



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**MODELAMIENTO MULTIVARIABLE Y CUANTIFICACIÓN DE LA
INCERTIDUMBRE DE LOS RECURSOS EN UN YACIMIENTO TIPO PÓRFIDO
CUPRÍFERO USANDO DATOS DE MUESTREO DE LARGO Y CORTO PLAZO**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

RODRIGO HUMBERTO CASTILLO ARAYA

PROFESOR GUÍA:
XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
MOHAMMADALI MALEKITEHRANI
NADIA MERY GUERRERO
BRIAN TOWNLEY CALLEJAS

SANTIAGO DE CHILE

2022

**RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL GRADO DE:** Magíster en Minería
POR: Rodrigo Humberto Castillo Araya
FECHA: 2022
PROFESOR GUÍA: Xavier Emery

**MODELAMIENTO MULTIVARIABLE Y CUANTIFICACIÓN DE LA
INCERTIDUMBRE DE LOS RECURSOS EN UN YACIMIENTO TIPO PÓRFIDO
CUPRÍFERO USANDO DATOS DE MUESTREO DE LARGO Y CORTO PLAZO**

Actualmente en el yacimiento de tipo pórfido cuprífero de Minera El Abra, se desarrollan fases profundas de sulfuros primarios con bajas leyes de cobre, lo que se traduce en un desafío adicional para el área de estimación de recursos, que debe conseguir que la predicción de las variables regionalizadas se asemeje lo más posible a la realidad, con la finalidad de incorporar información confiable para la toma de decisiones que van a direccionar la planificación de dicha fase de sulfuros.

Con el objetivo de efectuar la revisión de los actuales recursos declarados, se realiza un análisis minucioso de las bases de datos y se proponen las metodologías más precisas de cuantificación de recursos. Se implementa una nueva base de datos que integra la información proveniente de los pozos de tronadura, con la base de datos de sondajes exploratorios. Esta nueva base de datos es el soporte para la actualización de la interpretación geológica del modelo de bloques de mediano plazo, permitiendo disponer de información de niveles más profundos procedentes de los sondajes exploratorios.

Para predecir las leyes de las variables de interés, se aplican metodologías de modelamiento multivariable, utilizando herramientas geoestadísticas que incluyen desde el análisis exploratorio de datos, variografía, cokriging y cosimulación. Del análisis exploratorio de datos, se identifica que las variables de interés presentan una alta correlación, muestreo parcialmente heterotópico y adicionalmente se debe cumplir una condición de desigualdad, motivo por el cual se realiza un cokriging de medias relacionadas. Adicionalmente para evaluar la variabilidad real del yacimiento, se generan realizaciones equiprobables mediante cosimulación, aplicando un cambio de variable para asegurar la condición de desigualdad.

El enfoque innovador que este estudio aborda es la incorporación de dos fuentes de información de distintas cantidad, calidad y soporte volumétrico, pero que hipotéticamente sus medias serían iguales o relacionadas. Esta particularidad es la que se considera al momento de realizar el modelo de recursos y la que permite evaluar el desempeño de los distintos métodos predictivos utilizados. De los resultados se desprende que las predicciones logradas mediante cosimulación, alcanzan mayor precisión que las obtenidas por el método de kriging. Lo anteriormente indicado, se corrobora en la conciliación de recursos entre el modelo de corto plazo, considerado como “la realidad” y los resultados de ambos métodos de predicción.

Tabla de Contenido

1. Introducción.....	1
1.1. Objetivos	2
1.1.1. Objetivo general	2
1.1.2. Objetivos específicos	2
1.2. Alcances	2
2. Antecedentes.....	3
2.1. Modelo geológico.....	3
2.2. Análisis exploratorio y preparatorio de datos	3
2.2.1. Selección de datos válidos y variables relevantes.....	3
2.2.2. Herramientas de análisis espacial.....	4
2.2.3. Desagrupamiento.....	4
2.2.4. Herramientas de análisis univariable	4
2.2.5. Herramientas de análisis bivariable	4
2.2.6. Análisis de contacto entre dominios o unidades geológicas	5
2.3. Variografía	5
2.3.1. Variograma experimental.....	6
2.3.2. Variograma teórico.....	6
2.3.3. Validación cruzada.....	7
2.4. Método de predicción univariable y multivariable	7
2.4.1. Kriging	7
2.4.2. Plan de kriging	8
2.4.3. Propiedades de kriging.....	10
2.4.4. Cokriging	10
2.5. Modelamiento de incertidumbre	11
2.5.1. Modelo multigaussiano	11
2.5.2. Validación de la hipótesis bigaussiana.....	12
2.5.3. Variografía de datos gaussianos.....	12
2.5.4. Validación cruzada de los resultados	12

2.5.5. Algoritmos de simulación	13
2.5.6. Condicionamiento por kriging	14
2.5.7. Simulación por rebloqueo	14
2.6. Estado del arte	14
3. Caso de estudio El Abra: Actualización de la zona mineral	16
3.1. Construcción de la base de datos	16
3.1.1. Control de calidad	16
3.1.2. Evaluación de la distribución de tipos de muestras	16
3.2. Modelamiento implícito	17
4. Análisis exploratorio de datos	18
4.1. Análisis preliminar de la base de datos	18
4.2. Mapas de ubicación.....	18
4.3. Detección de duplicados y desagrupamiento	19
4.4. Análisis de la distribución estadísticas.....	20
4.4.1. Estadísticas básicas	20
4.4.2. Histogramas	21
4.4.3. Diagramas de caja (box plot)	23
4.4.4. Gráficos de dispersión.....	24
4.5. Identificación de dominios.....	24
4.5.1. Mapas de ubicación de dominios	25
4.5.2. Diagramas de caja y gráficos de probabilidad	25
4.6. Análisis de contacto	26
4.6.1. Análisis de gráficos de correlación	26
4.6.2. Análisis de gráficos de media	28
4.7. Definición de variables y unidades de estimación	29
4.7.1. Variables seleccionadas	29
4.7.2. Unidad de estimación.....	30
5. Metodología.....	31
5.1. Análisis variográfico	31
5.1.1. Variografía experimental	31

5.1.2. Modelamiento de variograma teórico	32
5.1.3. Plan de kriging y validación cruzada	33
5.2. Coestimación de CuT – QLT	34
5.2.1. Grilla de estimación	35
5.3. Resultados y validación de la predicción	36
5.4. Transformación gaussiana y modelamiento de anamorfosis	38
5.4.1. Validación del modelo multigaussiano (bigaussianidad).....	38
5.5. Variografía de los datos gaussianos	39
5.5.1. Variografía experimental	39
5.5.2. Modelamiento variográfico datos gaussianos	39
5.5.3. Validación cruzada.....	40
5.6. Cosimulación CuT y RQLT	42
5.6.1. Grilla soporte puntual.....	42
5.6.2. Cálculo de QLT soporte puntual y rebloqueo de valores cosimulados de CuT y QLT	42
5.7. Validación y visualización de resultados	42
5.8. Clasificación de recursos.....	44
5.8.1. Definición de destinos.....	44
5.9. Análisis y discusión de resultados	47
6. Modelo de bloques de corto plazo	49
6.1. Definición de la nueva base de datos	49
6.2. Construcción del modelo de bloques de corto plazo.....	50
6.2.1. Análisis variográfico	50
6.2.2. Vecindad de kriging y validación cruzada	51
6.2.3. Predicción de CuT y QLT modelo de corto plazo	52
6.2.4. Resultados y validación de predicción obtenida	52
7. Análisis de precisión de los métodos de predicción	54
7.1. Comparación entre CuT cokriging y CuT cosimulado	54
7.1.1. Histogramas de los errores para CuT	54
7.1.2. Nube de correlación entre leyes reales y coestimadas – cosimuladas de CuT.....	54
7.2. Comparación entre QLT cokriging y QLT cosimulado.....	55

7.2.1. Histogramas de los errores para QLT	55
7.2.2. Nube de correlación entre leyes reales y coestimadas - cosimuladas de QLT.....	56
8. Conciliación de recursos entre el modelo de corto plazo y los métodos predictivos	57
8.1. Clasificación de los destinos reales.....	57
8.2. Conciliación de recursos entre modelo de corto plazo y cokriging	57
8.3. Conciliación de recursos entre modelo de corto plazo y cosimulación	58
9. Conclusiones.....	60
Bibliografía	61
Anexo: Nubes de correlación de las 50 realizaciones	64

Índice de Tablas

Tabla 1. Resumen del análisis preliminar de datos.....	18
Tabla 2. Resumen de estadísticas básicas por zona mineral.....	21
Tabla 3. Matrices de correlación agrupadas.	23
Tabla 4. Estadísticas básicas y matriz de correlación para los dominios definidos.	29
Tabla 5. Resumen estadísticas básicas y matriz de correlación de la base de datos definitiva. ...	30
Tabla 6. Estadísticas de los errores para las 5 configuraciones de plan de kriging.	33
Tabla 7. Estadísticas básicas de la base de datos sin datos faltantes.	34
Tabla 8. a) Estadísticas básicas coestimación. b) Datos originales desagrupados.	37
Tabla 9. Rangos de clasificación de destinos.	44
Tabla 10. Estadísticas globales para los resultados de cokriging y cosimulación.....	47
Tabla 11. a) Estadísticas coestimación. b) Estadísticas datos originales desagrupados.....	52
Tabla 12. Estadísticas globales modelo de corto plazo vs cokriging.	58
Tabla 13. Estadísticas globales modelo de corto plazo vs cosimulación.	59

Índice de Figuras

Figura 1. Gráficos cuantil contra cuantil entre los datos de DH y BH, para a) CuT y b) CuS.....	17
Figura 2. a) Base de datos integrada. b) Modelo de la zona mineral.	17
Figura 3. a) Pozos de tronadura. b) Sondajes. c) Data integrada CuT. d) Data integrada QLT...	19
Figura 4. a) Vista 3D de la zona mineral. b) Sección EW de la zona mineral.	20
Figura 5. Histogramas desagrupados para CuT, CuS y QLT.	22
Figura 6. Diagrama de caja según zona mineral para CuT, CuS y QLT.	23
Figura 7. Gráficos de dispersión de las variables CuT- CuS y CuT- QLT.	24
Figura 8. Mapa de ubicación de los dominios propuestos.....	25
Figura 9. Diagramas de caja dominios propuestos para CuT, CuS y QLT.	25
Figura 10. Gráficos de probabilidad lognormal para los dominios propuestos.....	26
Figura 11. Gráficas de correlación CuT-CuS-QLT para los dominios definidos.....	27
Figura 12. Gráficos de leyes medias para todas las fronteras entre dominios.....	28
Figura 13. Modelo geológico entre las cotas 3760 y 3670 m.s.n.m.	30
Figura 14. Variogramas experimentales directos y cruzado para CuT y QLT.....	32
Figura 15. Modelo teórico de variograma directo y cruzado para CuT y QLT.....	32
Figura 16. Nube de correlación de resultados de configuración óptima de plan de kriging.	33
Figura 17. a) Vista 3D y b) sección EW de los datos incluidos en grilla de estimación.	35
Figura 18. Resultados coestimación CuT y QLT bancos a) 3730 y b) 3715.....	36
Figura 19. Nube de correlación de valores estimados CuT vs QLT.	37
Figura 20. Gráficas de modelamiento de las colas a) CuT y b) RQLT.	38
Figura 21. Nubes de correlación diferidas directas y cruzadas a 4m para CuT y RQLT.....	39
Figura 22. a) y b) Variogramas exp. directos CuT y RQLT. c) Variograma exp. cruzado.	39
Figura 23. Variogramas modelados directos y cruzado para CuT y RQLT.....	40
Figura 24. Nubes de correlación de las predicciones de CuT y RQLT.....	41
Figura 25. Accuracy plot para las variables CuT y RQLT.....	41
Figura 26. Nube de correlación para las realizaciones 10, 25 y 40.	42
Figura 27. Realizaciones 10, 20 y 30 para a) CuT y b) QLT.	43

Figura 28. Bancos 3670-3685, 3 superiores: Predicción CuT- CURC- Destinos. 2 inferiores: Probabilidad - Destinos	45
Figura 29. Bancos 3700-3715, 3 superiores: Predicción CuT- CURC- Destinos. 2 inferiores: Probabilidad – Destinos	46
Figura 30. Detalle del sector con nuevas leyes de pozos de tronadura.	49
Figura 31. Nivel 3700 sector con mayor desarrollo de perforación de pozos de tronadura.	50
Figura 32. Variogramas experimentales directos y cruzados para CuT y QLT.	50
Figura 33. Variogramas teóricos directos y cruzados para CuT y QLT.	51
Figura 34. Nube de correlación y estadísticas de error del plan de kriging definido.	51
Figura 35. Resultados coestimación a) CuT y b) QLT para el banco 3700.	53
Figura 36. Nube de correlación de valores estimados CuT vs QLT.	53
Figura 37. Histogramas de los errores para CuT cokriging y CuT cosimulación.	54
Figura 38. Nube de correlación entre leyes de CuT reales y coestimadas – cosimuladas.	55
Figura 39. Histogramas de los errores para QLT cokriging y QLT cosimulación.	55
Figura 40. Nube de correlación entre leyes de QLT reales y coestimadas – cosimuladas.	56
Figura 41. Mapas de CuT, CURC y Destino real para el banco 3700.	57
Figura 42. a) Destino real. b) Destino cokriging. c) Acierto de la clasificación.	58
Figura 43. a) Destino real. b) Destino más probable c) Acierto de la clasificación.	59

1. Introducción

Debido a la mayor cantidad de información que se obtiene con el desarrollo de los bancos de la mina a cielo abierto, se tiene una continua evolución en conocimientos relacionados al comportamiento y distribución espacial de las variables regionalizadas, lo que hace necesario disponer de modelos geológicos actualizados, generando ajustes y mejoras que logren impactar favorablemente los procesos posteriores de predicción. De igual manera, se requiere del estudio de alternativas que demuestren que se están aplicando adecuadas metodologías de evaluación de yacimiento, de acuerdo con la “nueva realidad” que se tiene del depósito mineral. Con esta finalidad, se realiza en este estudio un análisis minucioso de las bases de datos y de las herramientas actuales de predicción, para identificar e implementar la metodología más precisa de predicción o estimación de recursos evaluando la incertidumbre geológica.

Es una práctica generalizada en los yacimientos mineros, considerar las leyes de los pozos de tronadura para calcular un valor promedio de cada bloque considerándolo como la realidad, lo que posteriormente define el destino de los bloques que se explotarán. En este estudio, se propone incorporar valiosa data de sondajes exploratorios, con el fin de utilizar esta información para mejorar la predicción del modelo de bloques de mediano plazo.

Con la finalidad de abordar el objetivo planteado, se propone la implementación de una nueva base de datos que integra la información de los pozos de tronadura (perforación de tipo convencional), con los datos de sondajes exploratorios que incluyen sondajes de tipo infill, geomecánicos e hidrogeológicos (sondajes de tipo aire reverso y diamantina). Esta nueva base de datos es el soporte para la interpretación del modelo geológico, permitiendo disponer de información de niveles de mayor profundidad provenientes de los sondajes, y no solamente de los 15 metros superficiales que se abarcan al considerar únicamente los pozos de tronadura.

Para obtener la predicción de las variables de interés y evaluar la incertidumbre, se aplican una serie de metodologías tanto de modelamiento geológico implícito y modelamiento geoestadístico multivariable. En geoestadística se utilizan diversas herramientas, que incluyen desde el estudio exploratorio de datos, variografía, predicción y simulación conjunta. Se evalúan estos métodos de predicción utilizando la base de datos integrada, para posteriormente en una segunda etapa, comparar los resultados de las predicciones con el modelo de bloques de corto plazo considerado como “la realidad”, proveniente de la nueva información de los pozos de tronadura que se obtiene con el avance de la explotación de la mina.

De la comparación de los métodos predictivos se extrae importante información que permite evaluar y definir el método de mejor desempeño, con la finalidad de clasificar de manera más certera y fundada los destinos de los recursos, basándose en predicciones confiable que incorporan la incertidumbre geológica.

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo general

Identificar el método de predicción que logra el mejor desempeño, considerando la nueva base de datos propuesta compositada a soporte único de 15 m.

1.1.2. Objetivos específicos

- Creación de base de datos integrada, entre pozos de tronadura y sondajes exploratorios a compósitos de 15 m.
- Modelamiento geológico implícito con la nueva base de datos integrada.
- Estudio exploratorio de la base de datos integrada.
- Selección de variables aditivas a predecir.
- Análisis y modelamiento variográfico.
- Rigurosa selección de plan de kriging.
- Predicción de variables de interés.
- Simulación de variables de interés.
- Selección de método predictivo de mejor desempeño mediante el cálculo de recursos y definición de destino de materiales.

1.2. Alcances

Este estudio tiene como objetivo dar respuesta a la necesidad de revisar y eventualmente, mejorar la metodología actual de predicción de recursos enfocada específicamente a una fase de zona mineral de sulfuros primarios de baja ley.

La mina El Abra, ubicada en la precordillera de la región de Antofagasta, se encuentra actualmente en explotación a cielo abierto y corresponde a un depósito de tipo pórfido cuprífero, el que posee una concentración importante de minerales de óxidos de Cu cercanos a la superficie, pero que carece de un desarrollo importante de enriquecimiento secundario, pasando desde una zona oxidada a una zona de sulfuros primarios, con una transición menor de mixtos y escaso desarrollo de calcosina entre ambos horizontes.

En Minera El Abra, la extracción de cobre se realiza mediante la técnica hidrometalúrgica de lixiviación en pilas. Los minerales que la componen están principalmente constituidos por óxidos, con una componente menor de sulfuros de características específicas relacionadas con su grado de recuperación de cobre, que hacen que califiquen para ser depositados en la pila sulfolix.

El desarrollo de fases profundas en la mina, han alcanzado sectores con predominio de sulfuros primarios de baja ley, lo que demanda realizar una rigurosa revisión tanto de su modelo geológico como de sus métodos de predicción de recursos, con la finalidad de asegurar que los modelos tengan la menor fluctuación posible con la realidad.

2. Antecedentes

En este capítulo, se presentan los fundamentos teóricos de las principales herramientas geológicas y geoestadísticas que se emplean en este estudio, detallando cada una de las etapas necesarias para un adecuado procesamiento y manejo de la información. También se revisa el estado del arte, para identificar las alternativas bibliográficas disponibles relacionadas específicamente con el tema de interés.

2.1. Modelo geológico

Un modelo geológico consistente es crucial para la codificación de las variables categóricas que se utilizan para definir los dominios y unidades de estimación (Duke & Hanna, 2001; Glacken & Snowden, 2001). Esta correcta identificación y delimitación de las unidades geológicas, tales como; litología, alteración y zona mineral, facilita el análisis del comportamiento espacial de las variables regionalizadas bajo una hipótesis de estacionaridad dentro de cada unidad y, por ende, represente lo mejor posible la realidad considerando la incertidumbre geológica propia de sectores con menor información. Para conseguir esto, es necesario incorporar todos los datos geológicos - estructurales disponible en el yacimiento, tanto en superficie como en profundidad.

2.2. Análisis exploratorio y preparatorio de datos

Es fundamental la adecuada selección de los datos válidos, soporte y variables relevantes que serán utilizadas en el estudio. Para conseguir esto, el primer objetivo del estudio exploratorio de datos es analizar de manera gráfica y estadística la cantidad, calidad, tipo, ubicación y distribución de los datos disponibles. Un segundo objetivo que se busca al aplicar las herramientas de análisis exploratorio, es diagnosticar la naturaleza (dura o blanda) de las fronteras entre unidades geológicas. En particular, es de interés evaluar el comportamiento de una variable regionalizada a través de las zonas de transición entre fronteras de dominios, y eventualmente agrupar o subdividir unidades en función de la homogeneidad de las leyes (Isaaks & Srivastava, 1989).

2.2.1. Selección de datos válidos y variables relevantes

Se debe realizar una revisión exhaustiva de las bases de datos para identificar y resolver cualquier problema que pudieran presentar, poniendo especial atención en detectar la presencia de datos erróneos o inconsistentes, datos extremos o atípicos, datos mal posicionados, ausentes o repetidos, valores bajo el límite de detección, muestreo preferencial entre otros (Davis, 2002).

2.2.2. Herramientas de análisis espacial

Estas herramientas son utilizadas para visualizar la ubicación espacial de los datos y tener una idea preliminar de la distribución y continuidad de la variable regionalizada en estudio. También permite verificar si el muestreo es regular, irregular y/o preferencial, cómo también la identificación de muestras mal posicionadas. El tipo de despliegue más utilizado de estas herramientas son las proyecciones en plantas y secciones o vistas en 3D, codificando los datos por colores y por símbolos.

2.2.3. Desagrupamiento

Debido a que los sondeos exploratorios están distribuidos en una malla irregular, es conveniente asignar un peso estadístico diferente a cada dato. Para esto se aplica la técnica de desagrupamiento de la base de datos, que consiste en ponderar los datos en función de su grado de aislamiento, es decir, los datos ubicados en las áreas densamente muestreadas (datos agrupados) deben recibir menor ponderación que los datos en áreas menos muestreadas (datos aislados).

2.2.4. Herramientas de análisis univariable

Para visualizar la distribución estadística de los datos considerando cada variable individualmente, se utilizan las siguientes herramientas:

- **Histogramas:** Se grafica la frecuencia de datos en función del valor y se utilizan para visualizar los valores extremos o atípicos, la forma de la distribución y eventualmente la presencia de bi o multi modalidad (pudiendo indicar una mezcla de poblaciones).
- **Diagramas de cajas:** Gráfico unidimensional que resume la distribución de la variable, indicando los cuartiles y valores extremos. Sirve para comparar la distribución de una variable en diferentes dominios y visualizar fácilmente diferencias o similitudes en sus rangos intercuartil.
- **Gráficos de probabilidad lognormal:** Gráfico que expone la frecuencia acumulada en el eje de la ordenada en escala gaussiana y en abscisa los valores de la variable en escala logarítmica. Una aplicación de este gráfico es para evaluar la similitud de la distribución de la variable para distintos dominios o unidades geológicas.

2.2.5. Herramientas de análisis bivariable

Para analizar la distribución conjunta de dos variables, se utiliza principalmente el gráfico cuantil contra cuantil y el gráfico de dispersión o nube de correlación.

- **Gráficos cuantil contra cuantil:** Compara la distribución de dos variables graficando cada cuantil de la primera variable, en función del mismo cuantil de la segunda variable. Si las dos distribuciones son idénticas se grafica la línea recta diagonal, si sus distribuciones son parecidas en forma, el gráfico arroja una línea recta diferente de la diagonal. Si no existiera semejanza entre ambas distribuciones se visualiza una curva. Una aplicación de este gráfico es para decidir si dos conjuntos de datos pertenecen a la misma población.
- **Gráficos de dispersión o nube de correlación:** Visualiza los valores de una variable en función de la otra medidos en las mismas muestras. Permite ver la dependencia par a par entre ambas variables (lineal-no lineal, homoscedástica - heteroscedástica, desigualdades, quiebres de comportamiento, mezcla de poblaciones) y detectar valores inconsistentes.

2.2.6. Análisis de contacto entre dominios o unidades geológicas

Se debe analizar la frontera entre dominios o unidades geológicas, e identificar si el comportamiento de la variable cambia de forma abrupta o de forma gradual al cruzar la frontera, junto con la correlación existente a una distancia definida, entre un dato del dominio uno y otro dato del dominio dos. Este análisis va a incidir en la decisión de agrupar, separar o definir zonas de transición en las unidades de estimación (Cressie, 1993).

- **Gráficos de correlación:** Determina cuán correlacionados están los valores de la variable regionalizada de un lado y del otro de la frontera entre dos dominios. Esta correlación se define en base a una serie de pares de datos entre el dominio uno y el dominio dos, separados a diferentes intervalos de distancia. Se obtiene un perfil que muestra la variación de la correlación entre ambos datos al pasar del dominio uno al dominio dos.
- **Gráficos de media:** Evalúa la variación de la media local de la variable al acercarse o alejarse de la frontera entre dos dominios. Identifica como contacto blando el cambio gradual de la media al cruzar la frontera y como contacto duro el cambio abrupto de la media en función de la distancia al contacto entre los dominios.

2.3. Variografía

El análisis variográfico univariable se realiza con el objetivo de describir las principales propiedades de distribución espacial de una variable regionalizada en estudio y el análisis variográfico multivariable se realiza para describir y modelar la dependencia espacial conjunta de una correogionalización, mediante variogramas directos de cada variable y variogramas cruzados de cada par de variables (Guibal, 2001; Wackernagel, 2003). Una diferencia en las propiedades matemáticas entre un variograma directo y un variograma cruzado, es que el variograma cruzado

puede ser negativo lo que indica que ambas variables son antagónicas. Por otra parte, no existen grandes diferencias conceptuales entre el cálculo experimental del variograma simple y el variograma cruzado.

2.3.1. Variograma experimental

La forma del variograma muestra características importantes del comportamiento espacial de la variable regionalizada. El comportamiento cerca del origen indica qué tan semejantes son los datos muy cercanos entre sí, reflejando la regularidad de la variable en el espacio. La pendiente que presente la gráfica del variograma, indica la celeridad con la cual la variable pierde correlación espacial. La distancia a la que el variograma se estabiliza en torno a una meseta, representa la distancia de influencia de un dato (alcance).

El cálculo del variograma se realiza a lo largo de una dirección preferencial si la variable evidencia un comportamiento anisotrópico, es decir, posee direcciones preferenciales en cuanto a su continuidad, o se puede calcular en todas las direcciones (variograma omnidireccional) si la variable muestra un comportamiento isotrópico (Cressie & Hawkins, 1980; Genton, 1998).

Para la construcción de variogramas directos y cruzados, se deben definir de manera apropiada los distintos parámetros de cálculo tales como; el paso, tolerancia al paso, número de pasos, ancho y alto de banda, tolerancia al azimut, tolerancia al dip y número mínimo de pares de datos, con la finalidad de obtener una zona de tolerancia adecuada donde se va a calcular el variograma (Richmond, 2002; Armstrong, 1984).

Una observación importante en la construcción del variograma cruzado, es que para el caso de una base de datos con heterotopía total, no se dispone de datos comunes para ambas variables lo que impediría el cálculo del variograma.

