



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS  
DEPARTAMENTO DE GEOLOGÍA

**MODELAMIENTO DE DEPÓSITOS DE VETAS POLIMETÁLICAS DE  
GEOMETRÍA ESTRECHA A TRAVÉS DE GEOESTADÍSTICA TRANSITIVA**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE GEÓLOGO

LUKAS EUGENIO MESZAROS ELGUETA

PROFESOR GUÍA:  
XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
NADIA MERY GUERRERO  
BRIAN TOWNLEY CALLEJAS  
FABIÁN SOTO FERNÁNDEZ  
MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

SANTIAGO DE CHILE  
2023

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR  
AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA Y  
MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
GEÓLOGO

POR: LUKAS EUGENIO MESZAROS ELGUETA  
FECHA: 2023  
PROF. GUÍA: XAVIER EMERY

**MODELAMIENTO DE DEPÓSITOS DE VETAS POLIMETÁLICAS DE  
GEOMETRÍA ESTRECHA A TRAVÉS DE GEOESTADÍSTICA  
TRANSITIVA**

La incertidumbre geológica es una de los mayores problemáticas asociadas a los depósitos minerales; la distribución de los minerales, la concentración de las leyes de interés y las estructuras geológicas dentro del yacimiento, son factores de indecisión importantes al momento de evaluar un depósito y planificar su explotación. La geoestadística probabilística es una de las herramientas más usadas para enfrentar los desafíos asociados a la incertidumbre geológica, donde se interpola a través de técnicas como kriging o simulaciones los datos de muestreo al asumir que la variable estudiada se puede representar como un proceso aleatorio. Estas técnicas han resultado ser eficaces al momento de estimar yacimientos masivos y disseminados, pero no siempre entregan buenos resultados al trabajar con depósitos de geometría estrecha, los cuales se caracterizan por presentar una dimensión de mucho menor potencia que las otras dos.

Bajo este contexto se propone el uso de la geoestadística transitiva como alternativa para la estimación de este tipo de yacimientos, la cual estudia directamente la variable regionalizada sin recurrir a la interpretación de un proceso aleatorio. En este trabajo, se compararán los resultados de validación cruzada y de cuantificación de recursos de tres enfoques distintos para la estimación de una veta polimetálica en Perú. El primero corresponde al enfoque directo donde la estimación es a través de cokriging probabilístico de leyes; el segundo corresponde al enfoque indirecto, en el cual se estima a través de cokriging probabilístico de acumulaciones y potencia de la veta; y finalmente el enfoque transitivo, el cual estima a través de cokriging transitivo las leyes dentro del yacimiento.

Los resultados obtenidos muestran que los tres enfoques son precisos al momento de estimar los recursos del yacimiento, siendo el cokriging de acumulaciones el que entrega mejores resultados de validación cruzada (para todas las variables a excepción del oro), mientras que el cokriging y cokriging transitivo entregan resultados similares. Las cantidades de recursos globales dados por los métodos son parecidas, pero se tiene una distribución de leyes más suavizada para los enfoques directo e indirecto debido a las dificultades del modelamiento variográfico. El enfoque transitivo entrega una variografía más robusta, por lo que el suavizamiento de kriging es menor, entregando estimaciones de leyes más contrastadas y más recursos recuperables. Finalmente se recomienda estimar otros yacimientos de geometría estrecha por geoestadística transitiva, y comparar los resultados con los métodos tradicionales, para dar mayor robustez a esta metodología al enfrentarse con este tipo de yacimientos.

*Todo lo que escuchamos es una opinión, no un hecho  
Todo lo que vemos es una perspectiva, no es la verdad.*

***Marco Aurelio***

# Agradecimientos

Quiero agradecer en primera instancia a mi familia, a mis padres Santiago y Nelly, a mis hermanos Nicolás, Catalina y Josefina, y a mis sobrinas Elena y Matilde por todo su apoyo, cariño y la buena vida que me han dado durante todos estos años. También agradecer a mis tíos, primos y abuela por su consejos y por recibirme en sus casas durante la época universitaria. A mi abuelo Eugenio agradecer sus historias y ejemplo de seguir avanzando en la vida. Este trabajo es dedicado a ustedes.

Agradecer a todos los profesores que formaron parte de mi formación académica, especialmente al profesor Xavier Emery por su disposición y apoyo en este trabajo de tesis y su voluntad para transmitir conocimientos para mi formación como profesional. También agradecer a Fabián Soto por las oportunidades dadas para fortalecer mis conocimientos en geostatística.

Agradecer a mis amigos del colegio, a Francisco, Rodrigo, Alexander, Lucas, Matías, Capipe y Sebastián por los buenos recuerdos, además de todo la ayuda relacionada a programación. Agradecer especialmente a Álvaro por ser mi mejor amigo y a Javier por acompañarme tanto en el colegio como en la universidad. Finalmente agradecer a mi amigo Martín Nuñez por su amistad aunque ya no esté con nosotros.

Agradecer a mis amigos de universidad, especialmente a mis amigos de geología Mauricio, Paula, Tamara, Andrés, Cristóbal, María Victoria, Jorge, Alex, Martín y Matías por toda la ayuda, estudiar juntos y los buenos recuerdos tanto en clases como en terreno. Agradecer también a los K de la E por compartir conmigo plan común.

Agradecer a la gente de Dassault Systemes por las oportunidades dadas. Agradecer especialmente a José (JJ) y a Felipe por compartir mis gustos académicos y desafiar mis conocimientos con discusiones y problemas. También agradecer a MAG, Esteban, Isabella, Vanessa, Cristian, Diego y Joaquín por el apoyo y consejos que me han dado.

Finalmente quiero agradecer a todo aquel que sintió que fue parte de mi formación como profesional y persona.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Hipótesis . . . . .	2
1.2. Objetivo General . . . . .	2
1.3. Objetivos Específicos . . . . .	2
1.4. Alcances . . . . .	3
<b>2. Metodología</b>	<b>4</b>
<b>3. Antecedentes</b>	<b>7</b>
3.1. Marco Teórico . . . . .	7
3.1.1. Yacimientos de geometría estrecha . . . . .	7
3.1.2. Geoestadística Probabilística . . . . .	9
3.1.3. Geoestadística Transitiva . . . . .	12
3.1.4. Trabajos anteriores . . . . .	13
3.2. Antecedentes de la zona de estudio . . . . .	15
3.2.1. Generalidades . . . . .	15
3.2.2. Litología . . . . .	15
3.2.2.1. Grupo Yura . . . . .	15
3.2.2.2. Grupo Tacaza . . . . .	15
3.2.2.3. Depósitos volcánicos terciarios . . . . .	16
3.2.2.4. Rocas Intrusivas . . . . .	16
3.2.3. Geología Estructural . . . . .	16
3.2.4. Mineralización y Geoquímica . . . . .	17
3.2.5. Alteración . . . . .	17
3.2.6. Metalogénesis . . . . .	18
3.3. Análisis Exploratorio de Datos . . . . .	19
3.3.1. Limpieza de datos . . . . .	19
3.3.2. Ubicación Espacial y rotación de las coordenadas espaciales . . . . .	20
3.3.3. Estadísticas Descriptivas . . . . .	21
3.3.4. Ubicación espacial y geometría de la veta . . . . .	26
<b>4. Resultados</b>	<b>30</b>
4.1. Estimación Multivariable de Leyes . . . . .	30
4.1.1. Variables de estudio . . . . .	30
4.1.2. Análisis variográfico de leyes . . . . .	30
4.1.3. Estimación a través de cokriging . . . . .	34
4.1.3.1. Validación cruzada . . . . .	34
4.1.3.2. Modelo de bloques . . . . .	36

4.2.	Estimación Multivariable de Acumulaciones . . . . .	40
4.2.1.	Variabes de estudio . . . . .	40
4.2.2.	Análisis variográfico de acumulaciones y potencia . . . . .	40
4.2.3.	Estimación a través de cokriging . . . . .	44
4.2.3.1.	Validación Cruzada . . . . .	44
4.2.3.2.	Modelo de Bloques . . . . .	46
4.3.	Estimación Multivariable de Leyes a través de Cokriging Transitivo . . . . .	51
4.3.1.	Variabes de estudio . . . . .	51
4.3.2.	Análisis estructural . . . . .	51
4.3.3.	Estimación a través de cokriging transitivo . . . . .	54
4.3.3.1.	Validación Cruzada . . . . .	54
4.3.4.	Modelo de bloques . . . . .	56
<b>5.</b>	<b>Análisis de Resultados</b>	<b>60</b>
5.1.	Variografía y Modelo de Bloques . . . . .	60
5.2.	Validación Cruzada . . . . .	65
5.3.	Recursos Minerales, In-situ y Recuperables . . . . .	71
5.3.1.	Recursos de Plata . . . . .	72
5.3.2.	Recursos de Oro . . . . .	74
5.3.3.	Recursos de Cobre . . . . .	76
5.3.4.	Recursos de Plomo . . . . .	78
5.3.5.	Recursos de Zinc . . . . .	80
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>82</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>85</b>
	<b>Anexos</b>	<b>88</b>
	<b>Anexo A. Análisis exploratorio de datos</b>	<b>88</b>
A.1.	Limpieza de datos . . . . .	88
A.2.	Gráficos de dispersión . . . . .	89
A.3.	Visualizaciones espaciales . . . . .	90
	<b>Anexo B. Estimación multivariabes de leyes</b>	<b>96</b>
B.1.	Análisis variográfico . . . . .	96
B.1.1.	Variogramas experimentales cruzados de leyes . . . . .	96
B.1.2.	Variogramas modelados cruzados de leyes . . . . .	101
B.2.	Modelo de Bloques . . . . .	105
	<b>Anexo C. Estimación multivariabes de acumulaciones</b>	<b>109</b>
C.1.	Análisis variográfico . . . . .	109
C.1.1.	Variogramas experimentales de acumulaciones . . . . .	110
C.1.2.	Variogramas modelados de acumulaciones . . . . .	116
C.2.	Modelo de Bloques . . . . .	122
	<b>Anexo D. Estimación multivariabes de leyes a través de Cokriging Transitivo</b>	<b>126</b>
D.1.	Análisis variográfico . . . . .	126
D.2.	Modelo de Bloques . . . . .	131

# Índice de Tablas

3.1.	Máximo, promedio y desviación estándar para la plata, oro, acumulación de plata y acumulación de oro con y sin <i>capping</i> . . . . .	19
3.2.	Estadísticas descriptivas básicas para las leyes. . . . .	21
3.3.	Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia. . . . .	22
3.4.	Estadísticas descriptivas básicas para las leyes desagrupadas. . . . .	27
3.5.	Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia. . . . .	28
3.6.	Estadísticas descriptivas para modelo de bloques rotado. . . . .	29
4.1.	Parámetros para la creación de variogramas experimentales de leyes. . . . .	30
4.2.	Parámetros para variogramas modelados de leyes. . . . .	32
4.3.	Resultados de validación cruzada para cokriging de leyes. . . . .	34
4.4.	Resultados de estimación multivariable de leyes para el modelo de bloques. . .	36
4.5.	Parámetros para variogramas experimentales de acumulaciones y potencia. . .	40
4.6.	Parámetros para variogramas modelados de acumulaciones y potencia. . . . .	42
4.7.	Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging de acumulaciones y potencia. . . . .	44
4.8.	Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging de potencia y acumulaciones transformadas a leyes. . . . .	44
4.9.	Resultados de estimación multivariable de acumulaciones y potencia para el modelo de bloques. . . . .	46
4.10.	Resultados de estimación multivariable de acumulaciones y potencia transformados a leyes para el modelo de bloques. . . . .	47
4.11.	Parámetros grilla regular para variograma transitivo . . . . .	51
4.12.	Parámetros para covariogramas transitivos experimentales de leyes. . . . .	51
4.13.	Parámetros para covariogramas modelados de leyes. . . . .	52
4.14.	Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging transitivo de leyes. . . . .	54
4.15.	Resultados de estimación de la estimación multivariable de leyes a través de cokriging transitivo para el modelo de bloques. . . . .	56
5.1.	Valores promedios para las leyes de interés obtenidos por los distintos métodos de estimación y los valores originales. . . . .	62
5.2.	Valores máximos para las leyes de interés obtenidos por los distintos métodos de estimación y los valores originales. . . . .	63
5.3.	Tabla comparativa de errores de predicción de ley de los métodos de estimación de cokriging de leyes (KP), cokriging de acumulaciones (KA) y cokriging transitivo (KT). El valor de ley de KA es calculado dividiendo la acumulación por la potencia de la veta. . . . .	65

5.4.	Tabla comparativa de error absoluto medio ( $MAE$ ), error cuadrático medio ( $MSE$ ) y coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de los métodos de estimación de cokriging de leyes (KP), cokriging de acumulaciones (KA) y cokriging transitivo (KT). El valor de ley de KA es calculado dividiendo la acumulación por la potencia de la veta. . . . .	66
5.5.	Recursos globales de plata según tipo de estimación. . . . .	72
5.6.	Recursos globales de oro según tipo de estimación. . . . .	74
5.7.	Recursos globales de cobre según tipo de estimación. . . . .	76
5.8.	Recursos globales de plomo según tipo de estimación. . . . .	78
5.9.	Recursos globales de zinc según tipo de estimación. . . . .	80
A.1.	Estadísticas descriptivas básicas para datos de leyes original. . . . .	88
A.2.	Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia originales. . . . .	88
B.1.	Resultados de varianza de predicción multivariable de leyes para el modelo de bloques. . . . .	105
C.1.	Resultados de varianza de predicción multivariable de acumulaciones para el modelo de bloques. . . . .	122



# Índice de Ilustraciones

2.1.	Esquema resumen de metodología de trabajo. . . . .	6
	18figure.caption.12	
3.2.	<b>a)</b> Visualización espacial de ley de Cu no rotada. <b>b)</b> Visualización espacial de ley de Cu rotada. . . . .	20
3.3.	Matriz de correlación para leyes. . . . .	22
3.4.	Matriz de correlación para potencia y acumulaciones. . . . .	23
3.5.	Histogramas de plata y acumulación de plata. . . . .	23
3.6.	Histogramas de oro y acumulación de oro. . . . .	24
3.7.	Histogramas de cobre y acumulación de cobre. . . . .	24
3.8.	Histogramas de plomo y acumulación de plomo. . . . .	25
3.9.	Histogramas de zinc y acumulación de zinc. . . . .	25
3.10.	Histograma para potencia de veta de la base de datos de acumulación. . . . .	26
3.11.	Visualización espacial en el plano XZ para ley de cobre. . . . .	26
3.12.	Visualización espacial en el plano XZ para acumulación de cobre. . . . .	27
3.13.	Visualizaciones tridimensional modelo de bloques para potencia. . . . .	28
4.1.	Variogramas directos experimentales para leyes de oro y plata. . . . .	31
4.2.	Variogramas directos experimentales para leyes de cobre y plomo. . . . .	31
4.3.	Variograma directo experimental para ley de zinc. . . . .	32
4.4.	Variogramas modelados para leyes de oro y plata. . . . .	33
4.5.	Variogramas modelados para leyes de cobre y plomo. . . . .	33
4.6.	Variograma modelado para zinc. . . . .	33
4.7.	Gráficos de validación cruzada para leyes de plata y oro. . . . .	35
4.8.	Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre, plomo y zinc. . . . .	35
4.9.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	37
4.10.	Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	37
4.11.	Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	38
4.12.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	38
4.13.	Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	39
4.14.	Variogramas directos experimentales para acumulaciones de oro y plata. . . . .	41
4.15.	Variogramas directos experimentales para acumulaciones de cobre y plomo. . . . .	41
4.16.	Variogramas experimentales para acumulación de zinc y potencia. . . . .	42
4.17.	Variogramas modelados para acumulaciones de oro y plata. . . . .	43
4.18.	Variogramas modelados para acumulaciones de cobre y plomo. . . . .	43

4.19.	Variogramas modelados para acumulaciones de zinc y potencia de veta. . . . .	43
4.20.	Gráficos de validación cruzada para leyes de plata y oro calculadas con las acumulaciones y potencia. . . . .	45
4.21.	Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre y plomo calculadas con las acumulaciones y potencia. . . . .	45
4.22.	Gráficos de validación cruzada para ley de zinc y potencia. La ley es calculada con la acumulación y potencia. . . . .	46
4.23.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	48
4.24.	Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	48
4.25.	Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	49
4.26.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	49
4.27.	Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	50
4.28.	Visualización espacial de potencia de veta del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones. . . . .	50
4.29.	Covariogramas directos experimentales y modelados para leyes de oro y plata.	53
4.30.	Covariogramas directos experimentales y modelados para leyes de cobre, plomo y zinc. . . . .	53
4.31.	Gráficos de validación cruzada para leyes de oro y plata. . . . .	54
4.32.	Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre, plomo y zinc. . . . .	55
4.33.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes. . . . .	57
4.34.	Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes. . . . .	57
4.35.	Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes. . . . .	58
4.36.	Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes. . . . .	58
4.37.	Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes. . . . .	59
5.1.	<b>Izquierda:</b> modelo estructural (variograma o covariograma) para la plata, a lo largo de las direcciones principales de la veta. <b>Derecha:</b> modelo de bloques (proyección de la superficie de la veta en un plano) de la ley de plata obtenido para cada enfoque. . . . .	61
5.2.	Curvas Metal vs Tonelaje para la ley de plata. . . . .	68
5.3.	Curva Metal vs Tonelaje para la ley de oro. . . . .	68
5.4.	Curva Metal vs Tonelaje para la ley de cobre. . . . .	69
5.5.	Curva Metal vs Tonelaje para la ley de plomo. . . . .	70
5.6.	Curva Metal vs Tonelaje para la ley de zinc. . . . .	70
5.7.	Curvas metal vs tonelaje de la plata para el modelo de bloques según método de estimación. . . . .	72
5.8.	Curvas tonelaje-ley para plata. . . . .	73

5.9.	Curvas metal vs tonelaje del oro para el modelo de bloques según método de estimación. . . . .	74
5.10.	Curvas tonelaje-ley para oro. . . . .	75
5.11.	Curvas metal vs tonelaje del cobre para el modelo de bloques según método de estimación. . . . .	76
5.12.	Curvas tonelaje-ley para cobre. . . . .	77
5.13.	Curvas metal vs tonelaje del plomo para el modelo de bloques según método de estimación. . . . .	78
5.14.	Curvas tonelaje-ley para plomo. . . . .	79
5.15.	Curvas metal vs tonelaje del zinc para el modelo de bloques según método de estimación. . . . .	80
5.16.	Curvas tonelaje-ley para zinc. . . . .	81
A.1.	Gráficos de dispersión entre <b>a)</b> leyes y <b>b)</b> acumulaciones y potencia. . . . .	89
A.2.	Visualización plano XY para leyes. . . . .	90
A.3.	Visualización plano XZ para leyes. . . . .	91
A.4.	Visualización tridimensional para leyes. . . . .	92
A.5.	Visualización plano XY para acumulaciones y potencia. . . . .	93
A.6.	Visualización para plano XZ para acumulaciones y potencia. . . . .	94
A.7.	Visualización tridimensional para acumulaciones y potencia. . . . .	95
B.1.	Variogramas cruzados experimentales para ley de plata. . . . .	96
B.2.	Variogramas cruzados experimentales para ley de oro. . . . .	97
B.3.	Variogramas cruzados experimentales para ley de cobre. . . . .	98
B.4.	Variogramas cruzados experimentales para ley de plomo. . . . .	99
B.5.	Variogramas cruzados experimentales para ley de zinc. . . . .	100
B.6.	Variogramas cruzados modelados para ley de plata. . . . .	101
B.7.	Variogramas cruzados modelados para ley de oro. . . . .	102
B.8.	Variogramas cruzados modelados para ley de cobre. . . . .	103
B.9.	Variogramas cruzados modelados para ley de plomo. . . . .	104
B.10.	Variogramas cruzados modelados para ley de zinc. . . . .	105
B.11.	Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	106
B.12.	Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	106
B.13.	Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	107
B.14.	Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	107
B.15.	Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de leyes. . . . .	108
C.1.	Variogramas cruzados experimentales para acumulación de plata. . . . .	110
C.2.	Variogramas cruzados experimentales para acumulación de oro. . . . .	111
C.3.	Variogramas cruzados experimentales para acumulación de cobre. . . . .	112
C.4.	Variogramas cruzados experimentales para acumulación de plomo. . . . .	113
C.5.	Variogramas cruzados experimentales para acumulación de zinc. . . . .	114
C.6.	Variogramas cruzados experimentales para potencia de veta. . . . .	115
C.7.	Variogramas cruzados modelados para acumulación de plata. . . . .	116
C.8.	Variogramas cruzados modelados para acumulación de oro. . . . .	117

C.9.	Variogramas cruzados modelados para acumulación de cobre. . . . .	118
C.10.	Variogramas cruzados modelados para acumulación de plomo. . . . .	119
C.11.	Variogramas cruzados modelados para acumulación de zinc. . . . .	120
C.12.	Variogramas cruzados modelados para potencia de veta. . . . .	121
C.13.	Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	122
C.14.	Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	123
C.15.	Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	123
C.16.	Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	124
C.17.	Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	124
C.18.	Visualización tridimensional de potencia de la veta del modelo de bloques por cokri- ging de acumulaciones y potencia. . . . .	125
D.1.	Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de plata. . . . .	126
D.2.	Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de oro. . . . .	127
D.3.	Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de cobre. . . . .	128
D.4.	Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de plomo. . . . .	129
D.5.	Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de zinc. . . . .	130
D.6.	Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokri- ging transitivo de leyes. . . . .	131
D.7.	Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokri- ging transitivo de leyes. . . . .	132
D.8.	Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokri- ging transitivo de leyes. . . . .	132
D.9.	Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokri- ging transitivo de leyes. . . . .	133
D.10.	Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokri- ging transitivo de leyes. . . . .	133

# Capítulo 1

## Introducción

Uno de los mayores problemas en minería es la incertidumbre geológica asociada a los depósitos minerales: la distribución de los minerales, la concentración de las leyes de interés y las estructuras geológicas dentro del yacimiento son factores de indecisión al momento de evaluar un depósito y planificar su explotación. Con el fin de disminuir esta incertidumbre, se obtiene información de los depósitos a través de campañas de muestreo, las cuales entregan datos e información sobre diferentes variables de interés. Sin embargo, las muestras no entregan una caracterización completa del yacimiento, ya que sus volúmenes comparados con el volumen del yacimiento, son insignificantes. Lo anterior hace necesario el uso de metodologías y técnicas de interpolación espacial que permitan realizar una aproximación de los recursos y/o reservas dentro del depósito.

La geoestadística cumple este objetivo, al caracterizar el dominio de un yacimiento y su incertidumbre a través de técnicas de estimación tales como el kriging y simulaciones, las cuales se basan en que la variable estudiada se puede representar como un proceso aleatorio (Chilès y Delfiner, 2012). Estas técnicas tienen como base el variograma o la función de covarianza como herramienta para cuantificar la continuidad espacial. No obstante, el uso de estas herramientas no siempre entrega buenos resultados, especialmente cuando se trabaja con depósitos de geometría estrecha, tales como vetas angostas, caliches o depósitos de relaves, los cuales se caracterizan por presentar una dimensión espacial de mucho menor potencia comparado con las otras dos (Zuñiga y Emery, 2010; Soto, Navarro, Díaz, y Emery, 2022).

Distintos trabajos se han realizado sobre este tipo de depósitos, donde la alternativa más común es el **enfoque directo**, el cual modela la geometría del cuerpo o dominio de interés, para luego interpolar las leyes u otras variables cuantitativas dentro de la geometría con técnicas geoestadísticas (Roth y Armstrong, 1998). Otra opción utilizada, es el **enfoque indirecto** el que utiliza una variable auxiliar para la estimación o simulación. Esta nueva variable se denomina acumulación, la cual corresponde a la potencia de dimensión menor (por ejemplo, el grosor de una veta) multiplicado por el valor medio de la variable de interés en esta potencia (Dominy, Annels, Camm, Cuffley, y Hodkinson, 1999; Marcotte y Boucher, 2001b; Bertoli, Mukangai, y Dunham, 2003; Zuñiga y Emery, 2010). Este enfoque disminuye ciertos problemas asociados al modelamiento del variograma, y reduce el problema de tres dimensiones a dos. No obstante, hay dificultades asociadas a esta metodología, tales como la sobre simplificación del yacimiento al reducir la dimensión y problemas asociados a geometrías más complejas tales como vetas curvadas o ramificadas.

Bajo este contexto se propone en este trabajo el uso de un tercer enfoque, el cual corresponde al uso de otra rama de la geoestadística, la **transitiva**. Esta rama corresponde a la parte determinística de la geoestadística ya que se estudia directamente la variable regionalizada sin recurrir a la interpretación de un proceso aleatorio (Matheron, 1971; Alfaro y Miguez, 1976; Bez y Rivoirard, 2001).

Con lo anterior, se plantea en el estudio estimar los recursos de un depósito de vetas polimetálicas de geometría estrecha a través de geoestadística transitiva, y comparar los resultados de estimación y validación cruzada con los métodos tradicionales de geoestadística probabilística.

## 1.1. Hipótesis

Los métodos de estimación basados en geoestadística transitiva facilitan el modelamiento y/o entregan resultados más precisos y exactos que los métodos de geoestadística clásica al momento de estimar depósitos de geometría estrecha.

## 1.2. Objetivo General

Estimar los recursos de un depósito de vetas polimetálicas de geometría estrecha a través de métodos multivariantes de geoestadística clásica (probabilística) y geoestadística transitiva (determinística).

## 1.3. Objetivos Específicos

- Realizar el análisis exploratorio de la base de datos disponibles, realizar limpieza de datos y selección de las variables relevantes para el estudio.
- Estimar usando cokriging las leyes (enfoque directo) de un depósito polimetálico de geometría estrecha.
- Estimar usando cokriging de las acumulaciones y potencia de la veta (enfoque indirecto) de un depósito de geometría estrecha.
- Estimar las leyes de los elementos de interés de un depósito polimetálico usando cokriging transitivo.
- Realizar un análisis y comparación de los resultados de validación cruzada y recursos para las estimaciones realizadas a través de los distintos métodos.

## 1.4. Alcances

El estudio fue aplicado a un depósito polimetálico de mena de plata perteneciente al distrito minero de Caylloma en Perú. Se disponen mediciones de ley para los elementos de oro, plata, cobre, plomo y zinc, además de valores de acumulaciones de estos mismos elementos para los sectores donde se midió la potencia de la dimensión estrecha del yacimiento.

El dominio del depósito está asociado a la interpretación de una veta de cuarzo curvada de geometría estrecha, con una altura y largo de cientos de metros y un ancho promedio inferior a un metro. Las estimaciones se realizarán usando métodos de geoestadística tradicional (enfoque directo e indirecto) y transitiva, afrontando las dificultades asociadas a cada metodología de estimación.

# Capítulo 2

## Metodología

El estudio considera el trabajo de dos bases de datos y un modelo de bloques pertenecientes a una veta polimetálica de geometría estrecha. Las bases de datos contienen información de leyes y acumulaciones de elementos de interés respectivamente (la base de dato de acumulaciones también contiene valores de muestreo de la potencia de la veta), mientras que el modelo de bloques tiene el valor aproximado del ancho de la veta en una grilla irregular dentro del dominio.

La línea de trabajo de la tesis se define en tres partes principales; I) Pre-procesamiento de datos, II) Estimación y III) Comparación de resultados, donde la metodología de estimación varía según si se utiliza el método directo, indirecto o transitivo. Las herramientas computacionales asociadas a la metodología corresponden a MATLAB (a través de la librería geoestadística XLIB desarrollada en la Universidad de Chile), el *software* ANDES (Soto, Garrido, Díaz, y Silva, 2017) y Python con las librerías *Numpy* y *Pandas*.

### I. Pre-procesamiento de datos

Para evitar posibles errores de arrastre, caracterizar de mejor manera las variables de interés, definir el dominio de estudio, facilitar el análisis variográfico y reducir el gasto computacional se realiza un pre-procesamiento de los datos, el cual se consta de los siguientes pasos.

#### 1) Detección de datos anómalos

Para prevenir posibles problemas en las etapas posteriores asociadas a información errónea de la base de datos original se realiza la detección, eliminación o modificación de muestras según sea necesario. Dentro de ésta, se considera la eliminación de duplicados, datos aberrantes sin sentido físico o geológico (tales como leyes negativas) y/o la realización de *capping* para valores extremos.

#### 2) Rotación de base de datos y modelo de bloques

Se realiza una rotación de las bases de datos y modelo de bloques, para facilitar el análisis variográfico y reducir el costo computacional asociado al análisis estructural en geoestadística transitiva. La veta se orienta paralelamente a la dirección Este-Oeste (Eje X) y se aplica la misma rotación a las dos bases de datos y el modelo de bloques, con el objetivo de no distorsionar la posición relativa entre muestras y dominios de interés.



### 3) Análisis exploratorio de datos

En esta etapa se caracterizan las variables regionalizadas y el dominio de estimación, a través de visualizaciones espaciales, histogramas, análisis estadísticos univariados y multivariados, entre otras herramientas convenientes.

## II. Estimación a través métodos geoestadísticos

La estimación a través de los distintos enfoques consta de tres etapas en común; 1) Análisis estructural, 2) Validación Cruzada y 3) Estimación en el modelo de bloques.

### 1) Análisis estructural

Se realiza los variogramas (o covariogramas transitivos) experimentales y modelados para caracterizar la continuidad espacial de las variables dentro del dominio. Para cada metodología se toma las siguientes consideraciones:

- **Enfoque Directo:** Se calculan variogramas directos y cruzados de leyes ocupando una malla de muestreo irregular.
- **Enfoque Indirecto:** Se calculan variogramas directos y cruzados de acumulaciones y potencia, ocupando una malla de muestreo irregular.
- **Enfoque Transitivo:** Se calculan covariogramas directos y cruzados de leyes ocupando una malla regular generada vía una interpolación del vecino más cercano.

### 2) Validación cruzada

La validación cruzada permite ver el grado de insesgo y error de la interpolación del cokriging (o cokriging transitivo), estimando las muestras originales iterativamente, dejando una muestra fuera y ocupando el resto para la estimación. Ésta se utiliza con el objetivo de medir el nivel de error para cada método de estimación, y poder comparar resultados.

Se utilizan otros estadísticos de validación cruzada para dar mayor profundidad al análisis, tales como el error absoluto medio ( $MAE$ ), error cuadrático medio ( $MSE$ ) y coeficiente de determinación ( $R^2$ ) en la etapa III) Comparación de resultados.

### 3) Estimación del modelo de bloques

Se realiza la estimación para el modelo de bloques de la veta a través de cokriging ordinario de leyes (enfoque directo), cokriging transitivo de leyes (enfoque transitivo) y cokriging de acumulaciones y potencia (enfoque indirecto). Las estimaciones para los tres métodos se realizan en un contexto tridimensional, donde para el enfoque indirecto no se reduce el problema de tres dimensiones a dos al ser el modelo de bloques un plano tridimensional deformado, y donde posteriormente se calculan los valores de ley dividiendo la estimación de la acumulación por la potencia estimada.

Para el cálculo de recursos del enfoque directo y transitivo se utiliza el ancho de la veta dada por el modelo de bloques interpretado, a diferencia del enfoque indirecto que considera la potencia estimada por cokriging a partir de la información de muestreo dada por la base de datos de acumulación.

### III. Comparación de resultados

Finalmente, se realiza la comparación de resultados entre los tres métodos geoestadísticos. En este, se distinguen las diferencias y similitudes obtenidas en las etapas de análisis estructural, validación cruzada y resultados de estimación del modelo de bloques. También se compara los resultados de recursos para cada elemento, además de las distribuciones de leyes entregadas.

En la figura 2.1 se aprecia el flujo de trabajo a realizar.

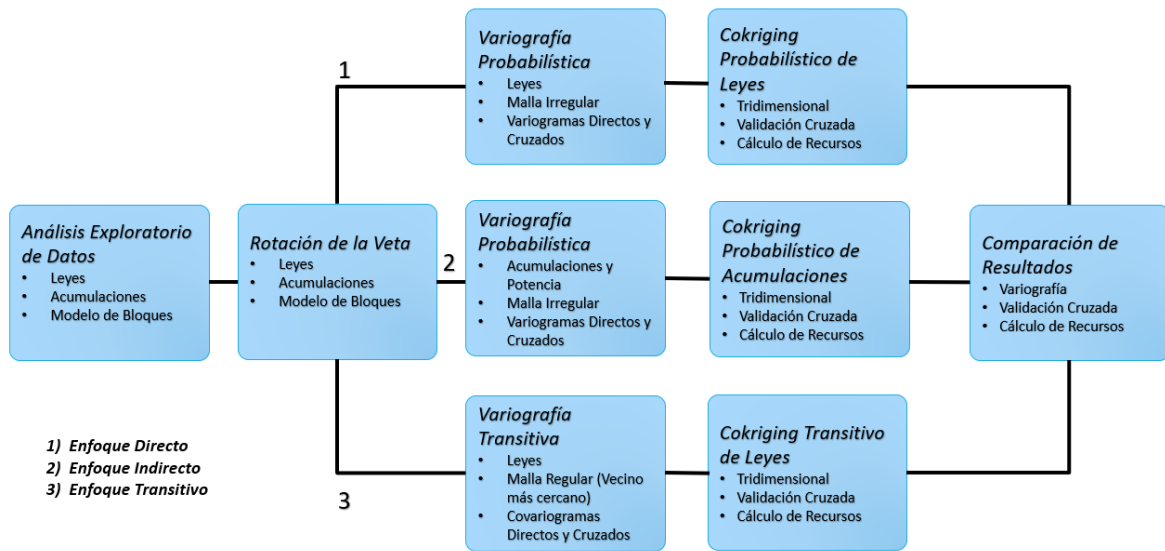


Figura 2.1: Esquema resumen de metodología de trabajo.

