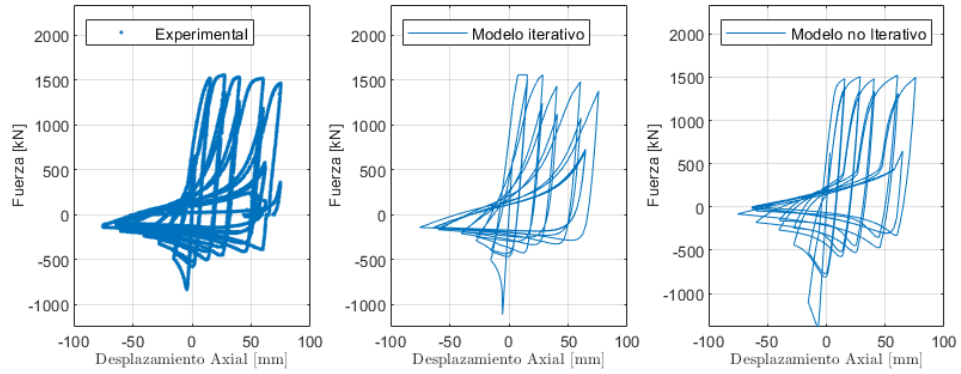


Figura 5.19: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 4.

- Fell 12 (Sección Circular, $KL/r= 64$)

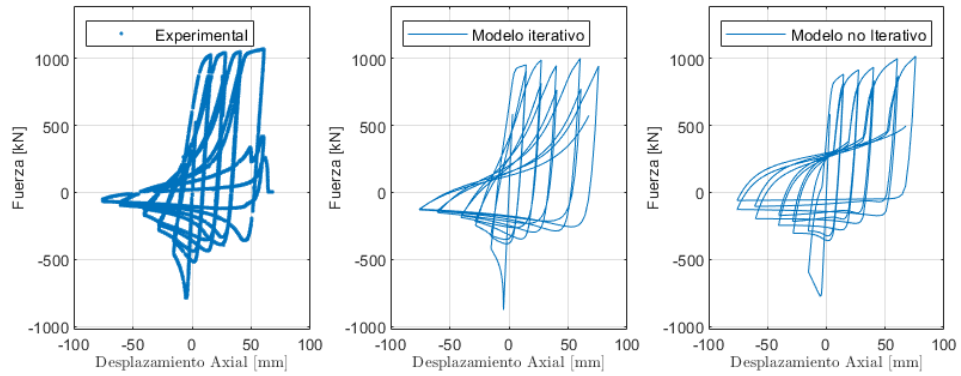


Figura 5.20: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Fell 12.

5.2. Análisis de resultados.

Degradación de la resistencia en compresión

El comportamiento histerético de las diagonales está caracterizado por la degradación de la resistencia a la compresión que aumenta con el pasar de los ciclos y el aumento de las deformaciones.

Para poder medir la capacidad de los modelos de representar el comportamiento previamente descrito se adopta el enfoque desarrollado por Lee y Bruneau [18], que cuantifican la degradación de la resistencia a la compresión post pandeo por medio de la razón Cr''/Cu , donde Cu ¹ es la máxima carga en compresión mientras que Cr'' representa la carga asociada al punto de máxima deformación en compresión durante un ciclo (ver esquema de la figura 5.21).

En el caso del eje de las abscisas, los valores de Cr''/Cr están referenciados a la deformación δ/δ_B . Donde δ se define como la diferencia entre el desplazamiento asociado a $P=0$ y el desplazamiento asociado a Cr'' , mientras que δ_B corresponde a la carga teórica a la cual se produce Cu que se calcula por medio de la ecuación 5.1.

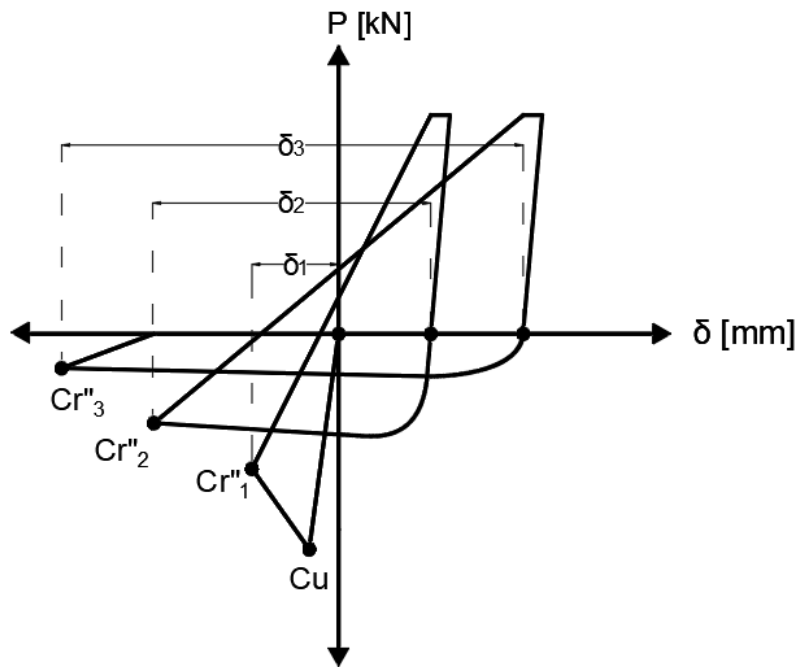


Figura 5.21: Definición parámetros Cu , Cr'' y δ .

$$\delta_B = \frac{CuL}{AE} \quad (5.1)$$

Para poder medir el desempeño de los modelos con respecto a este ítem, las figuras 5.22, 5.23 y 5.24 representan la degradación de la resistencia por medio del enfoque previamente descrito para secciones Doble T, circulares y RHS/SHS respectivamente, considerando para los 3 casos especímenes con esbeltez igual a 80.

¹ Para el análisis se consideró Cr como el valor de Cu obtenido experimentalmente.

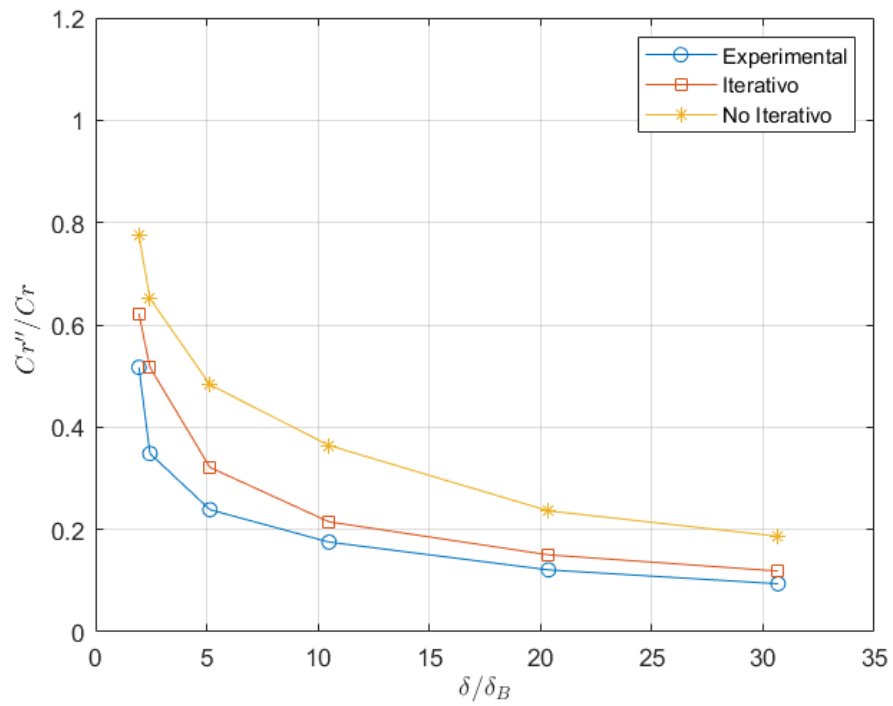


Figura 5.22: Degradación de la resistencia en compresión, Black 4.

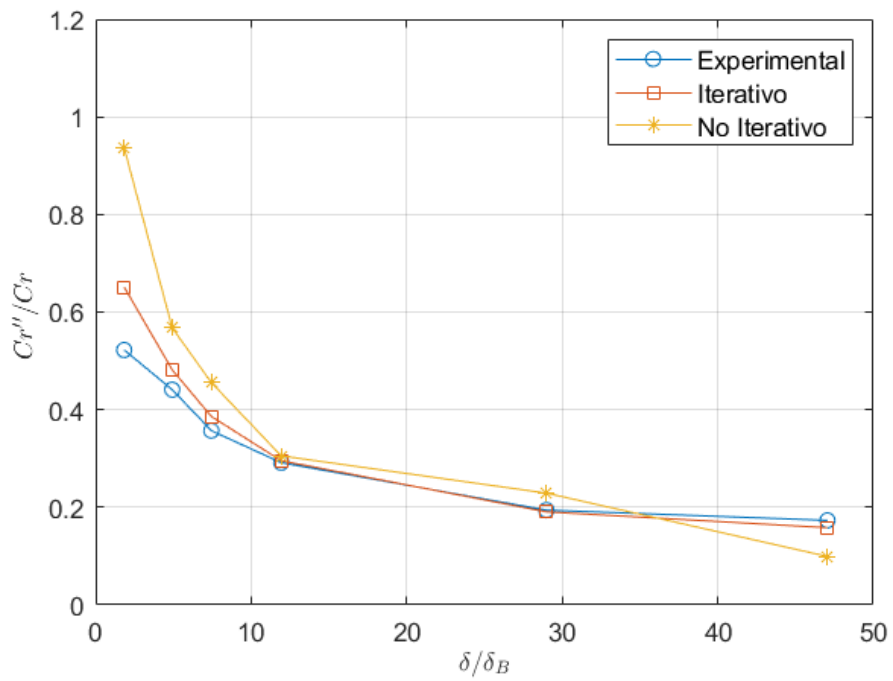


Figura 5.23: Degradación de la resistencia en compresión, Black 16.