2.3.2. Variograma teórico

El variograma experimental debe ser modelado, debido a que es calculado solamente para algunas distancias y algunas direcciones del espacio, por lo tanto, se debe ajustar un modelo teórico de variograma. Este modelo teórico de variograma queda definido para todas las distancias y debe ser consistentes en las distintas direcciones, es decir, tener el mismo efecto pepita y el mismo número y tipo de estructuras anidadas (Carrasco, 2010). Para el ajuste manual del modelo de variograma, se debe realizar el ejercicio de prueba y error determinando el efecto pepita, los alcances y mesetas en cada dirección, junto con la cantidad y tipos de modelos que se anidarán para conseguir el mejor ajuste (Cressie, 1991; Gringarten & Deutsch, 2001; Marchant & Lark, 2004). Es importante considerar que los variogramas cruzados tienen relación con los variogramas directos y existe una desigualdad que deben cumplir (desigualdad de Schwarz) junto a otras condiciones para poder ser válidos, por lo tanto, no pueden ser modelados en forma independiente.

2.3.3. Validación cruzada

Esta etapa permite comparar la calidad de varios modelos posibles para finalmente validar el mejor modelo teórico de variograma. Es importante la definición de los parámetros que se ingresan en la validación cruzada, pues servirán para validar la vecindad de kriging (plan de kriging) que se usará en la etapa posterior de estimación, por tanto, se recomienda considerar los siguientes factores:

- Orientar la vecindad de acuerdo con la anisotropía, privilegiando el radio de búsqueda en la dirección de mayor continuidad.
- Definir los sectores angulares en 4, 6, 8 o 10, según el agrupamiento que presenten las muestras.
- El número óptimo de muestras que se va a definir por sector angular, deben ser la cantidad suficientes de datos para la estimación sin llegar a tener redundancia.

Adicionalmente se recomienda calcular el error de estimación, evaluando la diferencia entre el valor estimado y el valor real para cada sitio con dato, para luego estudiar la calidad de estos errores de estimación por medio de estadísticas y gráficas como las detalladas a continuación:

- **Medias de los errores y de los errores estandarizados:** Debe ser cercana a 0, lo que indica el resultado de un estimador insesgado.
- **Varianza de los errores:** Debe ser lo más baja posible para comprobar que el estimador es preciso.
- **Varianza de los errores estandarizados:** Debe ser cercana a 1, indicando que el variograma cuantifica adecuadamente la incertidumbre.
- **Nube de dispersión entre valores reales y estimados:** La regresión debe acercarse a la diagonal para verificar la ausencia de sesgo condicional.

2.4. Método de predicción univariable y multivariable

2.4.1. Kriging

Kriging es un método que busca predecir el valor desconocido de una variable regionalizada en sitios no muestreados del espacio, utilizando los datos disponibles alrededor de este sitio. La predicción consiste en ponderar los datos según su configuración geométrica y distancia con respecto al sitio a predecir, por ejemplo, datos muy cercanos entre sí contienen información redundante (posibles agrupamientos) y pueden recibir menos ponderación que datos espaciados.

La predicción mediante kriging considera también las características de correlación y continuidad espacial de la variable regionalizada mediante su variograma (Goovaerts, 1997).

Kriging se basa en tres condiciones para su construcción.

- **Restricción de linealidad:** La predicción es una combinación lineal ponderada de los datos.
- **Restricción de insesgo:** El error cometido por la predicción debe tener una esperanza nula, lo que indica que el kriging no tiende a sobrestimar o subestimar el valor real conocido.
- **Restricción de optimalidad:** Busca que la varianza del error de predicción (varianza de kriging) sea mínima. Esta restricción cuantifica qué tan precisa es la predicción.

Existen distintas variantes de kriging, las que difieren según las hipótesis asumidas. Las dos variantes principales que más se utilizan son:

- **Kriging simple:** Se basa en una media global conocida y en el variograma de la variable regionalizada.
- **Kriging ordinario:** Se basa únicamente en el conocimiento del variograma. La media se considera desconocida, constante a escala local pero posiblemente no a escala global.

Dentro de los tres principales parámetros de entrada para kriging, se encuentra la calidad de los datos, es decir, la realización de un riguroso análisis exploratorio y preparatorio de los datos que permita obtener una base de datos de buena calidad. Como segundo input importante está la calidad del ajuste del variograma, debido a que el variograma va a cuantificar la correlación espacial entre los datos y el punto que se desea predecir. Finalmente, como tercer pilar fundamental en los parámetros de entrada está la vecindad o plan de kriging.

2.4.2. Plan de kriging

La vecindad o plan de kriging, se refiere a la zona del espacio centrada en el sitio a predecir, donde se buscan los datos que se utilizan en la predicción. La vecindad teóricamente ideal considera todos los datos disponibles en una vecindad única, lo que puede aumentar innecesariamente los tiempos de cálculo sin mejorar notoriamente la precisión de la predicción. También hay situaciones donde se evita utilizar datos demasiados lejanos por cuestionar que la hipótesis de estacionaridad sea válida a escala global. Es principalmente por estos motivos que a menudo en la práctica se prefiere trabajar con una vecindad móvil que considera sólo una parte

de los datos, y especificar su tamaño y forma, es un trabajo que se debe abordar de manera rigurosa (Isaaks & Srivastava, 1989).

- **Tamaño de la vecindad móvil:** Para definir un tamaño adecuado de la vecindad móvil, se debe considerar como parámetros relevantes el alcance del variograma y la malla de muestreo. El alcance define el tamaño de la vecindad, si el espaciamiento de la malla de muestreo permite incluir un número suficiente de datos, de lo contrario, se recomienda aumentar el tamaño de la vecindad más allá de la distancia del alcance del variograma, para incluir datos adicionales que permitan aumentar la precisión de la predicción y disminuir el sesgo condicional. Por otra parte, los cambios en la continuidad espacial, la irrelevancia de los datos lejanos y/o la poca confiabilidad del modelo de variograma para distancias muy grandes, son factores que incitan a disminuir el tamaño de la vecindad.
- **Forma de la vecindad móvil:** La forma definida para el plan de kriging va a depender de las curvas de iso-correlación detectada en el análisis variográfico. Si la variable es isótropa, generalmente se opta por una vecindad en forma de círculo en 2D o una esfera en 3D, de manera que la vecindad va a buscar datos equitativamente en todas las direcciones del espacio. Si el variograma de la variable es anisótropo con una dirección de mayor continuidad, se suele utilizar una vecindad con forma de elipse en 2D o de elipsoide en 3D, que está orientada con su eje mayor acorde a la dirección de mayor continuidad (mayor radio de búsqueda en la dirección de anisotropía).
- **Sectores angulares:** Es recomendable dividir la vecindad en cuadrantes o sectores angulares para mejorar la repartición de los datos en torno al sitio a predecir. La selección de un cierto número de datos por sectores angulares, se realiza acorde a los datos que queden dentro de círculos o elipses concéntricas al sitio a predecir, según sea el caso de una variable isótropa o anisótropa respectivamente. La finalidad de dividir en sectores angulares, es que los datos que se seleccionan estén distribuidos en todas las direcciones respecto al punto a predecir y se evite seleccionar aglomeraciones de datos redundantes en una sola parte del espacio.
- **Validación cruzada:** Para seleccionar el plan de kriging, se puede recurrir a la validación cruzada evaluando varios planes y escoger el que entrega los resultados más satisfactorios, en relación con la precisión alcanzada y disminución de sesgo condicional mediante el estudio de los errores con estadísticas.

2.4.3. Propiedades de kriging

- **Insesgo:** Kriging por construcción tiene la propiedad de insesgo, es decir, que la media de los errores en promedio se acerca a cero.
- **Interpolación exacta:** Al predecir un punto donde existe un dato, el resultado de la predicción será igual al dato y la varianza de kriging en ese sitio será nula.
- **Aditividad:** Al realizar la predicción por kriging de varios puntos o varios bloques, para calcular la media de esos puntos o de esos bloques, basta con realizar el promedio de las predicciones en esos sitios.
- **Suavizamiento:** La predicción, al ser un promedio ponderado de los datos, se aleja de los valores extremos adquiriendo menor variabilidad, es decir, la dispersión de los valores predichos es menor que la dispersión de los valores reales. Esto implica que kriging tiende a sobrestimar las zonas de valores bajos y a subestimar las zonas de valores altos, aunque en promedio no existe sesgo. Esta propiedad de kriging tiene un impacto en el cálculo de los recursos recuperables cuando se impone un umbral como, por ejemplo, una ley de corte. En estos casos al calcularse los recursos por sobre o por debajo de una ley de corte, puede generarse una respuesta sesgada de la predicción por la propiedad de suavizamiento. Este sesgo es particularmente notorio en sectores donde el espaciamiento entre los datos es grande.
- **Sesgo condicional:** Esta es una propiedad que se desea evitar o minimizar y tiende a ser antagónica a la propiedad de suavizamiento, ya que para no tener sesgo condicional necesariamente se va a tener suavizamiento. No hay sesgo condicional cuando, para un determinado valor predicho, el valor real en promedio es igual al valor predicho.

2.4.4. Cokriging

El formalismo teórico de cokriging es similar al detallado anteriormente para kriging, con la diferencia que cokriging realiza la predicción local conjunta de diversas variables, tomando en cuenta sus dependencias espaciales.

Cokriging es especialmente ventajoso cuando la variable de interés está submuestreada con respecto a otras variables y además están correlacionadas entre sí, ya que permite compensar esta falta de datos con información de la otra variable mediante correlaciones cruzadas (Wackernagel, 2003).

Para el caso de cokriging también existe una diversidad de variantes, siendo las más representativas las mismas que para kriging.

- **Cokriging simple:** Se conocen las medias de todas las variables y se asumen constantes en el espacio. Se conocen las covarianzas o se han modelado el conjunto de variogramas directos y cruzados.
- **Cokriging ordinario:** Considera los modelos de variogramas directos y cruzados y se desconocen las medias de las variables regionalizadas. Al no conocer las medias permite mayor flexibilidad en extender el estimador a casos donde la hipótesis de estacionaridad global (en particular, de medias constantes) es cuestionable.
- **Cokriging ordinario “estandarizado”:** Variante del cokriging ordinario tradicional que considera que las medias desconocidas son iguales. Este caso se puede dar cuando se decide no mezclar dos fuentes de información de una misma variable y trabajarlas como dos variables que tienen la misma media desconocida localmente, si el muestreo no tiene error sistemático. Para el caso de variables con una relación lineal fuerte, se puede introducir la hipótesis adicional que sus medias están relacionadas (Emery, 2012; Emery & Séguret, 2020).

2.5. Modelamiento de incertidumbre

En todo modelo numérico que busca reproducir la realidad siempre va a existir incertidumbre, debido a la falta de conocimiento exhaustivo del fenómeno estudiado. La incertidumbre depende de los siguientes factores: la continuidad espacial de la variable regionalizada, la cantidad y posición de los datos disponibles y del soporte considerado. La simulación busca modelar o representar matemáticamente la incertidumbre mediante distribuciones de probabilidad. Se distinguen dos tipos de distribuciones de incertidumbre: la distribución no condicional y condicional, siendo ésta última la de mayor interés para el estudio ya que depende de datos condicionantes, es decir, de los datos de muestreo (Chilès & Delfiner, 2012).

2.5.1. Modelo multigaussiano

Si las variables en estudio son continuas, el modelo multigaussiano permite determinar distribuciones de incertidumbre considerando una función aleatoria cuyas distribuciones sean gaussianas. Debido a que es poco frecuente que la variable regionalizada en estudio tenga distribución gaussiana, lo primero que se debe realizar para aplicar este modelo es la transformación de los datos para que tengan distribución gaussiana. Esta función de transformación de datos se llama anamorfosis (Verly, 1983).

- **Anamorfosis:** Función que transforma los datos originales de una variable, de manera que tengan una distribución gaussiana estándar de media 0 y varianza 1. La transformación se realiza de cuantil a cuantil, es decir, el primer cuantil de la distribución

original se transforma en el primer cuartil de la distribución normal, la mediana de la distribución original se transforma en la mediana de la distribución normal y así sucesivamente. En el caso multivariable se busca que las variables transformadas tengan conjuntamente una distribución multigaussiana. Esta transformación conjunta puede implicar una alta complejidad (Barnett et al., 2013; Van den Boogaart et al., 2016), la que suele simplificarse al transformar por separado cada variable de interés.

2.5.2. Validación de la hipótesis bigaussiana

Con la anamorfosis se logra que los datos tengan distribución gaussiana estándar, por lo tanto, se tiene un histograma normal con media 0 y varianza 1, pero para validar el modelo se debe verificar que las distribuciones conjuntas de orden superior sean también compatibles con la hipótesis multigaussiana. Una manera de validar el modelo es graficar las nubes de correlación diferidas de los datos gaussianos para ciertas distancias, donde se debiera graficar una nube de puntos de forma elíptica ya que las curvas de isodensidad de distribución bivariable del par, son elipses concéntricas centradas en la media 0. Para distancias pequeñas la nube de correlación diferida grafica una elipse alargada en torno a la diagonal, mientras que para distancias grandes la nube de puntos se vuelve circular.

2.5.3. Variografía de datos gaussianos

Con los datos gaussianos se calcula el variograma experimental y se ajusta un modelo teórico, que normalmente debiera tener meseta cercana a 1 debido a que los datos fueron transformados a una distribución normal de varianza 1. Una particularidad importante del variograma de los datos gaussianos, es que caracteriza toda la función aleatoria, por lo tanto, se tiene el modelo completamente caracterizado.

2.5.4. Validación cruzada de los resultados

- **Capacidad predictiva:** Para evaluar la capacidad predictiva del modelo se recomienda realizar una validación cruzada, es decir, se elimina un dato y a partir de los datos restantes se determina la distribución condicional. De esa distribución condicional se calcula la media condicional que correspondería a la predicción, repitiendo este ejercicio para todos los datos. Para evaluar la calidad de la predicción, se realiza la nube de dispersión entre los valores de la predicción y los valores reales y se debe verificar si las medias condicionales grafican una línea de regresión cercana a la diagonal, lo que indicaría que la predicción es buena y que no presenta sesgo condicional.
- **Capacidad de cuantificación de la incertidumbre:** Para verificar la capacidad del modelo de cuantificar la incertidumbre, por validación cruzada se determina la distribución condicional y de esa distribución de probabilidad se establece un intervalo de

confianza para examinar la proporción real de datos que pertenecen a ese intervalo de confianza (probabilidad teórica). Al graficar la proporción real versus la probabilidad teórica (accuracy plot), el modelo queda validado cuando los puntos experimentales quedan alineados a lo largo de la diagonal. El modelo es conservador cuando los puntos experimentales se grafican por sobre la diagonal sobrestimando la incertidumbre y es optimista cuando los puntos se alinean por debajo de la diagonal subestimando la incertidumbre.

2.5.5. Algoritmos de simulación

El algoritmo es el mecanismo de construcción de las realizaciones. Existen diversos algoritmos para simulación univariable (secuencial, espectral continuo, espectral discreto, descomposición matricial, bandas rotantes) que pueden también ser utilizados en la simulación multivariable (Verly, 1993; Chilès & Delfiner, 2012). Particularmente el método espectral continuo puede ser eficientemente extendido al caso multivariable y tiene muchas ventajas en relación con otros algoritmos, principalmente en temas de rapidez de procesamiento de la información (Emery et al., 2016).

Ventajas:

- Método extremadamente rápido sin importar el número de estructuras anidadas contenidas en el modelo de correogionalización ni el número de funciones aleatorias a cosimular.
- La simulación reproduce exactamente el modelo de correogionalización.
- Expresión analítica de las funciones aleatorias que permite simular tantas posiciones del espacio como se requiera.
- El método es extensible a todo tipo de modelo de correogionalización, no es exclusivo para modelos lineales de correogionalización.

Desventajas:

- Las funciones aleatorias simuladas no son exactamente multigaussianas.

Este método espectral continuo permite generar simulaciones no condicionales, las que son posibles de transformar a simulaciones condicionales mediante una etapa de kriging o cokriging.

2.5.6. Condicionamiento por kriging

Existe la técnica aplicable al método espectral que permite, a partir de la simulación no condicional, transformar la simulación en condicional. Esta técnica indica que la simulación condicional es igual a la simulación no condicional, más el kriging de la diferencia entre el dato y el valor simulado en ese mismo punto. Basta con calcular un solo kriging para condicionar todas las simulaciones, debido a que, para un determinado sitio en el espacio los ponderadores de kriging son los mismos para todas las realizaciones. Normalmente se utiliza kriging simple de media 0, pero puede cambiarse a kriging ordinario si se supone una media desconocida para la variable gaussiana. Para el caso multivariable simplemente se cambia kriging por cokriging, por lo tanto, se pueden simular conjuntamente diversas variables de forma no condicional y mediante cokriging transformarlas en simulaciones condicionales.

2.5.7. Simulación por rebloqueo

Como en este estudio el objetivo es simular una variable en un soporte de bloque, se debe realizar la siguiente secuencia:

- Simulación condicional de las variables a soporte puntual y en una malla densa.
- Anamorfosis inversa.
- Rebloqueo al soporte de bloques requerido.

2.6. Estado del arte

No se dispone de un contundente listado de literatura relacionada específicamente con el tema de interés, pero existen algunas publicaciones interesantes que han abordado la problemática de combinar datos procedentes de diferentes fuentes en la predicción de recursos. Entre estos reportes se encuentra el trabajo realizado por Deraisme y Strydom, que indican:

“los estudios estadísticos sobre perforaciones gemelas, muestran que los ensayos de diamantina y percusión, no pueden simplemente fusionarse en un enfoque de kriging tradicional. Entonces surge la pregunta sobre cómo usar ambos tipos de datos para producir estimaciones confiables de recursos” (Deraisme & Strydom, 2009).

En la mina de Chuquicamata, Krige y Dunn, evaluaron los sesgos de la medición para sondajes diamantinos y convencionales, donde concluyeron en su consistencia en promedio, sin involucrar su soporte, además; proponen un cokriging de los dos tipos de mediciones, concluyendo lo siguiente:

“Cuando se introduce un procedimiento de cokriging, se esperan mejoras adicionales generales, pero de un orden relativamente bajo” (Krige & Dunn, 1995).

Otro artículo de interés para el caso de estudio es el realizado por Emery (2012), que presenta un caso de estudio con información de sondajes diamantinos y convencionales, en el que se explora y propone una variante de cokriging donde se agrega la restricción que algunas de sus variables que se estiman tienen medias iguales o medias relacionadas, donde adicionalmente se expone lo siguiente:

“considerando que el esquema de muestreo es totalmente heterotópico, la estructura de la correlación cruzada entre dos componentes aleatorias, es inferida calculando sus pseudo variogramas cruzados” (Myers, 1991; Papritz et al., 1993; Cressie & Wikle, 1998; Pitard, 2008).

En la mina Radomiro Tomic, Emery y Séguret, presentan un ejemplo de modelamiento conjunto de las leyes de cobre medidas en muestras de sondajes y pozos de tronadura y su uso para actualizar el modelo de bloques, en el que indican:

“este estudio se basa en la igualdad entre la ley media de los pozos de tronadura y aquella de los sondajes” (Emery & Séguret, 2020).

Las verificaciones entre estas dos fuentes de información, se basan en relacionar sus variogramas (Matheron, 1971; Huijbregts, 1971; Journel & Huijbregts, 1978) mediante cálculos matemáticos:

“Comenzando con el variograma de la medición conocida sobre un primer soporte (aquí las muestras de 3 m de largo) se busca por deconvolución teórica, el variograma puntual subyacente, el que se convoluciona luego al segundo soporte (15 metros para pozos de tronadura), para verificar si el resultado teórico corresponde al variograma experimental de los pozos de tronadura”.

Algunas conclusiones de este caso de estudio son:

“En la práctica, el cokriging podría ser útil en un contexto de extrapolación hacia una zona desprovista de pozos de tronadura, dónde existirían algunas mediciones de sondajes... la incorporación de tales datos, aunque son escasos, podría ser extremadamente útil al permitir transformar en interpolación una extrapolación, conocidamente inestable, sobre todo en un contexto no estacionario.” (Emery & Séguret, 2020).

Por último, se menciona el trabajo realizado por Herrera (2013), quien estableció un modelo donde los pozos de tronadura se expresan como una combinación lineal de los datos de sondajes y de un residuo independiente, ante la imposibilidad de obtener variogramas consistentes con los soportes conocidos.

3. Caso de estudio El Abra: Actualización de la zona mineral

El método tradicional para la actualización del modelo geológico de mediano plazo, es utilizar únicamente los mapeos de litología, alteración y zona mineral de los pozos de tronadura, proyectando los polígonos interpretados a bancos inferiores (2 a 3 bancos de 15 m en la vertical cada uno), realizando los ajustes necesarios considerados por el geólogo de modelamiento. En este estudio se incorpora información de niveles profundos proveniente de los sondajes y se realiza la actualización de la zona mineral del modelo geológico con la nueva base de datos que integra la data de pozos de tronadura con la data de sondajes exploratorios.

3.1. Construcción de la base de datos

En la literatura relacionada con el tema de interés, se menciona lo identificado por Danie Krige y Peter Dunn en la mina de Chuquicamata, donde realizaron una evaluación de los sesgos de la medición para sondajes convencionales y diamantinos, concluyendo en su consistencia en promedio, sin involucrar su soporte (Krige & Dunn, 1995).

Para la construcción de la base de datos se considera un soporte único, transformando los sondajes exploratorios a compósitos de 15 m para integrarlos a los compósitos de los pozos de tronadura, acorde con la distribución mayoritaria de los datos. Una vez integradas ambas bases de datos, se realiza un análisis para evaluar la calidad de ambos tipos de muestras.

3.1.1. Control de calidad

Minera El Abra tiene implementado un riguroso programa de QAQC acorde a estándares internacionales, tanto para la etapa de muestreo, preparación mecánica y análisis químico. Para estimar la precisión, se envían sistemáticamente insertos de muestras duplicadas de campo, muestras gemelas y duplicados de pulpa. Para conocer la exactitud de las mediciones, se dispone de materiales de referencia (estándares) para leyes bajas, medias y alta leyes de cobre. También se insertan muestras de blancos, para medir tanto la precisión como la eventual contaminación en el proceso de preparación mecánica. Ambas bases de datos fueron sometidas a este riguroso control de calidad por el área de geología de minas y por el área de laboratorio químico de Minera El Abra. No se pudo tener acceso a los datos para realizar algunos análisis de sus muestras duplicadas y estándares, pero se pudo verificar los informes de QAQC mensuales que validan lo anteriormente expuesto.

3.1.2. Evaluación de la distribución de tipos de muestras

Para evaluar la calidad de los datos obtenidos en distintos métodos de perforación, se realiza un gráfico de cuantil contra cuantil, para las muestras de sondajes exploratorios (DH) y los pozos de tronadura (BH), tanto para cobre total (CuT) como para cobre soluble (CuS). En las gráficas se

aprecia que ambas poblaciones de datos presentan una distribución similar, indicando que no existe impedimento para integrarlas en una sola base de datos (Figura 1).

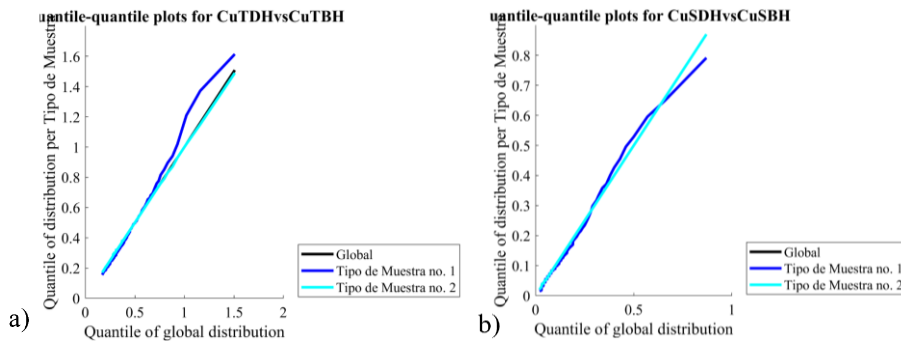


Figura 1. Gráficos cuantil contra cuantil entre los datos de DH y BH, para a) CuT y b) CuS.

3.2. Modelamiento implícito

Para el caso del pórfido cuprífero de El Abra, el tipo de zona mineral es la que controla la ocurrencia de las concentraciones de cobre, por este motivo el modelamiento geológico se enfoca específicamente en esta variable categórica. Para generar el modelo geológico se utiliza la base de datos integrada, esta base de datos está compuesta mayoritariamente por información de pozos de tronadura, dispuestos en una malla de perforación con una separación entre pozos de 9 m en promedio. Su longitud corresponde a 15 m orientados verticalmente. Por otra parte, los sondajes exploratorios están distribuidos en una malla semi regular, en distintas orientaciones y longitudes, con un espaciamiento horizontal promedio de aproximadamente 50 m (Figura 2 a).

El modelo geológico se construye a partir de la base de datos de la caracterización geológica de la zona mineral. En el software de modelamiento implícito Leapfrog Geo, se ingresan las tendencias estructurales, junto con los distintos parámetros de alcance que van a definir los límites de las superficies a modelar, lo que permiten ir construyendo el modelo acorde a la interpretación del geólogo y a la interpolación que genera el software. El producto final que se obtiene, son sólidos correspondientes a las variables categóricas de la zona mineral (Figura 2 b).

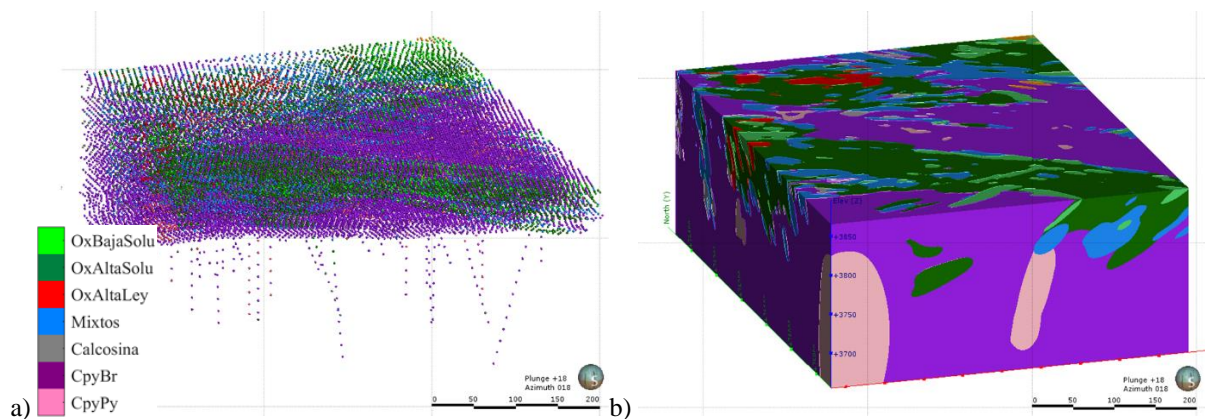


Figura 2. a) Base de datos integrada. b) Modelo de la zona mineral.

