

UCH-FC
DOC-FIS
H867
C.1

Efectos de ondas con amplitud finita
sobre el comportamiento de
inestabilidades y ondas lineales en
sistemas haz-plasma

Tesis
entregada a la
Universidad de Chile
en cumplimiento parcial de los requisitos
para optar al grado de
Doctor en Ciencias con mención en Física
Facultad de Ciencias

por

Jaime Humberto Hoyos Barrios

Noviembre de 2005

Director de Tesis: Prof. Luis Gomberoff Jaikles



FACULTAD DE CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

INFORME DE APROBACIÓN
TESIS DE DOCTORADO

Se informa a la Escuela de Postgrado de la Facultad de Ciencias que la Tesis de Doctorado presentada por el candidato

Jaime Humberto Hoyos Barrios

ha sido aprobada por la Comisión de Evaluación de la Tesis como requisito para optar al grado de Doctor en Ciencias con mención en Física, en el exámen de Defensa de Tesis rendido el día 11 de Octubre de 2005

Director de Tesis

Prof. Luis Gomberoff

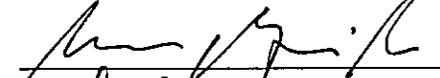


Comisión de Evaluación de la Tesis

Prof. Mario Molina (Presidente)



Prof. Hernán Chuaqui



Prof. Marcel Clerc



DEDICATORIA

A MI PADRE JAIME, a quién debo todo lo que soy. El amor incondicional y total que recibí de su parte, así como el interés que despertó en mí hacia el conocimiento científico hicieron de mí la persona que soy. Haber tenido un PADRE como EL enorgullece cada parte de mi ser.

A mi Madre Esperanza por haberme dado la vida y su amor. Su legado de optimismo y emprendimiento marcó mi vida por siempre.

A mis Hermanas Luz María y Yuliana, y mi Sobrino Nicolás, quienes alimentan mi vida con su amor y me dan fuerzas para seguir adelante cada día.

A mi Madrina Hilda por estar siempre conmigo incondicionalmente, por su amor y sabios consejos estaré eternamente agradecido.

A la Mujer que me ha acompañado en este camino de la vida durante los últimos años, mi Esposa Yuli quién con todo su amor, apoyo y comprensión ha llenado de felicidad mi vida. Su presencia ha sido un pilar fundamental para el logro de esta meta.



JAIME HUMBERTO HOYOS BARRIOS



Para empezar, nací en la ciudad de Manizales en el hermoso país de Colombia hace treinta años. A la edad de los seis años inicié mi educación básica primaria en el Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora en Manizales, donde estuve por cinco años. En 1987 mi familia se trasladó a la ciudad de Bogotá donde inicié mis estudios secundarios en el Colegio Nacional Nicolás Esguerra, los cuales concluí en el año 1992. Durante esta etapa y sobre todo en los últimos años mi Padre se encargó de estimular en mí, el gusto a las Matemáticas y a la Ciencia en general. Después de concluir los estudios secundarios, presté el servicio militar obligatorio por un periodo de un año, esa fue una experiencia bonita, pero sentía durante ese tiempo que mi destino eran los números y las ciencias exactas, quería entrar a la Universidad pronto. Al año siguiente (1994) ingresé a la Universidad Nacional de Colombia en Bogotá donde inicié la carrera de Física. Un acontecimiento muy bonito durante esta etapa, fue la oportunidad que recibí del Instituto Balseiro en Argentina en 1998 para realizar

un curso sobre Física del Estado Sólido. Esta experiencia abrió mi mente a las posibilidades y me concientizó de la importancia en la carrera científica de estudiar en otras partes. Mi primera incursión en la investigación científica la tuve durante una estadía (2000) en el Laboratorio de Física del Plasma en mi ciudad natal (Manizales), allí realicé mi Tesis de Pregrado en Física del Plasma Teórica en un tema relacionado con la propagación de modos electromagnéticos en plasmas acotados. Los resultados de esa Tesis tienen posibles aplicaciones en Aceleradores de partículas, razón por la cual, y después de obtener el título de Físico (2001) realicé un curso sobre Aceleradores Lineales en la Universidad de Colorado en Los Estados Unidos. Algunos días después de haber finalizado este curso (Junio de 2001), recibí la noticia que mi postulación al Doctorado en la Universidad de Chile había sido aceptada, iniciando así mis estudios de Doctorado en Agosto de 2001.

En este Doctorado aprendí muchas cosas relacionadas con la actividad investigativa, como escribir artículos y realizar presentaciones en congresos. Así mismo, adquirí las herramientas principales para iniciar una carrera investigativa en Física del Plasma. Por otra parte, tuve la oportunidad de ser ayudante en varios cursos de la Licenciatura en Física, lo que me permitió adquirir mayor experiencia docente. Bueno, espero que la obtención de este Doctorado sea el inicio de una interesante carrera científica y que vengan muchas cosas más en el futuro.

Santiago de Chile, Noviembre de 2005.



AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar un agradecimiento muy especial a mi Director de Tesis, Prof. Luis Gomberoff quién me orientó durante el desarrollo de esta tesis. La confianza depositada en mí, así como su gran experiencia permitieron llegar a resultados muy satisfactorios durante esta investigación.

Agradezco al Departamento de Física de la Facultad de Ciencias por haberme otorgado la Beca de Doctorado MECESUP UCH-0008, que hizo posible mi sostenimiento dentro del Doctorado y por todo el apoyo recibido durante mis estudios. Así mismo a CONICYT por las Becas: Asistencia a Congresos Nacionales (2002 y 2004), Asistencia a Congresos en el Extranjero (2004) y la Beca Término de Tesis (2005). También agradezco al Departamento de Postgrado y Postítulo de la Universidad de Chile por la Beca de Financiamiento Parcial de Tesis de Postgrado, PG-014 (2004). Este trabajo fue parcialmente financiado por proyectos regulares FONDECYT Nos.1020152 y 1050350.

Estoy especialmente agradecido con el Prof. Alejandro Valdivia por su apoyo constante durante mi estadía en el Doctorado. Sería difícil mencionar a todas las personas, pero quiero resaltar entre ellas al Prof. David Gottlieb por su gran ayuda, al Prof. José Rogan, Prof. Jaime Roessler, a Victor Muñoz, Prof. Jaime Araneda, a la Secretaria del Departamento de Física Vicky Alcaíno por toda su colaboración y disposición, y a la Escuela de Postgrado de la Facultad de Ciencias.



Estaré eternamente agradecido con mi Tía Norma, su esposo Alfonso, Esperanza, María Helena, Mariela, Olga, Lotario, mi Tía Susana y Oscar por el apoyo y cariño que me han brindado siempre.

Finalmente, a mis amigos: Sandra González, Jessica Roulands, Jorge David, Doris Guerra, Tsu-Ming Wu, Letizzia Wastavino, Roberto Hauyón, Pablo Muñoz, Rodrigo Vicencio, Fernando Mora, Pablo Encina, Daniel Escaff. . . . , y a todos aquellos que hicieron la estadía de este Colombiano en Chile durante estos cuatro años algo muy agradable.





Índice

| | |
|---|----|
| 1. Introducción | 1 |
| 2. Ondas e Inestabilidades en Plasmas | 9 |
| 2.1. Ondas e Inestabilidades | 10 |
| 2.2. Teoría Lineal | 11 |
| 2.3. Interacción no lineal onda-onda | 12 |
| 2.3.1. Interacción resonante entre tres osciladores | 12 |
| 2.3.2. Interacción entre ondas en el plasma | 16 |
| 3. Relación de dispersión | 25 |
| 3.1. Relación de dispersión para ondas circularmente polarizadas | 25 |
| 3.2. Relación de dispersión no lineal | 32 |
| 4. Efectos de ondas con amplitud finita sobre el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas | 43 |
| 4.1. Efectos de ondas con polarización circular izquierda (ondas- <i>L</i>) | 44 |
| 4.1.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo | 44 |
| 4.1.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo | 52 |

| | |
|--|----|
| 4.2. Efectos de ondas con polarización circular derecha (ondas- <i>R</i>) | 55 |
| 4.2.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo | 55 |
| 4.2.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo | 56 |
| 5. Efectos de ondas con amplitud finita sobre el comportamiento de ondas lineales electrostáticas | 59 |
| 5.1. Efectos de ondas con polarización circular izquierda (ondas- <i>L</i>) | 60 |
| 5.1.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo | 60 |
| 5.1.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo | 67 |
| 5.2. Efectos de ondas con polarización circular derecha (ondas- <i>R</i>) | 69 |
| 5.2.1. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo | 69 |
| 6. Conclusiones | 73 |



RESUMEN

En esta tesis estudiamos los efectos de ondas con amplitud finita y polarización circular sobre el comportamiento de ondas e inestabilidades lineales en un plasma compuesto por electrones, protones, y un haz de protones que se mueve en la dirección de un campo magnético externo al sistema. Nos concentramos en los efectos inducidos por ondas de baja frecuencia que se propagan a lo largo del campo magnético externo. Entre nuestros principales resultados encontramos que dependiendo de la frecuencia y sentido de polarización de las ondas, así como de las condiciones físicas del sistema, la presencia de estas ondas puede estabilizar o desestabilizar inestabilidades lineales electromagnéticas gatilladas por la interacción haz-plasma. La estabilización de la inestabilidad lineal ocurre para amplitudes de la onda superiores a un valor umbral. Estudiamos el comportamiento de este umbral como función de las propiedades de la onda y los parámetros físicos del sistema. Por otra parte, hemos estudiado la estabilidad de ondas lineales electrostáticas en la presencia de ondas con amplitud finita. Encontramos que estas ondas pueden gatillar inestabilidades electrostáticas cuando la velocidad de fase de dos ondas ion-acústicas se igualan debido a la presencia de la onda con amplitud finita. Estas inestabilidades puramente electrostáticas ocurren por sobre un valor umbral de amplitud de la onda. Estudiamos el comportamiento de esta amplitud umbral como función de las propiedades de la onda y las características físicas del sistema, así como la tasa de crecimiento de estas inestabilidades. Es importante enfatizar que estas inestabilidades ion-acústicas no ocurren dentro de una teoría lineal. Ellas ocurren solo en la presencia de ondas con amplitud finita.



ABSTRACT

In this thesis we study the effects of finite amplitude circularly polarized waves on the behavior of linear waves and instabilities in a background plasma composed of electrons, protons, and a proton-beam which is moving along an external magnetic field. We concentrated in studying the effects induced by low-frequency waves propagating along the external magnetic field. Between our main results we found that depending of the wave frequency, wave polarization sense as well as the physical system conditions, the presence of these waves can stabilize or destabilize linear electromagnetic beam-plasma instabilities. The stabilization of the linear instability occurs above a threshold wave amplitude. We studied the threshold behavior as a function of the wave properties and the physical system conditions. On the other hand, we have been studied the stability of linear electrostatic waves in the presence of finite amplitude waves. We found that these waves can trigger electrostatic instabilities when the phase velocities of two ion-acoustic waves become equal due to the presence of the finite amplitude wave. These purely electrostatic instabilities occur above a threshold wave amplitude. We study the threshold behavior as a function of the wave properties and physical system conditions, as well as the instabilities growth rate. It is important emphasize that these ion-acoustic instabilities do not occur in a linear theory. They occur only in the presence of finite amplitude waves.



Capítulo 1

Introducción

Diversas mediciones in situ de la composición del plasma en el viento solar han mostrado que este se encuentra constituido aproximadamente por un 95 % de iones H^+ (protones), un 4 % de iones H_e^{++} (partículas alfa) y un 1 % de otros iones minoritarios (Carbono, Nitrógeno, Oxígeno, Neón, Magnesio, Silicio e Hierro entre los más abundantes). Estas componentes iónicas junto con un número equivalente de electrones constituyen principalmente el viento solar. Por otra parte, observaciones realizadas por la misión espacial Helios han suministrado una descripción detallada de las propiedades de las distribuciones de velocidades de los iones en el viento solar [1, 2], estas mediciones han encontrado en muchas de los eventos registrados, además de la presencia de una componente iónica principal de fondo, la presencia de un máximo secundario en la función de distribución de velocidades (haces de iones) que fluye con una velocidad de deriva V_D paralela al campo magnético externo B_0 [1-4]. Entre los resultados de esta misión, se observó la presencia haces de protones en el viento solar rápido (velocidad del viento entre $600 - 800 km/s$) con una velocidad de deriva relativa a los protones de fondo superior a la velocidad de Alfvén local V_A , la cual parece constituir un límite inferior al valor de V_D . En el viento solar rápido el valor más frecuente de V_D en promedio es $1.3V_A$ y en algunos

casos esta velocidad puede alcanzar un valor promedio de $2.5V_A$. El valor de V_D decrece al incrementar la distancia heliocéntrica pero la variación radial de V_A tiene el mismo comportamiento que V_D lo cual hace que la razón $U = V_D/V_A$ permanezca aproximadamente constante con la distancia solar [3]. Así mismo, mediciones de Helios en el viento solar rápido encontraron haces de partículas alfa que fluyen con velocidades de deriva del orden de la velocidad de Alfvén local [2, 5]. Recientemente la misión Ulysses también reveló la presencia de haces de protones en altas latitudes del sol y encontró un límite superior de $U = 2$ para los haces en estos ambientes [6]. Así como en el viento solar, existe evidencia observacional de la presencia de haces de iones en otros ambientes espaciales y astrofísicos [7-11]. Haces iónicos presentes en plasmas espaciales como de laboratorio son la fuente de diversos tipos de ondas en estos sistemas [12-18].

Otra característica observada en el viento solar y en diversos ambientes espaciales es la presencia de ondas con amplitud finita [5, 19-23], el término "finita" se refiere a ondas con una amplitud de campo magnético apreciable respecto a la amplitud del campo magnético externo. Diversas fuentes pueden ser el origen de este tipo de ondas, como anisotropías térmicas en la función de distribución de velocidades de las partículas o inestabilidades lineales generadas por la interacción haz-plasma. Un haz de iones moviéndose con una velocidad de deriva V_D superior a un valor umbral constituye una fuente de energía libre para la generación de inestabilidades electromagnéticas [15, 18]. Desde que se observaron ondas de Alfvén con amplitud finita en el viento solar, surgió gran interés teórico por estudiar la estabilidad de estas ondas a medida que se propagan hacia fuera del sol ¹. Ondas de Alfvén circularmente po-

¹Ondas de Alfvén son fluctuaciones de muy baja frecuencia que se propagan a lo largo de un

larizadas son una solución exacta a las ecuaciones de la magnetohidrodinámica ideal para un plasma incompresible, aun cuando la amplitud es finita [25]. Sin embargo, en presencia de compresiones de densidad, las ondas de Alfvén pueden experimentar inestabilidades paramétricas, este proceso es mediado por interacciones no lineales onda-onda [26]. Una de las posibles inestabilidades paramétricas (decay instability) consiste en la generación a expensas de la energía de una onda con amplitud finita propagándose a lo largo del campo magnético externo, de una onda electrostática que se propaga en la dirección del campo magnético de fondo y otra onda de Alfvén propagándose en dirección opuesta, de tal manera que se conserve la energía y momentum en la interacción [27, 28]. Las inestabilidades paramétricas pueden ser de importancia para explicar la generación de estados turbulentos en plasmas espaciales y el calentamiento y aceleración de la corona solar [27, 29, 30].

Diversos autores han estudiado inestabilidades paramétricas de ondas de Alfvén en plasmas de tipo viento solar usando modelos magnetohidrodinámicos, así como teoría de multi-flúidos [31-35]. En sus comienzos, estos estudios modelaron el viento solar como un plasma compuesto por electrones y protones despreciando las demás componentes iónicas minoritarias debida a su baja abundancia. Investigaciones subsecuentes incluyen las partículas alfa en el sistema y estudian las propiedades dispersivas de ondas iónicas ciclotrónicas que se propagan en la misma dirección del campo magnético externo, pero no tienen en cuenta la posibilidad de velocidades de deriva para las componentes presentes [36, 37]. Posteriormente, se incluye un haz de partículas alfa en el sistema y se encuentra la relación de dispersión para las ondas iónicas ciclotrónicas [38]. Este trabajo es de gran importancia, ya que campo magnético externo y satisfacen que las fluctuaciones de velocidad del plasma que las sustenta apunta en la misma línea de acción de las fluctuaciones magnéticas de la onda [24]

demostró que la presencia de un haz de partículas alfa modifica la relación de dispersión para ondas iónicas ciclotrónicas a través de la aparición de una nueva rama modal. Interacciones resonantes de las partículas alfa con esta rama pueden llevar a una aceleración preferencial de las partículas alfa. Otros estudios, basados en las ecuaciones de la magnetohidrodinámica investigan las inestabilidades paramétricas de ondas circularmente polarizadas pero que se propagan en una dirección oblicua respecto al campo magnético externo [39,40]. Por otra parte, se usa la teoría cinética para estudiar inestabilidades paramétricas de ondas de Alfvén y se encuentra que los efectos cinéticos pueden disminuir la tasa de crecimiento de estas inestabilidades respecto a las predicciones de una teoría magnetohidrodinámica [30].

En base a la relación de dispersión encontrada en [38] y usando la teoría de multifluidos, se estudian los efectos de un haz de partículas alfa sobre las inestabilidades paramétricas de ondas de Alfvén con amplitud finita circularmente polarizadas [29]. En este trabajo se encontró que la presencia de haces de partículas alfa generan nuevas inestabilidades paramétricas que no están presentes en ausencia de haces. Posteriormente, se generalizan estos resultados a ondas con polarización circular derecha además de estudiar las tasas de crecimiento de las nuevas inestabilidades [41]. En este trabajo también se encontró que efectos térmicos pueden gatillar inestabilidades electrostáticas lineales que pueden ser parcialmente estabilizadas por la presencia de ondas de amplitud finita [29, 41].

Las nuevas inestabilidades encontradas pueden ser de gran interés en el viento solar. En particular, inestabilidades paramétricas con frecuencias cercanas a la girofrecuencia de las partículas alfa, pueden ser un medio de transferir energía a dichas partículas alfa a través de la resonancia iónica ciclotrónica, siempre y cuando el

amortiguamiento ciclotrónico no actúe en dirección opuesta y amortigüe la inestabilidad antes de que esta tenga suficiente tiempo de transferir energía a las partículas. En el caso de inestabilidades electrostáticas, estas podrían transferir energía a las partículas alfa vía amortiguamiento de Landau ². De nuevo el amortiguamiento de Landau puede actuar en dirección opuesta, y amortiguar la inestabilidad antes de que esta tenga tiempo para transferir energía eficientemente. La eficiencia de ambos procesos puede ser estudiada solo bajo una teoría cinética [29,41].

Continuando con esta línea, a través de la teoría de multi-fluidos se generaliza el estudio de estas inestabilidades al caso de ondas iónicas ciclotrónicas en presencia de un haz de partículas alfa [42-44]. Posteriormente, se estudian inestabilidades paramétricas en plasmas magnetosféricos donde se encuentra que la presencia de iones minoritarios de He^+ y O^+ dan origen a nuevas interacciones no lineales onda-onda a través de los cuales la onda de amplitud finita puede experimentar inestabilidades paramétricas [43-45]. Subsecuentemente, se desarrolla un modelo para estudiar las inestabilidades paramétricas de ondas circularmente polarizadas y con amplitud finita en plasmas con un número arbitrario de componentes incluyendo amortiguamiento cinético en la teoría de fluidos y una velocidad de deriva relativa entre las especies [46]. Inestabilidades paramétricas de ondas de Alfvén también han sido estudiadas usando simulaciones computacionales híbridas [47-50], este tipo de simulaciones es adecuado

²El amortiguamiento de Landau de una onda electrostática ocurre por el intercambio resonante de energía entre la onda y aquellas partículas con velocidades cercanas a la velocidad de fase de la onda. En un plasma donde la función de distribución de velocidades de las partículas sea Maxwelliana, el número de partículas que tienen velocidades un poco menor que la velocidad de fase de la onda es mayor que el número de partículas con velocidad un poco mayor. Las partículas con velocidad un poco menor son aceleradas por el campo eléctrico de la onda, mientras que las partículas con velocidad un poco mayor son desaceleradas. En otras palabras, el número de partículas obteniendo energía de la onda es mayor que el número de partículas cediendo energía a esta, lo que produce el amortiguamiento de la onda [24]

para estudiar fenómenos de baja frecuencia ya que tratan a los electrones como un fluido y a los iones con la teoría cinética. Efectos de amortiguamiento cinético sobre inestabilidades paramétricas en plasmas de electrones y protones han sido estudiados [48, 51-53]. Así mismo, se estudiaron los efectos de variar la velocidad del haz de protones sobre los decaimientos paramétricos, esta es una situación mucho más realista ya que el haz se debe desacelerar a medida que la inestabilidad paramétrica evoluciona, y se encontró que varias inestabilidades se estabilizan cuando el haz desacelera [54].

