



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**MODELAMIENTO DEL SISTEMA ELECTROMECAÁNICO DE UN  
AEROGENERADOR**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO

ALBERT FREDY RUDOLPH OPPLIGER

PROFESORA GUÍA:  
Constanza Ahumada Sanhueza

PROFESOR CO-GUÍA:  
Francisco Jaramillo Montoya

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
Marcos Orchard Concha  
Rodrigo Astroza Euluff

SANTIAGO DE CHILE  
2022

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE  
MAGÍSTER EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA, MENCIÓN ELÉCTRICA  
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO PROFESIONAL DE INGENIERO CIVIL ELÉCTRICO  
POR: **ALBERT FREDY RUDOLPH OPPLIGER**  
FECHA: 2022  
PROF. GUÍA: CONSTANZA AHUMADA SANHUEZA

## **MODELAMIENTO DEL SISTEMA ELECTROMECAÁNICO DE UN AEROGENERADOR**

Asegurar el suministro eléctrico es uno de los desafíos que considera la integración de fuentes de energía renovables no convencionales a la matriz energética. Evitar la salida de operación de equipos debido a fallas, es necesario para este fin. Para lograr dicho objetivo, es necesario el desarrollo de instrumentos que nos entreguen información sobre el estado de degradación de los equipos.

La tesis “modelamiento del sistema electromecánico de un aerogenerador” plantea un novedoso modelo que incorpora el efecto de diferentes valores de velocidades, ángulos de pitch y el fenómeno de la degradación en las frecuencias de las aspas. Cabe mencionar que no existe ningún modelo matemático en la literatura, que incorpore las vibraciones en el eje “*flap-wise*” (vibraciones perpendiculares al sentido de la superficie del aspa), el estado de degradación y que interactúe con la máquina aerogeneradora de manera continua.

Se concluye, que se puede desarrollar un modelo de vibraciones del sistema mecánico, capaz de considerar los efectos de diferentes velocidades, ángulos de pitch y degradación del aspa, en las frecuencias naturales de esta y además, que sea capaz de interactuar con el sistema eléctrico y poder medir sus efectos.

# Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer a mis papás, quienes siempre han hecho todo lo que pueden por mí. Me han apoyado en todo, estuvieron a mi lado, en las buenas, en las malas, siempre preocupados por mi bienestar. Sin ellos, no sería ni la mitad de la persona que soy hoy. Por eso y muchas cosas más, de verdad gracias. Agradecer a mis hermanos, que cuando nos vemos, siempre me reciben como si nos hubiésemos visto el día anterior y han sido también un gran apoyo.

En segundo lugar, quiero agradecer a mis amigos de la universidad. En especial a Alfredo el guapo, Josué el líder, José Paz el viajero, José Matamoros el pollito, Luis el chocos, Nino el musculoso y Matías el gracioso, gracias totales cabros. Por todos los buenos ratos, risas y hombros para dar apoyo. Con ustedes he vivido muchas anécdotas, las cuales no cambiaría por nada. Son geniales, nunca cambien, son como hermanos para mí.

En tercer lugar, quiero agradecer a Bryan, Claudio, Joaquin y en especial a Carlos (aka pichu). Grandes amistades que hice en mi inicio de eléctrica y definitivamente unas grandes personas. Agradecer en especial a Carlos, por ser unos de los mejores amigos que he hecho estos últimos años y que la vida me pudo dar, un apañador para tanto panorama, chancheo y carrete, eres como un hermano para mí. Quiero agradecer también a mis amigos Flo, Kathy, Consu y Maximiliano, quienes también han sido un grupo de amigos increíbles con quienes he compartido muchos años y buenos momentos los cuales atesoro. Amistades que perduran desde primer año de universidad y espero que sean para mucho tiempo más.

Quiero dedicarle un párrafo a mi novia Josefina, quien me ha dado todo su cariño, amor y paciencia durante el tiempo que llevamos juntos. Mi compañera de vida, siempre agradezco a Dios que hayamos cruzado caminos. Tu presencia me ha ayudado a ser mejor persona, de verdad que has sido algo sumamente positivo para mi vida y siento que estoy en deuda contigo.

Quiero agradecer a todos los profesores que fueron parte de mi formación. A mis profesores del colegio y de la universidad. A mis profesores Constanza, Marcos, Rodrigo y Francisco, quienes me guiaron en este trabajo de Tesis, donde tuve que aprender de múltiples disciplinas para desarrollarlo. Pero en especial a mi profesora Constanza, quien tuvo fe en mí, gracias por su paciencia y buena voluntad.

Finalmente, agradezco también el apoyo de los siguientes proyectos para el desarrollo de esta Tesis: ANID/FONDECYT Iniciación 11200866 “REDUCTION OF TORSIONAL VIBRATIONS IN SHIPS (ROTORVIS)” y al Proyecto FONDEF ID17I-20140, por financiar parcialmente este trabajo.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Hipótesis . . . . .	5
1.3. Objetivos . . . . .	5
1.3.1. Objetivo general . . . . .	5
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	5
1.4. Alcance del trabajo . . . . .	5
1.5. Metodología . . . . .	6
<b>2. Estado del arte y Marco teórico</b>	<b>7</b>
2.1. Cargas estructurales en un aerogenerador . . . . .	7
2.1.1. Tipos de carga y tensiones en una turbina eólica . . . . .	8
2.1.2. Sistema de coordenadas para análisis de cargas . . . . .	9
2.1.3. Tipos de carga a analizar . . . . .	12
2.1.3.1. Viento uniforme y constante . . . . .	12
2.1.3.2. Cizalladura de viento cortante y vientos cruzados . . . . .	12
2.2. Dinámica del aerogenerador . . . . .	13
2.3. Modelamiento de la máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM) . . . . .	14
2.3.1. Ecuaciones de la máquina síncrona de imanes permanentes . . . . .	16
2.3.2. Transformación de ecuaciones al sistema de referencia al rotor . . . . .	19
2.3.3. Ecuaciones de la máquina al sistema de referencia del rotor . . . . .	20
2.3.4. Modos de operación del PMSM . . . . .	21
2.3.4.1. Operación como motor . . . . .	21
2.3.4.2. Operación como generador . . . . .	22
2.4. Lazos de control . . . . .	22
2.4.1. Control vectorial (VC) orientado en flujo de la máquina síncrona de imanes permanentes . . . . .	22
2.4.2. Control vectorial del convertidor conectado a la red . . . . .	24
2.5. Modelamiento vibracional del sistema mecánico de un aerogenerador . . . . .	26
2.5.1. Elemento de viga . . . . .	28
2.5.2. Ecuaciones cinemáticas del sistema mecánico de un aerogenerador . . . . .	31
2.5.2.1. Energías cinéticas . . . . .	32
2.5.2.2. Energías potenciales . . . . .	34
2.5.2.3. Ecuaciones de movimiento del sistema . . . . .	34
2.5.3. Estudio del estado de degradación del aspa . . . . .	36
2.6. Modelos electromecánicos . . . . .	38

<b>3. Modelamiento y validación del sistema mecánico</b>	<b>41</b>
3.1. Modelo cinemático del sistema mecánico . . . . .	42
3.1.1. Energías cinéticas . . . . .	42
3.1.2. Energías potenciales . . . . .	44
3.1.3. Ecuaciones de movimiento del sistema . . . . .	44
3.2. Validación del modelo del aspa . . . . .	46
3.3. Validación modelo rotacional del aspa . . . . .	50
3.3.1. Comparativa del modelo lineal y no lineal en condiciones estáticas y ángulo de pitch $0^\circ$ . . . . .	50
3.3.2. Comparativa del modelo lineal y no lineal en condiciones rotacionales	53
3.3.2.1. Modelo no lineal . . . . .	53
3.3.2.2. Modelo lineal . . . . .	56
3.4. Respuesta vibracional del modelo . . . . .	60
3.4.1. Caso de estudio: Respuesta a un perfil de viento . . . . .	60
<b>4. Modelamiento y simulación sistema electro-mecánico</b>	<b>63</b>
4.1. Modelo electro-mecánico . . . . .	64
4.2. Análisis de frecuencias . . . . .	68
4.2.1. Bornes máquina . . . . .	70
4.2.2. Enlace DC . . . . .	72
4.2.3. Bornes convertor de la red . . . . .	74
4.2.4. Filtro LCL . . . . .	76
<b>5. Degradación aspa</b>	<b>79</b>
5.1. Matriz de degradación . . . . .	80
<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>83</b>
6.1. Trabajo futuro . . . . .	85
<b>Bibliografía</b>	<b>86</b>
<b>Anexo A. Elementos matriciales</b>	<b>90</b>
<b>Anexo B. Características de elementos finitos</b>	<b>91</b>
<b>Anexo C. Coordenadas <math>abc/\alpha\beta/dq</math>.</b>	<b>92</b>
<b>Anexo D. Detección de amortiguamiento naturales</b>	<b>95</b>

# Índice de Tablas

1.1.	Cuadro resumen de tipos de fallas más comunes en las aspas de un aerogenerador [7, 23] . . . . .	3
3.1.	Principales parámetros del aspa. . . . .	48
3.2.	Tabla con las principales frecuencias del aspa y su modelo en Simulink. . . . .	49
3.3.	Tabla comparativa de los coeficientes de amortiguamiento obtenidos, mediante ambos métodos. . . . .	50
3.4.	Desplazamientos y errores del modelo no lineal (MNL) y del modelo lineal (ML). . . . .	51
4.1.	Parámetros de la máquina de imanes permanentes . . . . .	64
4.2.	Parámetros de los controladores de la máquina aerogeneradora. . . . .	64
4.3.	Amplitudes del espectro de potencia de cada frecuencia normalizada por sus normas euclidianas. . . . .	78
5.1.	Tabla comparativa de las variaciones de frecuencia entre datos obtenidos y modelo. . . . .	80

# Índice de Ilustraciones

1.1.	Principales componentes de un aerogenerador. . . . .	2
1.2.	Daños más comunes en las aspas, extraído de referencia [23]. . . . .	4
2.1.	Tipos de carga estructurales de un aerogenerador (Extraído de referencia [10, 24, 25]). . . . .	8
2.2.	Torque y fuerza de empuje a la cual está sujeto el rotor con viento uniforme y constante, extraído de referencia [10]. . . . .	9
2.3.	Plano de direcciones estructurales y de fuerza, extraído de referencia [10] . . .	10
2.4.	Distribución de la fuerza tangencial a lo largo de la aspa, extraído de referencia [10]. . . . .	11
2.5.	Distribución de la fuerza de empuje a lo largo de la aspa, extraído de referencia [10]. . . . .	11
2.6.	Momento de curvatura de un aspa donde $\alpha$ , corresponde al factor que indica orden de viento cruzado en cada ciclo (razón de cambio de dirección del viento respecto a los $90^\circ$ ), extraído de referencia [10]. . . . .	12
2.7.	Curvas de $C_p$ y $C_t$ para distintos ángulos pitch, extraído de referencia [28]. . .	14
2.8.	Diagrama de bloques para el modelamiento total de un aerogenerador. . . . .	15
2.9.	Diagrama de una máquina sincrónica de imanes permanentes de dos fases, extraído de referencia [26, 27]. . . . .	17
2.10.	Sistema de transformada del sistema estacionario del estator al rotor, extraído de referencia [30]. . . . .	20
2.11.	Circuitos equivalentes para cada una de las fases del motor de imanes permanentes, extraído de referencia [30, 32] . . . . .	21
2.12.	Lazo de control del estator. . . . .	24
2.13.	Lazo de control <i>grid-side converter</i> . . . . .	26
2.14.	Aproximación realizada mediante la técnica de elementos finitos. . . . .	28
2.15.	Momentos de dos elementos finitos de una viga. . . . .	28
2.16.	Curva de ajuste de la Matriz de amortiguamiento proporcional o de Rayleigh, extraído de referencia [37]. . . . .	30
2.17.	Construcción de matrices modales para sistemas modelados por elementos finitos. . . . .	31
2.18.	Sistema de coordenadas cartesianas del modelo, extraído de referencia [41]. . .	32
2.19.	Esquemático de avance del daño y reducción de la rigidez del aspa. Donde en la primera y tercera fase se experimenta una degradación acelerada y una segunda fase intermedia donde la degradación es gradual, extraído de referencia [44]. .	37
2.20.	Evolución en las frecuencias naturales del aspa, dada cierta cantidad de ciclos de trabajo, extraído de referencia [46]. . . . .	38

2.21.	Esquemático de un modelo electromecánico sobresimplificado utilizado en la literatura. Este modelo no considera los efectos de variaciones en el ángulo de pitch, rigidización por aumentos en la velocidad de giro, efectos del acortamiento axial, etc. . . . .	39
2.22.	Esquemático de un modelo vibracional del sistema mecánico que considera tanto deformaciones “ <i>edge-wise</i> ”, pero que no considera variaciones en el ángulo de pitch, extraído de referencia [41]. . . . .	40
3.1.	Sistema de coordenadas cartesiano del modelo. a) vista perpendicular al disco del modelo. b) vista perpendicular al aspa. . . . .	42
3.2.	Setup experimental para la medición de las curvas de desplazamiento. . . . .	47
3.3.	Primeros 4 modos de oscilación del aspa. . . . .	48
3.4.	Análisis de Fourier de la respuesta oscitoria del aspa frente a un escalón de torque y empuje. Donde es apreciable el primer y segundo modo “ <i>flap-wise</i> ”, a los 10.48 [Hz] y 34.55 [Hz]. . . . .	49
3.5.	Curvas de desplazamiento entre el modelo no lineal (MNL), modelo lineal (ML) y el aspa real al aplicar una fuerza a los 195 [cm]. . . . .	51
3.6.	Respuesta de ambos sistemas ante un escalon de torque y de fuerza de empuje. . . . .	52
3.7.	Análisis de Fourier del sistema lineal con su zoom repectivo (gráficos a) y c)) y a la derecha el espectro de Fourier del sistema no lineal con su zoom respectivo (gráficos b) y d)). . . . .	52
3.8.	Comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	54
3.9.	Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	54
3.10.	Comportamiento de las frecuencias al fijar la velocidad de rotación y variar el ángulo de pitch. . . . .	55
3.11.	Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar la velocidad de rotación y variar el ángulo de pitch. . . . .	55
3.12.	Comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	56
3.13.	Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	57
3.14.	Comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	57
3.15.	Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el angulo de pitch y variar la velocidad. . . . .	58
3.16.	Variación en las frecuencias al variar el ángulo de pitch. . . . .	59
3.17.	Variación de frecuencias al variar la velocidad. . . . .	59
3.18.	Deformación del aspa ante último perfil de viento registrado en el explorador eólico de la Universidad de los Andes. . . . .	60
3.19.	Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico en la Universidad de los Andes. . . . .	61
3.20.	Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico en Coyhaique. . . . .	61
3.21.	Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico de Coyhaique. . . . .	62

4.1.	Esquemático de los diferentes puntos donde se analizarán las frecuencias inducidas por el sistema mecánico. . . . .	64
4.2.	Esquemático del acoplamiento entre el sistema mecánico y eléctrico. . . . .	65
4.3.	Esquemático del acoplamiento junto a toda la máquina aerogeneradora. . . . .	65
4.4.	Velocidad y torque de entrada que recibe la máquina en su eje durante la simulación. . . . .	66
4.5.	Corriente y voltaje en bornes de la máquina durante la simulación. . . . .	67
4.6.	Perfil de torque y fuerza de empuje que recibe el sistema mecánico. . . . .	67
4.7.	Transformada de Fourier aplicada a la señal de torque de entrada de la máquina. Donde a) corresponde al espectro de Fourier completo y b) a un zoom de la zona de interes. . . . .	68
4.8.	Transformada de Fourier aplicada a la corriente a la salida del convertor en forma trifásica. . . . .	69
4.9.	Voltaje y corriente, en dq, en bornes de la máquina. . . . .	70
4.10.	Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes de la máquina. . . . .	71
4.11.	Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar con claridad, los 7 [Hz] del eje, los 10.5 [Hz] correspondiente al primer modo del aspa y los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina. . . . .	71
4.12.	Voltaje y corriente, en el enlace dc. . . . .	72
4.13.	Análisis de Fourier del voltaje y corriente del enlace dc. . . . .	73
4.14.	Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina. . . . .	73
4.15.	Voltaje y corriente, en dq, en bornes convertor del lado de la red. . . . .	74
4.16.	Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes del convertor del lado de la red. . . . .	75
4.17.	Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina. . . . .	75
4.18.	Voltaje y corriente a la salida del filtro LCL. . . . .	76
4.19.	Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes del convertor del lado de la red. . . . .	77
4.20.	Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina. . . . .	77
5.1.	Análisis modal de degradación del aspa en función de los ciclos de carga de esta, extraído de referencia [46]. . . . .	79
5.2.	Agrupación de valores de frecuencia que se eligieron para determinar degradación por etapas de la elasticidad de las aspas, extraído de referencia [46]. . . . .	80
5.3.	Comportamiento de la deformación del aspa frente a la degradación. . . . .	81
5.4.	Frecuencias obtenidas al aplicar escalones al aspa. . . . .	82
C.1.	Esquema de distintos marcos de referencia o ejes de coordenadas: $\alpha\beta$ , dq referenciado al estator y dq referenciado al rotor. . . . .	92
C.2.	Diagrama de bloques para la transformada de Clarke. . . . .	93
C.3.	Diagrama de bloques para la antitransformada de Clarke. . . . .	93
C.4.	Diagrama de bloques para la transformada de $\alpha\beta$ a dq . . . . .	94
C.5.	Diagrama de bloques para la antitransformada de $\alpha\beta$ a dq . . . . .	94

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación

La energía eólica es una de las fuentes energéticas más importantes, ya que su uso permite entregar electricidad de forma limpia a la industria y al sistema domiciliario [1] [2]. En el 2020, la energía eólica en el mundo, representaba el 21.38 % de la energía renovable producida [3]. Con el crecimiento de su capacidad instalada y el crecimiento de la potencia por aerogenerador y por consiguiente de su rotor y sus aspas [4] [5] (al aumentar su área transversal, es posible extraer mayor potencia del viento), han surgido novedosos desafíos como es el monitoreo de salud estructural [6] (structural health management o SHM) y detección de fallas de las aspas [7]. Por ejemplo, el 2012 el 19.4% de las fallas estructurales por fatiga ocurrieron en las aspas, lo que vuelve imprescindible el monitoreo de la salud estructural y la detección de fallas en los componentes mecánicos. Además, las aspas son aproximadamente entre el 15 – 20 % del costo total del aerogenerador y poseen costos de mantención elevados [8] [9].

Los aerogeneradores están compuestos por aspas, las cuales reciben las cargas generadas por el viento, un disco que acopla las vibraciones de las aspas con las del eje (puede ser o no elástico), un eje de transmisión mecánico, una máquina generadora (pueden ser de inducción o síncrona), en el caso de la Figura 1.1 es una máquina de imanes permanentes, un convertidor back to back, el cual controla los voltajes y corrientes inyectados a la red y al enlace DC y un filtro LCL, el cual se usa para eliminar los armónicos de alta frecuencia. Las aspas están sujetas a cargas y tensiones generadas por el viento. Las cargas generadas por el viento pueden ser constantes o variables. Las cargas constantes asumen velocidad de viento constante sobre todo el área de incidencia de las aspas. Esta carga se usa como supuesto para analizar las tensiones generadas por el viento por largas ventanas de tiempo. En las cargas variables no se considera una incidencia de viento homogénea y presenta características de incidencia cíclicas (la velocidad varía dependiendo de la altura) y no cíclicas (vientos turbulentos). Por otro lado, están las cargas generadas por las fuerzas de inercia y gravedad, las cuales se originan por el movimiento mismo de las aspas y gravedad. La acción continua de estas fuerzas sobre las aspas y la torre produce desgaste de los materiales, llegando a producir fatiga de los componentes [10].

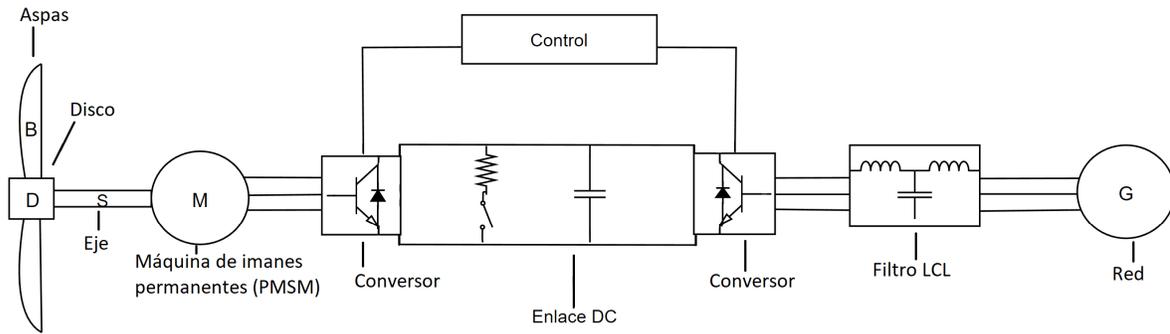


Figura 1.1: Principales componentes de un aerogenerador.

Un ejemplo en el criterio de diseño de una turbina y que tiene un rol importante en los efectos de las cargas es el dimensionamiento de la turbina eólica, en donde para extraer más potencia del viento se necesitan estructuras más grandes. El tamaño de la torre y las aspas vienen dado principalmente por las dimensiones del rotor mecánico del aerogenerador [9]. Las estructuras altas como la torre inevitablemente son elásticas, generando así oscilaciones, las que pueden llegar a acelerar el proceso de degradación. Otro criterio es la vida útil de sus componentes, ya que estos tienen que cumplir con la duración especificada por el diseñador. Otro factor muy importante, es la rigidez de sus componentes, los componentes que son menos rígidos tienen mayor vida útil (tienden a fatigarse más lento, ya que son diseñados para deformarse). No obstante, estos elementos generan más vibraciones y resonancias en los sistemas a los cuales pertenecen y a los demás equipos con los que interactúan, lo que lleva a un aumento en la probabilidad de fallas (cuando se excitan frecuencias cercanas a la natural, ocurre el proceso de resonancia, el cual acelera la degradación de equipos) [11] [12].

Las vibraciones excesivas pueden comprometer el funcionamiento total del sistema y en particular al sistema de conversión energética. Al excitar modos de frecuencias naturales produciendo resonancia, puede desencadenar fallas catastróficas en condiciones medioambientales adversas [13] [14]. Varias estrategias de control son propuestas para amortiguar las frecuencias (control predictivo, difuso, óptimo, etc.), con las que se busca mejorar su confiabilidad y calidad de servicio [15] [16].

Para modelar el comportamiento de las vibraciones, se necesita modelar el sistema en su totalidad y que este, además, incluya en su comportamiento la fatiga de componentes (la cual se traduce en cambios a través del tiempo de la matriz de rigidez de los componentes). En este trabajo se estudiará el proceso de degradación en las aspas, que es donde se excitan un mayor número de modos oscilatorios [14] [17].

Es de suma importancia estudiar el efecto de la degradación de componentes para que, de esta forma, se tenga conocimiento del estado del sistema y de esta manera no comprometer los demás subsistemas de la planta [14]. Los efectos pueden ser: problemas de monitoreo, reducir la vida útil total del aerogenerador, reducir la eficiencia de generación debido al efecto de las vibraciones que se propagan en el sistema eléctrico, que pueden afectar el perfil de generación del generador o aumentar los costos de mantenimiento (una falla catastrófica obliga a salir de operación a un aerogenerador) [7]. Por esta razón, el estudio sobre el estado de salud de

componentes es de vital importancia, para disminuir dichas fallas en todo el sistema, para la planificación de los planes de mantenimiento y sustentabilidad de los sistemas de potencia [5].

El 76% de los casos de fallas son por daños en las aspas que se deben a condiciones adversas, tales como tormentas, lluvias y vientos extremos [18]. Los daños en las aspas reducen la generación de energía, debido a una reducción en la eficiencia aerodinámica en las aspas y en consecuencia, reducen su vida útil [19–21]. Por otro lado, estos daños aumentan el ruido generado por las aspas debido a las irregularidades generadas, aumentan el error de monitoreo, significan riesgos a la seguridad del personal, entre otros [21, 22].

Los daños más comunes que sufren las aspas incluyen fracturas (incrementan la rugosidad superficial), separación entre materiales, adhesivos y pandeo (perdida de capacidad de materiales de mantenerse juntos), separación de articulaciones entre materiales, deslaminación (reducción rigidez de las aspas), rotura de fibras, descamación de la capa, erosión de los bordes, etc. La fatiga del material sucede cuando se originan fracturas en él, las que se propagan, llegando a colapsar la estructura en su totalidad [4] [7]. En la Tabla 1.1 se resumen las principales fallas y su ubicación más común dentro del aspa.

Tabla 1.1: Cuadro resumen de tipos de fallas más comunes en las aspas de un aerogenerador [7, 23]

N°	Tipo de daño	Zona afectada
1	Separación de adhesivo con cubierta o entre capas	Externa
2	Falla en la unión de articulaciones	Externa
3	Separación del núcleo con cobertura	Externa
4	Deslaminación debido a cargas torsionales o tensionales	Interna
5	Falla de la fibra en tensión o torsión	Externa/Interna
6	Pandeo	Externa
7	Fracturas	Externa

En la Figura 1.2 se muestran las fallas mencionadas previamente, donde en las subfiguras a) y b) se muestran los daños externos apreciables en una aspa y en la subfigura c) y d) se ven daños no visibles e internos.

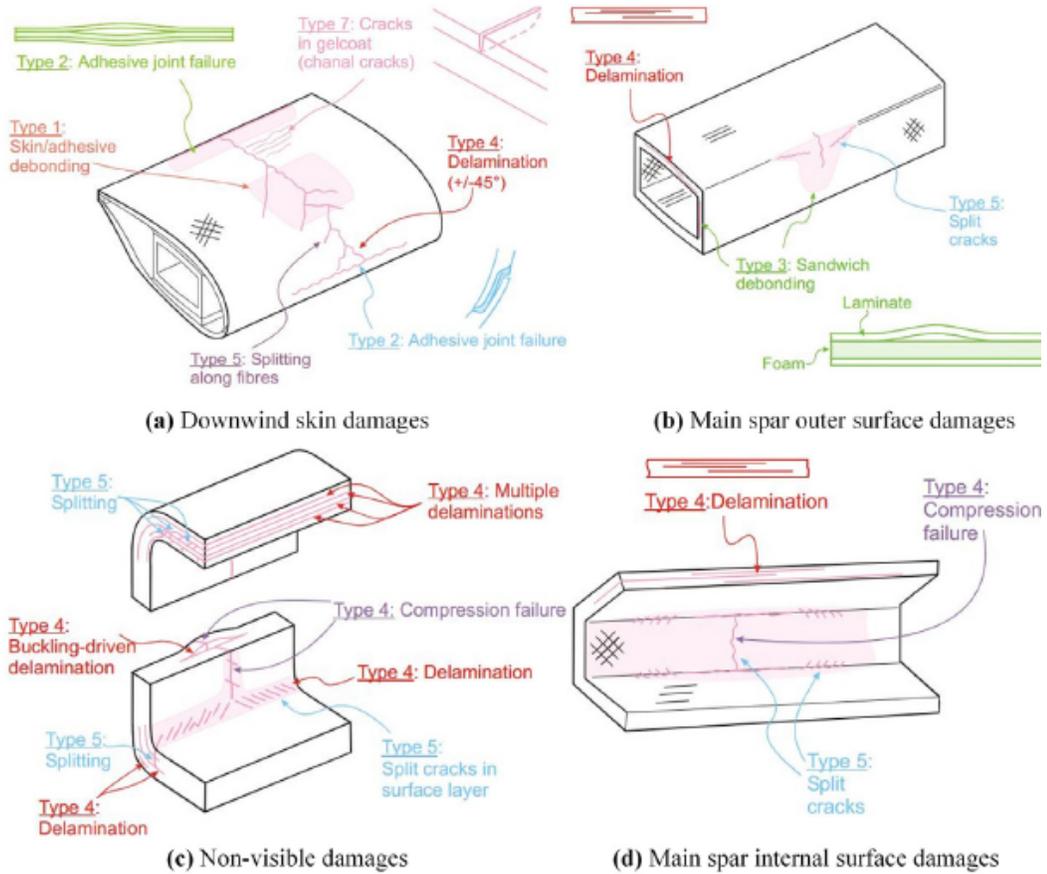


Figura 1.2: Daños más comunes en las aspas, extraído de referencia [23].

Los sistemas eléctricos y mecánicos interactúan constantemente en sistemas como los aerogeneradores, es más, ambos subsistemas están íntimamente ligados de manera transversal en la industria [13] [14]. El comportamiento vibratorio del sistema mecánico, es medible mediante oscilaciones en el sistema eléctrico. Estas vibraciones afectan el rendimiento del sistema eléctrico y es por esta razón que es importante analizar los efectos de las interacciones de ambos sistemas.

En esta Tesis, se modela el sistema electromecánico de un aerogenerador, el cual consiste en el modelamiento de las aspas mediante elementos finitos, el disco que acopla las vibraciones del aspa con las del eje y el eje, el cual, se modela como una estructura vibratoria. Las ventajas de usar técnicas de modelamiento como elementos finitos, para el modelamiento de estructuras, son: cumplir fácilmente con los requerimientos de continuidad para la convergencia del sistema, no es difícil modelar las diferentes geometrías de estructuras, la precisión de la solución se aumenta al incrementar el número de elementos, las funciones de formas nodales son polinomios, por ende, su integración y derivación para su aplicación es directa y, por último, las coordenadas generalizadas en la solución representan desplazamientos, por ende sus derivadas, poseen un significado físico. También se modelará el proceso de degradación de las aspas y se presentan diferentes puntos dentro de la máquina para medir las frecuencias de las aspas, de tal manera que no sea necesaria la intervención con sensores en estas, presentándose además como información de respaldo para detectar anomalías en las mediciones de los sensores de las aspas.

## 1.2. Hipótesis

Es posible desarrollar un modelo mecánico del aerogenerador que permita estudiar el comportamiento de las frecuencias modales de las aspas al operar a distintas velocidades y ángulo de pitch. Además, que el modelo mecánico se puede interactuar con el sistema eléctrico y se pueden estudiar las interacciones entre estos. Asimismo, mediante el modelamiento del sistema electromecánico de un aerogenerador, es posible simular la degradación de las aspas y finalmente, obtener señales de vibraciones a partir de variables eléctricas.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Objetivo general

Desarrollar y validar un modelo del sistema electromecánico de un aerogenerador. El modelo debe permitir medir el efecto de la velocidad y del ángulo de operación (pitch) en las frecuencias de las aspas, incorporar el estado de degradación de las aspas y permitir estudiar las interacciones entre el sistema mecánico y eléctrico.

### 1.3.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos de esta Tesis son:

1. Modelar y validar la operación de las aspas del aerogenerador mediante elementos finitos, de tal manera de obtener errores asociados a las frecuencias naturales menores al 8 %.
2. Modelar y validar el sistema de transmisión mecánico del aerogenerador, de tal manera de obtener errores asociados a las frecuencias naturales menores al 8 %.
3. Modelar y validar el efecto de la velocidad y el ángulo de pitch sobre el valor de las frecuencias de las aspas, de tal manera de obtener errores asociados a las frecuencias y variación de frecuencias menores al 8 %.
4. Simular el sistema electromecánico de la turbina eólica y verificar la existencia de interacciones de las frecuencias de vibración del sistema mecánico en señales del sistema eléctrico.
5. Estudiar la excitación de frecuencias “*flap-wise*” en las aspas y estudiar los efectos de la degradación sobre las frecuencias naturales, de tal manera de obtener errores asociados a las frecuencias naturales menores al 8 %.

## 1.4. Alcance del trabajo

El modelamiento del sistema electromecánico de un aerogenerador considera los siguientes alcances:

1. Se realizará un modelamiento en elementos finitos del aspa.

2. Se modelan las vibraciones del aspa solo en el eje “*flap-wise*”, se asume que el aspa es rígida en el sentido *edge-wise* de desplazamiento (ya que ese eje es significativamente más rígido).
3. Se modela el sistema eléctrico del aerogenerador con una máquina de imanes permanentes.

## 1.5. Metodología

Para llevar a cabo los objetivos, primero se revisa la teoría necesaria para desarrollar matemáticamente el sistema electromecánico de un aerogenerador. Luego se presentan dos modelos mecánicos, uno lineal y otro no lineal, se comparan y se validan con mediciones obtenidas en un aerogenerador en la Universidad de los Andes. Después, el modelo del sistema mecánico, se conecta al resto del circuito eléctrico del aerogenerador y se revisa la posibilidad de obtener señales mecánicas en las variables eléctricas. Finalmente, se estudian los efectos de la degradación de las aspas en las frecuencias naturales y se analiza su integración en el modelo electromecánico desarrollado.

La estructura de la Tesis se indica a continuación. En el Capítulo 1 se presenta un breve resumen del trabajo y la introducción de toda la problemática que trae consigo las fallas en las aspas de un aerogenerador. Luego, en el Capítulo 2 se realiza una revisión bibliográfica sobre los modelos electromecánicos que se encuentran en la literatura, dando sus características y alcances. En el Capítulo 3, se prosigue con la propuesta metodológica para dar solución al problema de modelar el sistema electromecánico de un aerogenerador. Posterior a la propuesta, en el Capítulo 4, se detalla la implementación del modelo y los resultados preliminares de los subsistemas. En el Capítulo 5 se presentan los resultados del estudio de los efectos de la degradación de las aspas en el control de la máquina. Se finaliza en el Capítulo 6 con una conclusión del trabajo final, en donde se analiza los múltiples resultados y se propone el camino a seguir para futuros trabajos.

# Capítulo 2

## Estado del arte y Marco teórico

En este capítulo, se hace una revisión sobre el estado del arte detrás del modelo del sistema electromecánico de un aerogenerador, se abordará la técnica de modelamiento por elementos finitos, la construcción del sistema usando esta técnica, el cómo derivar las ecuaciones de movimiento de la planta y se hablará de las dinámicas de un aerogenerador con una máquina de imanes permanentes (o PMSM por sus siglas en inglés, Permanent Magnet Synchronous Machine). Además, se habla de los alcances de los modelos encontrados en la literatura actual y las novedosas diferencias con el trabajo realizado en esta Tesis.

### 2.1. Cargas estructurales en un aerogenerador

Como se muestra en la Figura 2.1, las fuerzas ejercidas sobre las turbinas eólicas se dividen en fuerzas aerodinámicas e inerciales/gravitacionales. Las cargas aerodinámicas corresponden a las cargas provocadas por el viento. Por otro lado, las cargas inerciales o gravitacionales se originan dado el movimiento de las aspas. Estas provienen del equivalente rotacional de la masa por aceleración de movimientos lineales. Cada una de estas fuerzas puede actuar como una carga constante o variable. Las cargas constantes son simplificaciones para estudios de largos periodos de tiempo, por otro lado, las cargas variables son para estudios en ventanas de tiempo más acotadas. Las cargas variables se dividen en cíclicas y no cíclicas. Las cargas cíclicas son las cargas que se repiten en cada rotación de las aspas. Las cargas no cíclicas son las cargas variables que son independientes de la rotación de las aspas, un ejemplo son las turbulencias. Las cargas que poseen mayor impacto son las que afectan directamente al rotor, es decir, las relacionadas con las aspas [10].

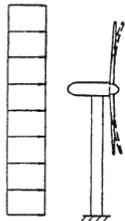
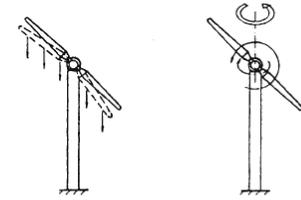
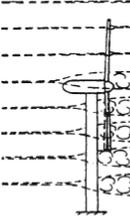
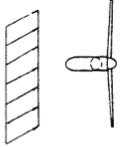
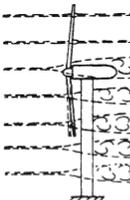
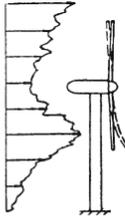
		Aerodynamic forces	Inertial and gravity forces
steady loads		 <p>steady mean wind speed</p>	 <p>centrifugal forces</p>
	cyclic loads	 <p>vertical wind shear</p>	 <p>gravity forces gyroscopic forces</p>
		 <p>tower shadow downwind rotors</p>	
unsteady loads	 <p>cross winds yaw angle</p>	 <p>tower dam upwind rotors</p>	
	 <p>wind turbulence</p>		

Figura 2.1: Tipos de carga estructurales de un aerogenerador (Extraído de referencia [10, 24, 25]).

### 2.1.1. Tipos de carga y tensiones en una turbina eólica

Según el fenómeno que origina la carga, estas se clasifican en dos tipos [10, 24, 25]:

1. Cargas constantes, las cuales se originan por la incidencia de un viento que incide de manera homogénea y constante, o que son originadas por fuerzas gravitacionales como es la inercia o fuerza centrífuga. En la Figura 2.2, se observa un ejemplo de esta carga en aerogeneradores.

2. Cargas variables, que pueden ser:

- a) Cargas cíclicas, las cuales son originadas por viento de velocidad constante, pero no distribuidos homogéneamente (la velocidad del viento es mayor a mayor altura), vientos cruzados que son cambios repentinos en las direcciones del viento, o efecto sombra o efecto represa generado por una torre que se encuentre muy cerca de otra, lo que produce una reducción de la velocidad del viento que incide en la turbina cercana. También se encuentra la fuerza de gravedad y la fuerza giroscópica usada para rotar la turbina.
- b) Las cargas no cíclicas, las cuales se originan por turbulencias en el viento.

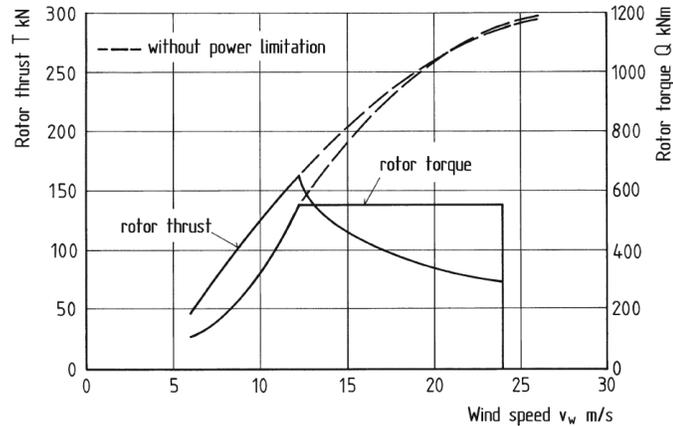


Figura 2.2: Torque y fuerza de empuje a la cual está sujeto el rotor con viento uniforme y constante, extraído de referencia [10].

### 2.1.2. Sistema de coordenadas para análisis de cargas

Existen distintos sistemas de coordenadas para el análisis de cargas, el más usado es un sistema cartesiano que rota en conjunto a las aspas, usando como origen el rotor. En cuanto a la estructura, existen dos direcciones importantes en las aspas. Como se observa en la Figura 2.3, el eje, en el sentido de la superficie, se conoce como “*chord-wise*” o “*edge-wise*” y al eje perpendicular a la anterior se conoce como “*flap-wise*”.



