



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

## ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE TASA DE DESGASTE POR EROSIÓN EN LÍNEAS DE TUBERÍAS TRANSPORTADORAS DE PULPA EN CHILE

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

PABLO ANDRÉS CASTILLO TORRES

PROFESOR GUÍA:  
JORGE MARTÍNEZ VARAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
ADOLFO OCHOA LLANGATO  
YARKO NIÑO CAMPOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por:  
Departamento de Ingeniería Civil  
Universidad de Chile

SANTIAGO DE CHILE  
2022

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
POR: PABLO ANDRÉS CASTILLO TORRES  
FECHA: 2022  
PROF. GUÍA: JORGE MARTÍNEZ VARAS

## **ANÁLISIS Y PREDICCIÓN DE TASA DE DESGASTE POR EROSIÓN EN LÍNEAS DE TUBERÍAS TRANSPORTADORAS DE PULPA EN CHILE**

La presente investigación tiene como objetivo estudiar la incidencia de las distintas variable operacionales en el desgaste erosivo de sistemas de transporte de acero APIx65 de 24 y 28 pulgadas de pulpa mineral de cobre, con el fin de analizar la factibilidad de construir un modelo predictivo de erosión a partir de sus parámetros operacionales más influyentes.

Para ello, se utilizan registros operacionales y mediciones de espesores internos de dos mineroductos de 24 y 28 pulgadas que transportan pulpas de mineral de cobre con gravedad específica de 2,7 y  $P_{80}$  de 210 micrones aproximadamente. Estos registros presentan información operacional desde septiembre del 2013 a febrero 2020. A partir de los datos recopilados, se realiza un análisis dimensional, con el fin brindarle un sentido físico al estudio. Los grupos adimensionales obtenidos a partir de análisis son evaluados mediante herramientas matemáticas y computacionales, verificando individualmente su grados de correlación con el desgaste erosivo adimensional. Finalmente, se construyen tres modelos de regresión lineal múltiple por medio de herramientas de *Machine Learning*, donde se evalúan la capacidad predictiva de los distintos grupos adimensionales en la tasa erosiva adimensional por medio de métricas estadísticas y probabilísticas de predicción.

A partir de los resultados obtenidos de esta estudio, se concluye que la velocidad media del flujo corresponde al único parámetro, de los evaluados en la investigación, que permite describir la tasa de desgaste erosiva en sistemas de transporte de pulpa de cobre mineral.

# Agradecimientos

Quiero agradecer a todas las personas que me han apoyado durante este proceso. Principalmente agradecer a mis padres, Alberto y Janise, quienes me brindaron su apoyo durante mi proceso escolar y universitaria, siempre esforzándose para que pudiera tener las mejores oportunidades y fuera feliz; a mi hermana Sofía, quien siempre me alegraba el día cada vez que llegaba a mi casa agotado. Ustedes son lo más importante de mi vida y no sería la persona que soy hoy, sino fuera por ustedes.

Quiero agradecer a mis amigos del colegio: Cortes y Aguirre, mis amigos de la universidad: Quesille, Pauli Niño, Pinto y mis amigos de Bachi. Gracias hacer mi día a día más gratos y siempre estar ahí cuando los necesité.

Finalmente, quiero agradecer a mi comisión. A Yarko Niño, por brindarme su tiempo y disposición durante varias semanas para llevar a cabo esta investigación. Al profesor Adolfo Ochoa por su apoyo en los cursos del E y F. A Jorge Martínez, por aceptar ser mi profe guía y brindarme su tiempo durante este proceso, además de ser un referente para mi, no sólo en el ámbito profesional y laboral, sino también, en ámbito valórico.

# Tabla de Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
1.1	Motivación . . . . .	1
1.2	Objetivo . . . . .	2
1.2.1	Objetivo General . . . . .	2
1.2.2	Objetivos Específicos . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>3</b>
2.1	Desgaste . . . . .	3
2.1.1	Fenómeno físico . . . . .	3
2.1.2	Tipos de desgaste . . . . .	3
2.1.2.1	Desgaste por adherencia . . . . .	4
2.1.2.2	Desgaste por abrasión . . . . .	4
2.1.2.3	Desgaste por fatiga . . . . .	5
2.1.2.4	Desgaste por corrosión . . . . .	6
2.1.2.5	Desgaste por erosión . . . . .	6
2.2	Descripción de Sistemas de Transporte de Pulpa . . . . .	6
2.2.1	Tipos de Suspensión Bi-física . . . . .	7
2.2.2	Densidad de pulpa . . . . .	8
2.2.3	Reología . . . . .	8
2.2.3.1	Fluido Newtoniano . . . . .	8
2.2.3.2	Fluido No-Newtoniano . . . . .	9
2.2.4	Régimen del flujo . . . . .	10
2.3	Desgaste Erosivo en pulpa . . . . .	10
2.4	Modelos de mecanismo de erosión partículas . . . . .	11
2.5	Parámetros incidentes en la erosión por pulpa . . . . .	12
2.5.1	Factor de forma de las partículas . . . . .	12
2.5.2	Tamaño de las partículas . . . . .	12
2.5.3	Dureza de la partícula . . . . .	13
2.5.4	Velocidad de la partícula . . . . .	14
2.5.5	Ángulo de impacto y microestructura . . . . .	15
2.5.6	Concentración y viscosidad de la pulpa . . . . .	16
2.6	Métodos de prueba y modelos para la evaluación de erosión en pulpas . . . . .	17
2.6.1	Probador de ollas . . . . .	17
2.6.2	Probador de erosión por chorro . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Metodología</b>	<b>20</b>
3.1	Recopilación de datos y antecedentes del estudio . . . . .	20

3.2	Pre-procesamiento de Datos . . . . .	21
3.2.1	Tasa de desgaste histórica y elección de tramos erosivos . . . . .	21
3.2.2	Agrupación temporal de parámetros erosivos . . . . .	21
3.2.3	Obtención de valores representativos de variables operacionales . . . . .	23
3.3	Análisis Adimensional . . . . .	25
3.3.1	Descripción del Métodos de Buckingham . . . . .	25
3.3.2	Escala del Análisis Dimensional . . . . .	26
3.4	Evaluación de Grupos Adimensionales . . . . .	26
3.4.1	Correlación de variables . . . . .	27
3.4.2	Gráficos de Dispersión . . . . .	28
3.5	Construcción del Modelo . . . . .	28
3.5.1	Regresión Lineal Múltiple . . . . .	28
3.5.1.1	Definición Matemática . . . . .	28
3.5.1.2	Supuestos del Modelo . . . . .	29
3.5.1.3	Métricas de Validación . . . . .	30
3.5.2	Construcción del Modelo TD Erosiva . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Resultados y Análisis</b>	<b>33</b>
4.1	Pre-procesamiento . . . . .	33
4.1.1	Identificación de zonas de desgaste erosivo . . . . .	33
4.1.2	Análisis Estadístico de Parámetros Operacionales . . . . .	34
4.2	Análisis Dimensional . . . . .	36
4.3	Evaluación Análisis Dimensional . . . . .	37
4.3.1	Histogramas . . . . .	37
4.3.2	Gráficos de Dispersión . . . . .	37
4.4	Análisis de Correlación de Variables . . . . .	38
4.4.1	Análisis de Correlación de Variables . . . . .	38
4.5	Construcción de Modelo Predictivo . . . . .	41
4.5.1	Primera Iteración . . . . .	41
4.5.2	Segunda Iteración . . . . .	42
4.6	Modelo Regresión Velocidad $v/s$ Tasa de Desgaste . . . . .	43
<b>5</b>	<b>Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>49</b>
<b>6</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>50</b>

# Capítulo 1

## Introducción

En el mundo minero se producen y transportan grandes volúmenes de pulpa<sup>1</sup>. Dentro de los medios de transporte utilizados actualmente, el más convencional y económico para el traslado de pulpas a grandes distancias corresponde a transporte por tuberías o *pipeline* (Neville y Reza, 2007). Una de las principales preocupaciones que presentan las empresas que optan por utilizar este tipo de tecnologías, es contar con una buena aproximación de la vida útil de las tuberías, pues el no detectar una falla por desgaste a tiempo implica pérdidas económicas importantes para la empresa, junto con la generación de un daño ambiental significativo (Parent y Li, 2013). Esta limitación se explica debido a que para que el sistema de transporte de pulpa pueda operar de forma óptima se debe imponer velocidades altas del flujo no-newtoniano con un nivel de turbulencia adecuado, que evite la sedimentación y la alta segregación de partículas (Rayo, 2019). Esta condición operacional favorece el desgaste del material por mecanismos de erosión-corrosión, puramente erosivos o sinérgicos (Parent y Li, 2013), producto de las elevadas velocidades y concentraciones que presenta el fluido. Es por esto que las empresas del mundo minero dedican un esfuerzo financiero y humano significativo, a fin de realizar estudios y crear modelos que expliquen de buena forma el fenómeno asociado a la tasa de desgaste en tuberías (Shook et al., 1990) (McKibben y Melissa, 1993).

Formalmente, la tasa de desgaste se define como *"la pérdida progresiva del volumen de un material en una superficie debido a la corrosión y/o erosión"* (Gupta et al., 1995). La corrosión en tuberías de pulpa está vinculada fuertemente con procesos químicos asociados al oxígeno disuelto en la pulpa. Por otra parte, el desgaste por erosión en tuberías depende mayormente de fenómenos físicos como el *corte* y la *deformación*. El desgaste por corte se ve favorecido por las velocidades paralelas del flujo en la superficie, mientras que el desgaste por deformación se encuentra ligado a las velocidades normales (Martinez y Chapman, 2017)

### 1.1. Motivación

Actualmente se han llevado a cabo varias investigaciones que intentan estimar y/o explicar la tasa de desgaste por erosión a través de distintos parámetros operacionales, por medio de ensayos de laboratorio y pequeñas construcciones de plantas piloto. Si bien, estos métodos

<sup>1</sup> Mezcla de partículas sólidas dispersas en un fluido transportador, generalmente agua de cualquier calidad, que se trata en las operaciones mineras. Según el tipo de material transportado se habla de pulpas de mineral molido, de relaves o ripios, y de concentrados (Rayo, 2019)

han permitido un mejor entendimiento y predicción de este fenómeno erosivo, estos presentan ciertas limitaciones debido a que para el caso de algunos ensayos de laboratorio, se suele tomar un tamaño homogéneo de partículas, lo cual genera un sesgo al momento de realizar una analogía con las tuberías de pulpa comercial, pues estas presentan un rango de tamaño de distribución de partículas tres o más veces mayor por sobre el anterior (Gupta et al., 1995). Por otra parte, los estudios que presentan una distribución de partículas adecuada, disponen de registros temporales acotados, lo cual lleva a que las aproximaciones no sean completamente representativas respecto sistemas de transporte de pulpas reales, que suelen contener un mayor número de registros de desgaste temporales.

La presente investigación tiene el propósito de poder complementar los estudios que se han realizado, permitiendo agregarle a la teoría una vinculación empírica, con la finalidad de comparar los resultados y relaciones obtenidas de ensayos experimentales con datos reales de velocidades, concentración, dureza de partículas, entre otros parámetros de mineroducto, que se encuentra actualmente en operación, tomando en cuenta que Chile cuenta con empresas mineras que presentan extensas campañas de medición de tasas de desgaste en sus tuberías.

## 1.2. Objetivo

### 1.2.1. Objetivo General

Estudiar la incidencia de las distintas variables operacionales en el desgaste erosivo de sistemas de tuberías de 24 y 28 pulgadas de acero APIx65 que transportan pulpa de mineral de cobre con gravedad específica de 2.7 y  $P_{80}$ <sup>2</sup> de 210 micrones aproximadamente, con el fin de analizar la factibilidad de construir un modelo predictivo de erosión a partir sus parámetros operacionales más influyentes.

### 1.2.2. Objetivos Específicos

- Realizar un análisis dimensional a partir de registros operacionales y de desgaste reales de mineroductos transportadores de cobre, con el fin de evaluar la tasa de desgaste erosiva adimensional en función los demás grupos adimensionales mediante herramientas matemáticas y computacionales.
- Construir un modelo predicativo a través de algoritmos matemáticos y computacionales por medio de herramienta de *Machine Learning*, que permita describir el fenómeno erosivo adimensional por medio de él o los grupos adimensionales que presentaron mejores resultados de correlación y linealidad en los análisis preliminares.
- Cuantificar el nivel de predicción del modelo junto a su grado de validez mediante métricas estadísticas y probabilísticas.

<sup>2</sup> Tamaño correspondiente al 80 por ciento del pasante acumulado en los finos del último ciclo (m)

# Capítulo 2

## Marco Teórico

### 2.1. Desgaste

#### 2.1.1. Fenómeno físico

El término de desgaste se puede definir como el daño superficial o la eliminación de material de una o ambas superficies producto de un desplazamiento, rodadura o impacto entre ellas.

De la definición anterior, es importante recalcar que pese a que el desgaste hace referencia a la pérdida de material de un cuerpo, se puede producir este fenómeno por acción del desplazamiento relativo de un material en un cuerpo, sin un cambio significativo de peso o volumen necesariamente.

Otra característica importante del desgaste, es que al igual que la fricción, este no corresponde a una propiedad del material, sino a una respuesta del sistema. Por lo tanto, al momento de comprender este fenómeno, no solo se debe estudiar la superficie desgastada, sino también, las características y parámetros de todos los materiales que contribuyen en el sistema.

#### 2.1.2. Tipos de desgaste

El desgaste se produce por medios mecánicos y/o químicos y generalmente es acelerado producto de medios térmicos asociados a la fricción. Dentro de la literatura se describen diversos tipos de desgaste vinculados a estos medios. La mayoría de los autores coinciden en que los principales tipos de desgaste son los que propone Brushan et al.(2006) en su libro "*Introduction to Tribology*". A continuación, se exponen los cinco principales tipos de desgaste Figura 2.1:



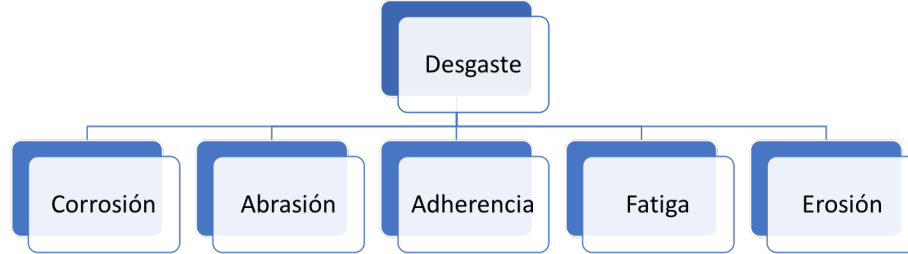


Figura 2.1: Mecanismos de desgaste.

$$WR_{total} = f(WR_{corrosión}, WR_{abrasión}, WR_{adhesión}, WR_{fatiga}, WR_{erosión}) \quad (2.1)$$

### 2.1.2.1. Desgaste por adherencia

Este tipo de desgaste se desarrolla cuando dos cuerpos sólidos se deslizan sobre una superficie plana presentando una unión mediante el contacto de sus asperezas en la interfaz. El desplazamiento continuo genera efectos de cizalle entre ambas superficies, propiciando el desprendimiento de material entre ambas superficies (Figura 2.2) de contacto. Estos restos de material pueden ser traspasados de un cuerpo a otro, o bien, quedar sueltos como partículas de desgaste.

Dentro de las variables que favorecen la creación del fenómeno adhesivo son principalmente el exceso de presión, altos niveles de aspereza y/o el bajo nivel de lubricación en la interfaz de ambas superficies.

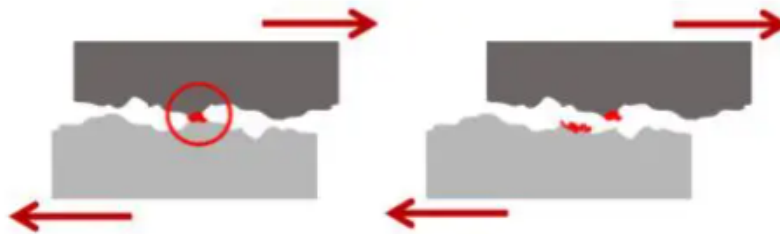


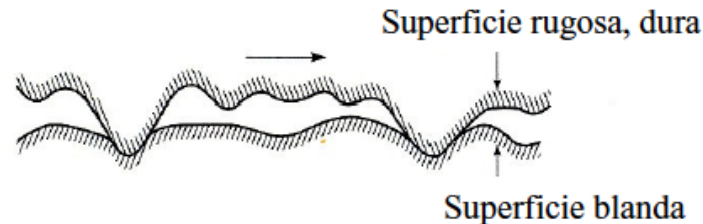
Figura 2.2: Mecanismos de Desgaste Adhesivo. **Fuente: Introduction to Tribology (Brusan,2003)**

### 2.1.2.2. Desgaste por abrasión

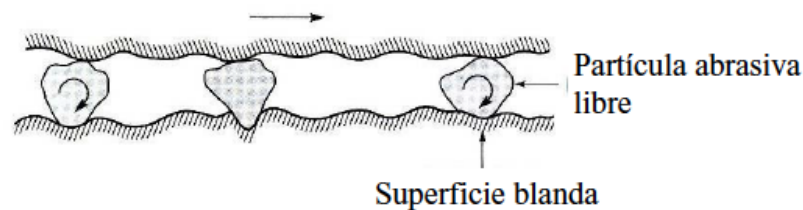
El desgaste abrasivo ocurre cuando la aspereza de una superficie dura, o bien, de partículas libres con alta dureza deslizan sobre una superficie de menor dureza, generando daño en

la superficie más blanda por acción de deformaciones plásticas o fracturas.

En cuanto a los tipos de fenómenos abrasivos, existen dos principalmente: abrasión por dos cuerpos (Figura 2.3.a) y abrasión por tres cuerpos (Figura 2.3.b). En la abrasión de dos cuerpos, la superficie más dura de las dos produce abrasión en la superficie más blanda cuando se rozan entre sí. Mientras que para la abrasión de tres cuerpos, el material de mayor dureza es un tercer cuerpo, el cual se encuentra inserto entre dos superficies que son desgastadas por acción de estas partículas abrasivas.