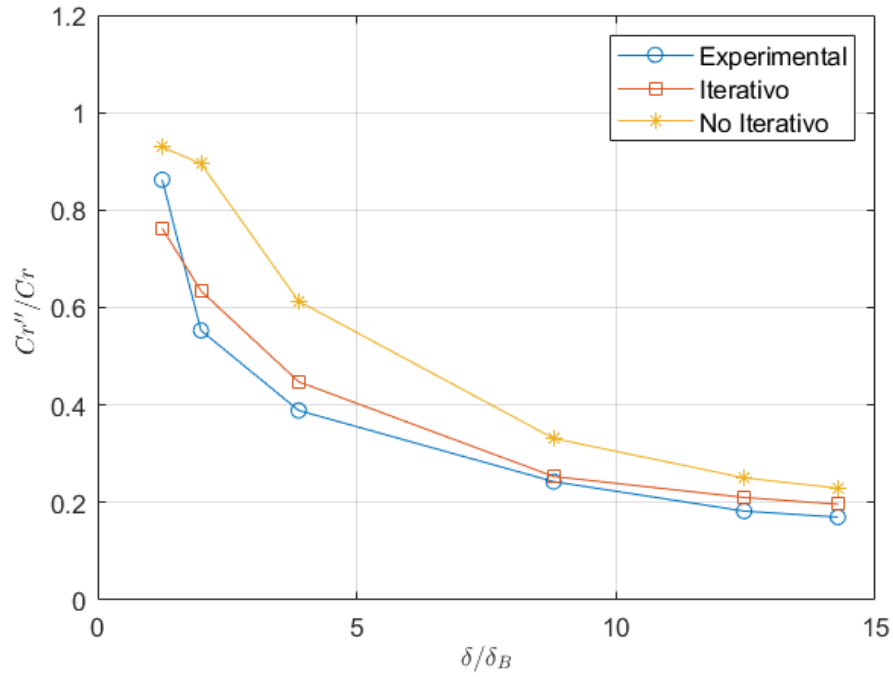


Figura 5.24: Degradación de la resistencia en compresión, Black 18.

De los resultados se puede indicar que el modelo iterativo capta con precisión la degradación de la resistencia a la compresión a lo largo de los ciclos de carga. En cuanto al modelo propuesto, la degradación es menor a la experimental durante los primeros ciclos, pero en los ciclos posteriores presenta mayor semejanza.

Resistencia máxima en compresión

Uno de los parámetros escogidos para validar la precisión de los modelos es medir la capacidad que presentan de captar el valor máximo en compresión C_u , que representa la primera carga de pandeo la cual da inicio a la no linealidad geométrica del elemento.

El gráfico de la figura 5.25 muestra los valores del C_u obtenido de manera analítica ($C_{u_{num}}$) versus el C_u obtenido de manera experimental ($C_{u_{exp}}$) para todos los ensayos recopilados. La tabla 5.4 muestra los resultados de la regresión lineal tanto para el modelo iterativo como para el modelo propuesto, de donde se desprende que en ambos casos la pendiente es mayor a 1, lo que significa que los modelos generalmente sobre estiman el valor de C_u .

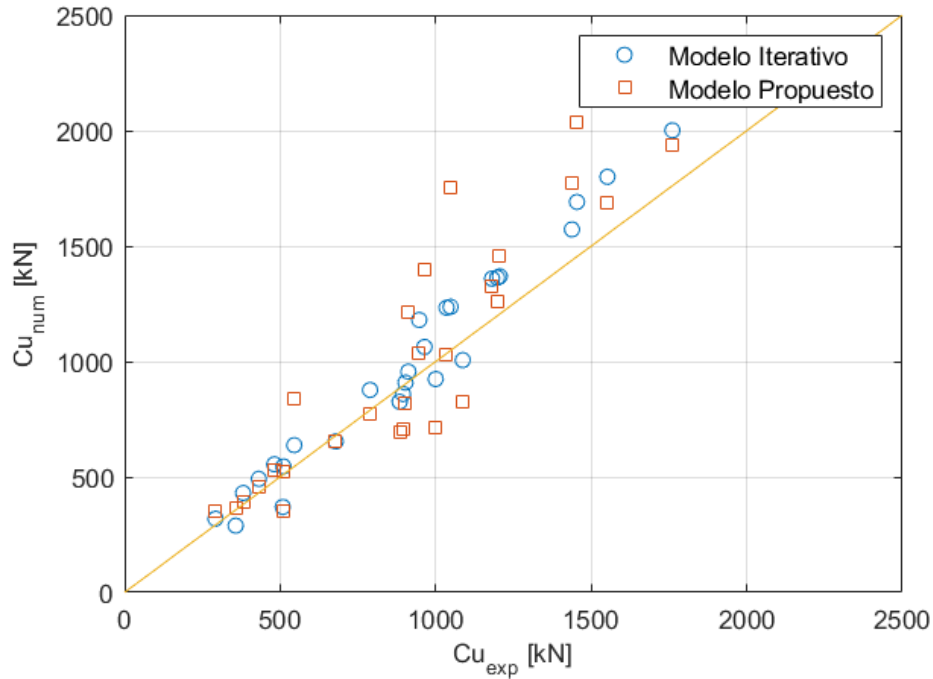


Figura 5.25: Comparación entre Cu experimental y Cu numérico.

Tabla 5.4: Valores obtenidos de la regresión lineal para Cu numérico.

Modelo	Regresión Lineal	R^2
Iterativo	$y=1,2x-84$	0,96
Propuesto	$y=1,2x-96$	0,81

El gráfico de la figura 5.26 muestra los valores del parámetro Cu_{exp}/Cu_{num} para el caso del modelo iterativo separando los resultados por esbeltez y tipo de sección. La tabla 5.5 contiene el análisis de estos resultados, de donde se desprende que para el caso iterativo los valores de Cu son similares a los datos experimentales aunque en menor medida para el caso de las secciones RHS/SHS, donde el valor promedio de Cu_{exp}/Cu_{num} es de 0,83 lo que indica que el modelo sobre dimensiona el valor de Cu .

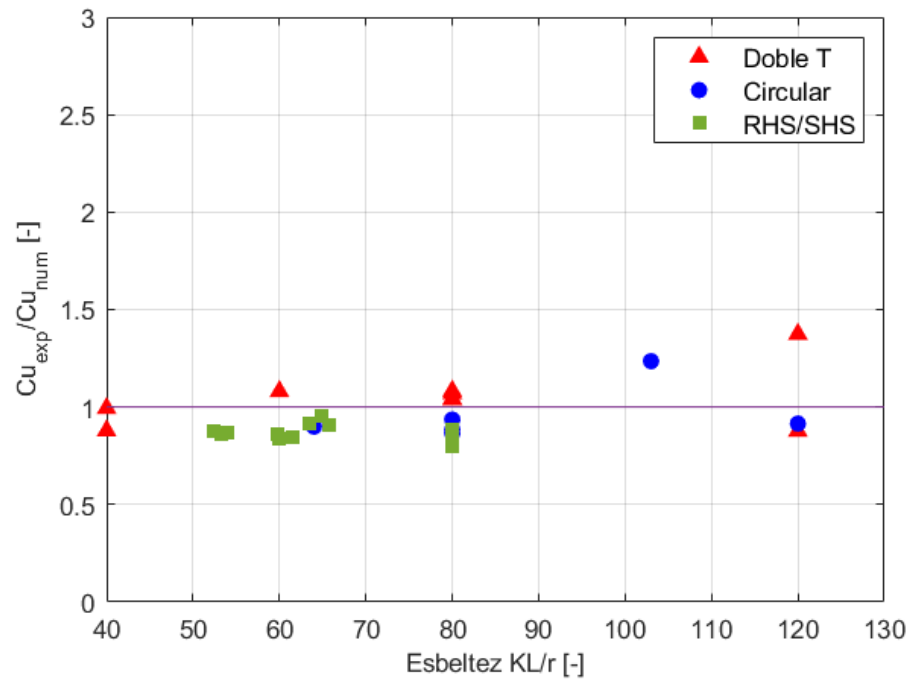


Figura 5.26: Razón entre Cu experimental y Cu numérico utilizando el modelo iterativo.

De forma análoga pero para el modelo propuesto, la figura 5.27 muestra la razón entre los peaks experimentales y analíticos por tipo de sección. Para el caso de secciones doble T, el valor promedio de 1,19 sugiere que el modelo presenta valores de Cu menores que los experimentales, mientras que para las secciones RHS, el valor promedio de 0,81 indica que el modelo es poco conservador en la determinación del peak Cu.

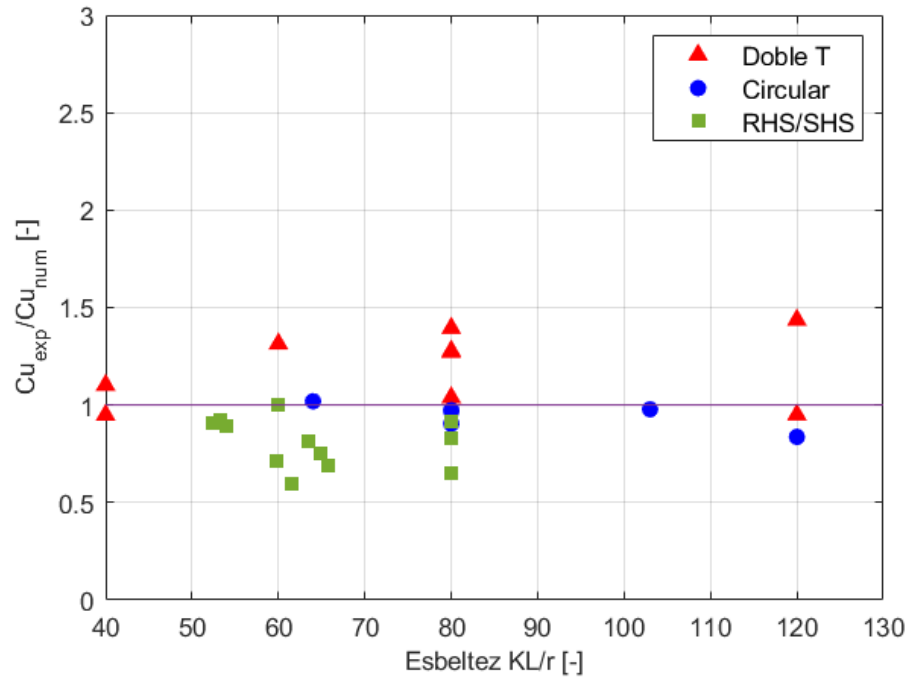


Figura 5.27: Razón entre Cu experimental y Cu numérico utilizando el modelo propuesto.

Tabla 5.5: Resultados análisis estadístico del parámetro Cu_{exp}/Cu_{num} .