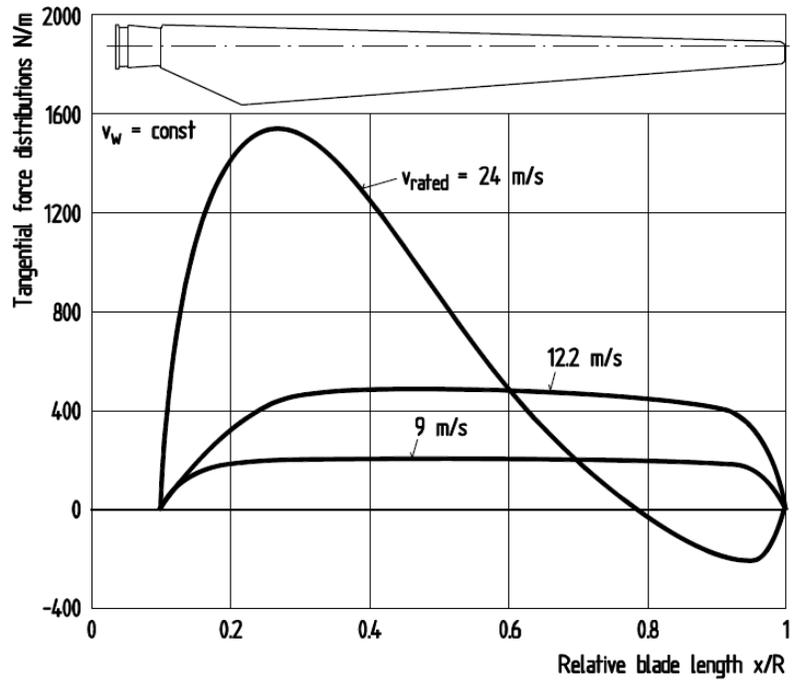


Figura 2.4: Distribución de la fuerza tangencial a lo largo de la aspa, extraído de referencia [10].

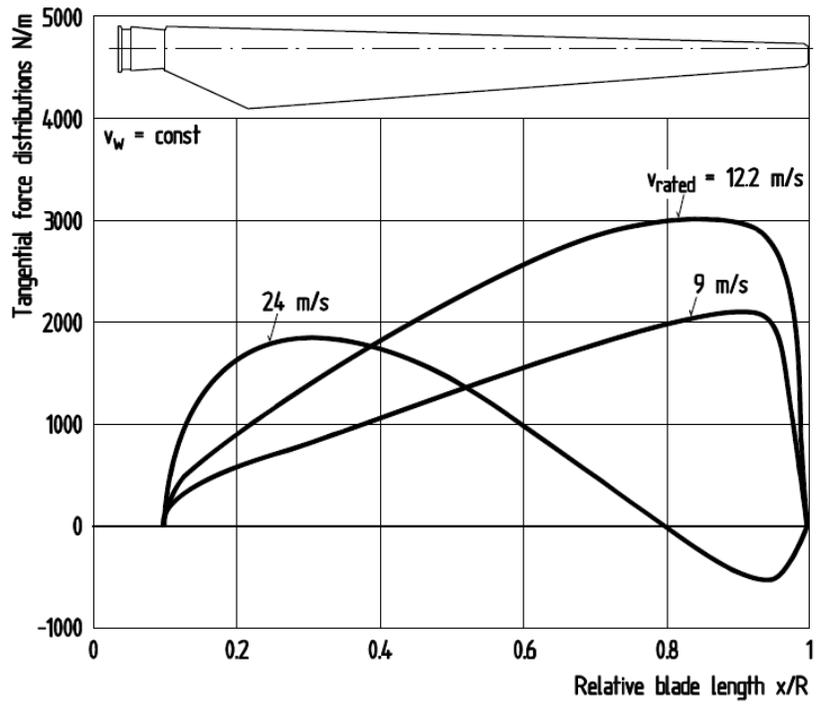


Figura 2.5: Distribución de la fuerza de empuje a lo largo de la aspa, extraído de referencia [10].

### 2.1.3. Tipos de carga a analizar

#### 2.1.3.1. Viento uniforme y constante

Asumir un viento constante y uniforme, evidentemente es una idealización. En la naturaleza es imposible de encontrar un viento de estas características. Sin embargo, permite y facilita el análisis de cargas por largos periodos de tiempo sobre la estructura del aerogenerador. La fuerza ejercida por el viento a analizar en las aspas del rotor de la turbina, tiene como base la velocidad efectiva del viento que varía entre el rotor y la punta de las aspas.

El procedimiento para modelar el torque o fuerza ejercido por una carga distribuida a lo largo de un material consiste en integrar la distribución de carga desde el rotor de la turbina hasta la punta de el aspa, para de esta manera obtener las cargas y momentos, que afectan al rotor [10, 24, 25].

#### 2.1.3.2. Cizalladura de viento cortante y vientos cruzados

Los flujos de viento producen cargas cíclicas y variantes en el tiempo, tan pronto impactan asimétricamente las aspas del aerogenerador. Una de las principales causas de esta asimetría es por el aumento de la velocidad del viento con la altura. Durante cada rotación, las aspas están sujetas a mayores cargas en la zona alta de cada giro y a menores cargas en la zona más baja de cada giro.

Otro caso que produce asimetría es el cambio rápido de dirección en la velocidad y sentido del viento. Al cambiar de dirección, el viento ya no incide de manera perpendicular sobre las aspas. Por ende, la carga que va a ser ejercida sobre la estructura va a ir variando acorde la dirección del viento, este fenómeno se puede apreciar en la Figura 2.6, en la que se grafica el momento de curvatura versus el ángulo de rotación de las aspas [10, 24, 25].

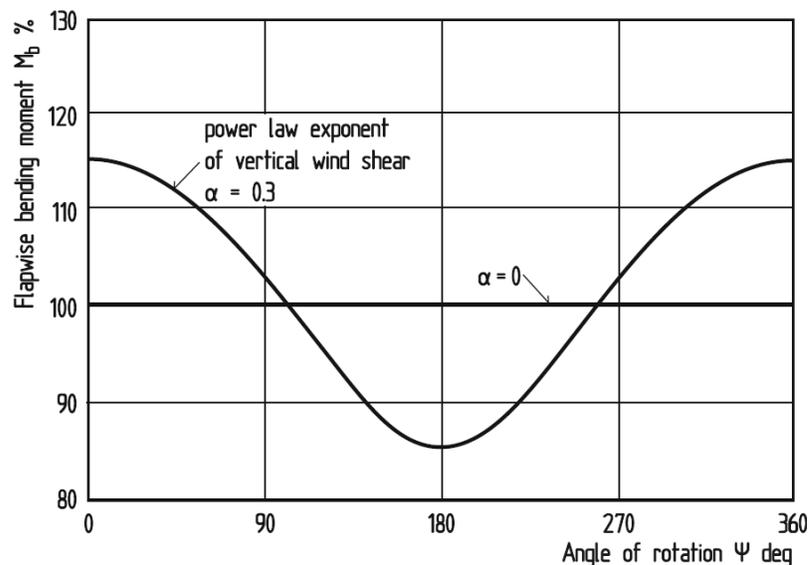


Figura 2.6: Momento de curvatura de un aspa donde  $\alpha$ , corresponde al factor que indica orden de viento cruzado en cada ciclo (razón de cambio de dirección del viento respecto a los  $90^\circ$ ), extraído de referencia [10].

## 2.2. Dinámica del aerogenerador

Como se explica en [26–28] se utiliza la teoría detrás del momento para explicar los principales fenómenos relacionados con la aerodinámica de los aerogeneradores. Así, los supuestos usados son: el aire es incompresible, el movimiento del fluido es constante y todos los parámetros a estudiar tienen el mismo valor en el área transversal de las aspas.

La energía cinética contenida en el viento que circula a una velocidad  $V_v$ , en una superficie de tamaño  $A$  (perpendicular a la dirección de la velocidad del viento) se detalla en la ecuación (2.1).

$$P_v = \frac{1}{2}\rho AV_v^3 \quad (2.1)$$

Donde  $P_v$  es la potencia del viento y  $\rho$  es la densidad del aire. De la expresión anterior, la turbina solo puede extraer una parte de esta potencia, como se detalla en la ecuación (2.2) [28, 29].

$$P_t = \frac{1}{2}\rho AV_v^3 C_p(t) \quad (2.2)$$

En donde  $C_p$  se denomina coeficiente de potencia, que es un parámetro sin dimensiones y representa la eficiencia del aerogenerador a la hora de transformar la potencia del viento en potencia mecánica. Este parámetro tiene una relación inversamente proporcional con la velocidad del viento, la velocidad de rotación de la turbina eólica, el ángulo *pitch* (ángulo de giro de las aspas) y de la razón de velocidad de punta ( $\lambda$ ), el cual viene dado por (2.3) [28, 29].

$$\lambda = \frac{R\Omega}{V_v} \quad (2.3)$$

Donde  $\Omega$  es la velocidad del eje y  $R$  es el radio del área transversal del aerogenerador. El coeficiente de potencia tiene asociado un límite teórico, el cual es llamado límite de Betz, que indica que la máxima potencia mecánica extraíble del viento es un 59,3%.

El torque del aerogenerador ( $T_t$ ) se obtiene de la relación (2.4) [28, 29].

$$T_t = \frac{P_t}{\Omega_t} = \frac{\rho\pi R^2 V_v^3}{2\Omega_t} C_p = \frac{\rho\pi R^3 V_v^2}{2\lambda} C_p = \frac{\rho\pi R^3 V_v^2}{2} C_t \quad (2.4)$$

En donde  $C_t$  es el coeficiente de torque que corresponde a  $C_p(\lambda) = \lambda C_t(\lambda)$ . Una forma de ver la dependencia de estos parámetros de acuerdo al ángulo de pitch y el parámetro  $\lambda$  se presenta en la Figura 2.7 [28, 29].

Una forma fácil de representar  $C_p$  es por medio de la ecuación (2.5) obtenida analíticamente, la cual varía de aerogenerador en aerogenerador. Esta ecuación, (2.5), es usada

comúnmente al ser capaz de ser ajustada a la mayoría de los aerogeneradores [30].

$$C_p = k_1 \left( \frac{k_2}{\lambda_i} - k_3 \beta - k_4 \beta^{k_5} - k_6 \right) \left( \exp\left(\frac{k_7}{\lambda_i}\right) \right) \quad (2.5)$$

$$\lambda_i = \frac{1}{\lambda + k_8} \quad (2.6)$$

Las constantes  $k_x$  (con  $x = 1, 2, \dots, 8$ ) son obtenidas de manera analítica para cada aerogenerador, las que se relacionan con sus características,  $\beta$  es el ángulo de pitch o de giro de las aspas y  $\alpha_i$  es el inverso de la velocidad de punta más un término constante que se obtiene al analizar las características mecánicas de este.

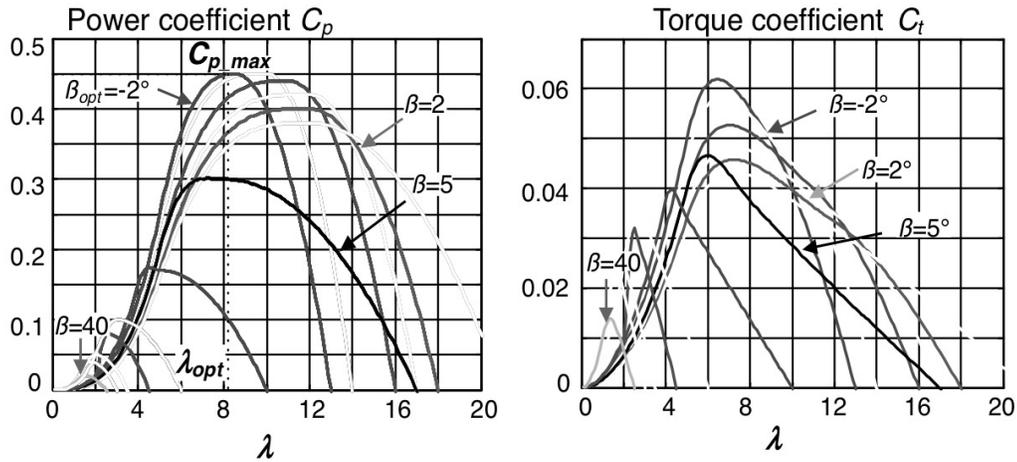


Figura 2.7: Curvas de  $C_p$  y  $C_t$  para distintos ángulos pitch, extraído de referencia [28].

### 2.3. Modelamiento de la máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM)

De acuerdo a varios autores [26–28, 30], en las turbinas eólicas se usan 2 máquinas principalmente.

- Máquina de inducción de doble alimentación
- Máquina síncrona de imanes permanentes

La máquina de inducción de doble alimentación, ha sido usada por años como para aplicaciones de velocidades variables. El estator está conectado directamente a la red y el rotor es alimentado por un convertidor bidireccional, el cual también está conectado a la red de manera directa. Usando controles vectoriales (VC), el cual es explicado en la sección 2.4, asegura generación de energía a frecuencia y voltaje nominal de la red independiente de la velocidad

del rotor. El principal objetivo del convertor es compensar la diferencia de velocidad entre el rotor y la velocidad síncrona de la máquina. Sus principales características son: tiene un rango de velocidad de operación acotado, el cual usualmente va entre -30 % a -20 %, requiere una electrónica de potencia de menor escala, se tiene control total sobre la potencia activa y reactiva, inyectada o absorbida de la red, necesita anillos de deslizamiento y necesita la presencia de una caja de cambios (la cual constituye su principal desventaja, debido a que aumenta las componentes que pueden fallar y excitan más modos de oscilación) [28,31].

La PMSM también es una máquina con dinámicas rápidas, lo que la vuelve útil en el área de generación de electricidad y, en especial, en los aerogeneradores eólicos. El costo principal de las máquinas proviene de los imanes permanentes, la presencia de estos permite reducir el costo de operación, al eliminar cualquier costo relacionado con los enrollados y las pérdidas asociados a estos. Operan a menores temperaturas por tener un rotor pasivo y no poseen corriente de magnetización, al sumar todos estos ahorros se obtiene finalmente que es una máquina de mayor eficiencia. En la Figura 2.8, se aprecia la interacción de ambas máquinas con los demás subsistemas del aerogenerador.

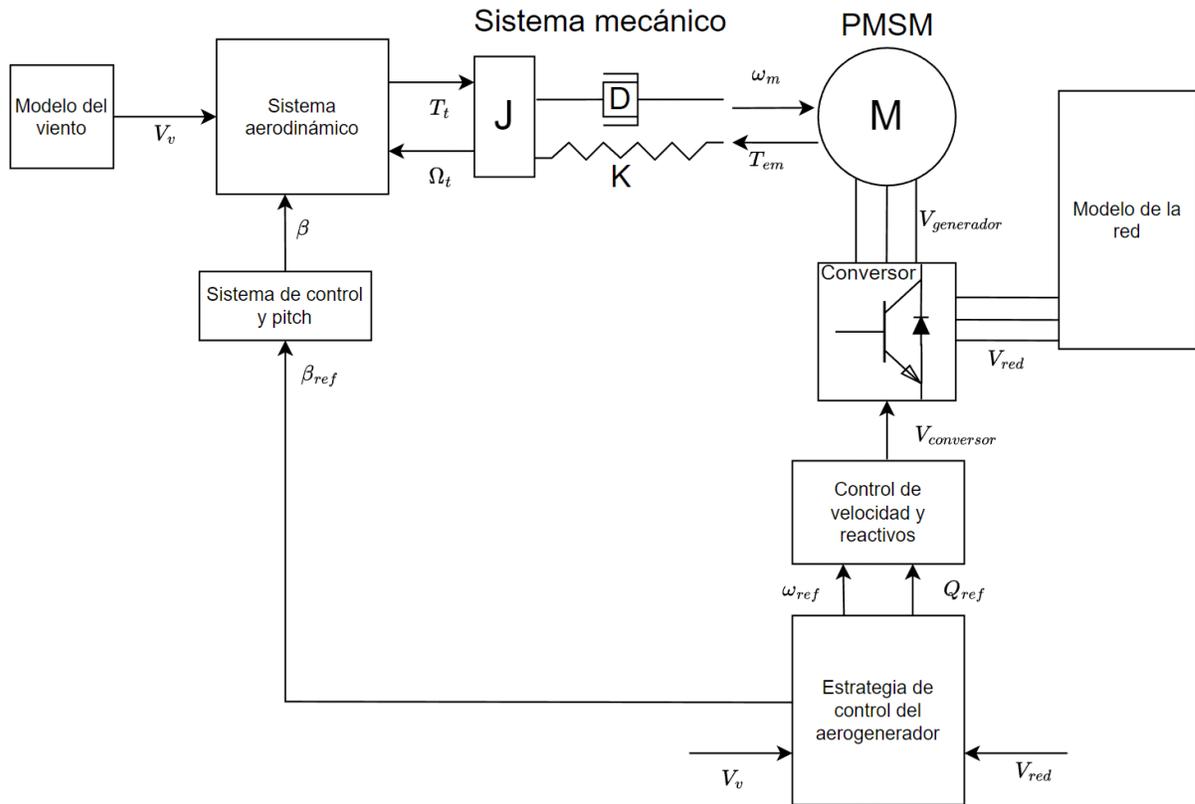


Figura 2.8: Diagrama de bloques para el modelamiento total de un aerogenerador.

Como se describe en [26,30], las PMSM surgieron en los años 1970 como la evolución de las antiguas máquinas de corriente continua (DC) de imanes permanentes, máquinas de imanes permanentes partidoras de líneas y máquinas de inducción alimentadas con convertidores de potencia. Estas máquinas presentan múltiples ventajas, convirtiéndolas en el principal

competidor de las máquinas de inducción. Las ventajas se mencionan a continuación: El costo de los materiales de los imanes permanentes ubicados en el rotor son el costo principal de la máquina. Por ejemplo, el costo de los imanes permanentes de la máquina en un vehículo híbrido eléctrico, corresponde al 81 % del valor total de los costos materiales [26, 30]. Sin embargo, la presencia de los imanes en el motor, permite reducir los costos de operación. Elimina la necesidad de cualquier tipo de enrollado o jaula, resultando en la eliminación de pérdidas en el cobre del rotor. El rotor, al ser un pasivo, es decir, al no ser controlado, no produce calor, lo que le permite operar a menores temperaturas. A diferencia de los motores de inducción, no poseen corriente de magnetización del estator. Al circular menores corrientes por el estator, ayuda a disminuir las pérdidas de los enrollados del cobre en este. Al sumar todos estos ahorros energéticos, le permite a la máquina ser más eficiente [26, 30].

El avance de la crisis medioambiental, ha obligado a cada vez tomar más acciones para proteger el ambiente. Un factor decisivo, son las emisiones de  $CO_2$ , las que deben ser consideradas a la hora de comparar estas máquinas con los demás tipos.

El uso de imanes permanentes permite que exista una alta densidad de flujo en el entrehierro, sumado a necesitar un rotor de menores dimensiones debido a lo anterior, y por ende, menor peso. Esto permite que se puedan diseñar motores con mayor densidad de potencia y torque [27, 28]. La mayor densidad de torque de estas máquinas, no solo mejora su operación en condiciones de régimen permanente, sino que también, mejora sus respuestas dinámicas. Estas características, en conjunto con la simplicidad de la máquina y la controlabilidad del motor, las convierte en una buena alternativa para opciones de accionamiento de alto rendimiento. La simplicidad del modelo matemático deriva del hecho de que no existe una dinámica eléctrica en el rotor. Un modelo simple de rotor, conduce a un sistema de control simple y a un mayor rendimiento de control.

### **2.3.1. Ecuaciones de la máquina síncrona de imanes permanentes**

En esta sección se presentan de manera general las ecuaciones de la PMSM.

En una PMSM de dos fases, los enrollados del estator y del rotor están separados en  $90^\circ$ , tal como se muestra en la Figura 2.9.

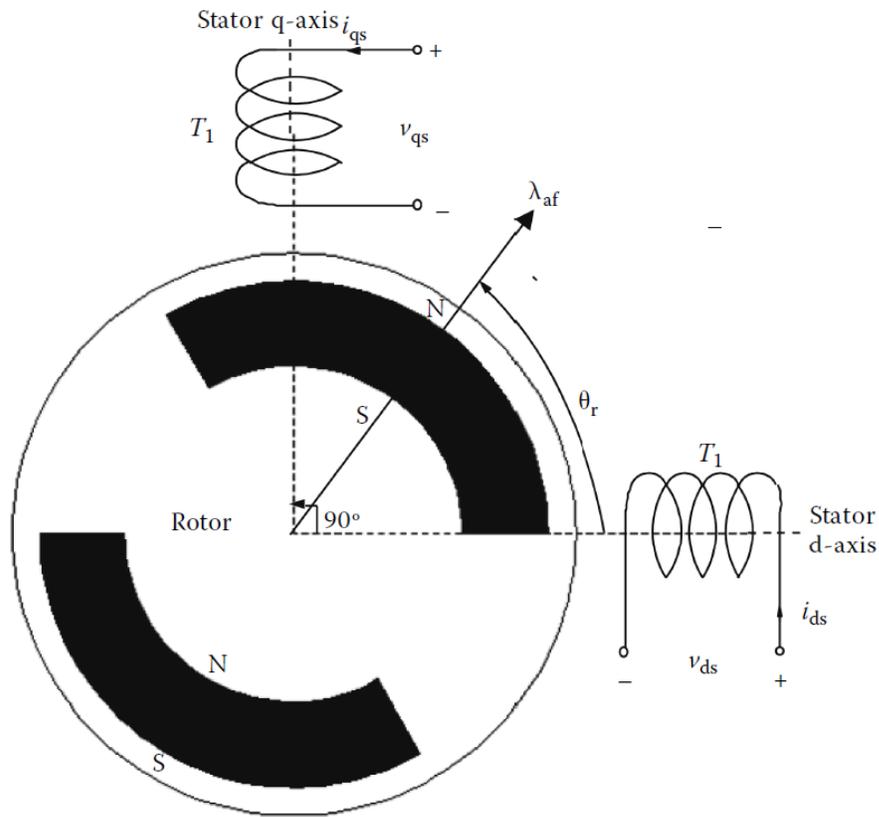


Figura 2.9: Diagrama de una máquina síncrona de imanes permanentes de dos fases, extraído de referencia [26,27].

Se realizaron los siguientes supuestos para obtener el modelo de la máquina:

1. Los enrollados del estator están balanceados con fuerzas magnetomotrices sinusoidalmente distribuidas.
2. La inductancia versus la posición del rotor es sinusoidal.
3. La saturación de los imanes y los cambios en los parámetros, dado distintos puntos de operación, son despreciables.
4. El modelo se realiza utilizando coordenadas dq, las cuales son obtenidas según lo indicado en el Anexo C.

Para este caso, se asumirá que el eje  $q$ , guía al eje  $d$  en una dirección en contra horaria de la rotación del rotor. Las corrientes y voltajes de los enrollados del estator están señalados en la Figura 2.9. Se asume una máquina de un par de polos para la figura antes mencionada, pero se puede generalizar para un número  $P$  cualquiera de pares de polos. Note que  $\theta_r$  es la posición eléctrica del rotor, que se obtiene al multiplicar la posición mecánica del rotor por el número de polos eléctricos.

Tal como se describe en [27,30], los voltajes  $d$  y  $q$  del estator, pueden ser derivados de las caídas de voltaje, de las resistencias y las derivadas de los flujos enlazados en los enrollados

del estator.

$$v_{qs} = R_q i_{qs} + \frac{d\lambda_{qs}}{dt} \quad (2.7)$$

$$v_{ds} = R_d i_{ds} + \frac{d\lambda_{ds}}{dt} \quad (2.8)$$

Donde  $v_{qs}$  y  $v_{ds}$  son los voltajes de los enrollados en los ejes  $d$  y  $q$ ,  $i_{qs}$  y  $i_{ds}$  son las corrientes de los enrollados en los ejes  $d$  y  $q$ ,  $R_d$  y  $R_q$  son las resistencias del estator en los ejes  $d$  y  $q$ , y  $\lambda_{qs}$  y  $\lambda_{ds}$  son los flujos enlazados en los enrollados del estator en los ejes  $d$  y  $q$ .

El flujo enlazado por los embobinados del estator puede ser escrito como la suma de los flujos enlazados, dado que tienen su propia excitación y que los flujos enlazados mutuos, corresponden a los generados por las corrientes de los demás enrollados y las fuentes magnéticas. Notar que el flujo enlazado del rotor tiene una componente que va de acuerdo a los ejes en cuadratura. Esto es debido a que se asume que los flujos van concentrados a lo largo de su eje y son dependientes de la posición de este. Finalmente, los flujos del estator pueden ser escritos como se muestran en las ecuaciones (2.9) y (2.10):

$$\lambda_{qs} = L_{qq} i_{qs} + L_{qd} i_{ds} + \lambda_{af} \cdot \sin\theta_r \quad (2.9)$$

$$\lambda_{ds} = L_{dq} i_{qs} + L_{dd} i_{ds} + \lambda_{af} \cdot \cos\theta_r \quad (2.10)$$

Donde  $\theta_r$  es la posición instantánea del rotor. Al asumir que la máquina opera de forma balanceada, se tiene que las resistencias son iguales entre sí, es decir,  $R_s = R_d = R_q$ . Las resistencias  $d$  y  $q$  del estator pueden ser escritas en función del flujo enlazado y las caídas resistivas de voltaje, como se muestra a continuación.

$$v_{qs} = R_s i_{qs} + i_{qs} \frac{dL_{qq}}{dt} + L_{qq} \frac{di_{qs}}{dt} + L_{qd} \frac{di_{ds}}{dt} + i_{ds} \frac{dL_{qd}}{dt} + \lambda_{af} \frac{d\sin(\theta_r)}{dt} \quad (2.11)$$

$$v_{ds} = R_s i_{ds} + i_{qs} \frac{dL_{qd}}{dt} + L_{qd} \frac{di_{qs}}{dt} + L_{dd} \frac{di_{ds}}{dt} + i_{ds} \frac{dL_{dd}}{dt} + \lambda_{af} \frac{d\cos(\theta_r)}{dt} \quad (2.12)$$

Las inductancias  $L_{qq}$  y  $L_{dd}$  son las autoinductancias de los enrollados de los ejes  $d$  y  $q$ .  $L_{qd}$  y  $L_{dq}$  son las inductancias mutuas de los enrollados entre los ejes  $d$  y  $q$ . Las inductancias son funciones que dependen de la posición del rotor. Considere el caso del eje  $d$  cuando la posición del rotor está en cero. En esa posición, el eje  $d$  de los enrollados del estator están alineados con los imanes de la máquina. El tamaño del flujo enlazado es aumentado debido a la posición de los imanes. La permeabilidad relativa de los imanes a la permeabilidad relativa del aire, por ende, la reluctancia del flujo por ese paso aumenta y por ende la inductancia de ese enrollado disminuye. Esta posición corresponde a la mínima inductancia, de  $L_d$ . A medida que el rotor se mueve en sentido antihorario, la reluctancia disminuye y por ende, la inductancia aumenta hasta que alcanza su máximo en los  $90^\circ$  (eléctricos). En esa posición, llamada posición de cuadratura, el flujo del eje  $d$  ya no se encuentra con los imanes, solo aire y hierro de la máquina, alcanza su máximo valor. La inductancia en esa posición se conoce como  $L_q$ . Como los enrollados están distribuidos de tal manera de entregar una fuerza electromotriz de forma sinusoidal, las inductancias mutuas pueden ser definidas como funciones cosenoidales

de dos veces la posición del rotor desde el eje  $d$ , que corresponde a la realidad física descrita anteriormente. Por ende, las autoinductancias de ambos ejes pueden ser descritas como se muestran en las ecuaciones (2.13) y (2.14).

$$L_{qq} = \frac{1}{2} [(L_q + L_d) + (L_q - L_d)\cos(p\theta_r)] \quad (2.13)$$

$$L_{dd} = \frac{1}{2} [(L_q + L_d) - (L_q - L_d)\cos(p\theta_r)] \quad (2.14)$$

Recordar que el factor  $p$ , corresponde al número de polos. La inductancia mutua entre los enrollados de los ejes  $q$  y  $d$  son cero si el rotor es cilíndrico y suave, debido a que el flujo generado por una corriente en un enrollado no se va a enlazar en el otro. Como en la máquina de imanes permanentes están presentes los imanes dentro del rotor, al no ser suave, parte del flujo de un enrollado se enlaza en el otro. Tanto cuando la posición del rotor es  $0^\circ$  y  $90^\circ$ , la inductancia mutua es cero, pero es máximo en un ángulo de  $-45^\circ$  (en máquinas de imanes permanentes  $L_q > L_d$ , siempre). Asumiendo una variación sinusoidal del flujo, la inductancia mutua entre los enrollados de los ejes  $q$  y  $d$  está dado por la ecuación (2.15).

$$L_{qd} = \frac{1}{2}(L_d - L_q)\sin(p\theta_r) \quad (2.15)$$

Reemplazando las ecuaciones de las inductancias e inductancias mutuas en la ecuación de voltaje del estator (2.7) y (2.8), se obtienen las ecuaciones finales de la máquina.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{qs} \\ V_{ds} \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} L_1 + L_2\cos(p\theta_r) & -L_2\sin(p\theta_r) \\ -L_2\sin(p\theta_r) & L_1 - L_2\cos(p\theta_r) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} \\ &+ 2\omega_r L_2 \begin{bmatrix} -\sin(p\theta_r) & -\cos(p\theta_r) \\ -\cos(p\theta_r) & \sin(p\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \lambda_{af}\omega_r \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.16)$$

Con  $L_1 = \frac{1}{2}(L_q + L_d)$  y  $L_2 = \frac{1}{2}(L_q - L_d)$ . Para el modelo anterior, se asumió que la máquina opera en la zona lineal.

### 2.3.2. Transformación de ecuaciones al sistema de referencia al rotor

El sistema de referencia del rotor tiene dos ejes ortogonales fijos en el rotor, un eje longitudinal ( $d$ ) que está alineado con el eje magnético de los polos de la máquina y uno junto a un eje de cuadratura ( $q$ ) perpendicular al eje  $d$ , adelantado en  $90^\circ$  en el sentido de rotación del rotor. Una forma clara de describirlo es con la Figura 2.10. Donde se transforma de un sistema de referencia  $DQ$  al sistema  $dq$  de referencia del rotor. Esto se logra mediante la proyección de los ejes  $f_D$  y  $f_Q$  sobre el eje  $d$ . Luego la suma de las componentes de ambas proyecciones entregan el eje  $f_d$ . Se repite el mismo procedimiento para el eje  $f_q$ . El ángulo  $\theta_d$ , es el ángulo entre los ejes del sistema estacionario con el sistema de referencia del rotor en su sentido de giro, medido en ángulos eléctricos. Depende de la velocidad del rotor y el ángulo inicial [26, 27, 30].

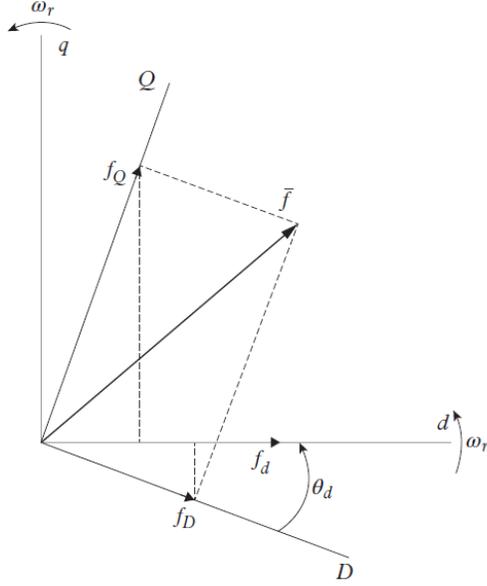


Figura 2.10: Sistema de transformada del sistema estacionario del estator al rotor, extraído de referencia [30].

La transformada matricial se logra mediante la ecuación (2.17).

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_d & \sin\theta_d \\ -\sin\theta_d & \cos\theta_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_D \\ f_Q \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Donde

$$\theta_d = \int_0^t \omega_r dt + \theta_{d0} \quad (2.18)$$

### 2.3.3. Ecuaciones de la máquina al sistema de referencia del rotor

Al multiplicar la matriz de transformación (2.17) en ambos lados del sistema de ecuaciones (2.7) y (2.8), se obtienen las siguientes ecuaciones para los voltajes del estator en el sistema de referencia del rotor. Las ecuaciones son (2.19) y (2.20) [27, 30, 32].

$$v_d = R_s i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega_r \lambda_q \quad (2.19)$$

$$v_q = R_s i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega_r \lambda_d \quad (2.20)$$

Donde los flujos corresponden a  $\lambda_d = L_d i_d + \lambda_m$ ,  $\lambda_q = L_q i_q$  y  $\lambda_m$  corresponde al máximo flujo enlazado por cada fase. Finalmente, se pueden construir circuitos equivalentes para cada una de las fases, como se muestra en la Figura 2.11.

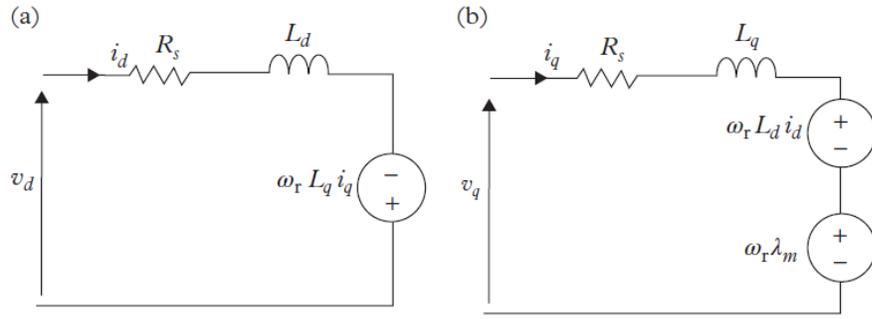


Figura 2.11: Circuitos equivalentes para cada una de las fases del motor de imanes permanentes, extraído de referencia [30, 32]

Al hacer estas transformadas es evidente notar que se logró obtener circuitos equivalentes para cada una de las fases, al igual que un motor DC con excitación independiente. La diferencia principal radica, en que ambos circuitos presentan una dependencia mediante voltajes relacionados con las velocidades y corrientes correspondientes al otro eje.

De los circuitos equivalentes anteriores se pueden desprender las siguientes ecuaciones para la máquina.

$$P_{in} = \frac{3}{2}(v_d i_d + v_q i_q) \quad (2.21)$$

$$P_{el} = \frac{3}{2}\omega_r(\lambda_d i_q) \quad (2.22)$$

$$T_e = \frac{3}{2}p[\lambda_m + (L_d + L_q)i_d]i_q T_m = \frac{P_m}{\omega_m} \quad (2.23)$$

Donde la  $P_{in}$  corresponde a la potencia instantánea de entrada,  $P_{el}$  corresponde a la potencia electromagnética que corresponde a la potencia mecánica más las pérdidas del rotor,  $T_e$  corresponde al torque eléctrico de la máquina y  $T_m$  corresponde al torque mecánico.

### 2.3.4. Modos de operación del PMSM

Es evidente, al ver las ecuaciones de la sección anterior, que la máquina puede operar en 6 modos diferentes, dos modos como generador y dos modos como motor. Estos dos modos de operación como máquina o como generador vienen dados por el ángulo de carga ( $\delta$ ). Es el ángulo entre la fuerza magneto-motriz (fmm) del estator y la fuerza magneto-motriz del rotor. Cuando este ángulo es positivo, la máquina opera como generador, cuando es negativo como motor [26, 30].

#### 2.3.4.1. Operación como motor

Cuando la máquina recibe torque con valores mayores a 0 desde el sistema mecánico, va a operar como motor. El modo de operación como motor va a depender específicamente del sistema de control.

Cuando el torque es mayor a cero, el ángulo de carga es menor a cero, la potencia reactiva es 0 y la potencia activa es negativa, se dice que opera como motor unitario. Si la potencia activa como reactiva es menor que 0, se dice que opera como motor sub excitado. Si la potencia activa es menor que 0, pero la reactiva es mayor que 0, se dice que opera como motor sobreexcitado [26, 30].

#### **2.3.4.2. Operación como generador**

Cuando la máquina recibe torque con valores menores a 0 desde el sistema mecánico, va a operar como motor. El modo de operación como motor va a depender específicamente del sistema de control.

Cuando el torque es menor a cero, el ángulo de carga es mayor a cero, la potencia reactiva es 0 y la potencia activa es positiva, se dice que opera como generador unitario. Si tanto la potencia activa como reactiva es mayor que 0, se dice que opera como generador sobreexcitado. Si la potencia activa es mayor que 0, pero la reactiva es menor que 0, se dice que opera como generador sub excitado [26, 30].

## **2.4. Lazos de control**

En las siguientes secciones se procederá a detallar los lazos de control que rigen el comportamiento del control vectorial de la máquina y del convertidor *back-to-back* conectado a la red, respectivamente.

### **2.4.1. Control vectorial (VC) orientado en flujo de la máquina síncrona de imanes permanentes**

En una máquina de corriente alterna (CA), los dos campos que contribuyen al torque.

El objetivo principal de un método de control vectorial (VC) es hacer que los dos campos magnéticos que no son independientes, ni ortogonales en general en las máquinas de corriente alterna (CA), sean campos independientes y perpendiculares tanto como sea posible. Por lo tanto, una máquina de CA excitada por separado puede parecerse al rendimiento de una máquina DC bajo el VC, a pesar de poseer construcciones totalmente diferentes de los dos tipos de máquinas. Un sistema VC, es un sistema de control rápido comparado al desempeño de una máquina bajo control escalar (SC), la diferencia es notoria. Esto se debe a que la diferencia principal entre SC y VC, es el hecho de que para el control escalar se utiliza un modelo de estado estacionario de la máquina para determinar las variables comandadas del inversor, en VC, un modelo dinámico de la máquina se utiliza con el mismo propósito. Cuando se usa un modelo de estado estacionario en el control de una máquina, el sistema puede ajustar las variables de la máquina a sus valores ordenados en estado estacionario. Sin embargo, no modela los cambios transientes de las variables durante los cambios en la operación. Es por esta razón, que en un control escalar no se puede asegurar velocidad en el controlador, otra diferencia es la precisión de los controladores, dado el punto anterior. Un claro ejemplo del control escalar es el control  $V/f$  [27, 30].