# Capítulo 3

## Antecedentes

### 3.1. Marco Teórico

#### 3.1.1. Yacimientos de geometría estrecha

Los yacimientos de geometría estrecha son todos aquellos depósitos donde una de sus dimensiones presenta una potencia mucho menor en comparación con las otras dos, las cuales pueden tener extensiones de kilómetros mientras que sus espesores no superan un par de metros. Tipos de yacimiento de estas cualidades corresponden a las vetas polimetálicas, mantos de carbón, depósitos de nitrato o caliches y relaves, los cuales tienen una gran importancia tanto económica como ambiental (Emery y Séguret, 2020; Soto et al., 2022).

De las vetas polimetálicas se tiene que estas producen la mayoría de plata en el mundo, además de cantidad significativas de oro, cobre, plomo y zinc (Dominy, Camm, y Phelps, 1997). Estas vetas se caracterizan por poseer una gran variación tanto en su geometría como en la distribución de leyes, lo que dificulta la estimación de sus recursos o reservas, la planificación a largo y corto plazo de la explotación apropiada y la mecanización de la operación minera (Dominy et al., 1997, 1999). Esta variación en la geometría y distribución de leyes resulta desafiante para la estimación de recursos dentro de este yacimiento debido principalmente a la dificultad de realizar el análisis variográfico y caracterizar de la continuidad espacial. Dos metodologías principales se han utilizado para afrontar este problema, los cuales corresponden a los enfoques directo e indirecto.

El **enfoque directo** corresponde al uso de métodos tradicionales de geoestadística probabilística, donde se modela en primera instancia la geometría del depósito en el espacio tridimensional, para luego estimar o simular la variable regionalizada de interés dentro de la geometría, afrontando los problemas relacionados al análisis variográfico por falta de datos en una de las dimensiones (Roth y Armstrong, 1998; Marcotte y Boucher, 2001b; Zuñiga y Emery, 2010).

El **enfoque indirecto** ha sido utilizado ampliamente para la estimación de yacimientos de geometría estrecha. Este se basa en transformar las variables originales (comúnmente leyes) a una nueva variable denominada acumulación, la cual corresponde a la multiplicación entre el espesor de la veta (medida perpendicularmente al plano que define su orientación) y la valor promedio de la variable de interés dentro de ésta (Dominy et al., 1999; Bertoli et

al., 2003; Zuñiga y Emery, 2010).

Esta realización es conveniente ya que permite simplificar el caso tridimensional a dos dimensiones. Esto genera ventajas, ya que la acumulación, a diferencia de la ley promedio, es una variable aditiva (puede ser promediada aritméticamente en un modelo de bloques) y posee en general menor variabilidad espacial en sus datos, relacionado a la disminución de cantidad de datos extremos con la transformación.

Desventajas de este enfoque están asociadas a problemas geométricos, cuando el espesor o la potencia no pueden ser asociadas a un plano representativo de la veta producto de una curvatura o separación en ramas de ésta, o cuando un sondaje no atraviesa la veta en su dirección de menor potencia, lo que requiere corregir la potencia aparente observada en el sondaje (Marcotte y Boucher, 2001a, 2001b; Dagbert, 2001). Además, se tiene que al reducir el modelo de tres a dos dimensiones, no siempre se puede evaluar múltiples opciones de explotación para el depósito.

Otras metodologías que han sido utilizadas para poder evaluar estas geometrías más complejas, son aquellas que utilizan el concepto de LVA o *Locally Varying Anisotropy* en la cual parámetros que definen la anisotropía (tales como azimuth, dip y plunge) se pueden modelar como variables en diferentes regiones del dominio o yacimiento. Métodos que utilizan el modelamiento con LVA son aquellos que realizan una transformación espacial de los datos y el dominio tales como *unfolding* y transformaciones estratigráficas (C. Deutsch, 2005; J. Boisvert, 2010), las cuales tienen como objetivo recuperar las condiciones de estacionaridad, pero que no permiten lidiar con características más complejas y producen distorsiones en las distancias y volúmenes involucrados.

Otro grupo de métodos que utilizan LVA son aquellos que estiman parámetros del variograma para la estimación de la distribución condicional en los puntos no muestreados. Existen métodos que realizan presimulación de las orientaciones locales de anisotropía (Xu, 1996), métodos iterativos de kriging infiriendo localmente los parámetros de la anisotropía a partir de los datos (Stroet y Snepvangers, 2005), métodos que ocupan distancias ponderadas para inferir los datos del variograma o correlograma localmente (Machuca-Mory y Deutsch, 2013) y métodos que particionan el dominio ya sea automáticamente o manualmente según las orientaciones principales (Martin y Boisvert, 2017). Por motivos de alcances, no se dará mayor énfasis a este tipo de metodologías.

### 3.1.2. Geoestadística Probabilística

La geoestadística probabilística (Matheron, 1971) es el enfoque geoestadístico más utilizado para la estimación de los recursos minerales dentro de un yacimiento. En ésta, se interpreta que la variable regionalizada de interés es una realización de una función aleatoria y, en general, se asume la hipótesis de estacionaridad de segundo orden (Journel, 1986; C. V. Deutsch y Journel, 1998). Una variable regionalizada se refiere a una variable que distribuye en una región (denotada  $Z(x), x \in D \subset \mathbb{R}^d$ , con  $d = 2$  o  $3$ ) y presenta cierta continuidad asociada a sus valores, mientras que la estacionaridad de segundo orden para una función aleatoria establece que sus primeros dos momentos (esperanza y covarianza) existen y son invariables por traslación (Chilès y Delfiner, 2012). En el caso de la minería el dominio de estudio de la variable regionalizada está asociado a un espacio tridimensional (método directo) o bidimensional (método indirecto).

Para caracterizar las propiedades estructurales asociadas a la continuidad espacial con la geoestadística probabilística, se utiliza el variograma teórico, el cual se define a través de la ecuación 3.1.

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{Var}[Z(x+h) - Z(x)] = \frac{1}{2} \mathbb{E} \{ [Z(x+h) - Z(x)]^2 \} \quad (3.1)$$

donde  $x$  representa la ubicación de los datos en  $\mathbb{R}^d$ ,  $h$  es la separación entre pares de datos y  $Z(x)$  es la función aleatoria asociada a la variable regionalizada. En la práctica, producto a que se tiene una cantidad finita de puntos medidos, para poder estimar el variograma teórico de un yacimiento se utiliza el variograma experimental, el cual considera la información de las muestras obtenidas y su posición espacial para medir la desviación cuadrática promedio entre éstas. El variograma experimental se define por la ecuación 3.2.

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2 |N_{\gamma}(h)|} \sum_{k \in N_{\gamma}(h)} [Z(x_k) - Z(x_k + h)]^2 \quad (3.2)$$

donde  $x_k$  y  $x_k + h$  representan dos puntos de medición de la variable regionalizada separados por una distancia  $h$  y  $N_{\gamma}(h)$  corresponde a la cantidad de pares de datos a esta distancia. Dada la dificultad de generar el variograma ocupando la definición estricta de la ecuación y a la cantidad finita de puntos, se definen parámetros de tolerancia para la búsqueda de pares de datos.

Esta definición de variograma experimental puede ser extendida para el caso multivariable cambiando las varianzas por covarianzas entre variables regionalizadas, donde al ser las variables iguales se habla de un variograma directo y cuando son diferentes de un variograma cruzado (Wackernagel, 2003; Soto, 2021). Con los variogramas y covarianzas experimentales calculados, producto a que estos son incompletos (no hay información para todas las distancias) y sensibles a los parámetros usados para su cálculo, se ajusta un modelo teórico utilizando modelos variográficos conocidos tales como el esférico, exponencial, gaussiano, entre otros (Emery, 2012).

Generalmente para ajuste del modelo teórico de los variogramas directos y cruzados se utilizan modelos anidados, los cuales se construyen a través de la combinación lineal de modelos variográficos conocidos. La ecuación 3.3 expresa esta relación.

$$G(h) = \sum_{i=1}^S S_i * g_i(h) \quad (3.3)$$

donde  $G(h)$  representa el variograma teórico ajustado (matriz de variogramas y directos y cruzados),  $S_i$  una matriz simétrica y semi definida positiva con coeficientes de mesetas y  $g_i(h)$  es un modelo variográfico univariable. Este proceso se denomina construcción mediante estructuras anidadas o modelo lineal de correogionalización (Wackernagel, 2003; Soto, 2021).

Con los modelos teóricos ajustados se realiza la interpolación espacial a puntos sin información a través de kriging, el cual predice (o estima) el valor en cualquier punto del dominio a través de la ponderación de los puntos medidos cercanos, considerando la continuidad espacial a través del variograma. El kriging se caracteriza por poseer las siguientes propiedades:

- **Interpolación exacta:** La estimación en un sitio con medición es igual a la medición en dicho sitio.
- **Insesgo:** La esperanza del error de estimación es cero.
- **Precisión:** El error de estimación tiene varianza mínima.
- **Aditividad:** La estimación del valor promedio de un bloque se identifica con el promedio de las estimaciones puntuales dentro del mismo bloque.
- **Suavizamiento:** El mapa de las estimaciones presenta menos variabilidad espacial que el mapa de los valores verdaderos desconocidos. Esto significa que las estimaciones no poseen las mismas características espaciales que la variable estudiada.

Distintos tipos de kriging existen, pero los más populares corresponde al kriging simple que asume que la media es conocida y el kriging ordinario que asume que ésta no se conoce, por lo que permite modelar variables donde la media es localmente constante, pero variable en el espacio global (Soto, 2021). El kriging ordinario queda expresado por el siguiente sistema de ecuaciones (3.4):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{\beta=1}^n \lambda_{\beta} \gamma(x_{\alpha} - x_{\beta}) - \mu = \gamma(x_{\alpha} - x_0) \quad \forall \alpha = 1 \dots n \\ \sum_{\alpha=1}^n \lambda_{\alpha}(x_0) = 1 \\ a = 0 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

donde  $x_0$  es el sitio a estimar,  $\alpha$  y  $\beta$  son índices datos conocidos,  $\gamma(x_\alpha - x_\beta)$  es el variograma entre ambos datos,  $\gamma(x_\alpha - x_0)$  es el variograma entre el dato  $\alpha$  y el punto a estimar,  $n$  es la cantidad de datos,  $a$  corresponde al coeficiente de autorización,  $\mu$  una constante desconocida (multiplicador de Lagrange), y  $\lambda_\alpha$  es la ponderación asignada al dato ubicado en  $x_\alpha$  para estimar el valor de  $x_0$ .

Cuando se disponen de mediciones de múltiples variables regionalizadas, se puede mejorar la estimación de una variable de interés con las observaciones de otras variables, sobre todo cuando las variables auxiliares están fuertemente correlacionadas con la variable de interés y más muestreadas (Emery, 2012). Al caso multivariable de kriging se conoce como cokriging y mantiene las propiedades antes mencionadas (Chilès y Delfiner, 2012).

Otro concepto importante de la geoestadística probabilística corresponde a la varianza de kriging, la cual corresponde a la varianza mínima del error de estimación para un sitio  $x_0$ . La ecuación de la varianza de kriging ordinario queda expresada por la ecuación 3.5.

$$\sigma_{KO}^2(x_0) = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_\alpha \gamma(x_\alpha - x_0) - \mu \quad (3.5)$$

La varianza de kriging puede ser utilizada para medir la incertidumbre de la predicción, pero no siempre es una buena medida producto que no considera la variabilidad local de la variable regionalizada (C. V. Deutsch y Journel, 1998).

### 3.1.3. Geoestadística Transitiva

La geoestadística transitiva es la parte determinística de la geoestadística, la cual estudia directamente la variable regionalizada sin recurrir a una interpretación probabilística. El problema de estimación global se representa través de un valor único y representativo de todo el campo, donde se modela conjuntamente el dominio y la variable (Matheron, 1971; Alfaro y Miguez, 1976). Al trabajar con geoestadística transitiva se utiliza en un marco global la abundancia, la cual se define por la ecuación 3.6.

$$q = \int_D z(x)dx \quad (3.6)$$

siendo  $z(x)$  una variable regionalizada y  $D$  su dominio. Para el caso de las leyes metálicas, la abundancia representa la cantidad de metal contenido en el yacimiento, donde cualquier valor de ley fuera del dominio es igual a 0 (Soto et al., 2022). En la geoestadística transitiva la estructura espacial se describe a través del covariograma transitivo, definido por la ecuación 3.7.

$$g(h) = \int_D z(x)z(x+h)dx \quad (3.7)$$

donde  $h$  representa la separación entre puntos. El integrando no es cero solo si tanto  $x$  como  $x+h$  pertenecen al dominio, por lo que la integral es finita si el dominio es limitado. De forma equivalente, se puede utilizar una integral en todo el espacio, con la condición de completar la variable regionalizada por valores nulos fuera de  $D$ . Similarmente a la geoestadística probabilística, el covariograma transitivo se calcula inicialmente a través de un covariograma experimental. Producto de la dificultad de definir el covariograma experimental para muestreos irregulares, se utiliza la definición para mallas regulares, dada por la ecuación 3.8 en el caso de una variable distribuida en el espacio tridimensional.

$$\eta, \nu, \lambda \in \mathbb{Z}, \quad \hat{g}(\eta a + \nu b + \lambda c) = |a| |b| |c| \sum_{k,l,m} z(x_o + ka + lb + mc)z(x_o + ka + lb + mc + \eta a + \nu b + \lambda c) \quad (3.8)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  representan las dimensiones de la malla tridimensional y  $x_o$  es el origen de ésta. El covariograma transitivo se puede modelar analógicamente al variograma utilizando estructuras básicas de covarianza (Soto, 2021).

Con respecto al kriging transitivo (tanto el simple como el ordinario) para la estimación local de la variable regionalizada, el formalismo asociado al kriging simple y ordinario probabilístico puede ser utilizado para el kriging transitivo ya que las ecuaciones utilizadas son idénticas, solo que se utiliza el covariograma transitivo en vez de la covarianza o del variograma tradicional (Matheron, 1967; Alfaro y Miguez, 1976; Rivoirard, 2005; Soto, 2021). No obstante en la geoestadística transitiva no existe el concepto de varianza de kriging para medir la dispersión del error del kriging. De lo anterior, se tiene que el kriging transitivo cumple con las siguientes propiedades:



- **Interpolación exacta:** La estimación en un sitio con medición es igual a la medición en dicho sitio.
- **Suavizamiento:** La dispersión de los valores estimados es menor a los valores reales.

Para este trabajo se define una nueva herramienta para el análisis variográfico, la cual permite traspasar el formalismo del covariograma transitivo experimental al caso multivariable a través del covariograma transitivo cruzado para mallas regulares. Sean  $z_i$  y  $z_j$  dos variables regionalizadas. Se define el covariograma transitivo cruzado a través de la siguiente ecuación:

$$\eta, \nu, \lambda \in \mathbb{Z}, \quad \hat{g}(\eta a + \nu b + \lambda c) = |a| |b| |c| \sum_{k,l,m} z_i(x_o + ka + lb + mc) z_j(x_o + ka + lb + mc + \eta a + \nu b + \lambda c) \quad (3.9)$$

donde  $a$ ,  $b$  y  $c$  representan las dimensiones de la malla y  $x_0$  es el origen de ésta. Para la estimación multivariable se utiliza el cokriging transitivo, el cual mantiene las propiedades del caso univariable y al igual que el kriging transitivo posee el mismo sistema de ecuaciones que el cokriging tradicional, con la salvedad de que las covarianzas o los variogramas directos y cruzados se reemplazan por los covariogramas transitivos directos y cruzados.

### 3.1.4. Trabajos anteriores

Pocos trabajos sobre estimación de depósitos de geometría estrecha hay disponible, donde resalta el uso de los enfoques directos e indirectos para la estimación, además de métodos que utilizan *Locally Varying Anisotropy*. Con respecto a la utilización de kriging transitivo en este tipo de yacimiento, solo conocemos un trabajo disponible donde se aplica la metodología a un depósito de relaves (Soto et al., 2022). A continuación se presentan algunos ejemplos.

Marcotte y Boucher (2001b) realizaron la comparación entre la estimación a través de métodos directos e indirectos para vetas mineralizadas. Para este trabajo se utilizan los datos del Lago Walker, donde se resalta que los resultados de métodos directos son más precisos al tener una correlación positiva significativa entre valor de ley y potencia.

De Bertoli et al. (2003) llevaron a cabo una estimación de los recursos para un depósito de níquel ubicado en Leinster, al oeste de Australia a través de un enfoque indirecto. Este depósito se caracteriza por presentar mineralización en vetas de espesor variable al igual que los ángulos de intersección con los sondajes, por lo que la estimación de la ley de níquel no es apropiada calcularla a través de kriging, sino que se utilizan el espesor y la acumulación para el cálculo de recursos de este yacimiento estrecho a través de cokriging de estas dos variables.

Roy, Butt, y Frempong (2004) desarrollaron una estimación de recursos para la mina Poura en el este de África, la cual un depósito estrecho de vetas de cuarzo de oro-plata. En el estudio se realiza la estimación de las reservas de oro a través de los enfoques directo e indirecto, entregando resultados más precisos para el método directo.

Zuñiga y Emery (2010) realizaron un estudio comparativo entre el uso de métodos directo e indirectos para un yacimiento estrecho de vetas de oro y plata. Para el método directo, primero se modela la geometría de las vetas a través de kriging de indicador, para luego estimar de la distribución de leyes a través de las vetas. Para el método indirecto se generaron

variables auxiliares de potencia de veta y acumulación para el modelamiento en dos dimensiones. Problemas asociados a los métodos directos corresponden a la presencia de valores muy altos de ley, además de la geometría estrecha. Para el método indirecto se tienen que problemas asociados están relacionados con vetas de geometría compleja (no planar) o con el cálculo de la potencia cuando un sondaje no atraviesa la veta en la dirección de su potencia más estrecha. Por lo anterior, se recomienda en el trabajo la revisión de otros métodos tales como la estimación a través del kriging transitivo.

Soto et al. (2022) estimaron los recursos de un relave minero ubicado al sur-oeste de Finlandia mediante cokriging (método directo), cokriging de acumulaciones (método indirecto) y kriging transitivo, entregando que el cokriging de acumulaciones entrega una estimación más precisa de los recursos, pero el kriging transitivo tiene mejor rendimiento que los dos anteriores para la estimación de leyes en tres dimensiones.

Boisvert (2009, 2010 y 2011) ha desarrollado métodos para incorporar un campo de LVA al kriging y la simulación secuencial gaussiana, donde se deforma el espacio y utilizan el campo LVA para definir distancias anisotrópicas para poder reflejar de formar más representativa la verdadera distancia en términos de continuidad.

Fouedjio (2015) predijo la elevación y contacto con la superficie de la brecha *Braden* en la mina El Teniente, la cual se caracteriza por tener una geometría compleja. Para esto, se abordó el problema utilizando un método geoestadístico no estacionario basado en la deformación espacial, que consistía en transformar el dominio de estudio en un nuevo dominio donde el enfoque geoestadístico estacionario estándar resulta más apropiado. Con lo anterior, se obtienen mejores resultados de precisión de la predicción y se transmite un modelo de incertidumbre más informado en comparación con el método tradicional.

## **3.2. Antecedentes de la zona de estudio**

### **3.2.1. Generalidades**

El depósito donde se encuentra la veta corresponde a un yacimiento de tipo epitermal de metales preciosos del sub-tipo sufuración intermedia correspondiente a cuerpos de vetas. Este se ubica en el distrito minero de Caylloma a 225 Km. al noroeste de la ciudad de Arequipa y a 14 Km. al noroeste del pueblo de Caylloma, provincia de Caylloma, región del Arequipa, Perú. El distrito se encuentra en un amplio arco volcánico Mioceno caracterizado por la presencia de edificios volcánicos de colapso, calderas que se desarrollaron en una corteza continental de rocas Mesozoicas y Paleozoicas (Ríos, 2015; Chapman y Sinuhaji, 2019) . Las principales estructuras mineralizadas están emplazadas en rocas sedimentarias del grupo Yura, con minerales con valores importantes de plata (Huaman y Paucar, 2020).

La altura promedio del distrito oscila entre los 4500 y 5000 msnm, donde la topografía de la zona muestra un relieve característico de altas cordilleras, en la que predomina el modelado glaciario controlado por los procesos vulcano-tectónicos (Ríos, 2015).

El clima de la zona es frío y seco, característico de la alta montaña. Durante los meses de diciembre a marzo abundan las precipitaciones, además de fuertes granizadas que cubren de nieve la zona. De abril a septiembre, la temperatura promedio es inferior a los 0°C, asociadas a fuertes heladas (Chapman y Sinuhaji, 2019; Ríos, 2015).

### **3.2.2. Litología**

El distrito de Caylloma se encuentra al noroeste del complejo de caldera de Caylloma, donde la roca caja de las vetas mineralizadas son de origen volcánico pertenecientes al Grupo Tacaza (Chapman y Sinuhaji, 2019). Las unidades volcánicas del Grupo Tacaza sobreyacen en discordancia angular sobre una secuencia sedimentaria de ortocuarcitas y lutitas del Grupo Yura (Chapman y Sinuhaji, 2019). En sectores del distrito se puede observar rocas volcánicas postmineralizadas del Plioceno-Pleistoceno del Grupo Barros y sedimentos glaciares y aluviales recientes (Chapman y Sinuhaji, 2019).

#### **3.2.2.1. Grupo Yura**

Corresponden a las rocas más antiguas que afloran en el distrito (Mioceno Inferior) y comprenden ortocuarcitas blancas a grises, limonitas grises oscuras y grauvacas negruzcas, intercaladas por finas capas de lutitas negras (Chapman y Sinuhaji, 2019). El espesor total del grupo es de aproximadamente 400 metros. Los estratos del Grupo Yura están fuertemente deformados con presencia de pliegues recumbentes con extremidades rectas y bisagras estrechas (Chapman y Sinuhaji, 2019).

#### **3.2.2.2. Grupo Tacaza**

El Grupo Tacaza está conformado por una secuencia de lavas efusivas y brechas de toba intercaladas con horizontes de toba que se encuentran en discordancia angular y en contacto de falla con rocas del Grupo Yura (Chapman y Sinuhaji, 2019). El grupo está conformado por lavas de composición intermedia a sílica con textura pórfida, donde el color dominante es el marrón rojizo que cambia a verdoso en zonas de alteración clorítica (Chapman y Sinuhaji,

2019).

El espesor estimado es de 3100 metros, con algunas secuencias que muestran un adelgazamiento de los horizontes volcánicos a lo largo del rumbo y manteo. El Grupo Tacaza incluye las formaciones Orcopampa e Ichocollo. La Formación Orcopampa se superpone inconforme a la secuencia sedimentaria mesozoica del Grupo Yura y está compuesta por volcanoclásticos, brechas volcánicas y lavas gris verdosas a violáceas de composición andesítica. La Formación Ichocollo se superpone inconforme a la Formación Orcopampa y se considera que representa la etapa final del volcanismo de Tacaza (Chapman y Sinuhaji, 2019).

La Formación Ichocollo consiste en lavas y domos dacíticos en la sección basal y flujos de andesita andesítica a basáltica en la sección superior. Las lavas son de color gris oscuro a gris y notablemente porfíricas (Chapman y Sinuhaji, 2019).

### **3.2.2.3. Depósitos volcánicos terciarios**

Sobre el Grupo Tacaza se aprecian contactos discordantes con lavas andesíticas, riolitas, dacitas y tobas pertenecientes al Grupo Barroso, los cuales aparecen generalmente en afloramientos prominentes con estratificación subhorizontal y son de edad Plioceno-Pleistoceno (Chapman y Sinuhaji, 2019).

### **3.2.2.4. Rocas Intrusivas**

Las rocas sedimentarias y volcánicas del distrito de Caylloma han sido intruidas por domos riolíticos controlados por fallas post-minerales y diques de la secuencia de la caldera Chonta, caracterizados por cuarzos de grano grueso y sanidina, además de laminaciones bien desarrolladas (Chapman y Sinuhaji, 2019). Estos domos riolíticos están asociados principalmente a los márgenes de la caldera de Caylloma, donde dentro de esta se observan flujos andesíticos pobre en fenocristales (Ríos, 2015).

## **3.2.3. Geología Estructural**

En el ámbito regional, en el distrito se observan dos lineamientos principales con rumbos noreste y noroeste, donde el conjunto de fracturas de rumbo noroeste está más desarrollado y contiene la mineralización principal (Huaman y Paucar, 2020; Chapman y Sinuhaji, 2019). Sobreimpuesto a dicho sistema de fracturas se observa un juego de lineamientos de gran longitud y continuidad norte-sur, que están delimitados por su borde este y oeste por la Cladera de Caylloma (Huaman y Paucar, 2020). Las fracturas de rumbo noroeste y noreste controlan la intrusión de cuerpos volcánicos riolíticos y andesíticos más recientes hasta plio-pleistoceno (Huaman y Paucar, 2020).

Las vetas del distrito Caylloma muestran patrones estructurales y controles típicos de otros sistemas de vetas alojados en rocas volcánicas del Terciario en la cordillera andina del oeste del Perú, asociado al desarrollo conjunto de estructuras dilatacionales generadas durante el principal evento compresivo de los Andes (Chapman y Sinuhaji, 2019). Las vetas son persistentes a lo largo del rumbo y buzamiento y están emplazadas localmente por fallas post-mineral a lo largo de un rumbo norte-noroeste (Huaman y Paucar, 2020). El desplazamiento horizontal a lo largo de las fallas es menor y oscila entre centímetros y metros, y no se observa un desplazamiento vertical importante o plegamiento en las vetas (Chapman y Sinuhaji,

2019).

### 3.2.4. Mineralización y Geoquímica

La mineralización del distrito se caracteriza por ser del subtipo sulfuración intermedia, cual se describe por ser rica en Ag y en sistemas de carbonatos-metales base ricos en Au y Ag. La mineralización se hospeda en vetas de 1 a 25 metros de potencia y varios kilómetros de corrida, encajonados por una secuencia de lavas andesíticas y flujos piroclásticos miocénicos (Echavarría, Chavez, y Escobedo, 2020). Las leyes dentro del distrito son discontinuas, reconociéndose clavos de alta ley de cientos de metros de largo por 300 metros de extensión vertical, donde algunos abren hacia profundidad (Echavarría et al., 2020).

Las vetas presentan un relleno complejo y de múltiples episodios, con texturas características tales como bandeada, crustiforme, bandeada simétrica, geodas, brechada y texturas en peine y cucarda. Se describe además, que entre más complejo es el relleno la mena es de mayor ley (Echavarría et al., 2020). La textura más común dentro del distrito corresponde al bandeado crustiforme simétrico, donde los estadios tempranos se encuentran en los bordes de la veta, mientras que los más jóvenes hacia el centro de ésta (Echavarría et al., 2020).

Los minerales de ganga principales corresponden a cuarzo, rodonita, rodocrosita y calcita, además se observan cantidades variables de adularia, illita, baritina y helvita (Echavarría et al., 2020). Los minerales de mena más comunes corresponden a pirita, esfalerita, galena, calcopirita y tetraedrita (Echavarría et al., 2020). Además se ha reconocido polibasita, estefanita, miargirita, calcosina, oro nativo, boulangerita, estibinita, alabandita y otras sulfosales de plata y plomo (Echavarría et al., 2020).

### 3.2.5. Alteración

Se observan tres tipos de alteración hidrotermal en la zona; cuarzo-adularia, cuarzo-illita y propilítica. La alteración de cuarzo-adularia (+ pirita +/- illita) está restringida a los márgenes de las vetas, donde el espesor de la zona alterada es proporcional al espesor de veta, con un ancho que varía entre unos pocos centímetros a unos pocos metros (Chapman y Sinuhaji, 2019; Echavarría et al., 2020).

El cuarzo suele reemplazar la matriz volcánica de las rocas y cuarzo más adularia se presentan en vetas o bandas coliformes (Chapman y Sinuhaji, 2019). La pirita se encuentra diseminada en las vetas y en minerales de hierro-manganeso de roca caja. Illita es producto de la alteración de la plagioclasa y en la matriz de rocas volcánicas (Chapman y Sinuhaji, 2019). La alteración propilítica es un agregado fino de clorita, epidota, calcita y pirita (Chapman y Sinuhaji, 2019). La alteración cuarzo-illita se convierte en cuarzo-adularia en profundidad y la alteración propilítica es de carácter regional y no está asociada a los eventos de mineralización (Chapman y Sinuhaji, 2019).

### 3.2.6. Metalogénesis

Los yacimientos de metales preciosos son formados cercanos a las superficie, por lo general a profundidades no mayores a los 1000 metros, asociados principalmente a actividad volcánica y ocurren a temperaturas que fluctúan entre los 200 y 300°C. A estos yacimientos se les asocia una mineralización principal de Au y Ag con presencia de sulfuros de metales base tales como Cu, Pb y Zn, donde los minerales de mena presentan una zonación vertical (de base a techo) de sulfuros de metales base, seguido por minerales de Ag y finalmente Au tal como se observa en la figura 3.1 (Buchanan, 1981; Townley, 2006). La ubicación de la depositación de metales es en parte función del nivel de ebullición de los fluidos ascendentes, donde casi la totalidad de los metales base se depositan en y por debajo del nivel de ebullición, mientras que metales preciosos se depositan en y sobre este nivel (Buchanan, 1981; Townley, 2006).

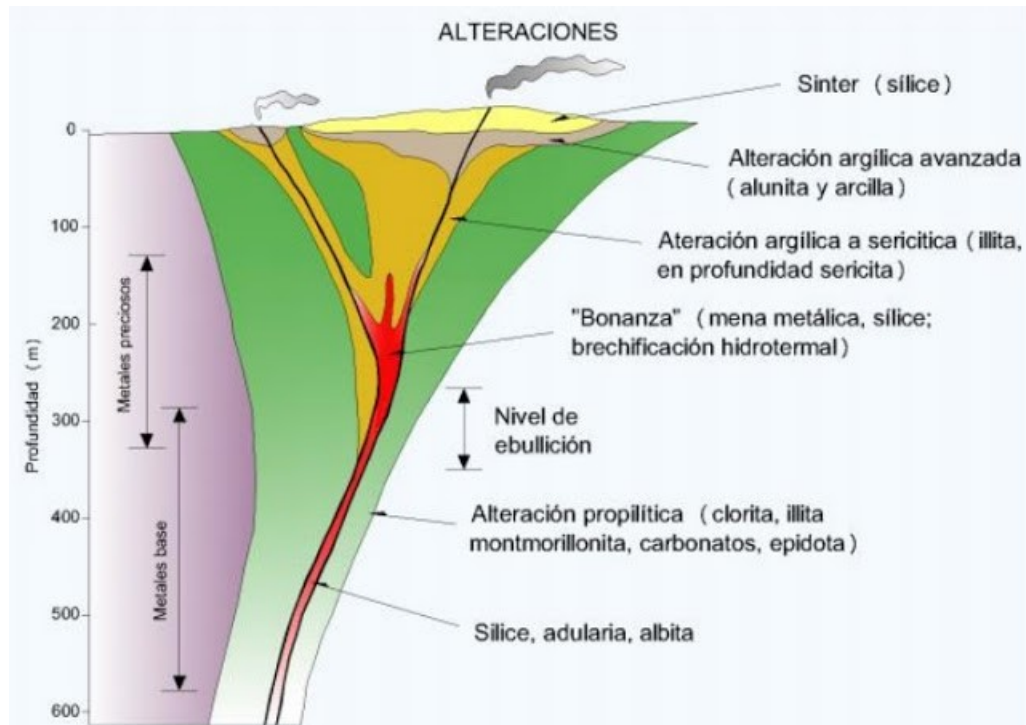


Figura 3.1: Modelo de zonación de alteraciones de un depósito epitermal de baja e intermedia sulfuración (Buchanan, 1981; González Peña, 2010).

