

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

MODELAMIENTO GEOMETALÚRGICO DE CONSUMO DE AGUA EN PROCESAMIENTO DE MINERALES

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA DE MINAS

CARLOS ALEJANDRO MORAGA CRUZ

PROFESOR GUÍA: WILLY KRACHT GAJARDO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: JULIAN ORTIZ CABRERA JUAN YIANATOS BERNARDINO SEBASTIÁN ÁVALOS SOTOMAYOR

SANTIAGO DE CHILE

2023

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR EN INGENIERÍA DE MINAS POR: CARLOS MORAGA CRUZ FECHA: 2023 PROF. GUÍA: WILLY KRACHT GAJARDO

MODELAMIENTO GEOMETALÚRGICO DE CONSUMO DE AGUA EN PROCESAMIENTO DE MINERALES

La industria minera enfrenta un gran desafío debido a la escasez de agua. En los próximos años se espera un crecimiento considerable en los volúmenes de minerales sulfurados a procesar, conllevando un aumento de la demanda de agua necesaria para su tratamiento. El consumo de agua fresca depende fuertemente de las propiedades del mineral a tratar como también de la cantidad que se puede recuperar y recircular al proceso. Parte de las pérdidas de agua se pueden asociar a la operación del depósito de relaves y a la evaporación que se produce debido a las condiciones climáticas.

Este trabajo explora, a través de la modelación geometalúrgica y la simulación, el efecto de las propiedades del mineral y las condiciones climáticas sobre el consumo de agua en una planta de procesamiento genérica ubicada en una región árida. Para esto se construyó una herramienta de simulación modular que permite representar el procesamiento de un mineral caracterizando el concentrado y relave generados, junto con la estimación de la cantidad de agua requerida para su tratamiento. Adicionalmente se realizó una estimación de la mezcla de mineral generada por la planta, lo que permite tener un entendimiento más acabado de la composición de los productos formados. Se implementó un modelo de balance de agua desde el depósito de relaves permitiendo incorporar parámetros operacionales e información climática (radiación, temperatura, velocidad del viento, humedad, etc.). Mediante la integración de los modelos se estimó el consumo de agua por tonelada de mineral tratado.

Los resultados muestran que el consumo de agua depende de la estacionalidad variando a lo largo del año. De esta forma se generó un vector de información que comprende el consumo de agua y su recuperación esperada para la operación conjunta de la planta y el depósito de relaves. Se discute la oportunidad de incorporar esta información como parte del modelo de bloques y como esta impacta la planificación minera. Se propuso un ejemplo de plan minero simplificado para distintas unidades geológicas mineras, mostrando que el consumo de agua tiene un efecto directo en su evaluación. Se observó que la estrategia de procesamiento para minimizar el consumo de agua consiste en tratar el mineral con mejores recuperaciones de agua durante los meses de mayores pérdidas por evaporación, sin embargo esto conlleva a un menor beneficio económico.

Se aprecia una ventaja al utilizar una metodología geometalúrgica incorporando información meteorológica para estimar los requerimientos de agua para cada bloque en el modelo de bloques de la mina, permitiendo explorar el efecto que tiene esta información en el diseño, planificación y operación de la mina y procesamiento.

ABSTRACT

The mining industry faces a significant challenge due to water scarcity. In the coming years, a considerable growth in sulfide mineral volumes to be processed is expected, leading to an increase in water demand for their treatment. Freshwater consumption strongly depends on the properties of the ore to be treated, as well as the amount that can be recovered and recirculated into the process. A portion of water losses can be associated with the tailings deposit operation and evaporation due to weather conditions.

This work explores the effect of ore properties and climatic conditions on water consumption in a generic mineral processing plant located in an arid region through geometallurgical modeling and simulation. A modular simulation tool was built to represent ore processing, characterizing the concentrate and tailings generated and estimating the water required for treatment. An assessment of ore blending generated by the plant was also made, providing a more complete understanding of product composition. A water balance model from the tailings deposit was implemented, incorporating operational parameters and climatic information (radiation, temperature, wind speed, humidity, etc.). By integrating the models, the water consumption per ton of treated ore was estimated.

The results show that water consumption varies throughout the year, depending on seasonality. An information vector was generated, including water consumption and its expected recovery for the joint operation of the plant and the tailings deposit. The opportunity to incorporate this information as part of the block model and its impact on mine planning is discussed. A simplified mining plan was proposed for different geological mining units, showing that water consumption directly affects its evaluation. The processing strategy to minimize water consumption involves treating the ore with better water recoveries during months of greatest evaporation losses, which leads to less economic benefit.

Using a geometallurgical methodology incorporating meteorological information to estimate water requirements for each block in the mine block model has advantages. This allows exploration of the effect of this information on mine and processing design, planning, and operation.

DEDICATORIA

Para Verona + Amelia + 1

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi familia, Verona y Amelia, por apoyarme durante este viaje y por estar constantemente dándome la energía necesaria para continuar. Muchas gracias por entregarme el tiempo y el espacio para ocuparme de "mis cosas" cuando lo necesitaba y asumir la carga cuando tuve que enfocarme en el trabajo. Las amo mucho y es un privilegio tenerlas conmigo.

Muchas gracias a mi papá, mis hermanos y sus respectivas familias por estar preocupados por mi avance, porque siempre sentí su apoyo y buenas vibras durante estos años. Gracias Tata Jano, Orieta y Jorge, Eduardo y Carolina, Andrea, Javiera, Martín, Laura y Josefina.

También quiero dar las gracias a Willy Kracht por su guía y soporte durante el programa de doctorado, por ser siempre claro en la parte académica y fraterno en el área personal. Durante los años que nos hemos conocido he apreciado mucho su amabilidad y admirado su trabajo, y agradezco mucho haber podido trabajar con él. También quiero agradecer a Julián Ortiz por haber hecho posible la pasantía en Queen's University, por todo su apoyo en la revisión y avance de la tesis y publicaciones, y especialmente por su excelente disposición y amabilidad con que nos recibió junto a mi familia en Canadá. Además, quiero reconocer a Juan Yianatos y Sebastián Ávalos en la revisión de la tesis. Muchas gracias por el tiempo que dedicaron a este trabajo y por todas las observaciones, correcciones y sugerencias que sin duda enriquecieron la investigación.

Finalmente agradecer a mi gran amigo Denis quien me demuestra cada día que nada es imposible y que las batallas se dan hasta el final. Espero que te recuperes pronto para poder ponernos al día.

Tabla de contenido

Capítulo	1: Introducción	1
1.1 F	Presentación del Tema	1
1.2 0	Dbjetivos	2
1.2.1	Objetivo General	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3 A	Alcances	2
1.4 C	Drganización del documento	3
Capítulo	2: Marco Teórico	4
2.1 L	Jso del Agua en la Minería	4
2.1.1	Consumo de Agua en Procesamiento de Minerales	6
2.1.2	Agua en Tranque de Relaves	7
2.1.3	Balance de Agua en Procesamiento de Minerales	9
2.2 N	lodelamiento Geometalúrgico	10
2.3 N	lodelamiento en Procesamiento de Minerales	11
2.3.1	Modelación de chancado	13
2.3.2	Modelación de molienda convencional	15
2.3.3	Modelación de molienda AG/SAG	19
2.3.4	Modelación de molienda HPGR	23
2.3.5	Modelación de clasificación mediante harneros	26
2.3.6	Modelación de clasificación mediante hidrociclones	29
2.3.7	Modelación en flotación de minerales	34
2.3.8	Modelación recuperación de agua desde espesadores	36
2.3.9	Modelación de distribución de tiempos de residencia	37
2.4 N	Iodelamiento en Tranque de Relaves	40
2.4.1	Balance de Agua	40
2.4.2	Pérdidas por atrapamiento	42
2.4.3	Pérdidas por evaporación	43
2.4.4	Pérdidas por rehidratación	46
2.4.5	Pérdidas por filtración	48
Capítulo	3: Metodología	50
3.1 k	dentificación de modelos	50

3.2	Identificación de variables50				
3.3	Implementación, validación e integración52				
3.4	.4 Simulación y evaluación53				
Capítul	o 4: Resultados y análisis: Modelamiento planta de procesamiento de minera	ales			
		54			
4.1	Enfoque modular	54			
4.2	Granulometria y composicion de concentrado y relave	56			
4.3	Distribución de tiempos de residencia	60			
4.4	Evaluación de mezclas	62			
4.4	.1 Metodología de estimación de mezclas	62			
4.4	.2 Estimación de mezclas	63			
4.4	.3 Simulación de mezcla para estimar el desempeño de la planta	66			
4.5	Simulación etapas de separación sólido-líquido	67			
4.6	Mezclamiento de minerales en modelamiento geometalúrgico y control de	68			
17	Efecto de la configuración de planta	60			
4.7 Conítul	o 5: Posultados y apálicis: Modelamiento del consumo de agua on	09			
procesa	amiento de minerales y tranque de relaves	73			
5.1	Modelamiento de balance de agua en tranque de relaves	73			
5.1	.1 Definición escenario de simulación	74			
5.1	.2 Operación del tranque de relaves	78			
5.2	Estimación de consumo de agua por unidad minera	82			
5.3	Valorización de unidad minera considerando el consumo de agua	87			
5.4	Consumo de agua en escenario de stress hídrico	91			
5.5	Consumo de agua en planificación minera	93			
5.5	.1 Planificación minera para dureza variable	95			
5.5	.2 Planificación minera para ley variable	97			
5.5	.3 Planificación minera para dureza y ley variable	98			
Capítul	o 6: Conclusiones	102			
5.6	Recomendaciones y trabajo futuro	105			
Bibliogr	rafía	106			
Anexo	A: Resultados De Simulaciones Para Distintas Configuraciones De Planta	112			
Anexo	B: Parámetros Cinéticos De Flotación Utilizados En Las Simulaciones	113			
Anexo	C: Demanda De Agua Por UGM	115			

Anexo D: Publicación "Process Simulation To Determine Blending And Residence Ti	me
Distribution In Mineral Processing Plant"	.116
Anexo E: Publicación "Water consumption assessment in mineral processing integra	ting
weather information and geometallurgical modeling"	.143

Índice de ilustraciones

Figura 1. Proyección de consumo de agua según origen 2020-2031(Comisión Chilena del Cobre, 2020b).

	_ 6
Figura 2. Esquema representativo de un tranque de relaves (Wels & Robertson, 2003).	_ 8
Figura 3. Esquema de flujo de agua en procesamiento de minerales	_ 9
Figura 4. Esquema de función descarga usada en el modelamiento de molinos AG/SAG.	22
Figura 5. Esquema de función tasa de ruptura usada en el modelamiento de molinos AG/SAG	22
Figura 6. Esquema conceptual del molino HPGR (Torres & Casali, 2009).	23
Figura 7. Esquema de los parámetros geométricos del hidrociclón.	30
Figura 8. Esquema de balance de agua en tranque de relaves identificando entradas, pérdidas y variabl	es
climáticas que influyen en el proceso	42
Figura 9. Esquema programación modular para implementación de modelos.	53
Figura 10. Ejemplo de configuraciones de planta de procesamiento de minerales que se pueden constru	ıir
utilizando el enfoque modular	55
Figura 11. Ejemplo de configuraciones en planta de flotación que se pueden construir utilizando el	
enfoque modular	56
Figura 12. Granulometría del mineral tratado por la planta en cada una de las etapas de conminución	
obtenidas mediante simulación	57
Figura 13. Composición mineralógica del concentrado obtenido mediante simulación.	58
Figura 14. Composición mineralógica del relave obtenido mediante simulación.	59
Figura 15. Composición relativa de relave integral obtenido mediante simulación.	59
Figura 16. Representación de curvas RTD en formato boxplot. Ejemplo para RTD del relave generado p	or
la planta	60
Figura 17. Evolución RTD a través de la planta obtenido mediante simulación	61
Figura 18. Esquema de alimentación al proceso representado por una serie temporal de RTDs.	62
Figura 19. Evaluación de mezcla realizada asumiendo 2 valores de soporte temporal diferentes: (a)	
Soporte temporal de 30 minutos; (b) Soporte temporal de 90 minutos.	65
Figura 20. Evaluación del flujo y ley de concentrado para diferentes secuencias de alimentación.	67
Figura 21. Comparación de resultados planta 1 y planta 2 para ley de alimentación variable: (a); Leyes	
concentrado y relave (b) Flujo de material en concentrado y relave; (c) Tamaño medio P50 en	
concentrado y relave	71
Figura 22. Comparación de resultados planta 1 y planta 2 para dureza de mineral variable: (a); Leyes	
concentrado y relave (b) Flujo de material en concentrado y relave; (c) Tamaño medio P50 en	
concentrado y relave	72
Figura 23. Imagen satelital de tranque de relaves Talabre de División Chuquicamata de Codelco utilizad	lo
como referencia para la definición de escenarios de simulación en balance de agua (ArcGIS, n.d.).	74
Figura 24. Variación de temperatura y velocidad del viento a través del año 2021.	75
Figura 25. Variación de radiación solar y fracción de día soleado a través del año 2021	75
Figura 26. Pérdidas de agua estimadas para la operación de tranque de relaves durante un año de	
operación	76
Figura 27. Balance de agua estimado para la operación de tranque de relaves durante un año de	
operación	77
Figura 28. Proporción de agua recuperada y pérdidas asociadas a la operación del tranque de relaves	
durante un año de operación	78
Figura 29. Análisis de sensibilidad para radio área inundada/área playa activa para evaluar las pérdidas	í
de agua por rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves	79
Figura 30. Análisis de sensibilidad para tamaño medio de partícula para evaluar las pérdidas de agua po	or
atrapamiento, rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves.	80
Figura 31. Análisis de sensibilidad para factor de redondez (R) para evaluar las pérdidas de agua por	
atrapamiento, rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves.	80
Figura 32. Evaluación de consumo de agua mensual para UGMs con distintas leyes de alimentación	85

Figura 33. Variación del consumo de agua por ley de alimentación para una dureza de mineral fija. 85 Figura 34. Evaluación de consumo de agua mensual para UGMs con distintas durezas de mineral. ____ 86 Figura 35. Variación del consumo de agua por dureza de mineral para una ley de alimentación fija. ____ 86 Figura 36. Evaluación de costo asociado al consumo de agua mensual para UGMs con distintas leyes de alimentación. 88 Figura 37. Evaluación de costo asociado al consumo de agua mensual para UGMs con distintas durezas de mineral. 88 Figura 38. Valor de bloque y costo de agua para ley de alimentación variable. 90 Figura 39. Valor de bloque y costo de agua para dureza de mineral variable. ______ 90 Figura 40. Evaluación del consumo de agua fresca mensual bajo escenario de stress hídrico. _____ 91 Figura 41. Disponibilidad de tratamiento extra mensual según holgura de agua disponible. _____ 92 Figura 42. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza variable. 96 Figura 43. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con ley variable. _____ 98 Figura 44. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza y ley variable. 100

Índice de tablas

Tabla 1. Modelos de procesamiento de minerales y RTD utilizados en las simulaciones	12
Tabla 2. Tipos de equipos de chancadores utilizados en diferentes etapas de chancado.	13
Tabla 3. Factores de corrección en molienda convencional	17
Tabla 4. Identificación de variables la simulación	51
Tabla 5. Resume de características de mineral de alimentación a la simulación generados de manera	
sintética.	57
Tabla 6. Propiedades de UGMs utilizadas como alimentación en la simulación	66
Tabla 7. Resultados obtenidos mediante simulación para la etapa de espesamiento.	67
Tabla 8. Valores de parámetros operacionales utilizados en simulación de balance de agua desde	
tranque de relaves	76
Tabla 9. Propiedades de leyes y dureza de minerales utilizados en la estimación del consumo de agua.	83
Tabla 10. Recuperaciones de agua de proceso por mes obtenidas mediante simulación para distintas	
UGMs	83
Tabla 11. Consumo de agua por tonelada de mineral tratado obtenidas mediante simulación para	
distintas UGMs.	84
Tabla 12. Valores de costos y precio utilizado para la valorización de un bloque minero	87
Tabla 13. Costo de agua mensual por bloque minero para distintas UGMs.	87
Tabla 14. Valorización de bloques por UGM	89
Tabla 15. Valor mensual de bloque minero para distintas UGMs considerando costo de agua.	89
Tabla 16. Definición de UGMs para simulación de planificación minera incorporando consumo de agua.	. 93
Tabla 17. Valor mensual de bloque minero para UGMs usadas en simulación de planificación minera	
incorporando consumo de agua	94
Tabla 18. Recuperación de agua mensual para UGMs usadas en simulación de planificación minera	
incorporando consumo de agua	94
Tabla 19. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con dureza variable.	95
Tabla 20. Recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza variable	96
Tabla 21. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con ley variable	97
Tabla 22. Recuperación de agua para escenarios de planificación con ley variable.	98
Tabla 23. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con dureza y ley	
variables	99
Tabla 24. Recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza y ley variable	101
Tabla 27. Resultados generales de simulaciones para las distintas configuraciones de planta	
implementadas.	112
Tabla 28. Distribución de parámetros cinéticos en flotación rougher utilizados en la simulación.	113
Tabla 29. Distribución de parámetros cinéticos en flotación cleaner utilizados en la simulación	113
Tabla 30. Distribución de parámetros cinéticos en flotación scavenger utilizados en la simulación	114
Tabla 31. Demanda mensual de agua por tonelada para las distintas UGM implementadas en la	
simulación	115
Tabla 32. Costo de agua mensual por bloque para las distintas UGM implementadas en la simulación.	115

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1 Presentación del Tema

Uno de los principales desafíos que enfrenta actualmente la minería es la escasez de agua, insumo clave para el proceso productivo en especial en las etapas de procesamiento de minerales. Considerando que gran parte de la minería en Chile se emplaza en zonas desérticas, este problema se vuelve un punto crítico en la operación de cualquier faena. Bajo este escenario se presenta la oportunidad de optimizar el manejo del recurso hídrico, enfoque que se ha abordado generalmente teniendo como objetivo aumentar los niveles de recirculación de agua en planta.

El agua recuperada en minería proviene principalmente desde los depósitos de relaves por lo tanto es necesario conocer el balance de agua que se produce en este tipo de instalación. Debido a que el depósito de relaves se construye con los desechos generados en la planta de procesamiento, la composición de dicho relave, tanto mineralógica como granulométrica, y el cómo se dispone el relave en el tranque, impactan directamente a la forma en que el agua se distribuye por todo el volumen de la instalación, ya que determina el grado de atrapamiento e infiltración de agua en las distintas capas que lo componen. Por otro lado, existen pérdidas de agua relacionadas a fenómenos meteorológicos como el proceso de evaporación y arrastre producido por la acción del viento. Teniendo esto en consideración es posible construir el balance de agua conociendo la composición del relave resultante de la planta concentradora y la operación del depósito de relaves mediante la modelación de la cantidad de agua que se pierde producto de las características del relave, por evaporación, arrastre y entradas como contenido de agua en el relave y fuentes de agua externas (ríos, efluentes, precipitaciones, etc.).

Para determinar la composición del relave generado es necesario modelar la operación de la planta concentradora en su totalidad debido a que no solo se producen cambios en las características del mineral (granulometría y composición mineralúrgica) a través de cada proceso, si no que adicionalmente se genera un efecto de mezclamiento producto de la disposición espacial de los equipos y las distintas estaciones que componen a cada una de las etapas. De esta manera la composición de alimentación a una etapa difiere de la composición de salida por el solo hecho de enfrentarse a un proceso con tiempos de residencia heterogéneos.

Por otra parte, el plan minero define la secuencia de bloques que se extraen desde la mina y que eventualmente alimentan a la planta de procesamiento, transformando una distribución espacial (modelo de bloques) a una distribución temporal. De esta manera un plan minero determina la composición de relave de salida. Sin embargo, debido a que el modelo de bloques responde a una estimación geoestadística, existe variabilidad asociada a la determinación de los valores de cada bloque. Asimismo, existe variabilidad intrínseca en las variables geometalúrgicas de la planta, por lo que el problema debe ser

abordado con una componente estocástica a través de técnicas de simulación que permitan incorporar la incertidumbre asociada.

Para el balance de agua del tranque de relaves se pretende incorporar variables de fuentes exógenas como la radiación, la temperatura, humedad relativa, precipitaciones y velocidad del viento del lugar en el que se emplaza la faena. De esta manera se busca combinar una metodología geometalúrgica con pronósticos meteorológicos para estimar los requerimientos de agua de cada una de las unidades del modelo de bloques de la mina y permitir explorar el efecto que tiene esta información en el diseño. Los resultados permitirán conocer el consumo de agua de una planta y evaluar la posibilidad de incluir este dato como parte de la toma de decisiones en la planificación minera.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

 Modelar el consumo de agua en una planta de procesamiento de minerales en base a las características geometalúrgicas del mineral, pronósticos meteorológicos y la planificación minera considerando las distintas etapas productivas y la operación del depósito de relaves.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Implementar modelos de las distintas etapas de procesamiento para caracterizar la operación de una planta desde el ingreso de un bloque de mineral hasta su salida en forma de relave.
- Establecer mediante simulación, el grado de mezclas generado en la planta, incorporando la variabilidad producida por la incertidumbre asociada a cada variable y cómo afecta a la composición del relave resultante.
- Definir las variables y parámetros necesarios para caracterizar el depósito de relaves en función de modelar temporal y espacialmente la operación de deposición.
- Generar modelo de recuperación de agua desde depósito de relaves incorporando las propiedades geometalúrgicas del mineral y las condiciones meteorológicas del entorno.

1.3 Alcances

A continuación, se presentan los alcances de la investigación.

Se simula mediante el lenguaje de programación Matlab, la operación completa de una planta de procesamiento de minerales, incluyendo el depósito de relaves, para predecir el consumo de agua esperado en tiempo debido al plan minero utilizado. Se pretende generalizar un modelo de consumo de agua que pueda ser implementado en cualquier planta de procesamiento y que dependa de una combinación de variables operativas, geometalúrgicas y exógenas de carácter meteorológico.

Se aborda el estudio del mezclamiento que se produce en las distintas etapas de procesamiento y se caracteriza el cambio en la composición mineralógica y granulométrica que sufre un bloque desde su entrada a planta hasta su salida en forma de relave.

Se definen las variables geometalúrgicas y meteorológicas claves para ser incorporadas al modelo de recuperación de agua desde el tranque de relaves, considerando la selección de modelos específicos que participan en cada etapa del procesamiento de minerales.

Teniendo el balance de agua completo, se evalúa la posibilidad de incorporar la variable consumo de agua dentro de la planificación minera con fin de optimizar el uso del recurso hídrico desde un punto de vista operativo.

Para el estudio y la implementación de las simulaciones se utilizan datos de variables y parámetros típicos en plantas de procesamiento de minerales. Debido a que el volumen de variables y parámetros es considerablemente grande, en un principio se realizará la simulación y prueba del sistema mediante la generación de datos sintéticos.

1.4 Organización del documento

Los siguientes capítulos de la tesis están divididos en revisión bibliográfica, metodología, resultados y análisis, finalizando con las conclusiones. Para efecto de abordar de manera más completa el análisis de resultados, éstos se dividen en dos secciones.

La primera sección está dedicada a abordar el modelamiento de la planta de procesamiento de minerales junto con la implicancia de tener una herramienta que permita caracterizar esta parte del proceso minero. La segunda sección de resultados está dedicada a mostrar el modelamiento de consumo de agua en procesamiento de minerales incorporando el balance de agua que se obtiene desde el tranque de relaves y su operación, siendo de esta forma presentada una forma de evaluar cuantitativamente el consumo de agua de un mineral en específico.

CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1 Uso del Agua en la Minería

En la actualidad la minería se ve desafiada por el suministro de insumos claves como lo son la energía y el agua. En particular el recurso hídrico es utilizado prácticamente durante todos los procesos mineros, siendo parte clave del beneficio de minerales.

En Chile la minería del cobre representa el principal tipo de explotación, alcanzando un 85,5% del total de las exportaciones de la industria al año 2020 (Servicio Nacional de Geología y Minería, 2021). El procesamiento de minerales del cobre puede ser conducido por la vía hidrometalúrgica para minerales oxidados o por la vía pirometalúrgica (concentración de minerales) para minerales sulfurados. Ambas vías precisan del agua como materia prima de los procesos, los que se valen de sus propiedades para lograr la separación de especies de interés y la utilizan como medio de transporte entre sus diversas etapas.

Se espera que a nivel mundial los minerales de cobre sufran una disminución en calidad durante los años venideros, traduciéndose en un aumento en su dureza y una disminución de las leyes, debido a la profundización de los yacimientos y agotamiento de los recursos. El impacto de esta nueva condición se verá reflejado en el consumo unitario de agua, ya que se requerirá un mayor volumen del recurso hídrico para poder obtener la misma cantidad de mineral fino. La profundización de las explotaciones mineras implica una baja en el volumen de los minerales oxidados disponibles, los que se encuentran en las zonas más superficiales de los yacimientos, dando paso a un aumento del procesamiento de minerales sulfurados vía concentración de minerales. Las proyecciones de la Comisión Chilena del Cobre (Cochilco) indican que al año 2031 la producción nacional de cobre aumentará en un 22,6% respecto al año 2019. En cuanto a la matriz productiva, se espera una disminución significativa de la producción por medios hidrometalúrgicos, pasando de 27,3% de la producción total en 2019 a 8,1% al año 2031. Por su parte, se estima que la producción de concentrados al año 2031 aumente un 54,9% (Comisión Chilena del Cobre, 2020c).

Debido al escenario que se afrontará en los próximos años es necesario enfocar gran parte de la atención en los procesos de concentración de minerales. Este proceso utiliza grandes volúmenes de agua representando casi un 75% del consumo total efectuado por la minería. El procesamiento de minerales involucra la conminución del mineral (molienda), la flotación, clasificación y espesamiento. El alto porcentaje alcanzado se explica principalmente a que la metodología empleada para la separación de las especies de interés corresponde a la flotación de minerales, la que requiere cantidades de agua del orden de 60% a 75% de contenido en peso (Bleiwas, 2012). Se espera que para el año 2031 el consumo de agua en los procesos de concentración aumente a cerca de un 80% del total del agua consumida por la minería (Comisión Chilena del Cobre, 2020b).

En la contraparte, el consumo de agua en los procesos de hidrometalurgia ascendió a aproximadamente un 14% del total utilizado por la minería y se proyecta que para el año 2031 represente solo un 4,7% del total.

En términos comparativos la industria minera solo consume alrededor de un 3% del agua utilizada en el país (DGA, 2016). Sin embargo, la mayor parte de las actividades mineras, alrededor de un 78%, se emplazan en la zona del Norte Grande en donde predomina el clima semi-árido y el recurso es sumamente escaso. La minería ha enfocado sus esfuerzos en realizar una gestión eficiente del agua mediante diversos procedimientos, entre los que se encuentran la deposición de relaves en pasta, tratamiento de agua mediante filtración, sedimentación, clarificación, osmosis reversa, electrodiálisis reversa, desalinización de agua de mar, entre otras (Connelly, 2012). Las principales tendencias usadas actualmente son reducir los requerimientos de aguas frescas superficiales mediante la recirculación del agua de proceso y la sustitución de las fuentes tradicionales por agua de mar.

Como es sabido, el agua en minería puede tener 2 fuentes de origen: aguas continentales y agua de mar. Según datos entregados por Cochilco el uso de agua de mar durante el año 2020 alcanzó los 5,7 [m³/seg] en comparación a los 12,8 [m³/seg] de aqua continental usada en la minería. La proyección para los próximos 10 años indica que esta tendencia se revertirá logrando equiparar los volúmenes de consumo de agua según procedencia, esperando a alcanzar al año 2031 casi un 47% de agua de mar del total utilizado en la industria minera (Comisión Chilena del Cobre, 2020b). Esta tendencia se explica en parte por las futuras apertura de plantas desalinizadoras como parte de los proyectos de diferentes compañías mineras. Este comportamiento es liderado en Chile por la región de Antofagasta y en menor medida por la región de Atacama, zona en donde se concentra gran parte de los proyectos mineros de gran envergadura. Actualmente existen 11 plantas desalinizadoras pertenecientes a mineras operando en el país y se encuentran en proyecto 12 nuevas instalaciones, las que se distribuyen principalmente entre la zona del Norte Grande. Por otro lado, el uso de aguas salinas requiere la adopción de estrategias operacionales singulares, debido a que el agua de mar conlleva a algunos resultados adversos en los procesos mineros, manifestándose en un aumento de la corrosión de materiales y disminución de la eficiencia en procesos de concentración como la flotación de minerales.



Figura 1. Proyección de consumo de agua según origen 2020-2031(Comisión Chilena del Cobre, 2020b).

Con la incorporación de agua de mar a los procesos mineros el problema de abastecimiento cambia de foco de la escasez del recurso hídrico a la necesidad de suplir mayores cantidades de energía que permitan trasladar el agua a los lugares en donde se emplazan las faenas (en el caso de Chile generalmente ubicadas a grandes distancias de la zona costera). De esta manera el problema del agua no desaparece totalmente sino que se transforma en un problema de suministro energético, requiriéndose de igual manera una preocupación permanente sobre este insumo. Por este motivo es de suma importancia para la minería administrar de manera óptima el agua necesaria para su operación, maximizando la recirculación de aguas de procesos, minimizando las pérdidas de agua y buscando estrategias operacionales que permitan el mejor aprovechamiento del recurso. Los esfuerzos de la industria han significado en que más de un 70% del agua utilizada en la minería corresponda a agua recirculada al proceso y la tendencia es aumentar este porcentaje (Minería Chilena, 2018).

2.1.1 Consumo de Agua en Procesamiento de Minerales

El año 2020 se consumieron 12,1 $[m^3/seg]$ en los procesos de concentración de minerales, esperando que para el año 2031 aumente a 18,4 $[m^3/seg]$. Esto indica la importancia que tiene esta etapa en dentro de la minería y el impacto directo que tiene en la gestión del insumo.

En el caso específico del procesamiento de minerales sulfurados de cobre es posible caracterizar el consumo y pérdidas de agua de las distintas etapas involucradas, sin embargo, para que el análisis sea correcto es necesario incorporar el balance de agua a los tranques de relaves. De esta manera se tiene una visión completa del ciclo del agua en la planta de procesamiento, es decir, se logran cuantificar las pérdidas, recirculación

de agua de proceso y reposición de agua (aguas frescas) necesaria para cumplir con los rangos de operación establecidos.

Para las etapas que ocurren en las instalaciones de la planta propiamente tal como molienda, flotación, espesamiento y filtración, las pérdidas de agua están asociadas principalmente a los eventos de evaporación en las superficies expuestas a la radiación solar (celdas de flotación, espesadores) y posibles derrames de pulpa en las operaciones. También se debe considerar el contenido de agua incluido en el concentrado final producido en la planta, el que no puede ser recuperado, y que alcanza valores del orden de un 10% de contenido en peso (Bleiwas, 2012).

Las pérdidas de agua que ocurren en la planta de procesamiento pueden considerarse menores en comparación a los volúmenes totales que se manejan, sin embargo, el relave generado por el proceso es un factor clave para el comportamiento del tranque de relaves. En particular el contenido de agua enviado junto al material de desecho, la mineralogía y la composición granulométrica de éste influirán de manera directa en las pérdidas de la instalación. El tamaño de partícula generada en la planta de procesamiento es clave en la forma en que se deposita el material en el tranque de relaves, ya que según la ley de Stokes las velocidades de sedimentación dependen de estos valores (tamaños más grandes tienen mayores velocidades de sedimentación). Por esta razón, si se desean desarrollar estrategias para optimizar el uso del agua, es importante tener una caracterización adecuada de los relaves generados.

2.1.2 Agua en Tranque de Relaves

Los depósitos de relaves son importantes desde el punto de vista del manejo hídrico puesto que en estas instalaciones ocurren procesos que involucran pérdida de agua debido a la operación misma y a factores medioambientales (radiación solar, velocidad del viento, etc.). Las principales fuentes de pérdida de agua desde tranques de relaves son:

- Arrastre o atrapamiento en las playas de relave.
- Filtración hacia el suelo de fundación.
- Evaporación desde playas y piscinas.

En la Figura 2 se observa un esquema de las distintas zonas presentes en un relave minero (Wels & Robertson, 2003). Es posible identificar:

 Puntos de descarga (*discharge points*): corresponden a los lugares en donde se realiza la descarga de material proveniente de la planta (pulpa) y son los encargados de distribuirlo de la manera más uniforme posible. Estos puntos funcionan por intervalos de tiempo presentando períodos de actividad (descarga de material) y de inactividad. La disposición espacial de diversos puntos de descarga por todo el contorno del muro de contención delimita la zona destinada para la acumulación del material proveniente de la planta en forma de pulpa.

- Áreas de deposición (*deposition areas*): zona que recibe la pulpa desde un punto de descarga y se genera producto de la actividad éste. Este proceso crea una zona de inundación o playa. La superficie que puede abarcar depende fuertemente de la cantidad de tiempo que se encuentre en funcionamiento un punto de descarga. Esta área, al igual que los puntos de descarga, puede tomar la condición de activa o inactiva dependiendo de si existe o no descarga de pulpa.
- Estanque (*pond*): es la zona del tranque en donde se concentra la acumulación de agua producto del escurrimiento y movimiento de la fase líquida de la pulpa desde el área de deposición hacia el interior de la instalación. Se entiende por escurrimiento al proceso por el cuál una porción de agua alcanza el estanque mediante el desplazamiento por gravedad debido al ángulo de inclinación de la zona de deposición.



Figura 2. Esquema representativo de un tranque de relaves (Wels & Robertson, 2003).

Además de las zonas mencionadas en el esquema, también se debe considerar la presencia del muro de contención que sirve para apresar el material de descarte proveniente de la planta y permite delimitar las fronteras del tranque de relaves.

En general para la construcción de un tranque de relaves se pueden tener dos alternativas: deposición de los relaves con una previa clasificación por tamaños o deposición de manera directa. La clasificación por tamaños (mediante hidrociclones) tiene la finalidad de separar el material y destinar la fracción gruesa a la construcción del muro de contención, incorporando la parte fina al cuerpo del relave. Esta estrategia resulta en la segregación del material teniéndose características diferentes (de granulometría y reología) en comparación con la deposición directa.

Las pérdidas de agua en el tranque de relaves son mucho más significativas que las que se producen en la planta y es necesario identificarlas y cuantificarlas para realizar un correcto balance hídrico.

2.1.3 Balance de Agua en Procesamiento de Minerales

En la Figura 3, se muestra un esquema conceptual del balance de agua en una planta de procesamiento de minerales, considerando la recirculación y reposición de agua, y el balance de agua en el tranque de relaves. Adicionalmente se presentan valores estimados para el balance de agua en porcentaje (Bleiwas, 2012).



Figura 3. Esquema de flujo de agua en procesamiento de minerales. En azul se presentan una estimación de valores para el balance de agua en porcentaje.

Con fin de poder estimar el consumo de agua en procesamiento de minerales, se hace esencial contar con una metodología que permita predecir los productos generados en cada etapa y la composición de éstos. Actualmente esto se puede abordar desde el punto de vista de la modelación y simulación de procesos, ya que existe una gran variedad de modelos de las distintas etapas involucradas en el procesamiento de minerales que pueden ser integradas y usadas conjuntamente.

Es conveniente notar que en cada etapa asociada al procesamiento de minerales se consume una cantidad de agua requerida para el correcto desempeño del proceso. Así el balance de agua para estas etapas puede ser realizado evaluando las entradas y pérdidas de agua en cada etapa. Sin embargo, en el tranque de relaves la evaluación no es trivial debido a que las propiedades del mineral juegan un papel trascendente en el balance de agua. Para abordar esto es necesario introducir una componente dinámica a la modelación (tiempos de residencia), ya que los modelos de procesamiento de

minerales tienen características de estado estacionario (Gupta & Yan, 2016; King, 2001). De acuerdo con esto, para lograr estimar el consumo de agua mediante herramientas de simulación, es necesario un set de modelos de las etapas del procesamiento de minerales, los cuales se pueden clasificar en:

- Modelos de procesamiento de minerales en estado estacionario.
- Modelos de distribución tiempos de residencia (RTD por sus siglas en inglés).
- Modelos de balance de agua en tranques de relaves (evaporación, atrapamiento, filtración).

Debido a que las propiedades del mineral tienen un impacto directo en el desempeño del procesamiento de minerales, y por consiguiente en el balance de agua, el problema debe ser abordado desde un punto de vista geometalúrgico incorporando las características del mineral alimentado y las decisiones operativas.

2.2 Modelamiento Geometalúrgico

La geometalurgia es una disciplina aplicada en la industria minera que integra la información geológica, minera, metalúrgica, medioambiental y económica. La información utilizada por la geometalurgia comprende todo el conocimiento relevante del recurso minero que puede ser utilizado para controlar el proceso buscando una gestión eficiente y optimizada de los recursos, mejorando los rendimientos de la operación y reduciendo los riesgos técnicos asociados (Bradshaw, 2014; Lishchuk, Koch, Ghorbani, & Butcher, 2020). Tradicionalmente los modelos de bloques contienen datos de las propiedades metalúrgicas del mineral como leyes de alimentación, pero con la aplicación de la geometalurgia se han incluido nuevas características como composición química, índice de dureza (work index), grado de liberación, recuperación metalúrgica estimada, entre otras (Lishchuk, Lamberg, & Lund, 2015; Wills & Finch, 2016b). Este enfoque ha llevado a un conocimiento más acabado de los procesos y ha creado oportunidades para aplicar nuevas estrategias en las operaciones mineras.

Es posible encontrar numerosos ejemplos sobre las ventajas de utilizar la geometalurgia asociados a problemas operativos como los bajos rendimientos de flotación, optimización de energía en conminución, pronóstico de producción o el diseño de diagramas de flujo. Estos desafíos se han resuelto mediante el uso de herramientas de modelado y simulación basadas en características minerales como la composición, tamaño de partícula, asociaciones minerales o grado de liberación (Evans, Wightman, Manlapig, & Coulter, 2011; Lotter, 2011; Montoya, 2014; Tungpalan et al., 2015; Vizcarra, Wightman, Johnson, & Manlapig, 2010). En este sentido, la geometalurgia ha sido utilizada para resolver desafíos en el amplio espectro de todas las áreas mineras como planificación (Navarra, Grammatikopoulos, & Waters, 2018), toma de decisiones (Koch & Rosenkranz, 2020), molienda (Alruiz, Morrell, Suazo, & Naranjo, 2009; Rincon, Gaydardzhiev, & Stamenov, 2019) o flotación (Suazo, Kracht, & Alruiz, 2010).

La práctica de la geometalurgia ha ganado una gran popularidad en los últimos años y debido a los grandes avances en la caracterización de minerales, junto con el aumento de las capacidades de modelado computacional, han contribuido al aumento de resultados de investigación en esta área multidisciplinaria. Con los avances en la digitalización, los sistemas de información modernos constituyen un medio para integrar modelos geometalúrgicos en los procesos de toma de decisiones diarios, mensuales y a largo plazo.

2.3 Modelamiento en Procesamiento de Minerales

Típicamente, una planta de procesamiento de minerales está compuesta por etapas de conminución y concentración. Los equipos utilizados en estas etapas incluyen chancadores y molinos (bolas, SAG, rodillos) para los procesos de reducción de tamaño, harneros e hidrociclones en los procesos de clasificación de tamaños, y distintas tecnologías de celdas de flotación (agitadas mecánicamente, columnares Jameson, etc.). Por cada uno de estos equipos se han desarrollado modelos que permiten caracterizar su operación, los cuales incluyen las propiedades del mineral tratado y variables operacionales. Estos modelos son usados para predecir el desempeño de un proceso entregando como resultado la composición del mineral a la salida de la etapa.

La naturaleza de estos modelos puede ser clasificada en fenomenológica o empírica. De esta manera es posible encontrar modelos basados en balances poblacionales que describen los procesos de conminución (Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D and Kojovic, 1999; Torres & Casali, 2009; Whiten, 1974), métodos empíricos que describen los procesos de clasificación a través de harneros e hidrociclones (Karra, 1979; Nageswararao, Wiseman, & Napier-Munn, 2004), y modelos cinéticos que describen las etapas de concentración por flotación (Dobby & Finch, 1991; Wills & Finch, 2016a). Es importante mencionar que estos modelos son válidos aplicados a una operación en estado estacionario.

El tiempo de residencia del mineral es un parámetro clave para comprender el desempeño del proceso y para estimar la mezcla de mineral producida en la operación. Debido a que ninguno de los modelos de procesamiento de minerales incorpora la distribución de tiempos de residencia (RTD), es importante incluir modelos de RTD que tomen en cuenta la componente dinámica de la simulación que permita estimar un comportamiento de la planta más robusto.

Existen diversos modelos de RTD, los cuales han sido estudiados por diversos autores, ajustándolos y aplicándolos en las distintas etapas del procesamiento de minerales (H. Cho & Austin, 2002; H. C. Cho, Kim, Lee, & Kim, 2011; Nomura, 2012; Yianatos, Bergh, Vinnett, Panire, & Díaz, 2015; Yianatos, Vinnett, Panire, Alvarez-Silva, & Díaz, 2017). Los modelos de RTD están representados por una función de transferencia que depende del tiempo y su forma está gobernada por su estructura matemática. En este sentido es posible encontrar modelos RTD que van desde modelo tipo flujo pistón hasta el modelo de mezclador perfecto. En la Tabla 1 se presenta un resumen de los modelos utilizados e implementados en las simulaciones.