El objetivo del control vectorial es separar el torque/velocidad del control del flujo, tal

como se hace en las máquinas DC. Esto se puede lograr mediante el control de velocidad por la corriente  $i_d$  y controlar el flujo con  $i_q$ . Recordando que esto no es del todo posible debido a los acoplamientos entre ejes, los que se observan en (2.26) y (2.27). Recordando las ecuaciones de voltajes del estator las cuales son:

$$v_d = R_s i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega_r L_q i_q \quad (2.24)$$

$$v_q = R_s i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega_r L_d i_d + \omega_r \lambda_m \quad (2.25)$$

Es evidente la no linealidad de ambas ecuaciones, en donde los términos no lineales son dominantes a velocidades altas. Para solucionar este problema, se linealizan en torno a un punto las ecuaciones. Los puntos utilizados son  $v_d^* = v_{d1} + v_{d0}$  y  $v_q^* = v_{q1} + v_{q0}$ . Donde con los términos  $v_{d0}$  y  $v_{q0}$  son determinados como señales por feedforward, donde sus valores son los dados en las ecuaciones (2.26) y (2.27), los cuales actúan como elementos de compensación.

$$v_{d0} = -\omega_r L_q i_q^* \quad (2.26)$$

$$v_{q0} = \omega_r L_d i_d^* + \omega_r \lambda_m \quad (2.27)$$

Finalmente, las funciones de transferencia (TF) de ambas plantas corresponden a las ecuaciones (2.28) y (2.29).

$$G_d = \frac{1}{L_d s + R_s} \quad (2.28)$$

$$G_q = \frac{1}{L_q s + R_s} \quad (2.29)$$

Para controlar la velocidad mecánica del eje del rotor se realiza un supuesto de que el sistema mecánico sigue una dinámica de primer orden dada por las ecuaciones (2.30) y (2.31), en donde la ecuación se expresa como una TF en función de  $\frac{\omega_r}{T_{neto}}$  [26, 30].

$$Tm = B\omega_r + J \frac{d\omega_r}{dt} + T_e \quad (2.30)$$

$$TF = \frac{1}{B + Js} \quad (2.31)$$

En donde la potencia mecánica se calcula como  $P_m = \omega_r T_m$ ,  $B$  es el coeficiente de roce viscoso,  $J$  la constante de inercia del sistema y  $T_e$  es el torque electromagnético de la máquina.

Una vez determinada la planta, se utiliza el método del lugar geométrico de la raíz para sintonizar los controladores, de modo de cumplir los requerimientos impuestos por el diseñador.

En la Figura 2.12 se presenta el diagrama de control de la velocidad y del voltaje del PMSM. Donde el sub índice *ref* indica que corresponde al valor de referencia.

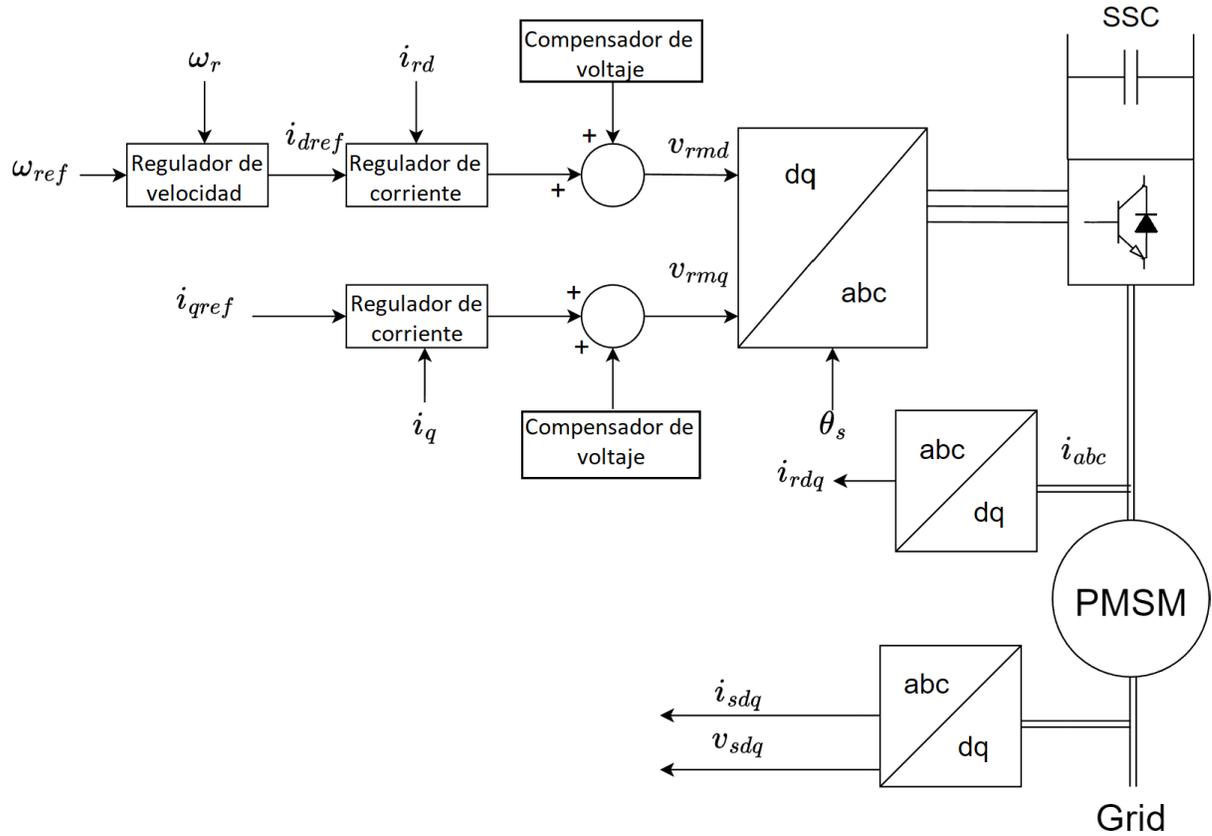


Figura 2.12: Lazo de control del estator.

## 2.4.2. Control vectorial del convertidor conectado a la red

El convertidor conectado a la red se controla de forma de balancear el flujo de potencia entre el rotor y el estator. Esto significa que, despreciando las pérdidas, en estado estacionario las corrientes en el link DC inyectadas desde el rotor y el estator son iguales.

Para obtener el balance de potencia en el convertidor, se regula la tensión a un valor  $V_{dc}^*$ . Como el control es vectorial se logra que las componentes de baja frecuencia de las corrientes sean iguales en estado estacionario (debido a que  $C\dot{V}_{dc} = I_{red} - I_{rotor}$ ) [26, 28].

Del regulador del voltaje del enlace DC, su salida es la referencia de la corriente del eje directo. Para regular la potencia reactiva, se controla la corriente en cuadratura. Teniendo la precaución de no sobrepasar la potencia máxima del convertidor.

El controlador se diseña principalmente con modelos de señal pequeña. Considerando corrientes constantes y despreciando pérdidas se tiene la ecuación (2.32) [26, 28].

$$V_{dc}I_r = P_r = \omega_s T_{em} \quad (2.32)$$

Asumiendo además que la velocidad del rotor es constante, durante la regulación, ya que es una variable lenta, se tiene la ecuación (2.33):

$$I_r = \frac{P_r}{V_{dc}} \quad (2.33)$$

Asimismo, para la potencia del lado de la red se tiene la relación dada por la ecuación (2.34).

$$V_{dc}I_g = P_g = \frac{2}{3}V_{gd}I_d \rightarrow I_g = \frac{2}{3} \frac{V_{gd}I_d}{V_{dc}} \quad (2.34)$$

La relación de ambas corrientes queda dada por la ecuación (2.35).

$$C \frac{dV_{dc}}{dt} = I_g - I_r \quad (2.35)$$

Donde  $C$  es la capacitancia del link entre ambos convertidores. La expresión anterior no es lineal, por ende, se usa modelo de pequeña señal para linealizar en torno al punto de operación (se usa el punto de régimen estacionario). Las ecuaciones (2.33) y (2.34) quedan como se muestra en las ecuaciones (2.36) y (2.37) respectivamente.

$$\Delta I_r = -\frac{P_r}{V_{dc}^2} \Delta V_{dc} \quad (2.36)$$

$$\Delta I_g = -\frac{P_g}{V_{dc}^2} \Delta V_{dc} + \frac{2}{3} \frac{V_g}{V_{dc}} \Delta I_d \quad (2.37)$$

Usando transformada de pequeña señal en (2.35) y reemplazando con las ecuaciones (2.36) y (2.37) se concluye con la siguiente ecuación (2.38).

$$C \frac{d\Delta V_{dc}}{dt} = -\frac{P_g - P_r}{V_{dc}^2} \Delta V_{dc} + \frac{2}{3} \frac{V_g}{V_{dc}} \Delta I_d \quad (2.38)$$

Se busca balancear las potencias inyectadas desde el rotor y hacia la red, asimismo, en estado estacionario estas potencias son iguales, simplificando (2.32) en la ecuación (2.39), como se muestra a continuación.

$$C \frac{d\Delta V_{dc}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{V_g}{V_{dc}} \Delta I_d \quad (2.39)$$

La planta sobre la cual se sintoniza el controlador del regulador de voltaje del link DC, viene dada por la función de transferencia en función de  $\frac{\Delta V_{dc}}{\Delta I_d}$ , como se muestra en la ecuación

(2.40).

$$\frac{\Delta V_{dc}}{\Delta I_d} = \frac{\frac{2}{3} \frac{V_g}{V_{dc}}}{Cs} \quad (2.40)$$

La función de transferencia para sintonizar el regulador de corriente viene dado por las características del filtro usado, el usado en este proyecto viene dada por la siguiente función de transferencia en función de  $\frac{\Delta I_{dq}}{V_{dq}}$ , como se muestra en la ecuación (2.41).

$$TF = \frac{1}{Ls + R} \quad (2.41)$$

Finalmente, el esquema de control del *grid-side converter* (GSC) queda como se muestra en la Figura 2.13.

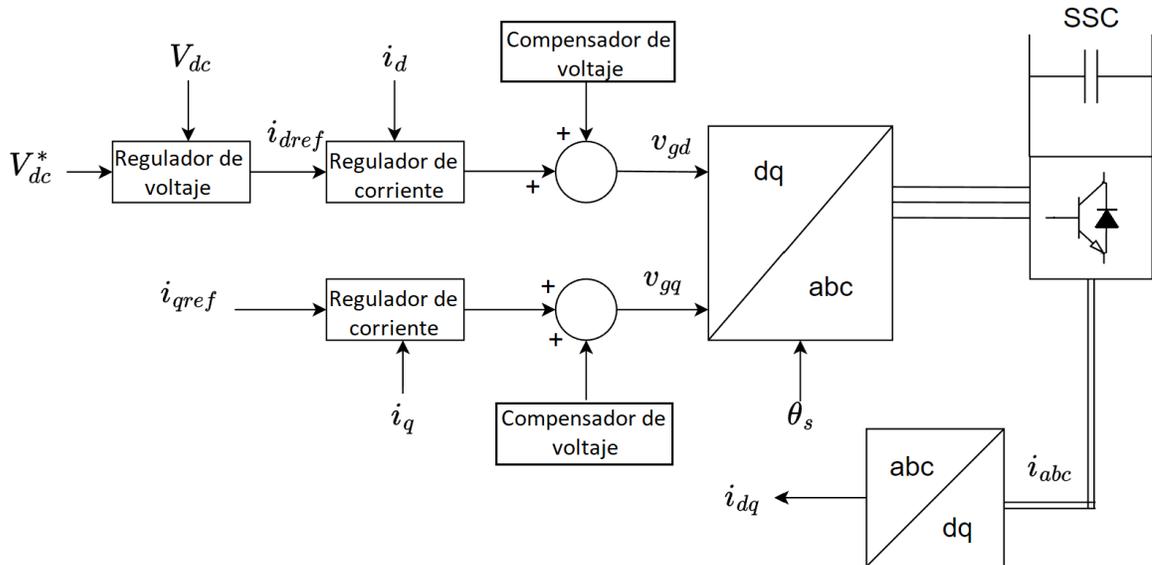


Figura 2.13: Lazo de control *grid-side converter*.

## 2.5. Modelamiento vibracional del sistema mecánico de un aerogenerador

En esta sección se presentan modelos de la literatura del sistema mecánico de un aerogenerador, combinando el método de elementos finitos en conjunto con la técnica de derivación de ecuaciones de movimiento de Lagrange. Se presenta como se derivan las ecuaciones de elementos finitos del aspa y luego como se combinan ambas técnicas para obtener las ecuaciones del movimiento de todo el sistema mecánico, obteniendo las ecuaciones no lineales de movimiento del sistema.

Como se puede apreciar en [33–37], el modelamiento del aspa se realizó usando la técnica de elementos finitos. En estos trabajos se realiza el modelamiento del aspa usando 5 elementos finitos en promedio. Las vibraciones de cada uno de estos elementos se incorpora a las ecuaciones del sistema mediante un lagrangiano, procedimiento el cual se explicará más adelante. En estos trabajos, las matrices de formas nodales (matrices de vectores propios) y, por ende, las deformaciones del aspa se aproximan mediante la técnica del método del modo asumido. Técnica la cual, mediante la aproximación entregada al resolver la ecuación (2.42), se obtienen las formas modales y se puede simular con un menor costo computacional.

$$N_i(x) = \frac{1}{\sqrt{\rho L}} [\cosh(\lambda_i x) - \cos(\lambda_i x) - \alpha_i (\sinh(\lambda_i x) - \sin(\lambda_i x))] \quad (2.42)$$

Donde  $\rho$  y  $L$  corresponde a la densidad de masa por unidad de largo y el largo del aspa. El parámetro  $\lambda_i$ , se obtiene al resolver la siguiente ecuación trascendental.

$$\cos(\lambda_i L) \cosh(\lambda_i L) + 1 = 0 \quad (2.43)$$

Y el parámetro  $\alpha_i$ , está dado por la siguiente ecuación.

$$\alpha_i = \frac{\sinh(\lambda_i L) - \sin(\lambda_i L)}{\cosh(\lambda_i L) + \cos(\lambda_i L)} \quad (2.44)$$

Al sustituir los valores obtenidos gracias a la aproximación de la técnica del método del modo asumido, se pueden obtener un aproximado de las deformaciones [33–37].

La técnica de elementos finitos utiliza métodos de interpolación para modelar y resolver problemas asociados a problemas vibratorios en sistemas continuos (sistemas tales como: vigas, barras, placas, etc...). El método consiste en la interpolación de estructuras, para resolver problemas vibratorios de sistemas continuos. Este método es muy útil también para modelar sistemas con formas geométricas inusuales. Esta técnica comienza por dividir una estructura en pequeños elementos, este proceso se conoce como "discretización". Cada elemento, usualmente, es simple y puede ser una viga, una barra, una placa o como se comentará más adelante, cilindros huecos. Cada elemento además tiene asociadas ecuaciones de movimiento que se pueden resolver/aproximar. Cada elemento posee nodos, los cuales son los puntos terminales de cada elemento, lugares en donde ocurren las vibraciones y se conectan al elemento siguiente. El conjunto de elementos y nodos se conoce como *malla de elementos finitos*. Las ventajas de los elementos finitos, en el modelamiento de estructuras, son: cumplir fácilmente con los requerimientos de continuidad para la convergencia del sistema, no es difícil modelar las diferentes geometrías de estructuras, la precisión de la solución se aumenta al incrementar el número de elementos, las funciones de formas nodales son polinomios, por ende, su integración y derivación para su aplicación es directa y, por último, las coordenadas generalizadas en la solución representan desplazamientos, por ende sus derivadas, poseen un significado físico [36–39].

Para cada elemento finito se deben definir sus ecuaciones de movimiento. Las soluciones de las ecuaciones de movimiento se aproximan por combinaciones lineales de polinomios de bajo orden. Cada una de las soluciones individuales debe ser la misma que las soluciones de los elementos adyacentes en los nodos comunes (condición de continuidad). Estas soluciones se acoplan en un procedimiento llamado ensamblado, lo que resulta en matrices de masa y

rigidez globales del sistema, las cuales, forman parte de la ecuación diferencial de segundo orden que describe de manera aproximada el comportamiento vibratorio del sistema.

La ecuación diferencial de segundo orden que rige el comportamiento dinámico del sistema está dado por la siguiente ecuación [36,39].

$$M \cdot \ddot{x} + C \cdot \dot{x} + K \cdot x = u \quad (2.45)$$

Donde  $M$  es la matriz de masas del sistema,  $C$  la matriz de amortiguamiento proporcional del tipo Rayleigh,  $K$  la matriz de rigidez del sistema y  $u$  corresponde a las fuerzas externas aplicadas al sistema. Esta técnica realiza una aproximación al comportamiento vibratorio del elemento modelado mediante masas, resortes y elásticos, como se puede apreciar en la Figura 2.14 [38].

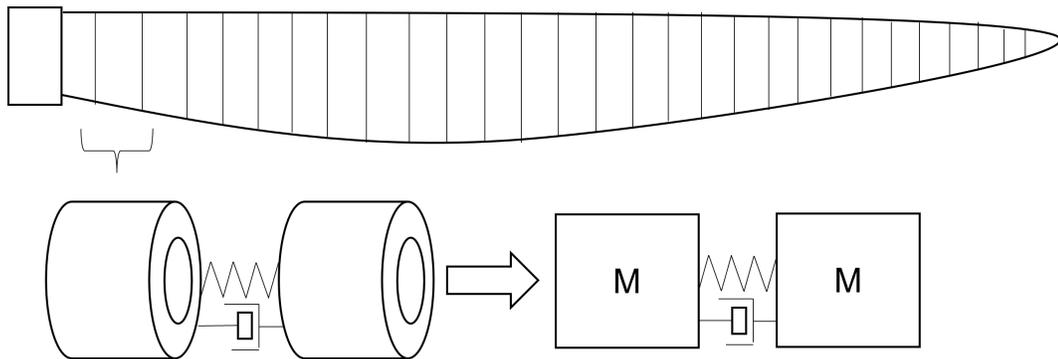


Figura 2.14: Aproximación realizada mediante la técnica de elementos finitos.

A continuación se explicará como se modelan los elementos de vigas, técnica utilizada para el modelamiento del asa.

### 2.5.1. Elemento de viga

Como se describe en [34,35,40], consideremos un elemento de viga como el de la Figura 2.15. Las coordenadas corresponden a dos desplazamientos verticales  $u_1$  y  $u_3$  y dos desplazamientos rotacionales  $u_2$  y  $u_4$ , es decir, cada nodo se modela con 2 grados de libertad. Cuando se tienen dos elementos adyacentes, como en la Figura 2.15, los modos  $u_3, u_4, u_5, u_6$  actúan como un modo de desplazamiento vertical y uno rotacional.

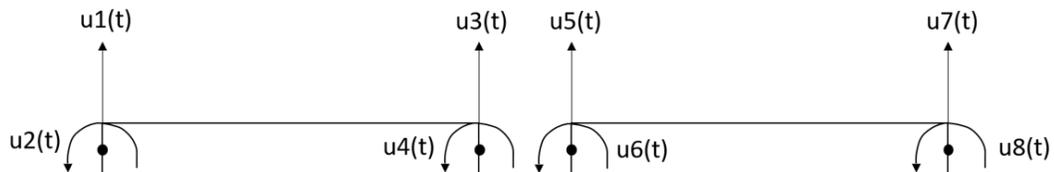


Figura 2.15: Momentos de dos elementos finitos de una viga.

La ecuación de movimiento estacionaria debe satisfacer la siguiente ecuación:

$$EI(x) \cdot \frac{d^4 u(x, t)}{dx^4} = 0 \quad (2.46)$$

Donde  $E$  es la constante de elasticidad de Young e  $I(x)$  son los momentos de inercia de cada elemento. Integrando la ecuación anterior se obtiene el polinomio descrito en la ecuación (2.47):

$$u(x, t) = c_1(t)x^3 + c_2(t)x^2 + c_3(t)x + c_4(t) \quad (2.47)$$

Donde  $c_i(t)$  son constantes de integración con respecto a la variable espacial  $x$ . La ecuación 2.47, se utiliza para aproximar el desplazamiento transversal dentro del elemento.

Siguiendo el mismo procedimiento de la sección anterior, los desplazamientos  $u_i(t)$  deben satisfacer las condiciones de borde, dadas en:

$$\begin{aligned} u(0, t) &= u_1(t) \\ \frac{du}{dx}(0, t) &= u_2(t) \\ u(l, t) &= u_3(t) \\ \frac{du}{dx}(l, t) &= u_4(t) \end{aligned} \quad (2.48)$$

A partir de las ecuaciones vistas en este capítulo se pueden despejar las constantes de integración, obteniendo:

$$\begin{aligned} c_1(t) &= \frac{1}{l^3} [2 \cdot (u_1 - u_3) + l \cdot (u_2 - u_4)] \\ c_2(t) &= \frac{1}{l^2} [3 \cdot (u_3 - u_1) - l \cdot (2 \cdot u_2 + u_4)] \\ c_3(t) &= u_2(t) \\ c_4(t) &= u_1(t) \end{aligned} \quad (2.49)$$

Reemplazando los coeficientes de la ecuación (2.47) y reordenando, se obtienen una aproximación para el desplazamiento  $u(x, t)$  en función de los desplazamientos nodales:

$$\begin{aligned} u(x, t) = \left[ 1 - 3\frac{x^2}{l^2} + 2\frac{x^3}{l^3} \right] u_1(t) + l \left[ \frac{x}{l} - 2\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_2(t) + \left[ 3\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} \right] u_3(t) \\ + l \left[ -\frac{x^2}{l^2} + \frac{x^3}{l^3} \right] u_4(t) \end{aligned} \quad (2.50)$$

Luego, reemplazando las soluciones aproximadas en las ecuaciones de energía, se obtienen las matrices de masa y rigidez. Las matrices de masa y rigidez para cada elemento corres-

ponden a las ecuaciones (2.51) y (2.52):

$$M = \frac{\rho A l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

$$K = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & -2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

Donde la ecuación (2.51) corresponde a la matriz modal de masa de cada elemento y (2.52) corresponde a la matriz de rigidez del mismo, además,  $\rho$  es la densidad de masa del material del aspa,  $A$  el área de cada elemento,  $l$  el largo de cada elemento,  $E$  es el coeficiente de elasticidad de Young e  $I$  es el momento de inercia de cada elemento. Para obtener la matriz de amortiguamiento de Rayleigh, se define la matriz de la siguiente forma:  $C = a_0 \cdot M + a_1 \cdot K$ . Donde los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  se definen como se muestra en la ecuación (2.53) y en la Figura 2.16 [37].

$$a_0 = \frac{4\pi f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} (f_1 \xi_2 - f_2 \xi_1) \quad (2.53)$$

$$a_1 = \frac{f_1 \xi_1 - f_2 \xi_2}{\pi(f_1^2 - f_2^2)}$$

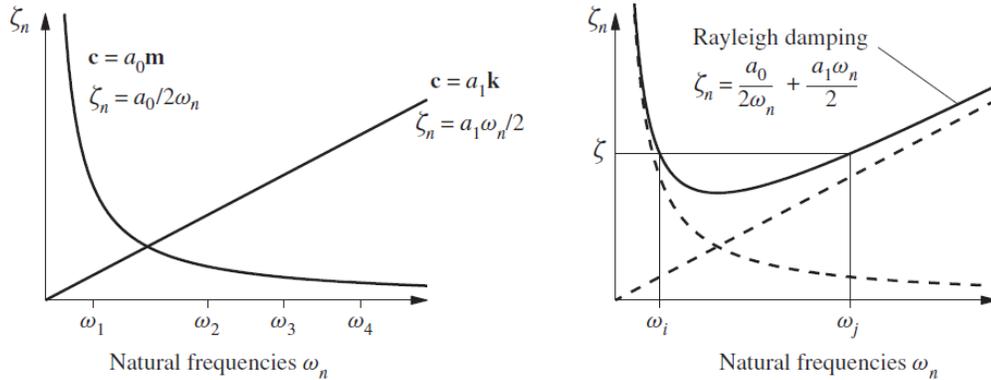


Figura 2.16: Curva de ajuste de la Matriz de amortiguamiento proporcional o de Rayleigh, extraído de referencia [37].

Esta es una matriz de diseño, es decir, sus valores se eligen de tal manera de ajustar los valores del modelo a los valores reales. En particular, para esta Tesis,  $\omega_i$  y  $\omega_j$  se eligieron como el primer y cuarto modo oscilatorio del aspa.

Finalmente, para armar el aspa en función de todos sus elementos finitos se realiza el siguiente procedimiento:

1. De la Figura 2.15, se puede concluir que cada elemento finito en que se divide el aspa está acoplado en los momentos de sus extremos con los elementos contiguos, ya que estos

se comportan como un nodo único (condición de continuidad).

2. Lo anterior se traduce en que los elementos de las últimas dos filas y columnas del primer elemento, su suman a los elementos de las dos primeras filas y columnas del elemento siguiente (Ver Figura 2.17 para referencia).
3. Se repite el proceso hasta ensamblar la matriz del sistema en su totalidad.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} + b_{11} & a_{34} + b_{12} & b_{13} & b_{14} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} + b_{21} & a_{44} + b_{22} & b_{23} & b_{24} \\ & & b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ & & b_{41} & b_{42} & b_{43} & b_{44} \end{bmatrix}$$

Figura 2.17: Construcción de matrices modales para sistemas modelados por elementos finitos.

### 2.5.2. Ecuaciones cinemáticas del sistema mecánico de un aerogenerador

De acuerdo a la literatura, las ecuaciones para modelar la turbina eólica se desarrollan a partir de un sistema idealizado conformado por los siguientes elementos [40, 41]:

1. Eje de transmisión elástico.
2. Un disco elástico, el cual actúa como acople entre el eje y las aspas.
3. Las aspas, modeladas mediante elementos finitos.

El esquemático del sistema a modelar se puede apreciar en las Figuras 2.18. Donde  $XY$  es el marco de referencia inercial,  $x^m y^m$  es el sistema de coordenadas del eje rotacional rotando a una velocidad  $\dot{\theta}$ ,  $x^d y^d$  es el sistema de coordenadas del disco y  $x^b y^b$  es el sistema del aspa el cual está centrado en la raíz del aspa. Finalmente,  $xy$  es el sistema de coordenadas que contiene las vibraciones del aspa  $u(x, t)$ .

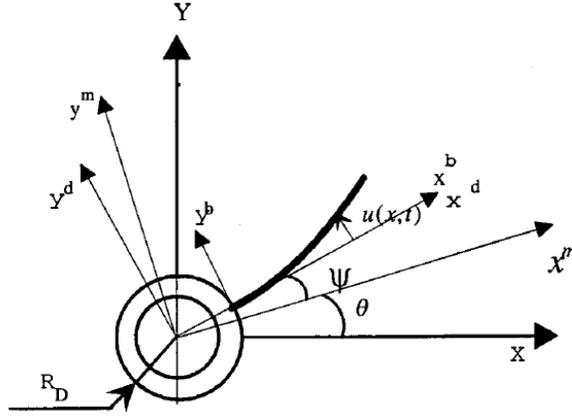


Figura 2.18: Sistema de coordenadas cartesiano del modelo, extraído de referencia [41].

Para llegar a las ecuaciones que rigen el modelo, se aplicará Lagrangiano mecánico sobre las energías del sistema.

### 2.5.2.1. Energías cinéticas

La energía del sistema acoplado eje-disco-aspas está conformada por la energía cinética del disco  $U_d$ , la energía cinética del motor  $U_m$  y la energía cinética del aspa  $U_b$ . La energía cinética del disco y del motor (que considera la energía cinética del eje) están dadas por las ecuaciones (2.54) y (2.55) [40, 41]:

$$U_d = \frac{1}{2} J_d (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2 \quad (2.54)$$

$$U_m = \frac{1}{2} J_M \dot{\theta}^2 \quad (2.55)$$

Donde,  $J_d$  es la inercia del disco,  $J_M$  es la inercia del motor,  $\psi$  es la deformación angular del eje con respecto al sistema de coordenadas del motor y  $\dot{\theta}$  la velocidad angular del aspa, la cual no se puede considerar constante debido a las deformaciones del disco, como se puede apreciar en la Figura 2.18.

Para derivar la energía cinética del aspa, tanto por su deformación como rotación, se desarrolla un vector global de posición para cada elemento del aspa  $P$ , el cual puede ser escrito como se muestra a continuación en la ecuación (2.56):

$$R_p = [A(\omega t)][A(\psi)]r_p^d \quad (2.56)$$

Donde  $r_p^d$ , es el vector de posición del elemento  $P$  del aspa en el sistema de coordenadas  $x^d y^d$ ,  $[A(\omega t)]$  es la matriz de transformación rotacional desde el sistema de referencia  $x^m y^m$  al sistema de referencia inercial,  $XY$ , y  $[A(\psi)]$  es la matriz de transformación rotacional desde el sistema de coordenadas del disco  $x^d y^d$  al sistema de coordenadas de la máquina  $x^m y^m$ , el

cual representa el ángulo de deformación de la posición del disco.

El vector de posición para cada elemento  $P$  del aspa puede ser definido como se muestra a continuación:

$$r_P^d = (R_d + x)\hat{i} + u(x, t)\hat{j} \quad (2.57)$$

Donde  $R_d$  es el radio del disco, al cual el aspa está conectado,  $x$  y  $u(x, t)$  son la posición axial del material a lo largo del aspa y la deformación medida con respecto al sistema de coordenadas  $XY$ . Como se puede apreciar en los modelos encontrados en la literatura, estos no modelan el ángulo de pitch ( $\beta$ ). Las matrices de transformación rotacional  $[A(\omega t)]$  y  $[A(\psi)]$  corresponden a (2.58) y (2.59).

$$[A(\omega t)] = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$[A(\psi)] = \begin{bmatrix} 1 & -\psi \\ \psi & 1 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Donde  $\omega$  representa la velocidad de rotación del motor y  $\psi$  representa las deformaciones torsionales angulares medidas respecto al sistema de coordenadas del motor. La matriz de transformación (2.59) es linealizada basada en el supuesto de pequeñas deformaciones.

El vector de velocidad de cada uno de los elementos en el marco de referencia puede ser obtenido al derivar la ecuación (2.60), resultando

$$\dot{R}_P = [A(\theta)][A(\psi)]r_P^d + \dot{\theta}[A_\theta(\theta)][A(\psi)]r_P^d + \dot{\psi}[A(\theta)][A_\psi(\psi)]r_P^d \quad (2.60)$$

Donde  $[A_\psi] = \frac{dA}{d\psi}$  y  $[A_\theta] = \frac{dA}{d\theta}$ . Al derivar la ecuación anterior y reordenando los términos, el vector de velocidad del punto P en el marco del sistema inercial, en la forma que se expresa en la ecuación (2.61).

$$\dot{R}_P = \begin{bmatrix} -\Lambda_1 \cos(\theta) - \Lambda_2 \sin(\theta) \\ \Lambda_2 \cos(\theta) - \Lambda_1 \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Donde  $\Lambda_1$  y  $\Lambda_2$  corresponden a:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \dot{\theta}[(R_d + x)\psi + u(x, t)] + \dot{\psi}u(x, t) + \psi\dot{u}(x, t) \\ \Lambda_2 &= \dot{\theta}[(x + R_d) - \psi u(x, t)] + \dot{\psi}(x + R_d) + \dot{u}(x, t) \end{aligned}$$

Finalmente, la energía cinética del aspa se deriva de la ecuación (2.62).

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{R}_P^{dT} \dot{R}_P^d dx \quad (2.62)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de masa del aspa y  $L$  es el largo del aspa.

Luego la energía cinética total del sistema está dada por la ecuación (2.63).

$$U = U_d + U_b \quad (2.63)$$

### 2.5.2.2. Energías potenciales

La energía potencial del sistema es contribuida principalmente por la energía de deformación del aspa,  $V_b$ , la energía torsional,  $V_T$  y la energía de acortamiento axial debido a las deformaciones axiales dado la fuerza que genera la inercia al movimiento rotacional,  $V_A$  [40, 41].

La fuerza elástica de deformación dada para un aspa cualquiera con un coeficiente de rigidez  $EI(x)$  está dado por la ec. (2.64).

$$V_b = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \frac{d^2u}{dx^2} dx \quad (2.64)$$

La energía potencial elástica almacenada en el acoplamiento del eje flexible está dada en la ec. (2.65).

$$V_T = \frac{1}{2} k_T \psi^2 \quad (2.65)$$

Donde  $k_T$  es el coeficiente de flexibilidad del eje del aerogenerador.

El acortamiento axial dada las deformaciones con las fuerzas radiales inerciales contribuye a lo que se conoce como la energía potencial elástica por el acortamiento axial. La energía potencial axial está dada por la ecuación (2.66).

$$V_A = \frac{1}{2} \omega^2 \left( \frac{1}{2} \int_0^L \rho(L^2 - x^2) \left( \frac{du}{dx} \right)^2 dx + R_d \int_0^L \rho(L - x) \left( \frac{du}{dx} \right)^2 dx \right) \quad (2.66)$$

Finalmente, la energía potencial elástica del sistema corresponde a la ecuación (2.67).

$$V = V_b + V_T + V_A \quad (2.67)$$

### 2.5.2.3. Ecuaciones de movimiento del sistema

Para obtener las ecuaciones cinéticas, se aplica la teoría detrás del Lagrangiano mecánico. El Lagrangiano de un sistema de partículas está dado por la ecuación (2.68) [40, 41].

$$L = U - V \quad (2.68)$$

Donde  $U$  son las energías cinéticas y  $V$  son las energías potenciales del sistema. Para derivar las ecuaciones cinéticas de nuestro sistema se deriva el Lagrangiano aplicando el siguiente procedimiento:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{dq_i(t)} \right) - \frac{dL(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{dq_i(t)} = 0 \quad (2.69)$$

Donde  $q_i(t)$  y  $\dot{q}_i(t)$  son las coordenadas generalizadas del sistema. Las coordenadas del sistema a derivar son  $\psi(t)$ ,  $\dot{\psi}(t)$ ,  $u(t)$ ,  $\dot{u}(t)$ .

Usando la técnica de elementos finitos, las deformaciones se representan en términos de los grados de libertad de los nodos. Esto puede ser representando mediante la ecuación (2.70).

$$u(x, t) = [N(x)]\{q(t)\} \quad (2.70)$$

Donde  $[N(x)]$  es la función de matrices modales la cual tiene dependencia espacial y  $\{q\}$  es el vector de grados de libertad de los nodos, el cual es dependiente del tiempo. De la ecuación anterior se pueden derivar las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \dot{u}(x, t) &= [N(x)]\{\dot{q}(t)\} \\ u'(x, t) &= [N'(x)]\{q(t)\} \\ u''(x, t) &= [N''(x)]\{q(t)\} \end{aligned}$$

Donde  $(\dot{\phantom{x}})$  representa la derivada respecto al tiempo y  $(\prime)$  representa la derivada respecto a  $x$ . Teniendo en cuenta las equivalencias anteriores, se definen los siguientes coeficientes elementales de matrices:

$$\begin{aligned} [M] &= \int_0^L \rho [N]^T [N] dx \\ [K] &= \int_0^L EI(x) [N'']^T [N''] dx \\ [k_{a1}] &= \int_0^L \rho (l-x) [N']^T [N'] dx \\ [k_{a2}] &= \int_0^L \rho (l^2 - x^2) [N']^T [N'] dx \\ [k_s] &= R_d \cdot [k_{a1}] + \frac{1}{2} [k_{a2}] \\ [a] &= \int_0^L \rho [N] dx \\ [b] &= \int_0^L \rho x [N] dx \end{aligned} \quad (2.71)$$

Donde  $[M]$  es la matriz de masa del aspa,  $[K]$  la matriz de rigidez del aspa,  $[k_{a1}]$  y  $[k_{a2}]$  corresponden a los factores de rigidización del aspa,  $[k_s]$  la matriz de rigidización del aspa,  $[a]$  y  $[b]$  son los coeficientes de acople entre las aspas y el eje de transmisión del aerogenerador. Para mayor detalle, revisar el anexo A.

Integrando los términos de energía potencial y cinética, aplicando las agrupaciones y reemplazos necesarios, derivando las ecuaciones en función de las coordenadas del sistema, se obtiene las ecuaciones cinéticas de la planta, como se puede ver en la ecuación (2.72).

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} m_{\theta\theta} & m_{\theta\psi} & [m_{\theta q}] \\ m_{\theta\psi} & m_{\psi\psi} & [m_{\psi q}] \\ [m_{\theta q}] & [m_{\psi q}] & [m_{qq}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_{\theta\theta} & c_{\theta\psi} & c_{\theta q} \\ c_{\theta\psi} & c_{\psi\psi} & 0 \\ [c_{\theta q}] & [0] & [c_{qq}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \dot{q} \end{pmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & [0] \\ 0 & k_{\psi\psi} & [0] \\ [0] & [0] & [k_{qq}] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \theta \\ \psi \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{\theta} \\ F_{\psi} \\ \{F_q\} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.72)$$

Donde

$$m_{\theta\theta} = J_M + J_D + J_B(1 + \psi^2) + q^T[(1 + \psi)[M] - [ks]]q \quad (2.73)$$

$$m_{\psi\psi} = m_{\theta\psi} = J_D + J_B + q^T[[I] - [ks]]q \quad (2.74)$$

$$m_{\theta q} = (1 + \psi^2)[[a] + R_d[b]] \quad (2.75)$$

$$m_{\psi q} = [[a] + R_d[b]] + \psi q^T[M] \quad (2.76)$$

$$m_{qq} = (1 + \psi^2)[M] \quad (2.77)$$

$$c_{\theta\theta} = 2\psi\dot{\psi}[J_B + q^T q] + 2q^T((1 + \psi^2)[M] - [ks])\dot{q} \quad (2.78)$$

$$c_{\psi\psi} = c_{\theta\psi} = 2q^T([M] - [ks])\dot{q} \quad (2.79)$$

$$c_{\theta q} = 2\psi\dot{\psi}[[a] + R_d[b]] \quad (2.80)$$

$$c_{qq} = 2\psi\dot{\psi}[M] \quad (2.81)$$

$$k_{\psi\psi} = k_T - \dot{\theta}^2(J_B + q^T q) - 2\dot{\theta}[[a] + R_d[b]]\dot{q} \quad (2.82)$$

$$k_{qq} = \frac{EI}{\rho L^4}[k] + (\dot{\theta} + \dot{\psi})^2[[ks] - [M]] + (\dot{\psi}^2 - \psi^2\dot{\theta})[M] \quad (2.83)$$

Donde  $q$  se define como la variable que modela las deformaciones del aspa,  $\psi$  la variable que determina las deformaciones del eje y  $\theta$  la variable de posición angular del eje. Se define  $J_D = \frac{1}{2}M_d R_d$ , como el momento de inercia del disco que actúa como acople entre las aspas y el eje,  $M_d$  y  $R_d$  son la masa y radio del disco.  $c_\psi$  y  $c$ , son el coeficiente de amortiguamiento del eje y la matriz de Rayleigh del aspa.  $J_B = \rho L \left( R_d^2 + \frac{L^2}{3} + R_d L \right)$  corresponde al momento de inercia del aspa,  $\rho$  y  $L$ , son la densidad de masa y el largo del aspa.  $F_\psi$  y  $F_q$  son el torque que percibe el eje por medio del viento y rotación de las aspas y la fuerza de empuje del viento sobre el aspa, la cual se distribuye de manera proporcional al área de cada elemento finito, respectivamente. Para ver más en detalle la estructura de cada uno de los elementos matriciales del sistema, ver Anexo A.