Existen diferentes regiones del espacio donde la velocidad del haz puede superar el umbral de inestabilidad lineal y así gatillar inestabilidades lineales haz-plasma [15, 18]. Es de gran interés teórico estudiar el comportamiento de estas inestabilidades lineales en presencia de ondas de amplitud finita. Los estudios anteriores no han considerado la presencia de inestabilidades lineales en el sistema y se han enfocado en su mayoría en investigar inestabilidades paramétricas en ausencia de inestabilidades lineales. En esta tesis estudiamos por primera vez los efectos de ondas con amplitud finita circularmente polarizadas y baja frecuencia propagándose a lo largo del campo magnético externo sobre el comportamiento de ondas e inestabilidades lineales en sistemas haz-plasma. Encontramos que dependiendo de las propiedades de la onda como su polarización, frecuencia y dirección de propagación respecto al campo magnético externo, así como de los parámetros físicos del sistema las inestabilidades lineales pueden ser estabilizadas o desestabilizadas por la presencia de ondas con amplitud finita. Demostramos que la estabilización de la inestabilidad lineal electromagnética ocurre siempre por encima de un valor umbral de amplitud de la onda y estudiamos este umbral como función de las propiedades de la onda y las condiciones

físicas del sistema. Este proceso de estabilización constituye un nuevo mecanismo no lineal de saturación para inestabilidades lineales. Dicho mecanismo puede explicar observaciones en física del plasma espacial que aun no han recibido una explicación satisfactoria. Por ejemplo, se han observado haces iónicos en el viento solar rápido con velocidades de deriva por sobre el umbral necesario para generar una inestabilidad lineal electromagnética [2]. La persistencia de estos haces contradice las predicciones de la teoría lineal, de acuerdo a la cual el haz se debería desacelerar con la consecuente estabilización de la inestabilidad lineal [2]. Sin embargo, si ondas con amplitud finita están presentes, la velocidad umbral se incrementa haciendo el sistema linealmente estable [55-65]

Por otra parte, mediciones en el viento solar han encontrado la presencia de ondas electrostáticas del tipo ion-acústico, sin embargo en algunos casos se han observado este tipo de ondas en regiones donde la teoría lineal no predice su existencia, tal es el caso de situaciones donde las condiciones de disipación de la onda vía amortiguamiento de Landau se satisfacen ³ [2]; el origen de ondas ion-acústicas en estas regiones no se ha dilucidado aun con exactitud. En esta tesis encontramos un nuevo mecanismo no lineal para generar ondas tipo ion-acústica, este podría ser un mecanismo físico mediante el cual se generan las ondas ion-acústica en estas regiones. Demostramos que la presencia de ondas con amplitud finita pueden generar inestabilidades electrostáticas del tipo ion acústico cuando la velocidad de fase dos ondas ion-acústica propagándose en direcciones opuestas respecto al campo magnético externo se iguala por encima de un cierto umbral de amplitud de la onda con amplitud finita. Es-

³Si la función de distribución de las partículas es Maxwelliana, cuando $T_e \gg T_i$ (T_e es la temperatura de los electrones y T_i la temperatura de los iones), el amortiguamiento de Landau de las ondas ion-acústicas es débil y la onda se puede observar [24].

tudiamos la tasa de crecimiento de estas inestabilidades y el comportamiento de la amplitud umbral de nuevo como función de las propiedades de la onda y los parámetros físicos del sistema [2, 58, 60, 63, 64, 66-69]. Las ondas electrostáticas generadas por este mecanismo deben su existencia a la presencia de ondas con amplitud finita, es decir no aparecen dentro de una teoría lineal.

El contenido del trabajo está dividido como sigue. En el Cap. 2 exponemos algunos conceptos generales sobre inestabilidades, e interacciones onda-onda en plasmas. En el Cap. 3 y con base en la teoría de multi-fluidos derivamos la relación de dispersión para ondas circularmente polarizadas que se propagan a lo largo del campo magnético externo en un plasma magnetizado compuesto por electrones, protones y un haz de protones. Subsecuentemente, encontramos la relación de dispersión no lineal para ondas circularmente polarizadas y con amplitud finita. En el Cap. 4 estudiamos el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas en la presencia de ondas con amplitud finita. En el Cap. 5 estudiamos la estabilidad de ondas lineales electrostáticas en presencia de ondas con amplitud finita. Finalmente, en el Cap. 6 exponemos las principales conclusiones de este trabajo.

Capítulo 2

Ondas e Inestabilidades en Plasmas

A lo largo de este capítulo, expondremos algunos conceptos generales sobre ondas e inestabilidades en Física del Plasma. Así mismo, discutiremos un ejemplo ilustrativo donde se estudia la interacción entre tres osciladores y se encuentran las condiciones que deben satisfacerse para que exista una transferencia efectiva de energía entre ellos, cuando uno de los osciladores ha sido excitado inicialmente a una amplitud mucho mayor que los otros dos. Posteriormente, aplicaremos la misma filosofía de este ejemplo con el fin de encontrar las condiciones que se deben cumplir para producir una transferencia efectiva de energía entre tres ondas que interactúan en un plasma, nuevamente, supondremos que una de las ondas tiene una amplitud mucho mayor que las otras dos, además de que las ondas se propagan a la largo de un campo magnético externo. Demostraremos que estas condiciones vendrán expresadas por ciertas condiciones de resonancia que deben cumplir los números de onda y las frecuencias de las ondas interactuantes.

2.1. Ondas e Inestabilidades

En el plasma, las partículas cargadas que lo conforman junto con las ondas presentes están en constante interacción [24,28,70-76]. Las ondas en el sistema son generadas auto-consistentemente por el movimiento de las partículas o mediante fuentes ondulatorias externas. En el plasma se pueden presentar tres tipos de interacción, a) Interacción partícula-partícula (e.g. colisiones binarias), b) Interacción onda-partícula (e.g. amortiguamiento de Landau), c) Interacción onda-onda (e.g. inestabilidades paramétricas) [74]. El estudio teórico de estas interacciones se basa en dos modelos principales. Un primer modelo de carácter macroscópico que describe la dinámica del sistema usando las ecuaciones de la dinámica de fluidos, y un segundo modelo microscópico que estudia la dinámica del plasma usando las ecuaciones de la teoría cinética para la evolución de la función de distribución estadística. Por otra parte, en plasmas poco colisionales, las ondas juegan un papel similar a las colisiones en un fluido ordinario. En la ausencia de colisiones, las desviaciones de la función de distribución estadística de una situación de equilibrio crece al punto que inestabilidades en el plasma empiezan a ocurrir; la energía libre acumulada en estas inestabilidades puede llevar al crecimiento de ondas. Cuando las ondas crecen hasta amplitudes finitas, las interacciones dentro del plasma de alguno de los tipos enunciados anteriormente tienden a eliminar la causa de las inestabilidades. Las ondas e inestabilidades juegan por lo tanto un papel crucial en prevenir grandes desviaciones del equilibrio termodinámico en el plasma, análogamente a las colisiones en un fluido ordinario. Las inestabilidades y la consecuente liberación de la energía libre son procesos que pueden ser gatillados si ciertas condiciones de umbral son satisfechas. En este sentido, las inestabilidades pueden ser vistas como procesos a través de los cuales el

plasma puede evolucionar al equilibrio termodinámico [2].

2.2. Teoría Lineal

En la teoría lineal del plasma, la amplitud de los campos ondulatorios se supone mucho menor que los campos de equilibrio, de manera que pueden considerarse como pequeñas perturbaciones respecto al equilibrio. Por ejemplo, una perturbación de densidad δn debe satisfacer la condición $\delta n(\vec{r}, t) \ll n_0$, donde n_0 es la densidad de equilibrio, que en general puede ser una función del espacio y del tiempo. En esta teoría cualquier perturbación arbitraria δC puede ser escrita como una superposición de Fourier en la forma,

$$\delta C(\vec{r}, t) = \int C_{\vec{k}} \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega(\vec{k})t) d\vec{k}. \quad (2.1)$$

En la Ec. (2.1), $\omega(\vec{k})$ es una de las frecuencias solución a la relación de dispersión lineal, $d(\omega, \vec{k}) = 0$. La relación de dispersión, es en general una función compleja lo que permite escribir sus soluciones en la forma $\omega = \Re(\omega) + i\Im(\omega) = \omega_r + i\gamma$. Si para un valor real de \vec{k} todas las soluciones $\omega(\vec{k})$ son reales, corresponderán entonces a soluciones puramente oscilantes. Si por otra parte, una solución compleja es obtenida, la respectiva componente de Fourier tendrá la forma,

$$\exp(i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \exp \gamma t. \quad (2.2)$$

En este caso, el comportamiento de la solución dependerá del signo de γ . Soluciones con $\gamma < 0$ representarán ondas que se amortiguan temporalmente, mientras que $\gamma > 0$ representa soluciones que crecen temporalmente. A lo largo de este trabajo

supondremos que \vec{k} es real, y diremos que hay una inestabilidad en el sistema cuando aparezcan soluciones $\omega(\vec{k})$ a la relación de dispersión con $\gamma > 0$. La tasa de crecimiento para las soluciones inestables vendrá dada por $|\gamma|$. Es importante enfatizar que en el sistema pueden aparecer inestabilidades siempre y cuando hayan fuentes de energía libre (e.g. anisotropías térmicas, corrientes, inhomogeneidades) que desvíen el sistema del equilibrio termodinámico, si este no es el caso una solución con $\gamma > 0$ no sería una solución física del problema ya que no satisficaría la conservación de la energía.

Al describir las inestabilidades dentro de una teoría lineal hay que tener en cuenta que la teoría deja de ser válida cuando la amplitud de la perturbación inestable se vuelve comparable a la amplitud de los campos de equilibrio C_0 , es decir cuando la condición $C_{\vec{k}}(t)/C_0 \approx 1$ se satisface, de donde se deduce que el tiempo no lineal tiene la forma $t_{nl} \approx \gamma^{-1} \ln(C_0/C_{\vec{k}})$, la aproximación lineal deja de ser adecuada para tiempos $t > t_{nl}$. En este rango de tiempo aparecen procesos no lineales que involucran interacciones onda-onda u onda-partícula que no pueden ser descritos mediante teorías lineales, el tiempo no lineal se alcanza más rápido en tanto la tasa de crecimiento de la inestabilidad es mayor.

2.3. Interacción no lineal onda-onda

2.3.1. Interacción resonante entre tres osciladores

Antes de estudiar la interacción entre ondas en el plasma, consideremos el caso relativamente simple de un sistema de tres osciladores armónicos interactuantes. El Hamiltoniano de este sistema puede ser escrito como

$$H = \sum_{i=1}^3 \left(\frac{p_i^2}{2} + \omega_i^2 \frac{x_i^2}{2} \right) + V x_1 x_2 x_3, \quad (2.3)$$

donde V es una pequeña constante de acoplamiento entre los tres osciladores. Las ecuaciones de movimiento para los tres osciladores puede ser escrita como [28],

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 &= -V x_2 x_3, \\ \ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 &= -V x_1 x_3, \\ \ddot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 &= -V x_2 x_1. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Queremos investigar las condiciones necesarias para una transferencia efectiva de energía, desde el primer oscilador a los otros dos, cuando el primer oscilador ha sido excitado inicialmente a una amplitud mucho mayor que los otros dos osciladores. Linealicemos las ecuaciones anteriores con respecto a x_2 y x_3 pero no con respecto a x_1 ,

$$\begin{aligned} \ddot{x}_1 + \omega_1^2 x_1 &= 0, \\ \ddot{x}_2 + \omega_2^2 x_2 &= -V x_1 x_3, \\ \ddot{x}_3 + \omega_3^2 x_3 &= -V x_2 x_1. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Ya que hemos supuesto que la constante de acoplamiento es pequeña (i.e., $|x_1||V| \ll \omega_2^2, \omega_3^2$), podemos expresar las coordenadas de cada oscilador como el producto de una amplitud lentamente variable y una exponencial rápidamente oscilante,

$$x_j = C_j(t) \exp(i\omega_j t) + C_j^*(t) \exp(-i\omega_j t), \quad (2.6)$$

Sustituyendo Ec. (2.6) en Ec. (2.5) se obtiene,

$$C_1 = cte, \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \ddot{C}_2 + 2i\omega_2 \dot{C}_2 = & -\exp(-2i\omega_2 t)(\ddot{C}_2^* - 2i\omega_2 \dot{C}_2^*) \\ & -VC_1 C_3 \exp(i(\omega_1 + \omega_3 - \omega_2)t) \\ & -VC_1^* C_3 \exp(i(\omega_3 - \omega_1 - \omega_2)t) \\ & -VC_1 C_3^* \exp(i(\omega_1 - \omega_3 - \omega_2)t) \\ & -VC_1^* C_3^* \exp(-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t), \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \ddot{C}_3 + 2i\omega_3 \dot{C}_3 = & -\exp(-2i\omega_3 t)(\ddot{C}_3^* - 2i\omega_3 \dot{C}_3^*) \\ & -VC_1 C_2 \exp(i(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)t) \\ & -VC_1^* C_2 \exp(i(\omega_2 - \omega_1 - \omega_3)t) \\ & -VC_1 C_2^* \exp(i(\omega_1 - \omega_2 - \omega_3)t) \\ & -VC_1^* C_2^* \exp(-i(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)t), \end{aligned} \quad (2.9)$$

Las Ecs. (2.8) y (2.9) pueden ser simplificadas promediándolas sobre la escala de tiempo rápida asociada con las frecuencias de los osciladores $T_i = 2\pi/|\omega_i|$. Ya que las amplitudes C_j varían más lentamente durante esta escala de tiempo, pueden ser

consideradas constantes en el promedio. Al realizar el promedio, todos los términos del lado derecho de las Ecs. (2.8) y (2.9) se anulan, ya que involucran funciones exponenciales rápidamente oscilantes en esta escala de tiempo, por lo cual promedian a cero. Esto conduce al resultado $C_1, C_2, C_3 = \text{cte}$, lo cual corresponde al caso de tres osciladores no interactuantes. Sin embargo, si los tres osciladores satisfacen alguna condición que reduzca la tasa de oscilación de alguna de las exponenciales del lado derecho de las Ecs. (2.8) y (2.9) a la escala de tiempo asociada con las amplitudes C_j , esta exponencial en particular sobrevivirá al promedio. Por ejemplo, cuando las frecuencias de los osciladores satisfacen la condición $\omega_1 + \omega_3 - \omega_2 = 0$, conocida como condición de resonancia ya que tiene la forma de un denominador resonante, el promedio conduce a,

$$C_1 = \text{cte}, \quad (2.10)$$

$$\ddot{C}_2 + 2i\omega_2 \dot{C}_2 = -VC_1 C_3,$$

$$\ddot{C}_3 + 2i\omega_3 \dot{C}_3 = -VC_1^* C_2.$$

Consideremos una solución a las Ecs. (2.10) de la forma $C_2, C_3 \sim \exp(-\nu t)$, esto conduce al siguiente conjunto de ecuaciones para C_2 y C_3 ,

$$(-\nu^2 + 2\omega_2\nu)C_2 + (VC_1)C_3 = 0, \quad (2.11)$$

$$(VC_1^*)C_2 + (-\nu^2 + 2\omega_3\nu)C_3 = 0.$$

Las soluciones a las Ecs. (2.11) se obtienen al encontrar las raíces del polinomio

característico correspondiente,

$$\nu^4 - 2(\omega_2 + \omega_3)\nu^3 + 4\omega_2\omega_3\nu^2 - V^2|C_1|^2 = 0. \quad (2.12)$$

Según el teorema fundamental del algebra, la Ec. (2.12) tiene cuatro raíces. Las raíces complejas aparecen en pares complejo conjugado, aquella raíz del par con $Im(\nu) > 0$ corresponderá a una solución para C_2 y C_3 que crece temporalmente. Para esta solución, el oscilador de gran amplitud transfiere energía hacia los otros dos, donde la tasa de crecimiento temporal de la amplitud de los dos osciladores vendrá dada por $\gamma = Im(\nu)$.

2.3.2. Interacción entre ondas en el plasma Ecuaciones de la magnetohidrodinámica (MHD) ideal

En esta sección estudiaremos la interacción entre ondas en el plasma. Consideremos la interacción entre una onda de Alfvén con amplitud finita, una onda de Alfvén y una onda acústica ambas con pequeña amplitud. Al igual que en la sección anterior buscaremos las condiciones necesarias para una transferencia efectiva de energía de la onda de amplitud finita a las otras dos ondas. Para este fin usaremos las ecuaciones de la magnetohidrodinámica (MHD) ideal que describen al plasma como un fluido conductor [76],

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \quad (2.13)$$

$$\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \right) \vec{V} = -\vec{\nabla} P + \frac{1}{c} \vec{J} \times \vec{B}, \quad (2.14)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \right) P + \gamma P \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \vec{\nabla} \times \vec{E}, \quad (2.16)$$

$$\frac{4\pi}{c} \vec{J} = \vec{\nabla} \times \vec{B}, \quad (2.17)$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} \vec{V} \times \vec{B}. \quad (2.18)$$

La ley de conservación de la masa está dada por la Ec. (2.13), donde la densidad total de masa viene dada por $\rho = \sum_i n_i m_i$ y el índice i en la suma varía sobre todas las especies presentes en el plasma, \vec{V} es la velocidad media del centro de masa, $\vec{V} = (1/\rho) \sum_i n_i m_i \vec{V}_i$. Por otra parte la ecuación de movimiento para el plasma viene expresada por la Ec. (2.14), donde P es la presión total sobre un elemento de fluido $P = \sum_i P_i$, $\vec{J} = \sum_i q_i n_i \vec{V}_i$ es la densidad de corriente total y \vec{B} es el campo magnético. Finalmente, la conservación de la energía viene dada por la Ec. (2.15). Note que la Ec. (2.15) puede ser escrita de una manera equivalente como $(d/dt)(p/n^\gamma) = 0$ donde γ es el índice politrópico y $(d/dt) = (\partial/\partial t) + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})$ es la derivada convectiva [76]. Así mismo, la ley de Faraday viene dada por la Ec. (2.16), la ley de Ampere por la Ec. (2.17) y la ley de Ohm para un conductor ideal por la Ec. (2.18). Note que en la Ec. (2.17) se ha despreciado la corriente de desplazamiento lo cual es válido para $V \ll c$.

Interacción resonante onda-onda

Nuestro propósito en esta sección es estudiar en base a las ecuaciones de la MHD ideal la interacción entre una onda de Alfvén de amplitud finita, una onda de Alfvén y una onda acústica ambas de pequeña amplitud y buscar las condiciones necesarias para una transferencia efectiva de energía de la onda de amplitud finita a las otras

dos ondas. Antes de proseguir definamos una onda de Alfvén como aquella onda de muy baja frecuencia que se propaga en un plasma de densidad ρ_0 a lo largo de un campo magnético externo de amplitud B_0 , y donde el campo magnético de la onda de Alfvén \vec{b} apunta en la misma línea que lo hacen las fluctuaciones de velocidad \vec{v} del fluido que sustenta la onda. Una onda de Alfvén debe satisfacer entonces la siguiente ecuación,

$$\vec{v} = \pm \frac{\vec{b}}{\sqrt{4\pi\rho_0}}. \quad (2.19)$$

Para empezar con el estudio de esta sección, expresemos el campo magnético, la velocidad media, y la densidad del fluido como,

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_\perp(x, t) + \delta\vec{B}_\perp(x, t), \quad (2.20)$$

$$\vec{V} = \vec{V}_\perp(x, t) + \delta\vec{V}_\perp(x, t) + \delta\vec{V}_\parallel(x, t), \quad (2.21)$$

$$\rho = \rho_0 + \delta\rho(x, t). \quad (2.22)$$

Donde \vec{B}_0 es un campo magnético uniforme externo apuntando en la dirección x , $\vec{B}_\perp(x, t)$ y $\vec{V}_\perp(x, t)$ describen la onda de Alfvén de amplitud finita, $\delta\vec{B}_\perp(x, t)$ y $\delta\vec{V}_\perp(x, t)$ describe la onda de Alfvén de pequeña amplitud, y $\delta\vec{V}_\parallel(x, t)$ y $\delta\rho(x, t)$ describe la onda acústica de pequeña amplitud. En las expresiones anteriores el subíndice \parallel indica la dirección paralela y el subíndice \perp indica la dirección perpendicular, en ambos casos referidas a la dirección del campo magnético externo. Hemos supuesto que todas las ondas se propagan en la dirección paralela al campo magnético \vec{B}_0 . Solucionaremos las ecuaciones MHD usando una técnica de expansión, tratando \vec{B}_0 ,

ρ_0 , \vec{B}_\perp y \vec{V}_\perp como cantidades a orden-cero y $\delta\vec{B}_\perp$, $\delta\vec{V}_\perp$, $\delta\vec{V}_\parallel$ y ρ como cantidades de primer-orden. Reemplazando Ecs. (2.20), (2.21) y (2.22) en las ecuaciones MHD se obtienen las siguientes ecuaciones a orden cero,

$$\frac{\partial\vec{V}_\perp}{\partial t} = \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial\vec{B}_\perp}{\partial x}, \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial\vec{B}_\perp}{\partial t} = B_0 \frac{\partial\vec{V}_\perp}{\partial x}. \quad (2.24)$$

Suponiendo que la onda de Alfvén con amplitud finita es circularmente polarizada, puede ser escrita como,

$$\vec{B}_\perp(x, t) = \vec{B}_\perp \exp(i(k_0x - \omega_0t)) + \vec{B}_\perp^* \exp(-i(k_0x - \omega_0t)). \quad (2.25)$$

En Ec. (2.25) se ha usado que $\vec{B}_\perp = (1/\sqrt{2})B_\perp \vec{e}_L$, $\vec{B}_\perp^* = (1/\sqrt{2})B_\perp \vec{e}_L^*$, donde B_\perp es un valor real y $\vec{e}_L = (1/\sqrt{2})(\vec{e}_y + i\vec{e}_z)$, $\vec{e}_R = (1/\sqrt{2})(\vec{e}_y - i\vec{e}_z) = \vec{e}_L^*$, son los vectores unitarios para polarización circular derecha (R) e izquierda (L).