4. Análisis exploratorio de datos

Se realiza un riguroso estudio exploratorio de la base de datos, para identificar o descartar la presencia de inconsistencias, valores atípicos, datos repetidos, datos ausentes, verificar la ocurrencia de muestreo preferencial y evaluar la distribución espacial de cada variable de interés dentro de la zona de estudio.

Como se mencionó en el capítulo anterior, la base de datos corresponde a una integración de datos de pozos de tronadura y sondajes exploratorios en compósitos de 15 m, posicionados en la vertical según las cotas correspondientes al banco medio de los distintos niveles.

4.1. Análisis preliminar de la base de datos

Del análisis preliminar de la base de datos se detectan errores menores, tales como decimales separados por comas y en otros casos separados por puntos, los que son corregidos en su totalidad. Se identifica un muestreo heterotópico parcial para la variable de ensayo de lixiviación QLT (por sus siglas en inglés: quick leach test) reflejado por la existencia de valores mínimos -1 (Tabla 1). De la base de datos general se descartó que el submuestreo de QLT sea preferencial para las leyes bajas de cobre total (CuT).

Tabla 1. Resumen del análisis preliminar de datos.

	<i>Este</i>	<i>Norte</i>	<i>Cota</i>	<i>CuT</i>	<i>CuS</i>	<i>QLT</i>
Media	18107,12	76214,86	3802,33	0,45	0,14	0,15
Mediana	18111,10	76224,70	3812,10	0,39	0,08	0,11
Desviación estándar	127,00	147,22	41,33	0,23	0,16	0,20
Varianza de la muestra	16129,57	21673,12	1708,43	0,05	0,02	0,04
Mínimo	17880,55	75843,10	3675,24	0,02	0,01	-1
Máximo	18341,50	76465,73	3862,92	4,94	4,18	4,41
Cuenta	37680	37680	37680	37680	37680	37680

4.2. Mapas de ubicación

En la Figura 3 de los mapas de ubicación, se presenta en el mapa a) la densa distribución espacial de los pozos de tronadura en una malla regular de espaciamiento 9 m y en compósitos cada 15 m. En el mapa b) se aprecia la distribución espacial de los datos de sondajes, distribuidos en una malla semi regular con espaciamiento promedio de 50 m y compositada a 15 m. En los mapas c) y d) se despliegan ambas bases de datos para CuT y QLT respectivamente, donde se observa que en el sector de interés se dispone de datos de sondajes en profundidad y de pozos de tronadura en los niveles más superficiales. De la comparación entre los mapas c) y d), en los sondajes se distingue el submuestreo para la variable QLT en relación con la variable CuT y se verifica que no es preferencial, al estar distribuidos de forma homogénea y caracterizar las bajas concentraciones.

Adicionalmente se despliega la información de la zona mineral, para descartar inconsistencias con el modelo geológico. En la Figura 4 a) se observa en la porción superior una zona de transición de minerales oxidados y mixtos cambiando en profundidad en la cota 3745 m a una zona predominante de minerales sulfurados. En la sección (Figura 4 b) se puede apreciar el piso de óxidos en la cota 3775 m aproximadamente.

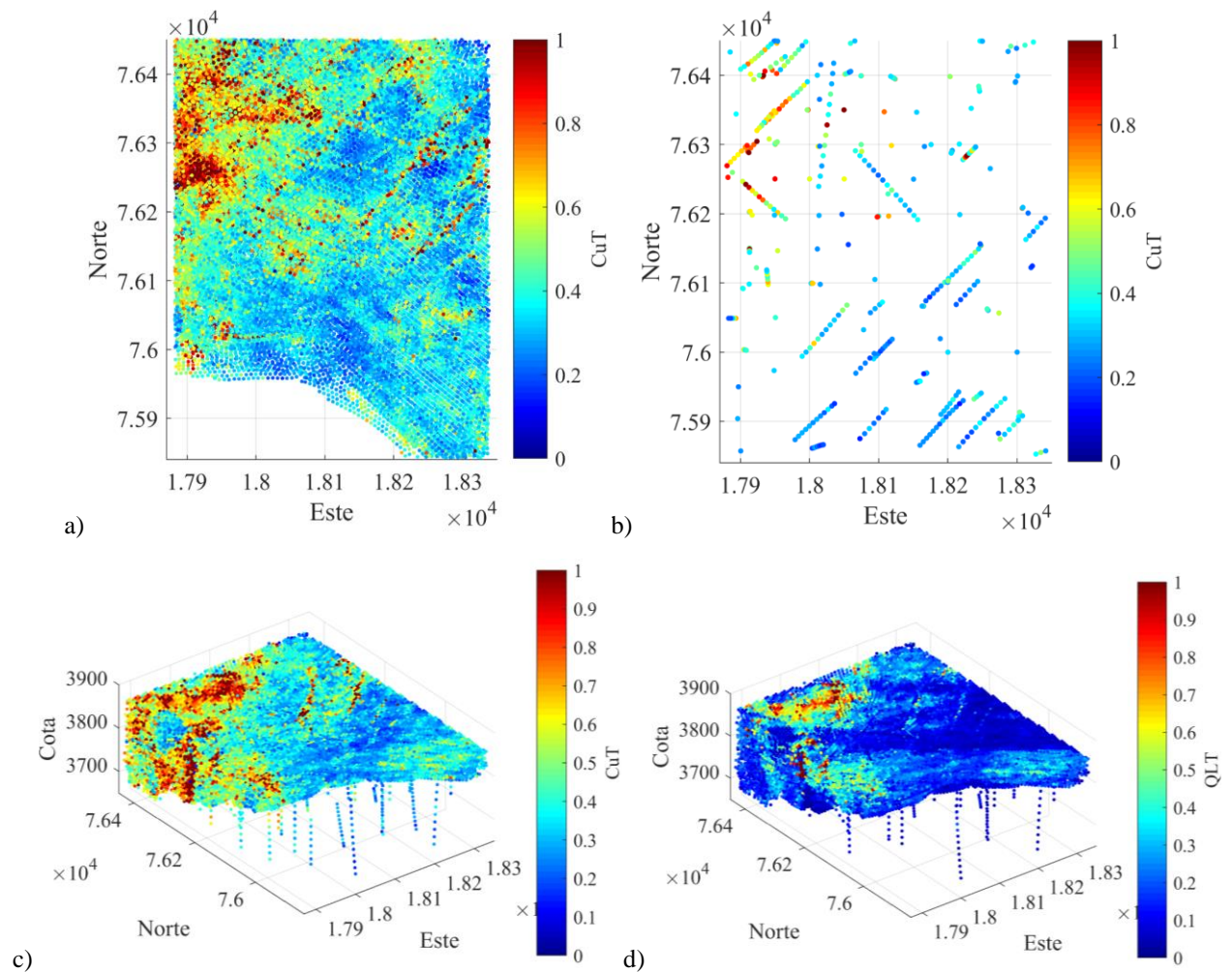


Figura 3. a) Pozos de tronadura. b) Sondajes. c) Data integrada CuT. d) Data integrada QLT.

4.3. Detección de duplicados y desagrupamiento

En el análisis de duplicados, para una distancia de búsqueda de 0.1 m se detectan 6 pares de datos con idénticas coordenadas y valores muy similares, de lo que se desprende corresponderían a controles de calidad, motivo por el cual son eliminados. Entre los 0.1 m y 0.5 m de distancia de búsqueda, se detectan 28 muestras duplicadas que no son eliminadas ya que presentaban diferencias en algunos valores de cobre total y/o cobre soluble.

Para conseguir una adecuada ponderación de los datos de acuerdo con su grado de aislamiento, debido a que las bases de datos presentan sectores con una alta densidad de información y otros sectores con datos muy espaciados, se define una celda de desagrupamiento para la horizontal de acuerdo con la malla de sondajes más espaciada de 80 x 80 m y para la vertical de acuerdo con el valor del compósito de 15 m.

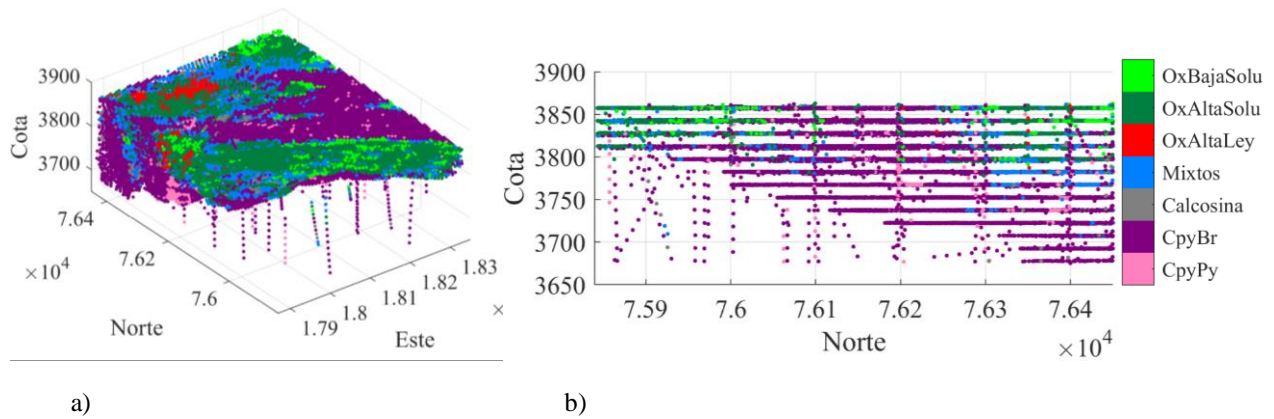


Figura 4. a) Vista 3D de la zona mineral. b) Sección EW de la zona mineral.

4.4. Análisis de la distribución estadísticas

Para evaluar la distribución estadística de los datos, se utilizan herramientas de análisis univariados y bivariados (Journel & Huijbregts, 1978). Se considera también el análisis de las estadísticas básicas para evaluar la correlación entre las variables en las diferentes zonas minerales, con la finalidad de agruparlas estadísticamente en dominios o unidades de estimación.

4.4.1. Estadísticas básicas

En la Tabla 2 se resumen las estadísticas básicas separadas según zona mineral existente en la base de datos. Lo primero que se observa es el efectivo desagrupamiento realizado al identificar una disminución en su media global y también la correcta eliminación de datos duplicados al disminuir en 6 la cantidad total de datos. También es notoria la similitud en sus medias para la variable de CuT para la mayoría de las zonas mineral, a diferencia de lo que indican los valores de las medias para las variables de CuS y QLT donde existe una marcada diferencia entre las zonas minerales de óxidos, mixtos y sulfuros. En color amarillo se destaca el menor número de datos para la variable QLT, lo que corrobora que estamos en presencia de una base de datos parcialmente heterotópica.

Tabla 2. Resumen de estadísticas básicas por zona mineral.

Statistics for CuT:	Global	CpyPy	CpyBr	Calcosina	Mixtos	OxAltaLey	OxAltaSolu	OxBajaSolu
number of data:	37674	1281	24244	755	4280	401	5544	1169
mean value:	0.431	0.493	0.417	0.436	0.448	1.105	0.420	0.368
variance:	0.056	0.085	0.049	0.047	0.068	0.293	0.026	0.035
minimum:	0.020	0.050	0.020	0.110	0.100	0.590	0.140	0.090
maximum:	4.940	1.450	4.510	1.740	2.830	4.940	2.180	2.740

Statistics for CuS:	Global	CpyPy	CpyBr	Calcosina	Mixtos	OxAltaLey	OxAltaSolu	OxBajaSolu
number of data:	37674	1281	24244	755	4280	401	5544	1169
mean value:	0.123	0.036	0.070	0.116	0.203	0.932	0.333	0.203
variance:	0.020	0.000	0.001	0.004	0.018	0.195	0.019	0.008
minimum:	0.010	0.010	0.010	0.018	0.030	0.060	0.040	0.030
maximum:	4.180	0.200	0.750	0.530	1.580	4.180	1.360	0.690

Statistics for QLT:	Global	CpyPy	CpyBr	Calcosina	Mixtos	OxAltaLey	OxAltaSolu	OxBajaSolu
number of data:	37219	1205	24082	747	4225	385	5425	1150
mean value:	0.152	0.041	0.099	0.208	0.242	0.928	0.312	0.191
variance:	0.022	0.001	0.004	0.011	0.025	0.245	0.018	0.011
minimum:	0.000	0.010	0.000	0.040	0.020	0.050	0.040	0.030
maximum:	4.410	0.230	1.200	0.860	2.000	4.410	1.270	0.950

De las estadísticas básicas se evalúa la matriz de correlación, donde se identifica una alta correlación de las variables CuS y QLT con la variable CuT. En la Tabla 3 se compilan las matrices de correlación, agrupadas por colores de acuerdo con su grado de correlación de CuS y QLT en relación con el CuT. Estos tres grupos están compuestos por:

- Calcopirita-pirita (Cpy-Py), calcopirita-bornita (CpyBr) y calcosina.
- Óxidos de baja solubilidad (OxBajaSolu) con mixtos.
- Óxidos de alta solubilidad (OxAltaSolu) con óxidos de alta ley (OxAltaLey).

4.4.2. Histogramas

En los histogramas desagrupados de la Figura 5, se muestra una distribución relativamente simétrica de los datos de CuT y proporcional a la cantidad de datos para todas las zonas minerales, a diferencia de la distribución de los datos de CuS y QLT, que presentan una elevada frecuencia de ocurrencia de valores bajos con una cola alargada de leyes más altas. Esta distribución con alta frecuencia de leyes bajas estaría predominantemente asociada a la zona mineral de sulfuros, aumentando la proporción de mixtos a óxidos para la cola de leyes más elevadas de CuS y QLT. Esto refleja una distribución diferente de la variable CuS y QLT dependiendo de la zona mineral en la que fueron medidas, en comparación con la distribución del CuT.

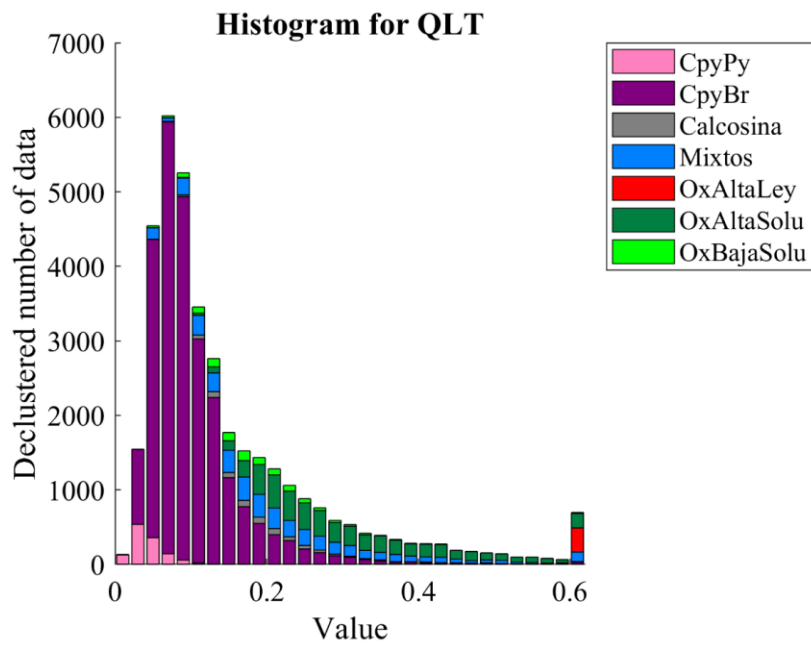
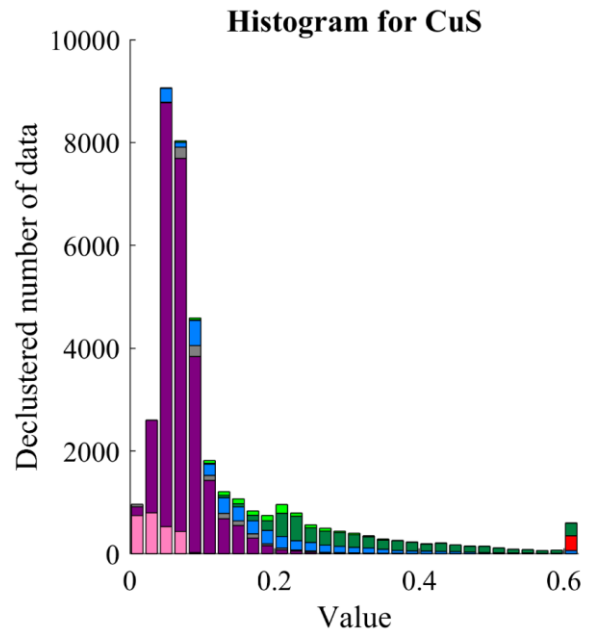
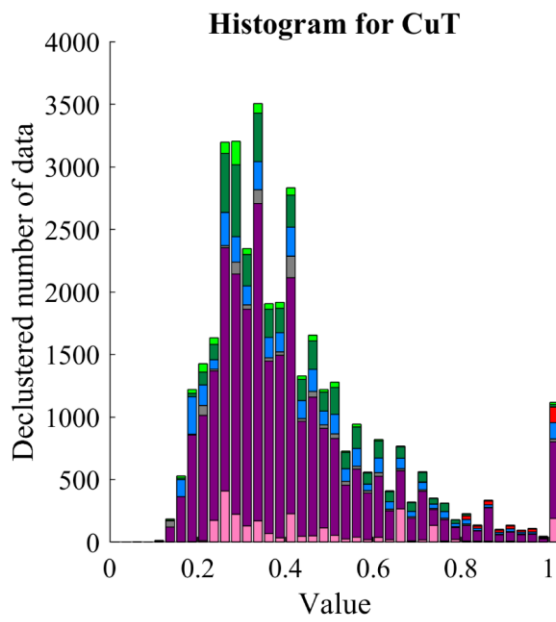


Figura 5. Histogramas desagrupados para CuT, CuS y QLT.

Tabla 3. Matrices de correlación agrupadas.

Global correlation matrix:				Correlation matrix for Mixtos:			
CuT	CuS	QLT		CuT	CuS	QLT	
CuT	1.000	0.477	0.683	CuT	1.000	0.703	0.915
CuS	0.477	1.000	0.939	CuS	0.703	1.000	0.869
QLT	0.683	0.939	1.000	QLT	0.915	0.869	1.000

Correlation matrix for CpyPy:				Correlation matrix for OxBajaSolu:			
CuT	CuS	QLT		CuT	CuS	QLT	
CuT	1.000	0.477	0.733	CuT	1.000	0.709	0.883
CuS	0.477	1.000	0.734	CuS	0.709	1.000	0.873
QLT	0.733	0.734	1.000	QLT	0.883	0.873	1.000

Correlation matrix for CpyBr:				Correlation matrix for OxAltaLey:			
CuT	CuS	QLT		CuT	CuS	QLT	
CuT	1.000	0.436	0.824	CuT	1.000	0.936	0.984
CuS	0.436	1.000	0.720	CuS	0.936	1.000	0.973
QLT	0.824	0.720	1.000	QLT	0.984	0.973	1.000

Correlation matrix for Calcosina:				Correlation matrix for OxAltaSolu:			
CuT	CuS	QLT		CuT	CuS	QLT	
CuT	1.000	0.659	0.932	CuT	1.000	0.905	0.933
CuS	0.659	1.000	0.672	CuS	0.905	1.000	0.975
QLT	0.932	0.672	1.000	QLT	0.933	0.975	1.000

4.4.3. Diagramas de caja (box plot)

En los diagramas de caja se desprende una situación similar a los histogramas, mostrando una distribución y dispersión similar para el CuT en la mayoría de las zonas minerales (exceptuando OxAltaLey). Para el caso de las otras dos variables CuS y QLT, los diagramas de caja muestran que la distribución y la dispersión de los datos está fuertemente controlada por la zona mineral en la que se encuentran (Figura 6).

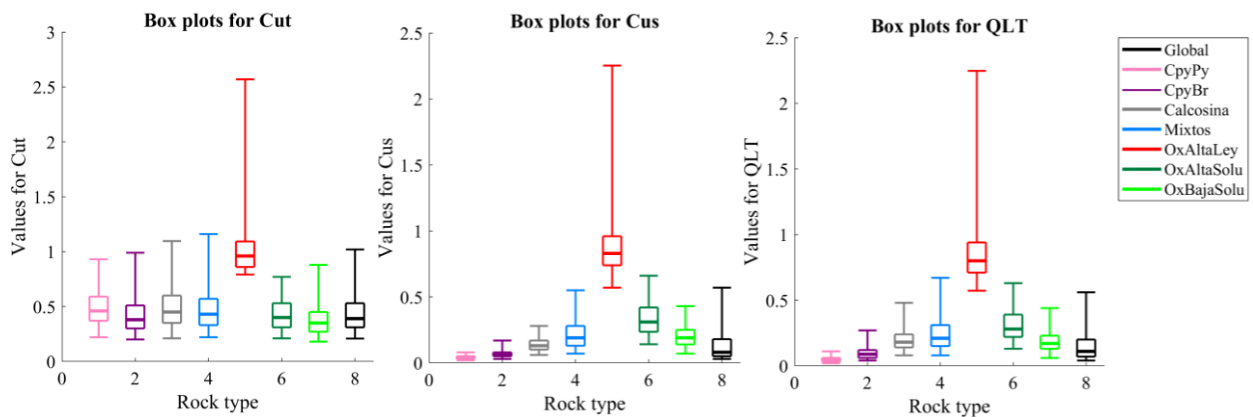


Figura 6. Diagrama de caja según zona mineral para CuT, CuS y QLT.

4.4.4. Gráficos de dispersión

Al visualizar los valores de CuS y QLT en función de la variable CuT, lo primero que se corrobora es la ausencia de datos inconsistentes, como por ejemplo CuS mayor que CuT o QLT mayor que CuT. Al analizar los datos ploteados de acuerdo con la zona mineral en la que fueron medidos, sugiere la presencia de 3 poblaciones de acuerdo con la correlación que presentan las variables CuS y QLT en función del CuT. En la Figura 7 se puede identificar que los datos de CuS y QLT correspondientes a la zona mineral OxAltaLey y OxAltaSolu, presentan elevada correlación con clara dependencia lineal creciente con el CuT, al encontrarse muy cercanos a la diagonal. Para los valores medidos en las zonas minerales de CpyPy, CpyBr y Calcosina, la nube presenta otro comportamiento ya que se distribuye cercana a la abscisa sugiriendo la presencia de otra población de datos. Finalmente, para el caso de los mixtos y OxBajaSolu, estos se disponen en una nube intermedia entre ambas poblaciones anteriormente descritas, lo que indicaría una posible población de transición entre los sulfuros y óxidos de alta solubilidad (Figura 7).

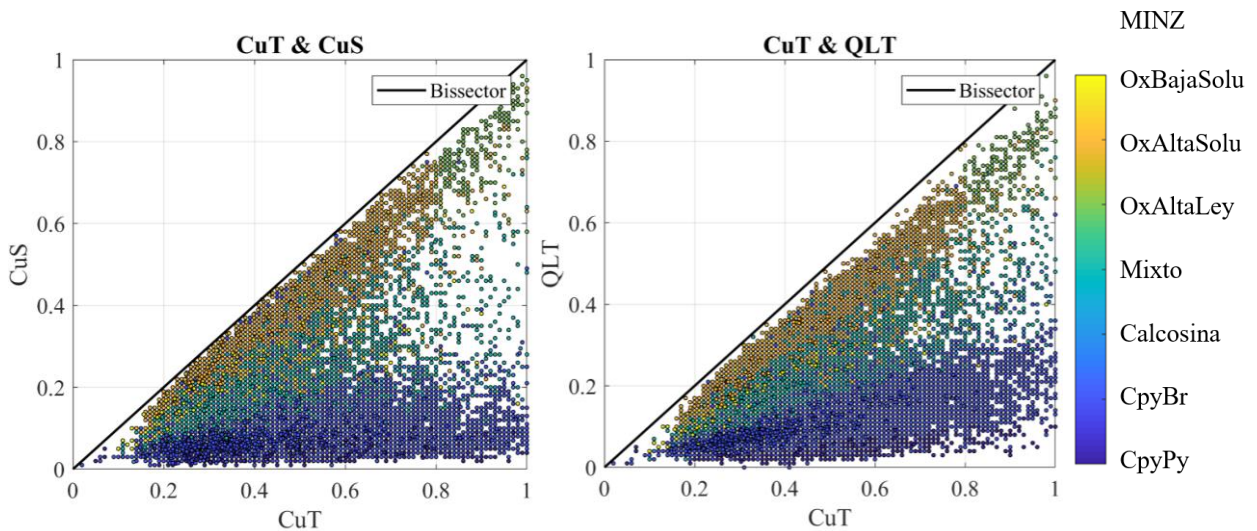


Figura 7. Gráficos de dispersión de las variables CuT- CuS y CuT- QLT.

4.5. Identificación de dominios

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, se identifican 3 poblaciones según su distribución estadística y sus correlaciones, esto último sumado a las características geológicas permiten proponer los siguientes dominios:

- OxAltaLey + OxAltaSolu = ÓXIDOS
- Mixto + OxBajaSolu = MIXTOS
- CpyPy + CpyBr + Calcosina = SULFUROS

4.5.1. Mapas de ubicación de dominios

En los mapas de ubicación se observa la distribución espacial de los tres dominios propuestos, donde se puede identificar en la parte superficial núcleos de óxidos que están englobados por el dominio de mixtos dando paso a un claro predominio de sulfuros en profundidad (Figura 8). Estos dominios se pueden diferenciar con facilidad en la vertical, al identificarse el piso donde comienza la mineralización y se mantiene en dirección a la superficie. Para el caso del dominio de mixtos, su piso se encuentra a los 3745 m y para el dominio de óxidos estaría ubicado a los 3775 m. El dominio de sulfuros comienza a mayor profundidad por lo que no se puede definir su piso. No es igual de fácil la separación de estos dominios en la horizontal, pues se encuentran intercalados formando zonas irregulares difíciles de diferenciar.