### 2.5.3. Estudio del estado de degradación del aspa

Existen varios estudios que observan y estudian la evolución de la degradación de las aspas, haciendo énfasis en la evolución de las frecuencias naturales después de varios ciclos de trabajo [42–45].

Como se explica en [44], se espera que las aspas sean capaces de durar un gran número de ciclos de carga, alrededor de los 1000 millones de ciclos, a lo largo de 20-25 años de duración. Las propiedades estructurales del aspa se degradan con el tiempo. El comportamiento de la degradación de aspas compuestas (aspas con una estructura formada por diversos materiales), se divide en 3 fases, tal como se muestra en la Figura 2.19.

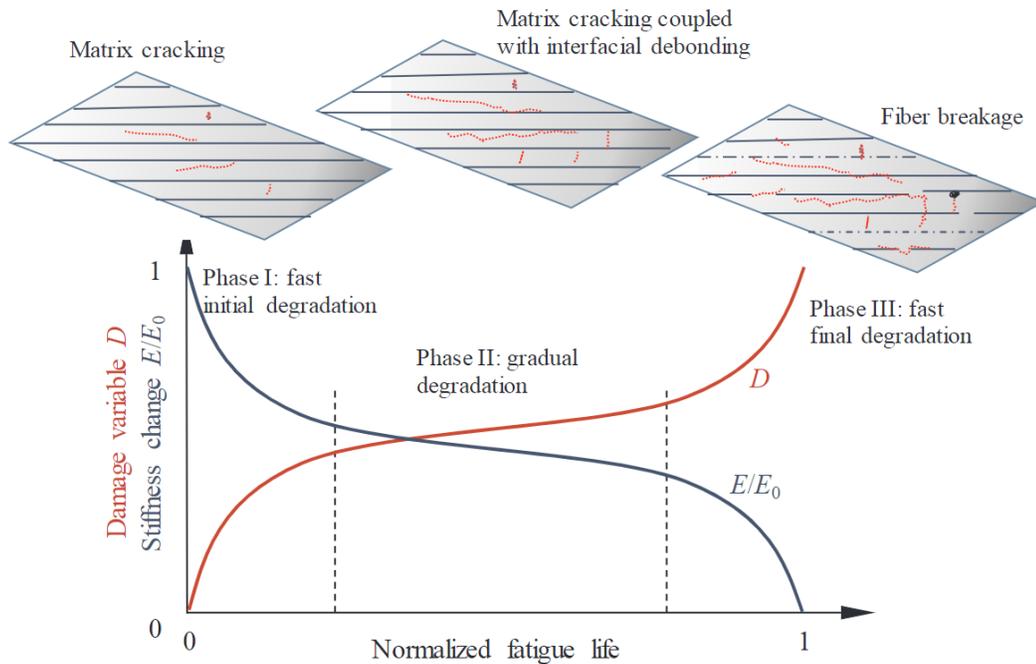


Figura 2.19: Esquemático de avance del daño y reducción de la rigidez del aspa. Donde en la primera y tercera fase se experimenta una degradación acelerada y una segunda fase intermedia donde la degradación es gradual, extraído de referencia [44].

Donde  $D$ , hace referencia a la variable daño que describe la pérdida de rigidez del aspa,  $E$  y  $E_0$  hacen referencia al módulo de elasticidad de Young con y sin daño respectivamente. La relación, entre el daño y la variación de elasticidad, está dada por  $D = 1 - E/E_0$ . Usualmente, el comportamiento de degradación es rápido al principio, debido a la rotura de la matriz de componentes, luego es lineal y gradual en la fase media, dado el avance en la rotura y deslaminación entre capas y, finalmente, vuelve a ser rápido debido a la rotura de las fibras del esqueleto de la estructura.

Para este punto de la Tesis, se desarrolla una función que actualice la matriz de rigidez del aspa, ante la caída del coeficiente de elasticidad de Young dada la fatiga de la estructura. En particular, se actualizará la matriz de rigidez de tal manera, que represente de la forma más precisa posible la variación de las frecuencias naturales de la estructura, como ocurre en el caso de estudio descrito en [46]. La evolución de las frecuencias naturales, dada cierta cantidad de ciclos de carga, se aprecia en la Figura 2.20.

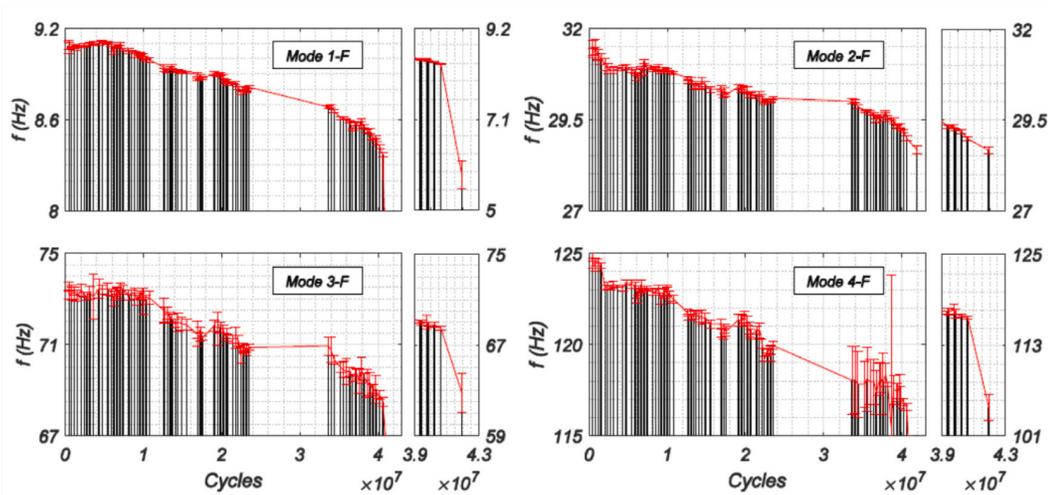


Figura 2.20: Evolución en las frecuencias naturales del aspa, dada cierta cantidad de ciclos de trabajo, extraído de referencia [46].

## 2.6. Modelos electromecánicos

Existen diferentes modelos mecánicos oscilatorios para representar las dinámicas asociadas al acople de vibraciones entre las aspas, el disco y el eje transmisión. Existen modelos que analizan las vibraciones en el sentido “*edge-wise*” del aspa [33,34,47], estudios que incorporan vibraciones tanto en el sentido “*flap-wise*” como “*edge-wise*” [40,48,49], modelos que incorporan elasticidad en el disco de acople [34,50,51] y estudios que analizan la degradación del aspa [52–54]. Pero ninguno de estos modelos presenta una conexión con el sistema eléctrico de una máquina e incorpora el efecto de la degradación en las frecuencias naturales, a diferencia del modelo que se presenta en esta Tesis.

Como se puede ver en [31,55,56], los componentes mayoritariamente usados en la literatura y en la práctica de los modelos electromecánicos (aspas, eje de transmisión y disco de acople), los cuales interactúan con el sistema eléctrico mediante su conexión con el eje y la máquina, se reducen principalmente a una masa, un resorte y un amortiguador que modelan el primer modo de oscilación de cada componente. Esto, sin dudas, representa una sobre simplificación del sistema electromecánico porque solo considera la primera frecuencia fundamental de cada uno de estos elementos. Además, no considera variaciones en la elasticidad de las aspas al variar la velocidad o la rigidización de estas al aumentar el ángulo de pitch. Estos modelos son eficientes para medir frecuencias en condiciones de régimen estacionario, pero pierden precisión al encontrarse en regímenes dinámicos. Por otro lado, se usan modelos de caja negra, como Fast [55], en los cuales no se tiene claridad sobre las técnicas y supuestos realizados para el modelamiento del sistema. Es por esto que el modelo desarrollado en esta Tesis, entrega herramientas más precisas para el análisis del sistema electromecánico, al seguir una metodología clara, entregar un modelo detallado (con supuestos claros) y resultados validados con información experimental. En la Figura 2.21, se muestra el modelo electromecánico sobre simplificado.

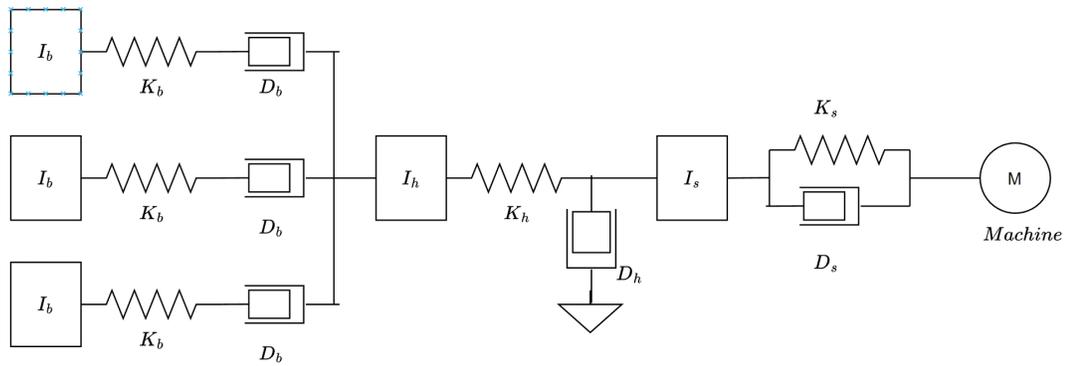


Figura 2.21: Esquemático de un modelo electromecánico sobresimplificado utilizado en la literatura. Este modelo no considera los efectos de variaciones en el ángulo de pitch, rigidización por aumentos en la velocidad de giro, efectos del acortamiento axial, etc.

Donde  $I_b$ ,  $K_b$  y  $D_b$  son la inercia, elasticidad y amortiguamiento de un aspa.  $I_h$ ,  $K_h$  y  $D_h$  son la inercia, elasticidad y amortiguamiento del disco e  $I_s$ ,  $K_s$  y  $D_s$  son la inercia, elasticidad y amortiguamiento del eje.

Tanto los modelos “*flap-wise*”, como “*edge-wise*” de un aspa, se pueden modelar mediante la técnica de elementos finitos. Los modos “*flap-wise*”, se relacionan principalmente a las vibraciones generadas por la fuerza de empuje del viento, por otro lado, los modos “*edge-wise*” se relacionan principalmente a las vibraciones generadas por el torque del viento. La forma de modelarlo se muestra en la Figura 2.14 y se explicó en la sección 2.5.

La principal diferencia de los modelos que consideran vibraciones, tanto “*flap-wise*”, como “*edge-wise*”, con el modelo presentado en esta Tesis, proviene de la información a la que se tuvo acceso. El objetivo de esta Tesis, era modelar las frecuencias del aspa y estudiar el efecto de degradación en las frecuencias naturales. Bajo lo anterior, se tenía información de la degradación para las frecuencias “*flap-wise*” del aspa. Por esta razón se asumió rígida la sección “*edge-wise*”, ya que su coeficiente de elasticidad es mayor que el del eje de estudio y no se tenía información sobre el comportamiento de la degradación de sus frecuencias. Esto puede ser fácilmente agregado en un trabajo futuro, repitiendo los pasos explicados en la sección 2.5.

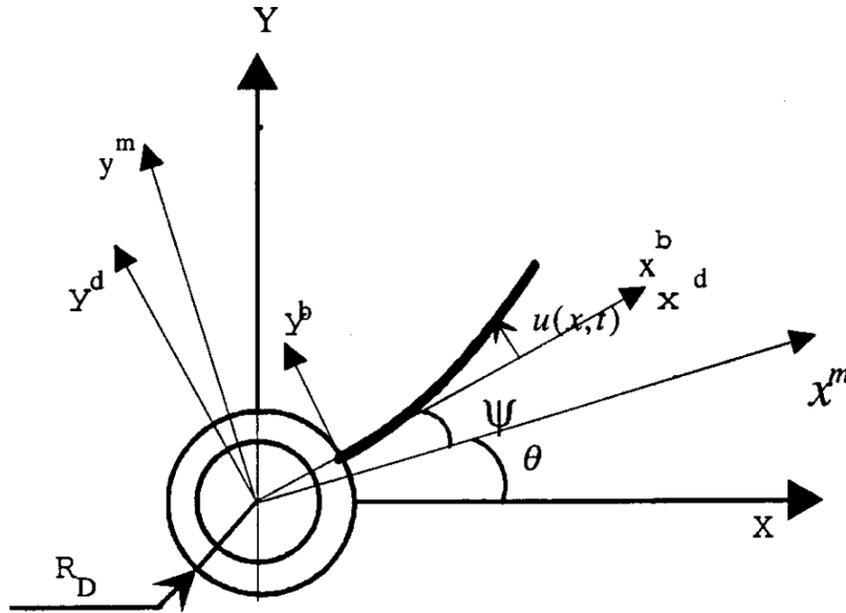


Figura 2.22: Esquemático de un modelo vibracional del sistema mecánico que considera tanto deformaciones “*edge-wise*”, pero que no considera variaciones en el ángulo de pitch, extraído de referencia [41].

Para conocimiento del autor no existe bibliografía actual, que desarrolle un modelo de vibraciones en el sentido “*flap-wise*”, que incorpore los efectos en las frecuencias de variar el ángulo de pitch, que incorpore los efectos de degradación del aspa en las frecuencias naturales de esta, que esté conectada a una máquina para medir los efectos en la generación de electricidad y con información validada en laboratorio para obtener modelos reales. Es más, no existen en la literatura modelos vibratorios como este, conectados a máquinas y que se estudien sus interacciones como en ese trabajo. Siendo este, uno de los principales aportes del modelo que se presentará en el siguiente capítulo.

Para este trabajo, se usa el modelo vibracional que se encuentra en [33,41], con las consideraciones necesarias, ya que el modelo del estudio fue para analizar las vibraciones en el sentido “*edge-wise*” y no “*flap-wise*”, como se plantea en esta Tesis. Se realiza un acople elástico entre el sistema oscilatorio y la máquina, de tal manera que estén conectadas y las vibraciones sean apreciables en ciertas variables de la simulación.

De esta forma, se tiene que esta Tesis tiene una serie de elementos novedosos. Mediante este trabajo se realiza un aporte al estado del arte y una expansión en los horizontes de conocimientos actuales, dentro del análisis de vibraciones de sistemas mecánicos.

# Capítulo 3

## Modelamiento y validación del sistema mecánico

En este capítulo, se realizan simulaciones para analizar el comportamiento vibratorio del sistema mecánico del aspa. Primero se valida el comportamiento del aspa por si sola, posteriormente se analizan los modelos no lineal y lineales que se propone en este trabajo. Como se mencionó previamente en este capítulo se presentan dos modelos. El objetivo del modelo lineal propuesto, que se deriva del modelo no lineal al despreciar las componentes no lineales, ya que son de dinámicas más rápidas y de mayor costo computacional, es dar solución a la problemática del costo computacional y tiempo de simulación. Para realizar la validación de ambos modelos, se comparan mediciones experimentales de una turbina con los resultados obtenidos por simulación. Para dicho objetivo primero, se validan las características mecánicas del aspa, por si sola y en un estado estático, es decir, con velocidad de rotación  $0[\text{rad/s}]$ . Para este fin, se realiza una comparativa entre los modelo de MATLAB desarrollados con los valores obtenidos en laboratorio del aspa, el modelo del aspa es la *QINGDAO RE-ENERGY5KW WIND TURBINE*. Se realizan comparaciones de los valores de las frecuencias modales, modos de oscilación y los valores de los coeficientes de Rayleigh. Posteriormente, se realizará una validación del modelo en condiciones dinámicas, es decir, el aspa se conecta con el resto del sistema mecánico y se analiza su comportamiento para diferentes velocidades y ángulos de pitch. Cabe mencionar que las curvas de desplazamiento se analizan con el aspa conectada al resto del sistema mecánico, debido a que el modelo no lineal, tiene dependencias cuadráticas con las deformaciones, lo que puede llevar a modificaciones en esta. Se compararán las frecuencias de los modelos de MATLAB, con las frecuencias del aerogenerador que se encuentra instalado en la Universidad de los Andes. Se buscará verificar que existe un error menor al 8% asociado a las frecuencias.

Una vez validada las condiciones dinámicas y estáticas del aspa y de los modelos, se desarrolla 1 caso, el cual se subdividirán en 3 escenarios. Se someterá el sistema mecánico a 3 perfiles de viento. Estos perfiles se obtendrán del explorador eólico de la Universidad de Chile [57] y de información recopilada en la Universidad de los Andes. El objetivo de este experimento será evaluar la estabilidad del modelo para largos periodos de simulación y que es posible recuperar las frecuencias de oscilación. Los 3 escenarios corresponden a 3 perfiles de viento, 2 asociados a la Universidad de los Andes y 1 perfil de la localidad de Coyhaique. El aerogenerador se mantendrá con una velocidad de 15 [rpm] durante la simulación. A continuación se presenta el modelo y se expresan las principales diferencias con lo encontrado

en la literatura.

### 3.1. Modelo cinemático del sistema mecánico

Las principales innovaciones que se realizan en el modelo con respecto al marco de la presente Tesis son las siguientes:

- Se agrega variaciones al modelo respecto al ángulo de ataque o pitch ( $\beta$ ).
- El sistema mecánico se conecta al sistema eléctrico. En la literatura, no existen estudios que conecten este tipo de modelos de sistemas mecánicos con el sistema eléctrico.

El esquemático del sistema a modelar se puede apreciar en las Figuras 3.1. A continuación se presenta el cálculo de energías del sistema.

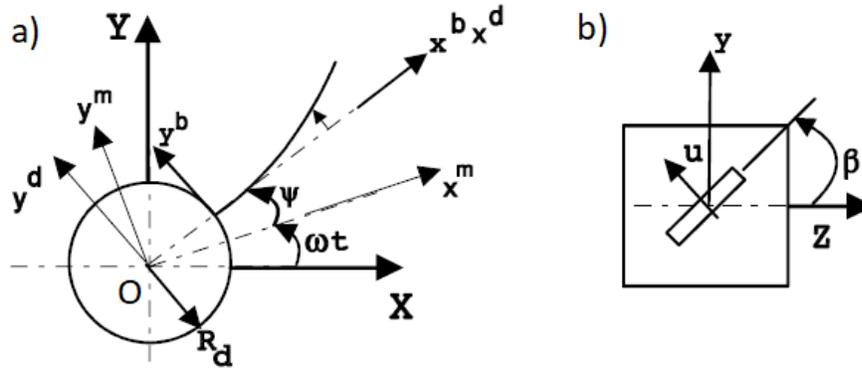


Figura 3.1: Sistema de coordenadas cartesiano del modelo. a) vista perpendicular al disco del modelo. b) vista perpendicular al aspa.

#### 3.1.1. Energías cinéticas

La energía del sistema acoplado eje-disco-aspa está conformada por la energía cinética del disco  $U_d$  y la energía cinética del aspa  $U_b$ . La energía cinética del disco (que considera la energía cinética del eje) está dada por la ecuación (3.1):

$$U_d = \frac{1}{2} J_d (\omega + \dot{\psi})^2 \quad (3.1)$$

Donde  $\psi$  es la deformación angular del eje con respecto al sistema de coordenadas del motor, como se puede apreciar en la Figura 3.1. Notar también, que el disco al ser inelástico, se puede asumir que  $\omega$  es constante.

Para derivar la energía cinética del aspa, tanto por su deformación como rotación, se desarrolla un vector global de posición para cada elemento del aspa  $P$ , el cual puede ser escrito como se muestra a continuación en la ecuación (3.2):

$$R_p = [A(\omega t)][A(\psi)]r_P^d \quad (3.2)$$

Donde  $r_P^d$ , es el vector de posición del elemento  $P$  del aspa en el sistema de coordenadas  $x^d y^d$ ,  $[A(\omega t)]$  es la matriz de transformación rotacional desde el sistema de referencia  $x^m y^m$  al sistema de referencia inercial,  $XY$ , y  $[A(\psi)]$  es la matriz de transformación rotacional desde el sistema de coordenadas del disco  $x^d y^d$  al sistema de coordenadas de la máquina  $x^m y^m$ , el cual representa el ángulo de deformación de la posición del disco.

El vector de posición para cada elemento del  $P$  del aspa puede ser definido como se muestra a continuación:

$$r_P^d = (R_d + x)\hat{i} + u(x, t) \cdot \cos(\beta)\hat{j} + u(x, t) \cdot \sin(\beta)\hat{k} \quad (3.3)$$

Donde  $R_d$  es el radio del disco, al cual el aspa está conectado,  $x$  y  $u(x, t)$  son la posición axial del material a lo largo del aspa y la deformación medida con respecto al sistema de coordenadas  $XY$ . Las matrices de transformación rotacional  $[A(\omega t)]$  y  $[A(\psi)]$  corresponden a (3.4) y (3.5). Nótese que a diferencia de los modelos encontrados en la literatura, este modelo tiene una dependencia respecto al ángulo pitch, lo que se traduce en la aparición de una componente de vibración del aspa en  $\hat{k}$ .

$$[A(\omega t)] = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 0 \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$[A(\psi)] = \begin{bmatrix} 1 & -\psi & 0 \\ \psi & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Donde  $\omega$  representa la velocidad de rotación del motor y  $\psi$  representa las deformaciones torsionales angulares medidas respecto al sistema de coordenadas del motor. La matriz de transformación (3.5) es linealizada basada en el supuesto de pequeñas deformaciones.

El vector de velocidad de cada uno de los elementos en el marco de referencia puede ser obtenido al derivar la ecuación (3.3), obteniendo

$$\dot{R}_P = [A(\omega t)][A(\psi)]\dot{r}_P^d + \left[\frac{d[A(\omega t)]}{dt}\right]A(\psi)r_P^d + \dot{\psi}[A(\omega t)][A_\psi(\psi)]r_P^d \quad (3.6)$$

Donde  $[A_\psi(\psi)] = \frac{dA(\psi)}{d\psi}$ . Al derivar la ecuación anterior y reordenando los términos, el vector de velocidad del punto P en el marco del sistema inercial, en la forma que se expresa en la ecuación (3.7).

$$\dot{R}_P = \begin{bmatrix} -\Lambda_1 \sin(\omega t) - \Lambda_2 \cos(\omega t) \\ -\Lambda_2 \sin(\omega t) + \Lambda_1 \cos(\omega t) \\ -\dot{u} \sin(\beta) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Donde  $\Lambda_1$  y  $\Lambda_2$  corresponden a:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \omega(R_d + x - \psi u \cos(\beta)) + \dot{\psi}(x + R_d) + \dot{u} \cos(\beta) \\ \Lambda_2 &= R_d \dot{\psi} \omega + \omega(x \dot{\psi} + u \cos(\beta)) + \dot{\psi} u \cos(\beta) + \psi \dot{u} \cos(\beta) \end{aligned}$$

Finalmente, la energía cinética del aspa se deriva de la ecuación (3.8).

$$U_b = \frac{1}{2} \int_0^L \rho \dot{R}_p^d \dot{R}_p^d dx \quad (3.8)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de masa del aspa y  $L$  es el largo del aspa.

Luego la energía cinética total del sistema está dada por la ecuación (3.9).

$$U = U_d + U_b \quad (3.9)$$

### 3.1.2. Energías potenciales

Para las energías potenciales del sistema, no existen grandes diferencias en cuanto al modelamiento de las energías, pero si hay que tener en cuenta los cambios en las variables de estas. La energía potencial del sistema es contribuida principalmente por la energía de deformación del aspa,  $V_b$ , la energía torsional,  $V_T$  y la energía de acortamiento axial debido a las deformaciones axiales dado la fuerza que genera la inercia al movimiento rotacional,  $V_A$ .

La fuerza elástica de deformación dada para un aspa cualquiera con un coeficiente de rigidez  $EI(x)$  está dado por la ec. (3.10).

$$V_b = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \frac{d^2u}{dx^2} dx \quad (3.10)$$

La energía potencial elástica almacenada en el acoplamiento del eje flexible está dada en la ec. (3.11).

$$V_T = \frac{1}{2} k_T \psi^2 \quad (3.11)$$

Donde  $k_T$  es el coeficiente de flexibilidad del eje del aerogenerador.

El acortamiento axial dada las deformaciones con las fuerzas radiales inerciales contribuye a lo que se conoce como la energía potencial elástica por el acortamiento axial. La energía potencial axial está dada por la ecuación (3.12).

$$V_A = \frac{1}{2} \omega^2 \left( \frac{1}{2} \int_0^L \rho (L^2 - x^2) \left( \frac{du}{dx} \right)^2 dx + R_d \int_0^L \rho (L - x) \left( \frac{du}{dx} \right)^2 dx \right) \quad (3.12)$$

Finalmente, la energía potencial elástica del sistema corresponde a la ecuación (3.13).

$$V = V_b + V_T + V_A \quad (3.13)$$

### 3.1.3. Ecuaciones de movimiento del sistema

La principal diferencia entre el modelo propuesto y la literatura, es que la variable  $\omega$  es determinada de manera exógena por el sistema de control y por ende, no es una ecuación diferencial más en el modelamiento. Lo que simplifica enormemente el sistema, obteniendo igualmente alta precisión, como se muestra en la sección de validación. Para obtener las

ecuaciones cinéticas, se aplica la teoría detrás del Lagrangiano mecánico. El Lagrangiano de un sistema de partículas está dado por la ecuación (3.14).

$$L = U - V \quad (3.14)$$

Donde  $U$  son las energías cinéticas y  $V$  son las energías potenciales del sistema. Para derivar las ecuaciones cinéticas de nuestro sistema se deriva el Lagrangiano aplicando el siguiente procedimiento:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{dL(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{dq_i(t)} \right) - \frac{dL(q_i(t), \dot{q}_i(t), t)}{dq_i(t)} = 0 \quad (3.15)$$

Donde  $q_i(t)$  y  $\dot{q}_i(t)$  son las coordenadas generalizadas del sistema. Las coordenadas del sistema a derivar son  $\psi(t)$ ,  $\dot{\psi}(t)$ ,  $u(t)$ ,  $\dot{u}(t)$ .

Usando la técnica de elementos finitos, las deformaciones se representan en términos de los grados de libertad de los nodos. Esto puede ser representando mediante la ecuación (3.16).

$$u(x, t) = [N(x)]\{q(t)\} \quad (3.16)$$

Donde  $[N(x)]$  es la función de matrices modales la cual tiene dependencia espacial y  $\{q\}$  es el vector de grados de libertad de los nodos, el cual es dependiente del tiempo. De la ecuación anterior se pueden derivar las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \dot{u}(x, t) &= [N(x)]\{\dot{q}(t)\} \\ u'(x, t) &= [N'(x)]\{q(t)\} \\ u''(x, t) &= [N''(x)]\{q(t)\} \end{aligned}$$

Donde  $(\dot{\quad})$  representa la diferenciación respecto al tiempo y  $(\prime)$  representa la derivada respecto a  $x$ . Teniendo en cuenta las equivalencias anteriores, se definen los siguientes coeficientes elementales de matrices:

$$\begin{aligned} [M] &= \int_0^L \rho [N]^T [N] dx \\ [K] &= \int_0^L EI(x) [N'']^T [N''] dx \\ [k_{a1}] &= \int_0^L \rho (l-x) [N']^T [N'] dx \\ [k_{a2}] &= \int_0^L \rho (l^2 - x^2) [N']^T [N'] dx \\ [k_s] &= R_d \cdot [k_{a1}] + \frac{1}{2} [k_{a2}] \\ [a] &= \int_0^L \rho [N] dx \\ [b] &= \int_0^L \rho x [N] dx \end{aligned} \quad (3.17)$$

Donde  $[M]$  es la matriz de masa del aspa,  $[K]$  la matriz de rigidez del aspa,  $[k_s]$  la matriz de rigidización del aspa,  $[a]$  y  $[b]$  son los coeficientes de acople entre las aspas y el eje de transmisión del aerogenerador. Para mayor detalle, revisar el anexo A.

Integrando los términos de energía potencial y cinética, aplicando las agrupaciones y reemplazos necesarios, derivando las ecuaciones en función de las coordenadas del sistema, se obtiene las ecuaciones cinéticas de la planta, como se puede ver en la ecuación (2.72).

$$\begin{bmatrix} J_d + J_b + q^T M q \cos(\beta)^2 & [[a] + R_d[b]] \cos(\beta) \\ [[a] + R_d[b]] \cos(\beta) & (\psi^2 \cos(\beta)^2 + 1)M \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_\psi & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_T - \omega^2 \cdot J_b & 0 \\ 0 & [K] + \omega^2[k_s - M] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ q \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} Q_\psi \\ \{Q_q\} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F_\psi \\ \{F_q\} \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Donde  $Q_\psi$  y  $Q_q$  son respectivamente:

$$\begin{aligned} Q_\psi &= -\psi \omega^2 \cos(\beta)^2 q^T M q - \psi \dot{q}^T M \dot{q} \cos(\beta)^2 - 2[R_d[b] + [a]] \psi \omega \cos(\beta) \dot{q} \\ &\quad + 2(\omega + \dot{\psi}) q^T M \dot{q} \cos(\beta)^2 \\ \{Q_q\} &= 2\psi \dot{\psi} \omega [R_d[b] + [a]]^T \cos(\beta) - ((\omega + \dot{\psi})^2 + \psi^2 \omega^2) \cos(\beta) M q \end{aligned} \quad (3.19)$$

Se define  $J_d = \frac{1}{2} M_d R_d$ , como el momento de inercia del disco que actúa como acople entre las aspas y el eje,  $M_d$  y  $R_d$  son la masa y radio del disco.  $c_\psi$  y  $c$ , son el coeficiente de amortiguamiento del eje y la matriz de Rayleigh del aspa, los cuales son determinados por diseño. En particular, el coeficiente no lineal de amortiguamiento dado por  $2\psi\dot{\psi}$ , se reemplaza por la matriz de amortiguamiento de Rayleigh.  $J_b = \rho L \left( R_d^2 + \frac{L^2}{3} + R_d L \right)$  corresponde al momento de inercia del aspa,  $\rho$  y  $L$ , son la densidad de masa y el largo del aspa.  $F_\psi$  y  $F_q$  son el torque que percibe el eje por medio del viento y rotación de las aspas y la fuerza de empuje del viento sobre el aspa, la cual se distribuye de manera proporcional al área de cada elemento finito, respectivamente.

Con estas ecuaciones se desarrolla el segundo modelo. Un modelo lineal que se deriva de la ecuación de la planta en (3.18). La ecuación del modelo lineal, se muestra a continuación.

$$\begin{bmatrix} J_d + J_b & \cos\beta[[a] + R_d[b]] \\ \cos\beta[[a] + R_d[b]] & [M] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_\psi & 0 \\ 0 & c_q \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{q} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_T - \omega^2 J_b & 0 \\ 0 & \frac{EI}{\rho L^4} [k] + \omega^2 [[k_s] - [M]] \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \psi \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_\psi \\ F_q \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

El modelo lineal se presenta como alternativa, ante simulaciones de mayores periodos de tiempo y menor capacidad computacional. El modelo consiste en despreciar todos los términos no lineales, ya que son de dinámicas más rápidas y poseen un mayor costo computacional.

## 3.2. Validación del modelo del aspa

Para validar el modelo del aspa, se van a comparar los resultados obtenidos en el laboratorio con los obtenidos en el modelo de Simulink. La validación se realiza mediante tres puntos:

1. Se comparan las frecuencias obtenidas en el laboratorio, mediante pruebas de vibraciones libres (la cual consiste en aplicar una fuerza en formato de impulso), con las del modelo.
2. Se comparan los coeficientes de amortiguamiento de Rayleigh, mediante pruebas de

vibraciones libres, con los del aspa.

3. Se comparan las curvas de desplazamiento, mediante ensayos de fuerza (el cual consiste en aplicar una fuerza de manera variable en algún punto de la estructura). Estos ensayos se realizaron aplicando una fuerza, mediante una grúa, a los 195[cm] de la base del aspa. El “*set-up*” experimental con el que se calcularon las curvas de desplazamiento se muestra en la Figura 3.2.



Figura 3.2: Setup experimental para la medición de las curvas de desplazamiento.

Los elementos finitos que componen el aspa corresponden a cilindros huecos, dado que la estructura de esta se asemeja a los elementos previamente mencionados. Los principales parámetros del modelo del aspa se encuentran en la Tabla 3.1.

El valor de la densidad del aspa viene de datos obtenidos del aspa instalada en la Universidad de los Andes.

Se grafican, los primeros 4 modos de oscilación, para verificar que el comportamiento oscilatorio del sistema es correcto, de acuerdo a la literatura. Los modos son apreciables en la Figura 3.3. Concluyéndose que los modos son concordantes con la literatura.

Tabla 3.1: Principales parámetros del aspa.

Parámetros	Valores
Densidad ( $\rho$ )	1350 [ $\frac{kg}{m^3}$ ]
Largo del aspa	2.4 [m]
Masa	9 [kg]
Nodos	41
Máx. y mín. ancho externo	0.1886 [m]
Mínimo ancho interno	0.0375 [m]
Máximo ancho interno	0.1824 [m]
Mínimo ancho interno	0.0338 [m]
Máxima altura externa	0.0479 [m]
Mínima altura externa	0.0075 [m]
Máxima altura interna	0.0418 [m]
Mínima altura interna	0.0038 [m]

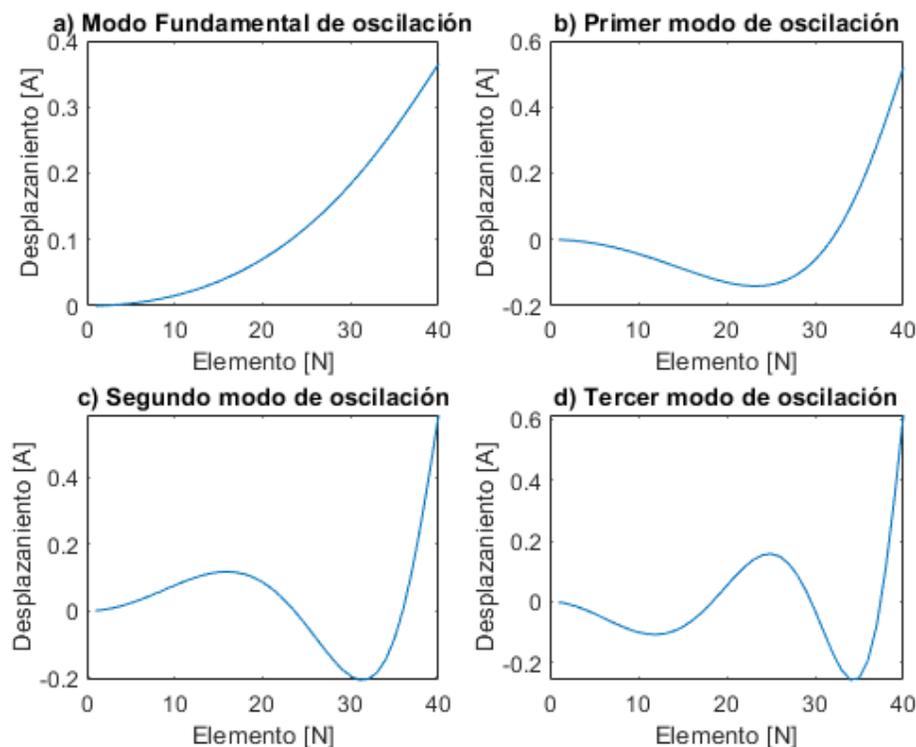


Figura 3.3: Primeros 4 modos de oscilación del aspa.

En la Tabla 3.2, se realiza una comparativa entre las frecuencias obtenidas en el laboratorio del aspa *QINGDAO RENERGY5KW WIND TURBINE* frente al modelo de elementos finitos de esta. La validación se realiza con las dos primeras frecuencias. Esto es debido a que son las frecuencias más apreciables del modelo, tal como se puede ver en la Figura 3.4.

Tabla 3.2: Tabla con las principales frecuencias del aspa y su modelo en Simulink.

Frecuencias aspa real “ <i>flap-wise</i> ” [Hz]	Frecuencias Modelo Simulink aspa [Hz]	Error porcentual modelo [%]
10.2	10.48	2.67
35.13	34.55	1.67

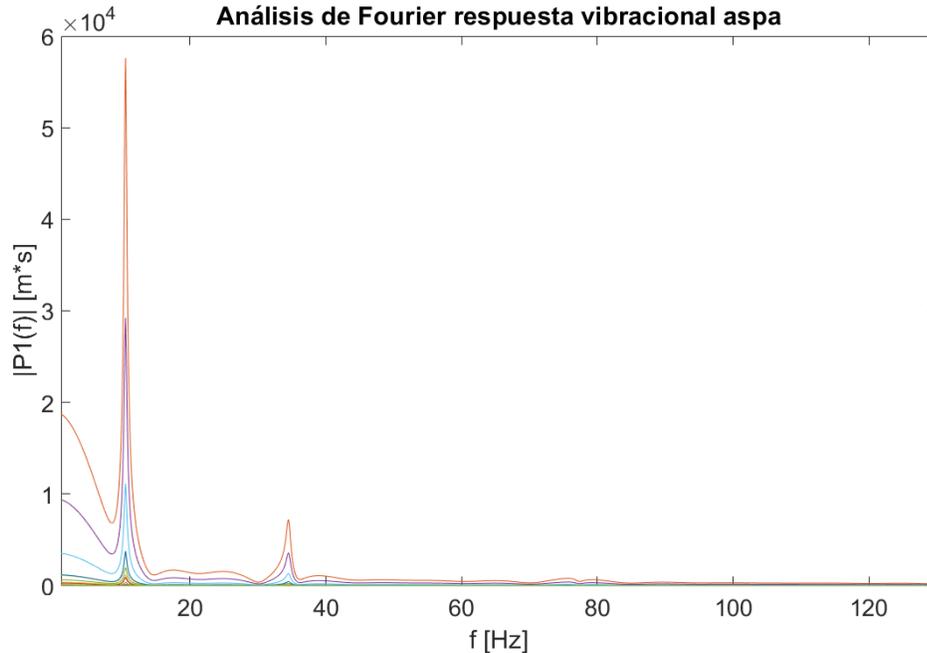


Figura 3.4: Análisis de Fourier de la respuesta oscilatoria del aspa frente a un escalón de torque y empuje. Donde es apreciable el primer y segundo modo “*flap-wise*”, a los 10.48 [Hz] y 34.55 [Hz].

Como criterio de diseño, se busca crear un modelo que tuviese un error no superior al 8%, en condiciones estáticas, de las frecuencias encontradas en el laboratorio. Al hacer la comparativa, es claro que en este punto se cumplió el objetivo.