MODELO ETAPA	Chancado	Molienda convencional	Molienda SAG	Molienda HPGR	Flotación (celdas mecánicas)	Flotación (celdas columnares)	Flotación (celdas Jameson)	Referencias
Fragmentación	Balance poblacional	Balance poblacional	Balance poblacional	Balance poblacional				(Morrell, Finch, Kojovic, & Delboni, 1996; Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D and Kojovic, 1999; Torres & Casali, 2009; Whiten, 1974)
Clasificación	Karra	Plitt, Nageswararao	Karra, Plitt, Nageswararao	Karra, Plitt, Nageswararao				(Karra, 1979; Nageswararao et al., 2004)
Cinética de flotación					Primer orden, Klimpel	Columnas de flotación	Primer orden	(Dobby & Finch, 1991; Wills & Finch, 2016a; You et al., 2017)
RTD		Dispersión axial, LTST, 1LT2ST	Dispersión axial, LTST, 1LT2ST		Mezclador perfecto, LTST, N- Mezcladores perfectos	Flujo pistón, LTST, 2 Mezcladores perfectos en paralelo	Mezclador perfecto	(H. Cho & Austin, 2002; Gao, Muzzio, & Ierapetritou, 2012; Yianatos et al., 2017)

Tabla 1. Modelos de procesamiento de minerales y RTD utilizados en las simulaciones.

2.3.1 Modelación de chancado

El chancado es la primera etapa del procesamiento de minerales en la cual se reduce de tamaño el material que viene directamente de la mina (*run of mine* o ROM). El proceso se lleva a cabo mediante la compresión de las rocas contra las superficies rígidas de acero de los chancadores y en menor medida por impacto con estas superficies. La energía consumida en el proceso depende altamente de la dureza del material (chancabilidad) y de la granulometría deseada como producto. Es bien sabido que la mejor manera de representar procesos de conminución en procesamiento de minerales es a través de la segunda ley de conminución de Bond. En la siguiente ecuación se presenta la expresión utilizada para calcular la energía consumida en chancado basada en la segunda ley de Bond (Wills & Finch, 2016c):

$$P_{\rm C} = 10 \cdot G_{\rm S} \cdot W_{\rm i} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right)$$
 (1)

Donde:

P_C: potencia consumida en chancado [kW].

G_s: flujo de alimentación de mineral fresco [t/h].

W_i: índice de chancabilidad (work index) [kWh/t].

F₈₀, P₈₀: tamaños característicos de alimentación y producto respectivamente [µm].

La conminución por medio de chancado se puede desarrollar en diversas etapas sucesivas, dependiendo de la configuración de la planta, llamadas chancado primario, secundario y terciario. Alternativas usuales de máquinas chancadoras son los chancadores de mandíbulas, chancadores giratorios, chancadores de cono ya sea su versión estándar o cabeza corta (Wills & Finch, 2016d). En la Tabla 2 se presentan los equipos típicos utilizados en cada etapa de chancado.

Tabla 2. Tipos de equipos de chancadores utilizados en diferentes etapas de chancado.

TIPO DE CHANCADOR	CHANCADO PRIMARIO	CHANCADO SECUNDARIO	CHANCADO TERCIARIO
Chancador de mandíbulas	Х		
Chancador giratorio	Х		
Chancador de cono		Х	Х

En cuanto a predicción de granulometría de descarga como producto, el modelo más completo para representar la etapa de chancado es el propuesto por Whiten (Whiten, 1974). El modelo se basa en ejecutar un balance poblacional a las clases de tamaños que componen un mineral, transformando la distribución de tamaños de partículas en la alimentación en una distribución de tamaños de salida. El modelo de chancado se puede expresar de manera matricial como:

$$\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{C}) \cdot (\mathbf{I} - \mathbf{B}\mathbf{C})^{-1} \cdot \mathbf{f}$$
⁽²⁾

Donde:

p: vector distribución de tamaños de partículas de salida o producto.

f: vector distribución de tamaños de partículas en la alimentación.

B: función ruptura. Corresponde a una matriz triangular inferior con elementos b_{ij} que corresponden a la fracción de mineral de tamaño *j* que es reducida mediante chancado al tamaño *i*.

C: función clasificación. Corresponde a una matriz diagonal con elementos c_i que corresponden a la tasa de reducción de cada clase *i*.

I: matriz identidad.

Para calcular la matriz ruptura, se puede utilizar la metodología propuesta por Austin y Luckie (Austin & Luckie, 1972), mediante la fórmula:

$$B_{i,j} = \alpha_1 \left(\frac{d_i}{d_1}\right)^{\alpha_2} + (1 - \alpha_1) \left(\frac{d_i}{d_1}\right)^{\alpha_3}$$
(3)

d_i: diámetro que corresponde a la media geométrica entre clases de tamaños [mm].

d1: tamaño mayor de la distribución [mm].

 α_1 : coeficiente de producción de partículas finas.

 α_2 : índice de producción de partículas finas.

 α_3 : índice de producción de partículas gruesas.

Para determinar la función clasificación es necesario estimar la abertura de descarga del chancador, en específico el *closed side setting* (CSS). La matriz clasificación se calcula aplicando la siguiente fórmula:

$$C_{i,i} = \begin{cases} 1 & d_i \ge K_2 \\ 1 - \left(\frac{d_i - K_2}{K_1 - K_2}\right)^{K_3} & K_1 < d_i < K_2 \\ 0 & d_i \le K_1 \end{cases}$$
(4)

Donde los parámetros $K_1 y K_2$ se estiman con las relaciones:

$$K_1 = k_1 \cdot CCS \tag{5}$$

$$K_2 = k_2 \cdot CCS \tag{6}$$

Algunos valores típicos de estos parámetros son: k_1 entre 0,5 - 0,95; k_2 entre 1,7 - 3,5.

Como alternativa de modelamiento en chancado se puede mencionar el modelo de King (King, 2001). Sin embargo no se profundiza en este modelo debido a sus desventajas, ya que en él la granulometría de alimentación no tiene un impacto en la granulometría de producto y por lo tanto, se obtienen los mismos resultados si se evalúan minerales con distintas características.

2.3.2 Modelación de molienda convencional

La molienda convencional es una etapa de conminución crucial en procesamiento de minerales y se realiza en molinos rotatorios. En un principio los medios de molienda correspondían a barras de acero de distintos tamaños, sin embargo su uso ha ido siendo desplazado por bolas de acero. Actualmente prácticamente todas las operaciones de molienda convencional se realizan con bolas de acero como medios de molienda.

Debido a la naturaleza del proceso de molienda, los principales mecanismos que involucran la conminución son el impacto y abrasión. La energía asociada a la reducción de tamaño en molienda representa el mayor consumo de todo el proceso. En el caso de la minería chilena, se estima que el consumo de la etapa de molienda es alrededor del 50% de toda la energía consumida en el procesamiento de minerales (Comisión Chilena del Cobre, 2020a). La potencia consumida por la molienda puede ser estimada utilizando la relación de Bond (Wills & Finch, 2016e):

$$P_{\rm M} = 10 \cdot G_{\rm S} \cdot W_{\rm i} \cdot \prod_{j=1}^{6} E_{\rm j} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{P_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{F_{80}}}\right)$$
(7)

Donde:

P_M: potencia consumida en molienda [kW].

G_s: flujo de alimentación de mineral fresco [t/h].

W_i: índice de dureza o work index [kWh/t].

F₈₀, P₈₀: tamaños característicos de alimentación y producto respectivamente [µm].

E_i: factores de corrección.

De la ecuación anterior se desprende la necesidad de definir seis factores de corrección para estimar correctamente la potencia consumida. Estos factores se relacionan al tipo de molienda (seca o húmeda), tipo de circuito de molienda (abierto o cerrado), diámetro del molino, mineral sobre tamaño en la alimentación, partículas finas en el producto y razón de reducción. Estos factores se calculan empíricamente con las relaciones presentadas en la Tabla 3:

El término D y L presentados en la Tabla 3 corresponde al diámetro y longitud del molino en metros. El término R_{80} es la razón de reducción (F_{80}/P_{80}) y F_0 es un factor empírico que depende del work index y el tipo de medios de molienda utilizados. En el caso del factor relacionado a la razón de reducción, el término R_{ro} es un factor empírico que relaciona la geometría del molino cuando se emplea molienda de barras.

Tabla 3. Factores de corrección en molienda convencional.

FACTORES DE CORRECCIÓN	EXPRESIÓN
Corrección por tipo de molienda	$E_1 = \begin{cases} 1 & \text{molienda seca} \\ 1.3 & \text{molienda húmeda} \end{cases}$
Corrección por tipo de circuito	[1.035 – 1.70] Según tabulación basada en el porcentaje deseado bajo un tamaño de referencia.
Corrección por diámetro del molino	$E_3 = \left(\frac{2.44}{D}\right)^{0.2}$
Corrección por sobre tamaño en la alimentación	$E_{4} = \begin{cases} 1 & \text{si } F_{80} \leq F_{0} \\ \frac{R_{80} + (W_{i} - 7) \cdot \left(\frac{F_{80}}{F_{0}} - 1\right)}{R_{80}} & \text{si } F_{80} > F_{0} \end{cases}$
	$F_{0} = \begin{cases} 16000 \cdot \sqrt{\frac{13}{W_{i}}}; \text{ para barras} \\ 4000 \cdot \sqrt{\frac{13}{W_{i}}}; \text{ para bolas} \end{cases}$
Corrección por partículas finas en el producto	$E_5 = \begin{cases} 1 & \text{si } P_{80} \ge 70 \mu m \\ \frac{(P_{80} + 10.3)}{1.145 \cdot P_{80}} & \text{si } P_{80} < 70 \mu m \end{cases}$
Corrección por razón de reducción	$E_{6} = \begin{cases} 1 & \text{si } -2 < R_{80} - R_{ro} < 2\\ 1 + \frac{(R_{80} - R_{ro})^{2}}{150} & \text{en otros casos} \end{cases}; R_{ro} = 8 + 5 \cdot \frac{L}{D}; \text{ barras}$
	$E_{6} = \begin{cases} 1 & \text{si } R_{80} \ge 6 \\ \frac{(R_{80} - 1.22)}{(R_{80} - 1.35)} & \text{si } R_{80} < 6 \end{cases}; \text{ bolas}$

Por otra parte, es posible calcular la potencia consumida en molienda por consideraciones mecánicas. Bajo este enfoque la potencia es estimada tomando en cuenta la carga del molino, geometría y parámetros operacionales.

El consumo de potencia por consideraciones mecánicas para molienda de barras se puede calcular como:

$$KW_r = 1.752 \cdot D^{0.34} \cdot (6.3 - 5.4 \cdot J) \cdot \frac{N}{N_c}$$
(8)

Donde:

KW_r: potencia consumida por consideraciones mecánicas en molinos de barras [kW/t de acero].

D: diámetro del molino [m]

J: carga de medios de molienda [%].

 $\frac{N}{N_c}$: velocidad de rotación del molino como fracción de la velocidad crítica [%].

En el caso de molinos de bolas, el consumo de potencia se calcula utilizando la fórmula:

$$KW_{b} = 4.879 \cdot D^{0.3} \cdot (3.2 - 3 \cdot J) \cdot \frac{N}{N_{C}} \cdot \left(1 - \frac{0.1}{2^{\left(9 - 10\frac{N}{N_{C}}\right)}}\right) + S_{S}$$
(9)

Donde:

KW_b: potencia consumida por consideraciones mecánicas en molinos de bolas [kW/t de acero].

El término S_s se utiliza cuando el diámetro del molino sobrepasa los 10 pies, en cuyo caso el tamaño máximo de bolas afecta la potencia consumida:

$$S_{\rm S} = 1.102 \cdot \left(\frac{{\rm B} - 12.5 \cdot {\rm D}}{50.8}\right)$$
 (10)

Donde:

B: tamaño máximo de bolas [mm].

Respecto a la modelación de la granulometría generada en molienda convencional, generalmente se utiliza el modelo de Herbst-Fuerstenau para estimar la distribución de tamaños generada por la operación (Herbst & Fuerstenau, 1980). Está basada en un balance poblacional utilizando una función ruptura y una función selección. La ecuación matricial para resolver el balance es:

$$p = [I + (I - B) \cdot S]^{-1} \cdot f$$
(11)

Donde:

S: función selección. Corresponde a una matriz diagonal con elementos s_i que representan la tasa de reducción de cada clase de tamaño *i*.

Al igual que en caso de chancado, la función ruptura se puede estimar utilizando la relación de Austin y Luckie. Por otra parte, la función selección puede ser calculada con la fórmula:

$$\ln\left(\frac{S_i^E}{S_1^E}\right) = \xi_1 \cdot \ln\left(\frac{d_i}{d_1}\right) + \xi_2 \cdot \left(\ln\left(\frac{d_i}{d_1}\right)\right)^2$$
(12)

 S_i^E : función selección de energía específica [t/kWh].

 S_1^E : función selección de energía específica de la primera clase de tamaño [t/kWh].

 d_i : tamaño de partícula de la clase *i* [mm].

d₁: tamaño de partícula de la primera clase de tamaño [mm].

 ξ_1 , ξ_2 : parámetros de ajuste adimensionales.

2.3.3 Modelación de molienda AG/SAG

La molienda autógena (AG) corresponde al proceso de conminución en el cual la reducción de tamaño es posible utilizando molinos sin medios de molienda tradicionales, si no que empleando minerales de gran tamaño como medios de molienda. Esta operación no siempre es factible debido a que la presencia de rocas duras dificulta la reducción completa. Bajo este escenario, usualmente se utiliza una cantidad reducida de bolas de acero como medio de molienda con fin de asistir el proceso de reducción de tamaño. Esta operación es conocida como molienda semi autógena (SAG) y es ampliamente utilizada en la industria minera.

El proceso de ruptura en molienda AG/SAG es gobernado por impacto de rocas y medios de molienda, que producto de la operación, caen desde alturas considerables y se golpean entre ellas. Por esta razón, estos equipos de molienda generalmente presentan razones altas de diámetro/largo (D/L), permitiendo que la carga alcance una altura apropiada. Valores comunes de estas razones son de 2 a 3 veces. En una menor medida, este tipo de molienda también involucra el proceso de abrasión entre rocas y bolas de acero.

Generalmente la molienda AG/SAG genera *pebbles* que corresponden a rocas de tamaño intermedio muy difíciles de reducir. Para asegurar un adecuado tamaño de partícula y reducir la formación de *pebbles*, la molienda AG/SAG se compone de un circuito cerrado que incluye un equipo de reducción de tamaño adicional y una unidad de clasificación. Por esta razón es común encontrar circuitos AG/SAG siguiendo las siguientes configuraciones (Gupta & Yan, 2016):

- SAG, chancador de pebbles, harnero.
- SAG, molino de bolas, hidrociclón.
- SAG, hidrociclón.

A diferencia de la molienda convencional, en las operaciones AG/SAG la relación de Bond no es aplicable. Para determinar la potencia consumida se considera la geometría del molino y los parámetros operacionales. Así, la potencia se puede calcular con la siguiente relación:

$$P = 2.208 \cdot D^{2.5} \cdot L \cdot \rho_{ap}^{charge} \cdot \frac{N}{N_{C}}$$
(13)

Donde:

 ρ_{ap}^{charge} : densidad de carga aparente [t/m³].

La modelación de la granulometría producida por las operaciones de molienda AG/SAG se pueden representar por el modelo desarrollado por White, en el cual se propone una manera de calcular el tamaño de partícula generado mediante un balance poblacional usando las relaciones (Morrell et al., 1996):

$$f - Rs + ARs - Ds = 0$$
(14)

$$p = Ds \tag{15}$$

Donde:

s: vector contenido del molino.

R: función tasa de ruptura. Corresponde a una matriz diagonal que entrega la tasa de ruptura de cada componente de s.

D: función descarga. Corresponde a una matriz diagonal que entrega la fracción del contenido del molino que se reporta como producto del molino.

A: función distribución de ruptura o función de apariencia. Corresponde a una matriz triangular inferior en la cual la columna *i* entrega la distribución media del componente *i*.

Combinando las ecuaciones anteriores, el vector de productos puede ser calculado usando la relación:

$$p = D \cdot (D + R - A \cdot R)^{-1} \cdot f$$
(16)

La función de apariencia puede ser estimada mediante ensayos de laboratorio desarrollados por el JKMRC para caracterizar el proceso de ruptura del material. Estos ensayos incluyen el *twin pendulum device test* (Narayanan & Whiten, 1987) y el *tumbling test* (Morrell et al., 1996). Sin embargo, cuando no se cuenta con datos suficientes obtenidos en pruebas de laboratorio para determinar la función apariencia, es común utilizar la forma estándar propuesta por Broadbent y Callcott (Broadbent & Callcott, 1956):

$$A(d_i, d_j) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{d_i}{d_j}\right)}{1 - \exp(-1)}$$
(17)

Donde:

 d_i : tamaño de partícula de la clase *i* [mm].

 d_i : tamaño de partícula original de la clase *j* [mm].

La función de descarga D se relaciona con la máxima tasa de descarga a través de la parrilla de descarga del molino (Bueno, Kojovic, Powell, & Shi, 2013; Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D and Kojovic, 1999). La forma de la función queda definida por dos regiones como se muestra en la Figura 4. El término x_g es la apertura efectiva de la parrilla de descarga del molino y x_m es el máximo tamaño de partículas que no está sujeta a clasificación, es decir, que se comporta como agua en términos de clasificación (Morrell, 2004; Morrell et al., 1996).



Figura 4. Esquema de función descarga usada en el modelamiento de molinos AG/SAG (Moraga, Kracht, & Ortiz, 2022).

La función tasa de ruptura R se relaciona con el tamaño de partícula y generalmente toma la forma mostrada en la Figura 5. Esta función se entiende como la tasa de transferencia de masa desde la fracción gruesa a la fracción fina de partículas. Típicamente, puede ser ajustada a *splines* cúbicas utilizando cinco puntos que usualmente toman los siguientes valores: 0.25, 4, 16, 44 y 128 [mm] (Morrell et al., 1996). Las distribuciones de tasas de ruptura son afectadas por diferentes condiciones operativas como la carga de bolas, nivel de llenado del molino, distribución de tamaños de partículas en la alimentación y la velocidad de molino (Bueno et al., 2013).



Figura 5. Esquema de función tasa de ruptura usada en el modelamiento de molinos AG/SAG (Moraga et al., 2022).

2.3.4 Modelación de molienda HPGR

Un modelo usado para representar los molinos HPGR es el propuesto por Torres y Casali (Torres & Casali, 2009). El modelo incluye dos etapas: conminución de partículas individuales y conminución en lecho de partículas. Las partículas mayores que un determinado tamaño (x_c) son quebradas en una zona de compresión individual en donde la conminución se realiza directamente en la superficie del rodillo, de manera similar a lo que ocurre en chancadores convencionales. Sin embargo, en los molinos HPGR el proceso principal de ruptura de partículas es llevado a cabo en la zona de conminución del lecho de partículas. Un esquema conceptual utilizado en el desarrollo del modelo es presentado en la Figura 6. La distancia entre la superficie de los rodillos $s(\alpha)$ se calcula como función del ángulo α de la siguiente manera:

$$s(\alpha) = s_0 + D(1 - \cos\alpha) \tag{18}$$

Donde:

 s_0 : distancia entre rodillos [m].

D: diámetro del rodillo [m].



Figura 6. Esquema conceptual del molino HPGR (Torres & Casali, 2009).

El tamaño crítico puede ser obtenido utilizando la siguiente relación:

$$x_{c} = s(\alpha_{IP}) = s_{0} + D(1 - \cos\alpha_{IP})$$
(19)

Donde:

 α_{IP} : ángulo que se refiere al comienzo de la zona de compresión inter-partículas.

La distribución de tamaños del producto de la zona de compresión individual se puede estimar asumiendo que todas las partículas se rompen instantáneamente a la misma tasa:

$$p_i^{SP} = \sum_{l=1}^{N} b_{il} f_l^{SP}$$
(20)

 b_{il} : fracción de partículas de tamaño *l* el cual es reducido a tamaño *i* producto de la conminución.

 f_l^{SP} : fracción de clase de tamaño / del mineral que va a la etapa de compresión individual.

N: número de clases de tamaño mayores que x_c .

Una vez que las partículas son reducidas en la zona de compresión individual se reúnen con la fracción de material con tamaños iguales o menores que x_c . El resultado es un lecho de partículas con una distribución de tamaño de partículas f_i^{SP} que alimenta la zona de compresión inter-partículas.

El molino en el cual la presión es aplicada se divide en N_B bloques. En cada bloque es aplicado a diferentes fuerzas de compresión dependiendo del perfil de presión. El producto de la zona de compresión del lecho de partículas se calcula utilizando la siguiente relación:

$$P_{i,k} = \sum_{j=1}^{i} A_{i,j,k} \exp\left(-\frac{S_{j,k}}{v_z}z^*\right)$$
(21)

$$A_{i,j,k} = \begin{cases} 0 & i < j \\ \sum_{l=j}^{i-1} \frac{b_{il} S_{l,k}}{S_{i,k} - S_{j,k}} A_{lj,k} & i > j \\ f_i^{SP} - \sum_{l=1}^{i-1} A_{il,k} & i = j \end{cases}$$
(22)

Donde:

 $P_{i,k}$: la masa remanente en la malla *i* del bloque *k* [%].

 v_z : velocidad descendente en el lecho de partículas [m/s].

 z^* : distancia vertical desde el comienzo de la zona de compresión de lecho de partículas hasta la zona de extrusión [m].

 $S_{i,k}$: valor de la función selección de la clase de tamaño *i* en el bloque k [1/s].

El parámetro z^* es calculado con la siguiente fórmula:

$$z^* = \frac{D}{2}\sin\left(\alpha_{IP}\right) \tag{23}$$

La función ruptura es estimada utilizando la forma acumulada de b_{ij} propuesta por Austin y Luckie presentada anteriormente. Los valores de b_{ij} son determinados con la siguiente relación:

$$b_{ij} = \begin{cases} B_{i-j+1} - B_{i-j+2} & i > j \\ 1 - \sum_{j} b_{ij} & i = n \\ 0 & i \le j \end{cases}$$
(24)

La tasa de ruptura es estimada usando la expresión propuesta por Herbst y Fuerstenau revisada anteriormente. Para obtener el valor de la función selección de cada bloque $S_{i,k}$ se utiliza la siguiente fórmula:

$$S_{j,k} = \frac{P_k}{H_k} S_i^E \tag{25}$$

Donde:

 H_k : el hold up de material en cada bloque.

 P_k : potencia consumida de cada bloque k [kW].

El hold up de material en cada bloque se calcula utilizando la relación:
$$H_k = \frac{1}{N_B} G_s \frac{z^*}{3600U}$$
(26)

U: velocidad periférica del rodillo [m/s].

Finalmente, el cálculo de la distribución de tamaño de partículas generada por el molino HPGR se obtiene usando la ecuación:

$$P_i^{HPGR} = \frac{1}{N_B} \sum_{k=1}^{N_B} P_{i,k}$$
(27)

2.3.5 Modelación de clasificación mediante harneros

El modelo propuesto por Karra (Karra, 1979) se basa en la capacidad del harnero para transferir el bajo-tamaño de manera proporcional al área del harnero. La cantidad teórica de material bajo-tamaño que es trasferido por el harnero se calcula considerando una serie de siete factores correctores:

$$G_{s,screen} = A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \cdot G_c \cdot A_{screen}$$
(28)

Donde:

G_{s,screen}: capacidad del harnero o cantidad de material bajo-tamaño en la alimentación [t/h].

- A: factor de capacidad básica.
- B: factor de sobre-tamaños.
- C: factor de tamaños medios.
- D: factor de ubicación de bandeja del harnero.
- E: factor de harneo en húmedo.
- F: factor de densidad aparente.

G_c: factor de capacidad de tamaño cercano a la abertura.

A_{screen}: área del harnero [mm²].

Para determinar los valores de los factores, Karra define la apertura efectiva del harnero como:

$$h_{\rm T} = (h + d_{\rm w}) \cdot \cos \theta - d_{\rm w} \tag{29}$$

Donde:

h_T: apertura efectiva del harnero [mm].

h: apertura nominal del harnero [mm].

d_w: diámetro del alambre del harnero [mm].

 θ : ángulo de inclinación de la bandeja del harnero.

Los factores de corrección se relacionan con la calidad de la alimentación y el tipo de harnero. Estos factores se pueden estimar de la siguiente manera:

Factor de capacidad básica A

$$A = \begin{cases} 12.13 \cdot h_{T}^{0.32} - 10.3 & h_{T} < 51 \text{ [mm]} \\ 0.34 \cdot h_{T} + 14.41 & h_{T} < 51 \text{ [mm]} \end{cases}$$
(30)

Factor de sobre-tamaños B

$$B = \begin{cases} 1.6 - 1.2 \cdot F_{O}(h_{T}) & F_{O}(h_{T}) \le 0.87 \\ 4.275 - 4.25 \cdot F_{O}(h_{T}) & F_{O}(h_{T}) > 0.87 \end{cases}$$
(31)

Donde F_0 es la distribución de tamaños acumulada de los sobre-tamaños expresada como fracción.

Factor de tamaños medios C

$$C = \begin{cases} 0.7 + 1.2 \cdot F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) & F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) \leq 0.3 \\ 2.053 \cdot F_{U}(0.5 \cdot h_{T})^{0.564} & 0.3 < F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) \leq 0.55 \\ 3.35 \cdot F_{U}(0.5 \cdot h_{T})^{1.37} & 0.55 < F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) \leq 0.8 \\ 5.0 \cdot F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) - 1.5 & F_{U}(0.5 \cdot h_{T}) > 0.8 \end{cases}$$
(32)

Donde F_{U} es la distribución de tamaños acumulada de los bajo-tamaños expresada como fracción.

Factor de ubicación de bandeja D

$$D = 1.1 - 0.1 \cdot S \tag{33}$$

Donde S = 1 para la bandeja superior, S = 2 para la segunda bandeja, y así sucesivamente.

Factor de harneo en húmedo E

Sea T = $1.26 \cdot h_T$, luego el factor E se define como:

$$E = \begin{cases} 1 & T < 1 \\ T & 1 \le T < 2 \\ 1.5 + 0.25 \cdot T & 2 \le T < 4 \\ 2.5 & 4 \le T < 6 \\ 3.25 + 0.125 \cdot T & 6 \le T < 10 \\ 4.5 + 0.25 \cdot T & 10 \le T < 12 \\ 2.1 + 0.05 \cdot T & 12 \le T < 16 \\ 1.5 + 0.0125 \cdot T & 16 \le T < 24 \\ 1.35 + 0.00625 \cdot T & 24 \le T < 32 \\ 1.15 & T > 32 \end{cases}$$
(34)

Factor de densidad aparente F

$$F = \frac{\rho_B}{1600} \tag{35}$$

Donde ρ_B es la densidad aparente del material expresada en [t/m³].

Factor de capacidad de tamaños cercanos a la abertura G_c

$$G_{c} = 0.975 \cdot \left(1 - F_{U}(1.25 \cdot h_{T}) + F_{U}(0.75 \cdot h_{T})\right)^{0.511}$$
(36)

La eficiencia de clasificación de harnero o función de partición se construye en base a la distribución de Rosin-Rammler. Esta relación entrega la eficiencia de transmisión de partículas de tamaño d_i al sobre-tamaños y se define como:

$$c(d_i) = 1 - \exp[-0.693(d_i/d_{50})^{5.9}]$$
(37)

d_i: tamaño de partículas que pertenece a la clase de tamaños *i* [mm].

 d_{50} : tamaño al cual una partícula tiene la misma probabilidad de ser clasificada como sobre-tamaño o bajo-tamaño [mm].

El parámetro d₅₀ puede ser estimado utilizando la siguiente relación:

$$\frac{d_{50}}{h_{\rm T}} = \frac{G_{\rm c}}{K^{0.148}} \tag{38}$$

El término K se define como:

$$K = \frac{G_{s,F} \cdot F_{U,F}(h_T)}{A \cdot B \cdot C \cdot D \cdot E \cdot F \cdot A_{screen}}$$
(39)

2.3.6 Modelación de clasificación mediante hidrociclones

El hidrociclón es el equipo usado para separar selectivamente por tamaño el mineral contenido en la pulpa. El fundamento de su operación es el aprovechamiento de la fuerza centrífuga producida por la alimentación de pulpa en el hidrociclón a una cierta presión y que permite la creación de un vórtice en el centro del equipo. La fuerza centrífuga arrastra la fracción gruesa de partículas hacia las paredes del equipo donde encuentran su camino hacia la zona de descarga inferior constituyendo el *underflow* del proceso. Por otra parte, la fracción fina de partículas es llevada hacia el vórtice el cual las conduce hacia la zona superior de descarga constituyendo el *overflow* del proceso. De esta manera, la operación de clasificación mediante hidrociclones genera dos flujos de material: uno conteniendo la fracción gruesa y agua, y otra conteniendo la fracción fina y agua.

La geometría del equipo es un factor crucial debido a que determina el desempeño de la operación de clasificación. Prácticamente todos los modelos que se han desarrollado para representar esta operación incluyen parámetros geométricos del equipo como el diámetro del hidrociclón (D_c), el diámetro del *inlet* (D_i), el diámetro del *vortex finder* (D_o), el diámetro del *spigot* (D_u) y la altura del vórtice (h). En la Figura 7 se presenta un esquema de la geometría del hidrociclón y sus respectivos componentes.



Figura 7. Esquema de los parámetros geométricos del hidrociclón.

Dos son los modelos de hidrociclón más aceptados, los propuestos por Plitt y por Nageswararao. Ambos modelos son empíricos y fueron desarrollados a través de ajustes de una gran cantidad de datos experimentales con los parámetros geométricos y operativos. El modelamiento entrega la curva de partición y permite estimar la recuperación de agua en cada una de las corrientes generadas.

2.3.6.1 Modelo de Plitt

El modelo para caracterizar la operación de clasificación mediante hidrociclón propuesto por Plitt utiliza la distribución de Rosin-Rammler para describir la curva de partición, la que puede ser determinada por la siguiente fórmula (Nageswararao et al., 2004; Plitt, Conil, & Broussaud, 1990):

$$C(d_i) = 1 - \exp\left[-0.693 \cdot \left(\frac{d_i}{d_{50c}}\right)^{\alpha}\right]$$
(40)

Donde:

d_i: tamaño de partícula de clase *i* [µm].

α: índice de clasificación adimensional.

d_{50c}: tamaño de corte corregido [µm].

Se ha propuesto una relación empírica para determinar el valor de d_{50c} :

$$d_{50c} = F_1 \cdot \frac{50.5 \cdot D_c^{0.46} \cdot D_l^{0.6} \cdot D_o^{1.21} \cdot \exp(0.08 \cdot C_v)}{D_u^{0.71} \cdot h^{0.38} \cdot Q^{0.45} \cdot (\rho_s - \rho_l)^{0.5}}$$
(41)

Donde:

- F₁: factor de calibración.
- Q: cantidad de material que ingresa al hidrociclón [l/min].

 $\rho_s,~\rho_l$: densidad de sólidos en la alimentación y densidad del medio líquido respectivamente [t/m³].

- D_c: diámetro del hidrociclón [cm].
- D_i: diámetro de entrada al hidrociclón o *inlet* [cm].
- D_o: diámetro del vortex finder del hidrociclón [cm].
- D_u: diámetro del spigot del hidrociclón [cm].
- h: altura del vórtice formado por la operación [cm].

La presión de alimentación (P) puede ser calculada con:

$$P = F_2 \cdot \frac{1.88 \cdot Q^{1.78} \cdot \exp(0.55 \cdot C_v)}{D_c^{0.37} \cdot D_i^{0.94} \cdot h^{0.28} \cdot (D_u^2 + D_o^2)^{0.87}}$$
(42)

Donde:

F₂: factor de calibración.

C_v: fracción volumétrica de sólidos en la alimentación.

La división del flujo volumétrico (S) que representa la cantidad de tasa de flujo volumétrico para la razón *underflow* sobre *overflow*, puede ser estimada como:

$$S = F_{3} \cdot \frac{1.9 \cdot \left(\frac{D_{u}}{D_{o}}\right)^{3.31} \cdot h^{0.54} \cdot \left(D_{u}^{2} + D_{o}^{2}\right)^{0.36} \cdot \exp(0.54 \cdot C_{v})}{D_{c}^{1.11} \cdot P^{0.24}}$$
(43)

F₃: factor de calibración.

Una vez que la división de flujo es estimada, la recuperación volumétrica en el *underflow* de la pulpa alimentada (R_v) puede calcularse con la relación:

$$R_v = \frac{S}{1+S}$$
(44)

Luego el parámetro α se puede determinar con la fórmula:

$$\alpha = F_4 \cdot 1.94 \cdot \exp\left(-1.58 \cdot R_v \cdot \left(\frac{D_c^2 \cdot h}{Q}\right)^{0.15}\right)$$
(45)

Donde:

F₄: factor de calibración.

Utilizando el modelo de Plitt y conociendo la distribución de tamaños de alimentación, se puede estimar la cantidad de agua recuperada en el *underflow* utilizando la siguiente fórmula:

$$R_{f} = \frac{R_{v} - C_{v} \cdot \left[1 - \sum_{1}^{n} f_{i} \cdot \exp\left(-0.6931 \cdot \left(\frac{d_{i}}{d_{50c}}\right)^{\alpha}\right)\right]}{1 - C_{v} \cdot \left[1 - \sum_{1}^{n} f_{i} \cdot \exp\left(-0.6931 \cdot \left(\frac{d_{i}}{d_{50c}}\right)^{\alpha}\right)\right]}$$
(46)

Donde:

f_i: tamaño de partículas de clase *i* en la alimentación.

2.3.6.2 Modelo de Nageswararao

Este modelo fue construido por la calibración de numerosos datos recolectados en diferentes operaciones (Nageswararao et al., 2004). Comparado con el modelo de Plitt, Nageswararao utiliza una mayor cantidad de parámetros de ajuste. En este modelo la función clasificación se calcula para cada clase de tamaño (d_i) usando un tamaño de clasificación corregido (d_{50c}) y un parámetro que le da la forma a la curva (α). La ecuación usada para estimar la clasificación es:

$$C(d_{i}) = \frac{\exp\left(\alpha \cdot \frac{d_{i}}{d_{50_{c}}}\right) - 1}{\exp\left(\alpha \cdot \frac{d_{i}}{d_{50_{c}}}\right) + \exp(\alpha) - 2}$$
(47)

Algunos de los requerimientos de este modelo son que el valor de α debe ser determinado por separado mediante pruebas y es específico para cada tipo de mineral.

El valor del tamaño de corte corregido se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$\frac{d_{50_c}}{D_c} = A_0 \cdot D_c^{a_1} \cdot \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{b_1} \cdot \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{c_1} \cdot \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{d_1} \cdot \left(\frac{h}{D_c}\right)^{e_1} \cdot \theta^{f_1} \cdot \left(\frac{P}{\rho_p \cdot g \cdot D_c}\right)^{g_1} \cdot \lambda^{h_1}$$
(48)

Donde:

D_c, D_o, D_u, D_i, h, θ: parámetros geométricos del hidrociclón.

- P: presión de alimentación.
- ρ_p : densidad de pulpa [t/m³].
- g: aceleración de gravedad (9,8 m/s²).
- λ : factor de asentamiento.

La ecuación para determinar la alimentación al hidrociclón es:

$$\frac{Q}{D_c^2 \cdot \sqrt{\frac{P}{\rho_p}}} = B_0 \cdot D_c^{a_2} \cdot \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{b_2} \cdot \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{c_2} \cdot \left(\frac{h}{D_c}\right)^{d_2} \cdot \theta^{e_2}$$
(49)

Nageswararao propone las siguientes ecuaciones para estimar la distribución de flujos utilizando la recuperación de agua en el *underflow* (R_f) y la pulpa recuperada en el *underflow* (R_v):

$$R_f = C_0 \cdot \left(\frac{D_o}{D_c}\right)^{a_3} \cdot \left(\frac{D_u}{D_c}\right)^{b_3} \cdot \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^{c_3} \cdot \left(\frac{h}{D_c}\right)^{d_3} \cdot \theta^{e_3} \cdot \left(\frac{P}{\rho_p \cdot g \cdot D_c}\right)^{f_3} \cdot \lambda^{g_3}$$
(50)

$$R_{v} = D_{0} \cdot \left(\frac{D_{o}}{D_{c}}\right)^{a_{4}} \cdot \left(\frac{D_{u}}{D_{c}}\right)^{b_{4}} \cdot \left(\frac{D_{i}}{D_{c}}\right)^{c_{4}} \cdot \left(\frac{h}{D_{c}}\right)^{d_{4}} \cdot \theta^{e_{4}} \cdot \left(\frac{P}{\rho_{p} \cdot g \cdot D_{c}}\right)^{f_{4}}$$
(51)

Los términos que aparecen en las ecuaciones formuladas por Nageswararao identificados como a_i , b_i , c_i , d_i , e_i , f_i , g_i , A_0 , B_0 , C_0 y D_0 son parámetros que deben ajustarse para ser representativos de cada operación. Esto implica que la implementación de este modelo es acompañada de una rigurosa campaña de recolección de datos.

2.3.7 Modelación en flotación de minerales

En flotación de minerales existen distintas tecnologías que puede ser caracterizadas por diversos modelos, como son la flotación convencional que se realiza en celdas agitadas mecánicamente y la flotación columnar.

En el caso de la flotación en celdas agitadas mecánicamente, los más aceptados corresponden al modelo de Primer Orden y el modelo de Klimpel (Wills & Finch, 2016a). El modelo de Klimpel considera en su planteamiento que existe una distribución de especies de distinta flotabilidad con distintas tasas de flotación, mientras que en el caso de Primer Orden todo el mineral se representa con una única constante de flotación.

Estos modelos describen el proceso usando parámetros de cinética y recuperación junto con las propiedades del banco de flotación. El modelo de Primer Orden en términos de la recuperación de mineral para n celdas operando en serie se puede expresar como:

$$R = R_{\infty} [1 - (1 + k\tau)^{-n}]$$
(52)

Mientras que el modelo de Klimpel para un banco de flotación de n celdas se puede expresar como:

$$R = R_{\infty} \left[1 - \left(\frac{\ln(1 + k\tau)}{k\tau} \right)^{n} \right]$$
(53)

 R_{∞} : recuperación a tiempo infinito de flotación [%]

k: constante cinética de flotación $[min^{-1}]$.

 τ : tiempo medio de residencia en una celda individual [min].

Para el caso del presente estudio se utiliza el modelo de Primer Orden para representar la flotación mediante tecnología de celdas Jameson, considerando que su aplicación ha sido satisfactoria en trabajos de referencia (Uçurum, 2009). Es importante destacar que para celdas de tamaño industrial procesando mineral con distribución de tamaño de partícula heterogénea, el resultado global podría no necesariamente ser de primer orden.

En el caso de la flotación columnar, los equipos presentan dos regiones, la zona de colección y la zona de espuma. De esta manera, la recuperación global del proceso se calcula como la combinación de las recuperaciones en ambas zonas (Dobby & Finch, 1991):

$$R = \frac{R_{\rm C}R_{\rm F}}{(1 - R_{\rm C} + R_{\rm C}R_{\rm F})}$$
(54)

Donde:

R_c: recuperación en la zona de colección [1/%].

R_F: recuperación en la zona espuma [1/%].

Debido a que la dispersión en la flotación columnar puede ser descrita con el modelo de 1 estanque grande y 2 estanques pequeños en serie, se ha propuesto una relación cinética para determinar la recuperación de acuerdo a la siguiente fórmula (Yianatos, Bucarey, Larenas, Henríquez, & Torres, 2005):

$$R = R_{\infty} \left[1 - \frac{1}{k(\tau_L - \tau_S)} \left(\frac{1}{k\tau_S + 1} - 1 + \alpha ln \left(\frac{k\tau_L + 1}{k\tau_S + 1} \right) \right) \right]$$
(55)

$$\alpha = \frac{\tau_{\rm L}}{\tau_{\rm L} - \tau_{\rm S}} \tag{56}$$

Donde:

 τ_L , τ_S : tiempo de residencia medio en los estanques grande y pequeños respectivamente [min].

2.3.8 Modelación recuperación de agua desde espesadores

En el modelo de espesamiento se tiene que el flujo másico de agua que ingresa al equipo está dado por la relación:

$$G_{w,A} = G_r \frac{1 - C_p}{C_p} \tag{57}$$

Donde:

 $G_{w,A}$: flujo másico de agua que ingresa al espesador [t/h].

 G_r : flujo másico de sólidos [t/h].

 $C_{p,A}$: contenido de sólidos en peso en la alimentación [1/%].

Las corrientes que salen del espesador corresponden al *underflow* y *overflow*. El flujo másico de agua recuperada por el *overflow* que resulta del balance de masa en la fase líquida es:

$$G_{w,0} = G_r \left(\frac{1}{C_{p,A}} - \frac{1}{C_{p,0}} \right)$$
(58)

Donde:

 $G_{w,O}$: flujo másico de agua recuperada en el overflow [t/h].

 $C_{p,0}$: contenido de sólidos en peso en el *overflow* [1/%].

La capacidad del espesador depende del flujo de sólidos al interior del equipo. Esto se puede apreciar a través de la expresión de Coe y Clevenger (Concha A, 2014) expresada según la relación:

$$G_r \le \frac{A\rho_w v_{sed}}{S\left(\frac{1}{C_k} - \frac{1}{C_{p,0}}\right)}$$
(59)

A: es el área del espesador [m²].

 ρ_w : densidad del líquido (agua) [t/m³].

 C_k : es una concentración de referencia [1/%].

 v_{sed} : velocidad de sedimentación (obtenidas de pruebas de laboratorio) [m/s].

S: es la relación ρ_s/ρ_w .

A partir de la relación anterior se obtiene que:

$$C_{p,O} \approx \left(\frac{1}{C_k} - \frac{A\rho_w v_{sed}}{SG_r}\right)^{-1}$$
(60)

La medición de la velocidad de sedimentación es relevante cuando se tiene en cuenta aspectos que pueden influir en el desempeño de la operación de espesamiento como por ejemplo el contenido y tipo de finos (por ejemplo arcillas), y el tipo y dosis de floculante utilizado. Estos aspectos condicionan la calidad del *overflow* del espesador.

2.3.9 Modelación de distribución de tiempos de residencia

Existen diversos modelos que permiten representar la distribución de tiempos de residencia. La elección y aplicación de alguno de estos modelos responde a las características propias del proceso que se quiera representar. A continuación, se presenta una revisión de los principales modelos de RTD que se pueden aplicar al procesamiento de minerales.