De esta manera, a partir de Ecs. (2.23) y (2.24), la velocidad transversal asociada a la onda de Alfvén con amplitud finita se escribe como,

$$\vec{V}_\perp = -\frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{k_0}{\omega_0} \vec{B}_\perp(x, t). \quad (2.26)$$

Por otra parte, combinando Ecs. (2.23) y (2.24) se obtiene,

$$\frac{\partial^2\vec{B}_\perp}{\partial t^2} - V_A^2 \frac{\partial^2\vec{B}_\perp}{\partial x^2} = 0, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial^2\vec{V}_\perp}{\partial t^2} - V_A^2 \frac{\partial^2\vec{V}_\perp}{\partial x^2} = 0. \quad (2.28)$$

Ecs. (2.27) y (2.28) representan la ecuación de onda que satisface la onda de Alfvén de amplitud finita, que se propaga con una velocidad de fase dada por $V_A^2 = (B_0^2/4\pi\rho_0)$ y conocida como velocidad de Alfvén. Por otra parte, sustituyendo Ec. (2.25) en la Ec. (2.27), se tiene la relación de dispersión que debe satisfacer una onda de Alfvén,

$$\frac{\omega_0^2}{k_0^2} = V_A^2. \quad (2.29)$$

Por otra parte, las ecuaciones MHD a primer orden en las perturbaciones pueden ser escritas como,

$$\frac{\partial \delta V_{\parallel}}{\partial t} + \frac{C_s^2}{\rho_0} \frac{\partial \delta \rho}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\delta \vec{B}_{\perp} \cdot \vec{B}_{\perp}}{4\pi\rho_0} \right), \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial \delta \rho}{\partial t} + \rho_0 \frac{\partial \delta V_{\parallel}}{\partial x} = 0, \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \delta \vec{V}_{\perp}}{\partial t} - \frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial \delta \vec{B}_{\perp}}{\partial x} = -V_{\parallel} \frac{\partial V_{\perp}}{\partial x} - \frac{B_0 \rho}{4\pi\rho_0^2} \frac{\partial \vec{B}_{\perp}}{\partial x}, \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \delta \vec{B}_{\perp}}{\partial t} - B_0 \frac{\partial \delta \vec{V}_{\perp}}{\partial x} = -\frac{\partial (V_{\parallel} \vec{B}_{\perp})}{\partial x}. \quad (2.33)$$

El lado izquierdo de las Ecs. (2.30) y (2.31) describen la onda de sonido y el correspondiente lado derecho acopla la onda de sonido a las dos ondas de Alfvén, donde C_s es la rapidez del sonido dada por $C_s^2 = \gamma P_0/\rho_0$, que corresponde a la velocidad de fase con que se propagan fluctuaciones de densidad en el plasma. De una manera similar, el lado izquierdo de las Ecs. (2.32) y (2.33) describen la onda de Alfvén de pequeña amplitud y el lado derecho acopla esta onda de Alfvén a la onda de sonido y la onda de Alfvén de amplitud finita.

Para simplificar las Ecs. (2.32) y (2.33) hemos supuesto $C_s^2/V_A^2 \ll 1$. Estimemos la efectividad de los términos de acoplamiento correspondiente al lado derecho de estas ecuaciones al compararlos con los términos lineales.

$$\begin{aligned} R_1 &= \left(V_{\parallel} \frac{\partial \delta V_{\perp}}{\partial x} \right) \left(\frac{B_0}{4\pi\rho_0} \frac{\partial \delta B_{\perp}}{\partial x} \right)^{-1} \sim \frac{\delta V_{\parallel} V_{\perp} \rho_0}{B_0 \delta B_{\perp}}, \\ R_2 &= \left(\frac{B_0 \rho}{\rho_0^2} \frac{\partial \delta B_{\perp}}{\partial x} \right) \left(\frac{B_0}{\rho_0} \frac{\partial \delta B_{\perp}}{\partial x} \right)^{-1} \sim \frac{\rho B_{\perp}}{\rho_0 \delta B_{\perp}}, \\ R_3 &= \left(\frac{\partial \delta V_{\parallel} B_{\perp}}{\partial x} \right) \left(B_0 \frac{\partial \delta V_{\perp}}{\partial x} \right)^{-1} \sim \frac{\delta V_{\parallel} V_{\perp}}{B_0 \delta V_{\perp}}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Usando las Ecs. (2.30) y (2.26), para expresar δV_{\parallel} y δV_{\perp} en términos de $\delta\rho$ y δB_{\perp} podemos reescribir los cocientes R_i como

$$R_1 \sim R_3 \sim \frac{C_s}{V_A} \frac{\rho B_{\perp}}{\rho_0 \delta B_{\perp}} = \frac{C_s}{V_A} R_2 \ll R_2. \quad (2.35)$$

Consecuentemente en las ecs. (2.32) y (2.33) necesitamos solo conservar el término de acoplamiento correspondiente a R_2 (i.e., el término $(B_0\rho/4\pi\rho_0^2)(\partial\vec{B}_{\perp}/\partial x)$ en la Ec. (2.32)). Si asumimos que los otros dos términos de acoplamiento son pequeños comparados a los términos lineales, entonces podemos expresar las soluciones a las Ecs. (2.30), (2.31), (2.32) y (2.33) como el producto de funciones lentamente variables por exponenciales rápidamente oscilantes

$$\delta V_{\parallel}(x, t) = v_{\parallel} \exp(i(k_s x - \omega_s t)) + v_{\parallel}^* \exp(-i(k_s x - \omega_s t)), \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \delta\rho(x, t) &= \frac{\rho_0 k_s}{\omega_s} \delta V_{\parallel}(x, t), \\ \omega_s &= C_s k, \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\delta V_{\perp}(x, t) = v_{\perp} \exp(i(k_A x - \omega_A t)) + v_{\perp}^* \exp(-i(k_A x - \omega_A t)), \quad (2.38)$$

$$\delta \vec{B}_{\perp} = -\frac{B_0 k_A}{\omega_A} \delta \vec{V}_{\perp}, \quad (2.39)$$

$$\omega_A^2 = V_A^2 k^2, \quad (2.40)$$

donde v_{\parallel} y v_{\perp} son funciones lentamente variables del tiempo. Sustituyendo este ansatz de solución en las Ecs. (2.30), (2.31) y (2.32) además de hacer uso de la Ec. (2.25) se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_{\parallel}}{\partial t} = & -\frac{\partial v_{\parallel}^*}{\partial t} \exp(-2i(k_s x - \omega_s t)) \quad (2.41) \\ & + i(k_0 + k_A) \frac{B_0 k_A}{\rho_0 \omega_A} \left(\frac{\vec{B}_{\perp} \cdot \delta \vec{V}_{\perp}}{4\pi} \right) \\ & \times \exp(i(k_0 + k_A - k_s)x - i(\omega_0 + \omega_A - \omega_s)t) + i(k_0 - k_A) \frac{B_0 k_A}{\rho_0 \omega_A} \left(\frac{\vec{B}_{\perp} \cdot \delta \vec{V}_{\perp}^*}{4\pi} \right) \\ & \times \exp(i(k_0 + k_A - k_s)x - i(\omega_0 - \omega_A - \omega_s)t) + i(k_A - k_0) \frac{B_0 k_A}{\rho_0 \omega_A} \left(\frac{\vec{B}_{\perp}^* \cdot \delta \vec{V}_{\perp}}{4\pi} \right) \\ & \times \exp(i(k_A - k_0 - k_s)x - i(\omega_A - \omega_0 - \omega_s)t) - i(k_A + k_0) \frac{B_0 k_A}{\rho_0 \omega_A} \left(\frac{\vec{B}_{\perp}^* \cdot \delta \vec{V}_{\perp}^*}{4\pi} \right) \\ & \times \exp(-i(k_0 + k_A + k_s)x - i(\omega_A - \omega_0 + \omega_s)t), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vec{v}_{\perp}}{\partial t} = & -\frac{\partial \vec{v}_{\perp}^*}{\partial t} \exp(-2i(k_A x - \omega_A t)) \quad (2.42) \\ & - \frac{B_0 k_s}{4\pi \rho_0 \omega_s} i k_0 \vec{B}_{\perp} v_{\parallel} \exp(i(k_0 - k_A + k_s)x - i(\omega_0 - \omega_A + \omega_s)t) \\ & + \frac{B_0 k_s}{4\pi \rho_0 \omega_s} \vec{B}_{\perp}^* v_{\parallel} \exp(i(k_s - k_0 - k_A)x - i(\omega_s - \omega_0 - \omega_A)t) \end{aligned}$$

$$-\frac{B_0 k_s}{4\pi\rho_0\omega_s} i k_0 \vec{B}_\perp v_\parallel^* \exp(i(k_0 - k_s - k_A)x - i(\omega_s - \omega_0 - \omega_A)t) \\ + \frac{B_0 k_s}{4\pi\rho_0\omega_s} i k_0 \vec{B}_\perp^* v_\parallel \exp(-i(k_0 + k_s + k_A)x + i(\omega_0 + \omega_s + \omega_A)t).$$

Promediando las Ecs. (2.41) y (2.42) sobre las oscilaciones rápidas en el espacio y el tiempo obviamente lleva a $v_\parallel, \vec{v}_\perp = cte.$ a menos que las tres frecuencias y los tres números de onda satisfagan alguna condición de resonancia. Si las tres ondas satisfacen las condiciones de resonancia $\omega_A = \omega_s + \omega_0$ y $k_A = k_s + k_0$, entonces el proceso de promedio lleva a,

$$\frac{\partial v_\parallel}{\partial t} = i(k_A - k_0) \frac{B_0 k_A}{\rho_0 \omega_A} \left(\frac{\vec{B}_\perp^* \cdot \vec{v}_\perp}{4\pi} \right), \quad (2.43) \\ \frac{\partial \vec{v}_\perp}{\partial t} = -i \frac{B_0 k_s k_0}{4\pi \rho_0 \omega_s} v_\parallel \vec{B}_\perp.$$

Suponiendo una solución de la forma $v_\parallel, v_\perp \sim \exp(i\nu t)$ a las Ecs. (2.43) se obtiene,

$$\nu^2 = -\frac{(k_A - k_0) B_0^2 k_A k_s k_0}{4\pi \rho_0^2 \omega_s \omega_A (4\pi)^2} |\vec{B}_\perp|^2, \quad (2.44) \\ \nu^2 = -\frac{k_s^2 k_A k_0 V_A^2}{\omega_s \omega_A} \frac{|\vec{B}_\perp|^2}{4\pi \rho_0}.$$

Para interpretar este resultado, note que las condiciones de resonancia exigen que,

$$k_A = k_0 + k_s, \quad (2.45)$$

$$\omega_A = \omega_0 + \omega_s. \quad (2.46)$$

Donde, $\omega_0^2 = V_A^2 k_0^2$, $\omega_A^2 = V_A^2 k_A^2$, y $\omega_s^2 = C_s^2 k_s^2$. Supongamos que $\omega_0 = k_0 V_A > 0$. Ya que hemos asumido que la rapidez del sonido $C_s \ll V_A$, se sigue que al escoger $\omega_A = V_A k_A$ implica que $k_s = 0$ y $\nu = 0$. Mientras que para la elección $\omega_A = -k_A V_A$, las ecuaciones (2.45) y (2.46) requieren $k_0 \approx k_A$ y $k_s \approx -2k_0$. Entonces solo hay inestabilidad ($\nu^2 > 0$) cuando $\omega_s < 0$. En otras palabras, la frecuencia de las tres ondas deben satisfacer la condición $\omega_0 > \omega_A, |\omega_s|$ para lograr una transferencia efectiva desde la onda de amplitud finita a las otras dos ondas. Teniendo en cuenta las Ecs. (2.25) y (2.36), la condición $\omega_s < 0$ implica que la onda acústica se debe propagar en dirección opuesta a la onda de amplitud finita para que se genere esta inestabilidad.

Capítulo 3

Relación de dispersión

3.1. Relación de dispersión para ondas circularmente polarizadas

El interés de nuestra investigación es estudiar los efectos inducidos por una onda circularmente polarizada con amplitud finita y baja frecuencia sobre el comportamiento de las inestabilidades lineales electromagnéticas y los modos lineales electrostáticos en un sistema haz-plasma. Para este fin, supondremos que el sistema es un plasma compuesto por un fondo de electrones y protones además de un haz de protones que se mueve en la dirección de un campo magnético externo, con una velocidad de deriva relativa a los protones de fondo. Nuestro análisis lo concentraremos en ondas circularmente polarizadas se propagan a lo largo del campo magnético externo. El primer paso en esta tarea es encontrar la relación de dispersión que satisface una onda circularmente polarizada propagandose por el sistema bajo las condiciones mencionadas, para este fin, describiremos cada especie del plasma en términos de las ecuaciones de fluido,

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{q}{m} \left(\vec{E} + \frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \right) - \frac{\vec{\nabla} P}{mn}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (n\vec{V}) = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{P}{n^\gamma} \right) = 0. \quad (3.3)$$

La Ec. (3.1) es la ecuación de movimiento para cada especie donde q y m son la carga eléctrica y masa de la respectiva especie. La ley de continuidad de masa viene dada por la Ec. (3.2), y la conservación de la energía por la Ec. (3.3). En este conjunto de ecuaciones \vec{E} y \vec{B} son los campos eléctrico y magnético respectivamente, \vec{V} es la velocidad media, n es la densidad, P es la presión y γ es el índice politrópico. Para ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo, la derivada convectiva se escribe como, $(d/dt) = (\partial/\partial t) + V_x(\partial/\partial x)$.

Las ecuaciones de fluido, en conjunto con la ley de Ampère y la ley de Faraday forman un conjunto completo de ecuaciones para la descripción del sistema.

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c} \vec{J}, \quad (3.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \quad (3.5)$$

Denotemos el campo magnético externo por \vec{B}_0 y asumamos que apunta en dirección x . Consideremos, que la densidad y presión de cada especie son constantes dadas por n_0 y P_0 respectivamente, lo que corresponde a un plasma incompresible; en este caso podemos despreciar el término $\nabla \vec{P}$ en el lado derecho de Ec. (3.1). Definamos las cantidades transversales complejas $V_\perp = V_y + iV_z$, $B_\perp = B_y + iB_z$, $E_\perp = E_y + iE_z$. Para la onda circularmente polarizada que se propagan en la dirección del campo magnético externo, estas cantidades varían en la forma $E_\perp = E \exp(ik_0x - \omega_0t)$,

$B_{\perp} = B \exp(ik_0 x - \omega_0 t)$ y $V_{\perp} = V \exp(ik_0 x - \omega_0 t)$, con E, B, V números reales que definen la amplitud de la onda. En este trabajo supondremos que el número de onda k_0 es un valor real, mientras que ω_0 en general puede ser complejo. La frecuencia de la onda vendrá dada por $Re(\omega_0)$ mientras que la tasa de crecimiento de las posibles soluciones inestables (inestabilidades) por $|Im(\omega_0)|$. El sentido de polarización de la onda circular, así como su dirección de propagación respecto al campo magnético externo vienen dadas por los signos de k_0 y $Re(\omega_0)$; $Re(\omega_0) > 0, k_0 > 0$ definen una onda con polarización circular izquierda (onda- L) que se propaga en la misma dirección del campo magnético externo, $Re(\omega_0) > 0, k_0 < 0$ definen una onda- L que se propaga en dirección contraria, $Re(\omega_0) < 0, k_0 < 0$ es una onda con polarización circular derecha (onda- R) que se propaga en la dirección del campo magnético externo, finalmente, $Re(\omega_0) < 0, k_0 > 0$ es una onda- R que se propaga en dirección contraria.

A partir de la ley de Faraday Ec. (3.5) se obtiene,

$$E_{\perp} = -\frac{iB_{\perp}\omega_0}{k_0 c}. \quad (3.6)$$

Por otra parte, reemplazando la Ec. (3.6) en la componente transversal de la Ec. (3.1),

$$(\omega_c - \omega'_0)V_{\perp} = -\frac{\omega'_0 \omega_c B_{\perp}}{k_0 B_0}. \quad (3.7)$$

En la Ec. (3.7), $\omega_c = qB_0/mc$ es la frecuencia ciclotrónica de la especie y se ha definido $\omega'_0 = \omega_0 - k_0 V_{0x}$. La densidad de corriente transversal asociada a cada especie e inducida por la onda circularmente polarizada viene dada por $J_{\perp} = nqV_{\perp}$. Reemplazando (3.7) en la ley de Ampere $k_0 B_{\perp} = -(4\pi/c) \sum J_{\perp}$ (la suma se realiza

sobre todas las especies del plasma; e (electrones), p (protones), b (haz de protones)) se obtiene,

$$\sum \frac{nq\omega_c\omega'_0}{\omega_c - \omega'_0} = \frac{ck_0^2 B_0}{4\pi}. \quad (3.8)$$

Supondremos que el plasma es cuasi-neutro eléctricamente y libre de corrientes,

$$\sum n_0 q = 0, \quad (3.9)$$

$$\sum n_0 q V_{0z} = 0. \quad (3.10)$$

Los cálculos los realizaremos en el sistema de referencia de los protones de fondo (i.e. $V_{0xp} = 0$). De acuerdo a las Ecs. (3.9) y (3.10), los electrones deben estar formados por dos conjuntos (e_1, e_2), un conjunto de ellos siguen a los protones de fondo, es decir $V_{0xe1} = 0$ y el otro constituye un haz que se mueve con una velocidad de deriva $V_{0xe2} = V_{0xb}$.

Finalmente, y considerando que estamos interesados en el rango de baja frecuencia ($\omega_0 \ll \omega_{ce}$), además de usar las Ecs. (3.9) y (3.10) se obtiene la relación de dispersión para las ondas circularmente polarizadas,

$$L_0(x_0, y_0) = y_0^2 - \frac{x_0^2}{1 - x_0} - \eta \frac{(x_0 - Uy_0)^2}{1 - (x_0 - y_0U)} = 0. \quad (3.11)$$

En la Ec. (3.11) se definieron las variables normalizadas $x_0 = \omega_0/\omega_{cp}$, $y_0 = k_0 V_{Ap}/\omega_{cp}$, $U = V_{0xb}/V_{Ap}$, $\eta = n_b/n_p$, con $V_{Ap} = B_0/\sqrt{4\pi n_p m_p}$ la velocidad de Alfvén de los protones y $\omega_{cp} = qB_0/cm_p$ la frecuencia ciclotrónica de los protones. En el cálculo de la Ec. (3.11) no hemos hecho ninguna suposición sobre la amplitud de la onda circularmente polarizada. Entonces, bajo las hipótesis que hemos realizado,

una onda de amplitud finita es una solución exacta al sistema. La Ec. (3.11) es una buena aproximación en aquellos plasmas donde $\beta = P_0/(B_0^2/8\pi) \ll 1$, donde β es el plasma-beta para cada especie. El parámetro β es de gran importancia en Física del Plasma, en un plasma la presión térmica P_0 y la presión magnética $B_0^2/8\pi$ intercambian su importancia de acuerdo a los valores de la temperatura y el campo magnético. La presión dominante se expresa por el valor de β , si la presión térmica domina sobre la presión magnética $\beta > 1$ y en caso contrario $\beta < 1$. La teoría de fluidos es una aproximación razonable para plasmas con valores de β no muy lejanos a la unidad, para $\beta \gg 1$ los efectos térmicos afectan en gran medida la dinámica del sistema, siendo mas adecuado en este rango usar una teoría cinética para describir el plasma.

Para un haz de partículas alfa la Ec. (3.11) fue por primera vez obtenida usando la teoría cinética en la aproximación semifría [38] y posteriormente usando la teoría de fluidos [29]. La relación de dispersión para un haz de iones arbitrario puede ser encontrada en Ref. [13]. La relación de dispersión Ec. (3.11) es un polinomio con coeficientes reales y de tercer grado tanto en y_0 como x_0 . Así, para cada valor real de y_0 , según el teorema fundamental del algebra, este polinomio debe tener precisamente tres ceros solución en el plano complejo. Las soluciones complejas aparecen en pares complejo conjugado, aquellas raíces con $\gamma_0 = \text{Im}(x_0) > 0$ dan origen a soluciones que crecen temporalmente (inestabilidades). La energía cinética del haz de protones es la fuente de energía libre de las posibles inestabilidades en este caso.

En la Fig. 1(a) mostramos la parte real de las soluciones x_0 a la Ec. (3.11) para $U = 1.3$ y $\eta = 0.2$, con y_0 en el dominio real. Ondas en el primer cuadrante $\text{Re}(x_0) > 0$, $y_0 > 0$ y tercer cuadrante $\text{Re}(x_0) < 0$, $y_0 < 0$ de Fig. 1(a) son ondas que se

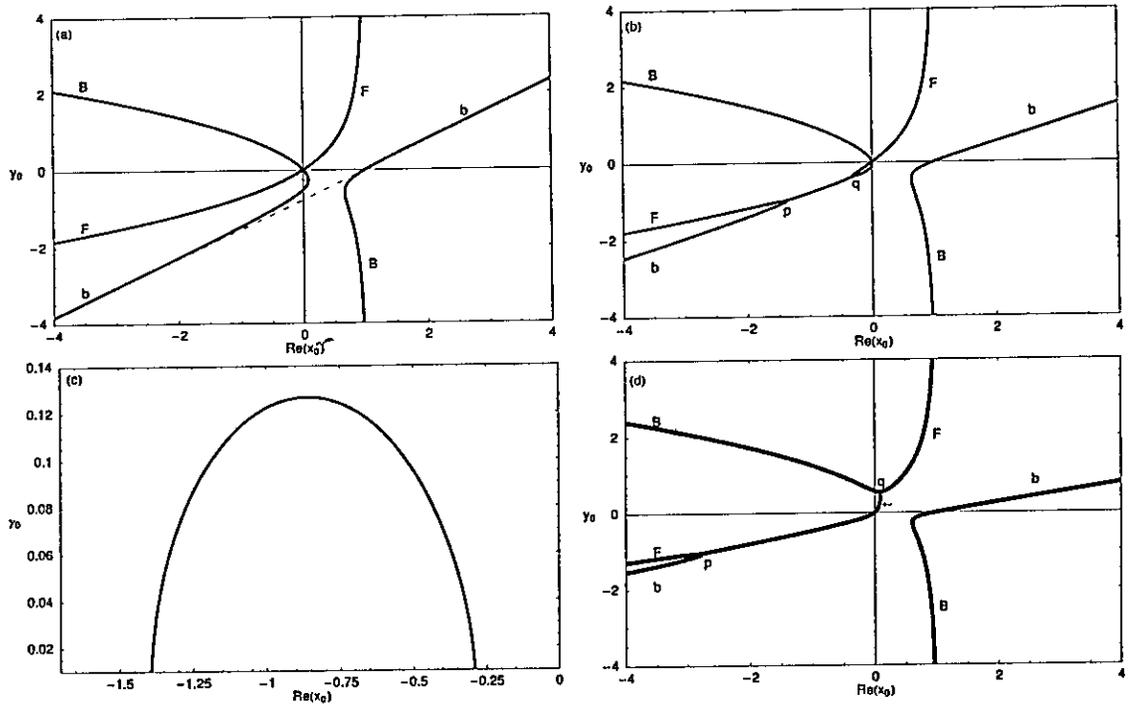


Fig. 1. Relación de Dispersión para Ondas Circularmente Polarizadas.