Tipo de sección	N° de ensayos	Iterativo			No Iterativo		
		Promedio	Desviación Estándar	COV	Promedio	Desviación Estándar	COV
Doble T	9	1,05	0,15	0,14	1,19	0,19	0,16
Circular	6	0,96	0,14	0,15	0,95	0,07	0,07
RHS/SHS	12	0,87	0,04	0,04	0,81	0,13	0,16

El grueso de las secciones RHS/SHS proviene del programa experimental de Shaback, donde el coeficiente de longitud efectiva K es menor a 1 (oscila entre 0,6 y 0,8) para todos los especímenes. Por lo tanto, la idealización del arriostamiento como un elemento bi rotulado puede ser una de las razones que genera las diferencias entre los resultados analíticos y los resultados experimentales.

Desplazamiento transversal

Uno de los supuestos tanto del modelo iterativo como del modelo no iterativo es que la deflexión máxima de los arriostamientos puede ser simplificada por medio del modelo geométrico desarrollado en secciones anteriores. La figura 5.28 demuestra que el supuesto presenta buena correlación con la realidad para ambos modelos con respecto al desplazamiento máximo, lo que es importante porque permite controlar/predecir las deflexiones fuera del plano que pueden traducirse en daños a elementos aledaños como revestimiento, equipamiento, etc.

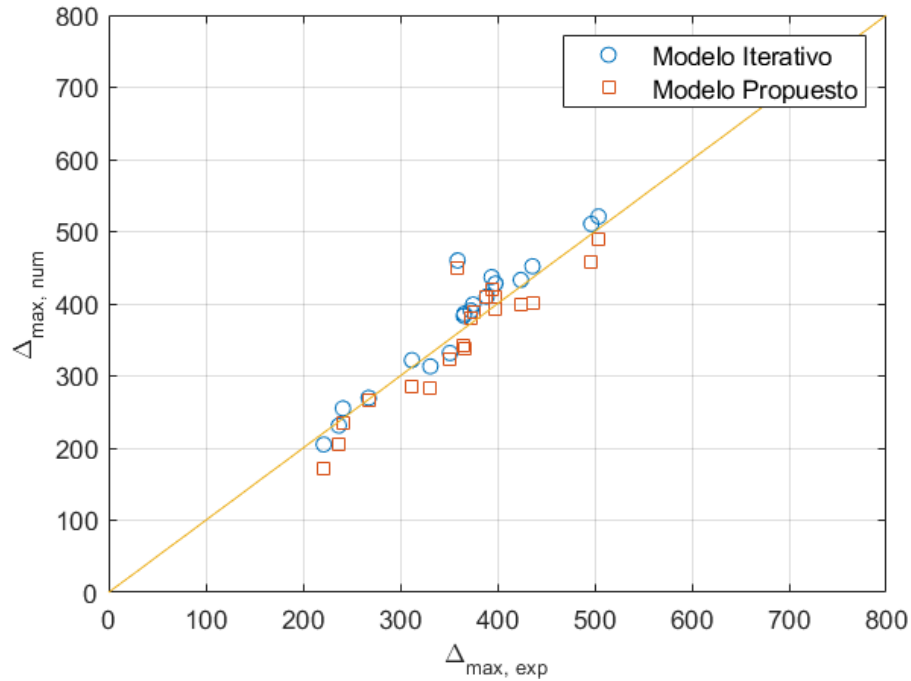


Figura 5.28: Δ_{max} experimental versus Δ_{max} numérico.

Disipación de energía

Tal como se mencionó en un inicio, una de las funciones de los arriostramientos dentro de un CBF es disipar energía. Por lo tanto, los modelos numéricos deben ser capaces de predecir la cantidad de energía que los arriostramientos pueden disipar para cierto nivel de demanda.

Para validar la capacidad de reflejar la disipación de energía, se utilizaron los resultados de Shaback, quien a diferencia de los demás autores, para cada espécimen ensayado calculó la energía disipada como el área bajo la curva del gráfico fuerza versus desplazamiento axial.

La figura 5.29 compara la energía disipada total obtenida de manera experimental con los valores que arrojan los modelos. De los resultados se puede señalar que el modelo iterativo presenta una disipación de energía similar a los resultados experimentales. En cuanto al modelo propuesto, las diferencias de energía disipada con respecto a los resultados experimentales son mayores. Una de las posibles causas es la imprecisión del modelo con respecto a los primeros ciclos, que como se evidenció previamente, sobre estiman la carga de pandeo C_u .

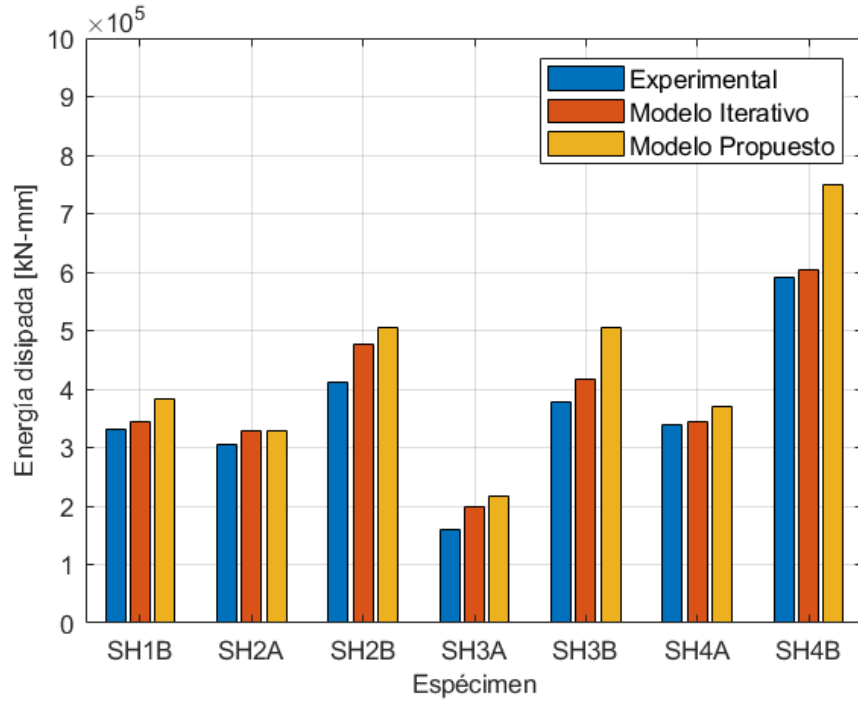


Figura 5.29: Energía disipada total, comparación entre resultados experimentales y numéricos.

Tiempo de ejecución

Uno de los motivos del desarrollo del modelo propuesto fue evitar la iteración sobre la curvatura del modelo de Massone y Moroder para así obtener resultados con un menor tiempo de ejecución.

La tabla 5.2 compara los tiempos de ambos modelos para cada ensayo analizado (considerando la misma cantidad de puntos), así como el parámetro de eficiencia definido por la ecuación 5.2. Para medir el tiempo de ejecución del modelo iterativo se tomó como tolerancia un valor de 1 [N-mm], que es el valor utilizado por defecto para todos los resultados exhibidos en este trabajo.

$$\%Eficiencia = \frac{t_{iterativo} - t_{propuesto}}{t_{iterativo}} \cdot 100 \quad (5.2)$$

De los resultados se puede deducir que el modelo propuesto es más eficiente que el modelo iterativo, dado que en cada uno de los ensayos analizados se tiene un parámetro de eficiencia que supera el 80 %.

Tabla 5.6: Tiempo de ejecución modelo iterativo y modelo propuesto.

Ensayo	Tiempo de ejecución [s]		Eficiencia [%]
	Iterativo	Propuesto	
Black 1	6,9	1,1	84,4
Black 2	4,8	0,7	84,7
Black 3	2,9	0,5	82,8
Black 4	3,8	0,6	83,9
Black 5	5,8	1,0	83,4
Black 6	5,7	0,9	83,5
Black 7	4,5	0,7	83,8
Black 14	3,5	0,6	82,3
Black 15	4,9	0,8	82,7
Black 16	5,7	1,0	83,3
Black 17	4,6	0,7	83,9
Black 18	5,9	0,9	84,1
SH1B	5,4	0,9	84,2
SH2A	4,4	0,7	83,3
SH2B	4,9	0,8	82,7
SH3A	4,3	0,7	83,0
SH3B	6,3	1,0	84,7
SH4A	5,0	0,7	85,0
SH4B	5,9	1,0	83,9

Limitaciones

Las figuras 5.30 y 5.31 muestran dos casos donde el modelo no iterativo fue incapaz de simular la respuesta experimental de manera satisfactoria. En la figura superior se muestra el caso Black 2 (sección doble T, $KL/r=40$) mientras que en la parte inferior se muestra el caso Fell 6 (sección circular, $KL/r=103$).

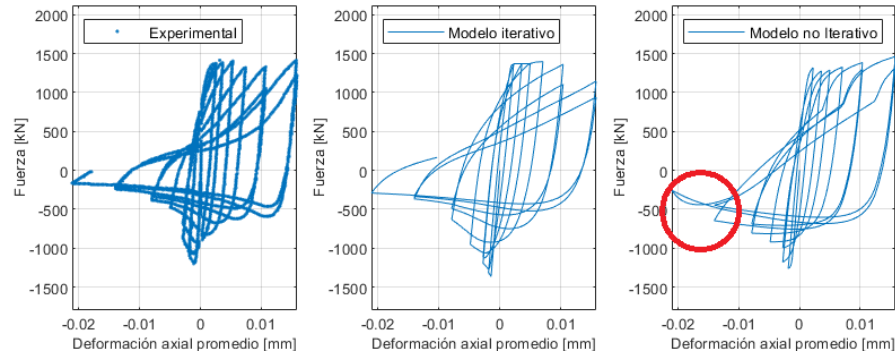


Figura 5.30: Respuesta fuerza vs deformación axial promedio, Black 2.

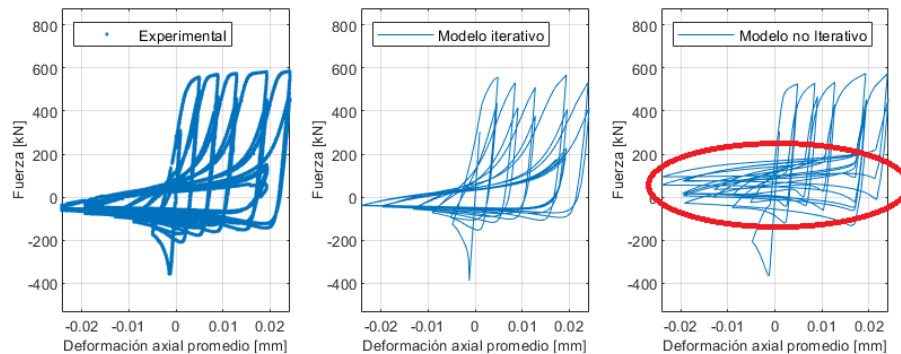


Figura 5.31: Respuesta fuerza vs deformación axial promedio, Fell 6.