El sistema de vetas del distrito de Caylloma se desarrolló como un conjunto de estructuras de dilatación asociado a la tensión generada durante el principal evento compresivo de los Andes (Chapman y Sinuhaji, 2019). También la elevada salinidad de los fluidos y la abundancia de sulfuros de metales base sugiere la contribución de fluidos magmáticos en el sistema hidrotermal. Aunque la ebullición pudo haber ocurrido de manera episódica en la evolución del sistema hidrotermal, esta no está relacionada directamente a la precipitación de la mena, lo que podría indicar que la inyección de fluido magmático con salinidad elevada como la causa de la precipitación del mineral de mena (Ríos, 2015; Echavarría et al., 2020).

### 3.3. Análisis Exploratorio de Datos

El objetivo del análisis exploratorio de datos es caracterizar y visualizar variables de interés de las muestras del yacimiento, tales como leyes o litologías. En esta etapa se revisa la calidad y representatividad de los datos, el soporte de las muestras, su precisión, se corrigen los datos erróneos y se observa los márgenes del dominio de estudio (Soto, 2021).

Para el caso de estudio se cuenta con dos bases de datos de producción; la primera contiene información de 5736 muestras de leyes de Ag, Au, Cu, Pb y Zn, mientras que la segunda contiene 3715 muestras de acumulación de Ag, acumulación de Au, acumulación de Cu, acumulación de Pb, acumulación de Zn y potencia horizontal de la veta en el punto de muestreo. Ambas bases de datos poseen sus coordenadas geográficas (Este, Norte y Cota) y son homotópicas (poseen medición de todas las variables para cada muestra).

#### 3.3.1. Limpieza de datos

Se realiza la limpieza de datos con el objetivo de detectar errores y dar mayor robustez a los datos trabajados. Para las bases de datos, no se encuentran errores asociados a tramos de muestreo duplicados o datos inconsistentes. No obstante, se realiza *capping* (redondeamiento de datos mayores a un límite para las variables de interés) para la ley de plata, ley de oro, acumulación de plata y acumulación de oro, para evitar la generación de artefactos en el modelo de bloques al estimar utilizando los distintos enfoques. Por lo anterior, se redondean todos los datos de plata y acumulación de plata mayores al percentil 99.75, además de los datos de oro y acumulación de oro mayores al percentil 99.5

Tabla 3.1: Máximo, promedio y desviación estándar para la plata, oro, acumulación de plata y acumulación de oro con y sin *capping*.

	Sin <i>Capping</i>			Con <i>Capping</i>		
	Máximo	Promedio	Des. Est.	Máximo	Promedio	Des. Est.
Ag [Kg/ton]	49.005	1.197	3.203	31.294	1.176	2.957
Au [ppm]	45.686	0.153	1.043	3.732	0.114	0.187
Acum. Ag [m Kg/ton]	28.165	0.681	1.609	14.141	0.669	1.48
Acum. Au [m ppm]	18.27	0.09	0.529	2.59	0.071	0.222

De la tabla 3.1 observa que, con *capping*, el valor máximo de plata disminuye de 49.005  $Kg/ton$  a 31.294  $Kg/ton$ , su promedio cambia de 1.197  $Kg/ton$  a 1.176  $Kg/ton$  y la desviación estándar decrece de 3.203 a 2.957. Para el oro, el valor máximo disminuye de 45.686  $ppm$  a 3.732  $ppm$ , su promedio cambia de 0.153  $ppm$  a 0.114  $ppm$  y la desviación estándar decrece de 1.043 a 0.187.

Para las acumulaciones, se observa que al aplicar *capping*, el valor máximo de acumulación de plata disminuye de 28.165  $m \times Kg/ton$  a 14.141  $m \times Kg/ton$ , su promedio cambia de 0.681  $m \times Kg/ton$  a 0.669  $m \times Kg/ton$  y la desviación estándar decrece de 1.609 a 1.480. Para la acumulación de oro, el valor máximo disminuye de 18.270  $m \times ppm$  a 2.590  $m \times ppm$ ,

su promedio cambia de  $0.090 \text{ m} \times \text{ppm}$  a  $0.071 \text{ m} \times \text{ppm}$  y la desviación estándar disminuye de 0.529 a 0.222.

### 3.3.2. Ubicación Espacial y rotación de las coordenadas espaciales

Las bases de datos estudiadas están asociadas a una veta vertical de cuarzo con una orientación aproximada de N64°E, donde la mayor cantidad de muestras de leyes y acumulaciones se concentran entre las cotas 4500-4550 metros.

Con el objetivo de definir direcciones variográficas más claras y disminuir el gasto computacional asociado al cálculo del covariograma transitivo, se realiza una rotación de azimut de 26° para las coordenadas Este y Norte (sin cambiar los valores de cota) con respecto a una línea imaginaria de coordenadas  $X = 2900.5$  e  $Y = 19900.5$ . De la figura 3.2 se observa que la orientación de la veta post rotación es paralela al eje X (Este) y perpendicular al eje Y (Norte). Además, no se modifica la posición relativa entre puntos ni su coordenada Z (Cota) para las bases de datos de leyes, acumulaciones y modelo de bloques.

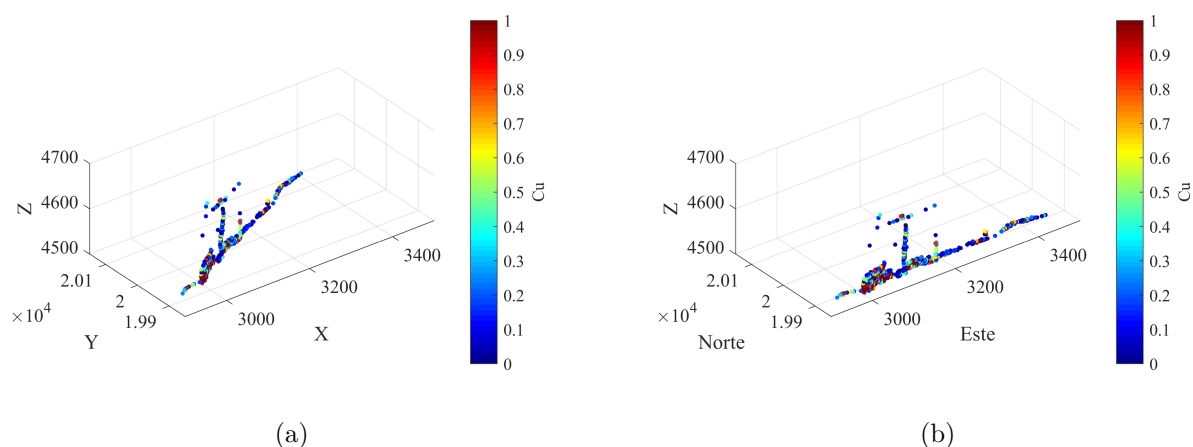


Figura 3.2: **a)** Visualización espacial de ley de Cu no rotada. **b)** Visualización espacial de ley de Cu rotada.



### 3.3.3. Estadísticas Descriptivas

A continuación se presentan la estadísticas descriptivas para la base de datos de leyes y acumulaciones. De la tabla 3.2 se observa que, para todas las leyes, la desviación estándar (Des. Est.) es mayor al promedio. Se aprecia además que los valores máximos para todas las leyes son considerablemente mayores a las medias y al tercer cuartil. De la figura 3.3 se observa de la matriz de correlación que la ley de cobre posee una buena correlación con la ley de plata, plomo y zinc (coeficientes mayores a 0.65), además se posee una fuerte correlación entre ley de plomo y ley de zinc (valor de 0.94). De los coeficientes de variación se aprecia que para todas las leyes los valores son mayor a 0.3, lo que indicaría que estas no presentan una distribución homogénea y al ser mayores a 1 significa que presentan una distribución de alta varianza.

Tabla 3.2: Estadísticas descriptivas básicas para las leyes.

	Ag [Kg/ton]	Au [ppm]	Cu [%]	Pb [%]	Zn [%]
<b>Cuenta</b>	5736	5736	5736	5736	5736
<b>Promedio</b>	1.176	0.114	0.68	0.994	1.4393
<b>Des. Est.</b>	2.957	0.324	1.142	1.432	2.035
<b>Mínimo</b>	0.002	0.001	0.002	0.002	0.002
<b>Primer Cuartil</b>	0.085	0.025	0.085	0.137	0.200
<b>Mediana</b>	0.298	0.045	0.287	0.435	0.619
<b>Tercer Cuartil</b>	0.940	0.093	0.821	1.218	1.815
<b>Máximo</b>	31.294	3.732	17.579	14.636	19.910
<b>Coef. de Variación</b>	2.513	2.837	1.441	1.414	1.672

De la tabla 3.3 se observa que los valores promedios y máximos de acumulaciones son menores a los valores de ley para los elementos plata, oro, cobre, plomo y zinc. Además, se tiene que el valor promedio de potencia de la veta es inferior a un metro, lo que explicaría estadísticos más bajos en comparación con valores de leyes. Al igual que las leyes, se aprecia que la desviación estándar es mayor a la media, y los máximos son considerablemente superiores al promedio y tercer cuartil. De la matriz de correlación (figura 3.4) se observa que al igual que las leyes, la acumulación de cobre tiene buena correlación con la acumulación de plata, plomo y zinc (valores mayores a 0.75), además de que la acumulación de plomo tiene una fuerte correlación con la acumulación de zinc (coeficiente de correlación de 0.95). Cabe destacar que la potencia tiene una baja correlación con el resto de las variables con coeficientes de correlación menores a 0.3. De los coeficientes de variación, se aprecia que para todas las acumulaciones y la potencia el valor es mayor a 0.3, lo que indicaría que las distribuciones son no homogéneas. Además se tiene que para las acumulaciones, el valor del coeficiente es mayor a 1 y menor en comparación con la leyes (a excepción del oro) lo que indica que sus distribuciones son de alta varianza.

Tabla 3.3: Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia.

	Potencia [m]	Acum. Ag [m × Kg/ton]	Acum. Au [m × ppm]	Acum. Cu [m × %]	Acum. Pb [m × %]	Acum. Zn [m × %]
<b>Cuenta</b>	3715	3715	3715	3715	3715	3715
<b>Promedio</b>	0.587	0.669	0.071	0.387	0.548	0.792
<b>Des. Est.</b>	0.330	1.480	0.222	0.612	0.727	1.022
<b>Mínimo</b>	0.070	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<b>Primer Cuartil</b>	0.350	0.055	0.010	0.060	0.090	0.130
<b>Mediana</b>	0.530	0.180	0.030	0.170	0.260	0.390
<b>Tercer Cuartil</b>	0.750	0.606	0.060	0.480	0.720	1.070
<b>Máximo</b>	3.150	14.141	2.590	9.150	8.320	11.480
<b>Coef. de Variación</b>	0.562	2.211	3.097	1.327	1.291	1.581

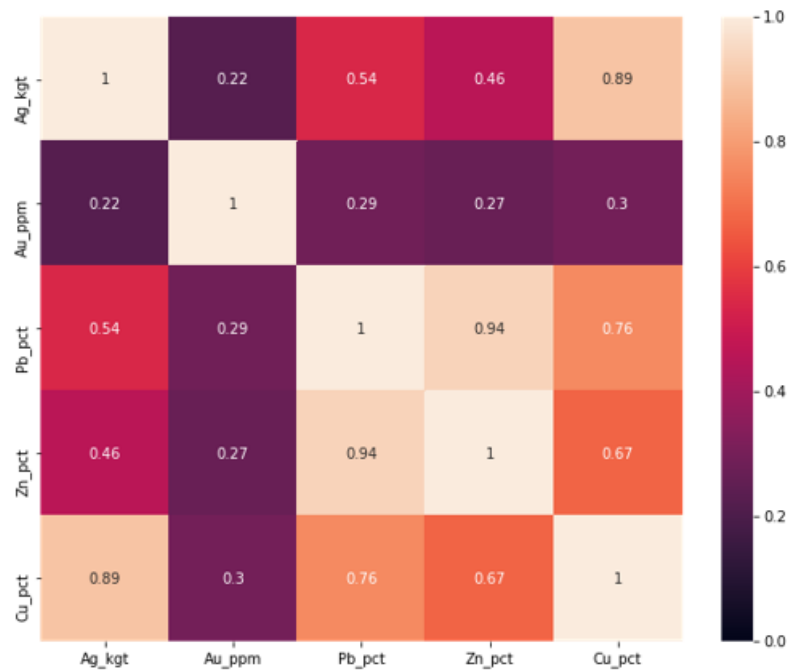


Figura 3.3: Matriz de correlación para leyes.

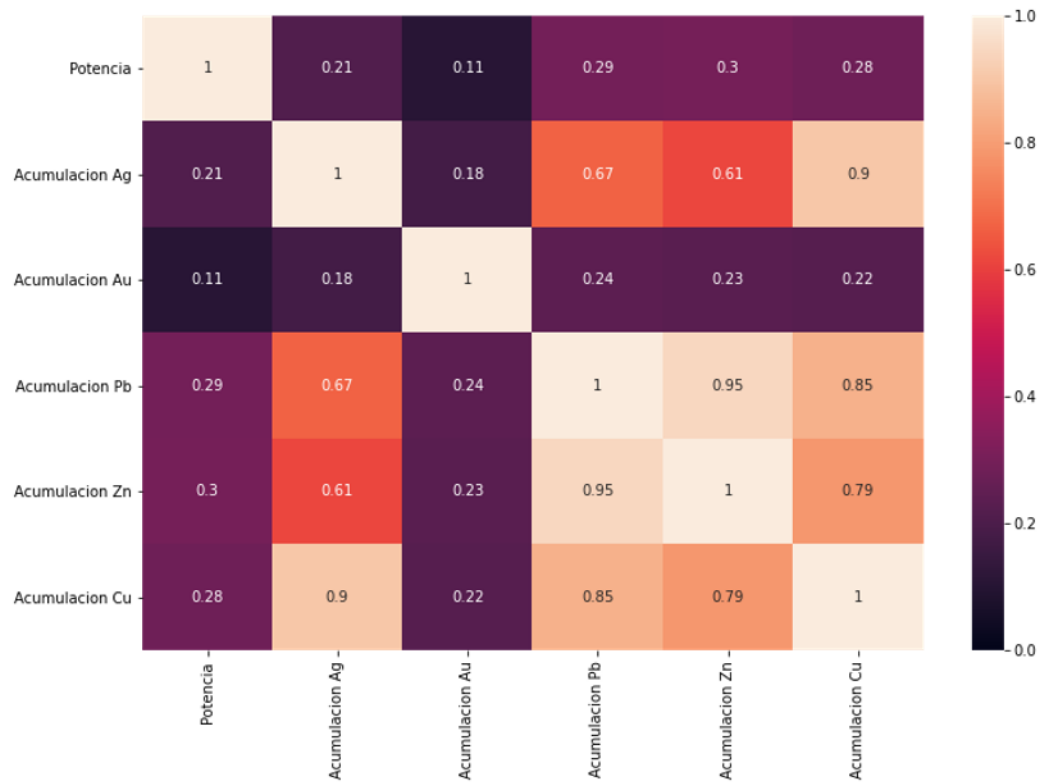


Figura 3.4: Matriz de correlación para potencia y acumulaciones.

Los histogramas (figura 3.5) y gráficos de dispersión (figura A.1), muestran que la ley de plata y acumulación de plata presentan una distribución fuertemente asimétrica (de tipo distribución gamma), donde la mayoría de los datos se concentran en el rango 0-0.5  $Kg/ton$  y 0-0.4  $m \times Kg/ton$  respectivamente. Además se observa que la ley de plata presenta mayor cantidad de datos extremos en comparación con la acumulación de plata.

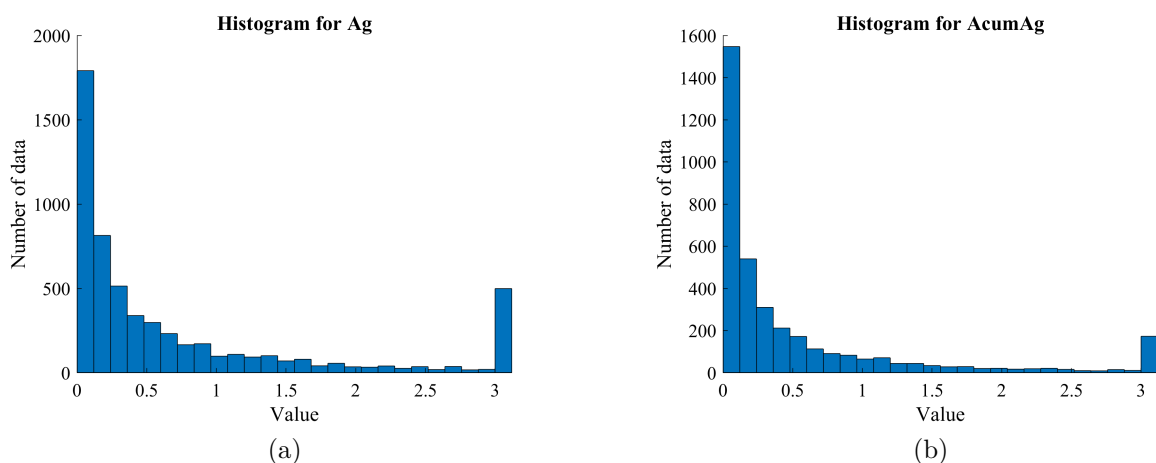


Figura 3.5: Histogramas de plata y acumulación de plata.

De los histogramas de ley y acumulación de oro (figura 3.6) se aprecia que la mayoría de las muestras presentan valores cercanos a cero  $ppm$  ( $m \times ppm$  para la acumulación). Al

comparar los histogramas se aprecia que proporcionalmente, la acumulación de oro tiene mayor concentración de valores cercanos a cero que la ley. De los gráficos de dispersión (figura A.1) se deduce estas variables tienen también una distribución muy asimétrica, lo que es común para este elemento.

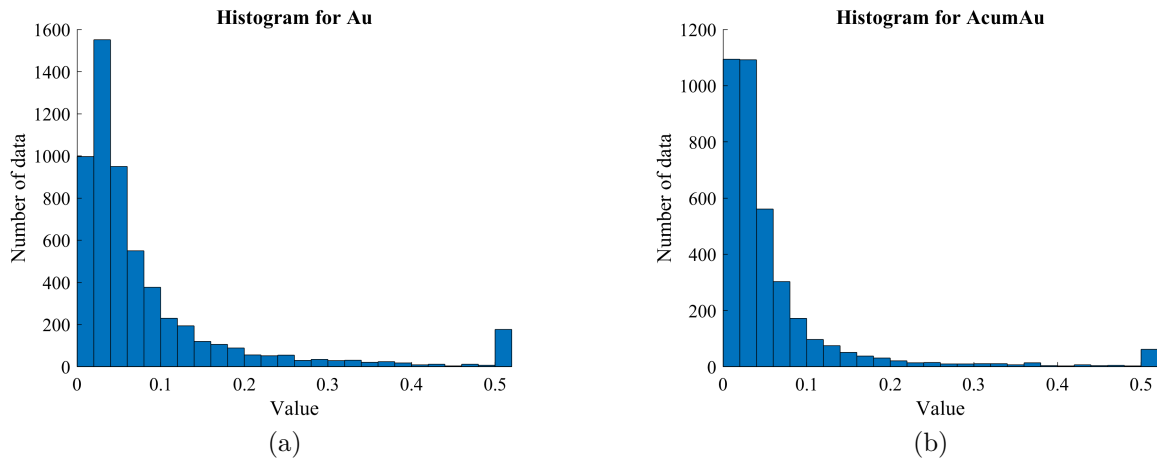


Figura 3.6: Histogramas de oro y acumulación de oro.

Para la ley de cobre y acumulación de cobre se observa de los histogramas (figura 3.7) y gráficos de dispersión (figura A.1) una distribución asimétrica con mayor varianza para la ley de cobre. También, para ambas variables la mayoría de los datos son menores a un 1% y poseen menos datos extremos comparado las leyes de plata y oro.

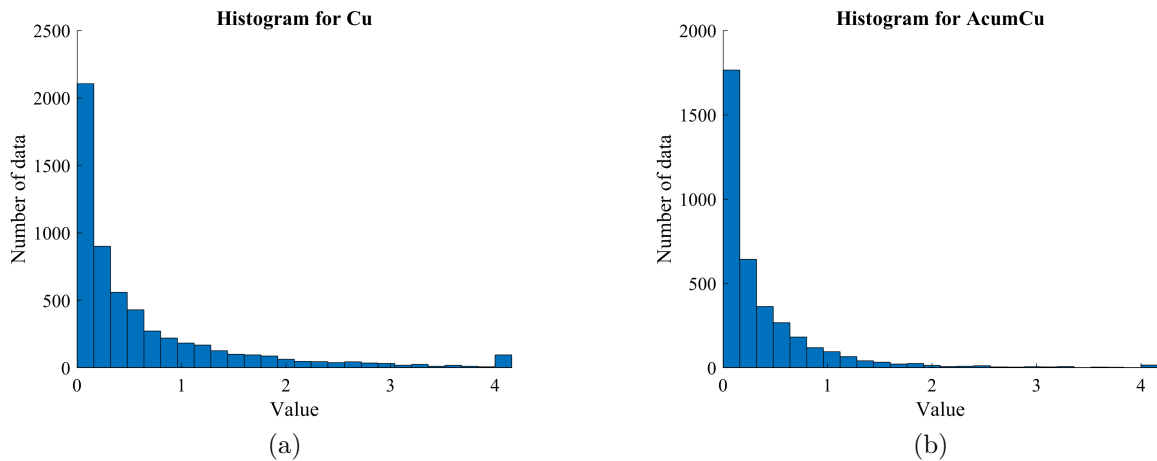


Figura 3.7: Histogramas de cobre y acumulación de cobre.

Para histogramas de plomo y acumulación de plomo (figuras 3.8 y A.1) se aprecia que una distribución de similar forma a las distribuciones de cobre y zinc. Se observa que la mayoría de los datos de ley y acumulación, se encuentran en el rango de 0-1.2% y 0-1m × % respectivamente.

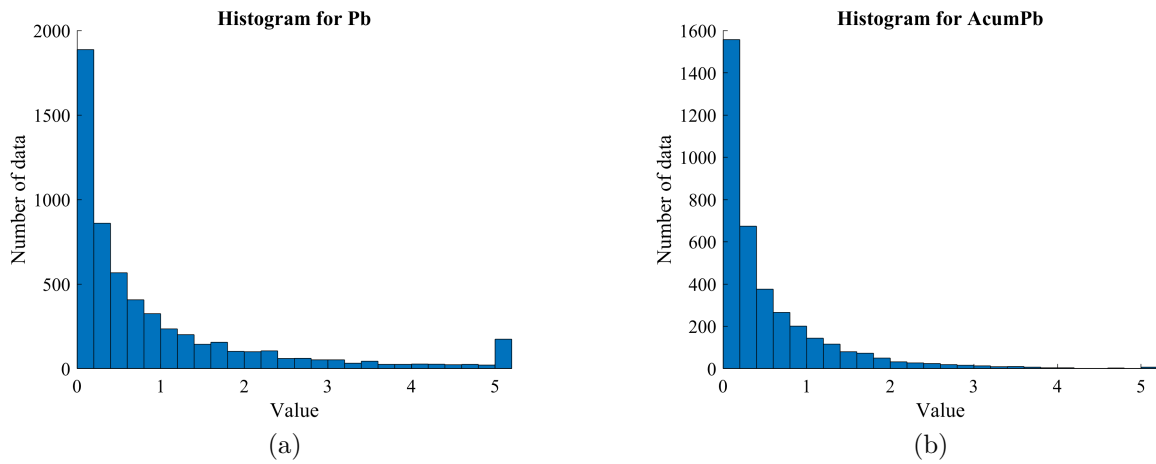


Figura 3.8: Histogramas de plomo y acumulación de plomo.

Para la ley y acumulación de zinc, se observa de las figuras 3.9 y A.1 una distribución asimétrica, donde la mayor concentración de muestras están en el rango 0-2 % y 0-1.8m × % respectivamente. Para la potencia se aprecia una posible distribución menos asimétrica de los datos, donde la mayoría de las muestras se encuentran en el rango 0.3-0.8m.

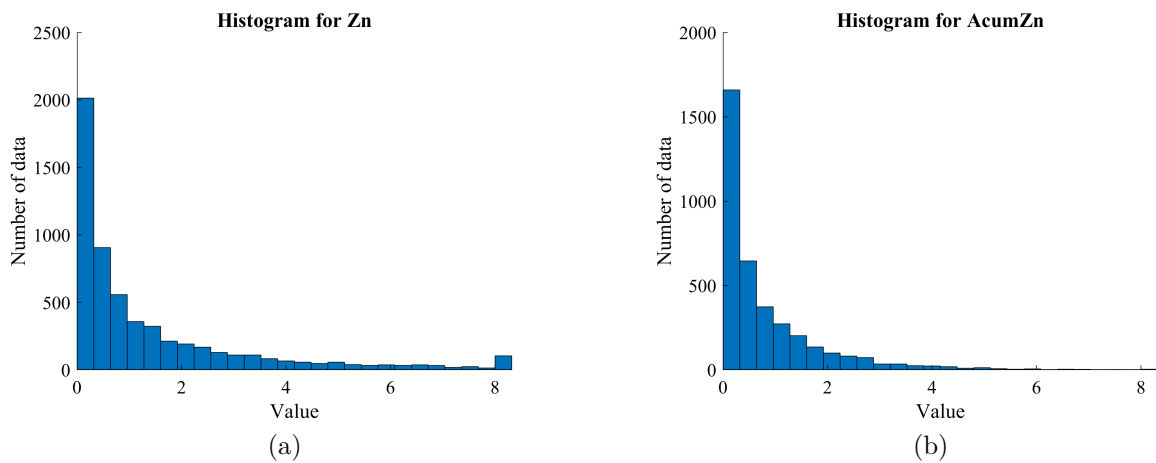


Figura 3.9: Histogramas de zinc y acumulación de zinc.

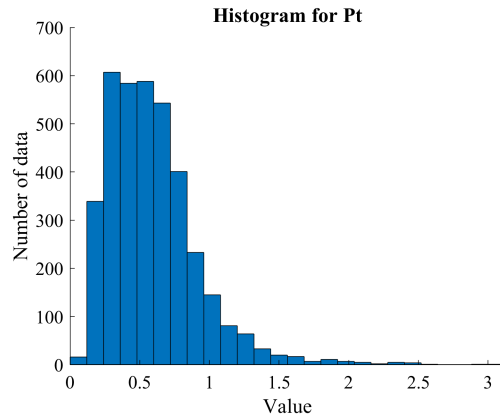


Figura 3.10: Histograma para potencia de veta de la base de datos de acumulación.

### 3.3.4. Ubicación espacial y geometría de la veta

La distribución espacial de las bases de datos de leyes y acumulaciones, muestran la geometría estrecha del cuerpo de estudio, donde el eje Y (Norte) corresponde a la dimensión estrecha. La distancia máxima entre datos del muestreo corresponde a 540 metros para Este-Oeste, 35 metros para Norte-Sur y 210 metros para elevación. Las visualizaciones espaciales para las leyes y acumulaciones de los elementos de interés están disponibles en el Anexo A.3.

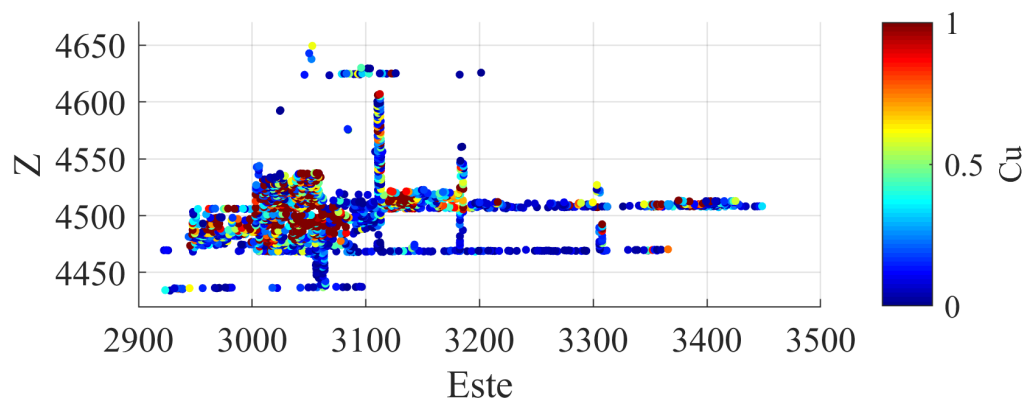


Figura 3.11: Visualización espacial en el plano XZ para ley de cobre.

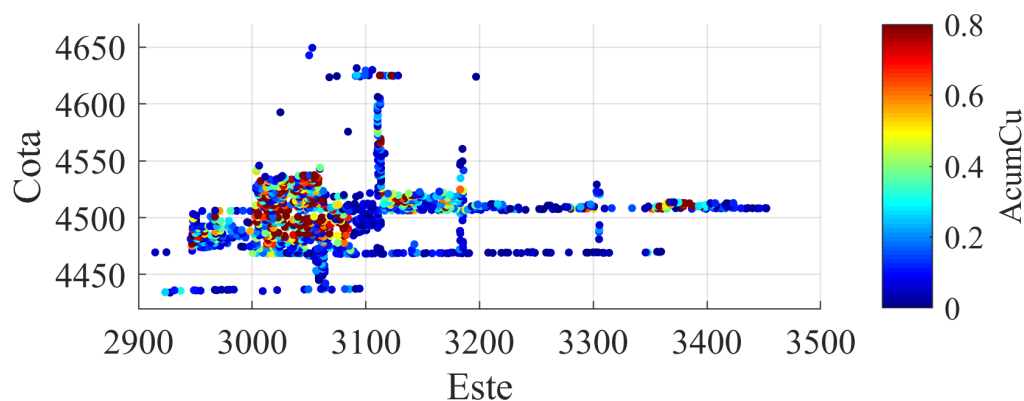


Figura 3.12: Visualización espacial en el plano XZ para acumulación de cobre.

De las figuras 3.11 y 3.12, se aprecia que las bases de datos de leyes y acumulaciones presentan una distribución espacial similar, asociada a un muestreo irregular dentro de la veta. Se observa de estas mismas figuras, una mayor densidad de datos entre las cotas 4500-4550 metros para la elevación y las cotas 2950-3100 metros para la dirección Este-Oeste. Al tener una zona de muestreo preferencial, se recalculan las estadísticas para leyes y acumulaciones aplicando de desagrupamiento por el método de celdas de tamaño de  $10m \times 10m \times 10m$ , considerando que la malla de muestreo es irregular y la distancia promedio entre puntos es de 5 metros.

Tabla 3.4: Estadísticas descriptivas básicas para las leyes desagrupadas.

	Ag [Kg/ton]	Au [ppm]	Pb [%]	Zn [%]	Cu [%]
<b>Cuenta</b>	5736	5736	5736	5736	5736
<b>Promedio</b>	0.887	0.092	0.515	0.766	1.097
<b>Des. Est.</b>	2.445	0.258	0.962	1.240	1.764
<b>Mínimo</b>	0.002	0.001	0.002	0.002	0.002
<b>Primer Cuartil</b>	0.059	0.022	0.059	0.097	0.143
<b>Mediana</b>	0.18	0.038	0.185	0.276	0.382
<b>Tercer Cuartil</b>	0.672	0.076	0.57	0.856	1.238
<b>Máximo</b>	31.294	3.732	17.579	14.636	19.91

De las tablas 3.4 y 3.5 se observa que los datos desagrupados de leyes y acumulaciones, pre-

sentan medias menores a los datos originales. Lo anterior indicaría un muestreo preferencial en las zonas de mayor ley o acumulación.

Tabla 3.5: Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia.

	Potencia [m]	Acum. Ag [m × Kg/ton]	Acum. Au [m × ppm]	Acum. Cu [m × %]	Acum. Pb [m × %]	Acum. Zn [m × %]
Cuenta	3715	3715	3715	3715	3715	3715
Promedio	0.565	0.504	0.055	0.295	0.426	0.608
Des. Est.	0.319	1.272	0.173	0.537	0.646	0.906
Mínimo	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.07
Primer Cuartil	0.330	0.035	0.01	0.04	0.06	0.08
Mediana	0.51	0.104	0.02	0.11	0.18	0.24
Tercer Cuartil	0.725	0.403	0.05	0.33	0.52	0.76
Máximo	3.15	14.142	2.590	9.15	8.32	11.48

Para el modelo de bloques interpretado (figura 3.13), se aprecia que este representa un sector de la veta de estudio, al ser más acotado que la zona de muestreo de datos de leyes y acumulaciones. Este corresponde a un plano tridimensional discretizado en una malla irregular de 1 metros de largo (Eje X), 1 metro de alto (Eje Z) y una ancho variable dada por la variable potencia (tabla 3.6).