2.3.9.1 Flujo pistón

El modelo de flujo pistón se ajusta de manera más adecuada para sistemas no agitados o con poca agitación. Por esta razón se suele utilizar para representar la distribución de tiempos de residencia en flotación columnar a escala de laboratorio en donde la razón largo/diámetro es considerable. En este modelo cada componente de la muestra tiene el mismo tiempo de residencia y se define con la fórmula:

$$E(t) = H(t - \tau)$$
(61)

Donde:

H: función escalón que toma valor 0 cuando t<0 y 1 cuando t>0.

 τ : tiempo medio de residencia [min].

2.3.9.2 Mezclador perfecto

El modelo de mezclador perfecto es comúnmente utilizado en sistemas con un alto grado de agitación, como es el caso de las celdas de flotación agitadas mecánicamente. El modelo queda definido por la fórmula:

$$E(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t - t_d}{\tau}\right)$$
(62)

Donde:

t: tiempo de evaluación [min]

t_d: parámetro de tiempo muerto [min].

2.3.9.3 Dispersión axial

El modelo de dispersión axial estima las curvas RTD conociendo el tiempo medio de residencia y un parámetro específico llamado coeficiente axial de dispersión o coeficiente de difusión. Este modelo se ajusta mejor a la operación de molinos y se representa por la siguiente fórmula:

$$E(t) = \frac{1}{\tau\sqrt{4\pi A\theta^3}} \exp\left(-\frac{(1-\theta)^2}{4A\theta}\right)$$
(63)

Donde:

A: coeficiente de dispersión o coeficiente de difusión (adimensional).

 θ : definido como t/ τ .

2.3.9.4 Estanque grande y estanque pequeño en serie (LTST)

El modelo LTST asume que la RTD se comporta como un arreglo de dos estanques agitados en serie (un estanque grande y otro pequeño). El modelo queda descrito por la siguiente fórmula:

$$E(t) = \frac{1}{(\tau_s - \tau_l)} \cdot \exp\left(\left(-\frac{(t - \tau_d)}{\tau_s}\right) - \exp\left(-\frac{(t - \tau_d)}{\tau_l}\right)\right)$$
(64)

 τ_1 , τ_s : tiempo de residencia medio en los estanques grande y pequeño respectivamente [min].

 τ_d : parámetro de tiempo muerto [min].

2.3.9.5 1 estanque grande y 2 estanques pequeños en series (1LT2ST)

El modelo 1LT2ST es similar al modelo anterior, al que se añade un estanque adicional al arreglo. El modelo queda definido por la siguiente ecuación:

$$E(t) = \frac{\tau_l \cdot \tau}{(\tau_l - \tau_s)^2} \cdot \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_l}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \right) - \frac{t \cdot \tau}{(\tau_l - \tau_s)^2} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right)$$
(65)

2.3.9.6 2 mezcladores perfectos en paralelo

Este modelo permite representar un flujo dividido en dos fracciones utilizando un mezclador perfecto rápido que es ponderado por un parámetro y divide el tiempo medio de residencia en dos fracciones.

$$E(t) = \frac{\alpha}{\tau_{M1}} \cdot \exp\left(-\frac{(t-\tau_d)}{\tau_{M1}}\right) + \frac{1-\alpha}{\tau_{M2}} \cdot \exp\left(-\frac{(t-\tau_d)}{\tau_{M2}}\right)$$
(66)

Donde:

 α : parámetro de ponderación que toma valores entre 0 y 1.

 τ_{M1} , τ_{M2} : tiempo de residencia medio de la fracción 1 y 2 [min].

2.3.9.7 N mezcladores perfectos en serie

Este modelo asume la existencia de un arreglo de N estanques conectados en serie y usa el tiempo medio de residencia de un estanque individual como parámetro de tiempo. El modelo toma la forma de una distribución gamma. Se incluye un factor de tiempo muerto para representar el posible efecto de flujo pistón. Este modelo se ha utilizado para representar bancos de flotación de celdas agitadas mecánicamente. El modelo de N mezcladores perfectos en serie se puede representar con la siguiente relación:

$$E(t) = \frac{(t - \tau_d)^{(N-1)} \cdot \exp\left(-\frac{(t - \tau_d)}{\tau_M}\right)}{\tau_M^N \cdot \Gamma(N)}$$
(67)

 τ_M : tiempo medio de residencia de un estanque [min].

 τ_d : parámetro de tiempo muerto [min].

N: número de estanques usados en el modelo.

Γ: función gamma.

2.4 Modelamiento en Tranque de Relaves

2.4.1 Balance de Agua

El balance de agua en el tranque de relaves debe identificar entradas y salidas hídricas desde del depósito incluyendo la variabilidad temporal. Junto con esto es necesario incluir propiedades del mineral, parámetros operacionales y variables climáticas que puedan afectar el balance de agua.

Las entradas provienen principalmente de la pulpa de relave que contiene una cierta cantidad de agua en peso. Generalmente el contenido de agua en peso de los relaves se puede encontrar entre 50% a 60%. De esta manera se puede estimar la masa de agua descargada al depósito como:

$$G_L = G_T \cdot \left(\frac{1}{C_p} - 1\right) \tag{68}$$

Donde G_T son las toneladas de relaves descargada, C_p es el porcentaje de sólidos en peso.

Adicionalmente se pueden considerar otras fuentes de agua como entrada, asociadas a precipitaciones, afluentes aledaños al tranque de relaves, entre otras. Si bien estas fuentes pueden ser significativas, dependen fuertemente de la localización del depósito de relaves y deben ser estimadas de manera localizada.

Las pérdidas de agua pueden ser de diversas naturalezas, como las asociadas a las condiciones climáticas y las asociadas a la operación misma del tranque. En este sentido se ha propuesto que las pérdidas de agua se pueden desglosar según la siguiente relación (Wels & Robertson, 2003):

$$L_{Total} = L_{Ent} + L_{Evap} + L_{Rew} + L_{See}$$
(69)

 L_{Ent} : pérdida de agua que ocurren por atrapamiento (en el asentamiento del relave descargado) [l/s].

 L_{Evap} : pérdida de agua asociada a la evaporación [l/s].

 L_{Rew} : pérdida de agua asociada a la rehidratación de la playa activa [l/s].

 L_{See} : perdidas asociadas a la filtración en el suelo de fundación del depósito de relaves [l/s].

Por su parte el ítem ligado a la evaporación considera la cantidad de agua perdida desde la playa activa (L_{Beach}) y desde la piscina de aguas claras (L_{Pond}):

$$L_{Evap} = L_{Beach} + L_{Pond} \tag{70}$$

En la Figura 8 se presenta una esquematización del balance de agua que se realiza en el tranque de relaves en donde se identifican las entradas, pérdidas y variables climáticas que influyen en el balance. Cabe destacar que las entradas se deben a la composición del relave y su contenido de agua y a fuentes externas como precipitaciones o captura de agua de afluentes que desembocan en la instalación.

Debido a que cada componente de las pérdidas de agua responde a diversos factores, es necesario identificar modelos específicos para representar cada uno de estos procesos. A continuación se presenta una revisión de los modelos usados para estimar las distintas fuentes de pérdida en tranque de relaves.



Figura 8. Esquema de balance de agua en tranque de relaves identificando entradas, pérdidas y variables climáticas que influyen en el proceso.

2.4.2 Pérdidas por atrapamiento

Las pérdidas por atrapamiento se pueden estimar utilizando la siguiente fórmula:

$$L_{Ent} = e_0 \cdot \frac{G_T}{\rho_S} \tag{71}$$

Donde:

 e_0 : es la relación de vacíos luego de completar el asentamiento inicial del material.

 ρ_{S} : es la gravedad específica de los sólidos que componen el relave.

La relación de vacíos se puede estimar a través de pruebas de laboratorio y representa la relación:

$$e_0 = \frac{Volumen \ vacios}{Volumen \ de \ sólidos}$$
(72)

En la práctica, la relación de vacíos depende del tipo de mineral en particular en sus propiedades compositivas como el tamaño de partícula y forma de partículas (Xu, Xu, & Wang, 2019). En este sentido se han propuesto modelos que permiten estimar las relaciones de vacío máximos y mínimos que se pueden obtener con el material de estudio en función del tamaño de partícula según la fórmula (Patra, Sivakugan, Das, & Rout, 2010):

$$e_{lim} = a \cdot (D_{50})^b \tag{73}$$

Donde:

elim: relación de vacíos límite (máxima o mínima) según tamaño de partículas.

 D_{50} : tamaño medio de partículas que componen el material en estudio [mm].

a, b: parámetros de ajuste del modelo según tamaño de partículas. Toman distintos valores para los casos de relación de vacíos máxima y mínima.

Según la forma de las partículas que componen el material se han propuesto diversos modelos para estimar la relación de vacíos mínima y máxima como función del índice de redondez de partícula. Estos modelos pueden ser lineales, hiperbólicos, o con la misma forma del modelo de tamaños (G. C. Cho, Dodds, & Santamarina, 2004; Rousé, Fannin, & Shuttle, 2008).

A modo de incluir ambas características del material (tamaño y forma) en un modelo único, se propone la siguiente relación empírica (Chang, Deng, & Meidani, 2018):

$$e_{lim} = c \cdot R^{\alpha} \cdot D_{50}{}^{\beta} \tag{74}$$

Donde:

c, α , β : parámetros de ajuste del modelo.

R: índice de redondez de partícula.

2.4.3 Pérdidas por evaporación

Las pérdidas por evaporación se pueden desglosar en cantidad de agua perdida desde la playa activa y desde la piscina de aguas claras. Se puede estimar de manera genérica la evaporación a través de la fórmula (Wels & Robertson, 2003):

L_{Beach/Pond}: pérdidas de agua por evaporación en playa activa o piscina de aguas claras.

PE: pan evaporación o evaporación total diaria [mm/d].

 f_{pan} : factor de pan evaporación toma valores entre 0 y 1.

Area: área de playa activa o piscina de aguas claras expuestas a evaporación [m²].

Si bien los valores PE y f_{pan} se pueden estimar directamente en terreno, éstos dependen fuertemente de las condiciones ambientales, particularmente en la radiación solar, temperatura, humedad, presión de vapor y velocidad del viento. Estas condiciones son cambiantes en ciclos anuales y también diarias, por lo tanto es necesario contar con fuentes confiables de estos datos. Para lograr una integración robusta de todos estos factores, se puede utilizar la información disponible en el Explorador Solar que entrega datos históricos de las distintas zonas del país (Explorador Solar, 2017).

Un modelo de evaporación que integra las variables mencionadas es el propuesto por McCuen (McCuen, 2004). De acuerdo a este modelo, la tasa de evaporación total se determina con la fórmula:

$$H_w = \frac{\Delta E + \alpha E_{a0}}{\Delta + \alpha} \tag{76}$$

Donde:

H_w: evaporación promedio diaria [mm/d].

∆: pendiente de la curva saturación de vapor [mm Hg/°C]

E: evaporación por radiación [mm/d]

 α : constante psicrométrica [mm Hg/°C]

 E_{a0} : evaporación por ley de difusividad [mm/d]

Para determinar la evaporación por radiación se utilizan las siguientes relaciones:

$$E = \frac{10 \cdot R_n}{H_v} \tag{77}$$

$$R_n = R_l - R_B \tag{78}$$

- R_n : radiación neta disponible para evaporar [g-cal/(cm²-d)]
- H_v : calor latente de vaporización [g-cal/cm³]
- R_l : radiación absorbida [g-cal/(cm²-d)]

 R_B : flujo de salida neto de radiación de onda larga [g-cal/(cm²-d)]

Para determinar R_l se utiliza la ecuación:

$$R_l = R_A \cdot (1 - r) \cdot (0.2 + 0.5 \cdot n/D) \tag{79}$$

Donde:

 R_A : radiación de onda corta [g-cal/(cm²-d)]

r: coeficiente de reflexión (función de época del año, rugosidad del agua, velocidad del viento y calidad del agua). Valores oscilan entre 0,05 a 0,012.

n/D: fracción del día soleado.

Para determinar R_B se utiliza la siguiente fórmula:

$$R_B = \sigma T_a^4 \cdot \left(0.47 - 0.077\sqrt{e}\right) \cdot \left(0.2 + 0.8 \cdot n/D\right)$$
(80)

Donde:

 $\sigma = 0,1177 \times 10^{-6} \text{ [cal/(cm^2-K^4-d)]}$

- T_a : temperatura absoluta del aire [°K]
- e: presión de vapor [mm Hg]

Finalmente, para determinar E_{a0} se utiliza la siguiente fórmula:

$$E_{a0} = 0.35 \cdot (e_s - e) \cdot (0.2 + 0.55 \cdot V) \tag{81}$$

Donde:

 e_s : presión de vapor de saturación [mm Hg]

V: velocidad del viento a 2 metros sobre la superficie [m/s].

Con este set de ecuaciones se puede estimar la evaporación solamente utilizando parámetros meteorológicos. Sin embargo, es importante notar que para su aplicación correcta, este método se debe calibrar con mediciones del sitio de interés y ensayos.

De esta manera se pueden estimar las pérdidas de agua desde playa activa y piscina de aguas claras con las siguientes ecuaciones:

$$L_{Beach} = H_w \cdot A_{Beach} \tag{82}$$

$$L_{Pond} = H_w \cdot A_{Pond} \tag{83}$$

Donde:

 A_{Beach} : área de playa activa o área inundada [m²]

 A_{Pond} : área de la piscina de aguas claras del depósito relave [m²]

2.4.4 Pérdidas por rehidratación

Estas pérdidas están asociadas a la operación de la deposición de relaves frescos e implican la rehidratación de las playas de relave. Se pueden dividir en 2 componentes (Wels & Robertson, 2003):

- Pérdidas por rehidratación inicial que ocurre durante la colocación de la primera capa de relaves frescos en un área de deposición inactiva previamente existente.
- Pérdidas por hidratación repetida que ocurre durante la descarga continua de relaves en la misma área activa.

De esta manera las pérdidas iniciales por rehidratación se estiman según la ecuación:

$$L_{Ini} = DRW \cdot \left(1 - S_{dry}\right) \cdot \frac{e_f}{1 + e_f} \cdot A_{Beach}$$
(84)

DRW: profundidad efectiva media de rehidratación [m].

 S_{dry} : grado de saturación promedio de playa de relaves inactiva antes de rehidratación [%].

 e_f : relación de vacíos de deposición final

```
A_{Beach}: área de playa activa [m<sup>2</sup>]
```

Por otra parte, se puede esperar que las pérdidas por hidratación repetida ocurran cuando el área hidratada activa crece más que el área inundada que se sostiene por la descarga de relaves, y el área inundada comienza a desplazarse a través de ésta. La pérdida por hidratación repetida se estima con la siguiente relación:

$$L_{Rep} = MD \cdot A_{Flooded} \tag{85}$$

Donde:

MD: es déficit de humedad [m/d].

A_{Flooded}: área inundada [m²]

El déficit de humedad es función del tiempo en que los relaves depositados recientemente han estados expuestos al secado por parte del aire. La función de déficit de humedad es específica de cada sitio y puede determinarse mediante el modelamiento numérico del secado por evaporación con un perfil de relaves representativo o mediante mediciones repetidas in situ de humedad y en ubicaciones específicas.

Se ha establecido a través de observaciones visuales que las áreas inundadas, donde se depositan los relaves, se desplazan continuamente a través del área de playa activa. El tiempo disponible para la evaporación entre la deposición de capas sucesivas en la misma porción del área de playa activa (valor requerido para estimar el déficit de humedad) se define como el tiempo de retorno medio que pasará antes de que la pulpa de relave regrese a la misma ubicación. Este tiempo medio de retorno se puede estimar de la siguiente manera:

$$T_{Ret} = \left(R_f - 1\right) \cdot T_{Dep} \tag{86}$$

 R_f : radio entre área activa y área inundada.

 T_{Dep} : tiempo medio requerido para la deposición de una capa de relaves [d].

El tiempo medio requerido para la deposición de una capa de relaves es función del grado de descarga de sólidos, el espesor de una capa individual de relaves y la densidad seca in situ del material. Se puede estimar según la siguiente fórmula:

$$T_{Dep} = D_{layer} \cdot A_{Flooded} \cdot \frac{\rho_{dry}}{Q_s}$$
(87)

Donde:

 D_{laver} : espesor de una capa individual de relaves [m].

 ρ_{dry} : densidad seca in situ del material considerando sólidos y vacíos [ton/m³].

 Q_s : volumen de sólidos descargados con relave [m³/d]

Se debe notar que muchos de los parámetros corresponden a valores que deben ser calibrados en terreno o determinados mediante ensayos de laboratorio, incorporando el desempeño que se pueda alcanzar en una operación de depósito de relaves específica.

2.4.5 Pérdidas por filtración

Estas pérdidas ocurren debido al proceso de filtración en el suelo de fundación del depósito de relaves. Se pueden estimar de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$L_{See} = K_{Pond} \cdot i \cdot A_{Pond} \tag{88}$$

Donde:

 K_{Pond} : conductividad hidráulica vertical de relaves ubicados bajo la piscina de aguas frescas [m/s].

i: gradiente hidráulico en la piscina de aguas frescas.

CAPÍTULO 3: METODOLOGÍA

Para el desarrollo de este trabajo es necesario construir una herramienta de simulación que permita representar de manera adecuada las operaciones que se realizan desde la alimentación a una planta de procesamiento de minerales genérica hasta la deposición final de relaves y la obtención de un concentrado de mineral. Con este fin, es necesario dividir la metodología en distintas etapas las cuales corresponden a:

- 1. Identificación de modelos en procesamiento de minerales y balance de agua en tranques de relaves.
- 2. Identificación de variables y parámetros necesarios para la simulación.
- 3. Implementación, validación e integración de modelos que permita la representación de una operación conjunta de una planta de procesamiento de minerales genérica con el depósito de relaves.
- 4. Simulación y evaluación de planta de procesamiento de minerales y depósito de relaves en términos de cantidad de agua consumida.

La herramienta utilizada para implementar los modelos seleccionados es Matlab y su complemento Simulink, debido a la capacidad de conectar entradas y salidas entre etapas de manera simple. Adicionalmente, la componente temporal que presenta esta herramienta permite la implementación de la modelación dinámica entregada por las distribuciones de tiempos de residencia.

3.1 Identificación de modelos

La identificación de modelos candidatos a ser utilizados en la simulación fue discutida como parte de la revisión y un resumen de los modelos candidatos se encuentra en la Tabla 1.

3.2 Identificación de variables

La identificación de variables y parámetros necesarios para la implementación de la simulación requiere un previo conocimiento de los requerimientos de cada modelo. Para efectos de utilización de los modelos, estas variables se pueden subdividir en categorías de acuerdo con su naturaleza:

• Variables de entrada. Representan inputs a los modelos que provienen de corrientes o vectores que definen propiedades del mineral.

- Variables operativas. Representan decisiones operacionales que se pueden tomar para controlar el proceso descrito por el modelo.
- Variables externas. Representan fuentes externas no controlables que influyen el desempeño del proceso, como por ejemplo variables climáticas.

En la Tabla 4 se presenta una clasificación de las variables utilizadas en cada una de las etapas involucradas en la simulación:

MODELO	VARIABLES	TIPO VARIABLE
Chancado	Granulometría	Entrada
	Dureza	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Parámetros matriz ruptura α_1 , α_2 , α_3 .	Entrada
	Parámetros matriz clasificación k_1 ,	Entrada
	$k_2, k_3.$	
	Closed side setting (CSS)	Operativa
Molienda convencional	Granulometría	Entrada
	Dureza	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Parámetros matriz ruptura α_1 , α_2 , α_3 .	Entrada
	Parámetros matriz selección S_1^E , ξ_1 ,	Entrada
	ξ_2	
	Carga de bolas	Operativa
	Velocidad rotación molino	Operativa
	Concentración de sólidos	Operativa
Molienda AG/SAG	Granulometría	Entrada
	Dureza	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Parámetros matriz apariencia d_i , d_j .	Entrada
	Función descarga	Entrada
	Función tasa de ruptura	Entrada
	Carga de bolas	Operativa
	Velocidad rotación molino	Operativa
	Concentración de sólidos	Operativa
Molienda HPGR	Granulometría	Entrada
	Dureza	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Parámetros matriz ruptura α_1 , α_2 , α_3 .	Entrada
	Parámetros matriz selección S_1^E , H_k ,	Entrada
	Separación entre rodillos	Operativa
	Velocidad rotación rodillos	Operativa
Harnero	Granulometría	Entrada
	Fluio alimentación	Entrada
	Apertura clasificación	Operativa
		oporativa

Tabla 4. Identificación de variables en el proceso de simulación.

	Inclinación bandeja	Operativa
Hidrociclón	Granulometría	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Densidad mineral	Entrada
	Presión alimentación	Operativa
	Concentración de sólidos	Operativa
Flotación	Granulometría	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Ley alimentación	Entrada
	Densidad mineral	Entrada
	Parámetros cinéticos k, R_{∞}	Entrada
	Contenido de sólidos	Operativa
	Contenido de aire	Operativa
	Nivel de espuma	Operativa
	Agitación	Operativa
Tranque de relaves	Granulometría	Entrada
	Flujo alimentación	Entrada
	Composición alimentación	Entrada
	Densidad mineral	Entrada
	Contenido de sólidos	Entrada
	Relación de vacíos	Entrada
	Área playa inundada	Operativa
	Radio playa activa/área inundada	Operativa
	Radiación solar	Externa
	Temperatura	Externa
	Velocidad viento	Externa
	Coeficiente permeabilidad	Externa
RTD	Tiempo medio de residencia	Entrada

Cabe mencionar que los parámetros cinéticos del modelo de flotación (k, R_{∞}) consideran el proceso de concentración como caja negra, por lo tanto, no se distingue el efecto de la espuma.

3.3 Implementación, validación e integración

La implementación de los modelos se realiza en el software Matlab. La programación se realiza en forma modular en donde cada módulo corresponde a una etapa de procesamiento, definiendo sus propiedades, variables y funciones. De esta manera el entorno de trabajo se compone de módulos y corrientes de entrada y salida, los cuales determinan las operaciones unitarias para poder definir el modelo de planta completa, determinando así el balance de agua en función de los procesos.

Cada uno de estos módulos se componen de varios modelos incorporados en la programación. Las corrientes contienen en su programación la definición de objetos que representan las variables del módulo. Un esquema conceptual del funcionamiento de un módulo puede observarse en la Figura 9.

Una vez implementados los módulos, se realiza la validación de estos mediante pruebas exploratorias y análisis de sensibilidad para comprobar la coherencia de los resultados de manera aislada.

Finalmente, como el enfoque de programación modular permite unir distintos módulos mediante entradas y salidas de corriente, se pueden integrar las distintas etapas del proceso para representar una planta de procesamiento de minerales cualquiera sea su configuración, tamaño y ubicación.



Figura 9. Esquema programación modular para implementación de modelos.

3.4 Simulación y evaluación

Con el enfoque de programación definido se pueden probar distintas plantas de procesamiento y el comportamiento de ellas en función de diferentes planes mineros. Para efectos de la simulación, el plan minero es visto como corriente de entrada alimentada en una serie de tiempo previamente definida. El plan minero incorpora cambios en las distintas variables de entrada al proceso por lo que el desempeño de la planta depende también del orden de entrada de estos minerales.

De esta manera se pueden definir distintos planes mineros y evaluar su desempeño en términos de consumo de agua, considerando la operación de la planta y las condiciones climáticas, buscando diseñar estrategias de procesamiento que permitan optimizar su consumo.

CAPÍTULO 4: RESULTADOS Y ANÁLISIS: MODELAMIENTO PLANTA DE PROCESAMIENTO DE MINERALES

En este capítulo se presentan y discuten los principales resultados obtenidos en la modelación y simulación de la planta de procesamiento de minerales. Para esto se abordan los siguientes tópicos relevantes:

- Modelamiento de la planta de procesamiento a través de un enfoque modular.
- Resultados relativos a la granulometría y composición de concentrado y relave.
- Caracterización de la distribución de tiempos de residencia en la planta.
- Evaluación de mezclamiento de minerales en la planta de procesamiento.

4.1 Enfoque modular

Debido a que no existe una única manera de configurar una planta de procesamiento, pudiendo encontrarse distintas etapas y tecnologías, se abordó el problema de construcción de una planta genérica desde un enfoque modular. Para esto se implementaron los modelos de cada etapa y respectivas tecnologías que puede estar presente en una planta de procesamiento de manera aislada, con sus propias entradas y salidas.

Este enfoque permite caracterizar cualquier tipo de planta de procesamiento sin importar la configuración que adopta o tecnología utilizada. En la Figura 10 se muestran las configuraciones probadas para validar el uso de la metodología modular. Estas configuraciones entregan resultados acordes a lo esperado en operaciones que adoptan tales arreglos.

En el caso de la planta de flotación, el enfoque modular se aplicó para modelar las distintas etapas que componen el proceso de concentración buscando abordar las tecnologías disponibles en flotación. En la Figura 11 se presenta un ejemplo de 2 configuraciones de planta de flotación probadas, siendo la configuración (a) la configuración clásica rougher-cleaner-scavenger, y la configuración (b) una configuración que incorpora tecnologías como celdas Jameson.



Figura 10. Ejemplo de configuraciones de planta de procesamiento de minerales que se pueden construir utilizando el enfoque modular.



Figura 11. Ejemplo de configuraciones en planta de flotación que se pueden construir utilizando el enfoque modular.

Para efecto de las simulaciones realizadas y discutidas en la tesis, se adopta la configuración de planta mostrada en la Figura 10a y como planta de flotación la mostrada en la Figura 11a. Esto permite obtener resultados con una configuración fija y abordar el análisis de resultados de modo que sean comparables entre sí a través del documento de tesis.

Cabe mencionar que las restantes configuraciones de planta siguen una tendencia similar a la configuración definida como fija (como se puede ver en Anexo A) por lo tanto se puede usar esta configuración como base para la discusión general.

4.2 Granulometría y composición de concentrado y relave

Para evaluar la respuesta de la planta de procesamiento de minerales se define una alimentación a través de datos sintéticos pero consistentes con lo que se puede encontrar

en una operación real. En la Tabla 5 se presenta un resumen de las propiedades del mineral contemplado para la simulación. Cabe mencionar que se asume que el mineral de interés corresponde a calcopirita y que los valores presentados para los parámetros cinéticos de flotación corresponden al valor medio de éstos ya que para efectos de la simulación se genera una distribución de valores dependiendo de la clase de tamaño (ver Anexo B). El resto del contenido se considera como ganga.

Tabla 5. Resumen de características de mineral de alimentación a la simulación generados de manerasintética.

PROPIEDAD	VALOR	UNIDADES
Flujo alimentación	96.000	t/d
Dureza	15	kWh/t
Tamaño d ₈₀ alimentación	250	mm
Ley mineral	5	%
Constante cinética flotación	1,5	min ⁻¹

Para efectos de generar la granulometría de alimentación se considera que el mineral sigue una distribución de Rosin-Rammler con parámetros tamaño característico (x₀) y constante de uniformidad (n) de 150 mm de 1,0 respectivamente.

En la Figura 12 se observa la evolución de la granulometría del mineral tratado por la planta desde su ingreso hasta el término de las etapas de conminución definidas. Es posible identificar un tamaño P80 de descarga en la etapa de molienda de bolas alrededor de 150 µm, el cual está dentro del rango típico de alimentación a flotación.



Figura 12. Granulometría del mineral tratado por la planta en cada una de las etapas de conminución obtenidas mediante simulación.

La simulación que se realiza para la planta de flotación entrega como resultado la composición mineralógica del concentrado y relave. Debido a que la modelación considera el comportamiento de cada clase de tamaño por separado, el resultado entregado por la simulación puede disgregarse por tamaños pudiendo observar la composición mineralógica en cada una de estas categorías.

La Figura 13 presenta la composición del concentrado generado por la planta de procesamiento. Se puede observar que en su mayoría el concentrado se compone de mineral de interés, reportándose pequeñas cantidades de ganga asociadas a la recuperación por arrastre. Esto puede notarse al analizar las clases de tamaño más pequeñas en las cuales existe una presencia mayor de ganga. Este resultado es consecuente con lo que se puede observar en operaciones reales, en donde la recuperación de ganga en el concentrado se asocia principalmente a una flotación por arrastre de tamaños finos. En relación a la composición porcentual, se tiene que el concentrado presenta un 73,17% de mineral de interés.



Figura 13. Composición mineralógica del concentrado obtenido mediante simulación.

Por su parte la Figura 14 muestra la composición del relave integral (relave compuesto por aporte de la etapa rougher y scavenger). El relave está compuesto prácticamente solo por ganga, siendo trazas de mineral de interés lo que se pierde como descarte.

En la Figura 15 se presenta la composición relativa del relave integral por clase de tamaño, observándose que el mayor aporte al relave integral es entregado por la etapa de flotación rougher. Sin embargo, se debe notar que el aporte másico del relave scavenger no puede ser despreciado y se debe tener en cuenta utilizar la información completa del relave integral, ya sea para diseño o evaluación de etapas posteriores como separación sólido-líquido o deposición en tranque de relaves.



Figura 14. Composición mineralógica del relave obtenido mediante simulación.



Figura 15. Composición relativa de relave integral obtenido mediante simulación.

Los resultados obtenidos mediante simulación se encuentran dentro de los parámetros esperados en una planta de procesamiento de minerales con la configuración utilizada, considerando los tamaños de partícula enviado a la planta de flotación (P₈₀) y las leyes de concentrado y relave obtenidas. Esto permite corroborar que el modelamiento de la planta es adecuado para evaluar distintos escenarios de procesamiento de minerales y utilizar la simulación como una herramienta pertinente.

Las simulaciones permiten obtener información detallada de los productos concentrados de la planta en composición y distribución de tamaños. Dado que los desempeños del procesamiento de minerales no son triviales de predecir debido a la complejidad en el modelado de sus componentes y la interacción entre ellos, este conocimiento se puede utilizar como apoyo en el diseño y control de operación de las etapas posteriores, integrando las etapas de procesamiento de minerales con las operaciones de separación sólido-líquido y disposición de relaves.

4.3 Distribución de tiempos de residencia

La componente dinámica de las simulaciones está dada por la estimación de la distribución de tiempos de residencia en cada etapa del proceso. Para efectos de facilitar la visualización de datos y el análisis, se presentarán los resultados de las RTD obtenidas en formato diagrama de caja *boxplot*. Para esto se realiza la transformación de la curva RTD a su *boxplot* equivalente tal como se muestra en la Figura 16.



Figura 16. Representación de curvas RTD en formato *boxplot*. Ejemplo para RTD del relave generado por la planta.

Debido a que las RTD aportan información sobre la permanencia de un material al interior de una etapa (o planta), constituyen la base para evaluar el grado de mezcla generado. La estrategia de evaluación de mezclas es discutida en el punto 4.4 del presente capítulo.

Usando este formato de visualización, se construye una gráfica que muestra la evolución de las RTDs a través de la planta, la cual es presentada en la Figura 17. Esta información es relevante ya que permite evaluar visualmente las etapas del proceso que contribuyen al mezclamiento de mineral y en qué medida lo hacen, ya que mientras más larga es la estadía del mineral estará más expuesto a ser mezclado.



Figura 17. Evolución RTD a través de la planta obtenido mediante simulación.

Se puede observar que la etapa de chancado tiene una RTD muy corta indicando que este proceso se comporta como un mezclamiento tipo pistón, es decir la contribución del chancado al mezclamiento del mineral en la planta es despreciable. Estos resultados sugieren que el verdadero efecto de mezclado comienza a aparecer en las etapas de molienda donde las curvas de RTD están determinadas por la acción combinada del equipo y la recirculación del mineral. En etapas posteriores, la mezcla se incrementará sistemáticamente debido a la progresión de RTD. Esto es útil para comprender el comportamiento de la planta con respecto a la mezcla de minerales y permite identificar las etapas clave en las que la composición del mineral comienza a variar de la composición de alimentación original.

Un resultado notable que se puede derivar de los gráficos RTD es la propagación de los atributos del mineral o cualquier tipo de perturbación. A modo de ejemplo, se puede suponer que la planta analizada está trabajando con ciertas características de mineral dadas y se detecta en la alimentación un cambio significativo de un atributo mineralógico que puede perturbar el proceso de flotación, como puede ser un aumento en el contenido de arcilla. Según el análisis de RTD, existen alrededor de 20 minutos disponibles para reaccionar antes de que el contenido mineralógico perjudicial comience a llegar a la planta de flotación. Este conocimiento puede ser valioso ya que se pueden implementar acciones correctivas tomando decisiones operativas para tratar la perturbación propagada, mejorando de esta manera el rendimiento de la planta mediante la mejora de su respuesta y reduciendo la incertidumbre de la propagación de la perturbación aguas abajo una vez que se ha detectado.

Dado que los pasos posteriores a la planta de procesamiento de minerales son etapas de separación sólido-líquido, la información obtenida a través de la simulación se puede utilizar para predecir su desempeño. La permanencia del material en la planta tiene un impacto importante en la composición del concentrado y relaves que son tratados por las etapas de separación sólido-líquido. Dado que el mineral se mezclará constantemente a medida que cambien las propiedades de la alimentación, este efecto se notará cuando
los RTD se superpongan al momento de abandonar la planta. Por lo tanto, mediante el estudio de los RTD es posible evaluar la composición del material que estará alimentando las etapas de separación sólido-líquido y determinar la duración del proceso. Así por ejemplo, se puede utilizar esta herramienta de simulación para evaluar la duración y el impacto que tiene la presencia de materiales arcillosos en el proceso de separación sólido-líquido.

4.4 Evaluación de mezclas

4.4.1 Metodología de estimación de mezclas

La mezcla en el procesamiento de minerales ocurre debido a que el mineral alimentado en cada momento se descarga a diferentes velocidades en cada una de las etapas, sumado a la presencia de corrientes de recirculación producto de la clasificación de tamaños. Por lo tanto, es posible esperar que si se alimenta un material con una composición conocida, la descarga del proceso tendrá una composición diferente debido a este efecto de mezcla.

La mezcla de minerales en las operaciones de la planta se puede estimar utilizando los valores de RTD. En primer lugar, se debe calcular la RTD que representa a la planta como un proceso de caja negra. Además, el proceso de alimentación continua a la planta se puede representar como una serie temporal de estas curvas RTD. Luego es posible evaluar el efecto de mezcla ponderando la superposición de las curvas RTD en el tiempo. En la Figura 18 se representa un esquema de una serie temporal de RTDs pudiendo identificarse el efecto de mezcla a través de la superposición de estas curvas.





A continuación se analizan algunas consideraciones a tener en cuenta para la evaluación del efecto de mezcla. En primer lugar, es importante tener en cuenta que, para fines de simulación, los cálculos de RTD se pueden realizar suponiendo una propagación de la señal de tipo impulso o tipo escalón.

Debido a que la evaluación de la mezcla depende de la RTD, también está relacionada con la variabilidad en la alimentación, el tamaño de la planta y la configuración de la planta. Por lo tanto, es necesario una discretización de la simulación para obtener una resolución de resultado adecuada, considerando la evolución de RTD a lo largo de la planta. De esta manera, si los atributos de la alimentación varían en períodos cortos, se debe adoptar una discretización más fina para capturar su variabilidad. En consecuencia, se debe realizar una revisión inicial de las RTDs generadas por las etapas de la planta para definir el valor mínimo del soporte temporal adecuado para la evaluación de mezclas.

Por otro lado, el tamaño y la configuración de la planta determinan la curva RTD total. La progresión de la RTD (evolución de la RTD a través del arreglo de la planta) depende del tiempo medio de residencia como se puede observar en cada modelo de RTD propuesto y, en consecuencia, en el tamaño del equipo por etapa. Así, equipos pequeños se traducen en una permanencia de mineral corta, mientras que en equipos de gran tamaño el tiempo de permanencia es mayor. La configuración de la planta y la disposición de las etapas también afectan a la RTD, debido a las diferentes secuencias de procesos que se pueden adoptar y la presencia de cargas circulantes que retienen parte del mineral dentro de la planta durante un período de tiempo más prolongado.

La composición del mineral obtenido como concentrado y relaves se evalúa mediante la combinación de los modelos de procesamiento de minerales junto con la mezcla estimada de la planta. Por lo tanto, mientras que los modelos de procesamiento de minerales contribuyen a determinar los atributos del mineral, como el tamaño de las partículas y la distribución del tamaño del mineral del concentrado y los relaves, la evaluación de la mezcla proporciona la ponderación con la que se combinan diferentes unidades de mineral para generar esos productos.

4.4.2 Estimación de mezclas

Para evaluar la mezcla primeramente es necesario estimar la variabilidad de las características de alimentación del mineral. Dado que la alimentación del mineral se puede representar como un proceso de serie temporal, es importante obtener la secuencia de alimentación, identificando el período más corto en el que un atributo del mineral sufre un cambio significativo. Entonces, este valor se puede utilizar como soporte temporal.

Por ejemplo, los valores típicos de los tamaños de modelos de bloques son 10x10x10 [m³] o 15x15x15 [m³], y considerando una planta genérica que procesa 100.000 [tpd] con una densidad de mineral de 2.5 [t/m³], significa que un solo bloque representa aproximadamente 35 a 120 minutos de alimentación continua, según el caso. Por otra

parte, tener información de cada carga de camión que alimenta a la planta podría aumentar drásticamente la resolución del modelo a cerca de 5 minutos.

Se considera un flujo de alimentación constante y para efectos de la simulación se asume que la respuesta del proceso de mezclar minerales es aditiva. Si bien en un caso real podría encontrarse efectos de sinergia en el proceso de mezcla de minerales, por simplicidad se trabaja de manera aditiva. De todas formas, dentro de la programación de la simulación se consideró dejar habilitado la integración del efecto de sinergia en la mezcla de minerales realizando una caracterización previa de éstos.

La Figura 19 presenta la evaluación de mezcla realizada en dos condiciones de soporte temporal diferentes, 30 y 90 minutos respectivamente. En los gráficos, el término bloque se usa para referirse a las diferentes unidades de mineral que alimentan la planta en cada paso de soporte temporal. En el eje x, se representa el tiempo de simulación, mientras que en el eje y se muestra el porcentaje de mezcla, es decir, la contribución de cada bloque a la composición final. Como se ve en el primer caso, se supone que las propiedades del mineral cambian cada 30 minutos y, por lo tanto, la evaluación de la mezcla debe realizarse en ventanas de tiempo breves conforme a este valor. Una inspección más detallada del primer gráfico muestra que la mezcla llega a componerse de hasta cuatro bloques (ver mezcla en el minuto 180 de simulación). Por otro lado, cuando se asume que los atributos del mineral cambian cada 90 minutos, la ventana de resolución es más grande. En este caso, la mezcla se compone de dos bloques, y en algunos casos incluye una pequeña fracción de un tercer bloque (ver mezcla en el minuto 170 de simulación).



Figura 19. Evaluación de mezcla realizada asumiendo 2 valores de soporte temporal diferentes: (a) Soporte temporal de 30 minutos; (b) Soporte temporal de 90 minutos.

Estas observaciones refuerzan la necesidad de contar con una caracterización adecuada del mineral que será tratado utilizando el modelo de bloques de la mina, así como el plan minero definido para alimentar la planta de procesamiento de minerales. La calidad de esta caracterización define la resolución de la simulación y el grado de mezcla, representado por el número de bloques considerados en la evaluación.

Teniendo en cuenta las siguientes etapas, por ejemplo, la separación sólido-líquido o la disposición de relaves, la composición del producto generado por la planta debe considerarse como un dato de entrada para estos procesos. Por lo tanto, la evaluación de mezclas se vuelve crucial en el desempeño operativo de estas etapas aguas abajo. Mediante el uso de esta herramienta de simulación, es posible obtener datos valiosos para estimar la composición del mineral, y esta información podría vincularse a los procesos posteriores, ya sea con fines de diseño, control u operación.

El enfoque de evaluación de mezclamiento tiene el potencial de ser utilizado en la evaluación de diferentes planes mineros para una configuración de planta determinada, debido a que se incluye la información de los bloques de mineral alimentados a la planta siguiendo una secuencia determinada. Las simulaciones promueven oportunidades para integrar el plan minero y el procesamiento de minerales, lo que se traduciría en mejoras en las leyes y recuperaciones de concentrado, optimización del uso del agua y energía, entre otras.

4.4.3 Simulación de mezcla para estimar el desempeño de la planta

Como ejemplo de aplicación, se prueba el programa de simulación utilizando diferentes secuencias de alimentación para una configuración de planta fija. Esto permite evaluar el desempeño de la planta y el efecto de mezcla que puede obtenerse al cambiar la forma de alimentación. Para ello se definieron dos unidades geológicas mineras (UGM) de alta y baja ley, utilizando calcopirita como mineral de interés. En la Tabla 6 se presentan las propiedades de las UGMs utilizadas en la evaluación.

 Tabla 6. Propiedades de UGMs utilizadas como alimentación en la simulación.

UGM	ALIMENTACIÓN [tph]	LEY [%]	DUREZA [kWh/t]
UGM ₁	4.000	1,5	15
UGM₂	4.000	0,6	13

La resolución de la simulación se fijó en 5 minutos, siendo el tiempo que transcurre entre la llegada de un camión y otro a la alimentación del chancador primario. Modificando la secuencia de alimentación se evaluaron dos conjuntos de escenarios:

- 1. Escenario 1: la primera secuencia de alimentación considera que los camiones alimentan la planta con mineral de UGM₁ durante 1 hora y luego cambian la alimentación con mineral proveniente de UGM₂.
- 2. Escenario 2: la segunda secuencia de alimentación considera que los camiones alimentan la planta con mineral proveniente de UGM₁ y UGM₂ de manera alternada.