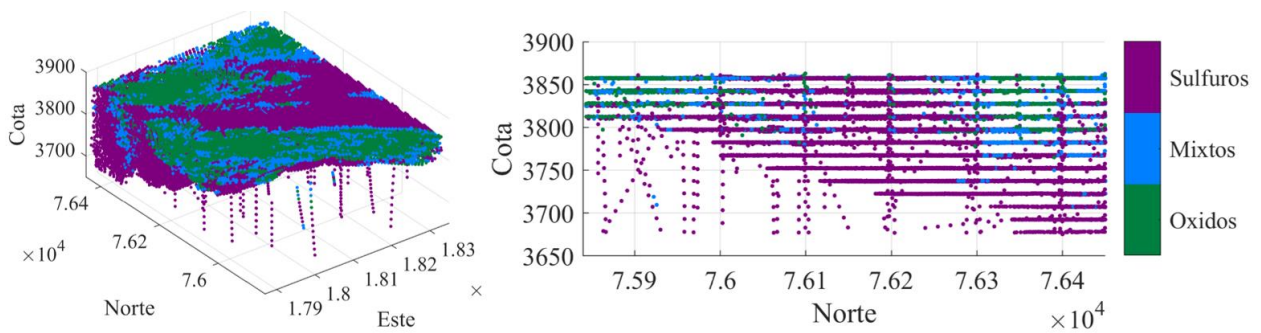


Figura 8. Mapa de ubicación de los dominios propuestos.

4.5.2. Diagramas de caja y gráficos de probabilidad

De los diagramas de caja (Figura 9) y gráficos de probabilidad (Figura 10) para los dominios propuestos, se observan diferencias en la distribución de los datos para las variables CuS y QLT lo que confirma la existencia de poblaciones diferentes para estas variables en los dominios definidos. Para el caso del CuT la distribución de los datos es similar para todos los dominios.

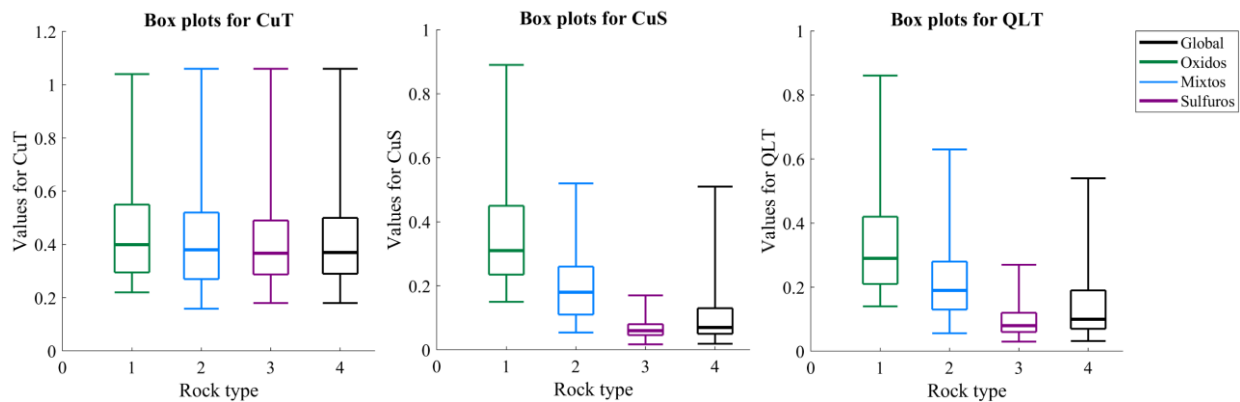


Figura 9. Diagramas de caja dominios propuestos para CuT, CuS y QLT.

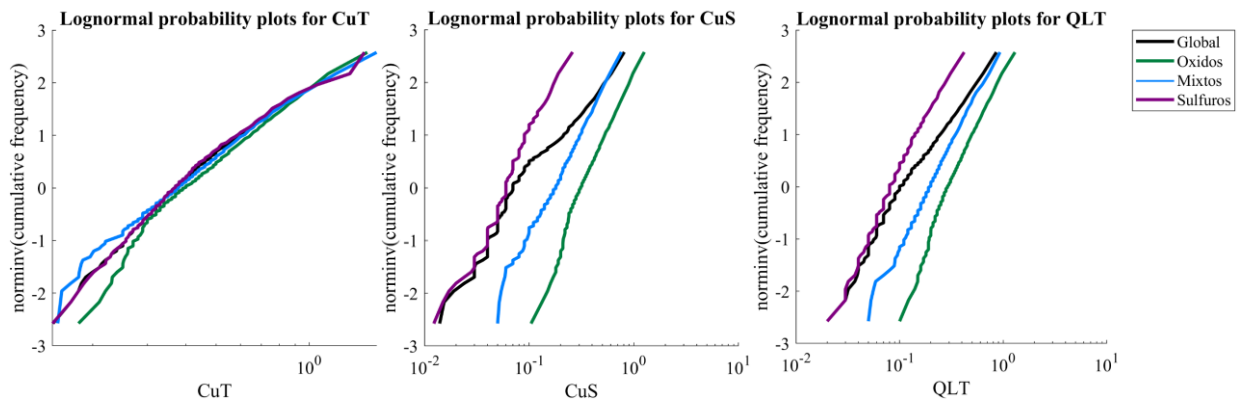


Figura 10. Gráficos de probabilidad lognormal para los dominios propuestos.

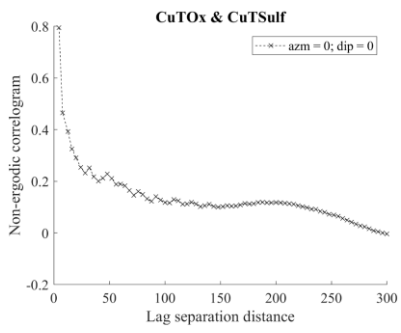
Con todo lo anteriormente expuesto, se valida y se demuestra la diferencia entre los tres dominios propuestos a través del análisis espacial, análisis estadístico y gráficos de probabilidad. Geológicamente también es consistente la separación de estas tres unidades.

4.6. Análisis de contacto

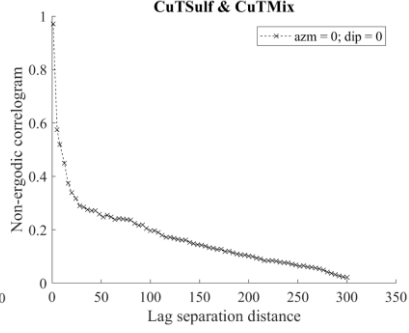
Para analizar el comportamiento de las variables regionalizadas al cruzar la frontera entre los dominios, se generan gráficos de correlación y gráficos de medias para todos los dominios definidos.

4.6.1. Análisis de gráficos de correlación

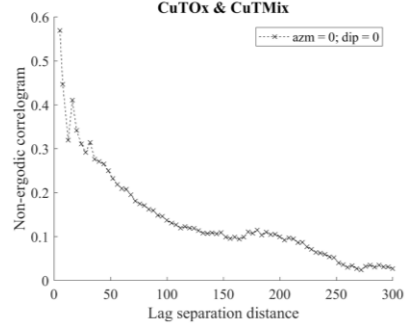
En la Figura 11 a.1, a.2 y a.3 se puede apreciar que los gráficos de correlación de la variable CuT para las distintas fronteras entre dominios, presenta una caída suave cuya pérdida total de correlación se produce cercana a los 300 m, indicando un contacto suave. De los gráficos de la Figura 11 b.1 y c.1 se desprende que la correlación para los pares de datos de la variable CuS y QLT entre los dominios de óxidos-sulfuros presenta una caída abrupta, con una correlación muy baja entre los 60 a 90 m sugiriendo un contacto duro. Para los gráficos relacionados a las curvas de correlación entre los dominios sulfuro-mixto (Figura 11 b.2 y c.2) y oxido-mixto (Figura 11 b.3 y c.3), la curva presenta una caída moderadamente suave lo que indicaría que la correlación va disminuyendo de forma paulatina, lo que permite considerar que el contacto entre estos dominios sería moderadamente blando.



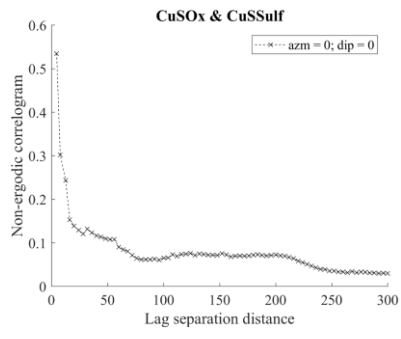
a.1)



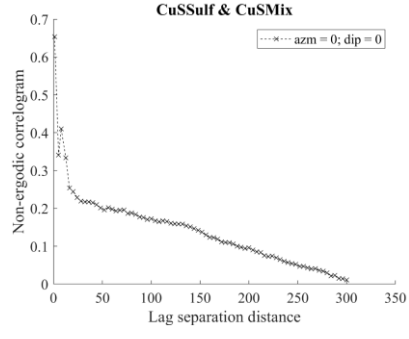
a.2)



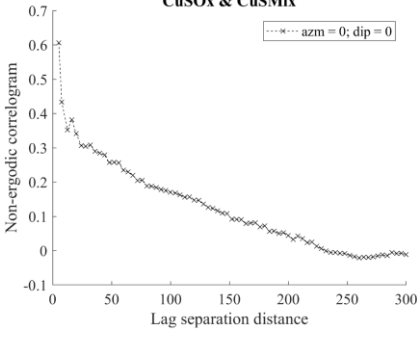
a.3)



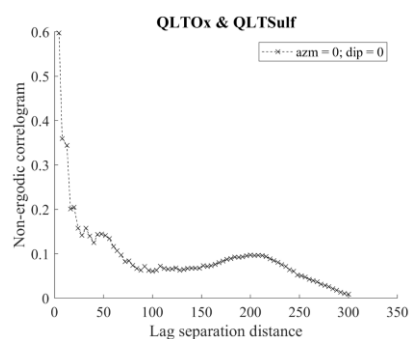
b.1)



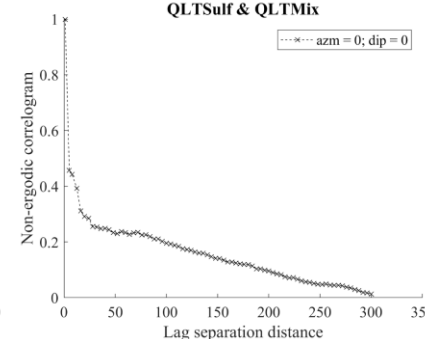
b.2)



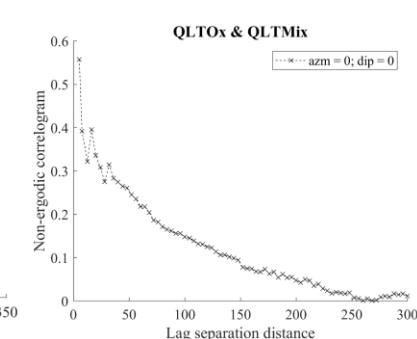
b.3)



c.1)



c.2)



c.3)

Figura 11. Gráficas de correlación CuT-CuS-QLT para los dominios definidos.

4.6.2. Análisis de gráficos de media

Al analizar la media a través de los contactos, se identifica que los gráficos de media para CuT, en todos los casos la ley media no experimenta cambios significativos al pasar de un dominio a otro, indicando un contacto blando para la ley de cobre total (Figura 12 a.1, a.2 y a.3). Para los contactos entre sulfuros-óxidos de las variables CuS y QLT (Figura 12 b.1 y c.1) se aprecia que las leyes medias difieren mucho al atravesar la frontera, lo que es indicador de contacto duro entre estos dominios para las leyes de CuS y QLT. Para las leyes de CuS y QLT entre los contactos de los dominios de sulfuro-mixtos (Figura 12 b.2 y c.2) y para la frontera entre óxidos-mixtos (Figura 12 b.3 y c.3), ocurre un salto menor de las leyes medias, indicando la existencia de un contacto moderadamente blando.

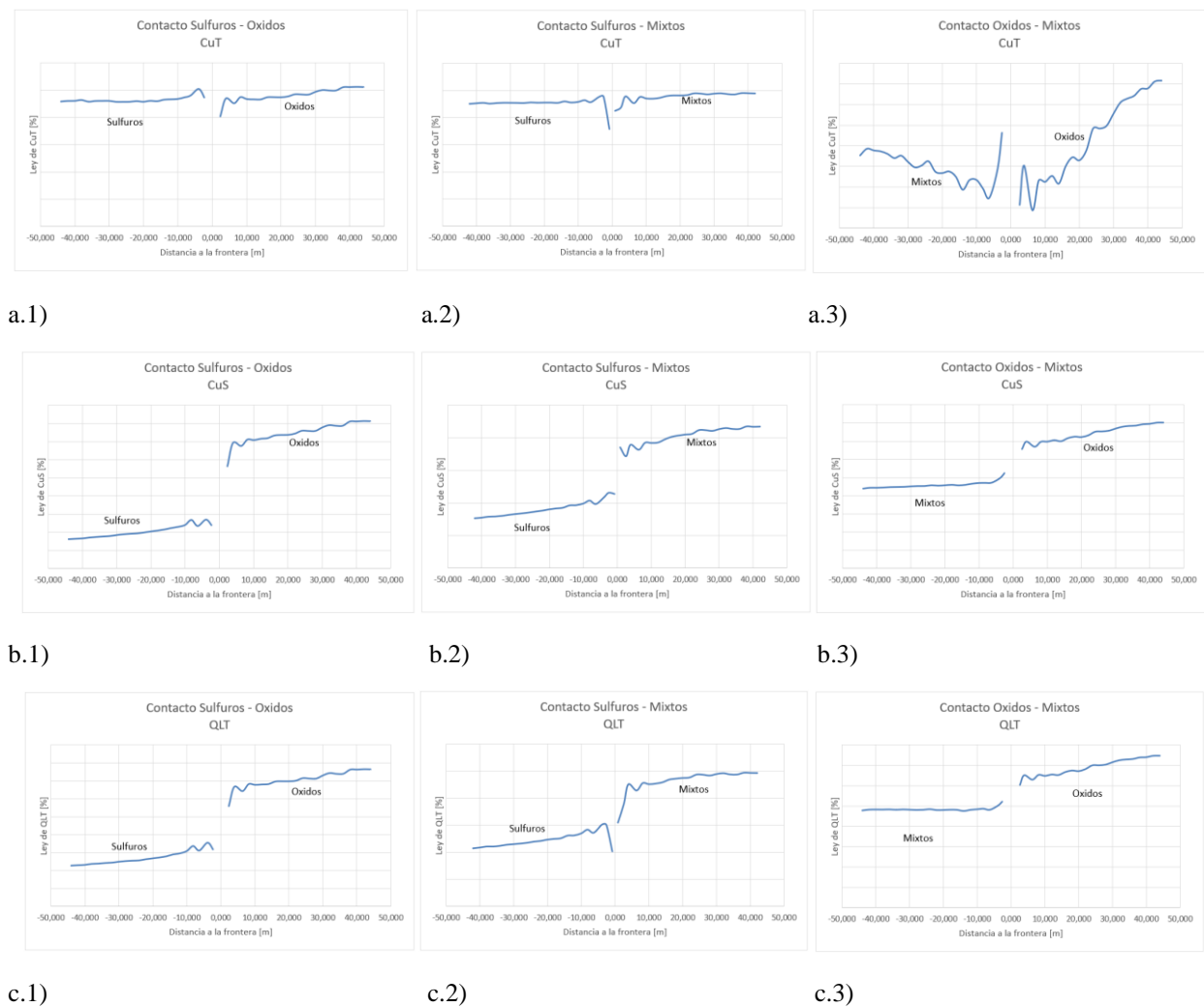


Figura 12. Gráficos de leyes medias para todas las fronteras entre dominios.

En resumen, se determina contacto blando entre las fronteras de los dominios de óxidos-sulfuros, sulfuros-mixtos y óxidos-mixtos para las leyes medias de CuT. Contacto duro entre los dominios de oxido-sulfuros para las leyes medias de CuS y QLT y finalmente contacto moderadamente

blando entre las fronteras de sulfuros-mixto y óxidos-mixtos para las leyes medias de CuS y QLT.

4.7. Definición de variables y unidades de estimación

No se debe perder de vista que el objetivo del presente estudio es mejorar la calidad de la predicción de las zonas de sulfuros, específicamente entre los niveles 3715 y 3670 de la fase en estudio. Para calcular el cobre recuperable a chancado (CURC) de la zona mineral de sulfuro, se requiere estimar de manera certera los valores de QLT, debido a que es la variable que entra en el cálculo del CURC.

4.7.1. Variables seleccionadas

De lo anteriormente expuesto, se desprende que es indispensable considerar la variable QLT en la predicción. El QLT al ser un ensayo que entrega el porcentaje de cobre que es lixiviable en los sulfuros, sería comparable con el CuS que vendría siendo su ensayo análogo, que entrega el porcentaje de cobre que es soluble del CuT disponible en el espécimen oxidado y/o sulfuro secundario. De esta manera, podemos considerar el QLT como una variable aditiva para efectos de los procesos de estimación.

También es necesario estimar los valores de CuT en los sectores donde se desconoce, aunque su valor no es considerado en el cálculo del CURC para zonas de sulfuro, si es un factor crítico que se pondera en la clasificación del destino de los diferentes materiales. El CuT al ser una variable aditiva, tener muestreo isotópico y una buena correlación con la variable QLT (Tabla 4), permitiría compensar el submuestreo de QLT en la estimación.

Tabla 4. Estadísticas básicas y matriz de correlación para los dominios definidos.

Statistics for CuT:	Global	Oxidos	Mixtos	Sulfuros
number of data:	37674	5945	5449	26280
mean value:	0.431	0.463	0.431	0.425
variance:	0.056	0.070	0.062	0.053
minimum:	0.020	0.140	0.090	0.020
maximum:	4.940	4.940	2.830	4.510

Global correlation matrix:

	CuT	QLT
CuT	1.000	0.683
QLT	0.683	1.000

Correlation matrix for Oxidos:

	CuT	QLT
CuT	1.000	0.974
QLT	0.974	1.000

Correlation matrix for Mixtos:

	CuT	QLT
CuT	1.000	0.912
QLT	0.912	1.000

Correlation matrix for Sulfuros:

	CuT	QLT
CuT	1.000	0.787
QLT	0.787	1.000

Statistics for QLT:	Global	Oxidos	Mixtos	Sulfuros
number of data:	37219	5810	5375	26034
mean value:	0.152	0.352	0.231	0.099
variance:	0.022	0.055	0.023	0.004
minimum:	0.000	0.040	0.020	0.000
maximum:	4.410	4.410	2.000	1.200

4.7.2. Unidad de estimación

Considerando que la zona mineral presente en los bancos de interés está constituida exclusivamente de sulfuros, de acuerdo con lo interpretado en el modelo geológico (Figura 13), se decide considerar como unidad de estimación a la unión entre los dominios de sulfuros y mixtos, principalmente debido a su contacto definido como moderadamente blando y a su posibilidad de separarlos espacialmente de los óxidos en la vertical. Se decide utilizar como referencia el piso de óxidos a los 3775 m que está bien caracterizado por los pozos de tronadura y considerar la base de datos desde el banco inferior, es decir, desde los 3760 m hasta los 3670 m abarcando un total de 6 bancos. Esta nueva base de datos (Tabla 5) descarta la posibilidad de incluir datos de óxidos que representan una población diferente de contacto duro con los sulfuros, pero permite considerar una cantidad menor de datos de mixtos (hasta la cota 3745 piso de mixtos) que representan una población de transición con las zonas más cercanas a la superficie. Notar que las variables presentan una buena correlación y se mantiene el muestreo parcialmente heterotópico para el QLT.

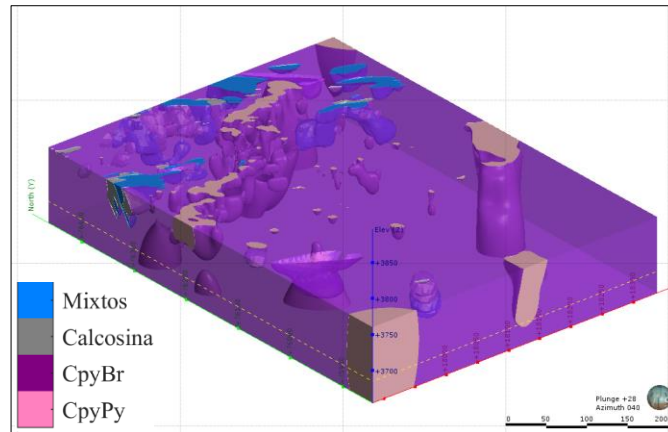


Figura 13. Modelo geológico entre las cotas 3760 y 3670 m.s.n.m.

Tabla 5. Resumen estadísticas básicas y matriz de correlación de la base de datos definitiva.

Statistics for CuT:	
	Global
number of data:	6785
mean value:	0.438
variance:	0.063
minimum:	0.060
maximum:	2.380

Global correlation matrix:

	CuT	QLT
CuT	1.000	0.800
QLT	0.800	1.000

Statistics for QLT:	
	Global
number of data:	6697
mean value:	0.095
variance:	0.004
minimum:	0.010
maximum:	0.790

5. Metodología

Se identificó en el capítulo anterior, que las variables de interés presentan una alta correlación y con un muestreo parcialmente heterotópico para la variable QLT. Adicionalmente se debe cumplir una condición particular de desigualdad entre el CuT y el QLT. Para los minerales sulfurados, la variable QLT es el dato que permite obtener el cobre recuperable a chancado (CURC), siendo el CURC 2.063 veces el valor del QLT. Por lo tanto, de esta fórmula de cálculo del cobre recuperable a chancado, se desprende que el QLT debe ser necesariamente menor que el CuT, 2.063 veces su valor ($CuT > 2.063 * QLT$). Es por este motivo que se decide realizar la predicción con cokriging de medias relacionadas, debido a que la estimación mediante kriging no reproduce desigualdades. Para esto, se debe definir la relación existente entre las medias de las variables CuT y QLT, siendo esta relación numérica la que intente reproducir la coestimación y no una media global o media local como ocurre para los casos tradicionales de kriging simple o kriging ordinario respectivamente.

Para evaluar la variabilidad real, se requiere obtener realizaciones equiprobables de las variables CuT y QLT mediante simulación conjunta. Pero es importante considerar, que el modelo multigaussiano utilizado habitualmente no reproduce desigualdades, por lo tanto, no sería adecuado para este caso en particular simular directamente CuT y QLT. Para resolver este problema, se debe realizar un cambio de variable y recurrir a la razón de QLT sobre CuT ($RQLT = QLT/CuT$). Los valores de RQLT al estar acotados entre 0 y 1, permite que el modelo multigaussiano que normaliza los datos, logre reproducir la desigualdad requerida para este caso de estudio. Por otra parte, para abordar la no aditividad de la variable RQLT, se debe cosimular CuT y RQLT aplicando una discretización a soporte puntual. Con el resultado de esta cosimulación, se deben calcular los valores de QLT y posteriormente rebloquear la data simulada de CuT y QLT.

5.1. Análisis variográfico

Se realiza un análisis variográfico en detalle, con la finalidad de describir de manera eficiente las propiedades de la distribución espacial de las variables regionalizadas de interés.

5.1.1. Variografía experimental

Como no se dispone de la herramienta de análisis de mapas variográficos, para determinar o descartar la existencia de anisotropías, se ingresan en los parámetros del cálculo del variograma experimental las orientaciones de los dominios estructuras principales identificados en el yacimiento, sin obtener resultados claros de direcciones preferenciales de anisotropía. Por este motivo y por tratarse de un yacimiento de tipo pórfido con mineralización predominantemente diseminada, se opta por la construcción del variograma experimental omnidireccional. Los

parámetros ingresados son: tamaño de paso de 6 m, número de pasos 20 y tolerancia al paso de 3 m. Se realiza el ingreso de parámetros para extensiones mayores, pero no se logra visualizar una meseta lo que pone en duda la estacionaridad. Debido a esto último, se decide una extensión máxima de entre 100 a 150 m donde el variograma si muestra una clara meseta y se puede garantizar la estacionaridad (Figura 14). Del variograma experimental cruzado se desprende que el CuT con el QLT están correlacionados espacialmente, al tener similitud en su forma con los variogramas directos, lo que refuerza que existe una componente de QLT proporcional a CuT.

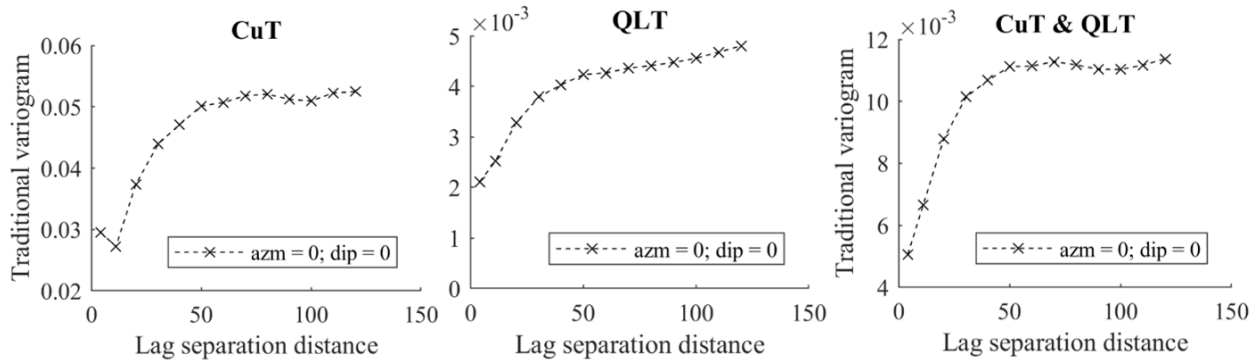


Figura 14. Variogramas experimentales directos y cruzado para CuT y QLT.