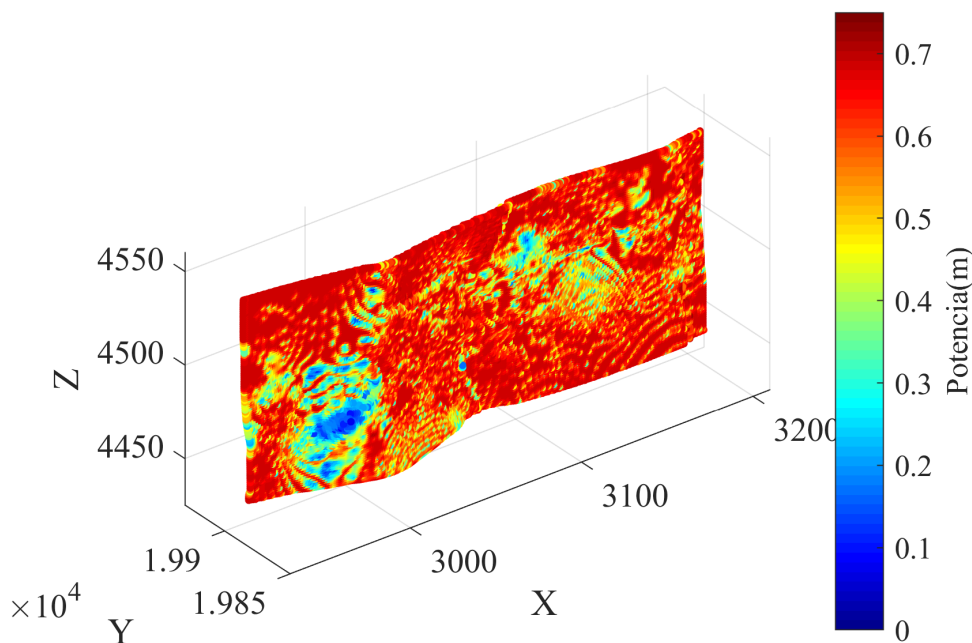


Figura 3.13: Visualizaciones tridimensional modelo de bloques para potencia.



El dominio, al igual que las bases de datos, muestra la geometría estrecha del depósito, donde la extensión en el eje X (Este-Oeste) es de 260 metros, para el eje Y (Norte-Sur) es de 25 metros y para eje Z (elevación) es de 110 metros aproximadamente.

Además de las coordenadas espaciales, el modelo de bloques contiene dos variables de interés adicionales. La primera corresponde al volumen lleno, el cual representa *la completitud de la veta* en un bloque de la grilla, y la potencia representa la ponderación entre el volumen lleno con la potencia promedio. De la figura 3.13 y la tabla 3.6 se observa que la veta en la mayoría de su dominio tiene una potencia de 0.5 a 0.7 metros, donde además se aprecia una fuerte curvatura.

Tabla 3.6: Estadísticas descriptivas para modelo de bloques rotado.

	<b>X (Este)</b>	<b>Y (Norte)</b>	<b>Z (Cota)</b>	<b>Volumen lleno</b>	<b>Potencia [m]</b>
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	3071.50	19890.99	4493.00	0.862	0.587
<b>Des. Est.</b>	76.21	5.02	30.60	0.171	0.117
<b>Mínimo</b>	2940.00	19874.64	4440.50	0.098	0.067
<b>Primer Cuartil</b>	3005.75	19888.33	4466.50	0.794	0.541
<b>Mediana</b>	3071.50	19891.81	4493.00	0.929	0.633
<b>Tercer Cuartil</b>	3137.25	19894.73	4519.50	0.990	0.675
<b>Máximo</b>	3203.00	19900.00	4545.50	1.069	0.728

# Capítulo 4

## Resultados

En este capítulo se presentan los supuestos y resultados para la estimación multivariable de leyes (enfoque directo), estimación multivariable de acumulaciones y potencia (enfoque indirecto) y la estimación multivariable de leyes a través de geoestadística transitiva (enfoque transitivo).

### 4.1. Estimación Multivariable de Leyes

#### 4.1.1. Variables de estudio

Para la estimación a través de cokriging se utiliza la base de datos de leyes, donde las variables a modelar corresponden a ley de plata ( $Kg/ton$ ), ley de oro con capping ( $ppm$ ), ley de cobre (%), ley de plomo (%) y ley de zinc (%). Para el cálculo de recursos se utiliza la variable potencia ( $m$ ) del modelo de bloques como el ancho de la veta.

#### 4.1.2. Análisis variográfico de leyes

Para el análisis variográfico se definen tres direcciones principales (en el referencial rotado) para medir la continuidad espacial de la veta, con orientaciones Este-Oeste (Dirección 1), Norte-Sur (Dirección 2) y elevación (Dirección 3). Los parámetros utilizados para la creación de los variogramas experimentales se observan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1: Parámetros para la creación de variogramas experimentales de leyes.

	Dirección 1	Dirección 2	Dirección 3
Azimut (°)	90	0	0
Tolerancia de Azimut (°)	45	45	22.5
Dip (°)	0	0	90
Tolerancia de Dip (°)	22.5	22.5	22.5
Lag (m)	10.0	4.0	12.0
Tolerancia de Lag (m)	5.0	2.0	6.0
Número de Lags	30	4	15

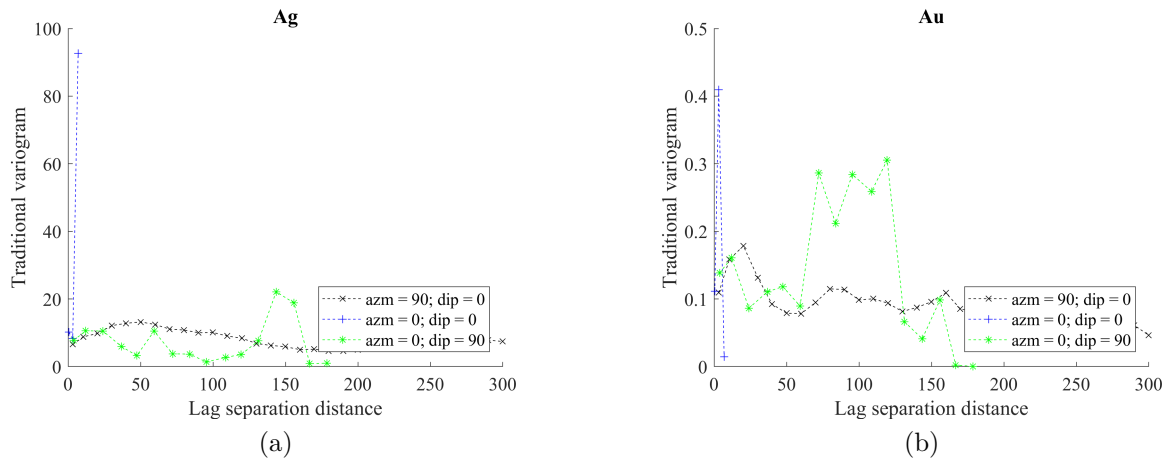


Figura 4.1: Variogramas directos experimentales para leyes de oro y plata.

De los variogramas experimentales de leyes se aprecia que para todas las variables, el valor del variograma para la Dirección 2 (asociada a la dimensión estrecha) presentan un crecimiento extremadamente rápido en comparación con las Direcciones 1 y 3, y una cantidad menor de pares de de datos. Del variograma experimental de ley de plata (figura 4.1(a)), se tiene un alto efecto pepita y decrecimiento con la distancia para Dirección 1, además de un comportamiento errático para la Dirección 3. Se observa del variograma experimental de ley de oro (figura 4.1(b)), el mismo comportamiento que la plata, pero aún más errático.

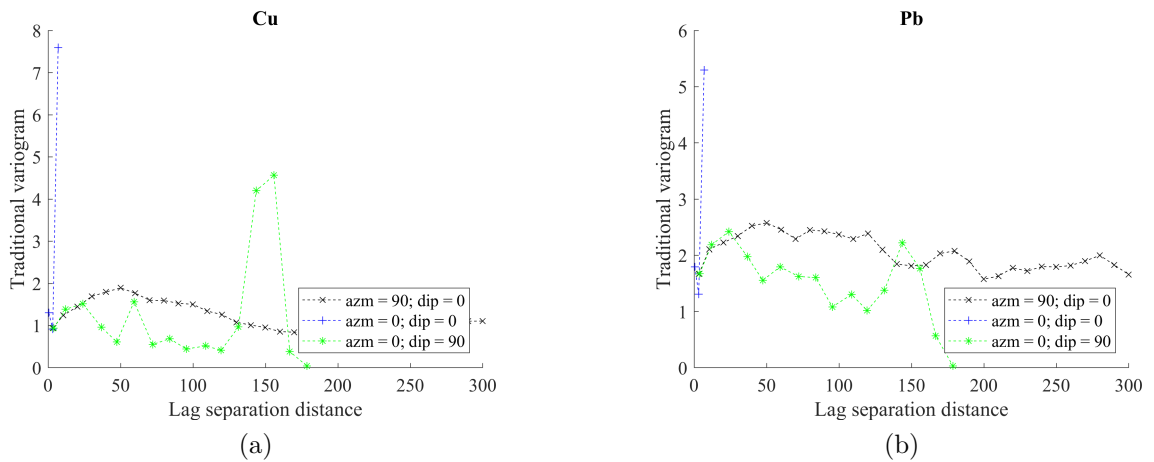


Figura 4.2: Variogramas directos experimentales para leyes de cobre y plomo.

El variograma experimental de ley de cobre presenta un valor de variograma muy alto para la Dirección 2 en comparación con las otras. Además se observa que para la Dirección 3 el variograma es errático entre los 100 y 200 metros, y que la Dirección 1, tiene un leve decrecimiento con la distancia y un efecto pepita considerable. Para los variogramas de ley de plomo y zinc (figuras 4.2(b) y 4.3), se aprecia una forma similar entre estos, con un decrecimiento con la distancia en la Dirección 1 y un comportamiento errático para la Dirección 3.

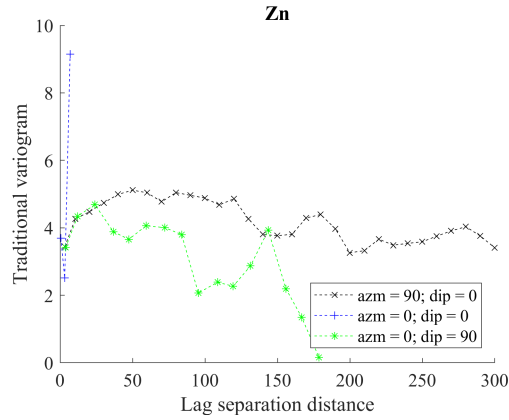


Figura 4.3: Variograma directo experimental para ley de zinc.

Los variogramas cruzados experimentales están disponibles en el Anexo B.1.1.

De los variogramas modelados de leyes, se aprecia que el modelamiento de la continuidad espacial a través de los variogramas experimentales no entrega buenos resultados. Lo anterior está asociado a que se tienen variogramas experimentales decrecientes para la Dirección 1, poca cantidad de pares de datos para la Dirección 2 y un comportamiento errático para la Dirección 3. Por lo anterior se da mayor énfasis al modelado de las leyes de plomo y zinc que presentan la mayor continuidad entre todos los elementos. Los modelos variográficos y los alcances utilizados para las tres direcciones se encuentran en la tabla 4.2 e incluye una estructura de efecto pepita.

Tabla 4.2: Parámetros para variogramas modelados de leyes.

Tipo de Estructura	Estructura	Estructura
	Exponencial	Exponencial
Alcance Dirección 1	25	70
Alcance Dirección 2	5	25
Alcance Dirección 3	15	700

De la figura 4.4(a) se observa que para la ley plata el variograma modelado presenta un alto efecto pepita, mientras que para el oro el modelamiento es prácticamente un efecto pepita puro asociado a ser la variable más errática.

Para la ley de cobre (figura 4.5(a)) se logra un buen modelamiento solo en los primeros 40 metros de la Dirección 1, donde al igual que para las leyes de plata y oro se tiene un comportamiento decreciente y errático para las direcciones 1 y 3. Para las leyes de plomo y zinc (figuras 4.5(b) y 4.6) se observa un buen modelamiento hasta los 100 metros para la Dirección 1, pero al igual que las otras variables no se logra un buen modelamiento para la Dirección 3. Los variogramas cruzados modelados de leyes se encuentran en el Anexo B.1.2.

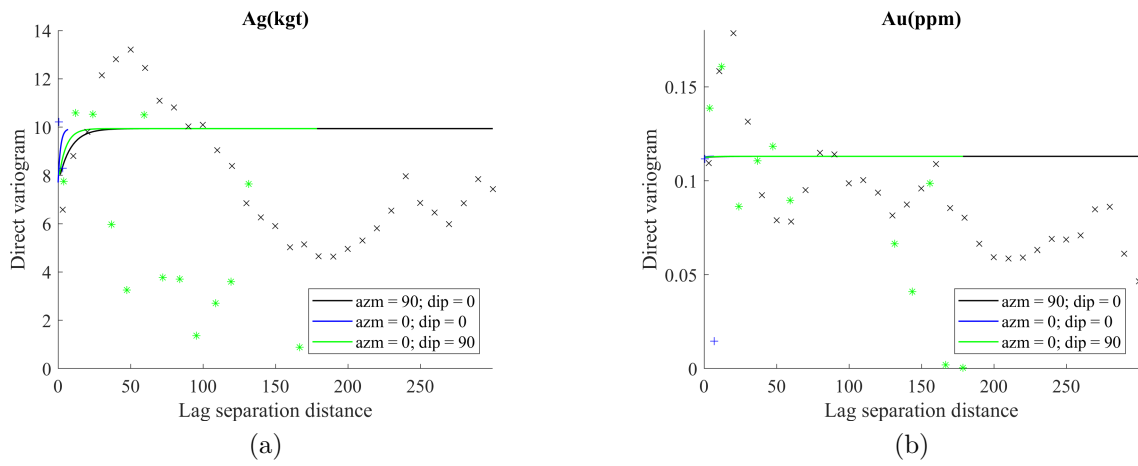


Figura 4.4: Variogramas modelados para leyes de oro y plata.

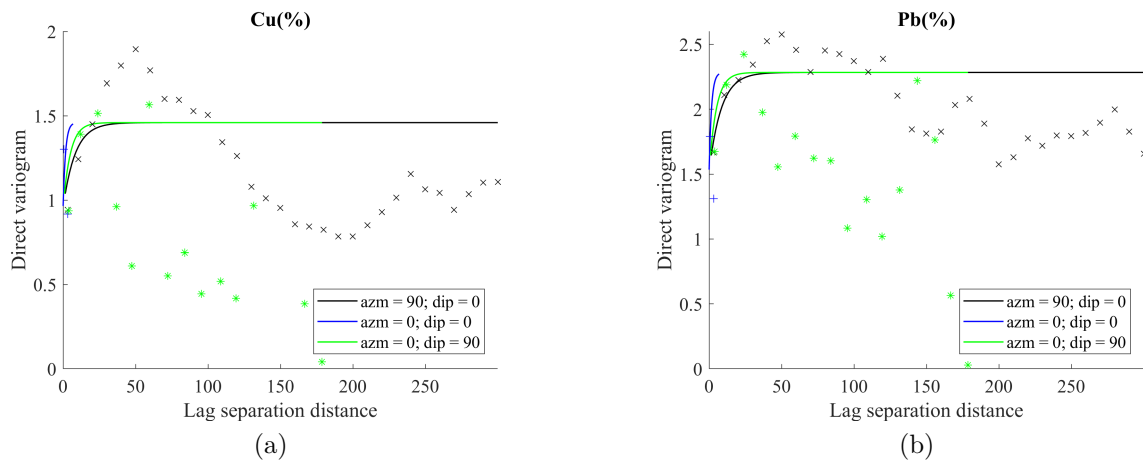


Figura 4.5: Variogramas modelados para leyes de cobre y plomo.

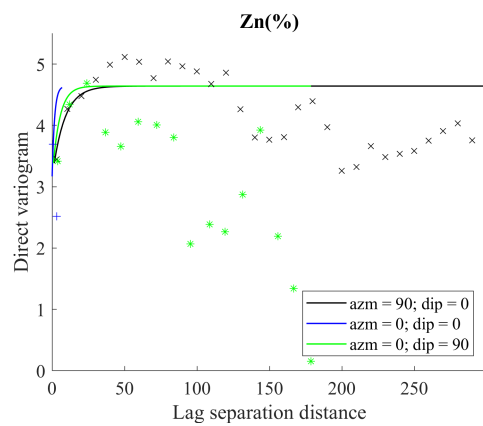


Figura 4.6: Variograma modelado para zinc.

### 4.1.3. Estimación a través de cokriging

La estimación de leyes se realiza a través de cokriging ordinario y la verificación del modelo a través de validación cruzada. De los parámetros de estimación se utiliza un vecindario de búsqueda de  $900m \times 400m \times 900m$  para las coordenadas X, Y y Z respectivamente. Además, se utilizan 150 datos para la estimación sin el uso de octantes, con el fin de evitar la formación de artefactos (discontinuidades en la estimación asociadas a los parámetros de vecindad de cokriging) en el modelo de bloques, producto de la geometría estrecha del yacimiento. Los bloques estimados con valores negativos son redondeados a 0 (menos de un 3 % de los bloques para la ley plata).

#### 4.1.3.1. Validación cruzada

Los resultados de validación cruzada para la estimación multivariable de leyes se observan en la tabla 4.3. Las medias del error de predicción y error de predicción estandarizado son cercanas a 0, lo que indica que los resultados no poseen sesgo global. La desviación estándar (Des. Est.) del error estandarizado posee valores similares para todas las leyes con valores aproximados de 0.9 (cerca de 1), lo que indicaría que los variogramas modelados cuantifican correctamente el error de estimación cometido.

Tabla 4.3: Resultados de validación cruzada para cokriging de leyes.

	Ag (Kg/ton)	Au (ppm)	Cu (%)	Pb (%)	Zn (%)
Media del error de predicción	-0.021	-0.004	-0.007	-0.010	-0.014
Des. Est. del error de predicción	2.666	0.310	0.977	1.223	1.727
Media del error de predicción estandarizado	-0.007	-0.012	-0.006	-0.007	-0.006
Des. Est. del error de predicción estandarizado	0.911	0.921	0.913	0.910	0.898

De las nubes de dispersión entre los valores reales y estimados (figuras 4.7 y 4.8), se aprecian las líneas de la identidad (negra) y regresión condicional (roja). De estos gráficos se observa que para todas las variables a excepción del oro, la regresión condicional se aleja de la identidad en el tramo de alta ley, lo que indicaría la presencia de sesgo condicional al momento de estimar los valores más altos. Lo anterior es especialmente visible para las leyes de plata y cobre. También se observa de los gráficos que los valores máximos de predicción para las leyes son significativamente menores a los valores originales.

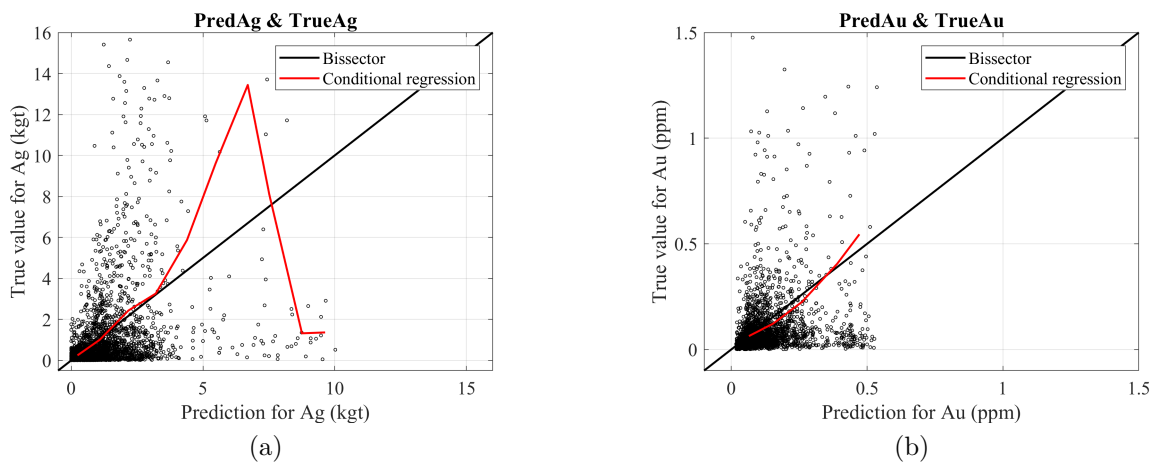


Figura 4.7: Gráficos de validación cruzada para leyes de plata y oro.

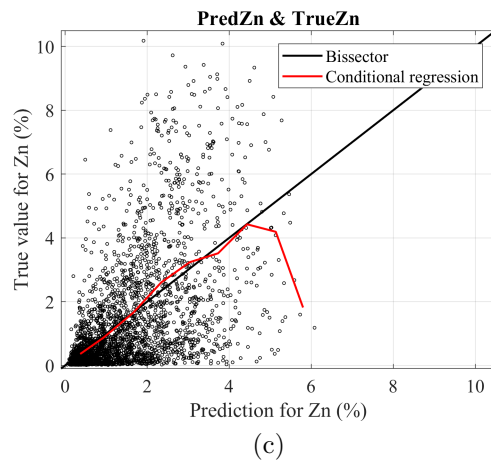
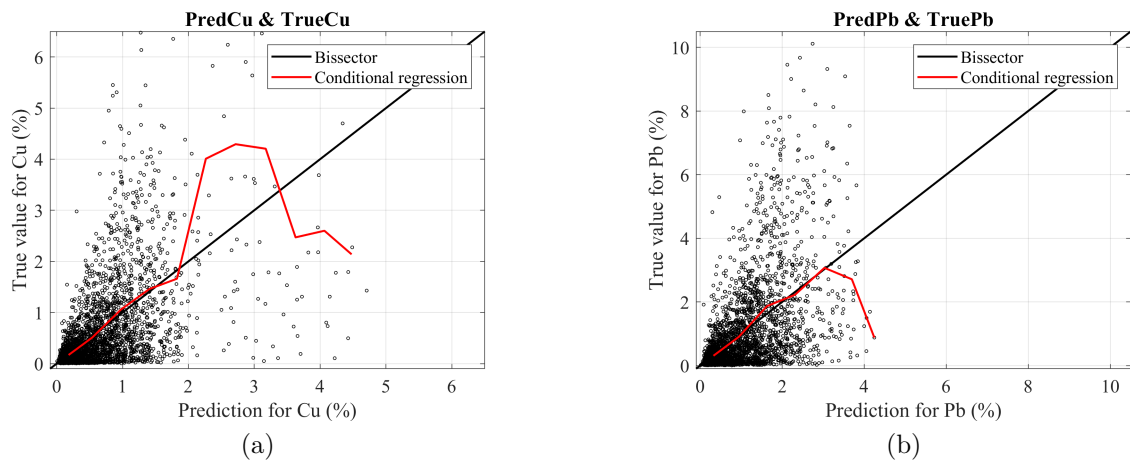


Figura 4.8: Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre, plomo y zinc.

### 4.1.3.2. Modelo de bloques

Los resultados de estimación del modelo de bloques quedan resumidos en la tabla 4.4 y los resultados de varianza de cokriging se observan en la tabla B.1 (anexo). De los estadísticos se aprecia que los promedios de leyes obtenidos son menores a los datos originales (tabla 3.2). De los valores máximos, estos son considerablemente menores a los valores originales asociados al suavizamiento del cokriging. De los mínimos de estimación se tienen valores similares a las estadísticas originales para todas las variables.

Tabla 4.4: Resultados de estimación multivariable de leyes para el modelo de bloques.

	Predicción de Ag [Kg/ton]	Predicción de Au [ppm]	Predicción de Cu [%]	Predicción de Pb [%]	Predicción de Zn [%]
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	0.771	0.098	0.498	0.779	1.127
<b>Des. Est.</b>	1.020	0.068	0.477	0.618	0.898
<b>Mínimo</b>	0.000	0.018	0.031	0.078	0.110
<b>Primer Cuartil</b>	0.132	0.054	0.171	0.308	0.401
<b>Mediana</b>	0.467	0.087	0.375	0.587	0.857
<b>Tercer Cuartil</b>	1.030	0.121	0.637	1.077	1.600
<b>Máximo</b>	9.644	0.548	4.632	4.001	5.535

De las visualizaciones espaciales en el plano XZ para la estimación del modelo de bloques, se observa que para la plata (figura 4.9) los bloques con mayor ley se encuentran en cúmulos en el centro de la veta, entre las cotas 3000-3100 Este y cercanas a la cota 4500 de elevación. Las leyes más bajas se observan en las zonas más profundas y hacia el Este en la veta.

Para el oro se aprecia de la figura 4.10 que las leyes más altas están en un cúmulo en el sector centro-superior de la veta entre las cotas 3025-3050 Este y arriba de los 4500 de elevación. En la visualización de las leyes de cobre (figura 4.11) se observa que el sector centro-oeste de la veta tiene una mayor concentración de leyes altas (cercanas a la cota 4500 para Z), mientras que las cotas inferiores a 4475 presentan las leyes más bajas.

Para el plomo y el zinc (figuras 4.12 y 4.13) se aprecia una distribución similar en sus leyes, donde los valores más altos se concentran en el sector centro-oeste de la veta (entre los 2960-3100 este). También se observa para estas variables, un cúmulo de gran dimensión en el sector Este del modelo de bloques, entre las cotas 3120-3150 Este. Este cúmulo también se ve en la estimación de plata y cobre, pero es de una dimensión considerablemente menor.

Otras visualizaciones de la estimación por cokriging de leyes se encuentran disponibles en el Anexo B.2.



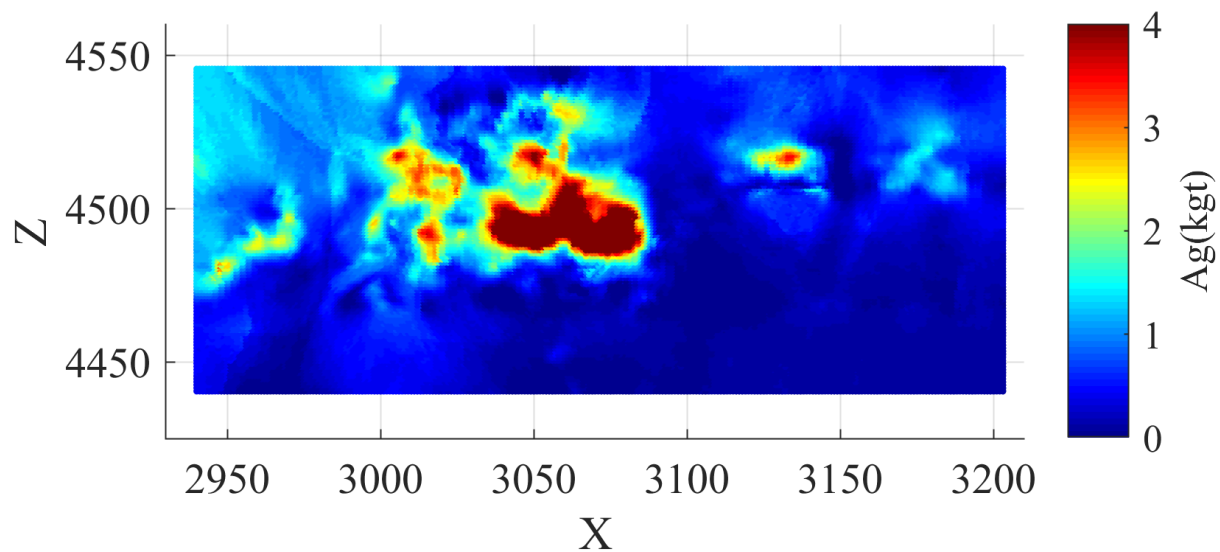


Figura 4.9: Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de leyes.

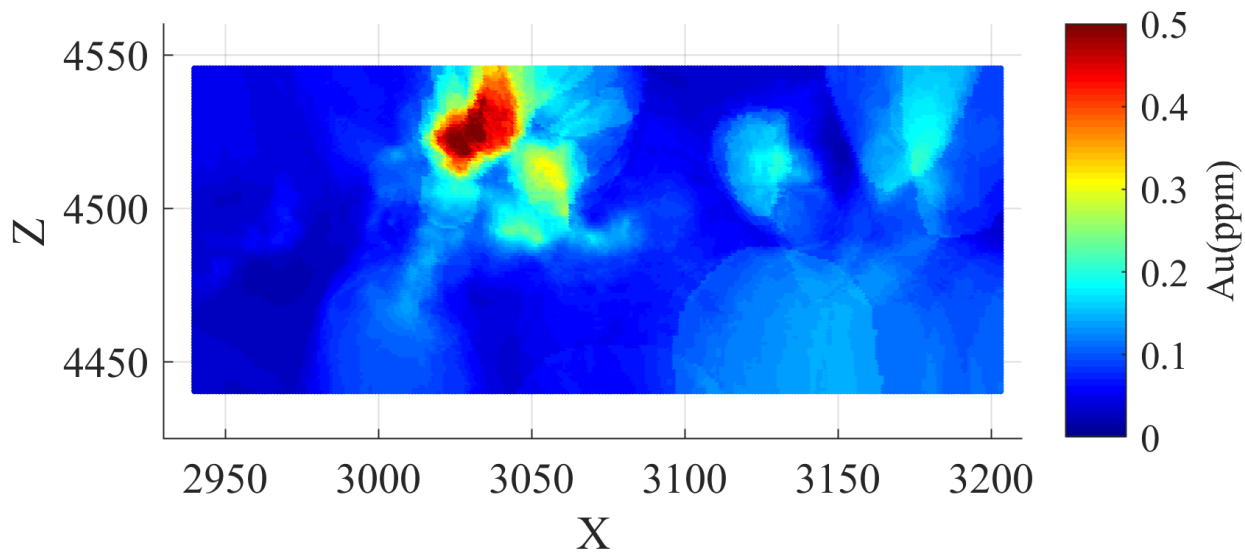


Figura 4.10: Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de leyes.

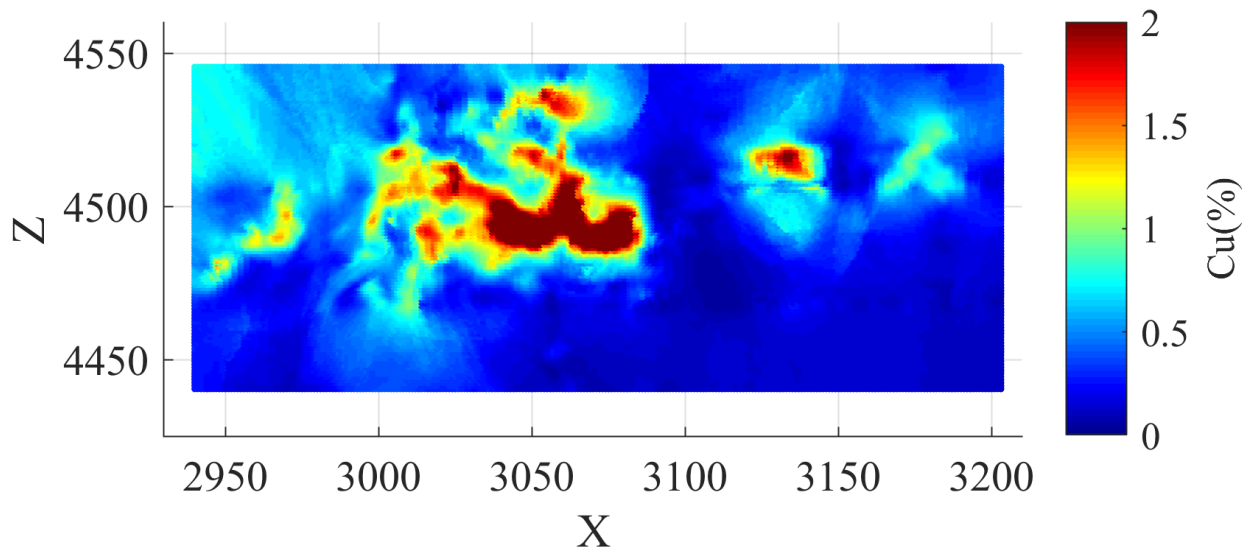


Figura 4.11: Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de leyes.