Los coeficientes de la matriz de Rayleigh, que se obtuvieron mediante las pruebas de vibraciones libres, son: para la primera frecuencia fundamental (9.05 [Hz]), se obtuvo un coeficiente de 0.02 y para cuarta frecuencia fundamental del modelo (126.3 [Hz]), se obtuvo un coeficiente de 0.018. Para validar que el modelo tuviese coeficiente similar se realizaron dos experimentos. El primero consiste en transformar el sistema de matrices del aspa en forma de variables de estado para recuperar los valores de manera teórica. Donde desde la matriz de transición de estados, se pueden recuperar los coeficientes de amortiguamiento. El modelo en variables de estado se muestra en la ecuación (3.21).

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -J^{-1} \cdot D & -J^{-1} \cdot K \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1} \cdot T \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Donde  $J$  es la matriz de masa o inercia,  $D$  la matriz de amortiguamiento,  $K$  la matriz de elasticidad y  $T$  el vector de entradas. Donde  $J$ ,  $D$  y  $K$ , se construyen usando la técnica explicada en la sección 2.5.1 y  $T$  es un vector de 1 y 0 que corresponden a las variables que reciben o no una entrada.

El segundo método fue mediante la función **Hilbert** de Matlab, la cual permite determinar el amortiguamiento natural de un sistema, mediante las *peaks* de las oscilaciones. Para más detalles del código, revisar Anexo D. Se obtuvo de esta forma, 0.0203 como coeficiente de la primera frecuencia y 0.0178 para la cuarta frecuencia. En la Tabla 3.3, se hace un breve resumen de los valores obtenidos.

Tabla 3.3: Tabla comparativa de los coeficientes de amortiguamiento obtenidos, mediante ambos métodos.

Modo	Coficiente de diseño	Coficiente obtenido teórico	Coficiente obtenido Hilbert	Error porcentual teórico [%]	Error porcentual Hilbert [%]
1°	0.0200	0.0198	0.0203	1.00	1.50
4°	0.018	0.0172	0.0178	4.44	1.11

Nuevamente, al igual que en el punto anterior, se buscaba construir un modelo con un error menor al 5%. Objetivo el cual, nuevamente, fue cumplido.

Finalmente, para las curvas de desplazamiento, se realiza una prueba de esfuerzo, donde al aspa se le aplicó una fuerza variable a los 195[cm] y se fueron midiendo sus desplazamientos.

### 3.3. Validación modelo rotacional del aspa

En esta sección se validan los resultados dinámicos del aspa, es decir, se comparan las curvas de desplazamiento del aspa en el modelo lineal y no lineal, con el objetivo de ver diferencias en la deformación entre los modelos, además de someter al aspa a diferentes velocidades de rotación y ángulos de pitch, para medir sus efectos en las frecuencias. En particular, se compararán los modelos de las ecuaciones 3.18 y 3.20.

#### 3.3.1. Comparativa del modelo lineal y no lineal en condiciones estáticas y ángulo de pitch 0°

En este punto de la Tesis se realiza una comparativa de ambos modelos con el aspa que fue validada previamente. Los puntos a considerar para esta comparación fueron las curvas de desplazamiento del aspa en ambos modelos, los tiempos de simulación y la detección de las frecuencias fundamentales de las aspas. En el primer punto, se le aplica una fuerza variable a los 195[cm] de la base y se fue midiendo deformación del aspa. Para esta experiencia no se analizó el aspa por si sola, sino como parte del sistema mecánico, la razón principal de esto, es que el sistema no lineal, tiene términos que dependen cuadráticamente de la deformación, lo que puede afectar a esta cuando se encuentra en condiciones de equilibrio. Debido a lo anterior

se explica las diferencias en los desplazamientos, aunque sus diferencias no sobrepasaron el 0.3%, por ende se consideran despreciables. En la Tabla 3.4 se resumen los resultados y en la Figura 3.5 se realiza una comparación visual entre el modelo y los datos del laboratorio.

Tabla 3.4: Desplazamientos y errores del modelo no lineal (MNL) y del modelo lineal (ML).

Fuerza [N]	Desplazamiento aspa real [mm]	Desplazamiento MNL [mm]	Desplazamiento ML[mm]	Error porcentual MNL [%]	Error porcentual ML [%]
1000	77	75	74.8	2.5	2.7
2000	155	150	149.8	3.3	3.5
4000	333	330	329.7	0.9	0.98

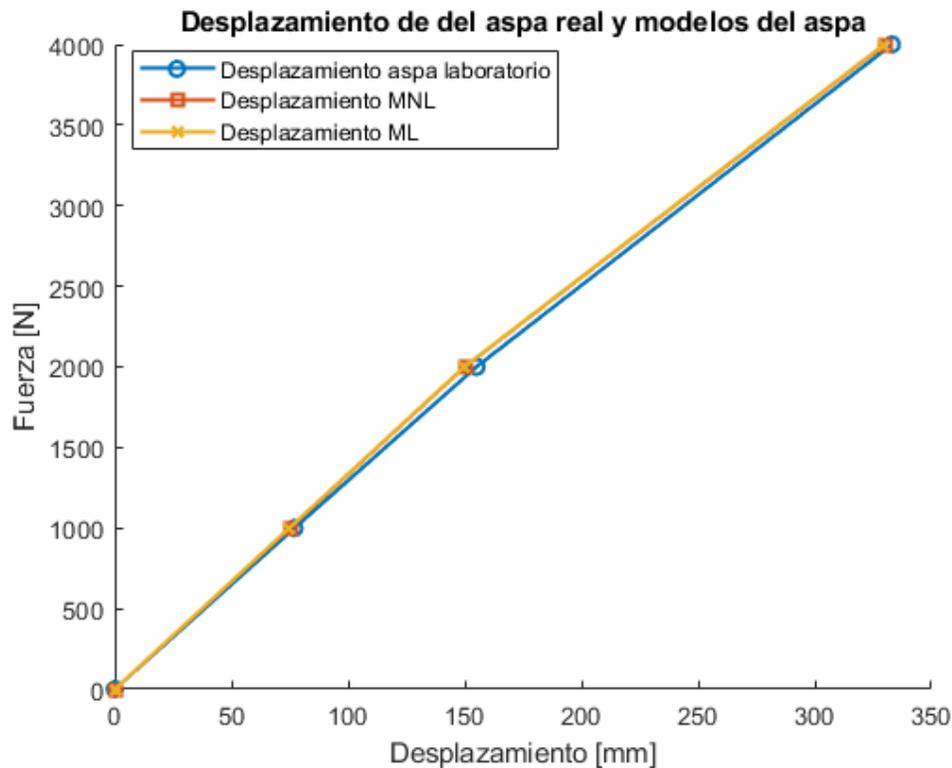


Figura 3.5: Curvas de desplazamiento entre el modelo no lineal (MNL), modelo lineal (ML) y el aspa real al aplicar una fuerza a los 195 [cm].

Para el segundo criterio, se simularon 10 segundos de ambas plantas y se comparó el tiempo que tardó cada simulación. La simulación consistió en aplicar un torque y una fuerza de empuje de 10[Nm] y 10[N], respectivamente a los 0.1[s]. Se simuló el aspa con 40 elementos finitos (EF), de los cuales se graficarán 3 elementos, los cuales fueron elegidos de manera arbitraria, los resultados son apreciables en la Figura 3.6. Cabe mencionar que los elementos finitos se enumeran desde el más cercano a la base al más lejano.

El sistema lineal tardó 54.77 [s] en llevar a cabo la simulación, en cambio, el sistema no lineal tardó 60.13 [s] en llevarse a cabo. Una diferencia del 8.9%. En cuanto a la detección de

frecuencias fundamentales del sistema, se analizó el espectro de Fourier de ambas respuestas. Las transformadas de Fourier se pueden apreciar en la Figura 3.7.

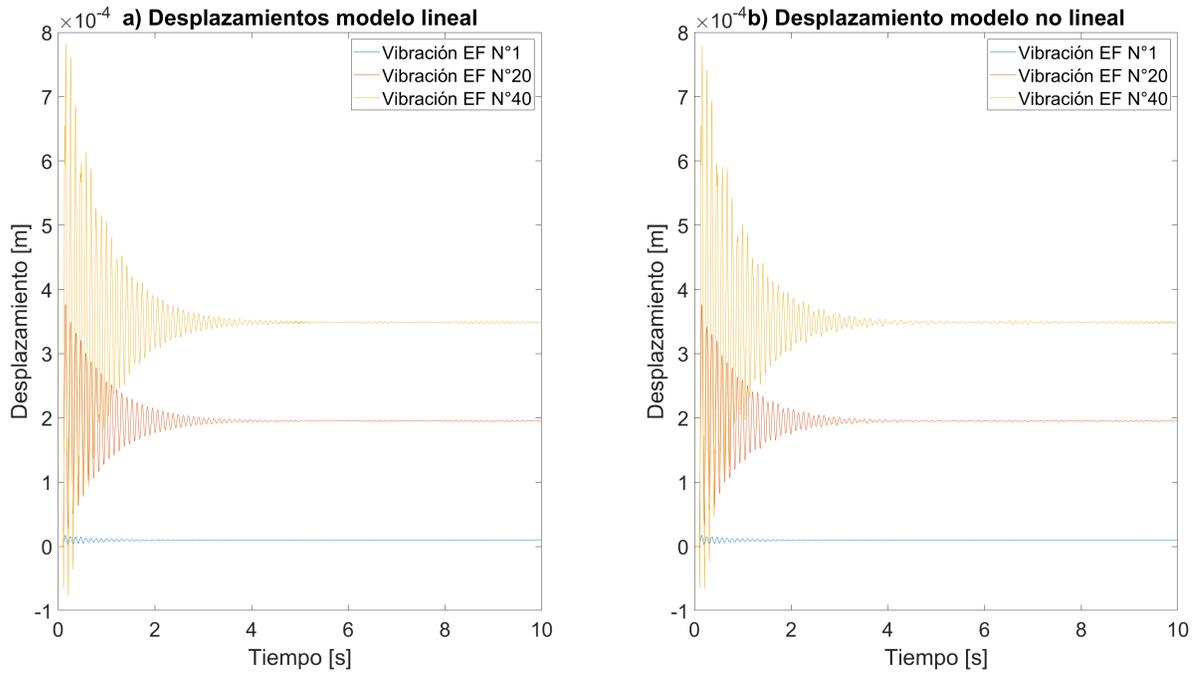


Figura 3.6: Respuesta de ambos sistemas ante un escalon de torque y de fuerza de empuje.

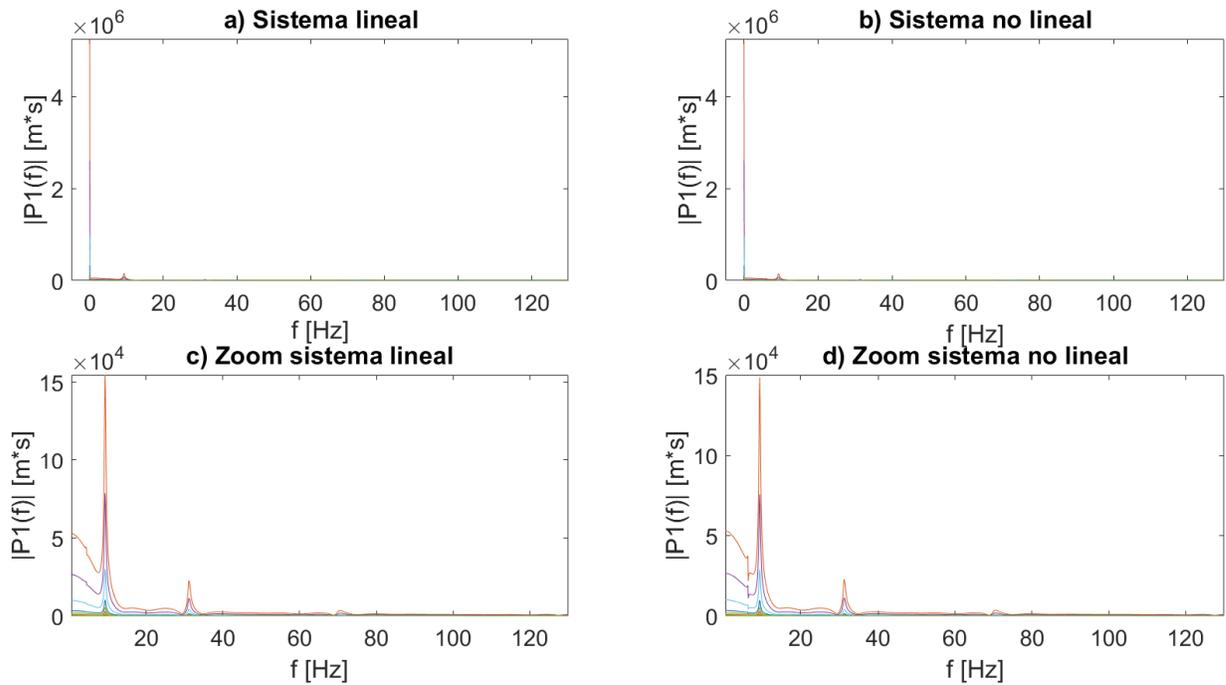


Figura 3.7: Análisis de Fourier del sistema lineal con su zoom respectivo (gráficos a) y c)) y a la derecha el espectro de Fourier del sistema no lineal con su zoom respectivo (gráficos b) y d)).

Los peaks de frecuencia encontrados debiesen ser simétricos. En el caso anterior eso no ocurre, principalmente a la necesidad de discretizar la señal para obtener el espectro de Fourier, ya que se realizó la simulación en paso variable. Otro punto importante a analizar es la potencia de cada uno de las frecuencias. En el caso no lineal, los peaks son más bajos que en el caso lineal y por ende aporta con menor densidad de energía las frecuencias del sistema mecánico. Otra diferencia apreciable es el peak que aparece al rededor de los 7 [Hz], que correspondería a la frecuencia fundamental del eje. La cual es más apreciable en el caso no lineal. En el caso lineal, esa frecuencia está más suavizada. En caso de querer modelar la degradación del eje como trabajo futuro, podría dificultar su detección.

### **3.3.2. Comparativa del modelo lineal y no lineal en condiciones rotacionales**

Para este punto, se realiza la comparativa de ambos modelos, para distintas velocidades y ángulos de pitch con respecto a los datos obtenidos experimentalmente.

#### **3.3.2.1. Modelo no lineal**

A continuación, se presentan los resultados del modelo no lineal en condiciones rotacionales y se compara con los datos de validación del aerogenerador ubicado en la universidad de los Andes. Para el sistema no lineal se obtuvieron las Figuras 3.8 y 3.9, donde se muestran los diferentes casos donde se fija el pitch, pero variando la velocidad y sus errores respectivos. Para el caso de velocidad fija y pitch variable, se obtuvieron las Figuras 3.10 y 3.11, donde se presentan el comportamiento de las frecuencias y los errores asociados. En las Figuras previamente mencionadas se muestran los dos primeros modos de vibración “*flap-wise*”. Además, se muestran los respectivos errores entre el modelo (datos de simulación) y los datos de validación (medición).

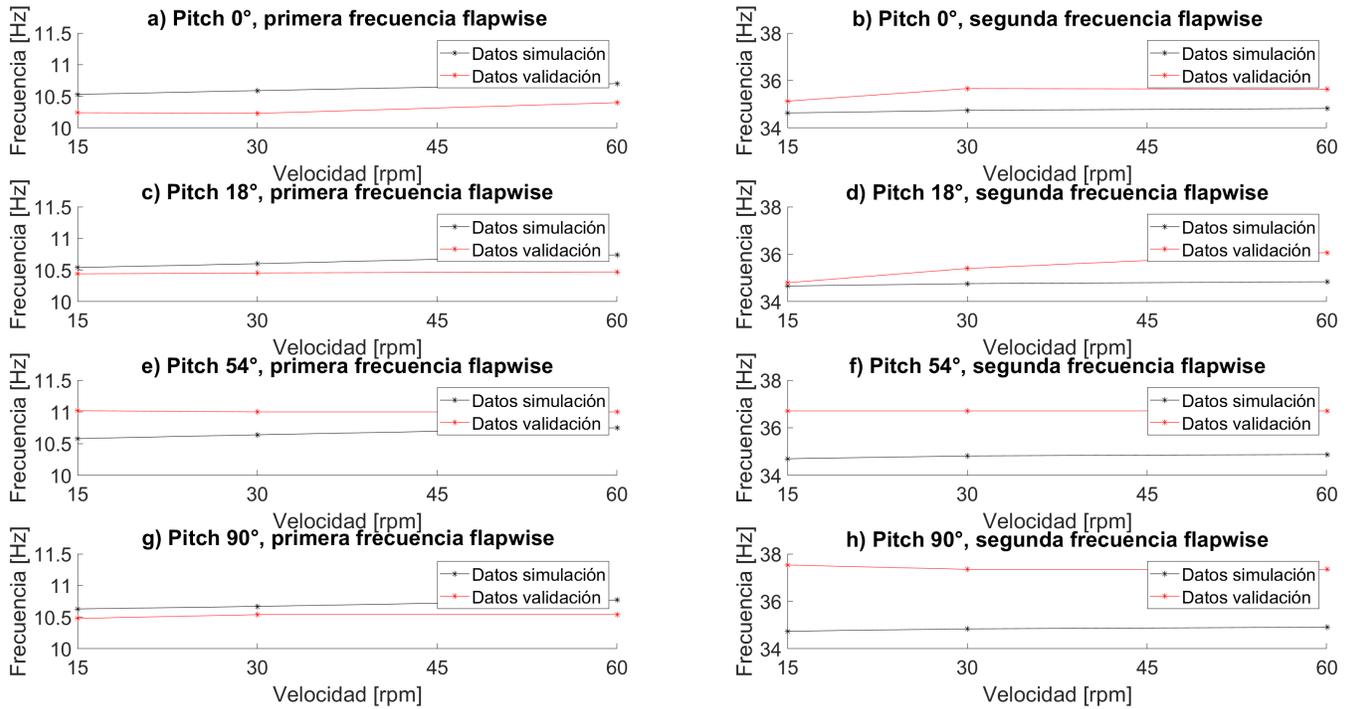


Figura 3.8: Comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

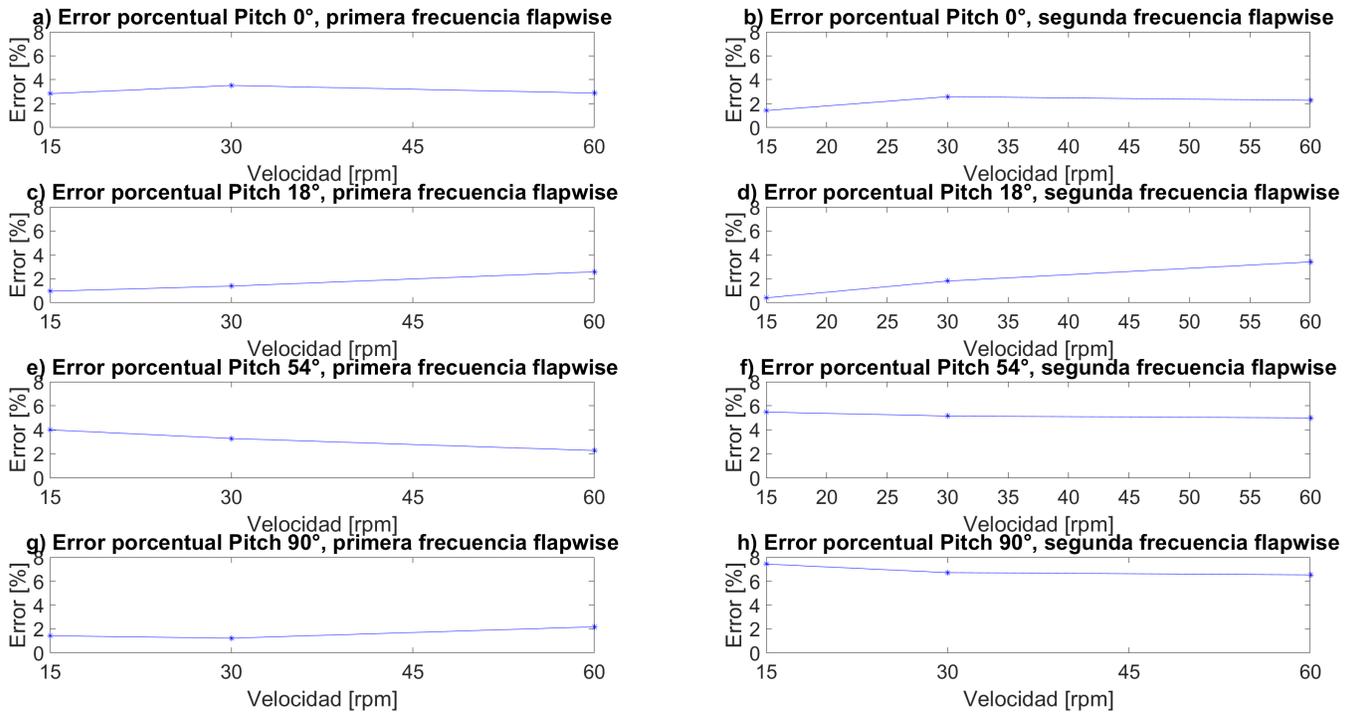


Figura 3.9: Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

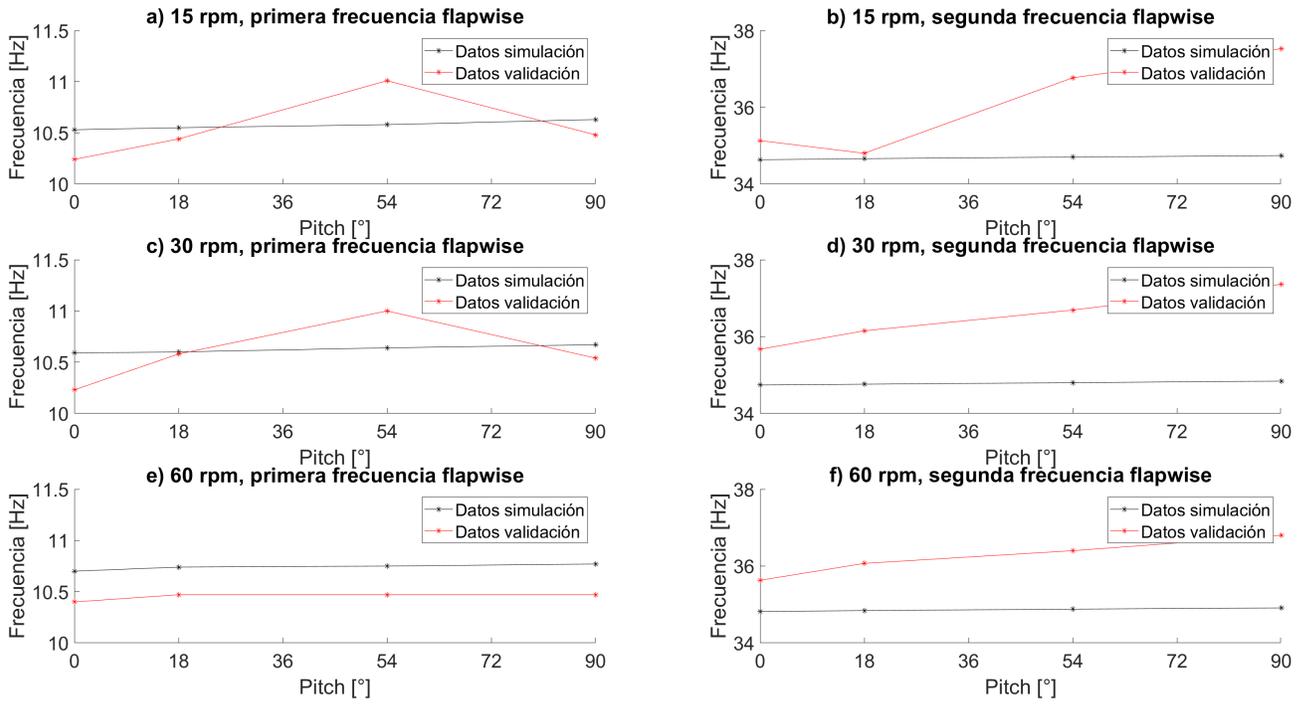


Figura 3.10: Comportamiento de las frecuencias al fijar la velocidad de rotación y variar el ángulo de pitch.

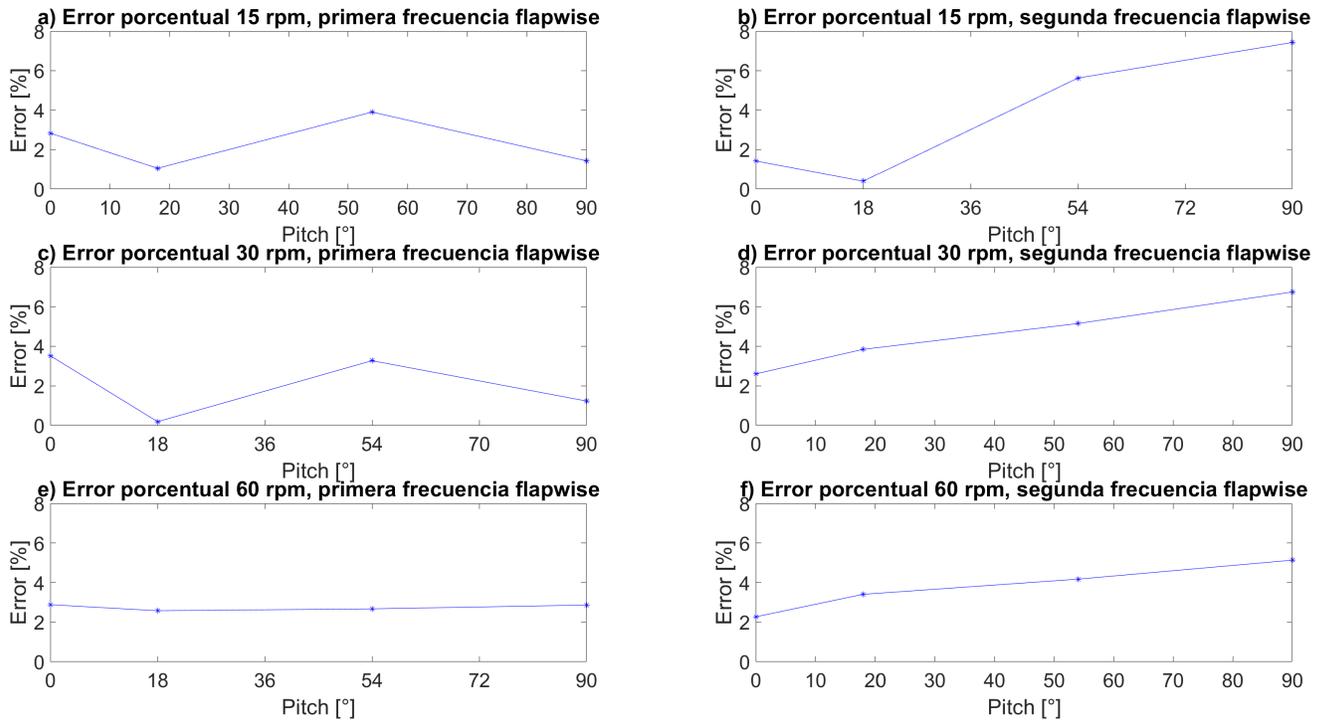


Figura 3.11: Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar la velocidad de rotación y variar el ángulo de pitch.

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, los errores del modelo en estado rotacional no superan el 8%, respecto a los valores medidos en el aerogenerador. Esto es asumiendo que no existe un sesgo en las mediciones. Los errores son mayores en el segundo modo de vibración que en el primero, la razón de esto es que al optimizar los parámetros del aspa, se le dio más peso de optimización al primer modo. Las mayores desviaciones se dan además a velocidades más altas, para mejorar esto se puede diseñar una matriz de rigidización que tenga una dependencia variable con la velocidad. Además, de acuerdo a la teoría [58], al ir aumentando la velocidad y el ángulo de pitch, el sistema debería rigidizarse y por ende aumentar las frecuencias. Por ende, los resultados son congruentes con la teoría.

### 3.3.2.2. Modelo lineal

Para el modelo lineal se obtuvieron los siguientes resultados: en las Figuras 3.12 y 3.13, está el comportamiento de las frecuencias y los errores asociados a fijar el pitch y variar la velocidad. En las Figuras 3.14 y 3.15 está el comportamiento de las frecuencias y los errores asociados a fijar la velocidad y variar el pitch.

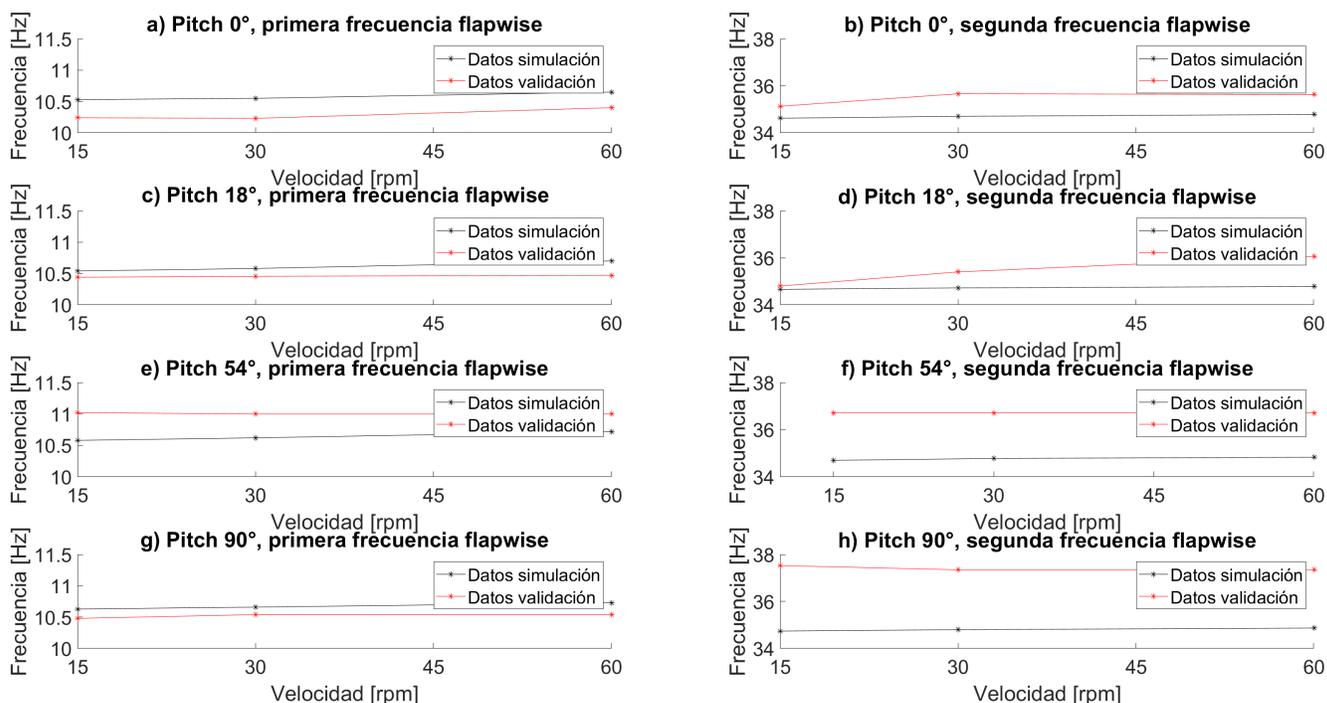


Figura 3.12: Comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

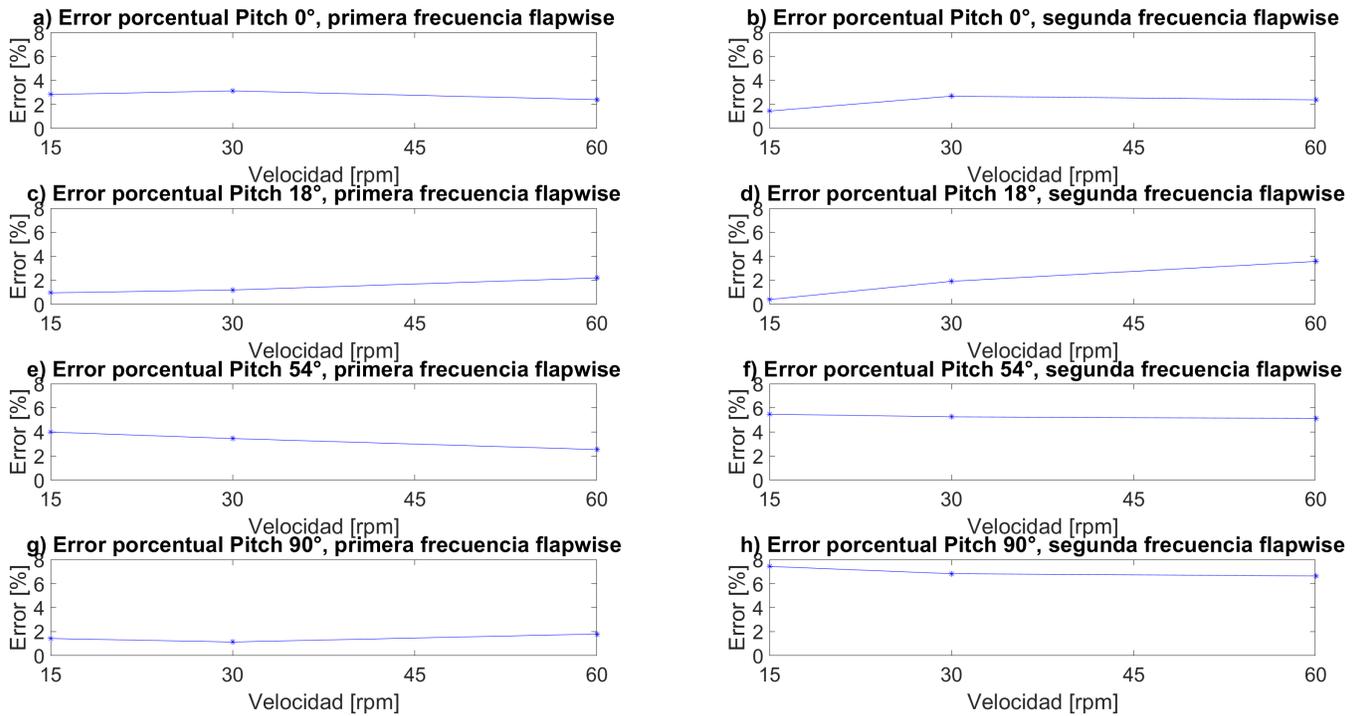


Figura 3.13: Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

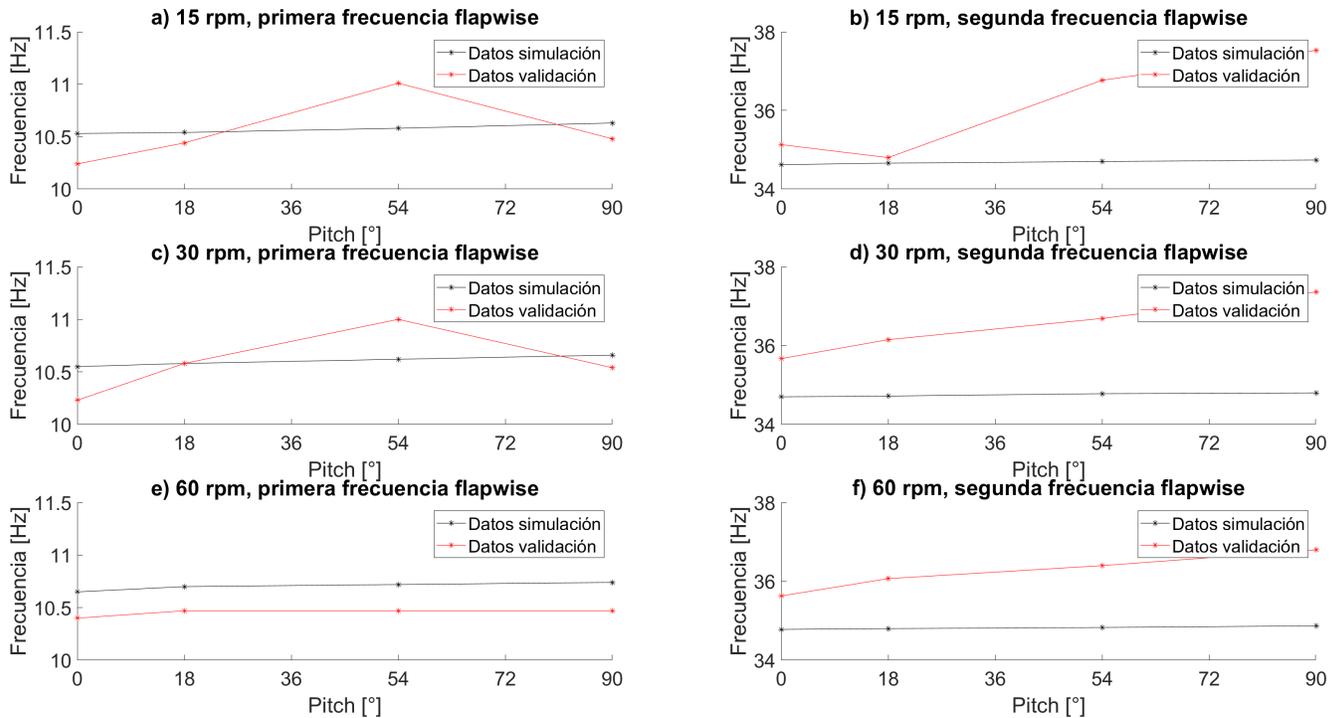


Figura 3.14: Comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

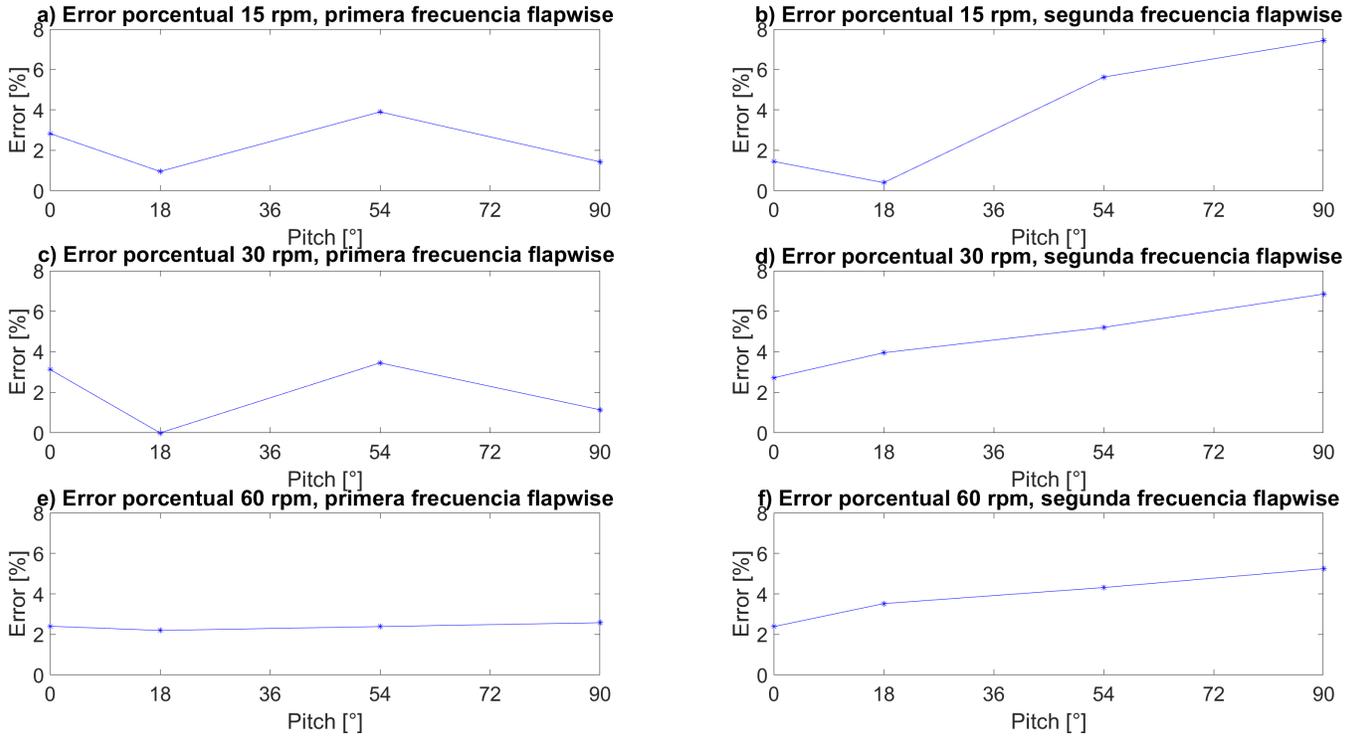


Figura 3.15: Error en el comportamiento de las frecuencias al fijar el ángulo de pitch y variar la velocidad.