Para comparar los resultados de ambos escenarios, se calcularon los concentrados generados evaluando sus leyes y flujos. La Figura 20 muestra el resultado de simulaciones muestreadas por un período de 4 horas. Se observa que en el escenario 1 el flujo de concentrado disminuye luego de cambiar la alimentación de mineral de 191,8 [t/h] a 115,1 [t/h]. Además, la ley del concentrado disminuye constantemente de 31,2% a 26,4% de cobre debido al cambio en la alimentación del mineral. El tiempo que tarda en reflejarse la transición entre valores está directamente asociado al mezclamiento generado por la planta.

Por otro lado, en el escenario 2 la tasa de concentrado oscila alrededor de 166,4 [t/h] y la ley de concentrado alrededor de 30,2% de cobre. Debido a que la planta se alimenta intercambiando las UGMs, la composición del concentrado se vuelve más estable a lo largo del tiempo. Desde un punto de vista operativo, esta estrategia de alimentación representa un mejor rendimiento de la planta porque la planta está menos expuesta a cambios que podrían generar fuertes respuestas operativas en poco tiempo.



Figura 20. Evaluación del flujo y ley de concentrado para diferentes secuencias de alimentación.

4.5 Simulación etapas de separación sólido-líquido

Una vez realizada la simulación de la planta de procesamiento establecida se procede a estimar el desempeño de la etapa de espesamiento. Para el tratamiento del relave generado por la planta se define una cantidad de 9 espesadores de 90 [m] de diámetro cada uno, utilizando como referencia las instalaciones de la planta de procesamiento de Chuquicamata y su capacidad de tratamiento. Los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 7.

PROPIEDAD	VALOR	UNIDAD
Flujo alimentación mineral	3843,2	[t/h]
Flujo alimentación agua	6453,7	[m³/h]
C _p alimentación	37,3	[%]
Flujo overflow agua	3309,4	[m³/h]
Flujo underflow agua	3144,2	[m³/h]
C _p underflow	55,0	[%]

Tabla 7. Resultados obtenidos mediante simulación para la etapa de espesamiento.

Los resultados de la etapa de separación sólido-líquido muestran que un 51,3% del agua utilizada en la planta es recuperada por espesamiento, la cual puede ser inmediatamente recirculada. El espesamiento entrega un *underflow* con un contenido de sólido en peso que asciende a 55% lo que corresponde a un valor típico para lo que se maneja en distintas en faenas.

4.6 Mezclamiento de minerales en modelamiento geometalúrgico y control de procesos

Un desafío importante en el procesamiento de minerales es que es muy difícil estimar la respuesta de la planta a una determinada alimentación de mineral. En la mayoría de las ocasiones, esto se desconoce debido a que la cantidad de propiedades del mineral, variables de planta y parámetros es enorme y la medición o evaluación de estos es compleja. Con el desarrollo de diferentes tecnologías como la ciencia de datos y la instrumentación ha sido posible una mejor interpretación del proceso. Sin embargo, todavía es posible seguir mejorando.

En general, los modelos actuales en procesamiento de minerales son incompletos porque se basan en la respuesta de la planta en estado estacionario y no incorporan la variabilidad en el resultado final. Muchos simuladores metalúrgicos son simples predictores con parámetros de entrada modificables pero que no brindan información sobre el comportamiento dinámico de la planta. Por lo tanto, con estos simuladores no es posible predecir o estimar el progreso de la mezcla dentro de la planta, ni su rendimiento en función de dicha mezcla. Sin embargo, al combinar las herramientas disponibles, como modelos estacionarios y modelos RTD, se puede desarrollar un enfoque para comprender el comportamiento y la respuesta de un mineral en una planta de procesamiento de minerales. Mientras que los modelos estacionarios de procesamiento de minerales convencionales se basan en el proceso mismo (por ejemplo, ruptura de partículas en conminución, concentración de mineral en flotación) y siendo cada uno de ellos específicamente definido para ciertos equipos, los modelos RTD incorporan la respuesta dinámica de cada etapa de la planta permitiendo observar el paso de una unidad mineral por la planta y su distribución a través de las diferentes etapas del proceso. La aplicación de los modelos como complemento da una visión más robusta del proceso y se utilizaron en las simulaciones para estimar la eficiencia metalúrgica ante variaciones en las propiedades de entrada de la alimentación.

La información recopilada puede ser utilizada a través de la simulación para analizar la aplicabilidad y las oportunidades de mejora de los sistemas de control en el procesamiento de minerales. En este sentido, el principal objetivo del control es maximizar la eficiencia del proceso a un costo mínimo (Lynch, 2015). Hoy en día, las estrategias de control en procesamiento de minerales se basan en la toma de decisiones conociendo datos en tiempo real de un proceso específico con poca interacción con otras etapas. Por ejemplo, los sistemas de control en molienda se centran en maximizar el rendimiento del equipo generando un tamaño de partícula adecuado, pero se entrega poco conocimiento del comportamiento del proceso a la etapa de flotación que se encuentra aguas abajo en el proceso. La detección temprana de perturbaciones que

pueden impactar etapas específicas del proceso es una oportunidad para mejorar el desempeño de la planta porque permite tomar decisiones operativas antes de que la perturbación llegue y se vuelva crítica. Esto se observa fácilmente cuando los resultados proporcionados por las simulaciones se presentan en términos de tiempo de residencia. Los sistemas de control actuales en el procesamiento de minerales deben considerar la integración de los datos de cada etapa en lugar de actuar como unidades de control individuales, viendo el proceso como un todo, donde las decisiones tomadas en la etapa anterior pueden impactar los siguientes procesos.

Dado que la medición de variables en el procesamiento de minerales con fines de control es intensa, se genera constantemente un volumen considerable de datos. Los datos adquiridos se pueden almacenar y utilizar en tiempo real. Los datos históricos son útiles para comprender la respuesta de la planta a diferentes escenarios, como cambios en las propiedades de alimentación. Los datos en tiempo real pueden ser utilizados en la automatización de plantas, obteniendo información recurrente para tomar acciones efectivas que aseguren una operación estable. Los datos en tiempo real tienen el potencial de usarse con fines de control integrando diferentes etapas de procesamiento de minerales, pero se necesita un conocimiento integral del proceso y la interacción entre las etapas. Por lo tanto, la experiencia de los metalurgistas es crucial para desarrollar estrategias de control. En este sentido, las simulaciones se convierten en una alternativa útil para explorar el rendimiento de la planta, detectar la propagación de perturbaciones, evaluar el tiempo de respuesta y las estrategias de control integradas en términos de las interacciones de las etapas de la planta de procesamiento.

Las simulaciones presentadas son útiles para darse cuenta que dentro de la planta se produce mezclamiento de minerales, afectando la composición del producto y el rendimiento de la planta. Aunque se utilizan datos sintéticos, queda claro que las propiedades minerales tienen una influencia directa en el rendimiento de la planta. Esto permite sugerir que la caracterización geometalúrgica es crítica para una comprensión completa del proceso. Si bien las pruebas geometalúrgicas exhaustivas son costosas, son esenciales para generar una representación confiable de la planta, mejorar los modelos de procesamiento de minerales y, por lo tanto, desarrollar mejores estrategias operativas y mejorar el diseño de la planta.

Para disminuir la incertidumbre del proceso, es necesario mejorar su comprensión mediante el desarrollo de mejores modelos (o mejorar los modelos actuales) y fomentar el desarrollo de pruebas geometalúrgicas que permitan ampliar el conocimiento del mineral tratado por la planta. Una mejor comprensión de las propiedades de los materiales procesados y del proceso en sí conducirá a tener una herramienta más completa con el objetivo de aumentar la confiabilidad de las simulaciones utilizadas como herramienta de predicción.

4.7 Efecto de la configuración de planta

Para efectos de mostrar la respuesta de distintas configuraciones de planta y demostrar que el desempeño de éstas sigue una tendencia clara al tratar los mismos tipos de minerales, se hace la comparación entre los resultados obtenidos para las configuraciones mostradas en la Figura 10a y Figura 10b, llamadas planta 1 y planta 2 para efectos del presente apartado.

Para la comparación se considera el procesamiento de 3 tipos distintos de ley de calcopirita (1,75%, 3,20% y 4,65%) y 3 tipos distintos de dureza (13, 15 y 17 [kWh/t]). Adicionalmente, se considera que la planta opera en cada condición de alimentación en forma estacionaria. Como resultados se presentan las leyes, flujo y tamaño medio de descarga (P50) de concentrado y relave respectivamente.

En la Figura 21 se presentan los resultados obtenidos en la evaluación de leyes, flujo y tamaño de concentrado y relave para las 2 configuraciones de planta evaluadas en escenarios de ley de alimentación variable. Por su parte en la Figura 22 se presentan los resultados obtenidos para escenarios de dureza de mineral variable.

De los resultados se observa que las plantas evaluadas tienen la misma tendencia de respuesta al modificar las propiedades del mineral procesado. Esto indica que, si bien existen diferencias en el resultado final de la composición y propiedades de los productos generados (debido al arreglo de etapas y tecnologías), las plantas responden de la misma forma si existe un cambio en el mineral. Debido a esto se afirma que para la etapa siguiente que corresponde al tranque de relaves, solo es relevante el resultado que entregue la planta en cuanto a tamaño y composición de relaves, pero no la configuración que está presente.



Figura 21. Comparación de resultados planta 1 y planta 2 para ley de alimentación variable: (a); Leyes concentrado y relave (b) Flujo de material en concentrado y relave; (c) Tamaño medio P50 en concentrado y relave.



Figura 22. Comparación de resultados planta 1 y planta 2 para dureza de mineral variable: (a); Leyes concentrado y relave (b) Flujo de material en concentrado y relave; (c) Tamaño medio P50 en concentrado y relave.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS Y ANÁLISIS: MODELAMIENTO DEL CONSUMO DE AGUA EN PROCESAMIENTO DE MINERALES Y TRANQUE DE RELAVES

En el presente capítulo se presentan y discuten los principales resultados obtenidos al modelar el balance de agua en el tranque de relaves. Para esto se abordan los siguientes tópicos relevantes:

- Definición de escenario general para modelamiento en tranque de relaves.
- Alternativas operacionales de mejora en proceso de deposición de relaves.
- Estimación del requerimiento de agua por unidad minera.
- Ejemplo de aplicación para estimar consumo de agua en escenario de stress hídrico.
- Consumo de agua en planificación de minerales.

5.1 Modelamiento de balance de agua en tranque de relaves

El balance de agua en el depósito de relaves se basa en la estimación de entradas de agua asociadas principalmente al contenido líquido de la pulpa, y las pérdidas de agua debido a la composición del relave tratado, la operación de deposición de relaves y características climáticas del lugar en donde se emplaza la instalación.

Las entradas de agua se estiman a través de la simulación conjunta de la planta de procesamiento de minerales con las etapas de separación sólido-líquido. El contenido de agua no recuperado en la etapa de espesamiento es enviado directamente al tranque de relaves como parte de la pulpa a depositar. También se considera como entrada la contribución de algún afluente que ingrese a la instalación de relave y las precipitaciones que existan en el lugar en donde se emplace la instalación.

Por su parte, las pérdidas de agua se clasifican como pérdidas por atrapamiento, evaporación desde playa activa, evaporación desde la piscina de aguas claras, rehidratación y filtración.

Debido a que el balance de agua se asocia al comportamiento climático del sector, es importante definir un escenario general precisando el emplazamiento de la instalación de relaves y el comportamiento de las variables climáticas involucradas en el balance. La ubicación del tranque de relaves usado en las simulaciones se define de manera de representar de manera fidedigna una operación minera.

5.1.1 Definición escenario de simulación

Como referencia de instalación de depósito de relaves se utiliza el tranque de relaves Talabre de la División Chuquicamata de Codelco, ubicado a aproximadamente 17 km al noreste de Calama. Utilizando la aplicación ArcGIS online se pudo medir el área ocupada por el tranque, que corresponde a 71 km². Esta área contempla sectores del tranque que no están operativos actualmente por lo tanto se consideran como playas inactivas para efecto de la simulación. En la Figura 23 se presenta la ubicación del tranque Talabre junto con su disposición tomada de ArcGIS.



Figura 23. Imagen satelital de tranque de relaves Talabre de División Chuquicamata de Codelco utilizado como referencia para la definición de escenarios de simulación en balance de agua (ArcGIS, n.d.).

Para la ubicación definida en la simulación es necesario recolectar la información climática relevante para la realización de las simulaciones. Estos datos son obtenidos desde el sitio Explorador Solar desde el cual se recoge información de la temperatura, velocidad del viento, radiación y fracción de día soleado. Debido a que estos factores climáticos son cíclicos, la información recolectada está referida como promedio mensual a lo largo de un año. Como referencia se utilizan los datos obtenidos a través del año calendario 2021 (Ministerio de Energía de Chile, 2017). En la Figura 24 se presenta la evolución anual de la temperatura y velocidad del viento en la ubicación definida, mientras que en la Figura 25 se presenta la evolución anual de radiación solar y fracción del día soleado para dicha ubicación. Claramente se puede identificar una marcada tendencia de disminución de las variables climáticas mencionadas durante los meses de invierno y aumento considerablemente mayor en los meses de verano.



Figura 24. Variación de temperatura y velocidad del viento a través del año 2021.



Figura 25. Variación de radiación solar y fracción de día soleado a través del año 2021.

Para probar el modelo de balance de agua se definen parámetros operacionales que serán utilizados en la simulación. Se considera que la alimentación de la planta es estacionaria y la alimentación al tranque es constante, de esta forma se analiza un período de anual considerando la estacionalidad del clima. En la Tabla 8 se presentan los valores de los principales parámetros usados. Aunque los factores presentados pueden ser considerados como variables de entrada que vienen de la operación de la planta de procesamiento de minerales o una variable operacional del tranque, para efectos de la simulación del balance de agua son considerados como valores fijos con fin de mostrar el comportamiento del modelo a lo largo de un año de operación y capturar su respuesta a las condiciones climáticas.

 Tabla 8. Valores de parámetros operacionales utilizados en simulación de balance de agua desde tranque de relaves.

PARÁMETRO	VALOR	UNIDADES
Flujo alimentación	3843,2	[tpd]
Concentración de sólidos en	55	[%]
peso		
Tamaño medio alimentación	75,2	[µm]
Factor de redondez de partículas	0,5	adimensional
Radio playa activa/playa inundada	5	adimensional
Área piscina aguas claras	1,05	[km ²]

En la Figura 26 se presentan las pérdidas de agua obtenidas para la simulación de un año de operación de la instalación de relaves definida. Como se aprecia, las principales pérdidas están asociadas al atrapamiento de agua el cual depende del tamaño y forma de las partículas que componen el relave. Le siguen en importancia las pérdidas asociadas a la evaporación desde playa activa que dependen de las condiciones climáticas. En menor medida contribuyen a las pérdidas el proceso de rehidratación y la evaporación desde la piscina de aguas claras, que depende principalmente de la operación de deposición (tiempo en que un punto de descarga está abierto) y condiciones climáticas respectivamente.



Figura 26. Pérdidas de agua estimadas para la operación de tranque de relaves durante un año de operación.

En la Figura 27 se presenta el balance de agua mensual para la simulación del tranque de relaves a lo largo de un año. Se puede ver el desglose de cada componente de pérdida de agua y el total de agua recuperada mensualmente (línea verde). La recuperación de agua sigue un comportamiento inverso respecto a las variables climáticas, observándose

que en los meses de invierno se recupera una mayor cantidad y en verano se obtienen las recuperaciones más bajas.

Por su parte se puede apreciar que las pérdidas de agua relacionadas a evaporación son mayores en los meses de verano, esto en clara relación al aumento de temperatura, radiación y velocidad de viento.



Figura 27. Balance de agua estimado para la operación de tranque de relaves durante un año de operación.

El modelo entonces es capaz de capturar la variabilidad climática del sector en donde se emplaza la instalación de relave, incorporando estos cambios en la respuesta final de balance de agua. Por su parte las pérdidas por atrapamiento y rehidratación no son sensibles al clima y su variabilidad se debe a las configuraciones operacionales adoptadas.

La Figura 28 muestra la proporción de agua recuperada desde el tranque de relaves y las pérdidas asociadas a la operación de esta instalación en un año completo de operación. Se observa que el porcentaje de agua recuperada llega hasta un 47% y que el 53% restante del agua que ingresa al tranque se pierde sin poder recuperarse. De este porcentaje de pérdidas, la mayor componente corresponde a pérdidas por atrapamiento. Estos resultados se condicen con las referencias consultadas en la revisión bibliográfica por lo que se puede afirmar que el modelo entrega resultados adecuados.



Figura 28. Proporción de agua recuperada y pérdidas asociadas a la operación del tranque de relaves durante un año de operación.

En la Figura 29 se presenta un diagrama del consumo de agua en procesamiento de minerales obtenida mediante simulación. Los valores mostrados corresponden al porcentaje en relación a la cantidad de agua total requerida en el procesamiento de minerales.



Figura 29. Diagrama global de consumo de agua en procesamiento de minerales. En cifras azules se presentan las recuperaciones de agua como porcentaje del agua total consumida en el proceso. En cifras rojas se presentan las pérdidas de agua como porcentaje del agua total consumida en el proceso.

5.1.2 Operación del tranque de relaves

La operación del tranque de relaves es gobernada principalmente por el tiempo en que está abierto de un punto de descarga y el tipo de material que es depositado.

En relación con el tiempo de abertura de un punto de descarga, esto impacta directamente en la relación entre el tamaño de la playa activa y playa inundada,

obteniéndose que a mayor tiempo de abertura el valor del radio entre estas áreas se acerca a uno (el área inundada tiende a ocupar toda el área activa), y mientras menos tiempo esté abierto el punto de descarga mayor será el valor del radio entre áreas. En Figura 30 se presenta la respuesta del modelo ante variaciones en el tiempo de abertura de un punto de descarga representado por el radio área inundada sobre área activa, con valores que van de 4 a 6 veces esta relación. Las mermas de agua se reflejan en la componente pérdidas por rehidratación y se observa que entre el caso de mayor y menor radio las pérdidas disminuyen de 106,1 [l/s] a 80,18 [l/s], significando un posible aumento de recuperación de agua de casi 26 [l/s] solo por concepto de operación de los puntos de descarga.



Figura 30. Análisis de sensibilidad para radio área inundada/área playa activa para evaluar las pérdidas de agua por rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves.

En cuanto a la composición del material depositado, juega un papel relevante el tamaño medio de partícula (D₅₀) y la forma de las partículas que componen el relave (representado por el factor de redondez R). En la Figura 31 se presenta la respuesta del modelo ante variaciones del tamaño medio de alimentación al tranque de relaves desde 50 a 100 [µm]. Las pérdidas de agua se manifiestan en la componente pérdidas por atrapamiento y por rehidratación. Las pérdidas por atrapamiento disminuyen de 539,1 a 522,1 [l/s] cuando el tamaño de partícula aumenta. Por su parte las pérdidas por rehidratación tienen una variación más moderada, pasando de 91,04 a 80,09 [l/s]. En cuanto a la recuperación de agua, significan 18,95 [l/s] de diferencia en el caso de pasar de 50 a 100 micrones de tamaño.



Figura 31. Análisis de sensibilidad para tamaño medio de partícula para evaluar las pérdidas de agua por atrapamiento, rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves.

La respuesta del modelo ante cambios en forma de partículas se representa en la Figura 32. Para esto se varió el factor R desde 0,65 a 0,85. Se observa que las pérdidas por atrapamiento son inversamente proporcionales al valor de R, pasando de 483,8 a 441,6 [I/s] para los valores de redondez mencionados. Las pérdidas por rehidratación varían en una menor medida, pasando de 85,07 a 80,51 [I/s]. La recuperación total de agua se ve mejorada en 46,76 [I/s] cuando se comparan los escenarios con las formas de partículas definidas anteriormente.



Figura 32. Análisis de sensibilidad para factor de redondez (R) para evaluar las pérdidas de agua por atrapamiento, rehidratación y recuperación de agua desde tranque de relaves.

En base a los estudios realizados se pueden proponer algunas estrategias operacionales en el tranque de relaves que puedan mejorar la recuperación de agua y por lo tanto hacer un mejor uso de este insumo. Algunas recomendaciones operativas que se desprenden del análisis son:

• Operación estratégica de puntos de descarga

El tiempo en que se encuentra abierto un punto de descarga de relave impacta de manera directa la cantidad de agua perdida. Por lo tanto, se recomienda tener una operación alternada de los puntos de descarga de modo de disminuir el área de playa inundada y de esta manera bajar las pérdidas por rehidratación. Esto podría llevarse a cabo realizando planificación de operación *on/off* de puntos de descarga en el tiempo de manera de descomprimir el uso de sus respectivas playas de relaves.

- Integración de información de tamaños de partícula
 - Si bien esto corresponde a un valor de entrada entregado por la planta, se sugiere integrar la información del material generado en planta con la operación del tranque de relaves para tomar conocimiento del tipo de material que se trabaja.
 - Evitar la sobre molienda en la planta de procesamiento de minerales puede impactar positivamente en la recuperación de agua desde el tranque de relaves ya que esta es sensible al tamaño de partículas.
 - Por otro lado, en algunas operaciones se realiza una clasificación de tamaño previa a la deposición de relaves, separando la fracción gruesa del material y enviándola como parte del muro del tranque. Según lo revisado en las simulaciones, si bien esta práctica tiene una razón constructiva, puede ser perjudicial para el proceso de recuperación de agua debido a que se fomentan las pérdidas por atrapamiento y rehidratación relacionadas a un D₅₀ menor enviado a la playa del relave.
- Integración de información de forma de partículas
 - Al igual que el caso de tamaño de partícula, la integración de la información correspondiente a la forma del material generado en la planta con la operación de tranques de relaves es una opción de mejora para tomar decisiones estratégicas en la operación.
 - Según los resultados de las simulaciones, los materiales compuestos por partículas más redondeadas (R más cercano a 1,0) tienden a aumentar la recuperación de agua. De esta forma partículas planas tenderán a aumentar las pérdidas por atrapamiento y rehidratación.
 - La presencia de ciertos tipos de arcillas que absorben agua y cambian su forma puede caracterizarse y utilizarse como parámetro de entrada y estimar de mejor manera el balance de agua.

• Planificación de minerales a tratar durante el año

La integración del conocimiento que se tiene del material tratado puede llevar a definir una planificación de procesamiento de minerales que dependa de las condiciones climáticas durante el año. De esta manera se podría considerar conveniente el tratamiento de un mineral que consume mucha agua en un período del año en donde la recuperación de agua sea mayor, evitando un consumo excesivo de líquido en períodos de escasez. La información de tamaño y forma de partículas puede ser considerada como parte de esta decisión estratégica de tratamiento.

5.2 Estimación de consumo de agua por unidad minera

Por medio de la integración de la información de cada mineral tratado se desarrolla una metodología para la estimación del consumo de agua de cada unidad minera o bloque mediante simulación.

Primeramente, es necesario definir una cantidad de parámetros operativos relativos a la planta de procesamiento y propiedades del mineral. Para efectos de la simulación, la operación es caracterizada y fijada para operar con valores típicos en sus diferentes parámetros. Las propiedades del mineral se consideran variables y entre estas se pueden identificar como relevantes la ley de alimentación y la dureza del mineral. Cabe mencionar que también se pueden evaluar otras propiedades de mineral, como por ejemplo parámetros cinéticos de flotación, sin embargo para efectos de mostrar la metodología se modifican solo la ley y dureza.

Debido a que la recuperación de agua desde el tranque de relaves depende de la época del año en que se realice la deposición, esto se ve reflejado en el consumo de agua por mineral tratado. Por lo tanto, para valorizar el consumo de agua de un mineral determinado se debe considerar la fecha de tratamiento.

De esta forma, la metodología de evaluación del consumo de agua por unidad minera considera los siguientes pasos:

- 1. Definición de características del mineral a evaluar (ley y dureza).
- 2. Simulación de tratamiento de mineral en modelo de planta de procesamiento.
- 3. Estimación de requerimiento de agua en la planta de procesamiento.
- 4. Estimación de recuperación de agua desde etapas de separación sólido-líquido.
- 5. Estimación de composición de relave generado en la simulación.
- 6. Estimación mensual de recuperación de agua desde tranque de relave.
- 7. Valorización mensual del consumo de agua por unidad minera.

En la Tabla 9 se presentan las leyes y dureza de los minerales usados para realizar las simulaciones. Cada UGM definida posee propiedades distintas de ley y dureza identificándose 3 categorías en cada propiedad. Se considera una ley de alimentación baja, media y alta variando de 1,75% a 4,65% de mineral de interés, en este caso calcopirita. Para efectos de la simulación se considera el resto del material como ganga. La dureza se varía en categorías baja, media y alta variando el *work index* de 13 a 17 [kWh/t].

UGM	LEY Cpy [%]	LEY Cu [%]	LEY GANGA [%]	DUREZA W _i [kWh/t]
1	4,65	1,61	95,35	15
2	3,20	1,11	96,80	15
3	1,75	0,61	98,25	15
4	3,20	1,11	96,80	17
5	3,20	1,11	96,80	13

Tabla 9. Propiedades de leyes y dureza de minerales utilizados en la estimación del consumo de agua.

Una vez realizada las simulaciones en la planta de procesamiento y el balance de agua en el tranque de relaves, se estiman las recuperaciones de agua de proceso y los consumos de agua por tonelada de mineral tratado. Estos valores se presentan en la Tabla 10 y Tabla 11 respectivamente, en donde se puede observar el comportamiento cíclico del consumo de agua en cada unidad minera evaluada, obteniéndose valores menores en los meses de invierno asociado a una mayor recuperación de agua desde el tranque de relaves.

MES	UGM 1 [%]	UGM 2 [%]	UGM 3 [%]	UGM 4 [%]	UGM 5 [%]
Enero	75,29	75,42	75,04	75,57	75,47
Febrero	76,05	76,18	75,82	76,34	76,22
Marzo	76,78	76,92	76,57	77,08	76,95
Abril	77,97	78,11	77,79	78,29	78,13
Мауо	78,98	79,12	78,83	79,31	79,13
Junio	79,55	79,69	79,42	79,88	79,70
Julio	79,19	79,34	79,05	79,53	79,35
Agosto	78,23	78,37	78,06	78,55	78,39
Septiembre	77,08	77,22	76,88	77,38	77,25
Octubre	75,69	75,82	75,45	75,98	75,87
Noviembre	74,56	74,68	74,28	74,83	74,74
Diciembre	74,83	74,96	74,56	75,10	75,01
Promedio	77,01	77,15	76,81	77,32	77,18
Desviación Estándar	1,76	1,76	1,81	1,78	1,75

Tabla 10. Recuperaciones de agua de proceso por mes obtenidas mediante simulación para distintas UGMs.

MES	UGM 1 [m³/t]	UGM 2 [m³/t]	UGM 3 [m³/t]	UGM 4 [m³/t]	UGM 5 [m³/t]
Enero	0,500	0,500	0,499	0,492	0,503
Febrero	0,485	0,484	0,483	0,477	0,488
Marzo	0,470	0,469	0,468	0,462	0,473
Abril	0,446	0,445	0,444	0,437	0,448
Мауо	0,425	0,424	0,423	0,417	0,428
Junio	0,414	0,413	0,411	0,405	0,416
Julio	0,421	0,420	0,419	0,412	0,423
Agosto	0,441	0,440	0,438	0,432	0,443
Septiembre	0,464	0,463	0,462	0,456	0,467
Octubre	0,492	0,491	0,491	0,484	0,495
Noviembre	0,515	0,514	0,514	0,507	0,518
Diciembre	0,509	0,509	0,508	0,501	0,512
Promedio	0,465	0,464	0,463	0,457	0,468
Desviación Estándar	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036

Tabla 11. Consumo de agua por tonelada de mineral tratado obtenidas mediante simulación para distintas UGMs.

Al comparar el comportamiento del consumo de agua para una dureza fija (15 kWh/t) y leyes variables, se observa que una mayor ley de alimentación está asociada a una mayor cantidad de agua consumida por tonelada de mineral tratado. Este efecto se puede apreciar en la Figura 33 en donde se presentan las variaciones del consumo de agua mensual para UGMs, mientras que en la Figura 34 se grafica el consumo medio anual para cada UGM en función de sus leyes, en donde la desviación estándar de los valores es de 0,036. Si bien estadísticamente existe una desviación importante, se puede apreciar una tendencia a un mayor consumo de agua al tratar minerales más ricos. Sin embargo, se debe realizar una evaluación económica del bloque mineral y el costo de tratamiento para poder tener una visión más completa del negocio minero.



Figura 33. Evaluación de consumo de agua mensual para UGMs con distintas leyes de alimentación.



Figura 34. Variación del consumo de agua por ley de alimentación para una dureza de mineral fija.

Se compara el comportamiento de consumo de agua para una ley de alimentación fija de mineral (3,2%) y dureza variable. Los resultados son presentados en la Figura 35 para la variación mensual y en la Figura 36 para valores promedio anuales con una desviación estándar de 0,036. Si bien estadísticamente existe una desviación importante, se puede apreciar una tendencia a un menor consumo de agua para minerales más duros.



Figura 35. Evaluación de consumo de agua mensual para UGMs con distintas durezas de mineral.



Figura 36. Variación del consumo de agua por dureza de mineral para una ley de alimentación fija.

En base a los resultados obtenidos es interesante destacar que los minerales más ricos y blandos son los que consumen mayores cantidades de agua por tonelada de mineral tratado. Esto es un punto relevante debido a que la profundización de las labores mineras y la disminución de leyes, hace que actualmente se procesen minerales de baja ley y alta dureza, lo que tiene por consecuencia una disminución relativa del consumo de agua. En el contexto de escasez hídrica, tener información del consumo de agua de una unidad minera y poder generar una planificación o estrategia de operación, es relevante para lograr una gestión eficiente del recurso hídrico, el cual es esencial para el desarrollo de cualquier proyecto minero.

5.3 Valorización de unidad minera considerando el consumo de agua

Una vez establecido el consumo de agua por UGM es relevante incorporar esta característica como parte de la evaluación económica por bloque del modelo de bloques minero. Se considera un bloque de tamaño 10x10x10 [m³] y una densidad de 2,5 [t/m³], lo que entrega un tonelaje de 2.500 [t] por bloque. Para efectos de cálculo en la valorización de un bloque se consideran los valores presentados en la Tabla 12. Los valores de costos son referenciales para el año 2020 según lo reportado por Cochilco (Comisión Chilena del Cobre, 2021). Como valor de precio se toma la proyección realizada por Cochilco para el año 2022. Cabe destacar que el costo de agua se asocia al proceso de desalinización y traslado a faena y está referenciado según información reportada durante el año 2020 (Minería Chilena, 2020).

Tabla 12. Valores	de costos y precio	o utilizado para la	valorización de ur	n bloque minero.
	<i>.</i> .			

PARÁMETRO	VALOR	UNIDADES
Precio cobre	3,95	[US\$/lb]
Costo agua	5	[US\$/m ³]
Costo directo a cátodo (C1)	129,4	[cUS\$/lb]
Costo neto a cátodo (C3)	229,8	[cUS\$/lb]

Se puede estimar el costo asociado al consumo de agua por bloque, multiplicando los valores de consumo de agua por tonelada con el costo unitario de agua y el tonelaje de cada bloque. De esta manera, los costos de agua mensuales asociados al tratamiento de un bloque minero para cada una de las 5 UGMs definidas anteriormente se presentan en la Tabla 13.

MES	UGM 1 [kUS\$/bloque]	UGM 2 [kUS\$/bloque]	UGM 3 [kUS\$/bloque]	UGM 4 [kUS\$/bloque]	UGM 5 [kUS\$/bloque]
Enero	6,25	6,24	6,24	6,15	6,29
Febrero	6,06	6,05	6,04	5,96	6,10
Marzo	5,87	5,86	5,85	5,77	5,91
Abril	5,57	5,56	5,55	5,47	5,61
Мауо	5,32	5,30	5,29	5,21	5,35
Junio	5,17	5,16	5,14	5,07	5,20
Julio	5,26	5,25	5,23	5,16	5,29
Agosto	5,51	5,49	5,48	5,40	5,54
Septiembre	5,80	5,79	5,78	5,69	5,83
Octubre	6,15	6,14	6,13	6,05	6,19
Noviembre	6,44	6,43	6,43	6,34	6,48
Diciembre	6,37	6,36	6,36	6,27	6,41
Promedio	5,81	5,80	5,79	5,71	5,85
Desv. Est.	0,44	0,45	0,45	0,45	0,45

Tabla 13. Costo de agua mensual por bloque minero para distintas UGMs.

En la Figura 37 se presenta la variación mensual del costo asociado al consumo de agua para UGMs con layes de cabeza variables, en donde se aprecia que existen costos menores mientras más baja es la ley. Por su parte la Figura 38 muestra la variación mensual del costo de agua para UGMs con distinta dureza, en donde se observa que los mayores costos se relacionan con minerales blandos.



Figura 37. Evaluación de costo asociado al consumo de agua mensual para UGMs con distintas leyes de alimentación.



Figura 38. Evaluación de costo asociado al consumo de agua mensual para UGMs con distintas durezas de mineral.

Para la valorización económica del bloque se recolectan los datos entregados por las simulaciones de la planta de procesamiento con respecto a la calidad de concentrado obtenida, entre ellos los finos reportados y la recuperación metalúrgica del proceso. En la Tabla 14 se presentan la valorización de los bloques para cada una de las UGMs definidas.

PARÁMETROS	UMG 1	UGM 2	UGM 3	UGM 3	UGM 5
Finos por bloque [ton Cu]	40,2	27,7	15,1	27,7	27,7
Recuperación metalúrgica [%]	88,59	87,67	86,93	90,59	86,28
Finos recuperados [lb Cu]	78.557,8	53.502,1	29.010,0	55.282,0	52.648,8
Ingreso bloque [kUS\$/bloque]	310,30	211,33	114,59	218,36	207,96
Costo por bloque [kUS\$/bloque]	101,65	69,23	37,54	71,53	68,13
Valor bloque [kUS\$/bloque]	208,65	142,10	77,05	146,83	139,84

Tabla 14. Valorización de bloques por UGM.

De esta forma y considerando la variabilidad de costo de agua durante el período de un año se puede incorporar esta información y estimar el valor mensual de un bloque minero por UGM. En la Tabla 15 se presentan la valorización mensual de los bloques mineros para cada una de las UGMs definidas anteriormente.

MES	UGM 1 [kUS\$/bloque]	UGM 2 [kUS\$/bloque]	UGM 3 [kUS\$/bloque]	UGM 4 [kUS\$/bloque]	UGM 5 [kUS\$/bloque]
Enero	208,2	141,7	76,6	146,4	139,4
Febrero	208,4	141,9	76,8	146,6	139,6
Marzo	208,6	142,0	77,0	146,8	139,8
Abril	208,9	142,3	77,3	147,1	140,1
Мауо	209,1	142,6	77,6	147,3	140,3
Junio	209,3	142,7	77,7	147,5	140,5
Julio	209,2	142,7	77,6	147,4	140,4
Agosto	209,0	142,4	77,4	147,1	140,1
Septiembre	208,7	142,1	77,1	146,8	139,9
Octubre	208,3	141,8	76,7	146,5	139,5
Noviembre	208,0	141,5	76,4	146,2	139,2
Diciembre	208,1	141,5	76,5	146,3	139,3
Promedio	208,6	142,1	77,1	146,8	139,8
Des. Est.	0,44	0,45	0,45	0,45	0,45

Tabla 15. Valor mensual de bloque minero para distintas UGMs considerando costo de agua.

En la Figura 39 se presenta la evolución de costos de agua promedio anual y la valorización de los bloques mineros para una dureza fija (15 kWh/t) y leyes variables. Se puede apreciar que el valor del bloque es muy sensible a su ley debido a que incide

directamente en su estimación. Con estos datos se puede estimar que el costo de agua puede llegar a significar desde un 2,8% a un 7,5% del costo total en el caso de alta y baja ley respectivamente.



Figura 39. Valor de bloque y costo de agua para ley de alimentación variable.

En la Figura 40 se presenta la evolución de costos de agua promedio anual y la valorización de los bloques mineros para una ley de alimentación fija (3,2%) y dureza variable. Se puede observar que el valor del bloque es menos sensible que en caso de leyes variables, pero que su valor aumenta a medida que crece su dureza. En este caso el costo de agua representa de un 3,9% hasta un 4,2% del costo total en los casos de dureza baja y alta respectivamente.



Figura 40. Valor de bloque y costo de agua para dureza de mineral variable.

Se observa que los costos del agua respecto al valor del bloque son relativamente bajos. El costo promedio del agua no varía mucho a diferencia del valor del bloque. Esto indica que el impacto global del agua en el beneficio económico anual de la planta no será tan significativo. Sin embargo, ante posibles escenarios que no se han considerado en esta evaluación, el contar con información mensual de los valores de bloques y costos de agua permite desarrollar estrategias de planificación minera con fin de optimizar la alimentación de la planta de procesamiento de minerales. De esta manera se pueden encontrar secuencias de alimentación óptimas que maximicen la ganancia y consideren el consumo de agua como un parámetro de entrada en la planificación. Por otra parte, se pueden establecer restricciones en caso de que un bloque minero signifique un consumo de agua por sobre la cantidad de insumo hídrico disponible para el procesamiento adecuado del mineral.

5.4 Consumo de agua en escenario de stress hídrico

Debido a que el insumo hídrico es crucial para el correcto desempeño del procesamiento de minerales y que es un bien escaso, especialmente para faenas mineras emplazadas en zonas desérticas, se construye un escenario de tratamiento de minerales con una capacidad de agua fresca limitada.

Para efectos de la simulación se utiliza un mineral con ley de 3,2% de calcopirita y 15 [kWh/t] de dureza, alimentado a razón de 96.000 [t/d]. El escenario de stress hídrico considera una capacidad máxima de agua fresca como suministro de 540 [l/s]. Se calcula la capacidad de agua fresca para satisfacer las exigencias de la planta como la diferencia entre el requerimiento total de agua y la recuperación de agua (desde separación sólido-líquido y desde tranque de relaves). El resultado mensual del consumo de agua fresca obtenido mediante simulaciones se presenta en la Figura 41.



Figura 41. Evaluación del consumo de agua fresca mensual bajo escenario de stress hídrico.

Los resultados muestran que bajo el escenario de stress hídrico propuesto existen meses en los cuales el requerimiento de agua fresca supera la capacidad límite. Esto implica que, durante los meses de mayor consumo de agua, no es recomendable el tratamiento del mineral evaluado debido a que no existe la capacidad de agua para procesar el tonelaje de diseño.

Bajo este contexto, la mejor recomendación es que durante los meses de invierno se procese este mineral. Esta información se puede incluir como una restricción en una planificación minera que incorpore el uso de recursos limitados en el procesamiento de minerales.

Otra alternativa es diseñar estrategias operativas que busquen disminuir el consumo de agua por unidad minera, como por ejemplo controlar adecuadamente el contenido de sólido en peso en la planta de procesamiento o tener un mejor control del tamaño de partículas que impacta directamente la recuperación de agua desde el tranque de relaves. Las herramientas de simulación construidas pueden ser utilizadas para buscar un desarrollo de estrategias operacionales y evaluarlas sin tener que intervenir la planta.

Debido a que los meses bajo la capacidad límite de agua fresca presentan una holgura con respecto a la disponibilidad de agua, se explora la oportunidad que esto conlleva desde el punto de vista de tratamiento. Tomando la diferencia entre capacidad límite y agua fresca necesaria se puede estimar la disponibilidad extra de tratamiento de mineral, es decir, la cantidad de tonelaje extra de mineral se podría procesar con la holgura de agua. En la Figura 42 se muestra la disponibilidad de tratamiento mensual calculada en base a la disponibilidad de agua.



Figura 42. Disponibilidad de tratamiento extra mensual según holgura de agua disponible.

En los meses críticos se presentan valores de disponibilidad extra negativos, indicando la disminución en capacidad de tratamiento por concepto de agua. De esta manera se

observa que el mes de noviembre es el más conflictivo debido a que existe una disminución de 5.311 [t/d] lo que se traduce en una baja de 5,5% de capacidad de tonelaje. Debido a que la falta de agua se traduce en una pérdida de capacidad tratamiento, una alternativa para no incurrir en este escenario es la compra de agua a faenas mineras aledañas e incorporar estas aguas como parte del insumo inicial. En este contexto de compra de agua, se debería incorporar este costo extra (que puede tener un valor distinto al de agua fresca propia) en la valorización de un bloque minero y en la evaluación económica del negocio.

Por otra parte, se observa que la máxima disponibilidad se alcanza durante los meses de invierno, específicamente en junio existe una disponibilidad extra de tratamiento de 17.055 [t/d] lo que se traduce en un 17,8% de tonelaje diario extra. Esta capacidad extra puede ser provechosa para la planificación minera, aumentando la capacidad de tratamiento de manera estratégica en los meses más favorables. Sin embargo, esta información debe ser utilizada considerando no exceder el tamaño y capacidad instalada de planta, debido a que estas instalaciones están diseñadas para operar bajo un cierto flujo de alimentación.

5.5 Consumo de agua en planificación minera

Se examinan las alternativas de aplicación de la herramienta de simulación de consumo de agua en la planificación minera. Debido a que la planificación minera es un arreglo temporal de una secuencia de alimentación a la planta de procesamiento, se utilizan los resultados arrojados por las simulaciones en la construcción de distintos planes mineros y se evalúan económicamente los escenarios.

Para esto se definen 4 unidades geológicas mineras con propiedades de leyes y dureza marcadamente distintas. En la Tabla 16 se presentan las propiedades de las UGMs definidas para evaluar la planificación minera incorporando el consumo de agua, y el volumen de agua por tonelada tratada y valor medio por bloque. En el Anexo C se presenta la evaluación mensual de consumo de agua y valorización del bloque. Se puede observar que los minerales que más consumen agua son la UGM_B y la UGM_D, mientras que los minerales que más utilidad reportan son las UGM_A y UGM_B asociado a una mayor ley.