(a) Mecanismo de Abrasión de 2 Cuerpos



(b) Mecanismo de Abrasión de 3 Cuerpos

Figura 2.3: Mecanismos de Desgaste Adhesivos. **Fuente: Introduction to Tribology (Brusan,2003)**

### 2.1.2.3. Desgaste por fatiga

El desgaste por fatiga está vinculado a los reiterados ciclos de carga y descarga a los cuales se ven expuestos los materiales, generando grietas superficiales o sub-superficiales, que eventualmente pueden llevar a fracturas de material, dejando grandes agujeros a nivel superficial (Figura 2.4).

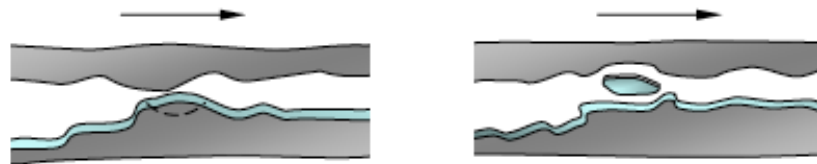


Figura 2.4: Mecanismos de Desgaste por Fatiga. **Fuente: Introduction to Tribology (Brusan,2013)**

#### 2.1.2.4. Desgaste por corrosión

El desgaste corrosivo o químico toma relevancia cuando el sistema de transporte que involucren un intercambio químico en su medio. Para el caso de transporte de pulpas, la variable que mayor favorece la aparición de este fenómeno corresponde al oxígeno, en vista de que este elemento favorece su propagación de este tipo de desgaste. A diferencia de los otros métodos de desgaste, el desgaste corrosivo se lleva a cabo mediante la interacción electroquímica o química de las superficies, por medio de la acción del oxígeno disuelto en el medio, donde se genera reacción química acompañada de una corriente eléctrica generando variaciones potenciales entre dos regiones del material, lo cual produce inestabilidad química en las capas externas de la tubería, llevándolo a la pérdida del material (Wagner y Traud, 1938).

#### 2.1.2.5. Desgaste por erosión

El desgaste por erosión es un fenómeno que consiste en la pérdida de material de una superficie por estar sometida a impactos repetitivos de partículas sólidas o líquidas. En ocasiones puede presentarse que la superficie sufre el impacto de partículas sólidas que se mueven a alta velocidad en un medio líquido, en este caso se denomina erosión por lodos.

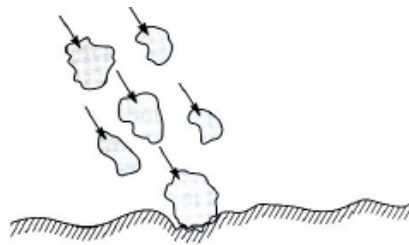


Figura 2.5: Mecanismos de desgaste por erosión. Fuente: *Introduction to Tribology, (Brusan, 2013)*

## 2.2. Descripción de Sistemas de Transporte de Pulpa

Una planta de procesamiento de material contempla un gran número de unidades de operación. Cada unidad presenta requerimientos específicos para sus Sistemas de Transporte de Pulpas(STP), dependiendo de las características de ésta. Los sistemas de transporte se diseñan para evitar la depositación de partículas y la obstrucción de las líneas, resguardando sobrepasar el límite de velocidades de operación, con el fin de evitar que estos efectos no conlleven al desgaste excesivo de estos sistemas. Para mantener las partículas en suspensión en la pulpa, la velocidad de esta debe ser mayor a una velocidad crítica. Los principales parámetros operacionales con los cuales se diseñan los sistemas de transporte de pulpa son:

- Diámetro medio de las partículas y granulometría
- Densidad de la pulpa
- Concentración de la pulpa
- Propiedades reológicas

- Flujo de la pulpa
- Régimen del flujo

### 2.2.1. Tipos de Suspensión Bi-física

Como plantea Dhodapkar et al. (2006) en su libro "*Fluid-solid transport in ducts*", la distribución de partículas en las pulpas se puede clasificar en cuatro modelos de flujos principales, tal como se muestra en la Figura 2.6.

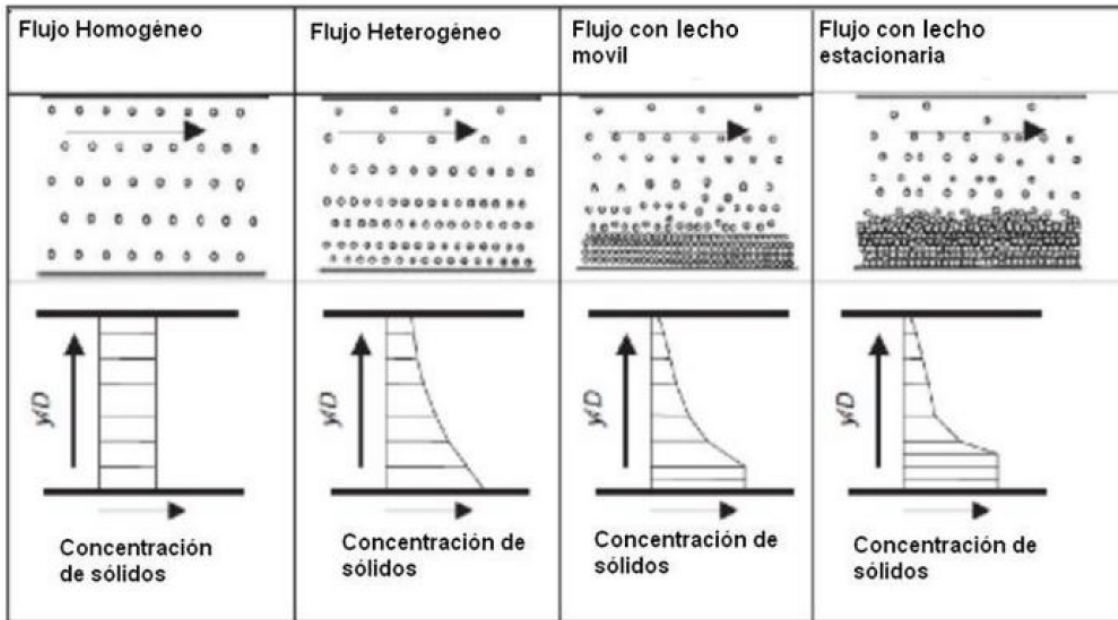


Figura 2.6: Clasificación de flujos de mezcla bifásica de acuerdo a su distribución de pulpa. Fuente: *Fluid-solid transport in ducts* (Dhodapkar et al., 2006)

1. **Suspensión homogénea:** En la figura, los sólidos están uniformemente distribuidos en la fase líquida. Para que el flujo homogéneo persista, la velocidad media del flujo debe ser lo suficientemente alta para mantener las partículas finas en suspensión. Inclusive, cuando la concentración en sólidos supera el 40 %, la mezcla comienza a ser más viscosa y puede desarrollar propiedades de fluidos no newtonianos, pero aún así puede ser descrito y considerado como un flujo homogéneo (Baha, 2021).
2. **Suspensión heterogénea:** En caso de que la velocidad o el flujo se reduzca, las partículas más grandes y densas tenderían a separarse del líquido y formar un gradiente de concentración en el plano vertical, es decir, a causar una no uniformidad en la sección baja de la tubería. El flujo heterogéneo se tiene típicamente en flujos con concentraciones de sólidos bajas pero que pueden alcanzar hasta el 35 %  $C_p^3$  (Baha, 2021).
3. **Suspensión arrastre de fondo:** Si la velocidad en el flujo heterogéneo se reduce por debajo de la velocidad mínima de suspensión o sedimentación, las partículas más grandes y densas se depositan en el fondo de la tubería. El gradiente de concentración aumenta

<sup>3</sup> Concentración de sólidos en la pulpa

a medida que se va acercando al fondo de la tubería, sin embargo, el esfuerzo cortante ejercido por el fluido aún es capaz de mover esta cama de material depositado, por lo cual, se denomina lecho móvil.

4. **Suspensión depósito de fodo:** Cuando la velocidad disminuye muy por debajo de la velocidad crítica, las partículas mas densas permanecen estacionarias en el fondo de la tubería. Los problemas asociados a tener un flujo con lecho estacionario es el posible bloqueo de la tubería y el requerimiento de aumento de presión para poder mover las partículas depositadas.

### 2.2.2. Densidad de pulpa

La densidad de la pulpa ( $\rho_p$ ) depende de la densidad de solidos transportados ( $\rho_s$ ), junto con su fracción en peso ( $C_p$ ) y la densidad del fluido transportador ( $\rho_a$ ).

$$\rho_p = \frac{1}{\frac{C_p}{\rho_s} + \frac{1-C_p}{\rho_a}} \quad (2.2)$$

Donde:

- $\rho_p$ : Densidad de la pulpa.
- $\rho_s$ : Densidad de sólidos.
- $\rho_a$ : Densidad de sólidos del agua.
- $C_p$ : Concentración en peso de sólidos.

### 2.2.3. Reología

La reología corresponde al estudio del vínculo existente entre la fuerza que se ejerce sobre un material y la deformación que éste experimenta al fluir. La oposición del fluido a la deformación por acción de un esfuerzo aplicado viene dada por la viscosidad, la cual, a su vez, permite la clasificación de los fluidos en dos grupos principales, fluidos newtonianos y no-newtonianos.

#### 2.2.3.1. Fluido Newtoniano

Corresponden a todos aquellos fluidos que presentan una viscosidad constante, la cual no es afectada por el tiempo ni la velocidad de deformación. Para los fluidos newtonianos, el esfuerzo de corte es directamente proporcional a la velocidad de deformación, tal como se muestra en la ecuación 2.4:

$$\dot{\gamma} = \frac{dv}{dy} = \frac{d\gamma}{dt} \quad (2.3)$$

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2.4)$$

Donde:

- $\dot{\gamma}$ : Velocidad de deformación.
- $v$ : Velocidad del fluido.

- $\gamma$ : Deformación.
- $\tau$ : Esfuerzo de corte.
- $\mu$ : Viscosidad cinemática.

### 2.2.3.2. Fluido No-Newtoniano

Corresponden a aquellos fluidos donde la viscosidad varía con respecto al tiempo o la velocidad de deformación. Estos flujos, a su vez, puede clasificarse en tres: plástico, pseudo-plástico y dilatante. En la Figura 2.7 se muestra el comportamiento de cada fluido por medio del esfuerzo de corte y la velocidad de deformación.

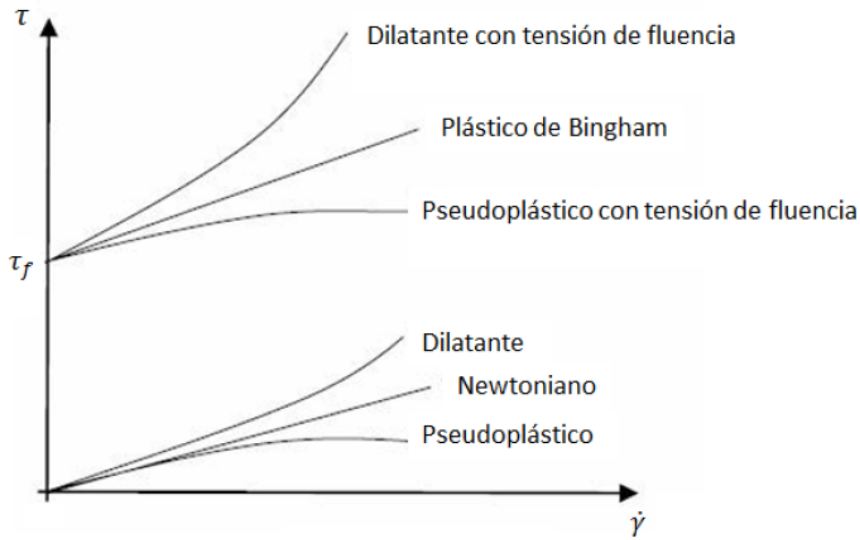


Figura 2.7: Diagrama reológico para fluidos no-newtonianos.

1. **Plástico de Bingham:** El fluido presenta un esfuerzo de corte inicial o crítico ( $\tau_c$ ), el cual debe ser superado para que el flujo pueda fluir de forma newtoniana. El comportamiento de este fluido puede ser descrito por las siguientes ecuaciones:

$$\dot{\gamma} = 0 \quad \text{si } \tau < \tau_0 \quad (2.5)$$

$$\tau = \tau_f + \mu_B \dot{\gamma} \quad \text{si } \tau > \tau_0 \quad (2.6)$$

- $\dot{\gamma}$ : Velocidad de deformación.
- $v$ : Velocidad del fluido.
- $\tau_f$ : Esfuerzo de crítico.
- $\tau$ : Esfuerzo de corte.
- $\mu_B$ : Viscosidad dinámica.

2. **Pseudoplásticos:** El fluido aumenta su velocidad de deformación conforme aumenta su esfuerzo de corte. Su comportamiento puede modelarse mediante la siguiente ley de potencia:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (2.7)$$

Donde:

- $\dot{\gamma}$ : Velocidad de deformación.
  - $n$ : Factor empírico.
  - $\tau$ : Esfuerzo de corte.
  - $K$ : Valor constante.
3. **Dilatante:** El fluido se comporta de forma opuesta a los fluidos pseudoplásticos, debido a que su velocidad de deformación disminuye conforme aumenta el esfuerzo de corte. Su comportamiento puede describirse mediante la ecuación 2.7 para valores de  $n$  menores a 1.

### 2.2.4. Régimen del flujo

El número de Reynolds corresponde a un número adimensional que caracteriza el movimiento del fluido por medio de una relación entre sus fuerzas inerciales y viscosas. Este movimiento puede ser laminar o turbulento:

1. **Régimen Laminar:** El flujo laminar se caracteriza por poseer un movimiento en forma de líneas paralelas, sin entremezclarse, y cada partícula de fluido presenta una trayectoria suave, llamada línea de corriente. El flujo laminar se suele presentar para fluidos con velocidades bajas y/o altas viscosidades.
2. **Régimen Turbulento:** Al contrario del flujo laminar, el régimen turbulento presenta un movimiento desordenado y trayectorias de partículas que presentan pequeños remolinos.

## 2.3. Desgaste Erosivo en pulpa

Como se mencionó en la sección 2.1.2, el desgaste total de un sistema puede estar constituido por uno o más tipos de desgaste (Ecuación 2.8). Para el caso del transporte de pulpa de relave o mineral la ecuación 2.1, se reduce a la ecuación 2.9, debido a que tal como se plantea en el libro *Design of Slurry Transport Systems*(Jacobs, 1992), las dos principales causas de desgaste en estos sistemas corresponden a la erosión y corrosión, donde estas pueden actuar de forma conjunta o separada.

$$WR_{total} = f(WR_{corrosión}, \overset{0}{\cancel{WR_{abrasión}}}, \overset{0}{\cancel{WR_{adhesión}}}, \overset{0}{\cancel{WR_{fatiga}}}, WR_{erosión}) \quad (2.8)$$

$$WR_{total} = f(WR_{corrosión}, WR_{erosión}) \quad (2.9)$$

Para efectos de esta investigación solo se estudiará el desgaste asociado a los mecanismos erosivos, por lo tanto, la ecuación 2.9, se reducirá a la ecuación 2.10.

$$\boxed{WR_{total} = WR_{erosión}} \quad (2.10)$$

## 2.4. Modelos de mecanismo de erosión partículas

Como se mencionó anteriormente, el desgaste corresponde a un fenómeno de alta complejidad, ya que no solo depende de las interacciones y características de las partículas erosivantes, sino que también depende de otros componentes tribológicos como las propiedades del material erosionado, las condiciones de operación o funcionamiento y la lubricación del sistema.

Desde el punto de vista de desgaste erosivo asociado a sistemas de transporte de pulpa, varios autores han tratado de construir relaciones o modelos físicos que describan este fenómeno en función de sus variables más incidentes. Actualmente, la relación más utilizada para describir el desgaste en pulpas corresponde al modelo físico diseñado por el ingeniero Iain Finnie (1960), quien planteó que el desgaste erosivo se debía a la interacción de la superficie con las partículas sólidas que la erosionaban, donde esta interacción presentaba dos componentes principales, el desgaste por *corte* y el desgaste por *deformación*. El mecanismo de corte está asociado a las partículas que impactan en la superficie erosionada en un ángulo oblicuo, con energía suficiente para aflojar un fragmento de material, mientras que el mecanismo de deformación hace referencia a las partículas que impactan de forma perpendicular la superficie erosionada, con suficiente energía como para causar deformaciones plásticas o grietas en la superficie.

$$WR_{total} = WR_{erosión} = WR_c + WR_d \quad (2.11)$$

Donde:

- $WR_c$ : Erosión por acción de corte.
- $WR_d$ : Erosión por mecanismos de deformación.

$$WR_{erosión} = \frac{M_p V_t^2 \sin(\alpha)}{2\varphi} + \frac{M_p V_n^2}{2\epsilon} \quad (2.12)$$

Donde:

- $M_p$ : Masa total de las partículas erosivantes.
- $V_n$ : Velocidad normal a la superficie erosionada.
- $V_t$ : Velocidad tangencial a la superficie erosionada.
- $\alpha$ : Ángulo de impacto de las partículas.
- $\varphi$ : Constante empírica relacionada con la energía específica de erosión por deformación.
- $\epsilon$ : Constante empírica relacionada con la energía específica de erosión por corte.