Como se puede apreciar, los errores asociados a ambos sistemas no son muy diferentes. Además, poseen un comportamiento adecuado a la teoría. Finalmente, se realiza una comparación entre las variaciones de las frecuencias entre cada modelo al variar la velocidad y el pitch. Se tomó como caso de comparación para la variación de pitch una velocidad de 15 RPM para el primer modo de oscilación. Los cambios en el pitch fueron de 0 – 18° (caso 1), de 0 – 54° (caso 2) y de 0 – 90° (caso 3). Para el caso de velocidad, se determinaron las variaciones de frecuencia al aumentar la velocidad en 15-30[rpm] (caso 1) y luego de 15-60[rpm] (caso 2), con un ángulo de pitch igual a 0. En las Figuras 3.16 y 3.17, se pueden apreciar las variaciones de frecuencia.

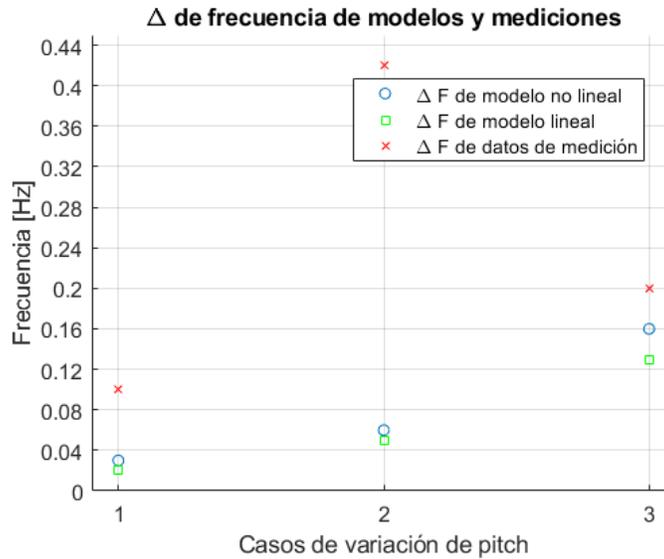


Figura 3.16: Variación en las frecuencias al variar el ángulo de pitch.

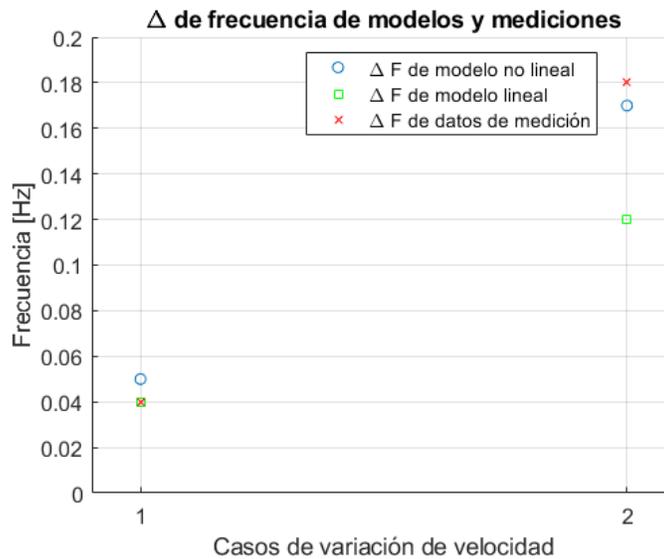


Figura 3.17: Variación de frecuencias al variar la velocidad.

Al ver las figuras anteriores se puede evidenciar que el modelo que más se asemeja en cuanto a las variaciones de frecuencia y en cuanto a las frecuencias (aunque con una mejoría leve) es el modelo no lineal. Siendo este finalmente el modelo a utilizar para el resto de la Tesis. Por otro lado, la componente que se debe ajustar a futuro son los términos que acompañan al coseno del ángulo de pitch. En el modelo lineal, el único término con dependencia del ángulo de pitch ( $\beta$ ) es el término que acopla las vibraciones entre el eje y las aspas. En cambio, en el caso no lineal, esta tiene componentes que afectan tanto a la matriz de masa, como a la de elasticidad, siendo más factible un ajuste futuro. Se deja como trabajo futuro, volver a validar el modelo con más mediciones, específicamente, cuando el ángulo de pitch es de  $54^\circ$ , que es donde se obtuvieron mediciones más disímiles.

## 3.4. Respuesta vibracional del modelo

En esta sección de la Tesis se realizan simulaciones para analizar el comportamiento del sistema bajo diferentes condiciones. Una vez validado el modelo, se someterá el sistema a 3 diferentes velocidades para poder validar la rigidización del sistema.

### 3.4.1. Caso de estudio: Respuesta a un perfil de viento

Para los perfiles de viento, se eligieron 3 escenarios. Dos escenarios son en la Universidad de los Andes y uno en Coyhaique. El primer perfil de la Universidad de los Andes, corresponde al periodo de 24 horas más actual que se puede recuperar del explorador eólico. Este periodo corresponde al 31 de Diciembre del año 2017. Para el segundo perfil, se eligió un periodo de 24 horas con las mayores velocidades de viento. El periodo corresponde al 12 de Julio del 2006. Finalmente, para Coyhaique, se eligió usar el mismo criterio que para el perfil anterior. El periodo elegido fue el 03 de Noviembre del 2016.

El primer perfil se muestra a continuación en la Figura 3.18. El perfil de viento con velocidades de viento más altas en la universidad se aprecia en la Figura 3.19. Finalmente, las deformaciones del aspa frente a un perfil de viento con las velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico en Coyhaique, se puede ver en la Figura 3.20.

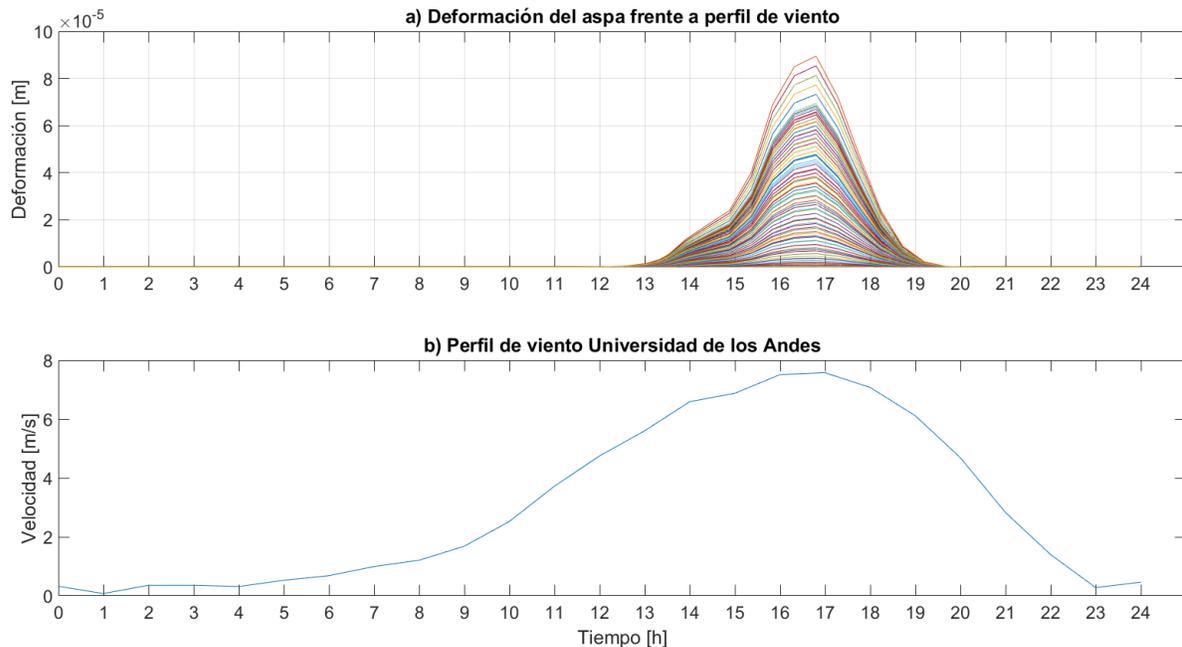


Figura 3.18: Deformación del aspa ante último perfil de viento registrado en el explorador eólico de la Universidad de los Andes.

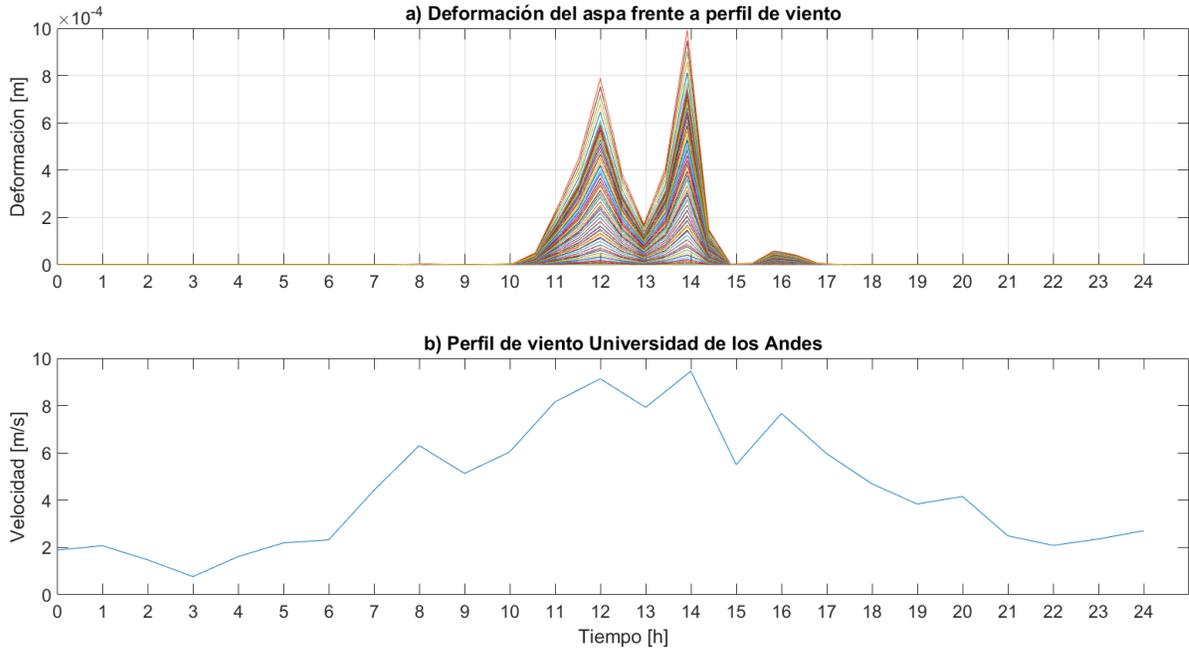


Figura 3.19: Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico en la Universidad de los Andes.

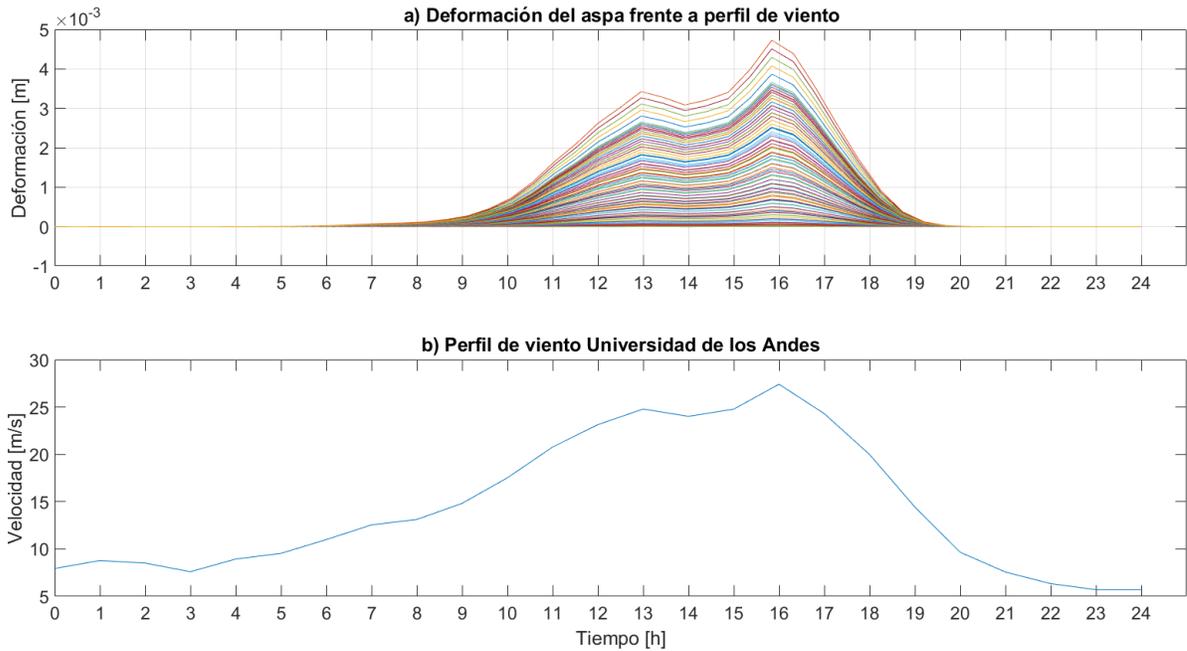


Figura 3.20: Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico en Coyhaique.

Como se puede apreciar en las figuras anteriores, el viento empieza a deformar el aspa al rededor de los 5-6[m/s]. Es decir, la fuerza del viento empieza a ser apreciable a esa velocidad. La información anterior se condice con la descripción entrega en el data-sheet

del aerogenerador, el cual indica que la velocidad de operación va desde los 3[m/s] hasta los 30[m/s] aproximadamente. Por otro lado, es clara la relación entre la deformación y la velocidad de viento. Donde a mayores velocidades, la deformación aumenta, siguiendo siempre la forma del perfil del viento.

Como objetivo de la Tesis, se busca detectar las frecuencias de vibración del modelo para así determinar su estado de degradación. Además, con el modelo se busca generar información para el entrenamiento de algoritmos, de detección de fallas. Por ende, es importante que estas características puedan ser extraídas ante un perfil de viento de la Universidad de los Andes, que es donde está localizado el aerogenerador. Por esta razón, se procede a aplicar la transformada rápida de Fourier en las respuestas del sistema para detectar las frecuencias de vibración. Las frecuencias obtenidas se pueden ver en la Figura 3.21. Como es posible apreciar, las frecuencias del aspa pueden ser recuperadas de los perfiles de viento.

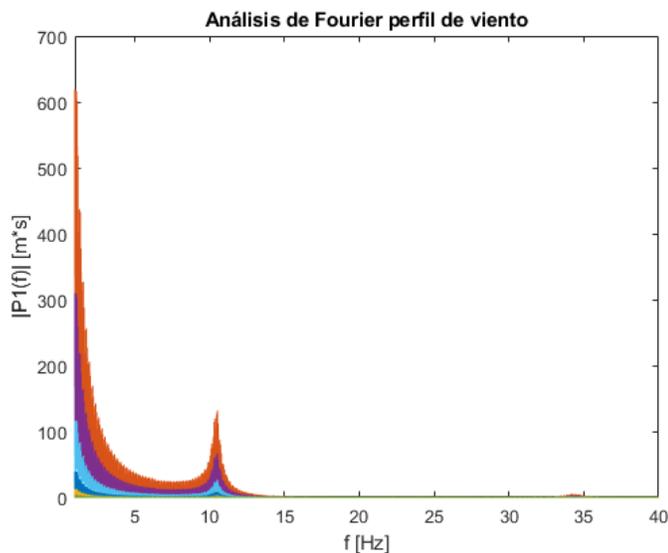


Figura 3.21: Deformación del aspa ante perfil de viento con velocidades de viento más altas registradas por el explorador eólico de Coyhaique.

Como se puede apreciar de la Figura 3.21, las distintas bandas corresponden a cada uno de los elementos del aspa y las frecuencias que se extrajeron de estos. Asimismo, es posible recuperar las frecuencias del sistema ante un perfil de viento.

# Capítulo 4

## Modelamiento y simulación sistema electro-mecánico

En este capítulo, se modelará el aerogenerador junto al sistema mecánico modelado en el capítulo anterior. Se realiza un estudio de frecuencia de diferentes puntos dentro de la máquina, para poder extraer características de las aspas. El objetivo de este capítulo es determinar puntos de la máquina que permitan detectar las frecuencias que se transmiten del sistema mecánico, al eléctrico. En este estudio se exponen diferentes alternativas para la medición de frecuencias del aspa, para que estas no dependan de la temperatura y presión del medio ambiente y además evitar la intervención de las aspas con sensores. Esto se debe a que al intervenirlas con cuerpos externos (sensores de aceleración), se puede ver afectada la aerodinámica de las aspas.

En esta sección en particular se expone el modelo de la máquina utilizado, su control y su funcionamiento frente a un perfil de viento. Posteriormente, se analiza en detalle la detección de las frecuencias dentro de las diferentes variables de una máquina aerogeneradora. En particular, se analizarán los voltajes y corrientes en bornes de la máquina, a la salida del convertidor conectado a la red, en el enlace DC y después del filtro LCL. El objetivo de esta sección es presentar una alternativa para medir las vibraciones inducidas por el sistema mecánico en el sistema eléctrico sin colocar sensores en el aspa que puedan afectar la aerodinámica del aerogenerador. En la Figura 4.1, se presenta un esquemático de los puntos donde se analizarán las frecuencias. Se busca relacionar las frecuencias que se detectan en el torque de la máquina, con las obtenidas en el sistema eléctrico.

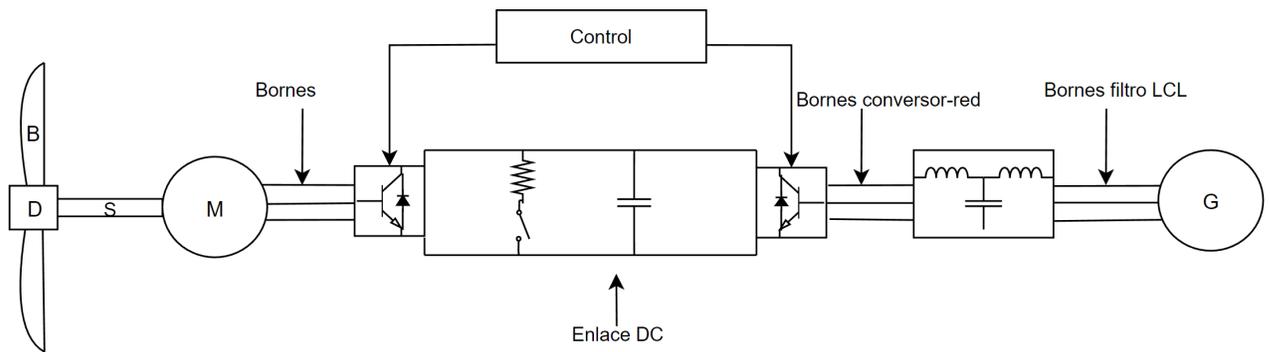


Figura 4.1: Esquemático de los diferentes puntos donde se analizarán las frecuencias inducidas por el sistema mecánico.

Donde B, representa al aspa, D el disco que actúa como acople entre las aspas y el eje, S representa el eje, M la máquina de imanes permanentes y G la red que para este estudio se considera una barra infinita.

## 4.1. Modelo electro-mecánico

El modelo con el cual se modela la máquina está dado en las ecuaciones 2.19 y 2.20, del marco teórico. El torque electro-mecánico viene de la ecuación 2.23. Los parámetros de la máquina de imanes permanentes se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parámetros de la máquina de imanes permanentes

Parámetros máquina	Valores
Resistencia estator	7 [mΩ]
Inductancia estator (d/q)	0.8 [mH]/0.52 [mH]
Flujo inducido por imanes	9.96 [Wb]
Inercia	16000 [Nms <sup>2</sup> ]
Coefficiente de fricción	8000 [Nms]
Par de polos	15
Potencia	2 [MW]

Los parámetros de los controladores PI, siendo sus plantas derivadas en la sección 2.4, se resumen en la tabla 4.2.

Tabla 4.2: Parámetros de los controladores de la máquina aerogeneradora.

Controlador	Coefficiente amortiguamiento	Frecuencia natural
Velocidad	0.707	10 [Hz]
Corriente estator	0.707	200 [Hz]
Voltaje conversor grid-side	0.707	20 [Hz]
Corriente grid-side	0.707	200 [Hz]

El acople entre el sistema mecánico y el sistema eléctrico ocurre mediante un eje de elasticidad de  $K_c=1 \cdot 10^9 \frac{N}{m}$  el cual, junto a la inercia de la máquina de  $16000 \text{ [Nms}^2]$ , excitan una frecuencia natural de  $39.78 \text{ [Hz]}$ , la cual se verá en la sección de análisis de frecuencia.

En cuanto al cómo se acopla el sistema eléctrico con el mecánico, se muestra una descripción gráfica simplificada en las Figuras 4.2 y 4.3.

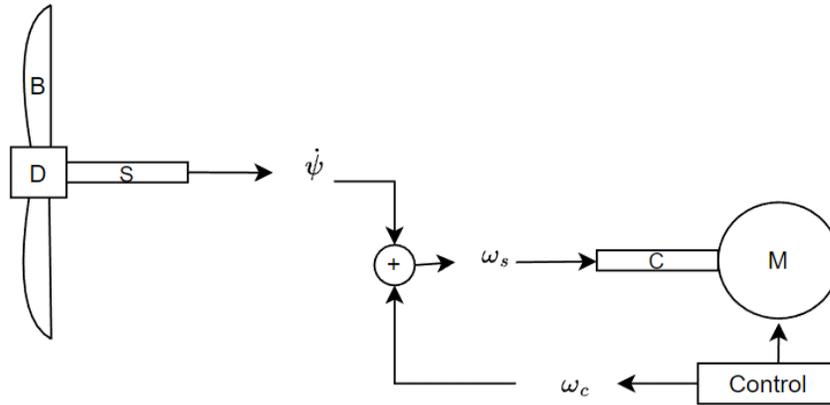


Figura 4.2: Esquemático del acoplamiento entre el sistema mecánico y eléctrico.

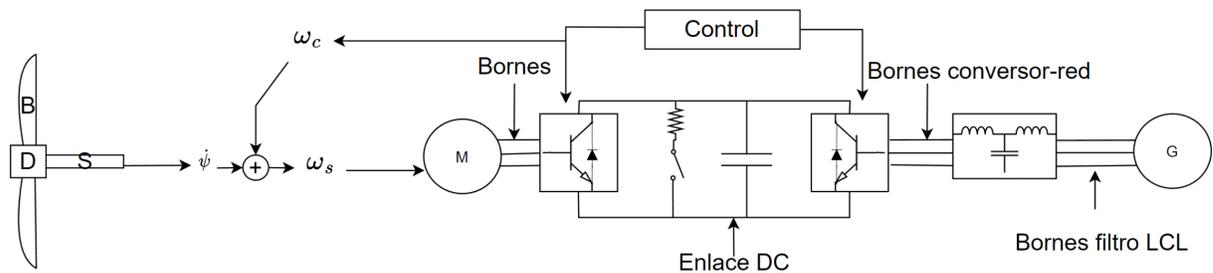


Figura 4.3: Esquemático del acoplamiento junto a toda la máquina aerogeneradora.

Donde  $\dot{\psi}$  es la velocidad de las deformaciones del eje,  $\omega_c$  es la señal de velocidad del sistema de control y  $\omega_s$  es la velocidad que recibe el eje, la cual corresponde a la suma de las dos anteriores, y C corresponde al punto de conexión, el cual está compuesto por un controlador de velocidad y un resorte de constante  $K_c=1 \cdot 10^9 \frac{N}{m}$ . Como se muestra en las Figuras anteriores, el acoplamiento de vibraciones entre el sistema aspa-disco-eje y la máquina se realiza mediante un sistema de control de velocidad que recibe como señales la velocidad del controlador, junto a las vibraciones que salen del eje del sistema aspa-disco-eje.

A continuación, se muestran en las Figuras 4.4, 4.5 y 4.6, las señales que recibe la máquina, tales como la velocidad de referencia y el torque de entrada, las salidas eléctricas del sistema de forma trifásica, las señales se muestran en la sección siguiente tras aplicar la transformada dq para mayor claridad y el perfil de viento y las fuerza de empuje y torque que actúan como entrada del sistema mecánico. Cabe mencionar que la simulación tardó  $30 \text{ [min]}$  aproxima-

damente en simular este escenario de 20 segundos, abriendo la posibilidad de optimizar este proceso.

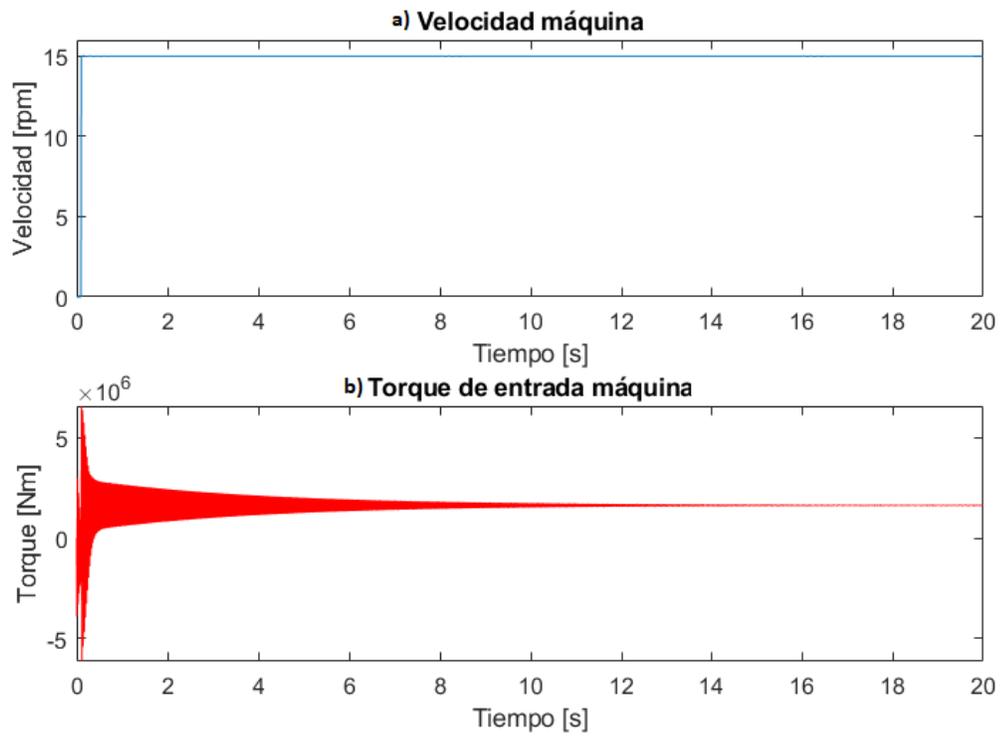


Figura 4.4: Velocidad y torque de entrada que recibe la máquina en su eje durante la simulación.

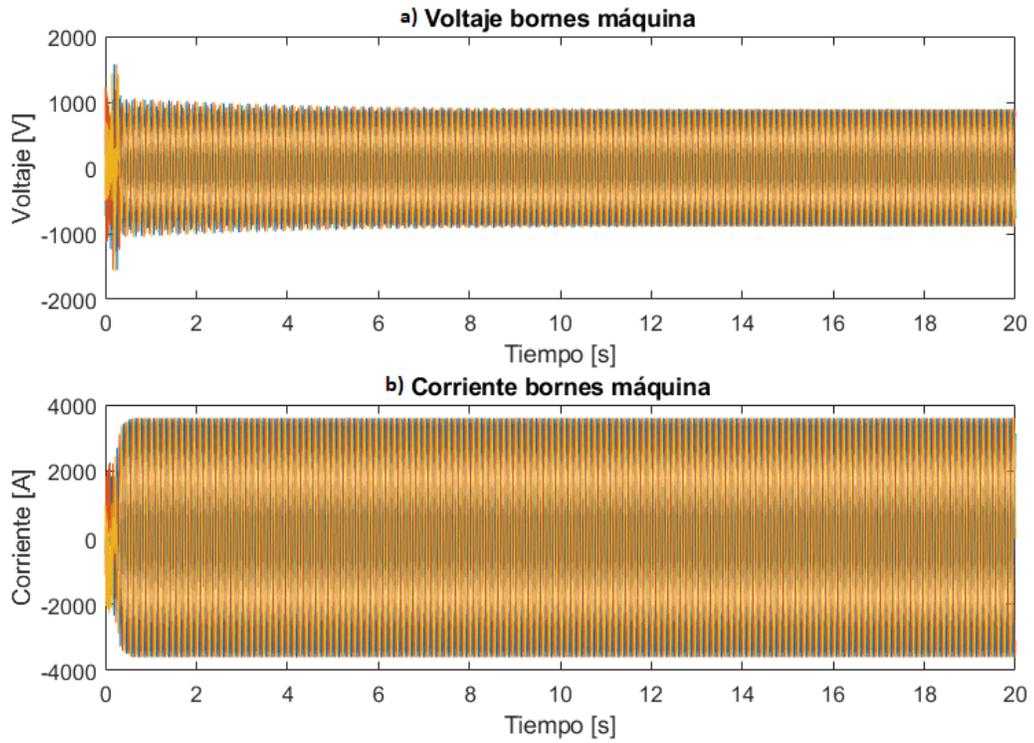


Figura 4.5: Corriente y voltaje en bornes de la máquina durante la simulación.

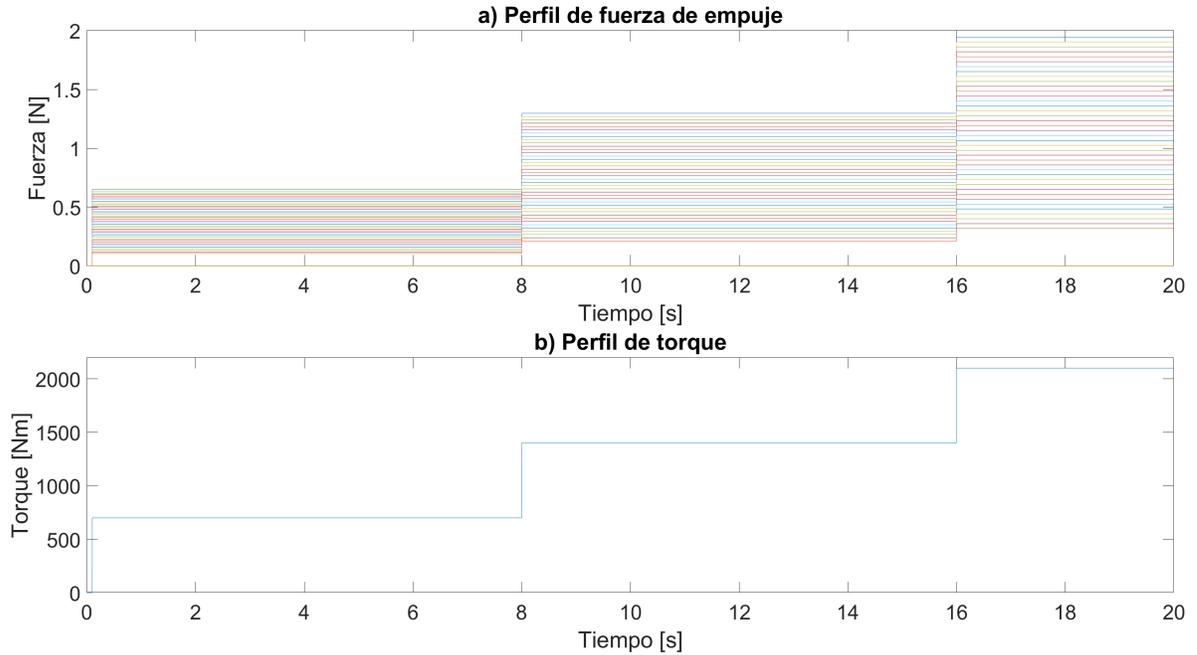


Figura 4.6: Perfil de torque y fuerza de empuje que recibe el sistema mecánico.

## 4.2. Análisis de frecuencias

Para esta sección se realiza una simulación aplicando un escalón como entrada al sistema mecánico para excitar todas las frecuencias y analizarlas en diferentes puntos del sistema eléctrico. Para llevar a cabo el análisis primero se tiene que realizar un estudio de frecuencia del torque del sistema. La señal de torque de la máquina y las frecuencias detectadas en este se aprecian la Figura 4.7.

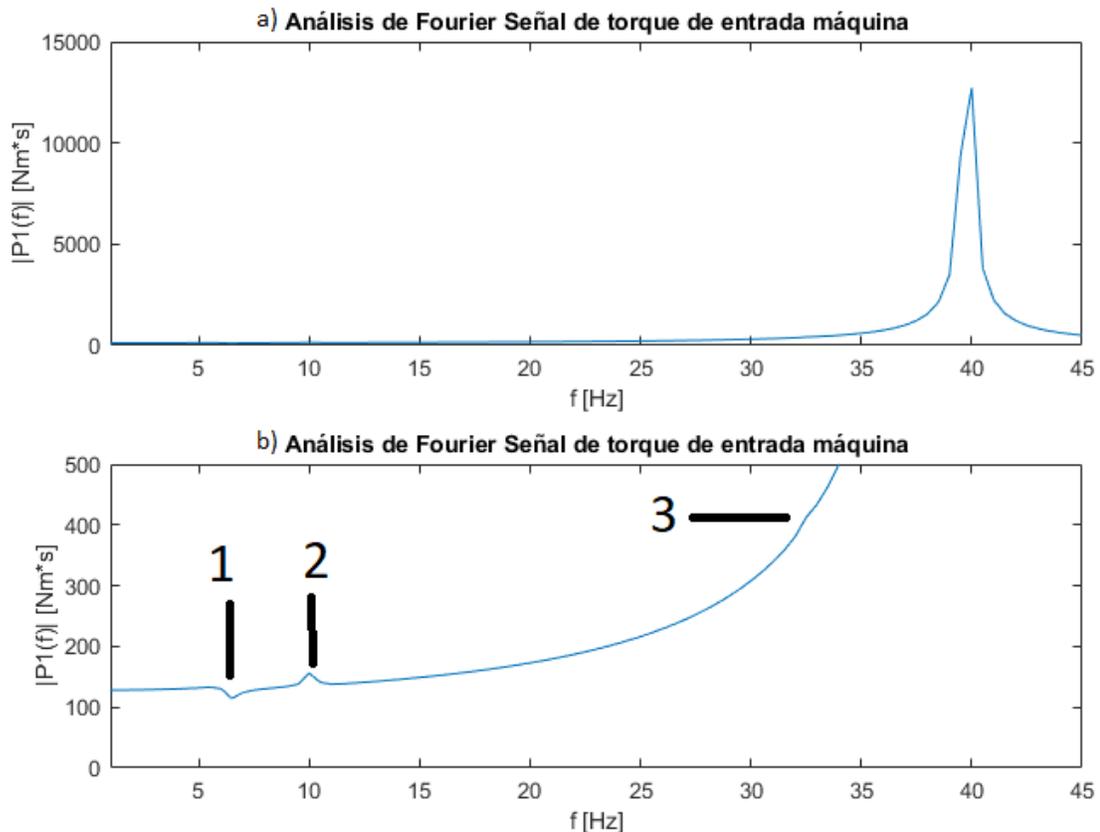


Figura 4.7: Transformada de Fourier aplicada a la señal de torque de entrada de la máquina. Donde a) corresponde al espectro de Fourier completo y b) a un zoom de la zona de interes.

Como se puede apreciar en la Figura anterior, la frecuencia de mayor amplitud corresponde al acople, frecuencia la cual al ser excitada más cercana a la máquina es esperable que su amplitud sea mayor. Luego se pueden apreciar dos peaks que corresponden a la frecuencia del eje alrededor de los 7 [Hz] (número 1) y otra alrededor de los 10.5[Hz] (número 2) que corresponden a la primera frecuencia modal “*flap-wise*” del aspa. Finalmente, se puede apreciar otro peak de menor tamaño alrededor de los 32.5[Hz] (número 3), correspondiente a la segunda frecuencia modal “*flap-wise*” del aspa.

Las frecuencias que se espera detectar son:

- Frecuencia del acople.
- Frecuencia del eje.

- Primera frecuencia modal del aspa.

En particular, no se espera detectar el segundo modo “*flap-wise*” del aspa en los siguientes puntos, debido a que ya posee una densidad de potencia basta baja. El análisis de frecuencia de las señales eléctricas se realiza en dq. La razón de lo anterior es porque, el peak de 50[Hz] de la frecuencia de la red o la frecuencia del estator de la máquina, oculta las demás frecuencias, complicando su análisis. Al transformar la señal de alterna a continua, gracias a la transformada *dq*, se facilita el análisis de las señales. Un ejemplo de lo antes mencionado se puede apreciar en la Figura 4.8.