A priori, ambos especímenes no tienen nada en común que permita concluir algo sobre la limitación del modelo, pues presentan geometrías y esbelteces diferentes, que son probablemente las variables más influyentes en el desempeño del modelo. Sin embargo, a diferencia de los casos que sí muestran resultados razonables, estos tienen la particularidad de presentar un rango de deformación mayor en los últimos ciclos, que es precisamente donde presentan problemas ya sea de discontinuidad en el punto de máxima deformación o problemas que implican fuerzas de tracción en lugar de fuerzas de compresión.

Si se ve en términos de deformación axial promedio, ambos casos superan el rango del 3,5% entre compresión y tracción. Por lo tanto, la limitación del modelo no iterativo está relacionada con el nivel de deformación, o más bien el rango, de tal manera que no se recomienda su uso cuando se espera un rango cercano al 3,5%.

Capítulo 6

Conclusiones

El presente trabajo desarrolla un modelo con pandeo para arriostramientos de acero en la plataforma OpenSees, basado en el modelo iterativo de pandeo de barras de acero de Massone y Moroder, pero con la ventaja de no tener la necesidad de iterar sobre la curvatura, lo que implica mayor eficiencia en la obtención de resultados.

Con el fin de obtener un input que permite calibrar expresiones que evitan la iteración tal como lo hizo Rosa, y debido a que el problema presenta diferencias con respecto al pandeo de una barra limitada por estribos, paralelo al modelo propuesto fue necesario adaptar el modelo iterativo para ser utilizado en secciones doble T, tubulares circulares y RHS/SHS.

En virtud de la validación tanto del modelo adaptado de Massone y Moroder (modelo iterativo) como del modelo propuesto frente a los datos experimentales recopilados, se puede concluir que:

- El modelo iterativo presenta buena correlación con los resultados experimentales para todos los ensayos analizados. Por ejemplo, con respecto a la resistencia máxima en compresión presenta valores promedio de la razón Cu_{exp}/Cu_{num} que oscilan entre 0,87 y 1,15 según el tipo de sección.
- El modelo propuesto presenta resultados razonables, pero menos precisos que el modelo iterativo. En el caso de la razón Cu_{exp}/Cu_{num} , los valores promedio se encuentran entre 1,19 y 0,81. En particular, no es recomendable usar el modelo propuesto para casos donde el rango de deformación axial supere el 3,5 %.
- Tanto el modelo iterativo como el modelo propuesto tienen mejor desempeño para secciones doble T y circulares que para secciones tubulares cuadradas.

Por lo tanto, el presente trabajo provee de dos nuevas alternativas para representar el comportamiento de arriostramientos de acero considerando el pandeo. En primer lugar, a través de la adaptación del modelo de Massone y Moroder se tiene un modelo más preciso, mientras que por otro lado el modelo propuesto representa una alternativa menos precisa pero un 80 % más eficiente, con la ventaja de que además está disponible para ser implementado en la plataforma OpenSees.

Finalmente, para trabajos futuros se propone integrar estos modelos en marcos simples de uno o dos niveles ensayados experimentalmente para evaluar el desempeño de ambos modelos y de esta forma determinar si se justifica el uso del modelo no iterativo por sobre el modelo iterativo.

Bibliografía

- [1] L. M. Massone and D. Moroder, “Buckling modeling of reinforcing bars with imperfections,” *Engineering Structures*, vol. 31, no. 3, pp. 758–767, 2009.
- [2] J. Rosa, “Modelo histerético de barras de acero de refuerzo susceptibles al pandeo local y global.” 2020.
- [3] A. Mesa, “Implementación de un modelo de refuerzo de acero con pandeo en opensees.” 2021.
- [4] M. Bruneau, C. Uang, and S. Sabelli, *Ductile Design of Steel Structures, 2nd Edition*. McGraw-hill, 2011.
- [5] P. Uriz, *Towards Earthquake Resistant Design of Concentrically Braced Steel Structures*. University of California, Berkeley, 2005.
- [6] D. C. Rai, J. Firmansjah, and S. C. Goel, *SNAP-2DX: Structural Nonlinear Analysis Program for Static and Dynamic Analysis of 2D Structures; (MS DOS Version)*. Rept. No. UMCEE 96-20, Univ. of Michigan, Ann Arbor, MI, Aug., 98 p., 1996.
- [7] Y. Huang, *Simulating the inelastic seismic behavior of steel braced frames including the effects of low-cycle fatigue*. University of California, Berkeley, 2009.
- [8] K. Ikeda and S. A. Mahin, “Cyclic response of steel braces,” *Journal of Structural Engineering-asce*, 1986.
- [9] M. Dicleli and E. Çalik, “Physical theory hysteretic model for steel braces,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 134, pp. 1216–1228, 07 2008.
- [10] L. Dodd and J. Restrepo-Posada, “Model for predicting cyclic behavior of reinforcing steel,” *Journal of structural engineering*, vol. 121, no. 3, pp. 433–445, 1995.
- [11] C. Lacaze, “Estudio y modelamiento del impacto del pandeo en la fatiga de bajos ciclos en barras longitudinales para hormigón armado,” 2009.
- [12] A. Gomes and J. Appleton, “Nonlinear cyclic stress-strain relationship of reinforcing bars including buckling,” *Engineering Structures*, vol. 19, no. 10, pp. 822–826, 1997.
- [13] T. Takeuchi and R. Matsui, “Cumulative deformation capacity of steel braces under various cyclic loading histories,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, no. 7, p. 04014175, 2015.
- [14] A. K. Jain, S. C. Goel, and R. D. Hanson, “Inelastic response of restrained steel tubes,” *Journal of the Structural Division*, vol. 104, pp. 897–910, 1978.
- [15] E. P. Popov and R. G. Black, “Steel struts under severe cyclic loadings,” *Journal of the Structural Division*, vol. 107, no. 9, pp. 1857–1884, 1981.

- [16] B. Shaback and T. B. Brown, “Behaviour of square hollow structural steel braces with end connections under reversed cyclic axial loading,” *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 30, pp. 745–753, 2003.
- [17] B. V. Fell, A. M. Kanvinde, G. G. Deierlein, A. Blume, A. T. Myers, and X. Fu, “Buckling and fracture of concentric braces under inelastic cyclic loading,” 2006.
- [18] K. Lee and M. Bruneau, “Energy dissipation of compression members in concentrically braced frames: Review of experimental data,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 131, pp. 552–559, 2005.

Anexo A

Resultados adicionales

A.1. Black et al

- Black 3 (Sección doble T, $KL/r=80$)

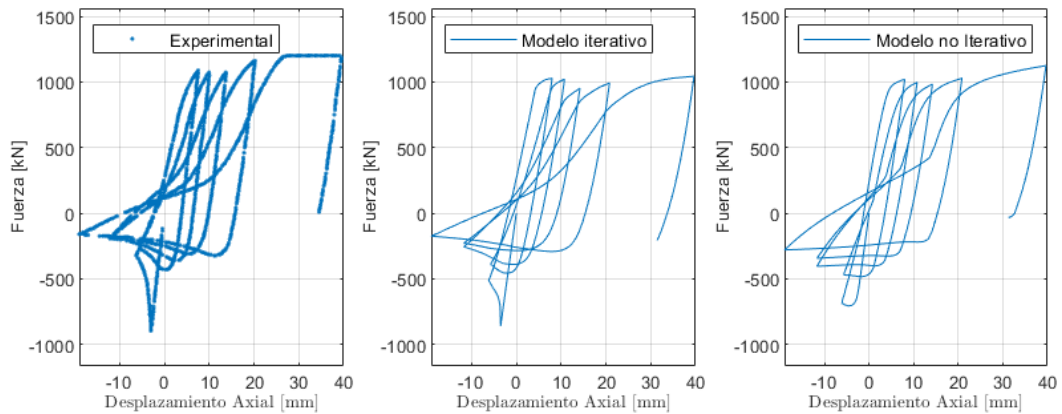


Figura A.1: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 3.

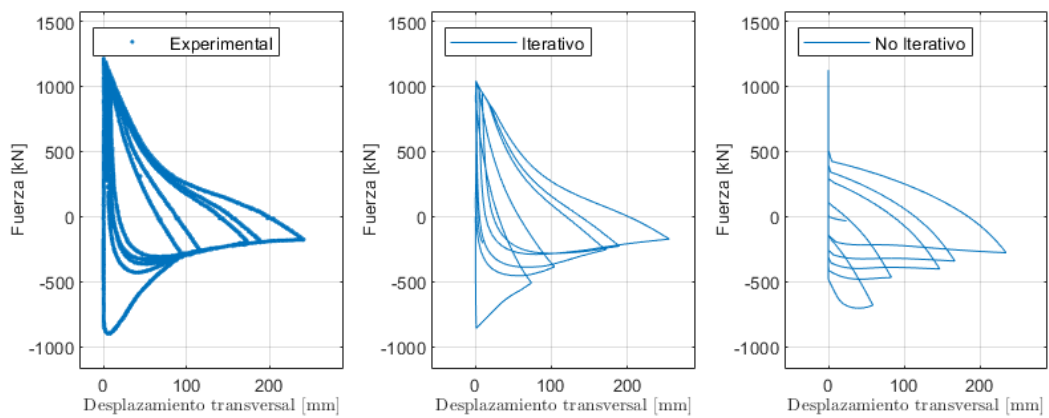


Figura A.2: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 3.

- Black 5 (Sección doble T, $KL/r=80$)

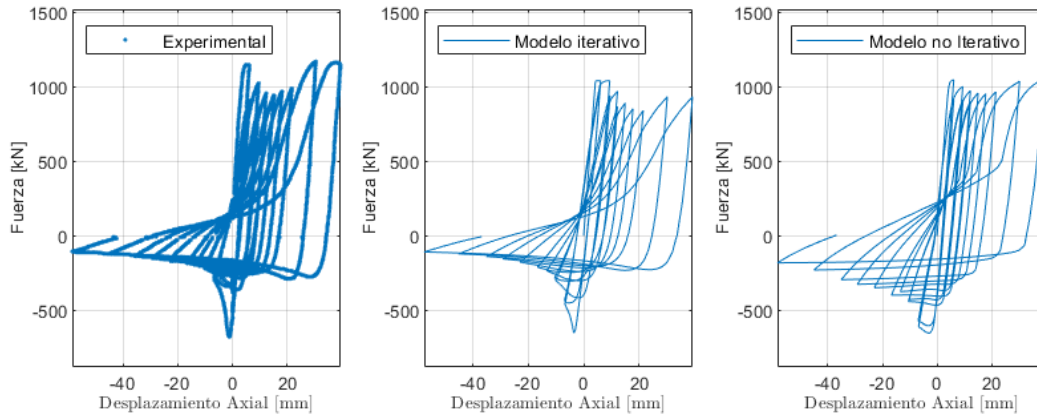


Figura A.3: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 5.

