



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

ENVEJECIMIENTO DE LA POBLACIÓN Y EFECTOS SOBRE LA FERTILIDAD Y
DECISIONES EDUCATIVAS INTERGENERACIONALES EN CONTEXTO DE UN
CAPITAL AUTOMATIZADO: INCENTIVOS A EDUCARSE Y POLÍTICA DE
SUBSIDIO DE EDUCACIÓN ESCOLAR

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE
MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

JUAN ANGEL TAPIA TAPIA

PROFESORA GUÍA:
PAMELA JERVIS ORTIZ

PROFESORA CO-GUÍA:
ALESSANDRA PIZZO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
SOFÍA CORREA DEISLER
CARLOS LIZAMA SÁEZ

SANTIAGO DE CHILE
2022

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA
POR: JUAN ANGEL TAPIA TAPIA
FECHA: 2022
PROF. GUÍA: PAMELA JERVIS ORTIZ

**ENVEJECIMIENTO DE LA POBLACIÓN Y EFECTOS SOBRE LA
FERTILIDAD Y DECISIONES EDUCATIVAS INTERGENERACIONALES
EN CONTEXTO DE UN CAPITAL AUTOMATIZADO: INCENTIVOS A
EDUCARSE Y POLÍTICA DE SUBSIDIO DE EDUCACIÓN ESCOLAR**

Durante las últimas décadas se han registrado dos cambios estructurales en las economías desarrolladas, pero también están presentes en países en vías de desarrollo como Chile: la complementariedad entre capital y trabajo de altas habilidades y el envejecimiento de la población. Uno de los problemas que puede generar una mayor longevidad es el aumento de la desigualdad de ingreso, en particular, si nos encontramos en un contexto de una economía con capital automatizado el cual tiene característica de *capital-skill complementarity*, donde los salarios de trabajadores más preparados se verán incrementados en relación al salario de trabajadores con menor educación. Estos dos cambios estructurales se estudiarán en contexto de un *trade-off* que enfrentan los individuos entre cantidad (fertilidad) y calidad (educación) de hijos/as, donde esta desigualdad de ingreso de los padres se transfiere a través de la educación escolar dada a los hijos/as.

Tomando en consideración que los padres valoran aún más la educación que en décadas anteriores ya que nos encontramos en la sociedad del conocimiento y la tecnología, se quiere estudiar cómo afecta esta mayor valoración de la educación escolar sobre las decisiones propias de los padres de estudiar en la universidad, educación escolar dada a hijos/as y niveles de fertilidad por tipo de educación de los padres. Además, se consideran los efectos que genera un subsidio de educación escolar en estas decisiones. El aporte a la literatura de esta tesis es analizar cómo varían las decisiones de educación universitaria y fertilidad (propia para la generación de padres) y escolar (para hijos/as de la generación de padres) ante un incremento de longevidad de la población.

Para cumplir este objetivo se construye un modelo de generaciones traslapadas donde los padres deben decidir si ir no a la universidad, además de decidir su propio consumo, ahorro para la vejez, fertilidad y educación escolar de hijos/as. Las conclusiones principales de esta tesis son que al haber una mayor longevidad, se incentiva el estudio en la universidad, por lo que la economía estará poblada con una mayor cantidad de trabajadores calificados. Además, a mayor longevidad se registra una mayor desigualdad de ingreso, la cual es transmitida a los hijos/as a través de desigualdad en la inversión en educación escolar dependiendo del tipo de padre o madre que tienen los hijos/as. Con respecto a un mayor valor percibido por los padres sobre la educación escolar mínima para subsistir en la actual sociedad del conocimiento y tecnología, vemos que se incentiva a que los padres obtengan un grado universitario, lo que deprime la desigualdad de ingreso. Adicionalmente, se genera un efecto negativo sobre la fertilidad. Por otra parte, un subsidio de educación escolar podría desincentivar a que los padres se eduquen en la universidad, lo que podría generar una mayor desigualdad de ingreso en el período del aporte estatal. Finalmente, se genera un efecto positivo sobre la fertilidad.

A mi amada familia

Agradecimientos

Le doy gracias a Dios y a mi familia por todo lo que me han dado, si no fuera por ellos no sería nada. Siempre me han acompañado en cada paso de mi vida.

También quiero agradecer a las profesoras Pamela Jervis y Alessandra Pizzo por la muy buena voluntad que tuvieron en ayudarme a desarrollar este trabajo, ya que siempre tuvieron una muy buena disposición. También agradezco a la profesora Sofía Correa y al profesor Carlos Lizama por haber aceptado la invitación de ser miembros de la comisión, y por siempre tener una muy buena disposición en darme las correcciones necesarias del trabajo.

También quiero agradecer la muy buena voluntad y amabilidad de Javier Ledezma, ya que me ayudó a resolver problemas con mi tesis.

Tabla de Contenido

Introducción	1
1. Revisión de la Literatura	5
2. Modelo	15
2.1. Modelo base	15
2.1.1. Descripción general del modelo y principales supuestos	15
2.1.2. Hogares	20
2.1.3. Decisiones de consumo, ahorro, fertilidad y educación escolar	24
2.1.4. Decisión de educación universitaria	24
2.1.5. Dinámica demográfica	27
2.1.6. Lado de la producción	28
2.1.7. Equilibrio competitivo	33
2.2. Redistribución a través de subsidio de educación escolar	34
3. Resolución numérica	37
3.1. Calibración	37
3.2. Resolución del modelo base y shocks sobre educación escolar de subsistencia	38
3.3. Resolución de modelo base con subsidio de educación escolar	45
Conclusiones	50
Bibliografía	52

Anexos	58
Anexo A. Expresiones adicionales del Capítulo 2	59
A.1. Demostración de Proposición 1	59
A.2. Acumulación de capital automatizado en unidades de eficiencia	60
Anexo B. Presentación de simulaciones numéricas en tabla	64
Anexo C. Pruebas de robustez	67
C.1. Análisis de sensibilidad con respecto a σ	67
C.2. Análisis de sensibilidad con respecto a shocks de educación escolar de subsistencia	70

Índice de Tablas

3.1. Parámetros del modelo	38
B.1. Tabla de resultados de modelo base en Figura 3.1	64
B.2. Tabla de resultados de modelo base en Figura 3.2	64
B.3. Tabla de resultados de modelo base con shocks sobre educación escolar de subsistencia en Figura 3.1	65
B.4. Tabla de resultados de modelo base con shocks en educación escolar de subsistencia en Figura 3.2	65
B.5. Tabla de resultados de modelo con subsidio de educación escolar en Figura 3.3	66
B.6. Tabla de resultados de modelo con subsidio de educación escolar en Figura 3.4	66

Índice de Ilustraciones

2.1.	Generaciones traslapadas	16
2.2.	Heterogeneidad de educación escolar y número de agentes representativos a medida que avanzan los períodos	18
3.1.	Respuesta cualitativa de variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad. Línea azul representa al modelo base y línea con guion rojo representa al modelo con shocks de 0.02 en e_L y 0.01 en e_H	40
3.2.	Respuesta cualitativa de variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as. Línea azul representa al modelo base y línea con guion rojo representa al modelo con shocks de 0.02 en e_L y 0.01 en e_H	41
3.3.	Respuesta cualitativa de variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad. Línea azul representa al modelo base y línea con guion verde representa al modelo con subsidio a inversión en educación escolar en hijos/as de trabajadores <i>low skill</i> financiado con un impuesto cargado al salario efectivo del trabajo <i>high skill</i> ($\tau_H = 4\%$).	46
3.4.	Respuesta cualitativa de variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as. Línea azul representa al modelo base y línea con guion verde representa al modelo con subsidio a inversión en educación escolar en hijos/as de trabajadores <i>low skill</i> financiado con un impuesto cargado al salario efectivo del trabajo <i>high skill</i> ($\tau_H = 4\%$).	47
C.1.	Prueba de robustez para distintos valores de σ de modelo base para variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad.	68
C.2.	Prueba de robustez para distintos valores de σ de modelo base para variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as.. . . .	69
C.3.	Prueba de robustez para distintos valores de shocks en educación escolar de subsistencia de modelo base para variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad.	70

C.4. Prueba de robustez para distintos valores de shocks en educación escolar de subsistencia de modelo base para variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as..	71
--	----

Introducción

En este trabajo, queremos abordar dos principales cambios estructurales de las economías que principalmente están ocurriendo en países desarrollados, pero también en países en vías de desarrollo como lo es Chile: la complementariedad entre capital y trabajo de altas habilidades (desde ahora *capital-skill complementarity*) y el envejecimiento de la población. Junto con estos cambios estructurales, tomaremos en cuenta el *trade-off* que enfrentan los agentes entre cantidad y calidad (educación) de hijos/as (Becker & Tomes, 1976). Muchos de los cambios recientes en la distribución de ingresos en el mundo pueden asociarse con cambios en el retorno dependiendo del nivel de habilidades del insumo laboral, lo cual ha generado una mayor desigualdad salarial (León-Ledesma et al., 2010). Un primer enfoque que estudia este retorno heterogéneo es la hipótesis de *capital-skill complementarity* enunciada por Griliches (1969), donde observa que en la industria estadounidense, el capital y la mano de obra calificada (o *high skill*) es más complementaria que el capital y la mano de obra poco calificada (o *low skill*), donde esta última tiene un mayor grado de sustitubilidad. Existe evidencia que apoya la hipótesis de Griliches (1969), pero la literatura se ha concentrado exclusivamente en países desarrollados, sin embargo, un estudio de Correa et al. (2019) demuestra empíricamente la hipótesis de Griliches (1969) en un país en vías de desarrollo. En línea con la hipótesis de *capital-skill complementarity*, el premio nobel de economía Jan Tinbergen señaló que desde la década de los años 70, el progreso tecnológico se ha presentado sesgado por habilidades, lo que implica consecuencias sobre la desigualdad de ingreso, donde destaca la educación como mediador fundamental entre progreso tecnológico y desigualdad de ingreso, implementando así la noción de una carrera entre tecnología y educación (Tinbergen, 1974). La introducción de tecnología en los puestos de trabajo ha generado un incremento en la demanda de trabajadores calificados y un decrecimiento de la demanda de trabajadores no calificados, presentándose un sesgo a favor de los primeros respectivamente, lo que genera un incremento de desigualdad de ingreso, riqueza, productividad laboral y aumento de la prima por educación (desde ahora *skill premium*), reduciendo el empleo y salarios de trabajadores de baja habilidad y rutinarios, reduciendo el porcentaje del trabajo en el valor agregado e ingreso nacional de las economías (Autor, 2014; Prettner & Bloom, 2020).

Por otro lado, el envejecimiento de las economías es un fenómeno global y se espera que se intensifique drásticamente en los próximos años. En las últimas décadas, la mayoría de las economías han experimentado un sustancial aumento de la esperanza de vida al nacer, donde en Chile, en 1900 se estimaba en 23.6 años para las mujeres y 23.5 años para los hombres, pero para el período 2015-2020 ha aumentado considerablemente, 82.1 años para mujeres y 77.3 años para los hombres. Esto significa que en los últimos 100 años, la esperanza de vida al nacer se ha triplicado, producto de la implementación de políticas de salud pública, la disminución

y posterior erradicación de la desnutrición infantil, el aumento de nivel de escolaridad y la universalización de la educación, el incremento en calidad de vida de la población y la reducción de la mortalidad infantil, entre otros factores (INE, 2020). Virtualmente cada país del mundo está experimentando crecimiento en el tamaño y en la proporción de personas mayores en relación con su población. Durante el año 2019 había 703 millones de personas de 65 años o más en el mundo, donde se proyecta que la cifra se doble a 1.500 millones en 2050. Globalmente, el tamaño de la población con 65 años o más, se ha incrementado desde 6 % en 1990 a 9 % en 2019, donde se proyecta que aumente a 16 % en 2050, donde uno de cada seis personas en el mundo tendrá 65 años de edad o más. Por convención, un indicador de envejecimiento de la población es la tasa de dependencia de la vejez (*old-age dependency ratio* en inglés), que corresponde al número de personas que tienen 65 años de edad o más, relativo al número de personas entre 20 y 64 años de edad, donde se proyecta que aumente más del doble en países de Asia, Latinoamérica y el Caribe y Norte de África (UN, 2019).

Uno de los problemas que puede generar una mayor longevidad es el incremento de la *skill premium* y la desigualdad de ingreso, en particular, si nos encontramos en un contexto de una economía con *capital-skill complementarity*. Aunque una mayor longevidad incentiva a que los individuos inviertan un mayor grado de educación (Ben Porath, 1967), el uso de un capital automatizado (o tecnológico)¹ provocará una mayor desigualdad entre los salarios de trabajadores con estudios universitarios y trabajadores con menos preparación o educación escolar (Chen et al., 2017; Stähler, 2021; Zhang et al., 2022). En contexto de un mayor envejecimiento de la población, si los trabajadores esperan tener una vida prolongada, deberán aumentar su tasa de ahorro para de esta forma mantener el estándar de vida durante el prolongado tiempo de retiro (Bloom et al., 2014; Gehringer & Prettnner, 2019), y en conjunto con una menor tasa de fertilidad, se incrementará la inversión en capital automatizado (Acemoglu & Restrepo, 2021; Abeliatsky & Prettnner, 2021), pudiendo empeorar la desigualdad de ingreso.

Como se comentó en el párrafo anterior, un mayor envejecimiento lleva a una mayor *skill premium*, lo que incentiva a los individuos invertir su tiempo en educarse en la universidad, donde al igual que en Mincer (1958), educarse tiene costos indirectos, como los salarios que no son percibidos durante el período educativo y la reducción del período para recuperar la inversión, pero también tiene beneficios, los cuales se manifiestan en mayores ingresos futuros los cuales sobrecompensan los costos de educación.

Es natural pensar que hijos/as de hogares de menores ingresos tengan un menor nivel de acumulación de capital humano. En particular, a lo largo del tiempo, los resultados para Chile de la prueba PISA (*Programme for International Student Assessment*) ha reflejado como el origen socioeconómico es un factor determinante del desempeño del aprendizaje de los hijos/as, donde niños y jóvenes provenientes de un origen socioeconómico mayor tienen un mejor desempeño escolar. Aunque desde el año 2000 ha habido una reducción de la brecha de desempeño por nivel socioeconómico, continúa existiendo una brecha significativa, donde en el año 2015, cuando comparamos los puntajes de los hijos/as de nivel socioeconómico más bajo y nivel socioeconómico más alto, existen una diferencia de puntaje entre 95 y 104 puntos dependiendo de la prueba, el cual es una brecha similar de puntajes entre Chile y Finlandia (Alarcón & Falabella, 2021). Los resultados de TIMSS (*Third International Mathematics*

¹Un capital automatizado también puede ser considerado *capital-skill complementarity*.

and Science Study) muestra resultados consistentes con la prueba PISA. Si comparamos por tipo de colegio, las pruebas PISA y TIMSS muestran que en Chile, en general, los colegios privados tienen mejores resultados que los colegios privados subvencionados, y estos últimos tienen mejores resultados que colegios públicos. Esta importante brecha de aprendizaje puede ser estimado como una diferencia de tres años adicionales de escolaridad en colegios privados (ACE, 2014).

Uno de los medios en que se transmite la desigualdad de forma intergeneracional es la educación escolar, donde trabajadores de altas habilidades pueden financiar una mejor educación para sus hijos/as. En particular, Zimmermann & Seiler (2019) demuestran que se puede encontrar un efecto origen, donde existen diferencias de rendimiento escolar (lectura, matemáticas y ciencias) de hijos/as por el estado ocupacional (o estatus social) de los padres, donde cuanto mayor estatus social, mejor es el desempeño de los hijos/as. Además, esta diferencia de origen se transmite al menos en los primeros años en el mercado laboral de los hijos/as, donde para mismo nivel de profesión, los profesionales hijos/as de padres de menores ingresos tienen menores salarios. Celhay & Gallegos (2015) utilizando datos sobre el logro educativo de tres generaciones en Chile, muestran que la educación de los abuelos influye en la escolarización de los nietos incluso después de tener en cuenta el factor parental, por lo tanto, existe una amplia transmisión de la desigualdad entre generaciones más allá de los padres.

En una sociedad en donde los padres, especialmente en hogares de bajos ingresos, sólo estaban satisfechos con que sus hijos/as pudieran adquirir en el colegio las habilidades mínimas, como por ejemplo aprender las habilidades lingüísticas (leer y escribir) y matemáticas (operaciones elementales), para desempeñarse en trabajos de la economía local, en donde no se requerían grandes habilidades académicas, pero hoy en día, estamos viviendo en una sociedad del conocimiento y de la tecnología, donde los trabajos de todos los espectros han necesitado una mayor preparación académica para poder desempeñarse correctamente. Vivimos en un contexto caracterizado por la incertidumbre, como consecuencia del impacto de la revolución digital y la cuarta revolución industrial, que exhiben una velocidad y una magnitud insospechadas. Por lo tanto, tomando en cuenta un capital automatizado o tecnológico, en esta tesis consideraremos que los padres deben gastar un nivel mínimo de educación escolar o de subsistencia en sus hijos/as, y queremos estudiar cómo un aumento del nivel de educación de subsistencia genera efectos sobre las decisiones de educación universitaria y fertilidad (propia para la generación de los padres) y educación escolar (para hijos/as de la generación de padres), enmarcado en el análisis económico de la fertilidad iniciado por Becker (1960), y más específicamente, en el contexto de *trade off* entre cantidad (fertilidad) y calidad (educación) de Becker & Tomes (1976).

El objetivo de esta tesis es analizar cómo el incremento de los conocimientos mínimos requeridos para desempeñarse efectivamente en una sociedad del conocimiento que son adquiridos en el colegio, varían las decisiones de educación universitaria y fertilidad (propia para la generación de padres) y escolar (para hijos/as de la generación de padres) ante un incremento de longevidad de la población. Además, queremos analizar cómo afecta un subsidio de educación escolar en estas decisiones. Estos análisis se realizan en contexto de un capital automatizado de tipo *capital-skill complementarity* que es acumulado de manera endógena y en donde existe una transmisión de habilidad y conocimiento entre las generaciones a través de la educación escolar.

Para esto, se pretende responder las siguientes preguntas de investigación: ¿cómo afecta un incremento de la necesidad de financiar un mayor nivel de educación escolar de subsistencia de los hijos/as, en especial de padres de bajos ingresos, sobre el valor percibido de su propia decisión de educación universitaria y sobre sus decisiones de fertilidad e inversión de educación escolar de hijos/as?, y ¿cómo éstas interactúan con una mayor longevidad en contexto de un capital automatizado?, y otorgando un subsidio de educación escolar a padres de bajos ingresos para que inviertan en la educación escolar de los hijos/as, el cual es financiado por los hogares de mayores ingresos a través de un impuesto al salario, ¿cómo afecta este subsidio de educación en las decisiones de educación universitaria y fertilidad (propia para la generación de padres) y escolar (para hijos/as de la generación de padres)?.

Para cumplir dichos objetivos y preguntas de investigación, se plantea un modelo de generaciones traslapadas que es resuelto numéricamente en sólo dos períodos, donde cada generación vive por 3 etapas de vida: (i) niñez, (ii) adultez y (iii) retiro. El tiempo es discreto donde un período refiere a 30 años. Como se explicará más adelante, la decisión que toman los adultos de ser trabajadores *high skill* o *low skill* será una elección endógena, donde los primeros asisten a la universidad en el inicio de la etapa de adultez y el resto del período entran al mercado laboral como trabajadores/as sustitutos imperfectos del capital automatizado, y los segundos no asisten a la universidad quedando como trabajadores /as sustitutos perfectos del capital automatizado. Esto último implica un *capital-skill complementarity* en línea con Krusell et al. (2000).

Los adultos deben decidir su consumo en la etapa de adultez y ahorro para financiar su consumo en la etapa de retiro, donde además cuentan con cierto nivel de altruismo, donde deben decidir su cantidad de hijos/as (nivel de fertilidad) y cantidad de educación escolar que invierten en sus niños/as, donde el nivel de consumo, ahorro, fertilidad y educación escolar de hijos/as dependerán de la elección que enfrentan los adultos (padres) de ir o no a la universidad y del propio stock final de educación escolar de los adultos. Adicionalmente, existe una transmisión de habilidades y conocimientos entre las generaciones a través de la educación escolar, donde los adultos que son hijos/as de *high skill* tendrán una ventaja en relación a los adultos que son hijos/as de padres *low skill*, ya que la educación escolar recibida por los primeros es mayor, permitiendo que al inicio de la etapa de adultez puedan acceder más fácilmente a la universidad y utilizar el resto del tiempo de la etapa de adultez trabajando como *high skill*.

A continuación, se presenta la revisión de la literatura en el Capítulo 1, se especifica el modelo económico en el Capítulo 2, se resuelve numéricamente junto con la discusión de resultados en el Capítulo 3, y finalmente se presentan las conclusiones.

Capítulo 1

Revisión de la Literatura

Desde la década de 1960, se ha registrado un significativo crecimiento de la *skill premium*¹ en casi todas las economías desarrolladas y también en muchas economías en vías de desarrollo como Chile (Parro, 2013; Gallego, 2012). En la literatura se ha concluido que una de las principales causas del crecimiento significativo que ha experimentado la *skill premium* en las recientes décadas es el cambio tecnológico². Acorde a la explicación de cambio tecnológico, el progreso tecnológico como avances en las tecnologías de la información y comunicación, favorece más a los trabajadores con mayor preparación y nivel de estudios (*high skill*) que a los trabajadores con menor preparación y estudios (*low skill*), llevando a un mayor crecimiento relativo de la productividad marginal de trabajadores *high skill*, y por consecuencia una mayor *skill premium* (Acemoglu, 2003). Este cambio tecnológico que favorece a trabajadores con mayor educación es llamado en la literatura como cambio tecnológico sesgado por habilidades (Tinbergen, 1974), donde según Chen & Woodland (2015), en un sentido más general, puede ser unificado con la teoría de *capital-skill complementarity* enunciada por Griliches (1969).

Acorde a la teoría de *capital-skill complementarity*, ya que la tecnología conforma en gran parte a los bienes de capital (Parro, 2013), el cambio tecnológico hará caer los precios relativos de los bienes de capital, y ya que el trabajo *high skill*, comparado con el trabajo *low skill*, es más complementario con los bienes de capital, al caer los precios de los bienes de capital llevará a que se incremente la demanda relativa del trabajo *high skill*, llevando a un incremento de la *skill premium* (Griliches, 1969). Existe evidencia que apoya la hipótesis de *capital-skill complementarity*, pero la literatura se ha concentrado exclusivamente en economías desarrolladas (Krusell et al., 2000), sin embargo, un estudio de Correa et al. (2019), que utiliza un panel de datos de las plantas manufactureras de Chile entre los años 2000 y 2011, se encuentra que la elasticidad de sustitución entre capital y trabajo de altas habilidades (*high skill*) es menor que la elasticidad de sustitución entre capital y trabajo con bajas habilidades (*low skill*), apoyando la hipótesis de Griliches (1969) en un país en vías de desarrollo. Además, los investigadores encuentran que al haber un mayor componente tecnológico en el capital, las elasticidades de sustitución se agudizan para cada caso, implicando un mayor nivel de *capital-skill complementarity*, y por lo tanto una mayor *skill premium*.

¹La *skill premium* representa una forma de desigualdad salarial.

²Otra de las causas estudiadas es la globalización y liberalización del comercio internacional. Se recomienda ver: Parro (2013), Chen & Woodland (2015) y Gallego (2012)

Existen múltiples estudios que analizan los mecanismos de complementariedad o reforzamiento de la formación de capital humano. Por ejemplo, existe una relación positiva entre desarrollo industrial y demanda por capital humano. Galor & Weil (2000) a través de un modelo teórico concluyen que la aceleración del progreso tecnológico genera una mayor demanda por capital humano, fundamentado en la premisa de que los trabajadores necesitan estar más educados para hacer frente a un entorno tecnológico que cambia rápidamente, evidenciando una complementariedad entre progreso tecnológico (o capital) y trabajadores con mayores habilidades (Goldin & Katz, 1998).

Gran parte de las economías desarrolladas, así como en algunas economías en vías de desarrollo como lo es Chile, han experimentado durante las últimas décadas un fuerte aumento de la expectativa de vida. Se ha instaurado en el debate público que el envejecimiento de la población puede generar efectos negativos sobre la economía (The Economist, 2011), pero no existe aún evidencia empírica sobre los efectos negativos sobre el crecimiento económico (Acemoglu & Restrepo, 2020). En general, aunque en un trabajo inicial de Acemoglu & Johnson (2007) se encontró un efecto causal negativo del incremento de expectativa de vida sobre el crecimiento económico, la reciente evidencia empírica sugiere que el incremento de la longevidad de las últimas décadas ha conducido el crecimiento económico de los países industriales (Cervellati & Sunde, 2011; Bloom et al., 2014; Gehring & Prettner, 2019). En la literatura macroeconómica se ha argumentado que una de las razones del efecto positivo de la mayor expectativa de vida sobre el crecimiento económico es que si los trabajadores esperan tener una vida prolongada, deberán aumentar su tasa de ahorro para de esta forma mantener el estándar de vida durante el prolongado tiempo de retiro (Bloom et al., 2010; Gehring & Prettner, 2019). Otro canal es que un incremento de la longevidad incentiva a reforzar la acumulación de capital humano, ya que es natural pensar que una vida prolongada fomenta a una mayor inversión en educación porque un horizonte de tiempo más largo aumenta el valor (retorno) de las inversiones en educación, haciendo más productivos a los trabajadores (Cervellati & Sunde, 2005, 2011). Aunque aún no existe evidencia empírica concluyente de efectos negativos del envejecimiento de la población sobre el crecimiento económico, si se documenta que genera efectos negativos sobre los sistemas de pensiones (Gertler, 1999), y sobre la desigualdad de ingreso (Chen et al., 2017; Stähler, 2021; Zhang et al., 2022).

El capital tecnológico, y en cierto grado el capital automatizado, contribuyen a un mayor grado de *capital-skill complementarity* en línea con Correa et al. (2019), donde es una de las principales causas del aumento de la *skill premium*³. Por lo tanto, es interesante considerar en esta tesis un capital automatizado, el cual generará que la productividad marginal relativa de trabajadores *high skill* sea mayor que la de los trabajadores *low skill*.

En línea con los efectos negativos que puede provocar una mayor longevidad sobre la desigualdad de ingreso en contexto de un capital automatizado, Stähler (2021) analiza un modelo de ciclo de vida en donde considera una firma representativa que produce un bien final usando cuatro factores de producción: trabajo rutinario y no rutinario, capital físico tradicional y capital automatizado, donde el trabajo rutinario y capital automatizado son sustitutos, en cambio el trabajo no rutinario es complemento con este capital, y el capital

³En un estudio de Perez-Laborda & Perez-Sebastian (2020) se encuentra que el capital tecnológico es la principal fuente de aumento de la *skill premium* en sectores específicos, tales como en servicios financieros y de negocios.

físico tradicional y los dos tipos de trabajo son factores complementarios. Stähler (2021) encuentra que el envejecimiento de la población incrementa el uso de capital automatizado en la producción, ya que ante un incremento de expectativa de vida, los individuos incrementan sus ahorros durante la etapa de trabajo para financiar luego el consumo durante la etapa de retiro⁴, lo que provoca un aumento de la desigualdad de ingreso, ya que ante el aumento de los ahorros, y por ende del capital automatizado, el salario de los trabajadores no rutinarios se ve más beneficiados en relación al salario de los trabajadores rutinarios.

Continuando con los efectos de la longevidad sobre la desigualdad, Zhang et al. (2022) analiza los efectos que genera una mayor longevidad sobre la distribución de ingresos. Específicamente, se examina la relación entre longevidad y capital automatizado a través de un modelo de generaciones traslapadas que permite incluir fricciones en el mercado laboral (*search and matching*) y heterogeneidad de habilidades. Los investigadores utilizan como factores de producción en capital físico tradicional, capital automatizado, trabajo de baja habilidad y trabajo de alta habilidad. Se captura el incremento de longevidad de forma paramétrica y se muestra que esto lleva a un mayor nivel de ahorro e inversión en capital automatizado, donde se induce a reemplazar el trabajo de baja habilidad por capital automatizado y trabajo de alta habilidad. El modelo presentado por Zhang et al. (2022) está calibrado para Estados Unidos, donde se encuentra un aumento de la *skill premium* y desigualdad de ingreso.