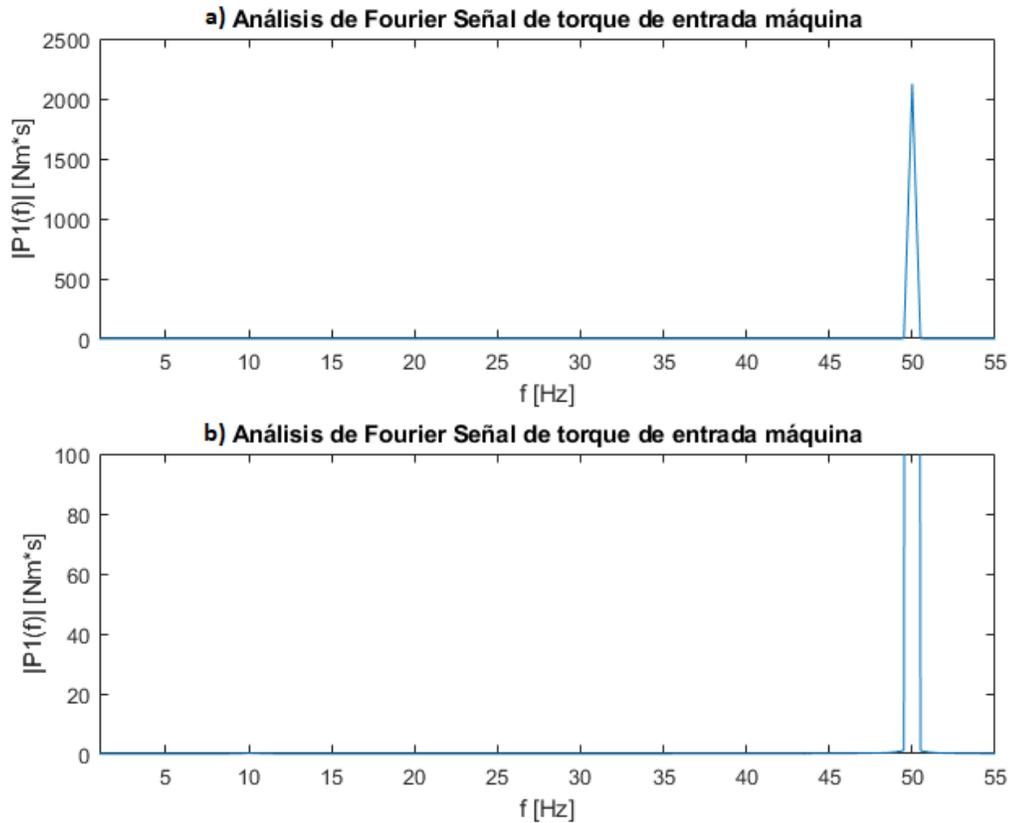


Figura 4.8: Transformada de Fourier aplicada a la corriente a la salida del convertidor en forma trifásica.

La máquina en esta sección opera en las siguientes condiciones:

- La velocidad de giro es de 15[rpm], con un ángulo pitch de  $0^\circ$ .
- El aerogenerador está conectado a una barra infinita, sin perturbaciones.
- Se aplica escalones de torque y fuerza de empuje para excitar todas las frecuencias del sistema mecánico.

Cabe mencionar que la frecuencia de switching de los convertidores, no se muestra en las Figuras, ya que se escapa del análisis que se desea realizar.

### 4.2.1. Bornes máquina

A continuación, en la Figura 4.9, se presenta los voltajes y corrientes, en dq, en bornes de la máquina.

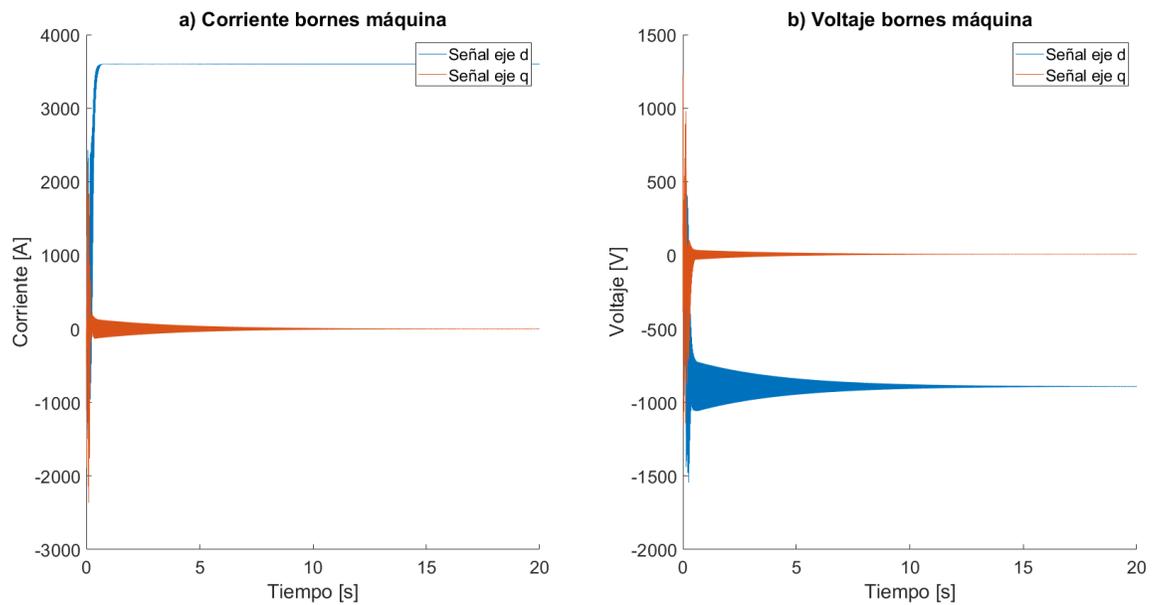


Figura 4.9: Voltaje y corriente, en dq, en bornes de la máquina.

Se realiza una transformada de Fourier a las señales antes mostradas y se busca detectar los diferentes peaks de frecuencia y que estos tengan relación con los modos excitados en el sistema mecánico. Las frecuencias detectadas se pueden apreciar en la Figura 4.10. En la Figura 4.11, se realiza un zoom para ver en más detalle la presencia de los modos de oscilación del aspa y eje.

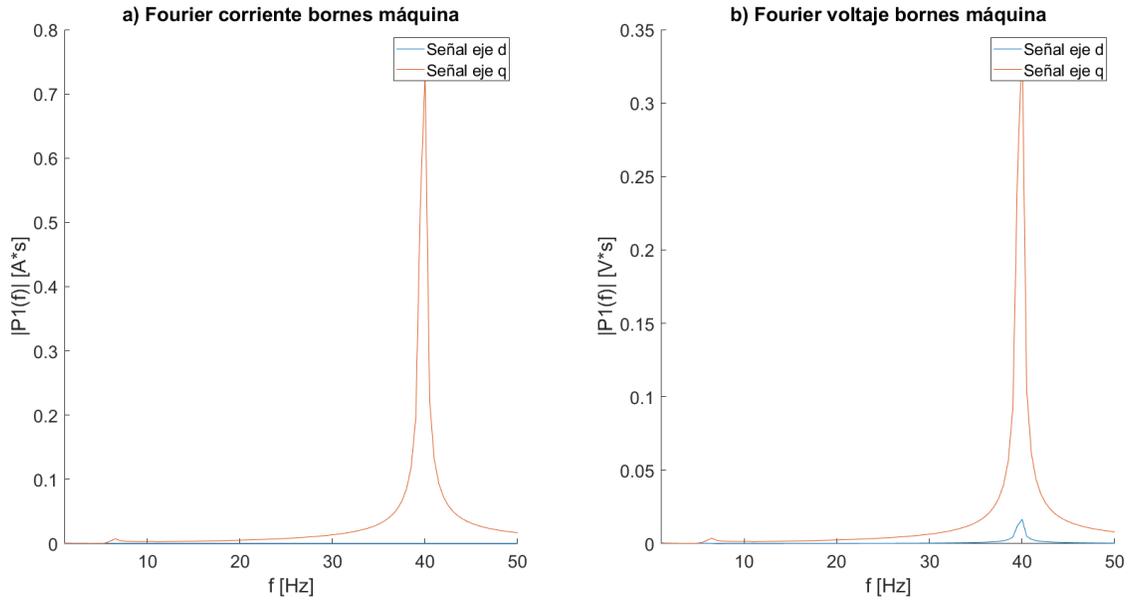


Figura 4.10: Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes de la máquina.

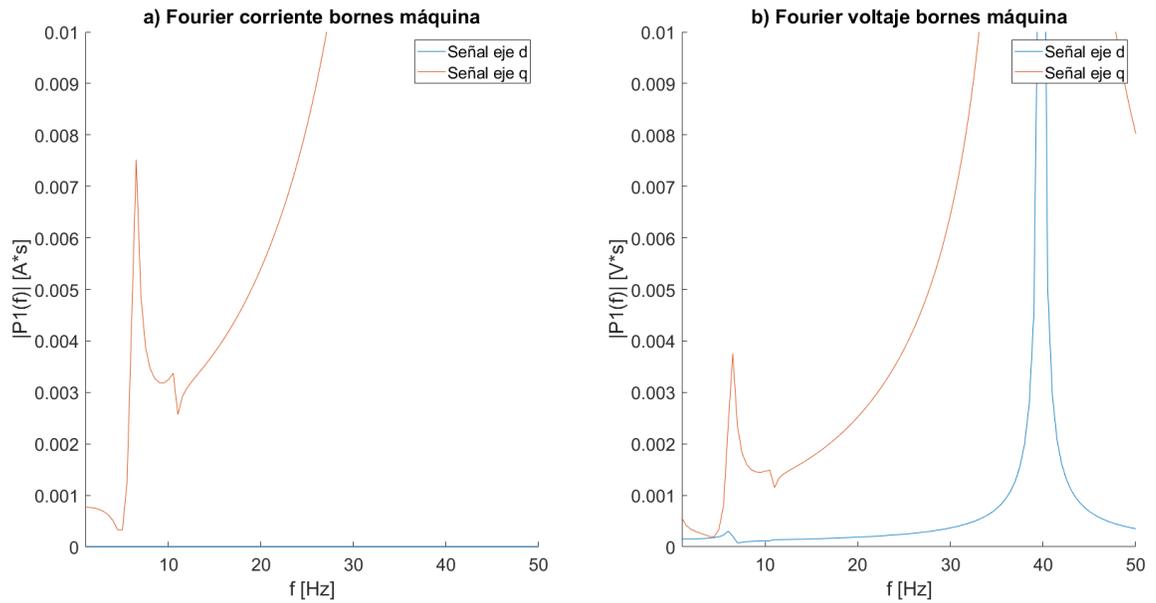


Figura 4.11: Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar con claridad, los 7 [Hz] del eje, los 10.5 [Hz] correspondiente al primer modo del aspa y los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina.

De la Figura 4.11, se es posible apreciar las frecuencias relacionadas con el eje, primer modo del aspa y de la masa de la máquina. Cabe mencionar que los valores de esta máqui-

na corresponden al de una máquina genérica y no a la máquina del aerogenerador que se encuentra en la Universidad de los Andes, ya que no se posee el data-sheet de la máquina de imanes permanentes con sus especificaciones mecánicas. Por ende, el último modo puede poseer un valor diferente en la práctica. Si se busca recuperar el segundo modo del aspa va a ser necesaria la aplicación de técnicas más avanzadas para el filtrado de las señales.

Analizar las señales de corriente y voltaje en bornes, es una alternativa válida para el estudio del estado de degradación del aspa y detección de fallas, respecto a instalar acelerómetros en las aspas, los cuales pueden afectar la aerodinámica de las aspas.

#### 4.2.2. Enlace DC

Para el enlace DC, no se aplica transformada  $dq$ , ya que el voltaje del enlace es constante en régimen permanente. La corriente presenta un rizado, el cual su magnitud depende de factores como la capacitancia del condensador, técnica de modulación, frecuencia de switching, etc. Lo último se escapa del alcance de la Tesis, por ende, no se ahondará en el tema. Los voltajes y corrientes del enlace DC se pueden apreciar en la Figura 4.12.

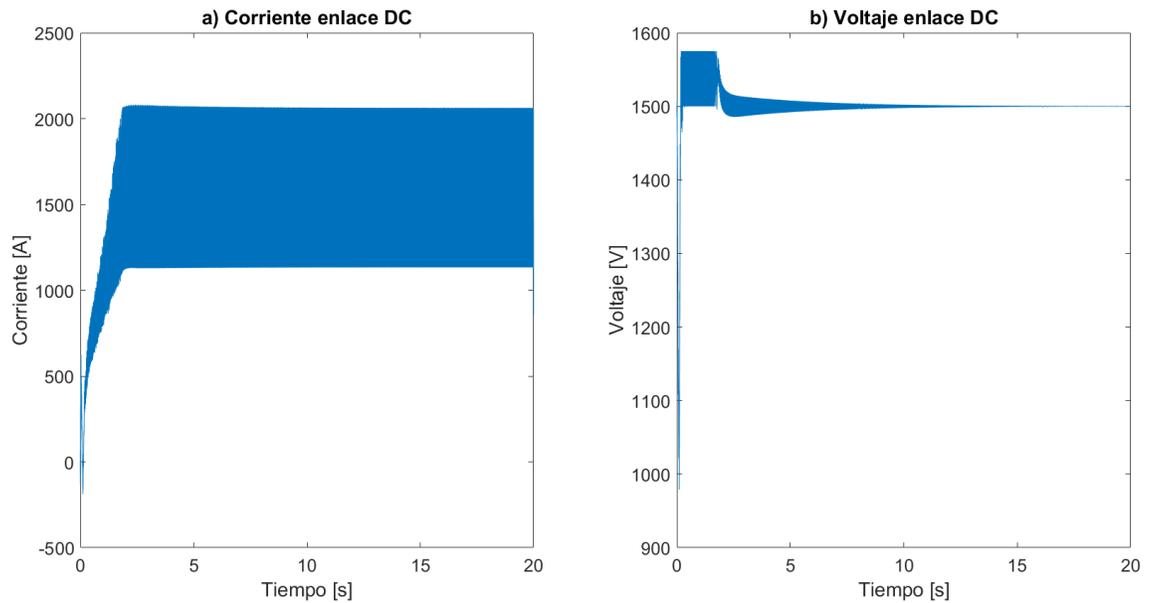


Figura 4.12: Voltaje y corriente, en el enlace dc.

A las señales anteriores se realiza una transformada de Fourier para detectar las frecuencias que vengan del sistema mecánico. Los resultados se presentan en la Figura 4.13 y en la Figura 4.14, se realiza un zoom para ver más en detalle las frecuencias que se desea analizar.

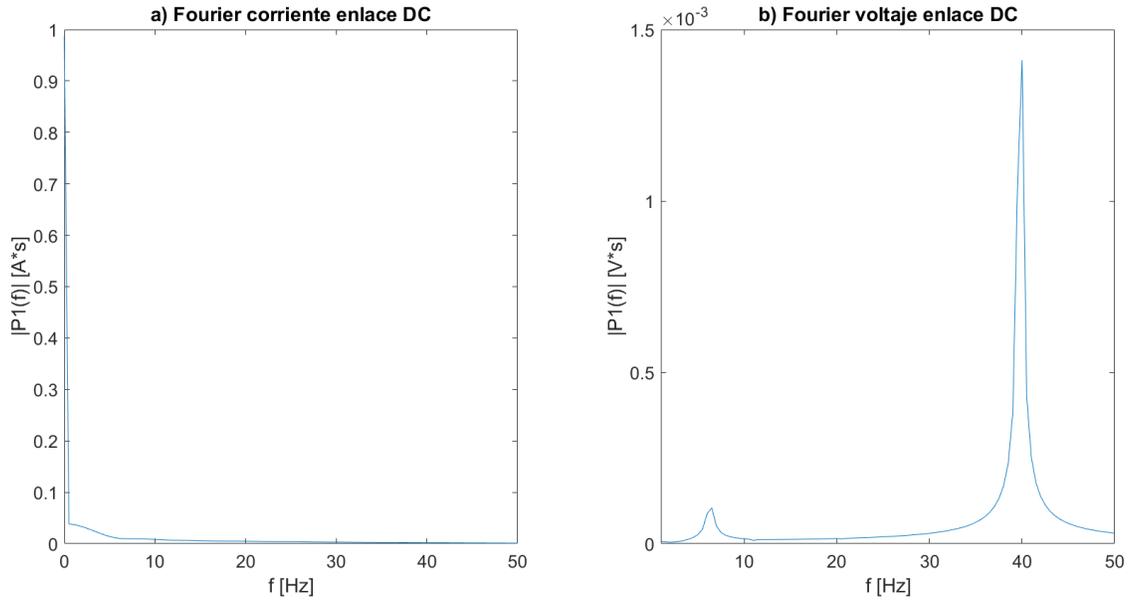


Figura 4.13: Análisis de Fourier del voltaje y corriente del enlace dc.

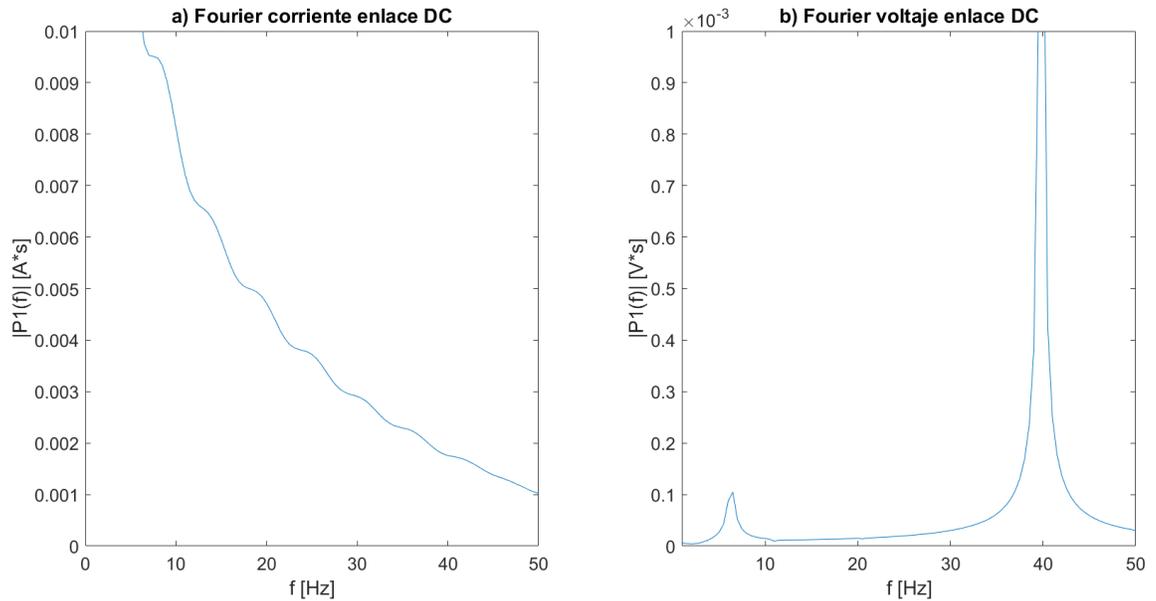


Figura 4.14: Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina.

Como se puede apreciar en las Figuras anteriores, los modos relacionados con el eje y la inercia de la máquina son apreciables, no obstante, los modos de oscilación relacionados con el aspa ya no lo son. Esto se puede explicar debido a pérdidas asociadas a la conmutación de los convertidores y la presencia del condensador en el enlace DC. Una disminución de amplitud

de los modos del eje y máquina también son apreciables. Del análisis anterior es posible deducir futuras disminuciones de los modos de frecuencia, lo que conlleva a una detección más compleja en los siguientes puntos.

### 4.2.3. Bornes conversor de la red

A continuación, en la Figura 4.15, se presentan el voltaje y corriente a la salida del conversor del lado de la red.

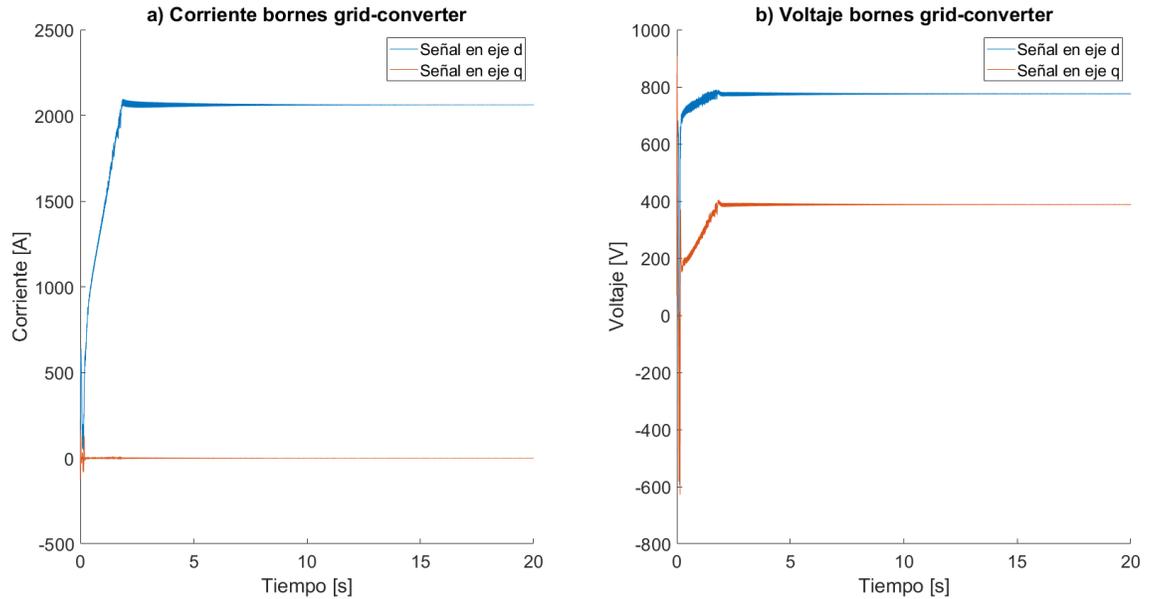


Figura 4.15: Voltaje y corriente, en dq, en bornes conversor del lado de la red.

Como se puede ver en la Figura anterior, existen oscilaciones en el transitorio de las señales, pero una vez llegado al valor de régimen permanente estas desaparecen. Por ende, se aplica transformada de Fourier, para poder analizar las frecuencias provenientes del sistema mecánico. En la Figura 4.16, se muestran los resultados y en la Figura 4.17, se realiza un zoom al espectro de Fourier.

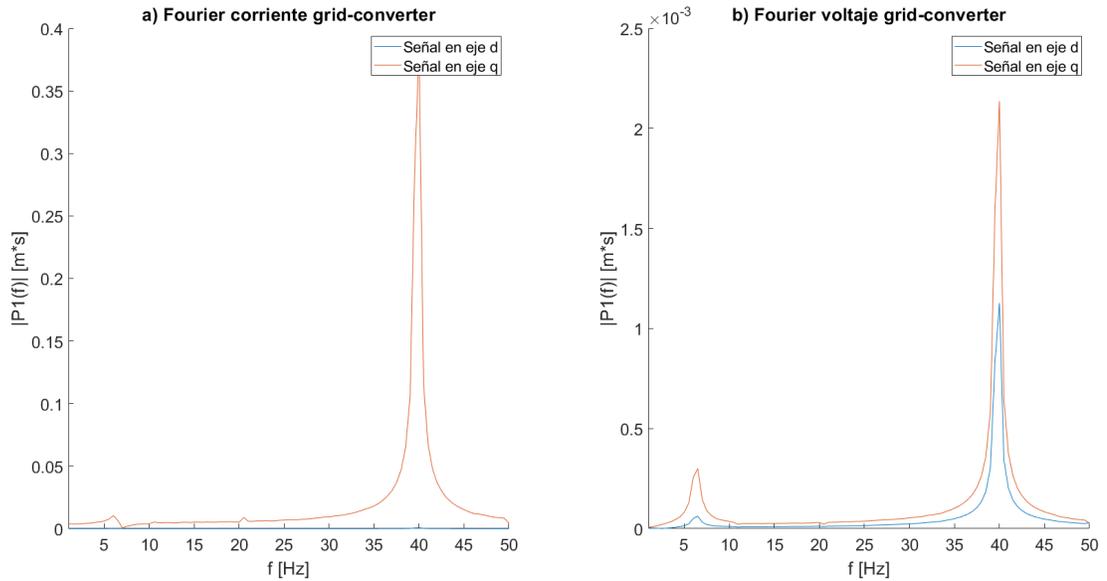


Figura 4.16: Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes del conversor del lado de la red.

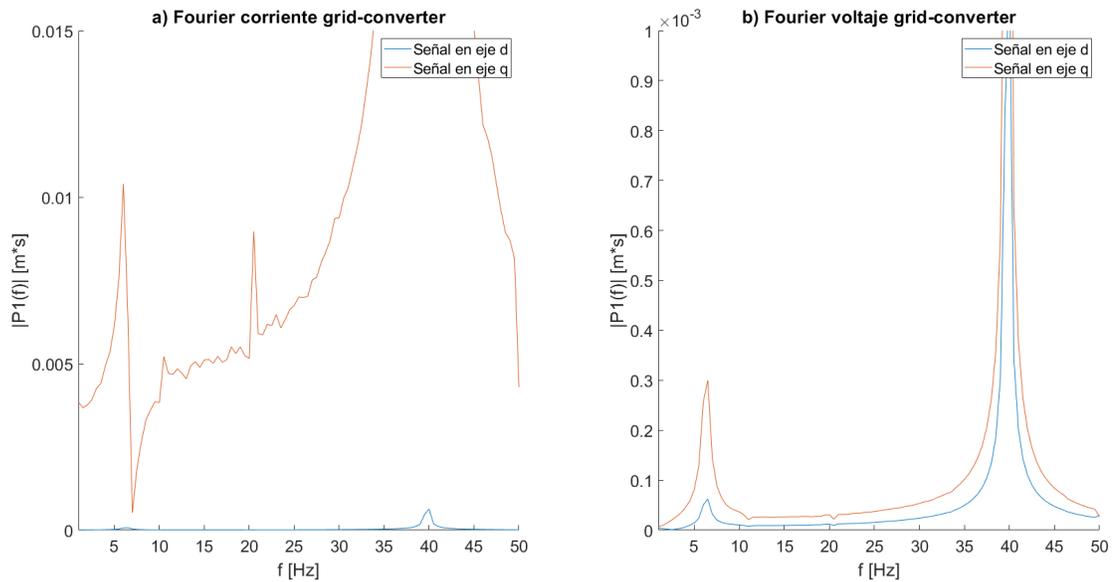


Figura 4.17: Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina.

En este punto de la máquina, los peaks relacionados con los modos de las aspas, son de menor amplitud respecto con los puntos anteriores de medición. Lo cual se condice con la teoría, debido a la existencia de pérdidas en la modulación y la presencia de condensadores que actúan como filtros.

#### 4.2.4. Filtro LCL

El filtro LCL, corresponde al punto más lejano de medición respecto a la máquina que se analiza. La función del filtro es amortiguar caídas de voltaje y perturbaciones que vengan de la red hacia el aerogenerador. Dados los resultados anteriores, se espera apreciar nuevamente una disminución de amplitud de los modos correspondientes al eje y a la máquina. En la Figura 4.18, se presentan los voltajes y corrientes a la salida del filtro LCL.

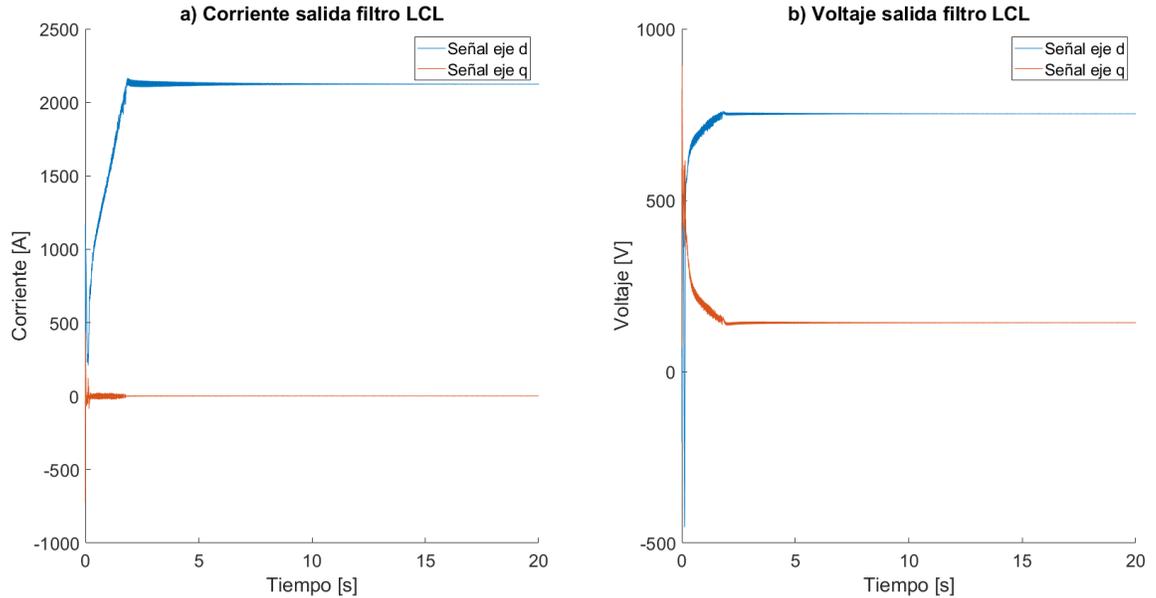


Figura 4.18: Voltaje y corriente a la salida del filtro LCL.

Al voltaje y corriente se le aplica transformada Fourier para detectar los modos previamente mencionados. Tal como se menciona en el párrafo anterior y de acuerdo a lo esperado con la teoría, se aprecia una disminución en la amplitud de las frecuencias transmitidas por el sistema mecánico. Los resultados se pueden apreciar en la Figura 4.19 y en la Figura 4.20, se realiza un zoom para ver de mejor manera los modos excitados.

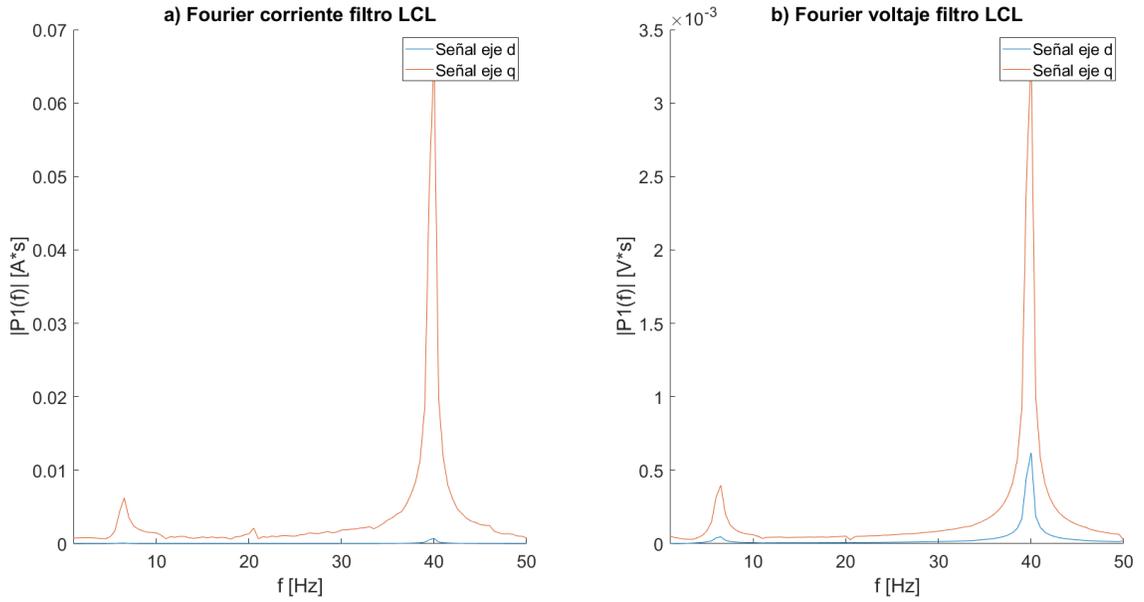


Figura 4.19: Análisis de Fourier del voltaje y corriente, en dq, en bornes del convertor del lado de la red.

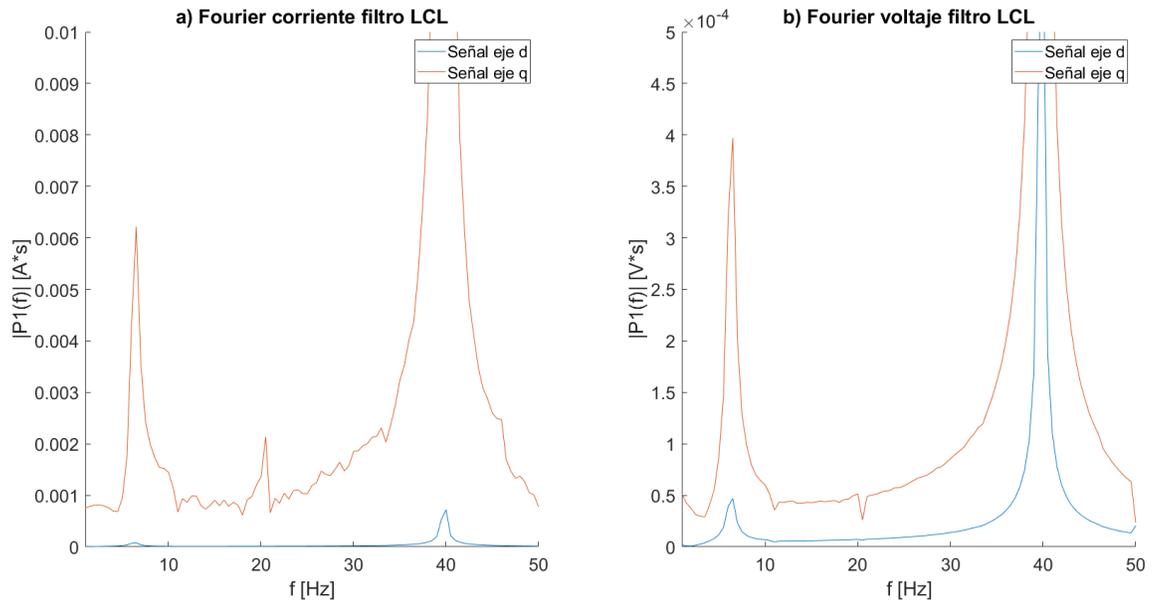


Figura 4.20: Zoom a las frecuencias detectadas en el análisis de Fourier. Donde se es posible apreciar peaks a los 7 [Hz] que corresponden al eje y a los 40 [Hz] correspondiente a la frecuencia de la máquina.

A continuación se presenta una tabla resumen de los máximos valores encontrados dentro de cada medición de las frecuencias correspondientes a la frecuencia del eje y el primer modo “*flap-wise*” del aspa. Los resultados se aprecian en la Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Amplitudes del espectro de potencia de cada frecuencia normalizada por sus normas euclidianas.

Caso de estudio de frecuencias eje/1° modo aspa	Amplitud normalizada de la densidad de potencia en la corriente	Amplitud normalizada de la densidad de potencia en el voltaje
Bornes máquina	0.0075/0.0032	0.0038/0.0015
Enlace DC	0/0	0.0012/0.0001
Convertor Grid-Side	0.006/0.002	0.003/0.0001
Filtro LCL	0.006/0.0015	0.0004/0.00005

De los análisis anteriores es directo concluir que si se busca medir las frecuencias del sistema mecánico en el sistema eléctrico, el mejor punto es en bornes de la máquina. De esta forma es posible recuperar el modo principal del aspa, la frecuencia del eje y el modo de la máquina. Estas frecuencias son fundamentales para la detección de fallas en el sistema mecánico y estimación del estado de degradación del mismo. Por otro lado, permiten tener un respaldo frente a mediciones de sensores colocados en las aspas. Permitiendo comparar mediciones y detectar si los sensores mecánicos presentan anomalías o errores en sus mediciones.

# Capítulo 5

## Degradación aspa

En esta sección se explica como se modela la degradación de las aspas. Para esto se realiza un cambio en la matriz de rigidez del aspa. En particular, se irá disminuyendo el coeficiente elástico del aspa, para que de esta manera se vaya comportando de acuerdo a la información adquirida en el laboratorio.

Como se puede apreciar en la Figura 5.1, las frecuencias modales son menores a los valores obtenidos en la etapa de validación. Esto se debe principalmente a las condiciones de borde del empotramiento. El empotramiento del aspa en el aerogenerador, al ser diferente al realizado en el laboratorio, produce un aumento de la rigidización (las condiciones de borde son diferentes) y, por ende, suben las frecuencias.

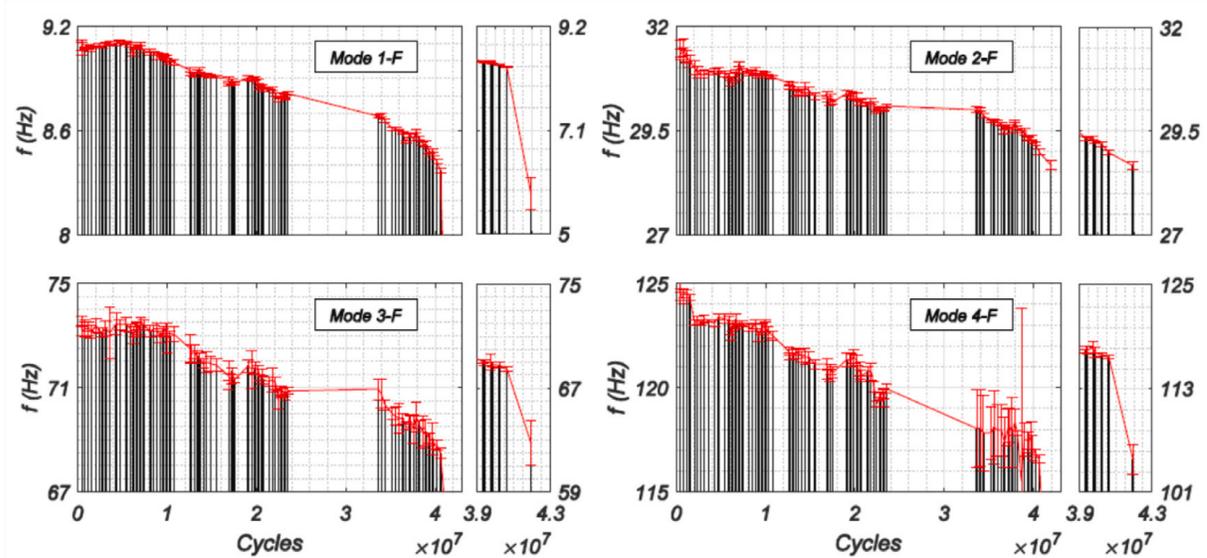


Figura 5.1: Análisis modal de degradación del aspa en función de los ciclos de carga de esta, extraído de referencia [46].

Debido a lo anterior, el enfoque de esta sección es en modelar las diferencias de frecuencia dada la degradación del aspa y no en modelar los valores de estas. Con este fin, la degradación se divide en 3 grupos de frecuencia, tal como se muestra en la Figura 5.2.