5.1.2. Modelamiento de variograma teórico

Se ajusta un modelo teórico de variograma con dos estructuras anidadas utilizando el modelo de tipo esférico (Figura 15). Para la primera estructura se define un alcance de 50 m y para la segunda estructura un alcance de 120 m. Se considera efecto pepita y como se quiere obtener un modelo lineal de co-regionalización, se deja con ajuste automático de meseta, ingresando en la configuración la varianza de las variables (CuT = 0.063 y QLT=0.004).

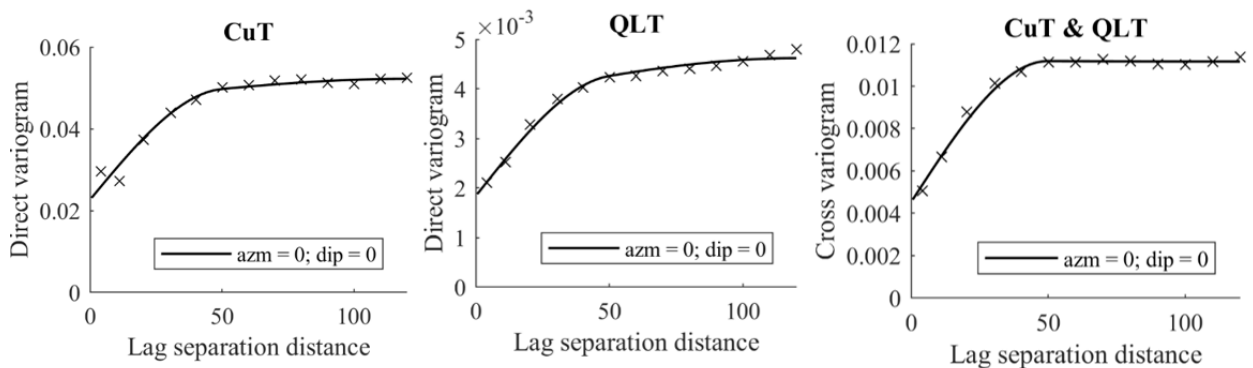


Figura 15. Modelo teórico de variograma directo y cruzado para CuT y QLT.

5.1.3. Plan de kriging y validación cruzada

Para el plan de kriging se probaron 5 diferentes configuraciones de vecindades para un variograma omnidireccional, comparando las estadísticas de los errores e identificando los parámetros que permiten optimizar los resultados de la validación cruzada, es decir, que logran la media de los errores y la media de los errores estandarizados más cercana a 0 indicando el resultado de un estimador insesgado, junto con una baja varianza de los errores comprobando que el estimador es preciso (Tabla 6). Estos parámetros logran también que la regresión lineal de la predicción versus los valores reales, se ajuste a la bisectriz minimizando el sesgo condicional (Figura16).

Tabla 6. Estadísticas de los errores para las 5 configuraciones de plan de kriging.

N° Validación Cruzada	Media				Varianza				Correlación	
	Error pred CuT	Error pred QLT	error Std CuT	error Std QLT	Error pred CuT	Error pred QLT	error Std CuT	error Std QLT	CuT	QLT
1 CK_VC1	-0.0009	-0.0002	-0.0048	-0.0041	0.0271	0.0025	0.9135	1.0096	0.7268	0.7352
2 CK_VC2	-0.0008	-0.0002	-0.0042	-0.0030	0.0271	0.0025	0.9176	1.0100	0.7263	0.7360
3 CK_VC3	-0.0011	-0.0003	-0.0058	-0.0057	0.0271	0.0025	0.9180	1.0120	0.7262	0.7355
4 CK_VC4	-0.0013	-0.0003	-0.0069	-0.0064	0.0272	0.0025	0.9194	1.0114	0.7260	0.7360
5 CK_VC5	-0.0013	-0.0003	-0.0071	-0.0063	0.0272	0.0025	0.9202	1.0115	0.7259	0.7363

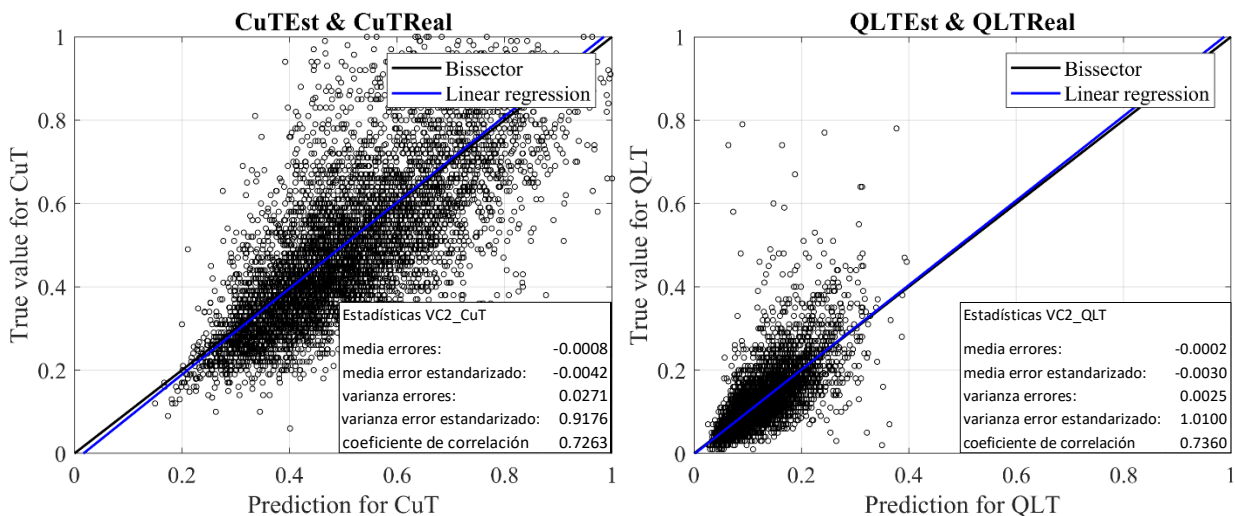


Figura 16. Nube de correlación de resultados de configuración óptima de plan de kriging.

En resumen, la vecindad de kriging utilizada considera la siguiente configuración:

- Radio de búsqueda igual a 150 x 150 x 150 m.
- Ángulo de búsqueda no aplica para variograma omnidireccional.
- Se divide en octantes.
- Número óptimo de muestras por octantes igual a 10.

Se realizó la discretización de bloques de las siguientes dimensiones 5 x 5 x 1.

5.2. Coestimación de CuT – QLT

Como se mencionó anteriormente, el método predictivo de mejor desempeño para abordar la predicción de variables que deben cumplir una condición de desigualdad con una base de datos parcialmente heterotópica, es el método de predicción utilizando cokriging de medias relacionadas. Para esto se hace necesario definir la relación existente entre las medias de las variables involucradas. Estos valores de las medias se extraen de las estadísticas básicas de la base de datos sin variables faltantes (Tabla 7). Para el cálculo de la relación se considera el valor de la media del CuT (0.421) sobre la media de la variable QLT (0.095). La relación obtenida es de 4.43 que se ingresa en la configuración del método de predicción utilizado.

Tabla 7. Estadísticas básicas de la base de datos sin datos faltantes.

```
DECLUSTERED MULTIVARIATE STATISTICS USING DATA WITHOUT MISSING VARIABLES
*****
Statistics for CuT:
                                Global
number of data:                 6697
mean value:                    0.421
variance:                      0.042
minimum:                       0.060
lower quartile:               0.292
median:                       0.380
upper quartile:              0.499
maximum:                      2.380

Statistics for QLT:
                                Global
number of data:                 6697
mean value:                    0.095
variance:                      0.004
minimum:                       0.010
lower quartile:               0.055
median:                       0.080
upper quartile:              0.120
maximum:                      0.790

Global correlation matrix:
                                CuT      QLT
CuT      1.000      0.800
QLT      0.800      1.000
```

5.2.1. Grilla de estimación

Las dimensiones de los bloques que definen la grilla de estimación son las siguientes: 12.5m x 12.5m x 15m. El área de interés para realizar la predicción se enfoca en las zonas donde se dispone de mayor densidad de información (Figura 17), abarcando una superficie de 400 m en la coordenada Este por 412 m en la coordenada Norte, para una totalidad de 6 bancos desde la cota 3760 a la 3670 incluyendo un total de 6336 bloques en toda la grilla.

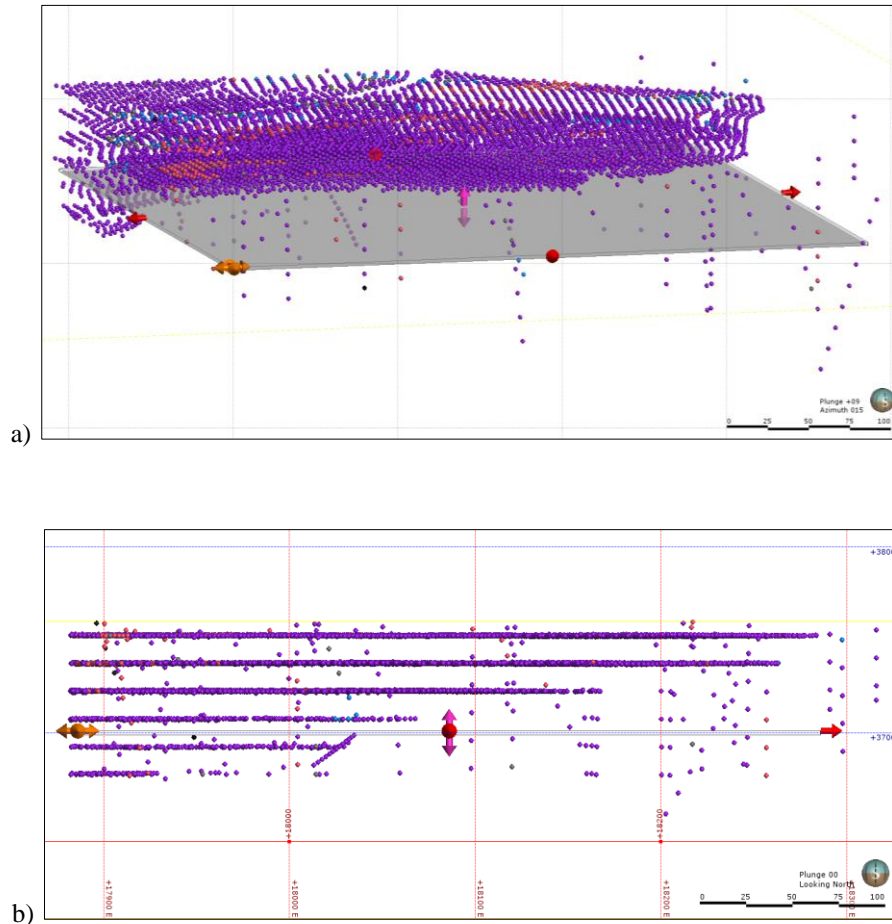


Figura 17. a) Vista 3D y b) sección EW de los datos incluidos en grilla de estimación.

5.3. Resultados y validación de la predicción

Se plotean los mapas (bancos 3730 y 3715) de los resultados de la estimación junto con los valores de los datos condicionantes, verificando que la predicción es representativa de la base de datos tanto para los valores de CuT como para los valores de QLT (Figura 18 a y b).

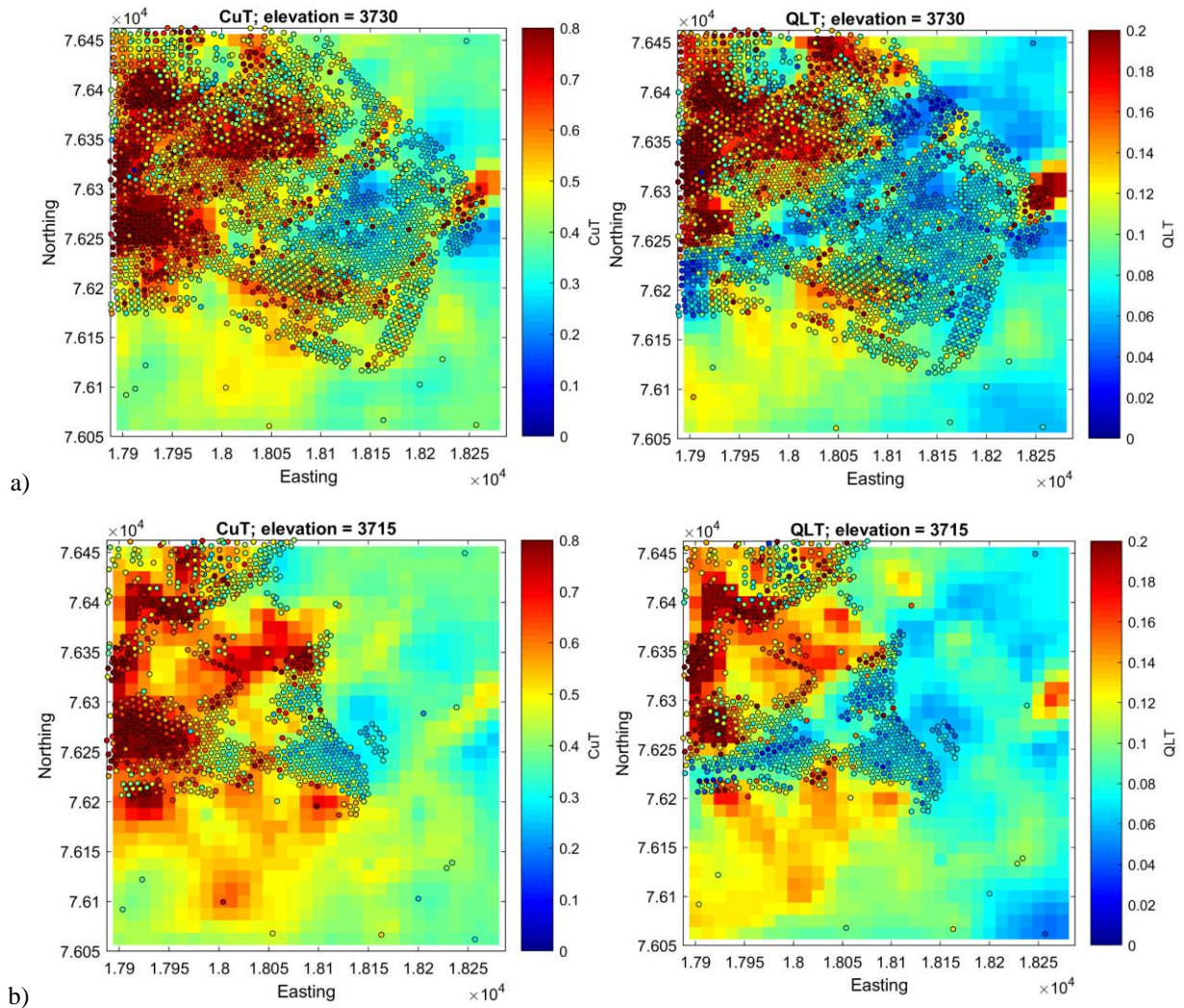


Figura 18. Resultados coestimación CuT y QLT bancos a) 3730 y b) 3715.

Para validar que la coestimación reprodujo los datos originales, se realiza la comparación entre las estadísticas básicas resultantes de la predicción, con las estadísticas básicas de los datos originales desagrupados. Se observa similitud en sus medias y el característico suavizamiento que genera kriging al obtener valores mínimos mayores y valores máximos menores que los de los datos originales (Tabla 8).

Tabla 8. a) Estadísticas básicas coestimación. b) Datos originales desagrupados.

UNIVARIATE STATISTICS

Statistics for CuT:

	Global
number of data:	6336
mean value:	0.471
variance:	0.019
minimum:	0.163
lower quartile:	0.380
median:	0.434
upper quartile:	0.532
maximum:	1.395

Statistics for QLT:

	Global
number of data:	6336
mean value:	0.104
variance:	0.001
minimum:	0.032
lower quartile:	0.078
median:	0.094
upper quartile:	0.123
maximum:	0.359

a)

DECLUSTERED UNIVARIATE STATISTICS

Statistics for CuT:

	Global
number of data:	6785
mean value:	0.438
variance:	0.063
minimum:	0.060
lower quartile:	0.272
median:	0.378
upper quartile:	0.500
maximum:	2.380

Statistics for QLT:

	Global
number of data:	6697
mean value:	0.095
variance:	0.004
minimum:	0.010
lower quartile:	0.055
median:	0.080
upper quartile:	0.120
maximum:	0.790

b)

Para verificar que el cokriging de medias relacionadas cumplió con la condición de desigualdad ($CuT > 2.063QLT$), se plotea la nube de correlación entre los valores estimados de CuT versus los valores estimados de QLT, comprobando que no existen datos que estén por sobre la recta de condición de desigualdad $2.063QLT = CuT$ (Figura 19).

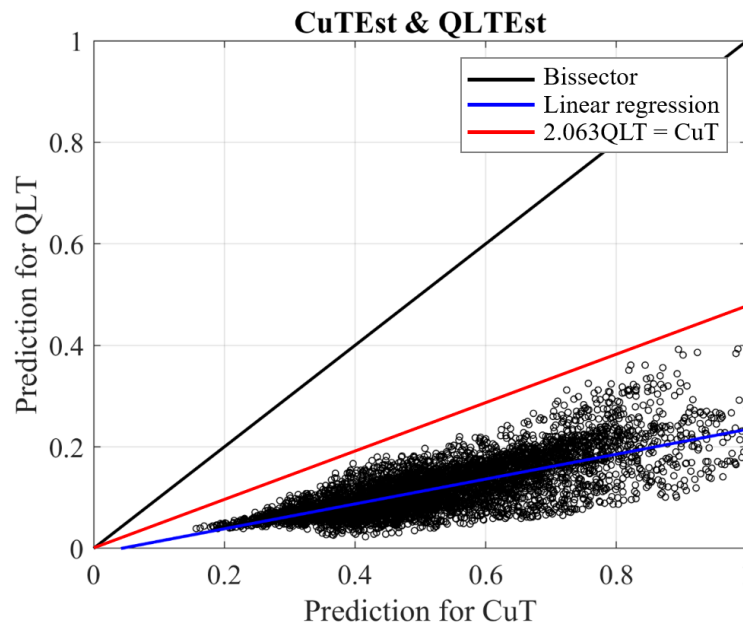


Figura 19. Nube de correlación de valores estimados CuT vs QLT.

5.4. Transformación gaussiana y modelamiento de anamorfosis

Para aplicar el modelo multigaussiano, se realiza la transformación de los datos originales de CuT y RQLT a variables en el dominio gaussiano. Teóricamente los valores gaussianos se comportan como una variable continua sobre todo el campo de los números reales, por lo tanto, con el modelamiento de la anamorfosis se busca generar un modelo que pueda extender al infinito los valores de la data transformada, para que esta función respete las propiedades de una variable gaussiana (Figura 20).

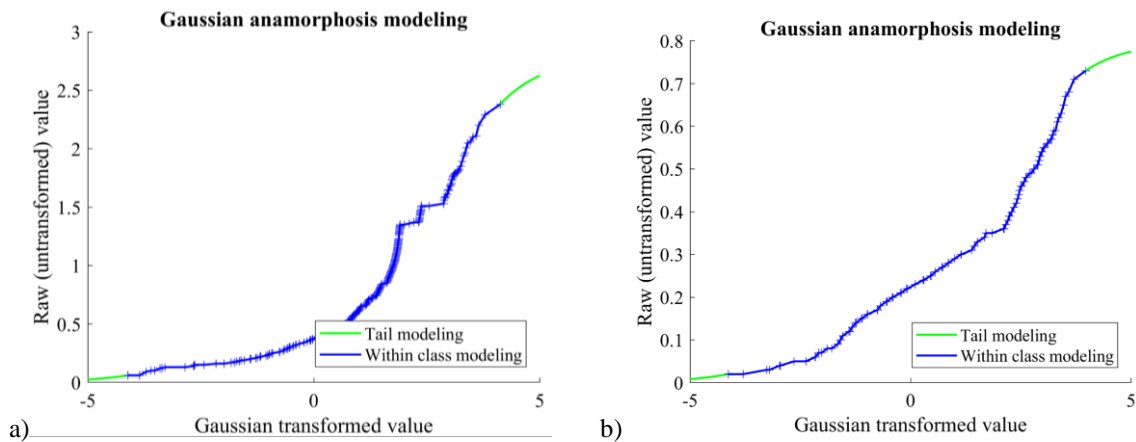


Figura 20. Gráficas de modelamiento de las colas a) CuT y b) RQLT.

5.4.1. Validación del modelo multigaussiano (bigaussianidad)

Para validar la bigaussianidad de la data transformada, se realiza la nube de correlación diferida en una búsqueda omnidireccional a distintas distancias. Se obtienen los gráficos directos para el CuT y RQLT junto con su respectivo gráfico cruzado. Para las nubes de correlación directas se corrobora la bigaussianidad al obtener una nube de forma elíptica para distancias cortas y de forma circular para distancias mayores, es decir, existe una alta correlación que va disminuyendo en la medida que aumenta la distancia. Para la nube de correlación diferida cruzada, se aprecia que para diferentes distancias se obtiene un comportamiento circular, lo que estaría indicando que existiría una baja correlación entre el CuT y la razón RQLT para todas las distancias en el marco gaussiano (Figura 21).

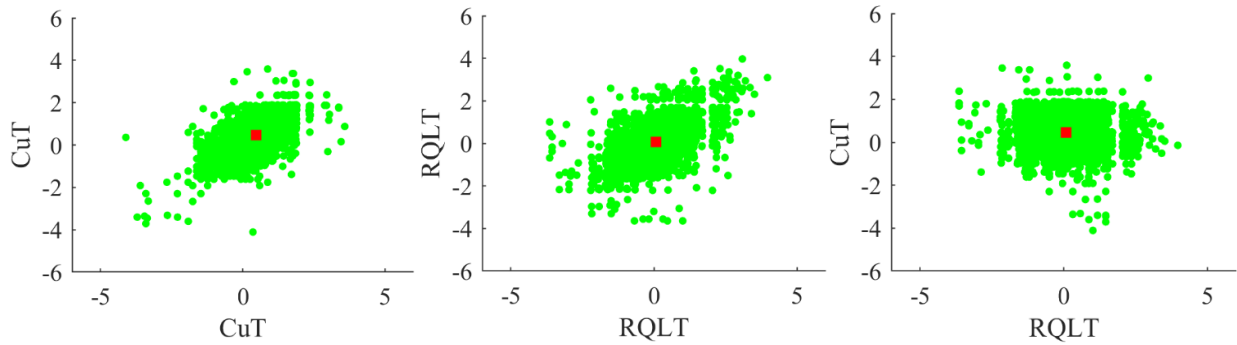


Figura 21. Nubes de correlación diferidas directas y cruzadas a 4m para CuT y RQLT.

5.5. Variografía de los datos gaussianos

5.5.1. Variografía experimental

Para este caso se mantiene el cálculo del variograma experimental de forma omnidireccional, como se realizó en la sección de variografía del capítulo anterior. Los parámetros ingresados fueron de un tamaño de paso de 10 m, número de pasos 30 y tolerancia al paso de 5 m, obteniéndose variogramas experimentales directos con meseta cercana a 1, lo que sería consistente para datos transformados a distribución normal (Figura 22 a y b).

Para el caso del variograma experimental cruzado, se corrobora que las variables en estudio poseen una baja correlación espacial, tal como se observó en la nube de correlación diferida cruzada, al obtener un variograma sin estructura definida y cercano a cero (Figura 22 c).

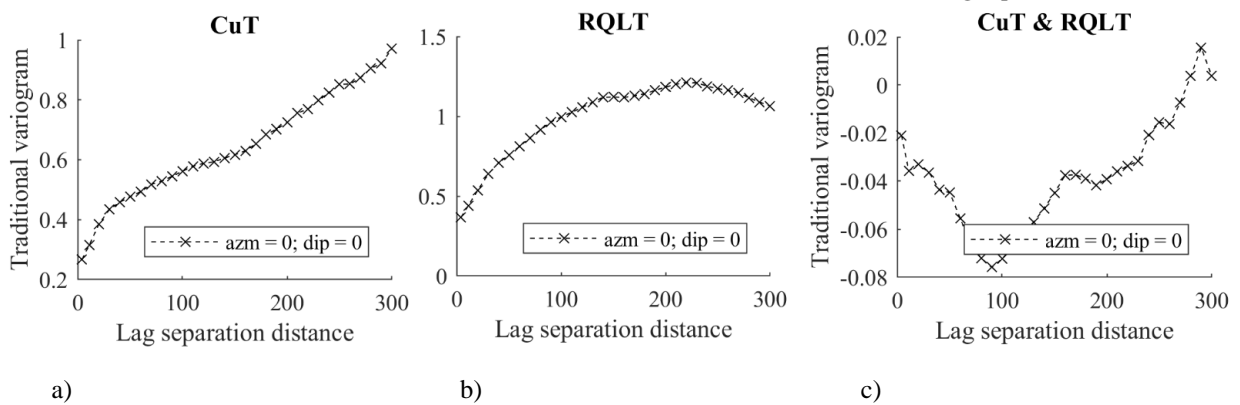


Figura 22. a) y b) Variogramas exp. directos CuT y RQLT. c) Variograma exp. cruzado.

5.5.2. Modelamiento variográfico datos gaussianos

Se ajusta un modelo con dos estructuras de tipo esférico, con un alcance para la primera estructura de 120 m y de 350 m para la segunda estructura. Se considera efecto pepita y ajuste de

meseta automático y la varianza ingresada para ambas variables es de valor 1, por estar considerando datos transformados a gaussianos (Figura 23).