Retomando los efectos que genera una mayor expectativa de vida sobre decisiones de educación, se ha documentado que la relación entre desarrollo industrial y demanda por capital humano puede ser aumentada o reforzada si consideramos un aumento de la esperanza de vida, incrementando la formación de capital humano y reduciendo la cantidad de números deseados de hijos/as (Galor & Weil, 2000). Los incentivos que genera un incremento en esperanza de vida sobre los individuos para aumentar su propio capital humano han sido bien estudiados desde Ben Porath (1967), donde la literatura ha encontrado evidencia empírica de un efecto causal positivo del incremento de expectativa de vida sobre la educación individual (Bleakley, 2007; Jayachandran & Lleras-Muney, 2009). Sin embargo, aunque la esperanza de vida ha aumentado gradualmente en países desarrollados y en vías de desarrollo, la inversión en capital humano ha crecido de forma insignificante cuando la demanda industrial por capital humano no está presente, lo que hace notar que cuando esta demanda industrial está presente, la prolongación de vida podría reforzar y complementar el incremento de educación y caída de fertilidad (Galor, 2005). Por otro lado, Cervellati & Sunde (2005) a través de un modelo teórico sin considerar decisiones de fertilidad, concluyen que existe una retroalimentación entre una mayor esperanza de vida, formación de capital humano y progreso tecnológico endógeno, donde el capital humano es el factor central de la producción, y al mismo tiempo, esta mayor educación ayuda a aumentar la longevidad y productividad de futuras generaciones, formando un círculo virtuoso de mayor capital humano, esperanza de vida y crecimiento más acelerado de la economía.

Estudiado en la teoría de crecimiento unificado, la transición demográfica es un fenómeno global, pero no es un fenómeno sincrónico. En específico, en Europa comenzó alrededor de 1800, en cambio en países en desarrollo alrededor de 1900. La transición demográfica está

⁴El aumento de la tasa de ahorro provocada por la mayor longevidad provoca una caída de la tasa de interés (Carvalho et al., 2016).

caracterizada por tres fases (Lee, 2003; Ito & Rose, 2010):

-) primera etapa: tasas de fertilidad y mortalidad altas;
-) segunda etapa: comienza una caída de la tasa de mortalidad, pero se mantiene una tasa de fertilidad sostenida, donde comienza la aceleración del crecimiento de la población;
-) tercera etapa: tasa de fertilidad comienza a caer, por lo que se desacelera el crecimiento de la población.

Según Villalobos (2014), Chile experimentó la primera etapa entre 1850-1910, segunda etapa entre 1910-1962, y tercera etapa desde 1962 hasta la actualidad. Por lo tanto, Chile se encuentra en la etapa avanzada de la transición demográfica, la cual está caracterizada por tener una población envejecida, bajas tasas de fertilidad y mayores niveles de educación (Donoso et al., 2009).

Existe un amplio número de teorías que intentan explicar estos hechos estilizados registrados en la tercera etapa de la transición demográfica de las economías, como por ejemplo cambios culturales (preferencias) en relación con la cantidad de hijos/as y su educación, entrada masiva de la mujer al mercado laboral, y la existencia de un *trade-off* entre cantidad de hijos/as y calidad o educación de la descendencia. Una de las teorías más exploradas es la teoría de *trade-off* entre cantidad y calidad (Becker, 1960; Becker & Tomes, 1976). Esta teoría postula que el efecto ingreso debería ser más débil si los padres desean tener hijos/as con mayor calidad o educación, por lo que ante un incremento de ingreso per-cápita dominará el efecto sustitución, donde se registra una caída de la fertilidad y un aumento de los gastos en educación. La razón es que a medida que aumenta el ingreso de los padres, ellos pueden incrementar el gasto en cualidades de los hijos/as, lo que aumenta el costo de oportunidad de tener hijos/as y disminuye la tasa de fertilidad. Aunque esta teoría ha sido el marco teórico dominante en la economía de la fertilidad durante los últimos 50 años, recientes estudios han puesto en duda la relevancia empírica de este *trade-off* en países industrializados (Doepke, 2015). Estudios han utilizado distintas estrategias de identificación para enfrentar problemas de causalidad reversa entre cantidad y educación de hijos/as y factores no observables, utilizando por ejemplo nacimientos de gemelos como variación exógena para instrumentalizar el tamaño de la familia, donde utilizando datos de Noruega e Israel se ha encontrado un pequeño o nulo impacto del tamaño de la familia sobre la educación (Black et al., 2005; Angrist et al., 2010). Por otro lado, implementando esta misma estrategia de identificación en países en vías de desarrollo, se encuentra evidencia empírica de un efecto causal negativo de la cantidad de hijos/as sobre la educación de estos, apoyando la teoría de *trade-off* entre cantidad y calidad (Rosenzweig & Wolpin, 1980; Rosenzweig & Zhang, 2009). Para el caso de Chile, Sanhueza (2010) con el objetivo de identificar un efecto causal del tamaño de la familia sobre los logros educacionales de los individuos en el largo plazo, donde los logros educacionales son medidos como años de educación, utiliza a gemelos como variable instrumental para el tamaño de la familia con el objetivo de eliminar problemas de endogeneidad. Sanhueza (2010) encuentra que un mayor tamaño de la familia tiene un efecto causal negativo sobre los logros educacionales de los hijos/as, por lo que se confirma el *trade-off* entre cantidad y calidad en un país en vías de desarrollo como Chile.

Las tasas de fertilidad son más altas y gastos educacionales son más bajos en países

de bajos ingresos (en vías de desarrollo) que en países de altos ingresos (desarrollados). Si los gobiernos implementan gastos de subsidios de educación escolar, o efectúan medidas de educación escolar gratuita que reemplazan el gasto privado de los hogares, entonces la variación en gasto privado en educación tendrá un impacto limitado en la escolaridad de los niños/as en países donde la educación está fuertemente subvencionada. En la mayoría de los países desarrollados la educación escolar se provee públicamente a bajo costo o sin costo para los padres, por lo que es natural que el gasto de tener un hijo/as adicional no induce a los padres a retirar a los niños/as del colegio a una edad más temprana. Sin embargo, en países en vías de desarrollo hay menos provisión de educación pública de alta calidad, por lo que existe un alto costo de oportunidad de la educación, donde es esperable la existencia de un *trade-off* entre cantidad y calidad (Doepke, 2015). Por lo tanto, este *trade-off* entre cantidad y calidad será más fuerte en países en vías de desarrollo, donde una reducción de números de hijos/as llevará a que los hogares incrementen su gasto privado destinado a la educación de los hijos/as (Haoming & Li, 2020).

En relación con los efectos que tiene la expectativa de vida sobre la fertilidad y educación, existe un amplio debate en la literatura macroeconómica sobre los efectos causales de una mayor expectativa de vida sobre estas variables, ya que se ha argumentado que existe causalidad reversa, donde existe una retroalimentación entre las variables, donde además existen otros factores que determinan las causalidades como lo es el avance tecnológico (Galor, 2005). Sin embargo, Cervellati & Sunde (2011) postula que la expectativa de vida tiene un efecto causal no monotónico sobre la fertilidad y educación, donde la relación dependerá de la fase de transición demográfica en que se encuentre la economía. En la primera y segunda etapa de transición demográfica, un incremento de la expectativa de vida lleva a un aumento del crecimiento de población, donde aún se mantiene una tasa de fertilidad sostenida, por lo que las inversiones en educación aún se mantienen bajas, en cambio, cuando la economía se encuentra en la etapa tardía de la transición demográfica (tercera etapa), un incremento de la expectativa de vida lleva a una reducción de la tasa de fertilidad, por lo que el crecimiento demográfico se comienza a desacelerar, incentivando a un incremento de la inversión en educación. Con un análisis de panel de datos entre países, que incluye economías desarrolladas y en vías de desarrollo, y utilizando una estrategia de identificación de los efectos de la expectativa de vida a través de los cambios de la transición epidemiológica después de la segunda guerra mundial como variable instrumental, Cervellati & Sunde (2011) encuentra empíricamente un efecto causal positivo de la expectativa de vida sobre la educación, y un efecto causal negativo considerable sobre la tasa total de fertilidad, pero sólo en la fase tardía de la transición demográfica.

Zhang & Zhang (2005) en línea con el estudio de Cervellati & Sunde (2011), utilizando un panel de datos de 76 países, que incluye economías desarrolladas y en vías de desarrollo entre los años 1960 al 1989, concluyen que una mayor longevidad tiene un efecto significativo positivo sobre los ahorros y la educación o matrícula escolar. Por el contrario, ejerce un efecto significativo negativo sobre la fertilidad. Dado el incremento del horizonte de vida, los individuos ahorran una mayor fracción de sus ingresos totales, ya que toman en cuenta el período prolongado de la etapa de retiro. Para financiar el incremento de los ahorros, los adultos decrecen su nivel de fertilidad, en línea con el estudio de Angeles (2010).

Sato et al. (2006) construyen un modelo de generaciones traslapadas, donde considera dos funciones de producción: (i) un capital moderno y trabajadores de alta habilidad (comple-

mentos entre sí), y (ii) un capital tradicional y trabajadores de baja habilidad (complementos entre sí), donde se asume *skill-biased technological*, ya que el progreso tecnológico es mayor en el capital moderno. Además, se hace el supuesto de que el progreso tecnológico es complementario a la fracción de trabajadores de alta habilidad, por lo que a mayor cantidad de este tipo de trabajadores, mayor será el progreso tecnológico. Los investigadores encuentran que si el avance tecnológico inicial o la fracción de trabajadores de alta habilidad es muy bajo, la economía está en un equilibrio de trampa de pobreza, donde la inversión en educación es baja y la tasa de fertilidad alta. Al aplicar un incremento exógeno de expectativa de vida, o de forma equivalente, una reducción exógena del costo de educación, se incentiva a que la población se eduque y aumente así la fracción de trabajadores de alta habilidad, lo que favorece a un mayor progreso tecnológico. De esta forma se produce la transición de la economía, donde comienza a incrementar la *skill premium* debido a los cambios en *skill-biased technological*. Es en este punto donde comienza a incrementar de forma monótonica la fracción de trabajadores de alta habilidad, donde eventualmente todos serán trabajadores de este tipo. El aumento de la *skill premium* reduce la tasa total de fertilidad, ya que se decrece la fracción de trabajadores de baja habilidad, los cuales tienen una mayor tasa de fertilidad, y se incrementa la fracción de trabajadores de alta habilidad, y como este tipo de trabajadores tienen un mayor costo de oportunidad en criar hijos/as, tienen una menor tasa de fertilidad total, lo que lleva a una caída de la tasa total de fertilidad. Adicionalmente, como crece la *skill premium*, también se incrementa la desigualdad de ingreso, pero sólo cuando el progreso tecnológico es bajo, ya que al aumentar la fracción de la población que decide ser trabajadores de alta habilidad, la desigualdad de ingreso caerá. Por lo tanto, al inicio comienza a aumentar la desigualdad de ingreso, pero a medida que aumenta el progreso tecnológico, se irá reduciendo.

Se ha encontrado que existe una relación negativa entre educación propia de los padres y fertilidad, ya que ante una mayor expectativa de vida, se incrementan los retornos de la educación, por lo tanto, los padres deciden invertir más tiempo y recursos en educación propia, aumentando el costo de oportunidad de tener hijos/as, lo que implica reducciones de niveles de fertilidad (Moav, 2005). Esto hace que exista un diferencial de fertilidad relacionado al nivel de educación propio de los padres (Bongaarts, 2013; Skirbekk, 2008).

Como se comentó anteriormente, un aumento de la expectativa de vida está relacionado con una caída de los niveles de fertilidad, por lo tanto, es importante entender cómo afecta esta desaceleración del crecimiento de la población sobre la acumulación del capital, en especial con la acumulación de capital automatizado (o *capita-skill complementarity*) el cual sustituye el trabajo de menor preparación (*low skill*). Un estudio de Acemoglu & Restrepo (2021) encuentra una correlación positiva encuentra que países con mayor envejecimiento tienen un mayor grado de inversión en capital automatizado. Un estudio de Abeliatsky & Prettnner (2017) analiza los efectos de una declinación del crecimiento poblacional sobre la adopción de capital automatizado. Considerando una economía con tres factores de producción: trabajo humano, capital físico tradicional y capital automatizado, junto con asumir una fracción constante de ahorro de los hogares del ingreso total conforme a Solow (1956), se concluye que en países con un menor crecimiento de la población tendrán una mayor adopción de capital automatizado. La conclusión teórica es que un país que tiene un mayor crecimiento de la población (como países africanos), y por ende una mayor fuerza de trabajo, exhibirá comparativamente un mayor retorno de la inversión en el capital físico tradicional y no ne-

cesitará invertir en capital automatizado, ya que la tasa de retorno de este último capital es menor comparativamente, debido a la abundancia de fuerza de trabajo. Al contrario, un país con bajo crecimiento poblacional (como Alemania, Japón y Corea del Sur), y por ende con menor fuerza de trabajo, la tasa de retorno de la inversión en capital automatizado será mayor, por lo tanto, crece la inversión en capital automatizado. Además, los investigadores prueban su predicción teórica de forma empírica, donde consideran un panel de datos para 60 países (incluido Chile) en el período 1993 a 2013. Las regresiones estimadas proveen soporte empírico de la predicción teórica, donde el incremento de 1 % del crecimiento poblacional está asociado con la reducción de 2 % (aproximadamente) de la tasa de crecimiento de densidad de capital automatizado. El resultado se mantiene en ejercicios de robustez. En una extensión del mismo estudio en Abeliánsky & Prettnér (2021), se efectúan ejercicios de robustez en el modelo teórico. Específicamente, se considera una nueva función de producción, la cual está compuesta por: trabajo *high skill*, trabajo *low skill*, capital físico tradicional y capital automatizado, donde en este caso, al introducir diferentes tipos de trabajo, donde el trabajo *low skill* es sustituido perfectamente por el capital automatizado, se mantienen los resultados de la investigación inicial. Adicionalmente, se considera un ahorro endógeno, donde se mantiene la conclusión inicial de la investigación.

En esta tesis queremos analizar el efecto que tiene el incremento de los niveles de educación escolar de subsistencia de los hijos/as sobre las decisiones propias de los padres de ir a la universidad, además de los cambios en sus decisiones de fertilidad y educación escolar dada a los hijos/as. En virtud de simplificar el modelo económico, consideraremos esta educación escolar de subsistencia como un parámetro, en específico, un parámetro para cada educación escolar de subsistencia de los hijos/as que perciben los padres *high skill* y *low skill*. Como se mostrará más adelante en el modelo económico, esta educación escolar de subsistencia entra restando en la utilidad, lo que es muy similar a la modelación de la utilidad del estudio de Kim et al. (2021). En particular, estos investigadores analizan cómo el gasto extra que realizan los padres en la educación de sus hijos/as afecta a la cantidad de hijos/as deseados. Los investigadores se enfocan en los países asiáticos, en especial Corea del Sur, donde los padres gastan una gran cantidad de sus ingresos en educación privada extra a la educación formal. La sociedad coreana se caracteriza por tener una población envejecida y que valora en gran manera la educación, la cual puede estar relacionada con las bajas tasas de fertilidades registradas desde hace dos décadas, siendo una de las más bajas del mundo. Kim et al. (2021) trata este mayor valor por la educación de los hijos/as como una externalidad de estatus, donde los padres al decidir la inversión en educación de sus hijos/as toman en cuenta las decisiones de inversión en educación de los demás padres de la sociedad dada a sus hijos/as (educación o capital humano promedio de los niños de la sociedad). Los investigadores, construyen un modelo cuantitativo de generaciones traslapadas con agentes heterogéneos calibrado para Corea del sur, donde los padres deben decidir su nivel de fertilidad y cuánta educación destinar a sus hijos/as, con el objetivo de estudiar la interacción de externalidad de estatus con las decisiones de fertilidad. En específico, encuentran que en ausencia de esta externalidad de estatus, la fertilidad de Corea del Sur podría ser un 15 % más alto. El mecanismo del modelo es que la externalidad de estatus lleva a una mayor inversión en educación, lo que hace aumentar el costo de tener hijos/as e induciendo a los padres a tener una menor cantidad de hijos/as. Este canal afecta especialmente más a los hogares de menores ingresos, donde en ausencia de la externalidad de estatus, se llega a un nivel más alto de fertilidad de estos hogares. Por lo tanto, considerando esta externalidad de estatus, se amplifica la caída

de los niveles de fertilidad de la sociedad, y en particular en los hogares más pobres.

Adicionalmente, en esta tesis queremos implementar un subsidio de educación escolar dado a los padres, con el objetivo de ayudar a financiar la educación escolar de los hijos/as, en forma de reducir el costo privado de educación escolar. Los hallazgos de la literatura empírica son robustos en encontrar efectos positivos de subsidios o reducción de cuotas de matrícula de educación escolar sobre los niveles educacionales de los hijos/as. Una reducción de cuotas de matrícula puede aumentar entre un 5 a 8 % el número de matriculados, donde sus efectos son más fuertes en niños/as de bajos ingresos (Bui et al., 2020; Riphahn, 2012). Con respecto a los efectos de las ayudas educacionales que ejercen sobre el *trade-off* entre cantidad y calidad de hijos/as, muchos países desarrollados proveen no sólo educación escolar gratuita (obligatoria) a los niños/as, sino que también financian las colaciones, material de estudio como libros y uniformes escolares de niños/as de hogares de menores ingresos, haciendo el costo privado de educación escolar virtualmente cero o incluso negativo. Sin embargo, en países en vías de desarrollo hay menos provisión de educación pública de alta calidad, por lo que existe un alto costo de oportunidad de la educación. Por lo tanto, la literatura empírica tiende a encontrar un *trade-off* entre cantidad y calidad más significativo en países en vías de desarrollo, mientras que en países desarrollados esta relación es menos concluyente y heterogénea (Doepke, 2015; Haoming & Li, 2020).

Si los gobiernos de países en vías de desarrollo implementan gastos de subsidios de educación escolar, o efectúan medidas de educación escolar gratuita de alta calidad que reemplazan el gasto privado de los hogares, dado que los padres deben decidir calidad y el número de hijos/as, es natural pensar que la provisión de un subsidio educacional reduzca el costo de educación de hijos/as, lo que podría ayudar a que el costo de oportunidad de tener hijos/as disminuya. Sin embargo, una amplia literatura teórica concluye que un aumento de subsidios de educación reduce la fertilidad a largo plazo (Kalinyak, 2019), acelerando el crecimiento económico dado que el costo de educación se reduce y el gasto educativo en relación con el ingreso familiar *per-capita* aumenta (Zhang, 1997). En particular, Zhang (1997) considera un modelo de generaciones traslapadas con *trade-off* entre cantidad y calidad, donde tener hijos/as lleva a un costo de tiempo de los padres utilizado en crianza. Zhang (1997) asume que los padres se preocupan de la utilidad de sus descendientes (altruismo completo o fuerte hacia los hijos/as). En particular, sin considerar el lado de la producción de la economía, Zhang (1997) analiza un subsidio de educación financiado por un impuesto de suma alzada en forma de generar un menor costo de educación privada de los hijos/as, donde concluye que un subsidio de educación hace más bajo el costo de educación relativo al costo de consumir y relativo al costo de aumentar la cantidad de hijos/s, por lo tanto, a largo plazo cae la fertilidad y aumenta el gasto en educación, ya que se desplaza el gasto desde el número de hijos/as a mayor gasto en educación. Sin embargo, en la realidad se utilizan impuestos distorsionadores para financiar subsidios, por lo que Zhang & Casagrande (1998) en línea con Zhang (1997) construye un modelo teórico de generaciones traslapadas utilizando una función de utilidad logarítmica, donde se analiza el impacto de un subsidio de educación escolar sobre la inversión privada en educación y la fertilidad, pero utilizando impuestos distorsionadores al consumo y a los ingresos para financiar el subsidio de educación. Estos efectos distorsionadores de los impuestos tienden a ejercer un efecto positivo sobre la fertilidad, ya que un impuesto sobre el consumo aumenta el costo de consumo relativo al costo de educación y costo de tener un hijo/a adicional. Un impuesto al ingreso reduce el costo de oportunidad de utilizar el tiempo

en tener y criar un hijo/a adicional. Por otro lado, como el subsidio de educación escolar incrementa la inversión en educación escolar, se ejerce un efecto negativo sobre la fertilidad, por lo que el efecto positivo que generan los impuestos distorsionadores sobre la fertilidad es cancelado, quedando la fertilidad neutra. En conclusión, Zhang & Casagrande (1998) muestra teóricamente que un incremento de subsidio de educación escolar que es financiado por un impuesto al consumo y al ingreso tiene un efecto neto neutro sobre los niveles de fertilidad, donde luego a través de un análisis de datos de corte transversal de países, los investigadores comprueban que existe evidencia sobre este resultado teórico. En un modelo de generaciones traslapadas con análisis de equilibrio parcial con normas sociales sobre fertilidad, donde los salarios, costo de educación e ingreso no laboral son exógenos, Iftikhar (2018) encuentra que un subsidio de educación exógeno en forma de una reducción del costo de educación genera un incremento de inversión en educación de los hijos/as y una reducción de cantidad de hijos/as deseados. En cambio, una transferencia de suma alzada que incrementa el ingreso no laboral genera un efecto positivo sobre la educación y fertilidad.

Por otro lado, Fanti & Gori (2011) y Azarnert (2010) de forma teórica muestran que una educación pública puede generar incrementos en los niveles de fertilidad. En el caso de Fanti & Gori (2011) construyen un modelo en línea con Zhang (1997), pero la diferencia radica en la modelación de la educación, ya que en el caso de Fanti & Gori (2011), los padres no gastan en educación privada y sólo existe una educación pública financiada por impuestos al salario, por lo tanto, la educación no es una variable de elección individual. Para financiar un aumento en los fondos públicos para la educación se requiere un aumento de impuesto, lo que implica a su vez, una reducción de la renta disponible de los jóvenes trabajadores, lo que podría hacer caer los niveles de fertilidad. Sin embargo, este efecto negativo es compensado por el efecto positivo sobre la renta del trabajo percibido por los trabajadores debido al incremento de la acumulación del capital humano. Por lo tanto, el efecto global a largo plazo de un incremento de los fondos públicos destinados a la educación pública a través de un impuesto al salario es un estímulo positivo a la fertilidad. En el caso de Azarnert (2010), a través de una economía de generaciones traslapadas con un salario en unidades de eficiencia fijo durante el tiempo, donde los padres deben decidir sus niveles de fertilidad e inversión en educación escolar privada de los hijos/as, en presencia de una educación pública, donde esta última es financiada de forma exógena, Azarnert (2010) encuentra que en etapas avanzadas de desarrollo de las economías cuando el nivel de capital humano de los padres es alto, la disponibilidad de una educación pública reduce la inversión de los padres en inversión en educación privada y se estimula los niveles de fertilidad.

La literatura empírica también ha respaldado la idea de que los subsidios de educación incrementa el gasto en educación escolar de hijos/as y reduce los niveles de fertilidad (Hossain, 1989; Gertler & Molyneaux, 1994). Sin embargo, Rosenzweig (1982) muestra de manera teórica que no es suficiente ni necesario que la cantidad de hijos/as y su calidad o educación sean sustitutos para que un subsidio de educación escolar reduzca los niveles de fertilidad. Esto se debe a que una reducción en los costos de escolarización hace menos costoso el tener hijos/as para un nivel de educación escolar fijo, por lo que un subsidio de educación escolar podría incrementar la fertilidad aún si la educación y la cantidad de hijos/as son sustitutos como es convencionalmente definido, donde incluso se mantienen los resultados si el efecto ingreso no es positivo. Además, Rosenzweig (1982) respalda su teoría de forma empírica, donde utiliza como cuasi experimento natural el pago de subsidios de educación escolar

realizados en la India, donde el monto de cada pago está determinado por la proximidad del hogar de los niños/as a las escuelas. En otro estudio, utilizando datos del experimento PROGRESA en México, que corresponde a un programa de gobierno a gran escala con el objetivo de incrementar la inversión en capital humano de los niños/as de hogares de menores ingresos, Todd & Wolpin (2006) estima el efecto del programa de subsidio de educación escolar sobre la escolaridad y fertilidad, donde encuentra que el subsidio de educación escolar tiene un efecto positivo significativo sobre la escolaridad de los niños/as, mientras que los efectos sobre la fertilidad de los padres fue también positiva pero pequeña e insignificante. Finalmente, en el caso de Taiwán, el subsidio de educación sólo estaba disponible para empleados públicos, donde los beneficios sólo dependían del rendimiento de los hijos/as y no estaban establecidos por condiciones socioeconómicas. En el año 1996, el subsidio de educación ya no estaba indexado a la inflación en el costo de la educación, por lo que Keng & Sheu (2011) estiman el efecto causal del subsidio de educación sobre la fertilidad a través de una estrategia de un cuasi experimento. Keng & Sheu (2011) concluyen que la provisión de un subsidio de educación que hace el costo de educación significativamente más bajo, podría ser una política efectiva para aumentar los niveles de fertilidad en países asiáticos como Japón, Corea del sur, Hong Kong y Taiwán, donde por norma social los padres utilizan gran parte de su presupuesto familiar en gasto en educación de los hijos/as.

Capítulo 2

Modelo

2.1. Modelo base

2.1.1. Descripción general del modelo y principales supuestos

El modelo está enmarcado en la literatura de *trade-off* entre cantidad y calidad, donde los padres deben escoger la cantidad de hijos/as y el nivel de inversión en forma de educación escolar en cada uno de ellos. Una diferencia que tiene este estudio con otros estudios enmarcados en esta literatura, es que los adultos también deben tomar la decisión propia de ir o no a la universidad, donde la cantidad de hijos/as y calidad de educación escolar dada a los hijos/as dependerá fundamentalmente de esta decisión. Como es habitual en este tipo de literatura, nos abstraemos de matrimonio, por lo que el modelo sólo considera un padre genérico. Similarmente, no distinguimos entre hijos e hijas, por lo que no tomamos en cuenta diferencias de género.

Consideramos una economía de generaciones traslapadas donde el tiempo es discreto y cada etapa de vida corresponde a un período, donde cada período tiene una duración de 30 años. Los individuos de esta economía viven por tres etapas: i) niñez, ii) adultez, y iii) retiro. En la primera etapa de vida, los individuos reciben una cantidad de educación de tipo escolar, la cual es financiada por sus padres (flecha azul de Figura 2.1) y se acumula según una determinada función de acumulación de educación escolar que determina un stock final de educación escolar. En la segunda etapa de vida, esta educación escolar acumulada en forma de stock final de educación escolar se hace efectiva (flecha verde de Figura 2.1), la cual es dada, ya que es acumulada en el período anterior, donde luego los individuos deben decidir en el principio del período de adultez si ir o no a la universidad, y luego dada esta elección, en el resto del tiempo de la adultez ofrecen su trabajo de forma inelástica en el mercado laboral, donde a contar de su tipo de salario, toman sus decisiones de consumo en la adultez, ahorro para financiar el consumo una vez retirados, y cantidad de hijos/as y educación escolar que deciden destinar a éstos. Finalmente, en la tercera etapa de vida, solamente consumen sus ahorros realizados en la etapa anterior de adultez (etapa de trabajo).

Todas las decisiones son tomadas por los individuos en la etapa de adultez (cuadros de

Período \ Generación	0	1	2	3
0	Niñez	Adultez	Retiro	
1		Niñez	Adultez	Retiro
2			Niñez	Adultez

Figura 2.1: Generaciones traslapadas

bordes en rojo de Figura 2.1), donde los individuos adultos están dotados con una unidad de tiempo y un stock final de educación escolar, donde este último corresponde a una acumulación de educación que depende de la cantidad de educación escolar que fue financiada por los padres de estos individuos en la etapa de niñez y la educación escolar promedio de la generación de los padres. Es importante mencionar que este stock final de educación escolar propio se hace efectivo en la etapa de adultez, y no es controlado por los individuos adultos, por lo que es considerado como dado desde la etapa de niñez.