- (a) Solución real a Ec. (3.11) para $U = 1.3$ y $\eta = 0.2$. (b) Solución real a Ec. (3.11) para $U = 2.0$ y $\eta = 0.2$. (c) Tasa de crecimiento (γ_0) de la inestabilidad mostrada en parte (b). (d) Solución real a Ec. (3.11) para $U = 4.0$ y $\eta = 0.2$.

mueven en la misma dirección del campo magnético externo con polarización circular izquierda y derecha respectivamente. Las ondas pertenecientes a las rama superior en el primer cuadrante pueden entrar en resonancia ciclotrónica con los protones de fondo cuando la condición $x_0 = 1$ se satisface (ver Ec. (3.11)). Designamos estas ondas con la letra F (Forward) en Fig. 1(a) y se conocen como ondas iónicas ciclotrónicas, sin embargo en el límite de muy baja frecuencia ($x_0 \ll 1$) corresponden a ondas de Alfvén. Por otra parte, aquellas ondas que pertenecen a las ramas inferiores en el primer y tercer cuadrante de Fig. 1(a), son ondas que pueden entrar en resonancia ciclotrónica con el haz de protones cuando la condición de resonancia $x_0 - y_0 U = 1$ es satisfecha, esta condición está denotada por la línea a trazos en Fig. 1(a) (ver Ec. (3.11)). Designamos estas ondas con la letra b en Fig. 1(a) ya que deben su existencia en el sistema a la presencia del haz de protones (beam). Así mismo, ondas que pertenecen al segundo cuadrante $Re(x_0) < 0$, $y_0 > 0$ y al cuarto cuadrante $Re(x_0) > 0$, $y_0 < 0$ en Fig. 1(a) son ondas que se mueven en la dirección contraria al campo magnético externo con polarización circular derecha e izquierda respectivamente. Designamos estas ondas con la letra B (Backward). Ondas B en el cuarto cuadrante también pueden entrar en resonancia ciclotrónica con los protones de fondo cuando se satisface la condición $x_0 = 1$. Por otra parte, en Fig. 1(b) hemos incrementado la velocidad de deriva del haz de protones a un valor de $U = 2$. Para este caso la energía cinética del haz es lo suficientemente grande como para generar ondas inestables, el umbral de inestabilidad para este sistema es $U \simeq 1.98$. En la región entre los puntos p y q , las ramas F y B coinciden. Así, al seleccionar un valor de y_0 perteneciente a esta región una recta paralela al eje $Re(x_0)$ que pase por ese valor de y_0 cortará el diagrama de dispersión en dos valores de $Re(x_0)$. Por consiguiente, las soluciones x_0 correspondientes a la región entre p y q son soluciones complejas conjugadas a la Ec.

(3.11). En Fig. 1(c) graficamos la parte imaginaria de aquellas soluciones del par que representan inestabilidades ($Im(x_0) > 0$) en la región entre p y q , note que estas son inestabilidades con polarización circular derecha (inestabilidades- r) que se mueven en la misma dirección del campo magnético externo. En Fig. 1(d) incrementamos la velocidad del haz a $U = 4$ y vemos que en este caso la región entre p y q involucra inestabilidades con polarización circular izquierda (inestabilidades- l) que se mueven en la dirección del campo magnético externo (ver flecha en la Fig. 1(d)).

3.2. Relación de dispersión no lineal

Consideremos la onda circularmente polarizada que satisface la relación de dispersión dada por la Ec. (3.11) y el plasma como el equilibrio a orden cero e introduzcamos perturbaciones sobre este nuevo sistema, donde las perturbaciones las denotaremos con el símbolo δ .

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_\perp + \delta\vec{B}_\perp \quad (3.12)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_\perp + \delta\vec{E}_\perp + \delta E_x \vec{e}_x \quad (3.13)$$

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_\perp + \delta\vec{V}_\perp + \delta V_x \vec{e}_x \quad (3.14)$$

$$n = n_0 + \delta n \quad (3.15)$$

$$P = P_0 + \delta P \quad (3.16)$$

Las ecuaciones de fluido linealizadas para cada especie (despreciando términos a segundo orden en las perturbaciones) vienen dadas por,

$$\frac{\partial \delta V_{\perp}}{\partial t} + V_{0x} \frac{\partial \delta V_{\perp}}{\partial x} + \delta V_x \frac{\partial V_{\perp}}{\partial x} = \frac{q}{m} (\delta E_{\perp} + \frac{v}{c} (\delta V_x B_{\perp} - B_0 \delta V_{\perp} + V_{0x} \delta B_{\perp})) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial \delta V_x}{\partial t} + V_{0x} \frac{\partial \delta V_x}{\partial x} = \frac{q}{m} (\delta E_x + \frac{1}{c} (V_y \delta B_z - V_z \delta B_y + B_z \delta V_y - B_y \delta V_z)) - \frac{1}{mn_0} \frac{\partial \delta P}{\partial x} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + n_0 \frac{\partial \delta V_x}{\partial x} + V_{0x} \frac{\partial \delta n}{\partial x} = 0 \quad (3.19)$$

$$\delta P = \frac{\gamma P_0}{n_0} \delta n \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial \delta E_{\perp}}{\partial x} = \frac{v}{c} \frac{\partial \delta B_{\perp}}{\partial t} \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \delta B_{\perp}}{\partial x} = -\frac{4\pi}{c} \sum \delta j_{\perp}. \quad (3.22)$$

Donde, $\delta j_{\perp} = qV_{\perp} \delta n + qn_0 \delta V_{\perp}$ y para una cantidad transversal T arbitraria se satisface $T_y = (1/2)(T_{\perp} + T_{\perp}^*)$, $T_z = (1/2i)(T_{\perp} - T_{\perp}^*)$. Siguiendo un procedimiento similar a Ref. [29], introduzcamos las siguientes perturbaciones longitudinales (perturbaciones electrostáticas),

$$\begin{aligned} \delta V_x &= \text{Re}[u \exp(ikx - i\omega t)], \\ \delta E_x &= \text{Re}[e \exp(ikx - i\omega t)], \\ \delta n &= \text{Re}[\tilde{n} \exp(ikx - i\omega t)], \\ \delta p &= \text{Re}[\tilde{p} \exp(ikx - i\omega t)], \end{aligned} \quad (3.23)$$

donde u , ϵ , \tilde{n} y \tilde{p} son cantidades complejas a determinar. A partir de la Ec. (3.19) se obtiene que $\tilde{n} = n_0(uk/\omega')$ con $\omega' = \omega - kV_{0x}$, de esta manera,

$$\delta n = n_0 \text{Re} \left[\frac{uk}{\omega'} \exp(ikx - i\omega t) \right], \quad (3.24)$$

Reemplazando las perturbaciones longitudinales en la ecuaciones de fluido linealizadas se demuestra la siguiente estructura para las perturbaciones transversales (perturbaciones electromagnéticas),

$$\begin{aligned} \delta V_{\perp} &= v_+ \exp(ik_+ x - i\omega_+ t) + v_- \exp(ik_- x - i\omega_- t), \\ \delta B_{\perp} &= b_+ \exp(ik_+ x - i\omega_+ t) + b_- \exp(ik_- x - i\omega_- t), \\ \delta J_{\perp} &= j_+ \exp(ik_+ x - i\omega_+ t) + j_- \exp(ik_- x - i\omega_- t), \\ \delta E_{\perp} &= e_+ \exp(ik_+ x - i\omega_+ t) + e_- \exp(ik_- x - i\omega_- t). \end{aligned} \quad (3.25)$$

En la Ec. (3.25), v_+ , v_- , b_+ , b_- , j_+ , j_- , e_+ , e_- son cantidades complejas a determinar y se han definido $k_+ = k_0 + k$, $k_- = k_0 - k^*$, $\omega_+ = \omega_0 + \omega$, $\omega_- = \omega_0 - \omega^*$, donde el asterisco denota complejo conjugado. Por otra parte, de la Ec. (3.17), además de usar la independencia lineal de las cantidades $\exp(ik_+ x - i\omega_+ t)$ y $\exp(ik_- x - i\omega_- t)$ se obtienen las siguientes ecuaciones,

$$v_+(\omega_c - \omega'_+) = -\frac{qb_+ \omega'_+}{mc k_+} + \frac{uB\Lambda}{2}, \quad (3.26)$$

$$v_-(\omega_c - \omega'_-) = -\frac{qb_- \omega'_-}{mc k_-} + \frac{u^*B\Lambda}{2}, \quad (3.27)$$

donde $\omega'_+ = \omega_+ - k_+ V_{0x}$, $\omega'_- = \omega_- - k_- V_{0x}$ y $\Lambda = (q\omega_c/mc)/(\omega_c - \omega'_0)$. A partir de la Ec. (3.18) y usando la independencia lineal de las cantidades $\exp(ikx - i\omega t)$ y $\exp(-ik^*x - i\omega^*t)$, se obtienen las ecuaciones,

$$\omega' \left(1 - \frac{k^2 C_s^2}{(\omega')^2}\right) u = \frac{q}{m} \left(i\epsilon + \frac{B}{c}(\alpha b_+ + v_-^* - \alpha b_- - v_+)\right), \quad (3.28)$$

$$(\omega')^* \left(1 - \frac{(k^*)^2 C_s^2}{((\omega')^*)^2}\right) u^* = \frac{q}{m} \left(-i\epsilon^* + \frac{B}{c}(\alpha b_+^* + v_- - \alpha b_- - v_+^*)\right), \quad (3.29)$$

donde $\alpha = V_{\perp 0}/B_{\perp 0}$ y C_s es la rapidez del sonido para cada especie y dada por $C_s^2 = \gamma P_0/mn_0$. Usando Ecs. (3.26) y el complejo conjugado de la Ec. (3.27) para sustituir v_+ y v_-^* en la Ec. (3.28), se obtiene,

$$\begin{aligned} \omega' \left(1 - \frac{k^2 C_s^2}{(\omega')^2}\right) u = & \\ \frac{q}{m} \left(i\epsilon + \frac{\alpha B}{c}(b_+ - b_-^*)\right) + \frac{B}{c(\omega_c - (\omega'_-)^*)} \left(-\frac{qb_-^* (\omega'_-)^*}{mc k_-^*} + \frac{uB\Lambda}{2}\right) - & \\ \frac{B}{c(\omega_c - \omega'_+)} \left(-\frac{qb_+ \omega'_+}{mc k_+} + \frac{uB\Lambda}{2}\right) & \end{aligned} \quad (3.30)$$

Usando la Ec. (3.30) para los electrones y la condicion $\omega_0, \omega'_0, \omega'_+, \omega'_- \ll \omega_{ce}$, en otras palabras $\omega_{ce} = (eB_0/m_e c) \rightarrow \infty$ ($m_e \rightarrow 0$); se obtiene,

$$i\epsilon = \frac{Bb_-^*}{cB_0} \left(\frac{\omega_-^*}{k_-^*} - \frac{\omega_0}{k_0}\right) - \frac{Bb_+}{cB_0} \left(\frac{\omega_+}{k_+} - \frac{\omega_0}{k_0}\right) + \frac{\gamma_e K T_e k^2}{e} \frac{u_e}{\omega - kV_{0xe}}. \quad (3.31)$$

Para encontrar la Ec. (3.31) se hizo uso de $P_{0e} = n_{0e} K T_e$ y $C_{se}^2 = \gamma_e P_{0e}/m_e n_{0e}$, con K la constante de Boltzman y T_e la temperatura de los electrones.

Para eliminar los electrones, usamos la neutralidad de carga $\sum q\delta n = 0$ y la Ec. (3.24), de la cual se concluye que,

$$\frac{u_e}{\omega - kV_{0xe}} = \frac{1}{1 + \eta_0} \left(\frac{u_p}{\omega} + \frac{\eta_0 u_b}{\omega - kV_{0xb}} \right). \quad (3.32)$$

En Ec. (3.32) $\eta_0 = n_{p0}/n_{b0}$ y se usó que $V_{0xp} = 0$, ya que estamos en el sistema de referencia de los protones de fondo. Por otra parte, y después de usar Ecs. (3.32) y (3.31) en la Ec. (3.30) para u_p y u_b se obtiene,

$$\begin{aligned} \frac{u_p}{v_{Ap}} &= \frac{b_+ B_+ + b_-^* B_{-cc}}{BD}, \\ \frac{u_b}{v_{Ap}} &= \frac{b_+ B_{+b} + b_-^* B_{-ccb}}{BD}. \end{aligned} \quad (3.33)$$

Las definiciones de los términos D , B_+ , B_{-cc} , B_{+b} , B_{-ccb} se describen después de Ec. (3.47). Ahora consideramos la perturbación en las corrientes transportadas por cada especie. Tenemos $\delta J_{\perp} = qV_{\perp 0} \delta n + qn_0 \delta V_{\perp}$. A partir de las Ecs. (3.25) y (3.24) se obtiene,

$$\frac{j_+}{qn_0} = \frac{\alpha B k u}{2\omega'} + v_+, \quad (3.34)$$

$$\frac{j_-}{qn_0} = \frac{\alpha B (k u)^*}{2(\omega')^*} + v_-. \quad (3.35)$$

Así mismo, usando la Ec. (3.22) se obtiene,

$$k_+ b_+ = -4\pi \sum \frac{j_+}{c}, \quad (3.36)$$

$$k_- b_- = -4\pi \sum \frac{j_-}{c}. \quad (3.37)$$

Con las respectivas ecuaciones conjugadas,

$$k_+^* b_+^* = -4\pi \sum \frac{j_+^*}{c}, \quad (3.38)$$

$$k_-^* b_-^* = -4\pi \sum \frac{j_-^*}{c}. \quad (3.39)$$

Sustituyendo la Ec. (3.26) y el conjugado de la Ec. (3.27) en Ecs. (3.36) y (3.39) y después de usar las condiciones de cuasi-neutralidad de carga $\sum qn_0 = 0$, $\sum qn_0 u/\omega' = 0$ y nulidad de corriente eléctrica en el equilibrio $\sum qn_0 V_{0x} = 0$ se obtiene,

$$\frac{Bk_+}{2B_0^2} \sum \frac{mn_0 u}{1 - \frac{\omega'_0}{\omega_c}} \left(\omega'_0 - \frac{k(\omega'_0)^2}{\omega' k_0} + \frac{\omega'_+}{1 - \frac{\omega'_\pm}{\omega_c}} \right) - \frac{b_+}{B_0^2} \sum \frac{mn_0 (\omega'_+)^2}{1 - \frac{\omega'_\pm}{\omega_c}} + \frac{k_+^2 b_+}{4\pi} = 0 \quad (3.40)$$

$$\frac{Bk_-^*}{2B_0^2} \sum \frac{mn_0 u}{1 - \frac{\omega'_0}{\omega_c}} \left(\omega'_0 - \frac{k(\omega'_0)^2}{\omega' k_0} + \frac{(\omega'_-)^*}{1 - \frac{(\omega'_-)^*}{\omega_c}} \right) - \frac{b_-^*}{B_0^2} \sum \frac{mn_0 ((\omega'_-)^*)^2}{1 - \frac{(\omega'_-)^*}{\omega_c}} + \frac{(k_-^*)^2 b_-^*}{4\pi} = 0 \quad (3.41)$$

Recordemos que estamos interesados en ondas de muy baja frecuencia en comparación con la girofrecuencia de los electrones, de esta manera ($m_e \rightarrow 0$) y la contribución de los electrones será despreciable en las sumas (3.40) y (3.41). Introduzcamos las siguientes definiciones,

$$G = \frac{Bk_+}{2B_0^2} \left(\frac{mn_0}{1 - \frac{\omega'_0}{\omega_c}} \left[\omega'_0 - \frac{k(\omega'_0)^2}{\omega' k_0} + \frac{\omega'_+}{1 - \frac{\omega'_\pm}{\omega_c}} \right] \right),$$

$$G_+ = -\frac{1}{B_0^2} \sum \frac{mn_0 (\omega'_+)^2}{1 - \frac{\omega'_\pm}{\omega_c}} + \frac{k_+^2}{4\pi},$$

$$H = \frac{Bk_-^*}{2B_0^2} \left(\frac{mn_0}{1 - \frac{\omega'_0}{\omega_c}} \left(\omega'_0 - \frac{k(\omega'_0)^2}{\omega' k_0} + \frac{(\omega'_-)^*}{1 - \frac{(\omega'_-)^*}{\omega_c}} \right) \right),$$

$$H_- = -\frac{1}{B_0^2} \sum \frac{mn_0((\omega'_-)^*)^2}{1 - \frac{(\omega'_-)^*}{\omega_c}} + \frac{(k_-^*)^2}{4\pi}. \quad (3.42)$$

De esta manera las Ecs. (3.40) y (3.41) se pueden escribir como,

$$\begin{aligned} G_p u_p + G_b u_b + G_+ b_+ &= 0, \\ H_p u_p + H_b u_b + H_- b_-^* &= 0. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Por otra parte, usando Ec. (3.33), la Ec. (3.43) puede escribirse como,

$$\begin{aligned} I_+ b_+ + I_- b_-^* &= 0, \\ J_+ b_+ + J_- b_-^* &= 0, \end{aligned} \quad (3.44)$$

donde se usaron las definiciones,

$$\begin{aligned} I_+ &= \frac{V_{Ap}}{BD} (G_p B_+ + G_b B_{+b}) + G_+, \\ I_- &= \frac{V_{Ap}}{BD} (G_p B_{-cc} + G_b B_{-ccb}), \\ J_+ &= \frac{V_{Ap}}{BD} (H_p B_+ + H_b B_{+b}), \\ J_- &= \frac{V_{Ap}}{BD} (H_p B_{-cc} + H_b B_{-ccb}) + H_-. \end{aligned} \quad (3.45)$$

Las Ec. (3.44) son un conjunto de ecuaciones homogéneas para b_+ y b_-^* . Haciendo el determinante de la matriz que representa este sistema de ecuaciones igual a cero se obtiene la relación de dispersión no lineal buscada,

$$\begin{aligned} L_+ L_- D + L_+ R_- B_{-cc} + L_+ R_- b B_{-ccb} + L_- R_+ B_+ + L_- R_+ b B_{+b} \\ + (B_{-cc} B_{+b} - B_{-ccb} B_+) (R_- R_+ b - R_- b R_+) / D = 0, \end{aligned} \quad (3.46)$$

donde se han definido los términos,

$$\begin{aligned}
 L_{\pm} &= y_{\pm}^2 - x_{\pm}^2/\psi_{\pm} - \eta x_{\pm b}^2/\psi_{\pm b} \\
 R_{\pm} &= y_{\pm} \left(x_0 - \frac{yx_0^2}{y_0x} + \frac{x_{\pm}}{\psi_{\pm}} \right) / 2\psi_0 \\
 R_{\pm b} &= \eta y_{\pm} \left(x_{0b} - \frac{yx_{0b}^2}{y_0x_b} + \frac{x_{\pm b}}{\psi_{\pm b}} \right) / \psi_{0b} \\
 D &= \beta'_e \Delta \eta r_b x^2 + \beta'_e \Delta_b r x_b^2 - \Delta \Delta_b (xx_b)^2 \\
 B_{+} &= -\beta'_e B_{+b1} \eta r x x_b + B_{+1} x^2 (\beta'_e \eta r_b - \Delta_b x_b^2) \\
 B_{+b} &= -\beta'_e B_{+1} r_b x x_b + B_{+b} x_b^2 (\beta'_e r - \Delta x^2) \\
 B_{-cc} &= -\beta'_e B_{-ccb1} \eta r x x_b + B_{-cc1} x^2 (\beta'_e \eta r_b - \Delta_b x_b^2) \\
 B_{-ccb} &= -\beta'_e B_{-cc1} r_b x x_b + B_{-ccb1} x_b^2 (\beta'_e r - \Delta x^2) \\
 B_{+(b)1} &= \frac{A \psi_{-(b)} (y_{+} \psi_{+(b)} x_{0(b)}^2 - y_0 \psi_{0(b)} x_{+(b)}^2)}{y_0 y_{+} x_{(b)}} \\
 B_{-cc(b)1} &= \frac{A \psi_{+(b)} (y_{-} \psi_{-(b)} x_{0(b)}^2 - y_0 \psi_{0(b)} x_{-(b)}^2)}{y_0 y_{-} x_{(b)}} \\
 \Delta &= A + r \left(1 - \frac{\beta_p y^2}{x^2} \right) \\
 \Delta_b &= A + r_b \left(1 - \frac{\beta_b y^2}{x_b^2} \right) \\
 \beta_l &= 4\pi n_p \gamma K T_l / B_0^2 \quad (l = e, p, b)
 \end{aligned}$$

y,

$$\begin{aligned}
 x &= \omega / \omega_{cp} \\
 y &= kv_{Ap} / \omega_{cp} \\
 x_b &= x - yU \\
 x_{0b} &= x_0 - y_0U \\
 A &= (B/B_0)^2
 \end{aligned}$$

$$r^{(b)} = \psi_{0(b)}\psi_{+(b)}\psi_{-(b)}$$

$$\psi_0 = 1 - x_0$$

$$\psi_{0b} = 1 - x_{0b}$$

$$\psi_{\pm} = 1 - x_{\pm}$$

$$\psi_{\pm b} = 1 - x_{\pm b}$$

$$x_{\pm} = x_0 \pm x$$

$$y_{\pm} = y_0 \pm y$$

$$x_{0b} = x_0 - y_0 U$$

$$x_{\pm b} = x_{\pm} - y_{\pm} U$$

$$\beta'_e = \beta_e y^2 / (1 + \eta).$$

Note que el ultimo término de la Ec. (3.46) se puede escribir como [29],

$$(B_{-cc}B_{+b} - B_{-ccb}B_{+}) (R_{-}R_{+b} - R_{-b}R_{+}) / D = (xx_b)^2 (B_{-ccb1}B_{+1} - B_{-cc1}B_{+b1}) \quad (3.47)$$

La relación de dispersión Ec. (3.46) es un polinomio de orden diez respecto tanto a x como a y y es una relación de dispersión no lineal ya que depende de la amplitud de la onda circular a través del parámetro $A = (B/B_0)^2$. Además, las soluciones de la ecuación (3.46) son invariantes bajo una rotación de un ángulo de 180 grados. Por lo tanto es suficiente analizar las soluciones en el semi-plano superior $x - y$.