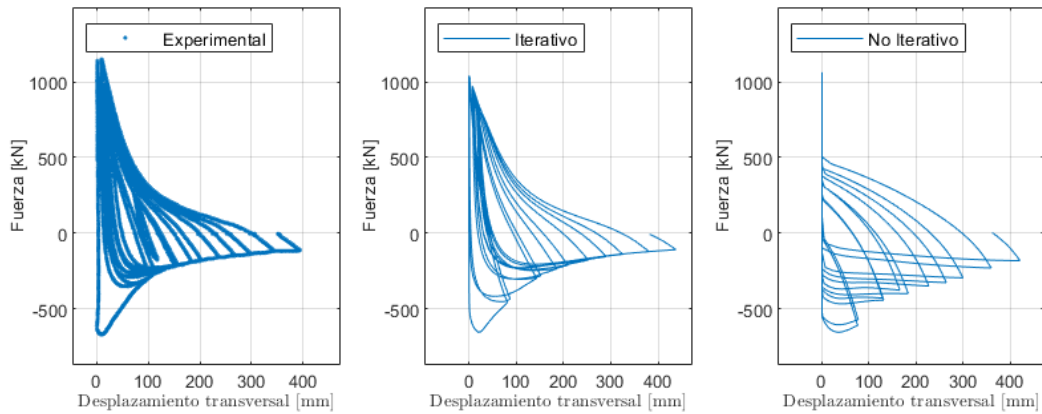


Figura A.4: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 5.

- Black 6 (Sección doble T, $KL/r=120$)

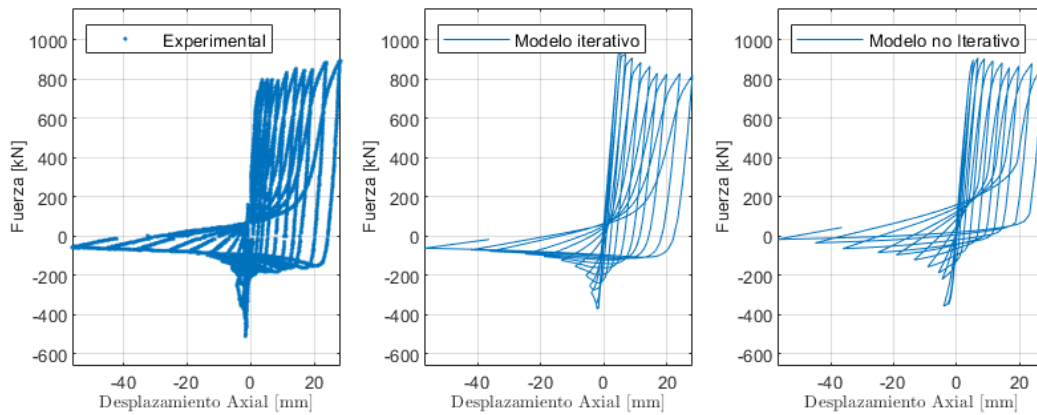


Figura A.5: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 6.

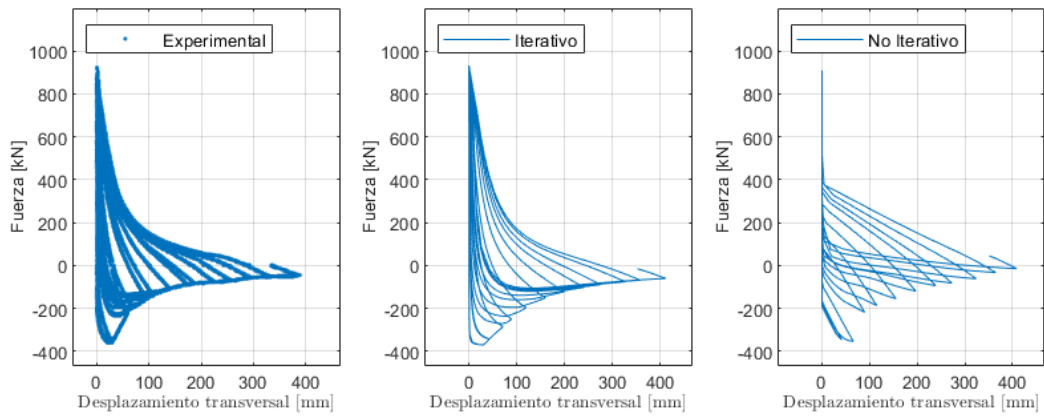


Figura A.6: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 6.

- Black 7 (Sección doble T, $KL/r=40$)

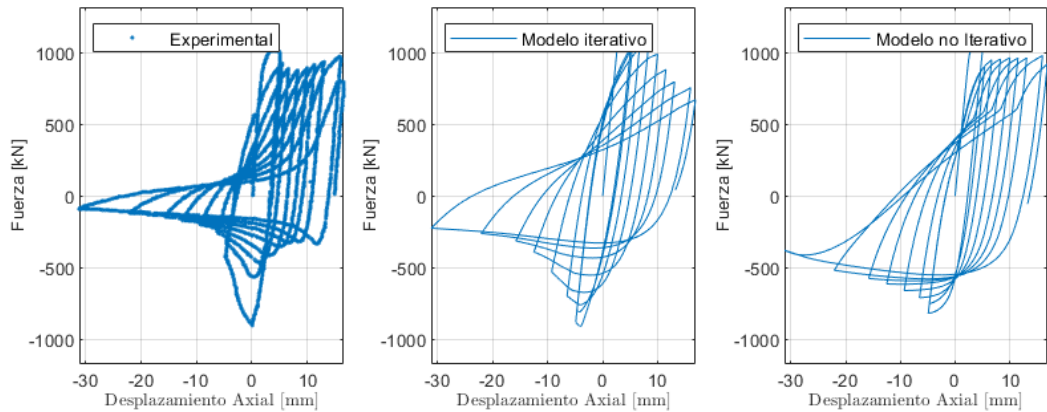


Figura A.7: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 7.

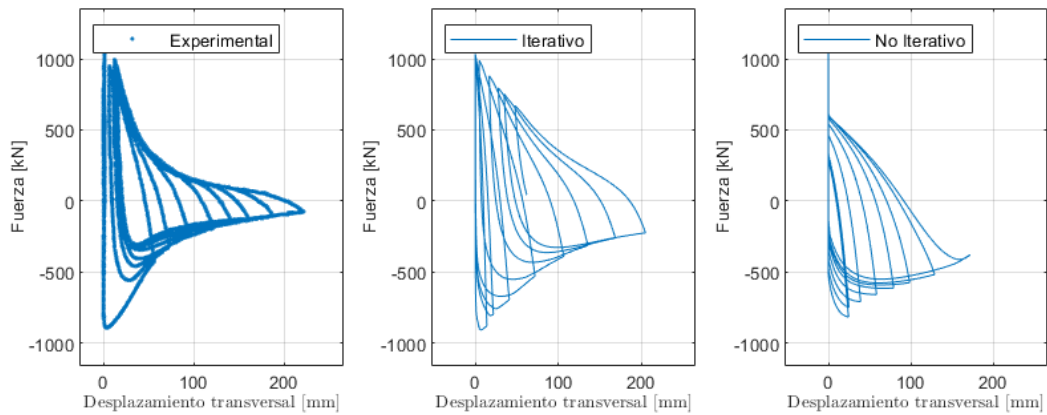


Figura A.8: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 7.

- Black 15 (Sección circular, $KL/r=80$)

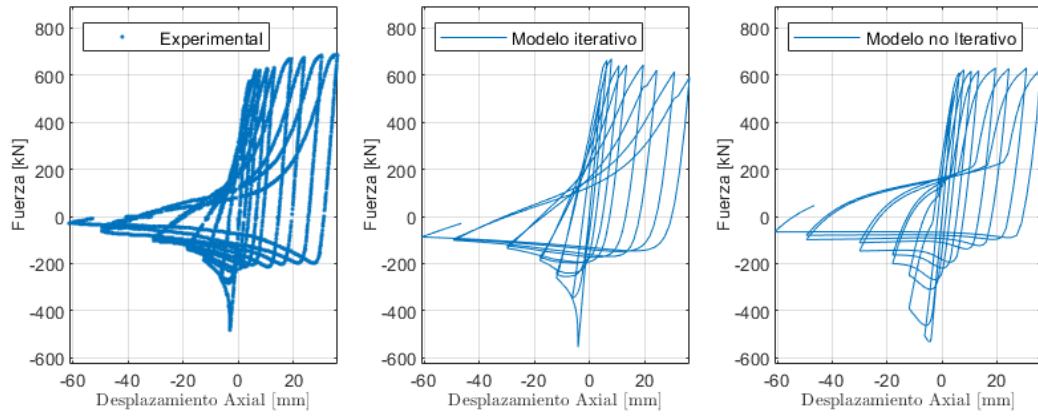


Figura A.9: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 15.

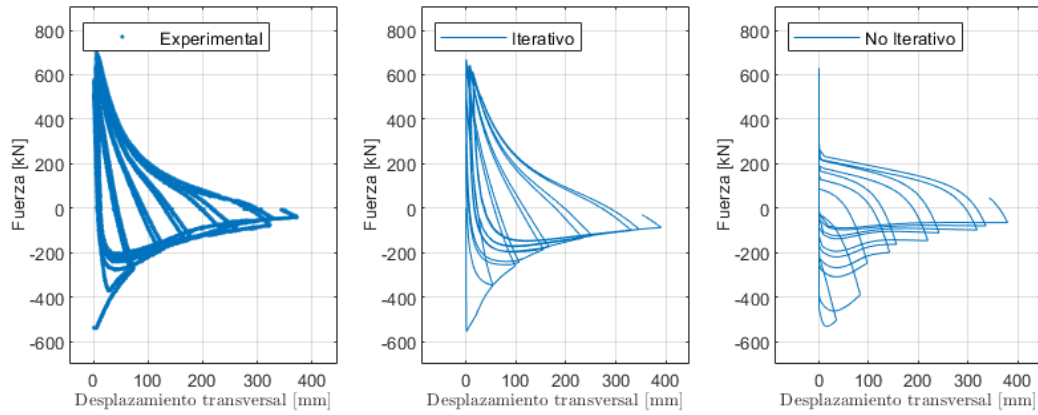


Figura A.10: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 15.