PROPIEDAD	UGMA	UGMB	UGMc	UGM _D
Ley [%]	4,65	4,65	1,75	1,75
Dureza [kWh/t]	17	13	17	13
Consumo agua [m ³ /t]	0,458	0,469	0,456	0,467
Valor [kUS\$/bloque]	211,93	200,81	81,25	75,84

Tabla 16. Definición de UGMs para simulación de planificación minera incorporando consumo de agua.

A partir de las simulaciones, se realiza la valorización económica mensual por bloque minero de cada una de las UGMs, la cual es presentada en la Tabla 17. Ya que los valores

varían a lo largo del año y según UGMs, las utilidades de la planificación minera dependen del orden en que es procesado el mineral.

MES	UGM _A [kUS\$/bloque]	UGM _₿ [kUS\$/bloque]	UGM _c [kUS\$/bloque]	UGM _D [kUS\$/bloque]		
Enero	211,50	200,38	80,80	75,40		
Febrero	211,69	200,57	81,00	75,59		
Marzo	211,87	200,75	81,19	75,78		
Abril	212,17	201,06	81,49	76,09		
Мауо	212,43	201,31	81,75	76,34		
Junio	212,57	201,46	81,90	76,49		
Julio	212,48	201,37	81,81	76,40		
Agosto	212,24	201,12	81,56	76,15		
Septiembre	211,95	200,83	81,26	75,86		
Octubre	211,60	200,48	80,91	75,50		
Noviembre	211,31	200,19	80,61	75,21		
Diciembre	211,38	200,26	80,68	75,28		
Promedio	211,93	200,81	81,25	75,84		
Desv. Est.	0,44	0,44	0,45	0,45		

Tabla 17. Valor mensual de bloque minero para UGMs usadas en simulación de planificación mineraincorporando consumo de agua.

En la Tabla 18 se presentan las recuperaciones de agua estimadas para las distintas UGMs a lo largo del año. Se aprecia que se pueden ordenar las UGMs de mayor a menor recuperación de agua de la siguiente manera UGM_C, UGM_D, UGM_A, UGM_B.

MES	UGM₄ [%]	UGM _₿ [%]	UGM _c [%]	UGM⊳ [%]
Enero	75,01	74,21	76,09	75,20
Febrero	75,79	75,03	76,82	75,97
Marzo	76,54	75,81	77,52	76,71
Abril	77,76	77,10	78,66	77,92
Мауо	78,80	78,19	79,63	78,94
Junio	79,38	78,80	80,18	79,52
Julio	79,02	78,42	79,84	79,16
Agosto	78,03	77,38	78,92	78,18
Septiembre	76,85	76,14	77,81	77,01
Octubre	75,42	74,64	76,47	75,60
Noviembre	74,25	73,41	75,38	74,45
Diciembre	74,53	73,71	75,64	74,73
Promedio	76,78	76,07	77,75	76,95
Desv. Est.	1,81	1,90	1,69	1,78

Tabla 18. Recuperación de agua mensual para UGMs usadas en simulación de planificación mineraincorporando consumo de agua.

Con fin de explorar la influencia de las variables ley y dureza del mineral en la planificación, se diseñan dos ejemplos simples en los que se determina el mejor plan minero para la combinación de las UGM_A y UGM_B (variación de dureza) y para la combinación de las UGM_A y UGM_C (variación de leyes). Posteriormente se diseña un ejemplo para incluir el efecto de las 4 UGMs en la planificación minera.

5.5.1 Planificación minera para dureza variable

Para este ejemplo se asume que se procesa la UGM_A y UGM_B en proporciones iguales a lo largo del año. Por simplicidad se considera que solo se procesa un tipo de UGM por mes. De esta manera la planificación corresponde a determinar el mes en que se tratará una UGM de modo de maximizar el beneficio económico. Adicionalmente, y con fines de análisis, se obtiene el escenario que entrega el peor beneficio económico.

Se realiza la simulación y se obtienen las planificaciones para el mejor y peor escenario según lo mostrado en la Tabla 19. El mejor escenario de planificación presenta un beneficio anual de US\$ 2.852.911.187, mientras que el peor escenario de planificación un beneficio anual de US\$ 2.852.909.246 con un error estándar de US\$ 970,4. El beneficio se calcula en base a la composición del concentrado reportada por la simulación e incluyendo el consumo de agua respectivo. Si bien la diferencia anual de US\$ 1.941 es pequeña, se puede apreciar un efecto de la planificación minera considerando el consumo de agua variable a lo largo del año.

PLAN MINERO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	ΜΑΥΟ	OIND	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
MEJOR	В	В	В	А	А	А	А	А	А	В	В	В
PEOR	A	А	А	В	В	В	В	В	В	А	А	А

Tabla 19. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con dureza variable.

Se observa que el mejor plan minero considera procesar el mineral de mayor valorización y que representa el mayor porcentaje de recuperación de agua durante los meses de invierno (abril a septiembre). Esto se relaciona con que en estos meses existe una menor pérdida de agua por efecto de las condiciones meteorológicas y por lo tanto la oportunidad de maximizar el beneficio asociado es mayor. En caso contrario, el peor escenario de planificación minera considera procesar este mineral durante los meses de verano (octubre a marzo).

Se realiza el perfil anual de recuperación de agua para el mejor y peor plan minero. Los resultados son presentados en la Tabla 20 y Figura 43. Se observa que la planificación minera con mayor beneficio económico busca maximizar la recuperación de agua durante

los meses de invierno. Esta estrategia tiene como consecuencia una recuperación de agua promedio menor para el mejor escenario de planificación.

De los resultados obtenidos en la simulación, la recuperación de agua fresca para el mejor escenario de planificación asciende 1.415,61 [m³/h], mientras que para el peor caso es de 1.416,22 [m³/h]. De esta manera se tiene una diferencia de 0,61 [m³/h], o bien 5.335,96 [m³/año], de agua a favor del peor escenario de planificación. Si bien existe pérdida económica, el ahorro de agua anual que se puede obtener es significativo si se considera un escenario de estrés hídrico.



Figura 43. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza variable.

MES	MEJOR PLAN MINERO [%]	PEOR PLAN MINERO [%]
Enero	74,21	75,01
Febrero	75,03	75,79
Marzo	75,81	76,54
Abril	77,76	77,10
Мауо	78,80	78,19
Junio	79,38	78,80
Julio	79,02	78,42
Agosto	78,03	77,38
Septiembre	76,85	76,14
Octubre	74,64	75,42
Noviembre	73,41	74,25
Diciembre	73,71	74,53
Promedio	76,39	76,46
Desviación Estándar	2,18	1,53
	96	

Tabla 20. Recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza variable.

5.5.2 Planificación minera para ley variable

Para este ejemplo se asume que se procesa la UGM_A y UGM_C en proporciones iguales a lo largo del año. Al igual que en el caso anterior, se considera que solo se procesa un tipo de UGM por mes.

Se realiza la simulación obteniéndose las planificaciones para el mejor y peor escenario según lo mostrado en la Tabla 21. El mejor escenario de planificación presenta un beneficio anual de US\$ 2.026.497.024, mientras que el peor escenario de planificación un beneficio anual de US\$ 2.026.417.882 con un error estándar de US\$ 39.547. El beneficio se calcula en base a la composición del concentrado reportada por la simulación e incluyendo el consumo de agua respectivo. La diferencia anual es de US\$ 79.142 y por lo tanto se puede apreciar un efecto de la planificación minera considerando el consumo de agua variable a lo largo del año. Esta diferencia es mayor al caso de dureza variable y refleja el grado de importancia de la ley de mineral en la evaluación económica.

PLAN MINERO	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	ΜΑΥΟ	OIND	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
MEJOR	A	А	А	С	С	С	С	С	С	А	А	А
PEOR	С	С	С	А	А	А	А	А	А	С	С	С

Tabla 21. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con ley variable.

A diferencia del caso anterior, el mejor plan minero procesa el mineral de menor valorización durante los meses de invierno (abril a septiembre). Sin embargo, se asocia el procesamiento de mayor recuperación de agua, la UGMc, durante este período. De esta manera, el aumento del valor del negocio se logra al maximizar la recuperación de agua del mineral más pobre en los meses de menor pérdida de agua por condiciones meteorológicas. Por otro lado, el peor escenario de planificación minera considera procesar el mineral de baja ley durante los meses de verano (octubre a marzo).

Se realiza el perfil anual de recuperación de agua para el mejor y peor plan minero, mostrándose los resultados en la Tabla 22 y Figura 44. Se observa que la planificación minera con mayor beneficio económico busca maximizar la recuperación de agua durante los meses de invierno. Esta estrategia tiene como consecuencia una recuperación de agua promedio menor para el mejor escenario de planificación.

De los resultados obtenidos en la simulación, la recuperación de agua fresca para el mejor escenario de planificación asciende 1.410,95 [m³/h], mientras que para el peor caso es de 1.412,58 [m³/h]. De esta forma se obtiene una diferencia de 1,63 [m³/h], o bien 14.305,8 [m³/año], de agua a favor del peor escenario de planificación. Este resultado resulta interesante debido a que, si bien existe pérdida económica considerable, el ahorro
de agua anual que se puede obtener es muy significativo si se considera un escenario de estrés hídrico.



Figura 44. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con ley variable.

MES	MEJOR PLAN MINERO	PEOR PLAN MINERO		
	[%]	[%]		
Enero	75,01	76,09		
Febrero	75,79	76,82		
Marzo	76,54	77,52		
Abril	78,66	77,76		
Мауо	79,63	78,80		
Junio	80,18	79,38		
Julio	79,84	79,02		
Agosto	78,92	78,03		
Septiembre	77,81	76,85		
Octubre	75,42	76,47		
Noviembre	74,25	75,38		
Diciembre	74,53	75,64		
Promedio	77,21	77,31		
Desviación Estándar	2,20	1,33		

Tabla 22. Recuperación de agua para escenarios de planificación con ley variable.

5.5.3 Planificación minera para dureza y ley variable

En este último ejemplo se utilizan las 4 UGMs definidas en la Tabla 16 considerando la respectiva valorización por bloque y su recuperación de agua obtenidas mediante

simulación. Se asume que la planta de procesamiento trata las UGMs en proporciones iguales a lo largo del año y que solo se puede procesar un tipo de UGM por mes. Así el proceso de planificación minera corresponde a encontrar la mejor secuencia de alimentación a la planta durante el año buscando maximizar el beneficio económico. Con fines de análisis económico y de recuperación de agua, se reportan el mejor y peor escenario de planificación.

Al realizar la simulación se obtienen los planes mineros para el mejor y peor escenario según lo mostrado en la Tabla 23. El mejor escenario de planificación presenta un beneficio anual de US\$ 1.969.388.814, mientras que el peor escenario de planificación entrega un beneficio anual de US\$ 1.969.308.433 con un error estándar de US\$ 19.178. El beneficio se calcula en base a la composición del concentrado reportada por la simulación e incluyendo el consumo de agua respectivo. En este caso, la diferencia de beneficio anual es considerable y alcanza los US\$ 80.381. La mayor diferencia respecto a los casos anteriores se explica por la variabilidad incorporada al procesar una mayor cantidad de UGMs distintas.

Tabla 23. Mejor y peor plan minero según evaluación económica para escenarios con dureza y ley variables.



El mejor escenario de planificación minera queda directamente definido por la recuperación de agua asociada a cada una de las UGMs. La estrategia de planificación consiste en procesar el mineral con mayor recuperación de agua durante los meses de invierno, dejando el procesamiento del mineral con menor recuperación para los meses de verano. De esta forma, se puede observar que en el período que comprende los meses de mayo a julio se procesa la UGM_C, unidad que representa el mejor porcentaje de recuperación de agua según lo mostrado en la Tabla 18. Los meses abril, agosto y septiembre se procesa la UGM_D, siendo esta unidad la segunda con valores de recuperación de agua más altos. Durante los meses de febrero, marzo y octubre se procesa la UGM_A, la que representa el tercer porcentaje de recuperación de agua más alto. Por último, se aprecia que la UGM_B se planifica para los meses de enero, noviembre y diciembre, siendo esta unidad la que consigue una menor recuperación de agua.

Por otra parte, el peor escenario de planificación minera se obtiene siguiendo la estrategia contraria a la descrita anteriormente. Se busca el procesamiento de las UGMs que recuperan una menor cantidad de agua durante los meses de invierno.

Se realiza el perfil anual de recuperación de agua para el mejor y peor plan minero, mostrándose los resultados en la Tabla 24 y Figura 45. Se observa que la planificación minera con mayor beneficio económico busca maximizar la recuperación de agua durante los meses de invierno. Esta estrategia tiene como consecuencia una recuperación de agua promedio menor para el mejor escenario de planificación.

De la simulación se obtiene que la recuperación de agua fresca para el mejor escenario de planificación asciende 1.420,94 [m³/h], mientras que para el peor caso es de 1.423,07 [m³/h]. De esta forma se obtiene una diferencia de 2,14 [m³/h], o bien 18.709,7 [m³/año], de agua a favor del peor escenario de planificación. Este resultado sugiere que, si bien existe pérdida económica debido a la planificación, el ahorro de agua anual que se puede alcanzar podría ser significativo si se considera un escenario de estrés hídrico.



Figura 45. Perfiles de recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza y ley variable.

MES	MEJOR PLAN MINERO [%]	PEOR PLAN MINERO [%]
Enero	74,21	76,09
Febrero	75,79	75,97
Marzo	76,54	76,71
Abril	77,92	77,76
Мауо	79,63	78,19
Junio	80,18	78,80
Julio	79,84	78,42
Agosto	78,18	78,03
Septiembre	77,01	76,85
Octubre	75,42	75,60
Noviembre	73,41	75,38
Diciembre	73,71	75,64
Promedio	76,82	76,95
Desviación Estándar	2,39	1,23

Tabla 24. Recuperación de agua para escenarios de planificación con dureza y ley variable.

CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

Se cumplieron los objetivos planteados en la tesis pudiendo modelar el consumo de agua integrando el desempeño de la planta de procesamiento de minerales con las instalaciones de tranque relaves.

En relación a la modelación y evaluación de la planta de procesamiento de minerales, se desarrolló una metodología para construir cualquier configuración de planta mediante la implementación e interacción de varios modelos de procesamiento, así como modelos de distribución de tiempos de residencia. Este enfoque modular permitió evaluar la mezcla de minerales generada al interior de la planta y por lo tanto estimar la composición de los productos generados por ésta.

La evaluación de mezclas comprende el uso de las RTD generados por la planta y pondera su contribución en el material de salida en el tiempo. De esta forma, se incluyó un componente dinámico a la simulación con fin de estimar la composición del concentrado y relave generados por la planta.

De las simulaciones realizadas utilizando el modelamiento de la planta de procesamiento se extraen las siguientes conclusiones:

- La configuración de la planta impacta las propiedades del mineral a través de las etapas de procesamiento del mineral, generando diferentes distribuciones de tamaño de partículas, concentrado y composición de relaves. Sin embargo, distintas configuraciones de planta siguen el mismo comportamiento al ser evaluadas para distintos tipos de minerales.
- La simulación permite obtener las RTD generadas en cada etapa del proceso. Las RTD presentadas como diagramas de caja permiten identificar la ubicación del mineral y la cantidad de mineral por etapa en un momento dado. La implementación de este tipo de datos en plantas reales permitiría adoptar estrategias operativas si se detecta una perturbación o propiedades perjudiciales del mineral en las etapas tempranas, brindando una valiosa ventana de tiempo de reacción para tomar decisiones proactivas antes de que se presente la perturbación.
- Usando el enfoque de evaluación de mezcla, se predijo la interacción entre los bloques de mineral alimentados en una secuencia determinada, determinando la composición del producto de la planta en diferentes momentos. El efecto de mezcla se asumió como aditivo, por lo tanto, no considera la posible sinergia entre minerales. El grado de mezcla depende de las propiedades del mineral, la configuración de la planta y la tecnología de procesamiento de minerales. Este enfoque puede ser útil para evaluar el desempeño de varios planes mineros en el procesamiento de minerales y, por lo tanto, permitir el desarrollo de estrategias para optimizar la operación conjunta.

- Dado que el programa de simulación es sensible a las propiedades del mineral y la secuencia de alimentación, esta herramienta se puede utilizar para evaluar una variedad de escenarios de alimentación, desarrollando una estrategia para definir el plan minero que mejora el rendimiento de la planta desde una perspectiva de recuperación de mineral.
- Los modelos actuales de procesamiento de minerales son representaciones de la operación estacionaria según el equipo y la tecnología utilizada, por lo que se necesita una mejora en los modelos de procesamiento de minerales. Sin embargo, a través de la simulación fue posible integrar el componente dinámico utilizando los RTD generados en cada etapa del proceso. Los resultados se obtuvieron combinando los modelos de estado estacionario y RTD dando una visión del proceso más cercana a la realidad.
- Comúnmente los sistemas de control en procesamiento de minerales son operados de manera aislada buscando la optimización de cada etapa individualmente. Las simulaciones son apropiadas para observar la interacción entre etapas y así discutir el desarrollo de estrategias de control más robustas. En este sentido, es importante integrar todas las etapas de la planta en el sistema de control debido a que las decisiones tomadas en las primeras etapas podrían impactar en los procesos posteriores. La detección temprana de propiedades perjudiciales del mineral puede conducir a una mejor gestión de la operación con un tiempo de reacción adecuado.
- Las pruebas geometalúrgicas son importantes para desarrollar una mejor representación del proceso minero y comprender el comportamiento del mineral en la planta. Si bien las campañas exhaustivas de caracterización geometalúrgica pueden resultar costosas, para lograr mejores operaciones y aumentar el conocimiento del proceso es fundamental adquirir la mayor información posible del mineral a tratar.

En relación al modelamiento del balance de agua desde el tranque de relaves se logró desarrollar una metodología para la estimación del consumo de agua que depende del tipo de mineral a tratar y del momento en que se realice el procesamiento, integrando la simulación de la planta de procesamiento y la operación de deposición de relaves. La integración se hizo por partes de manera independiente, analizando el efecto dinámico de mezclas de mineral en la formación y caracterización del relave y posteriormente analizando el efecto de diferentes tipos de relave en la pérdida de agua.

Las pérdidas de agua desde el tranque de relaves se deben al atrapamiento, evaporación, rehidratación y filtración. En cada uno de estos tipos de pérdida influyen características minerales, parámetros operacionales y/o condiciones climáticas propias del lugar en que se emplaza el tranque de relaves. Respecto a las pérdidas de agua se pueden establecer las siguientes conclusiones:

• Las principales características minerales que impactan el balance de agua son el tamaño, forma y tipo de partículas. El tamaño de partícula es resultado de la

operación de la planta de procesamiento de minerales, mientras que la forma y tipo de partículas dependen del tipo de mineral tratado. Bajo este punto de vista el tratamiento de minerales arcillosos puede ser dificultoso debido a que su forma puede verse afectada debido a su característica de absorber agua y cambiar su forma, por lo tanto en este escenario es conveniente tener una buena caracterización de las propiedades minerales.

- El parámetro operacional más relevante es el tiempo de apertura del punto de descarga, siendo mayor la pérdida de agua a mayor tiempo de descarga. Se desprende una alternativa de mejora desde el punto de vista de recuperación de agua manejando una estrategia de deposición de relaves alternando la abertura de puntos de descarga, buscando disminuir el tamaño de las playas inundadas.
- La integración de información del tipo de mineral a tratar para desarrollar estrategias de disminución de pérdidas de agua puede ser relevante. Así se podría procesar minerales evitando la sobre molienda, cuyo resultado impacta directamente el balance hídrico del tranque de relaves.
- Los principales factores climáticos que influyen en la pérdida de agua son la radiación, temperatura, velocidad del viento y fracción del día soleado. Se puede incorporar esta información en la planificación minera buscando disminuir las pérdidas por evaporación de agua que se dan producto de las condiciones climáticas.

Se estimó el consumo de agua por tonelada de mineral tratado integrando la simulación de la planta y la operación del tranque de relaves. El consumo varía a lo largo del año debido a las condiciones climáticas, observándose una mayor demanda de agua en meses de verano. Por otra parte, se observó que el consumo de agua depende del tipo de mineral tratado, aumentando con la ley de alimentación y disminuyendo con su dureza.

Al valorizar el costo de agua se estimó el costo total por bloque de mineral e incluir este dato en la valorización del bloque minero. Para esto se consideraron los finos de mineral recuperado, el precio y costos asociados al tratamiento. Como los costos de agua dependen de la época del año en que se procese el mineral, la valorización del bloque minero queda sujeta a esta variación mensual, por lo tanto, se hace relevante el momento en que se realiza el tratamiento.

Los resultados de simulaciones realizadas bajo escenario de stress hídrico muestran que esta información puede ser utilizada para validar el tratamiento de un mineral en un mes determinado. Estos datos pueden servir como herramienta para admitir o restringir el procesamiento de un mineral que cumpla con los requisitos de capacidad de agua límite disponible para tratamiento, pudiendo incorporarse como un parámetro restrictivo en planificación minera. Por otro lado, puede servir como herramienta para proyectar la disponibilidad de tratamiento extra en función del ahorro de agua asociado al procesamiento en meses favorables desde el punto de vista del consumo de agua.

Se demostró que el consumo de agua puede ser incluido como parte de la planificación minera a través de la valorización de un bloque minero, debido a la temporalidad que se presenta por concepto de balance hídrico. De esta manera se hace relevante el momento en el que se realiza el tratamiento, pudiendo encontrar planes mineros óptimos que maximizan la utilidad del negocio. Particularmente se observó que la estrategia para obtener un mayor beneficio económico consiste en procesar los minerales con mayor recuperación de agua durante los meses de menores pérdidas de agua asociadas a las variables meteorológicas. Sin embargo, esta estrategia implica hacer una utilización poco eficiente del agua debido a que se aumenta su consumo anual total. El caso de mejor uso del recurso hídrico se da para los escenarios de planificación que consideran el peor beneficio económico, por lo tanto, es una alternativa que se debe sopesar cuando se considera un caso de estrés hídrico.

Debido a que el agua es un recurso fundamental para el proceso minero y es un bien escaso, la integración en la planificación minera es crucial para desarrollar estrategias de operación bajo demanda que mejoren su utilización y disponibilidad.

5.6 Recomendaciones y trabajo futuro

Se recomienda implementar y ajustar los modelos a una instalación existente para validar con resultados reales. Si bien el proceso de ajuste puede ser engorroso y requerir campañas de caracterización exhaustivas, también se pueden utilizar datos históricos de una instalación como punto de partida para calibrar los modelos.

Si bien las simulaciones fueron probadas desde un enfoque determinístico, se dejó habilitada la posibilidad de trabajar con las simulaciones desde un punto de vista estocástico a través de la programación. Como continuación del trabajo se pretende analizar el problema mediante simulaciones de Montecarlo para incluir la variabilidad de los parámetros de entrada. Para esto se recomienda incluir la variabilidad de la caracterización geometalúrgica en la evaluación de la respuesta del consumo de agua y el desempeño de la planta.

Se recomienda probar la metodología propuesta incorporándola a planificaciones mineras reales para ser integrada con las variables típicas de planificación y capturar su respuesta en estos escenarios. Por otro lado, se recomienda probar la respuesta de los modelos modificando el horizonte de planificación a corto plazo. En el corto plazo, el nivel de conocimiento del mineral a tratar y los pronósticos meteorológicos son más precisos y por lo tanto las predicciones deben cargar un menor grado de incertidumbre.

BIBLIOGRAFÍA

- Alruiz, O. M., Morrell, S., Suazo, C. J., & Naranjo, A. (2009). A novel approach to the geometallurgical modelling of the Collahuasi grinding circuit. *Minerals Engineering*, 22(12), 1060–1067. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.03.017
- ArcGIS. (n.d.). ArcGIS. Retrieved February 17, 2022, from https://www.arcgis.com/home/index.html
- Austin, L. G., & Luckie, P. T. (1972). The estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding tests. *Powder Technology*, 5(5), 267– 271. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0032-5910(72)80030-5
- Bleiwas, D. I. (2012). *Estimated water requirements for the conventional flotation of copper ores*. US Department of the Interior, US Geological Survey.
- Bradshaw, D. (2014). The role of "process mineralogy" in improving the process performance of complex sulphide ores. In *IMPC 2014 27th International Mineral Processing Congress*.
- Broadbent, S. R., & Callcott, T. G. (1956). A matrix analysis of processes involving particle assemblies. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, *249*(960), 99–123.
- Bueno, M. P., Kojovic, T., Powell, M. S., & Shi, F. (2013). Multi-component AG/SAG mill model. *Minerals Engineering*, 43–44, 12–21. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.06.011
- Chang, C. S., Deng, Y., & Meidani, M. (2018). A multi-variable equation for relationship between limiting void ratios of uniform sands and morphological characteristics of their particles. *Engineering Geology*, 237, 21–31. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.02.003
- Cho, G. C., Dodds, J., & Santamarina, J. C. (2004). Particle shape effects on packing density. *Stiffness and Strength of Natural and Crushed Sands-Internal Report, Georgia Institute of Technology, 33pp.*
- Cho, H., & Austin, L. G. (2002). The equivalence between different residence time distribution models in ball milling. *Powder Technology*, *124*(1), 112–118. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0032-5910(01)00480-6
- Cho, H. C., Kim, K. H., Lee, H., & Kim, D. J. (2011). Study of residence time distribution and mill hold-up for a continuous centrifugal mill with various G/D ratios in a drygrinding environment. *Minerals Engineering*, 24(1), 77–81. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.10.013

Comisión Chilena del Cobre. (2020a). Informe de actualización del consumo energético

de la minería del cobre al año 2019. Retrieved from https://www.cochilco.cl/Mercado de Metales/Informe de Consumo de Energía 2019.pdf

- Comisión Chilena del Cobre. (2020b). *Proyección de consumo de agua en la minería del cobre 2020-2031*. Retrieved from https://www.cochilco.cl/Listado Temtico/2020 12 24 Proyeccion agua mineria del cobre 2020-2031_v1.0.pdf
- Comisión Chilena del Cobre. (2020c). *Proyección de la producción de cobre en Chile* 2020 – 2031. Retrieved from https://cdn.netmin.cl/minex/27bc9397-9561-4ce0-9c2c-e8adcf6f29e6/1f14a16c-31f6-4240-a849-3b80f46c9768.pdf
- Comisión Chilena del Cobre. (2021). Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales 2001-2020. Santiago, Chile.
- Concha A, F. (2014). Thickening. In *Solid-Liquid Separation in the Mining Industry* (pp. 173–280). https://doi.org/10.1007/978-3-319-02484-4_8
- Connelly, D. (2012). Managing Our Most Precious Resource—Quality and Quantity Issues with Water for Mineral Processing in Western Australia. *Water in Mineral Processing*, 353.
- DGA. (2016). Atlas del agua Chile 2016. Retrieved from https://dga.mop.gob.cl/DGADocumentos/Atlas2016parte1-17marzo2016b.pdf
- Dobby, G. S., & Finch, J. A. (1991). Column flotation: A selected review, part II. *Minerals Engineering*, *4*(7), 911–923. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0892-6875(91)90073-5
- Evans, C. L., Wightman, E. M., Manlapig, E. V, & Coulter, B. L. (2011). Application of process mineralogy as a tool in sustainable processing. *Minerals Engineering*, 24(12), 1242–1248. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.03.017
- Gao, Y., Muzzio, F. J., & Ierapetritou, M. G. (2012). A review of the Residence Time Distribution (RTD) applications in solid unit operations. *Powder Technology*, 228, 416–423. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.05.060
- Gupta, A., & Yan, D. S. (2016). *Mineral processing design and operations: an introduction*. Elsevier.
- Herbst, J. A., & Fuerstenau, D. W. (1980). Scale-up procedure for continuous grinding mill design using population balance models. *International Journal of Mineral Processing*, 7(1), 1–31. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0301-7516(80)90034-4
- Karra, V. K. (1979). Development of a model for predicting the screening performance of a vibrating screen. *Cim Bulletin*, 72(804), 167–171.

King, R. P. (2001). Modeling and simulation of mineral processing systems. Elsevier.

- Koch, P.-H., & Rosenkranz, J. (2020). Sequential decision-making in mining and processing based on geometallurgical inputs. *Minerals Engineering*, 149, 106262. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106262
- Lishchuk, V., Koch, P.-H., Ghorbani, Y., & Butcher, A. R. (2020). Towards integrated geometallurgical approach: Critical review of current practices and future trends. *Minerals Engineering*, *145*, 106072. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.106072
- Lishchuk, V., Lamberg, P., & Lund, C. (2015). *Classification of geometallurgical* programs based on approach and purpose.
- Lotter, N. O. (2011). Modern Process Mineralogy: An integrated multi-disciplined approach to flowsheeting. *Minerals Engineering*, *24*(12), 1229–1237. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.03.004
- Lynch, A. (2015). *Comminution Handbook*. Retrieved from https://books.google.cl/books?id=LUrdjgEACAAJ
- McCuen, R. H. (2004). Hydrologic analysis and design. *Journal of the American Water Resources Association, 40*(3), 838.
- Minería Chilena. (2018, April). "Water in Mining": más del 70% del agua que usa la minería es reciclada. Retrieved from http://www.latinomineria.cl/blog/2018/04/24/water-in-mining-mas-del-70-del-aguausa-la-mineria-reciclada/#

Minería Chilena. (2020, January). Las cifras tras el consumo hídrico de la minería.

- Ministerio de Energía de Chile. (2017). Explorador Solar. Retrieved July 15, 2022, from Explorador Solar website: https://solar.minenergia.cl/
- Montoya, P. (2014). *Geometallurgical Mapping and Mine Modelling Comminution Studies: La Colosa Case Study, AMIRA P843A.* https://doi.org/10.13140/RG.2.2.25348.12164
- Moraga, C., Kracht, W., & Ortiz, J. M. (2022). Process simulation to determine blending and residence time distribution in mineral processing plants. *Minerals Engineering*, *187*, 107807. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107807
- Morrell, S. (2004). A new autogenous and semi-autogenous mill model for scale-up, design and optimisation. *Minerals Engineering*, *17*(3), 437–445. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2003.10.013
- Morrell, S., Finch, W. M., Kojovic, T., & Delboni, H. (1996). Modelling and simulation of large diameter autogeneous and semi-autogeneous mills. *International Journal of Mineral Processing*, 44–45, 289–300. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0301-7516(95)00031-3

Nageswararao, K., Wiseman, D. M., & Napier-Munn, T. J. (2004). Two empirical

hydrocyclone models revisited. *Minerals Engineering*, *17*(5), 671–687. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2004.01.017

- Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D and Kojovic, T. (1999). Mineral Comminution Circuits, Their Operation and Optimisation. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre. *Indooroopilly, Australia*, 413.
- Narayanan, S., & Whiten, W. (1987). Determination of comminution characteristics from single-particle breakage tests and its application to ball-mill scale-up. *Trans. Inst. Min. Metall.* (Sec. C), 97, 115–124.
- Navarra, A., Grammatikopoulos, T., & Waters, K. (2018). Incorporation of geometallurgical modelling into long-term production planning. *Minerals Engineering*, *120*, 118–126. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.02.010
- Nomura, S. (2012). Dispersion properties for residence time distributions in tumbling ball mills. *Powder Technology*, 222, 37–51. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.01.034
- Patra, C., Sivakugan, N., Das, B., & Rout, S. (2010). Correlations for relative density of clean sand with median grain size and compaction energy. *International Journal of Geotechnical Engineering*, *4*(2), 195–203.
- Plitt, L. R., Conil, P., & Broussaud, A. (1990). An improved method of calculating the water-split in hydrocyclones. *Minerals Engineering*, *3*(5), 533–535. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0892-6875(90)90046-E
- Rincon, J., Gaydardzhiev, S., & Stamenov, L. (2019). Coupling comminution indices and mineralogical features as an approach to a geometallurgical characterization of a copper ore. *Minerals Engineering*, 130, 57–66. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2018.10.007
- Rousé, P. C., Fannin, R. J., & Shuttle, D. A. (2008). Influence of roundness on the void ratio and strength of uniform sand. *Géotechnique*, *58*(3), 227–231.
- Servicio Nacional de Geología y Minería. (2021). Anuario de la minería de Chile 2020. Retrieved from https://www.sernageomin.cl/pdf/anuario_de_ la Mineria_de_Chile_2020_290621.pdf
- Suazo, C. J., Kracht, W., & Alruiz, O. M. (2010). Geometallurgical modelling of the Collahuasi flotation circuit. *Minerals Engineering*, *23*(2), 137–142. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.11.005
- Torres, M., & Casali, A. (2009). A novel approach for the modelling of high-pressure grinding rolls. *Minerals Engineering*, *22*(13), 1137–1146. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.04.011
- Tungpalan, K., Manlapig, E., Andrusiewicz, M., Keeney, L., Wightman, E., & Edraki, M. (2015). An integrated approach of predicting metallurgical performance relating to

variability in deposit characteristics. *Minerals Engineering*, 71, 49–54. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2014.10.004

- Uçurum, M. (2009). Influences of Jameson flotation operation variables on the kinetics and recovery of unburned carbon. *Powder Technology*, *191*(3), 240–246. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2008.10.014
- Vizcarra, T. G., Wightman, E. M., Johnson, N. W., & Manlapig, E. V. (2010). The effect of breakage mechanism on the mineral liberation properties of sulphide ores. *Minerals Engineering*, 23(5), 374–382. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.11.012
- Wels, C., & Robertson, A. M. (2003). Conceptual model for estimating water recovery in tailings impoundments. *Tailings and Mine Waste: Proceedings of the Tenth International Conference, Vail, CO. Colorado State University, October 12*, 15(2003), 87–94.
- Whiten, W. J. (1974). A matrix theory of comminution machines. *Chemical Engineering Science*, *29*(2), 589–599. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0009-2509(74)80070-9
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016a). Chapter 12 Froth Flotation. In B. A. Wills & J. A. Finch (Eds.), *Wills' Mineral Processing Technology (Eighth Edition)* (pp. 265–380). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00012-1
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016b). *Chapter 17 Modeling and Characterization* (B. A. Wills & J. A. B. T.-W. M. P. T. (Eighth E. Finch, Eds.). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00017-0
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016c). Chapter 5 Comminution. In B. A. Wills & J. A. Finch (Eds.), Wills' Mineral Processing Technology (Eighth Edition) (pp. 109–122). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00005-4
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016d). Chapter 6 Crushers. In B. A. Wills & J. A. Finch (Eds.), Wills' Mineral Processing Technology (Eighth Edition) (pp. 123–146). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00006-6
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016e). Chapter 7 Grinding Mills. In B. A. Wills & J. A. Finch (Eds.), Wills' Mineral Processing Technology (Eighth Edition) (pp. 147–179). https://doi.org/https://doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00007-8
- Xu, Z., Xu, N., & Wang, H. (2019). Effects of Particle Shapes and Sizes on the Minimum Void Ratios of Sand. *Advances in Civil Engineering*, 2019, 5732656. https://doi.org/10.1155/2019/5732656
- Yianatos, J., Bergh, L., Vinnett, L., Panire, I., & Díaz, F. (2015). Modelling of residence time distribution of liquid and solid in mechanical flotation cells. *Minerals Engineering*, 78, 69–73. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.04.011

Yianatos, J., Bucarey, R., Larenas, J., Henríquez, F., & Torres, L. (2005). Collection

zone kinetic model for industrial flotation columns. *Minerals Engineering*, *18*(15), 1373–1377. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.01.014

- Yianatos, J., Vinnett, L., Panire, I., Alvarez-Silva, M., & Díaz, F. (2017). Residence time distribution measurements and modelling in industrial flotation columns. *Minerals Engineering*, *110*, 139–144. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2017.04.018
- You, X., Li, L., Liu, J., Wu, L., He, M., & Lyu, X. (2017). Investigation of particle collection and flotation kinetics within the Jameson cell downcomer. *Powder Technology*, *310*, 221–227. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.002

ANEXO A: Resultados De Simulaciones Para Distintas Configuraciones De Planta

En la Tabla 25 se presentan los resultados obtenidos en las simulaciones de las distintas configuraciones de planta de procesamiento de minerales implementadas.

CONFIGURACIÓN	LEY ALIMENTACIÓN [Cpy %] DUREZA [kWh/t]	1,75 13	3,2 15	4,65 17
Planta 1	Flujo concentrado [t/h]	124,06	171,35	208,27
	Ley concentrado [Cpy %]	49,55	65,31	77,69
	P50 concentrado [µm]	73,43	80,04	83,18
	Flujo relave [t/h]	3875,94	3828,65	3791,73
	Ley relave [Cpy %]	0,22	0,42	0,64
	P50 relave [µm]	92,60	91,94	92,65
Planta 2	Flujo concentrado [t/h]	110,75	157,55	197,94
	Ley concentrado [Cpy %]	56,03	71,36	82,47
	P50 concentrado [µm]	62,14	68,59	71,69
	Flujo relave [t/h]	3889,25	3842,45	3802,06
	Ley relave [Cpy %]	0,20	0,41	0,60
	P50 relave [µm]	78,70	78,32	78,53
Planta 3	Flujo concentrado [t/h]	132,00	198,34	236,73
	Ley concentrado [Cpy %]	52,15	63,29	77,24
	P50 concentrado [µm]	61,56	65,01	69,82
	Flujo relave [t/h]	3868,00	3803,66	3763,27
	Ley relave [Cpy %]	0,03	0,07	0,08
	P50 relave [µm]	76,61	76,71	76,61
Planta 4	Flujo concentrado [t/h]	112,43	165,52	197,46
	Ley concentrado [Cpy %]	54,77	66,48	81,84
	P50 concentrado [µm]	60,66	66,32	69,80
	Flujo relave [t/h]	3887,57	3834,48	3802,54
	Ley relave [Cpy %]	0,22	0,47	0,64
	P50 relave [µm]	76,73	76,17	76,60

Tabla 25. Resultados generales de simulaciones para las distintas configuraciones de planta implementadas.

ANEXO B: Parámetros Cinéticos De Flotación Utilizados En Las Simulaciones

En la Tabla 26, Tabla 27 y Tabla 28 se presentan las distribuciones de parámetros cinéticos de flotación rougher, cleaner y scavenger respectivamente, utilizados en las simulaciones. La forma en que se programó la simulación solicita que se ingresen datos desde 1,18 [mm] incluso cuando esta clase de tamaños pueda no tener representantes en la distribución de tamaños.

TAMAÑO [mm]	K ROUGHER [min ⁻¹]		R∞ ROUGHER [%]		
	Mineral	Ganga	Mineral	Ganga	
1,18	1,06	0,38	87,15	21,57	
0,85	1,35	0,31	88,92	20,09	
0,60	1,57	0,30	89,80	19,26	
0,43	1,64	0,13	90,28	18,95	
0,30	1,72	0,07	90,97	16,79	
0,21	2,20	0,01	94,45	15,41	
0,15	1,72	0,07	92,28	16,64	
0,11	1,69	0,11	90,46	18,48	
0,08	1,61	0,28	90,25	19,14	
0,05	1,46	0,30	89,45	19,83	
0,04	1,23	0,36	88,16	20,61	
0,03	1,04	0,61	87,08	22,25	

Tabla 26. Distribución de parámetros cinéticos en flotación rougher utilizados en la simulación.

Tabla 27. Distribución de parámetros cinéticos en flotación cleaner utilizados en la simulación.

TAMAÑO [mm]	K CLEANER [min⁻¹]		R∞ CLEANER [%]		
	Mineral	Ganga	Mineral	Ganga	
1,18	0,42	0,43	80,69	15,06	
0,85	0,44	0,42	81,29	12,62	
0,60	0,48	0,38	83,92	11,62	
0,43	0,50	0,37	84,91	10,35	
0,30	0,51	0,34	85,42	8,41	
0,21	0,59	0,28	87,40	6,78	
0,15	0,52	0,33	86,97	8,11	
0,11	0,51	0,36	85,23	8,73	
0,08	0,50	0,38	84,43	11,39	
0,05	0,45	0,40	82,52	11,94	
0,04	0,44	0,43	81,01	12,89	
0,03	0,41	0,45	79,68	16,27	

TAMAÑO [mm]	K SCAVENGER [min ⁻¹]		R∞ SCAVENGER [%]		
	Mineral	Ganga	Mineral	Ganga	
1,18	1,31	0,36	88,33	17,31	
0,85	1,50	0,20	89,88	17,02	
0,60	1,55	0,16	89,98	16,50	
0,43	1,62	0,12	91,38	14,89	
0,30	1,67	0,10	92,30	12,48	
0,21	1,93	0,07	93,53	11,54	
0,15	1,72	0,09	92,93	11,71	
0,11	1,63	0,11	92,21	14,55	
0,08	1,60	0,14	90,28	15,73	
0,05	1,51	0,19	89,96	16,60	
0,04	1,33	0,31	88,73	17,20	
0,03	1,21	0,56	87,95	18,51	

Tabla 28. Distribución de parámetros cinéticos en flotación scavenger utilizados en la simulación.

ANEXO C: Demanda De Agua Por UGM

En la Tabla 29 se presenta la demanda de agua por tonelada de mineral tratado por mes para las distintas UGMs definidas como parte de la simulación. En la Tabla 30 se presenta el costo asociado a la demanda de agua como parte del tratamiento del mineral por UGM definida en la simulación.

MES	UGM _A [m³/h/t]	UGM _B [m³/h/t]	UGM _c [m³/h/t]	UGM _D [m³/h/t]
Enero	0,493	0,504	0,491	0,503
Febrero	0,477	0,488	0,476	0,487
Marzo	0,462	0,473	0,461	0,472
Abril	0,438	0,449	0,436	0,448
Мауо	0,418	0,429	0,416	0,427
Junio	0,406	0,417	0,404	0,415
Julio	0,414	0,424	0,411	0,422
Agosto	0,433	0,444	0,431	0,442
Septiembre	0,456	0,467	0,455	0,466
Octubre	0,484	0,495	0,483	0,494
Noviembre	0,507	0,518	0,506	0,518
Diciembre	0,502	0,513	0,501	0,512
Promedio	0,458	0,469	0,456	0,467
Desv. Est.	0,036	0,036	0,036	0,036

Tabla 29. Demanda mensual de agua por tonelada para las distintas UGM implementadas en la simulación.