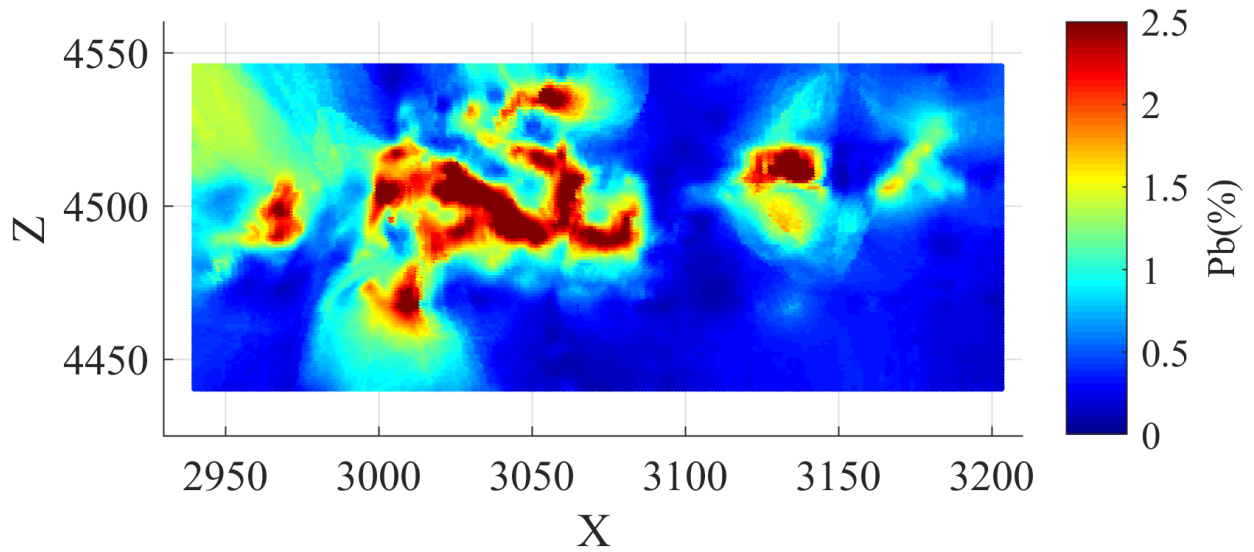


Figura 4.12: Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de leyes.

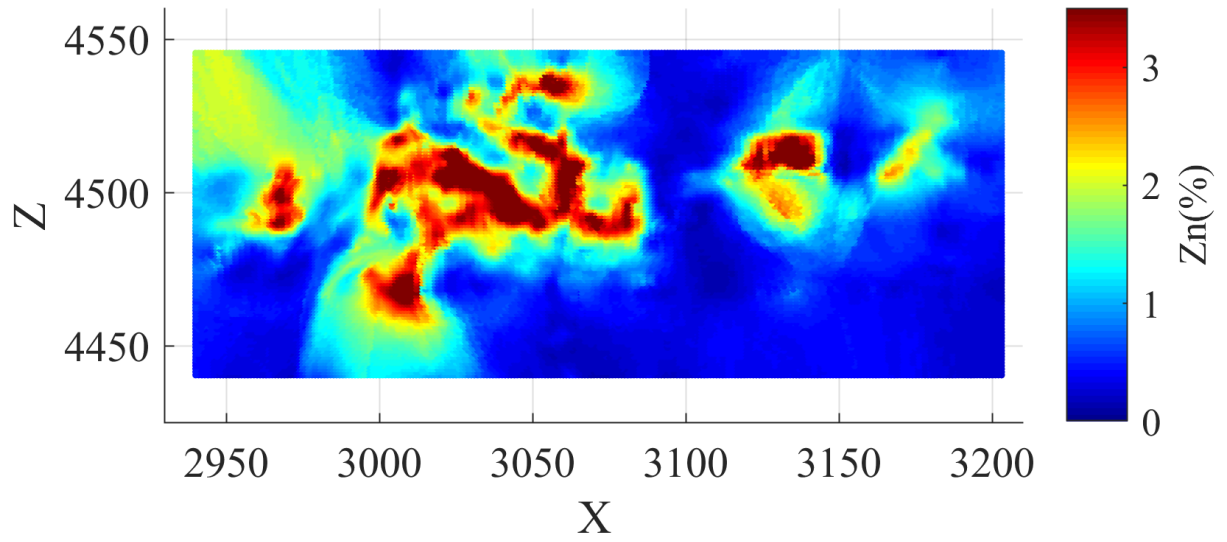


Figura 4.13: Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de leyes.

## 4.2. Estimación Multivariable de Acumulaciones

### 4.2.1. Variables de estudio

Para la estimación a través de cokriging de los elementos de interés, se utiliza la base de datos de acumulaciones, donde las variables a estimar corresponden a la acumulación de plata ( $m \times Kg/ton$ ), acumulación de oro ( $m \times ppm$ ), acumulación de cobre ( $m \times \%$ ), acumulación de plomo ( $m \times \%$ ), acumulación de zinc ( $m \times \%$ ) y potencia ( $m$ ).

A diferencia de trabajos anteriores que utilizan el *enfoque indirecto*, la base de datos de acumulaciones y el modelo de bloques de la veta no son transformados del espacio tridimensional a uno bidimensional. Lo anterior está asociado a que el modelo de bloques corresponde a un plano tridimensional deformado. Con esto se evita distorsionar la posición relativa entre los datos, ya que la veta y la malla de muestreo presentan una fuerte curvatura.

Para el cálculo de recursos, se utiliza la potencia estimada por cokriging como el ancho de la veta.

### 4.2.2. Análisis variográfico de acumulaciones y potencia

Al igual que el análisis variográfico para la estimación multivariable de leyes, se definen tres direcciones (en el referencial rotado) para medir la continuidad espacial de la veta. La Dirección 1 tiene orientación, Este-Oeste, la Dirección 2 tiene orientación Norte-Sur y la Dirección 3 está orientada con la elevación. Los parámetros para los variogramas experimentales de acumulaciones y potencia quedan expresados en la tabla 4.5.

Tabla 4.5: Parámetros para variogramas experimentales de acumulaciones y potencia.

	Dirección 1	Dirección 2	Dirección 3
Azimut ( $^{\circ}$ )	90	0	0
Tolerancia de Azimut ( $^{\circ}$ )	45	45	22.5
Dip ( $^{\circ}$ )	0	0	90
Tolerancia de Dip ( $^{\circ}$ )	22.5	22.5	22.5
Lag (m)	10.0	5.0	15.0
Tolerancia de Lag (m)	5.0	2.5	7.5
Número de Lags	30	3	12

Se observa de los variogramas experimentales que para la Dirección 2 presentan un crecimiento similar en comparación con las otras dos direcciones (a diferencia de los variogramas de leyes) y una cantidad considerablemente menor de pares de datos. El variograma experimental de acumulación de plata (figura 4.14(a)) posee un alto efecto pepita y un comportamiento errático más fuerte para la Dirección 3. También se aprecia que el variograma decrece rápidamente después de los 50 metros para la Dirección 1.

Para el variograma experimental de acumulación de oro (figura 4.14(b)) se observa un comportamiento errático, donde se aprecia un fuerte decrecimiento para la Dirección 3 después de los 120 metros y un decrecimiento no tan marcado para la Dirección 1. Lo anterior

puede estar asociado al capping realizado para esta variable.

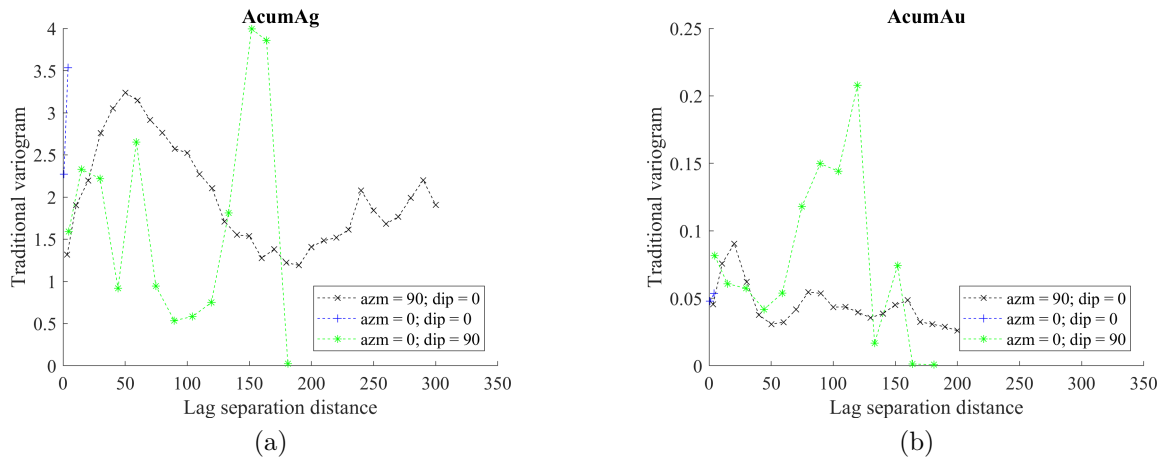


Figura 4.14: Variogramas directos experimentales para acumulaciones de oro y plata.

Para el variograma experimental de acumulación de cobre (figura 4.15(a)), se observa un comportamiento errático para la Dirección 3 y un decrecimiento menor en comparación con la acumulación de plata para la Dirección 1. Para la acumulación de plomo (figura 4.15(b)) se observa un comportamiento similar a la acumulación de cobre, pero con un comportamiento menos errático y valores máximos del variograma similares para las tres direcciones.

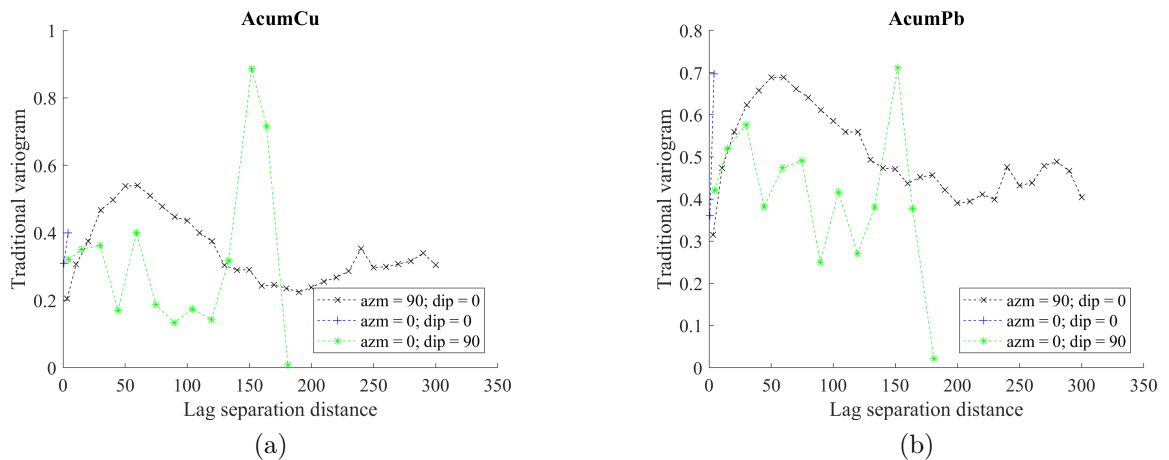


Figura 4.15: Variogramas directos experimentales para acumulaciones de cobre y plomo.

Para el variograma experimental de zinc (figura 4.16(a)), se aprecia que este tiene una forma similar al variograma de plomo asociado posiblemente a la alta correlación entre estas dos variables. Finalmente para el variograma de potencia (figura 4.16(b)), se observa un efecto pepita considerable para las direcciones 1 y 3, además de que es el único variograma con una meseta prominente con valor aproximando de 0.1 para la Dirección 1.

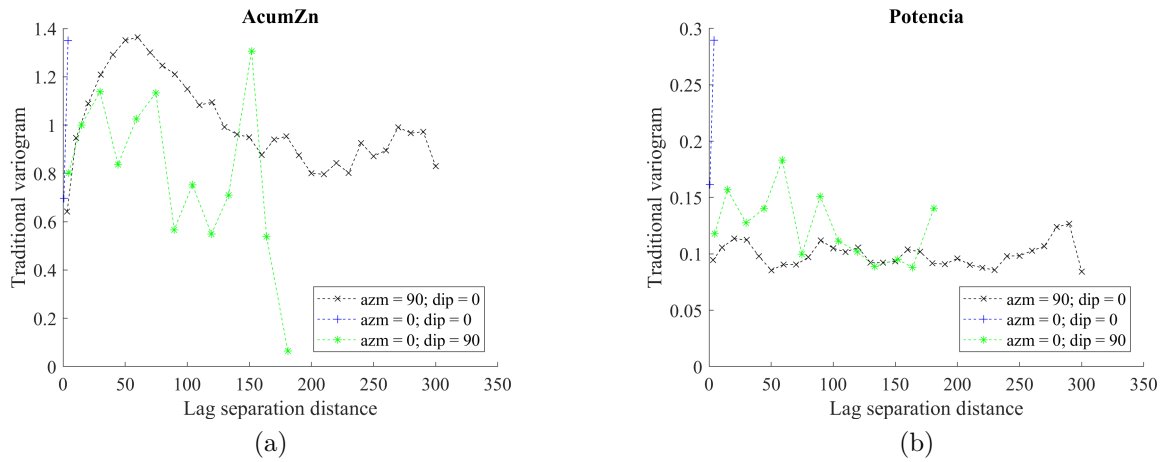


Figura 4.16: Variogramas experimentales para acumulación de zinc y potencia.

Los variogramas experimentales cruzados para acumulaciones y potencia están disponibles en el Anexo C.1.1.

El modelamiento de las acumulaciones y la potencia, al igual que para leyes, no entrega buenos resultados asociado a variogramas experimentales decrecientes para la Dirección 1, poca cantidad de pares para la Dirección 2 y el carácter errático para la Dirección 3. Por lo anterior, se da énfasis a los variogramas más regulares para el modelamiento, los cuales son la acumulación de plomo y zinc. Los modelos variográficos y los alcances utilizados para las tres direcciones se encuentran en la tabla 4.6 e incluyen una estructura de efecto pepita.

Tabla 4.6: Parámetros para variogramas modelados de acumulaciones y potencia.

<b>Tipo de Estructura</b>	<b>Estructura</b>	<b>Estructura</b>
	Exponencial	Exponencial
<b>Alcance Dirección 1</b>	40	100
<b>Alcance Dirección 2</b>	10	25
<b>Alcance Dirección 3</b>	75	9999

De la figura 4.17(a) se observa que, para el variograma de plata modelado, la estructura principal corresponde a un efecto pepita, mientras que para la acumulación de oro (figura 4.17(b)), el modelado es prácticamente un efecto pepita puro. Para el variograma modelado de acumulación de cobre (figura 4.18(a)), se observa un buen modelamiento los primeros 40 metros para las direcciones 1 y 3. Para la acumulación de plomo se logra un buen modelado los primeros 50 metros para la Dirección 1.

El variograma modelado de zinc (figura 4.19(a)) presenta un buen ajuste en los primeros 50 metros para la Dirección 1. Para el variograma de potencia (figura 4.19(b)), se observa al igual que el oro que la estructura de efecto pepita es preponderante. Los variogramas modelados cruzados de acumulaciones y potencia se encuentran en el Anexo C.1.2.

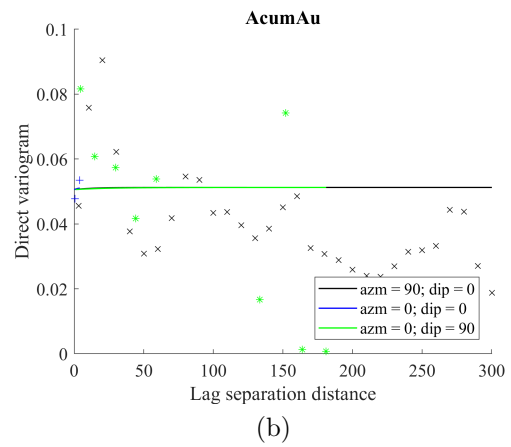
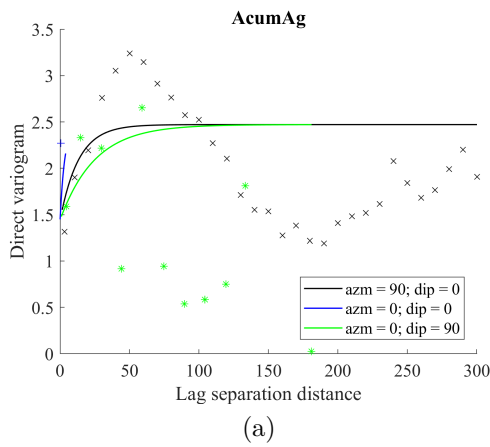


Figura 4.17: Variogramas modelados para acumulaciones de oro y plata.

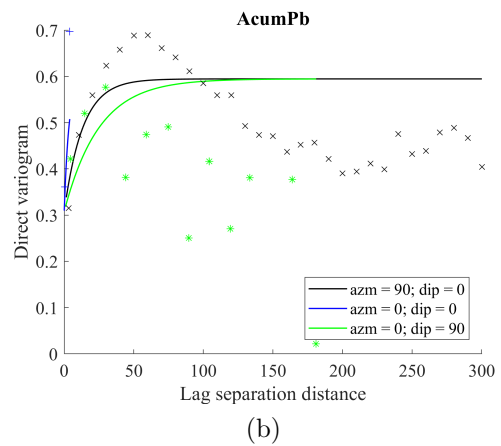
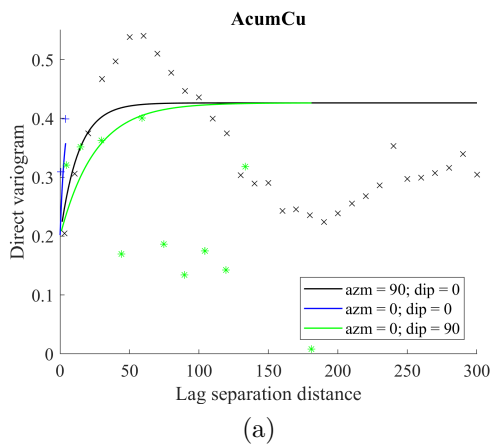


Figura 4.18: Variogramas modelados para acumulaciones de cobre y plomo.

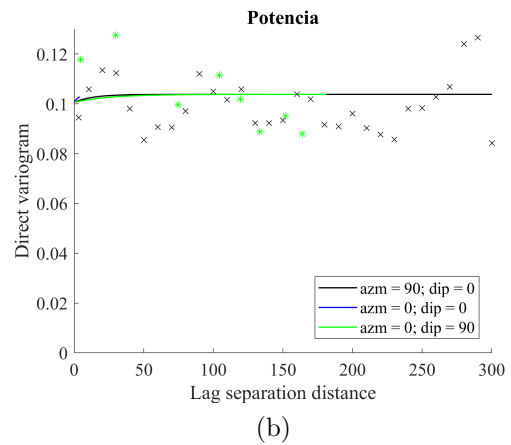
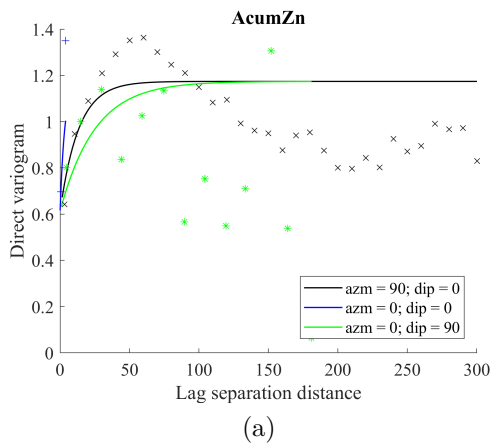


Figura 4.19: Variogramas modelados para acumulaciones de zinc y potencia de veta.

### 4.2.3. Estimación a través de cokriging

La estimación de acumulaciones y potencia se realiza a través de cokriging ordinario y la verificación del modelo a través de validación cruzada. De los parámetros de estimación se utiliza un vecindario de búsqueda de  $900m \times 400m \times 900m$  para las coordenadas X, Y y Z respectivamente. Además, se utilizan 150 datos para la estimación sin el uso de octantes para evitar la formación de artefactos en el modelo de bloques. Los bloques estimados con valores negativos son redondeados a 0 (menos de un 1 % de los bloques para la acumulación de plata, cobre y zinc).

#### 4.2.3.1. Validación Cruzada

Los resultados de validación cruzada para la estimación multivariable de acumulaciones y potencia se observan en la tabla 4.7. Las medias del error de predicción y error de predicción estandarizado para las acumulaciones y potencia son cercanas a 0, lo que indica que los resultados no poseen sesgo global. Con respecto a la desviación estándar del error estandarizado, ésta posee cifras similares para todas las acumulaciones (y la potencia) con valores aproximados de 0.9 (cerca de 1), lo que indicaría que los variogramas modelados cuantifican adecuadamente el error cometido.

Tabla 4.7: Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging de acumulaciones y potencia.

	Acum. Ag [m × Kg/ton]	Acum. Au [m × ppm]	Acum. Cu [m × %]	Acum. Pb [m × %]	Acum. Zn [m × %]	Potencia [m]
Media del error de predicción	-0.006	-0.002	-0.003	-0.004	-0.006	-0.001
Des. Est. del error de predicción	1.329	0.119	0.466	0.552	0.773	0.304
Media del error de pred. estandarizado	-0.003	-0.018	-0.005	-0.007	-0.007	-0.004
Des. Est. del error de pred. estandarizado	0.936	0.890	0.940	0.913	0.908	0.954

De la tabla 4.8 se aprecia la media y la desviación estándar de los resultados de validación cruzada de acumulación y potencia transformados a leyes (dividiendo la acumulación por la potencia). Las medias del error de predicción para las leyes son cercanas a 0, lo que indicaría que los resultados no poseen sesgo global. Además al comparar las tablas 4.7 y 4.8, se aprecia que la desviación estándar de las leyes es mayor a las acumulaciones asociado a que las primeras tienen una mayor escala (al ser la potencia promedio menor a 1 metro).

Tabla 4.8: Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging de potencia y acumulaciones transformadas a leyes.

	Ag (Kg/ton)	Au (ppm)	Cu (%)	Pb (%)	Zn (%)
Media del error de predicción	-0.014	0.012	0.007	0.032	0.050
Des. Est. del error de predicción	1.722	0.444	0.630	0.858	1.226

De las nubes de dispersión entre los valores reales y estimados para las leyes calculadas a través de las acumulaciones y la potencia (figuras 4.20, 4.21 y 4.22), se tiene las líneas de identidad (negra) y regresión condicional (roja). De los gráficos se aprecia que para todas las leyes, la regresión condicional se aleja de la identidad en los tramos de alta ley, lo que



indicaría la presencia de sesgo condicional al momento de estimar los valores más altos. Para la potencia, se observa que la regresión condicional es cercana a la identidad.

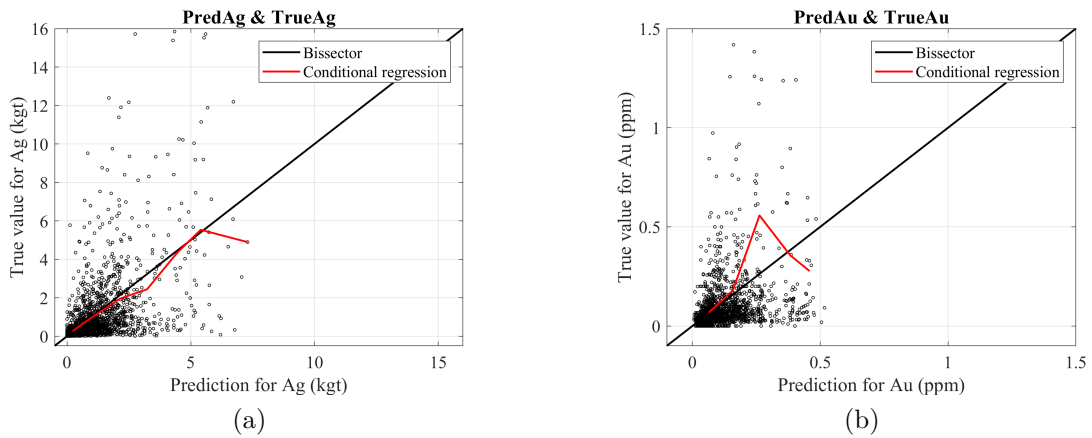


Figura 4.20: Gráficos de validación cruzada para leyes de plata y oro calculadas con las acumulaciones y potencia.

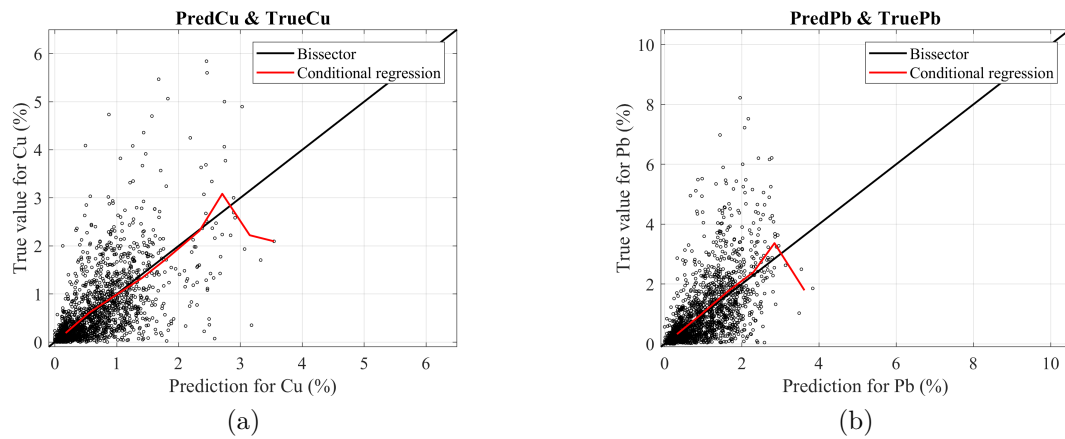


Figura 4.21: Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre y plomo calculadas con las acumulaciones y potencia.

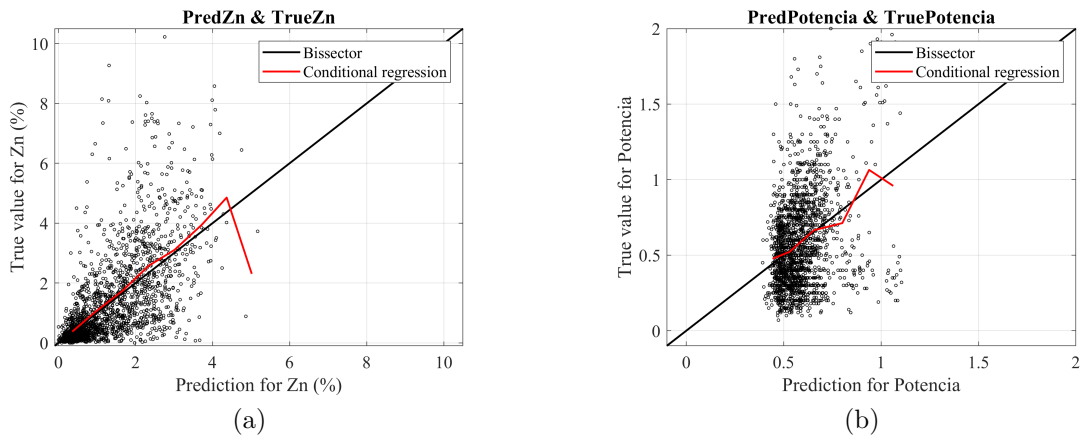


Figura 4.22: Gráficos de validación cruzada para ley de zinc y potencia. La ley es calculada con la acumulación y potencia.

#### 4.2.3.2. Modelo de Bloques

Los resultados de estimación del modelo de bloques se presentan en la tabla 4.9 y los resultados de varianza de cokriging en la tabla C.1 (anexo). De la tabla 4.9, se observa que los promedios de acumulaciones son menores a los valores originales de los datos (tabla 3.3). Además se tiene que el promedio de potencia de la veta estimado es cercano al del modelo de bloques original (0.587 m). Los máximos y las desviaciones estándares de las variables tienen valores menores a los originales asociados al suavizamiento del cokriging. De los mínimos de estimación se tienen valores similares a las estadísticas originales de acumulación y potencia.

Tabla 4.9: Resultados de estimación multivariable de acumulaciones y potencia para el modelo de bloques.

	Predicción de Acum. Ag [m × Kg/ton]	Predicción de Acum. Au [m × ppm]	Predicción de Acum. Cu [m × %]	Predicción de Acum. Pb [m × %]	Predicción de Acum. Zn [m × %]	Potencia veta [m]
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	0.401	0.056	0.264	0.400	0.575	0.558
<b>Des. Est.</b>	0.623	0.056	0.300	0.364	0.525	0.103
<b>Mínimo</b>	0.000	0.002	0.000	0.011	0.000	0.385
<b>Primer Cuartil</b>	0.049	0.028	0.079	0.148	0.199	0.486
<b>Mediana</b>	0.180	0.042	0.158	0.265	0.376	0.530
<b>Tercer Cuartil</b>	0.502	0.060	0.334	0.523	0.769	0.602
<b>Máximo</b>	6.372	0.450	3.076	3.051	3.983	1.116

Para poder comparar con los otros dos métodos de estimación utilizados, se transforman los datos de acumulaciones a leyes dividiendo por la potencia de la veta en el modelo de bloques. Con lo anterior se obtiene la tabla 4.10 donde se observa que los promedios son menores a las estadísticas originales de los datos para todas las variables. Los máximos y las desviaciones estándares son menores para todas las leyes asociado al suavizamiento de cokriging. De los mínimos de estimación se tienen valores similares a las estadísticas originales.

Tabla 4.10: Resultados de estimación multivariable de acumulaciones y potencia transformados a leyes para el modelo de bloques.

	Predicción de Ag [Kg/ton]	Predicción de Au [ppm]	Predicción de Cu [%]	Predicción de Pb [%]	Predicción de Zn [%]
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	0.674	0.095	0.453	0.697	1.003
<b>Des. Est.</b>	0.944	0.071	0.451	0.562	0.816
<b>Mínimo</b>	0.000	0.005	0.000	0.018	0.000
<b>Primer Cuartil</b>	0.094	0.053	0.155	0.285	0.393
<b>Mediana</b>	0.347	0.078	0.295	0.493	0.699
<b>Tercer Cuartil</b>	0.909	0.112	0.595	0.967	1.418
<b>Máximo</b>	7.519	0.513	3.596	3.600	4.863

De las visualizaciones espaciales en el plano XZ para las leyes estimadas vía cokriging de acumulaciones y potencia, se observa que para la plata (figura 4.23) los bloques con mayor ley se encuentran en un cúmulo principal al centro de la veta entre las cotas 3000-3100 Este, mientras que las leyes más bajas se aprecian en las elevaciones menores a la cota 4475.

Para el oro se observa de la figura 4.24 que las leyes más altas están en un cúmulo en el sector centro-superior de la veta, mientras que las leyes más bajas se encuentran hacia el Oeste (entre las cotas 2950-3000 Este). Para las visualizaciones de la ley de cobre (figura 4.25) se tiene que en el centro de veta tiene una mayor concentración de leyes altas, además de dos pequeños cúmulos en el sector Este y Oeste cercano a la cota 4500m. Por contraste, las cotas inferiores a 4470 de elevación contienen los valores más bajos.

Para el plomo y el zinc (figuras 4.26 y 4.27) se aprecia una distribución similar en el modelo de bloques, donde los valores más altos se observan en el sector centro-oeste (entre los 2975-3100 este) y en un cúmulo en el sector este entre las cotas 3125-3150. Para la potencia de la veta se tiene una distribución más homogénea en el modelo de bloques comparado con las acumulaciones, donde el sector de mayor ancho se encuentra en la zona superior-oeste de la veta (entre las cotas 2970-3030 este y cercanas a 4550 de altura).

Otras visualizaciones de la estimación por cokriging de acumulaciones y potencia se encuentran disponibles en el Anexo C.2.