Con respecto a la decisión de estudiar en la universidad, el asistir a la universidad implica que los individuos adultos se convierten en trabajadores tipo *high skill*, de lo contrario, serán trabajadores tipo *low skill*. Esta decisión de educación es endógena, donde se utilizará el mecanismo propuesto por Prettner & Strulik (2020). Definiremos el stock final de educación escolar como h , el cual es dado desde la etapa de niñez. Una vez que los individuos comienzan la etapa de adultez, y dado el stock final de educación escolar, los individuos son heterogéneos en su habilidad o capacidad para graduarse de la universidad, donde nos abstraemos de estudios universitarios inconclusos. Al igual que en Prettner & Strulik (2020), consideramos que el estudiar en la universidad implica un desutilidad o esfuerzo, que es expresado por una función llamada $v(a)$, que dependerá de la habilidad, la cual es definido como “ a ”. Esta desutilidad es decreciente en el nivel de habilidad propia de los individuos, por lo que individuos con mayores capacidades deben realizar un menor esfuerzo. Más adelante en el texto, se mostrará que a partir de los salarios de los tipos de trabajadores (*high skill* o *low skill*) y ciertos parámetros que determinan los niveles de fertilidad y educación escolar invertido en los hijos/as, se podrá determinar un cierto umbral de habilidad necesario para asistir a la universidad, donde en conjunto con una función de distribución acumulada de la habilidad en la cohorte de adultos, se podrá determinar la cantidad de adultos que se convierten en trabajadores *high skill* y quienes continúan como trabajadores *low skill*.

Por el lado de la producción, además de considerar los tipos de trabajo, consideraremos un tipo de capital automatizado, denotado por P , el cual es un sustituto perfecto del trabajo *low skill* y un sustituto imperfecto del trabajo *high skill*. Esto último implica un *capital-skill complementarity* en línea con Krusell et al. (2000), donde el único rol del capital automatizado es determinar las diferencias de productividades entre trabajadores *high skill* y *low skill*.

Aunque al inicio de la etapa de la adultez los individuos adultos son heterogéneos en su habilidad para convertirse en *high skill*, una vez que se obtiene el umbral de habilidad necesario para estudiar en la universidad y se determina la fracción de la población adulta que se convierte en *high skill* al inicio del período, en el resto del tiempo de la adultez los individuos pasan a ser homogéneos en cada tipo de trabajador/a, por lo que podemos utilizar

el supuesto de agente representativo.

Un problema del modelo presentado es que la cantidad de agentes representativos queda determinado por el nivel de heterogeneidad del stock final de educación escolar que posee la población adulta. En el período 1 de la economía consideraremos el problema económico que enfrenta la generación 0 (generación inicial), la cual corresponde a los individuos nacidos (y que vivieron su etapa de niñez) en el período 0, y que se encuentra en la etapa de adultez en el período 1 (ver Figura 2.1). La generación 0 cuenta con un stock final de educación escolar h_1^0 , donde el supraíndice hace referencia al período de nacimiento (generación) y subíndice hace referencia al período de adultez (etapa donde se toman todas las decisiones).

Supuesto 1. El stock final de educación escolar de la generación inicial (generación 0) es homogéneo, por lo que todos los individuos de la generación 0 tiene un mismo stock final de educación escolar h_1^0 que se hace efectivo en la etapa de adultez (período de trabajo) en el período 1.

Es necesario realizar el Supuesto 1 para no complicar el modelo. Una vez que los adultos de la generación 0 toman su decisión de estudiar o no en la universidad al principio de la etapa de adultez, en el período 1 tendremos dos agentes representativos, y por ende dos tipos de trabajadores de la generación 0: trabajadores *high skill* y trabajadores *low skill*, los cuales tienen el mismo stock final de educación escolar propio, donde tendremos dos niveles de decisiones de consumo, ahorro, cantidad y educación escolar de hijos/as (ver Figura 2.2).

Cuando avanzamos al siguiente período de la economía, período 2, consideraremos el problema económico que enfrenta la generación 1, la cual nació y vivió su etapa de niñez en el período 1 y entra a la etapa de adultez en el período 2 (ver Figura 2.1). Dado que en el período 1 teníamos dos agentes representativos de la generación 0, que corresponden a los padres de la generación 1, en el mismo período hubieron dos niveles de cantidad de inversión en educación escolar de los hijos/as, por lo tanto, la generación 1 en el período 2 está compuesta por un grupo de individuos adultos hijos/as de trabajadores *high skill* del período anterior y otro grupo de individuos adultos hijos/as de trabajadores *low skill* del período anterior. Es necesario integrar una nueva notación de los stocks finales de educación escolar, para que de esta forma se logre tener seguimiento de la heterogeneidad de los individuos de la economía: $h_2^{p,1}$ con $p = \{H, L\}$, donde H hace referencia a *high skill* y L a *low skill*. El supraíndice p hace referencia al tipo de trabajador/a que fue el padre (generación 0 en el período 1) de estos individuos adultos de la generación 1. Por lo tanto, una vez que los adultos de la generación 1 toman su decisión de ir o no a la universidad al inicio del período 2, tendremos cuatro tipos de agentes representativos (ver Figura 2.2): trabajadores *high skill* y *low skill* que cuentan con un stock final de educación escolar $h_2^{H,1}$ (generación 1 que son hijos/as de padres trabajadores de la generación 0 que fueron *high skill* en el período 1), y trabajadores *high skill* y *low skill* que cuentan con un stock final de educación escolar $h_2^{L,1}$ (generación 1 que son hijos/as de padres trabajadores de la generación 0 que fueron *low skill* en el período 1).

Si ahora avanzamos al siguiente período de la economía, período 3, estaremos considerando el problema económico que enfrenta la generación 2 (ver Figura 2.1). Dado que en el período anterior (período 2) teníamos cuatro agentes representativos, en el mismo período hubo cuatro niveles de cantidad de inversión en educación escolar de los hijos/as, por lo tanto, para tener

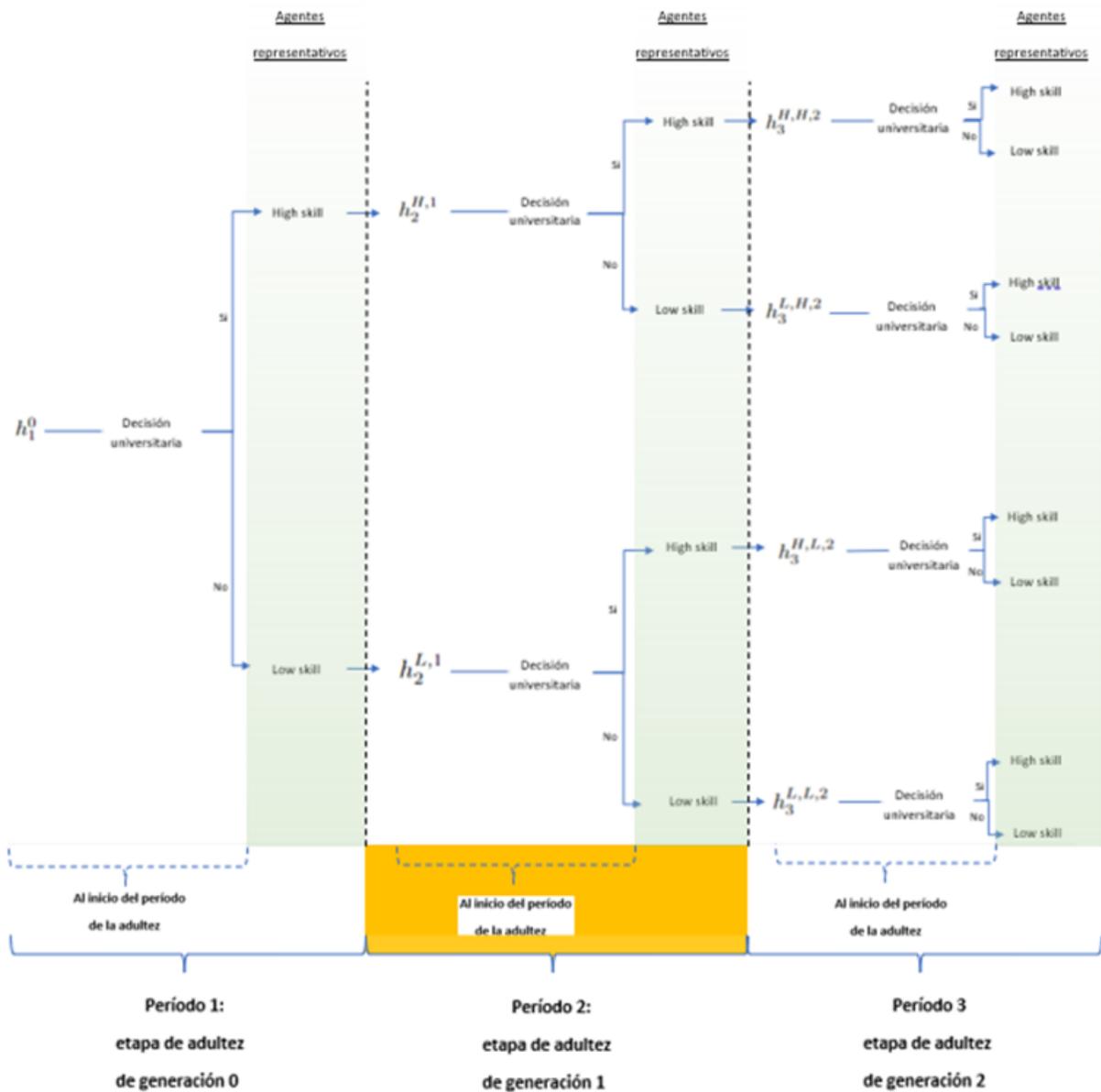


Figura 2.2: Heterogeneidad de educación escolar y número de agentes representativos a medida que avanzan los períodos

seguimiento de la heterogeneidad, se hace necesario integrar una nueva notación de los stocks finales de educación escolar: $h_3^{p,g,2}$ con $p, g = \{H, L\}$, donde H hace referencia a *high skill* y L a *low skill*. En este caso, el supraíndice p hace referencia al tipo de trabajador/a que fueron los padres pertenecientes a la generación 1 en el período 2 de estos individuos adultos de la generación 2, pero el otro supraíndice g hace referencia al tipo de trabajador/a que fueron los abuelos (generación 0 en el período 1) de estos individuos adultos. Por lo tanto, antes que los individuos adultos de la generación 2 tomen su decisión de ir o no a la universidad en el inicio del período 3, tendremos cuatro grupos de individuos adultos agrupados por su stock final de educación escolar: los que cuentan con un stock final de educación escolar $h_3^{H,H,2}$, donde tuvieron un padre de la generación 1 que fue un trabajador/a *high skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo de la generación 0 que fue un trabajador/a *high skill* en el período 1; los que cuentan con un stock final de educación escolar $h_3^{L,H,2}$, donde tuvieron un padre de la generación 1 que fue un trabajador/a *low skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo de la generación 0 que fue un trabajador/a *high skill* en el período 1; los que cuentan con un stock final de educación escolar $h_3^{H,L,2}$, donde tuvieron un padre de la generación 1 que fue un trabajador/a *high skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo de la generación 0 que fue un trabajador/a *low skill* en el período 1; y finalmente los que cuentan con un stock final de educación escolar $h_3^{L,L,2}$, donde tuvieron un padre de la generación 1 que fue un trabajador/a *low skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo de la generación 0 que fue un trabajador/a *low skill* en el período 1. Una vez que estos individuos realizan su decisión de estudiar o no en la universidad en el inicio del período 3, tendremos ocho agentes representativos, los cuales utilizan el resto del tiempo de la adultez para trabajar (para mayor detalle, ver Figura 2.2).

En conclusión, a medida que avanzamos en los períodos, se duplica el tipo de stock final de educación escolar acumulado, por lo que también se duplica la cantidad de agentes representativos, por lo tanto, se hace inviable resolver el modelo más allá del período 2, ya que la notación y la resolución se complejiza. Además, como en esta economía consideramos ahorros endógenos y acumulación de capital automatizado, necesitamos resolver de forma numérica el problema económico de la generación 0 en el período 1 (etapa de adultez de la generación 0), y el problema económico de la generación 1 en el período 2 (etapa de adultez de la generación 1). De esta manera, los individuos adultos de la generación 1 en el período 2 van a estar dotados con los stocks finales de educación escolar ($h_2^{H,1}$ y $h_2^{L,1}$), los cuales son dados desde el período 1 (período anterior), donde también el capital automatizado, P_2 , será tomado como dado para la generación 1 en el período 2, ya que fue acumulado por los ahorros efectuados por la generación 0 (generación anterior) en el período 1 (período anterior), donde tanto los stock finales de educación escolar y el stock de capital automatizado son endógenos. El modelo económico que será descrito y solucionado en las siguientes subsecciones corresponde al problema económico que enfrenta la generación 1 en el período 2, donde tendremos cuatro agentes representativos (ver Figura 2.2), pero como igualmente necesitamos tomar en cuenta la forma en que se obtuvieron los stocks finales de educación escolar que posee la generación 1, y el capital automatizado con el cual deben trabajar, en algunas circunstancias es necesario describir las condiciones óptimas realizadas por la generación 0 en el período 1, tales como los ahorros, fertilidad y educación escolar, las cuales serán descritas principalmente en los pies de página.

2.1.2. Hogares

Consideramos a $h_2^{p,1}$ como los stocks finales de educación escolar acumulados de la generación de individuos nacidos en el período 1 (generación 1), que fueron acumulados en el mismo período y que se hacen efectivos en la etapa de adultez en el período 2. Cuando los individuos entran a la etapa de adultez, en el inicio del período estos serán heterogéneos en su nivel de habilidad $a \geq 0$ para lograr graduarse de la universidad, donde en el tiempo restante de la adultez entran al mercado laboral como trabajadores *high skill*, de lo contrario se mantienen como trabajadores *low skill*, donde el estudiar en la universidad es expresado como una desutilidad o esfuerzo, que es expresado por $v(a)$. Es importante mencionar que dichos stocks finales de educación escolar propios no son controlados por los individuos adultos, y tampoco se ven afectados por la decisión universitaria de dichos individuos adultos, por lo tanto, el stock final de educación escolar queda completamente determinado por los padres de estos individuos y por la educación escolar promedio de estos padres (generación 0). Definimos a $j, p = \{H, L\}$, donde j hace referencia al tipo de trabajador/a que decide ser el individuo adulto de la generación 1 en el período 2, y p hace referencia al tipo de trabajador/a que fue el padre (generación 0 en el período 1) de este individuo adulto, donde H representa a trabajador /a *high skill* y L representa a trabajador/a *low skill*. Cabe destacar que el índice j siempre será un subíndice en las variables. Una vez que los agentes toman la decisión de asistir o no a la universidad al inicio del período 2, los individuos pasan a ser homogéneos en cada grupo respectivo, donde tendremos cuatro agentes representativos, donde sus utilidades de por vida es determinada en el período 2 y que están representada por $U_{j,2}^{p,1}$, donde tendremos: i) $U_{H,2}^{H,1}$, que refiere a trabajadores *high skill* del período 2 y que fueron hijos/as de trabajadores *high skill* en el período 1; ii) $U_{H,2}^{L,1}$, que refiere a trabajadores *high skill* del período 2 y que fueron hijos/as de trabajadores *low skill* en el período 1; iii) $U_{L,2}^{H,1}$, que refiere a trabajadores *low skill* del período 2 y que fueron hijos/as de trabajadores *high skill* en el período 1; y iv) $U_{L,2}^{L,1}$, que refiere a trabajadores *low skill* del período 2 y que fueron hijos/as de trabajadores *low skill* en el período 1:

$$U_{j,2}^{p,1} = \log(c_{j,2}^{p,1}) + \beta\phi \log(R_2 s_{j,2}^{p,1}) + \rho \log(n_{j,2}^{p,1}) + \gamma \log(e_{j,2}^{p,1} - e_j) - \mathbb{1}_{[si\ j=H]} v(a), \quad (2.1)$$

donde el trabajador/a adulto representativo de cada grupo experimenta utilidad por su consumo en edad de trabajar $c_{j,2}^{p,1}$ y por ahorro para su consumo una vez retirado en el período 3 tal que $c_{j,3}^{p,1} = \frac{R_2 \cdot s_{j,2}^{p,1}}{\phi}$, en donde $R_2 \equiv 1 + r_2$ es el crecimiento de la tasa de interés de los ahorros $s_{j,2}^{p,1}$. El parámetro $\beta \in (0, 1)$ corresponde al factor de descuento y $\phi \in (0, 1)$ es la tasa de sobrevivencia o expectativa de vida en la etapa de retiro, donde se utilizará esta tasa de sobrevivencia como medida de envejecimiento de la población, donde en el capítulo 3 de resolución numérica se incrementará gradualmente de forma paramétrica, con el objetivo de simular un aumento de expectativa o esperanza de vida en la etapa de retiro (vejez)¹. Además, los agentes representativos experimentan utilidad por la cantidad de hijos/as que deciden tener $n_{j,2}^{p,1}$ y en sus respectivas inversiones en educación escolar $e_{j,2}^{p,1}$ que le otorgan a sus hijos/as. Los parámetros $\rho > 0$ y $\gamma > 0$ representan cierto nivel de utilidad ponderada que los padres atribuyen a su nivel de fertilidad y educación escolar de sus hijos/as

¹Esto es una forma común y sencilla de introducir tasa de sobrevivencia en modelos de generaciones traslapadas, en línea con Blackburn & Cipriani (2002), Cipriani (2014), Baltanzi et al (2019), Peralta & Mazedo (2021) y Zhang et al (2021).

respectivamente, denotando cierto nivel de altruismo por su descendencia.

El argumento $\underline{e}_j > 0$ representa cierto nivel de subsistencia de la educación escolar de los hijos/as. Cuando los padres desean tener un hijo/a, deben financiar como mínimo de gasto privado en educación el nivel de educación escolar de subsistencia, de lo contrario, no pueden tener el hijo/a. La modelación de esta educación escolar de subsistencia es tomada como una norma social de forma muy similar a Kim et al. (2021), pero la diferencia es que Kim et al. (2021) considera la norma social de forma endógena como el promedio del capital humano del resto de niños/as de la sociedad, el cual es ponderado por un parámetro que determina la influencia de la norma social. En cambio, en nuestro trabajo simplificamos la norma social realizada por Kim et al. (2021), modelando la educación escolar de subsistencia como un parámetro, donde además consideramos que los padres *high skill* consideran una educación escolar de subsistencia de los hijos/as mayor que los padres *low skill*, ya que padres con mayor nivel de estudios tienen una mayor preferencia por la educación.

Supuesto 2. Los adultos que deciden ir a la universidad y convertirse en *high skill*, tomarán en cuenta un mayor nivel de subsistencia de la educación escolar de sus hijos/as que los adultos *low skill*, por lo que $\underline{e}_H > \underline{e}_L$.

El rol de esta educación escolar de subsistencia tiene una función similar a una externalidad de estatus, en donde los padres valoran la educación escolar de sus hijos relativo a la educación escolar de otros niños de la sociedad. Al fijar un mayor nivel de educación escolar de subsistencia para poder desempeñarse en la vida y el trabajo, los padres percibirán que necesitarán invertir un mayor nivel de educación escolar en sus hijos/as, lo que es muy similar a la percepción de la externalidad de estatus, en donde a mayor inversión de la sociedad en educación escolar, los agentes se incentivan por invertir mayores niveles en educación escolar.

Al igual que en Prettner & Strulik (2020), tenemos a $\mathbb{1}_{[\text{si } j=H]}$, que es una función indicatriz que toma el valor de 1 en el caso de que el individuo opte por obtener el grado de educación universitaria en el inicio del período de la adultez y convertirse en un trabajador/a de tipo *high skill* en el resto del tiempo de la adultez, y en caso contrario, si no estudia en la universidad, continúa como trabajador/a de tipo *low skill*, donde la función indicatriz toma el valor de 0. El asistir a la universidad se modela asumiendo un costo o esfuerzo por estudiar dado por la función $v(a)$, el cual está en función de la habilidad idiosincrática, con $a \geq 0$. Si la desutilidad del esfuerzo excede la ganancia relativa de utilidad esperada por ser *high skill*, se declina la asistencia a la universidad. Como se mencionó arriba, se asume una heterogeneidad en el nivel de habilidad a , en donde los individuos dotados con menor habilidad necesitan gastar más esfuerzo para obtener el grado universitario, o de la misma forma, el esfuerzo por estudiar en la universidad va decayendo según el nivel de habilidad a , tal que $v(a) \geq 0$ y $\partial v/\partial a < 0$ para todos los individuos que invierten en su propia educación universitaria, mientras que $v(a) = \infty$ para los individuos que no eligen invertir en la universidad, lo cual demuestra una infinita desutilidad (requiere infinito esfuerzo, y como el tiempo es finito, estos agentes no irán a la universidad).

En la realidad, no todos los individuos de una sociedad tienen la capacidad o habilidad para obtener un grado universitario, por lo que se asume la existencia de un umbral de habilidad necesario para estudiar en la universidad, el cual entra en la función de esfuerzo $v(a)$ y que será determinado principalmente por los salarios de los tipos de trabajadores que se

determinan en equilibrio de oferta y demanda de trabajo, donde un mayor salario que sea percibido por trabajadores *high skill*, o de forma equivalente, si el salario de trabajadores *low skill* es cada vez menor, este umbral de habilidad irá bajando, por lo que una mayor fracción de la población irá a la universidad y se convertirá en trabajadores *high skill*. Además, existirá un nivel mínimo de habilidad a_{min} que tomará el umbral de habilidad, ya que independientemente de los salarios de equilibrio determinados en el mercado del trabajo que incentiva a los individuos utilizar parte de su tiempo de la adultez en obtener estudios superiores, siempre habrá una fracción de la población que no podrá asistir a la universidad. Todas estas características son capturadas por la siguiente función de esfuerzo propuesta por Prettner & Strulik (2020) y en donde θ y ψ son usados para calibrar dicha función:

$$v(a) = \theta \log \left(\frac{\psi}{a - a_{\min}} \right). \quad (2.2)$$

Se hace necesario definir la función de acumulación de educación escolar la cual conforma los stocks finales de educación escolar que posee la actual generación 1, que corresponde a la generación que está resolviendo su problema económico en el actual período 2, donde $h_2^{H,1}$ y $h_2^{L,1}$ están definidos abajo en la subecuación (2.3a). La cantidad de educación escolar invertida por los padres (generación 0) en los hijos/as (generación 1) se realizó en el período 1, la cual está representada por $e_{j,1}^0$, que corresponde a la misma condición óptima resuelta por la generación 1 en el período 2 y descrita más abajo en la Subsección 2.1.3 y ecuación (2.8), pero considerando el Supuesto 1, donde el stock final de educación escolar de la generación 0 es homogéneo, h_1^0 , el cual debe ser calibrado, ya que corresponde a la generación inicial de la economía ²(ver Figura 2.2). Finalmente, dado que la generación 0 contaba con un stock final de educación escolar homogéneo, este equivale al promedio de educación escolar de la generación 0 ($h_1^0 \equiv \bar{h}_1^0$), donde la acumulación del stock final de educación escolar que posee la generación 2 queda descrito como:

$$h_2^{p,1} = A_E \left(e_{j,1}^0 \bar{h}_1^0 \right)^\varepsilon, \quad (2.3a)$$

donde \bar{h}_1^0 representa el stock final de educación escolar promedio de la generación 0, y los parámetros A_E y $0 < \varepsilon < 1$ representan respectivamente a la productividad de la educación escolar y rendimientos decrecientes de la formación de educación escolar.

Una vez que los individuos adultos de la generación 1 toman la decisión endógena de ir o no a la universidad en el inicio del período de adultez (período 2), tendremos cuatro agentes representativos: trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 1 en el período 2, que tienen un stock final de educación escolar $h_2^{H,1}$ (generación 1 que son hijos/as de padres trabajadores pertenecientes a la generación 0 que fueron *high skill* en el período 1) y trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 1 en el período 2 que tienen un stock final de educación escolar $h_2^{L,1}$ (generación 1 que son hijos/as de padres trabajadores pertenecientes a la generación 0 que fueron *low skill* en el período 1), donde se recomienda ver Figura 2.2. Estos trabajadores de la generación 1 en el período 2 deben decidir cuánto

²La expresión de cantidad de educación escolar invertida por los padres (generación 0) en sus hijos/as (generación 1) en el período 1 está representado por $e_{j,1}^0 = \frac{\gamma z w_{j,1}^0 h_1^0 + \rho e_j}{(\rho - \gamma)}$.

invertir en educación escolar de sus hijos/as en etapa de niñez, por lo tanto, asumimos la siguiente función de acumulación de educación escolar la cual conforman los stocks finales de educación escolar de los hijos/as, y que se hacen efectivos en la etapa de adultez en el período 3, donde estos hijos/as conforman la siguiente generación de la economía (generación 2):

$$h_3^{p,g,2} = A_E \left(e_{j,2}^{p,1} \bar{h}_2^{-1} \right)^\varepsilon, \quad (2.3b)$$

donde al igual que en la Subsección 2.1.1, se hace necesario integrar una nueva notación de los stock final de educación escolar: $h_3^{p,g,2}$ con $p, g = \{H, L\}$, donde H hace referencia a *high skill* y L a *low skill*. El supraíndice p (lado izquierdo de (2.3b)) hace referencia al tipo de trabajador/a que son los padres (generación 1) en el período 2, pero el otro supraíndice g hace referencia al tipo de trabajador/a que fueron los abuelos (generación 0) en el período 1. Por lo tanto, la nueva generación (generación 2) cuentan con los siguientes stocks finales de educación escolar: $h_3^{H,H,2}$ representa al stock final de educación escolar de los individuos que tuvieron un padre que fue un trabajador/a *high skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo que fue un trabajador/a *high skill* en el período 1; los que cuentan con $h_3^{L,H,2}$ representa al stock final de educación escolar de los individuos que tuvieron un padre que fue un trabajador/a *low skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo que fue un trabajador/a *high skill* en el período 1; los que cuentan con $h_3^{H,L,2}$, representa al stock final de educación escolar de los individuos que tuvieron un padre que fue un trabajador/a *high skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo que fue un trabajador/a *low skill* en el período 1; y finalmente los que cuentan con $h_3^{L,L,2}$, representa al stock final de educación escolar de los individuos que tuvieron un padre que fue un trabajador/a *low skill* en el período 2, pero tuvieron un abuelo que fue un trabajador/a *low skill* en el período 1 (ver Figura 2.2). Por otro lado, el supraíndice p (lado derecho de (2.3b)) hace referencia al tipo de trabajador/a que son los padres (generación 0) en el período 1 de los individuos adultos/as que conforman la generación 1, donde la generación 1 está resolviendo su problema económico, por lo que $e_{j,2}^{p,1}$ representa la educación escolar que invierten los padres (generación 1) en el período 2 en sus hijos/as que conformarán la generación 2, y \bar{h}_2^{-1} representa el stock final de educación escolar promedio propio de los individuos adultos de la generación 1.