Es importante mencionar que el formalismo usado para encontrar la relación de dispersión Ec. (3.46) fue desarrollado inicialmente para estudiar la estabilidad de una onda con amplitud finita ante el crecimiento de inestabilidades paramétricas (ver e.g. [29, 42]). En esta tesis se estudiará un fenómeno físico diferente. Se inves-

tigará el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas y los modos electrostáticos lineales cuando están en la presencia de una onda con amplitud finita, por lo que es conveniente entender la Ec. (3.46) con un enfoque nuevo. Para aclarar este punto, note que la Ec. (3.46) puede ser escrita de la forma $L_+L_-D + (\text{Términos dependientes de } A) = 0$, cuando $A = 0$ la ecuación (3.46) se reduce a $L_+L_-D = 0$, lo cual corresponde a la relación de dispersión lineal. En esta tesis se estudiará el comportamiento de las ondas lineales que satisfacen la ecuación $L_+L_-D = 0$ cuando están en presencia de una onda con amplitud finita ($A \neq 0$).

Hay varios aspectos acerca de la relación de dispersión lineal que se deben tener presentes. Las soluciones a $L_+L_-D = 0$ dan las varias ramas de la relación de dispersión lineal. En caso de estar interesado en estudiar las inestabilidades paramétricas de una onda con amplitud finita, los cruces entre estas soluciones darían los posibles acoplamientos paramétricos entre los modos del sistema al introducir una onda con amplitud finita ($A \neq 0$). Hay que tener en cuenta que solo aquellos cruces que satisfagan condiciones de resonancia corresponderán a acoplamientos paramétricos efectivos entre estos modos. En general se tiene que la condición para que una onda de amplitud finita con frecuencia ω_0 interactue efectivamente a través de una inestabilidad paramétrica con otras dos ondas de frecuencia ω_1, ω_2 se expresa por $n\omega_0 = \omega_1 + \omega_2$ ($n = 0, 1, 2, \dots$). Las soluciones $L_{\pm}(x_{\pm} = x_0 \pm x, y_{\pm} = y_0 \pm y) = 0$, son equivalentes a las soluciones de la Ec. (3.11) excepto que hay que intercambiar (x_0, y_0) por (x_{\pm}, y_{\pm}) respectivamente en Ec. (3.11). $L_+ = 0$ es la relación de dispersión lineal para ondas circularmente polarizadas pertenecientes a la banda lateral superior, mientras que $L_- = 0$ es la relación de dispersión lineal para ondas circularmente polarizadas de la banda inferior. Note que para $x, y = 0$ se cumple que $L_{\pm} = L_0$ (ver Ec. (3.11)). En

otras palabras, al dibujar las soluciones de las ecuaciones $L_{\pm} = 0$ en el plano $x - y$, hay que notar que el origen de este plano, coincide con el punto de coordenadas (x_0, y_0) en el plano $x_0 - y_0$, correspondiente a cualquiera de las soluciones de la Ec. (3.11). Por otra parte, la ecuación, $D = 0$, corresponde a la relación de dispersión para ondas electrostaticas lineales presentes en el sistema . Esta ecuación puede ser reescrita como,

$$(xx_b)^2 = \beta_e' \left(\frac{rx_b^2}{\Delta} + \frac{r_b \eta x^2}{\Delta_b} \right). \quad (3.48)$$

Cuando el haz iónico es de baja densidad, ($\eta \ll 1$), las soluciones de la Ec. (3.48) se reducen a,

$$x \simeq \pm(\beta_e + \beta_p)^{1/2} y. \quad (3.49)$$

$$(x - yU) \simeq \pm(\beta_b)^{1/2} y. \quad (3.50)$$

La ecuación (3.49) corresponde a ondas electrostáticas lineales ion-acústicas sustentadas por los protones de fondo. La solución con signo + (-) representa ondas que se propagan en la misma dirección (dirección opuesta) respecto al campo magnético externo. La ecuación (3.50) corresponde a las ondas electrostáticas lineales ion acustica sustentadas por el haz de protones. La solución con signo + (-) representa ondas que se propagan en la misma dirección (dirección opuesta) respecto al haz. Note que para $A = 0$ solo las ondas electrostáticas lineales dependen de β_i .

Capítulo 4

Efectos de ondas con amplitud finita sobre el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas

En este capítulo estudiaremos los efectos inducidos por la presencia de una onda con amplitud finita circularmente polarizada que se propaga a lo largo de un campo magnético externo, sobre el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas en un sistema haz-plasma. Encontraremos que dependiendo del sentido de polarización de la onda, su dirección de propagación, así como de los parámetros físicos del sistema, la presencia de una onda con amplitud finita puede tanto estabilizar como desestabilizar inestabilidades lineales electromagnéticas presentes. La estabilización de la inestabilidad lineal se produce cuando la amplitud de la onda supera un valor umbral. Este proceso de estabilización representa un nuevo mecanismo no lineal de saturación para inestabilidades lineales y puede explicar observaciones en física del plasma espacial que aun no han recibido una explicación satisfactoria, tal es el caso de regiones del viento solar rápido donde se han observado haces de protones con una velocidad superior al umbral de inestabilidad lineal [2]. La persis-

tencia de estas distribuciones de velocidad inestables contradice las predicciones de la teoría lineal. La energía libre de la inestabilidad en este caso proviene de la energía cinética del haz, de esta manera el haz debería desacelerar al punto de disminuir su velocidad por debajo del umbral de inestabilidad. Sin embargo, la presencia de una onda con amplitud finita puede estabilizar la inestabilidad permitiendo así, que el haz conserve una velocidad superior al umbral de inestabilidad lineal.

4.1. Efectos de ondas con polarización circular izquierda (ondas- L)

4.1.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo

En esta sección consideraremos ondas con polarización circular izquierda (ondas- L) que se propagan en la misma dirección del campo magnético externo, y sus efectos sobre la estabilidad de inestabilidades lineales electromagnéticas generadas por la interacción haz-plasma. Para empezar, concentremos en el efecto inducido por la presencia de ondas iónicas-ciclotrónicas, estas ondas son denotadas con la letra F en el primer cuadrante de la Fig. 1(a). Para nuestro análisis consideremos los parámetros $\eta = 0.2$, $U = 2$, $\beta_i = 0.001$ donde $i = e, p, b$ y para la onda $x_0 = 0.1$ con correspondiente $y_0 = 0.121$.

En Fig. 2(a) graficamos la parte real de las raíces de la Ec. (3.46) para $A = 0$. La Ec. (3.46) es un polinomio de orden diez en x , y los coeficientes de este polinomio son funciones de y, A, η, U, β_i . Para un conjunto de parámetros determinados y un valor real de y dado, este polinomio tiene diez raíces solución x . Cuando algunas de estas raíces son complejas, deben aparecer en pares complejos conjugados. Al escoger un valor real arbitrario de y en la Fig. 2(a) y trazar una recta paralela al eje x que pase

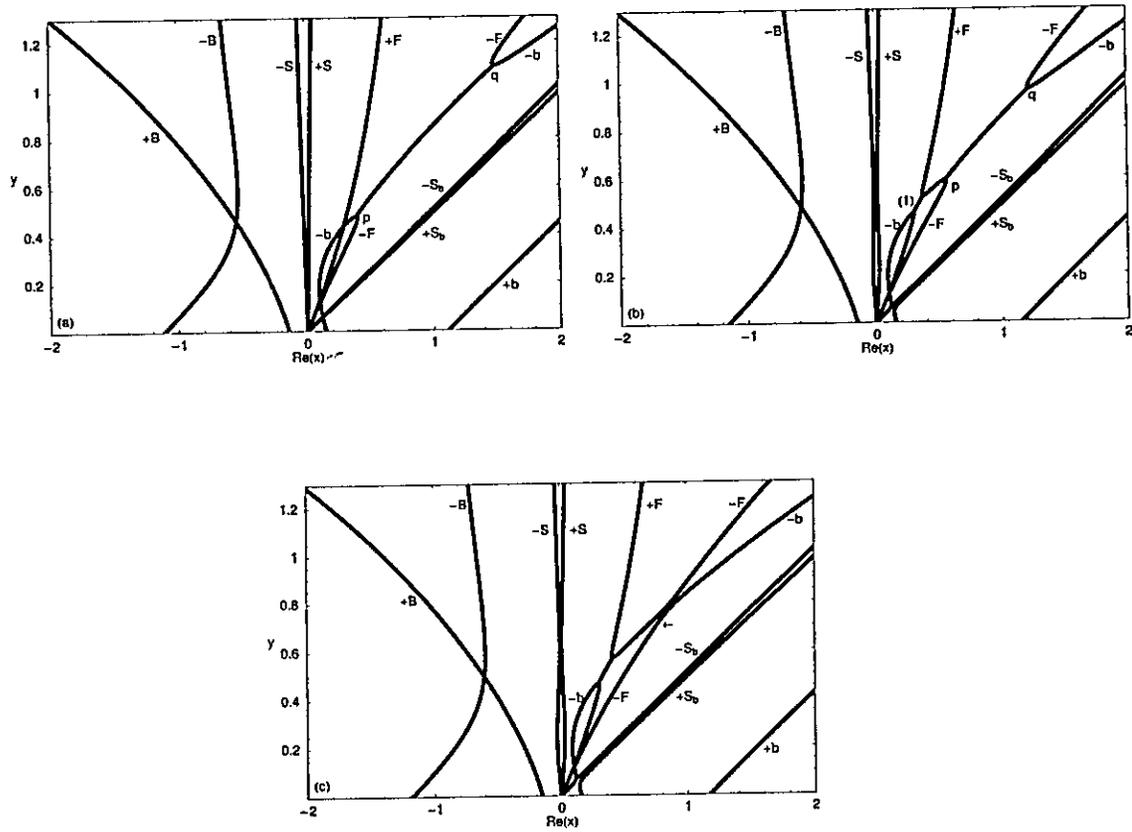


Fig. 2. Solución Real a Ec.(3.46) para $\eta = 0.2$, $U = 2$, $\beta_i = 0.001$, $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.121$. (a) $A = 0$. (b) $A = 0.1$. (c) $A = 0.16$

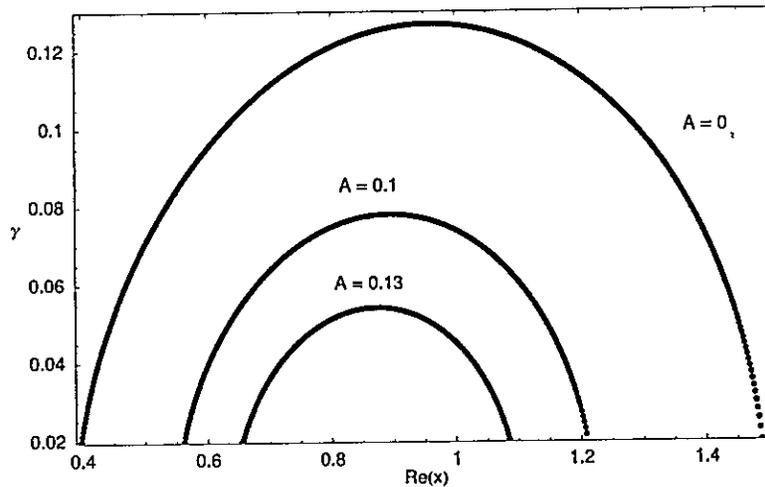


Fig. 3. Evolución de la tasa de crecimiento, $\gamma = Im(x)$ correspondiente a la inestabilidad lineal en Fig. 2.

por el valor de y escogido, dicha recta debe cortar el diagrama de dispersión real en diez puntos, cada corte indicando una raíz. Si para un valor dado de y hay menos de diez cortes, esto indica la existencia de regiones en el diagrama de dispersión donde las raíces son complejas conjugadas y por ende tendrán la misma parte real. Aquellas raíces en esta región con parte imaginaria positiva representan soluciones inestables (inestabilidades). Este es el caso de la región entre los puntos p y q en la Fig. 2(a), dicha región corresponde a una inestabilidad lineal con polarización circular derecha que involucra ondas de la banda lateral inferior $(-F, -b)$, es decir tienen frecuencias de la forma $\omega_- = \omega_0 - \omega^*$. Una interacción no lineal entre estas ondas no podría originar inestabilidades paramétricas de la onda de amplitud finita ya que no satisfacen la condición de resonancia para una interacción efectiva. Vale decir para que dos ondas con frecuencias ω_1 y ω_2 respectivamente puedan originar una inestabilidad paramétrica se debe cumplir la condición de resonancia $\omega_1 + \omega_2 = n\omega_0$, donde n es un número entero y ω_0 es la frecuencia de la onda con amplitud finita [76]. En

lo que sigue, estudiaremos la evolución de la inestabilidad lineal cuando introducimos una onda iónica-ciclotrónica de amplitud finita. Para este efecto, en la Fig.2(b) graficamos la relación de dispersión (3.46) en presencia de una onda con amplitud normalizada, $A = 0.1$. Observamos ahora que el rango de frecuencias inestables limitado por los puntos p y q ha disminuido respecto a la Fig.2(a), indicando así, una estabilización parcial de la inestabilidad lineal, además la presencia de la onda ha inducido una inestabilidad paramétrica entre los modos $(+F, -b)$ y notada por (1) en Fig. 2(b). En la Fig.2(c), $A = 0.16$, en este caso la inestabilidad lineal se ha estabilizado completamente (ver flecha en Fig. 2(c)). Ya que este es el mínimo valor de la amplitud por encima del cual la inestabilidad lineal se estabiliza completamente, en lo que sigue, lo denotaremos como amplitud umbral (A_t). En Fig. 3 observamos la evolución de la tasa de crecimiento $\gamma = \text{Im}(\omega/\omega_{cp})$ de la inestabilidad lineal para los valores de A correspondientes a la Fig. 2. A partir de Fig. 3 se observa que a medida que A aumenta disminuye tanto el rango de la inestabilidad lineal como la máxima tasa de crecimiento, indicando así una estabilización de la inestabilidad lineal [55, 56, 58, 64, 77].

En Fig. 4 graficamos la dependencia del umbral de estabilización A_t como función de las condiciones físicas del sistema. Note que en Fig. 4(b) hemos considerado valores de U levemente cercanos con el fin de no generar inestabilidades lineales con polarización circular izquierda (ver Fig. 1(d)). En Fig. 4(b) se observa que a medida que U crece se requiere una amplitud umbral mayor A_t para estabilizar la inestabilidad lineal, en cambio de Fig.4(a) se observa una leve disminución A_t al incrementar β_i . En Fig. 4(a) se observa además, que el umbral de estabilización es menor para frecuencias de la onda cercanas a la girofrecuencia de los protones.

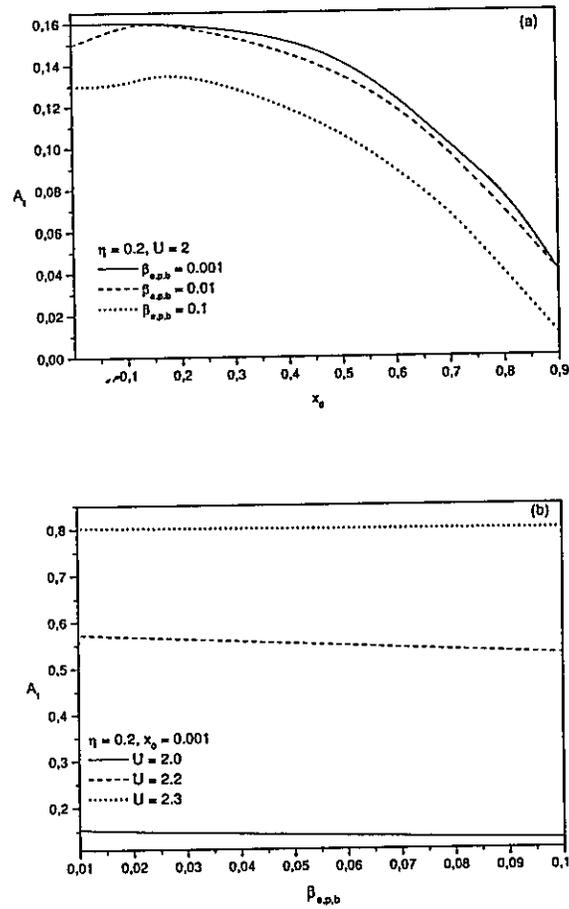


Fig. 4. Amplitud umbral de estabilización, A_t como función de las propiedades físicas del sistema. (a) A_t como función de x_0 para U fijo y varios valores de $\beta_{e,p,b}$. (b) A_t como función de $\beta_{e,p,b}$ para x_0 fijo y varios valores de U .

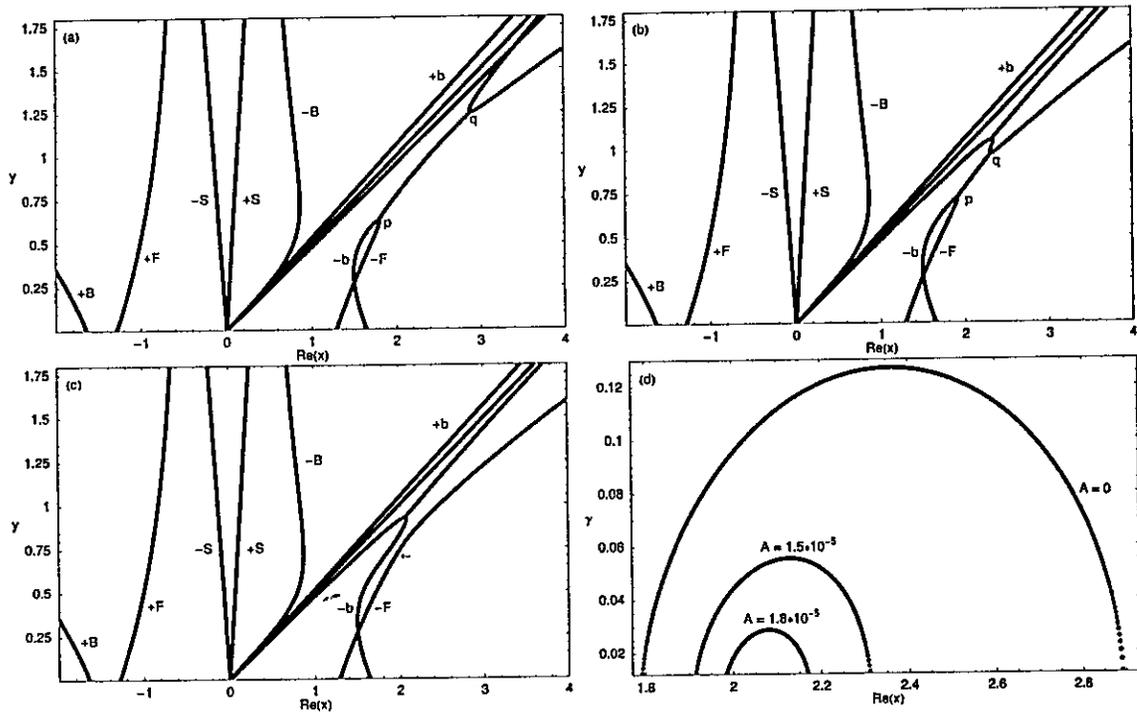


Fig. 5. Relación de dispersión Ec. (3.46) para $\beta_i = 0.01, \eta = 0.2, U = 2$, $x_0 = 1.5, y_0 = 0.2701$. (a) $A = 0$. (b) $A = 1.5 \cdot 10^{-5}$. (c) $A = 2.5 \cdot 10^{-5}$ (d) Evolución de la tasa de crecimiento mostrando la estabilización de la inestabilidad lineal.

Consideremos ahora ondas- L que pertenecen a la rama denotada con b en el primer cuadrante de la Fig.1(a). Estudiemos el efecto de estas ondas sobre el comportamiento de la inestabilidad lineal derecha mostrada en la Fig. 1(b). Seleccionemos para este análisis los parámetros $\beta_i = 0.01, \eta = 0.2, U = 2, x_0 = 1.5, y_0 = 0.2701$.

En Fig. 5(a) graficamos la solución real a la relación de dispersión Ec. (3.46) para $A = 0$. La región entre los puntos p y q corresponde a la inestabilidad lineal derecha. De nuevo, esta inestabilidad involucra los modos $-F$ y $-b$ que corresponden

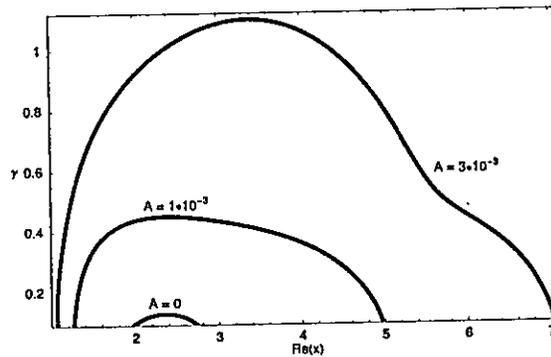


Fig. 6. Desestabilización de la inestabilidad lineal para los parámetros de Fig. 5 excepto $\beta_i = 0.4$.

a modos de la banda lateral inferior. En Fig. 5(b) incrementamos la amplitud de la onda a $A = 1.5 \cdot 10^{-5}$. Observamos en Fig. 5(b) que el rango de la inestabilidad ha disminuido. En Fig. 5(c) hemos incrementado aun mas la amplitud a $A = 2.5 \cdot 10^{-5}$. Para esta amplitud la inestabilidad lineal ha sido estabilizada (ver flecha en Fig. 5(c)). En Fig. 5(d) observamos la evolución de la tasa de crecimiento de esta inestabilidad lineal a medida que la amplitud de la onda se incrementa. Vemos de Fig. 5(d) como a medida que la amplitud de la onda L aumenta, la tasa de crecimiento disminuye, indicando así de nuevo una estabilización de la inestabilidad lineal.