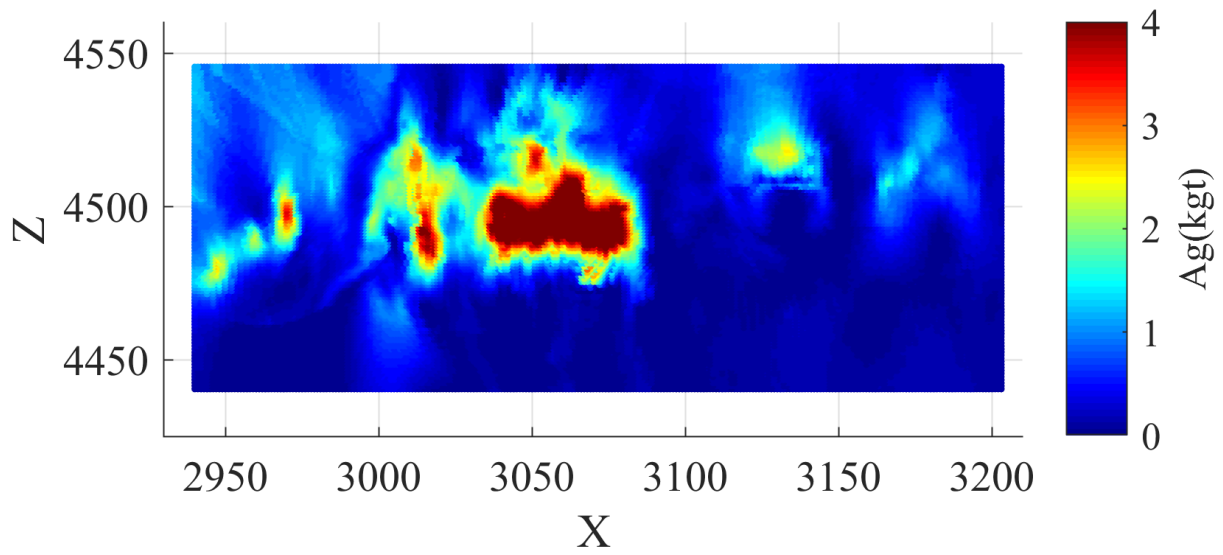


Figura 4.23: Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

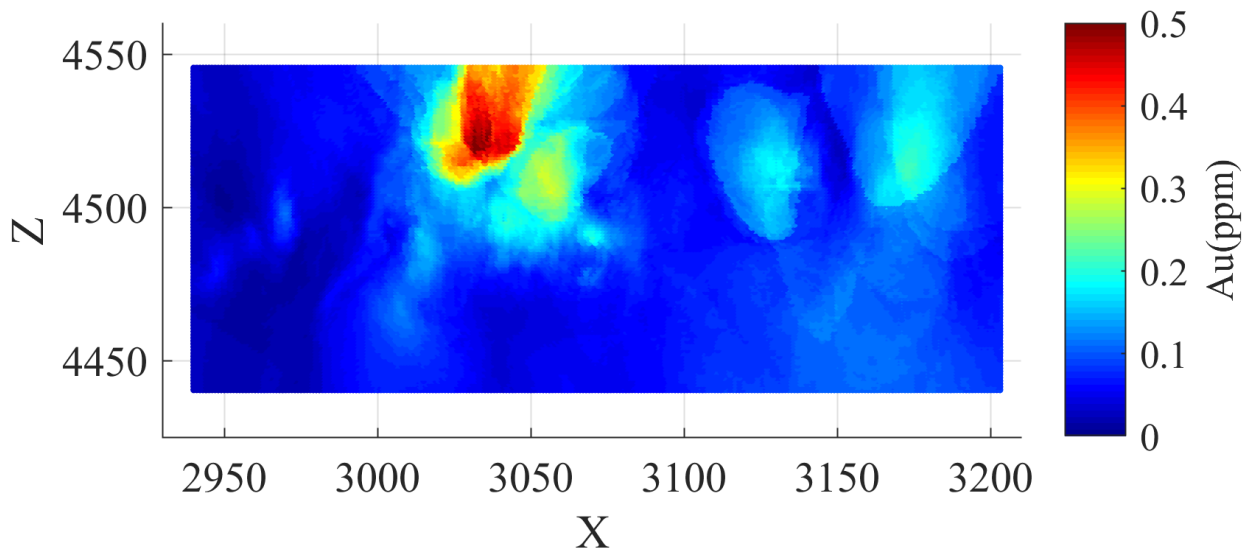


Figura 4.24: Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

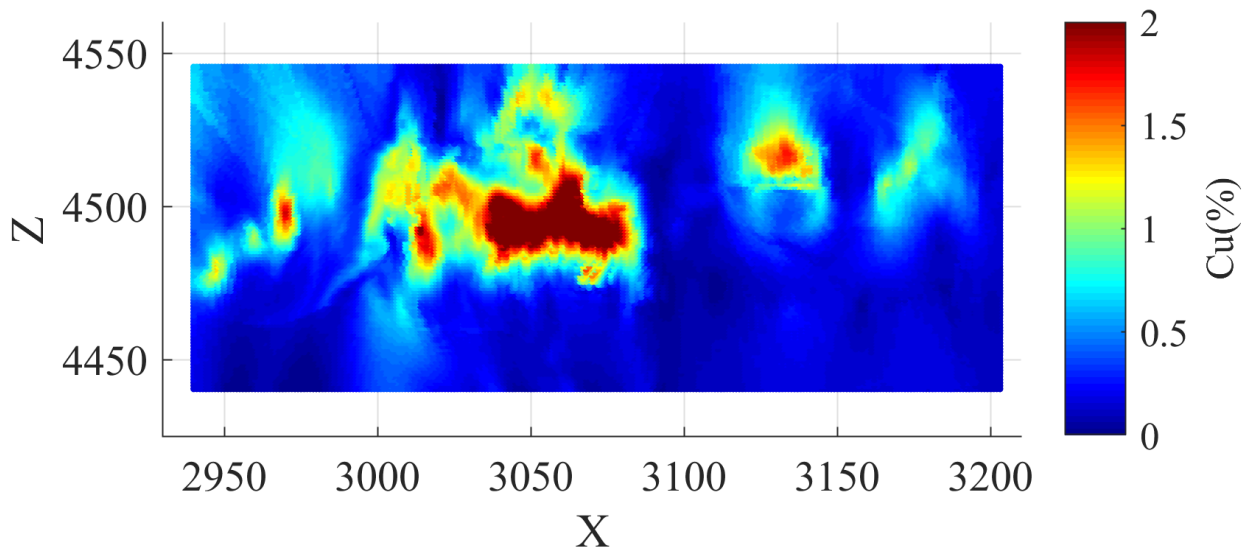


Figura 4.25: Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

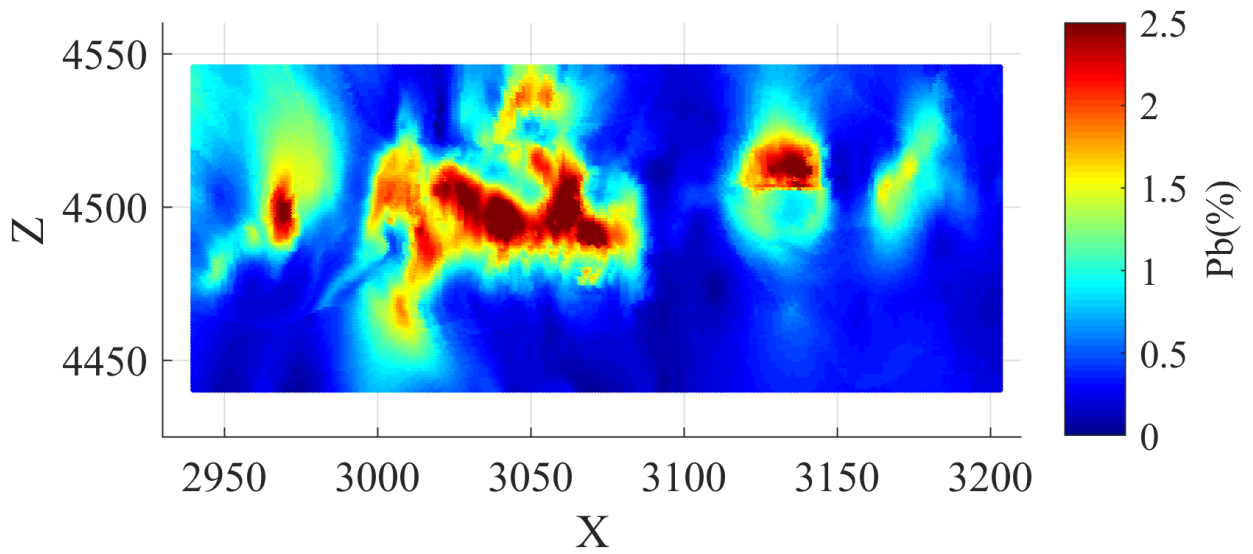


Figura 4.26: Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

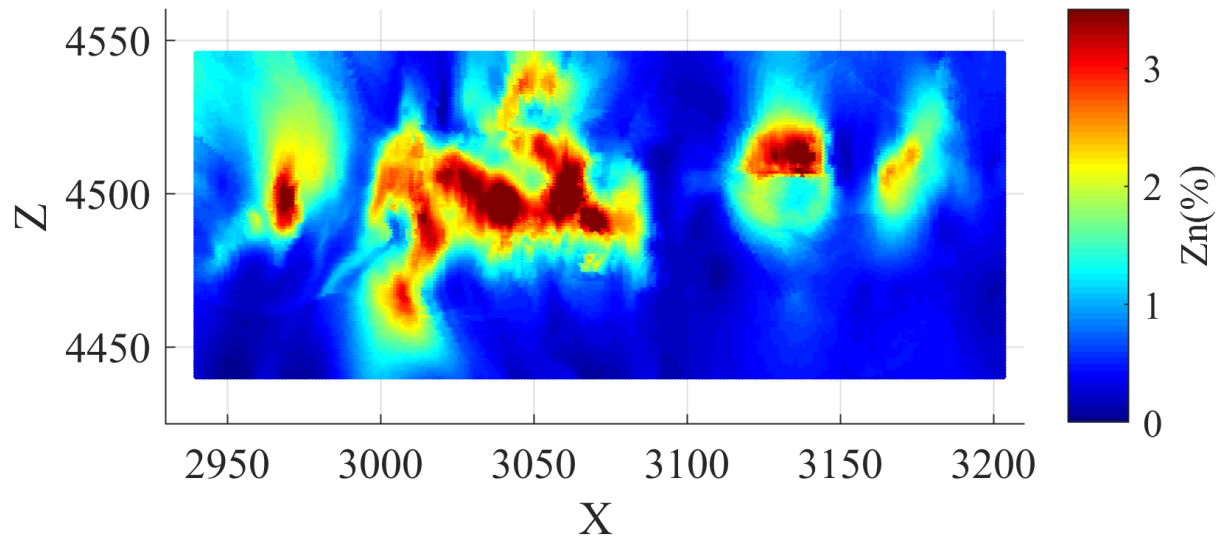


Figura 4.27: Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

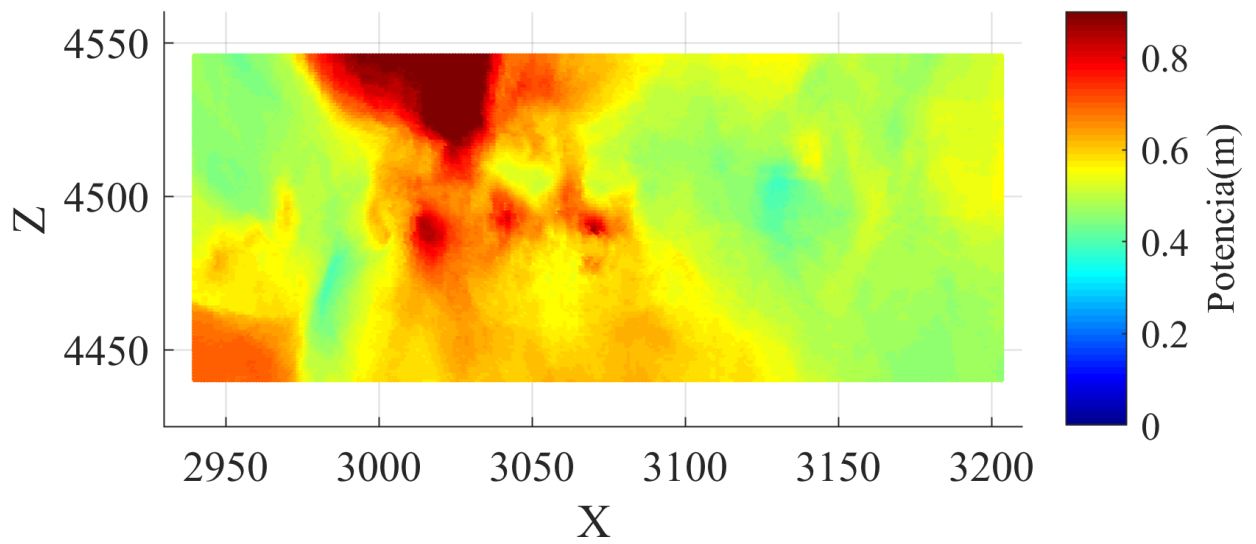


Figura 4.28: Visualización espacial de potencia de veta del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones.

## 4.3. Estimación Multivariable de Leyes a través de Cokriging Transitivo

### 4.3.1. Variables de estudio

Para la estimación a través de cokriging transitivo de los elementos de interés se utiliza la base de datos de leyes, donde las variables a modelar corresponden a ley de plata ( $Kg/ton$ ), ley de oro ( $ppm$ ), ley de cobre (%), ley de plomo (%) y ley de zinc (%). Para el cálculo de recursos se utiliza la variable potencia ( $m$ ) del modelo de bloques como el ancho de la veta.

### 4.3.2. Análisis estructural

Para el análisis estructural se utiliza el covariograma transitivo y se emplean las mismas direcciones que los métodos anteriores. Producto de las dificultades para poder definir el covariograma transitivo en una malla de muestreo irregular, se trabaja con una grilla regular creada con los datos de leyes al aplicar el interpolador del vecino más cercano. Los parámetros de la grilla regular utilizada para el covariograma quedan descritos en la tabla 4.11.

Tabla 4.11: Parámetros grilla regular para variograma transitivo

	<b>X</b>	<b>Y</b>	<b>Z</b>
<b>Cantidad de Nodos</b>	66	25	54
<b>Tamaño de Nodo [m]</b>	4	1	2
<b>Mínimo</b>	2940	19875	4440.5
<b>Máximo</b>	3204	19900	4548.5

Con respecto a la interpolación del vecino más cercano, la grilla regular se crea tomando en consideración el dominio del modelo de bloques (se utilizan los límites de éste para definir la grilla), y se usa un radio de búsqueda de 50 metros para la interpolación con el objetivo de completar toda la malla. Con la grilla interpolada, se procede a calcular los covariogramas transitivos experimentales utilizando los parámetros descritos en la tabla 4.12.

Tabla 4.12: Parámetros para covariogramas transitivos experimentales de leyes.

	<b>Dirección 1</b>	<b>Dirección 2</b>	<b>Dirección 3</b>
<b>Azimut (°)</b>	90	0	0
<b>Dip (°)</b>	0	0	90
<b>Lag (m)</b>	4	1	2
<b>Número de Lags</b>	45	24	50

Para facilitar la visualización, así como para evitar inestabilidades numéricas en el sistema de cokriging transitivo, los valores de covariogramas para los distintos *lags* son normalizados dividiendo por el valor de covariograma en el origen (distancia de cero metros), de una forma similar a la conversión de una covarianza a un correlograma. Sean  $i$  y  $j$  dos variables de interés, el factor de normalización queda definido por la ecuación 4.1.

$$Factor_{ij} = \sqrt{Factor_i * Factor_j} \quad (4.1)$$

donde  $Factor_{ij}$  es el factor de normalización para el covariograma cruzado entre las variables  $i$  y  $j$ .  $Factor_i$  es el valor del covariograma en el origen para la variable  $i$  y  $Factor_j$  es el valor de covariograma en el origen para la variable  $j$ . Para los covariogramas directos se tiene que  $i$  y  $j$  representan a la misma variable.

Los parámetros utilizados para los covariogramas modelados se observan en la tabla 4.13. Con respecto a los covariogramas, en comparación con los variogramas tradicionales, son continuamente decrecientes y presentan un comportamiento mucho menos errático. Lo anterior permite modelar de mejor manera la continuidad espacial dentro del yacimiento al tener curvas covariográficas más claras.

Tabla 4.13: Parámetros para covariogramas modelados de leyes.

<b>Tipo de Estructura</b>	<b>Estructura</b>	<b>Estructura</b>	<b>Estructura</b>
	Esférica	Exponencial	Exponencial
<b>Alcance Dirección 1</b>	10	65	290
<b>Alcance Dirección 2</b>	25	35	40
<b>Alcance Dirección 3</b>	12	40	100

De las figuras 4.29 y 4.30 se observa que para todas las leyes, la Dirección 2 (asociada a la dimensión estrecha) es la que presenta el decrecimiento más rápido y la Dirección 1 el decrecimiento más lento asociado a un mayor alcance. Para la ley de oro (figura 4.29(b)) se aprecia, que de todas las variables, ésta presenta el más rápido decrecimiento para todas sus direcciones asociado a un importante efecto pepita en su modelado. Para ley de plata se tiene un fuerte decrecimiento en los primeros 25 metros para las tres direcciones, donde para la Dirección 2, el covariograma normalizado llega un mínimo de 0 (al igual que para las otras variables), asociado a que este corresponde al ancho de la grilla en la dimensión estrecha.

Para los covariogramas directos de ley cobre, plomo y zinc (figura 4.30) se aprecia que el decrecimiento para estas tres variables es similar entre sí, los cuales a diferencia de los covariogramas de ley de oro y plata, presentan un decrecimiento más lento para las direcciones 1 y 3, y un decrecimiento similar para la Dirección 2.

Los covariogramas cruzados, experimentales y modelados, se encuentran en el Anexo D.1.



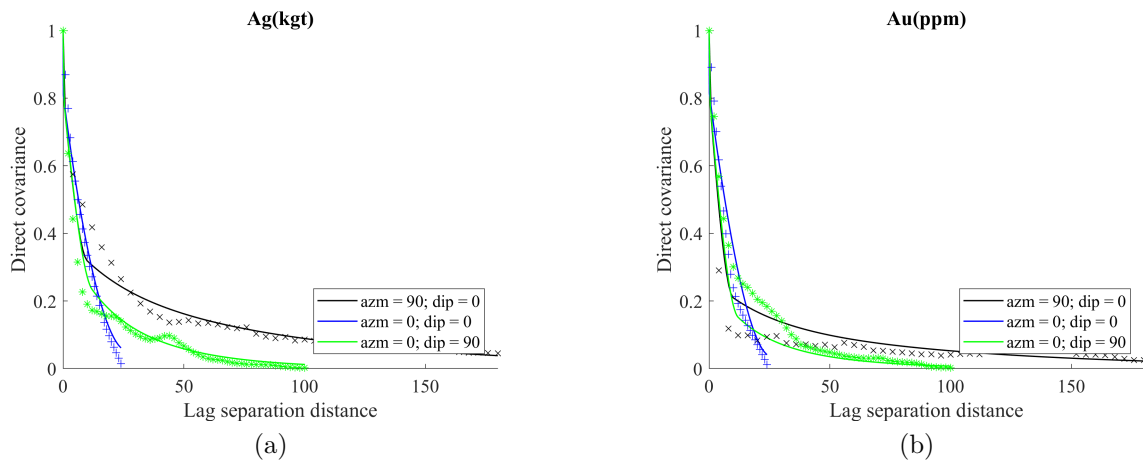


Figura 4.29: Covariogramas directos experimentales y modelados para leyes de oro y plata.

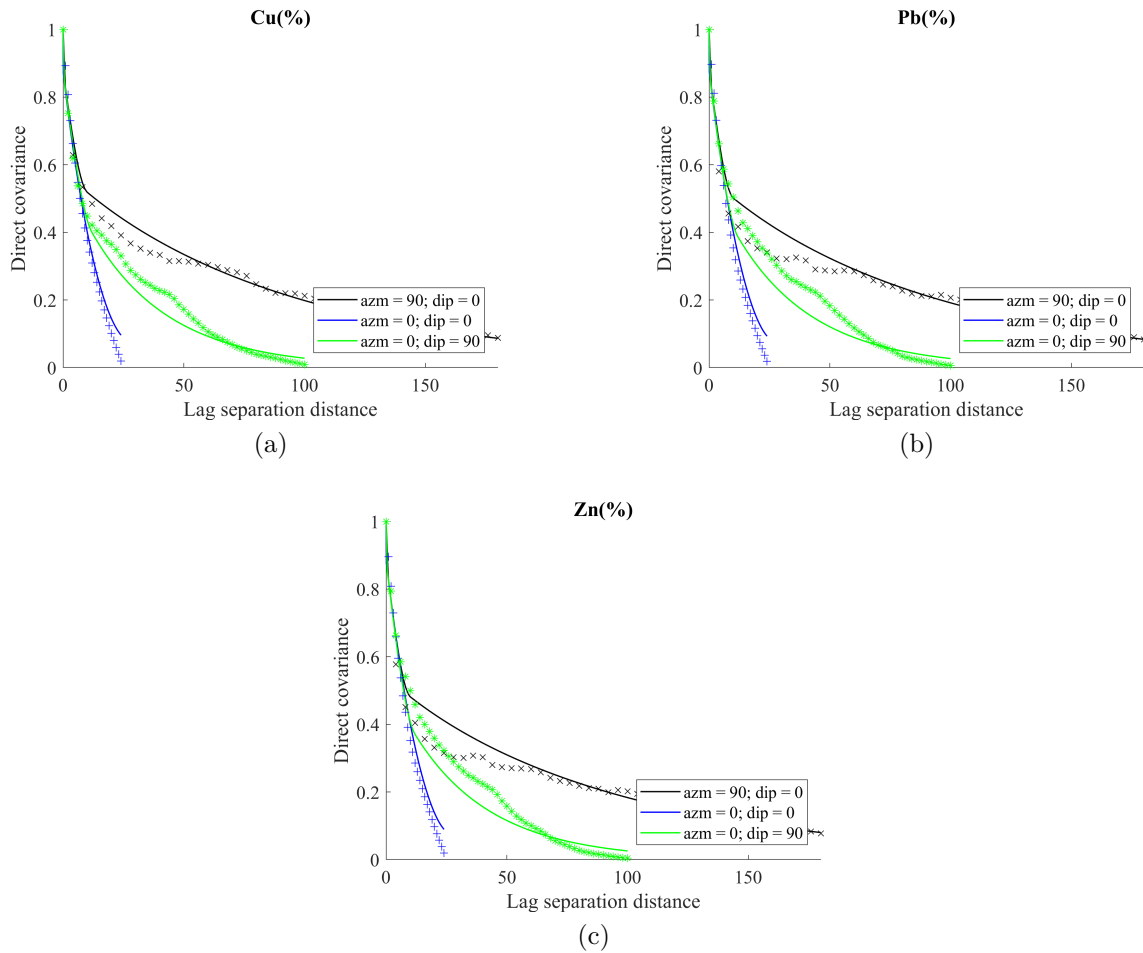


Figura 4.30: Covariogramas directos experimentales y modelados para leyes de cobre, plomo y zinc.

### 4.3.3. Estimación a través de cokriging transitivo

La estimación de leyes se realiza a través de cokriging transitivo ordinario y la verificación del modelo a través de validación cruzada. De los parámetros de estimación se utilizan un vecindario de búsqueda de  $900m \times 400m \times 900m$  para las coordenadas X, Y y Z respectivamente. Además, se utiliza 150 datos para la estimación sin el uso de octantes para evitar la formación de artefactos. Los datos estimados con valores negativos son redondeados a 0 (menos de un 3% de los bloques para la ley de oro y menos de un 1% para las leyes de plata, cobre, plomo y zinc).

#### 4.3.3.1. Validación Cruzada

Los resultados de validación cruzada para la estimación multivariable a través de cokriging transitivo se observan en la tabla 4.14. De los estadísticos, se aprecia que las medias del error de predicción para los distintos elementos son cercanas a 0, lo que indica que los resultados no poseen sesgo global. A diferencia de los otros dos enfoques, al no existir el concepto de varianza de kriging, no es posible calcular la media y la desviación estándar del error estandarizado.

Tabla 4.14: Resultados de estimación de validación cruzada para cokriging transitivo de leyes.

	Ag (Kg/ton)	Au (ppm)	Cu (%)	Pb (%)	Zn (%)
Media del error de predicción	-0.010	0.000	-0.004	-0.003	-0.005
Des. Est del error de predicción	2.947	0.316	1.074	1.348	1.916

De las nubes de dispersión entre los valores reales y estimados (figuras 4.31 y 4.32) se tienen las líneas de la identidad (negra) y regresión condicional (roja). De los gráficos se observa que para todas las variables, la regresión condicional se aleja de la identidad para los tramos de alta ley, lo que indicaría sesgo condicional al momento de estimar los valores mayores.

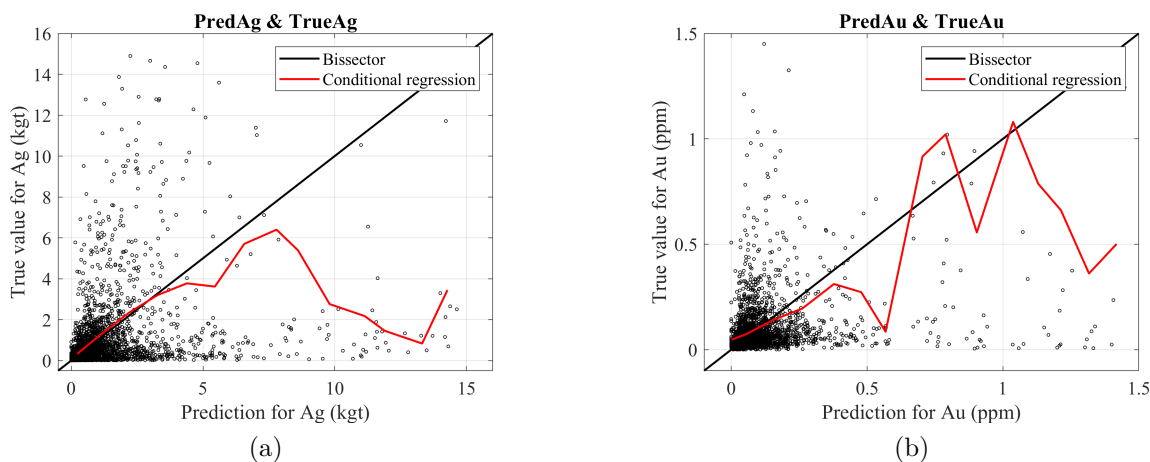
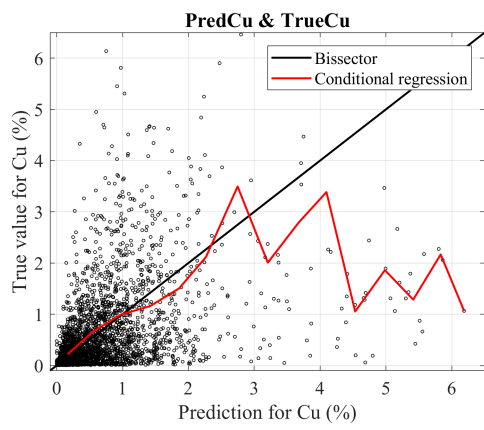
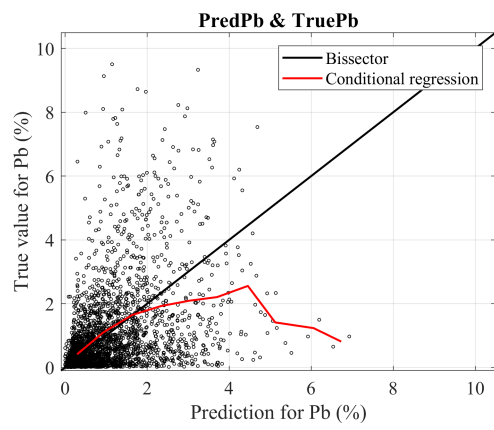


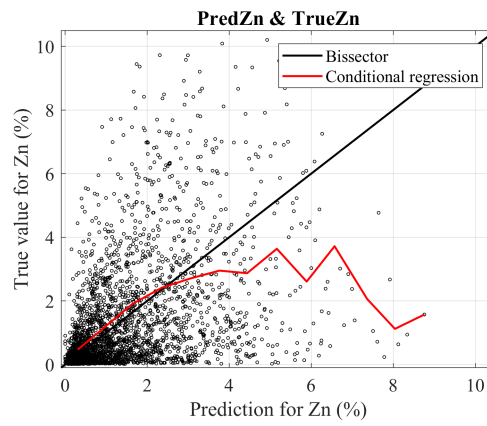
Figura 4.31: Gráficos de validación cruzada para leyes de oro y plata.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.32: Gráficos de validación cruzada para leyes de cobre, plomo y zinc.

### 4.3.4. Modelo de bloques

Los resultados de estimación del modelo de bloques se presentan en la tabla 4.15. De la tabla se observa que los promedios obtenidos son menores a los datos originales (tabla 3.2). De los valores máximos y desviaciones estándares de los elementos, se aprecia que estos son menores a los valores originales, asociado al suavizamiento de cokriging transitivo. De los mínimos de estimación se tiene que para todas las variables, el mínimo entregado es 0 para todas las leyes asociado al redondeamiento de los valores negativos.

Tabla 4.15: Resultados de estimación de la estimación multivariable de leyes a través de cokriging transitivo para el modelo de bloques.

	Predicción de Ag [Kg/ton]	Predicción de Au [ppm]	Predicción de Cu [%]	Predicción de Pb [%]	Predicción de Zn [%]
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	0.733	0.095	0.481	0.747	1.078
<b>Des. Est.</b>	1.184	0.113	0.528	0.698	1.024
<b>Mínimo</b>	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<b>Primer Cuartil</b>	0.131	0.038	0.160	0.280	0.365
<b>Mediana</b>	0.370	0.070	0.312	0.496	0.705
<b>Tercer Cuartil</b>	0.877	0.117	0.598	0.974	1.451
<b>Máximo</b>	12.752	1.924	5.525	4.998	7.208

De las visualizaciones espaciales en el plano XZ para la estimación del modelo de bloques, se observa que para la plata (figura 4.33) los bloques con mayor ley se encuentran en cúmulos en el sector centro-oeste de la veta (entre los 2950-3100 Este), donde el cúmulo más grande está entre las cotas 3025-3100. Las leyes más bajas de plata se observan en cotas inferiores a 4470 de altura y hacia el sector Este del modelo de bloques.

Para el oro se aprecia de la figura 4.34 que la distribución de leyes es heterogénea con la presencia de cúmulos en el sector centro-este de la veta, y donde se aprecia que estos cúmulos se encuentran rodeados o cercanos a zonas de baja ley.

En la visualización de leyes de cobre (figura 4.35) se observa que en las cotas medias y en el sector Oeste (entre las cotas 2950-3100) del modelo de bloque, hay una mayor concentración de leyes altas, mientras que en las cotas inferiores y hacia el Este se concentran las leyes más bajas.

Para el plomo y el zinc (al igual que los métodos de estimación anterior), se observa de las figuras 4.36 y 4.37 que estos dos elementos presentan una distribución similar en sus leyes, donde los valores más altos se concentran en el sector centro-oeste del modelo de bloques y donde se tiene un cúmulo importante en el sector este (entre las cotas 3100-3150). Las leyes más bajas para estos dos elementos se observan a elevaciones más bajas y hacia el Este de la veta.

Otras visualizaciones de la estimación por cokriging de leyes se encuentran disponibles en el Anexo D.2.