## 2.5. Parámetros incidentes en la erosión por pulpa

Dentro de la literatura, diversos autores atribuyen el desgaste por erosión a diversos factores vinculados con las propiedades del flujo transportador del material particulado, junto con las propiedades físicas y granulométricas de este material. Dentro de estos autores, Javaheri et. al(2018) en su artículo *Slurry erosion of steel–Review of tests, mechanisms and materials* da un descripción bastante acabada de los parámetros y condiciones que inciden en el desgaste erosivo asociado a pulpas, el cual se presenta en la Figura2.8:

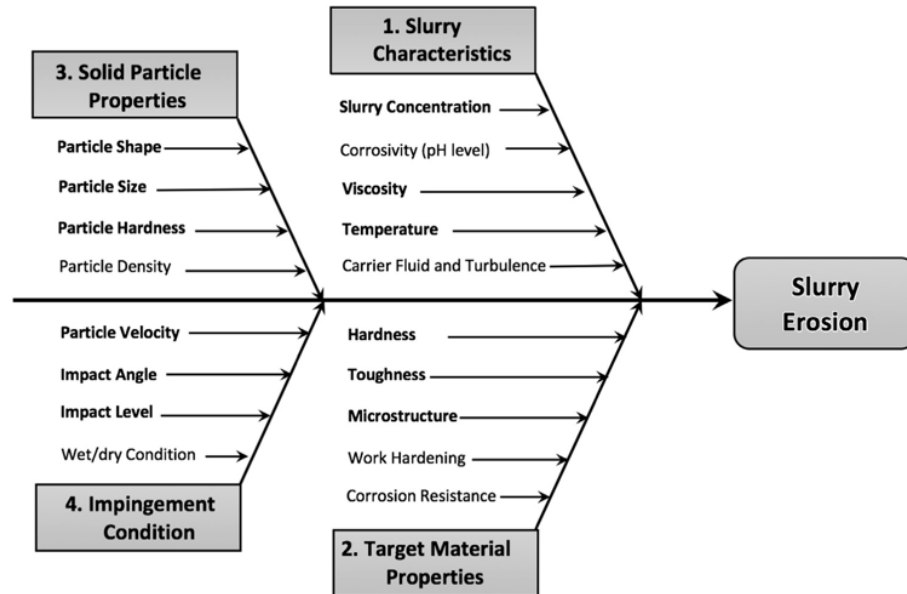


Figura 2.8: Condiciones y Parámetros que inciden en la Erosión por Pulpa.  
Fuente: Javaheri(2018)

### 2.5.1. Factor de forma de las partículas

### 2.5.2. Tamaño de las partículas

Dentro de los estudios asociados a la correlación entre el tamaño de las partículas de las distintas pulpas estudiadas y la tasa erosiva, todos los autores coinciden en que mientras mayor sea el tamaño de las partículas, estas transferirán mayor energía al colisionar la superficie objetivo, por ende causarán mayor desgaste erosivo (Clark y Hartwich, 2001)(Dasale et al., 2009)(Gandhi et al., 1999). Por otro lado, las partículas más pequeñas permanecerán suspendidas en el flujo, disminuyendo así la interacción entre erosionante y superficie erosionada.

Varios investigadores como Clark y Hartwich(2001), Desaleet al.(2009), Gandhi et al., (2004), entre otros, sugieren que la tasa erosiva puede expresarse como la ley de potencia del diámetro representativo de las partículas presentes en la pulpa estudiada:

$$W_R = D_i^n \quad (2.13)$$

Donde:

- $D_i$ : Diámetro representativo de las partículas.

- **n**: Exponente empírico.
- **W<sub>r</sub>**: Tasa de desgaste erosivo.

El valor exponencial  $n$ , junto con las características de las partículas erosionantes y superficie erosionada de las distintas investigaciones se reportan en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Exponente  $n$  y propiedades de los materiales empleados en la investigación

Autores	Exponente $n$	Superficie Erosionada	Partículas Erosionante
Clark y Hartwich(2001)	2	Aluminio T-6061	SiC <sup>a</sup>
Clark y Hartwich(2001)	4	Vidrio (Pypex)	SiC
Gupta et al.(1995)	0.344	Acero dulce	Relave de cobre
Gupta et al.(1995)	0.291	Laton	Relave de cobre
Sheldon y Kanhere (1972)	3	Aluminio T-6061	Acero

<sup>a</sup> Silicio de Carbono

### 2.5.3. Dureza de la partícula

Según varios autores, la dureza de las partículas tiene su propio efecto en la tasa erosiva en los sistemas de transporte de pulpa. Elkholy (1983) demostró que el efecto de la dureza del material presenta un grado de vinculación con el desgaste erosivo. Esta estimación se obtuvo mediante la relación entre la dureza de las partículas erosionantes y la dureza del material objetivo 2.14.

$$Relación\ de\ Dureza = \left( \frac{H_1}{H_2} \right) \quad (2.14)$$

Donde:

- **H<sub>1</sub>**: Dureza de la superficie erosionada.
- **H<sub>2</sub>**: Dureza de la partícula erosionante.

$$\left( \frac{H_1}{H_2} \right)^n = \begin{cases} n = 3,817 & \text{si } 1 < \frac{H_1}{H_2} < 1,9 \\ n = 0,268 & \text{si } \frac{H_1}{H_2} > 1,9 \end{cases} \quad (2.15)$$

Se tomaron cuatro muestras diferentes de dureza que oscilaban entre 150 y 400 HB. Los otros parámetros que afectan la tasa de desgaste permanecen constantes. Se varió el tamaño de las partículas, y el desgaste se registró como la pérdida de masa. La dureza Brinell del material abrasivo, arena de sílice, fue de 710 HB. Las pruebas fueron realizadas en varios materiales utilizando la misma arena de sílice y se encontró que el desgaste varió con la relación de dureza con un exponente de 3.817 por debajo del punto de transición y con un exponente de 0,268 por encima de este punto. El punto de transición tiene un valor de 1,9.

Por otro lado, Levy y Chik (1983), realizaron pruebas para ver la incidencia de la dureza en la erosión del acero al carbono AISI 1020. Las pruebas fueron ejecutadas a una velocidad de 80 m/s para ángulos de 30° y 90°. La composición de las cinco partículas erosivas evaluadas junto a sus respectivas durezas, se muestran en la Tabla 2.2:

Tabla 2.2: Composición y dureza de partículas utilizadas en la investigación de LLevy y Chik (1983)

Partícula Erosiva	Composición	Dureza (kgm/mm <sup>2</sup> )
Calcita	CaCO <sub>3</sub>	115
Apatita	Ca <sub>5</sub> (PO <sub>4</sub> ) <sub>3</sub>	300
Arena	SiO <sub>3</sub>	700
Alúmina	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1900
Carburo de Silicio	SiC	3000

Los resultados de la investigación arrojaron un incremento en la tasa de desgaste a medida que aumenta la dureza de las partículas erosivas hasta llegar a un límite de dureza, correspondiente a 700 kgf/mm<sup>-2</sup>, donde esta tasa de desgaste se mantiene constante. Los investigadores señalaron que esto se debe a que a partir de un cierto rango de dureza, las partículas erosivas son lo suficientemente fuertes como para no romperse al impactar con la superficie.

#### 2.5.4. Velocidad de la partícula

La incidencia de la velocidad de la partícula en la tasa erosiva corresponde a una de las propiedades del flujo con mayor cantidad de investigaciones actualmente. Diversos autores afirman que el aumento en la velocidad de las partículas transportadas contribuye a un aumento en el desgaste erosivo. Adicionalmente, se ha propuesto que la tasa de erosión presenta una relación empírica, la cual se explica mediante la ley de potencia con la velocidad de las partículas erosivas:

$$W_R = K \cdot V^m \quad (2.16)$$

Donde:

- **m**: Exponente de la velocidad.
- **K**: Constante empírica asociada al sistema de evaluación.

Los valores  $n$  y  $K$ , junto con las características de las partículas erosionantes y superficie erosionada de las distintas investigaciones se reportan en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Constante  $K$ , exponente  $m$  y propiedades de los materiales empleados en la investigación

Autor	$m$	$K$	Superficie Erosionada	Partícula Erosionante
Hutting y Winter (1975)	2,90	5,820x10 <sup>-7</sup>	Acero dulce	bolas de acero
Javaheri et al. (2018), Patil et al. (2011)	3,55	0,075	Aluminio	Arena (SiC)
Gupta et al.(1995)	2,49	0,178	Acero dulce	Relave de cobre
Gupta et al.(1995)	2,15	0,223	Latón	Relave de cobre

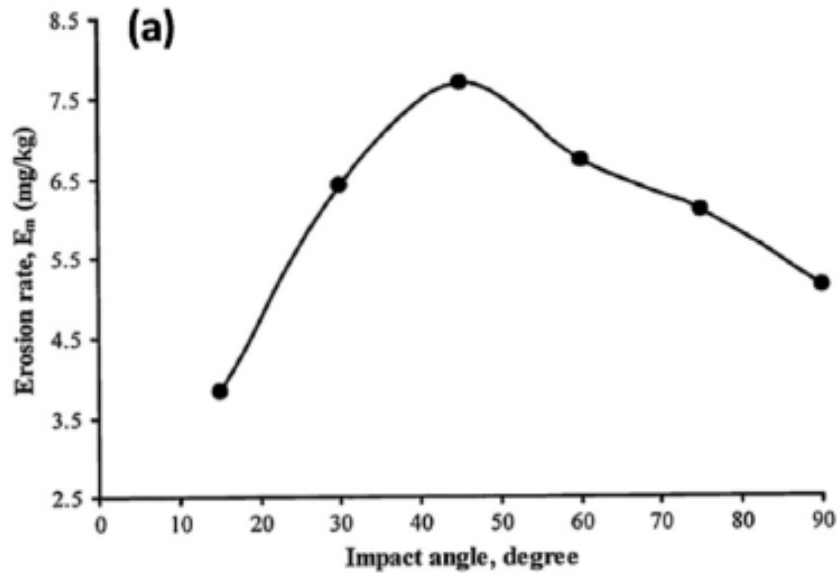
Para el caso del transporte de pulpas en tuberías, las partículas adquieren la misma velocidad que el flujo transportador, ya que en condiciones operacionales normales, se suele presentar un escurrimiento homogéneo, es decir, no existe una velocidad relativa entre las partículas sólidas y el fluido. En base a esto, lo planteado anteriormente sería válido para los sistemas de transporte de pulpa de cobre mineral.

### 2.5.5. Ángulo de impacto y microestructura

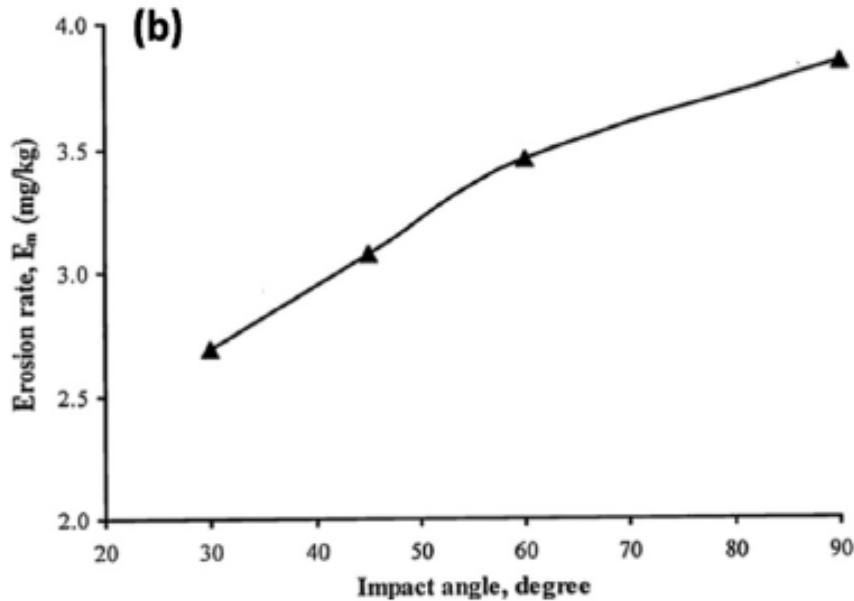
En un sistema de transporte de pulpa en tuberías horizontales, el flujo es paralelo a la superficie de la pared, por lo que las partículas se mueven con el fluido mediante un escurrimiento paralelo a la pared de la tubería. La trayectoria de estas partículas es aleatoria y golpean la pared de la tubería con cierto ángulo.

La cantidad de desgaste de la pared de la tubería depende de la ángulo de impacto de estas partículas. Wellinger y Uetz (1955) encontraron que este ángulo es menor que  $5^\circ$  durante sus pruebas. En un ángulo de ataque poco profundo, el desgaste se debe principalmente al corte y acción de arado de partículas, mientras que para ángulos de impacto más altos el desgaste es contribuido principalmente por la deformación y falla frágil en el punto de impacto. Diferentes investigadores han encontrado que los materiales muestran la tasa máxima de desgaste de corte en ángulos de impacto poco profundos (típicamente  $15^\circ$ – $30^\circ$ ), que es alrededor de tres a cuatro veces el desgaste de los materiales dúctiles en un impacto normal. Para materiales dúctiles, la erosión máxima ocurre en un ángulo de impacto pequeño ( $15^\circ$ – $30^\circ$ ) mientras que para material frágil, el desgaste máximo ocurre cerca del ángulo de impacto normal ( $90^\circ$ ).

Bukhaiti et al. (2007) llevaron a cabo una serie de pruebas sistemáticas de erosión para investigar la influencia del ángulo de impacto en mecanismos de erosión de acero 1017 y hierro fundido blanco, con alto contenido de cromo (Cr), utilizando un banco de pruebas por medio de *pot tester* o ollas de prueba de lodos. Los resultados de las pruebas mostraron que el efecto del ángulo de impacto en los mecanismos de erosión del acero 1017 tiene tres regiones, mientras que el hierro fundido blanco de alto Cr, solo presenta dos regiones. Lo anterior se debe a que para el material dúctil (acero AISI 1070) prima un mecanismo de erosión de corte, ya que, los ángulos oblicuos generan mayor daño a la superficie, Figura 2.9.a, mientras que para el caso del material frágil predomina el mecanismo erosivo de deformación donde se genera mayor desgaste con choques perpendiculares a la superficie de contacto, Figura 2.9.b.



(a) Evaluación del desgaste erosivo en función del ángulo para un material dúctil (Acero AISI 1070)



(b) Evaluación del desgaste erosivo en función del ángulo para un material frágil (Hierro fundido blanco con hartado de cromo)

Figura 2.9: Evaluación del ángulo y las propiedades del material en la tasa de erosión y el mecanismo de desgaste **Fuente:** *Effect of impingement angle on slurry erosion behaviour and mechanisms of 1017 steel and high-chromium white cast iron* Bukhaiti et al. (2007)

### 2.5.6. Concentración y viscosidad de la pulpa

Muchos investigadores, incluidos Tsai et al.(1981) y Gandhi et al.(1999), han revelado que una mayor concentración de partículas en la pulpa mineral conduce a una mayor tasa de

erosión debido al creciente número de partículas que golpean la superficie de la pared. De hecho, los líquidos viscosos aumentan la flotabilidad de las partículas sólidas manteniéndolas suspendidas en el flujo de lodo. En el caso de una tubería de pulpa mineral, en líquidos menos viscosos, las partículas sólidas tienden a asentarse, formando un lecho deslizante protector en el parte inferior de la tubería de lodos (Mansouri, 2014). Esto significa que la pérdida de metal disminuye con la disminución de la viscosidad de la suspensión.

## 2.6. Métodos de prueba y modelos para la evaluación de erosión en pulpas

### 2.6.1. Probador de ollas

La fabricación y el diseño del primer probador de ollas o *pot tester* fue realizado por Gupta et al.(1995). Este artefacto está compuesto principalmente por una cámara cilíndrica, un eje, un agitador, un conjunto de cojinetes, un motor y unos brazos giratorios, tal como se presenta en la Figura 2.10:

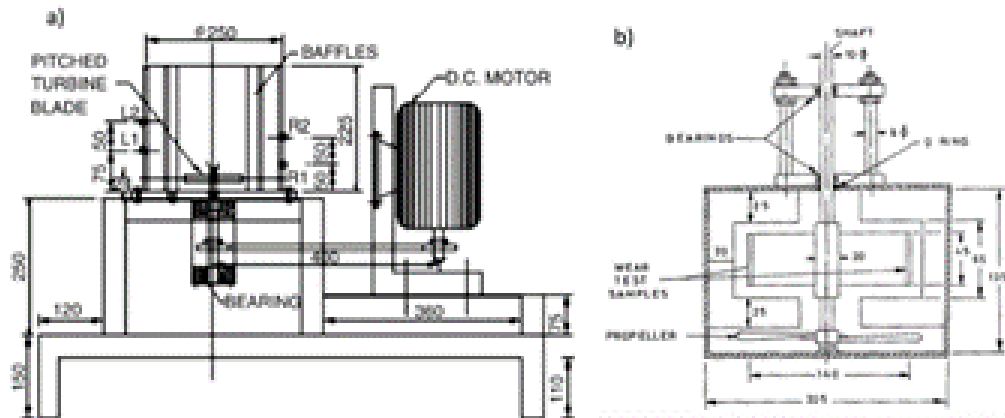


Figura 2.10: Esquema de un probador de ollas típico (Desale, 2005), B) Detalles de la sección del recipiente (Gupta et al., 1995).(Javaheri et al., 2018)

Las partículas la pulpa que se encuentran en la cámara de aluminio o de acero inoxidable se mantienen en estado de suspensión gracias a una hélice mezcladora unida a la parte inferior del eje. Estas también se ven suspendidas gracias a los baffles en forma de U que se encuentran en las paredes del tanque cilíndrico.

En específico, según Desale (2006), al momento de realizar análisis cuantitativo de esta prueba, la validez de los datos se ve limitada respecto a la homogeneidad de las pulpas y las turbulencias en la olla. Javaheri et al. (2018) mencionan que para mejorar la distribución de los sólidos a velocidades más bajas y mejorar el efecto de la rotación de la hélice se intentó mejorar la sección de la olla mediante hélices de cuatro palas inclinadas a  $45^\circ$  que operan en modo de bombeo descendente en lugar de la hélice de tipo marino o de mariposa. También se incluyó un tanque transparente para poder estudiar las características de la suspensión sólido-líquido, y una placa angular ranurada para orientar los dispositivos de prueba en cualquier

ángulo en un rango de 0 a 90° en intervalos de 15°. Lo anterior, se presenta en la Figura 2.11

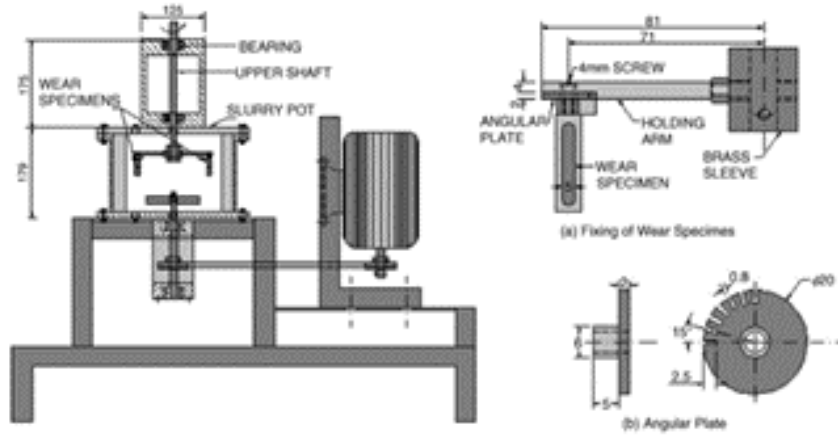


Figura 2.11: Esquema del probador de ollas mejorado. A) Fijación de las muestras de desgaste; (b) Placa angular.(Javaheri et al., 2018)

Más adelante, realizaron un diseño mejorado de este método, capaz de manejar tanto las muestras cilíndricas como las planas de gran tamaño, variar las características de la mezcla como el volumen, concentración y el tamaño de las partículas de erosionante. En la Figura 2.12 se muestran los detalles del probador modificado.