En Fig. 6 consideramos los mismos parámetros que en Fig. 5 pero hemos incrementado el plasma-beta de las especies a $\beta_i = 0.4$. Observamos en Fig. 6, que la tasa de crecimiento, así como el rango de la inestabilidad lineal aumenta cuando la amplitud de la onda- L aumenta, en otras palabras la inestabilidad lineal es desestabilizada aun mas por la presencia de la onda- L a diferencia del caso anterior. Es decir ondas- L pertenecientes a la rama b en el primer cuadrante de la Fig. 1(b) pueden actuar en direcciones contrarias sobre la inestabilidad lineal; es decir dependiendo de el valor de plasma-beta de las especies, estas ondas pueden estabilizar o desestabilizar la

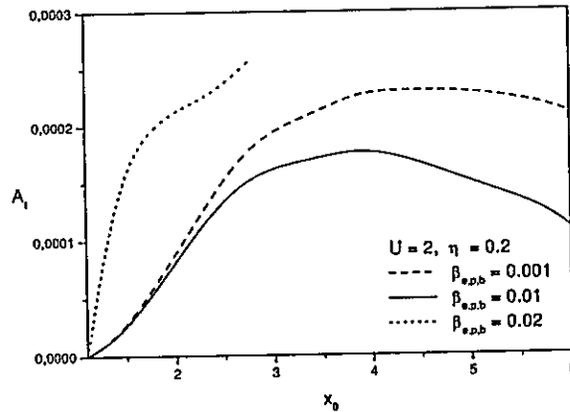


Fig. 7. Umbral A_i de estabilización de la inestabilidad lineal derecha.

inestabilidad lineal.

En Fig. 7 mostramos la amplitud umbral de las ondas en la rama b necesaria para estabilizar la inestabilidad lineal derecha como función de la frecuencia para $\beta_i = 0.001, 0.01, 0.02$ y $U = 2, \eta = 0.2$. De Fig. 7 se sigue que la amplitud umbral primero incrementa con la frecuencia hasta alcanzar un valor máximo, y después decrece. También note que el umbral decrece al aumentar β_i . Sin embargo, cuando $\beta_i = 0.02$ solo ondas con un frecuencias, hasta $x_0 \simeq 2.8$ en Fig. 7 estabilizan la inestabilidad lineal, para frecuencias mayores a este valor las ondas desestabilizan aun mas la inestabilidad. Para valores de $\beta_i > 0.02$, ondas con todo el rango de frecuencias ω_0 pertenecientes a la rama b en el primer cuadrante de la Fig. 1(b) desestabilizan aun mas la inestabilidad lineal.

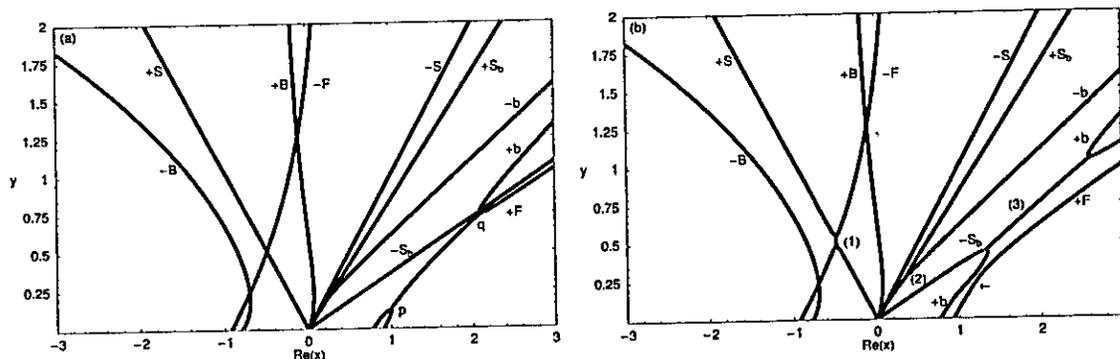


Fig. 8. Relación de dispersión Ec. (3.46) para $\beta_i = 0.5$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 0.7$ y $y_0 = -0.23576$. (a) $A = 0$. (b) $A = At = 0.00027$.

4.1.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo

En esta sección estudiamos el comportamiento de inestabilidades lineales en la presencia de ondas de amplitud finita con polarización circular izquierda (ondas- L) que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo. Estas son ondas que pertenecen al cuarto cuadrante ($Re(x_0) > 0$, $y_0 < 0$) en Fig. 1(a). Concentramos nuestro análisis de nuevo en la inestabilidad lineal con polarización circular derecha representada por la región entre los puntos p y q en la Fig. 1(b). Para este estudio seleccionamos $\beta_i = 0.5$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, y para la onda los parámetros, $x_0 = 0.7$, $y_0 = -0.23576$.

En Fig. 8(a) graficamos la solución real a la relación de dispersión Ec. (3.46) para $A = 0$. La región entre los puntos p y q en esta figura corresponde a la inestabilidad lineal derecha de la Fig. 1(b). Esta inestabilidad involucra los modos $(+F, +b)$, estos son dos modos electromagnéticos que corresponden a ondas de la banda lateral superior. En la Fig. 8(a) incrementamos la amplitud de la onda a $A = A_t = 0.00027$, para esta amplitud el modo $+F$ ha sido estabilizado y el modo $+b$ se ha acoplado al modo

$-S_b$ para producir una inestabilidad paramétrica de la onda- L inicial, designada por (3) en Fig. 8(b). Así, por encima de esta amplitud de la onda L la inestabilidad lineal derecha se ha estabilizado. Adicionalmente en Fig. 8(b) han aparecido otras dos inestabilidades paramétricas, una entre los modos $(-F, +B)$ y notada por (1) y otra entre los modos $(+S_b, -b)$ y designada por (2).

Para comparar el proceso de estabilización de inestabilidades lineales derechas causado por ondas- L que se mueven en la misma dirección del campo magnético externo con ondas- L que se mueven en dirección opuesta, consideremos una onda- L con los parámetros $x_0 = 0.7$ y $y_0 = 1.382616$ y con las mismas condiciones físicas de la Fig. 8. En este caso obtenemos un umbral de estabilización de la inestabilidad lineal derecha $At = 0.07$. Así, para estas condiciones físicas una onda- L que se mueve en dirección opuesta al campo magnético externo es más eficiente que una onda- L que se mueve en la misma dirección para estabilizar inestabilidades lineales derechas, ya que el umbral de estabilización que se requiere es menor.

En Fig. 9(a) comparamos el umbral A_t , para ondas- L que se mueven en la misma dirección del campo magnético externo y con ondas que se mueven en dirección opuesta, como una función de la frecuencia y varios valores de β_i . Observamos de Fig. 9(a) que la amplitud umbral es mucho menor para ondas- L que se mueven en dirección opuesta que para ondas L que se mueven hacia adelante. Así, en el espacio de parámetros en que hemos examinado el proceso, ondas- L que se mueven en la dirección del campo magnético externo son más eficientes que ondas- L que se mueven en la misma dirección del campo magnético externo para estabilizar inestabilidades lineales derechas. También se ve en la Fig. 9(a) que el umbral disminuye con la frecuencia y es menor para ondas con frecuencias cercanas a la girofrecuencia de los protones. En Fig. 9(b) graficamos el umbral A_t para ondas- L que se mueven en

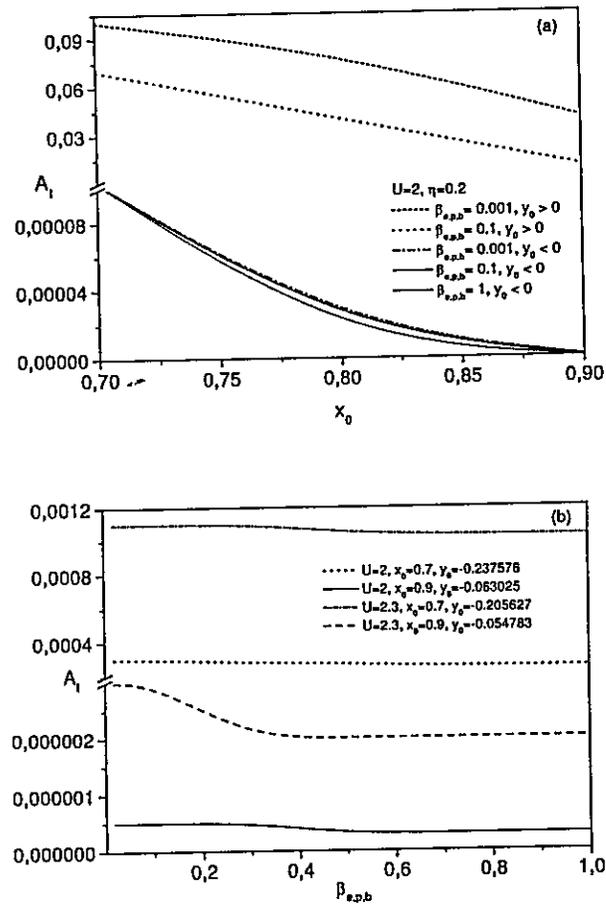


Fig. 9. Umbral de estabilización A_t (a) Comparación entre ondas L que se mueven en la misma dirección del campo magnético externo con ondas que se mueven en dirección opuesta. (b) A_t en función de β_t .

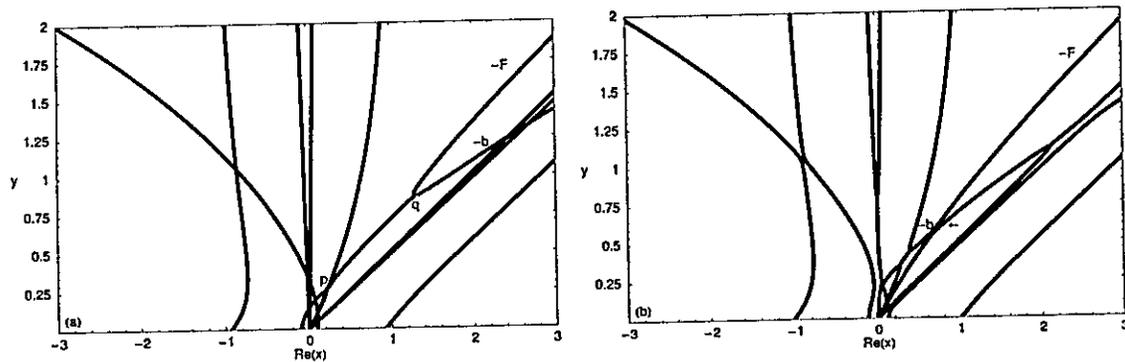


Fig. 10. Relación de dispersión Ec. (3.46) para $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 2.0$, $x_0 = -0.1$, $y_0 = -0.11256$. (a) $A = 0$. (b) $A = 0.146$.

dirección opuesta al campo magnético externo como una función de β_i . De Fig. 9(b) observamos que el umbral disminuye levemente a medida que aumenta β_i y aumenta al incrementar U .

4.2. Efectos de ondas con polarización circular derecha (ondas- R)

4.2.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo

Estudiaremos ahora el efecto de una onda- R que se propaga en la dirección del campo magnético externo, sobre la inestabilidad lineal derecha de Fig. 1(b), para esto seleccionamos $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 2.0$, y para la onda, los parámetros $x_0 = -0.1$, $y_0 = -0.11256$.

En Fig. 10(a) ilustramos la relación de dispersión Ec. (3.46) para $A = 0$. La inestabilidad lineal derecha está representada por la región entre los puntos p y q en la Fig. 10(a) e involucra los modos $-F$ y $-b$. En Fig. 10(b) incrementamos el

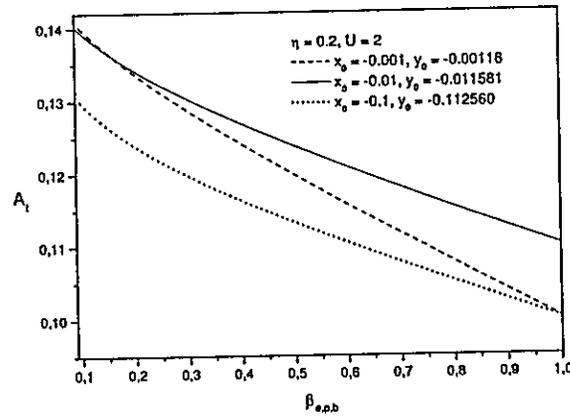


Fig. 11. Umbral de estabilización . (a) A_t en función de β_i para $U = 2$.

valor de la amplitud normalizada a $A = 0.146$. Para este valor de amplitud umbral la inestabilidad lineal se ha estabilizado completamente (ver flecha en Fig. 10(b)).

En Fig. 11(a) ilustramos la dependencia del umbral A_t en función de β_i . Observamos que para ondas- R el umbral disminuye a medida que aumenta β_i .

4.2.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo

Estudiamos ahora el efecto de una onda- R que se propaga en dirección opuesta al campo magnético externo sobre la estabilización de la inestabilidad lineal derecha de la Fig. 1(b). Para cumplir esta tarea escogemos $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = -2$, $y_0 = 1.4676$.

En la Fig. 12(a) graficamos la relación de dispersión no lineal para $A = 0$. La línea entre los puntos p y q corresponde a la inestabilidad lineal derecha. Esta inestabilidad involucra los modos $-F$ and $-b$. En la Fig. 12(b) incrementamos la amplitud normalizada de la onda- R a $A = A_t = 0.16$, note que el modo $-b$ es

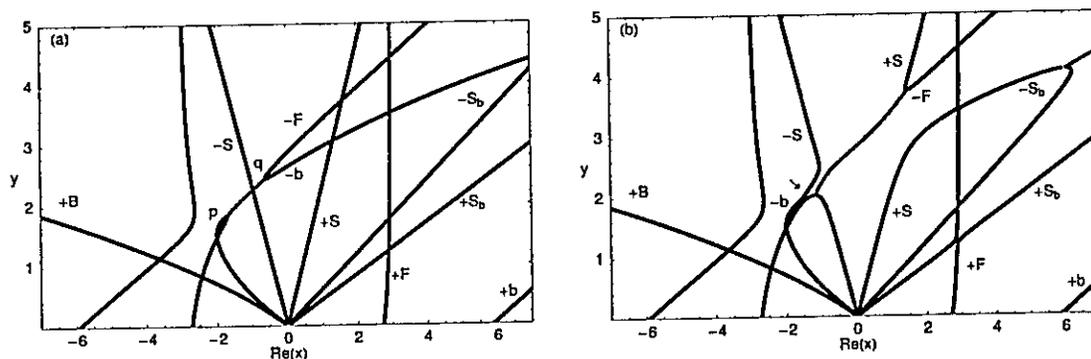


Fig. 12. Estabilización de la inestabilidad lineal derecha para $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$,
 $U = 2$, $x_0 = -2$, $y_0 = 1.4676$. (a) $A = 0$. (b) $A = A_t = 0.16$

estabilizado (ver flecha en Fig. 12(b)), mientras que el modo $-F$ se ha acoplado al modo $+S$ para producir una inestabilidad paramétrica de la onda- R .

En la Fig. 13(a) estudiamos el umbral de estabilización A_t como una función de la frecuencia de la onda- R . En este caso el umbral crece a medida que la frecuencia crece, a excepción del rango de pequeñas frecuencias. Es así, como para frecuencias muy altas es difícil estabilizar la inestabilidad lineal derecha con una onda de estas características. Se sigue de la Fig. 13(a) que el umbral es menor para ondas- R que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo que para ondas- R que se propagan en la misma dirección. Así, ondas- R que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo son más eficientes que ondas- R que se propagan en la misma dirección, para estabilizar inestabilidades lineales derechas. En Fig. 13(b) estudiamos el umbral de estabilización como una función de β_i . De Fig. 13(b) se sigue que A_t disminuye cuando β_i aumenta.

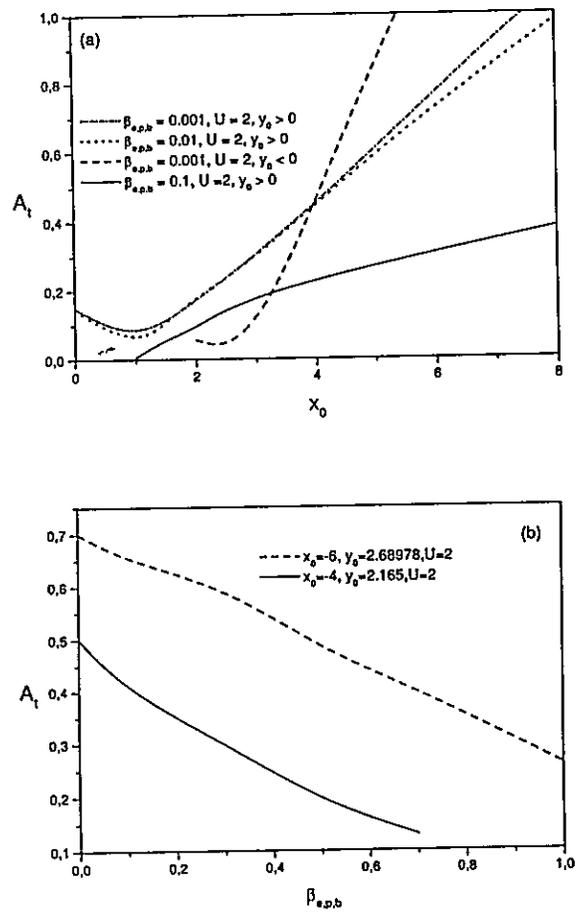


Fig. 13. Umbral de estabilización. (a) A_t en función de la frecuencia. (b) A_t en función de β_i

Capítulo 5

Efectos de ondas con amplitud finita sobre el comportamiento de ondas lineales electrostáticas

En este capítulo estudiaremos un fenómeno de una naturaleza diferente al estudiado en el capítulo anterior. Investigaremos los efectos inducidos por la presencia de una onda de amplitud finita circularmente polarizada sobre el comportamiento de ondas lineales electrostáticas. Encontraremos que la presencia de una onda circularmente polarizada con una amplitud superior a un valor umbral, puede inducir que las velocidades de fase de dos ondas electrostáticas del tipo ion-acústico que se propagan en direcciones opuestas respecto al campo magnético externo, se igualen generando así una inestabilidad electrostática. El comportamiento del umbral y el de la tasa de crecimiento de las inestabilidades depende de las propiedades de la onda como su sentido de polarización y su dirección de propagación respecto al campo magnético externo, así como de los parámetros físicos del sistema. Este proceso, representa un nuevo mecanismo físico para generar ondas tipo ion-acústica en sistemas haz-plasma, y puede tener aplicaciones importantes. Por ejemplo, en el viento solar se ha observado la presencia de fluctuaciones tipo ion-acústica en regiones don-

de la teoría lineal no predice su existencia [2], tal es el caso de situaciones donde las condiciones físicas para el amortiguamiento de Landau se satisfacen, bajo estas circunstancias, las ondas ion-acústica deberían disiparse en el medio. Sin embargo, la presencia de ondas con amplitud finita en estas regiones podría generar inestabilidades electrostáticas mediante el mecanismo encontrado en esta tesis explicando estas observaciones contradictorias. Es importante enfatizar, que las inestabilidades electrostáticas encontradas en esta investigación no deben aparecer dentro de una teoría lineal, ellas deben su existencia a la presencia de una onda con amplitud finita.

5.1. Efectos de ondas con polarización circular izquierda (ondas- L)

5.1.1. Ondas que se propagan en la dirección del campo magnético externo

En esta sección estudiaremos el comportamiento de los modos lineales electrostáticos de este sistema cuando están en la presencia de ondas- L de amplitud finita que se propagan en la dirección del campo magnético externo.