Tabla 30. Costo de agua mensual por bloque para las distintas UGM implementadas en la simulación.

MES	UGM _A [kUS\$/bloque]	UGM _B [kUS\$/bloque]	UGM _c [kUS\$/bloque]	UGM _D [kUS\$/bloque]
Enero	6,16	6,29	6,14	6,28
Febrero	5,97	6,10	5,95	6,09
Marzo	5,78	5,92	5,76	5,90
Abril	5,48	5,62	5,45	5,59
Мауо	5,22	5,36	5,19	5,33
Junio	5,08	5,22	5,05	5,19
Julio	5,17	5,31	5,14	5,28
Agosto	5,41	5,55	5,39	5,53
Septiembre	5,70	5,84	5,68	5,82
Octubre	6,06	6,19	6,04	6,18
Noviembre	6,34	6,48	6,33	6,47
Diciembre	6,27	6,41	6,26	6,40
Promedio	5,72	5,86	5,70	5,84
Desv. Est.	0,44	0,44	0,45	0,45

ANEXO D: Publicación "Process Simulation To Determine Blending And Residence Time Distribution In Mineral Processing Plant"

A continuación se presenta un artículo científico publicado en la revista Minerals Engineering con los resultados de la tesis. Contents lists available at ScienceDirect







journal homepage: www.elsevier.com/locate/mineng

Process simulation to determine blending and residence time distribution in mineral processing plants



Carlos Moraga^{a,*}, Willy Kracht^b, Julian M. Ortiz^c

^a Escuela de Ingeniería Civil de Minas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca, Curicó 3340000, Chile

^b Department of Mining Engineering, Universidad de Chile, Santiago 8370448, Chile

^c The Robert M. Buchan Department of Mining, Queen's University, Kingston, ON K7L 3N6, Canada

ABSTRACT

Mineral processing plant performance depends on multiple factors, including the feed and the parameters to control the process. In this work, we show how to assess plant performance using geometallurgical modeling and dynamic simulation. Several models that describe comminution, classification, flotation, and residence time distribution (RTD) are implemented as modules and then connected to represent generic plant configurations. The estimation of the RTD is used to assess the ore blending generated within the plant through a methodology based on weighting the ore contribution at the plant discharge. Additionally, the RTD is used to display the ore permanence at different plant stages, which can be used as an operational input to anticipate the consequences of a perturbation in the feed. Different simulation scenarios are tested using synthetic data, including different plant configurations, time support for blending assessment, and ore feeding sequence. The results show that the simulation is sensitive to these attributes. Significant differences are detected in the generated product compositions when the plant configuration is changed. Also, distinct mine plans can be evaluated through simulation, predicting their processing performance. Therefore, the simulation tool developed can be used to evaluate real mineral processing operations and to test different operative strategies.

1. Introduction

Geometallurgy is commonly understood as a discipline applied in the mining industry that integrates geological, mining, metallurgical, environmental, and economic information. The data used by geometallurgy comprises all the relevant knowledge of the mining resource that can be used to control the processes in order to optimize the operation and reduce the technical risks (Lishchuk et al., 2020). Traditionally, block models contain metallurgical ore properties like head grades, but with the geometallurgical approach, new characteristics are included such as mineral distributions, chemical compositions, work indices, liberation indices, estimated recovery, among others (Lishchuk et al., 2015; Wills & Finch, 2016b). This has led to a more thorough understanding of the processes and has created the opportunity to apply new strategies in mining operations. In this manner, geometallurgy has been used to assess challenges in different mining areas like planning (Navarra et al., 2018), decision making (Koch and Rosenkranz, 2020), grinding (Alruiz et al., 2009; Rincon et al., 2019), or flotation (Suazo et al., 2010).

In the mineral processing area, several models that describe each process stage have been proposed in the literature. Combining these models and incorporating the geometallurgical data in a simulation tool is a valid alternative to evaluate the performance of the mineral processing operation. Because a generic mineral processing plant comprises comminution stages followed by a froth flotation stage, the spectrum of available models needed to represent the plant includes size reduction, classification, and concentration. These models are referred to steady-state conditions, hence their application in dynamic systems is limited (Gupta and Yan, 2016; King, 2001). An alternative to incorporate the dynamic behavior in mineral processing is to use the residence time distribution (RTD), which describes the total time that the ore has spent inside an equipment or stage (Gao et al., 2012). Typically, RTD measurements are performed using radiotracers introduced with the feed. These tests have been proven in different industries, going from mineral processing (Gao et al., 2012; Yianatos et al., 2015) to the paper industry (Goswami et al., 2020; Sheoran et al., 2019; Sheoran et al., 2021).

Although there are dynamic models applied to some of the mineral processing stages, these tools have been used mainly for operational control and have been tested in specific stages without considering the interaction with downstream stages of the plant. Even though dynamic simulation packages do exist, they have been used in the mineral processing industry mainly for flowsheet modeling (Liu & Spencer, 2004). Furthermore, dynamic mathematical models are complex to implement. For example in grinding, dynamic mathematical models can be converted into very complex, non-linear, and highly interconnected

* Corresponding author. *E-mail addresses:* carmoraga@utalca.cl (C. Moraga), wkracht@uchile.cl (W. Kracht), julian.ortiz@queensu.ca (J.M. Ortiz).

https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107807

Received 4 April 2022; Received in revised form 20 July 2022; Accepted 15 August 2022 Available online 24 August 2022 0892-6875/© 2022 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Nomeno	clature	U	Peripheral velocity
General		Screen m	odel
RTD	Residence time distribution	G _{s,screen}	Screen capacity or amount of undersize material in the feed
LTST	Large tank and small tank in series	А	Basic capacity factor
11 T2ST	1 large tank and 2 small tanks in series	В	Oversize factor
HDCD	High pressure grinding roll	С	Half-size factor
N N	Characteristic particle size of the Posin Pammler	D	Deck location factor
x ₀	distribution	Е	Wet screening factor
	UISITIDUIIOII Uniformity constant of the Desig Demolog distribution	F	Bulk density factor
n	Difformity constant of the Rosin-Rammer distribution	G	Near size capacity factor
P ₈₀	Particle size at which 80 % of the material will pass when	Acaroon	Screen area
	screened	h	Effective throughfall aperture of the screen
τ	Mean residence time	h	Nominal screen aperture
GUi	Geological units	d d	Diameter of the screen wire
Crushina	and ball grinding models	u _w А	Deck inclination angle
n usining	Vector of product size distribution	U E	Eraction of the sumulative size distribution of everyize
Р f	Vector of food size distribution	г <u>о</u> Е	Fraction of the cumulative size distribution of oversize
I D	Prochase function	FU	Praction of the cumulative undersize distribution
В	Character function	5	Deck location parameter
		1	Screening factor parameter
a_i	Class particle size	ρ_{B}	Material Dulk density
a ₁	Maximum particle size of the distribution	Hydrocyc	lone model
α_1	Fine particles production coefficient	a	Classification index
α_2	Fine particle production index	d-r	Corrected classification cut size
α_3	coarse particle production index	U50c	E. Calibration factors
CCS	Closed side setting of the crusher	0	Hydroguelono throughput
S	Selection function	Q	Densities of food colide and fluid modium respectively.
S_i^E	Specific energy selection function	ρ_s, ρ_l	Defisities of feed solids and fluid filedium respectively
S_1^E	Specific energy selection function of the first size class	D _c	Hydrocyclone diameter
k ₁ , k ₂ , K	Adjustment parameters in crushing model	D _i	Hydrocyclone inlet diameter
ξ1, ξ2	Adjustment parameters in ball grinding model	D _o	Hydrocyclone vortex finder diameter
.1, .2		D _u	Hydrocyclone spigot diameter
SAG mo	del	h	Free vortex height
S	Mill content	Cv	Volumetric fraction of feed solids
R	Breakage rate function	S	Volumetric flow split
D	Discharge function	R _v	Volumetric recovery of feed slurry to underflow
А	Appearance function	Flotation	models
		PIOLULION	Decovery at infinite flatation time
HPGR m	lodel	K_{∞}	Recovery at infinite notation time
<i>s</i> ₀	Roll gap	ĸ	Reference of the collection constant
D	Roll diameter	R _C	Recovery of the collection zone
x_c	Critical size that determines the single-compression zone	R _F	Recovery of the froth zone
α_{IP}	Angle at which begins the inter-particle compression zone	n	Number of flotation cells
b _{il}	Fraction of particles of size <i>l</i> which is reduced to size <i>i</i> by	RTD mod	lels
	comminution	н	Step function
f_l^{SP}	Fraction in size class <i>l</i> of the mineral going to the single-	11 7	Dead time parameter
	compression stage	د _ط	Avial dispersion coefficient
Ν	Number of size classes coarser than x_c	A	Axial dispersion coefficient
N _R	Number of block discretization of roll pressure	θ	Dispersion parameter defined as t/τ
Pik	Remained mass on <i>i</i> th screen on block k	α	Weight parameter
V.	Downward velocity of flake	τ_L, τ_S	Mean residence times in the LIST model
* Z	Vertical distance from the beginning of particle	$\tau_{\mathrm{M1}}, \tau_{\mathrm{M2}}$	Mean residence times in the 2 perfect mixers model
20	compression hed zone to extrusion zono	$\tau_{\rm M}$	Mean residence time of a single tank in the <i>N</i> -perfect
c	Compression Deu zone to extrusion zone		mixers model
$S_{j,k}$	Jelection function value of Size class <i>l</i> in Diock <i>k</i>	Ν	Number of tanks used in <i>N</i> -perfect mixers model
H_k	Hold up of each block	Т	Gamma function
P_k	Power consumption of block k		
1			

differential equations, increasing the complexity of the circuit once the different unit models are connected (Liu & Spencer, 2004). Alternatively, dynamic simulation has been explored using hybrid models, by means of a combination of steady-state and dynamic models (Karelovic et al., 2016; le Roux et al., 2020). On the other hand, RTD models are widely accepted in operations involving mineral processing and can be

easily adjusted in the plant. Their use is convenient because they can be calibrated with few parameters. Knowing that the parameters of the RTD models are related to the capacity of the equipment, the residence times can be directly determined by knowing their specifications. This represents an important advantage when compared to the application of dynamic models, where the calibration of a considerable number of

Table 1

Models included in the mineral processing simulation.

		1 0						
MODEL/ STAGE	Crushing	Ball Grinding	SAG Grinding	HPGR Grinding	Flotation (Mechanical Cells)	Flotation (Columns)	Flotation (Jameson Cells)	References
Fragmentation	Population Balance	Population Balance	Population Balance	Population Balance	_	_	_	(Morrell, Finch, Kojovic, & Delboni, 1996; Napier-Munn et al., 1996; Torres & Casali, 2009; Whiten, 1974)
Classification	Karra	Plitt, Nageswararao	Karra, Plitt, Nageswararao	Karra, Plitt, Nageswararao	—	—	—	(Karra, 1979; Nageswararao et al., 2004)
Flotation Kinetics	_	_	_	_	First-order, Klimpel	Flotation columns	First-order	(Dobby & Finch, 1991; Wills & Finch, 2016a; You et al., 2017)
RTD	_	Axial Dispersion, LTST, 1LT2ST	Axial Dispersion, LTST, 1LT2ST	_	Perfect mixer, LTST, <i>N</i> -Perfect mixers	Plug flow, LTST, 2 Perfect mixers in parallel	Perfect mixer	(H. Cho & Austin, 2002; Gao et al., 2012; J. Yianatos et al., 2017)

operational variables and geometric parameters of the equipment is required. For example, one of the dynamic models proposed for the flotation stage incorporates variables related to the stability of the froth, like bursting rate, air recovery, froth recovery, and entrainment (Quintanilla et al., 2021). For this reason, we consider that the use of RTD models is adequate to obtain a reliable, fast, and simple representation capable of capturing the dynamic behavior of the different stages of the plant and their subsequent interactions.

In this work, mineral processing models are implemented in order to simulate the operation of a plant. We assume that the material processed by the plant is composed of ore and gangue. From the ore it is possible to obtain a metal of interest in the concentrate, while other species that have no value are categorized as gangue. Therefore, a separate analysis for both ore and gangue may be performed. The simulation was conducted using Matlab Simulink taking advantage of its dynamic characteristics (Higham & Higham, 2016). For this purpose, the RTD concept is used to assess ore blending through the mineral processing plant, and in addition to the steady-state models, the ore and tailings compositions generated are predicted. Several simulation scenarios are tested to identify improvement opportunities in the operation, such as plant configuration and feeding sequence. In the following sections, the models used in the simulation are described, blending assessments are obtained, and the results of the simulation are discussed.

2. Methodology

The simulation is implemented in Matlab Simulink because its dynamic characteristics allow combining two types of models, the ones that describe mineral processing operations, typically of a phenomenological or empirical kind, with the models that represent RTD which are time dependent.

Mineral processing stages are simulated separately in a modular manner. Each module or stage receives input data associated with ore streams like particle size distribution, ore grades, composition, mineralogical, and metallurgical properties. The module simulates the operation based on the selected models and delivers as an outcome the modified characteristics of the same input categories. Additionally, the simulation estimates the RTD using specific models based on stage properties and ore interaction (for example ore recirculation). The aim of this approach is to be capable of building any plant configuration, to assess the interaction between the models in an integrated system, and thus to get outcomes of the plant that represent the ore permanence and evolution.

2.1. Models used in the simulation

A typical mineral processing plant is composed of comminution and concentration stages, which are achieved using specialized equipment. Machines used in mineral processing include crushers and tumbling mills to perform size reduction, screens and hydrocyclones to perform size classification, and mechanical and column flotation cells to attain the concentrate. Models for each equipment have been developed which include the ore properties and operational variables. The models are used to predict process performance, giving as an outcome the mineral composition after the treatment.

The nature of the models proposed for mineral processing is either phenomenological or empirical. Thus it is possible to find population balance like models to describe crushing and grinding operations (Napier-Munn et al., 1999; Torres & Casali, 2009; Whiten, 1974), empirical methods to describe classification through screening and hydrocyclone (Karra, 1979; Nageswararao et al., 2004), and kinetic models to describe the flotation stage (Dobby & Finch, 1991; Wills & Finch, 2016a). The structure of the models is presented in the appendix section.

The material time residence is a key parameter to comprehend the process performance and to estimate the ore blending produced in the operation through the heterogeneous flux discharge over time. From this point of view, none of the mineral processing models incorporate the RTD estimation, and therefore their usage is solely applied to solve operation from a steady-state perspective. Hence, it is important to include RTD models to consider the dynamic simulation component that will allow computing a more realistic plant behavior.

There are several RTD models and their application in the different mineral processing stages have been well studied and addressed by different authors (Cho & Austin, 2002; Cho et al., 2011; Nomura, 2012; Yianatos et al., 2015; Yianatos et al., 2017). Typically, the RTD models are represented as a time-dependent transfer function and their shape is governed by its mathematical structure. Thus, it is possible to find RTD ranging from plug flow model to perfect mixer model and all the states in between. The RTD models are also presented in detail in the appendix section.

The models selected and included in the simulation tool developed in Simulink are presented in Table 1. The table also provides the stage in which the models are used according to the experience observed in the literature. The plant model integrates the subsystems developed for each stage, giving as a result, the interaction between these subsystems. More information on the models is presented in the appendix with comments on assumptions and limitations.

In order to validate the models used, we performed a sensitivity analysis investigating the simulation response in previous work (Moraga et al., 2020). Additionally, we compared experimental data reported in the literature with the results obtained by simulation. There are many data sources that report results on the behavior of the different stages of the process, which can be used as a reference for model validation. In this sense, reported data can be found for SAG grinding (Amelunxen et al., 2014), conventional grinding (Austin & Concha, 1994), and



Fig. 1. Correlation between predicted P₈₀ size obtained by simulation and experimental data for comminution models. Experimental data were obtained from reported works (Amelunxen et al., 2014; Austin & Concha, 1994).



Fig. 2. Scheme of feeding process represented by RTD series.

flotation (Yianatos et al., 2006; Yianatos et al., 2010). The models were tested independently assuming the conditions described in the reference works, finding a good correlation between the predicted and experimental data. For example, Fig. 1 presents the relation of P_{80} in ball grinding and SAG grinding with the respective simulated results. Similar results were obtained for the other mineral processing stages.

2.2. Blending assessment methodology

Blending in mineral processing occurs because the ore fed in each

moment is discharged at different rates from each stage and also by the presence of recirculating streams due to classification. Therefore, it is expected that if a material with a known composition is fed to the plant, the discharge of the process will have a different composition because of this blending effect. Ore blending in plant operations can be estimated using the RTD values obtained through simulation. Firstly, the RTD that represents the plant as a black box process must be calculated. Additionally, the continuous feeding process to the plant can be represented as a time series of these plant RTD curves. Then, for calculation purposes, it is possible to assess the blending effect by weighting the overlap



Fig. 3. Scheme of mineral processing plants used in simulation: (a) Plant configuration 1; (b) Plant configuration 2 and 3; (c) Plant configuration 4.

of the RTD curves in time. In Fig. 2 a scheme of the RTD utilized for the blending assessment methodology is depicted.

Some considerations to keep in mind for the blending assessment are discussed below. Firstly, it is important to notice that for simulation purposes, the RTD calculations can be performed assuming an impulse or a step response signal propagation.

Because the blending assessment depends on RTD, it is also related to the feed variability, plant size, and plant configuration. Hence, a discretization of the simulation is needed to get a proper outcome resolution, considering the RTD evolution through the plant. If feed attributes vary in short periods, a finer discretization should be adopted to capture their variability. Consequently, an initial review of the RTD generated by the plant stages must be performed to define the minimum time support value for the blending evaluation.

On the other hand, the plant size and plant configuration determine

the final RTD curve. RTD progression (evolution of RTD through the plant arrangement) depends on the mean residence time as observed in each RTD model proposed, and consequently on the equipment size per stage. Thus, small equipment delivers short ore permanence and larger equipment, a longer time. Plant configuration and stage arrangement impact RTD as well, due to different sequences of processes that can be adopted and the presence of circulating loads that retain part of the ore within the plant for an extended period of time.

Finally, the ore compositions obtained as concentrate and tailings are assessed using the combination of the mineral processing models along with the estimated blending of the plant. Thus, while the mineral processing models contribute to determining the ore attributes, such as particle size and ore size distribution of the concentrate and tailings, the blending assessment gives the weight at which different ore units are combined to generate those products.



Fig. 4. Scheme of flotation plants used in simulation: (a) Plant configurations 1, 2, and 4; (b) Plant configuration 3.

3. Results and discussion

The simulation was performed in four different plant configurations.

- 1. **Configuration 1**: It is composed of 3 crushing stages, followed by a conventional ball mill grinding, and ends with the flotation plant. In Fig. 3(a) the plant configuration 1 is illustrated. Crushing is modeled with an open circuit for the first stage, and a reverse closed-circuit for the secondary and tertiary stages, with the aid of screen classification. The grinding stage is modeled assuming a reverse closed-circuit, with a ball mill working along with an hydrocyclones battery. The flotation plant is modeled assuming the typical rougher-cleaner-scavenger configuration as seen in Fig. 4(a), where the concentrate obtained in the rougher stage is fed to the cleaner stage that gives the final concentrate product.
- 2. **Configuration 2:** The second plant configuration tested is composed of a single crushing stage, followed by a SAG grinding stage, a

conventional ball mill grinding, and is completed with the flotation plant. The crushing is modeled with an open circuit. The SAG grinding considers a SAG mill working along with a pebble crusher and a screen classification. The conventional grinding stage is modeled assuming a reverse closed-circuit, with a ball mill and hydrocyclones. Like Configuration 1, flotation is modeled assuming the typical rougher-cleaner-scavenger stages. Fig. 3(b) depicts the plant configuration aforementioned.

3. **Configuration 3:** This configuration differs from Configuration 2 in the flotation stage. In this configuration, flotation is composed of conventional mechanical cells and the Jameson cell technology. The adoption of the Jameson cell into this configuration requires some additional flotation stages to be added to the traditional flowsheet, such as scalper, cleaner-scavenger, and recleaner flotation. Fig. 4(b) depicts the flotation plant using as reference the flowsheet proposed to improve the flotation performance at CSA Mine (Huynh, Araya, Seaman, Harbort, & Munro, 2014).



Fig. 5. Particle size distribution obtained in each comminution stage for all mineral processing plants tested: (a) Plant configuration 1; (b) Plant configuration 2 and 3; (c) Plant configuration 4.

4. **Configuration 4**: The last plant configuration tested is composed of 2 crushing stages, followed by an HPGR grinding stage, a conventional ball mill grinding, and a conventional flotation plant. The first crushing is modeled with an open circuit, while the second stage adopts a reverse closed circuit. The HPGR grinding considers

grinding rolls working in a closed circuit with a screen classification. The conventional grinding stage is modeled assuming a reverse closed-circuit, with a ball mill and hydrocyclones. Fig. 3(c) represents the mineral processing plant adopted by Configuration 4.



Fig. 6. Concentrate composition per size class obtained through simulation for all mineral processing plants tested: (a) Plant configuration 1; (b) Plant configuration 2; (c) Plant configuration 3; (d) Plant configuration 4.

Synthetic data were generated to feed the plants with ore of the same characteristics. The rate of ore feed was set at 4,000 [t/h] which matches the size of the plant equipment used in the simulations. The material simulated is composed of 5 % of ore and 95 % of gangue, with a 15 [kWh/t] work index representing the ore hardness, and typical kinetic flotation parameters. Because the flotation models used in the simulations do not incorporate the particle size, the kinetic parameters per size class must be entered. Thus, for each size class, the program performs the concentration process and delivers the final concentrate composition. In order to simplify the analysis, it is assumed that ore and gangue have the same behavior in the crushing and grinding stages. Thus, both species take the same values for the comminution functions and parameters. However, the program allows entering parameters by species in case such analysis is needed.

The results of the simulation for each plant configuration are presented below. The results are analyzed regarding:

- Particle size distribution and ore composition.
- RTD evolution through the plant.
- Blending assessment.

3.1. Particle size distribution and ore composition

The particle size distribution of all plant configurations is obtained through simulation using the mineral processing models. The same feeding characteristics are assumed for the four configurations tested, following a run-of-mine particle size given by a Rosin-Rammler distribution with characteristic particle size (x_0) , and uniformity constant (n), of 150 mm and 1.0 respectively. Fig. 5 presents the size evolution in mineral processing plant configurations 1 to 4. In all cases, the particle size achieved to be sent to the flotation plant is suitable for concentration purposes, taking P₈₀ values around 150 µm.

In configuration 1, the ore discharged from the grinding stage has a considerable content of fine material (45.6 %). This could negatively impact the concentration stage, which is sensitive to the presence of fine particles. The excessive presence of fine material is attributable to the four comminution stages which can lead to over-grinding.

Configurations 2 and 3 deliver a suitable particle size for flotation using three comminution stages. Primary crushing is responsible for directly processing the ROM material and delivering it to the SAG grinding in which the greatest size reduction occurs. Subsequently, conventional grinding delivers a product with a lower amount of fine particles (30.4 %) compared to configuration 1. This implies an operational improvement from the energy and process point of view since the material is liberated without excessive grinding and in fewer stages.

Configuration 4 delivers comparable results in discharge size to configurations 2 and 3. Despite having four comminution stages, the use of HPGR technology helps generating a more homogeneous particle size. This has a direct impact on the discharge particle size distribution since there is no over-grinding as in the case of configuration 1, generating a lower amount of fines (33.3 %).

The simulations report the product compositions obtained in terms of ore and gangue. Fig. 6 shows the composition of the concentrate generated by the four conifgurations tested. The results are in agreement with the observed particle size distribution, generating a concentrate with a high content of fine particles in configuration 1 as well as a higher recovery of gangue. In the second case, the plant generates a more homogeneous distribution of the particle size as well as for ore/gangue distribution. Configuration 3 delivers similar results as the second one because the comminution stages considered in the simulation are the same and the flotation plants achieve comparable performances in terms of concentrate composition. Configuration 4 delivers a concentrate composition with a little increase in gangue associated with higher contents of finer particles and higher recoveries in this size class. Thus, the total ore content in the concentrate is 62.09 % in the first configuration, 69.92 % in the second, 73.17 % in the third, and 68.18 % in the fourth plant, revealing that the plant configuration and the technologies involved have a significant impact on the concentrate quality.

Similar to the concentrate report, the simulation gives information about the tailings composition generated by the plant, either from the rougher or scavenger stages. Fig. 7, Fig. 8, and Fig. 9 show the rougher, scavenger, and final tailings of the plant configurations 1, 2, and 4 respectively. As expected, the simulation outcome gives tailings composed mainly of gangue in the three configurations, differing in the size distribution. However, it is interesting to notice that for a given plant configuration, the rougher and scavenger tailings sent to disposal are composed of rougher and scavenger waste, it is crucial to perform a correct characterization of both materials to achieve a proper tailings



Fig. 7. Tailings composition per size class obtained through simulation for plant configuration 1: (a) Rougher tailings; (b) Scavenger tailings; (c) Final tailing composition represented as rougher-scavenger contribution.



Fig. 8. Tailings composition per size class obtained through simulation for plant configuration 2: (a) Rougher tailings; (b) Scavenger tailings; (c) Final tailing composition represented as rougher-scavenger contribution.



Fig. 9. Tailings composition per size class obtained through simulation for plant configuration 4: (a) Rougher tailings; (b) Scavenger tailings; (c) Final tailing composition represented as rougher-scavenger contribution.



Fig. 10. Tailings composition per size class obtained through simulation for plant configuration 3.



Fig. 11. Residence time distribution by stage: (a) Plant configuration 1; (b) Plant configuration 2; (c) Plant configuration 3; (d) Plant configuration 4.

facility operation or for design purposes, considering the downstream processes after the mineral processing plant. This implies that if the tailings generated by the plant were represented only by the rougher tailings, as the major contributor, in order to develop disposal facilities tests (e.g., evaporation, sedimentation, solids segregation, rheology characterization, consolidation, seepage, etc.), this could result in a significant error because the scavenger contribution was not taken into consideration. It is worth mentioning that this is a recurrent practice in the industry. Hence, because of the observed differences in composition, it is crucial to consider the final tailings delivered by the plant for the design and operation of downstream stages. In order to complete this idea, final tailing compositions are also presented in the figures, accounting for the relative contribution of rougher and scavenger tailings per size class. Simulations show that, although rougher tailings are the major component of the final tailings, the scavenger contribution is not negligible and must be considered as part of the final waste characterization. The scavenger tailings contribution is more important in finer sizes, which are relevant for solid–liquid separation and tailings disposal.

In the case of plant 3, because of the configuration adopted in the flotation plant, the final tailing is generated only by one waste stream. Fig. 10 presents the composition of these tailings, which are mainly constituted by gangue. The size distribution of the tailings obtained in this configuration is more homogeneous than the rest of the plants.

The simulations allow obtaining detailed information of the concentrate plant products in composition and size distribution. Since the mineral processing performances are not easy to forecast, because of the complexity in modeling their components and the interaction between them, this knowledge can be used as support in the design and operation control of downstream stages, integrating the mineral



Fig. 12. Plants residence time distribution for all configurations tested, considering the plant as a black box system: (a) Concentrate RTDs; (b) Tailings RTDs.

processing stages with the solid–liquid separation and tailings disposal facilities operations.

3.2. Residence time distribution

Every simulation gives the RTD generated in each stage of the plant. Using this information, an RTD chart can be generated showing its progression through the plant, as depicted in Fig. 11 for all plant configurations tested. It is worth mentioning that the RTDs are presented as boxplots for interpretation purposes.

As seen for all configurations, the crushing stages have very short RTDs, which is expected for this type of equipment. As a consequence of this quick discharge, little contributions in blending are due to crushing operations. A similar effect is observed in the RTD generated by the HPGR equipment used in configuration 4.

RTD becomes significant from the grinding stages onward. For the first and fourth configurations, RTDs range from 40 to 50 min (from ball grinding to scavenger tails) while in the second plant configuration they range from 40 to 70 min (from SAG grinding to scavenger tails). On the other hand, plant 3 shows a significant increase in the final tailings RTD because it involves two banks of mechanical flotation cells in series.

These results suggest that the real blending effect begins in grinding stages where RTD curves are determined by the combined action of equipment and ore recirculation. At latter stages, the blending will be systematically increased because of the RTD progression. This is useful to understand the plant behavior regarding ore blending and to identify the key stages where the ore stream composition begins to vary from the original feed composition.

A remarkable outcome that can be derived from the RTD charts is the propagation of the ore attributes or any kind of perturbation. Suppose that a plant with the second configuration (Fig. 11b) is working with given ore characteristics and a significant change in a mineralogical attribute that can disturb the flotation process is detected at the feed, such as an increase in clay content. Based on the RTD analysis obtained through simulation, there are around 20 min available to react before this detrimental mineralogical content arrives at the flotation plant. This knowledge can be valuable as corrective actions can be implemented to react to the propagated perturbation. This can lead to improving the plant performance, and reducing the uncertainty of thes types of disturbance propagation downstream once the perturbation has been detected.

Treating the entire plant as a black-box system is helpful to identify



Fig. 13. Residence time distribution by plant configurations normalized by the concentrate mean residence time (τ): (a) Concentrate RTDs; (b) Tailings RTDs.

major differences in RTDs. Fig. 12 shows the RTDs of concentrate and tailings obtained for the plant configurations tested. It is clear that the configuration adopted to treat the ore impacts its permanence within the system. Configuration 2 delivers a concentrate RTD considerably longer mainly due to the presence of an extra grinding stage (SAG stage). Shorter RTDs for concentrate and tailings in plants 1 and 4 are related to the use of crushers and HPGR comminution with their RTDs modeled as a plug flow like distribution. Plant configuration 3 presents the larger tailings RTD associated with the layout of its flotation plant, but on the other hand, concentrate leaves the plant considerably earlier due to the use of the Jameson cell technology. The tailings RTD in this configuration is higher because in order to obtain the final tailing, at least two flotation stages in series (rougher and scavenger) are necessary, unlike the traditional flotation plant which starts generating flotation tailings in a single stage (rougher). Therefore, the adopted configuration and technology have a direct impact on the RTD.

In order to compare plants' RTDs, they were normalized by the concentrate mean residence time (τ) of each plant. This approach helps evaluate the relative length of the concentrate RTDs and puts the tailings RTDs in terms of τ . Fig. 13a shows the RTDs of the concentrate obtained through simulation. Although all the plant configurations deliver similar

RTDs in terms of duration, the shorter normalized RTD is achieved by the configuration 4 as a consequence of the HPGR technology used for comminution, that gives shorter residence times and generates ore with an appropriate particle size distribution, that subsequently reduces the time spent in the ball mill grinding stage.

Fig. 13b presents the normalized RTDs of the tailings obtained in the simulations. In terms of relative length, configuration 3 delivers the longest RTD showing a clear displacement, beginning at 1 τ and goes up to 4.5 times τ . Since this configuration is composed of a more complex flotation plant in terms of the number of stages and recirculation streams, the tailings tend to stay a longer time in the plant. In addition, the rougher and scavenger stages in this plant are placed in series, resulting in a longer residence time.

Since the downstream steps following the mineral processing plant are solid–liquid separation stages, the information obtained through simulation can be used to predict their performances. The permanence of the material in the plant has a major impact on the composition of the concentrate and tailings that are treated by the solid–liquid separation stages. Since the ore will be constantly blended as feed properties change, this effect will be noted when RTDs overlap at the moment they leave the plant. Therefore, by studying the RTDs, it is possible to assess



Fig. 14. Blending assessment performed assuming 2 different time support values: (a) 30 min time support; a) 90 min time support.

the composition of the material that will be feeding the solid–liquid separation stages and to determine the duration of the process. Thus, for example, the duration and impact that the presence of clay materials would have in the solid–liquid separation process could be evaluated using this knowledge derived from simulation.

3.3. Blending assessment

3.3.1. Simulation discretization

In order to assess blending, information about the ore feed characteristics variability is needed. Since ore feed can be represented as a time series, it is important to know the feeding sequence, identifying the shorter period at which an ore attribute suffers a significant change. Then, this value can be used as time support.

The blending is connected to the feeding which is done with truckloads that extract the material from the mine based on the estimated properties provided in a block model. Thus, the model resolution is defined by the interval time between arrivals of the trucks to the plant. We use the term block to note that the ore fed in a given support time comes from the same block of the block model, and therefore has the same estimated properties. Then the model resolution allows identifying the moment in which a change of ore feed occurs due to a change in the fed block. Fig. 14 presents the blending assessment performed under two different time support conditions, 30 and 90 min. On the x-axis, the simulation time is depicted while on the y-axis the blending in percentage is shown, i.e., the contribution of each block to the final composition. As seen in the first case, the ore properties are assumed to change every 30 min, and thus the blending assessment must be done in short time windows according to this value. A closer inspection of the first graph shows that blending is composed of up to four blocks, for example in minute 180. On the other hand, when ore attributes are assumed to change every 90 min, the resolution window is larger. In this case, blending is composed of two blocks, and in some cases, it includes a small fraction of a third block, as it happens for example around minute 170.

These observations reinforce the need to have a proper characterization of the ore that will be treated using the block model, as well as the mine plan to feed the mineral processing plant. Therefore, the quality of this characterization defines the simulation resolution and the blending degree, represented by the number of blocks considered in the



Fig. 15. Blending assessment for the plant configurations tested with time support of 60 min: (a) Plant configuration 1; (b) Plant configuration 2; (c) Plant configuration 3; (d) Plant configuration 4.



Fig. 16. Assessment of concentrate rate and grade for different feed sequence strategies.

assessment.

3.3.2. Blending simulation

In order to compare the four plant configurations proposed, the time support must be defined. Just for simulating purposes, this parameter is arbitrarily set at 60 min. For example, typical values of block model sizes are $10 \times 10 \times 10 \text{ [m}^3$] or $15 \times 15 \times 15 \text{ [m}^3$], and considering a generic plant processing 100,000 [tpd] with an ore density of 2.5 [t/m³], means that a single block represents approximately 35 to 120 min of feed, depending on the case.

The four plant configurations were tested through simulation and their output blended composition was obtained. Fig. 15 presents the blending assessment of the proposed plants. As discussed before, there are differences in the length of the RTDs generated, and thus this is reflected in the blending evaluation. In configuration 2, there is a higher effect of blending with an output composition combining up to three blocks of the feed sequence, as seen at 150 min. A similar result is observed for configuration 3 but to a lower extent. Blending achieved by the first and fourth configurations is less significant, with an output composition constituted by just two blocks when evaluated 150 min. Although the same ore properties and feed sequence were used in the simulation, the results show that plant design has a major impact on the way that plant products are outputted.

Considering the subsequent stages, for instance solid–liquid separation or tailings disposal, the composition of the product generated by the mineral processing plant must be considered as input data for these processes, and thus the blending assessment becomes crucial in their operational performance. Therefore, by using this simulation tool, valuable data can be obtained to estimate ore composition, and this information can be linked to downstream processes, whether for design, control, or operational purposes.

The blending assessment approach has the potential to be used in the



LUY SIZE







Fig. 18. Schematic of the breakage rate function used in AG/SAG modeling.

evaluation of different mine plans for a fixed plant configuration, because the information of ore blocks fed to the plant following a determined schedule can be included. The simulations promote opportunities to integrate mine plan and mineral processing, allowing improvements in concentrate grades and recoveries, water and energy optimization, etc.

3.3.3. Using blending simulation to assess plant performance

As an aplication example, the simulation program was tested using different feed sequences for a fixed plant arrangement (plant

configuration 2). For this purpose, two geological units were defined as high grade and low grade, named GU_1 and GU_2 respectively. For GU_1 an ore grade of 1.5 % was assigned and for GU_2 an ore grade of 0.6 % was used, representing generic copper ores. The simulation resolution was fixed at 5 min, representing the time between truckloads. Two scenarios were assessed:

1. Scenario 1: the first sequence considers that trucks feed the plant with ore from GU_1 for 1 h and then change the feed to ore coming from GU_2 .


Fig. 19. Conceptual schema of the HPGR (Torres & Casali, 2009).

2. Scenario 2: the second sequence considers that trucks feed the plant with ore coming from GU_1 and GU_2 alternately.

In order to compare the results of both scenarios, the concentrates generated were determined by evaluating their grades and rate. Fig. 16 shows the outcome of simulations sampled for 4 h. In scenario 1, the concentrate flow declines from 191.8 [t/h] to 115.1 [t/h] after the change in ore feed properties. Also, the concentrate grade decreases from 31.2 % to 26.4 % due to the change in ore feed. The time it takes to reflect the transition between values is directly associated with the blending generated by the plant assessed through simulation.

On the other hand, in scenario 2 the concentrate rate fluctuates around 166.4 [t/h] and the concentrate grade around 30.2 %. Because the plant is fed alternating both GUs, the concentrate composition becomes more stable over time. From an operational point of view, this feed strategy represents a better plant performance because the plant is less exposed to changes that could lead to strong operational responses in a short time.

3.4. Ore blending in geometallurgical modeling and plant control

An important challenge in mineral processing is that it is very difficult to estimate the plant response to a certain ore feed. On most cases, the response is difficult to estimate because the number of ore properties, plant variables, and parameters is large and their measurement or assessment is difficult. With the development of different technologies such as data science and instrumentation, a better interpretation of the process is possible. However, a wide range of improvements is available.

In general, current models in mineral processing are weak because they are based on steady-state plant response and they do not incorporate the variability in the final result. Many metallurgical simulators are simple predictors with variable input parameters but delivering no information about the dynamic behavior of the plant. Therefore, with these simulators, it is not possible to predict the blending progress within the plant, nor its performance based on the blending. However, by combining available tools such as stationary models and RTD models, an approach can be developed to understand the behavior and response of an ore in a mineral processing plant. While conventional stationary mineral processing models are based on the process itself (for example particle breakage in comminution, ore concentration in flotation) and specifically defined for certain equipment, the RTD models incorporate the dynamic response of each plant stage including the passage of a mineral unit through the plant and its distribution through the different process stages. The application of the models provides a more robust view of the process, as shown in the simulations performed in this work

to estimate the metallurgical efficiency to variations in the input properties of the feed.

We can use the information gathered through simulation to determine the applicability and improvement opportunities of control systems in mineral processing. In this sense, the main objective of control is to maximize process efficiency at a minimum cost (Lynch, 2015). Nowadays, control strategies in mineral processing are based on decision making knowing real-time data of a specific process lacking the interaction with other stages. For example, control systems in comminution are focused on maximizing equipment performance generating an appropriate particle size, but little knowledge of the process behavior is delivered to the flotation stage downstream. Early detection of disturbances that can impact specific stages of the process provides an opportunity to enhance the plant performance because it allows taking operational decisions before the disturbance arrives and becomes critical. This is easily observed when the results provided by the simulations are presented in terms of residence time. Current control systems in mineral processing must consider the data integration of each stage instead of single control units, viewing the process as a whole, where decisions taken in the previous stage can impact the next processes.

Since the measurement of variables in mineral processing for control purposes are intensive, a considerable volume of data is constantly generated. The data acquired can be stored and used in real-time. Historical data is useful for understanding the plant response to different scenarios such as changes in feed properties. Real-time data can be used in plant automation, obtaining recurring information to take effective actions that ensure a stable operation. Real-time data has the potential of being used for control purposes integrating different mineral processing stages, but a comprehensive knowledge of the process and the interaction between stages is needed. Thus, metallurgists' experience is crucial to developing control strategies. In this sense, simulations become a helpful alternative to explore plant performance, detect disturbance propagation, assess time response, and integrate control strategies in terms of plant stage interactions.

The simulations presented are helpful to realize that blending is produced within the plant impacting the product composition and plant performance. Although synthetic data is used, it is clear that mineral properties have a direct influence on plant performance. This suggests that geometallurgical characterization is critical for a complete understanding of the process. Even though thorough geometallurgical tests are expensive, they are essential to generate a confident plant representation, enhancement of mineral processing models, and thus develop better operational strategies and improved plant design.

In order to decrease the uncertainty of the process, improving its understanding through the development of better models (or upgrade

Minerals Engineering 187 (2022) 107807

the current models) and enhancing the set of geometallurgical tests that allow expanding the knowledge of the ore treated by the plant, are necessary. A better understanding of the properties of the materials processed and the process itself will lead an increased reliability of the simulations used as a prediction tool.

4. Conclusions

Generic mineral processing plant configurations were tested through simulation using Matlab Simulink as a tool to build different plant configurations in a modular manner. The simulation involved the implementation and interaction of several mineral processing models, as well as RTD models. This approach can be used to assess the ore blending generated within the plant, and thus to estimate the composition of the plant products.

The blending assessment comprises the use of the RTD generated by the plant and weight their contribution in the output material over time. In this way, the dynamic component of the simulation was included to estimate the composition of the products generated in the mineral processing plant.

From the simulation runs that were performed, the following conclusions are drawn:

- The plant configuration impacts the ore properties through the mineral processing stages, generating different particle size distributions, concentrate, and tailings composition.
- The RTD depends strongly on the plant configuration adopted to treat the ore. Because blending is estimated using RTD, then the plant configuration determines the blending achieved by the process.
- The simulation outputs the RTD generated at each stage of the process. The RTDs presented as boxplot charts help identify the ore location and the ore amount per stage at any given time. The implementation of this kind of data in real plants would allow adopting operational strategies if a perturbation or detrimental ore properties are detected in upstream stages, providing a valuable reaction time window to take proactive decisions before the perturbation arrives at downstream processes.
- Using the blending assessment approach, the interaction between ore blocks fed in a given sequence was predicted, determining the product composition of the plant at different times. The blending degree depends on ore properties, plant configuration, and mineral processing technology. This approach can be useful to evaluate the performance of several mine plans into mineral processing, and thus allowing the development of strategies to optimize the joint operation, since recovery is strongly dependent on the properties of the materials fed and may be reduced in presence of heterogeneous feeds.
- Since the simulation program is sensitive to ore properties and feed sequence, this tool can be used to evaluate a variety of feed scenarios, developing a strategy to define the mine plan that enhances the plant performance from a metal recovery perspective.
- Current mineral processing models are representations of steadystate operation depending on the equipment and technology used. However, through simulation, it was possible to integrate the

Appendix A

Comminution models.