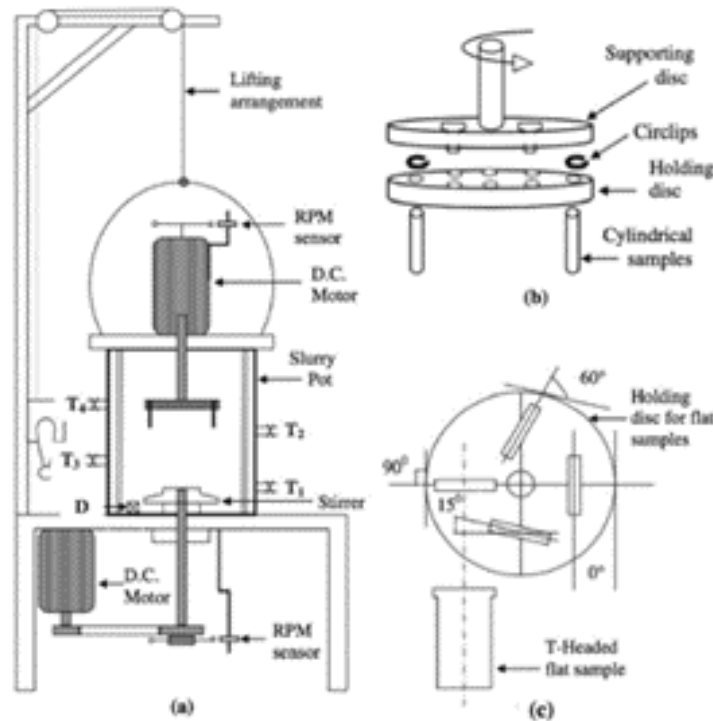


Figura 2.12: A) Esquema de la configuración del probador de erosión modificado. B) Detalles del soporte para muestras circulares. C) Disco de sujeción con diferentes ángulos de orientación para muestras.(Javaheri et al., 2018)

## 2.6.2. Probador de erosión por chorro

Este método es el segundo más utilizado para desarrollar modelos de erosión empíricos y CFD, debido a que permite un manejo fácil de los parámetros de velocidad de las partículas y el ángulo de impacto.

Este consiste en un recipiente de partículas, una bomba de pulpa o un compresor (ensayo en seco), un soporte de muestras, una boquilla, válvulas y equipos de control.

Se pueden realizar dos tipos de ensayo dependiendo de las condiciones de la muestra: ensayo de chorro de pulpa húmedo o seco. El ensayo en húmedo se presenta en la Figura 2.13. El portamuestras se ajusta en diferentes ángulos de incidencia de la pulpa. El ensayo de erosión seco se simula suministrando las partículas sólidas desde el depósito principal hasta el tanque de partículas presurizado a un ritmo constante, donde se crea una mezcla de partículas sólidas y aire que luego son aceleradas por un compresor, forzando la mezcla a través de una boquilla convergente (Rodríguez et al., 2009).

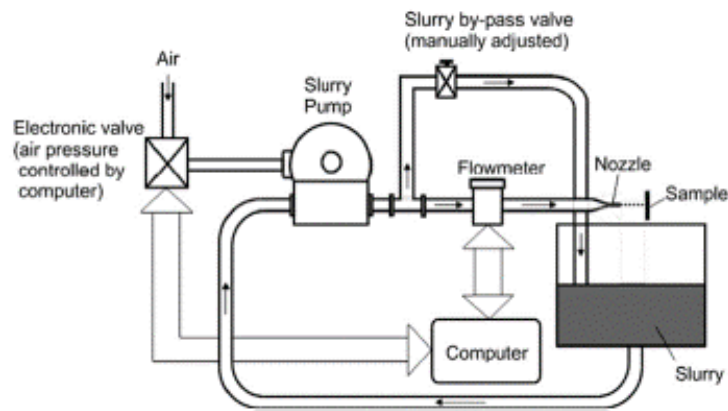


Figura 2.13: Esquema de un ensayo de erosión por chorro de pulpa húmedo (Javaheri et al., 2018).



# Capítulo 3

## Metodología

Se comenzará por realizar una revisión bibliográfica reuniendo información sobre los factores que favorecen el desgaste por erosión según los distintos autores y los procedimientos, experimentales y/o empíricos, que fueron utilizados al momento de realizar sus estudios. Todo esto con la finalidad de crear una línea base que favorezca el desarrollo de una metodología crítica y asertiva al momento de comparar los resultados obtenidos de la investigación.

### 3.1. Recopilación de datos y antecedentes del estudio

Con el fin de contar con una base de datos apropiada para la presente investigación, se solicitó a una minera chilena sus datos operacionales y mediciones de espesores internos de dos mineroductos, en vista de que estos contaban con una extensa cantidad de registros.

Los datos solicitados corresponden a registros temporales de espesores a lo largo de la tubería, junto a parámetros operacionales como flujo, velocidad, dureza, densidad, concentración en peso y tonelaje horario de pulpa mineral de Sistemas de Transporte de Pulpa (STP) mineral cobre mediante tuberías de acero API X65 con diámetros de 24 y 28 pulgadas. Estos registros presentan información entre las fechas de septiembre 2013 a febrero 2020.

La información de las variables operacionales es extraída por medio de instrumentos de medición presentes al inicio de ambas tuberías. Esta información es extraída en rangos temporales de 15 minutos.

El sistema de medición de espesores, tanto STP 24” como para el STP 28”, se lleva a cabo mediante cámaras de medición de espesores a lo largo de ambas tuberías. El STP 24” cuenta con **86** cámaras, mientras que el STP 28” cuenta con **69**. Para las cámaras del STP 24” existen entre uno (1) a tres (3) anillos con seis (6) puntos de medición (Figura 3.1). Mientras que para el caso del STP 28”, se cuenta con el mismo rango de anillos, pero cuenta con ocho (8) puntos de medición (Figura 3.2).

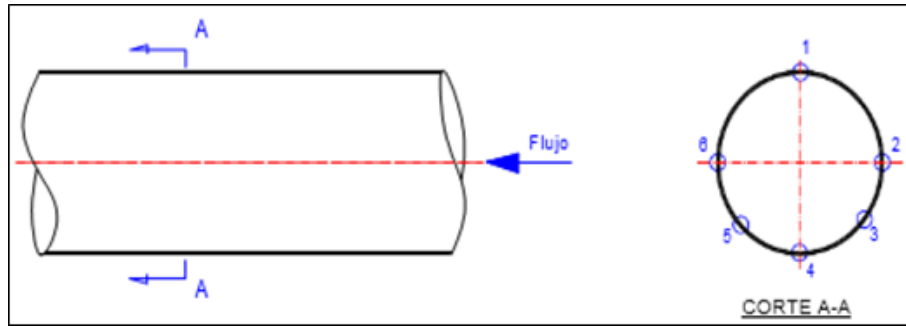


Figura 3.1: Puntos de Medición Anillo STP 24”.

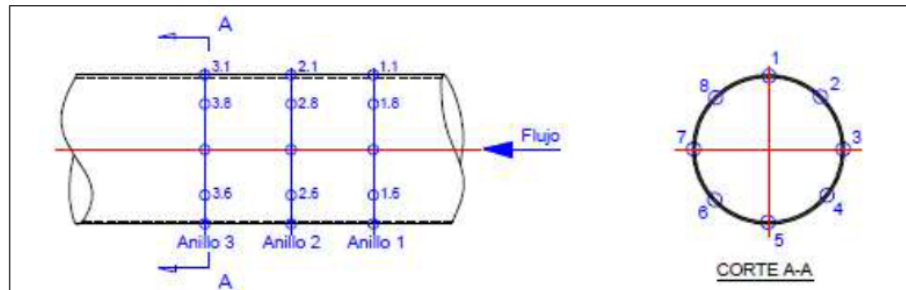


Figura 3.2: Puntos de Medición Anillo STP 28”.

## 3.2. Pre-procesamiento de Datos

Previo al análisis de la incidencia de las variables operacionales en la tasa de desgaste (TD) erosivas, es necesario realizar un pre-procesamiento de los los datos recopilados del estudio, con el fin de identificar los tramos de la tubería que presentan una naturaleza erosiva, definir una discretización temporal para el análisis y asignarle valores representativos a las variables del estudio en función su rango temporal asociado.

### 3.2.1. Tasa de desgaste histórica y elección de tramos erosivos

En base a la información de espesores extraídos en las cámaras de medición de los distintos sistemas de transporte, ver Figuras 3.1 y 3.2, se calcula la TD histórica. La tasa de desgaste histórica se define como la pendiente de la regresión lineal entre los espesores medidos en cada cámara y sus fechas de medición.

Una vez realizado el cálculo de la TD histórica, se grafican los resultados de estas estimaciones junto a los perfiles longitudinales de ambas tuberías, esto con el fin de identificar tramos desgaste erosivo para en los mineroductos.

### 3.2.2. Agrupación temporal de parámetros erosivos

Respecto a la elección de campañas, se contaba con 7 años de información correspondientes al período entre los años 2013 al 2020, por lo que se decidió agrupar todas las campañas

de forma semestral, según fuera factible.

En la Tabla 3.1, se presentan las fechas de campaña originales:

Tabla 3.1: Fechas de Campaas Originales

<b>Periodo de Medición</b>	<b>Fecha Inicio</b>	<b>Fecha Final</b>	<b>Días</b>
24/09/2013 al 23/10/2013	24-09-2013	23-10-2013	29
23/10/2013 al 20/11/2013	23-10-2013	20-11-2013	28
20/11/2013 al 17/12/2013	20-11-2013	17-12-2013	27
17/12/2013 al 07/01/2014	17-12-2013	07-01-2014	21
07/01/2014 al 23/05/2014	07-01-2014	23-05-2014	136
23/05/2014 al 02/07/2014	23-05-2014	02-07-2014	40
02/07/2014 al 30/07/2014	02-07-2014	30-07-2014	28
30/07/2014 al 30/10/2014	30-07-2014	30-10-2014	92
30/10/2014 al 17/12/2014	30-10-2014	17-12-2014	48
17/12/2014 al 22/01/2015	17-12-2014	22-01-2015	36
22/01/2015 al 13/02/2015	22-01-2015	13-02-2015	22
13/02/2015 al 12/06/2015	13-02-2015	12-06-2015	119
12/06/2015 al 29/02/2016	12-06-2015	29-02-2016	262
29/02/2016 al 23/03/2016	29-02-2016	23-03-2016	23
23/03/2016 al 24/08/2016	23-03-2016	24-08-2016	154
24/08/2016 al 24/03/2017	24-08-2016	24-03-2017	212
24/03/2017 al 26/07/2017	24-03-2017	26-07-2017	124
26/07/2017 al 26/09/2017	26-07-2017	26-09-2017	62
26/09/2017 al 21/03/2018	26-09-2017	21-03-2018	176
21/03/2018 al 22/05/2018	21-03-2018	22-05-2018	62
22/05/2018 al 25/09/2018	22-05-2018	25-09-2018	126
25/09/2018 al 13/03/2019	25-09-2018	13-03-2019	169
13/03/2019 al 04/02/2020	13-03-2019	04-02-2020	328
04/02/2020 al 05/05/2020	04-02-2020	05-05-2020	91

Previo al estudio de la incidencia de estas variables en la TD se deberá reagrupar las campañas de medición de la Tabla 3.1 en series temporales homogéneas, según sea posible, tal como sea muestra en la Tabla 3.2. Este supuesto de linealidad permite trabajar con herramientas de correlaciones y modelos predictivos.

Tabla 3.2: Discretización Temporal con Campañas Semestrales

Periodo de Medición	Fecha Inicio	Fecha Final	Días
24/09/2013 al 07/01/2014	24-09-2013	07-01-2014	105
07/01/2014 al 02/07/2014	07-01-2014	30-07-2014	204
02/07/2014 al 17/12/2014	30-07-2014	17-12-2014	140
17/12/2014 al 12/06/2015	17-12-2014	12-06-2015	177
12/06/2015 al 29/02/2016	12-06-2015	29-02-2016	262
29/02/2016 al 24/08/2016	29-02-2016	24-08-2016	177
24/08/2016 al 24/03/2017	24-08-2016	24-03-2017	212
24/03/2017 al 26/09/2017	24-03-2017	26-09-2017	186
26/09/2017 al 21/03/2018	26-09-2017	21-03-2018	176
21/03/2018 al 25/09/2018	21-03-2018	25-09-2018	188
25/09/2018 al 13/03/2019	25-09-2018	13-03-2019	169
13/03/2019 al 04/02/2020	13-03-2019	04-02-2020	328

Posterior a la obtención de la TD histórica y la definición de discretización temporal de la investigación, para los puntos de medición de las cámaras vinculadas con el desgaste erosivo de los dos sistemas de transporte, se calcula el promedio, máximo y mínimo entre los siguientes puntos:

- **STP 24”**: Se utilizan los puntos los puntos (3), (4), (5)
- **STP 24”**: Se utilizan los puntos los puntos (4), (5), (6)

Se utiliza esta notación debido a que en general estos puntos corresponden a la zona de mayor desgaste y sus espesores presentan una distribución espacial más homogénea, por lo tanto, permitirá una mejor correlación con los datos operacionales.

El máximo y mínimo de la TD histórica son calculados mediante el promedio más/menos la desviación estándar (Ecuaciones 3.1 y 3.2).

$$Max(x_i) = \bar{x}_i + \sigma \quad (3.1)$$

$$Min(x_i) = \bar{x}_i - \sigma \quad (3.2)$$

### 3.2.3. Obtención de valores representativos de variables operacionales

En vista de que se decidió trabajar con series de tasa de desgaste semestrales, las variables operaciones deben agruparse de acuerdo a la temporalidad descrita en la Tabla 3.2, previo al análisis de estas con la tasa de desgaste.

Para la obtención de los valores representativos de cada parámetro operacional por cada campaña de ambos STP, se realizó un análisis estadístico de variables como flujo volumétrico, velocidad, tonelaje horario, dureza de las partículas, concentración en peso (Cw) y densidad de la pulpa, donde a cada una analizó su distribución normal, frecuencia absoluta y relativa

acumulada.

A modo de ejemplo, en la Figura 3.3 se presenta el análisis de frecuencias de la densidad de la pulpa para el periodo entre agosto del 2016 hasta marzo del 2017. El mismo análisis fue realizado para todas las campañas definidas en la sección 4.2 las que se presentan en el Anexo A.

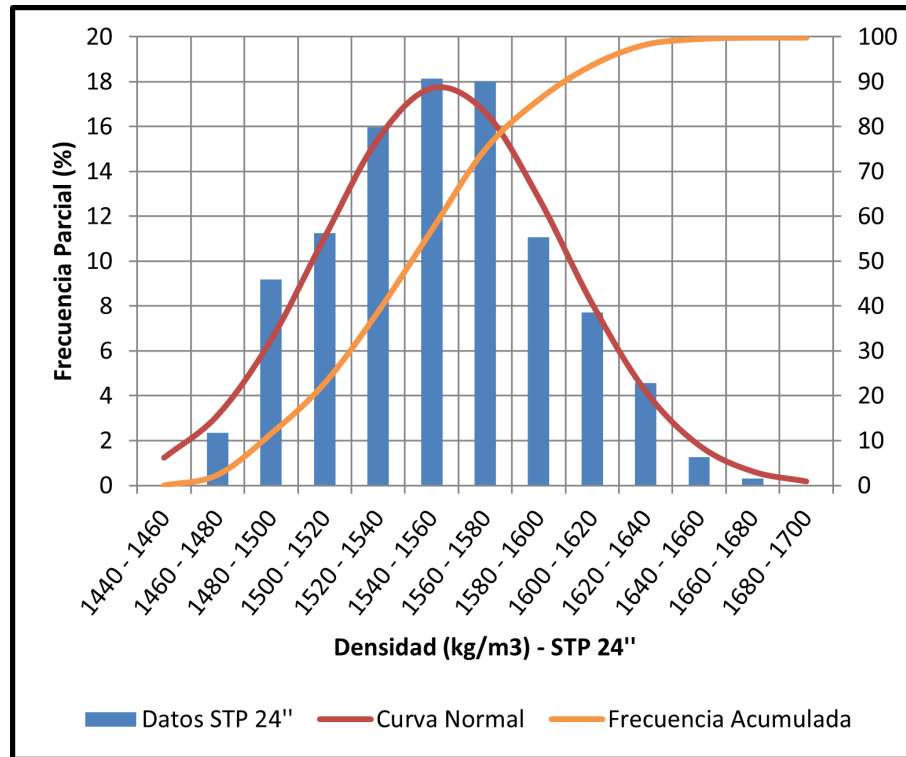


Figura 3.3: Análisis de Frecuencia Densidad - Campaña 24/08/16 a 24/03/17.

Luego de realizar el análisis de frecuencia, se procede a calcular la media, moda y mediana de cada variable, con el objetivo de visualizar cual se ajusta mejor a la distribución espacial de los datos.