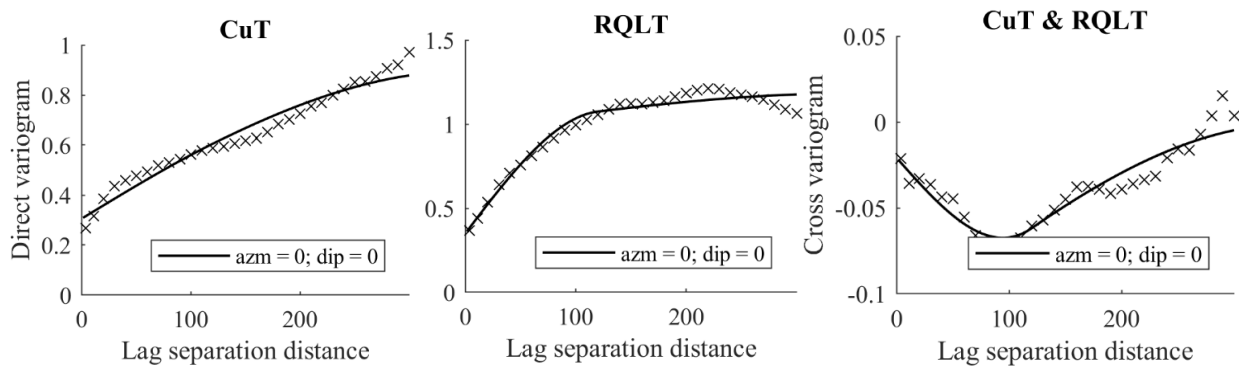


Figura 23. Variogramas modelados directos y cruzado para CuT y RQLT.

5.5.3. Validación cruzada

Para abordar la no aditividad de la variable RQLT, se debe cosimular a soporte puntual. Es por esta razón que se ingresa una discretización de 1x1x1 en los parámetros de validación cruzada.

Se realiza la validación para un variograma omnidireccional y se aplica kriging ordinario, que respeta la media global de cero de los datos gaussianos, pero permite la flexibilidad de realizar una estimación más local.

Se comparan diversas configuraciones de vecindades, seleccionando la que mejor valida la buena capacidad predictiva del modelo mediante la nube de correlación entre los valores reales y la predicción, al obtener la línea de regresión de las medias condicionales, ajustada a la bisectriz para ambas variables (Figura 24).

La vecindad de kriging seleccionada considera la siguiente configuración:

- Radio de búsqueda igual a 300 x 300 x 300 m.
- Variograma omnidireccional.
- No se divide en octantes.
- Número óptimo de muestras en total de 60.

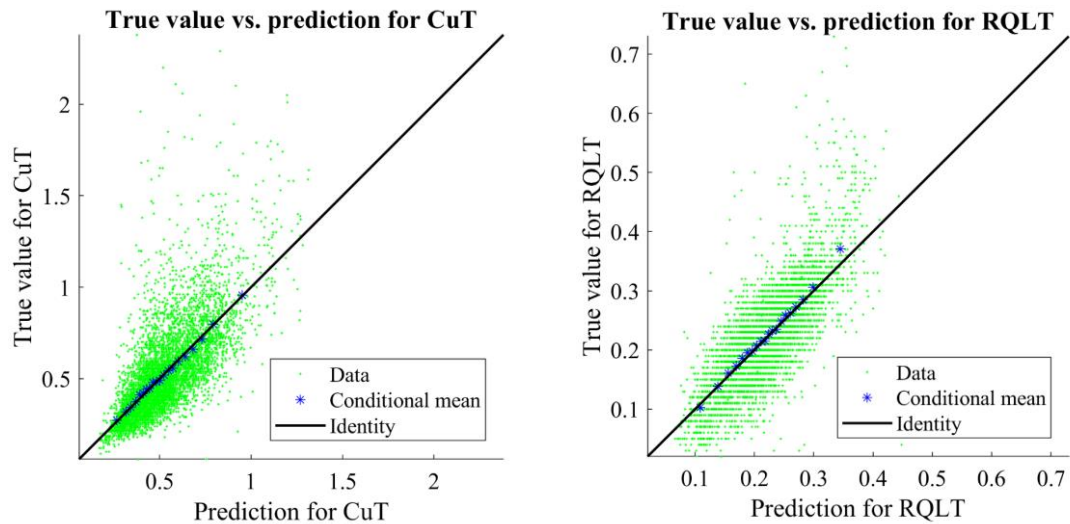


Figura 24. Nubes de correlación de las predicciones de CuT y RQLT.

Para verificar la capacidad del modelo de cuantificar la incertidumbre, no se consideran las muestras ubicadas dentro del 10% del radio de búsqueda definido, para evitar sobrestimar la incertidumbre asociada a muestras muy cercanas y, por lo tanto, descartar que el modelo aparente ser conservador. Los accuracy plot obtenidos validan que el modelo variográfico cuantifica de buena forma la incertidumbre, debido a que los datos experimentales están alineados a lo largo de la diagonal, indicando que la proporción real de los datos coincide con la probabilidad teórica de los diferentes intervalos de confianza, descartando un modelo optimista que subestima la incertidumbre o conservador que la sobrestime (Figura 25).

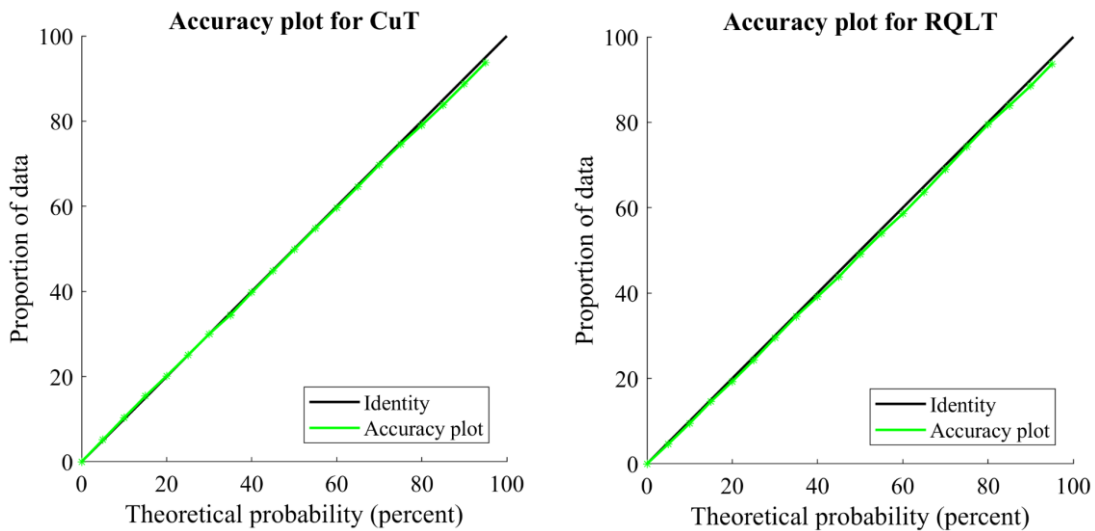


Figura 25. Accuracy plot para las variables CuT y RQLT.

5.6. Cosimulación CuT y RQLT

5.6.1. Grilla soporte puntual

Se realizan 50 simulaciones para las variables CuT y RQLT aplicando el algoritmo de método espectral continuo, en una grilla fina de menores dimensiones en la vertical que la utilizada en la estimación con cokriging, para agilizar el proceso de estimación y enfocarse en la zona de mayor interés. Se consideran solamente 4 bancos, desde el 3715 al 3670. Debido a las dimensiones originales que tiene el modelo de bloques de 12.5 x 12.5 x 15 metros, se construye una grilla fina de 2.5 x 2.5 x 3 metros, discretizada a soporte puntual.

5.6.2. Cálculo de QLT soporte puntual y rebloqueo de valores cosimulados de CuT y QLT

A partir de las 50 simulaciones en total obtenidas de CuT y RQLT, se calcula el valor de QLT a soporte puntual. Luego se realiza el proceso de transformación de las variables CuT y QLT de soporte puntual a soporte de bloques, seleccionando en la configuración de la rutina el cálculo del promedio sobre bloques de dimensiones 12.5 x 12.5 x 15 metros.

5.7. Validación y visualización de resultados

Para validar que los resultados obtenidos cumplen la condición inicial de $CuT > 2.063QLT$, se grafican las nubes de correlación entre los valores de CuT y QLT para las 50 simulaciones (Anexo), corroborando que ninguna realización presenta valores sobre la recta $2,063QLT = CuT$, lo que valida que los datos simulados cumplen la condición de desigualdad. A continuación, se presentan las realizaciones 10, 25, y 40 ejemplificando lo anteriormente indicado (Figura 26).

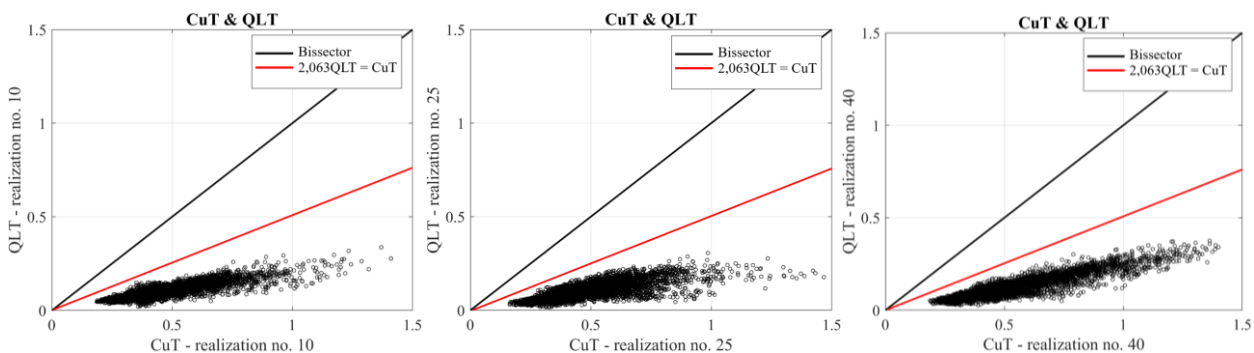


Figura 26. Nube de correlación para las realizaciones 10, 25 y 40.

Al visualizar de forma aleatoria las realizaciones número 10, 20 y 30 del banco 3670 para ambas variables, se verifica que los distintos escenarios caracterizan de buena forma la variabilidad, al existir marcadas fluctuaciones de ley en bloques muy cercanos (Figura. 27)

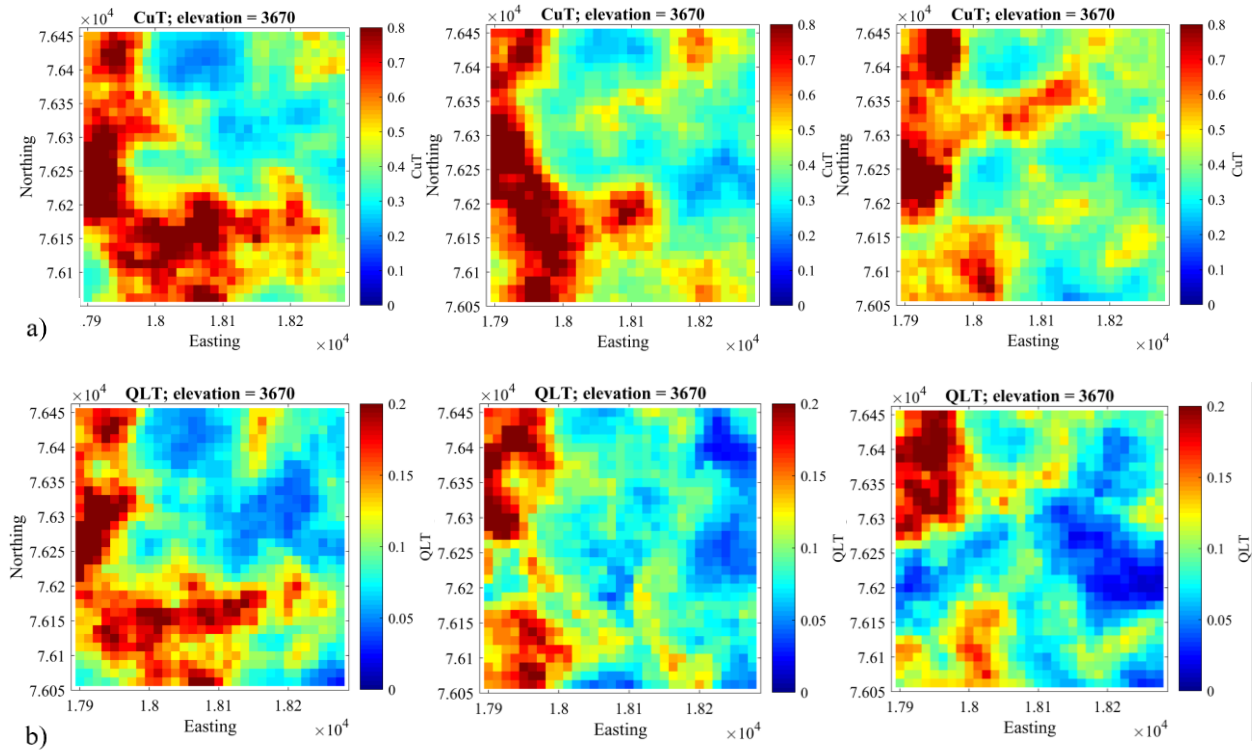


Figura 27. Realizaciones 10, 20 y 30 para a) CuT y b) QLT.

5.8. Clasificación de recursos

Para poder generar la clasificación de los recursos, se realiza el cálculo del cobre recuperable a chancado (CURC) para zonas sulfuradas, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{CURC} = \text{QLT} * 2.063$$

Los valores obtenidos de CURC fueron incorporados en la base de datos resultante de la coestimación y a las 50 realizaciones de la cosimulación, para ejecutar el cálculo de los destinos y compararlos posteriormente.

5.8.1. Definición de destinos

Los destinos de los materiales provenientes de la zona mineral de sulfuros están definidos por los valores de CuT y CURC según los siguientes rangos (Tabla 9).

Tabla 9. Rangos de clasificación de destinos *.

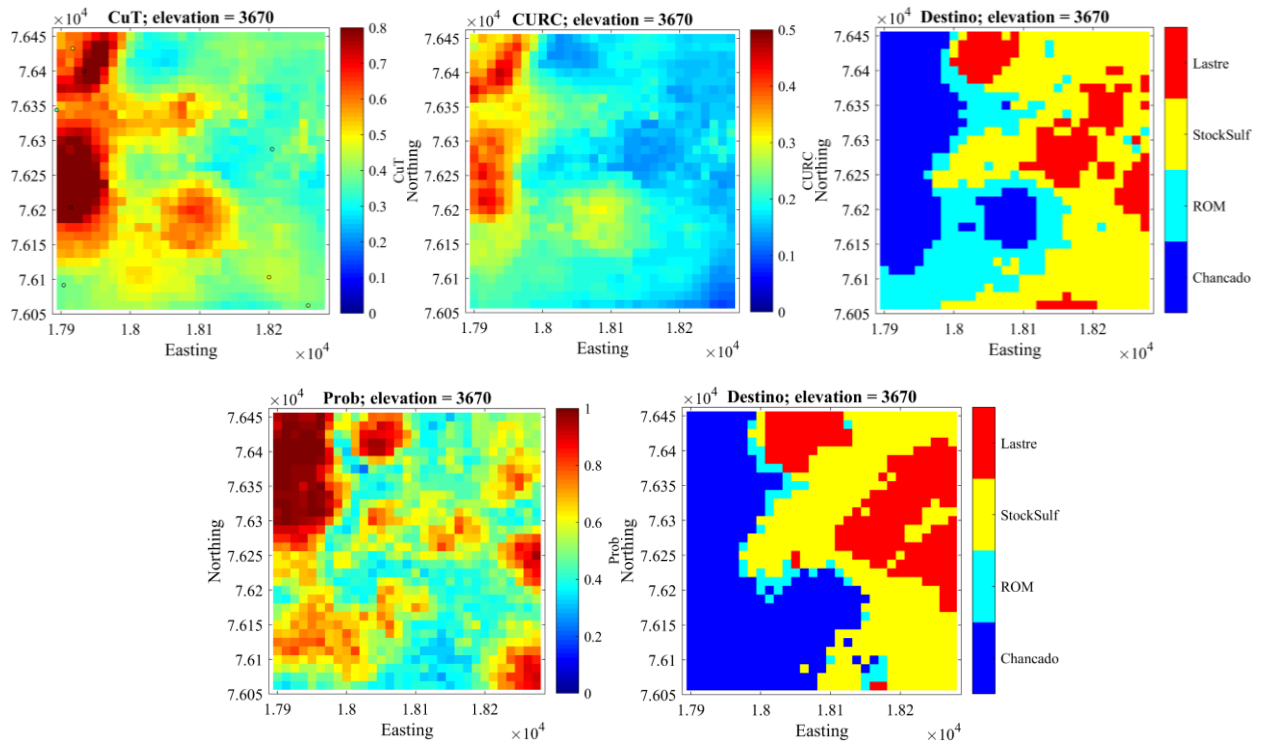
Chancado	$\text{CuT} \geq 0.35\% ; \text{CURC} \geq 0.25\%$
ROM	$\text{CuT} \geq 0.35\% ; 0.2\% \leq \text{CURC} < 0.25\%$
Stock Sulfuros	$\text{CuT} \geq 0.35\% ; \text{CURC} < 0.2\%$
Lastre	$\text{CuT} < 0.35\% ; \text{CURC} < 0.2\%$

**Los rangos de clasificación de destinos fueron modificados por confidencialidad de la información.*

Se generó la clasificación de los recursos para los bancos 3670, 3685, 3700 y 3715 que son los que constituyen la fase de sulfuros de baja ley y por ende donde se requiere mejorar la predicción del modelo de bloques junto con la definición de los destinos de los materiales.

Los resultados son presentados en mapas por banco (Figuras 28 y 29), exponiendo en los mapas de la fila superior la predicción de CuT, seguido por el cálculo de CURC y en tercer lugar la correspondiente definición de destinos obtenidos de la predicción. En segunda fila se presenta el mapa de probabilidad obtenidos mediante cosimulación, junto con su respectivo mapa de los destinos más probables.

Banco 3670



Banco 3685

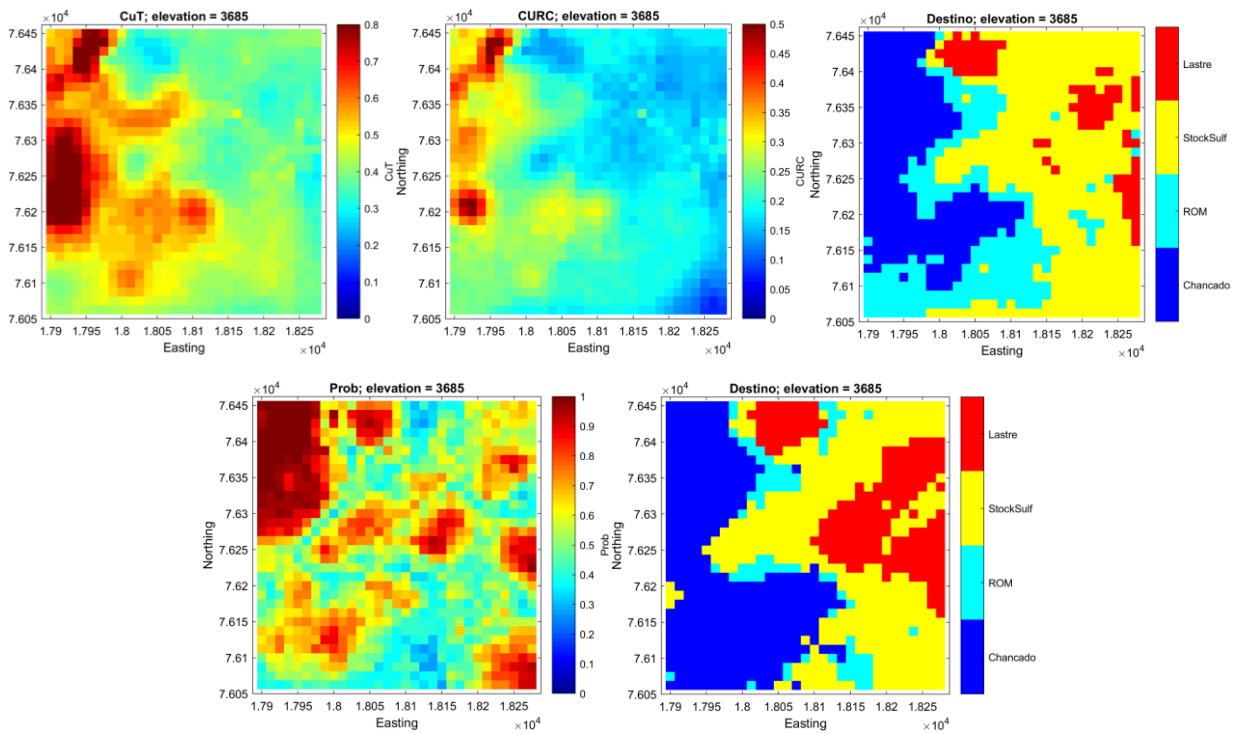
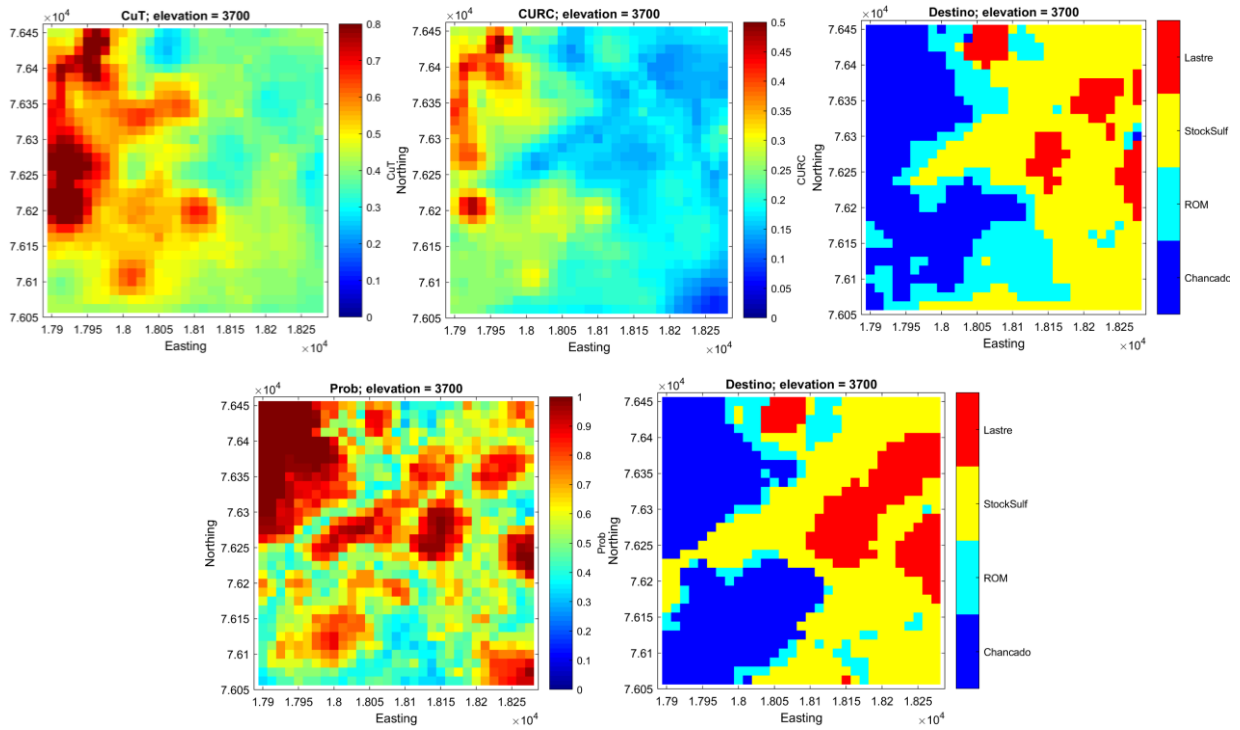


Figura 28. Bancos 3670-3685, 3 superiores: Predicción CuT- CURC- Destinos. 2 inferiores: Probabilidad - Destinos

Banco 3700



Banco 3715

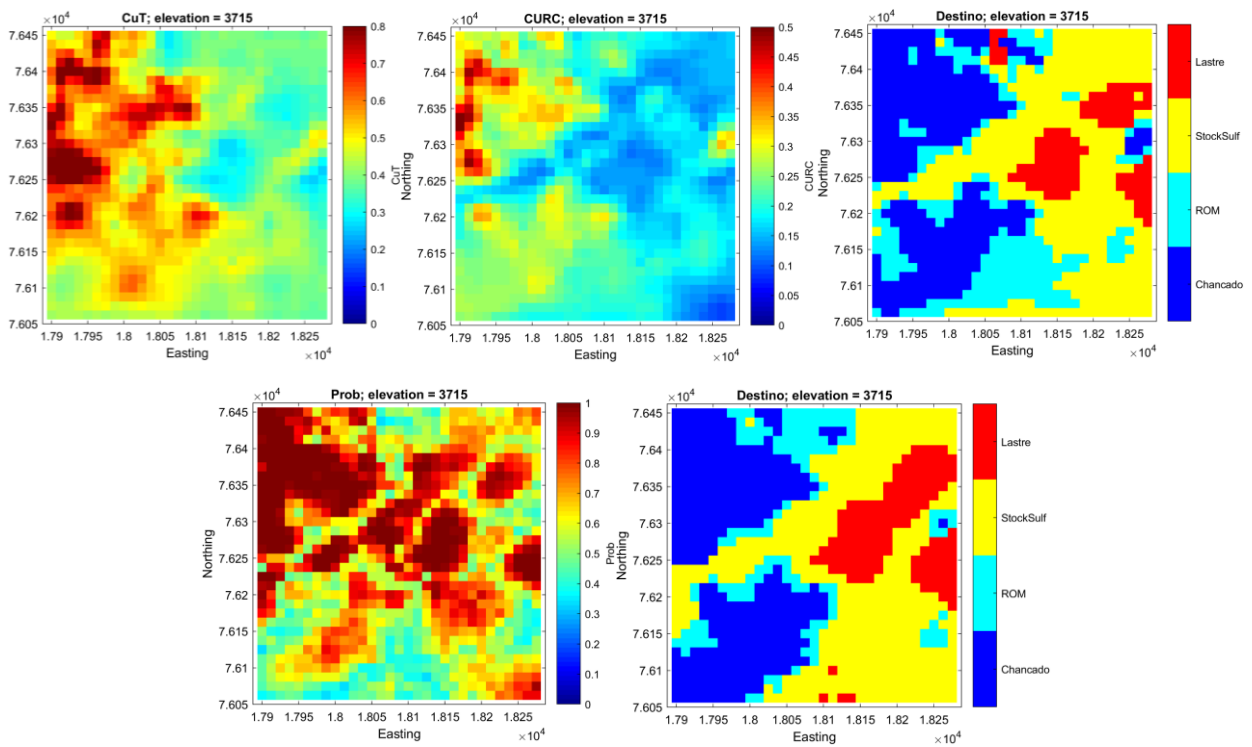


Figura 29. Bancos 3700-3715, 3 superiores: Predicción CuT- CURC- Destinos. 2 inferiores: Probabilidad – Destinos

5.9. Análisis y discusión de resultados

De los mapas de destinos obtenidos mediante cokriging, se puede apreciar el suavizamiento que se genera, identificado por la presencia de mayores zonas de ROM entre los destinos de Chancado y Stock de Sulfuros. De igual manera se aprecian zonas mayores de Stock de Sulfuros, que generan sectores más restringidas de Lastre. Este suavizamiento se refleja también en los mapas de predicciones de CuT y cálculo de CURC, al representar fluctuaciones progresivas de las leyes.