En la Fig. 14(a) graficamos las soluciones reales a la Ec. (3.46) para $A = 0$, $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.121$. Los modos denotados con $+S$, $-S$ corresponden a las ondas lineales electrostáticas ion-acústicas sustentadas por los protones de fondo propagándose en la misma dirección y en dirección opuesta al campo magnético externo respectivamente. Los modos denotados por $+S_b$, $-S_b$ corresponden a los modos electrostáticos sustentados por el haz de protones propagándose en la misma dirección y en dirección opuesta al campo magnético de fondo en el sistema de referencia del haz de protones. Estas ondas son de origen puramente electrostático, no hay fluctuaciones de campo magnético asociadas a este tipo de

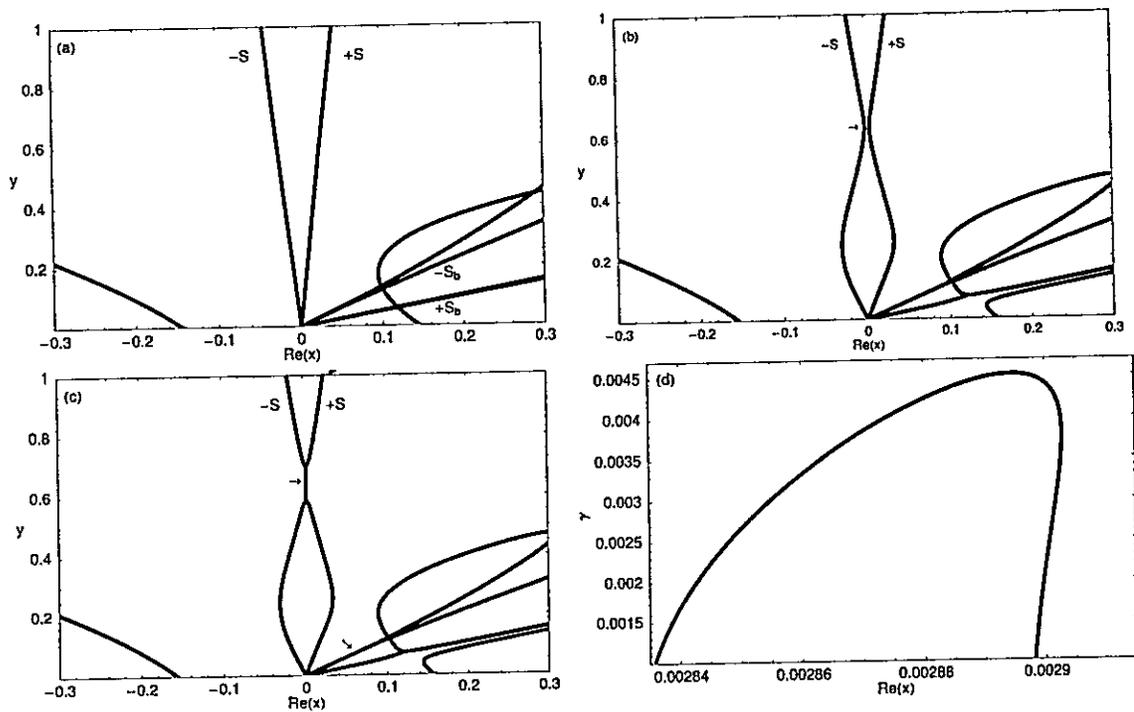


Fig. 14. Relación de dispersión Ec. (3.46) para $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.121$. (a) $A = 0$. (b) $A = 0.17$ (c) $A = 0.18$

(d) Tasa de crecimiento de la inestabilidad electrostática entre los modos $-S$ y $+S$.

ondas. Para $A = 0$, en este sistema la única inestabilidad electrostática posible es aquella cuando la velocidad de fase de los modos $(+S, -S_b)$ se iguala debido a efectos térmicos [29,41]. Miremos ahora, el efecto de introducir una onda con amplitud finita sobre la estabilidad de estos modos. En Fig. 14(b) hemos incrementado la amplitud normalizada de la onda a $A = 0.17$ para mostrar como la velocidad de fase de las ondas acústicas $-S$ y $+S$ se aproximan una a otra (ver flecha en Fig. 14(b)). En Fig. 14(c) hemos incrementado mas aun la amplitud de la onda a $A = 0.18$. En esta figura, se observan dos regiones correspondientes a inestabilidades electrostáticas, la flecha superior en Fig. 14(c) muestra una inestabilidad entre los modos $-S$ y S y la flecha inferior indica una inestabilidad entre los modos $+S_b$ y $-S_b$. Estas inestabilidades son puramente electrostáticas en naturaleza y no corresponden a interacciones paramétricas onda-onda, fueron producidas debido a la igualdad de velocidad de fase entre estos modos por acción de la onda con amplitud finita. En Fig. 14(d) hemos graficado la parte imaginaria de la inestabilidad entre los modos $+S$ y $-S$ mostrada en la Fig. 14(c) como una función de la parte real de la frecuencia. Note que la inestabilidad ocurre para un muy estrecho rango de valores $Re(x)$, lo que indica que es una inestabilidad casi monocromática.

En la Fig. 15(a) graficamos la amplitud umbral requerida para gatillar inestabilidades electrostáticas entre los modos $+S$ y $-S$ como función de la frecuencia de la onda- L , para diferentes velocidades del haz $U = 1, 2, 4$ y varios valores del plasma beta para las especies $\beta_i = 0.01, 0.001$. De la Fig. 15(a) se observa que para frecuencias cercanas a la girofrecuencia de los protones se requiere una amplitud menor de la onda- L para desestabilizar los modos electrostáticos. En Fig. 15(b) mostramos el comportamiento de la amplitud umbral A_t como una función de la velocidad del haz U para dos valores de $\beta_i = 0.001, 0.01$ y $x_0 = 0.1, 0.3, 0.5$. La Fig. 15(b) muestra

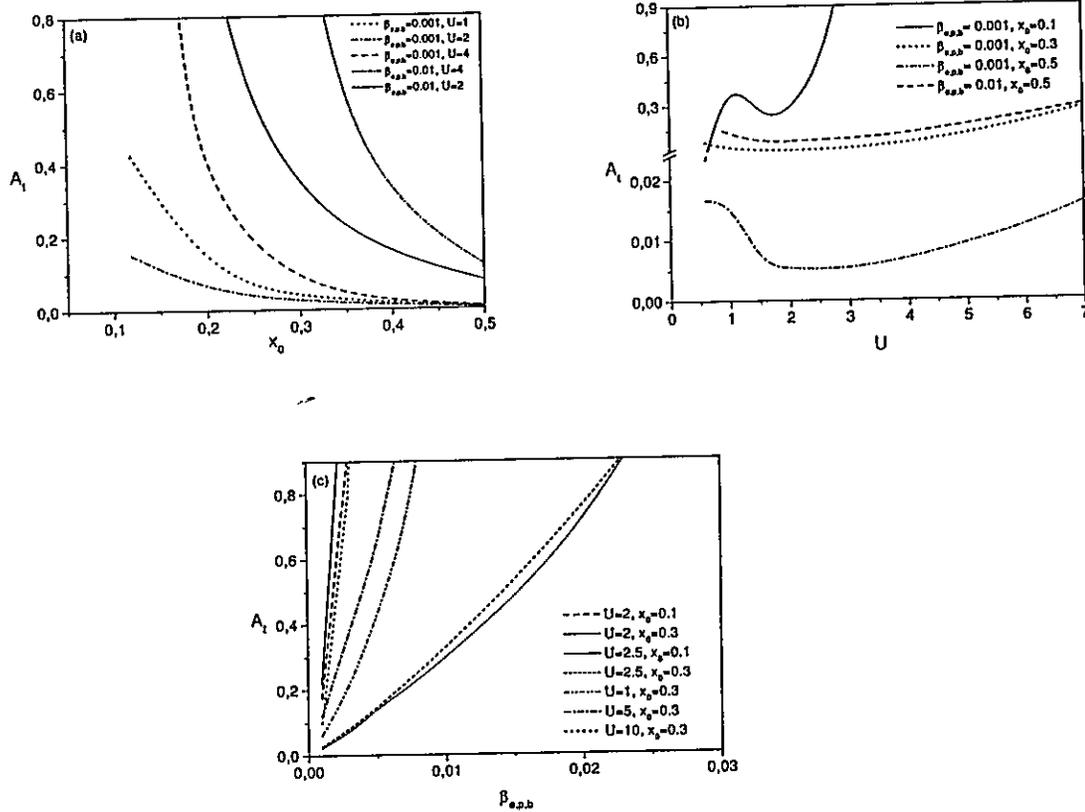


Fig. 15. Comportamiento de la amplitud umbral para gatillar inestabilidades electrostáticas como función de diferentes parámetros físicos del sistema. U , β_i , x_0 . (a) A_t en función de x_0 . (b) A_t en función de U (c) A_t en función de β_i

un mínimo alrededor de $U = 1.5$ y una tendencia general de incremento cuando la velocidad del haz U incrementa. Finalmente, en Fig. 15(c) se observa que cuando β_i aumenta se requieren amplitudes mayores de la onda- L para desestabilizar los modos $(+S, -S)$.

Ahora estudiamos la dependencia de la máxima tasa de crecimiento (γ_{max}) de la inestabilidad electrostática entre los modos $+S$ y $-S$ como una función de la frecuencia de la onda L , la velocidad del haz de protones, plasma beta y la amplitud de la onda. Para este fin, en la Fig. 16(a) hemos graficado γ_{max} en función de la frecuencia de la onda L para $U = 2, 5$; $\beta_i = 0.01, 0.001$. y fijo $A = 0.3$. La tendencia general es un incremento de γ_{max} a medida que la frecuencia de la onda- L aumenta. En Fig. 16(b) hemos graficado γ_{max} en función de U para $A = 0.1$ y varios valores de $x_0 = 0.5, 0.6$ y $\beta_i = 0.01, 0.001$. La máxima tasa de crecimiento muestra un valor extremo para $0.9 < U < 1.8$, el cual depende del plasma beta y la frecuencia de la onda, con valores mas pequeños de U para el beta mas pequeño. En Fig. 16(c) se muestra el comportamiento de γ_{max} como función del plasma beta para A fijo $A = 0.3$ y varios valores de $U = 2, 2.5, 5$ y $x_0 = 0.3, 0.5$. La tendencia general es una disminución de γ_{max} con un incremento en plasma beta. La máxima tasa de crecimiento decrece rápidamente con un aumento en el plasma beta de las especies. Finalmente en la Fig. 16(d) ilustramos el comportamiento de γ_{max} como una función de A para varios valores de $U = 2, 2.5, 5$ y $x_0 = 0.1, 0.5$ para $\beta_i = 0.001$ y varios $x_0 = 0.1, 0.5$ y $U = 1, 2, 2.5, 5$. La tendencia general es un incremento en γ_{max} al incrementar la amplitud de la onda.

En lo que sigue estudiaremos la estabilidad de ondas ion acústica $+S$ y $-S$, en la presencia de de ondas- L sustentadas por el haz de protones que se mueven en la dirección del campo magnético externo (ondas notadas con la letra b en el primer

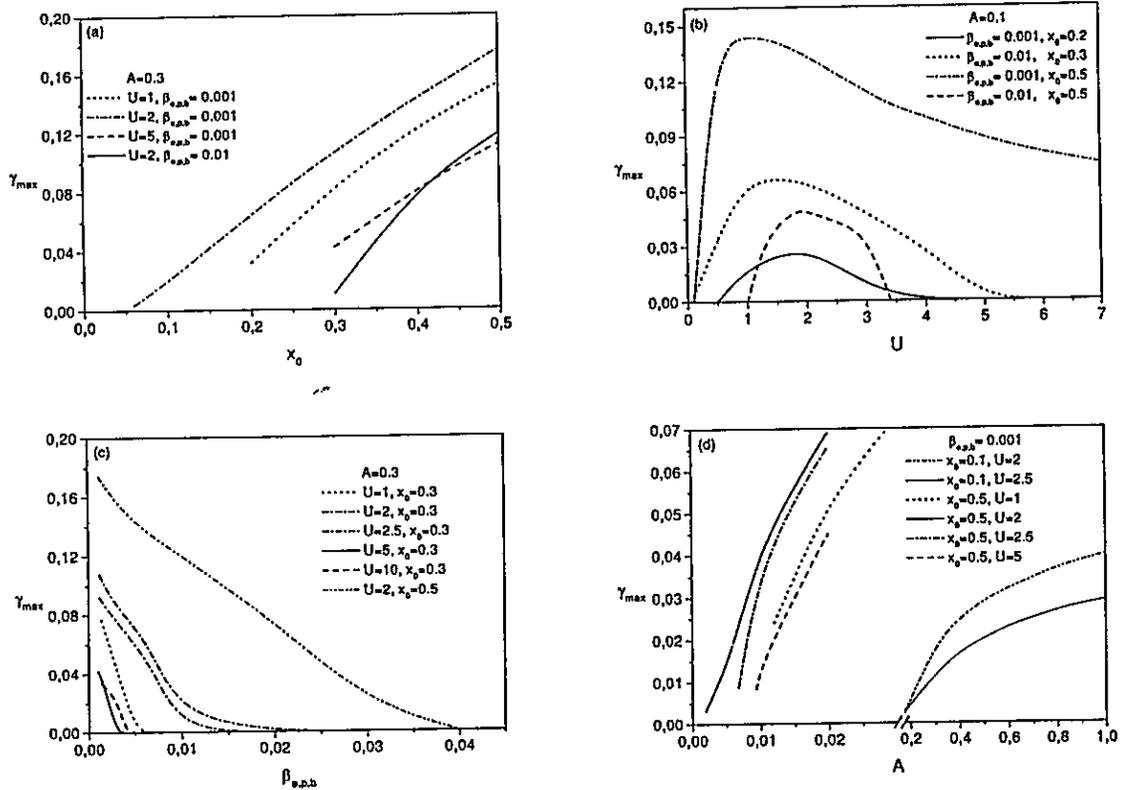


Fig. 16. Estudio de la máxima tasa de crecimiento (γ_{max}) de la inestabilidad electrostática como función de U, β_i, x_0 . (a) γ_{max} en función de x_0 . (b) γ_{max} en función de U
 (c) γ_{max} en función de β_i
 (d) γ_{max} en función de A

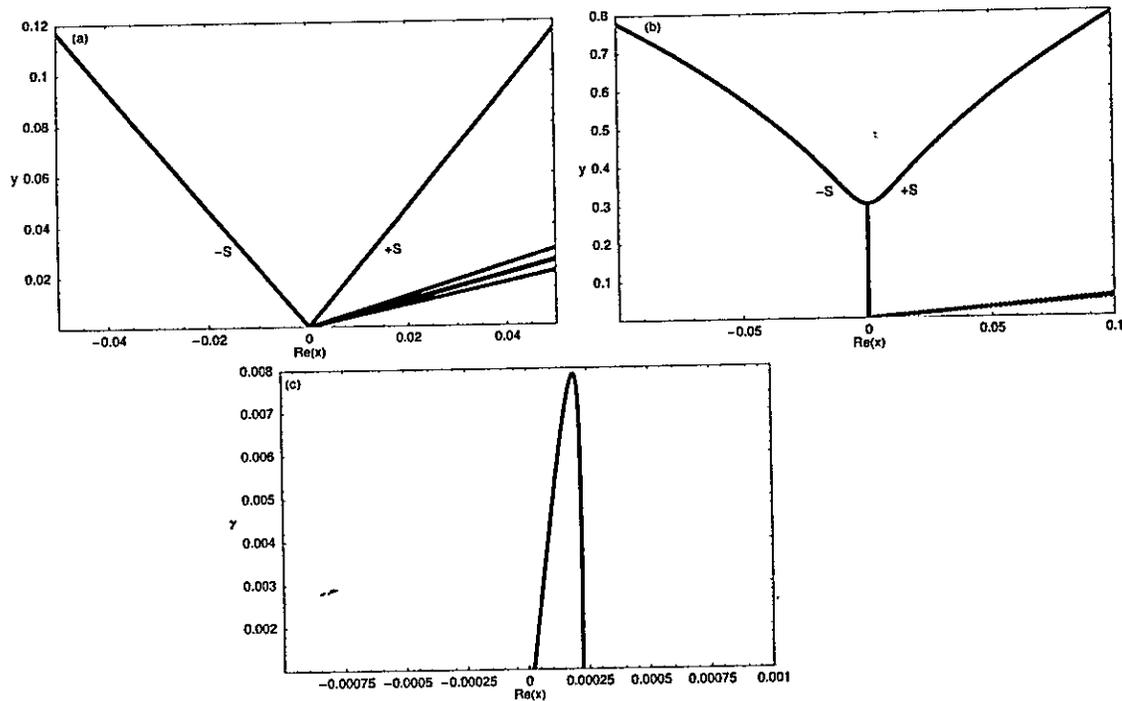


Fig. 17. Relación de dispersión Ec. (3.46) para $A = 0$, $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 1.5$, $y_0 = 0.2701$. (a) $A = 0$. (b) $A = 0.0046$
 (c) Tasa de crecimiento de la inestabilidad mostrada en la Fig. 17(b).

cuadrante de la Fig. 1(a)).

Para este fin, en Fig. 17(a) graficamos la ecuación (3.46) para $A = 0$, $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 1.5$ y $y_0 = 0.2701$. Los modos notados con $\pm S$ son los modos lineales ion acustico soportados por los protones de fondo. En Fig. 17(b) hemos aumentado el valor de A hasta $A = 0.0046$ y observamos como la presencia de la onda- L ha inducido una inestabilidad electrostática. Finalmente, en Fig. 17(c) graficamos la tasa de crecimiento de la inestabilidad mostrada en la Fig. 17(b).

En Fig. 18 graficamos el umbral de amplitud requerido para gatillar la inestabilidad electrostática mostrada en la Fig. 17 como función de β_i . El umbral requerido

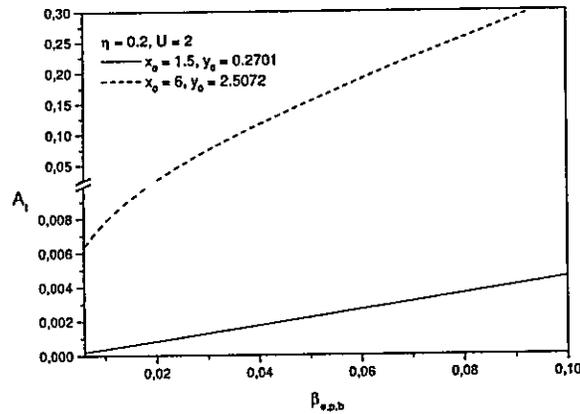


Fig. 18. Umbral de amplitud necesario para gatillar la inestabilidad electrostática como función de β_i .

aumenta con β_i .

5.1.2. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo

Ahora estudiamos el comportamiento de ondas electrostáticas soportadas por el haz de protones, es decir consideraremos la estabilidad de los modos $\pm S_b$ en la presencia de una onda- L que se propaga en dirección opuesta al campo magnético externo. Para este análisis, hemos escogido $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 0.7$, $y_0 = -0.895039$.

En Fig. 19(a) graficamos la relación de dispersión Ec. (3.46) para $A = 0$. En esta figura $\pm S_b$ denotan las ondas electrostáticas soportadas por el haz de protones. En la Fig. (19(b)) hemos incrementado la amplitud normalizada a $A = 0.1$ para mostrar que los modos $\pm S_b$ son ahora inestables entre el origen y el punto designado por g .

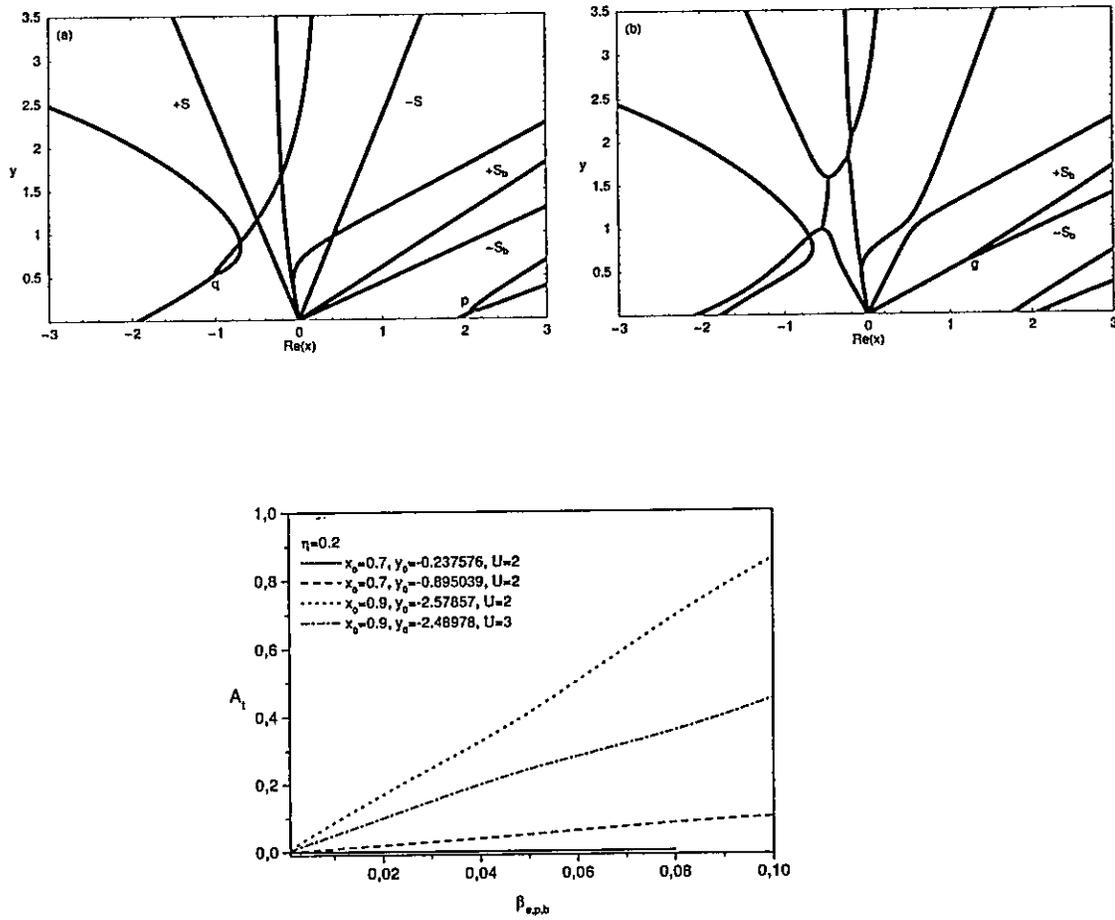


Fig. 19. Efectos de ondas-L que se propagan en direcci3n opuesta campo magn3tico externo sobre modos ion ac3stico soportados por el haz de protones para $\beta_i = 0.1$, $\eta = 0.2$, $U = 2$, $x_0 = 0.7$, $y_0 = -0.895039$. (a) $A = 0$. (b) $A = 0.1$. (c) Umbral para generar la inestabilidad electrost3tica como funci3n de β_i .

Finalmente en Fig. (19(c)) mostramos la amplitud umbral como una función de β_i . Vemos que la amplitud umbral incrementa a medida que aumenta β_i .