- **Moda:** Se escoge cuando los datos presentan una cierta simetría y más del 50 de ellos se encuentran concentrados en el mismo rango de frecuencia.
- **Mediana:** Se escoge cuando los datos presentan una distribución de datos de forma heterogénea o asimétrica.
- **Media:** Se escoge cuando los datos se ajustan a su distribución normal.

De esta manera, se le entrega un valor representativo a cada variable de cada campaña de medición analizada (Figura3.4).

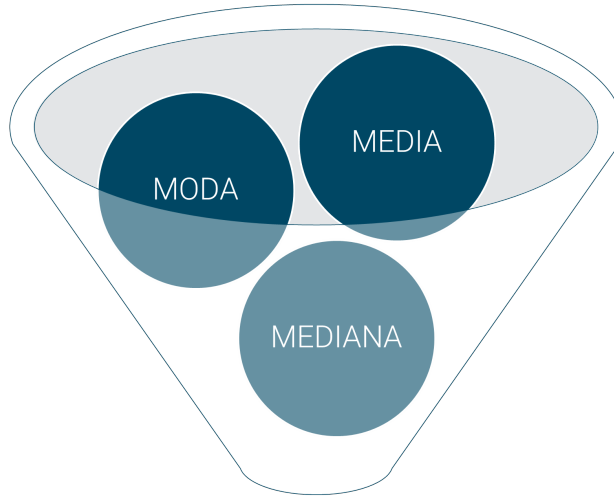


Figura 3.4: Elección Media, Moda, Mediana.

### 3.3. Análisis Adimensional

#### 3.3.1. Descripción del Métodos de Buckingham

En vista de que el desgaste erosivo en pulpas corresponde a un fenómeno complejo, ya que si bien se cuenta con estudios y ensayos de laboratorio, no se cuenta con gran cantidad de modelos físicos y matemáticos que explican su naturaleza. En vista de esto, previo al análisis de incidencia de las variables operacionales presentes en los sistemas de transporte de pulpa mineral de cobre, se propone realizar un análisis dimensional, con el fin de brindarle

El análisis adimensional proporciona una herramienta ante la dificultad del establecimiento de ecuaciones en determinados flujos, siendo imposible obtener relaciones empíricas y teniendo que recurrir a métodos experimentales.

En la presente investigación, se utiliza el método adimensional de  $\pi$  de Buckingham el cual establece que un problema físico que posea  $n$  variables que incluyan  $m$  dimensiones distintas puede agruparse en  $n-m$  grupos adimensionales independientes, favoreciendo así la homogeneidad dimensional del problema.

En términos generales el método de Buckingham establece que si se tienen un vector  $V$  con  $V_1, V_2, \dots, V_n$  variables que intervienen en un fenómeno, se debe contar con una función  $f$  que permita relacionarlas:

$$f(V_1, V_2, \dots, V_n) = 0 \quad (3.3)$$

si existen un vector  $G$  con  $G_1, G_2, \dots, G_{n-m}$  que representa los grupos adimensionales que contienen a la variables presentes en el vector  $V$ , se debe cumplir que:

$$g(G_1, G_2, \dots, G_n) = 0 \quad (3.4)$$

De esta forma el método para determinar los grupos adimensionales, queda determinado por:

$$G_i = V_i \cdot \prod_{j=n}^{j=m-n+1} V_i^{a_{ij}} \quad i = 1, \dots, m - n \quad (3.5)$$

Donde los exponentes  $a_{ij}$  determinan la condición de cada grupo adimensional.

### 3.3.2. Escala del Análisis Dimensional

Para identificar las variables que interfieren en el desgaste erosivo, en primera instancia se tener en claro cual será la escala de análisis del problema, es decir, si este fenómeno se centra en el estudio de la interacción entre las partículas erosivas con la superficie objetivo, o bien, si el problema se aborda desde un punto de vista más global incluyendo el sistema completo de la tubería, tomando en cuenta las características de la pulpas y la materialidad de la tubería. Para efectos de esta investigación se estudiará el desgaste erosivo desde el foco global, estableciendo como área de estudio un tramo de la tubería, en vista de que los datos con los que se cuenta en el estudio están asociado a tramos de los mineroductos.

A continuación, en la Figura 3.3, se presentan las variables que fueron consideradas en el estudio para evaluar los grupos adimensionales.

Tabla 3.3: Variables Estudiadas - Anlisis Dimensional

Variable	Parámetros Operacionales	Notación
$V_1$	Tasa de desgaste erosiva	TD
$V_2$	Velocidad	V
$V_3$	Diámetro interno de la tubería	D
$V_4$	Densidad de pulpa	$\rho$
$V_5$	Concentración de sólidos	$C_w$
$V_6$	Viscosidad	$\nu$
$V_7$	Dureza característica	$\frac{HV_{part}}{HV_{obj}}$
$V_8$	Tensión de corte	$T_y$

La viscosidad ( $V_6$ ) y tensión de corte ( $V_8$ ), son calculadas mediante pruebas reológicas en laboratorio, donde las pulpas de mineral de cobre a distintas concentraciones, son sometidas a pruebas de corte, con el fin de obtener una ecuación que permita relacionar estas variables con la concetración ( $C_w$ ).

El diámetro interno de la tubería, se calcula a partir de su diámetro externo y los espesores nominales de cada tubería.

## 3.4. Evaluación de Grupos Adimensionales

Posterior a la obtención de los parámetros adimensionales, se realiza una evaluación lineal mediante gráficos de dispersión y correlaciones de Pearson, a fin de entender matemáticamente la incidencia de las distintas variables adimensionales en la tasa de desgaste adimensional,

junto con la correlación existente entre ellas. Esta primera inspección, permite entregar un panorama general sobre qué variables adimensionales explican de mejor manera este fenómeno, aportando así información relevante que permita el entendimiento del desgaste por medio a las variables más incidentes, previo a la de construir un modelo predictivo.

### 3.4.1. Correlación de variables

La influencia de los grupos adimensionales en el desgaste erosivo adimensional se analiza mediante el Coeficiente de Correlación Lineal de Pearson ( $\rho$ ), el cual le asigna un valor a la asociación lineal entre dos variables. Este valor fluctúa entre -1 a 1, donde los valores negativos indican una relación indirecta, es decir, que si una variable aumenta la otra disminuye, mientras que los valores positivos entregan una relación directa.

La magnitud o fuerza de correlación está dada por el valor absoluto del coeficiente, como se presenta en la Tabla 3.4

Tabla 3.4: Rangos de Magnitud Correlación

$ \rho $	Asociación Lineal
0	Nula
0,1	Pequeña
0,3	Mediana
0,5	Moderada
0,7	Alta
0,9	Muy alta
1	Completamente relacionada

Para realizar esta evaluación se trabajará con algunas librerías del lenguaje computacional *Python* como: Numpy, Pandas, Matplotlib, Seaborn y SciPy, las cuales se utilizarán para hacer correlaciones entre parámetros operacionales y tasa de desgaste. A continuación, se muestra tanto el código que se pretende utilizar y la visualización de los datos que se espera obtener:

Código 3.1: Matriz de correlación de parámetros operacionales

```

1 #importo las librerias a utilizar
2 import pandas as pd #importo pandas como pd
3 import numpy as np
4 import matplotlib as mpl #importo matplotlib como mpl
5 import matplotlib.pyplot as plt
6 import seaborn as sns
7
8
9 # importo la data a analizar
10 from google.colab import files #permite cargar los archivos a colab
11 uploaded=files.upload() #permite buscar el archivo en mi directorio
12 STP_tramo1= pd.read_excel('1erTramo_TDprom.xls')
13 STP_tramo1.columns= ['TD Promedio [mm/año]', 'Tonelaje [tph]', 'Flujo [l/s]',
14                     'Densidad de Pulpa [kg/m3]', 'Cp [%]', 'Dureza[HV]',
15                     'Velocidad [m/s]']

```



```

16 #Aplico la función del factor correlación de Pearson
17 corr_tramo1=STP_tramo1.corr()
18
19 #Grafico los resultados del heatmap
20 plt.figure(figsize=(16, 12))
21 heatmap = sns.heatmap(STP_tramo1.corr()[['TD Promedio [mm/año]']].sort_values(by='TD
    ↪ Promedio [mm/año]', ascending=False), annot_kws = {"size": 16},vmin=-1, vmax
    ↪ =1, annot=True, cmap='BrBG')
22 heatmap.set_title('Correlaciones T.D vs P.O - 1er Tramo', fontdict={'fontsize':20}, pad=16);
23 heatmap.tick_params(labelsize = 16)
24 plt.savefig("Correlaciones T.D primer tramo.png", dpi=1000.0, bbox_inches='tight',
    ↪ pad_inches=0.5)

```

### 3.4.2. Gráficos de Dispersión

Con la finalidad de complementar los resultados de los matices de correlaciones, se construyen gráficos de dispersión entre los distintos grupos adimensionales y las TD adimensional, permitiendo corroborar visualmente la relación entre ambas variables y su grado de ajuste.

## 3.5. Construcción del Modelo

Con el fin de analizar la posibilidad de obtener una ecuación empírica de carácter predictiva entre la tasa de desgaste adimensional y las variables asociadas al transporte de pulpa en tuberías más preponderantes en ella, se construyen algoritmos matemáticos mediante un modelo de regresión lineal múltiple, el cual es posteriormente evaluado por medio de métricas estadística y probabilísticas, con el objetivo de corroborar su validez.

### 3.5.1. Regresión Lineal Múltiple

La regresión lineal múltiple ajusta modelos lineales entre una variable dependiente (observación) y una o más variables independientes (predictores). De esta manera, por medio de hipótesis de linealidad y distribución normal de la variable dependiente, se puede una obtener relación empírica que permita la predicción de observación por medio de las variables independientes.

#### 3.5.1.1. Definición Matemática

A continuación, se entrega la definición matemática que describe la ecuación de regresión lineal:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \beta_2 X_{i2} + \dots + \beta_p X_{ip} + \epsilon_i \quad (3.6)$$

Donde:

- $y_i$ : Corresponde al vector que contiene el conjunto de variables dependiente u observadas.
- $X_{ij}$ : Corresponde a la matriz que contiene los vectores asociados al conjunto de variables independientes o predictores.

- $\beta_0$ : Corresponde al valor de la variable de observación, cuando las variables predictoras son nulas.
- $\beta_j$ : Corresponde a los coeficientes parciales de regresión, el cual cuantifica la incidencia que presenta la variable predictiva en la variable de observación. Es decir, mientras más grande sea el coeficiente parcial de regresión, tendrá una mayor preponderancia en la variable de respuesta en comparación con los otros coeficiente.
- $\epsilon_i$ : Corresponde al residuo o error, vinculado con la diferencia entre lo observado y la predicción obtenida del modelo.

La ecuación 3.6 se puede expresar también de forma matricial, como:

$$y = X^T \beta + \epsilon \quad (3.7)$$

$$y_i = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad X_{mn} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & \dots & x_{2m} \\ 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{1n} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}, \quad \beta_j = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_m \end{bmatrix}, \quad \epsilon_j = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_2 \\ \dots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

A partir de la ecuación 3.7, se busca el conjunto de parámetros  $\hat{\beta}$ , tal que, minimice el error asociado a la a diferencia entre el vector de observaciones y la predicción obtenida a través del modelo:

$$\sum \epsilon_i^2 = \min(\epsilon^T \epsilon)$$

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T Y \quad (3.8)$$

La resolución de este problema de optimización, involucra cálculos matriciales complejos que requieren ser resueltos de manera computacional.

Para que el modelo de regresión lineal y sus conclusiones presenten bajas incertezas, se debe verificar el cumplimiento de las hipótesis sobre las que se basa su desarrollo matemático. En la práctica, usualmente no se puede demostrar la totalidad de las hipótesis, ya que al usar datos empíricos siempre existirán errores sistemáticos y aleatorios. Para poder validar los modelos se deben aplicar métricas que permitan demostrar que el modelo y sus variables son capaces de predecir un fenómeno, acompañado de la cuantificación de los errores vinculados dicha predicción.

### 3.5.1.2. Supuestos del Modelo

Las hipótesis en las que se basan los modelos de regresión lineal múltiples son las siguientes:

1. **Discretización temporal:** Tanto los predictores como la variable de respuesta deben presentar la misma discretización temporal. Para efectos de este análisis, la discretización temporal presentada sería de forma semestral.
2. **Linealidad del Modelo:** Los predictores deben poder expresarse de forma lineal con la variable dependiente, tanto de forma independiente (ecuación 3.6), como de forma conjunta ((ecuación 3.7)).

3. **Relación Lineal independiente entre variable de respuesta y cada predictor:** Cada predictor numérico tiene que estar linealmente relacionado con la variable respuesta y mientras los demás predictores se mantienen constantes, de lo contrario no se deben introducir en el modelo. Para verificar este supuesto se realizan gráficos de dispersión entre la variable de respuesta y las variables de predicción de forma independiente.
4. **Predictores no colineales:** Las variables predictivas deben ser independientes entre ellas, es decir, no debe haber alguna relación lineal entre ellas o que se puede generar linealmente una variable independiente mediante la combinación lineal de dos variables independientes más. Para verificar si hay presencia de colinealidad entre las variables predictivas, se construye una matriz de correlación de Pearson con la totalidad de los grupos adimensionales predictivos, corroborando que las distintas variables presenten valores de sus factores de correlación inferiores a 0.5.
5. **Distribución Normal de la variable dependiente:** La variable respuesta se debe que distribuir de forma normal. Para comprobarlo se realiza un histograma con sus datos.
6. **Homocedasticidad:** La varianza de la variable respuesta debe ser constante en todo el rango de los predictores. Para comprobarlo suelen representarse los residuos del modelo frente a cada predictor. Si la varianza es constante, se distribuyen de forma aleatoria manteniendo una misma dispersión y sin ningún patrón específico. Una forma de corroborar lo anterior es por medio de una matriz de correlación de Pearson entre las variables de respuesta y las variables de predicción, de esta forma se podrá cuantificar el nivel de ajuste que presenta cada predictor sobre la variable de respuesta.
7. **Eliminación de outliers:** Es importante identificar observaciones que sean atípicas o que puedan estar alterando la predicción al modelo. Para ellos, previo a la análisis dimensional, se realiza un pre-procesamiento de datos, donde se filtran los datos de tasas de desgaste que no se encuentren dentro del rango histórico calculado para cada sector de la tubería, adicionalmente, se eliminan las variables de operación de los mineroductos (STP 24 y STP 28) que no se encuentren dentro de los rangos medios de operación.

### 3.5.1.3. Métricas de Validación

Posterior al ajuste del modelo, es necesario verificar su validez ya que aun siendo la línea que mejor se ajusta a las observaciones de entre todas las posibles, puede presentar un error significativo. Para ello, se utilizarán distintas herramientas probabilísticas y estadísticas, que permitirán tomar la decisión de rechazar o validar el modelo.

1. **Calidad del Ajuste:** La primera métrica de evaluación utilizada para cuantificar la calidad de ajuste del modelo corresponde al coeficiente de determinación ( $R^2$ ), el cual escribe la proporción de varianza de la variable respuesta explicada por el modelo y relativa a la varianza total. El valor que presenta este coeficiente está acotado entre 0 y 1, debido a que al momento de realizar la evaluación se normalizan por medio de la media de las observaciones. La ecuación que describe esta herramienta se presenta a

continuación:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum(\hat{y}_i - y_i)^2}{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2} \quad (3.9)$$

El coeficiente  $R^2$  de la ecuación 3.9 debe ser modificado ya que al presentar más de una variable de predicción se produce una sobreestimación de su grado de validez. Para ajustarlo se introduce una penalización al valor de  $R^2$  por cada predictor que se añada al modelo. El valor de esta penalización queda determinado por el número de predictores del modelo y su tamaño muestral, es decir, depende del número de grados de libertad que presente el modelo. De esta forma, el  $R^2_{ajustado}$ , queda determinado por la siguiente ecuación:

$$R^2_{ajustado} = R^2 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1} \quad (3.10)$$

2. **Modelo F-test:** La siguiente métrica que complementa la cuantificación del ajuste, corresponde al resultado del test de significancia F. Este contraste responde a la pregunta de si el modelo en su conjunto es capaz de predecir la variable respuesta mejor de lo esperado por azar, o lo que es equivalente, si al menos uno de los predictores que forman el modelo contribuye de forma significativa. Para realizar este contraste se compara la suma de residuos cuadrados del modelo de interés con la del modelo sin predictores, formado únicamente por la media (también conocido como suma de cuadrados corregidos por la media, TSS), tal como se muestra en la ecuación 3.11:

$$F = \frac{(TSS - RSS)/(p - 1)}{RSS/(n - p)} \quad (3.11)$$

Si el valor de la función F es mayor a cero, quiere decir que el modelo presenta cierto grado de validez, debido a que la probabilidad de obtener el favor sugerido por lo predictores es superior al azar.

3. **Significancia de los predictores:** Para analizar la incidencia de cada predictor en la variable de respuesta se utiliza el test estadístico t-test, el cual permite evaluar la significancia (p-value) de cada predictor de forma separada, por medio de sus coeficiente parciales de regresión. Para el test de test de significancia de los coeficientes parciales ( $\beta_i$ ) del modelo, se consideran dos hipótesis principales:

- **Hipótesis nula ( $H_0$ ):** Quiere decir que el predictor  $x_i$  no incide ( $(\beta_i=0)$ ) en la variable de respuesta del modelo, en presencia de los demás predictores.
- **Hipótesis alternativa ( $H_a$ ):** Quiere decir que el predictor  $x_i$  incide ( $(\beta_i>0)$ ) en la variable de respuesta del modelo, en presencia de los demás predictores.

Para que se cumpla la hipótesis alternativa ( $H_a$ ), el valor de p-value obtenido en el test de hipótesis debe ser lo suficientemente bajo como para considerar que la diferencia entre el resultado obtenido del modelo y su valor de observación real es lo suficientemente bajo como para rechazar la hipótesis nula ( $H_0$ ). A menudo se utiliza un valor de referencia de  $\alpha= 0.05$ , con p-value  $< \alpha$ , lo cual considera que sólo hay un 5% de probabilidad de llegar a la hipótesis nula.