Dado $w_{j,2}^1$ que denota el salario por unidad de trabajo ofertado de tipo $j = \{H, L\}$ en el período 2, y $h_2^{p,1}$ como el stock final de educación escolar, el cual es dado desde el período anterior, definimos $w_{j,2}^1 h_2^{p,1}$ como salario efectivo. La restricción presupuestaria que cada hogar enfrenta está dada por:

$$(1 - z n_{j,2}^{p,1} - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1} = c_{j,2}^{p,1} + s_{j,2}^{p,1} + n_{j,2}^{p,1} e_{j,2}^{p,1}. \quad (2.4)$$

Como se mencionó en principio, los adultos están dotados con una unidad de tiempo, pero deben deciden si gastar su tiempo disponible en η_j como tiempo para estudiar en la universidad y ser un trabajador/a *high skill*, el cual es un parámetro a calibrar (en caso de no ir a la universidad $\eta_L = 0$). Además, hacemos el supuesto de que los padres crían a sus hijos/as, donde z es el costo de tiempo en criar un hijo/a. Por lo tanto, el resto del tiempo de la adultez $(1 - z n_{j,2}^{p,1} - \eta_j)$ es utilizado para ofertar trabajo de forma inelástica en el mercado laboral. El salario efectivo percibido debe cubrir los costos de consumo actual ($c_{j,2}^{p,1}$), ahorro para consumo en etapa de retiro ($s_{j,2}^{p,1}$) y costos de educación escolar de la cantidad total de

hijos/as $(n_{j,2}^{p,1}, e_{j,2}^{p,1})$, donde $n_{j,2}^{p,1}$ y $e_{j,2}^{p,1}$ representa respectivamente a la cantidad de hijos/as y educación escolar invertida en éstos.

2.1.3. Decisiones de consumo, ahorro, fertilidad y educación escolar

A continuación, describimos las condiciones óptimas de los individuos adultos (trabajadores) de la generación 1 en el período 2, donde recordamos que son sólo decididas en la etapa de adultez. Como nos encontramos en el período 2, tenemos cuatro agentes representativos (ver Figura 2.2), por lo que maximizando la utilidad en (2.1) y tomando en cuenta la restricción presupuestaria en (2.4), obtenemos a continuación las condiciones óptimas de consumo, ahorro, fertilidad e inversión en educación escolar de los hijos/as que conformarán la siguiente generación (generación 2)³:

$$c_{j,2}^{p,1} = \frac{(1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}}{1 + \beta\phi + \rho}, \quad (2.5)$$

$$s_{j,2}^{p,1} = \frac{\beta\phi [(1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}]}{1 + \beta\phi + \rho}, \quad (2.6)$$

$$n_{j,2}^{p,1} = \frac{(\rho - \gamma) [(1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}]}{(1 + \beta\phi + \rho) [z w_{j,2}^1 h_2^{p,1} + e_j]}, \quad (2.7)$$

$$e_{j,2}^{p,1} = \frac{\gamma z w_{j,2}^1 h_2^{p,1} + \rho e_j}{(\rho - \gamma)}, \quad (2.8)$$

donde necesitamos que se cumpla la siguiente condición $\rho > \gamma$, ya que de esta forma las decisiones de fertilidad y educación escolar quedan bien definidas.⁴

2.1.4. Decisión de educación universitaria

Como se describió arriba, los adultos también deben tomar su propia decisión de ir o no a la universidad. La decisión de educación universitaria de este modelo está basada en Prettnner & Strulik (2020), donde el estudiar en la universidad está asociado a una función de esfuerzo $v(a)$ parametrizada en (2.2) y que entra en la función de utilidad (2.1) como un factor de

³Las condiciones óptimas de consumo, ahorro, fertilidad e inversión en educación escolar de los hijos/as que conformarán la siguiente generación (generación 1) realizado por la generación inicial (generación 0) en el período 1, corresponden a las mismas condiciones óptimas de la generación 1, sólo que consideramos que la generación 0 cuenta con un stock final de educación escolar homogéneo h_1^0 .

⁴En caso contrario, los padres decidirían tener una cantidad de hijos/as y educación escolar negativa, lo que no tiene sentido económico ni real.

desutilidad, donde esta desutilidad está relacionada negativamente con el nivel de habilidad individual. Viendo a $v(a)$, los parámetros ψ y θ deben ser calibrados más adelante, donde ψ debe ser lo suficientemente grande, tal que $\psi > a - a_{min}$, para que de esta forma $v(a) > 0$, de otro modo, $v(a) < 0$, lo que significaría que individuos podrían obtener directamente utilidad con los estudios universitarios. Como se mencionó en principio, para hacer más realista el modelo, necesitamos que $v(a) = \infty$ para $a < a_{min}$, lo que significa que siempre habrá una cantidad de personas sin estudios universitarios (Peralta & Mazedo, 2021).

Sin embargo, para aquellos que tienen suficiente habilidad, existe una habilidad umbral \bar{a} , donde los adultos que tienen su habilidad individual sobre el nivel umbral, deciden invertir su tiempo en educarse en la universidad. La condición de indiferencia que determina la decisión de estudiar o no en la universidad está dado por $U_{H,2}^{p,1} = U_{L,2}^{p,1}$, donde la igualdad es cumplida para un adulto que tiene una habilidad individual igual a la habilidad umbral \bar{a} . Reemplazando condiciones óptimas (2.5), (2.6), (2.7) y (2.8) en función de utilidad (2.1), y además considerando η_H y $\eta_L = 0$, simplificando obtenemos la siguiente función de utilidad indirecta:

$$v(a) = (1 + \beta\phi + \gamma) \log \left[\frac{(1 - \eta_H) w_{H,2}^1}{w_{L,2}^1} \right] + (\rho - \gamma) \log \left[\frac{z w_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L}{z w_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H} \right]. \quad (2.9)$$

Reemplazando la función parametrizada de desutilidad (2.2) en (2.9), y despejando a , obtenemos los umbrales de habilidad, donde los individuos adultos que tienen una habilidad mayor a la habilidad umbral \bar{a} , obtarán por ir a la universidad:

$$\bar{a}_2^{p,1} = \frac{\psi}{\left(\frac{(1-\eta_H) w_{H,2}^1}{w_{L,2}^1} \right)^{\frac{1+\beta\phi+\rho}{\theta}} \cdot \left(\frac{z w_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L}{z w_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H} \right)^{\frac{\rho-\gamma}{\theta}}} + a_{\min}, \quad (2.10)$$

donde vemos que al inicio del período de la adultez habrán dos umbrales de habilidad dependiendo del stock final de educación escolar que poseen los individuos adultos de la generación 1 en el período 2: $\bar{a}_2^{H,1}$ para los que tienen un stock final de educación escolar $h_2^{H,1}$ y $\bar{a}_2^{L,1}$ para los que tienen un stock final de educación escolar $h_2^{L,1}$.

Este umbral se van moviendo durante el tiempo, donde en el caso del estudio de Prettnner & Strulik (2020), a medida que aumenta la cantidad de máquinas inventadas, implica un crecimiento del salario de los trabajadores *high skill*, lo que lleva a una caída de este umbral de habilidad, convergiendo a largo plazo a a_{min} , nivel mínimo de habilidad para asistir a la universidad. En nuestro caso, el primer elemento del denominador de (2.10) depende principalmente de la *skill premium*, donde se confronta el beneficio neto directo de educación universitaria de ser un adulto *high skill* versus un adulto *low skill*, pero a diferencia del trabajo de referencia, se incluye un elemento adicional (el segundo elemento del denominador de (2.10)), que confronta el costo por hijo/a para agentes adultos *low skill* y *high skill*, el cual es un costo (de tiempo) de aumentar un hijo/a más el costo (en unidad de bien) de educación escolar de subsistencia. Este segundo argumento surge ya que existe un costo asociado a la fertilidad y educación de tener hijos/as, lo que compromete recursos de la restricción presupuestaria de los adultos.

En resumen, para toda habilidad de cada adulto que es mayor al nivel de habilidad umbral requerida para completar la universidad, $a_2^1 > \bar{a}_2^{p,1}$, se convertirán en trabajadores *high skill*, mientras que para niveles $a_2^1 < \bar{a}_2^{p,1}$ se mantendrán como trabajadores *low skill*.

Proposición 1. Manteniendo todo lo demás constante, cuando los stocks finales de educación escolar $h_2^{H,1}$ y $h_2^{L,1}$ se incrementan, considerando que $h_2^{H,1} > h_2^{L,1}$, al inicio del período 2, los individuos adultos correspondientes a la generación 1 que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *high skill* en el período 1, tendrán un umbral de habilidad $\bar{a}_2^{H,1}$ más bajo en relación al umbral de habilidad $\bar{a}_2^{L,1}$ de los individuos adultos correspondientes a la generación 1 que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *low skill* en el período 1, por lo que $\bar{a}_2^{H,1} < \bar{a}_2^{L,1}$, siempre y cuando $w_{H,2}^1/w_{L,2}^1 < (z w_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H)/(z w_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L)$.

Para ver la demostración de la Proposición 1, ir a Anexo A en la sección Sección A.1.

Recordemos que los individuos adultos pertenecientes a la generación 1 (están resolviendo el problema económico en el período 2) cuentan con un stock final de educación escolar, que está formado por educación escolar que es invertida por los padres pertenecientes a la generación 0 durante la etapa de niñez en el período 1 (generación 1), haciéndose efectiva en la etapa de adultez de los hijos/as (generación 1) en el período 2 en forma de stock final de educación escolar, $h_2^{p,1}$, donde es tomado como dado por los ahora individuos adultos de la generación 1. La Proposición 1 nos dice que al mantener todo lo demás constante, al incrementar los stocks finales de educación escolar, $h_2^{p,1}$, pertenecientes a los individuos adultos correspondientes a la generación 1, el umbral de habilidad decrece, siempre y cuando se cumple la siguiente condición: $w_{H,2}^1/w_{L,2}^1 < (z w_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H)/(z w_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L)$. Al calibrar el modelo económico, se considera que se cumpla esta condición. Adicionalmente, como en la generación 1 tendremos al inicio del período 2 dos grupos de individuos adultos (ver Figura 2.2), el grupo de individuos adultos de la generación 1 que tiene un stock final de educación escolar $h_2^{H,1}$, que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *high skill* en el período 1, tendrán más facilidad para asistir a la universidad en el inicio de la etapa de adultez y convertirse en trabajadores *high skill*, ya que su stock final de educación escolar será mayor que el stock final de educación escolar $h_2^{L,1}$ del grupo de individuos adultos de la generación 1 que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *low skill* en el período 1, por lo que $h_2^{H,1} > h_2^{L,1}$. Por lo tanto, como al crecer el stock final de educación escolar el umbral de habilidad necesario para asistir a la universidad decrece, se tendrá que $\bar{a}_2^{H,1} < \bar{a}_2^{L,1}$.

Como se describe en la versión de *working paper* del estudio de Prettner & Strulik (2020) en Prettner & Strulik (2019), se aproxima la distribución de habilidad con la distribución de coeficiente intelectual de la población (*IQ* en inglés), que es aproximadamente normal. Aunque nos abstraemos de otros factores que determinan la habilidad, suponemos que la habilidad está determinada por los test de *IQ*. Los test de *IQ* están distribuidas aproximadamente de forma normal, y al igual que en el trabajo de referencia, determinamos una media de 100 y desviación estándar de 15. La función de distribución parcial es $f(a) = 1/(15\sqrt{2\pi})e^{-\frac{(a-100)^2}{2 \cdot 15^2}}$, por lo que la *CDF* está definida como:

$$F(a) = 0,5 \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{a - 100}{15\sqrt{2}} \right) \right]. \quad (2.11)$$

Antes de determinar la población que decide estudiar en la universidad, definimos a $L_2^{H,1}$ como la población total de individuos adultos de la generación 1 en el período 2 que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill*, y definimos a $L_2^{L,1}$ como la población total de individuos adultos de la generación 1 en el período 2 que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill*. Dada la función de distribución acumulada de habilidad o *IQ*, y tomando en cuenta los umbrales de habilidad (2.10) de los individuos adultos (un umbral para los que poseen $h_2^{H,1}$ y otro umbral para los que poseen $h_2^{L,1}$) necesarios para asistir a la universidad, y siendo reemplazados en a en la *CDF* (2.11), podemos determinar las cantidades de trabajadores de cada categoría:

-) fracción de individuos adultos de la generación 1 que deciden ser trabajadores *high skill* en el período 2, pero que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill* en el período 1:

$$L_{H,2}^{H,1} = \left[1 - F \left(\bar{a}_2^{H,1} \right) \right] \cdot L_2^{H,1}, \quad (2.12)$$

-) fracción de individuos adultos de la generación 1 que deciden ser trabajadores *low skill* en el período 2, pero que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill* en el período 1:

$$L_{L,2}^{H,1} = F \left(\bar{a}_2^{H,1} \right) \cdot L_2^{H,1}, \quad (2.13)$$

-) fracción de individuos adultos de la generación 1 que deciden ser trabajadores *high skill* en el período 2, pero que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill* en el período 1:

$$L_{H,2}^{L,1} = \left[1 - F \left(\bar{a}_2^{L,1} \right) \right] \cdot L_2^{L,1}. \quad (2.14)$$

-) fracción de individuos adultos de la generación 1 que deciden ser trabajadores *low skill* en el período 2, pero que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill* en el período 1:

$$L_{L,2}^{L,1} = F \left(\bar{a}_2^{L,1} \right) \cdot L_2^{L,1}, \quad (2.15)$$

2.1.5. Dinámica demográfica

En esta economía, el crecimiento de la población es endógeno. Considerando a (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15), podemos encontrar a los distintos tipos de trabajadores por su origen, donde $L_{H,2}^{H,1}$ corresponde a la cantidad de trabajadores *high skill* de la generación 1 en el período 2 y $L_{L,2}^{H,1}$ refiere a la cantidad de trabajadores *low skill* de la generación 1 en el período 2, donde ambos tipos de trabajadores son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill* en el período 1. Por otra parte, $L_{H,2}^{L,1}$ corresponde a la

cantidad de trabajadores *high skill* de la generación 1 en el período 2 y $L_{L,2}^{H,1}$ refiere a la cantidad de trabajadores *low skill* de la generación 1 en el período 2, donde ambos tipos de trabajadores son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill* en el período 1. Por lo tanto, considerando las decisiones de fertilidad en (2.7) y definiendo a $L_2^1 \equiv L_{H,2}^{H,1} + L_{H,2}^{L,1} + L_{L,2}^{H,1} + L_{L,2}^{L,1}$ como la población total de individuos adultos de la generación 1 en el período 2 (población actual), podemos definir la tasa de fertilidad total de la siguiente forma:

$$n_2^1 = \frac{n_{H,2}^{H,1} \cdot L_{H,2}^{H,1} + n_{H,2}^{L,1} \cdot L_{H,2}^{L,1} + n_{L,2}^{H,1} \cdot L_{L,2}^{H,1} + n_{L,2}^{L,1} \cdot L_{L,2}^{L,1}}{L_2^1}. \quad (2.16)$$

Además, podemos definir la tasa total de fertilidad de trabajadores *high skill* como :

$$n_{H,2}^1 = \frac{n_{H,2}^{H,1} \cdot L_{H,2}^{H,1} + n_{H,2}^{L,1} \cdot L_{H,2}^{L,1}}{L_2^1}, \quad (2.17)$$

y por otro lado, podemos definir la tasa total de fertilidad de trabajadores *low skill* como:

$$n_{L,2}^1 = \frac{n_{L,2}^{H,1} \cdot L_{L,2}^{H,1} + n_{L,2}^{L,1} \cdot L_{L,2}^{L,1}}{L_2^1}. \quad (2.18)$$

Finalmente, considerando que los hijos/as de los padres pertenecientes a la generación 1 en el período 2 que conformarán la siguiente generación de la economía (generación 2), pueden optar por ser trabajadores *high skill* o *low skill* en el siguiente período (etapa de adultez de la generación 2 en el período 3), podemos definir la siguiente dinámica poblacional:

$$L_3^2 = n_{H,2}^{H,1} \cdot L_{H,2}^{H,1} + n_{H,2}^{L,1} \cdot L_{H,2}^{L,1} + n_{L,2}^{H,1} \cdot L_{L,2}^{H,1} + n_{L,2}^{L,1} \cdot L_{L,2}^{L,1} \equiv n_2^1 \cdot L_2^1, \quad (2.19)$$

donde la cantidad total de la población adulta del siguiente período (generación 2 en período 3) está descrito por L_3^2 . Para encontrar la dinámica poblacional entre los períodos 1 y 2, y que conforman la cantidad total de la población adulta de la generación 1 en el período 2, L_2^1 , se encuentra de la misma forma que en (2.19), pero considerando que tenemos un único stock final de educación escolar homogéneo⁵.

2.1.6. Lado de la producción

En esta economía no consideramos desempleo, por lo tanto, el tamaño de la población adulta y el tamaño del trabajo total coinciden. En el período 2 tendremos cinco factores de producción, de los cuales tenemos a los trabajadores de la generación 1 donde ofertan su trabajo en el mercado laboral de forma inelástica, donde definimos a: $H_{H,2}^{H,1} \equiv h_2^{H,1} L_{H,2}^{H,1}$ como

⁵Alternativamente, podemos definir a la población total de individuos adultos de la generación 1 en el período 2 como: $L_2^1 = n_{H,1}^0 \cdot L_{H,1}^0 + n_{L,1}^0 \cdot L_{L,1}^0$, donde consideramos a la dinámica poblacional del período 1 de la misma forma que en (2.19), pero tomamos en cuenta las decisiones de fertilidades de la generación 0 en el período 1 al igual que en (2.7), pero con el stock final de educación escolar homogéneo, h_1^0 y considerando solamente los dos agentes representativos (trabajadores *high skill* y *low skill* dotados con h_1^0).

oferta de capital humano *high skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *high skill*, y $H_{H,2}^{L,1} \equiv h_2^{L,1} L_{H,2}^{L,1}$ como oferta de capital humano *high skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *low skill*; $H_{L,2}^{H,1} \equiv h_2^{H,1} L_{L,2}^{H,1}$ como oferta de capital humano *low skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *high skill*, y $H_{L,2}^{L,1} \equiv h_2^{L,1} L_{L,2}^{L,1}$ como oferta de capital humano *low skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *low skill*. Finalmente, tenemos un capital de tipo automatizado, P_2 , el cual es un sustituto perfecto del trabajo *low skill*, pero es un sustituto imperfecto del trabajo *high skill*, indiferentemente del stock final de educación escolar de ambos tipos de trabajo. Esto último implica un *capital-skill complementarity* en línea con Krusell et al. (2000).

El capital automatizado utilizado por las firmas en el período 2 está formado por los ahorros efectuados por la generación 0 (generación anterior) en el período 1 (período anterior), donde la función de acumulación del capital automatizado está descrita como:

$$P_2 = s_{H,1}^0 \cdot L_{H,1}^0 + s_{L,1}^0 \cdot L_{L,1}^0, \quad (2.20)$$

donde la condición óptima de los ahorros de la generación 0 está expresada en (2.6), pero considerando un stock final de educación escolar homogéneo⁶, y las cantidades de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 0 en el período 1 fueron resueltas como en el caso de la generación 1 en el período 2 en (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15), pero considerando un stock final de educación escolar homogéneo⁷.

Específicamente, la función de producción utilizada es la propuesta por Lankisch et al. (2019) y que es utilizada por Cords & Prettnner (2019) y Zhang et al (2021), pero sin considerar un capital físico tradicional complementario a ambos tipos de habilidades:

$$Y_2 = A \left[\lambda \left(H_{L,2}^{H,1} + H_{L,2}^{L,1} + P_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(H_{H,2}^{H,1} + H_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}}, \quad (2.21)$$

donde $A > 0$ es un parámetro de productividad, $\lambda \in (0, 1)$ determina el peso de producción de los trabajadores *low skill* (ambos tipos de orígenes), y $\sigma \in (-\infty, 1]$ es el parámetro de elasticidad de sustitución, el cual determina el nivel de sustitución entre trabajadores *high skill* y *low skill* de ambos orígenes. Los trabajadores son sustitutos perfectos en el caso de $\sigma = 1$ y complementos perfectos en el caso de $\sigma \rightarrow -\infty$. En este estudio, nos enfocaremos en el caso empírico relevante en el que $\sigma \in (0, 1)$, en donde la elasticidad de sustitución entre capital humano *high skill* y *low skill* de ambos orígenes, $1/(1 - \sigma)$, está sobre la unidad, lo

⁶Los ahorros de la generación 0 efectuados en el período 1 corresponde a la misma expresión de ahorro de la generación 1, pero considerando un stock final de educación escolar homogéneo h_1^0 , que están representados por $s_{j,1}^0 = \frac{\beta\phi[(1-\eta_j) w_{j,1}^0 h_1^0]}{1+\beta\phi+\rho}$.

⁷Las cantidades de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 0 en el período 1 son resueltas respectivamente en: $L_{H,1}^0 = [1 - F(\bar{a}_1^0)] \cdot L_1^0$ y $L_{L,1}^0 = F(\bar{a}_1^0) \cdot L_1^0$, donde L_1^0 corresponde a la cantidad total de individuos adultos de la generación 0 en el período 1, y \bar{a}_1^0 corresponde al umbral de habilidad necesario para poder asistir a la universidad, el cual es expresado en (2.10), pero considerando un único stock final de educación escolar homogéneo h_1^0 .

que implica que los tipos de trabajadores son sustitutos entre sí, al igual que en Autor (2002), Acemoglu (2009) y Ottaviano & Peri (2012).

Podemos denotar el capital humano total de la cohorte adulta (trabajadores) de la generación 1 en el período 2 como $H_2^1 \equiv h_2^{H,1} L_{H,2}^{H,1} + h_2^{L,1} L_{L,2}^{H,1} + h_2^{L,1} L_{H,2}^{L,1} + h_2^{L,1} L_{L,2}^{L,1}$, donde definimos los factores de producción en términos de unidades de eficiencia⁸, donde podemos redefinir la función de producción como:

$$\tilde{Y}_2 = A \left[\lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} + \tilde{\mathcal{P}}_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}}, \quad (2.22)$$

Existe un continuo de firmas que son todas iguales, por lo que podemos usar el supuesto de firma representativa. Por lo tanto, las ganancias de la firma representativa en el período 2, π_2 , es igual al producto producido descontando los costos de emplear capital humano *low skill* que son hijos/as de padres *high skill* del período anterior, capital humano *low skill* que son hijos/as de padres *low skill* del período anterior, capital humano *high skill* que son hijos/as de padres *high skill* del período anterior, capital humano *high skill* que son hijos/as de padres *low skill* del período anterior, y el costo de rentar capital automatizado:

$$\pi_2 = Y_2 - w_{L,2}^{H,1} H_{L,2}^{H,1} - w_{L,2}^{L,1} H_{L,2}^{L,1} - w_{H,2}^{H,1} H_{H,2}^{H,1} - w_{H,2}^{L,1} H_{H,2}^{L,1} - R_2 P_2$$

Como nos encontramos en un contexto competitivo, se calcula a continuación las productividades marginales de cada factor y se igualan a su respectivos precios, donde $w_{H,2}^2$ y $w_{L,2}^0$ corresponden a los salarios de los tipos de capital humano, donde no se hace distinción del tipo de educación escolar de los trabajadores, ya que ambos orígenes tendrán la misma productividad marginal. Por otro lado, R_2 denota el precio del capital automatizado, por lo tanto, cuando la firma representativa maximiza beneficios obtenemos:

$$\begin{aligned} w_{H,2}^1 \equiv w_{H,2}^{H,1} \equiv w_{H,2}^{L,1} &= A \left[\lambda \left(H_{L,2}^{H,1} + H_{L,2}^{L,1} + P_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(H_{H,2}^{H,1} + H_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}-1} \\ &\quad (1 - \lambda) \left(H_{H,2}^{H,1} + H_{H,2}^{L,1} \right)^{\sigma-1} \\ &\iff A \left[\lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} + \tilde{\mathcal{P}}_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}-1} \\ &\quad (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1} \right)^{\sigma-1}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

⁸Donde definimos $\tilde{Y}_2 = \frac{Y_2}{H_2^1}$; $\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} = \frac{H_{L,2}^{H,1}}{H_2^1}$; $\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} = \frac{H_{L,2}^{L,1}}{H_2^1}$; $\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} = \frac{H_{H,2}^{H,1}}{H_2^1}$; $\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1} = \frac{H_{H,2}^{L,1}}{H_2^1}$; $\tilde{\mathcal{P}}_2 = \frac{P_2}{H_2^1}$.

$$\begin{aligned}
w_{L,2}^1 \equiv w_{L,2}^{H,1} \equiv w_{L,2}^{L,1} \equiv R_2 &= A \left[\lambda \left(H_{L,2}^{H,1} + H_{L,2}^{L,1} + P_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(H_{H,2}^{H,1} + H_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}-1} \\
&\quad \lambda \left(H_{L,2}^{H,1} + H_{L,2}^{L,1} + P_2 \right)^{\sigma-1} \\
\iff A \left[\lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} + \tilde{\mathcal{P}}_2 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma}-1} \\
&\quad \lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} + \tilde{\mathcal{P}}_2 \right)^{\sigma-1}.
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Utilizando las expresiones (2.23) y (2.24) en unidades de eficiencia, podemos definir la *skill premium* de la siguiente forma:

$$\tilde{w}_2 \equiv \frac{w_{H,2}^1}{w_{L,2}^1} = \frac{1 - \lambda}{\lambda} \left(\frac{\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}}{\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1} + \tilde{\mathcal{P}}_2} \right)^{\sigma-1}. \tag{2.25}$$

Recordemos que el objetivo de esta tesis es realizar un ejercicio numérico en donde se analice cualitativamente cómo se comportan las variables de interés ante un incremento paramétrico de la expectativa de vida, que es expresado por el parámetro ϕ . Un mayor envejecimiento lleva a una mayor *skill premium*, lo que incentiva a los individuos invertir su tiempo en educarse en la universidad, donde al igual que en Mincer (1958), educarse tiene costos indirectos, como los salarios que no son percibidos durante el período educativo y la reducción del período para recuperar la inversión, pero también tiene beneficios, los cuales se manifiestan en mayores ingresos futuros los cuales sobrecompensan los costos de educación. En este caso, las firmas recompensan con salario de *high skill* si los individuos asisten a la universidad, y salario de *low skill* si no utiliza tiempo para estudiar en la universidad, independientemente del tipo de stock final de educación escolar.

Una de las variables de interés es analizar el comportamiento cualitativo de la *skill premium* en (2.25) ante el aumento de la expectativa de vida. Si mantenemos constante el capital automatizado en unidades de eficiencia del período 2, que está acumulado por los ahorros realizados por los trabajadores pertenecientes a la generación 0 en el período 1, $\tilde{\mathcal{P}}_2$, si hacemos el supuesto de que a mayor expectativa de vida, los individuos adultos se incentivarán a realizar estudios universitarios para que de este modo puedan financiar de mejor forma la mayor cantidad de años de vida en la etapa de retiro, por lo tanto, se incrementará el capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia de la generación 1 en el período 2, $\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}$, y por consecuencia, el capital humano total *low skill* en unidades de eficiencia, $\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1}$, decrece en la misma magnitud del incremento del capital humano total *high skill*, por lo tanto, la *skill premium* decrecerá ante una mayor expectativa de vida.

Por otro lado, si ahora mantenemos constante el capital humano total *high skill* y *low skill* en unidades de eficiencia, y si hacemos el supuesto de que a mayor expectativa de vida se incrementa el stock del capital automatizado en unidades de eficiencia, $\tilde{\mathcal{P}}_2$, ya que es de

esperar que a mayor expectativa de vida en la etapa de retiro se incremente la tasa de ahorro, ocurrirá un incremento de la *skill premium*.