5.2. Efectos de ondas con polarización circular derecha (ondas- R)

5.2.1. Ondas que se propagan en dirección opuesta al campo magnético externo

En esta sección estudiamos el efecto de una onda que se propaga en dirección opuesta al campo magnético externo y con polarización circular derecha sobre el comportamiento de modos electrostáticos soportados por los protones de fondo ($\pm S$).

En Fig. 20(a) graficamos la relación de dispersión (3.46) para $A = 0$, $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 1$, $x_0 = -1$, $y_0 = 0.8615$. Los modos notados con $\pm S$ son los modos lineales ion acusticos soportados por los protones de fondo. En Fig. 20(b) graficamos la relación de dispersión (3.46) incluyendo la presencia de la onda- R con amplitud normalizada $A = 0.04$. En la Fig. 20(b) observamos la presencia de una inestabilidad paramétrica que involucra un modo electromagnético perteneciente a la banda lateral inferior y un modo electrostático $+S$. Este decaimiento viene notado por las letras m y n en la figura. Se observa también en Fig. 20(b) que la presencia de la onda ha inducido que la velocidad de fase de las ondas electrostáticas se aproxime una a otra (ver flecha en Fig. 20(b)). En la Fig. 20(c) hemos incrementado la amplitud de la onda a $A = 0.047$. Para este valor de amplitud la presencia de la onda ha inducido que la velocidad de fase de los modos electrostáticos se igualen, induciendo así una inestabilidad electrostática (flecha en la figura). En la Fig. 20(d) graficamos a tasa de crecimiento correspondiente a esta situación, observamos que la tasa de crecimiento está compuesta de dos partes. La parte inferior es la tasa de crecimiento de la

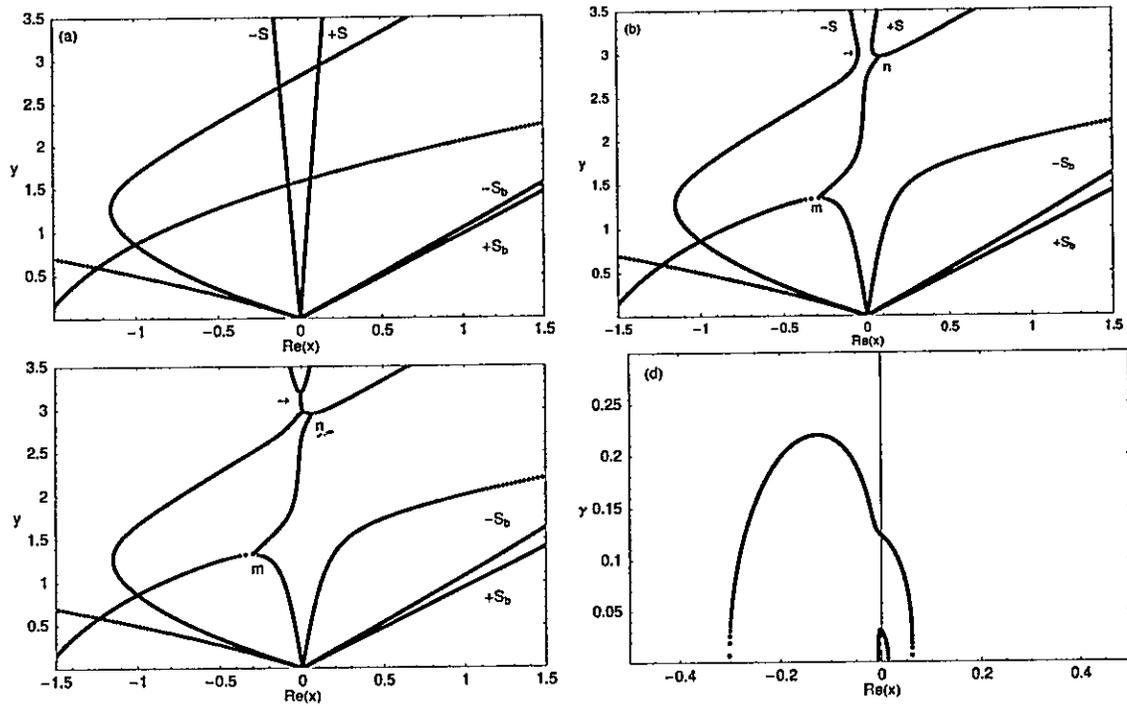


Fig. 20. Efectos de ondas R que se propagan en direcci3n opuesta al campo magn3tico externo sobre los modos ion ac3stico soportados por los protones de fondo para $\beta_i = 0.001$, $\eta = 0.2$, $U = 1$, $x_0 = -1$, $y_0 = 0.8615$. (a) $A = 0$.

(b) $A = 0.04$

(c) $A = 0.047$

(d) $A = 0.047$

inestabilidad electrostática, y la superior corresponde a la inestabilidad paramétrica mostrada en la Fig. 20(c).

En Fig. 21(a) estudiamos la amplitud umbral de la onda que se propaga en dirección opuesta al campo magnético externo necesaria para gatillar la inestabilidad electrostática como función de β_i para varios valores de x_0 y U . Observamos que el umbral incrementa al aumentar β_i . En Fig. 21(b) estudiamos el umbral como función de la velocidad para varias frecuencias de la onda. La amplitud umbral primero decrece al incrementar la velocidad e incrementa luego.

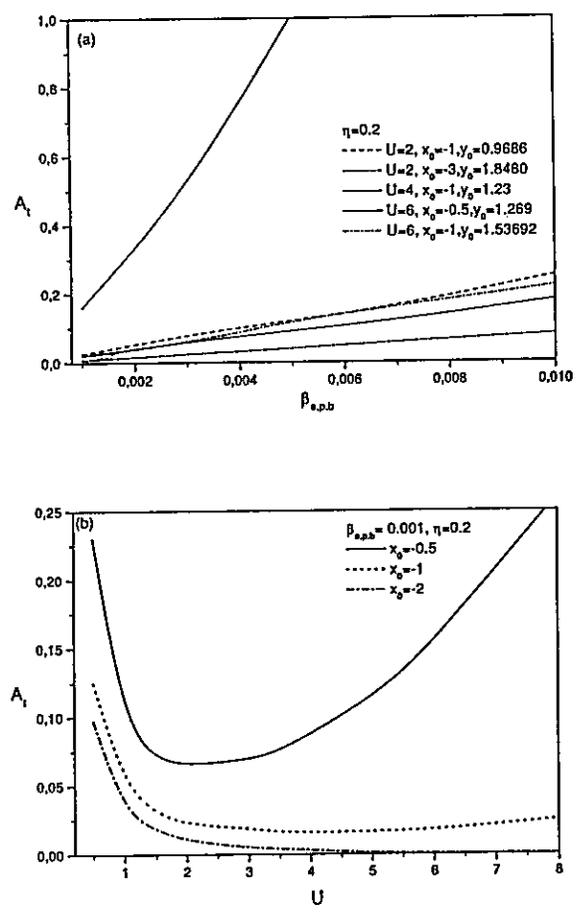


Fig. 21. Umbral para gatillar inestabilidad electrostática. (a) En función de β_i (b) En función de U

Capítulo 6

Conclusiones

A través de varias décadas el estudio de la propagación de ondas con amplitud finita en plasmas de las características del viento solar rápido se ha concentrado en estudiar las inestabilidades paramétricas de las ondas a medida que se propagan por el medio (ver e.g. [29, 42, 54]). En esta tesis, por primera vez estudiamos un fenómeno diferente, investigamos el comportamiento de inestabilidades lineales electromagnéticas y ondas electrostáticas lineales en la presencia de una onda circularmente polarizada con amplitud finita en un plasma del tipo del viento solar rápido. Hemos mostrado que las ondas con amplitud finita y circularmente polarizadas, propagándose a lo largo de un campo magnético externo pueden tanto estabilizar como desestabilizar inestabilidades lineales electromagnéticas presentes. La estabilización ocurre por sobre un valor umbral de amplitud de la onda. Estudiamos el comportamiento de este umbral como función de las condiciones físicas del sistema, tales como el β del plasma para las especies, la velocidad de deriva del haz de protones, la frecuencia y sentido de polarización de la onda de amplitud finita, así como su dirección de propagación respecto al campo magnético externo. Este estudio nos permitió determinar las condiciones físicas que hacen más eficiente la estabilización de las inestabilidades, en el sentido de poder encontrar el rango de parámetros que

requiere un valor menor de amplitud umbral para lograr la estabilización de la inestabilidad lineal. Este proceso de estabilización representa un nuevo mecanismo no lineal de saturación para inestabilidades lineales y puede explicar varios fenómenos en plasmas espaciales que aun no han sido explicados satisfactoriamente. Por ejemplo, se han observado haces iónicos en el viento solar rápido con velocidades de deriva por sobre el umbral necesario para generar una inestabilidad lineal electromagnética. La persistencia de estos haces ha sido un problema esperando solución ya que su existencia contradice las predicciones de la teoría lineal, de acuerdo con la cual el haz se debería desacelerar con la consecuente estabilización de la inestabilidad lineal [2]. Sin embargo, si están presentes ondas con amplitud finita, la velocidad umbral se incrementa haciendo el sistema linealmente estable. Por otra parte, las simulaciones computacionales híbridas en plasmas del tipo del viento solar han mostrado que una inestabilidad lineal gatillada por un haz de protones conlleva a una anisotropía térmica del haz ($T_{\perp}/T_{\parallel} > 1$) [78]. Este resultado es consistente con resultados previos similares para otros ambientes espaciales [18]. Sin embargo estos resultados están en contradicción con observaciones en el viento solar que muestran la tendencia opuesta ($T_{\perp}/T_{\parallel} \leq 1$) [79]. Una posible explicación a este hecho, es que las simulaciones no han considerado la presencia de ondas con amplitud finita. La presencia de estas ondas influyen el comportamiento de la inestabilidad lineal. Por otra parte, estudios simulacionales recientes han mostrado que la tasa de desaceleración de haces de iones en el viento solar se incrementa en la presencia de ondas con amplitud finita [80].

Por otra parte, demostramos que la presencia de ondas circularmente polarizadas con amplitud finita pueden desestabilizar ondas electrostáticas. La generación de estas inestabilidades electrostáticas ocurre cuando la velocidad de fase de dos ondas

del tipo ion-acústico propagándose en direcciones opuestas respecto a la dirección del campo magnético externo se igualan cuando la amplitud de la onda supera un valor umbral. También en este caso, realizamos un estudio del comportamiento de la amplitud umbral y de la tasa de crecimiento de estas inestabilidades electrostáticas como función de las condiciones físicas del sistema, con el fin de encontrar regiones en el espacio de parámetros donde el fenómeno es eficiente. Otros estudios han encontrado inestabilidades similares pero en ausencia de ondas con amplitud finita. En esos estudios, efectos térmicos pueden inducir inestabilidades electrostáticas. Esto ocurre cuando la velocidad de fase de ondas electrostáticas sustentadas por los protones de fondo se igualen con la velocidad de fase de ondas electrostáticas sustentadas por el haz iónico [29, 41]. Las inestabilidades electrostáticas que encontramos en nuestra investigación deben su existencia a la presencia de ondas con amplitud finita. Las inestabilidades electrostáticas encontradas en nuestra investigación podrían tener importantes aplicaciones. Algunas observaciones en el viento solar han encontrado la presencia de fluctuaciones del tipo ion-acústico en regiones donde la teoría lineal no predice su existencia [2], tal es el caso de situaciones donde las condiciones físicas para el amortiguamiento de Landau se satisfacen, bajo estas circunstancias, las ondas ion-acústicas deberían disiparse en el medio. Sin embargo, la presencia de ondas con amplitud finita en estas regiones podría generar inestabilidades electrostáticas mediante el mecanismo encontrado en esta tesis.

Referencias

- [1] E. Marsch, K.-H. Mühlhäuser, R. Schwenn, H. Rosenbauer, W. Philipp y F. Neubauer, *J. Geophys. Res.* **87**, 52 (1982).
- [2] E. Marsch, *Kinetic theory of the Solar Wind Plasma* (Springer Verlag, 1991).
- [3] L.-H. W. C.-Y. Tú y E. Marsch, *J. Geophys. Res.* **107**, A10, DOI: 10.1029/2002JA009264 (2002).
- [4] J. A. Araneda, A. Viñas y H. Astudillo, *J. Geophys. Res.* **107**, A12, DOI:10.1029/2002JA009337 (2002).
- [5] M. Neugebauer, *Fundam. Cosmic Phys.* **7**, 131 (1981).
- [6] B. Goldstein, E. N. Neugebauer, L. D. Zhang y S. P. Gary, *Geophys. Res. Lett.* **27**, 53 (2000).
- [7] E. Asseo, R. Pellat y M. Rosado, *ApJ* **239**, 661 (1980).
- [8] J. C. Brown, *Plasma Phys. Control. Fusion* **27**, 1359 (1985).
- [9] B. Buti, V. L. Galinski, V. I. Shevchenko, G. S. Lakhina, B. T. Tsurutani, B. E. Goldstein, Diamond y M. V. Medvedev, *ApJ* **523**, 849 (1999).
- [10] M. M. Hoppe, C. T. Russel, L. A. Frank, T. E. Eastman y E. W. Greenstadt, *J. Geophys. Res.* **86**, 4471 (1981).

- [11] M. M. Hoppe, C. T. Russel, T. E. Eastman y L. A. Frank, *J. Geophys. Res.* **87**, 643 (1982).
- [12] L. Gomberoff y P. Vega, *Plasma. Phys. Control. Fusion* **32**, 737 (1990).
- [13] L. Gomberoff, *IEEE. Trans. Plasma Sci.* **20**, 843 (1992).
- [14] G. Gnani, L. Gomberoff, F. T. Gratton y R. M. O. Galvao, *J. Plasma. Phys.* **55**, 77 (1996).
- [15] L. Gomberoff, G. Gnani y H. F. Astudillo, *Planet. Space. Sci.* **46**, 1683 (1998).
- [16] D. Winske y K. B. Quest, *J. Geophys. Res.* **91**, 8789 (1986).
- [17] D. Winske y S. Gary, *J. Geophys. Res.* **91**, 6825 (1986).
- [18] S. Gary, *Space. Sci. Rev.* **56**, 573 (1991).
- [19] J. W. Belcher y L. Davis, *J. Geophys. Res.* **76**, 3534 (1971).
- [20] P. J. Coleman, *Phys. Rev. Letts.* **17**, 207 (1966).
- [21] M. L. Goldstein, H. K. Wong y A. F. Viñas, *J. Geophys. Res.* **90**, 302 (1985).
- [22] J. W. Belcher, *ApJ* **168**, 509 (1971).
- [23] J. V. Hollweg, *ApJ* **177**, 255 (1972).
- [24] F. Chen, *Introduction to Plasma Physics* (Plenum Press, 1984).
- [25] A. Barnes y J. V. Hollweg, *J. Geophys. Res.* **79**, 2302 (1974).
- [26] R. R. Parker y A. L. Throop, *Phys. Rev. Letts.* **31**, 1549 (1973).
- [27] A. A. Galeev y V. N. Oraevskii, *Sov. Phys. Dokl. Engl. Transl.* **7**, 988 (1963).

- [28] R. Z. Sagdeev y A. A. Galeev, *Nonlinear Plasma Theory* (Benjamin Reading, 1969).
- [29] J. V. Hollweg, R. Esser y V. Jayanti, *J. Geophys. Res.* **98**, 3491 (1993).
- [30] B. A. Inhester, *J. Geophys. Res.* **95**, 10,525 (1990).
- [31] M. L. Goldstein, *Astrophys. J* **219**, 700 (1978).
- [32] N. F. J. Derby, *ApJ* **224**, 1013 (1978).
- [33] J.-I. Sakai y B. U. Ö. Sonnerup, *J. Geophys. Res.* **88**, 9069 (1983).
- [34] M. Longtin y B. U. Ö. Sonnerup, *J. Geophys. Res.* **91**, 6816 (1986).
- [35] H. K. Wong y M. L. Goldstein, *J. Geophys. Res.* **91**, 5617 (1986).
- [36] P. A. Isenberg, *J. Geophys. Res.* **89**, 2133 (1984).
- [37] P. A. Isenberg, *J. Geophys. Res.* **89**, 6613 (1984).
- [38] L. Gomberoff y R. Elgueta, *J. Geophys. Res.* **96**, 9801 (1991).
- [39] A. F. Viñas y M. L. Goldstein, *J. Plasma. Phys.* **46**, 107 (1991).
- [40] A. F. Viñas y M. L. Goldstein, *J. Plasma. Phys.* **46**, 129 (1991).
- [41] V. Jayanti y J. V. Hollweg, *J. Geophys. Res.* **99**, 23,449 (1994).
- [42] L. Gomberoff, F. T. Gratton y G. Gnani, *J. Geophys. Res.* **99**, 14,717 (1994).
- [43] L. Gomberoff, *Physica Scripta* **T60**, 144 (1995).
- [44] L. Gomberoff, *Braz. Journal. of Phys.* **26-2**, 426 (1996).

- [45] L. Gomberoff, F. T. Gratton y G. Gnani, *J. Geophys. Res.* **100**, 1871 (1995).
- [46] G. Gnani, R. M. O. Galvao, F. T. Gratton y L. Gomberoff, *Phys. Rev. E.* **54-4**, 4112 (1996).
- [47] T. Terasawa, M. Hoshino, J.-I. Sakai y T. Hada, *J. Geophys. Res.* **91**, 4171 (1986).
- [48] J. A. Araneda, *Phys. Scr.* **T57**, 164 (1998).
- [49] N. Fukuda y T. Hanawa, *ApJ* **517**, 226 (1999).
- [50] B. J. Vasquez, *J. Geophys. Res.* **100**, 1779 (1995).
- [51] L. Gomberoff, *J. Geophys. Res.* **105**, 10,509 (2000).
- [52] L. Gomberoff y J. A. Araneda, *Astrophys. Space Sci.* **277**, 103 (2001).
- [53] L. Gomberoff, K. Gomberoff y A. L. Brinca, *J. Geophys. Res.* **106**, 18,713 (2001).
- [54] L. Gomberoff, K. Gomberoff y A. L. Brinca, *J. Geophys. Res.* **107 (A7)**, 1123, DOI:10.1029/2001JA000265 (2002).
- [55] L. Gomberoff, *J. Geophys. Res.* **108 (A6)**, 1261, DOI:10.1029/2003JA009837 (2003).
- [56] L. Gomberoff, J. Hoyos y A. L. Brinca, *J. Geophys. Res.* **108 (A12)**, 1472, DOI:10.1029/2003JA010144 (2003).
- [57] L. Gomberoff, J. Hoyos y A. L. Brinca, en *Proceedings X-Latin American Workshop on Plasma Physics, Sao Pedro, Brasil*, Sociedad Brasileira de Física (2003).
- [58] L. Gomberoff, J. Hoyos y A. L. Brinca, *Braz. Jour. Phys.* **4B-34**, 1547 (2004).

- [59] J. Araneda y L. Gomberoff, *J. Geophys. Res.* **109-A01106**, DOI: 10.1029/2003JA010819 (2004).
- [60] L. Gomberoff y J. Hoyos, *Physics of Plasmas*. **12 (9)-092108** (2005).
- [61] L. Gomberoff, en *Proceedings of Solar Wind 11/SOHO 16, Whistler, Canadá*, European Space Agency (2005).
- [62] J. Hoyos y L. Gomberoff, en *Proceedings XIV-Simposio Chileno de Física, Antofagasta, Chile*, Sociedad Chilena de Física (2004).
- [63] J. Hoyos y L. Gomberoff, en *Proceedings AGU- Fall Meeting, San Francisco, USA*, American Geophysical Union (2004).
- [64] J. Hoyos y L. Gomberoff, *The Astrophysical Journal* **630 (2)- Part 1**, 1125 (2005).
- [65] E. Dubinin, K. Sauer y M. Kenzie, *J. Geophys. Res.* **110**, A07101 (2005).
- [66] L. Gomberoff, J. Hoyos, A. L. Brinca y R. Ferrer, *J. Geophys. Res.* **109**, DOI:10.1029/2004JA010466 (2004).
- [67] L. Gomberoff y J. Hoyos, en *Proceedings of AGU-Fall Meeting, San Francisco, USA*, American Geophysical Union (2004).
- [68] L. Gomberoff, J. Hoyos y A. L. Brinca, *J. Geophys. Res.* **110-A06101**, DOI: 10.1029/2004JA010810 (2005).
- [69] L. Gomberoff y J. Hoyos, en *Proceedings of Solar Wind 11/SOHO 16, Whistler, Canadá*, European Space Agency (2005).
- [70] L. Chen, *Waves and Instabilities in Plasmas* (World Scientific, 1987).

- [71] C. Liu y V. Tripathi, *Interaction of Electromagnetic Waves with Electron Beams and Plasmas* (World Scientific, 1994).
- [72] T. H. Stix, *The Theory of Plasma Waves* (McGraw Hill Book Company, 1962).
- [73] V. Tsytovich, *Nonlinear Effects in Plasma* (Plenum Press, 1970).
- [74] R. C. Davidson, *Methods in Nonlinear Plasma Theory* (Academic Press, 1972).
- [75] S. Ichimaru, *Basic Principles of Plasma Physics* (Benjamin Reading, 1973).
- [76] K. Nishikawa y M. Wakatani, *Plasma Physics. Basic Theory with Fusion Applications* (Springer Verlag, 1994).
- [77] J. A. Araneda y L. Gomberoff, *J. Geophys. Res.* **109**, A01106, DOI:10.1029/2003JA010189 (2004).
- [78] W. Daughton, S. P. Gary y D. Winske, *J. Geophys. Res.* **104**, 4657 (1999).
- [79] W. C. Feldman, J. T. Gosling, D. J. McComas y J. Phillips, *J. Geophys. Res.* **98**, 5593 (1993).
- [80] E. K. Kaghshvili, B. J. Vasquez, G. P. Zank y J. V. Hollweg, *J. Geophys. Res.* **109**, A12101, DOI:10.1029/2004JA010382 (2004).