Por otra parte, los mapas con el destino más probable graficados para cada banco, reflejan una mejor caracterización de la variabilidad al generar una clasificación de los recursos con menores zonas transicionales entre destinos. Adicionalmente el mapa de probabilidad permite cuantificar la probabilidad que tiene cada destino de ser el más probable, lo que aporta información adicional del riesgo en la clasificación de destinos para la toma de decisiones en el plan minero de extracción.

Se compilaron estadísticas globales para los resultados de ambos métodos (Tabla 10), identificando que para el destino a Chancado, cokriging clasificó una menor cantidad de bloques en relación con los obtenidos en la cosimulación, con diferencias marginales en sus leyes medias. Esta importante diferencia en el tonelaje de material destinado a chancado, se traduce en un delta de 9442 Klibras de cobre fino adicionales que la cosimulación incorpora al proceso de recuperación directa en planta.

Para el caso del ROM, cokriging clasificó más del doble de los bloques definidos por cosimulación como el destino más probable, enviando un importante tonelaje a un proceso extractivo más lento y con menor desempeño de recuperación de cobre. Este destino es optimizado por la simulación, disminuyendo considerablemente su proporción al clasificar el tonelaje de leyes de valores extremos entre Chancado y Lastre.

Tabla 10. Estadísticas globales para los resultados de cokriging y cosimulación.

DESTINO	COKRIGING						COSIMULACION					
	N° Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu	N° Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu
Chancado	1,159	0.625	0.148	0.306	7,063	47,647	1,420	0.615	0.145	0.299	8,653	57,089
ROM	848	0.485	0.107	0.110	5,168	12,522	366	0.478	0.107	0.110	2,230	5,425
Stock Sulfuros	1,762	0.406	0.082	0.169	10,738	NA	1,672	0.440	0.084	0.173	10,189	NA
Lastre	455	0.320	0.073	0.150	2,773	NA	766	0.323	0.068	0.139	4,668	NA
Total movido = 25,741							Total movido = 25,741					
Total Cu fino = 60,169							Total Cu fino = 62,514					

El Lastre aumenta su proporción y queda mejor delimitado por la cosimulación, evitando incorporar al proceso de recuperación de cobre, materiales que no generan el real beneficio esperado. En definitiva, al extraer los 25,741 Ktoneladas de material clasificados a los diferentes destinos, la cosimulación logra poner en el proceso extractivo 2,345 Klibras adicionales de cobre fino, es decir un 3.8% más que las Klibras de cobre fino destinado al proceso mediante cokriging.

Queda demostrado al contrastar ambas metodologías utilizadas para la obtención de los destinos, las ventajas que entrega la cosimulación al caracterizar la variabilidad del yacimiento, entregando información más confiable que permite clasificar los materiales con mayor sustento impactando positivamente los planes de extracción.

6. Modelo de bloques de corto plazo

6.1. Definición de la nueva base de datos

Durante el transcurso de este estudio, fue avanzando el desarrollo de algunos bancos de la fase de sulfuros de baja ley y en esta siguiente etapa, se compila la información obtenida del análisis de los pozos de tronadura en los sectores donde este estudio inicialmente solo disponía de información de sondajes. Esta nueva información se incorpora en la confección del modelo de bloques de corto plazo, con el que se clasifican los destinos de los diferentes materiales considerándolo como la “realidad”, para conciliarlos con los destinos obtenidos mediante las predicciones realizadas previamente con cokriging y cosimulación.

Para la construcción del modelo de corto plazo, se seleccionan las zonas con mayor desarrollo de perforación de pozos de tronadura en los bancos 3685 y 3700 (Figura 30), generando una nueva base de datos isotópica de 2272 leyes de CuT y QLT provenientes exclusivamente de pozos de tronadura.

En la Figura 31, la imagen de la izquierda muestra el resultado de la estimación de CuT, con las leyes de pozos de tronadura y sondajes que se disponía inicialmente para el banco 3700, mientras que la figura de la derecha exhibe el sector de mayor avance en la perforación de pozos de tronadura con las leyes del nivel 3700 incluidas en esta nueva base de datos.

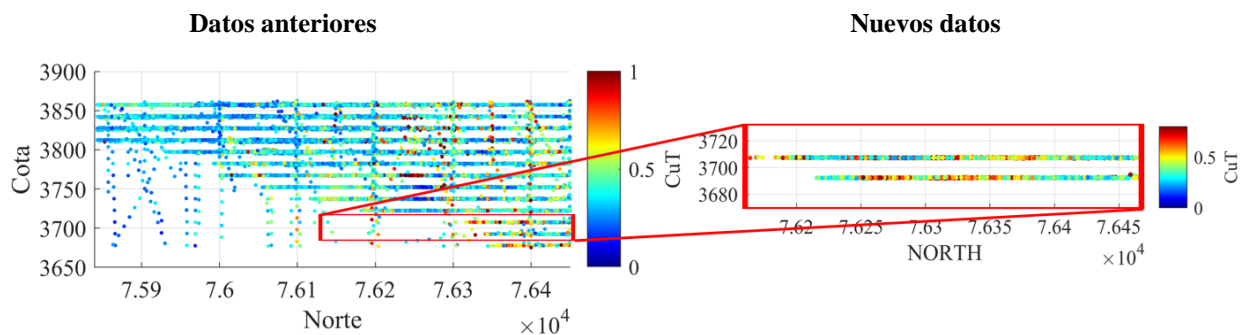


Figura 30. Detalle del sector con nuevas leyes de pozos de tronadura.

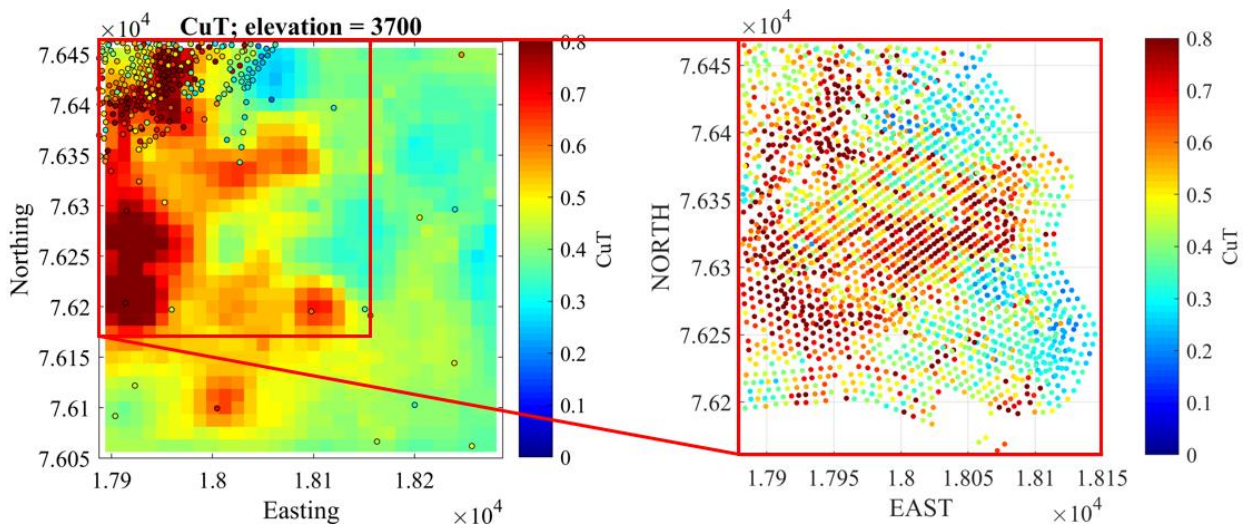


Figura 31. Nivel 3700 sector con mayor desarrollo de perforación de pozos de tronadura.

6.2. Construcción del modelo de bloques de corto plazo

Para la construcción del modelo de bloques de corto plazo, se considera el nivel 3700 como el más representativo, pues dispone de mayor cantidad de leyes posicionadas a banco medio del nivel 3685 en la cota 3692.5 m y a los 3707.5 m que corresponde al banco medio del nivel 3700. Este detalle se puede apreciar en la sección de la derecha de la Figura 30.

6.2.1. Análisis variográfico

Se realiza el cálculo de un variograma experimental omnidireccional con tamaño de paso de 6 m, número de pasos 20 y tolerancia al paso de 3 m (Figura 32). Se ajusta un modelo teórico con dos estructuras anidadas de tipo esférico, con un alcance de 50 m para la primera estructura y de 120 m para la segunda estructura. Se considera efecto pepita y se deja con ajuste automático de meseta (Figura 33).

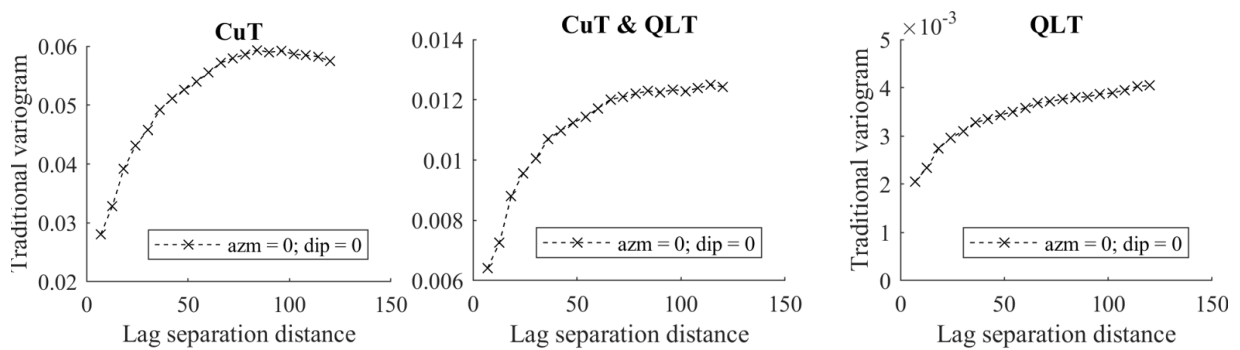


Figura 32. Variogramas experimentales directos y cruzados para CuT y QLT.

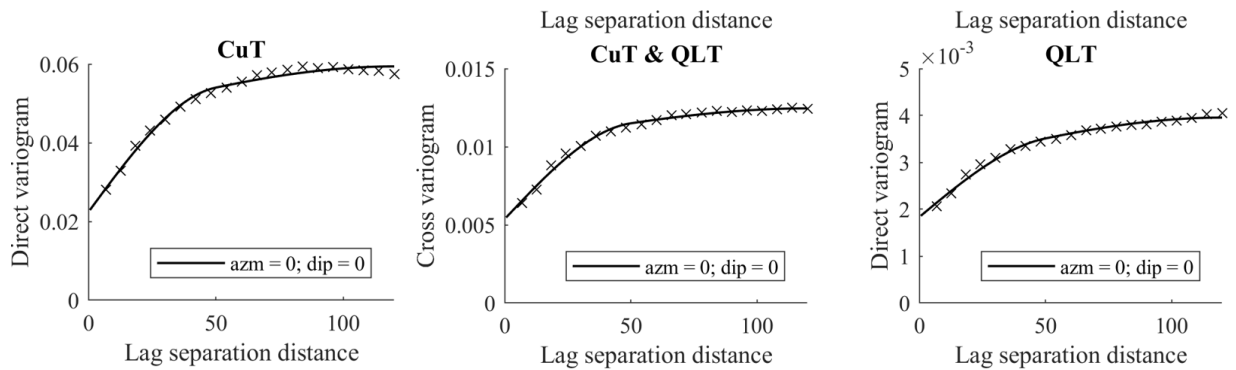


Figura 33. Variogramas teóricos directos y cruzados para CuT y QLT.

6.2.2. Vecindad de kriging y validación cruzada

La vecindad de kriging utilizada considera la siguiente configuración:

- Radio de búsqueda igual a 150 x 150 x 150 m.
- Ángulo de búsqueda no aplica para variograma omnidireccional.
- Se divide en octantes.
- Número óptimo de muestras por octantes igual a 10.

Se realiza la discretización de bloques de las siguientes dimensiones 5 x 5 x 1.

Para el plan de kriging definido, la nube de correlación muestra una baja dispersión del error con una varianza de los errores de 0.0300 para el CuT y de 0.0023 para el QLT, comprobando una buena precisión del estimador. La varianza de los errores estandarizados es cercana a 1 lo que indica que el variograma cuantifica adecuadamente la incertidumbre. La media de los errores y errores estandarizados es cercana a 0 demostrando que el estimador es insesgado (Figura 34).

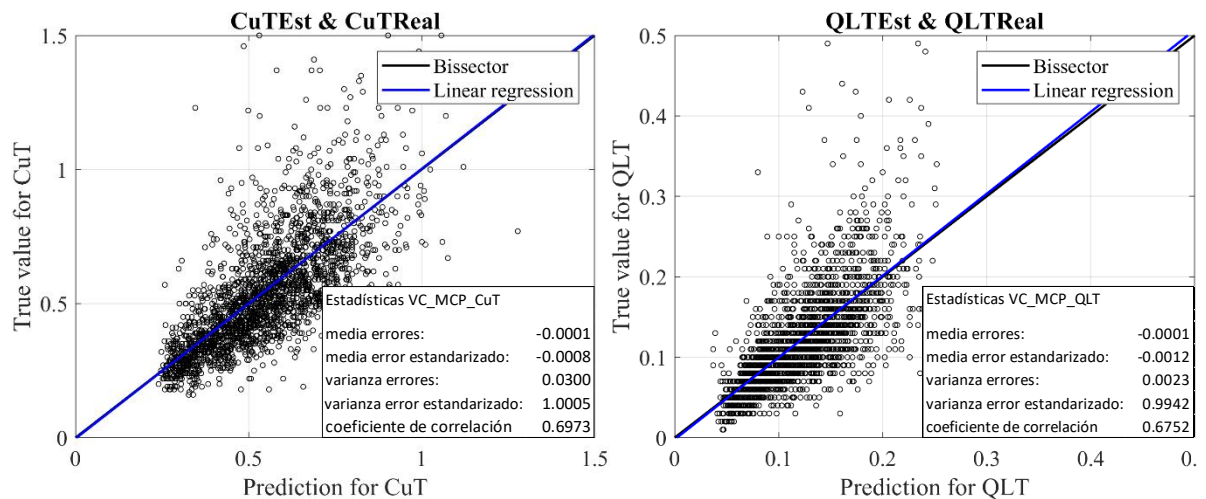


Figura 34. Nube de correlación y estadísticas de error del plan de kriging definido.

6.2.3. Predicción de CuT y QLT modelo de corto plazo

Para este caso particular se tienen una base de datos isotópica, sin embargo, se debe cumplir la condición de desigualdad entre CuT y QLT, por lo tanto, se decide utilizar nuevamente cokriging de medias relacionadas para reproducir la desigualdad $CuT > 2.063QLT$. La relación existente entre las medias de las variables involucradas ($CuT=0.546$ y $QLT=0.119$) es de 4.58. Este valor al ser similar a la relación de 4.43 obtenida anteriormente entre las medias de las variables de la base de datos integrada que considera los datos de largo plazo (Capítulo 5, sección 5.2.), es consistente con la hipótesis que sus medias están relacionadas.

La grilla de estimación utilizada se enfoca exclusivamente en el sector donde se dispone de la nueva información de pozos de tronadura, abarcando una superficie de 262.5 m en la coordenada Este y 312.5 m en la coordenada Norte para el banco 3700, incluyendo un total de 525 bloques de dimensiones 12.5m x 12.5m x 15m.

6.2.4. Resultados y validación de predicción obtenida

La predicción obtenida es representativa de la base de datos para ambas variables CuT y QLT (Figura 35). De la comparación entre las estadísticas básicas resultantes de la estimación, con las estadísticas básicas de los datos originales desagrupados, se desprende que la coestimación reproduce los datos originales al arrojar similitud entre sus medias (Tabla 11 a y b).

La nube de correlación entre los valores estimados de CuT versus los valores estimados de QLT, indican que se cumple la condición de desigualdad, al no graficar valores que estén por sobre la recta de $CuT = 2.063QLT$ (Figura 36).

Tabla 11. a) Estadísticas coestimación. b) Estadísticas datos originales desagrupados.

UNIVARIATE STATISTICS *****		DECLUSTERED UNIVARIATE STATISTICS *****	
Statistics for CuT:		Statistics for CuT:	
	Global		Global
number of data:	525	number of data:	2272
mean value:	0.532	mean value:	0.546
variance:	0.022	variance:	0.058
minimum:	0.242	minimum:	0.160
lower quartile:	0.433	lower quartile:	0.380
median:	0.513	median:	0.500
upper quartile:	0.618	upper quartile:	0.660
maximum:	1.126	maximum:	2.980
Statistics for QLT:		Statistics for QLT:	
	Global		Global
number of data:	525	number of data:	2272
mean value:	0.114	mean value:	0.119
variance:	0.002	variance:	0.004
minimum:	0.047	minimum:	0.010
lower quartile:	0.084	lower quartile:	0.080
median:	0.108	median:	0.110
upper quartile:	0.135	upper quartile:	0.150
maximum:	0.252	maximum:	0.860

a)

b)

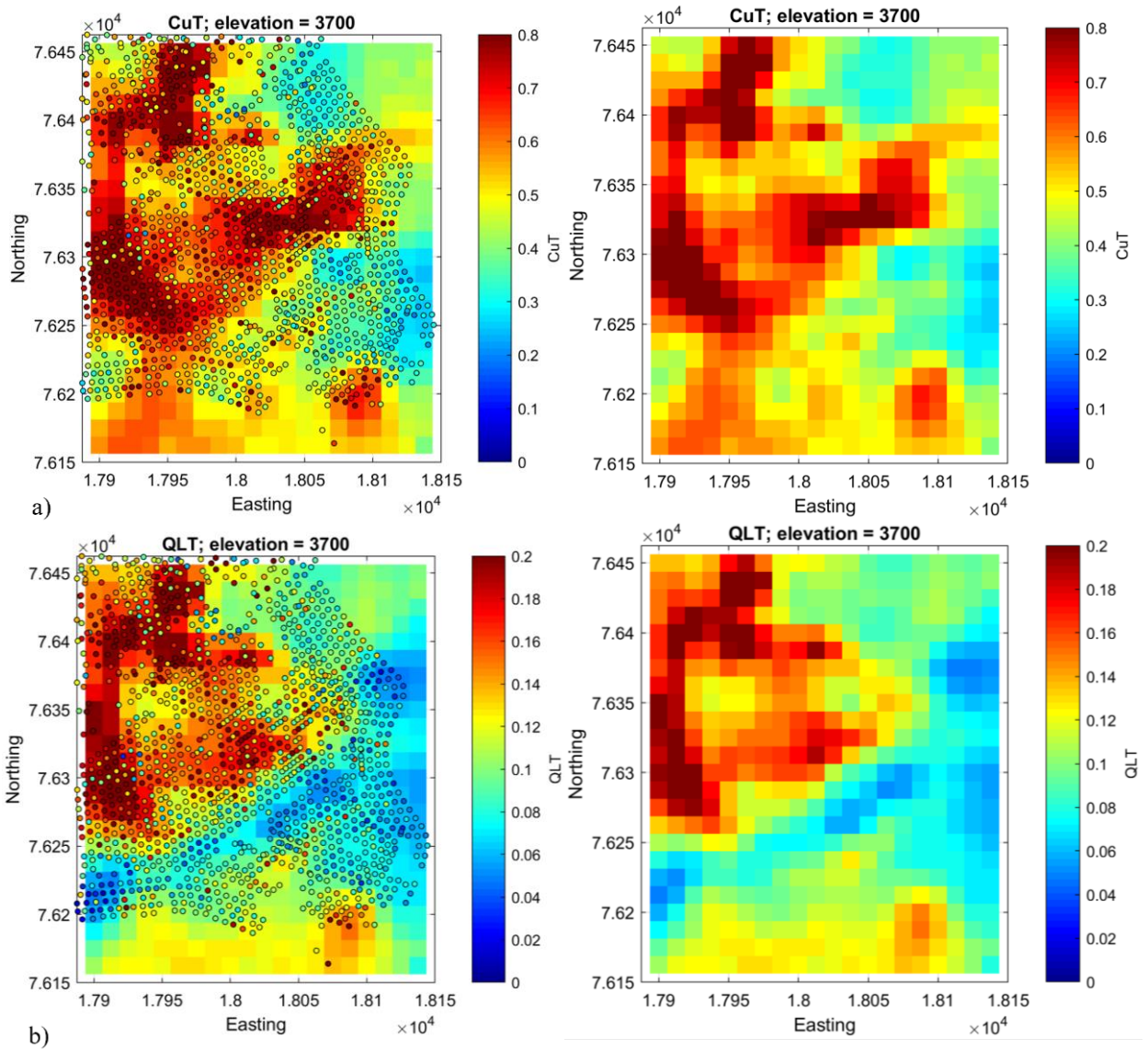


Figura 35. Resultados coestimación a) CuT y b) QLT para el banco 3700.

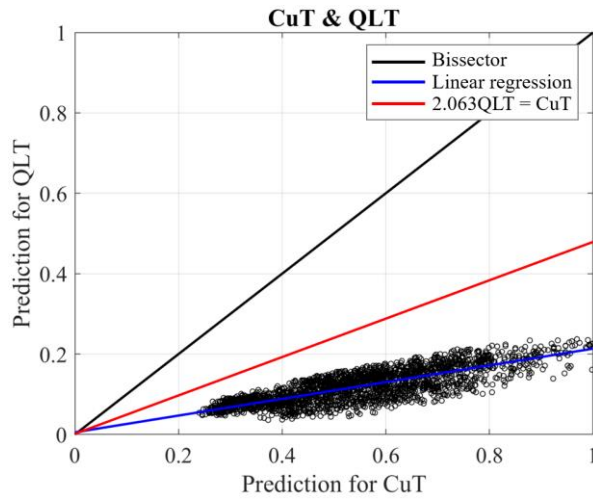


Figura 36. Nube de correlación de valores estimados CuT vs QLT.

7. Análisis de precisión de los métodos de predicción

Para evaluar la precisión de los dos métodos de predicción desarrollados en este estudio, se consideran como reales los valores de CuT y QLT del modelo de bloques de corto plazo, para ser comparados con los valores estimados de CuT y QLT obtenidos mediante cokriging de medias relacionadas, y también con el promedio de las leyes simuladas de CuT y QLT de las realizaciones.

Como la nueva base de datos está constituida exclusivamente por pozos de tronadura, representa un grupo diferente a la base de datos inicial con la que se generó la coestimación y cosimulación, por lo tanto, se realiza la comparación mediante la técnica de Jack-knife.

7.1. Comparación entre CuT cokriging y CuT cosimulado

7.1.1. Histogramas de los errores para CuT

Los histogramas de los errores (Figura 37) muestran que la varianza del error es levemente mayor para el caso de cokriging (0.0103), lo que indicaría un error más disperso en relación con el error cometido por el promedio de las realizaciones (0.0076).

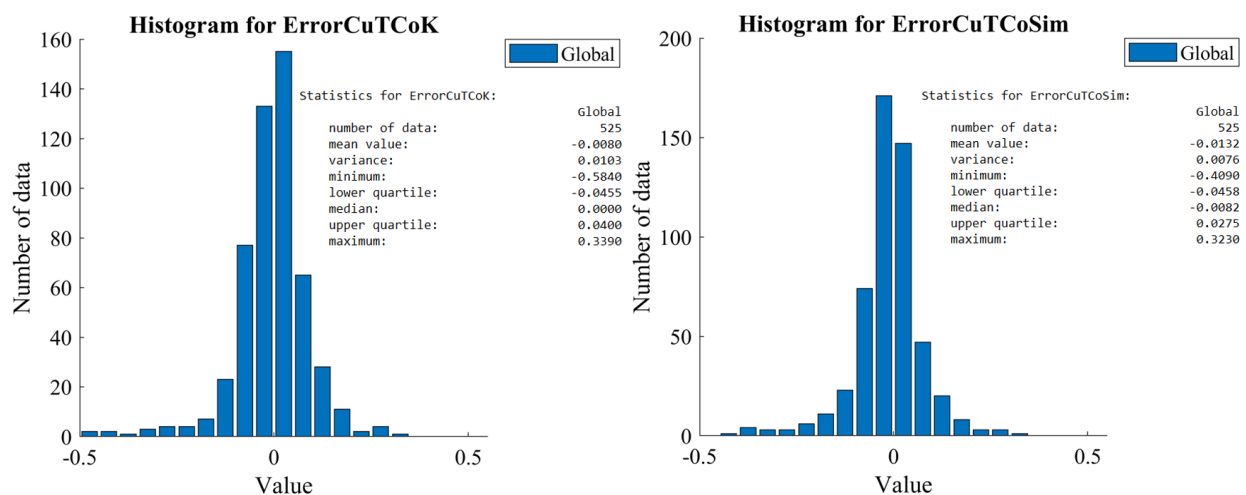


Figura 37. Histogramas de los errores para CuT cokriging y CuT cosimulación.