Como en nuestro modelo económico tanto el capital humano total *high skill* y *low skill* en unidades de eficiencia, y el capital automatizado en unidades de eficiencia son endógenos, es necesario encontrar la condición para que ante un incremento de la expectativa de vida en la etapa de retiro, el incremento del capital automatizado en unidades de eficiencia pueda sobrecompensar el decrecimiento del capital humano total *low skill* e incremento del capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia, para que de esta forma se obtenga una *skill premium* creciente. Por lo tanto, definimos el siguiente supuesto:

Supuesto 3. Para obtener una *skill premium* creciente a medida que aumenta el nivel de longevidad de la población, suponemos que a medida que se incrementa la expectativa de vida: (i) el capital automatizado en unidades de eficiencia y (ii) capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia se incrementan, y (iii) el capital humano total *low skill* en unidades de eficiencia decrece. Tenemos $\phi_2 > \phi_1$, donde ϕ_1 corresponde por ejemplo a la tasa de sobrevivencia que representa una expectativa de vida de 83 años y ϕ_2 corresponde por ejemplo a la tasa de sobrevivencia que representa una expectativa de vida de 93 años. Considerando a $\tilde{\mathcal{P}}_{\phi_1}$ (capital automatizado en unidades de eficiencia), $\tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_1}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_1}^L$ (capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia), y $\tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_1}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_1}^L$ (capital humano total *low skill* en unidades de eficiencia) para la expectativa de vida ϕ_1 , y considerando a $\tilde{\mathcal{P}}_{\phi_2}$, $\tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_2}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_2}^L$, y $\tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_2}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_2}^L$ para la expectativa de vida ϕ_2 , obtenemos la siguiente condición para obtener una *skill premium* creciente ante el aumento de la expectativa de vida:

$$\tilde{\mathcal{P}}_{\phi_2} > \left(\frac{\tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_2}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_2}^L}{\tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_1}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{H,\phi_1}^L} \right) \cdot \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_1}^H + \tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_1}^L + \tilde{\mathcal{P}}_{\phi_1} \right) - \tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_2}^H - \tilde{\mathcal{H}}_{L,\phi_2}^L \quad (2.26)$$

donde vemos que a mayor capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia obtenidos para una expectativa de vida ϕ_2 , se necesitará un mayor stock de capital automatizado $\tilde{\mathcal{P}}_{\phi_2}$ en el caso de ϕ_2 , para que de esta forma se registre una *skill premium* creciente a medida que se aumenta la expectativa de vida.

El Supuesto 3, junto con la condición necesaria (2.26), permiten obtener una *skill premium* creciente a medida que se incrementa la expectativa de vida de la población en la etapa de retiro.

Asumimos que el capital automatizado se deprecia completamente en el curso de una generación (30 años). Podemos definir la acumulación del capital automatizado de la siguiente forma:

$$P_3 = s_{H,2}^{H,1} \cdot L_{H,2}^{H,1} + s_{H,2}^{L,1} \cdot L_{H,2}^{L,1} + s_{L,2}^{H,1} \cdot L_{L,2}^{H,1} + s_{L,2}^{L,1} \cdot L_{L,2}^{L,1}, \quad (2.27)$$

donde debemos reemplazar las condiciones de primer orden del ahorro (2.6) para cada tipo de trabajador/a y origen (hijo/a de trabajador/a *high skill* e hijos/as de trabajadores *low skill*), por lo que multiplicadas por la cantidad de trabajadores de cada categoría, obtenemos

los ahorros agregados del período 2, los cuales son destinados al único vehículo de inversión y que conforman el capital automatizado del período siguiente.

Necesitamos expresar la acumulación de capital automatizado en unidades de eficiencia, pero como la notación se complejiza en el período 3, realizamos el proceso de expresar la acumulación de capital automatizado en unidades de eficiencia entre el período 1 y 2, donde consideramos los ahorros realizados por la generación inicial (generación 0) en el período 1 y que determina el capital automatizado utilizado por las firmas en el período 2 (P_2), el cual es explicado en el Anexo A en la Sección A.2. Para obtener la acumulación de capital automatizado utilizado por las firmas en el período 3, P_3 , expresado en unidades de eficiencia, se utiliza el mismo razonamiento que utilizamos para encontrar P_2 en unidades de eficiencia.

2.1.7. Equilibrio competitivo

Para resolver el modelo, los individuos adultos necesitan formar expectativas de sus salarios para decidir si estudiar o no en la universidad. Al mismo tiempo, los salarios dependen de las decisiones de educación universitaria. Por lo tanto, el modelo económico sólo puede ser resuelto de forma numérica, donde el principal objetivo es encontrar los umbrales de habilidad necesarios para asistir a la universidad (para ambos orígenes) en (2.10). Recordemos que el período actual corresponde al período 2, donde hemos descrito el problema económico que debe resolver la generación 1 en su etapa de adultez (período 2). Al inicio de la etapa de adultez de la generación 1 en el período 2 antes de la decisión universitaria, tendremos dos grupos de individuos adultos que están determinados por el stock final de educación escolar que poseen y que viene determinado desde el período anterior (período 1): un grupo de individuos adultos que tiene un stock final de educación escolar $h_2^{H,1}$, donde los padres de estos individuos adultos pertenecen a la generación 0 y decidieron en el período anterior (período 1) ser trabajadores *high skill*; y otro grupo de individuos adultos que tiene un stock final de educación escolar $h_2^{L,1}$, donde los padres de estos individuos adultos pertenecen a la generación 0 y decidieron en el período anterior (período 1) ser trabajadores *low skill*.

Considerando que los individuos adultos de la generación 1 deben decidir al inicio de la etapa de adultez en el período 2 si ir o no a la universidad, una vez resueltos los umbrales de habilidad (un umbral de habilidad para grupo de individuos adultos que cuentan con $h_2^{H,1}$, y otro umbral de habilidad para individuos adultos que cuentan con $h_2^{L,1}$), a partir de (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15), podemos obtener la cantidad de trabajadores de la generación 1 en el período 2 que deciden ser trabajadores *high skill* y *low skill* (ver Figura 2.2): $L_{H,2}^{H,1}$ que es la cantidad de trabajadores *high skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill* en el período anterior (período 1), $L_{H,2}^{L,1}$ que es la cantidad de trabajadores *high skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill* en el período anterior (período 1), $L_{L,2}^{H,1}$ que es la cantidad de trabajadores *low skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *high skill* en el período anterior (período 1), y finalmente $L_{L,2}^{L,1}$ que representa a la cantidad de trabajadores *low skill* de la generación 1 en el período 2 y que son hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores *low skill* en el período anterior (período 1). Con estos elementos,

podemos definir el equilibrio competitivo como:

Definición 1.

« Considerando que los stock finales de educación escolar de la generación 1 (etapa de niñez en el período 1) se hacen efectivos en el período 2 (etapa de adultez en el período 2), por lo que son dados desde el período anterior, donde $h_2^{H,1}$ corresponde al stock final de educación escolar de individuos adultos de la generación 1 que son hijos/as de padres que pertenecen a la generación 0 y que fueron trabajadores *high skill* en el período 1, y $h_2^{L,1}$ corresponde al stock final de educación escolar de individuos adultos de la generación 1 que son hijos/as de padres que pertenecen a la generación 0 y que fueron trabajadores *low skill* en el período 1, donde ambos stocks finales están representados por (2.3a). Además, considerando que el capital automatizado utilizado por las firmas en el período 2, P_2 , viene determinado desde el período anterior (período 1) representado por (2.20), podemos definir el equilibrio competitivo como una secuencia $\{c_{j,2}^{p,1}, c_{j,3}^{p,1}, s_{j,2}^{p,1}, n_{j,2}^{p,1}, e_{j,2}^{p,1}, L_{j,2}^{p,1}, P_3, h_3^{p,g,2}, w_{j,2}^1, r_2, R_2\}$, con $j, p, g \in \{H, L\}$, tal que en el período 2: (a) dado el factor de secuencias de precios $\{w_{j,t}^1, r_2, R_2\}$, las decisiones de consumo (2.5), ahorro (2.6), fertilidad (2.7) y educación escolar de hijos/as (2.8) $\{c_{j,2}^{p,1}, c_{j,3}^{p,1}, s_{j,2}^{p,1}, n_{j,2}^{p,1}, e_{j,2}^{p,1}\}$ maximizan la utilidad descontada de por vida de los individuos adultos de la generación 1 de trabajadores tipo j e hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores de tipo p en el período 1; (b) los salarios $\{w_{j,2}^1\}$ están representados por las expresiones (2.23) y (2.24), los cuales maximizan las ganancias de las firmas; (c) la tasa de interés está dada por $r_2 = R_2 - 1$, donde R_2 está representada por la expresión (2.24); (d) tomando en cuenta las decisiones de educación escolar $e_{j,2}^{p,1}$ que los trabajadores pertenecientes a la generación 1 invierten en el período 2 en sus hijos/as expresado en (2.8), se acumula como stock final de educación escolar $h_3^{p,g,2}$ en la expresión (2.3b); (e) el avance de la población está descrito en la dinámica demográfica (2.19); y (f) se mantiene la condición de limpieza del mercado de capitales, $P_3 = s_{H,2}^{H,1} \cdot L_{H,2}^{H,1} + s_{H,2}^{L,1} \cdot L_{H,2}^{L,1} + s_{L,2}^{H,1} \cdot L_{L,2}^{H,1} + s_{L,2}^{L,1} \cdot L_{L,2}^{L,1}$ ».

2.2. Redistribución a través de subsidio de educación escolar

En esta sección extendemos el modelo base donde consideramos una política de redistribución. En particular, implementamos una política redistributiva intergeneracional con el objetivo de incentivar el incremento de inversión que realizan los individuos adultos pertenecientes a la generación 1 en el actual período 2 de la economía en la educación escolar de sus hijos/as (generación 2). Se implementará una política de subsidio de educación escolar por hijos/as, δ_j , que será destinada únicamente a los trabajadores de tipo *low skill* de la generación 1 en el período 2, de ambos orígenes, los cuales cuentan con una menor habilidad, para que de esta forma se incentive a una mayor inversión de educación escolar en los hijos/as. Esta política será financiada completamente con un impuesto al trabajo, τ_j , el cual será cargado completamente al trabajo *high skill* de la generación 1 en el período 2, indiferente del origen de los trabajadores, por lo que $\tau_H > 0$ y $\tau_L = 0$. Considerando a $\delta_L > 0$ y $\delta_H = 0$, y manteniendo la función de utilidad (2.1), función de desutilidad por estudios en la universidad (2.2) y acumulación de stock final de educación escolar (2.3b), definimos una nueva restricción presupuestaria:

$$(1 - \tau_j) (1 - z n_{j,2}^{p,1} - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1} = c_{j,2}^{p,1} + s_{j,2}^{p,1} + (1 - \delta_j) n_{j,2}^{p,1} e_{j,2}^{p,1}. \quad (2.28)$$

Si maximizamos la utilidad (2.1), considerando (2.2) y (2.28), obtenemos a continuación las condiciones óptimas de consumo, ahorro, fertilidad e inversión en educación escolar de los hijos/as que conformarán la siguiente generación (generación 2), donde tomamos en cuenta la política redistributiva:

$$c_{j,2}^{p,1} = \frac{(1 - \tau_j) (1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}}{1 + \beta\phi + \rho}, \quad (2.29)$$

$$s_{j,2}^{p,1} = \frac{\beta\phi [(1 - \tau_j) (1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}]}{1 + \beta\phi + \rho}, \quad (2.30)$$

$$n_{j,2}^{p,1} = \frac{(\rho - \gamma) [(1 - \tau_j) (1 - \eta_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1}]}{(1 + \beta\phi + \rho) [z (1 - \tau_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_j (1 - \delta_j)]}, \quad (2.31)$$

$$e_{j,2}^{p,1} = \frac{\gamma z (1 - \tau_j) w_{j,2}^1 h_2^{p,1} + \rho \underline{e}_j (1 - \delta_j)}{(\rho - \gamma) (1 - \delta_j)}, \quad (2.32)$$

donde se mantiene la condición de $\rho > \gamma$, pero adicionalmente, al considerar el subsidio de educación escolar necesitamos que en general se mantenga la siguiente condición: $(1 - \delta_j) > 0$, para que de esta forma obtengamos una solución interior.

Considerando las condiciones óptimas de consumo (2.29), ahorro (2.30), fertilidad (2.31) y educación escolar (2.32) de cada agente representativo de trabajador/a de la generación 1 en el período 2 de tipo j e hijo/as de padres pertenecientes a la generación 0 que fueron trabajadores de tipo p en el período 1 y reemplazádolas en la función de utilidad (2.1), obtenemos una nueva utilidad indirecta, pero luego de reemplazar la función de desutilidad (2.2) y de despejar el nivel de habilidad al igual que en la Subsección 2.1.4, obtenemos los nuevos umbrales de habilidad necesarios para ir a la universidad (ambos orígenes) y convertirse en un trabajador/a *high skill*:

$$\bar{a}_2^{p,1} = \frac{\psi}{\left(\frac{(1-\tau_H)(1-\eta_H)w_{H,2}^1}{w_{L,2}^1} \right)^{\frac{1+\beta\phi+\rho}{\theta}} \cdot \left(\frac{z w_{L,2}^1 h_2^{p,1} + e_L(1-\delta_L)}{z(1-\tau_H)w_{H,2}^1 h_2^{p,1} + e_H(1-\delta_H)} \right)^{\frac{\rho-\gamma}{\theta}} \cdot \left(\frac{1-\delta_L}{1-\delta_H} \right)^{\frac{\gamma}{\theta}}} + a_{\text{mín}}, \quad (2.33)$$

donde a diferencia de los umbrales del modelo base en (2.10), tenemos un elemento adicional que afecta a los umbrales de habilidad. Vemos que si mantenemos todo constante, y recordando que $\delta_H = 0$, a medida que aumenta el subsidio de educación escolar destinado a trabajadores *low skill* de la generación 1 en el período 2 para ser invertido en sus hijos/as que conformarán la generación 2, los umbrales de habilidad se incrementarán, por lo tanto, se desincentivará a que los adultos con menores habilidades asistan a la universidad y se conviertan en trabajadores *high skill*. Cabe destacar que se mantiene la Proposición 2 en el caso de un subsidio de educación escolar. Finalmente, utilizando los umbrales de habilidad descritos en (2.33) y considerando a (2.12), (2.13), (2.14) y (2.15) como en la Subsección 2.1.4, podemos encontrar a los distintos tipos de trabajadores por su origen.

Por el lado de la producción, se mantiene el mismo problema de la firma representativa en la Subsección 2.1.6, donde utilizamos las expresiones óptimas del modelo base, (2.23) y (2.24).

Finalmente realizamos el supuesto de que el gobierno mantiene un presupuesto balanceado en el período 2, donde tenemos la siguiente igualdad:

$$\tau_H \left(w_{H,2}^1 h_2^{H,1} L_{H,2}^{H,1} + w_{H,2}^1 h_2^{L,1} L_{H,2}^{L,1} \right) = \delta_L (L_{L,2}^{H,1} + L_{L,2}^{L,1}). \quad (2.34)$$

Capítulo 3

Resolución numérica

3.1. Calibración

Asumimos que un período tiene la duración de 30 años. El modelo tiene 17 parámetros: la pendiente θ e intercepto ψ de la función de esfuerzo $v(a)$, eficiencia de la producción A , parámetro de elasticidad de sustitución entre trabajadores *high skill* y *low skill* σ , peso de los trabajadores *low skill* en la producción λ , tasa de expectativa de vida en la etapa de retiro ϕ , factor de descuento β , utilidad ponderada atribuida a fertilidad ρ y educación escolar de hijos/as γ , educación escolar de subsistencia de hijos/as de padres *high skill* \underline{e}_H y de padres *low skill* \underline{e}_L , parámetro de eficiencia A_E y rendimiento decrecientes ε de la función de acumulación de stock final de educación escolar¹, costos de tiempo en criar hijos/as z y estudiar en la universidad η , y valores iniciales de stock de educación escolar perteneciente a la generación 0 en el período 1 h_1^0 y capital automatizado en unidades de eficiencia utilizado en la producción en el período 1 $\tilde{\mathcal{P}}_1$. Adicional a estos parámetros, a partir de Prettner & Strulik (2020), la media y desviación estándar de la función de distribución acumulada de la habilidad en la población corresponden a 100 y 15 respectivamente, el valor inicial de la población total de la generación 0 en el período 1 es de 1000 personas, y el valor de habilidad mínimo a_{min} que puede tomar la habilidad umbral necesaria para asistir a la universidad es 100, donde recordamos que entre más bajo es esta habilidad umbral, mayor será la fracción de la población que se convierte en trabajadores *high skill*.

Primero, se utiliza la estimación de Ottaviano & Peri (2012) para ajustar σ igual a 0.5, lo que implica una elasticidad de sustitución entre trabajadores *high skill* y *low skill* igual a 2. Segundo, para estimar los parámetros que determinan la función de esfuerzo $v(a)$, se utilizan los valores calibrados por Prettner & Strulik (2020), donde θ es igual a 0.37 y ψ es igual a 23. Tercero, para ajustar el costo de tiempo en criar un hijo/a se utiliza el valor de la Croix & Doepke (2003) y Prettner & Schaefer (2021) donde tienen la misma estructura de generaciones traslapadas y duración de 30 años en cada etapa de vida de la presente tesis, donde el costo de tiempo en criar un hijo/a es igual 0.075. Cuarto, la tasa de sobrevivencia en la etapa de retiro ϕ es igual a 0.63, la cual es consistente con los datos para Chile (79 años).

¹Los parámetros A_E y ε son calibrado del modo de conseguir un stock final de educación escolar $\in [1, 2)$.

Parámetros basado en la literatura		
σ	0.5	Parámetro de elasticidad de sustitución entre trabajadores
θ	0.37	Pendiente de $v(a)$
ψ	23	Intercepto de $v(a)$
z	0.075	Costo de oportunidad por criar un hijo/a
a_{\min}	100	Mínima habilidad para acceder al grado universitario
L_1^0	1000	Valor inicial de la población
Parámetros basados en datos		
A	4.87	Eficiencia de la producción
λ	0.452	Peso de los trabajadores <i>low skill</i> en la producción
β	0.3547	Factor de descuento
ρ	0.497	Valor ponderado por fertilidad
γ	0.22	Valor ponderado por educación escolar de hijos/as
ϕ	0.63	Tasa de sobrevivencia en etapa de retiro
η	0.06	Costo de oportunidad por educación universitaria
\underline{e}_H	0.09	Educación escolar de subsistencia de hijos/as de trabajadores <i>high skill</i>
\underline{e}_L	0.01	Educación escolar de subsistencia de hijos/as de trabajadores <i>low skill</i>
A_E	1.7	Parámetro de eficiencia A_E de acumulación de educación escolar
ε	0.288	Rendimientos decrecientes de inversión en educación escolar
h_1^0	1	Stock final de educación escolar propio de la generación inicial
\mathcal{P}_1	0.1	Stock inicial de capital automatizado en unidades de eficiencia

Tabla 3.1: Parámetros del modelo

Los 12 restantes parámetros, son calibrados de forma iterativa, con el objetivo de aproximarse a datos reales para Chile: tasa de ahorro como porcentaje del PIB de 19.52% entre 1975 y 2020 (The Global Economy, 2022); entre 1990 al 2007 se registró en promedio 50.2 de índice de Gini (World Bank, 2022); entre 1990 al 2007 se registró en promedio en el Gran Santiago una proporción de trabajadores con educación superior de 0.25 y una *skill premium* de 1.38 (Murakami, 2014); una tasa bruta de fertilidad (nacimientos por cada 1000 habitantes) promedio entre 2005 y 2017 para padres *high skill* de 4.44 y para padres *low skill* de 9.13, donde se registró una tasa bruta de fertilidad total de 13.57, donde estos datos de fertilidad fueron calculados a partir de las Estadísticas Vitales entre los años respectivos publicadas por el *DEIS* del Ministerio de Salud y el INE de Chile. Como el interés de este trabajo es realizar un análisis cualitativo, para lograr ajustar las variables de fertilidad a los datos, realizamos una conversión *ad-hoc*, donde multiplicamos las tasas de fertilidades por 10.

3.2. Resolución del modelo base y shocks sobre educación escolar de subsistencia

Para evaluar los efectos de una mayor longevidad se incrementa ϕ gradualmente desde el valor 0.63 (expectativa de vida de 79 años) hasta 0.93 (expectativa de vida de 88 años), donde realizamos los ejercicios numéricos tomando en cuenta que el problema económico es resuelto

por la generación 1 en el período 2, donde esta generación 1 está dotada con sus respectivos stocks finales de educación escolar². La Figura 3.1 contiene los resultados con respecto a la proporción de la población que deciden ser trabajadores/as *high skill* en relación a la cantidad de adultos totales, que es representado por el *college share*; la fracción de individuos adultos de la población que deciden ir a la universidad y ser *high skill* representados por el capital humano *high skill* total en unidades de eficiencia de ambos orígenes (hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que en el período 1 decidieron ser trabajadores *high skill* y *low skill*) representados por $\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}$; la fracción de individuos adultos de la población que siguen como trabajadores *low skill* representados por el capital humano *low skill* total en unidades de eficiencia de ambos orígenes representados por $\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1}$; el salario de trabajadores *high skill* y *low skill* de ambos orígenes, representados respectivamente por $w_{H,2}^1$ y $w_{L,2}^1$; la *skill premium* representada por \tilde{w}_2^1 ; el capital automatizado representado por $\tilde{\mathcal{P}}_2$ que es acumulado a través de los ahorros efectuados por la generación inicial de la economía (generación 0) en el período 1, el cual es utilizado por las firmas en el período 2; el capital automatizado representado por $\tilde{\mathcal{P}}_3$ que es acumulado a través de los ahorros efectuados por la generación 1 en el período 2 y que será utilizado por las firmas en el período 3; y finalmente una magnitud de desigualdad de ingresos, representada por el índice de Gini.

Por otro lado, la Figura 3.2 muestra los resultados de fertilidad e inversión en educación escolar realizada por los padres en sus hijos/as. Específicamente, la Figura 3.2 contiene los resultados de tasa de fertilidad total representada por n_2^1 ; la tasa total de fertilidad de trabajadores *high skill* (ambos orígenes) representado por $n_{H,2}^1$; la tasa total de fertilidad de trabajadores *low skill* (ambos orígenes) representado por $n_{L,2}^1$; inversión de educación escolar en hijos/as que realizan padres pertenecientes a la generación 1 que deciden en el período 2 ser trabajadores *high skill* y que fueron a la vez hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *high skill* representado por $e_{H,2}^{H,1}$; inversión de educación escolar en hijos/as que realizan padres pertenecientes a la generación 1 que deciden en el período 2 ser trabajadores *high skill* y que fueron a la vez hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *low skill* representado por $e_{H,2}^{L,1}$; inversión de educación escolar en hijos/as que realizan padres pertenecientes a la generación 1 que deciden en el período 2 ser trabajadores *low skill* y que fueron a la vez hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *high skill* representado por $e_{L,2}^{H,1}$; y finalmente a la inversión de educación escolar en hijos/as que realizan padres pertenecientes a la generación 1 que deciden en el período 2 ser trabajadores *low skill* y que fueron a la vez hijos/as de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron en el período 1 ser trabajadores *low skill* representado por $e_{L,2}^{L,1}$.

Los resultados del ejercicio numérico para el modelo base (línea azul) en la Figura 3.1³

²Para el valor de $\phi = 0.63$, los individuos adultos pertenecientes a la generación 1 (hijos/as de padres *high skill*) cuentan con un stock final de educación escolar $h_2^{H,1} = 1.3731$ el cual es efectivo en el período 2, y fue financiado por los padres pertenecientes a la generación 0 que en el período 1 decidieron ser trabajadores *high skill*. Por otra parte, para el valor de $\phi = 0.63$, los individuos adultos pertenecientes a la generación 1 (hijos/as de padres *low skill*) cuentan con un stock final de educación escolar $h_2^{L,1} = 1.041$ el cual es efectivo en el período 2, y fue financiado por los padres pertenecientes a la generación 0 que en el período 1 decidieron ser trabajadores *low skill*.

³Los resultados en formato de tabla de las figuras de este capítulo están en el Anexo B.

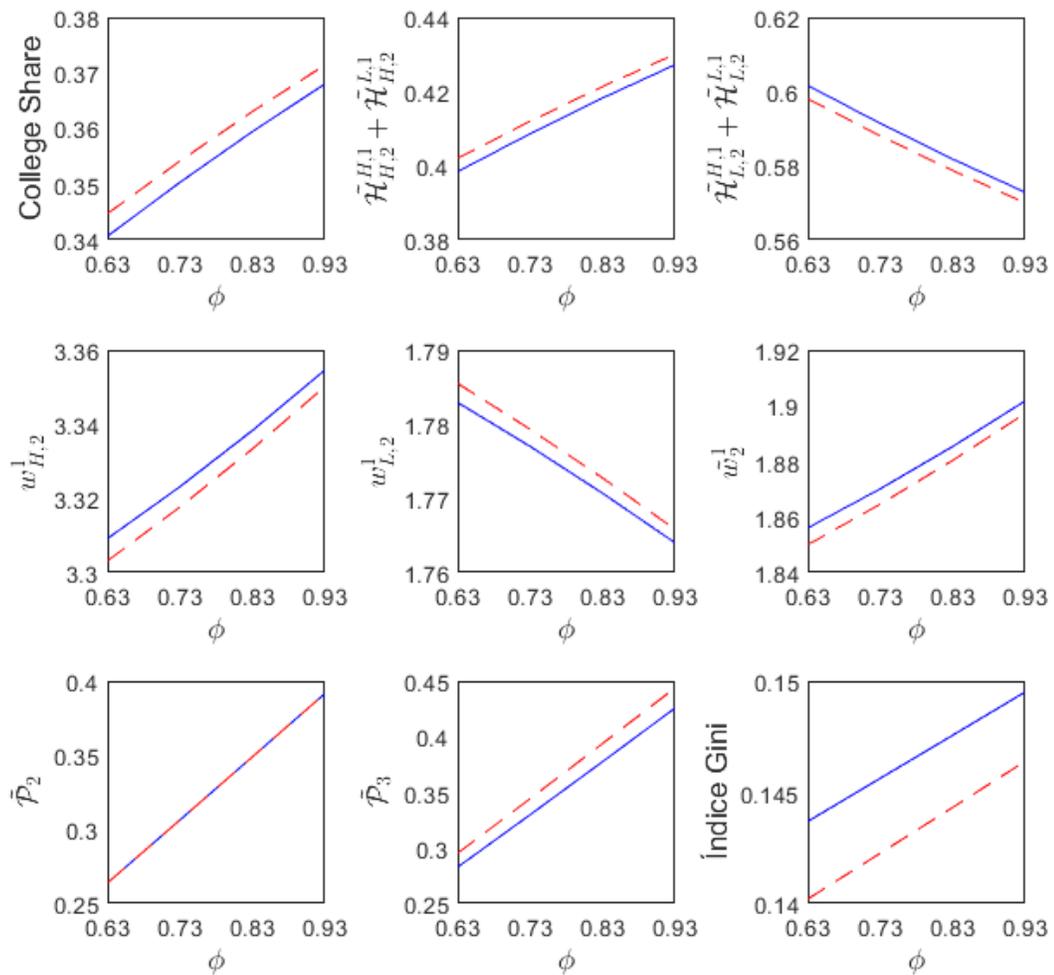


Figura 3.1: Respuesta cualitativa de variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad. Línea azul representa al modelo base y línea con guion rojo representa al modelo con shocks de 0.02 en \underline{e}_L y 0.01 en \underline{e}_H .