Crushing model

dynamic component using the RTD generated in each stage of the process. The results were obtained by combining the steady-state and RTD models giving a more realistic view of the process.

- Control systems in mineral processing are commonly operated in an isolated manner seeking the optimization of each stage individually. Simulations are appropriate to observe the interactions between stages and thus developing more robust control strategies. In this sense, it is important to integrate every stage of the plant in the control system because decisions taken in the early stages could impact downstream processes. Also, early detection of detrimental ore properties can lead to better operation management with an adequate reaction time.
- Geometallurgical tests are important to develop better mineral process representation and to understand the ore behavior in the plant. Although thorough geometallurgical characterization campaigns might be expensive, in order to achieve better operations and increase the knowledge of the process it is essential to acquire as much information as possible of the ore to be treated and integrate this information in a model to predict overall performance.

It would be convenient to test the program using real operation data and check the simulation performance in these situations. This would require a thorough campaign of parameter adjustment to each model used in the simulation. Although the simulation runs were tested using synthetic data and with standard parameter values, the results showed a proper plant behavior and therefore the simulation tool can be used to explore the plant's response to different ore treatment scenarios.

Funding

This research received no external funding.

CRediT authorship contribution statement

Carlos Moraga: Investigation, Methodology, Software, Writing – original draft, Writing – review & editing. **Willy Kracht:** Conceptualization, Methodology, Writing – review & editing. **Julian M. Ortiz:** Conceptualization, Methodology, Writing – review & editing.

Declaration of Competing Interest

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

Data availability

Data will be made available on request.

Acknowledgments

Carlos Moraga is grateful to the Chilean National Agency for Research and Development (ANID) for their support through the Ph.D. scholarship program.

The Whiten model applies to most crushing operations and crushing machines. This model is based on performing a population balance to the size classes transforming the feed size distribution into a product size distribution. The crushing model expressed in matrix form:

p: vector of product size distribution.

f: vector of feed size distribution.

B: breakage function. A lower triangular matrix with b_{ij} elements that correspond to the fraction of ore with size *j* that got reduced through crushing to size i.

C: classification function. A diagonal matrix with c_i elements corresponding to the reduction rate of each size *i* or the fracture classification. I: identity matrix.

To calculate the breakage matrix, the method proposed by Austin and Luckie (Austin & Luckie, 1972) is used. The formula to obtain B is:

$$\mathbf{B}_{i,j} = \alpha_1 \left(\frac{\mathbf{d}_i}{\mathbf{d}_1}\right)^{\alpha_2} + (1 - \alpha_1) \left(\frac{\mathbf{d}_i}{\mathbf{d}_1}\right)^{\alpha_3} \tag{A.2}$$

di: geometric mean diameter between size classes in [mm].

d1: maximum particle size of the distribution.

 α_1 : fine particles production coefficient.

 α_2 fine particle production index.

 α_3 : coarse particle production index.

To determine the classification function, it is necessary to estimate the closed side setting (CSS) of the crusher. The classification matrix is calculated applying the relation:

$$C_{i,i} = \begin{cases} 1d_i > K_2 \\ 1 - \left(\frac{d_i - K_2}{K_1 - K_2}\right)^{K_3} K_1 < d_i < K_2 \\ 0d_i < K_1 \end{cases}$$
(A.3)

Where the parameters K_1 and K_2 are estimated by:

$$K_1 = k_1 \bullet CCS \tag{A.4}$$

$$K_2 = k_2 \bullet CCS \tag{A.5}$$

Some typical values are: k_1 from 0.5 to 0.95, k_2 from 1.7 to 3.5, and K_3 from 1.7 to 3.5. Ball mill grinding model.

The Herbst-Fuerstenau model estimates the size distribution generated by a grinding operation. Is based on a population balance using the breakage (B) and selection (S) functions. The matrix equation used to solve the balance is:

$$\mathbf{p} = [\mathbf{I} + (\mathbf{I} - \mathbf{B}) \bullet \mathbf{S}]^{-1} \bullet \mathbf{f}$$
(A.6)

p: vector of product size distribution.

f: vector of feed size distribution.

B: breakage function. A lower triangular matrix with b_{ij} elements that correspond to the fraction of ore with size *j* that got reduced through crushing to size i.

S: selection function. A diagonal matrix with s_i elements corresponding to the reduction rate of each size *i*.

I: identity matrix.

Like the crushing case, the breakage function can be estimated using the relation proposed by Austin and Luckie and depicted in equation (A.2). The selection function can be calculated with the Herbst-Fuerstenau relation:

$$\ln\left(\frac{\mathbf{S}_{i}^{E}}{\mathbf{S}_{1}^{E}}\right) = \xi_{1} \bullet \ln\left(\frac{\mathbf{d}_{i}}{\mathbf{d}_{1}}\right) + \xi_{2} \bullet \left(\ln\left(\frac{\mathbf{d}_{i}}{\mathbf{d}_{1}}\right)\right)^{2}$$
(A.7)

 S_i^E : specific energy selection function [t/kWh].

 S_1^E : specific energy selection function of the first size class [t/kWh].

d_i: class particle size [mm],

d1: particle size of the first class [mm], and two dimensionless parameters.

 ξ_1, ξ_2 : dimensionless adjustment parameters.

AG/SAG grinding model.

Whiten developed a way to calculate the particle size produced by an autogenous (AG) or semi-autogenous (SAG) grinding operation. The model is based on population balance using two relations:

f - Rs + ARs - Ds = 0	(A.8)
p = Ds	(A.9)

p = Ds

p: vector of product size distribution.

f: vector of feed size distribution.

s: mill content.

R: breakage rate function. A diagonal matrix giving the breakage rate of each component of s.

D: discharge function. A diagonal matrix that gives the fraction of the mill contents going to mill product.

A: appearance or breakage distribution function. A lower triangular matrix in which the column *i* gives the average distribution of component *i*. Combining equations (A.8) and (A.9), the product vector can be calculated through the matrix relation:

$$\mathbf{p} = \mathbf{D} \bullet (\mathbf{D} + \mathbf{R} - \mathbf{A} \bullet \mathbf{R})^{-1} \bullet \mathbf{f}$$

(A.10)

Appearance function A can be estimated with laboratory techniques developed by the JKMRC to characterize the breakage process, including the twin pendulum device (Narayanan & Whiten, 1987) and a tumbling test (Morrell et al., 1996). However, when data available is not sufficient to determine appearance function, it is often assumed to take its standard form (Broadbent & Callcott, 1956):

$$A(d_i, d_j) = \frac{1 - \exp\left(-\frac{d_i}{d_j}\right)}{1 - \exp(-1)}$$
(A.11)

d_i: particle size of class *i*.

d_i: original particle size of class j.

The discharge function D is related to the maximum discharge rate through the mill grate (Bueno, Kojovic, Powell, & Shi, 2013; Napier-Munn et al., 1996). The shape of the function is characterized by two regions as is shown in Fig. 17. The term x_g is the effective grate aperture and x_m is the maximum particle size that is not subject to classification, i.e. that behaves like water in terms of classification (Morrell, 2004; Morrell et al., 1996).

The breakage rate function R is related to particle size, and generally takes the shape shown in Fig. 18 and is understood as the mass transfer rate from coarse to smaller size fractions. Typically, it is fitted to cubic splines using five points that usually take the following values: 0.25, 4, 16, 44, and 128 [mm] (Morrell et al., 1996). The breakage rate distributions are affected by different operative conditions such as ball charge, mill filling, feed size distribution, and mill speed (Bueno et al., 2013).

HPGR model.

The model used for HPGR representation is the model proposed by Torres and Casali (Torres & Casali, 2009). The model includes two stages: single particle-comminution and particle-bed comminution. The particles coarser than a determined size (x_c) are broken in the single-compression zone where the comminution is performed directly by roll surfaces, similar as it occurs in conventional crushers. However, in HPGR units the main process of particle breakage is done in the particle-bed compression zone. A conceptual schema used in the development of the model is presented in Fig. 19. The distance between roll surfaces $s(\alpha)$ is calculated as a function of the angle α as follows:

$$s(\alpha) = s_0 + D(1 - \cos\alpha) \tag{A.12}$$

The critical size x_c can be obtained using the following relation:

$$x_c = s(\alpha_{IP}) = s_0 + D(1 - \cos\alpha_{IP}) \tag{A.13}$$

 α_{IP} : angle that refers to the beginning of inter-particle compression zone.

The size distribution of the product of the single-compression zone can be written assuming that all particles are broken instantaneously at the same rate:

$$p_i^{SP} = \sum_{l=1}^{N} b_{ll} f_l^{SP}$$
(A.14)

 b_{il} : fraction of particles of size *l* which is reduced to size *i* by comminution.

 f_l^{SP} : fraction in size class *l* of the mineral going to the single-compression stage.

N: number of size classes coarser than x_c .

Once the particles of the single-compression zone are reduced, they rejoin with the fraction of material with sizes equal to or below x_c . The result is a bed of particles with a particle size distribution (f_s^{SP}) that feeds the inter-particle compression zone.

The roll where the pressure is applied is divided into N_B blocks. In each block is applied a different compression force depending on the pressure profile. The product of the particle-bed compression zone is calculated using the following relations:

$$P_{i,k} = \sum_{j=1}^{i} A_{ij,k} \exp(-\frac{S_{j,k}}{v_z} z^*)$$
(A.15)

$$A_{i,j,k} = \begin{cases} 0i < j \\ \sum_{l=j}^{i-1} \frac{b_{il}S_{l,k}}{S_{i,k} - S_{j,k}} A_{lj,k}i > j \\ f_i^{SP} - \sum_{l=1}^{i-1} A_{il,k}i = j \end{cases}$$
(A.16)

 $P_{i,k}$: the remained mass on *i*th screen on block k.

 v_z : downward velocity of flake.

 z^* : vertical distance from the beginning of particle compression bed zone to extrusion zone.

 $S_{i,k}$: selection function value of size class *i* in block *k*.

The parameter z^* is calculated as follows:

$$z^* = \frac{D}{2}\sin(\alpha_{IP}) \tag{A.17}$$

The breakage function is estimated using the cumulative form of b_{ij} functions proposed by Austin and Luckie that was presented in Equation (A.2). The functions b_{ij} are determined as follows:

$$b_{ij} = \begin{cases} B_{i-j+1} - B_{i-j+2}i > j \\ 1 - \sum_{j} b_{ij}i = n \\ 0i \le j \end{cases}$$
(A.18)

The breakage rate is estimated using the expression proposed by Herbst and Fuerstenau presented in Equation (A.7). In order to obtain the selection function value for each block S_{ik} , the following formula is used:

$$S_{j,k} = \frac{P_k}{H_k} S_i^E \tag{A.19}$$

 H_k : hold up of each block.

 P_k : power consumption of block k.

The hold up of each block k is calculated using the relation: $H_{k} = \frac{1}{N_{B}}G_{s}\frac{z^{*}}{3600U}$ (A.20)

U: peripheral velocity [m/s].

Finally, the calculation of the complete particle size distribution generated by the HPGR is obtained using the equation:

$$P_{i}^{HPGR} = \frac{1}{N_{B}} \sum_{k=1}^{N_{B}} P_{i,k}$$
(A.21)

A. Classification models Screen classification model

The model proposed by Karra is based on the capacity of the screen to transmit undersize material proportional to the screen area. The theoretical amount of undersize material that can be transmitted by the screen is calculated considering a series of seven correction factors:

$G_{s,screen} = A \bullet B \bullet C \bullet D \bullet E \bullet F \bullet G_c \bullet A_{screen}$	(B.1)
 G_{s,screen}: is the screen capacity or amount of undersize material in the feed [t/h]. A: basic capacity factor. B: the oversize factor. C: half-size factor. D: deck location factor. E: wet screening factor. F: bulk density factor. G_c: near size capacity factor. A_{screen}: screen area in [mm²]. In order to determine the factor values, Karra firstly defines the effective throughfall aperture of the screen as: 	
$\mathbf{h}_{T}=(\mathbf{h}+\mathbf{d}_{w})\bullet \cos \theta -\mathbf{d}_{w}$	(B.2)
 h_T: effective throughfall aperture of the screen [mm]. h: nominal screen aperture [mm]. d_w: diameter of the screen wire [mm]. θ: the inclination angle of the deck. The correction factors are related to the quality of the feed and the screen type. These factors are estimated as follows: Basic capacity factor a. 	
$A = \begin{cases} 12.13 \bullet h_T^{0.32} - 10.3h_T < 51[mm] \\ 0.34 \bullet h_T + 14.41h_T < 51[mm] \end{cases}$	(B.3)
Oversize factor b.	
$B = \begin{cases} 1.6 - 1.2 \bullet F_O(h_T) F_O(h_T) \le 0.87 \\ 4.275 - 4.25 \bullet F_O(h_T) F_O(h_T) \rangle 0.87 \end{cases}$	(B.4)
where F_0 is the cumulative size distribution of oversize expressed as a fraction. Half-size factor c.	
$C = \begin{cases} 0.7 + 1.2 \bullet F_U(0.5 \bullet h_T)F_U(0.5 \bullet h_T) \leq 0.3\\ 2.053 \bullet F_U(0.5 \bullet h_T)^{0.564}0.3 < F_U(0.5 \bullet h_T) \leq 0.55\\ 3.35 \bullet F_U(0.5 \bullet h_T)^{1.37}0.55 < F_U(0.5 \bullet h_T) \leq 0.8\\ 5.0 \bullet F_U(0.5 \bullet h_T) - 1.5F_U(0.5 \bullet h_T) \rangle 0.8 \end{cases}$	(B.5)
With F_U as the cumulative undersize distribution expressed as a fraction. Deck location factor D.	

 $D=1.1-0.1 \bullet S$

(B.6)

With S = 1 for the top deck, S = 2 for the second deck, and so on. Wet screening factor E.

Let $T = 1.26 \bullet h_T$ then the E factor is defined by:

$$\begin{cases} \int_{1}^{117 < 1} (1 - 7 < 2) \\ (1 + 0.25 + 0.72 < 7 < 4) \\ (2 + 0.25 + 0.72 < 7 < 4) \\ (2 + 0.02 + 0.76 < 7 < 4) \\ (2 + 0.02 + 0.76 < 7 < 10 \\ (2 + 0.02 + 0.72 < 7 < 12) \\ (2 + 0.02 + 0.72 < 7 < 12) \\ (2 + 0.02 + 0.72 < 7 < 12) \\ (2 + 0.02 + 0.72 < 7 < 32) \\ (1 + 0.012 + 0.76 < 7 < 34) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (1 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 < 32) \\ (2 + 0.76 < 7 <$$

Minerals Engineering 187 (2022) 107807

(D.1)

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}_{3} \bullet \frac{1.9 \bullet \left(\frac{D_{u}}{D_{o}}\right)^{3.31} \bullet \mathbf{h}^{0.54} \bullet \left(\mathbf{D}_{u}^{2} + \mathbf{D}_{o}^{2}\right)^{0.36} \bullet \exp(0.54 \bullet \mathbf{C}_{v})}{\mathbf{D}_{c}^{1.11} \bullet \mathbf{P}^{0.24}}$$
(B.16)

F₃: calibration factor.

Once the flow split is known, the volumetric recovery of feed slurry to underflow (R_v) can be calculated with the relation:

$$R_v = \frac{S}{1+S}$$
(B.17)

Thus, the index parameter α is determined by:

$$\alpha = F_4 \bullet 1.94 \bullet \exp\left(-1.58 \bullet R_v \bullet \left(\frac{D_c^2 \bullet h}{Q}\right)^{0.15}\right)$$
(B.18)

 F_4 is a calibration factor.

Using the Plitt model and knowing the size distribution at the feed, the water recovery at the underflow can be estimated as well, by the following relation:

$$\mathbf{R}_{\mathrm{f}} = \frac{\mathbf{R}_{\mathrm{v}} - \mathbf{C}_{\mathrm{v}} \bullet \left[1 - \sum_{1}^{\mathrm{n}} \mathbf{f}_{\mathrm{i}} \bullet \exp\left(-0.6931 \bullet \left(\frac{\mathrm{d}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}_{\mathrm{Soc}}}\right)^{\alpha}\right)\right]}{1 - \mathbf{C}_{\mathrm{v}} \bullet \left[1 - \sum_{1}^{\mathrm{n}} \mathbf{f}_{\mathrm{i}} \bullet \exp\left(-0.6931 \bullet \left(\frac{\mathrm{d}_{\mathrm{i}}}{\mathrm{d}_{\mathrm{Soc}}}\right)^{\alpha}\right)\right]}$$
(B.19)

f_i: size distribution of feed solids of the size class *i*.

B. Flotation models

Flotation model for mechanical cells

The most used models in mechanical flotation cells are the first-order model and the Klimpel model (Wills & Finch, 2016a). They describe the process using kinetic and recovery parameters along with the flotation bank properties. The first-order model of a bank of n cells operating in series has the following relation:

$$R = R_{\infty} [1 - (1 + k\tau)^{-n}]$$
(C.1)

While the Klimpel model for a flotation bank of n cells in terms of ore recovery can be calculated with:

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_{\infty} \left[1 - \left(\frac{\ln(1 + k\tau)}{k\tau} \right)^n \right]$$
(C.2)

 R_{∞} : recovery at infinite flotation time [%].

k: kinetic constant [min⁻¹].

 τ : mean residence time in a single cell [min].

Flotation model for column cells.

The column flotation process comprises two regions in the equipment, the collection, and froth zones. Then, the overall recovery of the process is calculated as a combination of recoveries in both zones (Dobby & Finch, 1991):

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{R}_{\mathrm{C}}\mathbf{R}_{\mathrm{F}}}{(1 - \mathbf{R}_{\mathrm{C}} + \mathbf{R}_{\mathrm{C}}\mathbf{R}_{\mathrm{F}})} \tag{C.3}$$

 R_C : collection zone recovery [1/%].

 R_F : froth zone recovery [1/%].

Because the column flotation dispersion can be modeled with a 1 large tank and 2 tanks in series model, a kinetic relation is proposed to determine the recovery (J. Yianatos, Bucarey, Larenas, Henríquez, & Torres, 2005):

$$R = R_{\infty} \left[1 - \frac{1}{k(\tau_L - \tau_S)} \left(\frac{1}{k\tau_S + 1} - 1 + \alpha ln \left(\frac{k\tau_L + 1}{k\tau_S + 1} \right) \right) \right]$$
(C.4)
$$\alpha = \frac{\tau_L}{\tau_L - \tau_S}$$
(C.5)

 τ_L , τ_S : mean residence time in the large tank and small tanks respectively [min].

Flotation model for Jameson cells.

The classical first-order flotation model is widely accepted for this kind of technology and was used in the simulations. The model is presented in the Equation (C.1).

C. Residence time distribution models

Plug flow

The plug flow model in time (t) is better suitable for non-agitated system. In this model, every particle of the sample has the same residence time and is defined with the following formula:

 $E(t) = H(t - \tau)$

```
H: step function taking the value 0 when t<0 and 1 when t>0. \tau: mean residence time in [min].
```

Perfect mixer.

The perfect mixer model is commonly used in systems with great agitation, like mechanical flotation cells, and is defined by the equation:

$$E(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t-\tau_d}{\tau}\right)$$
(D.2)

 τ : mean residence time [min].

 τ_d : dead time parameter [min].

Axial dispersion.

The axial dispersion model estimates the RTD curve knowing the mean residence time of the material within the mill and a specific parameter called the axial dispersion coefficient or diffusion coefficient. The model is represented by the following relation:

$$E(t) = \frac{1}{\tau\sqrt{4\pi A\theta^3}} exp\left(-\frac{(1-\theta)^2}{4A\theta}\right)$$
(D.3)

 τ : mean residence time.

A: dimensionless axial dispersion coefficient or diffusion coefficient.

 θ : is defined as t/ τ .

Large tank and small tank in series.

The LTST model assumes that the RTD behaves as an arrangement of two agitated tanks in series (a large tank and a small tank).

$$E(t) = \frac{1}{(\tau_{s} - \tau_{l})} \bullet \exp\left(\left(-\frac{(t - \tau_{d})}{\tau_{s}}\right) - \exp\left(-\frac{(t - \tau_{d})}{\tau_{l}}\right)\right)$$
(D.4)

 τ_1 , τ_s : mean residence time in the large tank and small tanks respectively [min].

 τ_d : dead time [min].

1 large and 2 small tanks in series.

The 1LT2ST model is similar to the LTST adding an additional tank to the arrangement. The model is defined by the following equation:

$$E(t) = \frac{\tau_1 \bullet \tau}{(\tau_1 - \tau_s)^2} \bullet \left(\exp\left(-\frac{t}{\tau_1}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right) \right) - \frac{t \bullet \tau}{(\tau_1 - \tau_s)^2} \bullet \exp\left(-\frac{t}{\tau_s}\right)$$
(D.5)

 τ_1 , τ_s : mean residence time in the large tank and small tanks respectively [min].

 τ_d : dead time [min].

2 perfect mixers in series.

This model allows representing a fraction of a by-pass flow employing a fast-perfect mixer which is weighted by a parameter and divides the mean residence time into two fractions. The model is expressed by the equation:

$$E(t) = \frac{\alpha}{\tau_{M1}} \bullet \exp\left(-\frac{(t-\tau_d)}{\tau_{M1}}\right) + \frac{1-\alpha}{\tau_{M2}} \bullet \exp\left(-\frac{(t-\tau_d)}{\tau_{M2}}\right)$$
(D.6)

 α : weight parameter ranging from [0,1].

 τ_{M1} , τ_{M2} : mean residence time of fraction 1 and 2 respectively [min].

N-perfect mixers in series.

The model assumes the existence of an arrangement of N tanks in series and uses the mean residence time of a single tank as a time parameter. This model takes the shape of a gamma function. A dead time factor is also included to represent the possible effect of plug flow in the model. The *N*-perfect mixer model is defined by the relation:

$$\mathrm{E}(t) = \frac{\left(t - \tau_{\mathrm{d}}\right)^{(\mathrm{N}-1)} \bullet \exp\left(-\frac{\left(t - \tau_{\mathrm{d}}\right)}{\tau_{\mathrm{M}}}\right)}{\tau_{\mathrm{M}}^{\mathrm{N}} \bullet T(\mathrm{N})}$$

 τ_M : mean residence time of a single tank [min].

 τ_d : dead time [min].

N: quantity of tanks used in the model.

T: gamma function.

References

- Alruiz, O.M., Morrell, S., Suazo, C.J., Naranjo, A., 2009. A novel approach to the geometallurgical modelling of the Collahuasi grinding circuit. Miner. Eng. 22 (12), 1060–1067. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.03.017.
- Amelunxen, P., Berrios, P., Rodriguez, E., 2014. The SAG grindability index test. Miner. Eng. 55, 42–51. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.08.012.
 Austin, L.G., Concha, F., 1994. Diseño y Simulación de circuitos de Molienda y
- Austin, L.G., Concha, F., 1994. Diseño y Simulación de circuitos de Molenda y Clasificación. Universidad Técnica Federico Santa María Ediciones, In Programa Iberoamericano de ciencia y tecnología para el desarrollo. CYTED.
- Austin, L.G., Luckie, P.T., 1972. The estimation of non-normalized breakage distribution parameters from batch grinding tests. Powder Technol. 5 (5), 267–271. https://doi. org/10.1016/0032-5910(72)80030-5.
- Broadbent, S.R., Callcott, T.G., 1956. A matrix analysis of processes involving particle assemblies. Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. Series A, Math. Phys. Sci. 249 (960), 99–123.
- Bueno, M.P., Kojovic, T., Powell, M.S., Shi, F., 2013. Multi-component AG/SAG mill model. Miner. Eng. 43–44, 12–21. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2012.06.011.

Cho, H., Austin, L.G., 2002. The equivalence between different residence time distribution models in ball milling. Powder Technol. 124 (1), 112–118. https://doi. org/10.1016/S0032-5910(01)00480-6.

(D.7)

- Cho, H.C., Kim, K.H., Lee, H., Kim, D.J., 2011. Study of residence time distribution and mill hold-up for a continuous centrifugal mill with various G/D ratios in a drygrinding environment. Miner. Eng. 24 (1), 77–81. https://doi.org/10.1016/j. mineng.2010.10.013.
- Dobby, G.S., Finch, J.A., 1991. Column flotation: A selected review, part II. Miner. Eng. 4 (7), 911–923. https://doi.org/10.1016/0892-6875(91)90073-5.
- Gao, Y., Muzzio, F.J., Ierapetritou, M.G., 2012. A review of the Residence Time Distribution (RTD) applications in solid unit operations. Powder Technol. 228, 416–423. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.05.060.
- Goswami, S., Pant, H.J., Sheoran, M., Chandra, A., Sharma, V.K., Bhunia, H., 2020. Residence time distribution measurements in an industrial-scale pulp digester using technetium-99m as radiotracer. J. Radioanal. Nucl. Chem. 323 (3), 1373–1379. https://doi.org/10.1007/s10967-019-06730-3.

Gupta, A., Yan, D.S., 2016. Mineral processing design and operations: an introduction. Elsevier.

Higham, D.J., Higham, N.J., 2016. MATLAB guide. SIAM.

- Huynh, L., Araya, R., Seaman, D.R., Harbort, G., Munro, P.D., 2014. Improved cleaner circuit design for better performance using the Jameson Cell. In: Proceedings 12th Mill Operators' Conference, pp. 141–152.
- Karelovic, P., Putz, E., Cipriano, A., 2016. Dynamic hybrid modeling and simulation of grinding–flotation circuits for the development of control strategies. Miner. Eng. 93, 65–79. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2016.01.021.
- Karra, V.K., 1979. Development of a model for predicting the screening performance of a vibrating screen. CIM Bull. 72 (804), 167–171.
- King, R.P., 2001. Modeling and simulation of mineral processing systems. Elsevier. Koch, P.-H., Rosenkranz, J., 2020. Sequential decision-making in mining and processing based on geometallurgical inputs. Miner. Eng. 149, 106262 https://doi.org/ 10.1016/j.mineng.2020.106262.
- le Roux, J.D., Steinboeck, A., Kugi, A., Craig, I.K., 2020. Steady-state and dynamic simulation of a grinding mill using grind curves. Miner. Eng. 152, 106208. https:// doi.org/10.1016/j.mineng.2020.106208.
- Lishchuk, V., Koch, P.-H., Ghorbani, Y., Butcher, A.R., 2020. Towards integrated geometallurgical approach: Critical review of current practices and future trends. Miner. Eng. 145, 106072. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.106072.
- Lishchuk, V., Lamberg, P., & Lund, C. (2015). Classification of Geometallurgical Programs Based on Approach and Purpose. 13th Biennial SGA Meeting, 1431–1434. Nancy, France.
- Liu, Y., Spencer, S., 2004. Dynamic simulation of grinding circuits. Miner. Eng. 17 (11), 1189–1198. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2004.05.018.
- Lynch, A. (2015). Comminution Handbook. Retrieved from https://books.google.cl/ books?id=LUrdjgEACAAJ.
- Moraga, C., Kracht, W., & Ortiz, J. M. (2020). Geometallurgical Modeling of Generic Mineral Processing Plants, Predictive Geometallurgy and Geostatistics Lab. Predictive Geometallurgy and Geostatistics Lab, Queen's University, Annual Report 2020, paper 2020, 237–256.
- Morrell, S., 2004. A new autogenous and semi-autogenous mill model for scale-up, design and optimisation. Miner. Eng. 17 (3), 437–445. https://doi.org/10.1016/j. mineng.2003.10.013.
- Morrell, S., Finch, W.M., Kojovic, T., Delboni, H., 1996. Modelling and simulation of large diameter autogeneous and semi-autogeneous mills. Int. J. Miner. Process. 44–45, 289–300. https://doi.org/10.1016/0301-7516(95)00031-3.
- Nageswararao, K., Wiseman, D.M., Napier-Munn, T.J., 2004. Two empirical hydrocyclone models revisited. Miner. Eng. 17 (5), 671–687. https://doi.org/ 10.1016/j.mineng.2004.01.017.
- Napier-Munn, T. J., Morrell, S., Morrison, R. D., & Kojovic, T. (1996). Mineral comminution circuits: their operation and optimisation.
- Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D., Kojovic, T., 1999. Mineral Comminution Circuits, Their Operation and Optimisation. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre, Indooroopilly, Australia, p. 413.
- Narayanan, S., Whiten, W., 1987. Determination of comminution characteristics from single-particle breakage tests and its application to ball-mill scale-up. Trans. Inst. Min. Metall. (Sec. C) 97, 115–124.
- Navarra, A., Grammatikopoulos, T., Waters, K., 2018. Incorporation of geometallurgical modelling into long-term production planning. Miner. Eng. 120, 118–126. https:// doi.org/10.1016/j.mineng.2018.02.010.

Minerals Engineering 187 (2022) 107807

Nomura, S., 2012. Dispersion properties for residence time distributions in tumbling ball mills. Powder Technol. 222, 37–51. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2012.01.034.

- Plitt, L.R., Conil, P., Broussaud, A., 1990. An improved method of calculating the watersplit in hydrocyclones. Miner. Eng. 3 (5), 533–535. https://doi.org/10.1016/0892-6875(90)90046-F.
- Quintanilla, P., Neethling, S.J., Navia, D., Brito-Parada, P.R., 2021. A dynamic flotation model for predictive control incorporating froth physics. Part I: Model development. *Minerals Engineering* 173, 107192. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.107192.
- Rincon, J., Gaydardzhiev, S., Stamenov, L., 2019. Coupling comminution indices and mineralogical features as an approach to a geometallurgical characterization of a copper ore. Miner. Eng. 130, 57–66. https://doi.org/10.1016/j. mineng.2018.10.007.
- Sheoran, M., Chandra, A., Ahuja, S., Bhunia, H., & Pant, H. J. (2019). RTD Measurement, Modeling, and Analysis of Liquid Phase of Three-Tube Industrial Pulp Digester. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 17(4). https://doi.org/doi: 10.1515/ijcre-2018-0192.
- Sheoran, M., Chandra, A., Bhunia, H., Bajpai, P.K., Pant, H.J., 2021. Industrial scale RTD measurement using gold radiotracer. Iran. J. Chem. Chem. Eng. (IJCCE) 40 (1), 313–321. https://doi.org/10.30492/ijcce.2020.39047.
- Suazo, C.J., Kracht, W., Alruiz, O.M., 2010. Geometallurgical modelling of the Collahuasi flotation circuit. Miner. Eng. 23 (2), 137–142. https://doi.org/10.1016/j. mineng.2009.11.005.
- Torres, M., Casali, A., 2009. A novel approach for the modelling of high-pressure grinding rolls. Miner. Eng. 22 (13), 1137–1146. https://doi.org/10.1016/j. mineng.2009.04.011.

Whiten, W.J., 1974. A matrix theory of comminution machines. Chem. Eng. Sci. 29 (2), 589–599. https://doi.org/10.1016/0009-2509(74)80070-9.

- Wills, B.A., Finch, J.A., 2016a. Chapter 12 Froth Flotation. In: Wills, B.A., Finch, J.A. (Eds.), Wills' Mineral Processing Technology, Eighth Edition, pp. 265–380. https:// doi.org/10.1016/B978-0-08-097053-0.00012-1.
- Wills, B. A., & Finch, J. A. (2016b). Chapter 17 Modeling and Characterization (B. A. Wills & J. A. B. T.-W. M. P. T. (Eighth E. Finch, eds.). https://doi.org/https://doi.org/ 10.1016/B978-0-08-097053-0.00017-0.
- Yianatos, J.B., Henríquez, F.H., Oroz, A.G., 2006. Characterization of large size flotation cells. Miner. Eng. 19 (6), 531–538. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.09.005.
- Yianatos, J., Bergh, L., Vinnett, L., Panire, I., Díaz, F., 2015. Modelling of residence time distribution of liquid and solid in mechanical flotation cells. Miner. Eng. 78, 69–73. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2015.04.011.
- Yianatos, J., Bucarey, R., Larenas, J., Henríquez, F., Torres, L., 2005. Collection zone kinetic model for industrial flotation columns. Miner. Eng. 18 (15), 1373–1377. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2005.01.014.
- Yianatos, J., Contreras, F., Morales, P., Coddou, F., Elgueta, H., Ortíz, J., 2010. A novel scale-up approach for mechanical flotation cells. Miner. Eng. 23 (11), 877–884. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2010.05.004.
- Yianatos, J., Vinnett, L., Panire, I., Alvarez-Silva, M., Díaz, F., 2017. Residence time distribution measurements and modelling in industrial flotation columns. Miner. Eng, 110, 139–144. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2017.04.018.
- You, X., Li, L., Liu, J., Wu, L., He, M., Lyu, X., 2017. Investigation of particle collection and flotation kinetics within the Jameson cell downcomer. Powder Technol. 310, 221–227. https://doi.org/10.1016/j.powtec.2017.01.002.

ANEXO E: Publicación "Water consumption assessment in mineral processing integrating weather information and geometallurgical modeling"

A continuación se presenta un artículo científico enviado y en proceso de revisión en la revista Minerals Engineering con los resultados de la tesis.

Water consumption assessment in mineral processing integrating weather information and geometallurgical modeling

Carlos Moraga ^{a, *}, Willy Kracht ^b, Julian M. Ortiz ^c

^a Escuela de Ingeniería Civil de Minas, Facultad de Ingeniería, Universidad de Talca, Curicó, 3340000, Chile; <u>carmoraga@utalca.cl</u>

^b Department of Mining Engineering, Universidad de Chile, Santiago, 8370448, Chile; <u>wkracht@uchile.cl</u>

^c The Robert M. Buchan Department of Mining, Queen's University, Kingston, ON K7L 3N6, Canada; julian.ortiz@queensu.ca

* Correspondence: <u>carmoraga@utalca.cl</u>; Tel.: +56-998295936

Abstract

Water is essential in mineral processing. Because water is a limited resource and many mining operations are located in water-scarce areas, proper water management is crucial. An alternative to facing water scarcity in mining is its reuse in the process. Water recirculation is limited because there are water losses associated with the plant operation and the tailings facility. Tailings composition and particle size affect the losses related to entrainment and rewetting. These parameters can be estimated by simulating the plant using geometallurgical models. Weather variables such as radiation, temperature, wind speed, and the fraction of possible sunshine, impact the evaporation expected in the tailings facility. The variability of weather conditions throughout the year implies that evaporation depends on the season. This information is used to assess the water balance in a tailings facility located in a specific region, estimating the water consumption for a given operation. Water consumption can be economically valued and included in the mine plan. This methodology is used to provide examples where a mine plan is optimized incorporating water consumption and using efficient water management criteria.

1. Introduction

The mining industry requires a significant quantity of water to operate, with mineral processing being the stage with the highest water consumption. In the case of the Chilean copper mining industry, it is expected that water consumption will reach 20.9 [m³/seg] in 2032, while mineral processing is expected to go from 65% in 2021 to 78% in 2032 of the total water requirement (Comisión Chilena del Cobre, 2021b). By 2020, the Chilean mining industry achieved 74.1% of water recirculation in concentrator plants (Comisión Chilena del Cobre, 2021a), an average of 0.52 [m³] of makeup water per ore ton treated, and estimated water demand of 11.4 [m³/s] for the concentration process (Comisión Chilena del Cobre, 2020).

Several mining operations are located in arid or semi-arid areas where water is scarce and must be shared with other human activities. In this context, water management becomes crucial and

alternatives for saving freshwater resources arise, like the use of seawater and water recycling. The use of seawater involves other problems such as material corrosion and a drop in flotation performance (Li, Zhu, Li, & Zhu, 2019; Moreno et al., 2011; Ramos, Castro, & Laskowski, 2013). On the other hand, water recirculation has been a common operative solution to face water shortages (Di Feo et al., 2021; Rao & Finch, 1989). The recycling of water has a positive impact on economic factors, such as lowering the amount of water needed to be sourced as well as reagent savings (Forssberg & Hallin, 1989). However, there is evidence that the quality of recycled water could be affected, which could cause a decrease in the flotation performance (Levay & Schumann, 2006; Liu, Moran, & Vink, 2013).

New trends have led to the installation of desalination plants that supply mining operations located in areas of water scarcity. This brings other challenges such as transporting desalinated water from coastal locations to mining operations. Thus, the optimization of water usage becomes crucial because the desalination process and water transport are considerably expensive (Northey, Haque, & Mudd, 2013). In the Chilean scenario, this means traveling over 100 km with altitude differences of up to 3,000 m. Some examples of these operations are presented in Table 1.

Mining operation	Altitude [m.a.s.l]	Length [km]	References
Candelaria	650	80	(Quinn, 2011)
Lomas	1,700	120	(Minería Chilena, 2011)
Bayas			
Minera	3,100	170	(Casares, 2005; Minería 360, 2021)
Escondida			
Santo	1,150	112	(Alfaro González, 2014)
Domingo			
Sierra	1,615	143	(Minería Chilena, 2014)
Gorda			
Spence	1,750	150	(Minería Chilena, 2021)

Table 1. Examples of desalinated water service to mining operations in Chile.

Although water can be recovered from tailings facilities, a significant amount is lost due to different processes. We classify the variables that impact the water loss as internal or external.

Internal variables are related to tailings characteristics and operational parameters such as tailings composition, particle size, discharge rate, etc. From the point of view of the operation of the tailings facility, the values that depend on the mineral processing performance can be controlled to a certain extent. Thus, all performance variables within the plan, including those related to water consumption and potential losses, can be measured directly or can be inferred with modeling simulation. This permits anticipating the results and making the necessary changes to optimize the process and minimize water losses.

б

Geometallurgy is the discipline that combines geological, mining, and metallurgical information to create predictive models in the different areas of a mining system in order to control processes and optimize decision-making. Examples of geometallurgical applications in mineral processing include different stages such as grinding and flotation (Alruiz, Morrell, Suazo, & Naranjo, 2009; Rincon, Gaydardzhiev, & Stamenov, 2019; Suazo, Kracht, & Alruiz, 2010). Also, geometallurgical simulation has been applied to evaluate the complete mineral processing plant performance (Moraga, Kracht, & Ortiz, 2022). From this point of view, it is possible to use geometallurgical modeling to predict the plant performance and hence the variables that affect the tailings composition, which is an input for water losses assessment.

In contrast, **external variables** that affect water losses are related to weather conditions and therefore can not be controlled but only forecasted or characterized using historical data. This group of variables includes radiation, temperature, and wind speed, among others, and have a major impact on water losses due to evaporation (Granger, 1989; Penman, 1956). Thus, water losses due to external variables could be predicted by knowing the area of water exposed to these weather effects and the respective value of external variables. Because of the seasonal nature of weather conditions, the weather variables can be considered cyclical, making the water losses dependent on the time of year. Also, weather variables depend on location, for example, arid regions have greater water losses due to evaporation because of their higher radiation index, higher temperatures, and lower rain rates.

The correct management of water in the mining industry is essential in a water shortage scenario. In order to find better practices for water management, the use of mine planning is a potential tool to optimize the benefits by including water as part of the economic assessment and also considering water availability. Taking as a starting point the block model of a deposit, the mine plan converts the spatial model into a time series that represents the feed to the plant. Mine planning is generally optimized in order to meet long-term requirements, that is, to meet certain production goals, normally associated with ore tonnage and grade, in order to ensure production to the plant. It is unusual that the mine plan includes other characteristics of the material that may affect the process. Typically, the mine planning is performed considering market values, operational costs, and ore properties and the way they impact the final concentrate value. Variables used in mine planning include mineralogy, ore grades, ore hardness, metallurgical properties, mine and plant costs, and metal price among others (Dimitrakopoulos & Lamghari, 2022; Hustrulid, Kuchta, & Martin, 2007). However, even though water supply is crucial in mineral processing, it is not normally included in the mine planning procedure.

In this work, we develop a methodology to assess the water consumption in mineral processing considering the weather conditions of the mine location and their respective variability throughout the year. For this purpose, simulation tools are used to determine plant and tailings facility performances for the treatment of a given ore. Synthetic ore properties data are generated to run the simulations. Additionally, water losses from the tailings dam are estimated using available models. Then, water recovery can be estimated and the requirements of fresh water for the process calculated. Finally, by valuing the water cost, we use water consumption as part of the mine planning strategy. Also, water recovery is utilized to find the best scenario under water management criteria.

2. Methodology

2.1. Water consumption assessment methodology

It is important to mention that the availability of the full stream characterization (including compositions, mineral proportions, liberation sizes, particle size distributions, etc.) would be necessary to get the best possible model performance. However, as this thorough characterization is so complex, in practice we will only have access to some of the ore stream characteristics, and this information is used in the methodology. Thus, to assess the water consumption in a mineral processing plant, the following steps are needed:

- 1. Identification of ore properties (grade and hardness) used in the evaluation of mineral processing response.
- 2. Simulation of ore treatment using the mineral processing plant model.
 - a. Estimation of the tailings composition and particle size distribution.
 - b. Estimation of the water requirement needed for the ore processing.
 - c. Estimation of the water recovery from solid-liquid separation stages.
- 3. Identification of the weather conditions prevailing in the tailings facility location.
- 4. Simulation of water balance in the tailings facility.
- 5. Estimation of the makeup water in the mineral processing plant.
- 6. Calculation of water consumption per ton of ore processed.

The first and second steps of the methodology are achieved by geometallurgical simulation of the mineral processing plant using classical metallurgical models for comminution and flotation. In this paper, the tailings composition, water requirements, and water recovery from solid-liquid separation stages are assumed as input parameters because they have already been estimated through simulation.

From step 3 onwards, a tailings facility model for estimating water recovery is needed. Also, a weather characterization is required for the zone where the impoundment is located considering the temporal variability of weather conditions. Once the water consumption assessment is obtained, the economic valuation of the water demand can be calculated.