7.1.2. Nube de correlación entre leyes reales y coestimadas – cosimuladas de CuT

Al observar las nubes de correlación con los valores de la ley real de CuT en la ordenada y la ley de CuT estimada - simulada en la abscisa, se aprecia que para ambos casos la línea de regresión cruza la diagonal lo que estaría indicando presencia de sesgo condicional. Sin embargo, para el caso de las leyes CuT obtenidas de la cosimulación (media de las realizaciones), la dispersión del error es menor (coeficiente de correlación de 0.8294) en relación con la dispersión de los valores

coestimados (coeficiente de correlación de 0.7709) y el sesgo condicional sería bajo, indicando una mejor calidad con este método de predicción (Figura 38).

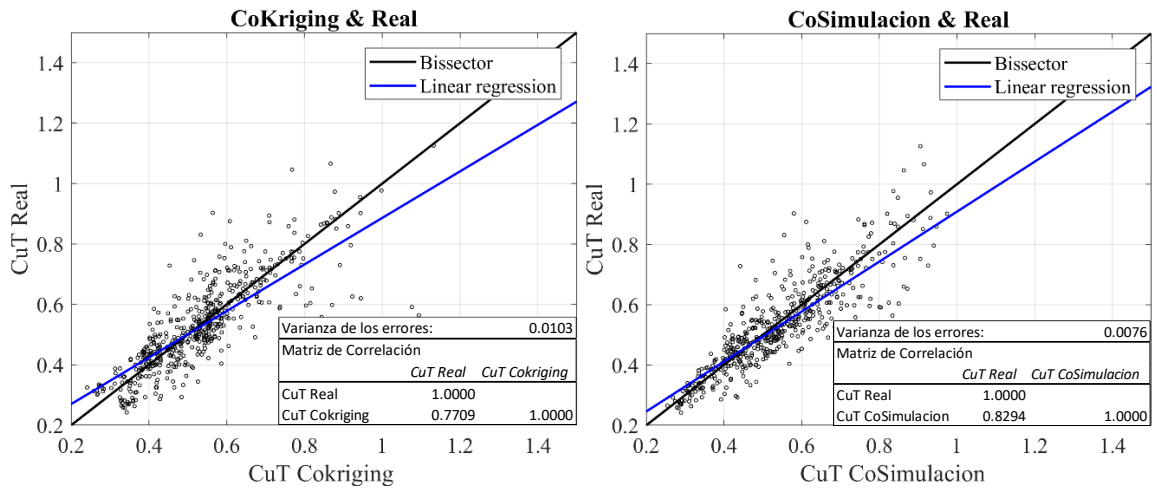


Figura 38. Nube de correlación entre leyes de CuT reales y coestimadas – cosimuladas.

7.2. Comparación entre QLT cokriging y QLT cosimulado

7.2.1. Histogramas de los errores para QLT

Para el caso de la variable QLT, también se desprende de los histogramas, un error más disperso para la coestimación al presentar mayor varianza (0.0006) que la media de las realizaciones (0.0003), lo que indicaría menor precisión para el método de coestimación (Figura 39).

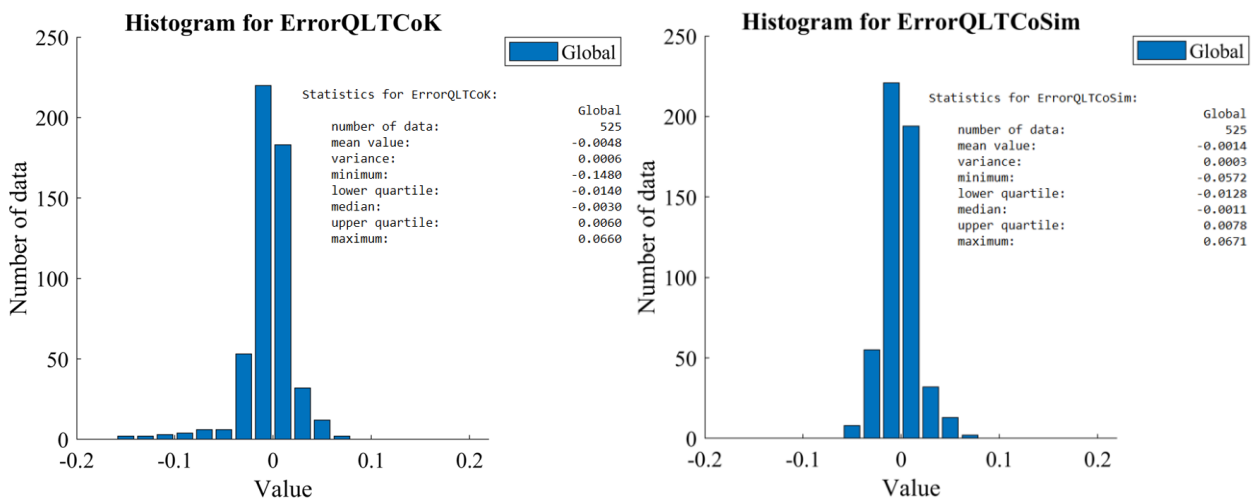


Figura 39. Histogramas de los errores para QLT cokriging y QLT cosimulación.

7.2.2. Nube de correlación entre leyes reales y coestimadas - cosimuladas de QLT

Para los valores de QLT estimados por cokriging se aprecia leve sesgo condicional (Figura 40), por otra parte, los valores obtenidos de la media de las realizaciones presentan menor dispersión de error y sesgo condicional nulo (coeficiente de correlación de 0.8934). Por lo tanto, queda en evidencia que tanto para la predicción de la variable QLT como para CuT, la cosimulación logra mejor desempeño como método de predicción.

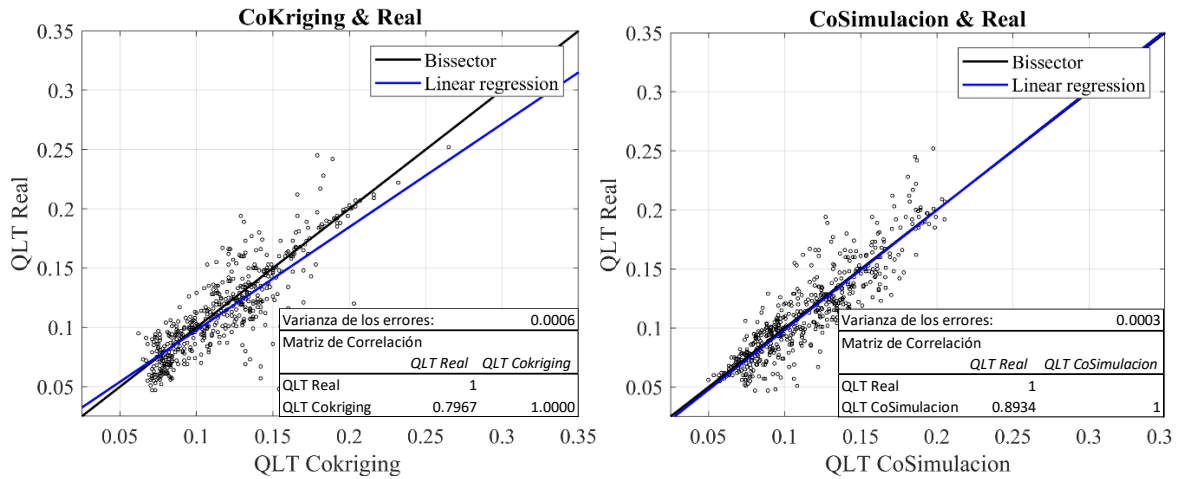


Figura 40. Nube de correlación entre leyes de QLT reales y coestimadas – cosimuladas.

8. Conciliación de recursos entre el modelo de corto plazo y los métodos predictivos

8.1. Clasificación de los destinos reales

Con los valores de CuT y QLT del modelo de bloques de corto plazo y el CURC calculado a partir de los valores de QLT, se realiza la clasificación de los recursos del banco 3700 considerado como el destino real, para compararlos con la clasificación de recursos obtenida mediante las predicciones realizadas con cokriging y cosimulación. A continuación, se presentan los mapas de los valores de CuT, CURC y Destino real del nivel 3700 (Figura 41).

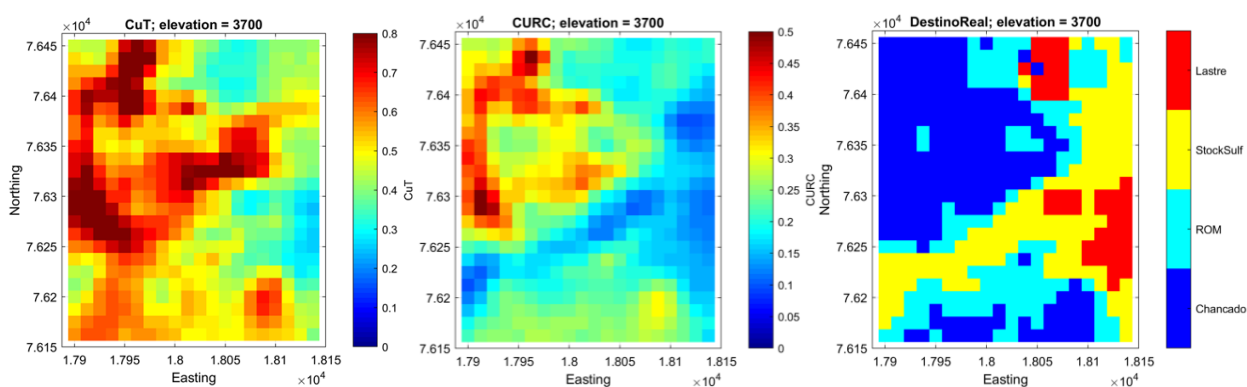


Figura 41. Mapas de CuT, CURC y Destino real para el banco 3700.

8.2. Conciliación de recursos entre modelo de corto plazo y cokriging

Se realiza la conciliación entre los destinos clasificados por el modelo de bloques de corto plazo (considerado como destino real) y el modelo de bloques obtenido mediante cosimulación de medias relacionadas, generando estadísticas para un total de 525 bloques, las que describen: el número de bloques, ley promedio de CuT, ley promedio de QLT, ley promedio de CURC, Ktoneladas de material y Klibras de cobre fino comprometidas en el proceso extractivo.

De los mapas de destinos (Figura 42 a y b) y de las estadísticas globales generadas (Tabla 12), se logra apreciar que el modelo de corto plazo clasifica un número considerablemente menor de bloques a Chancado (198 bloques) en relación con el modelo de cokriging (241 bloques), enviando 8492 Klibras de cobre fino a la planta versus los 10057 Klibras de cobre fino comprometidas por el modelo de coestimación. Esta diferencia es parcialmente compensada clasificando 133 bloques a ROM a diferencia de los 109 bloques definidos por la coestimación al mismo destino. En ambos modelos la cantidad de bloques destinados a Stock de Sulfuros es prácticamente la misma, pero el modelo de corto plazo destina mayor tonelaje a botadero (Lastre).

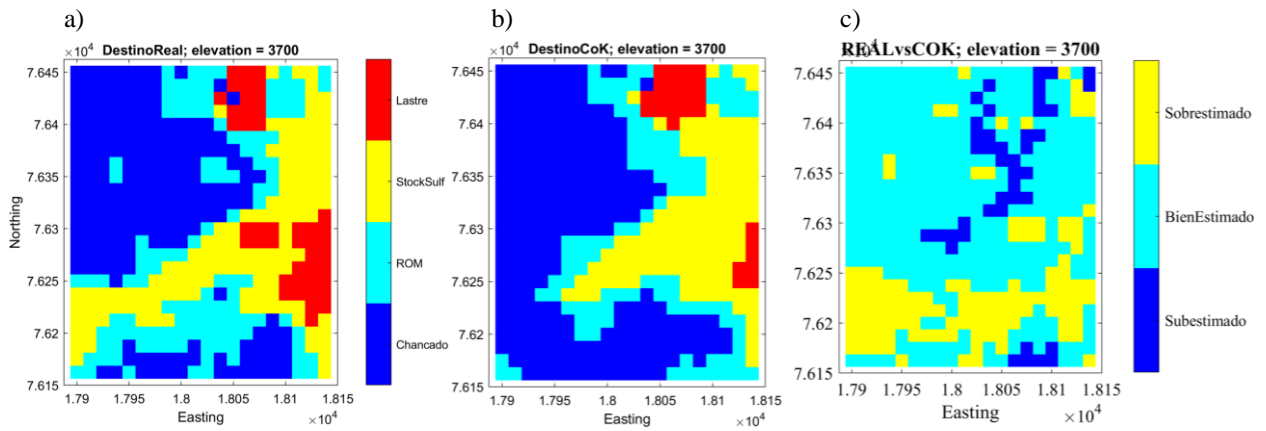


Figura 42. a) Destino real. b) Destino cokriging. c) Acierto de la clasificación.

Tabla 12. Estadísticas globales modelo de corto plazo vs cokriging.

DESTINO	MODELO DE CORTO PLAZO						COKRIGING					
	Nº Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu	Nº Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu
Chancado	198	0.652	0.155	0.319	1,207	8,492	241	0.645	0.151	0.311	1,469	10,057
ROM	133	0.516	0.108	0.224	811	1,797	109	0.517	0.108	0.223	664	1,472
Stock Sulfuros	140	0.464	0.077	0.160	853	NA	139	0.434	0.082	0.170	847	NA
Lastre	54	0.305	0.072	0.149	329	NA	36	0.313	0.077	0.159	219	NA
Total movido = 3,199						Total movido = 3,199						
Total Cu fino = 10,290						Total Cu fino = 11,530						

Adicionalmente se realizó un análisis bloque a bloque de la precisión de los destinos, para cuantificar el número de bloques clasificados que fueron subestimados, bien estimados y sobrestimados, información que se despliega en el mapa de acierto de la clasificación (Figura 42c). De un total de 525 bloques, cokriging clasifica 357 bloques bien estimados, 50 bloques subestimados y 118 bloques sobrestimados. Se puede apreciar en el mapa de la Figura 42 c que la sobrestimación se generó predominantemente en el sector sur del área evaluada.

En resumen, estas diferencias en la clasificación de los destinos generan un déficit de 1240 Klibras de cobre fino consideradas al proceso de extracción, que en definitiva el modelo de corto plazo descartó su existencia.

8.3. Conciliación de recursos entre modelo de corto plazo y cosimulación

La conciliación de la clasificación de recursos entre el modelo de corto plazo y el modelo obtenido mediante el destino más probable de la cosimulación (Tabla 13), refleja que el modelo de corto plazo clasifica un número menor de bloques a Chancado, considerando mover 1207 Ktoneladas de material que se traducen en 8492 Klibras de cobre fino incorporadas al proceso de

extracción, a diferencia de las 1450 Ktoneladas de material que la cosimulación destina a Chancado, comprometiendo 9768 Klibras de cobre fino. La diferencia de bloques clasificados a ROM es aún mayor, destinando la cosimulación 71 bloques, mientras que el modelo de corto plazo clasifica 133 bloques a ROM. Existe un diferencial de 23 bloques adicionales enviados a Stock de Sulfuros por la cosimulación, mientras que a Lastre se envían prácticamente la misma cantidad de bloques en ambos modelos.

Tabla 13. Estadísticas globales modelo de corto plazo vs cosimulación.

DESTINO	MODELO DE CORTO PLAZO						COSIMULACION					
	N° Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu	N° Bloques	CuT %	QLT %	CURC %	KTon	Klibras Cu
Chancado	198	0.652	0.155	0.319	1,207	8,492	238	0.645	0.147	0.305	1,450	9,768
ROM	133	0.516	0.108	0.224	811	1,797	71	0.493	0.108	0.223	433	959
Stock Sulfuros	140	0.464	0.077	0.160	853	NA	163	0.496	0.086	0.178	993	NA
Lastre	54	0.305	0.072	0.149	329	NA	53	0.317	0.073	0.151	323	NA
Total movido = 3,199						Total movido = 3,199						
Total Cu fino = 10,290						Total Cu fino = 10,727						

De los mapas de destinos (Figura 43 a y b), se aprecia la importante diferencia en el número de bloques destinados a ROM que clasifica la cosimulación en relación con el destino real del modelo de corto plazo. En el mapa de acierto de la clasificación (Figura 43 c) se corrobora lo anteriormente mencionado, mostrando bloques sobrestimados en el sector sur (bloques amarillos), clasificados con destino a Chancado (Figura 43 b), pero que finalmente correspondían a ROM (Figura 43 a).

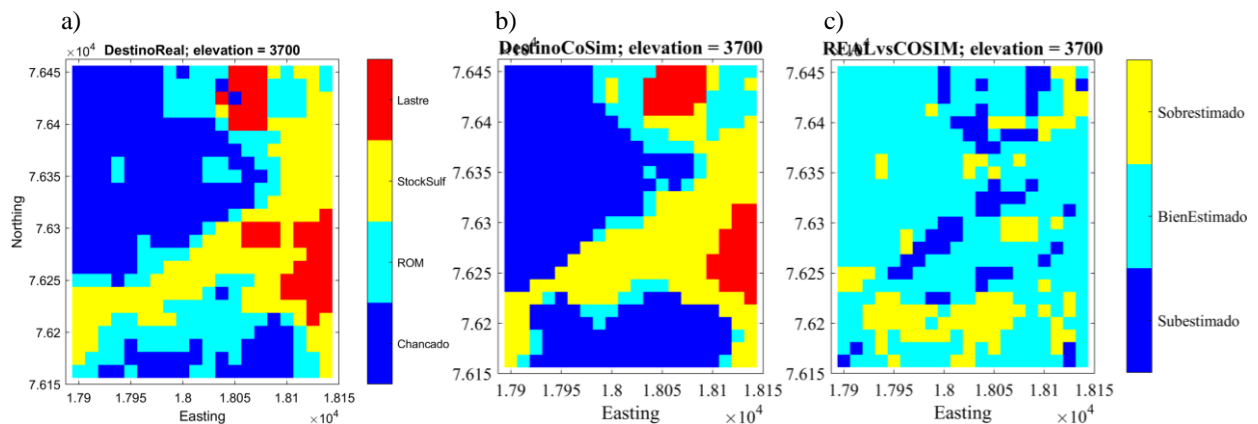


Figura 43. a) Destino real. b) Destino más probable c) Acierto de la clasificación.

Para los 525 bloques evaluados, la cosimulación entregó 373 bloques bien estimados, 66 bloques subestimados y 86 bloques sobrestimados. Estas diferencias en la conciliación se traducen en un diferencial negativo de 437 Klibras de cobre fino que no pudieron ser incluidas en el proceso de extracción de cobre.

9. Conclusiones

Con la integración de los datos de sondajes exploratorios a la base de datos de pozos de tronadura, se incorpora información valiosa de sectores profundos del yacimiento que estaban desprovistos de datos en el modelo de bloques de mediano plazo. Con esta nueva información se consigue un mayor entendimiento geológico, junto con una mejor descripción de la distribución, continuidad espacial, comportamiento entre fronteras de dominios y correlación de las variables regionalizadas presentes en las zonas de sulfuros primarios de baja ley.

Se demuestra la efectividad del método de predicción de cokriging de medias relacionadas, al cumplir la condición de desigualdad existente entre las variables de CuT y QLT, para una base de datos parcialmente heterotópica y variables con una relación lineal fuerte.

En el método de cosimulación, se comprueba la eficacia de realizar un cambio de variable (QLT/CuT), para que el modelo multigaussiano logre reproducir la condición de desigualdad.

Al revisar la precisión para los valores de CuT obtenidos con ambos métodos de predicción, kriging entrega resultados con un error más disperso y presencia de sesgo condicional, en relación con el promedio de las realizaciones que arroja resultados con menor dispersión de error y sesgo condicional bajo, indicando mayor calidad de predicción para los resultados obtenidos mediante cosimulación. Para el caso de la variable QLT, los valores obtenidos de la media de las realizaciones presentan menor dispersión de error y sesgo condicional nulo, evidenciando una mayor precisión para este método de predicción. Por lo tanto, se corrobora que tanto para la variable CuT y QLT, la cosimulación logra un mejor desempeño como método de predicción.

Lo anteriormente expuesto, queda reflejado en la conciliación de recursos entre el modelo de corto plazo (considerado como la realidad) y ambos métodos de predicción. En los mapas de aciertos de la clasificación de destinos, de un total de 525 bloques, cokriging clasifica 357 bloques como bien estimados, 50 subestimados y 118 bloques sobrestimados. Por otra parte, la cosimulación para la misma cantidad de bloques totales, entrega 373 bloques bien estimados, 66 subestimados y 86 bloques sobrestimados. Las simulaciones adicionalmente dan una cuantificación del riesgo mediante los mapas de probabilidad que un destino sea el óptimo.

Cabe destacar que en este trabajo se explora una variante de cokriging que logra reproducir desigualdades, importante sutileza que no suele ser considerada en los métodos tradicionales de predicción, pero que genera diferencias significativas del punto de vista de la consistencia de los valores obtenidos.

Finalmente, se recomienda instaurar en la industria minera herramientas geoestadísticas de simulación, para disponer de métodos predictivos que cuantifiquen la incertidumbre de los recursos y permitan optimizar los planes mineros de extracción.

Bibliografía

- Armstrong, M. (1984). Common problems seen in variograms. *Mathematical Geology* 16 (3), 305-3013.
- Barnett, R., Manchuk, J., & Deutsch, C. (2013). Projection pursuit multivariate transform. *Mathematical Geosciences, Vol 46, no. 3*, 337-359.
- Carrasco, P. (2010). Nugget effect, artificial or natural? *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* 110 (6), 299-305.
- Chilès, J., & Delfiner, P. (2012). *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. New York, 699p: Wiley.
- Cressie, N., (1991). Fitting variogram models by weighted least. *Mathematical Geology* 17 (5), 563-586.
- Cressie, N., (1993). *Statistics for Spatial Data*. New York: Wiley, 928p.
- Cressie, N., & Hawkins, D. (1980). Robust estimation of the variogram. *Mathematical Geology* 12 (2), 115-125.
- Cressie, N., & Wikle, C. K. (1998). The variance-based cross-variogram: you can add apples and orange. *Mathematical Geology* 30 (7), 789-799.
- Davis, J. (2002). *Statistics and Data Analysis in Geology*. New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Deraisme, J., & Strydom, M. (2009). Estimation of iron ore resources integrating diamond and percussion drillholes.
- Duke, J. H., & Hanna, P. J. (2001). Geological interpretation for resource modelling and estimation. En *Mineral Resource and Ore Reserve Estimation – the AusIMM Guide to Good Practice. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy* (págs. 147-156). Melbourne: In: Edwards, A.C. (ed.).
- Emery, X., (2012). Cokriging random fields with means related by known linear combinations. *Computers & Geosciences* 38 (1), 136-144.
- Emery, X., & Séguret, S. A. (2020). Geoestadística de yacimientos de cobre chilenos. *Capítulo 5. Planificación corto plazo. Inédito idioma español*, 115-130.

- Emery, X., Arroyo, D., & Porcu, E. (2016). An improved spectral turning-bands algorithm for simulating stationary vector Gaussian random fields. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, Vol. 30, no. 7, 1863-1873.
- Genton, M. (1998). Highly robust variogram estimation. *Mathematical Geology* 30 (2), 213-221.
- Glacken, I. M., & Snowden, D. V. (2001). Mineral resource estimation. En *Mineral Resource and Ore Reserve Estimation – the AusIMM Guide to Good Practice*. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy (págs. 189-198). Melbourne: In: Edwards, A.C. (ed.).
- Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation*. New York, 480 p: Oxford University Press.
- Gringarten, E., & Deutsch, C. (2001). Variogram Interpretation and Modeling. *Mathematical Geology* 33 (4), 507-534.
- Guibal, D. (2001). *Variography: a tool for the resource geologist*. Melbourne, pp. 85: Edwards A.C. (ed.) Mineral Resource and Ore Reserve Estimation: The AusIMM Guide to Good Practice. The Australasian Institute of Mining and Metallurgy.
- Herrera, A. (2013). Using blast and drill hole together for grade estimation - Application on a copper deposit. *Thèse de CFSG, École des Mines de Paris, Fontainebleau, France - N° C130629AHER*.
- Huijbregts, C. (1971). Reconstitution du variogramme ponctuel à partir d'un variogramme experimental régularisé. *Note N-244. Centre de Géostatistique, École des Mines de Paris, Fontainebleau, France*.
- Isaaks, E., & Srivastava, R. (1989). *An Introduction to Applied*. New York, 561 p: Oxford University Press.
- Journel, A., & Huijbregts, C. (1978). Mining Geostatistics. *Academic Press, London*.
- Krige, D., & Dunn, P. (1995). Some practical aspects of ore reserve estimation al Chuquicamata Copper Mine, Chile. *Proceeding of the 25th International Symposium on Applications of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*. Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Brisbane, 125-134.

- Marchant, B., & Lark, R. (2004). Estimating Variogram Uncertainty. *Mathematical Geology* 36 (8), 867-898.
- Matheron, G. (1971). The Theory of Regionalized Variables and its Applications. *Fasc. 5, Centre de Géostatistique, École des Mines de Paris, Fontainebleau, Francia.*
- Myers, D. (1991). Pseudo-cross variograms, positive definiteness, and cokriging. *Mathematical Geology* 23 (6), 805-816.
- Papritz, A., Künsch, H., & Webster, R. (1993). On the pseudo-cross variogram. *Mathematical Geology* 25 (8), 1015-1026.
- Pitard, F. (2008). Blasthole sampling for grade control - the many problems and solutions. In: Sampling 2008 Proceedings. *The Australasian Institute of Mining and Metallurgy, Carlton, Victoria, 15-22.*
- Richmond, A. (2002). *Two point declustering for weighting data pairs in experimental variogram calculation.* *Computers & Geosciences* 28 (2), 231-241.
- Van den Boogaart, K., Mueller, U., & Tolosana-Delgado, R. (2016). An affine equivariant multivariate normal score transform for compositional data. *Mathematical Geosciences, Vol. 49, no. 2, 231-251.*
- Verly, G. (1983). The multigaussian approach and its application to the estimation of local reserves. *Mathematical Geology, vol. 15, no. 2, 259-286.*
- Verly, G. (1993). Sequential Gaussian co-simulation: a simulation method integrating several types of information. En *Geostatistics Troia '92* (págs. 543-554). Kluwer, Dordrecht, Vol. 1: A. Soares (ed.).
- Wackernagel, H. (2003). *Multivariate Geostatistics: An Introduction with Applications.* Berlin: Springer.

Anexo: Nubes de correlación de las 50 realizaciones