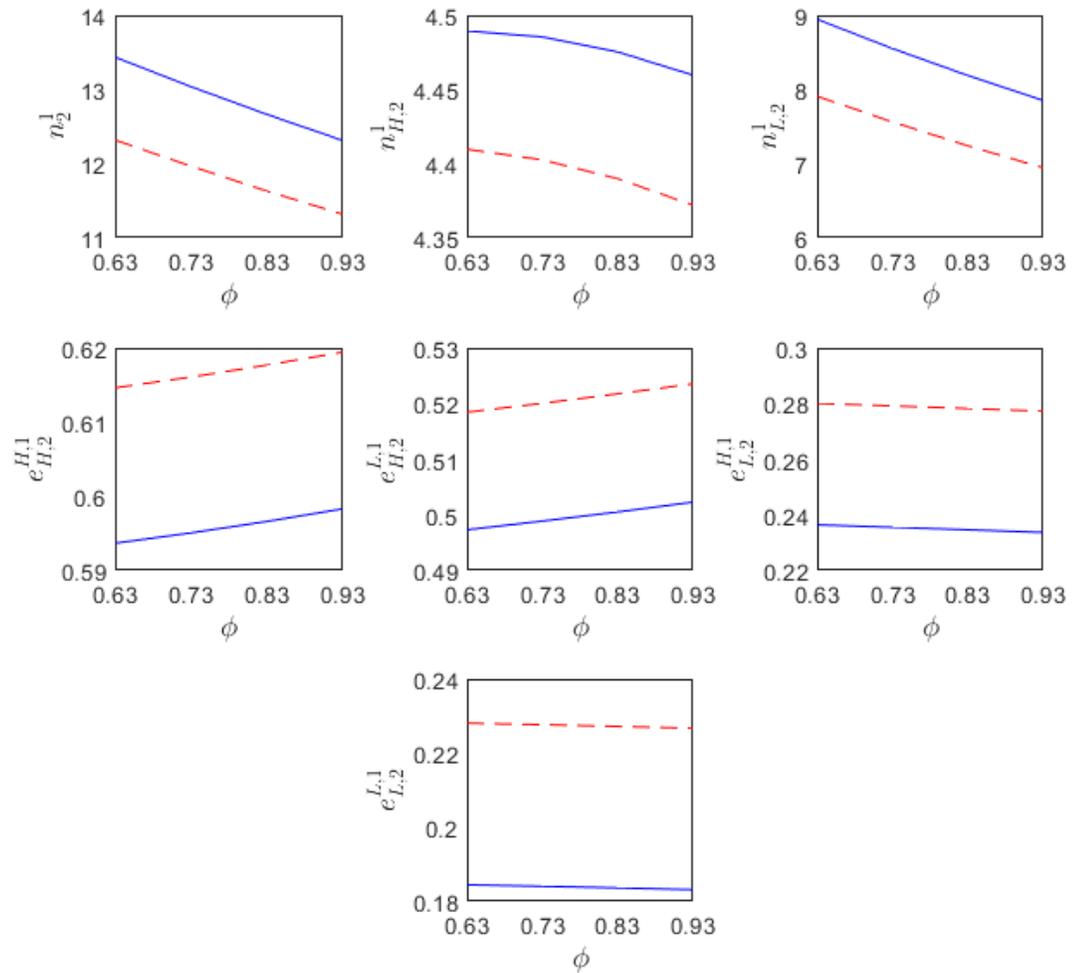


Figura 3.2: Respuesta cualitativa de variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as. Línea azul representa al modelo base y línea con guion rojo representa al modelo con shocks de 0.02 en \underline{e}_L y 0.01 en \underline{e}_H .

indican que al incrementar de forma gradual la expectativa de vida en la etapa de retiro ϕ , la cantidad de individuos de la generación 1 que deciden en el período 2 (etapa de adultez) ser trabajadores *high skill* se ve incrementado, que es análogo al incremento del capital humano *high skill* total en unidades de eficiencia. El incentivo a ser trabajador/a *high skill* ocurre por dos vías: (i) al haber una mayor expectativa de vida (ϕ), si vemos la expresión de umbral de habilidad en (2.10), al haber un incremento de ϕ , el umbral de habilidad decrece, por lo que *per se* una mayor longevidad incentiva a los individuos adultos obtener una mayor educación (Cervellati & Sunde, 2011), y (ii) como tenemos un *capital-skill complementarity*, un mayor envejecimiento lleva a una mayor *skill premium* siempre y cuando se considera el Supuesto 3⁴, lo que incentiva a los individuos invertir su tiempo en educarse en la universidad, donde al igual que en Mincer (1958), educarse tiene costos indirectos, como los salarios que no son percibidos durante el período educativo y la reducción del período para recuperar la inversión, pero también tiene beneficios, los cuales se manifiestan en mayores ingresos futuros los cuales sobrecompensan los costos de educación.

A medida que la población de esta economía tiene un mayor grado de envejecimiento, el salario de los trabajadores *high skill* se ve incrementado, y por el contrario, el salario de trabajadores *low skill* se reduce, llevando a un incremento de la *skill premium*, donde las firmas pagan un salario de *high skill* a todos los individuos adultos que fueron a la universidad, y pagan un salario de *low skill* a todos los que no utilizaron su tiempo disponible para trabajo en estudiar en la universidad, por lo que los primeros se ven beneficiados. Esto ocurre ya que a medida que se incrementa la expectativa de vida en la etapa de retiro, el capital automatizado, $\tilde{\mathcal{P}}_2$, acumulado por los ahorros efectuados por la generación 0 en el período 1 que son utilizados por las firmas en el período 2, se ve incrementado, y como este capital es *capital-skill complementarity*, donde los trabajadores *low skill* son sustituidos perfectamente por el capital automatizado, la productividad marginal de este tipo de trabajador se verá afectada de forma negativa, y por ende su salario se ve disminuido. Por otro lado, como los trabajadores *high skill* son sustitutos imperfectos, sus salarios se ven incrementados. Por lo tanto, si vemos la expresión de umbral de habilidad en (2.10), al caer el salario de *low skill*, este umbral va a ir cayendo, principalmente por el primer argumento del denominador en (2.10), que explica principalmente la *skill premium*, pero otra parte, la caída del umbral de habilidad se ve suavizado por el segundo argumento del denominador en (2.10), que corresponde a los parámetros de fertilidad y educación escolar dado a hijos/as, pero el resultado neto corresponde a la caída del umbral de habilidad. Por lo tanto, los individuos adultos de la generación 1 se ven incentivados en el período 2 (etapa de adultez) a asistir a la universidad y ser trabajadores *high skill*.

Al crecer la expectativa de vida en la etapa de retiro, el capital automatizado $\tilde{\mathcal{P}}_2$ se ve beneficiado a través de dos canales. Si los individuos en la etapa de adultez esperan que su etapa de retiro será prolongada, estos deberán aumentar sus niveles de ahorros, para que de esta forma puedan financiar el consumo durante los años adicionales de vida en la etapa de retiro, en línea con Blomm et al. (2010) y Gehringer & Prettnner (2019)⁵. El otro canal que afecta a la acumulación de capital automatizado es el cambio demográfico, en específico, en

⁴Es natural pensar que en un determinado período, a mayor longevidad, aumenten en mayor proporción los ahorros en relación a la cantidad de personas que deciden estudiar en la universidad, por lo que se incrementa la acumulación de capital por el mayor ahorro requerido para financiar una vida prolongada.

⁵Si vemos expresión de ahorro en (2.6), al incrementar ϕ , aumentar los ahorros.

las tasas de fertilidades de la población. Si vemos la Figura 3.2, al incrementar ϕ , la fertilidad de ambos tipos de trabajadores se ven reducidas, lo que va en línea con la etapa de transición demográfica que se encuentra Chile (etapa 3 o tardía), la cual comprende desde el año 1962 hasta la actualidad (Villalobos, 2014), y que está caracterizada por una mayor longevidad de la población y caída de la tasa de fertilidad (Donoso et al., 2009).

Si vemos la ecuación de acumulación de capital automatizado en unidades de eficiencia en la ecuación (A.5) en el Anexo A, a menores tasas de fertilidades de ambos tipos de trabajadores, existirá una mayor densidad de capital automatizado en unidades de eficiencia. Esto va en línea con Acemoglu & Restrepo (2021) y Abeliatsky & Prettnner (2021). En particular, en la segunda referencia, se construye un modelo teórico y luego se prueba la teoría de forma empírica, que confirma el resultado. En los ejercicios de robustez teórica de Abeliatsky & Prettnner (2021), se utiliza una función de producción similar a esta presente tesis, donde la única diferencia es que se considera un capital adicional, el cual corresponde al capital físico tradicional, donde es complementario al trabajo *high skill* y *low skill*. La conclusión intuitiva del estudio de Abeliatsky & Prettnner (2021) es que un país con menor crecimiento poblacional, tendrá una menor fuerza de trabajo, y por lo tanto, la tasa de retorno de la inversión en capital automatizado será mayor en relación a la tasa de retorno de la inversión en capital físico tradicional, lo que incentiva la inversión en capital automatizado. En la presente tesis no se considera un capital físico tradicional, por lo que el salario de los trabajadores *low skill* podría estar subestimado, ya que la inversión en capital físico tradicional también crece a medida que se incrementa la tasa de expectativa de vida en la etapa de retiro, pero en menor tasa de crecimiento.

Como se ve un crecimiento de la *skill premium* en las últimas décadas (Parro, 2013; Gallego, 2012), necesitamos que se cumpla la condición necesaria (2.26), para que en este caso, ante un aumento de expectativas de vida en la etapa de retiro, el incremento del capital automatizado en unidades de eficiencia sobrecompense el aumento del capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia y la caída del capital humano total *low skill* en unidades de eficiencia, y de esta forma se obtenga un incremento de la *skill premium*, y por consecuencia, un aumento de la desigualdad de ingresos⁶. Los resultados relacionados con el incremento de la longevidad sobre la *skill premium* y desigualdad va en línea con el trabajo de Zhang et al. (2022).

Finalmente, podemos ver en la Figura 3.2 que la inversión en educación escolar dada a hijos/as dependerá principalmente del comportamiento de los salarios, donde a medida que aumenta la longevidad, los padres trabajadores *high skill* de ambos orígenes otorgarán una mayor educación escolar, por el contrario, los padres trabajadores *low skill* otorgarán una educación escolar decreciente. Esto hace que se incremente la desigualdad del stock final de educación escolar de la siguiente generación (generación 2).

A continuación queremos realizar una segunda simulación numérica, la cual está representada por la línea con guion rojo en las Figura 3.1 y 3.2. En este caso, queremos estudiar cómo afecta un incremento de la necesidad de financiar un mayor nivel de educación escolar de subsistencia de los hijos/as, en específico de padres que deciden ser trabajadores *low skill*, sobre el valor percibido de su propia decisión de educación universitaria y sobre sus decisiones

⁶Es natural pensar que ante un aumento de longevidad, se incrementen más rápido los niveles de ahorro en relación al incremento de personas que decidan asistir a la universidad.

de fertilidad e inversión de educación escolar de hijos/as, y cómo estas interactúan con incrementos de expectativa de vida en la etapa de retiro. En particular, analizamos un incremento exógeno de educación escolar de subsistencia de hijos/as percibido por padres *high skill* y padres *low skill*, pero este incremento es mayor en la educación escolar de subsistencia de hijos/as percibido por padres *low skill*, donde consideramos que padres *low skill* incrementan su valoración por la educación escolar de subsistencia mayor en relación al incremento de la valoración de los padres *high skill*⁷. Inspeccionando la expresión de umbral de habilidad en (2.10), como el incremento es mayor en \underline{e}_L relativo al incremento de \underline{e}_H , al ver el segundo argumento del denominador de (2.10), este se reducirá, por lo que se provoca un incentivo para que los individuos adultos de la generación 1 en el período 2 decidan asistir a la universidad y ser trabajadores *high skill*. Podemos ver que al implementar el incremento exógeno, se mantienen las mismas tendencias de las respuestas de las variables de interés ante el incremento de la longevidad del modelo base, pero la diferencia radica en que se incrementa la fracción de trabajadores que asisten la universidad, por lo que se incrementa el capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia en relación al modelo base para los mismos valores de ϕ , donde los individuos adultos que están cerca del límite del umbral de habilidad, al percibir que en el caso de seguir como trabajador/a *low skill* deberán financiar una mayor educación escolar de sus hijos/as, se inclinarán por ir a la universidad y asumir el costo de tiempo de estudiar en la universidad. Como se incrementa el *college share*, se ven reducidos los salarios de trabajadores *high skill* de ambos orígenes, y como se reduce la fracción de trabajadores que deciden seguir como *low skill* representado por el capital humano total *low skill* en unidades de eficiencia, se ve incrementado el salario de trabajadores *low skill*, por lo que se ve reducida la *skill premium* en relación al modelo base para todo ϕ , lo que implica una menor desigualdad de ingresos. Finalmente, como existe una mayor cantidad de trabajadores *high skill*, se ve incrementado el capital automatizado del período siguiente $\tilde{\mathcal{P}}_3$ (período 3), ya que se provoca un incremento de los ahorros.

Ahora si vemos la Figura 3.2 en las variables de fertilidad y educación escolar, como tanto los padres *high skill* y *low skill* de ambos orígenes necesitan financiar un mayor nivel de educación escolar, sus niveles de fertilidad se ven disminuidas para todo valor de expectativa de vida, reduciendo la tasa de fertilidad de la población, lo que lleva a aumentar la inversión en educación escolar de ambos tipos de trabajadores, dejando en evidencia el *trade-off* entre cantidad y calidad (Becker, 1960; Becker & Tomes, 1976). Estos resultados van en línea con el estudio de Kim et al. (2021), donde toma en consideración una externalidad de estatus o norma social, donde entre más invierte la generación actual de padres en educación de sus hijos/as, mayor será la educación que invertirá un padre en particular, ya que toma su decisión en relación con el comportamiento de la sociedad en ese punto del tiempo. Aunque estos investigadores no estudian la relación que tiene un mayor nivel de envejecimiento de la población con la fertilidad y educación invertida en hijos/as, para un mismo nivel de expectativa de vida, la respuesta cualitativa puede ser comparable. Esta externalidad de estatus ejerce una presión negativa sobre las tasas de fertilidades, donde Kim et al. (2021) encuentran que en ausencia de esta externalidad de estatus, la fertilidad de Corea del Sur

⁷Consideramos un incremento exógeno de 0.02 puntos en la educación escolar de subsistencia dada a hijos/as que deben financiar como mínimo los padres pertenecientes a la generación 1 que deciden ser trabajadores *low skill* (de ambos orígenes) en el período 2 (\underline{e}_L) y un incremento exógeno de 0.01 puntos en la educación escolar de subsistencia dada a hijos/as que deben financiar como mínimo los padres pertenecientes a la generación 1 que deciden ser trabajadores *high skill* (de ambos orígenes) en el período 2 (\underline{e}_H).

podría ser un 15% más alto. Considerando la externalidad de estatus se llega a un nivel mayor de inversión en educación de los hijos/as, lo que hace aumentar el costo de crianza e induce a los padres a tener una menor cantidad de hijos/as. Adicionalmente, Kim et al. (2022) encuentran que este canal de externalidad de estatus afecta especialmente más a los hogares de menores ingresos, donde en ausencia de la externalidad de estatus, se llega a un nivel más alto de fertilidad de estos hogares, donde este incremento es mayor que en los deciles de mayor ingreso. Por lo tanto, considerando esta externalidad de estatus, se amplifica la caída de los niveles de fertilidad de la sociedad, y en particular en los hogares más pobres. Esto último también se registra en los resultados de la Figura 3.2, donde ante el shock de educación escolar de subsistencia, los trabajadores *low skill* reducen aún más su decisión de fertilidad en relación a los trabajadores *high skill* para todo nivel de expectativa de vida, para de esta forma destinar sus limitados y reducidos recursos en financiar la mayor educación escolar necesaria de sus hijos/as. Aunque la presente tesis considera shocks sobre la educación escolar de subsistencia que perciben los padres *high skill* y *low skill*, donde es mayor sobre estos últimos, los resultados también son robustos en el caso de considerar un shock de igual magnitud para ambos tipos de padres, para esto ver Anexo C en Sección C.2.

3.3. Resolución de modelo base con subsidio de educación escolar

A continuación queremos realizar una tercera simulación numérica, la cual está representada por la línea con guion verde en las Figuras 3.3 y 3.4, donde la línea azul sigue representando los resultados del modelo base. En esta ocasión, queremos estudiar los efectos que provoca un subsidio de educación escolar por hijo/a descrito en el capítulo 2 en la sección 2.2 sobre la decisión de estudios universitarios de los padres, *skill premium*, desigualdad de ingreso, acumulación de capital automatizado, decisiones de fertilidad y educación escolar dada a hijos/as.

Este subsidio de educación escolar que es otorgado a padres *low skill* ($\delta_L > 0$ y $\delta_H = 0$) para que financien en parte la educación escolar de sus hijos/as está financiado por un impuesto al salario de 4% que es cargado solamente al empleo *high skill* ($\tau_H = 0.04$ y $\tau_L = 0$). El impuesto y subsidio es implementado en los trabajadores pertenecientes a la generación 1 durante el período 2 (etapa de adultez de individuos de la generación 1).

Inspeccionando la expresión de umbral de habilidad en (2.33), podemos ver que el impuesto cargado al salario de trabajadores *high skill* entra en el primer y segundo argumento del denominador del umbral de habilidad, donde genera en el primer argumento una subida del umbral por lo que menos fracción de la población asiste a la universidad, en cambio, en el segundo argumento genera una caída del umbral, pero como el primer argumento tiene una potencia mayor a la potencia del segundo argumento, el efecto neto del impuesto es una subida del umbral de habilidad, por lo tanto, se genera un desincentivo a que los individuos adultos estudien en la universidad, ya que anticipan que tendrán un menor salario por la aplicación del impuesto. Por otra parte, si analizamos el efecto que tiene el subsidio de educación escolar sobre el umbral de habilidad, vemos que entra en el segundo y tercer argumento del denominador de (2.33), donde ambos argumentos generan una subida del umbral. Por lo

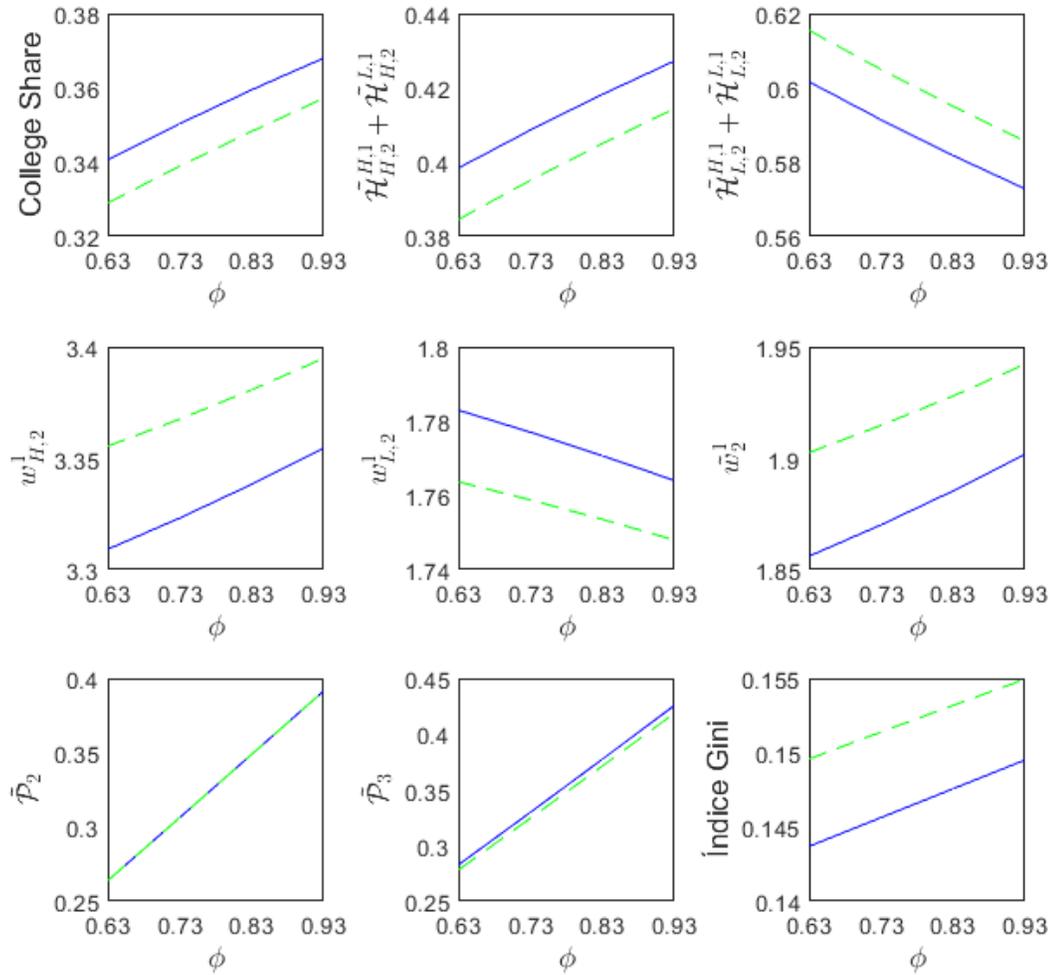


Figura 3.3: Respuesta cualitativa de variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad. Línea azul representa al modelo base y línea con guion verde representa al modelo con subsidio a inversión en educación escolar en hijos/as de trabajadores *low skill* financiado con un impuesto cargado al salario efectivo del trabajo *high skill* ($\tau_H = 4\%$).

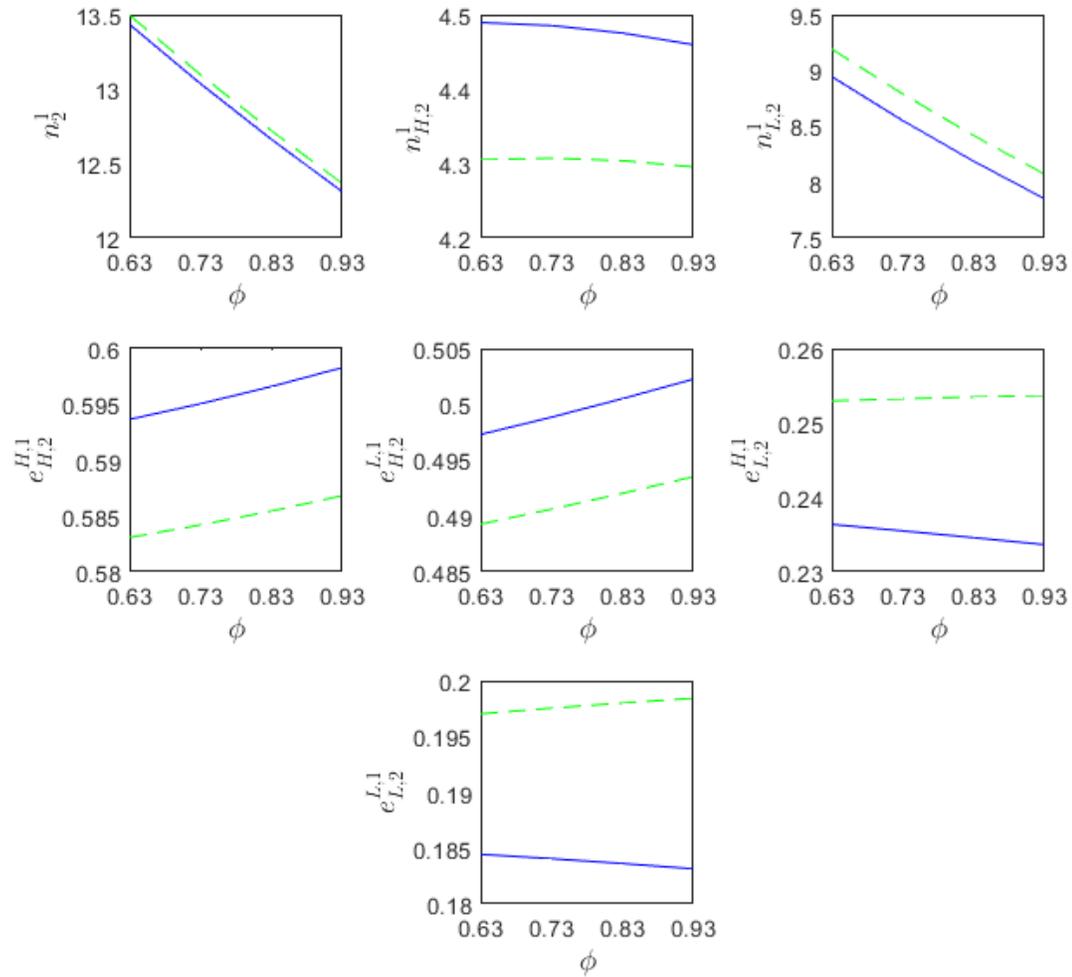


Figura 3.4: Respuesta cualitativa de variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as. Línea azul representa al modelo base y línea con guion verde representa al modelo con subsidio a inversión en educación escolar en hijos/as de trabajadores *low skill* financiado con un impuesto cargado al salario efectivo del trabajo *high skill* ($\tau_H = 4\%$).

tanto, si consideramos el efecto del impuesto al salario de trabajadores *high skill* y subsidio de educación escolar dado a trabajadores *low skill* para que financien una mayor educación escolar de sus hijos/as, genera una subida del umbral de habilidad, por lo que se provoca un desincentivo a que los individuos adultos se formen en la universidad.

Como se explicó en el párrafo anterior, si vemos la Figura 3.3, al aplicar el impuesto y subsidio de educación escolar dado a hijos/as, decrecerá el capital humano total *high skill* en unidades de eficiencia en relación al modelo base para los mismos valores de ϕ , por lo que disminuye el *college share*. Lo anterior implica una mayor oferta de trabajadores *low skill*, por lo tanto la *skill premium* se ve incrementada en relación al modelo base para todo valor de ϕ , lo que implica en una mayor desigualdad de ingreso. Debido a la caída de los salarios de trabajadores *low skill*, y a la menor fracción de trabajadores *high skill*, se genera una caída de los ahorros, lo que implica una caída del capital automatizado utilizado en el siguiente período.

Si ahora vemos la Figura 3.4, aunque se incrementa el salario de trabajadores *high skill*, el impuesto aplicado a sus salarios absorbe completamente este incremento, generando una caída de la tasa de fertilidad y de educación escolar dada a hijos/as por trabajadores *high skill* en relación al modelo base para todo valor de ϕ . Por otra parte, el subsidio otorgado a trabajadores *low skill* de ambos orígenes, genera una subida de la inversión en educación escolar, que va en línea con los hallazgos de Bui et al. (2020) y Riphahn (2012), pero se provoca un aumento de fertilidad en relación al modelo base para todo valor de ϕ . Los cambios en la fertilidad de trabajadores *low skill* genera una subida de la tasa total de fertilidad. Cuando los padres desean tener un hijo/a, deben financiar como mínimo de gasto privado en educación el nivel de educación escolar de subsistencia, de lo contrario, no pueden tener el hijo/a. Cuando tomamos en consideración el aporte estatal en forma de subsidio de educación escolar por hijo/a, el cual es destinado solamente a trabajadores *low skill* para ayudar a financiar la educación escolar de los hijos/as, la carga que ejerce la educación escolar de subsistencia sobre la decisión de fertilidad de los padres se ve relajada en proporción al subsidio de educación escolar, permitiendo a los padres incrementar sus niveles de fertilidad.

Gran parte de la literatura demográfica ha utilizado el supuesto de sustitución entre cantidad de hijos/as y educación dada a estos, donde se ha encontrado evidencia empírica que respalda esta teoría de *trade-off* entre cantidad y calidad en países en vías de desarrollo donde hay poca provisión de educación pública de alta calidad (Rosenzweig & Wolpin, 1980; Rosenzweig & Zhang, 2009; Sanhueza, 2010), sin embargo, en países desarrollados la relación es menos convincente ya que existe una amplia cobertura de educación pública de alta calidad junto una subvención de gastos escolares como libros, uniformes y alimentación (Doepke, 2015; Haoming & Li, 2020). Es natural pensar que un subsidio de educación escolar disminuye el costo de educación escolar, por lo que reduce el costo de oportunidad de tener hijos/as. Sin embargo, la literatura teórica encuentra que un subsidio de educación escolar en forma de disminuir el costo privado de educación incrementa la dimensión de calidad (educación), pero se reduce la cantidad de hijos/as, ya que los padres privilegian concentrar la formación de capital humano en una menor cantidad de hijos/as (Zhang, 1997). A diferencia de Zhang (1997) que considera un impuesto de suma alzada para financiar el subsidio de educación escolar, Zhang & Casagrande (1998) analizan el *trade-off* entre cantidad y calidad en presencia de un subsidio de educación escolar financiado por un impuesto al consumo y al ingreso, donde concluyen que el subsidio de educación escolar ejerce un incentivo posi-

tivo sobre la educación de los hijos/as, pero en contraste con Zhang (1997), el efecto neto sobre la fertilidad es neutro. En nuestro caso, si no consideráramos la educación escolar de subsistencia en la función de utilidad en (2.1), la condición de primer orden de fertilidad en (2.7) quedaría sólo determinada por parámetros estructurales, por lo que un subsidio de educación escolar ejercería un efecto positivo sobre la educación escolar de los hijos/as, pero la fertilidad se mantendría neutra, donde encontraríamos el mismo resultado de Zhang & Casagrande (1998).