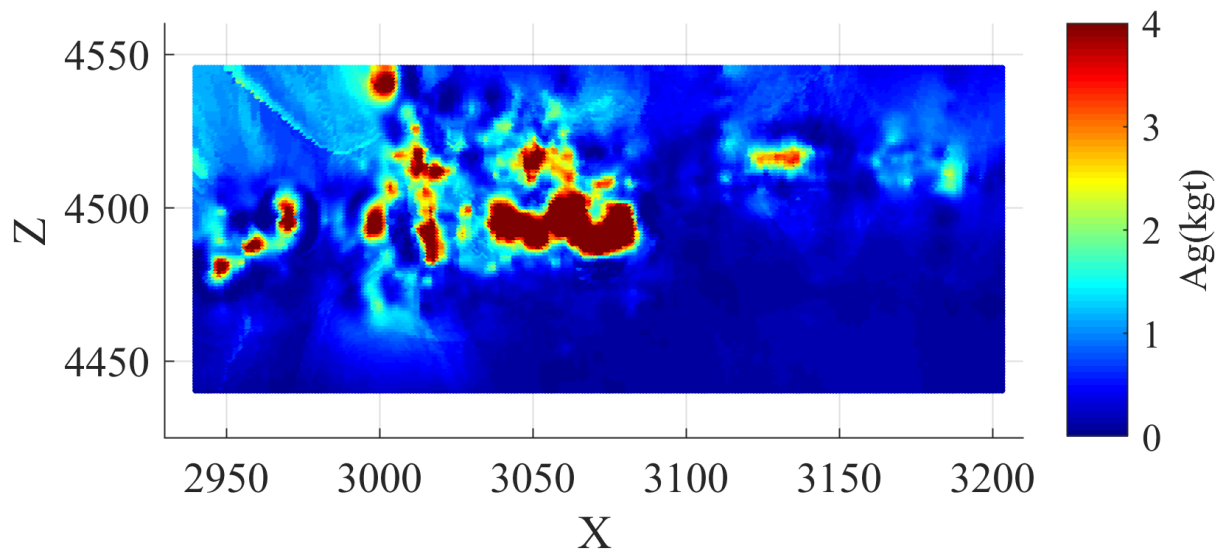


Figura 4.33: Visualización en el Plano XZ de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

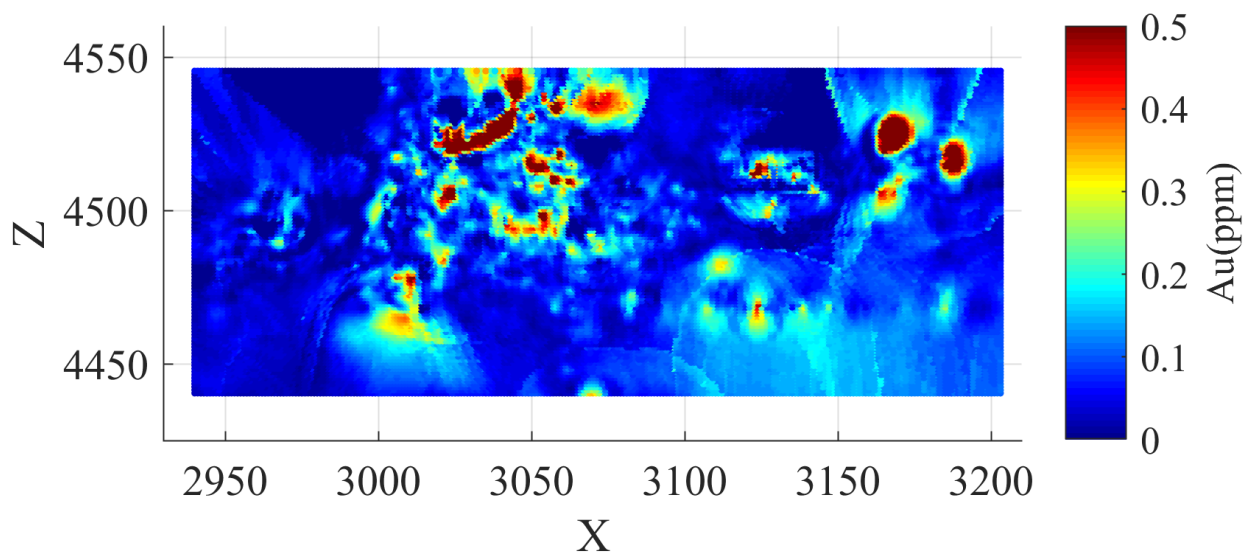


Figura 4.34: Visualización en el Plano XZ de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

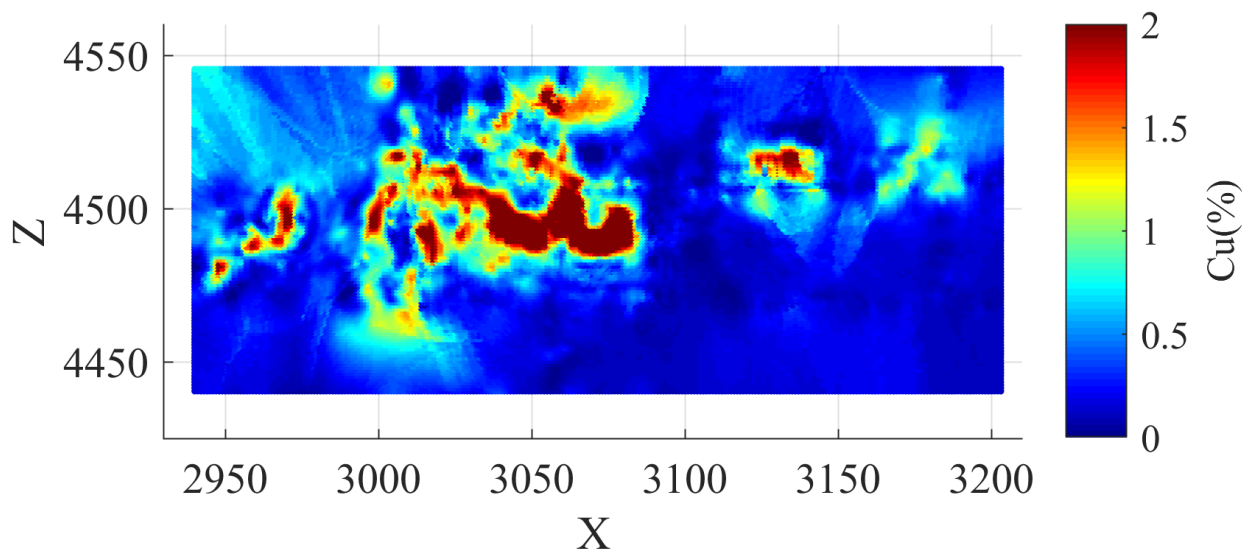


Figura 4.35: Visualización en el Plano XZ de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

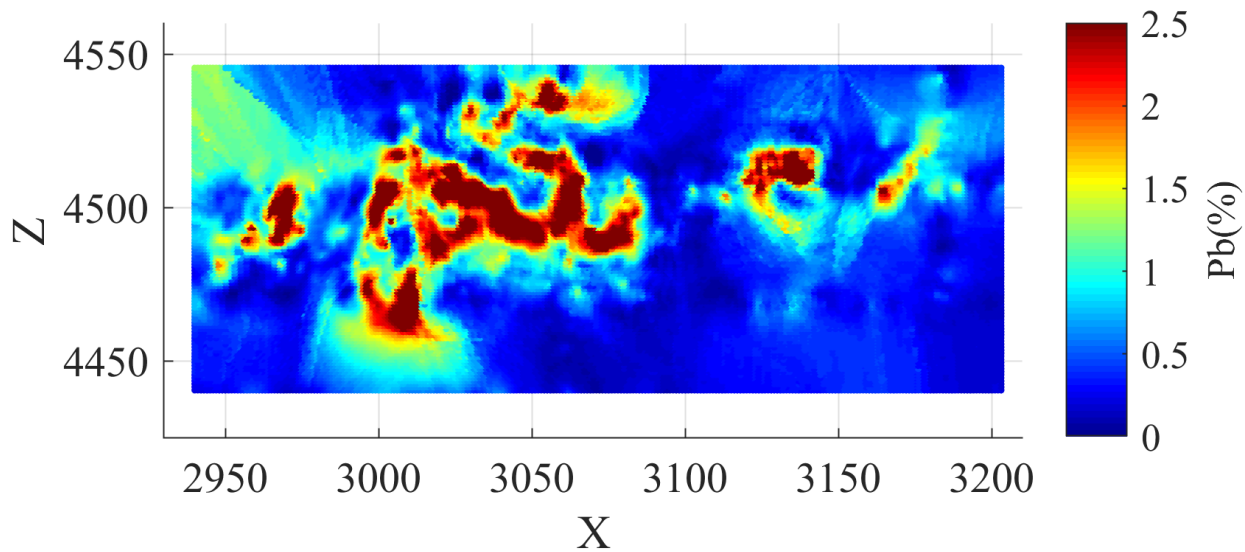


Figura 4.36: Visualización en el Plano XZ de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

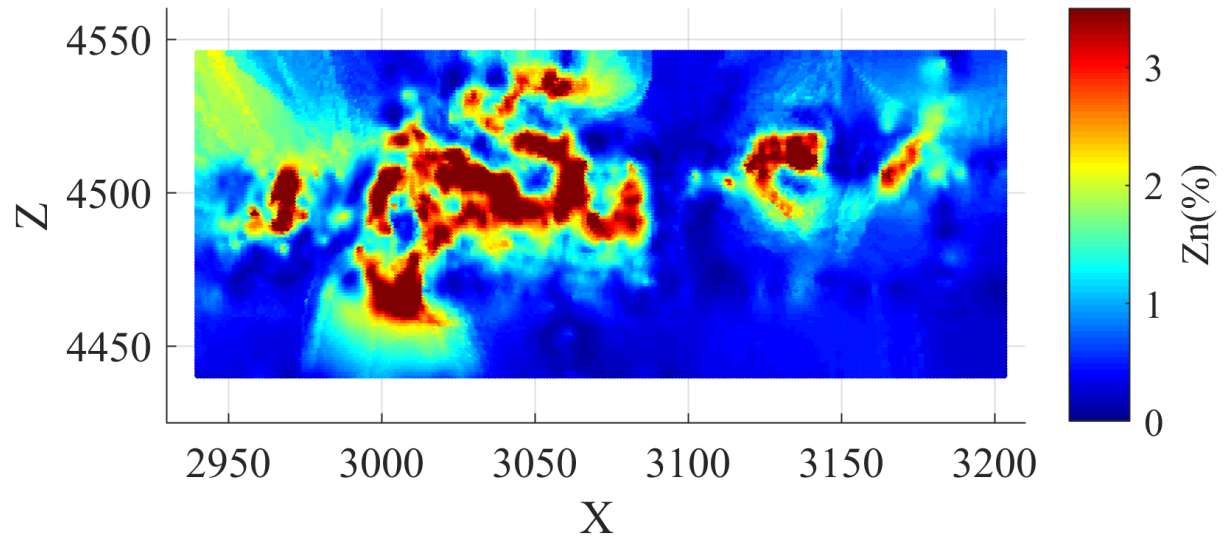


Figura 4.37: Visualización en el Plano XZ de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

# Capítulo 5

## Análisis de Resultados

### 5.1. Variografía y Modelo de Bloques

Con respecto a los métodos de estimación, estos presentan resultados globalmente insesgados y tienen un buen poder de predicción al compararlos con los valores originales de las bases de datos. Bajo este contexto hay que resaltar para los resultados de validación cruzada de cokriging de acumulaciones no son comparables en primera instancia con los resultados de validación cruzada de cokriging y cokriging transitivo de leyes asociado a la diferencia de escala entre acumulación y ley.

Para un mejor entendimiento de los resultados, se agregan las siguientes abreviaturas: *KP* para cokriging probabilístico de leyes, *KA* para cokriging de acumulaciones y *KT* para cokriging transitivo de leyes.

**Análisis estructural:** De los variogramas multivariados, se tiene que los variogramas experimentales tradicionales (tanto para leyes y acumulaciones) entregan comportamientos mucho más erráticos y con un alto efecto pepita que dificulta el modelamiento variográfico especialmente para la dimensión estrecha. Además, para las tres direcciones se observa que para los variogramas de leyes y acumulaciones los valores del variograma disminuyen fuertemente con la distancia para casi todas las variables, lo que provoca dificultades para modelar con estructuras anidadas esféricas o exponenciales (crecientes). Esto se debe a la disminución de la cantidad de pares de datos para el cálculo del variograma al aumentar la distancia y la alta heterogeneidad de los datos originales de leyes y acumulaciones metálicas.

En comparación, el modelado de los covariogramas transitivos experimentales, no presentan grandes dificultades al tener un decrecimiento constante y un comportamiento no errático para todas las variables, donde el decrecimiento para la coordenada Y (dimensión estrecha) decae más rápidamente en comparación con las coordenadas X y Z.

También hay que resaltar que los alcances para las tres direcciones del covariograma modelado de leyes, son considerablemente diferentes entre sí o tiene una estructura más clara en comparación con los variogramas modelados de leyes o acumulaciones. Lo anterior, indicaría que el modelado del variograma experimental tradicional es impreciso, o la existencia de un fuerte efecto pepita que dificulta el modelado de leyes o acumulaciones.



**Modelo de bloques:** De las visualizaciones espaciales de los distintos métodos de estimación, se tiene que, a grandes rasgos, la distribución espacial de leyes en el modelo de bloques es similar entre métodos para las variables plata, cobre, plomo y zinc. Sin embargo, para estas variables KT posee una mayor continuidad en la Dirección 3 comparado con KA y KP producto de un mejor modelamiento. Además, se observa en los resultados que para el modelo de bloques de KT, el gradiente de ley es mayor para una misma distancia en comparación con los otros dos métodos, lo que genera una distribución menos suavizada (figura 5.1).

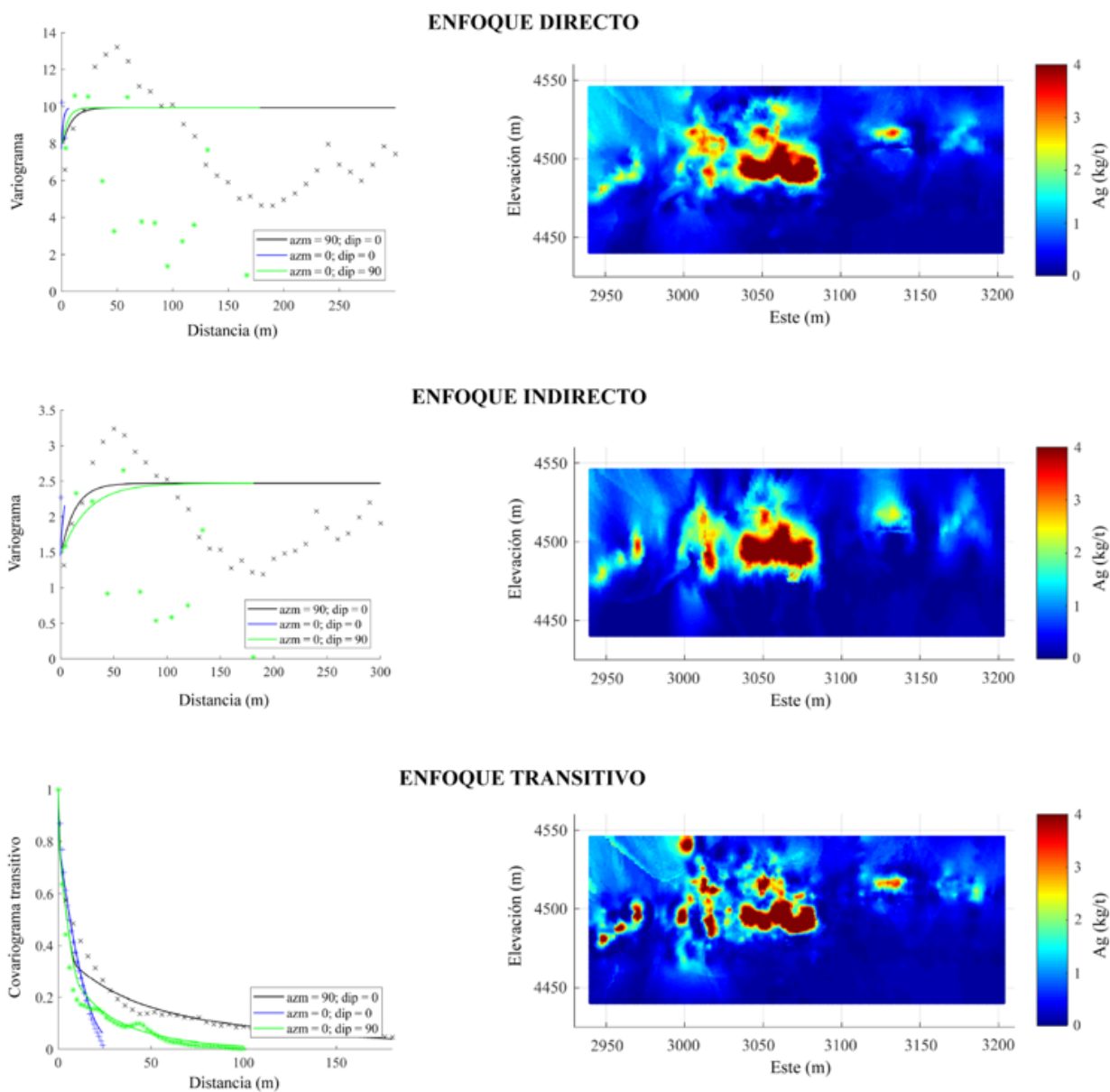


Figura 5.1: **Izquierda:** modelo estructural (variograma o covariograma) para la plata, a lo largo de las direcciones principales de la veta. **Derecha:** modelo de bloques (proyección de la superficie de la veta en un plano) de la ley de plata obtenido para cada enfoque.

Para el caso del oro (figuras 4.10, 4.24 y 4.34), lo anterior es especialmente evidente ya que se observa una gran diferencia en la distribución de leyes entre los resultados de KP y KA con KT, donde los métodos tradicionales entregan una distribución suavizada (muy cercana a una media móvil, dado que el variograma de oro es prácticamente un efecto pepita puro), mientras que el método transitivo genera una distribución mucho más contrastada. Esta última es realista, dado que se percibe, incluso en los mapas de KP y KA, una estructura espacial en las leyes o acumulaciones de oro, que no aparecen en sus respectivos variogramas (pepíticos); esto sugiere que el covariograma transitivo logra capturar dicha estructura espacial que el variograma no muestra.

Tabla 5.1: Valores promedios para las leyes de interés obtenidos por los distintos métodos de estimación y los valores originales.

Promedios	Datos Originales	KP	KA	KT
Ag [Kg/ton]	1.177	0.771	0.674	0.733
Au [ppm]	0.115	0.098	0.095	0.095
Cu [%]	0.683	0.498	0.453	0.481
Pb [%]	0.994	0.779	0.697	0.747
Zn [%]	1.439	1.127	1.003	1.078

De las estadísticas de los modelos de bloques (tablas 4.4, 4.10 y 4.15) se aprecia que las medias de la estimación (tabla 5.1) a través de acumulaciones, son menores en comparación a los otros dos métodos para todas las variables a excepción del oro, el cual tiene valores similares (0.098 *ppm*, 0.095 *ppm* y 0.095 *ppm* para KP, KA y KT respectivamente). También, se observa que las medias del cokriging de leyes y cokriging transitivo de leyes, tienen valores similares para todos los elementos. Esta diferencia está asociada posiblemente al uso de diferentes bases de datos del depósito, y a la disimilitud entre la potencia de veta estimada a partir de los datos de muestreo y los valores de potencia de veta informados en el modelo interpretado de la veta.

Al comparar las desviaciones estándares de los resultados de los distintos métodos, se observa que para la plata, cobre, plomo y zinc los valores menores de desviación se obtienen para KA y los valores mayores con KT. Lo anterior indicaría que los resultados por cokriging de acumulación, tienen menor dispersión (mayor suavizamiento) y los resultados de cokriging transitivo tienen mayor dispersión (menos suavizamiento) en comparación con el cokriging tradicional de leyes. Para el caso del oro se tiene que la desviación estándar para KP y KA son similares (0.071 y 0.068 respectivamente), mientras que KT posee un valor mayor de 0.113.

De los mínimos de estimación para los distintos métodos, se observa que los valores más altos son los obtenidos por KP, mientras que para KT, se tiene que todos los mínimos tienen valor 0 y para KA, la ley de plata, cobre y zinc tienen este mismo valor. Lo anterior tiene relación al redondeo de los valores de estimación negativos a 0. Del primer cuartil, se aprecia que KT presenta los valores más bajos para leyes de oro, plomo y zinc entre todos los métodos (con valores de 0.038 *ppm*, 0.280 % y 0.365 % respectivamente) en tanto que, KA presenta los valores más bajos para las leyes de plata y cobre (0.094 *Kg/ton* y 0.155 %). Para todas

las variables, KP presenta el valor más alto de primer cuartil y valores similares a KA para la ley de oro y zinc, además de valores similares a KT para la ley de plata.

De las medianas de los métodos de estimación, se observa que KA presenta valores menores para todas las leyes a excepción del oro, el cual KT presenta el valor más bajo. También se aprecia, que al igual que el primer cuartil, KP presenta los valores mayores entre los tres métodos. Para el tercer cuartil, se tiene que el cokriging de acumulaciones y potencia presenta los valores más bajos para este cuartil a excepción de la ley de plata, la cual el valor más bajo se tiene con el KT. También se observa que los tercer cuartiles de KA y KT, tienen valores similares para la ley de plata (0.909 *Kg/ton* y 0.877 *Kg/ton*), ley de cobre (0.595 % y 0.598 %) y ley de plomo (0.967 % y 0.974 %).

Tabla 5.2: Valores máximos para las leyes de interés obtenidos por los distintos métodos de estimación y los valores originales.

Máximos	Datos Originales	KA	KP	KT
Ag [Kg/ton]	31.294	7.519	9.644	12.752
Au [ppm]	3.732	0.513	0.548	1.924
Cu [%]	14.636	3.596	4.632	5.525
Pb [%]	19.910	3.600	4.001	4.998
Zn [%]	17.579	4.863	5.535	7.208

De los valores máximos de los métodos de estimación (tabla 5.2), se observa que para todos los elementos, los valores más bajos son obtenidos por cokriging de acumulaciones mientras que los valores más altos son obtenidos por el cokriging transitivo de leyes. Esto se evidencia especialmente para el oro, donde el valor máximo entregado por KT (1.924 *ppm*) es 375 % mayor que KA (0.513 *ppm*) y 350 % mayor que KP (0.548 *ppm*). Para la plata y el cobre también se observa una diferencia significativa entre el máximo de KA y KT, donde este último es aproximadamente un 50 % mayor para estos dos elementos. Además, para el plomo y zinc se tiene que KT entrega máximos un 40 % mayor a KA y un 25 % mayor a KP aproximadamente. Entre los máximos de KP y KT, es posible apreciar que la ley de plata para KT es un 30 % mayor a KP con un valor de 12.752 *ppm*, en comparación con 9.644 *ppm* del cokriging de leyes.

Esta diferencia considerable entre los valores máximos para los distintos elementos, tiene relación al suavizamiento de cokriging, asociado a modelar los variogramas con una alta componente pepítica para KA y KP (producto de la dificultad del modelamiento de los variogramas experimentales) en comparación con el modelado de los covariogramas de KT. Lo anterior genera un mayor suavizamiento entre los valores estimados por KA y KP, al tener una mayor ponderación del efecto pepita en estos variogramas, donde tiene menor dispersión en los valores estimados y una distribución más homogénea en comparación con el método transitivo.

Cabe destacar que los tres enfoques entregan resultados geológicamente coherentes al tipo de yacimiento al ser este un depósito de sulfuración intermedia de Cu-Zn-Pb-Ag-Au, el cual

su génesis está asociada a la ebullición de fluidos ascendentes que generan una zonación vertical de los metales, donde el oro se encuentra en las partes más someras, seguido por la plata y hacia profundidad los metales bases (Cu, Pb y Zn). Lo anterior se denota en los modelos de bloques, donde para los tres enfoques, las zonas de alta ley de oro se encuentra en la zona superior (sobre la cota 4525), las zonas de alta ley de plata se encuentran en el centro de la veta (cercanas a la cota 4500), mientras que para el cobre, plomo y zinc los sectores de altas ley se encuentran en la zona centro-inferior (cotas 4450-4500) de la veta.

De las visualizaciones espaciales de los tres enfoques (Anexos B.2, C.2 y D.2), se aprecia que las zonas de mayor ley para los distintos elementos se encuentran entre las cotas 3000-3100 Este, donde se tiene la mayor curvatura en la veta. Lo anterior, podría indicar un posible control estructural dentro de la mineralización del depósito, donde en los sectores de mayor deformación se produce más depositación de metales de interés asociado a una mayor libertad de movimiento de los fluidos ascendentes. También, cabe destacar que para el cokriging de acumulaciones las zonas con mayor ley no coinciden con las zonas de mayor potencia de la veta en el modelo de bloques.

## 5.2. Validación Cruzada

En esta sección se muestran los resultados de validación cruzada obtenidos con los tres métodos de estimación y se realiza un análisis comparativo entre resultados. En la tabla 5.3 se aprecia la comparación entre los errores de predicción obtenidos por KP, KA y KT. De los errores de estimación, se tiene que un valor cercano a 0 para el promedio indica que los resultados no presentan sesgo global, mientras que una desviación estándar (Des. Est.) cercana a cero indica precisión en los resultados.

Tabla 5.3: Tabla comparativa de errores de predicción de ley de los métodos de estimación de cokriging de leyes (KP), cokriging de acumulaciones (KA) y cokriging transitivo (KT). El valor de ley de KA es calculado dividiendo la acumulación por la potencia de la veta.

	KP		KA		KT	
	Promedio	Des. Est.	Promedio	Des. Est.	Promedio	Des. Est.
Error de Pred. Ag	-0.021	2.666	-0.014	1.722	-0.010	2.947
Error de Pred. Au	-0.004	0.310	0.012	0.444	0.000	0.316
Error de Pred. Cu	-0.007	0.977	0.007	0.630	-0.004	1.074
Error de Pred. Pb	-0.010	1.223	0.032	0.858	-0.003	1.348
Error de Pred. Zn	-0.014	1.727	0.050	1.226	-0.005	1.916
Error de Pred. Pt	-	-	0.000	0.306	-	-
Nº de Datos	5736	5736	3715	3715	5736	5736

De la tabla 5.3 se aprecia que los tres métodos de estimación tienen promedios cercanos a 0 para todos los elementos, lo que indica que los resultados no presentan sesgo global. De las desviaciones estándares, se tiene que el cokriging de acumulaciones entrega los valores más bajos para todas las leyes a excepción del oro, por el contrario, KT entrega los valores más altos para las leyes de plata, cobre, plomo y zinc. Cabe destacar que aunque los resultados para KA son mejores (al tener una desviación estándar más cercano a 0) que KP y KT, esto puede estar asociado a la diferencia en la cantidad de datos (al tener 2000 datos menos que los otros dos métodos) y a una disminución de la varianza de los datos al trabajar con acumulaciones originalmente, antes de transformar los resultados a leyes para la validación cruzada.

Al comparar las estadísticas del error entre KP y KT, para todas las variables el cokriging de leyes entrega mejores resultados que el cokriging transitivo en las desviaciones estándares. No obstante, la diferencia entre las desviaciones del error no son considerables. Porcentualmente la diferencia para la plata es 9.5 %, para el oro 1.9 %, para el cobre 9.1 %, para el plomo 9.3 % y para zinc un 9.8 %, lo que muestra que las diferencias no superan el 10 %. En otras palabras, el KT y el KP logran precisiones similares para todas las variables, donde para KT se tiene una pérdida no tan significativa de precisión y un sesgo condicional levemente mayor que KP, como contrapartida del menor suavizamiento de las estimaciones.

De los resultados de error de predicción para KA, se tiene que KP y KT entregan desvia-

ciones estándares 55 % y 70 % mayores al cokriging de acumulaciones para la ley de plata y cobre, además de un 40 % y 56 % mayor para la ley de plomo y zinc. Cabe destacar que para la ley de oro, KA tiene la mayor desviación estándar con un valor de 0.444 (en comparación con 0.310 y 0.316 para KP y KT) el cual es un 40 % mayor a los otros dos métodos. Lo anterior significaría que para la ley de oro, el KA entregaría los resultados con mayor sesgo condicional, además de un mayor suavizamiento para la variable, mientras que para la plata, cobre, plomo y zinc el sesgo condicional sería menor, pero con un suavizamiento significativo en los resultados.

Con el objetivo de comparar de mejor manera los resultados de estimación entre los tres métodos, se calcula el error absoluto medio ( $MAE$ ), error cuadrático medio ( $MSE$ ) y el coeficiente de determinación ( $R^2$ ) para todas las variables. Los resultados se aprecian en la tabla 5.4.

Tabla 5.4: Tabla comparativa de error absoluto medio ( $MAE$ ), error cuadrático medio ( $MSE$ ) y coeficiente de determinación ( $R^2$ ) de los métodos de estimación de cokriging de leyes (KP), cokriging de acumulaciones (KA) y cokriging transitivo (KT). El valor de ley de KA es calculado dividiendo la acumulación por la potencia de la veta.

	KP			KA			KT		
	MAE	MSE	$R^2$	MAE	MSE	$R^2$	MAE	MSE	$R^2$
<b>Error de Pred. Ag</b>	1.176	7.108	0.187	0.85	2.964	0.319	1.25	8.684	0.007
<b>Error de Pred. Au</b>	0.109	0.095	0.092	0.118	0.197	0.061	0.11	0.099	0.056
<b>Error de Pred. Cu</b>	0.515	0.954	0.268	0.367	0.396	0.431	0.559	1.153	0.115
<b>Error de Pred. Pb</b>	0.744	1.495	0.271	0.527	0.737	0.407	0.808	1.817	0.114
<b>Error de Pred. Zn</b>	1.067	2.983	0.279	0.749	1.505	0.415	1.16	3.668	0.114
<b>Error de Pred. Potencia</b>	-	-	-	0.231	0.093	0.141	-	-	
<b>Nº de Datos</b>	5736	5736	5736	3715	3715	3715	5736	5736	5736

De la tabla se observa que los mejores resultados de  $MAE$ ,  $MSE$  y  $R^2$  para las leyes de plata, cobre, plomo y zinc se obtienen con el cokriging de acumulaciones y potencia, a diferencia de la ley de oro, donde los resultados son mejores para el cokriging de leyes. Tal como se mencionó anteriormente, de que los mejores resultados sean obtenidos con el KA (valores de  $MAE$  y  $MSE$  más bajos, además de  $R^2$  más cercano a 1) puede estar asociado a las diferencias en las bases de datos ocupadas y a una menor varianza al ocupar acumulaciones en vez de leyes para la estimación. Cabe destacar también, que los resultados de  $MAE$  entre KP y KT son similares entre sí.

Con respecto al error absoluto medio, la diferencia porcentual entre KP y KT para las leyes de plata, oro, cobre, plomo y zinc son de 6.29 %, 0.92 %, 8.54 %, 8.60 % y 8.72 % respectivamente. Para el error cuadrático medio, la diferencia porcentual entre estos dos métodos para las leyes de plata, oro, cobre, plomo y zinc son 22.17 %, 4.21 %, 20.86 %, 21.54 % y 22.96 %. Lo anterior muestra que para todas las variables, la diferencia del  $MAE$  entre métodos es menor a un 10 % y para el  $MSE$ , es menor a un 25 %. El aumento de diferencia del error absoluto medio en comparación al error absoluto medio podría indicar que las diferen-

cias de estimación están asociadas principalmente a los valores extremos altos entre KP y KT.

Del coeficiente de determinación, se aprecia que para todas las variables los mejores resultados son entregados por el cokriging de acumulaciones y potencia, mientras que los peores resultados son para el cokriging transitivo. También se tiene de la tabla 5.4 que ningún valor de  $R^2$  es mayor a 0.5, lo que indica que todas las estimaciones de leyes son relativamente pobres en términos de precisión. De los coeficientes de determinación obtenidos a través de KA (trasformados a leyes), se observa que estos presentan valores significativamente mayores a los otros dos métodos, producto posiblemente a que hay menor variabilidad espacial asociada a la reducción de los datos extremos al trabajar con acumulaciones en vez de leyes. También se observa que el valor de  $R^2$  para leyes de cobre, plomo y zinc son similares entre sí (lo mismo se aprecia con el KP y KT) con valores de 0.431, 0.407 y 0.415 respectivamente, lo que puede estar asociado a la alta correlación que tienen estas variables.

A diferencia del  $MAE$ , el  $R^2$  entre el cokriging de leyes y cokriging transitivo es significativamente diferente entre sí para todas las variables a excepción de la ley de oro. Con respecto al oro, este presenta el  $R^2$  más bajo entre todas las variables, asociado posiblemente a la distribución fuertemente asimétrica de los datos originales y a su pobre correlación espacial.

A continuación se presentan las curvas de metal vs tonelaje para los elementos de interés. Para la validación cruzada, se define la fracción del tonelaje como la razón entre la cantidad de datos sobre una ley de corte y el total de los datos, mientras que el contenido de metal se define como la multiplicación de la ley promedio sobre esa ley de corte por la fracción del tonelaje. Con lo anterior, se comparan las curvas de metal vs tonelaje de los resultados de validación cruzada de los tres métodos, además de los datos originales de leyes.

De manera general, se tiene que para todas las variables, los tres métodos de estimación entregan contenidos de metal menores a lo de los datos originales para las distintas fracciones de tonelaje, asociado al suavizamiento del cokriging que entrega distribuciones con menores varianzas y menos asimétricas. Sin embargo, de los tres métodos, se tiene que la curva de metal vs tonelaje de KT, es la que más se asemeja a la de los datos originales para todas las variables (el valor del contenido de metal es más cercano a la de los datos originales para distintas fracciones de tonelaje), asociado a un menor suavizamiento en la estimación. Por otro lado, KA entrega el menor contenido de metal para la ley de plata, cobre, plomo y zinc, donde para fracciones del tonelaje cercanas a 1, el contenido de metal es aproximadamente un 10 % menor a los otros métodos y a los datos originales. Lo anterior estaría asociado a un mayor suavizamiento del cokriging (en comparación con los otros dos métodos) y al uso de la base de datos de acumulaciones para la validación cruzada y estimación.

A continuación, se presentan los gráficos de metal vs tonelaje para todas las variables.

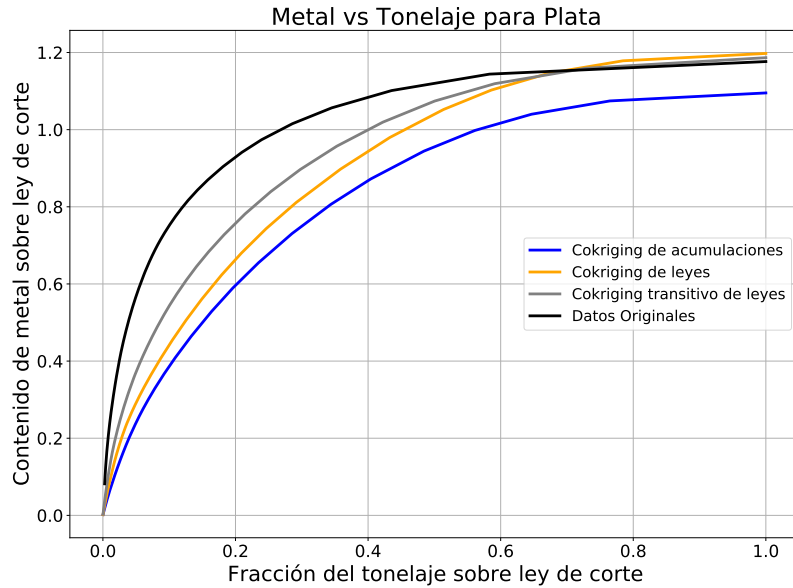


Figura 5.2: Curvas Metal vs Tonelaje para la ley de plata.