2.2. Mineral processing plant simulation

A generic mineral processing plant was implemented in a simulation program developed in previous work (Moraga et al., 2022). The plant is composed of a single crushing stage, followed by a SAG grinding stage, a conventional ball mill grinding, and a final flotation plant. The concentration plant comprises a conventional rougher-cleaner-scavenger configuration. Figure 1 shows a schematic of the plant configuration.



Figure 1. Scheme of the mineral processing plant used in the simulation.

The models used in the plant simulation are presented in Table 2. The comminution processes are represented through population balance models. Additionally, classification equipment was considered in the SAG and ball grinding stages, and therefore classification models were implemented for screen and hydrocyclone units. Flotation was represented using classical models for mechanical cells and columns.

The simulation gives the final tailings composition and its particle size distribution. These outcomes are sensitive to ore properties and constitute inputs for the model of water recovery from tailings disposals. In order to regulate the plant outcomes, all the operative variables in the mineral processing plant were set to standard values. Therefore, differences in tailings characteristics are due to variations in ore types and not due to operational changes.

FragmentationPopulationPopulationPopulation(Morrell, FBalanceBalanceBalanceBalance1996; Napier1996; NapierT.J., MorreKojovic, AKarraNageswararaoKarra, Plitt, NageswararaoKarra, Plitt,(Karra, 19ClassificationKarraPlitt, NageswararaoKarra, Plitt, NageswararaoKarra, Plitt, NageswararaoKarra, Plitt, NageswararaoKarra, 19FlotationFirst-order,Flotation(Dobby & IKineticsKlimpelcolumns1991; Wills & 2016)	FragmentationPopulationPopulationPopulation(Morrell, FBalanceBalanceBalanceBalance1996; Napier1996; Napier1996; NapierT.J., MorreT.J., MorreT.J., MorreKojovic, 1ClassificationKarraPlitt, NageswararaoKarra, Plitt,(Karra, 19NageswararaoKarra, Plitt,(Karra, 19NageswararaoNageswararaoFlotationFlotation(Dobby & IKineticsFlotation1991; Wills & 2016)	Model/Stage	Crushing	Ball Grinding	SAG Grinding	Flotation (Mechanical Cells)	Flotation (Columns)	Referen
Classification Karra Plitt, Nageswararao Karra, Plitt, Nageswararao (Karra, 19) Nageswararao Nageswararao Nageswararao Nageswararao Wiseman, & Flotation First-order, Flotation (Dobby & First-order, Kinetics Klimpel columns 1991; Wills & 2016) 2016)	ClassificationKarraPlitt, NageswararaoKarra, Plitt,(Karra, 19 Nageswara Wiseman, & Munn, 20FlotationFirst-order,Flotation(Dobby & F Nageswara Munn, 20FlotationFirst-order,Flotation(Dobby & F Nageswara 2016)Kinetics2016)	Fragmentation	Population Balance	Population Balance	Population Balance			(Morrell, F Kojovic, & D 1996; Napier T.J., Morre Morrison, R Kojovic, 1
FlotationFirst-order,Flotation(Dobby & FKineticsKlimpelcolumns1991; Wills & 2016)	Flotation First-order, Flotation (Dobby & F Kinetics Klimpel columns 1991; Wills & 2016)	Classification	Karra	Plitt, Nageswararao	Karra, Plitt, Nageswararao			(Karra, 19 Nageswara Wiseman, & I Munn, 20
		Flotation Kinetics				First-order, Klimpel	Flotation columns	(Dobby & F 1991; Wills & 2016)

2.3. Model of water recovery from tailings disposals

The water balance in the tailings dam must identify water inputs and outputs from the reservoir, including temporal variability. Also, it is necessary to include mineral properties, operational parameters, and weather variables that may affect the water balance.

The water inputs come mainly from the tailings pulp which contains a certain amount of water from the processing plant. Generally, the water content by weight can be found between 50% and 60%. In this way, the mass of water discharged into the reservoir can be estimated as:

$$G_L = G_T \cdot \left(\frac{1}{C_p} - 1\right) \tag{1}$$

Where G_T represents the tons of tailings discharged and C_p is the pulp's percentage of solids by weight.

Water losses can be classified into different categories, such as those associated with weather conditions and those associated with the operation of the tailings facility itself. It follows that water losses in [I/s] can be expressed according to the following relationship (Wels & Robertson, 2003):

$$L_{Total} = L_{Ent} + L_{Evap} + L_{Rew} + L_{See}$$
(2)

Where:

- *L_{Ent}* is the water loss that occurs due to entrainment (in the settlement of the discharged tailings);
- L_{Evap} is the water loss associated with evaporation;
- L_{Rew} is the water loss associated with the rewetting of the active beach; and
- *L_{See}* is the water loss associated with seepage in the foundation soil of the tailings deposit.

Entrainment losses can be estimated using the following formula:

$$L_{Ent} = e_0 \cdot \frac{G_T}{\rho_S} \tag{4}$$

Where e_0 is the void ratio after completing the initial settling, ρ_S is the specific gravity of the solid.

In practice, the void ratio depends on the mineral type, particularly on properties such as particle size and particle shape (Xu, Xu, & Wang, 2019). Thus, models that allow estimating the maximum and minimum void ratios have been proposed. Usually, the models are specific for particle size (Patra, Sivakugan, Das, & Rout, 2010) or particle shape (Cho, Dodds, & Santamarina, 2004; Rousé,

Fannin, & Shuttle, 2008). However, as both properties directly affect the void ratio the following empirical relationship is used (Chang, Deng, & Meidani, 2018):

$$e_0 = c \cdot R^{\alpha} \cdot D_{50}^{\ \beta} \tag{5}$$

Where c, α , and β are model fit parameters, D_{50} is the average particle size in [mm], and R is the particle roundness parameter.

The **evaporation loss** considers the amount of water lost from the active beach (L_{Beach}) and from the tailings pond (L_{Pond}) (Blight, 2001):

$$L_{Evap} = L_{Beach} + L_{Pond} \tag{3}$$

Evaporation can be estimated generically through the formula (Wels & Robertson, 2003):

$$L_{Beach/Pond} = PE \cdot f_{pan} \cdot Area \tag{6}$$

Where $L_{Beach/Pond}$ is the water losses due to evaporation in the active beach or tailing pond, *PE* is the pan evaporation or total daily evaporation [mm/d], f_{pan} is the evaporation pan factor taking values between 0 and 1, and *Area* is the active beach area or the water exposed to evaporation in the pond [m²]. Although *PE* and f_{pan} values can be estimated directly by field tests, they strongly depend on weather conditions, particularly solar radiation, temperature, humidity, vapor pressure, and wind speed. These conditions change in annual and also daily cycles, therefore reliable sources for these data are necessary. A source of data is available in the *Explorador Solar* site, which provides historical weather information data from the different zones of Chile (Explorador Solar, 2017).

An evaporation model that integrates the aforementioned variables was proposed by McCuen (McCuen, 2004). According to this model, the total evaporation rate is determined with the formula:

$$H_w = \frac{\Delta E + \alpha E_{a0}}{\Delta + \alpha} \tag{7}$$

Where H_w is the average daily evaporation [mm/d], Δ is the slope of the steam saturation curve [mm Hg/°C], E is the evaporation due to radiation [mm/d], α is a psychrometric constant [mm Hg/°C], and E_{a0} is the evaporation by diffusivity law [mm/d].

To determine evaporation by radiation, the following relationships are used:

$$E = \frac{10 \cdot R_n}{H_v} \tag{8}$$

$$R_n = R_l - R_B \tag{9}$$



Where R_n is the net radiation available to evaporate [g-cal/(cm²-d)], H_v is the latent heat of vaporization [g-cal/cm³], R_l is the absorbed radiation [g-cal/(cm²-d)], and R_B is the net longwave radiation outflow [g-cal/(cm²-d)].

To determine R_l the following equation is used:

$$R_l = R_A \cdot (1 - r) \cdot (0.2 + 0.5 \cdot n/D) \tag{10}$$

Where R_A is the shortwave radiation [g-cal/(cm²-d)], r is the reflection coefficient (function of the time of the year, wind speed, and water quality), and n/D is the fraction of sunny day.

To determine R_B the following formula is used:

$$R_B = \sigma T_a^4 \cdot \left(0,47 - 0,077\sqrt{e}\right) \cdot \left(0,2 + 0,8 \cdot n/D\right)$$
(11)

Where $\sigma = 0.1177 \times 10^{-6}$ [cal/(cm²-K⁴-d)], T_a is the absolute air temperature [°K], and e is the vapor pressure [mm Hg].

Finally, to determine E_{a0} , the following formula is used:

$$E_{a0} = 0.35 \cdot (e_s - e) \cdot (0.2 + 0.55 \cdot V)$$
⁽¹²⁾

Where e_s is the saturation vapor pressure [mm Hg], and V is the wind speed at 2 meters above the surface [m/s].

With this set of equations, evaporation can be estimated only using meteorological parameters. However, it is important to note that for its correct application, this method must be calibrated with measurements of the site of interest and appropriate tests.

In this way, water losses from the active beach and tailing pond can be estimated with the following equations:

$$L_{Beach} = H_w \cdot A_{Beach} \tag{13}$$

$$L_{Pond} = H_w \cdot A_{Pond} \tag{14}$$

Where A_{Beach} is the active beach area [m²], and A_{Pond} is the tailing pond area [m²].

Rewetting losses are associated with the fresh tailings deposition operation and involve the rehydration of the tailing beaches. They can be subdivided into 2 components (Wels & Robertson, 2003):

- Initial rewetting losses during the placement of the first layer of fresh tailings onto a previously inactive deposition area.
- Repeated wetting losses during continuous discharge of tailings onto the same active beach area.

Thus, the initial losses due to rehydration are estimated according to the equation:

$$L_{Ini} = DRW \cdot \left(1 - S_{dry}\right) \cdot \frac{e_f}{1 + e_f} \cdot A_{Beach}$$
(15)

Where DRW is the average effective depth of rewetting [m], S_{dry} is the average degree of saturation of the inactive tailings beach before rewetting [%], e_f is the final deposition void ratio.

On the other hand, repeated rewetting losses can occur when the active rewetting area grows larger than the flooded area related to the tailings discharge, and then the flooded begins to move through it. Repeated rewetting loss is estimated with the following relationship:

$$L_{Rep} = MD \cdot A_{Flooded} \tag{16}$$

Where *MD* is the moisture deficit [m/d], and $A_{Flooded}$ is the flooded area $[m^2]$.

The moisture deficit is a function of the time that recently deposited tailings have been exposed to air-drying and depends on the tailing's location.

Finally, **seepage losses** occur in the foundation soil of the tailings deposit. They can be estimated according to the following formula:

$$L_{See} = K_{Pond} \cdot i \cdot A_{Pond} \tag{17}$$

Where K_{Pond} is the vertical hydraulic conductivity of tailings located under the pond [m/s], *i* is the hydraulic gradient at the pond.

3. Results

3.1. Mineral processing plant simulation

A generic mineral processing plant was assumed to be simulated for different ore types. The plant stages are crushing, SAG grinding, conventional grinding, and flotation (rougher-cleaner-scavenger). A feeding rate to the plant of 96,000 [tpd] is assumed.

In order to simulate the mineral processing plant and evaluate the water consumption response depending on ore properties, five geometallurgical units (GMU) are proposed with different ore grades and ore hardness. The GMUs definition is presented in Table 3. For simulation purposes, it is

supposed that ore corresponds to chalcopyrite and varies in three categories, as well as ore hardness represented by the Bond work index.

Geometallurgical unit	Ore grade [% Cpy]	Gangue grade [% Gangue]	Bond work index W _i [kWh/t]
GMU_1	4.65	95.35	15
GMU ₂	3.20	96.80	15
GMU ₃	1.75	98.25	15
GMU ₄	3.20	96.80	17
GMU ₅	3.20	96.80	13

 Table 3. Definition of geometallurgical unit properties used in water consumption assessment. Variation of ore composition and ore hardness.

The plant simulation outcomes are presented in Table 4. These values are the result of feeding a single GMU to the plant and assessing the final outcomes. Tailings feeding rate and tailings composition define the variables associated with the type of material entering the facility. The water process requirement is the total amount of water needed to process the ore entering the plant. The solid-liquid separation water recovery is obtained by the evaluation of the thickening and filtration stages. Water losses in the concentrate are assumed to be 5% of weight content.

Table 4. Results of the mineral processing plant simulation	s. Tailings composition and water	requirements for the GMUs.
---	-----------------------------------	----------------------------

GMU	Tailings solids feed [tpd]	Tailings solids content C _p [%]	Average particle size D₅₀ [μm]	Process water requirement [m ³ /h]	Solid-liquid separation recovered water [m³/h]
GMU_1	91,091.2	55.16	75.17	8,094.1	3,578.4
GMU_2	92,237.0	55.16	75.21	8,129.0	3,579.5
GMU₃	93,436.8	55.16	75.22	7,995.0	3,410.2
GMU_4	92,260.7	55.30	102.36	8,057.0	3,507.0
GMU₅	92,234.1	55.12	64.95	8,202.4	3,653.0

3.2. Weather characterization of the tailings location

Because the water balance is associated with the site's weather conditions, it is important to define a general scenario specifying the location of the tailings facility and the weather variables involved in the balance. The city of Calama, located in northern Chile, where the largest mining operations are located, is used as a reference location. For the location defined, relevant weather information such as temperature, wind speed, radiation, and the fraction of possible sunshine, was collected to carry out the simulations. Because these weather factors are cyclical, the information collected is referred to as a monthly average. As a reference, the data obtained through the calendar year 2021 (Ministerio de Energía de Chile, 2017) are used.

Figure 2 shows the variation of temperature and wind speed expected at the location throughout the year, while Figure 3 shows the annual variation of solar radiation and the fraction of possible sunshine. A downward trend in these variables is identified during the winter months of the southern hemisphere and a considerable increase in the summer months.



Figure 2. Annual temperature and wind speed variation at the defined location.





For simulation purposes, the water recovery model is used with the values presented in Table 5. The active to flooded beach area ratio was defined assuming a standard tailings disposition where the tailings discharge strategy is the same throughout the year, thus the value of this parameter is constant. The parameters related to weather conditions were defined considering the location of the tailings impoundment.

Parameter	Value	Units
Tailings feed	From simulation	[tpd]
Solid content by weight	From simulation	[%]
Mean particle size at feed	From simulation	[µm]
Solid density	2.5 [t/m ³]	
Particle roundness factor	0.5	dimensionless
Slope of the steam saturation curve	1.8	[mm Hg/°C]
Psychrometric constant	0.485	[mm Hg/°C]
Reflection coefficient	0.05	dimensionless
Temperature	Variable	[°C]
Radiation	Variable	[kWh/m²/d]
Fraction of sunny day	Variable	dimensionless
Saturation vapor pressure	31.8	[mm Hg]
Wind speed at 2 meters above the	Variable	[m/s]
surface		
Average effective depth of rewetting	0.15	[m]
Average degree of saturation of the	50	[%]
inactive tailings beach before		
rewetting		
Moisture deficit	100	[mm/d]
Vertical hydraulic conductivity of	10 ⁻⁹	[m/s]
tailings located under the pond		
Hydraulic gradient at the pond	0.015	dimensionless
Active beach to flooded beach ratio	5	dimensionless
Pond area	1.05	[km ²]

Table 5. Values of the parameters used in the simulation of the water recovery model.

3.3. Water consumption assessment

To illustrate the water consumption assessment, water losses were calculated through simulation for a given ore with known properties (GMU₂) assuming a standard mineral processing operation and evaluating the model response according to the month in which the treatment was considered. Results of water losses are presented in Figure 4, where minimum values are related to the winter months. Entrainment and rewetting losses remain constant assuming a fixed operational performance because they depend on tailings discharge and mineral processing treatment.



Figure 4. Water losses estimation per month for a given ore.

The annual water losses and water recovery from the tailings pond were estimated. Figure 5 shows the water balance in percentage, where the main source of losses came from entrainment which is associated with the particle size generated in the mineral processing plant. Thus, the plant performance has a major impact on the water handling in the tailings facility. On the other hand, water losses due to evaporation reach 14% (from the active beaches and the pond), while the rewetting process contributes to a minor extent with 6%. Water recovery from the tailings pond is defined as the water available to be recirculated into the mineral processing plant, and therefore is the result of the water losses in the disposal operation. In this sense, 47% of the water that goes into the tailings facility is available to return to the process.



Figure 5. Annual water balance from tailings pond obtained through simulation.

Once the water recovery from the tailings pond is estimated and knowing the water required to perform the ore treatment at the mineral processing plant (obtained through the simulation), the makeup water can be assessed as their difference. Then the water consumption per ore tonnage is estimated by knowing the amount of ore processed in a given period. Because the water recovery depends on weather conditions, the water consumption is affected by the season in which the ore is processed. The estimations of water consumption per ore tonnage for different months are presented in Figure 6. The water consumption is lower in June which matches the weather conditions observed for the region where the tailings facility is located. Compared with the higher water consumption month, the reduction is 0.101 $[m^3/t]$, which is a considerable difference and would allow for saving water just by deciding on the ore processing schedule. This provides valuable knowledge to decide the appropriate moment when an ore with known properties can be processed to reduce the water demand and improve water management.



Figure 6. Water consumption assessment per month using given ore properties.

3.4. Ore properties sensitivity in water consumption assessment

Table 6 presents the results of water consumption for the simulations performed on the GMUs previously defined. The values not only change with the season but also with ore properties. The average water consumption is calculated showing its dependence on the ore characteristics defined earlier.

Month	GMU ₁	GMU₂	GMU₃	GMU₄	GMU₅
	[m³/t]	[m³/t]	[m³/t]	[m³/t]	[m³/t]
January	0.500	0.500	0.499	0.492	0.503
February	0.485	0.484	0.483	0.477	0.488

Table 6. Monthly water consumption estimation per geometallurgical unit.

March	0.470	0.469	0.468	0.462	0.473
April	0.446	0.445	0.444	0.437	0.448
Мау	0.425	0.424	0.423	0.417	0.428
June	0.414	0.413	0.411	0.405	0.416
July	0.421	0.420	0.419	0.412	0.423
August	0.441	0.440	0.438	0.432	0.443
September	0.464	0.463	0.462	0.456	0.467
October	0.492	0.491	0.491	0.484	0.495
November	0.515	0.514	0.514	0.507	0.518
December	0.509	0.509	0.508	0.501	0.512
Average	0.465	0.464	0.463	0.457	0.468

Water consumption results are plotted according to their grades and hardnesses in Figure 7 and Figure 8 respectively. It can be seen that both variables have a direct effect on the amount of water demanded by the process. Ore hardness appears to have a higher impact on water consumption than ore grade, showing a greater span in the results. However, feed ore grade also needs to be considered as an entry parameter that could modify the water consumption estimation.



Figure 7. Monthly water consumption assessment for GMUs with variable ore grades.



Figure 8. Monthly water consumption assessment for GMUs with variable ore hardness.

Water consumption trends depending on ore properties are presented in Figure 9. The values shown correspond to the average annual water consumption of the GMUs. While water consumption is directly proportional to the ore grade, it is inversely proportional to its hardness. This is an interesting outcome because as ore deposits become deeper their attributes change, often increasing ore hardness and diminishing ore grades. Thus, the water consumption could be linked to ore deposits directly by knowing their properties which are typically included in the block model.

For example, it would be expected that a mine deepening scenario consumes less water in mineral processing due to the hardness increase. On the other hand, it would be expected a rise in water consumption associated with grade reduction. Since these trends are opposite, a more detailed examination of the ore properties interaction is needed to determine the general trend of water consumption when the ore properties are changed. However, the simulation tool is an alternative to predict the water demand in mineral processing when the ore characterization is available.



Figure 9. Average water consumption assessment for different ore properties: (a) Variable ore grades; (b) Variable ore Bond work index.

3.5. Water cost assessment

Once the water consumption is calculated, it is possible to estimate the cost associated with the makeup water in the mineral processing plant. In this work, it is assumed the use of desalinated water which is the current trend of the mining industry to supply activities located in zones with water scarcity. According to the literature review, the water cost for mining operations in Chile reaches 5.0 [US\$/m³] (Biblioteca del congreso nacional del Chile, 2017; Minería Chilena, 2020).

Water cost can conveniently be expressed as a cost per block in the block model. The block model dimensions are 10x10x10 [m³] and a density of 2.5 [t/m³] is considered. Thus, each block of the block model represents 2,500 ore tons. Then, water consumption per block can be calculated and economically valued. Water costs for the GMUs are presented in Table 7. Additionally, Figure 10 and Figure 11 present the water costs depending on the ore grade and ore hardness variations showing tendencies that follow the behavior of the water consumption.

This is relevant information since it can be used as part of the economic valuation. In this way, water consumption can be described as a cost vector defined by the ore type and the processing time. This gives opportunities to integrate the water consumption item into the mine planning procedure.

Month	GMU₁ [kUS\$/block]	GMU₂ [kUS\$/block]	GMU₃ [kUS\$/block]	GMU₄ [kUS\$/block]	GMU₅ [kUS\$/block]
January	6.2505	6.2438	6.2370	6.1507	6.2886
February	6.0585	6.0503	6.0419	5.9572	6.0952
March	5.8738	5.8641	5.8541	5.7710	5.9090
April	5.5727	5.5606	5.5480	5.4674	5.6054

Table 7. Monthly water cost per block estimation for the different geometallurgical units.

May	5.3180	5.3038	5.2891	5.2105	5.3486
June	5.1739	5.1586	5.1426	5.0653	5.2034
July	5.2630	5.2484	5.2332	5.1552	5.2932
August	5.5064	5.4938	5.4806	5.4005	5.5386
September	5.7981	5.7878	5.7771	5.6946	5.8326
October	6.1488	6.1413	6.1336	6.0482	6.1861
November	6.4360	6.4308	6.4255	6.3377	6.4756
December	6.3672	6.3614	6.3556	6.2683	6.4062
Average	5.8139	5.8037	5.7932	5.7106	5.8486



Figure 10. Monthly water cost assessment for GMUs with variable ore grades.



Figure 11. Monthly water cost assessment for GMUs with variable ore hardness.

3.6. Water consumption as part of mine planning

The inclusion of water consumption in mine planning is evaluated by the realization of different scenarios. To illustrate the incorporation of water costs in the planning process, a new set of four geometallurgical units with varying grades and hardnesses are defined, intended to make them as different as possible, and show that mine planning is sensitive to these ore properties. The GMUs attributes for the mine planning simulation are presented in Table 8, where chalcopyrite grades take values of 1.75% and 4.65%, while ore hardnesses take values of 13 and 17 [kWh/t].

In order to simplify the planning, it is assumed that there is no geometrical or operative restriction to extracting ore from the mine. This means that we can freely select any of the GMUs to be extracted in a given month and decide to process them in the plant, complying with the previous assumptions.

Geometallurgical unit	Ore grade [% Cpy]	Gangue grade [% Gangue]	Bond work index W _i [kWh/t]	Average water consumption [m³/t]
GMU _A	4.65	95.35	17	0.458
GMUB	4.65	98.25	13	0.469
GMUc	1.75	95.35	17	0.456
GMU⊳	1.75	98.25	13	0.467

Table 8. Definition of geometallurgical units used in mine planning considering water consumption.

Once the GMUs are defined, the block valuation proceeds. For this purpose, the economic parameters presented in Table 9 are used. To include the water cost in the evaluation, the economic values of each ore type incorporate the water cost assessment that depends on the month at which the ore will be processed. Using this information, the monthly benefits (revenue minus costs) of each GMU are calculated and their values are presented in Table 10. It is observed that the values are strongly affected by the ore grades, generating a big difference between the high grades and the low grades GMUs. To a lesser extent, the ore hardness also has an impact on the ore type valuation. The water recoveries associated with each GMU are also affected by these variables, and their values are presented in Table 11.

Table 9. Economic parameters used in block valuation.

Parameter	Value	References		
Copper price [US\$/lb]	3.95	(Garay, 2022)		
Water cost [US\$/m ³] 5.0		(Biblioteca del congreso nacional del Chile, 2017)		
Cash cost C1 [cUS\$/lb]	129.4	(Comisión Chilena del Cobre, 2021a)		

Table 10. Monthly	economic benefits fo	or mine planning	assessment incorporating	water consumption per GMU.
-------------------	----------------------	------------------	--------------------------	----------------------------

Month	GMU _A	GMU _B	GMUc	GMU⊳
	[kUS\$/block]	[kUS\$/block]	[kUS\$/block]	[kUS\$/block]
January	211.4957	200.3777	80.8031	75.3967
February	211.6879	200.5698	80.9982	75.5918
March	211.8728	200.7547	81.1859	75.7795
April	212.1742	201.0560	81.4920	76.0855
May	212.4293	201.3110	81.7509	76.3444
June	212.5735	201.4551	81.8973	76.4908
July	212.4843	201.3659	81.8067	76.4003
August	212.2406	201.1224	81.5594	76.1529
September	211.9486	200.8305	81.2629	75.8565
October	211.5975	200.4795	80.9065	75.5001
November	211.3100	200.1921	80.6146	75.2082
December	211.3789	200.2610	80.6845	75.2782
Average	211.9328	200.8146	81.2468	75.8404

Table 11. Estimated monthly water recoveries for mine planning assessment per GMU.

Month	GMU _A	GMU _A GMU _B		GMU⊳
	[%]	[%]	[%]	[%]
January	75.0067	74.2059	76.0866	75.1965
February	75.7867	75.0252	76.8164	75.9666
March	76.5373	75.8135	77.5187	76.7077
April	77.7608	77.0986	78.6635	77.9158
May	78.7962	78.1860	79.6322	78.9380
June	79.3816	78.8009	80.1799	79.5160
July	79.0193	78.4205	79.8410	79.1584
August	78.0303	77.3817	78.9156	78.1818
September	76.8451	76.1368	77.8067	77.0116
October	75.4199	74.6399	76.4732	75.6044
November	74.2530	73.4143	75.3814	74.4523
December	74.5326	73.7080	75.6431	74.7284
Average	76.7808	76.0693	77.7465	76.9481

Using these GMUs, three examples are proposed to identify the water consumption relevance in the mine planning process. Assuming a 1-year planning horizon and that the mine planning schedules a single GMU type to feed the plant per month, and they must be delivered in the same proportions throughout the year, the following cases are studied:

- Case 1: mine planning considering variable ore hardness.
- Case 2: mine planning considering variable ore grades.

• Case 3: mine planning combining variable ore hardness and grades.

3.6.1. Case 1: mine planning under variable ore hardness

In this case, the mine plan is performed using the GMU_A and GMU_B . Thus, with the ore grade fixed at 4.65% of chalcopyrite, the mine plan only depends on the ore hardness, being the GMU_A the hard ore and the GMU_B the soft ore.

Using an economic evaluation criterion, the best and worst mine planning scenarios are presented in Table 12. It can be seen that the best mine plan considers the treatment of the hard ore during the months with lower water losses due to weather conditions. This is associated with the higher water recovery obtained by the hard ore that directly impacts the economic benefit. Thus, the opportunity cost of processing hard ore during the winter months is higher than the opportunity cost of treating this ore during the summer months. The annual water recovery profiles are presented in Figure 12. These profiles represent the recovery values obtained per month related to each mine plan. It is seen that the mine planning strategies are opposed, maximizing the recovery of water during the winter months in the case of the best planning scenario.

For the case of variable ore hardness, the results of annual profits and water recoveries are presented in Table 13. It is observed that the best mine plan scenario delivers a little higher gain but is associated with a lower water recovery performance. Is important to notice that in this case, although the difference in profits is very small being 0.000068%, the water-saving opportunity is significant, representing approximately 0.043%. Consequently, a water management strategy can be adopted with virtually no profit loss.

Mine Plan	January	February	March	April	May	June	July	August	September	October	November	December
Best	В	В	В	А	А	А	А	А	А	В	В	В
\M/orst	۸	۸	۸	R	R	R	R	R	R	۸	۸	Δ

Table 12. Best and worst mine planning according to economic evaluation for scenarios with variable ore hardness.

Table 13. Profit and water recovery for best and worst mine planning for scenarios with variable ore hardness.

Mino Plan	Profit	Water Recovery
IVIII Pian	[US\$]	[m³/h]
Best	2,852,911,187	1,415.61
Worst	2,852,909,246	1,416.22
Difference	1,941	-0.61



Figure 12. Water recovery profiles for best and worst mine planning for scenarios with variable ore hardness.

3.6.2. Case 2: mine planning under variable ore grades

For this example, the mine plan considers the GMU_A and GMU_C . Thus, with the ore hardness fixed at 17 [kWh/t], the mine plan depends on the ore grades. The GMU_A is considered a high-grade ore and the GMU_B is a low-grade ore.

Based on an economic evaluation, the best and worst mine planning scenarios are obtained, and their schedules are presented in Table 14. The best mine plan considers that the low-grade ore is processed in the winter months when the water losses are lower and water recovery is increased. In contrast, the worst mine plan processes the low-grade ore during the summer months when water losses are most affected by weather conditions. This result indicates that the opportunity cost of processing low-grade ore during winter is higher than processing it during summer. Figure 13 presents the annual water recovery profiles for the best and worst mine plan scenarios, showing that the strategies adopted are opposed, looking for maximizing the water recovery in the winter months for the highest profit scenario. Therefore, for ores with the same hardness, it is possible to adopt a strategy to increase the profit by adjusting the ore treatment schedule that depends on water recovery.

Table 15 presents the results of annual profits and water recoveries obtained in the case of variable ore grades. In the same manner as the previous example, the best mine plan delivers a lower water recovery performance. However, as the differences in ore grades are considerable, the profit difference obtained in this case is greater reaching 0.0039%. Analyzing the water recovery data, when the worst mine plan is adopted the water savings can reach up to 0.12% which can mean a significant amount in a context of water scarcity.



Table 15. Profit and water recovery for best and worst mine planning for scenarios with variable ore grades.

Mine Plan	Profit [US\$]	Water Recovery [m ³ /h]
Best	2,026,497,024	1,410.95
Worst	2,026,417,882	1,412.58
Difference	79,142	-1.63



Figure 13. Water recovery profiles for best and worst mine planning for scenarios with variable ore grades.

3.6.3. Case 3: mine planning under variable ore hardness and grades

For this example, the mine planning is performed using the GMU_A , GMU_B , GMU_C , and GMU_D . Thus, the effects of ore hardness and ore grade are included in the planning process.

Table 16 presents the best and worst mine planning sequences using the economic evaluation criterion. It is observed that the strategy to maximize the profit is to maximize the water recovery

of the ores with higher recovery values. Therefore, the GMU_c which represents the ore with the highest water recovery is processed from May to July, being the months with lower water losses due to weather conditions (see Figure 6). In second place for water recovery is the GMU_D which is processed during April, August, and September, which matches the following values of water losses. Then the GMU_A is processed during February, March, and October, the following values of water losses. Finally, the GMUB is processed during January, November, and December. In the case of the worst mine plan, the strategy is the opposite, scheduling the treatment of the ore with lower water recoveries during the months with lower water losses due to weather conditions.

 As in the previous examples, it is possible to suggest that the opportunity cost of processing ore with high water recovery in the months of lower water losses is higher than processing it during the months with higher water losses. The annual water recovery profiles are presented in Figure 14. The best and the worst mine plans follow opposite schedule strategies, maximizing the water recovery during the winter months in the first case and maximizing these values during the summer in the second case.

It is important to note that, even though the worst mine plan has the lowest profit, its water recovery performance represents the best scenario for water saving. This is presented in Table 17. As the differences in ore properties are more marked, the profit that can be obtained due to mine planning is higher reaching US\$ 80,381 or a difference in 0.0041%. On the other hand, the worst mine plan represents a water saving of 2.14 [m³/h] which is equivalent to a 0.15%. Thus, even though the differences in profit may be considered important, the worst mine plan is a valid water-saving strategy under a scenario with a limited water supply. However, this trade-off between water and economic benefit must be studied in detail for every project, taking into account their particular conditions.

<u> </u>	Ţ				Se	0	N	D€
			grades.					

Table 16. Best and worst mine planning according to economic evaluation for scenarios with variable ore hardness and

Mine Plan	January	February	March	April	May	June	July	August	September	October	November	December
Best	В	А	А	D	С	С	С	D	D	А	В	В
Worst	С	D	D	А	В	В	В	А	А	D	С	С

Table 17. Profit and water recovery for best and worst mine planning for scenarios with variable ore hardness and grades.

Mine Plan	Profit [US\$]	Water Recovery [m ³ /h]
Best	1,969,388,814	1,420.93
Worst	1,969,308,433	1,423.07
Difference	80,381	-2.14



Figure 14. Water recovery profiles for best and worst mine planning for scenarios with variable ore hardness and grades.

4. Discussion

The results show that it is possible to estimate water consumption in mineral processing plants through simulation. The simulation approach is appropriate because water consumption depends on several variables such as operational parameters of the plant that define the particle size and tailings composition, ore properties, and weather conditions. The simulation allows the user to test multiple scenarios that account for uncertainty in these parameters. Thus, simulation is a quick and easy alternative to assessing water consumption by knowing typical data available in all block models such as ore grade and hardness.

Because water consumption depends on the season in which the ore is processed, a vector containing the values of water demand and their associated costs is generated. Later, this information feeds the block model in order to use water consumption as an input parameter in the mine planning process. By assuming that there are no operational restrictions in the mine extraction process, the mine planning depends only on the order in which the ore is sent to the plant. Given enough information, this constraint could be dropped, and the mining capacity and processing restrictions could be accounted for during the optimization. When the water consumption is accounted for, the mine plan changes, which means the time at which ore from a specific geometallurgical unit is processed becomes relevant.

Additionally, it is possible to use the data generated by the simulations to define criteria related to the optimization of water management in mineral processing. In the examples analyzed, it is possible to maximize the water recovery by modifying the mine plan, however, this implies that the economic profit is negatively affected.
The simulation tool can be very useful for the development of mine planning under water scarcity scenarios because it provides relevant information on water management and serves as a predictor of water consumption in different weather conditions.

5. Conclusions

A methodology to estimate water consumption in mineral processing through simulation was developed. The ore properties and the characterization of the weather conditions of the tailings facility location are crucial.

Water consumption depends on weather conditions which vary throughout the year. Therefore, the values of water demand per month for a specific type of ore can be represented by a water consumption vector.

By estimating the water cost and including it in the economic valuation of the ore to be treated, the ore processing benefit in each month of the year can be predicted. Therefore, the moment in which a given type of ore is processed becomes relevant for mine planning.

Mine planning examples assuming no operational restrictions were carried out. In this way, it is shown that the schedule in which ores from different GMUs are processed throughout the year is important to achieve maximum profit. It is possible to maximize the profit by maximizing the water recovery of GMUs processed during the months with lower water losses due to weather conditions. However, this strategy entails a lower annual performance in water recovery. On the other hand, the mine plan with the lowest profit delivers the best water-saving strategy. It is suggested that this trade-off between economic benefits and water recovery has to be taken into account when the water supply is a critical issue, such as in the cases of mineral processing under water scarcity scenarios. Thus, this provides an approach to define criteria for efficient and sustainable water management from the simulation data.

6. Bibliography

- Alfaro González, J. C. (2014). Informe Consolidado Nº 1 de Solicitud de Aclaraciones, Rectificaciones y/o Ampliaciones al Estudio de Impacto Ambiental del Proyecto "Proyecto Santo Domingo." Retrieved July 2, 2022, from Minera Santo Domingo SCM website: https://infofirma.sea.gob.cl/DocumentosSEA/MostrarDocumento?docId=f1/66/cf7c8077b39 40a0adda1fd602edccd170edd
- Alruiz, O. M., Morrell, S., Suazo, C. J., & Naranjo, A. (2009). A novel approach to the geometallurgical modelling of the Collahuasi grinding circuit. *Minerals Engineering*, 22(12), 1060–1067. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2009.03.017
- Biblioteca del congreso nacional del Chile. (2017). *Costo económico del uso de agua desalada en la minería chilena*. Chile.
- Blight, G. E. (2001). Evaporation from wet and "dry" beaches of tailings dams. In Tailings and Mine

Waste '01. Rotterdam: Balkema.

- Casares, M. (2005). Planta desalinizadora Minera Escondida Tecnología del mar al cielo. Retrieved July 18, 2022, from Revista BiT website: https://extension.cchc.cl/datafiles/18431.pdf
- Chang, C. S., Deng, Y., & Meidani, M. (2018). A multi-variable equation for relationship between limiting void ratios of uniform sands and morphological characteristics of their particles. *Engineering Geology*, 237, 21–31. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.enggeo.2018.02.003
- Cho, G. C., Dodds, J., & Santamarina, J. C. (2004). Particle shape effects on packing density. Stiffness and Strength of Natural and Crushed Sands-Internal Report, Georgia Institute of Technology, 33pp.
- Comisión Chilena del Cobre. (2020). *Consumo de agua en la minería del cobre al 2019*. Santiago, Chile.
- Comisión Chilena del Cobre. (2021a). Anuario de estadísticas del cobre y otros minerales 2001-2020. Santiago, Chile.
- Comisión Chilena del Cobre. (2021b). *Proyección de consumo de agua en la minería del cobre Periodo 2021 2032*. Retrieved from https://www.cochilco.cl/Paginas/Estudios/Listado Temático/Agua.aspx
- Di Feo, A., Hill-Svehla, C. M., Hart, B. R., Volchek, K., Morin, L., & Demers, A. (2021). The effects of water recycling on flotation at a North American concentrator. *Minerals Engineering*, *170*, 107037. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2021.107037
- Dimitrakopoulos, R., & Lamghari, A. (2022). Simultaneous stochastic optimization of mining complexes - mineral value chains: an overview of concepts, examples and comparisons. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment, 36*(6), 443–460. https://doi.org/10.1080/17480930.2022.2065730
- Dobby, G. S., & Finch, J. A. (1991). Column flotation: A selected review, part II. *Minerals Engineering*, 4(7), 911–923. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0892-6875(91)90073-5
- Forssberg, K. S. E., & Hallin, M. I. (1989). Process Water Reticulation in a Lead-Zinc Plant and other Sulphide Flotation Plants. *Challenges in Mineral Processing*, 452–466.
- Garay, V. (2022). Informe de Tendencia del Mercado del Cobre: Proyección para el periodo 2022-2023. Retrieved from https://www.cochilco.cl/Presentaciones/Informe trimestral Q2 2022.pdf
- Granger, R. J. (1989). An examination of the concept of potential evaporation. *Journal of Hydrology*, *111*(1), 9–19. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0022-1694(89)90248-5
- Hustrulid, W., Kuchta, M., & Martin, R. (2007). *Open pit mine planning & design* (3rd ed.). London: Taylor & Francis Group.
- Karra, V. K. (1979). Development of a model for predicting the screening performance of a vibrating screen. *Cim Bulletin*, 72(804), 167–171.
- Levay, G., & Schumann, R. (2006). A systematic approach to water quality management in the minerals processing industry. *Australasian Institute of Mining and Metallurgy Publication*

Series, 277-287.

- Li, Y., Zhu, H., Li, W., & Zhu, Y. (2019). A fundamental study of chalcopyrite flotation in sea water using sodium silicate. *Minerals Engineering*, 139, 105862. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2019.105862
- Liu, W., Moran, C. J., & Vink, S. (2013). A review of the effect of water quality on flotation. Minerals Engineering, 53, 91–100. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2013.07.011
- McCuen, R. H. (2004). Hydrologic analysis and design. *Journal of the American Water Resources Association*, 40(3), 838.
- Minería 360. (2021). Las plantas desaladoras contra la crisis del agua: Una solución vital para la eficiencia hídrica. Retrieved July 10, 2022, from CNN Chile website: https://www.cnnchile.com/m360/eficiencia-hidrica-minera-plantas-desoladoras_20210703/
- Minería Chilena. (2011). Lomas Bayas se proyecta a 2039. Retrieved July 2, 2022, from https://www.mch.cl/reportajes/lomas-bayas-se-proyecta-a-2039/
- Minería Chilena. (2014). Proyecto Sierra Gorda culmina construcción de acueducto. Retrieved July 29, 2022, from https://www.mch.cl/2014/03/11/una-tuberia-de-kghm-llevara-442-000-metros-cubicos-de-agua-diarios-del-mar-sierra-gorda/
- Minería Chilena. (2020, January). Las cifras tras el consumo hídrico de la minería.
- Minería Chilena. (2021). Desaladora de Spence ya bombea agua a su proyecto de ampliación. Retrieved July 31, 2022, from https://www.mch.cl/2021/01/28/desaladora-de-spence-yabombea-agua-a-su-proyecto-de-ampliacion/
- Ministerio de Energía de Chile. (2017). Explorador Solar. Retrieved July 15, 2022, from Explorador Solar website: https://solar.minenergia.cl/
- Moraga, C., Kracht, W., & Ortiz, J. M. (2022). Process simulation to determine blending and residence time distribution in mineral processing plants. *Minerals Engineering*, *187*, 107807. https://doi.org/10.1016/j.mineng.2022.107807
- Moreno, P. A., Aral, H., Cuevas, J., Monardes, A., Adaro, M., Norgate, T., & Bruckard, W. (2011). The use of seawater as process water at Las Luces copper–molybdenum beneficiation plant in Taltal (Chile). *Minerals Engineering*, *24*(8), 852–858. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2011.03.009
- Morrell, S., Finch, W. M., Kojovic, T., & Delboni, H. (1996). Modelling and simulation of large diameter autogeneous and semi-autogeneous mills. *International Journal of Mineral Processing*, 44–45, 289–300. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/0301-7516(95)00031-3
- Nageswararao, K., Wiseman, D. M., & Napier-Munn, T. J. (2004). Two empirical hydrocyclone models revisited. *Minerals Engineering*, 17(5), 671–687. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.mineng.2004.01.017
- Napier-Munn, T.J., Morrell, S., Morrison, R.D and Kojovic, T. (1999). Mineral Comminution Circuits, Their Operation and Optimisation. Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre. *Indooroopilly, Australia*, 413.