Aunque en nuestro modelo no consideramos la modelación de educación pública, al considerar la educación escolar de subsistencia, obtenemos la misma relación cualitativa entre educación pública y cantidad de hijos/as encontrado en Fanti & Gori (2011) y Azarnert (2010), donde una mayor educación pública ejercerá un efecto positivo sobre la fertilidad. Finalmente, nuestro resultado del efecto positivo que ejerce el subsidio de educación escolar sobre la fertilidad es también encontrada empíricamente en Rosenzweig (1982), Todd & Wolpin (2006) y Keng & Sheu (2011).

Conclusiones

En esta tesis se ha propuesto un modelo de generaciones traslapadas que se resuelve de forma numérica en dos períodos, ya que necesitamos acumular los stocks finales de educación escolar y el capital automatizado de forma endógena. Como nos interesa estudiar cómo varían las decisiones de estudiar en la universidad y fertilidad (propia para la generación de padres) y escolar (para hijos/as de la generación de padres) ante un incremento de longevidad de la población, consideramos un incremento paramétrico de la expectativa de vida en la etapa de retiro. El modelo incorpora una decisión endógena sobre la educación universitaria, donde asistir a la universidad implica ser un trabajador/a *high skill*, de lo contrario se mantiene como trabajador/a *low skill*.

Este modelo considera una economía con producción de un bien homogéneo a partir de capital humano *high skill*, *low skill* y capital automatizado, donde el capital automatizado es sustituto imperfecto del trabajo *high skill* y sustituto perfecto del capital *low skill*, en línea con un *capital-skill complementarity*. Esto último implica que los salarios estarán afectados por el nivel de acumulación del capital automatizado. Los agentes (padres), deben decidir cuánto consumir, ahorrar, cantidad de hijos/as, educación universitaria propia y educación escolar de los hijos/as, en contexto de un *trade-off* entre cantidad (fertilidad) y calidad (educación) de Becker & Tomes (1976).

Utilizando distintas fuentes de información, se ha podido calibrar el modelo económico para ajustar los resultados numéricos para la economía chilena.

En el capítulo 3 de resultados numéricos se muestra el análisis de los resultados obtenidos, donde considerando el Supuesto 3, un mayor envejecimiento de la población lleva a una mayor acumulación de capital automatizado, y por lo tanto, como consideramos un *capital-skill complementarity*, se incrementan los salarios de trabajadores *high skill* y decrecen los salarios de los trabajadores *low skill*, generando un incremento de la *skill premium* y un aumento de la desigualdad a medida que se incrementa la expectativa de vida en la etapa de retiro. Este incremento de salarios de trabajadores *high skill* ayuda a que los individuos al inicio de la etapa de adultez se incentiven a asistir a la universidad y convertirse en trabajadores *high skill*. Con respecto al comportamiento de las variables de fertilidad y educación escolar, una mayor longevidad lleva a una caída de las tasas de fertilidad, independientemente del aumento de salarios de trabajadores *high skill*. Por otro lado, la inversión en educación escolar queda determinada por el comportamiento de la respuesta de los salarios, donde a mayor longevidad, se incrementa la inversión en educación escolar efectuada por padres *high skill* en hijos/as, y decrece la inversión realizada por padres *low skill*. La caída de la fertilidad, junto con un incremento de los trabajadores *high skill* y sus respectivos salarios, aportan

a un efecto positivo sobre el capital automatizado en unidades de eficiencia, lo que implica que una mayor longevidad lleva a un incremento de la densidad de capital automatizado en unidades de eficiencia. La desigualdad generada en la educación escolar contribuye a que los individuos que son hijos/as de trabajadores *high skill* en relación a los hijos/as de trabajadores *low skill* tengan más facilidad de asistir a la universidad y convertirse en trabajadores *high skill*, pudiendo incrementar la persistencia de la desigualdad entre generaciones.

Adicionalmente, si consideramos un incremento de la educación escolar de subsistencia de padres *high skill* y *low skill*, pero este incremento es mayor en los padres *low skill*, a mayor longevidad, vemos que se incentiva a que los padres obtengan un grado universitario incrementando la cantidad de trabajadores *high skill* en relación a la simulación del modelo base, lo que deprime la desigualdad de ingreso. Los niveles de fertilidad de ven disminuidos para ambos tipos de trabajadores, en cambio la educación escolar se incrementa para ambos tipos de trabajadores *high skill* y *low skill* en relación a la simulación del modelo base.

Por otra parte, un subsidio de educación escolar podría desincentivar a que los padres se eduquen en la universidad, lo que podría generar una mayor desigualdad de ingreso en el período actual. Como el subsidio de educación escolar es destinado solamente a los trabajadores *low skill*, se genera el efecto positivo sobre la educación escolar invertida por este tipo de padres en relación a la simulación del modelo base, pero adicionalmente el subsidio de educación escolar ayuda a incrementar el nivel de fertilidad de trabajadores *low skill*, ya que el aporte estatal ayuda a cubrir la educación escolar de subsistencia en una misma proporción del tamaño del subsidio de educación escolar.

Una limitación importante de este trabajo es que solamente puede ser resuelto hasta el segundo período de la economía, ya que se complejiza la resolución y notación, por lo tanto, por ahora no podemos encontrar las respuestas de las variables de interés a largo plazo, donde podría haber cambios en las respuestas cualitativas. Un ejemplo de esto es el aumento de la desigualdad en el caso de aplicar un subsidio de educación escolar en relación a la simulación del modelo base, ya que en el período siguiente los individuos adultos tendrán un mayor stock final de educación escolar, donde considerando todo lo demás constante, se incentiva a una caída del umbral de habilidad, por lo que una mayor proporción de la población podría asistir a la universidad, permitiendo obtener una menor desigualdad absoluta.

Bibliografía

Abeliansky, A. & Prettnner, K. (2017). Automation and demographic change, Hohenheim Discussion Papers in Business, Economics and Social Sciences. Discussion Paper 05-2017.

Abeliansky, A. & Prettnner, K. (2021). Population growth and automation density: theory and cross-country evidence. Department of Economics Working Papers wuwp315, Vienna University of Economics and Business, Department of Economics.

ACE (Agencia de la Calidad de la Educación) (2014). Informe Nacional Resultados Chile PISA 2012. Santiago: Mineduc.

Acemoglu, D. (2003). Cross-country Inequality Trends. *The Economic Journal*, 113: F121-F149. <https://doi.org/10.1111/1468-0297.00100>.

Acemoglu, D. (2009). *Introduction to Modern Economic Growth*. MIT Press.

Acemoglu, D. & Johnson, S. (2007). Disease and Development: The Effect of Life Expectancy on Economic Growth, *Journal of Political Economy*, 115, issue 6, p. 925-985.

Acemoglu, D. & Restrepo, P. (2020). Robots and Jobs: Evidence from US Labor Markets. *Journal of Political Economy*, vol 128(6), pages 2188-2244.

Acemoglu, D. & Restrepo, P. (2021). Demographics and Automation. *The Review of Economic Studies* (forthcoming).

Alarcón, C. & Falabella, A. (2021). The Chilean Education System: Between Expansion and Inequality. [10.1007/978-3-319-93443-34-1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-93443-34-1).

Angeles, L. (2010). Demographic transitions: analyzing the effects of mortality on fertility, *Journal of Population Economics*, 23, issue 1, p. 99-120, <https://EconPapers.repec.org/RePEc:spr:jopoe:v:23:y:2010:i:1:p:99-120>.

Angrist, J., Lavy, V. & Schlosser, A. (2010). Multiple experiments for the causal link between the quantity and quality of children. *Journal of Labor Economics* 28(4), 773–824.

Autor, D. (2014). Skills, education, and the rise of earnings inequality among the other 99 percent. *Science*, 843-851.

Azarnert, L. V. (2010). Free education, fertility and human capital accumulation. *Journal of Population Economics*, 23(2), 449–468. <http://www.jstor.org/stable/20685326>.

- Baldanzi, A., Prettnner, K. & Tscheuschner, P. (2019). Longevity-induced vertical innovation and the trade off between life and growth. *Journal of Population Economics*, 32, 1293–313.
- Becker, G. (1960). An Economic Analysis of Fertility, p. 209-240 in , *Demographic and Economic Change in Developed Countries*. National Bureau of Economic Research, Inc, <https://EconPapers.repec.org/RePEc:nbr:nberch:2387>.
- Becker, G. & Tomes, N (1976). Child Endowments and the Quantity and Quality of Children. *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 84(4), pages 143-162.
- Ben-Porath, Y. (1967). The Production of Human Capital and the Life Cycle of Earnings. *Journal of Political Economy*, 75(4), 352–365. <http://www.jstor.org/stable/1828596>.
- Black, S., Devereux, P. & Salvanes, K. (2005). The more the merrier? The effect of family size and birth order on children’s education. *The Quarterly Journal of Economics* 120(2), 669–700.
- Blackburn, K., & Cipriani, P. (2002). A model of longevity, fertility and growth. *Journal of Economic Dynamics and Control* 26, 187-204.
- Bleakley, H. (2007). Disease and Development: Evidence from Hookworm Eradication in the American South. *The Quarterly Journal of Economics*, 122(1), 73–117. <http://www.jstor.org/stable/25098838>.
- Bloom, D., Canning, D. & Fink, G. (2014). Disease and development revisited. *The Journal of Political Economy*, Vol. 122(No. 6):1355-1366.
- Bongaarts, J. (2013). The Implementation of Preferences for Male Offspring. *Population and Development Review*, 39: 185-208. <https://doi.org/10.1111/j.1728-4457.2013.00588.x>.
- Bui, T., Nguyen, C., Nguyen, K., Nguyen, H. & Pham, P. (2020). The effect of tuition fee reduction and education subsidy on school enrollment: Evidence from Vietnam. *Children and Youth Services Review*, 108, 104536.
- Catarina, P. & Mazedo, P. (2021). Automation, Education, and Population: Dynamic Effects in an OLG Growth and Fertility Mode. ICEF UP Working Papers 2102, Universidade do Porto, Faculdade de Economia do Porto.
- Carvalho, C., Ferrero, A. & Nechio, F. (2016). Demographics and Real Interest Rates: Inspecting the Mechanism. Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=2713443> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2713443>.
- Celhay, P. & Gallegos, S. (2015). Persistence in the Transmission of Education: Evidence across Three Generations for Chile. *Journal of Human Development and Capabilities*. 16. [10.1080/19452829.2015.1048789](https://doi.org/10.1080/19452829.2015.1048789).
- Cervellati M. & Sunde, U. (2005). Human Capital Formation, Life Expectancy, and the Process of Development. *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 95(5), pages 1653-1672, December.
- Cervellati, M. & Sunde, U. (2011). Life expectancy and economic growth: the role of the

demographic transition. *Journal of Economic Growth*, Springer, vol. 16(2), pages 99-133.

Chen, X., Huang, B. & Li, S. (2017). *Population Aging and Inequality: Evidence from the People's Republic of China*. ADBI Working Paper 794. Tokyo: Asian Development Bank Institute. Available: <https://www.adb.org/publications/population-aging-and-inequalityevidence-prc>.

Chen, X. & Woodland, A. (2015). Population aging, education and skill premium in international trade. Discussion paper series 2015-03, Hitotsubashi Institute for Advanced Study, Hitotsubashi University.

Cipriani, P. (2014). Population aging and PAYG pensions in the OLG model, *Journal of Population Economics* 27, 251-56.

Cords, D. & Prettnner, K. (2019). Technological unemployment revisited: Automation in a search and matching framework. GLO Discussion Paper Series 308, Global Labor Organization.

Correa, J. A., Lorca, M. & Parro, F. (2019). Capital–Skill Complementarity: Does Capital Composition Matter?. *Scandinavian Journal of Economics*, Wiley Blackwell, vol. 121(1), pages 89-116, January.

de la Croix, D. & Doepke, M. (2003). Inequality and Growth: Why Differential Fertility Matters. *American Economic Review*, 93 (4): 1091-1113.

Doepke, M. (2015). Gary Becker On The Quantity And Quality Of Children. *Journal of Demographic Economics*, Cambridge University Press, vol. 81(1), pages 59-66, March.

Donoso, E., Carvajal, J., & Domínguez, M. A. (2009). Reducción de la fecundidad y envejecimiento de la población de mujeres chilenas en edad fértil: 1990-2004. *Revista médica de Chile*, 137(6), 766-773. <https://dx.doi.org/10.4067/S0034-98872009000600006>.

Fanti, L. & Gori, L. (2011). Child policy ineffectiveness in an overlapping generations small open economy with human capital accumulation and public education. *Economic Modelling*. 28. 404-409. 10.1016/j.econmod.2010.08.008.

Fort, M., Schneeweis, N. & Winter-Ebmer, R. (2016). Is Education Always Reducing Fertility? Evidence from Compulsory Schooling Reforms. *Econ J*, 126:1823-1855. <https://doi.org/10.1111/econj.12394>.

Hossain, S. (1989). Effects of public programs on family size, child education and health. *Journal of Development Economics* 30, 145-58.

Iftikhar, Z. (2018). The effect of norms on fertility and its implications for the quantity-quality trade-off in Pakistan. LIDAM Discussion Papers IRES 2018014, Université catholique de Louvain, Institut de Recherches Economiques et Sociales (IRES).

INE (2020). *Estadísticas Vitales. Anuario 2014*. Instituto Nacional de Estadísticas Chile. DEIS. Ministerio de Salud. SERVICIO DE REGISTRO CIVIL E IDENTIFICACIÓN.

Ito, T. & Rose, A. (2010). *The Economic Consequences of Demographic Change in East Asia*.

Kalinyak, A. (2019). The role of the government support for education attainment and fertility decisions. [Doctoral Thesis, Economics]. Lancaster University. <https://doi.org/10.17635/lancaster/thesis/776>.

Keng S. & Sheu, S. (2011). Can Education Subsidy Reverse Falling Fertility? The Case of Taiwan, *Journal of Development Studies*, 47:11, 1677-1698, DOI:10.1080/00220388.2011.609585.

Galor, O. (2005). From Stagnation to Growth: Unified Growth Theory. Minerva Center for Economic Growth Working Paper No. 2004-1, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=651526> or <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.651526>.

Galor, O. & Weil D. (2000). Population, Technology, and Growth: From Malthusian Stagnation to the Demographic Transition and Beyond, *American Economic Review*, American Economic Association, vol. 90(4), pages 806-828, September.

Gallego, F. (2012). Skill Premium in Chile: Studying Skill Upgrading in the South. *World Development*, Elsevier, vol. 40(3), pages 594-609.

Gehring, A. & K. Prettnner (2019). Longevity and technological change, *Macroeconomic Dynamics* 23, 1471-1503.

Goldin, C., & Katz, L. F. (1998). The Origins of Technology-Skill Complementarity. *The Quarterly Journal of Economics*, 113(3), 693-732. <http://www.jstor.org/stable/2586871>.

Griliches, Z. (1969). Capital-skill complementarity. *Review of Economics and Statistics*, 51(4):465-468.

Jayachandran, S. & Lleras-Muney, A. (2009). Life Expectancy and Human Capital Investments: Evidence from Maternal Mortality Declines-super. *The Quarterly Journal of Economics*, MIT Press, vol. 124(1), pages 349-397, February.

Kim, S., Tertilt, M. & Yum, M. (2021). Status Externalities and Low Birth Rates in Korea. CEPR Discussion Paper No. DP16271, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=3886741>.

Krusell, P., Ohanian, L.E., Ríos-Rull, J.-V. & Violante, G.L. (2000). Capital-skill Complementarity and Inequality: A Macroeconomic Analysis. *Econometrica*. 68: 1029-1053. <https://doi.org/10.1111/1468-0262.00150>.

Lankisch, C., Prettnner, K. & Prskawetz, A. (2019). How can robots affect wage inequality?. *Economic Modelling* 81, 161-169.

Lee, R. (2003). The Demographic Transition: Three Centuries of Fundamental Change. *Journal of Economic Perspectives*, 17 (4): 167-190.

León-Ledesma, M. A., McAdam, P. & Willman, A. (2010). Identifying the Elasticity of Substitution with Biased Technical Change. *American Economic Review*, 100(4):1330-1357.

Haoming, L. & Li, L. (2022). The quantity-quality fertility-education trade-off. *IZA World*

of Labor: 143 doi: 10.15185/izawol.143.v2.

Liu, D. & Raftery, A. (2020). How Do Education and Family Planning Accelerate Fertility Decline?. *Population and Development Review*, 46: 409-441. <https://doi.org/10.1111/padr.12347>.

Mincer, J. (1958). Investment in Human Capital and Personal Income Distribution. *Journal of Political Economy*, 66(4), 281–302. <http://www.jstor.org/stable/1827422>.

Moav, O. (2005). Cheap Children and the Persistence of Poverty. *The Economic Journal*, 115: 88-110. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0297.2004.00961.x>.

Murakami, Y. (2014). Trade Liberalization and Skill Premium in Chile. *México y la Cuenca del Pacífico*. 3. 77-101. 10.32870/mycp.v3i6.418.

Riphahn, R. (2012). Effect of Secondary School Fees on Educational Attainment. *The Scandinavian Journal of Economics*, 114: 148-176. <https://doi.org/10.1111/j.1467-9442.2011.01661.x>.

Rosenzweig, M. (1982). Educational, Subsidy, Agricultural Development, and Fertility Change. *The Quarterly Journal of Economics*, 97(1), 67–88. <https://doi.org/10.2307/1882627>.

Rosenzweig, M. & Wolpin, K. (1980). Testing the quantity–quality fertility model: the use of twins as a natural experiment. *Econometrica* 48(1), 227–240.

Rosenzweig, M. & Zhang, J. (2009). Do population control policies induce more human capital investment? Twins, birth weight and China’s ‘One-Child’ policy. *The Review of Economic Studies* 76(3), 1149–1174.

Sato, Y., Tabata, K. & Yamamoto, K. (2006). Technological progress, income inequality, and fertility. *Journal of Population Economics* 21, 135–157 (2008). <https://doi.org/10.1007/s00148-006-0096-5>.

Sanhueza, C. (2009). Family Size and Birth Order in Chile: Using Twins as a Natural Experiment. *Revista de Análisis Económico/ Economic Analysis Review*, Vol. 24, No. 2, p. 133-152, December 2009, Available at SSRN: <https://ssrn.com/abstract=1725944>.

Skirbekk, V. (2008). Fertility trends by social status. *Demographic Research*, 18, issue 5, p. 145-180, <https://EconPapers.repec.org/RePEc:dem:demres:v:18:y:2008:i:5>.

Stähler, N. (2021). The Impact of Aging and Automation on the Macroeconomy and Inequality. *Journal of Macroeconomics*, Elsevier.

Tinbergen, J. (1974). Substitution of Graduate by Other Labour. *Kyklos*, 27: 217-226. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6435.1974.tb01903.x>.

The Economist (2011). 70 or bust! Why the retirement age must go up. A special report on pensions. *The Economist*, April 7th 2011.

The Global Economy (2022). The Global Economy.com. Obtenido de <https://www.the-globaleconomy.com/Chile/savings/> en 8 de diciembre 2022.

Ottaviano, G. & Peri, G. (2012). Rethinking the effect of immigration on wages, *Journal of*

the European Economic Association 10, 152-97.

Parro, F. (2013). Capital-Skill Complementarity and the Skill Premium in a Quantitative Model of Trade. *American Economic Journal: Macroeconomics*, 5(2), 72–117. <http://www.jstor.org/stable/43189543>.

Perez-Laborda, A. & Perez-Sebastian, F. (2020). Capital-skill complementarity and biased technical change across US sectors. *Journal of Macroeconomics*, Elsevier, vol. 66(C).

Prettner, K. & Bloom, D. (2020). *Automation and Its Macroeconomic Consequences: Theory, Evidence, and Social Impacts*. Cambridge: Elsevier.

Prettner, K. & Schäfer, A. (2016). Higher education and the fall and rise of inequality. *Hohenheim Discussion Papers in Business, Economics and Social Sciences 19-2016*, University of Hohenheim, Faculty of Business, Economics and Social Sciences.

Prettner, K. & Strulik, H. (2019). *Innovation, Automation, and Inequality: Policy Challenges in the Race against the Machine*. GLO Discussion Paper, No. 320, Global Labor Organization (GLO), Maastricht.

Prettner, K. & Strulik, H. (2020). *Innovation, Automation, and Inequality: Policy Challenges in the Race against the Machine*. *Journal of Monetary Economics*, Volume 116, Pages 249-265, ISSN 0304-3932.

U.N. United Nations (2020). Department of Economic and Social Affairs, Population Division. *World Population Ageing 2019 (ST/ESA/SER.A/444)*.

Villalobos, P. (2014). Demographic Transition and Public Policy: Chile 1850-2000. *Revista de análisis económico*, 29(1), 77-110. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-88702014000100004>.

World Bank (2022). The World Bank. Obtenido de <https://data.worldbank.org/indicador/SI.POV.GINI?locations=CL> en 8 de Diciembre de 2022.

Zhang, J. (1997). Fertility, Growth, and Public Investments in Children. *Canadian Journal of Economics*, Canadian Economics Association, vol. 30(4), pages 835-843, November.

Zhang, J. & Casagrande, R. (1998). Fertility, growth, and flat-rate taxation for education subsidies. *Economics Letters*, 60, issue 2, p. 209-216, <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ecolet:v:60:y:1998:i:2:p:209-216>.

Zhang, J. & J. Zhang (2005). The effect of life expectancy on fertility, saving, schooling and economic growth: theory and evidence. *Scandinavian Journal of Economics* 107, 45-66.

Zhang, X., Palivos, T. & Liu, X. (2022). Aging and automation in economies with search frictions. *Journal of Population Economics*, Springer; European Society for Population Economics, vol. 35(2), pages 621-642, April.

Zimmermann, B. & Seiler, S. (2019). The Relationship between Educational Pathways and Occupational Outcomes at the Intersection of Gender and Social Origin. *Social Inclusion*, Cogitatio Press, vol. 7(3), pages 79-94.

Anexos

Anexo A

Expresiones adicionales del Capítulo 2

A.1. Demostración de Proposición 1

Si diferenciamos (2.10) con respecto a los stocks finales de educación escolar, obtenemos la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{a}_2^{p,1}}{\partial h_2^{p,1}} &= -\frac{\psi(\rho - \gamma)}{\theta} \left(\frac{w_{H,2}^1(1 - \eta)}{w_{L,2}^1} \right)^{-\frac{1+\beta\phi+\rho}{\theta}} \left(\frac{zw_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L}{zw_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H} \right)^{\frac{-\rho+\gamma-\theta}{\theta}} \quad (\dots) \\ &(\dots) \frac{zw_{L,2}^1 (zw_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H) - zw_{H,2}^1 (zw_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L)}{(zw_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H)^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

donde recordamos que necesitamos que se cumpla la condición de $\rho > \gamma$ para que de esta forma la decisiones de fertilidad y educación queden bien definidas. Por otro lado, para que la expresión A.1 sea positiva, necesitamos que se cumpla la siguiente condición:

$$w_{H,2}^1/w_{L,2}^1 < (zw_{H,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_H)/(zw_{L,2}^1 h_2^{p,1} + \underline{e}_L),$$

de esta forma, manteniendo todo lo demás constante, al incrementar los stocks finales de educación escolar, $h_2^{p,1}$, el umbral de habilidad, $\bar{a}_2^{p,1}$, se reducirá, por lo que una mayor proporción de individuos adultos decidirán en el inicio del período ir a la universidad y convertirse en trabajadores *high skill*. Adicionalmente, como tenemos que $h_2^{H,1} > h_2^{L,1}$, tendremos que $\bar{a}_2^{H,1} < \bar{a}_2^{L,1}$, por lo tanto, los individuos adultos de la generación 1 que son hijos/as de padres *high skill*, al inicio de la etapa de adultez tendrán más facilidad para asistir a la universidad y ser trabajadores *high skill* en relación a los individuos adultos hijos/as de trabajadores *low skill*.

A.2. Acumulación de capital automatizado en unidades de eficiencia

Tomamos en cuenta la siguiente acumulación de capital, donde P_2 corresponde al stock de capital automatizado del período 2:

$$P_2 = s_{H,1}^0 \cdot L_{H,1}^0 + s_{L,1}^0 \cdot L_{L,1}^0, \quad (\text{A.2})$$

donde recordemos que en el Capítulo 2 desarrollamos y resolvemos el modelo en el período 2, el cual corresponde a la cohorte de la generación 1. Como necesitamos acumular el capital automatizado, notemos que en (A.2) consideramos a los ahorros efectuados por los trabajadores del período anterior (cohorte de la generación 0). Como se comentó en Subsección 2.1.1 de principales supuestos, en el período 1 tendremos dos tipos de trabajadores (agentes representativos): *high skill* y *low skill*, los cuales cuentan con un stock de educación escolar h_1^0 homogéneo, donde $s_{H,1}^0$ y $s_{L,1}^0$ representan a los ahorros de la generación 0 respectivamente, y, $L_{H,1}^0$ y $L_{L,1}^0$ representan la cantidad de trabajadores respectivamente.

Los ahorros de la generación 0 corresponden a la misma expresión óptima de ahorros de la generación 1 en (2.6), pero la diferencia es que para la generación 0 consideramos una educación escolar homogénea¹. La decisión universitaria de la generación 0 es resuelta en el período 1 de la misma forma que en la generación 2, la cual está descrita en Subsección 2.1.4, donde encontramos los umbrales de habilidad necesarios para obtener el grado de educación universitaria y a partir de la función de distribución acumulada de habilidad de la población (2.11) en conjunto con (2.12) y (2.13), (2.14) y (2.15), podemos encontrar las cantidades de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 0 en el período 1, pero considerando un stock final de educación escolar homogéneo².

Reemplazando las expresiones de ahorro, obtenemos:

$$P_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} \left\{ (1 - \eta) w_{H,1}^0 h_1^0 L_{H,1}^0 + w_{L,1}^0 h_1^0 L_{L,1}^0 \right\}. \quad (\text{A.3})$$

La función de producción del período 1 es la misma función de producción del período 2 (2.21), por lo que tenemos los mismos salarios de (2.23) y (2.24), pero solamente considerando dos agentes representativos: trabajadores *high skill* y *low skill*, los cuales cuentan con un stock final de educación escolar homogéneo³. Por lo tanto, reemplazando los salarios en (A.3) y

¹En el período 1 consideramos un stock de educación escolar homogéneo, por lo que tenemos sólo dos tipos de ahorros: ahorros de trabajadores *high skill* y *low skill*, que están descritos por la siguiente expresión de ahorro óptimo: $s_{j,1}^1 = \frac{\beta\phi[(1-\eta_j)w_{j,1}^0 h_1^0]}{1+\beta\phi+\rho}$.

²Las cantidades de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 0 en el período 1 son resueltas respectivamente en: $L_{H,1}^0 = [1 - F(\bar{a}_1^0)] \cdot L_1^0$ y $L_{L,1}^0 = F(\bar{a}_1^0) \cdot L_1^0$, donde L_1^0 corresponde a la cantidad total de individuos adultos de la generación 0 en el período 1, y \bar{a}_1^0 corresponde al umbral de habilidad necesario para poder asistir a la universidad, el cual es expresado en (2.10), pero considerando un único stock final de educación escolar homogéneo h_1^0 .