- Black 16 (Sección circular, $KL/r=80$)

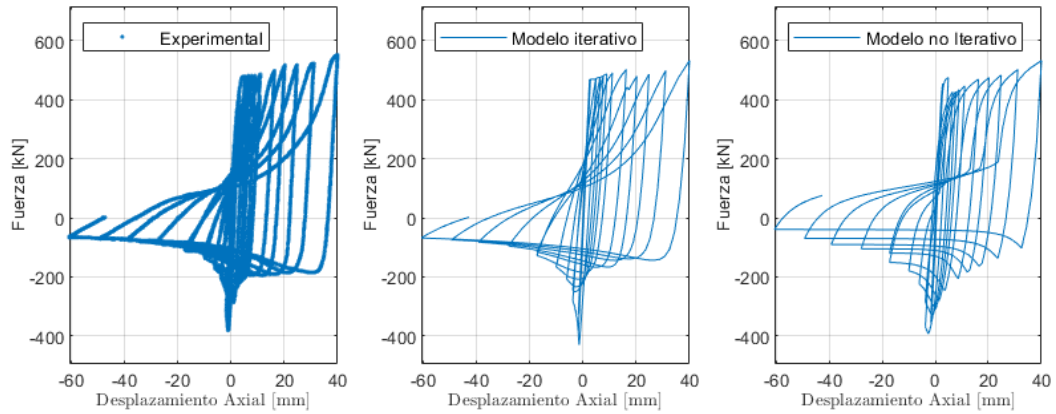


Figura A.11: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial Black 16.

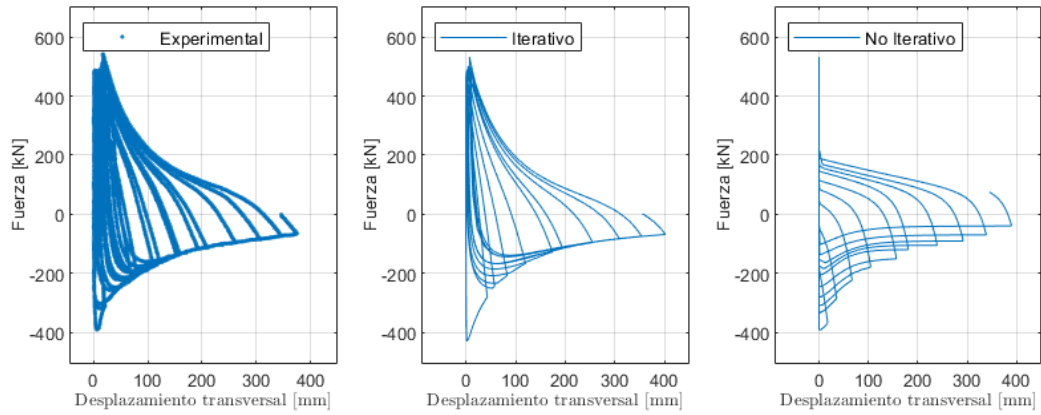


Figura A.12: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal Black 16.

A.2. Shaback

- Shaback 2B (Sección RHS, $KL/r= 52.4$)

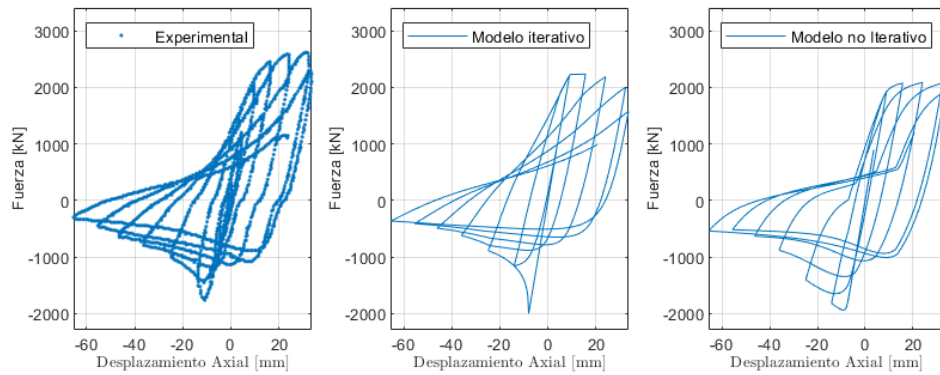


Figura A.13: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH2B.

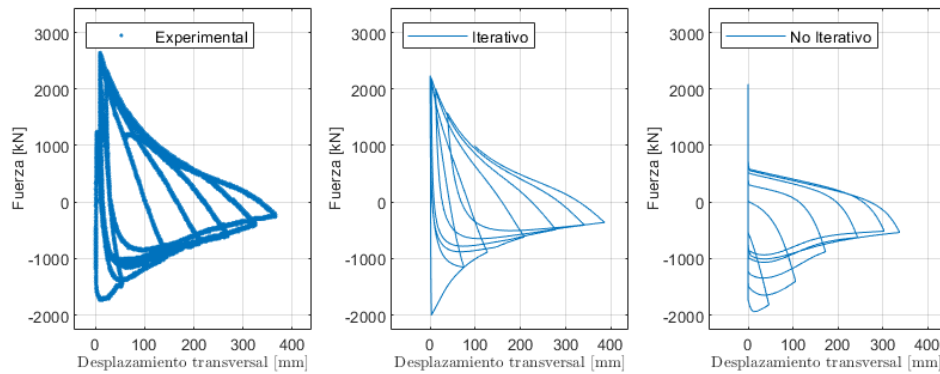


Figura A.14: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH2B.

- Shaback 3B (Sección RHS, $KL/r= 65.8$)

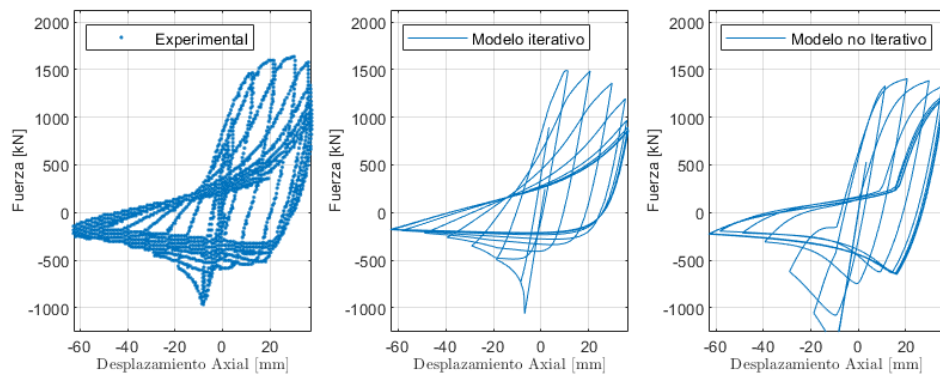


Figura A.15: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH3B.

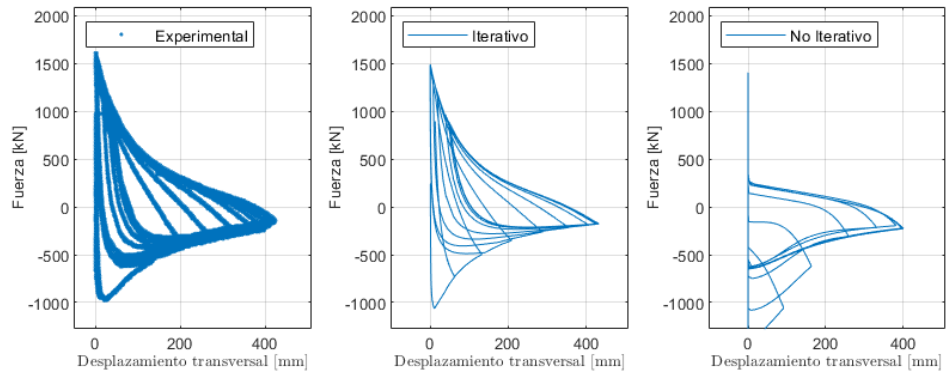


Figura A.16: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH3B.

- Shaback 4B (Sección RHS, $KL/r= 59.7$)

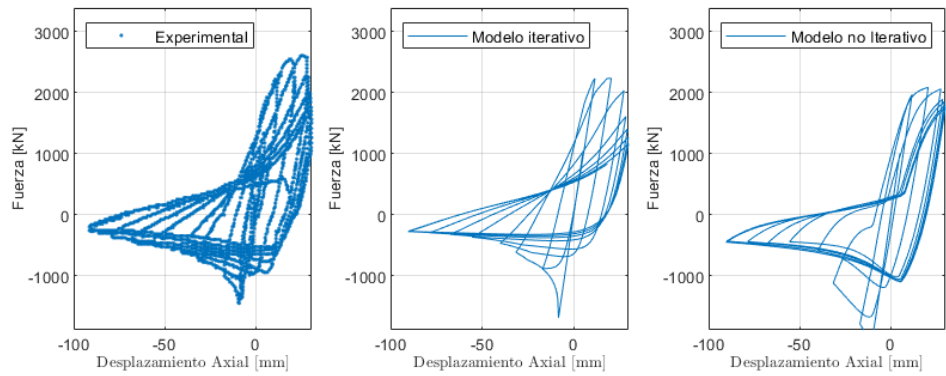


Figura A.17: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento axial SH4B.

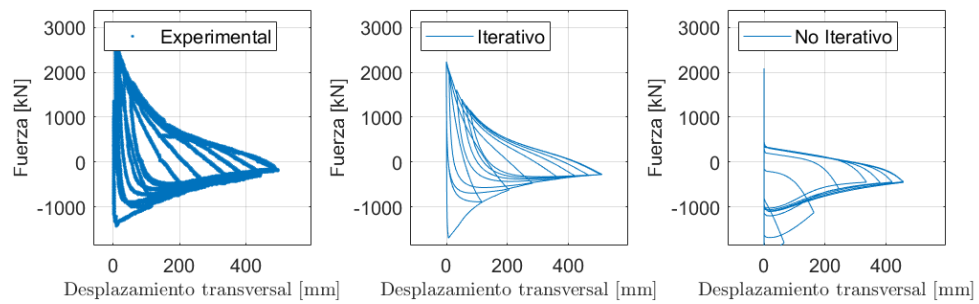


Figura A.18: Comparación respuesta fuerza vs desplazamiento transversal SH4B.