### 3.5.2. Construcción del Modelo TD Erosiva

Para la construcción del modelo que relaciona la TD erosiva junto a las variables asociadas al transporte de pulpa a través de mineroductos (STP 24 " y STP 28 " ), se utilizó la información de los grupos adimensionales obtenidos mediante el análisis dimensional, donde la variable de respuesta del modelo corresponde a la tasa de desgaste adimensional y las variables predictivas corresponden a los grupos adimensionales que se vinculan con el transporte hidráulico de pulpas en tuberías.

En vista que la ecuación que relaciona los grupos adimensionales con la variable de observación ( $\pi_1$ ), se presentan de siguiente forma:

$$\pi_1 = \pi_2 \cdot \pi_3 \cdot \dots \cdot \pi_n \quad (3.12)$$

Se debe realizar una transformación lineal aplicando la función logaritmo natural, de esta forma la 3.12, se puede expresar como la ecuación 3.13:

$$\ln(\pi_1) = \ln(\pi_2) + \ln(\pi_3) + \dots + \ln(\pi_p)$$

$$\pi_{1i} = \begin{bmatrix} \pi_{11} \\ \pi_{12} \\ \dots \\ \pi_{1n} \end{bmatrix}, \quad \pi_{mn} = \begin{bmatrix} 1 & \pi_{211} & \dots & \pi_{p1m} \\ 1 & \pi_{221} & \dots & \pi_{p2m} \\ 1 & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \pi_{21n} & \dots & \pi_{pnm} \end{bmatrix}, \quad \beta_j = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_2 \\ \dots \\ \beta_m \end{bmatrix}, \quad \epsilon_j = \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \epsilon_2 \\ \dots \\ \epsilon_n \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

# Capítulo 4

## Resultados y Análisis

### 4.1. Pre-procesamiento

#### 4.1.1. Identificación de zonas de desgaste erosivo

A continuación, en las Figuras 4.1 y 4.2 se presenta la tasa de desgaste histórica la identificación de los tramos de desgaste erosivo a lo largo de ambos sistemas de transporte, STP 24” y STP 28”, respectivamente:

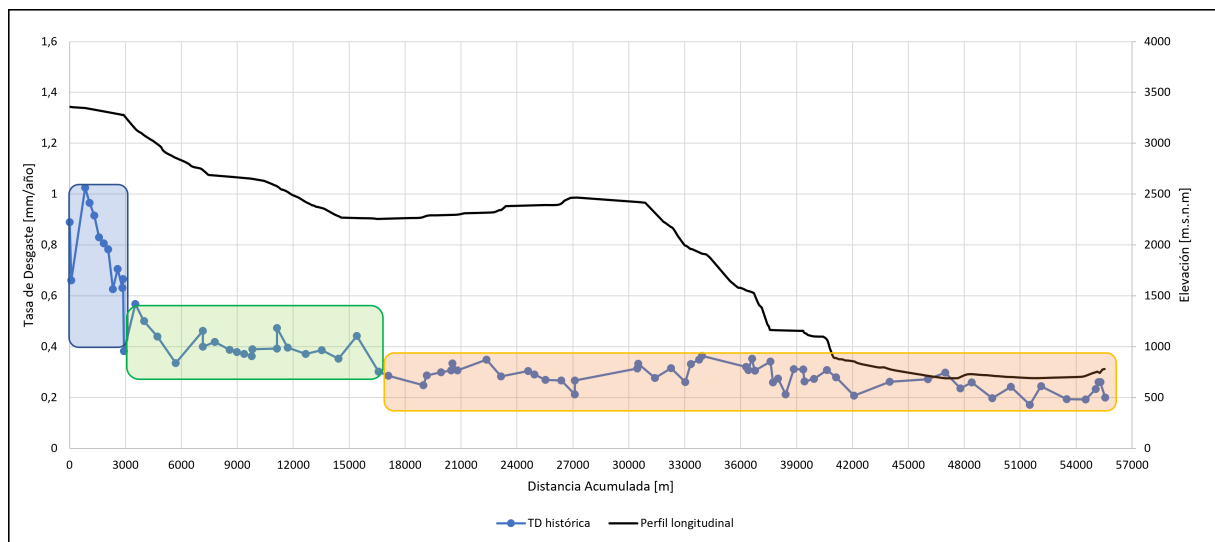


Figura 4.1: Elección de tramos representativos de desgaste STP 24”.

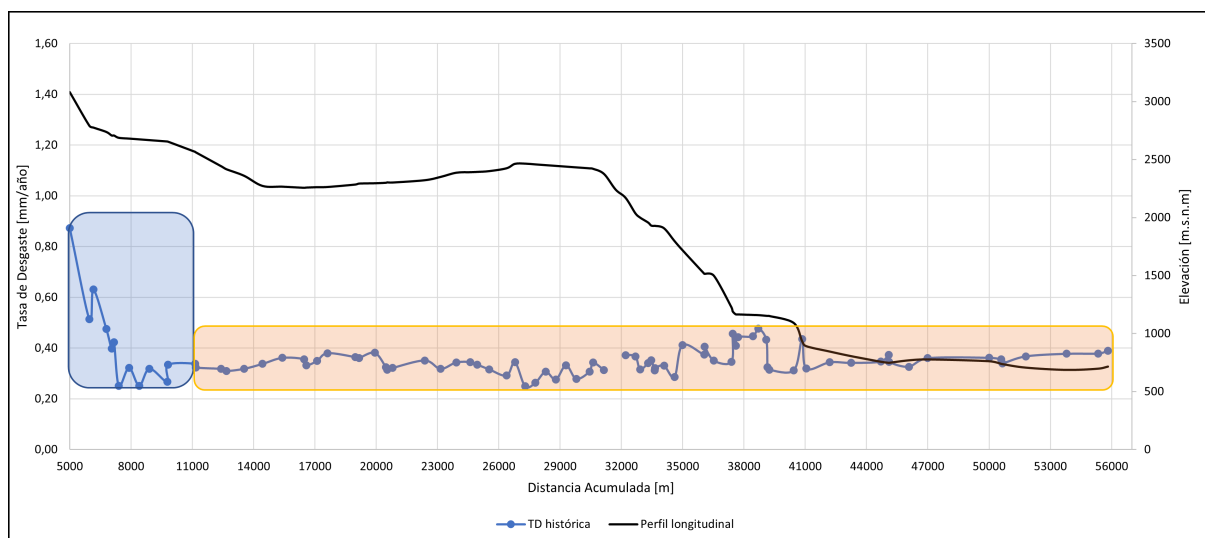


Figura 4.2: Elección de tramos representativos de desgaste STP 28”.

A partir de los resultados de TD histórica en las Figuras 4.1 y 4.2, se observa que para ambos ductos, en los primeros tramos de las tuberías se presenta una mayor desgaste que en los tramos posteriores, esto se debe a que en la primera parte de los ductos, el desgaste presenta como la acción conjunta de erosión y corrosión, pero a medida que se avanza en la tubería, la tasa corrosiva se va atenuando debido a que el oxígeno disuelto disminuye al reaccionar con el acero.

En vista de lo anterior, para efectos de este estudio se utilizaran los registros de las cámaras de medición posteriores al kilómetros 15 para el caso del STP 24 ”, y posteriores al kilómetros 11 para el caso del STP 28”. Esto debido a que en eso tramos se puede observar que prima una naturaleza de desgaste erosivo.

#### 4.1.2. Análisis Estadístico de Parámetros Operacionales

En las Tablas 4.1 y 4.2 se presenta la información de los parámetros operacionales representativos de cada campaña el STP 24” Y STP 28”, respectivamente, obtenidos a través del análisis estadístico de cada variable operacional.

Tabla 4.1: Parámetros Operacionales por Campaña STP 24”

Fecha Campaña	Tonelaje (TPH)	Flujo (l/s)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Cp (%)	Dureza (HV)	Vel. (m/s)
24/09/2013 al 07/01/2014	2362	771	1565	55	-	2,84
07/01/2014 al 02/07/2014	2564	770	1612	58	-	2,84
02/07/2014 al 17/12/2014	2597	773	1595	58	-	2,85
17/12/2014 al 12/06/2015	2504	753	1564	56	-	2,77
12/06/2015 al 29/02/2016	2487	748	1607	58	93	2,76
29/02/2016 al 24/08/2016	2212	739	1541	55	92	2,72
24/08/2016 al 24/03/2017	2399	774	1554	55	118	2,85
24/03/2017 al 26/09/2017	2330	740	1558	56	133	2,73
26/09/2017 al 21/03/2018	2453	746	1581	57	134	2,75
21/03/2018 al 25/09/2018	2268	715	1569	56		
25/09/2018 al 13/03/2019	2260	704	1568	56	139	2,59
13/03/2019 al 04/02/2020	2251	688	1588	57	118	2,53

Tabla 4.2: Parámetros Operacionales por Campaña STP 28”

Fecha Campañas	Tonelaje (TPH)	Flujo (l/s)	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Cp (%)	Dureza (HV)	Vel. (m/s)
27-03-2013 al 24/09/2013	4242	1276,16	1596,79	58,1	-	3,65
24-09-2013al 08/01/2014	4088	1251,7	1592,2	57,8	-	3,58
08-01-2014 al 02/10/2014	4195	1282,9	1592,7	57,79	-	3,67
02-10-2014 al 27/03/2015	4054	1222,3	1597,1	57,96	-	3,5
27-03-2015 al 29/02/2016	4023	1264,46	1562,4	57,17	91,8	3,62
29-02-2016 al 24/08/2016	3873	1254,81	1556	55,6	101,5	3,59
24-08-2016 al 24/03/2017	3690	1234,81	1551,6	54,44	95,2	3,54
24-03-2017 al 26/09/2017	3750	1184,84	1573,6	55,93	130,01	3,39
26-09-2017 al 21/03/2018	3421	1124,45	1568,7	53,98	126,8	3,22
21-03-2018 al 25/09/2018	3965	1191,74	1587,3	57,7	137,2	3,41
25-09-2018 al 13/03/2019	4002	1221,9	1590,2	57,9	127	3,5
13-03-2019 al 03/09/2019	3652	1137,5	1576,4	56,91	110,5	3,26
03-09-2019 al 04/02/2020	3281	1011,8	1570,55	57,1	113,31	2,9



## 4.2. Análisis Dimensional

Los grupos adimensionales obtenidos a partir de las variables de la Tabla 3.3, se presentan a continuación:

Tabla 4.3: Grupos Adimensionales

$\pi$	Grupo Adimensional
$\pi_1$	$\frac{TD}{V}$
$\pi_2$	$\frac{HV_{part}}{HV_{obj}}$
$\pi_3$	$C_p$
$\pi_4$	$Re^{-1}$
$\pi_5$	$\frac{t_y}{\rho V^2}$

Como se puede ver en la Tabla 4.3, se obtuvieron parámetros hidráulicos conocidos, como lo son el número de Reynolds y la rugosidad relativa en la tubería, esto propiciará un vinculación física a la ecuación predicativa del modelo, en el caso de que se compruebe que algunas de estas variables sean incidentes en la tasa de desgaste erosiva. Adicionalmente, se decidió utilizar la dureza característica de la tubería, tal como propone Elkholy (1983) en la ecuación 2.14, esto permitirá compara los datos del estudio, por los obtenidos en laboratorio por Elkholy.

En las siguientes secciones, se evaluará matemáticamente la tasa de desgaste asidimensional ( $\pi_1$ ), con los grupos adimensionales obtenidos, con el fin de ver la factibilidad de posteriormente realizar un modelo predictivo de desgaste con las variables más incidentes.

### 4.3. Evaluación Análisis Dimensional

#### 4.3.1. Histogramas

A continuación, se exponen los resultados de la matriz de correlaciones:

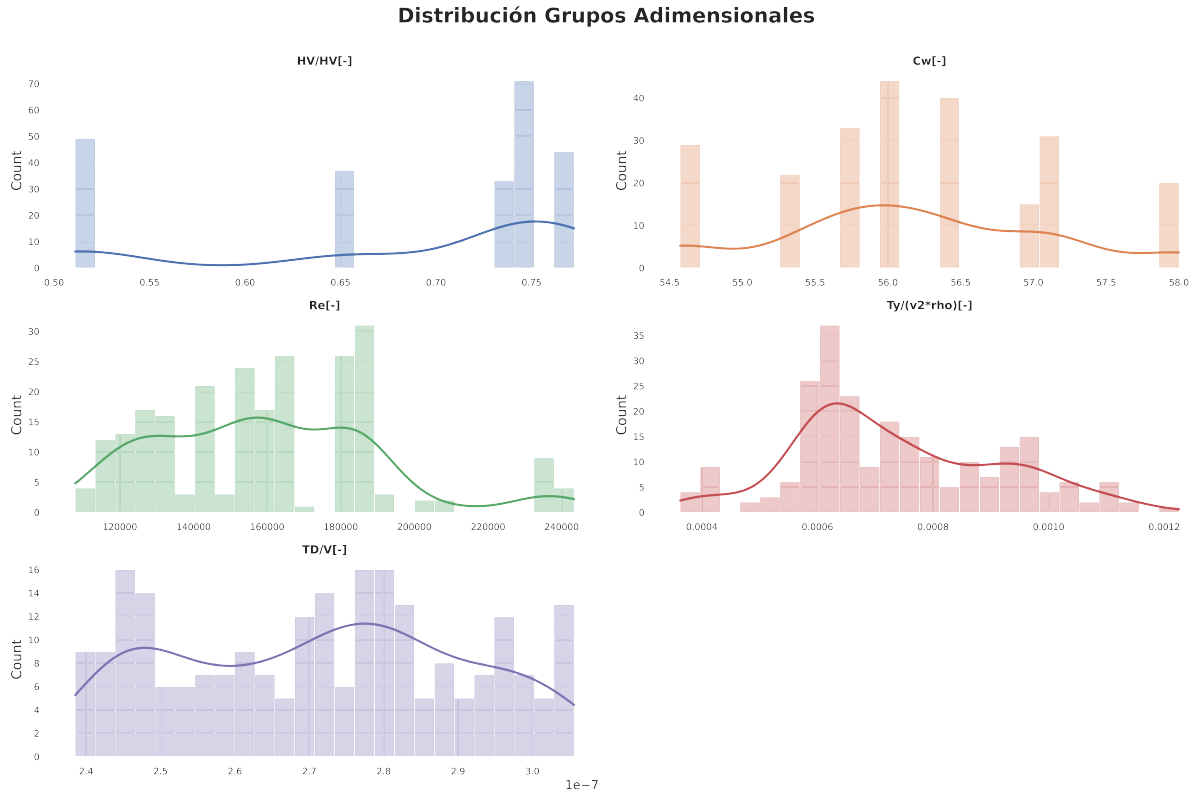


Figura 4.3: Histogramas grupos adimensionales

A partir de los histogramas presentado en la Figura 4.3, se puede observar que la distribución de la variable de respuesta del estudio (TD adimensional) tiende a la normalidad, concentrando la mayor cantidad de datos cercanos a su media.

#### 4.3.2. Gráficos de Dispersión

A continuación, en la Figura 4.4 se presentan los resultados de los gráficos de dispersión de los distintos grupos adimensionales con la tasa de desgaste adimensional ( $\pi_1$ )

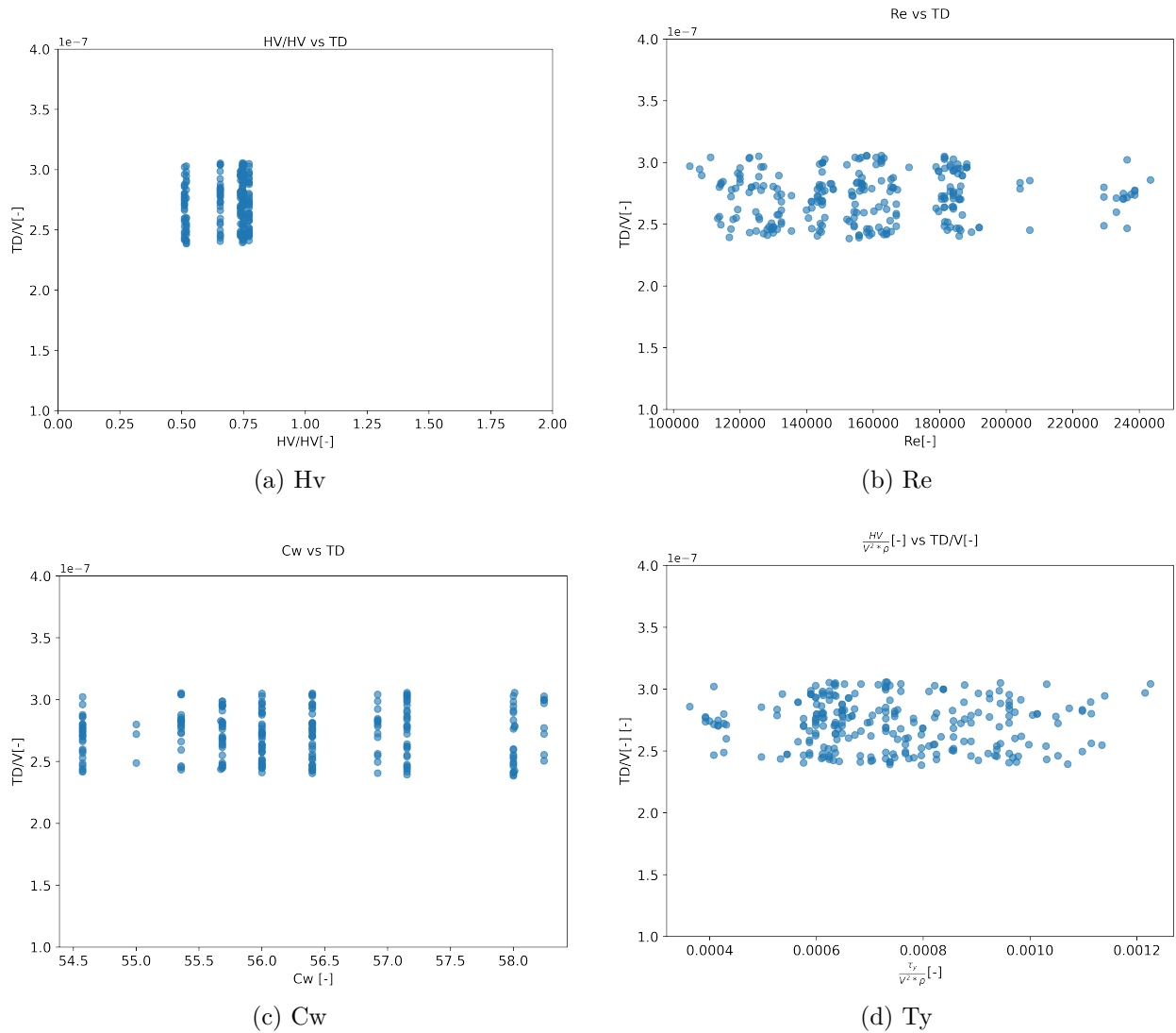


Figura 4.4: Gráficos de Dispersión

En base a los resultados obtenidos, se puede observar que ninguno de los grupos adimensionales presenta una relación completamente lineal y/o buen ajuste con la variable de respuesta a analizar ( $\pi_1$ )