³La función de producción del período 1 está representado por la misma función de producción del período 2, pero considerando una educación escolar homogéneo: $Y_1 = A [\lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^\sigma + (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^\sigma]^\frac{1}{\sigma}$.

definiendo al capital humano *high skill* de la generación 0 en el período 1 como $H_{H,1}^0 \equiv h_1^0 L_{H,1}^0$ y al capital humano *low skill* de la generación 0 en el período 1 como $H_{L,1}^0 \equiv h_1^0 L_{L,1}^0$, obtenemos:

$$P_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} A \left[\lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^\sigma + (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma} - 1} \left\{ (1 - \eta) (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^{\sigma-1} H_{H,1}^0 + \lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^{\sigma-1} H_{L,1}^0 \right\}. \quad (\text{A.4})$$

Ahora definimos en unidades de eficiencia, por lo que dividimos la ecuación de acumulación (A.4) por el capital humano total de la cohorte adulta de la generación 1 en el período 2, $H_2^1 \equiv h_2^{H,1} L_{H,2}^{H,1} + h_2^{L,1} L_{L,2}^{H,1} + h_2^{L,1} L_{H,2}^{L,1} + h_2^{L,1} L_{L,2}^{L,1}$, donde tendremos cuatro agentes representativos: trabajadores *high skill* y *low skill* con un stock de educación escolar $h_2^{H,1}$ (hijos de padres trabajadores *high skill* del período anterior), y trabajadores *high skill* y *low skill* con un stock de educación escolar $h_2^{L,1}$ (hijos de padres trabajadores *low skill* del período anterior). De esta forma, podemos definir el capital automatizado en unidades de eficiencia del período 2 como $\tilde{P}_2 \equiv \frac{P_2}{H_2^1}$, donde podemos redefinir (A.4) como:

$$\tilde{P}_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} A \left[\lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^\sigma + (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma} - 1} \left\{ (1 - \eta) (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^{\sigma-1} \frac{H_{H,1}^0}{H_2^1} + \lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^{\sigma-1} \frac{H_{L,1}^0}{H_2^1} \right\},$$

\Leftrightarrow

en seguida, considerando a $H_1^0 \equiv h_1^0 L_{H,1}^0 + h_1^0 L_{L,1}^0$ como el capital humano total de la cohorte adulta de la generación 0 en el período 1, podemos formar un uno de esta manera:

$$\tilde{P}_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} A \left[\lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^\sigma \left(\frac{H_1^0}{H_1^0} \right)^\sigma + (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^\sigma \left(\frac{H_1^0}{H_1^0} \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma} - 1} \left\{ (1 - \eta) (1 - \lambda) (H_{H,1}^0)^{\sigma-1} \frac{H_{H,1}^0}{H_2^1} + \lambda (H_{L,1}^0 + P_1)^{\sigma-1} \frac{H_{L,1}^0}{H_2^1} \right\}.$$

\Leftrightarrow

y luego, reordenando esta última expresión y definiendo el capital humano *high skill* de la generación 0 en el período 1 en unidades de eficiencia como $\tilde{\mathcal{H}}_{H,1}^0 \equiv \frac{H_{H,1}^0}{H_1^0} \equiv \frac{h_1^0 L_{H,1}^0}{h_1^0 L_{H,1}^0 + h_1^0 L_{L,1}^0}$ y el capital humano *low skill* de la generación 0 en el período 1 en unidades de eficiencia como

$\tilde{\mathcal{H}}_{L,1}^0 \equiv \frac{H_{L,1}^0}{H_1^0} \equiv \frac{h_1^0 L_{L,1}^0}{h_1^0 L_{H,1}^0 + h_1^0 L_{L,1}^0}$, obtenemos la siguiente expresión de acumulación del capital automatizado:

$$\tilde{\mathcal{P}}_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} A \left[\lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,1}^0 + \tilde{\mathcal{P}}_1 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,1}^0 \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma} - 1} \left\{ (1 - \eta) (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,1}^0 \right)^{\sigma-1} \frac{H_{H,1}^0}{H_2^1} + \lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,1}^0 + \tilde{\mathcal{P}}_1 \right)^{\sigma-1} \frac{H_{L,1}^0}{H_2^1} \right\},$$

\Leftrightarrow

y finalmente, volvemos a considerar el capital humano total de la cohorte adulta de la generación 1 en el período 2, donde lo redefinimos de la siguiente forma: $H_2^1 \equiv h_2^{H,1} (L_{H,2}^{H,1} + L_{L,2}^{H,1}) + h_2^{L,1} (L_{H,2}^{L,1} + L_{L,2}^{L,1}) \equiv h_2^{H,1} (n_{H,1}^0 L_{H,1}^0) + h_2^{L,1} (n_{L,1}^0 L_{L,1}^0)$, donde $n_{H,1}^0$ y $n_{L,1}^0$ representan las tasas de fertilidades de los dos agentes representativos de la generación 0 en el período 1 (trabajadores *high skill* y *low skill* respectivamente)⁴. Estas expresiones de fertilidad corresponden a la misma expresión de (2.7), pero la diferencia es que consideramos una educación escolar homogénea⁵. Por lo tanto, la acumulación del capital automatizado queda expresado de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathcal{P}}_2 = \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi + \rho} A \left[\lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,1}^0 + \tilde{\mathcal{P}}_1 \right)^\sigma + (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,1}^0 \right)^\sigma \right]^{\frac{1}{\sigma} - 1} \left\{ (1 - \eta) (1 - \lambda) \left(\tilde{\mathcal{H}}_{H,1}^0 \right)^{\sigma-1} \frac{H_{H,1}^0}{h_2^{H,1} (n_{H,1}^0 L_{H,1}^0) + h_2^{L,1} (n_{L,1}^0 L_{L,1}^0)} + \lambda \left(\tilde{\mathcal{H}}_{L,1}^0 + \tilde{\mathcal{P}}_1 \right)^{\sigma-1} \frac{H_{L,1}^0}{h_2^{H,1} (n_{H,1}^0 L_{H,1}^0) + h_2^{L,1} (n_{L,1}^0 L_{L,1}^0)} \right\}. \quad (\text{A.5})$$

⁴Consideramos a la dinámica poblacional del período 1 de la misma forma que en (2.19), pero tomamos en cuenta las decisiones de fertilidades de la generación 0 en el período 1 y consideramos solamente los dos agentes representativos. De esta forma, obtenemos el número total de la cohorte de la generación 1 (hijos/as de la generación 0) de la siguiente forma: $L_2^1 = n_{H,1}^0 \cdot L_{H,1}^0 + n_{L,1}^0 \cdot L_{L,1}^0$, donde podemos encontrar que el total de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 1 en el período 2 que recibieron un stock de educación escolar $h_2^{H,1}$ (hijos de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *high skill* en el período 1) es equivalente a $L_{H,2}^{H,1} + L_{L,2}^{H,1} \equiv n_{H,1}^0 L_{H,1}^0$, y por otra parte podemos encontrar que el total de trabajadores *high skill* y *low skill* de la generación 1 en el período 2 que recibieron un stock de educación escolar $h_2^{L,1}$ (hijos de padres pertenecientes a la generación 0 que decidieron ser trabajadores *low skill* en el período 1) es equivalente a $L_{H,2}^{L,1} + L_{L,2}^{L,1} \equiv n_{L,1}^0 L_{L,1}^0$.

⁵Donde usamos la misma expresión de fertilidad del período 2, pero considerando un stock de educación escolar homogéneo, por lo que tenemos sólo dos tipos de fertilidades: fertilidad de trabajadores *high skill* y *low skill*, que están descritos por la siguiente expresión: $n_{j,1}^0 = \frac{(\rho - \gamma)[(1 - \eta_j) w_{j,1}^0 h_1^0]}{(1 + \beta\phi + \rho)[z w_{j,1}^0 h_1^0 + e_j]}$.

En (A.5) podemos encontrar la acumulación del capital automatizado, donde es acumulado por la generación 0 (generación inicial de la economía) en el período 1 y es utilizado como stock en el período 2, que es donde se resuelve el modelo en el Capítulo 2.

Anexo B

Presentación de simulaciones numéricas en tabla

Este capítulo de Anexo B reporta los resultados presentados en el capítulo 3. La siguiente tabla está relacionada a los resultados del modelo base (línea azul) de la Figura 3.1:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
College share	0.34063442	0.35031471	0.35944652	0.36801475
$\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}$	0.398363	0.40861077	0.41822853	0.42720281
$\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1}$	0.601637	0.59138923	0.58177147	0.57279719
$w_{H,2}^1$	3.30912743	3.32312732	3.33827809	3.35458605
$w_{L,2}^1$	1.78293475	1.77700587	1.77068931	1.76400334
\tilde{w}_2^1	1.8560003	1.8700711	1.88529861	1.90168917
$\tilde{\mathcal{P}}_2$	0.26380665	0.3062497	0.34881611	0.39149676
$\tilde{\mathcal{P}}_3$	0.2825591	0.32969831	0.37739216	0.42561354
Índice Gini	0.14368553	0.14562451	0.1475603	0.14950841

Tabla B.1: Tabla de resultados de modelo base en Figura 3.1

Por otra parte, la siguiente tabla representa los resultados del modelo base (línea azul) de la Figura 3.2:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
n_2^1	1.34346766	1.30367612	1.26625853	1.23103463
$n_{H,2}^1$	0.44894481	0.44853732	0.44753273	0.44596224
$n_{L,2}^1$	0.89452285	0.8551388	0.8187258	0.78507239
$e_{H,2}^{H,1}$	0.59365753	0.59505108	0.59659581	0.5982912
$e_{H,2}^{L,1}$	0.49729915	0.49885606	0.50050907	0.50225959
$e_{L,2}^{H,1}$	0.23636299	0.23549295	0.23458544	0.23364204
$e_{L,2}^{L,1}$	0.18444577	0.18405372	0.18361911	0.18314398

Tabla B.2: Tabla de resultados de modelo base en Figura 3.2

La siguiente tabla está relacionada a los resultados del modelo base con shocks sobre educación escolar de subsistencia (línea con guion rojo) de la Figura 3.1:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
College share	0.34468913	0.35414645	0.36305565	0.37140267
$\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}$	0.40196081	0.41195489	0.42132221	0.43005016
$\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1}$	0.59803919	0.58804511	0.57867779	0.56994984
$w_{H,2}^1$	3.30312148	3.31764013	3.33330215	3.35011172
$w_{L,2}^1$	1.78550588	1.779319	1.77275256	1.76582623
\tilde{w}_2^1	1.84996393	1.86455611	1.88029746	1.89719218
$\tilde{\mathcal{P}}_2$	0.26380665	0.3062497	0.34881611	0.39149676
$\tilde{\mathcal{P}}_3$	0.29509379	0.34412111	0.39368428	0.44375967
Índice Gini	0.14019558	0.14225625	0.14431634	0.14638996

Tabla B.3: Tabla de resultados de modelo base con shocks sobre educación escolar de subsistencia en Figura 3.1

Por otra parte, la siguiente tabla representa los resultados del modelo con shocks sobre educación escolar de subsistencia (línea con guion rojo) de la Figura 3.2:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
n_2^1	1.2317427	1.19629913	1.16290504	1.13140446
$n_{H,2}^1$	0.44095958	0.44024889	0.43898185	0.43718754
$n_{L,2}^1$	0.79078312	0.75605024	0.72392319	0.69421692
$e_{H,2}^{H,1}$	0.61462641	0.61608291	0.61768956	0.61944561
$e_{H,2}^{L,1}$	0.51844291	0.52004672	0.52174604	0.52354209
$e_{L,2}^{H,1}$	0.28005659	0.27915529	0.27821754	0.2772451
$e_{L,2}^{L,1}$	0.2280645	0.22764909	0.22719183	0.22669485

Tabla B.4: Tabla de resultados de modelo base con shocks en educación escolar de subsistencia en Figura 3.2

La siguiente tabla está relacionada a los resultados del modelo con subsidio de educación escolar (línea con guion verde) de la Figura 3.3:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
College share	0.32900682	0.3388688	0.34826098	0.35716597
$\tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{H,2}^{L,1}$	0.38455205	0.3950414	0.40498903	0.41437844
$\tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{H,1} + \tilde{\mathcal{H}}_{L,2}^{L,1}$	0.61544795	0.6049586	0.59501097	0.58562156
$w_{H,2}^1$	3.35542052	3.36753947	3.38068198	3.39486302
$w_{H,2}^1$	1.76366432	1.75877424	1.75354099	1.74797405
\tilde{w}_2^1	1.90252786	1.9147082	1.92791728	1.94217014
$\tilde{\mathcal{P}}_2$	0.26380665	0.3062497	0.34881611	0.39149676
$\tilde{\mathcal{P}}_3$	0.27805111	0.32438027	0.37124404	0.41861779
Índice Gini	0.14956801	0.15138976	0.15317582	0.15494301

Tabla B.5: Tabla de resultados de modelo con subsidio de educación escolar en Figura 3.3

Finalmente, la siguiente tabla representa los resultados del modelo con subsidio de educación escolar (línea con guion verde) de la Figura 3.4:

ϕ	0.63	0.73	0.83	0.93
n_2^1	1.34970736	1.30971277	1.27206804	1.23659659
$n_{H,2}^1$	0.43049592	0.43070442	0.43037537	0.42953321
$n_{L,2}^1$	0.91921143	0.87900835	0.84169267	0.80706337
$e_{H,2}^{H,1}$	0.58307123	0.58418789	0.58543548	0.5868145
$e_{H,2}^{L,1}$	0.4892731	0.49060649	0.4920205	0.49351726
$e_{L,2}^{H,1}$	0.4892731	0.49060649	0.4920205	0.49351726
$e_{L,2}^{L,1}$	0.4892731	0.49060649	0.4920205	0.49351726

Tabla B.6: Tabla de resultados de modelo con subsidio de educación escolar en Figura 3.4

Anexo C

Pruebas de robustez

C.1. Análisis de sensibilidad con respecto a σ

En esta sección realizamos un análisis de robustez con respecto a los cambios en la elasticidad de sustitución entre trabajadores *high skill* y *low skill*. A continuación presentamos los resultados en las Figuras C.1 y C.2, donde (i) la línea color rojo está relacionada con los resultados del modelo base considerando un parámetro de elasticidad de sustitución σ igual a 0.1, (ii) la línea de color azul corresponde a los resultados del modelo base con σ igual a 0.5, y (iii) la línea de color negro está relacionado a los resultados del modelo base con σ igual a 0.8, donde vemos que al tener distintos valores de σ , al incrementar la expectativa de vida en la etapa de retiro se mantienen las tendencias de las variables de interés.

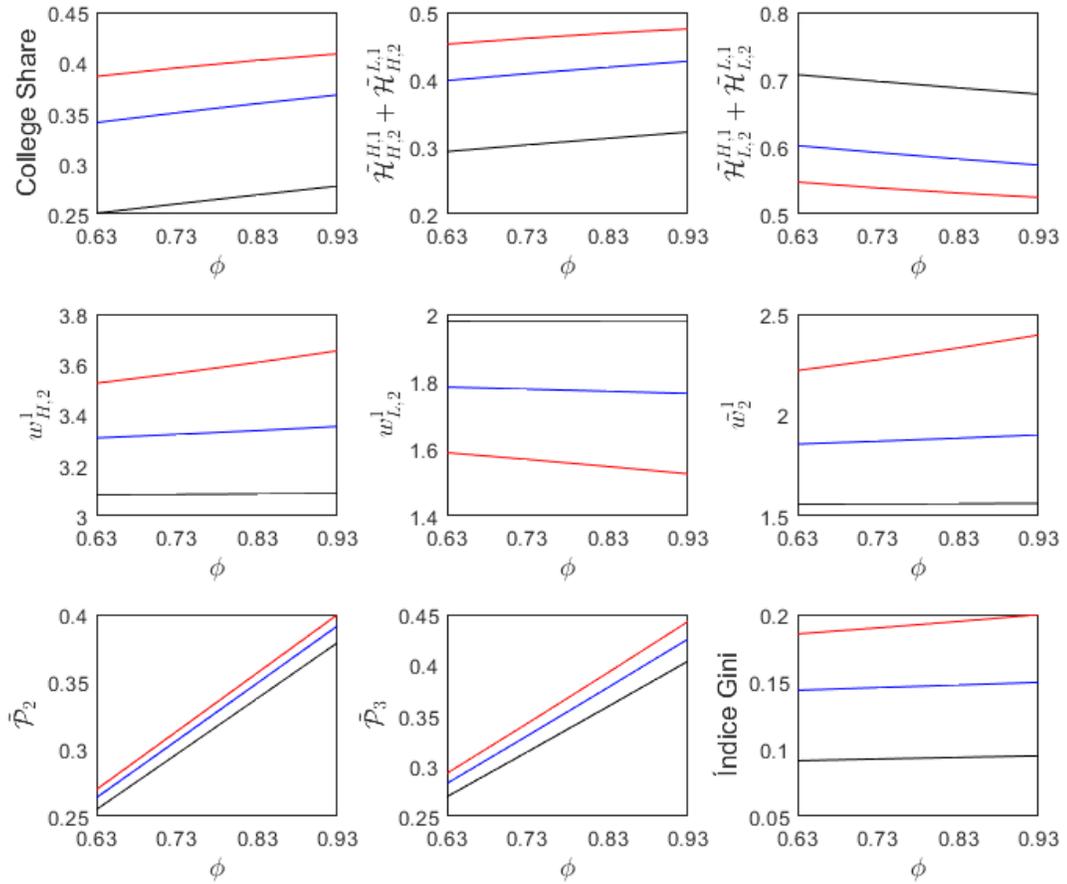


Figura C.1: Prueba de robustez para distintos valores de σ de modelo base para variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad.

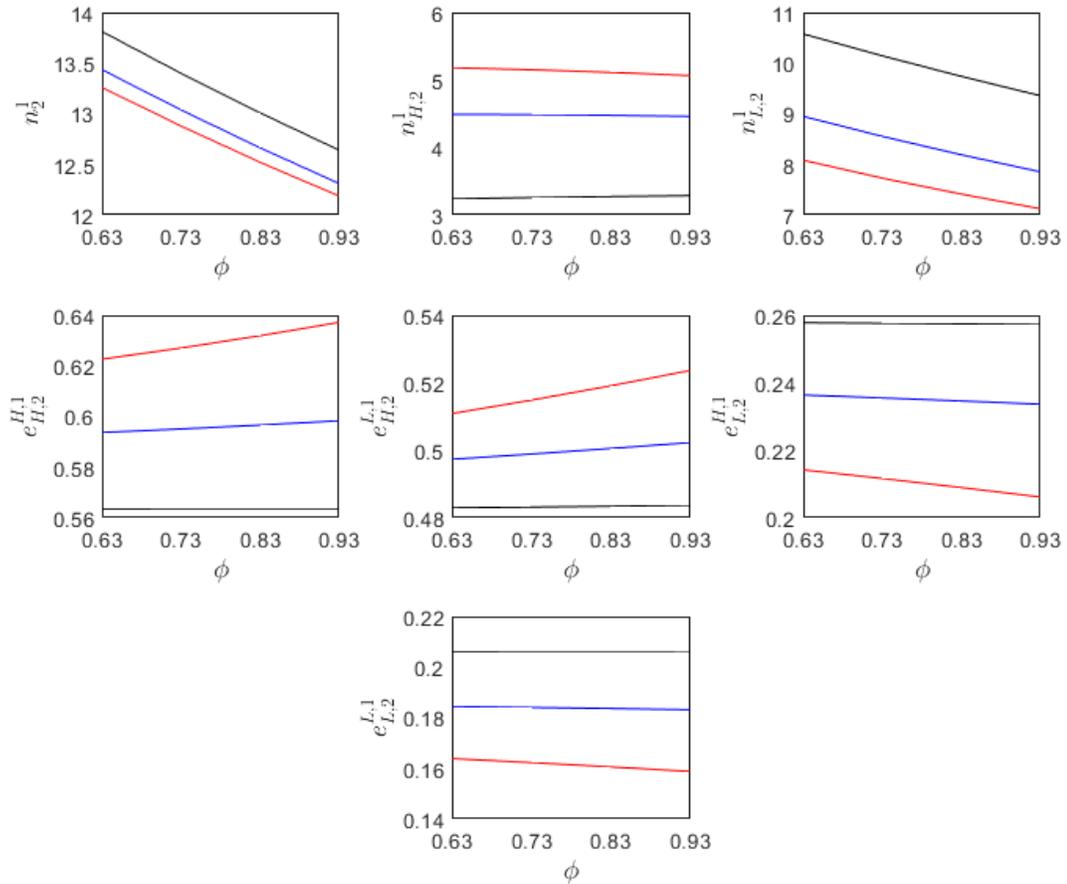


Figura C.2: Prueba de robustez para distintos valores de σ de modelo base para variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as..

C.2. Análisis de sensibilidad con respecto a shocks de educación escolar de subsistencia

En esta sección realizamos un análisis de robustez con respecto a los shocks de educación escolar de subsistencia. A continuación presentamos los resultados en las Figuras C.3 y C.4, donde (i) la línea de color azul corresponde a los resultados del modelo base sin considerar los shocks de educación de subsistencia, (ii) la línea color rojo está relacionada con los resultados del modelo base pero aplicando los shocks de 0.02 sobre e_L y 0.01 sobre e_H que corresponde a los resultados presentados en la Figura 3.1 y 3.2, y (iii) la línea color cian corresponde a un shock de igual magnitud para ambas educaciones de subsistencia de 0.02, donde podemos ver que los resultados se mantienen, donde la caída de la fertilidad de trabajadores *low skill* sigue siendo más profunda que la caída de la fertilidad de trabajadores *high skill*.

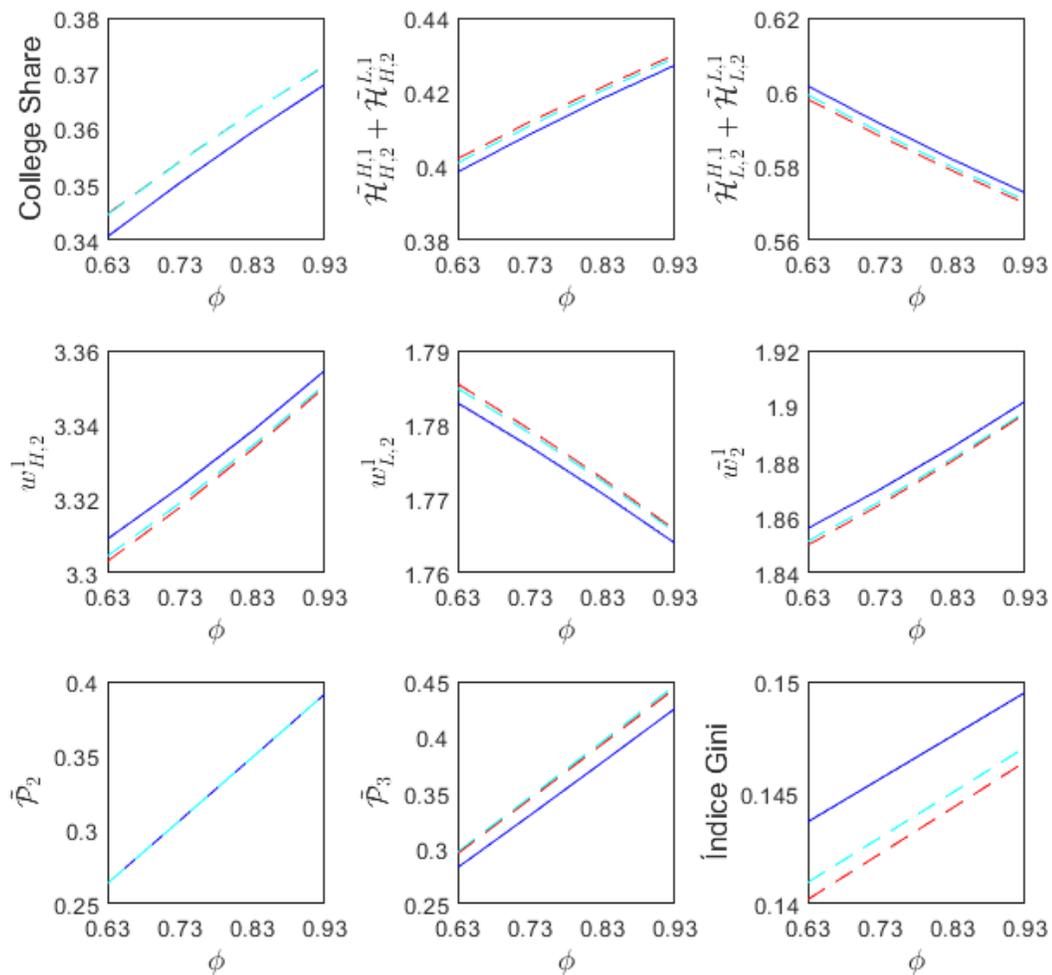


Figura C.3: Prueba de robustez para distintos valores de shocks en educación escolar de subsistencia de modelo base para variables de capital humano, salarios, capital automatizado y desigualdad.

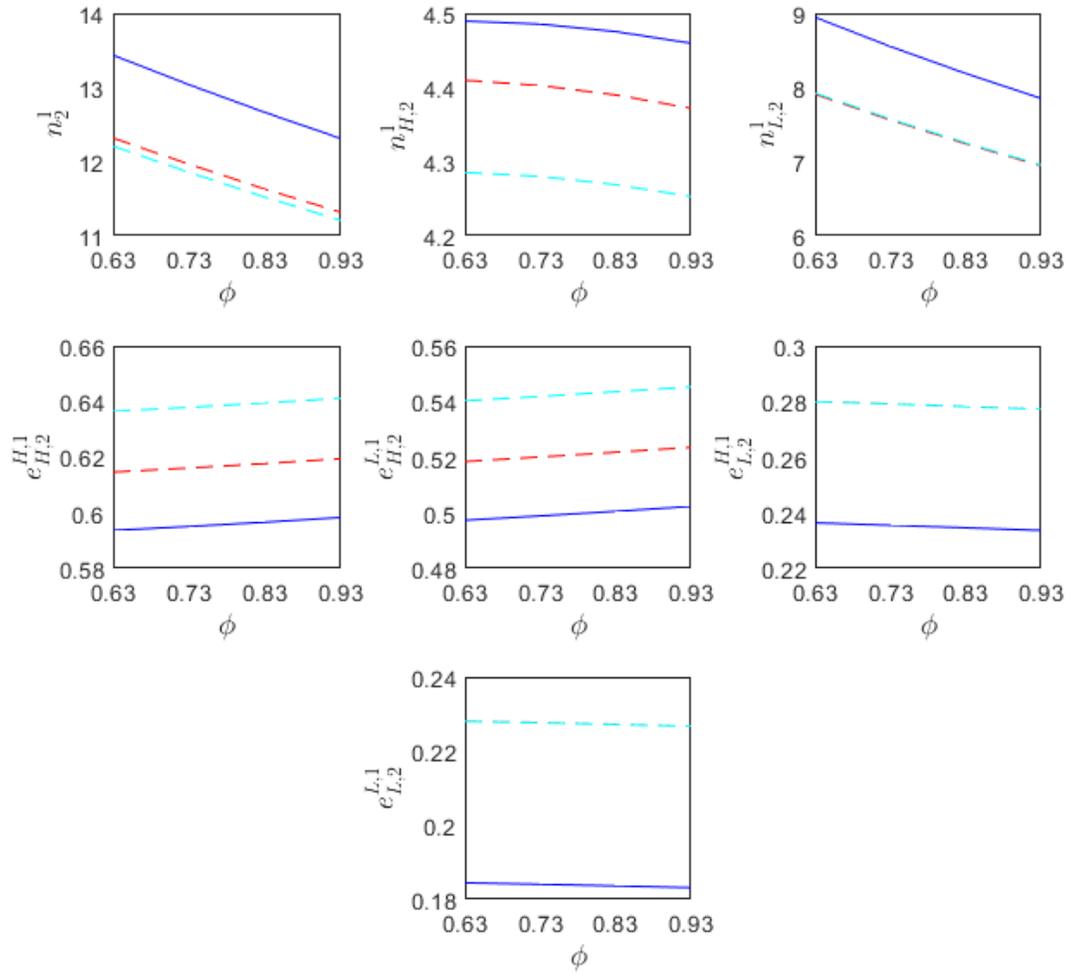


Figura C.4: Prueba de robustez para distintos valores de shocks en educación escolar de subsistencia de modelo base para variables de fertilidad e inversión en educación escolar en hijos/as..