Anexo B

Coeficientes.

Coeficientes C0, C1 y C2.

Sección Doble T.

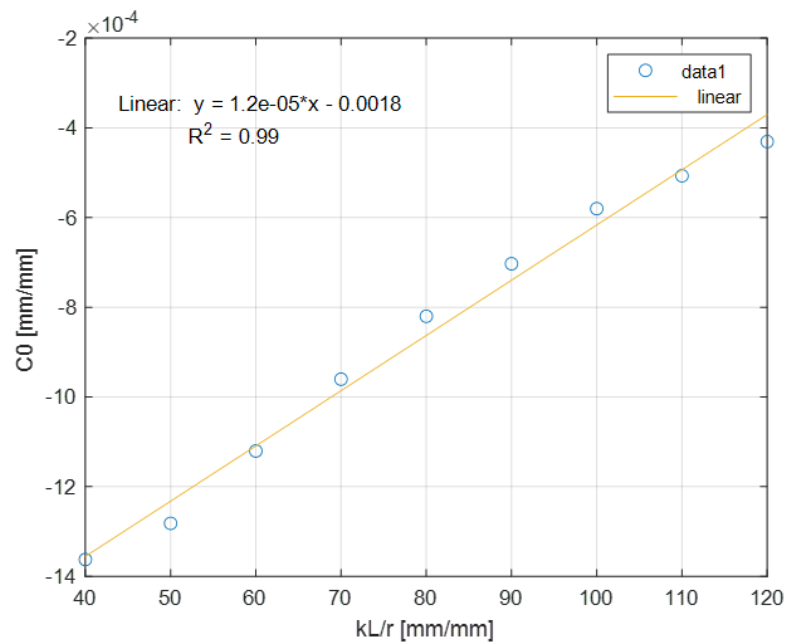


Figura B.1: Calibración coeficiente C0, sección doble T.

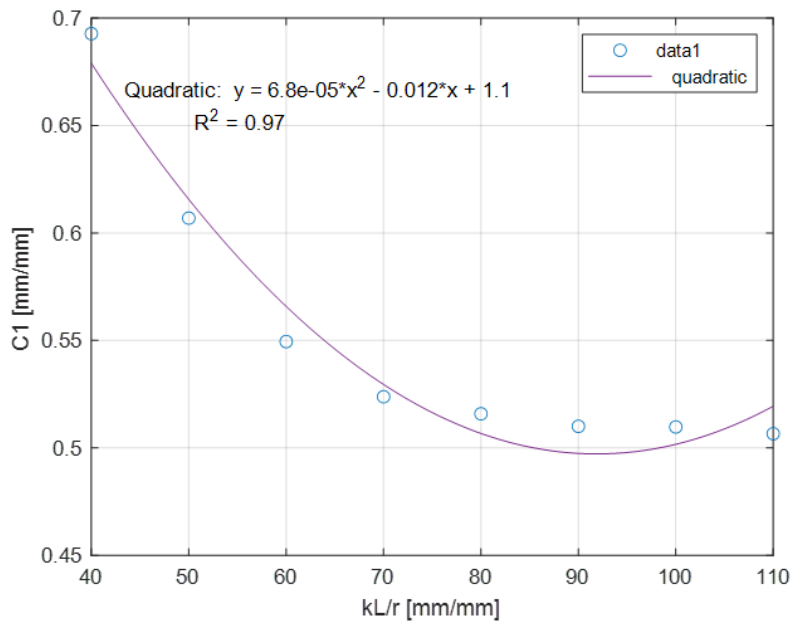


Figura B.2: Calibración coeficiente C1, sección doble T.

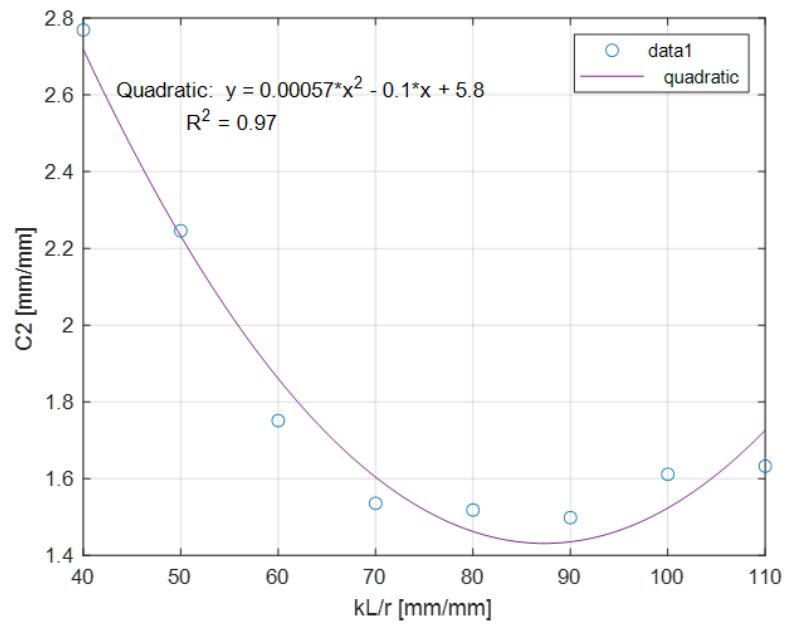


Figura B.3: Calibración coeficiente C2, sección doble T.

Sección tubular circular.

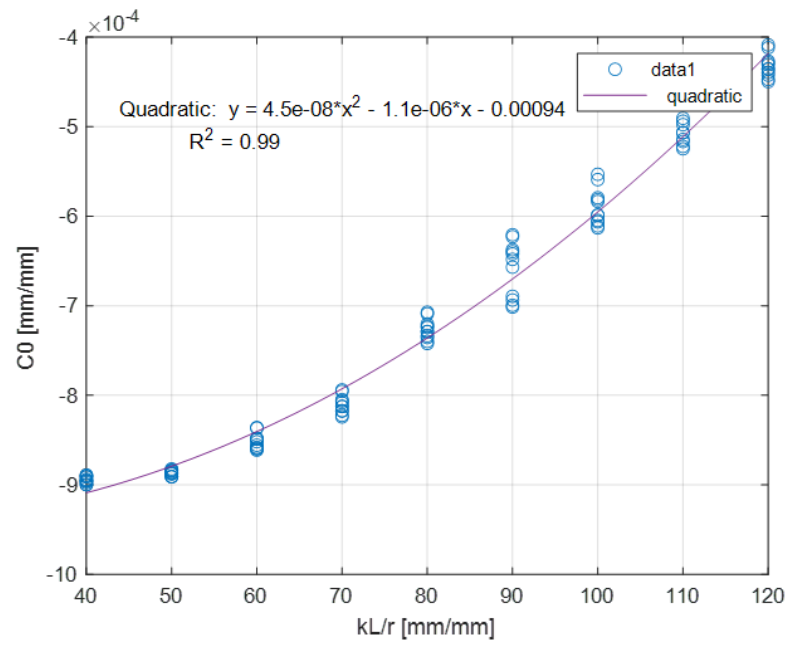


Figura B.4: Calibración coeficiente C_0 , sección tubular circular.

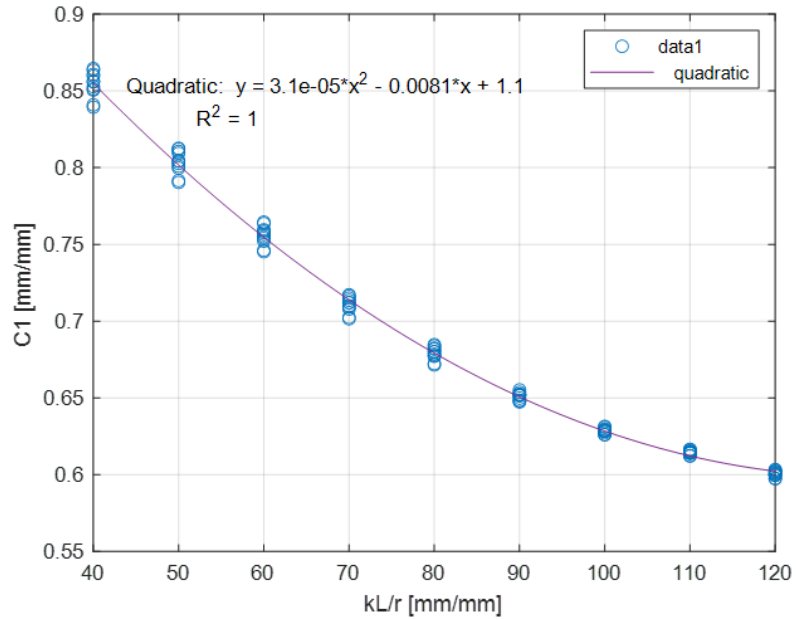


Figura B.5: Calibración coeficiente C_1 , sección tubular circular.

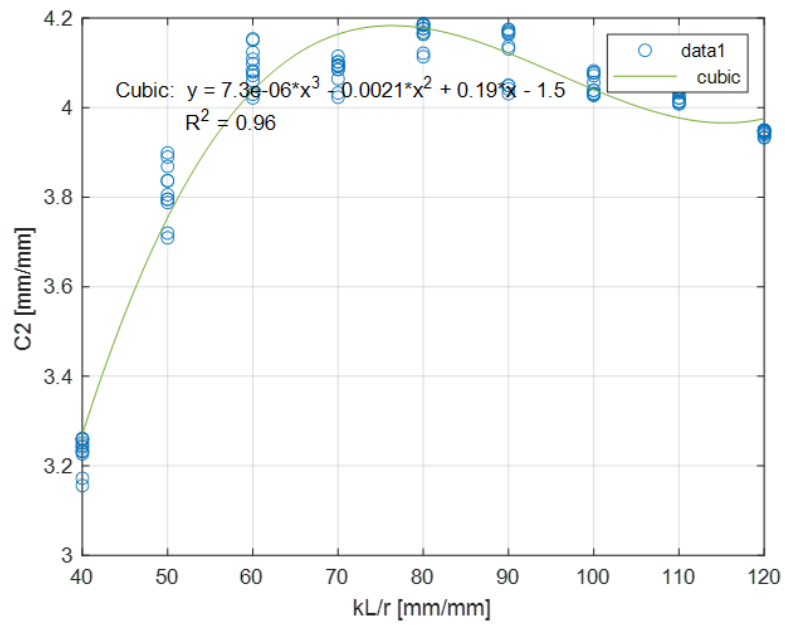


Figura B.6: Calibración coeficiente C2, sección tubular circular.