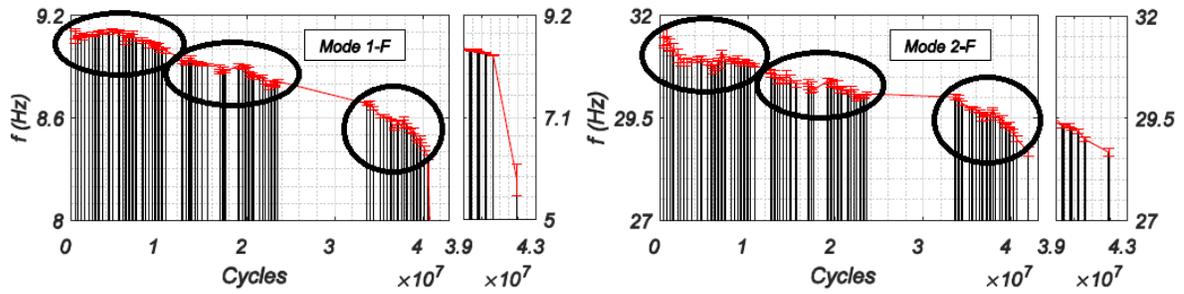


Figura 5.2: Agrupación de valores de frecuencia que se eligieron para determinar degradación por etapas de la elasticidad de las aspas, extraído de referencia [46].

En particular, se desarrolla el siguiente escenario: Consiste en ir cambiando la matriz de elasticidad ( $K$ ) después de aplicar escalones de fuerza de empuje. El parámetro que determinará las variaciones en la matriz  $K$ , es el tiempo.

## 5.1. Matriz de degradación

Las frecuencias del aspa van disminuyendo a medida que la elasticidad de esta va disminuyendo por la degradación debido a los esfuerzos mecánicos. Este fenómeno en particular es apreciable en la Figura 5.1, que corresponde a la variación de frecuencias después de ciertos ciclos de trabajo.

Para definir las variaciones de frecuencia en el aspa, se promediaron las frecuencias dentro de cada uno de los grupos. Las variaciones de las frecuencias del modelo y del aspa se resumen en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1: Tabla comparativa de las variaciones de frecuencia entre datos obtenidos y modelo.

Variación de frecuencia [Hz]	$\Delta f$ aspa 1° modo	$\Delta f$ modelo 1° modo	$\Delta f$ aspa 2° modo	$\Delta f$ modelo 2° modo
$\Delta f_1$	0.2	0.26	2	0.98
$\Delta f_2$	0.3	0.37	1	1.2

Donde  $\Delta f_1$  corresponde a la variación de frecuencias entre el promedio del primer y segundo grupo y  $\Delta f_2$  corresponde a la variación de frecuencias entre el segundo y tercer grupo.

La forma en la que se modela la variación en la matriz de elasticidad es descrita en la ecuación (5.1).

$$K_a = \frac{(K_{i+1} - K_i)}{t_f} \cdot t + K_i \quad (5.1)$$

Donde  $K_a$  corresponde al valor de la matriz  $K$  en el instante actual,  $K_{i+1}$  corresponde a la matriz de elasticidad que entrega la variación de frecuencia de la siguiente agrupación de frecuencias,  $K_i$  corresponde a la matriz de elasticidad del grupo sobre el cual comienza el modelamiento de degradación,  $t_f$  y  $t$  corresponden al tiempo final cuando se modifica la matriz de frecuencia de un valor a otro y  $t$  el tiempo actual de simulación. Esta fórmula se presenta como una alternativa, pero la forma de modelar la degradación y a qué factores está sujeto el cambio de elasticidad se pueden modificar de manera simple en el modelo y se deja abierto para discusión. De esta forma, se modeló el proceso de degradación y su aplicación se puede apreciar en la Figura 5.3.

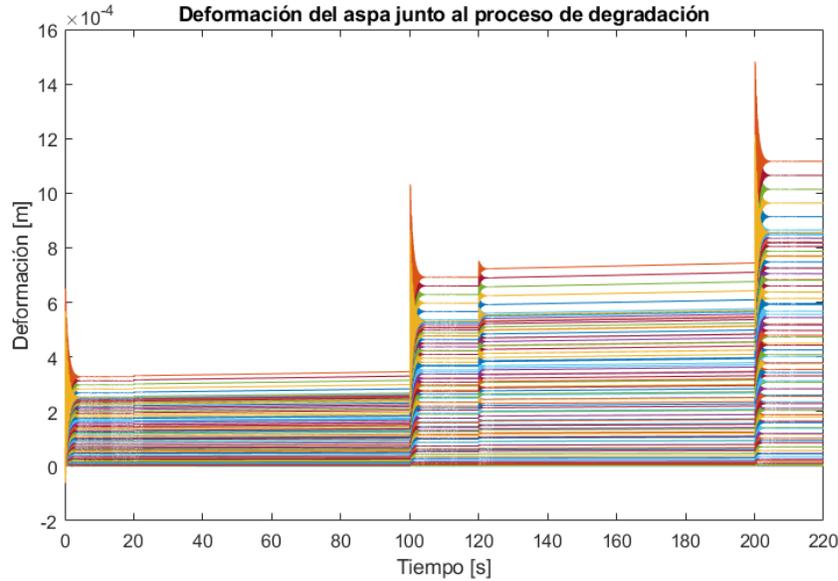


Figura 5.3: Comportamiento de la deformación del aspa frente a la degradación.

Como se puede apreciar de la Figura anterior, a medida que va disminuyendo la elasticidad del aspa, aumenta la magnitud de la deformación, lo que se condice con la teoría. La simulación anterior consta de las siguientes etapas:

- Durante las ventanas de tiempo entre 0-20[s], 100-120[s] y 200-220[s], se deja constante la matriz de elasticidad para aplicar un escalón y extraer las frecuencias de cada etapa de la degradación.
- Durante las ventanas de tiempo 20-100[s] y 120-200[s] se produce la variación de manera lineal de la matriz de elasticidad de una agrupación de frecuencias a otras.

La extracción de las frecuencias de cada matriz se puede apreciar en la Figura 5.4.

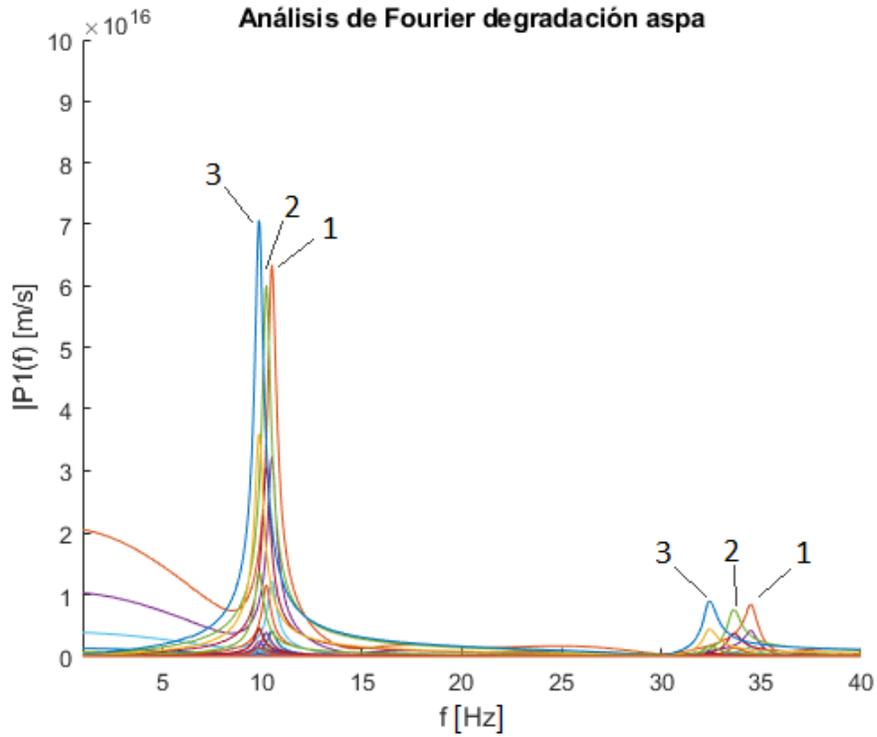


Figura 5.4: Frecuencias obtenidas al aplicar escalones al aspa.

Donde el número 1 indica las frecuencias obtenidas de la matriz original de elasticidad del aspa, el número 2 corresponde a las frecuencias obtenidas durante la etapa intermedia de degradación y, finalmente, el número 3 indica los peaks de frecuencia en a última etapa de degradación.

Como se aprecia en la Figura 5.4, el desplazamiento de la frecuencia modal del aspa, es efectivo. Por otro lado, se tiene unos pequeños saltos en la deformación del aspa cuando ocurren los cambios graduales en la matriz de elasticidad, estos se deben principalmente a que las diferencias entre matrices es grande y no alcanza a ser suavizada por la función. Estos saltos pueden ser suavizados al cambiar la función que modela el cambio en la elasticidad o aumentando el periodo de tiempo en que ocurre el cambio en la matriz.

# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

En primer lugar, se realiza una revisión sobre el cumplimiento de los objetivos planteados al inicio de esta Tesis. El primer objetivo planteado fue “Modelar y simular la operación de las aspas del aerogenerador mediante elementos finitos”, el cual fue cumplido, pues se desarrolló un modelo del aspa y se validó mediante dos métodos: la prueba de esfuerzo y una prueba de vibración libre. En cuanto a la prueba de vibración libre, se puede apreciar que el error asociado a las dos primeras frecuencias modales del aspa no superaron el 5%, tal como se buscaba construir. En cuanto a las pruebas de esfuerzo, se puede concluir de igual manera, al obtener un error de la deformación del modelo respecto al aspa real menor al 5%.

El segundo objetivo específico planteado fue “Modelar y simular el sistema de transmisión mecánico del aerogenerador, para conectar el modelo de aspas y sistema eléctrico”. Este objetivo fue cumplido mediante el desarrollo de un sistema de ecuaciones que modelaban una estructura formada mediante aspas-disco-eje. La cual, mediante un disco rígido, permite el acople de frecuencias entre las aspas y el eje. Del sistema anterior, se presentaron dos modelos, uno lineal y otro no lineal. Se le realizaron pruebas en condiciones estáticas y se analizó que existe una interacción entre las vibraciones de las aspas y el eje, la cual se comprobó.

El tercer objetivo específico planteado fue “Modelar el efecto de la velocidad y el ángulo de pitch sobre el valor de las frecuencias de las aspas”. El tercer objetivo nuevamente fue cumplido, mediante la realización de 12 escenarios donde se compararon el modelo lineal con el no lineal. Tres de los escenarios consistían en hacer funcionar el aerogenerador a 15, 30 y 60 [RPM] y en cada uno de estos escenarios se modificaba el ángulo de pitch del aspa en 4 valores diferentes, 0°, 18°, 54° y 90°. Además, se comparó el comportamiento de la variación en las frecuencias de cada modelo. Finalmente, los resultados entregaron que los errores asociados al modelo no lineal eran levemente menores que los del modelo lineal, tanto para los 12 casos estudiados, como para las variaciones de frecuencia. Concluyendo que el modelo no lineal sería el sistema de ecuaciones a utilizar para el resto de la Tesis.

El cuarto objetivo específico planteado fue “Simular el sistema electromecánico de la turbina eólica”. Este objetivo fue cumplido mediante un sistema de acople. El sistema consiste en un controlador de velocidad, el cual está conectado a la máquina de imanes permanentes mediante un resorte. Las variables que recibe el controlador de velocidad son la velocidad de vibración del eje y la referencia de velocidad del controlador PI de la máquina. De esta manera, se buscó emular la transmisión de vibraciones del sistema mecánico al eléctrico. Mediante

esta técnica, se pudo recuperar la frecuencia fundamental del aspa, la del eje y una frecuencia extra que se genera por el resorte del acople y la inercia de la máquina. Las mediciones en el sistema eléctrico se plantean como una alternativa de medición, la cual no se vea afectada por la temperatura y presión ambiental, como ocurre con los sensores de aceleración sobre el aspa.

El quinto objetivo específico planteado fue “Estudiar la excitación de frecuencias *“flap-wise”* en las aspas y generar un modelo de degradación de las aspas”. El objetivo fue cumplido mediante una función que variaba la matriz de elasticidad del aspa en función del tiempo. La función está diseñada, de tal manera, que queda disponible la posibilidad de ir variando la matriz en función de otras variables para futuras aplicaciones, dejándose para futuras discusiones. Con la función anterior, se logró variar las frecuencias modales del aspa en el tiempo, pudiéndose mostrar 3 peaks de frecuencia para el primer y segundo modo, diferentes entre sí.

Del modelo del aspa, se puede apreciar que las deformaciones del aspa empiezan cuando el viento obtiene una velocidad de 5[m/s], lo que se condice con la información entregada en el data-sheet del aerogenerador (el cual se encuentra al final del documento), donde se explicita que el rango de operación va entre los 3-30[m/s]. Además, al someter el modelo del aspa a diferentes perfiles de viento se pudieron recuperar las frecuencias de esta, validando así el modelo propuesto.

En el modelo mecánico se pudo apreciar como las frecuencias aumentaban al aumentar la velocidad rotacional del aspa. Estos resultados se condicen con la teoría planteada en el marco teórico. Sin embargo, el modelo tenía una variable, la cual no se encontraba en los modelos de la literatura, siendo el ángulo de pitch. Al ir aumentando el ángulo de pitch, las frecuencias modales aumentaban su valor, esto último fue validado con data experimental del aerogenerador instalado en la Universidad de los Andes.

Del sistema electro-mecánico, se puede apreciar como las vibraciones y, por ende, las frecuencias son transmitidas del sistema mecánico al eléctrico. Se concluye que dos puntos son los mejores para medir y extraer las frecuencias del aspa, sin tener que intervenir estas, los puntos son con un sensor de torque en el eje de la máquina y con sensores de corriente y voltaje en bornes de la máquina. Esto se condice con lo expresado en el marco teórico, debido a que son los puntos más cercanos de donde se generan las vibraciones y se esperan pérdidas en la electrónica de potencia y transmisión de señales

Dados todos los antecedentes anteriores, se permite validar la hipótesis de esta Tesis, la cual declara que “se puede desarrollar un modelo mecánico del aerogenerador que permita estudiar el cambio de frecuencias de las aspas al operar a distintas velocidades y ángulo de pitch. Además, el modelo mecánico se puede conectar al sistema eléctrico y se pueden estudiar las interacciones entre estos. Finalmente, mediante el modelamiento del sistema electromecánico de un aerogenerador, es posible simular los efectos que genera la degradación de las aspas en la generación de electricidad y que es posible medir su estado de degradación sin intervenir el aspa con sensores, en el sistema eléctrico, para de esta manera no afectar la aerodinámica de las aspas”. Esto se justifica, puesto que se propuso, implementó, modeló y se analizó una amplia lista de escenarios a los cuales el sistema electromecánico del aerogenerador

fue sometido, cumpliendo con los objetivos planteados. Demostrando así, que el proyecto se justifica de manera técnica y que permitió ampliar el alcance de la teoría actual.

Se desea recalcar, que el modelo propuesto en esta Tesis, tiene una gran utilidad para aumentar la data de entrenamiento de algoritmos que estimen el estado de degradación de un aspa. Al tener mayor información para el entrenamiento de algoritmos, es posible estimar fenómenos con menor incertidumbre, permitiendo tomar decisiones con mayor certeza, lo que en toma de decisiones de costo bayesiano (por dar un ejemplo) puede ser determinante, como el decidir si sacar o no un equipo de funcionamiento para su mantenimiento.

## 6.1. Trabajo futuro

Como trabajo futuro se propone:

- Avanzar en el modelamiento de la degradación de las aspas. En específico, la dinámica de su comportamiento para que sea lo más representativo posible de la realidad y la variable que determina el cambio de las matrices.
- Se propone verificar los puntos propuestos para la medición de las frecuencias de las aspas, explorando así opciones que signifiquen no intervenir el aspa y que las mediciones no se vean afectadas por la presión y temperatura, logrando así estimar su estado de degradación más fácilmente o como alternativa de verificación de los sensores mecánicos y poder detectar si estos tienen daños.
- Validar con más datos experimentales el modelo en condiciones rotacionales, debido a las magnitudes de errores en ciertos escenarios.

# Bibliografía

- [1] A. Tummala, R. K. Velamati, D. K. Sinha, V. Indraja, and V. H. Krishna, “A review on small scale wind turbines,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 56, pp. 1351–1371, apr 2016.
- [2] H. D. M. De Azevedo, A. M. Araújo, and N. Bouchonneau, “A review of wind turbine bearing condition monitoring: State of the art and challenges,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 56, pp. 368–379, apr 2016.
- [3] O. W. in Data, “Renewable energy generation, World, Disponible en: <https://ourworldindata.org/grapher/modern-renewable-energy-consumption?stackMode=relative>,” 2021.
- [4] R. A. Mehdi, W. Ostachowicz, and M. Luczak, *Mare-Wint. New Material and reliability in offshore wind turbine technology*. SpringerOpen, first ed., 2016.
- [5] W. Yang, P. J. Tavner, C. J. Crabtree, Y. Feng, and Y. Qiu, “Wind turbine condition monitoring: Technical and commercial challenges,” *Wind Energy*, vol. 17, pp. 673–693, may 2014.
- [6] F. X. Ochieng, C. M. Hancock, G. W. Roberts, and J. Le Kerneec, “A review of ground-based radar as a noncontact sensor for structural health monitoring of in-field wind turbines blades,” *Wind Energy*, vol. 21, pp. 1435–1449, dec 2018.
- [7] D. Li, S.-C. M. Ho, G. Song, L. Ren, and H. Li, “A review of damage detection methods for wind turbine blades,” *Smart Materials and Structures*, vol. 24, p. 033001, feb 2015.
- [8] W. Y. Liu, B. P. Tang, J. G. Han, X. N. Lu, N. N. Hu, and Z. Z. He, “The structure healthy condition monitoring and fault diagnosis methods in wind turbines: A review,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 44, pp. 466–472, apr 2015.
- [9] F. P. García Márquez, A. M. Tobias, J. María Pinar Pérez, and M. Papaelias, “Condition monitoring of wind turbines: Techniques and methods,” *Renewable Energy*, vol. 46, pp. 169–178, 2012.
- [10] E. Logan, *Wind turbines*. Springer International Publishing, third ed., 2012.
- [11] L. Mishnaevsky, K. Branner, H. Petersen, J. Beauson, M. McGugan, and B. Sørensen, “Materials for Wind Turbine Blades: An Overview,” *Materials*, vol. 10, p. 1285, nov 2017.
- [12] M. H. Keegan, D. H. Nash, and M. M. Stack, “On erosion issues associated with the leading edge of wind turbine blades,” *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 46, p. 383001, sep 2013.
- [13] Y. Amirat, M. E. Benbouzid, E. Al-Ahmar, B. Bensaker, and S. Turri, “A brief status on

- condition monitoring and fault diagnosis in wind energy conversion systems,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 13, pp. 2629–2636, dec 2009.
- [14] A. Ghoshal, M. J. Sundaresan, M. J. Schulz, and P. Frank Pai, “Structural health monitoring techniques for wind turbine blades,” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 85, pp. 309–324, apr 2000.
- [15] Y. Liu, R. J. Patton, and S. Shi, “Wind Turbine Load Mitigation Using MPC with Gaussian Wind Speed Prediction,” *2018 UKACC 12th International Conference on Control, CONTROL 2018*, pp. 32–37, 2018.
- [16] B. Han, L. Zhou, F. Yang, and Z. Xiang, “Individual pitch controller based on fuzzy logic control for wind turbine load mitigation,” *IET Renewable Power Generation*, vol. 10, no. 5, pp. 687–693, 2016.
- [17] R. P. L. Nijssen, “Fatigue Life Prediction and Strength Degradation of Wind Turbine Rotor Blade Composites,” tech. rep., 2007.
- [18] J. S. Chou, C. K. Chiu, I. K. Huang, and K. N. Chi, “Failure analysis of wind turbine blade under critical wind loads,” *Engineering Failure Analysis*, vol. 27, pp. 99–118, jan 2013.
- [19] B. Lu, Y. Li, X. Wu, and Z. Yang, “A review of recent advances in wind turbine condition monitoring and fault diagnosis,” in *2009 IEEE Power Electronics and Machines in Wind Applications, PEMWA 2009*, 2009.
- [20] A. A. Jiménez, F. P. García Márquez, V. B. Moraleda, and C. Q. Gómez Muñoz, “Linear and nonlinear features and machine learning for wind turbine blade ice detection and diagnosis,” *Renewable Energy*, vol. 132, pp. 1034–1048, mar 2019.
- [21] N. N. Davis, Ø. Byrkjedal, A. N. Hahmann, N.-E. Clausen, and M. Žagar, “Ice detection on wind turbines using the observed power curve,” *Wind Energy*, vol. 19, pp. 999–1010, jun 2016.
- [22] S. Shajiee, L. Y. Pao, P. N. Wagner, E. D. Moore, and R. R. McLeod, “Direct ice sensing and localized closed-loop heating for active de-icing of wind turbine blades,” in *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 634–639, 2013.
- [23] H. E. Boyer, *Atlas of Fatigue Curves*. The Materials Information Society, first edit ed., 1985.
- [24] E. A. Bossanyi, “Wind turbine control for load reduction,” *Wind Energy*, vol. 6, no. 3, pp. 229–244, 2003.
- [25] A. Sathe, J. Mann, T. Barlas, W. A. Bierbooms, and G. J. Van Bussel, “Influence of atmospheric stability on wind turbine loads,” *Wind Energy*, vol. 16, no. 7, pp. 1013–1032, 2013.
- [26] R. Krishnan, *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*. Taylor Francis Group, first ed., 2017.
- [27] C. L. Xia, *Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives and Controls*. Pte.Ltd., John Wiley Sons Singapore, first ed., 2012.
- [28] G. Abad, J. López, M. A. Rodríguez, L. Marroyo, and G. Iwanski, *Doubly Fed Induction Machine: Modeling and Control for Wind Energy Generation*. 2011.

- [29] M. Klinkov and C. P. Fritzen, “Wind load observer for a 5MW wind energy plant,” *Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series*, vol. 3, no. PART 1, pp. 719–726, 2011.
- [30] S. Vaez-Zadeh, *Control Of Permanent Magnet Synchronous Motors*. Oxford University Press, 2018.
- [31] L. Sun, K. Liu, J. Hu, and Y. Hou, “Analysis and Mitigation of Electromechanical Oscillations for DFIG Wind Turbines Involved in Fast Frequency Response,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, pp. 4547–4556, nov 2019.
- [32] F. M. Zaihidee, S. Mekhilef, and M. Mubin, “Robust Speed Control of PMSM Using Sliding Mode Control (SMC)—A Review,” *Energies 2019, Vol. 12, Page 1669*, vol. 12, p. 1669, may 2019.
- [33] B. O. Al-Bedoor, “Natural frequencies of coupled blade-bending and shaft-torsional vibrations - IOS Press,” *Shock and Vibration*, vol. 14, no. 1, pp. 65 – 80.
- [34] B. O. Al-Bedoor, “Dynamic model of coupled shaft torsional and blade bending deformations in rotors,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 169, pp. 177–190, jan 1999.
- [35] W. McGuire, R. H. Gallagher, and H. Saunders, “Matrix Structural Analysis,” 1982.
- [36] J. L. Humar, *Dynamics of Structures*. A.A. Balkema Publisher, second ed.
- [37] A. k. Chopra, *Dynamics of Structures 5th Edition SI Units Anul K Chopra*, vol. 53. Pearson, fifth ed., 2012.
- [38] N. T. Sivaneri and I. Chopra, “Finite Element Analysis for Bearingless Rotor Blade Aeroelasticity,” *Journal of the American Helicopter Society*, vol. 29, no. 2, pp. 42–51, 1984.
- [39] M. E. Bechly and P. D. Clausen, “Structural design of a composite wind turbine blade using finite element analysis,” *Computers Structures*, vol. 63, pp. 639–646, may 1997.
- [40] L. Yang, Z. Mao, X. Chen, R. Yan, J. Xie, and H. Hu, “Dynamic coupling vibration of rotating shaft–disc–blade system — Modeling, mechanism analysis and numerical study,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 167, p. 104542, jan 2022.
- [41] B. O. Al-Bedoor, “Reduced-order nonlinear dynamic model of coupled shaft-torsional and blade-bending vibrations in rotors,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 123, no. 1, pp. 82–88, 2001.
- [42] G. Park, D. You, K.-Y. Oh, and W. Nam, “Natural Frequency Degradation Prediction for Offshore Wind Turbine Structures,” *Machines*, vol. 10, no. 5, 2022.
- [43] T. Wu, W. Yao, C. Xu, and P. Li, “A natural frequency degradation model for very high cycle fatigue of woven fiber reinforced composite,” *International Journal of Fatigue*, vol. 134, p. 105398, may 2020.
- [44] X. Chen, “Experimental observation of fatigue degradation in a composite wind turbine blade,” *Composite Structures*, vol. 212, pp. 547–551, mar 2019.
- [45] T. Barszcz, *Vibration-Based Condition Monitoring of Wind Turbines*, vol. 14. Springer International Publishing, first ed., 2019.

- [46] F. Jaramillo, J. M. Gutiérrez, M. Orchard, M. Guarini, and R. Astroza, “A Bayesian approach for fatigue damage diagnosis and prognosis of wind turbine blades,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 174, no. August 2021, p. 109067, 2022.
- [47] H. Lee, J.-S. Song, S.-J. Cha, and S. Na, “Dynamic response of coupled shaft torsion and blade bending in rotor blade system †,” *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 27, no. 9, pp. 2585–2597, 2013.
- [48] S. C. Huang and K. B. Ho, “Coupled Shaft-Torsion and Blade-Bending Vibrations of a Rotating Shaft-Disk-Blade Unit,” *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 118, pp. 100–106, jan 1996.
- [49] C. H. Yang and S. C. Huang, “The coupled vibration in a shaft-disk-blades system,” <http://dx.doi.org/10.1080/02533839.2005.9670975>, vol. 28, no. 1, pp. 89–99, 2011.
- [50] Q. Li, C. Chen, S. Gao, Y. Ren, and W. Wang, “The coupled bending-torsional dynamic behavior in the rotating machinery: modeling, simulation and experiment validation,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 178, p. 109306, oct 2022.
- [51] C. H. Yang and S. C. Huang, “The influence of disk’s flexibility on coupling vibration of shaft-disk-blades systems,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 301, pp. 1–17, mar 2007.
- [52] J. Peng, A. Kimmig, Z. Niu, J. Wang, X. Liu, D. Wang, and J. Ovtcharova, “Wind turbine failure prediction and health assessment based on adaptive maximum mean discrepancy,” *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, vol. 134, p. 107391, jan 2022.
- [53] A. Jastrzebska, A. Morales Hernández, G. Nápoles, Y. Salgueiro, and K. Vanhoof, “Measuring wind turbine health using fuzzy-concept-based drifting models,” *Renewable Energy*, vol. 190, pp. 730–740, may 2022.
- [54] X. Chen, “Experimental observation of fatigue degradation in a composite wind turbine blade,” *Composite Structures*, vol. 212, pp. 547–551, mar 2019.
- [55] W. Yan, X. Wang, W. Gao, and V. Gevorgian, “Electro-mechanical modeling of wind turbine and energy storage systems with enhanced inertial response,” *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 8, pp. 820–830, sep 2020.
- [56] M. R. Shahriar, P. Borghesani, G. Ledwich, and A. C. Tan, “Performance analysis of electrical signature analysis-based diagnostics using an electromechanical model of wind turbine,” *Renewable Energy*, vol. 116, pp. 15–41, feb 2018.
- [57] U. de Chile, “Explorador Eólico Universidad de Chile. Disponible en: <http://walker.dgf.uchile.cl/Explorador/Eolico2/>,” 2022.
- [58] B. Al-Bedoor, “Natural frequencies of coupled blade-bending and shaft-torsional vibrations - IOS Press,” *Shock and Vibration*, vol. 14, no. 1, pp. 65 – 80, 2007.

# Anexos

## Anexo A

### Elementos matriciales

Los coeficientes matriciales y vectores para un sistema de densidad de masa uniforme  $\rho$ , largo  $l$  y constante de rigidez  $EI(x)$  son encontrados en la siguiente forma:

$$\begin{aligned} [M] &= \int_0^L \rho [N]^T [N] dx = \frac{\rho l}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix} \\ [K] &= \int_0^L EI(x) [N'']^T [N''] dx = \frac{EI}{l^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix} \\ [k_{a1}] &= \int_0^L \rho(l-x) [N']^T [N'] dx = \frac{\rho}{60} \begin{bmatrix} 36 & 0 & -36 & 6l \\ 0 & 5l^2 & 0 & -l^2 \\ -36 & 0 & 36 & -6l \\ 6l & -l^2 & -6l & 2l^2 \end{bmatrix} \\ [k_{a2}] &= \int_0^L \rho(l^2 - x^2) [N']^T [N'] dx = \frac{\rho}{210} \begin{bmatrix} 180l & 6l^2 & -180l & 27l^2 \\ 6l^2 & 24l^3 & -6l^2 & -4l^3 \\ -180l & -6l^2 & 180l & -27l^2 \\ 27l^2 & -4l^3 & -27l^2 & 10l^3 \end{bmatrix} \\ [k_s] &= R_d \cdot [k_{a1}] + \frac{1}{2} [k_{a2}] \\ [a] &= \int_0^L \rho [N] dx = \frac{\rho l}{12} \begin{bmatrix} 6 & l & 6 & -l \end{bmatrix} \\ [b] &= \int_0^L \rho x [N] dx = \frac{\rho l^2}{60} \begin{bmatrix} 9 & 2l & 2l & -3l \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{A.1}$$

# Anexo B

## Características de elementos finitos

```
%% Parámetros
%número de nodos
n_nodos=41;

%parámetros correspondientes al grosor de los cilindros
a1=0.0125;
a2=0.0125;
b1=0.005;
b2=0.005;

%largo del aspa
L_t=2.4;

%ancho externo
w_e=(0.393*ones(n_nodos-1,1)-0.318*transpose((1:n_nodos-1)*L_t/(n_nodos-1))/L_t)/2;
%ancho interno

w_i=((0.393-a1)*ones(n_nodos-1,1)-(0.318-b1)*transpose((1:n_nodos-1)*L_t/(n_nodos-1))/L_t)/2;
%altura externa

h_e=(0.1*ones(n_nodos-1,1)-0.085*transpose((1:n_nodos-1)*L_t/(n_nodos-1))/L_t)/2;

%Altura interna 0.025 0.01
h_i=((0.1-a2)*ones(n_nodos-1,1)-(0.085-b2)*transpose((1:n_nodos-1)*L_t/(n_nodos-1))/L_t)/2;

%densidad de masa del material que rellena los cilindros
m_d=1300;
rho=m_d;

%largo de cada elemento finito
l=L_t/(n_nodos-1);
```

# Anexo C

## Coordenadas $abc/\alpha\beta/dq$ .

Los ejes de coordenadas  $\alpha\beta$  son ejes que se alinean con el estator, su velocidad de giro es 0 en régimen estacionario y el espacio de vectores gira en torno al eje de coordenadas a una velocidad  $\omega_s$  [30] [26].

El marco de referencia síncrono, o más conocido como eje  $dq$ , es un eje el cual rota a una cierta velocidad dada. En este caso se usa la velocidad síncrona, rotando así a una velocidad  $\omega_s$ . Los vectores en notación de estado se mantienen constantes. Este sistema de coordenadas permite desacoplar, para el control, la parte imaginaria y la parte real de la potencia.

Ambos sistemas de coordenadas se muestran en la Figura C.1.

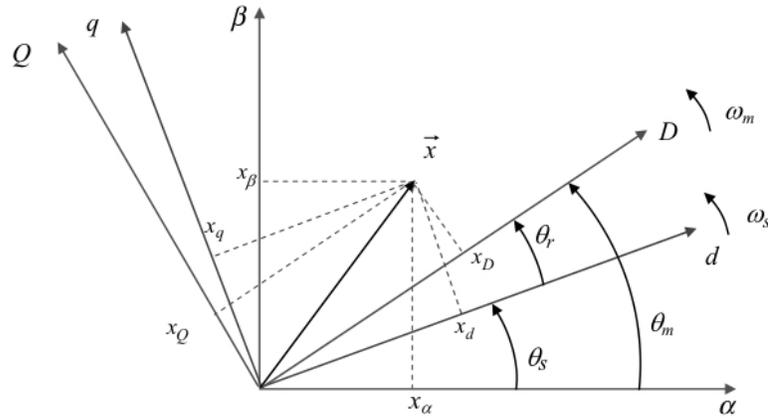


Figura C.1: Esquema de distintos marcos de referencia o ejes de coordenadas:  $\alpha\beta$ ,  $dq$  referenciado al estator y  $dq$  referenciado al rotor.

Para transformar de  $abc$  a  $\alpha\beta$  se usa la matriz de transformación T o transformada de Clarke que corresponde a la mostrada en la ecuación (C.1).

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (C.1)$$

$$T = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

y la inversa de la transformada de Clarke se muestra en la ecuación (C.3)

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

Algunas cosas que merecen destacarse:

1.  $x_\alpha, x_\beta$  son sinusoidales de magnitud variable
2. Sus amplitudes son análogas a las de  $x_{a,b,c}$ .
3.  $x_\alpha, x_\beta$  están desfasadas en  $90^\circ$ .

En las Figuras C.2 y C.3 se ven los diagramas de bloques de la transformada y antittransformada de Clarke respectivamente [30] [26].

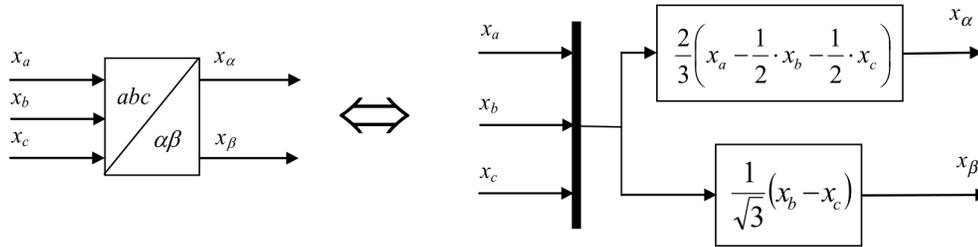


Figura C.2: Diagrama de bloques para la transformada de Clarke.

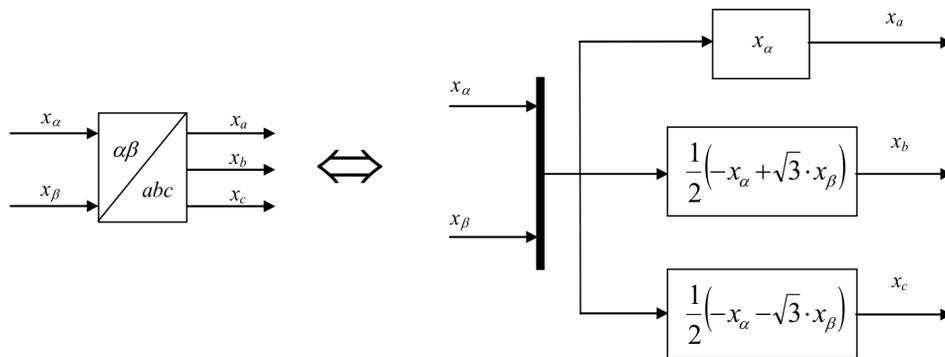


Figura C.3: Diagrama de bloques para la antittransformada de Clarke.

En la ecuación (C.4) se muestra el procedimiento para pasar de  $\alpha\beta$  a  $dq$ .

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & -\sin(\theta_s) \\ \sin(\theta_s) & \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

En donde la matriz  $M$  corresponde a la matriz de transformación rotacional, como se muestra en la ecuación (C.5), mientras que su inversa se muestra en la ecuación (C.6).

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & -\sin(\theta_s) \\ \sin(\theta_s) & \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_s) & \sin(\theta_s) \\ -\sin(\theta_s) & \cos(\theta_s) \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

Algunas cosas a considerar:

1. La magnitud de  $x_d$  y  $x_q$  en estado estacionario es constante.
2. Se encuentran desfasados en  $90^\circ$ .
3. Se pueden referenciar para el lado del rotor o del estator, en estos casos hay que tener la precaución del ángulo con el que se alimenta la transformada.

En las Figuras C.4 y C.5 se muestran los diagramas de bloques para pasar variables en coordenadas  $\alpha\beta$  a  $dq$  y viceversa respectivamente [26] [30].

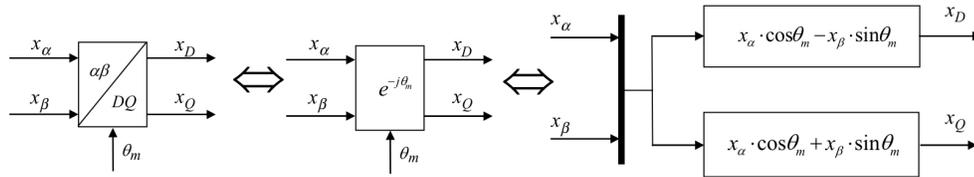


Figura C.4: Diagrama de bloques para la transformada de  $\alpha\beta$  a  $dq$

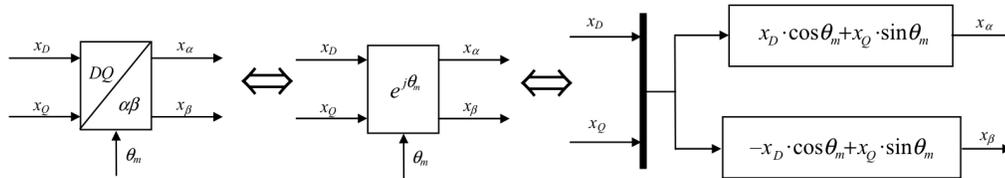


Figura C.5: Diagrama de bloques para la antitransformada de  $\alpha\beta$  a  $dq$

# Anexo D

## Detección de amortiguamiento naturales

```
%% Function that determines the damping and natural frequency of a system
%using Hilbert Transform
% Input:
%     Signal: to get the damping from
%     Time: time of the signal
%     i: next figure to plot
% Output:
%     w: Natural frequency in Hz
%     chi: Damping ratio
%%
function [ w, chi ] = DampingHibert( Signal, time, cuti, cute)

% Get frequency
fc=round((1/mean(diff(round(time,5))))/1e4,3)*1e4;

% Take the hilbert transform
x=hilbert(Signal);

% Get A and the angle
A = abs(x);
theta = angle(x);
coseno = cos(theta);
seno = sin(theta);
wi = coseno(2:end).*diff(seno).*fc-seno(2:end).*diff(coseno).*fc;    % Instantaneous Frequency in

logr = log(A);

% Cut start and end of the signals
t_c=time(cuti:end-cute,:);
logrc = logr(cuti:end-cute,:);
t_c2=time(cuti+1:end-cute,:);
wic = wi(cuti:end-cute,:);
```