## 4.4. Análisis de Correlación de Variables

### 4.4.1. Análisis de Correlación de Variables

A continuación, se exponen los resultados de la matriz de correlación entre los grupos adimensionales y el desgaste erosivo adimensional:

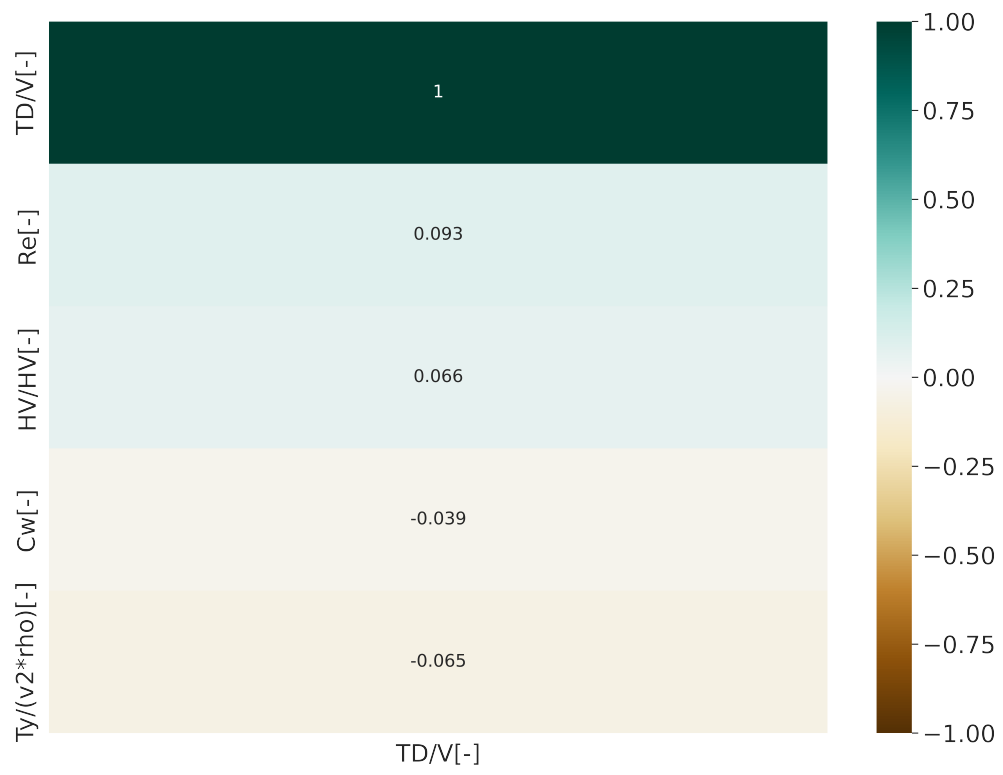


Figura 4.5: Correlación grupos adimensionales vs TD adimensional

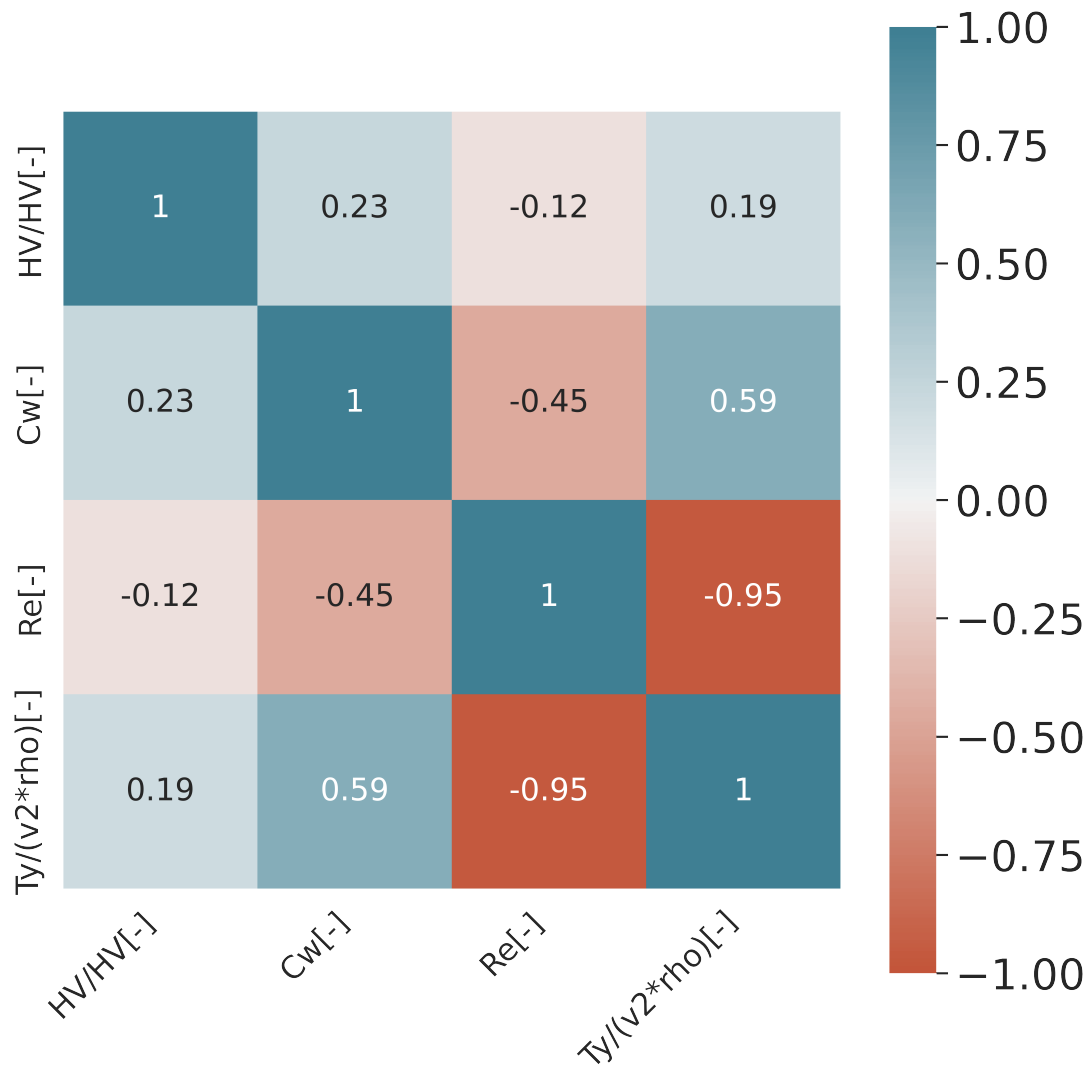


Figura 4.6: Correlación grupos adimensionales

A partir de los resultados obtenidos de la Figura 4.5, se puede notar que ningún grupo adimensional presenta una correlación sustancial respecto a la TD, ya sea de forma directa ( $>0,5$ ) o indirecta ( $<0,5$ ). Lo anterior cumple con entregar la primera impresión sobre la dificultad de generar un buen ajuste de cada grupo adimensional, en la tasa de desgaste adimensional, lo anterior se traduce un gran error asociado con la predicción entregando intervalos de confianza sin tanta precisión.

## 4.5. Construcción de Modelo Predictivo

En base al contraste de los resultados preliminares de las secciones 5.1, 5.2 y 5.3, se pueden verificar o rechazar las hipótesis previas a la construcción del modelo, con el fin de determinar su grado de validez.

Se evitó la presencia de *outliers* o valores poco representativos en el pre-procesamiento de los datos, donde se eliminaron los valores que se encontraran fuera de rango de velocidad establecido en los STP 24" y STP 28", entre 2.5 mm/s y 4.0 m/s. Adicionalmente, se filtraron los datos de tasa de desgaste que presentaran valores inferiores a 0.20 y superiores a 5.5, ya que como se puede ver en las Figuras 4.1 y 4.2, se encontrarían fuera del rango de desgaste erosivo.

Respecto a los resultados de la Figura 4.3, se cuenta con una distribución central bastante cercana a la media, por lo cual se corrobora la hipótesis de distribución normal de la variable de respuesta.

A partir de los gráficos de dispersión (Figura 4.5) y los resultados de la matriz de correlación (4.4), se puede observar que existe escasa linealidad y grados de ajuste, entre la tasa de desgaste adimensional y los grupos adimensionales evaluados en ella.

Respecto a la estimación de co-linealidad de los grupos adimensionales predictivos, en la Figura 4.6 se pueden observar las siguientes co-linealidades entre los parámetros predictivos:

- Los grupos adimensionales  $\pi_4$  y  $\pi_5$ , correspondientes número de Reynolds y corte adimensional, presentan una correlación alta, en vista de que estos comparten variables las variables de densidad, velocidad y viscosidad.
- Los grupos adimensionales  $\pi_3$ ,  $\pi_4$  y  $\pi_5$ , presentan una correlación significativa de 0.5, debido a que el porcentaje de concentración de sólido está vinculado a la densidad (ecuación 2.2), la cual es parte del cálculo del número de Reynolds y tensión de corte adimensional.

En vista de los antecedentes recopilados, si bien, no fue factible validar todas las hipótesis del modelo de regresión lineal múltiple, se construyeron dos modelos, con el fin de verificar su validez por medio de sus métricas estadísticas y probabilísticas.

### 4.5.1. Primera Iteración

La primera iteración del modelo se realiza a modo de inspección general, con el fin de visualizar la calidad predictiva de todos los grupos adimensionales.

En la Figura 4.7, se presentan los resultados de la primera iteración del modelo:

OLS Regression Results						
=====						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.027			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.006			
Method:	Least Squares	F-statistic:	1.259			
Date:	Wed, 28 Sep 2022	Prob (F-statistic):	0.288			
Time:	15:00:54	Log-Likelihood:	225.31			
No. Observations:	187	AIC:	-440.6			
Df Residuals:	182	BIC:	-424.5			
Df Model:	4					
Covariance Type:	nonrobust					
=====						
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
-----						
const	-14.9092	1.782	-8.367	0.000	-18.425	-11.393
ln(pi_2)	0.0327	0.038	0.852	0.396	-0.043	0.108
ln(pi_3)	-0.3840	0.462	-0.831	0.407	-1.296	0.528
ln(pi_4)	0.1939	0.117	1.661	0.098	-0.036	0.424
ln(pi_5)	0.1340	0.101	1.330	0.185	-0.065	0.333
=====						
Omnibus:	82.936	Durbin-Watson:	2.021			
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque-Bera (JB):	11.482			
Skew:	-0.100	Prob(JB):	0.00321			
Kurtosis:	1.803	Cond. No.	4.98e+03			
=====						

Figura 4.7: Resultados de Primera Iteración Modelo Multivariable

Como se puede ver en la Figura 4.7, no se cuenta un ajuste preciso de los datos, ya que el modelo presenta con un  $R^2$  ajustado inferior a 0.1, lo cual señala una incapacidad del modelo para entregar una predicción en un intervalo de confianza aceptable. Adicionalmente, se puede ver que respecto a la evaluación probabilística vinculadas con las métricas Prob(F-test) y p-value, correspondientes a la evaluación predictiva del modelo a nivel global y de su variable predictiva, ambas presentan un valor muy superior a 0.05, lo cual demuestra que tanto el modelo es incapaz de entregar una predicción mejor a la aleatoriedad, por lo tanto no es posible descartar la hipótesis de nula ( $H_0$ ).

#### 4.5.2. Segunda Iteración

En la segunda iteración, se evaluaron los parámetros adimensionales  $\pi_4$  y  $\pi_2$ , en vista de que presentaron los mayores ajustes en la matriz de correlaciones con la tasa de desgaste adimensional. El grupos adimensionales  $\pi_5$ , se excluyeron de esta evaluación, ya que presentada co-linealidad significativa con la variable adimensional  $\pi_4$ .

OLS Regression Results						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.018			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.007			
Method:	Least Squares	F-statistic:	1.696			
Date:	Wed, 28 Sep 2022	Prob (F-statistic):	0.186			
Time:	15:05:27	Log-Likelihood:	224.47			
No. Observations:	187	AIC:	-442.9			
Df Residuals:	184	BIC:	-433.2			
Df Model:	2					
Covariance Type:	nonrobust					
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
const	-16.3595	0.689	-23.733	0.000	-17.719	-14.999
ln(pi_4)	0.1674	0.101	1.662	0.098	-0.031	0.366
ln(pi_5)	0.1053	0.077	1.371	0.172	-0.046	0.257
Omnibus:	83.430	Durbin-Watson:	2.014			
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque-Bera (JB):	11.709			
Skew:	-0.131	Prob(JB):	0.00287			
Kurtosis:	1.802	Cond. No.	1.83e+03			

Figura 4.8: Resultados de Segunda Iteración Modelo Multivariable

Como se puede ver en la Figura 4.8, al igual que en el caso anterior, la segunda iteración del modelo no presenta la capacidad de realizar un predicción en un intervalo de confianza aceptable, además, no poder descartar la hipótesis de nula ( $H_0$ ). Por lo tanto, al igual que en la primera iteración, el modelo no es confiable.

## 4.6. Modelo Regresión Velocidad v/s Tasa de Desgaste

En vista de que no se pudo hallar un modelo que permitiera relacionar la tasa de desgaste adimensional con uno o más grupos adimensionales, se asume que la función adimensional de  $\pi_1$ , quedaría de la siguiente forma:

$$f(\pi_1) = K$$

Donde K es una constante, por tanto la tasa de desgaste erosiva se puede expresar de la forma:

$$\frac{TD}{V} = K$$

$$TD = K \cdot V \tag{4.1}$$

Como se puede observar, la ecuación 4.1 sugiere que fenómenos de desgaste erosivo es atribuido a la velocidad, pero a diferencia de lo observado previamente en la revisión bibliográfica, esta relación es lineal y no exponencial como se plantea en la literatura la literatura (Gupta et al., 1995)(Hutchings y Winter, 1975)(Javaheri et al., 2018)



A continuación, se evaluará la incidencia de la velocidad como principal parámetro atribuible al desgaste erosivo, con el fin de corroborar si existe algún nexo entre los datos operacionales de los STP y lo expuesto en la literatura.

Al igual que la sección anterior, se realiza un primera inspección al modelo, por medio gráficos de dispersión y heatmap de correlación, con el fin de verificar si se cumplen las hipótesis principales de los modelos de regresión y si la variable presenta algún tipo de relación con el desgaste erosivo.

A continuación, en las Figuras 4.9 y 4.10 se presentan los resultados del los gráficos de dispersión y correlación de la velocidad, respectivamente.

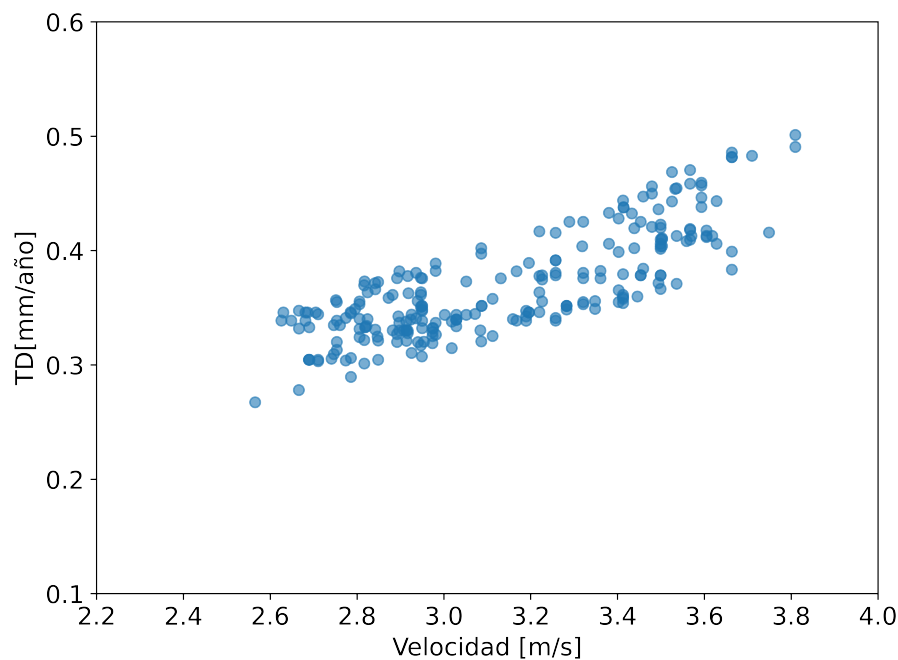


Figura 4.9: Resultados Dispersión del Modelo Velocidad vs TD

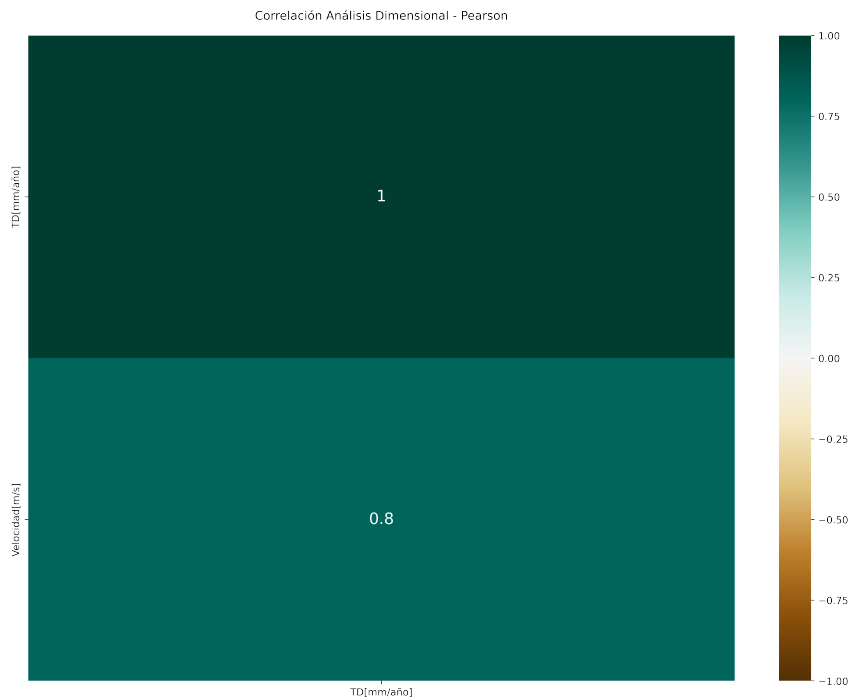


Figura 4.10: Resultados Matriz de correlación Velocidad vs TD

A partir de los resultados presentes en las Figuras 4.9 y 4.10, se puede observar que hay presencia de linealidad entre ambas variables, junto con una alta correlación entre ella ( $>0.8$ ), por lo que se espera obtener un modelo un grado de ajuste suficiente, tal que pueda predecir el fenómeno erosivo en un rango de validez adecuado.