Sección tubular rectangular/cuadrado.

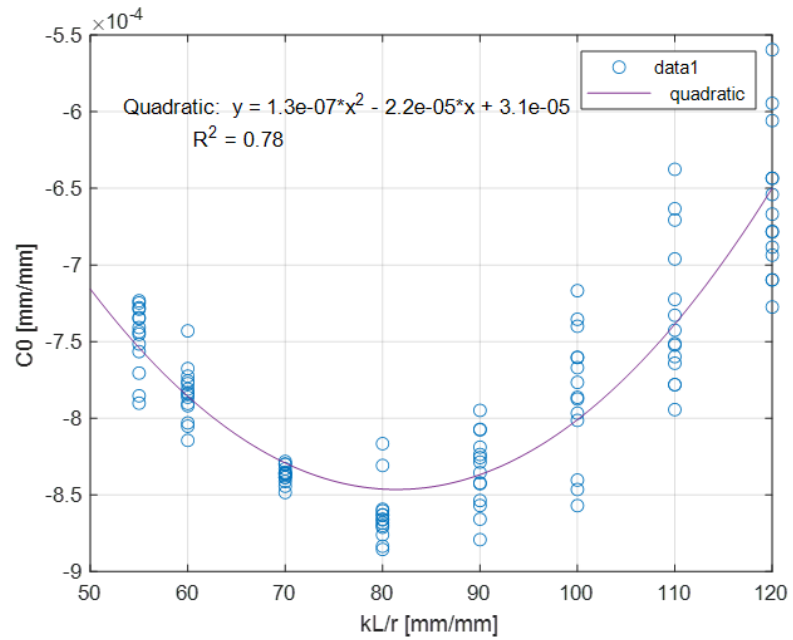


Figura B.7: Calibración coeficiente C0, sección RHS/SHS.

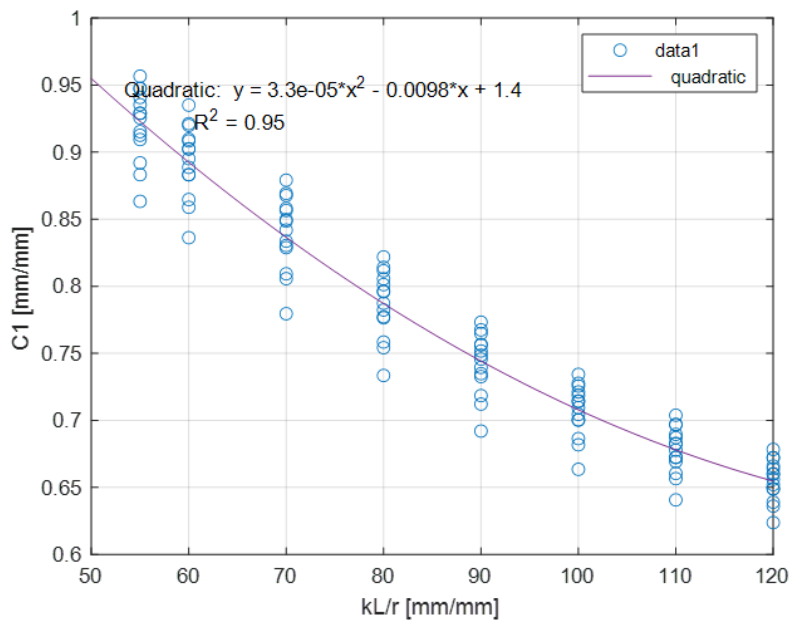
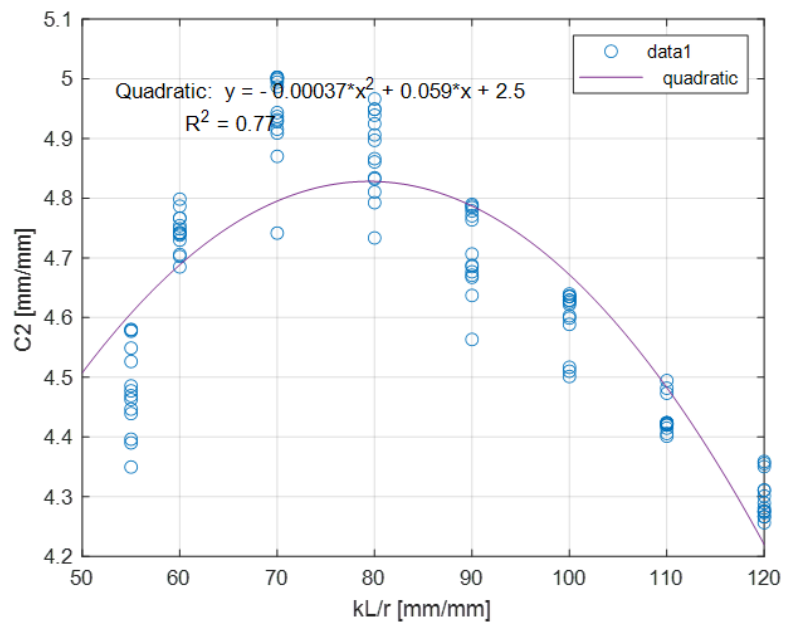


Figura B.8: Calibración coeficiente C1, sección RHS/SHS.



Desfase

Sección doble T.

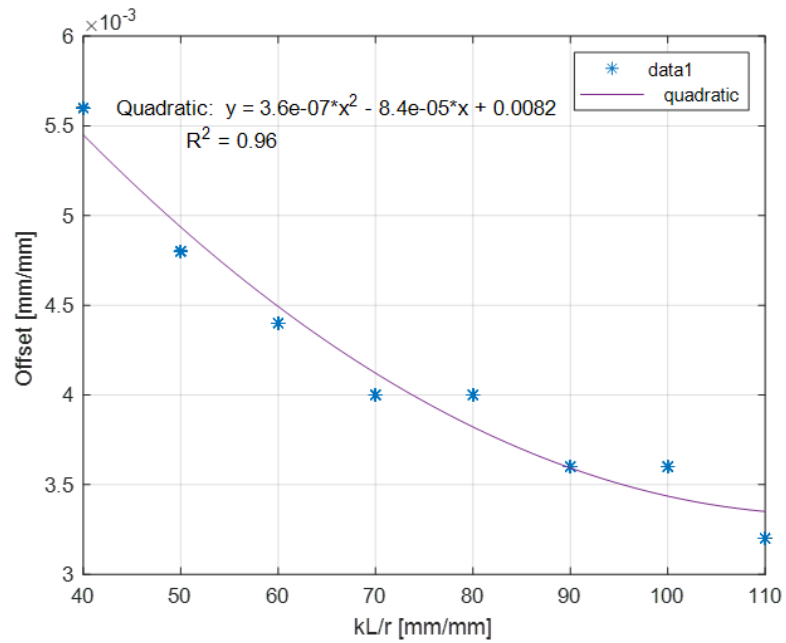


Figura B.10: Calibración desfase, sección doble T.

Sección tubular circular.

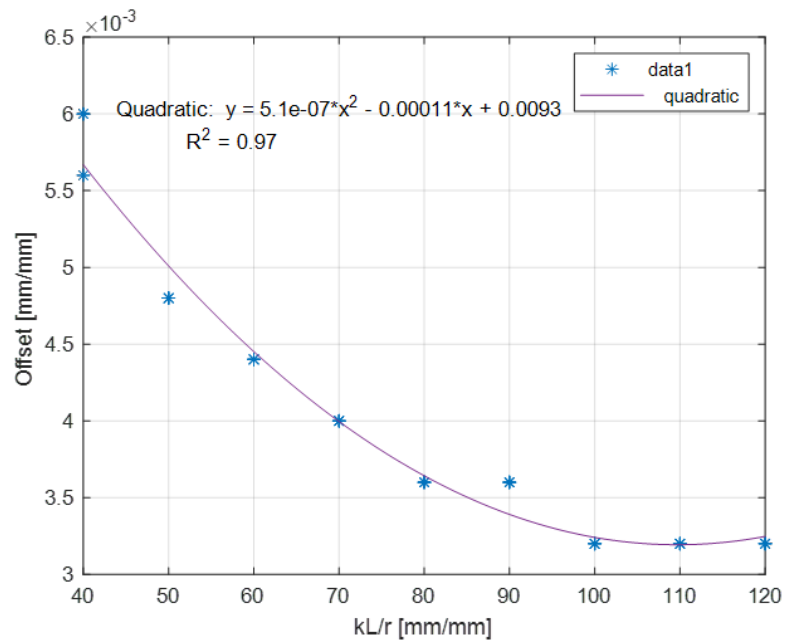


Figura B.11: Calibración desfase, sección circular.

Sección RHS/SHS

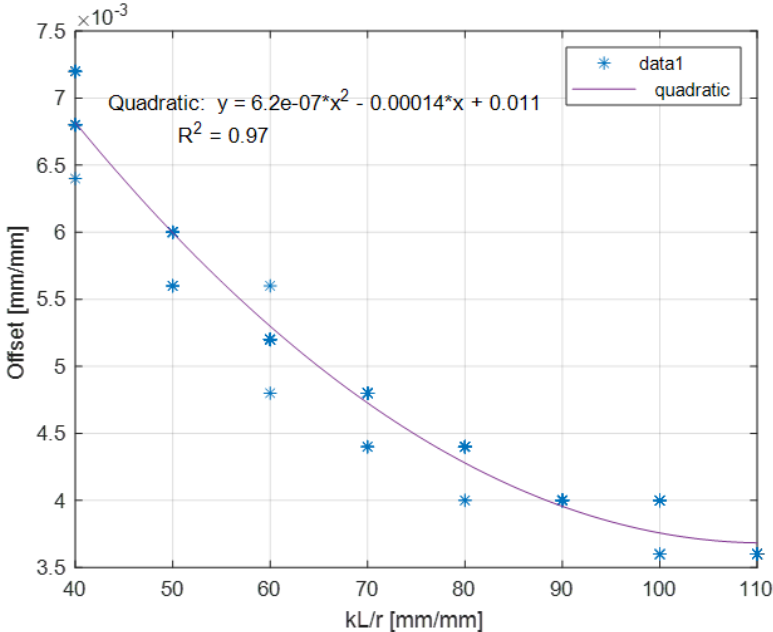


Figura B.12: Calibración desfase, sección RHS/SHS.