En la Figura 4.11, se presentan los resultados vinculados con las métricas de evaluación estadísticas y probabilísticas del modelo predictivo velocidad- tasa de desgaste:

OLS Regression Results						
=====						
Dep. Variable:	y	R-squared:	0.652			
Model:	OLS	Adj. R-squared:	0.650			
Method:	Least Squares	F-statistic:	372.5			
Date:	Sun, 29 May 2022	Prob (F-statistic):	1.81e-47			
Time:	09:21:03	Log-Likelihood:	437.24			
No. Observations:	201	AIC:	-870.5			
Df Residuals:	199	BIC:	-863.9			
Df Model:	1					
Covariance Type:	nonrobust					
=====						
	coef	std err	t	P> t	[0.025	0.975]
-----						
const	-0.0011	0.019	-0.059	0.953	-0.039	0.037
x1	0.1178	0.006	19.300	0.000	0.106	0.130
=====						
Omnibus:	49.968	Durbin-Watson:	2.156			
Prob(Omnibus):	0.000	Jarque-Bera (JB):	10.586			
Skew:	0.162	Prob(JB):	0.00503			
Kurtosis:	1.923	Cond. No.	34.9			
=====						

Figura 4.11: Resultados Estadísticos del Modelo Velocidad vs TD

Como se puede ver el modelo presenta un buen ajuste de los datos con una  $R^2$  superior a 0.5, lo cual indica que presenta un buen ajuste lineal de sus datos. Adicionalmente, se puede ver que respecto a la evaluación probabilística las métricas Prob(F-test) y p-value, correspondientes a la evaluación predictiva del modelo a nivel global y de su variable predictiva, ambas presentan un valor inferior a 0.05, lo cual demuestra que tanto el modelo como su variable independiente presenta un poder de predicción superior a la aleatoriedad, permitiendo rechazar la hipótesis de nula ( $H_0$ ).

En vista de lo anterior, la ecuación de predicción de la tasa de desgaste erosiva para sistemas de transporte de pulpa (STP) de cobre, queda determinada por:

$$TD_{erosiva} = 0,118 \cdot V - 0.001 \quad (4.2)$$

A partir de la ecuación 4.2, se remplazan los datos de velocidad del estudio para obtener una tasa de desgaste predictiva y se comparan con los datos reales de TD, con el fin de poder verificar el capacidad predictiva. Adicionalmente, evalúa el error asociado a esta predicción, para luego entregar un cuantificación de los intervalos de confianza del modelo.

En la Figura 4.12, se presenta la comparación entre la predicción del modelo y los datos reales:

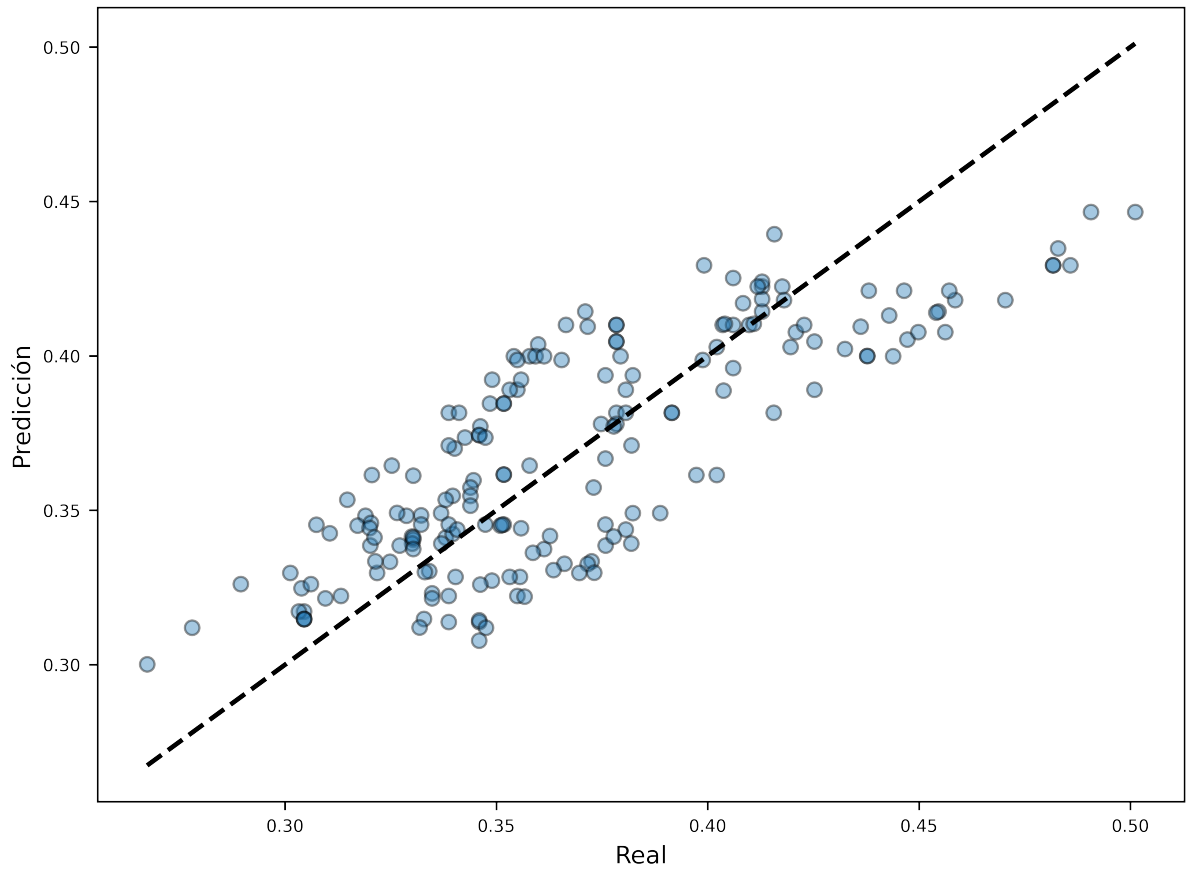


Figura 4.12: Resultados Valores Reales y Predicción del Modelo

En la Figura 4.13, se presenta el residuo entre los resultados obtenidos del modelo y los datos reales:

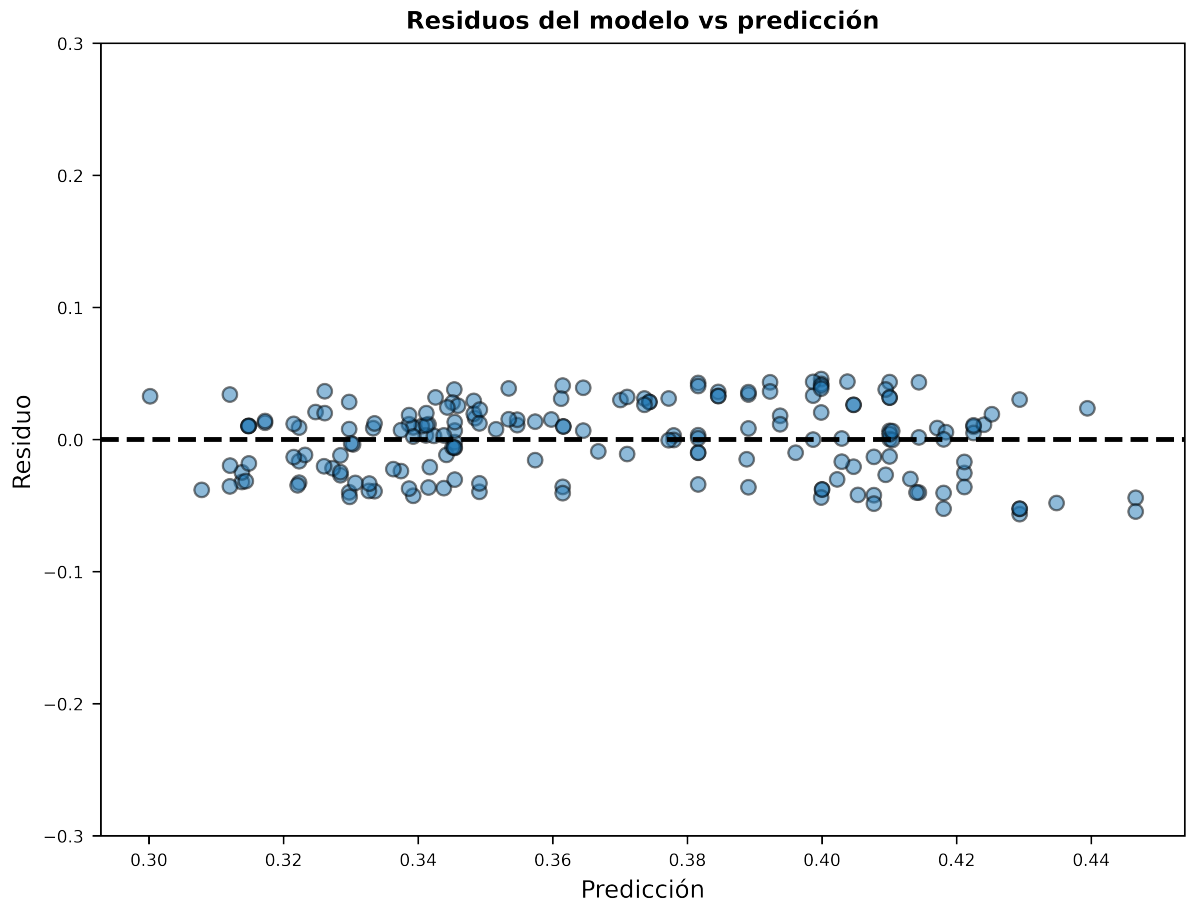


Figura 4.13: Resultados Evaluación Residuo entre Valores Reales y Predicción

Como se puede observar en las Figuras 4.12 y 4.13, los resultados de evaluación del modelo presenta un buen ajuste a los datos reales, con valores promedio de residuo que bordean los 0.02 mm/año, correspondiente al 5.2% del valor promedio del desgaste erosivo.

# Capítulo 5

## Conclusiones y Recomendaciones

1. Con base a los resultados expuestos en el capítulo 4, si bien no fue factible hallar grupos adimensionales predictivos que permitieran obtener altas correlación ( $>0.5$ ) con la tasa de desgaste adimensional, las métricas de evaluación utilizadas en la investigación facilitaron el rechazo fundamentado de estas hipótesis, permitiendo así, converger a un modelo predictivo de velocidad-erosión con un rango válido de aproximación a lo real.
2. De acuerdo los resultados obtenidos en la sección 4.6, la obtención del modelo de velocidad - desgaste permite describir de buena manera el fenómeno erosivo en sistemas de transporte de pulpas, entregando predicciones con rangos de error inferiores al 10 %.
3. Respecto a los supuestos utilizados en la investigación sobre la discretización semestral homogénea entre campañas de medición (Tabla 3.2), uniformidad de los parámetros operacionales desde el inicio al final de ambos ductos y procesos de filtrado por medio de rango de velocidades y tasa de desgaste erosiva, permitieron la obtención de resultados coherentes.
4. Respecto al contraste entre los resultados obtenidos y los antecedentes descritos en la revisión bibliográfica, si bien el comportamiento erosivo se puede explicar por medio de la velocidad media del flujo en la tubería, esta relación se presenta de forma lineal y no de forma exponencial como sugieren autores como Gupta et al. (1995), Hutchings y Winter (1979), entre otros (ecuación 2.16).
5. Respecto a los errores del modelo predictivo, pueden estar atribuidos tanto al supuesto de linealidad en la discretización semestral homogénea entre campañas de medición (Tabla 3.2), como al desconocimiento de la incidencia del ángulo de impacto a lo largo de ambas tubería, el cual se presenta como un parámetro aleatorio dentro de la investigación, debido a que ambos ductos operan bajo un régimen turbulento y presentan distintas variaciones de elevación y curvatura a lo largo sus sistema.

# Capítulo 6

## Bibliografía

1. Al-Bukhaiti, M., Ahmed, S., Badran, F., y Emara, K. (2007). Effect of impingement angle on slurry erosion behaviour and mechanisms of 1017 steel and high-chromium white cast iron. *Wear*, 262 (9), 1187-1198. doi: <https://doi.org/10.1016/j.wear.2006.11.018>
2. A.Neville, y F.Reza. (2007). Erosion-corrosion of cast white irons for application in the oilsands industry. *En Corrosion*. EEUU.
3. Baha Abulnaga, P. (2021). *Slurry systems handbook*. McGraw-Hill Education.
4. Jacobs, B. E. (1991). *Design of slurry transport systems*. Crc Press.
5. Bhushan, B. A., y Ko, P. L. R. (2003, 01). Introduction to Tribology. *Applied Mechanics Reviews*, 56 (1), B6-B7. doi: 10.1115/1.1523360
6. Clark, H., y Hartwich, R. B. (2001). A re-examination of the ‘particle size effect’ in slurry erosion. *Wear*, 248 (1), 147-161. doi: [https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(00\)00556-1](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(00)00556-1)
7. Desale, G. R., Gandhi, B. K., y Jain, S. (2009). Particle size effects on the slurry erosion of aluminium alloy (aa 6063). *Wear*, 266 (11-12), 1066–1071.
8. Dhodapkar, S., Jacob, K., y Hu, S. (2006). Fluid-solid transport in ducts. *Multiphase Flow Handbook*, 4–1.
9. Elkholy, A. (1983). Prediction of abrasion wear for slurry pump materials. *Wear*, 84 (1), 39-49. doi: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(83\)90117-5](https://doi.org/10.1016/0043-1648(83)90117-5)
10. Finnie, I. (1960). Erosion of surfaces by solid particles. *wear*, 3(2), 87-103.
11. Gandhi, B., Singh, S., y Seshadri, V. (1999). Study of the parametric dependence of erosion wear for the parallel flow of solid–liquid mixtures. *Tribology International*, 32 (5), 275-282. doi: [https://doi.org/10.1016/S0301-679X\(99\)00047-X](https://doi.org/10.1016/S0301-679X(99)00047-X)
12. Gandhi, B. K., y Borse, S. V. (2004). Nominal particle size of multi-sized particulate slurries for evaluation of erosion wear and effect of fine particles. *Wear*, 257 (1), 73-79 doi:<https://doi.org/10.1016/j.wear.2003.10.013>
13. Gupta, R., Singh, S., y Sehadri, V. (1995). Prediction of uneven wear in a slurry pipeline on the basis of measurements in a pot tester. *Wear*, 184 (2), 169-178. doi: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(94\)06566-7](https://doi.org/10.1016/0043-1648(94)06566-7)

14. Javaheri, V., Porter, D., y Kuokkala, V.-T. (2018). Slurry erosion of steel—review of tests, mechanisms and materials. *Wear*, 408 , 248–273.
15. Levy, A. V., y Chik, P. (1983). The effects of erodent composition and shape on the erosion of steel. *Wear*, 89 (2), 151-162. doi: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(83\)90240-5](https://doi.org/10.1016/0043-1648(83)90240-5)
16. LL.Parent, y Dy.Li. (2013). Wear of hydrotransport lines in athabasca oil sands. *Wear*, 301 (1-2), 477–482.
17. Ma, L., Huang, C., Xie, Y., Jiang, J., Tufa, K. Y., Hui, R., y Liu, Z. S. (2015). Modeling of erodent particle trajectories in slurry flow. *Wear*, 334, 49-55.
18. Mansouri, A., Shirazi, S., y McLaury, B. (2014). Experimental and numerical investigation of the effect of viscosity and particle size on the erosion damage caused by solid particles. En *Fluids engineering division summer meeting* (Vol. 46247).
19. Martinez, J., y Chapman, J. (2017). Wear rate in surry pipeline. *Rio Pipeline Conference and Exhibition*.
20. McKibben, y Melissa, J. (1993). Wall erosion in slurry pipelines. The University of Saskatchewan, Canada, 190–190.
21. Rayo, J. (2019). Historia del manejo de pulpas mineras en chile. Centro de Investigación en Minería Sustentable JRI.
22. Schaan, J., Cook, N., y Sanders, R. (2007). On-line wear measurements for commercial-scale,coarse-particle slurry pipelines. En *The 17th international conference on the hydraulic transport of solids* (pp. 291–300).
23. Shook, C., McKibben, M., y Small, M. (1990). Experimental investigation of some hydrodynamic factors affecting slurry pipeline wall erosion. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 68 (1), 17–23.
24. Tsai, W. J. A. I., Humphrey, J. A. C., Cornet, I., y Levy, A. V. (1981). Experimental measurement of accelerated erosion in a slurry pot tester. *Wear*, 68(3), 289-303.
25. Wellinger, K., y Uetz, H. (1955). Sliding, scouring and blasting wear under the influence of granular solids. *VDI-Forschungsheft B*, 21 , 449.