Para la plata (figura 5.2) se aprecia que la curva para KT (línea gris) es más cercana a la curva de los datos originales (línea negra) en comparación con el KP y KA (líneas naranjas y azul respectivamente) para fracciones menores a 0.7. Para fracciones de tonelaje cercanas a 1, se observa de la figura que la cantidad de metal entregado por KT y KP es similar a la de los datos originales con valores cercanos a 1.2, mientras que KA entrega un valor menor cercano a los 1.1. Cabe destacar, que la curva del cokring de acumulaciones y potencia es la que entrega la menor cantidad de metal para cualquier fracción de tonelaje y posee la mayor diferencia en el contenido de metal en comparación con los datos originales. Lo anterior, tal como se mencionó anteriormente, estaría relacionado a la utilización de una base de datos distintas para la estimación, además de un mayor suavizamiento.

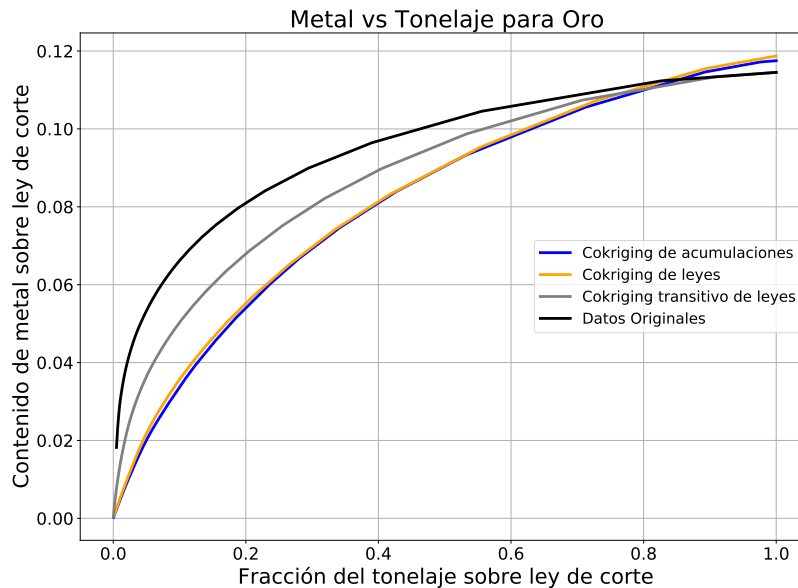


Figura 5.3: Curva Metal vs Tonelaje para la ley de oro.



De la figura 5.3, se tiene que para el oro, la curva de metal vs tonelaje del KT es la más similar a los datos originales, por otra parte, KP y KA entregan curvas casi idénticas entre sí. Para fracciones del tonelaje menores a 0.5, se denota que el KT entrega contenidos de metal mayores a los otros dos métodos de estimación, mientras que para fracciones del tonelaje cercanas a 1 se aprecia que la cantidad de metal es levemente mayor para el KP y KT (con valores cercanos a 0.12) en comparación con KA y los datos originales (valores cercanos a 0.115). Caber mencionar que para la curva de metal vs tonelaje de los datos originales, para fracciones de tonelaje cercanas a 0, la curva parte en 0.02 a diferencia de los métodos de estimación los cuales tiene un contenido de metal cercano a 0. Lo anterior tendría relación a datos extremos altos y su distribución fuertemente asimétrica.

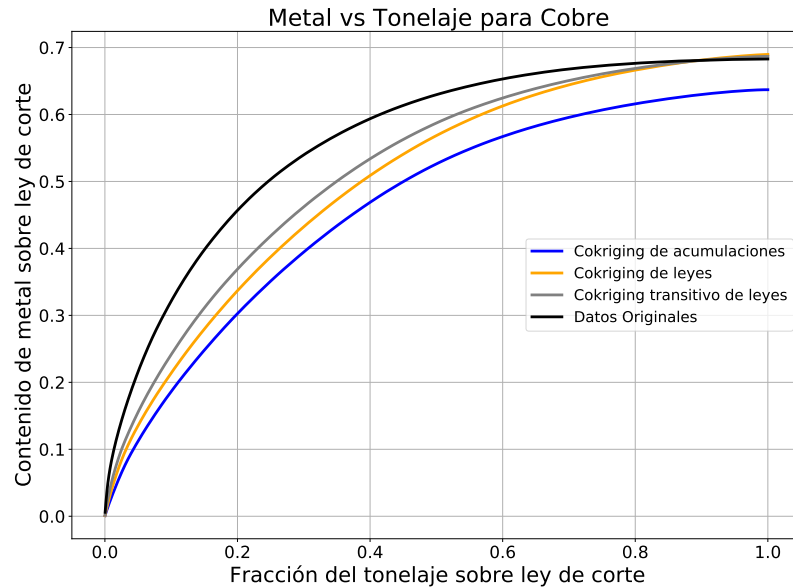


Figura 5.4: Curva Metal vs Tonelaje para la ley de cobre.

Para el cobre (figura 5.4) se observa que al igual que la plata, KA entrega las menores cantidad de metal para distintas fracciones, mientras que la curva de KT es la más similar a la curva de los datos originales. Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se aprecia que el contenido de metal es menor para KA (con un valor cercano a los 0.64) en comparación con los otros métodos y los datos originales (valor cercano a los 0.7). También se tiene que las curvas de KT y KP entregan un contenido de metal similar para fracciones mayores a los 0.5. Lo anterior nos indicaría que para el cobre, el KT y KP entregan distribuciones más similares entre sí en comparación con la plata y el oro.

Finalmente de las curvas de metal vs tonelaje para el plomo y el zinc (figuras 5.5 y 5.6), se aprecia que éstas tienen un comportamiento similar a la curva del cobre, donde KA entrega menores cantidades de metal para fracciones cercanas a 1 y para fracciones mayores a 0.5, KT y KP entregan contenidos de metal similares entre sí.

Con todo lo anterior, se tiene que aunque KT entregue resultados menos precisos en comparación con los otros dos métodos para estimaciones locales (asociadas a los puntos de muestreo), este entrega una distribución global más similar a los datos originales asociado a un herramienta estructural más robusta. Además, el cokriging tradicional minimiza la va-

rianza del error de estimación, mientras que el cokriging transitivo no tiene esta propiedad, lo que puede significar mayor dispersión en los errores de estimación.

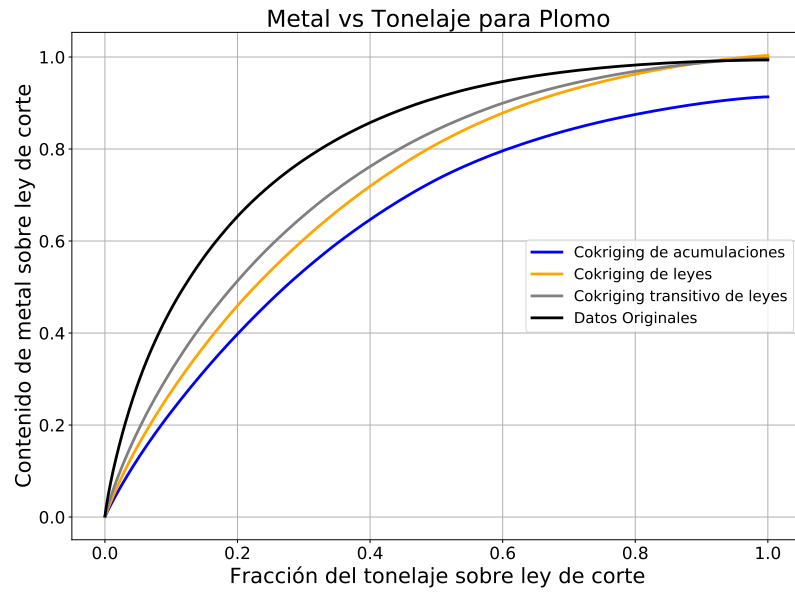


Figura 5.5: Curva Metal vs Tonelaje para la ley de plomo.

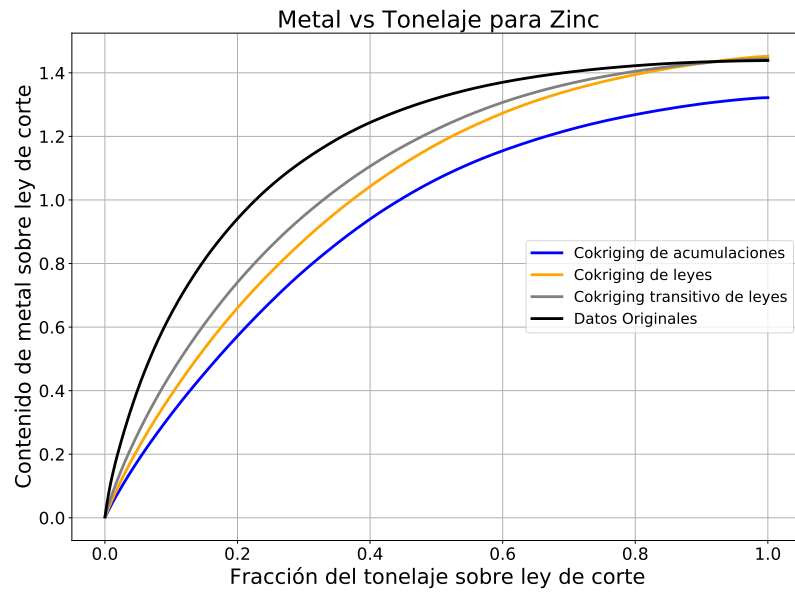


Figura 5.6: Curva Metal vs Tonelaje para la ley de zinc.

### 5.3. Recursos Minerales, In-situ y Recuperables

En esta sección se muestra el análisis comparativo de recursos del modelo de bloques con los tres métodos de estimación. Para esto, se calcula los recursos minerales de cada elemento en un bloque a través de la ecuación 5.1.

$$\text{Recursos Bloque} = \text{Ley} * \text{Volumen}(m^3) * \text{Densidad}(Kg/m^3) \quad (5.1)$$

donde la densidad es constante y tiene un valor de  $2.7 Kg/m^3$ , la ley tiene unidades de  $Kg/ton$ ,  $ppm$  o  $\%$  según el elemento, y el volumen es la multiplicación del largo del bloque ( $2 metros$ ), el alto ( $1 metro$ ) y la potencia de la veta. Para el caso del cokriging de acumulaciones, se reemplaza la multiplicación de la ley y la potencia de la veta por la acumulación. Adicionalmente, se generan las curvas de tonelaje-ley para cada método de estimación, y se compara la distribución de recursos y la ley media sobre una ley de corte.

De manera general, se obtiene que la cantidad global de recursos minerales entregados por los métodos de estimación son similares, donde la diferencia entre el caso más conservador y más optimista no supera un  $15 \%$ . Además, se tiene que para todos los elementos, KP entrega la mayor cantidad de recursos.

Sumado a lo anterior, se observa que para todas las variables, el KA entrega la menor cantidad de recursos entre los tres métodos mientras que KP y KT poseen cantidad similares. Lo anterior, posiblemente esté relacionado a la diferencia entre la potencia estimada a partir de las muestras y potencia original del modelo de bloques interpretado, así como también las bases de datos ocupadas para la estimación.

De las curvas tonelaje-ley cabe destacar que para todos los elementos el cokriging de acumulaciones presenta la curva de tonelaje con el decrecimiento más rápido, mientras que el cokriging transitivo presenta la de menor decrecimiento. De la curva de ley promedio, se tiene que para leyes de corte mayores, se observa diferencias significativas entre los métodos de estimación, donde KT presenta leyes promedios mayores y KA leyes promedios menores.

Lo anterior nos indica que, aunque las estimaciones tengan cantidad similares de recursos in-situ para una variable, el cokriging transitivo entrega una mayor concentración de recursos en bloques con leyes altas y, en consecuencia, una mayor cantidad de recursos recuperables en comparación con el cokriging de leyes y acumulaciones. Esto está asociado al mayor suavizamiento que presenta el cokriging tradicional, al no poder caracterizar de buena manera la continuidad espacial de las variables y utilizar variogramas pepíticos.

A continuación, se presentan en las siguientes sub-secciones los resultados de recursos para los elementos de interés a mayor detalle.

### 5.3.1. Recursos de Plata

Para la plata, se aprecia de la tabla 5.5 que la mayor cantidad de recursos globales se obtienen a través de cokriging de leyes con 34.7 toneladas, seguido por el cokriging transitivo de leyes con 33.1 toneladas y cokriging de acumulaciones con 30.3 toneladas. Comparado con el método que entrega menos recursos, KP y KT contienen 4.4 toneladas (+14.6%) y 2.8 toneladas (+9.3%) más recursos de plata en el modelo de bloques. Además, el cokriging de leyes entrega 1.6 toneladas (+4.8%) más de plata que el cokriging transitivo de leyes.

Tabla 5.5: Recursos globales de plata según tipo de estimación.

	KA	KP	KT
<b>Recursos de Ag (Ton)</b>	30.3	34.7	33.1
<b>Diferencia (%)</b>	0	14.6	9.3

De las curvas de metal vs tonelaje para la plata (figura 5.7), se tiene que para fracciones del tonelaje menores a 0.3, el KT entrega el mayor contenido de metal, mientras que para fracciones mayores a 0.4 el KP entrega la mayor cantidad de metal. Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se aprecia que KP entrega el mayor contenido de metal con un valor de 0.77 en comparación con el KT y KA con valores de 0.73 y 0.67 respectivamente. Lo anterior está asociado a que KP presenta la mayor cantidad de recursos globales, a la vez que KA entrega la menor cantidad de estos.

De que KT entregue un mayor contenido de metal para fracciones bajas (menores a 0.3), siendo que no es el método que entrega la mayor cantidad de recursos globales, indicaría que el suavizamiento es menor para la estimación del modelo de bloques en comparación con los otros dos métodos.

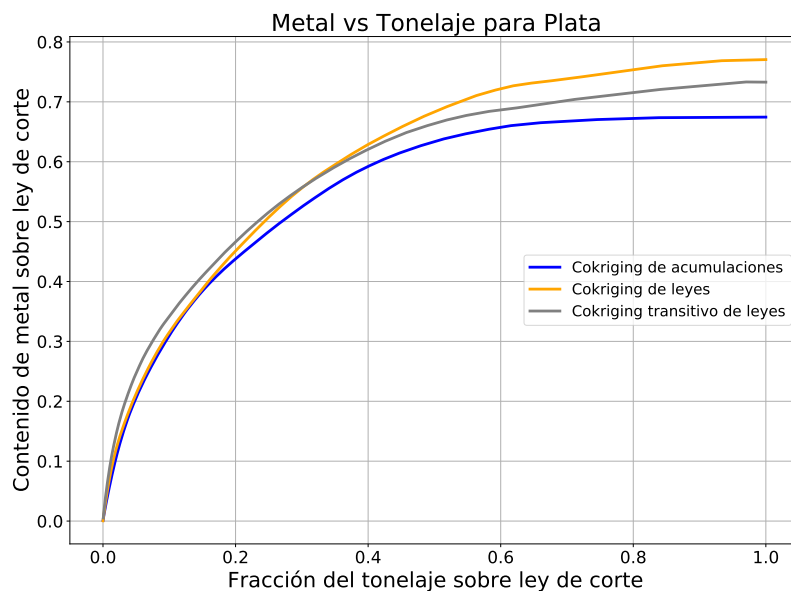


Figura 5.7: Curvas metal vs tonelaje de la plata para el modelo de bloques según método de estimación.

De la figura 5.8, se observa las curvas de tonelaje-ley para los tres métodos de estimación para la ley de plata. Con respecto a la cantidad de recursos recuperables, se tiene que hasta una ley de corte de  $2.0 \text{ Kg/ton}$  la cantidad de toneladas de plata entre métodos son similares con un valor de 12.5 toneladas aproximadamente. Al seguir aumentando la ley de corte, se aprecia que la curva de tonelaje de KA decrece rápidamente, especialmente para una ley superior a  $4.0 \text{ Kg/ton}$ . Por el contrario, la curva de tonelaje de KT es la de más lento decrecimiento, mientras que KP decrece rápidamente para leyes de corte superiores a  $6.0 \text{ Kg/ton}$ .

Se observa para una ley de corte de  $6.0 \text{ Kg/ton}$  que KA casi no presenta recursos recuperables de plata en comparación con KP y KT con 3 y 5 toneladas respectivamente. Para una ley de corte mayor a  $8.5 \text{ Kg/ton}$ , solamente KT tiene recursos de plata con 2.5 toneladas.

De la ley promedio, se observa que hasta un valor de  $1.0 \text{ Kg/ton}$  los tres métodos tienen un valor de ley promedio similar. Con una ley de corte mayor, se observa que la curva del promedio de ley de KA crece más lentamente en comparación con KP y KT y llega a un máximo de  $7.5 \text{ Kg/ton}$ . Para KP, se aprecia que esta tiene un crecimiento similar a KA hasta una ley de corte de  $3.0 \text{ Kg/ton}$  y llega a un máximo de aproximadamente  $10.0 \text{ Kg/ton}$ .

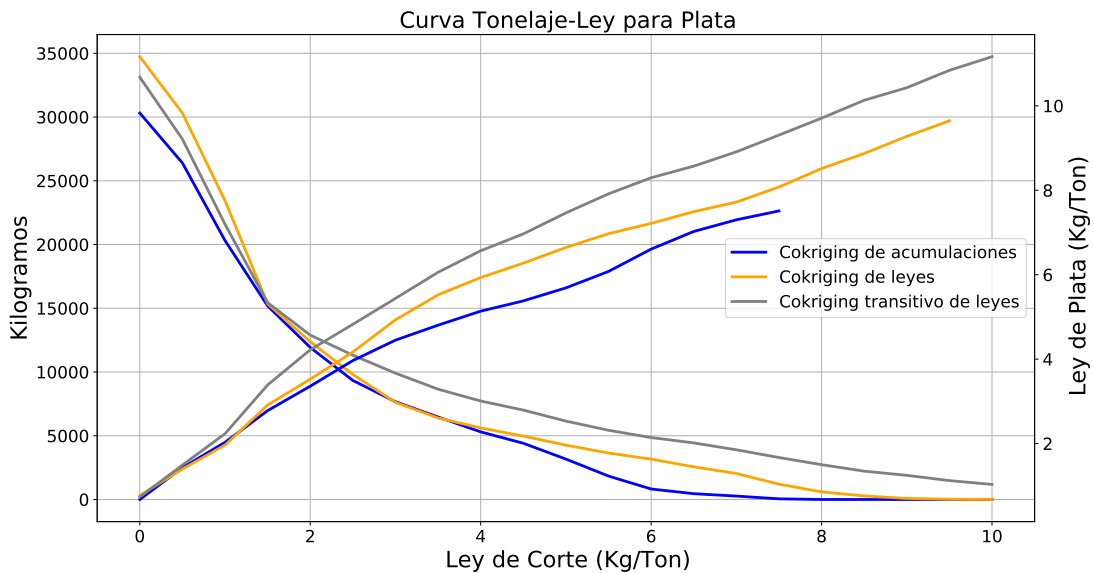


Figura 5.8: Curvas tonelaje-ley para plata.

### 5.3.2. Recursos de Oro

Para el oro, se aprecia de la tabla 5.6 que la mayor cantidad de recursos globales se obtienen a través de cokriging de leyes con 4.4 kilogramos, seguido por el cokriging transitivo con 4.3 kilogramos y cokriging de acumulaciones con 8.3 kilogramos. Comparando con el método que entrega menos recursos, KP y KT contienen 200 gramos (+5.2 %) y 100 gramos (+2.3 %) más recursos de oro en el modelo de bloques. Además, el cokriging de leyes entrega 100 gramos (+2.3 %) más de oro que el cokriging transitivo de leyes.

Tabla 5.6: Recursos globales de oro según tipo de estimación.

	KA	KP	KT
<b>Recursos de Au (Kg)</b>	4.2	4.4	4.3
<b>Diferencia (%)</b>	0	5.2	2.3

De las curvas de metal vs tonelaje para el oro (figura 5.9), se aprecia que para fracciones de tonelaje menores a 0.8 el KT tiene el mayor contenido de metal de los tres métodos, mientras que KA y KP entregan cantidades similares. Para fracciones menores a 0.4 se observa que KP presenta el menor contenido de metal, asociado a un mayor suavizamiento de kriging en comparación con las otras dos metodologías.

Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se tiene KP entrega el mayor contenido de metal con un valor de 0.098 en comparación con KT y KA con valores de 0.095. Cabe destacar, que aunque KT no entrega la mayor cantidad de recursos globales, para fracciones menores a 0.8 entrega el mayor contenido de metal. Esto indicaría que éste presenta un suavizamiento menor en comparación con los otros dos métodos.

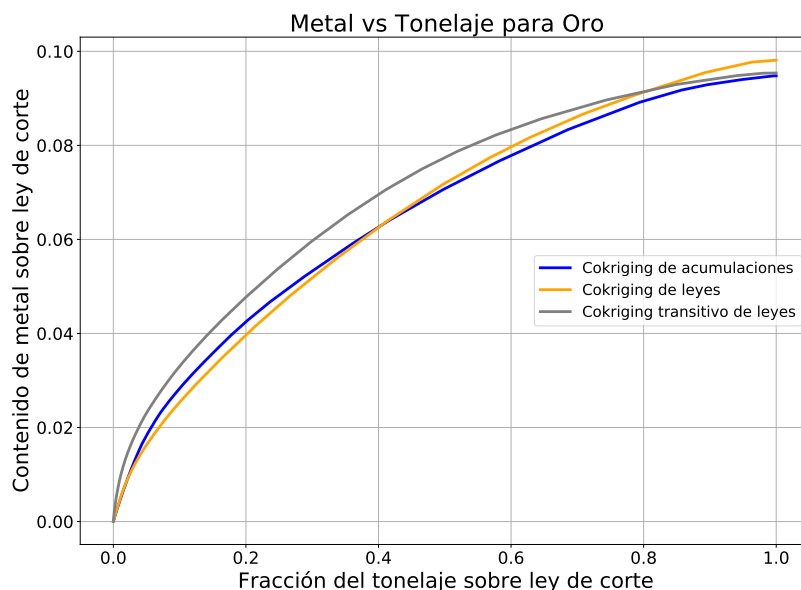


Figura 5.9: Curvas metal vs tonelaje del oro para el modelo de bloques según método de estimación.

De la figura 5.10, se observa las curvas de tonelaje-ley para los tres métodos de estimación

para la ley de oro. Se aprecia de la imagen que KP y KA presentan un fuerte decrecimiento en sus curvas hasta una ley de corte aproximada de 0.5 ppm, donde ya no se tienen recursos recuperables. La curva de ley promedio para KA y KP crecen de manera similar hasta una ley de corte de 0.5 ppm, donde la curva de ley promedio de KA es truncada para este valor, mientras que para KP crece hasta su máximo de aproximadamente 0.55 ppm.

Para KT, se observa que la curva de tonelaje tiene un decrecimiento menor en comparación a otros métodos de estimación, donde para una ley de corte de 0.5 ppm entrega 500 gramos de oro a diferencia de los otros métodos que no poseen recursos recuperables. También, se observa de la figura 5.10 que desde una ley de corte de 0.2 ppm, el promedio de ley de oro para KT es considerablemente mayor a los otros dos métodos, asociado a un menor suavizamiento y la presencia de bloques de mayor ley (como se aprecia en la curva de ley promedio) en comparación con los otros dos métodos. Finalmente, se observa que para una ley de corte superior a 0.8 ppm todavía hay recursos de oro para KT.

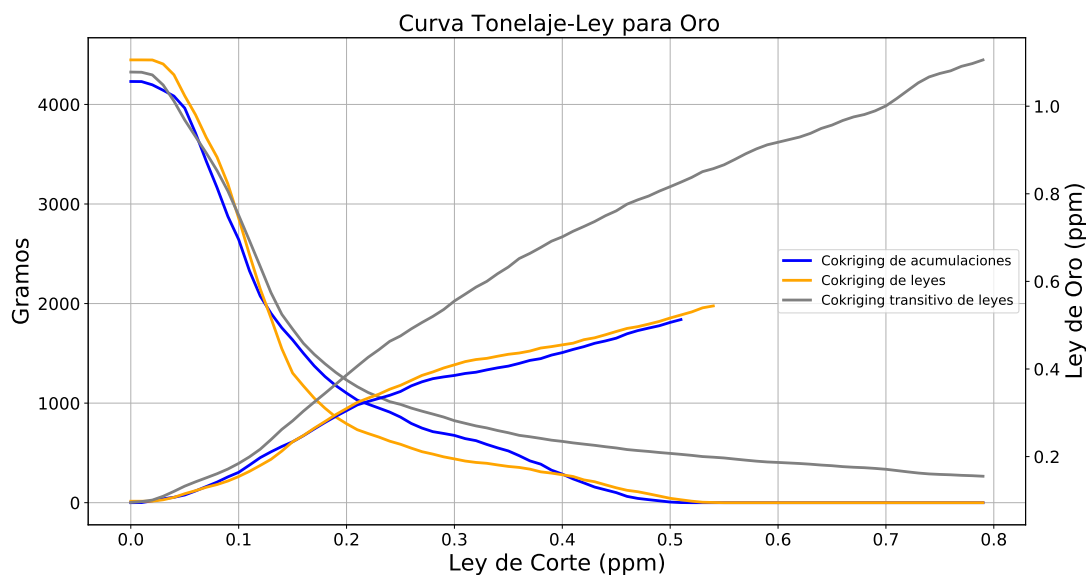


Figura 5.10: Curvas tonelaje-ley para oro.

### 5.3.3. Recursos de Cobre

Para el cobre, se aprecia de la tabla 5.7 que la mayor cantidad de recursos globales se obtienen a través de cokriging de leyes con 223.1 toneladas, seguido por el cokriging transitivo con 216.0 toneladas y cokriging de acumulaciones con 199.7 toneladas. Comparando con el método que entrega menos recursos, KT y KP contienen 23.4 toneladas (+11.8%) y 16.3 toneladas (+8.2%) más recursos de cobre en el modelo de bloques. Además, el cokriging de leyes entrega 7.1 toneladas (+3.3%) más de cobre que el cokriging transitivo de leyes.

Tabla 5.7: Recursos globales de cobre según tipo de estimación.

	KA	KP	KT
<b>Recursos de Cu (Ton)</b>	199.7	223.1	216.0
<b>Diferencia (%)</b>	0	11.8	8.2

De las curvas de metal vs tonelaje para el cobre (figura 5.11), se observa que el contenido de metal entre los tres métodos es similar hasta una fracción de tonelaje de 0.2 y es levemente mayor para el cokriging transitivo de leyes. Para fracciones de tonelaje menores a 0.5 se aprecia que el contenido de metal entre KP y KT es similar, donde para fracciones mayores a 0.5, KP entrega mayor cantidad de metal que los otros métodos.

Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se tiene que KP entrega el mayor contenido de metal con un valor cercano a 0.5 en comparación con KT y KA con valores de 0.48 y 0.45 respectivamente.

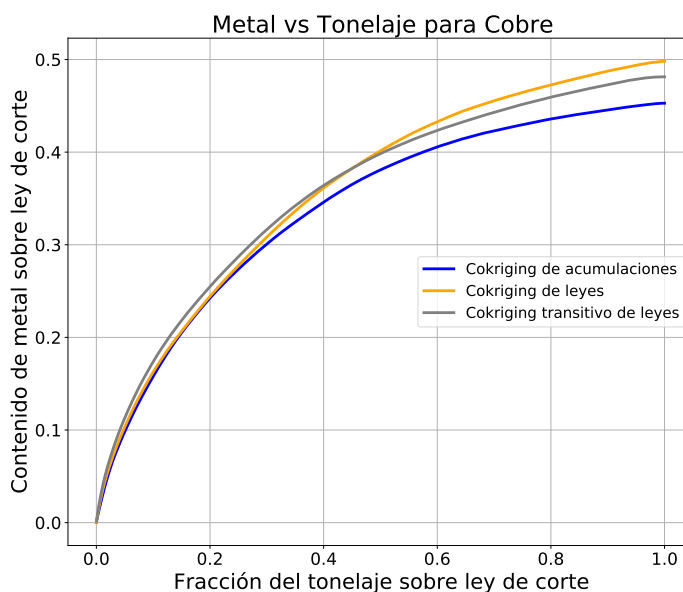


Figura 5.11: Curvas metal vs tonelaje del cobre para el modelo de bloques según método de estimación.

De la figura 5.12, se observa las curvas de Tonelaje-Ley para los tres métodos de estimación para la ley de cobre. De la imagen se aprecia que la ley promedio entre los tres



métodos es similar hasta una ley de corte de 1.0 %, mientras que para la curva de tonelaje se observa que KA y KT poseen una decrecimiento parecido hasta una ley de corte de 2.25 %.

Las diferencias significativas entre la cantidad de recursos recuperables, se observan para una ley de corte de cobre mayor a 2.5 %, donde KA decrece fuertemente en comparación con KP y KT. Se tiene además, que para una ley de corte superior a un 3.5 %, KA no posee recursos recuperables, KP entrega aproximadamente 4 toneladas y KT tiene 12 toneladas sobre la ley de corte.

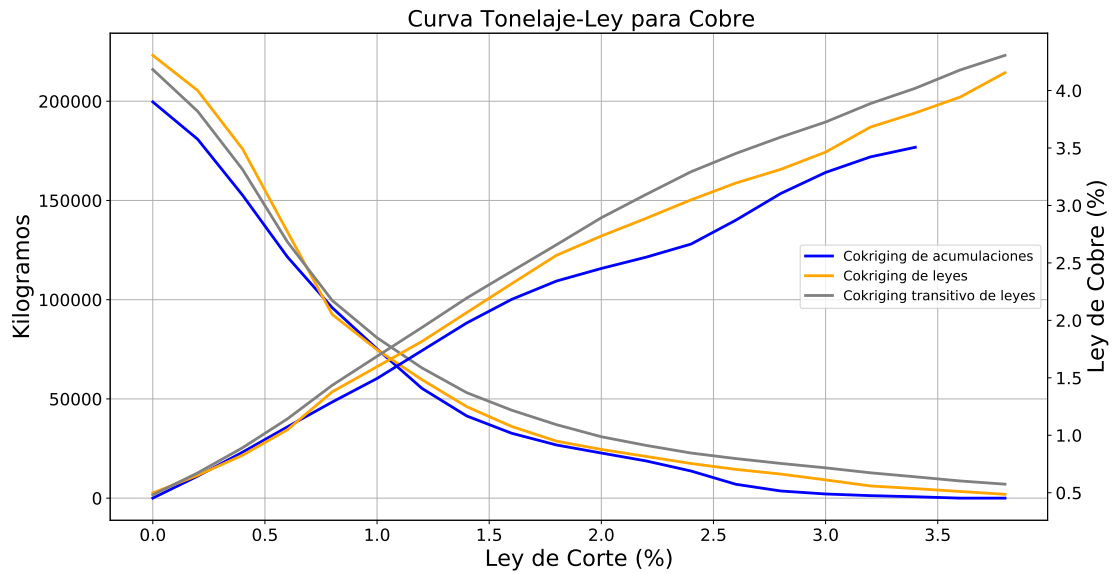


Figura 5.12: Curvas tonelaje-ley para cobre.

### 5.3.4. Recursos de Plomo

Para el plomo, se aprecia de la tabla 5.8 que la mayor cantidad de recursos globales se obtienen a través de cokriging de leyes con 345.2 toneladas, seguido por el cokriging transitivo de leyes con 331.2 toneladas y cokriging de acumulaciones con 302.1 toneladas. Comparando con el método que entrega menos recursos, KP y KT contienen 43.2 toneladas (+14.3 %) y 29.1 toneladas (+9.6 %) más recursos de plomo en el modelo de bloques. Además, el cokriging de leyes entrega 14 toneladas (+4.2 %) más de plomo que el cokriging transitivo de leyes.

Tabla 5.8: Recursos globales de plomo según tipo de estimación.

	KA	KP	KT
<b>Recursos de Pb (Ton)</b>	302.1	345.2	331.2
<b>Diferencia (%)</b>	0	14.3	9.6

De las curvas de metal vs tonelaje para el plomo (figura 5.13), se observa que el contenido de metal es similar para fracciones del tonelaje menores a 0.2 y levemente mayor para el KT. Para fracciones del tonelaje mayores a 0.4 se tiene que KP entrega la mayor cantidad de metal en comparación con los otros dos métodos y donde para una fracción mayor a 0.3 se aprecian diferencias significativas entre la cantidad de metal que entrega KA en comparación con KT y KP.

Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se observa que KP entrega el mayor contenido de metal con un valor de 0.78 en comparación con KT y KA con valores de 0.73 y 0.67 respectivamente.

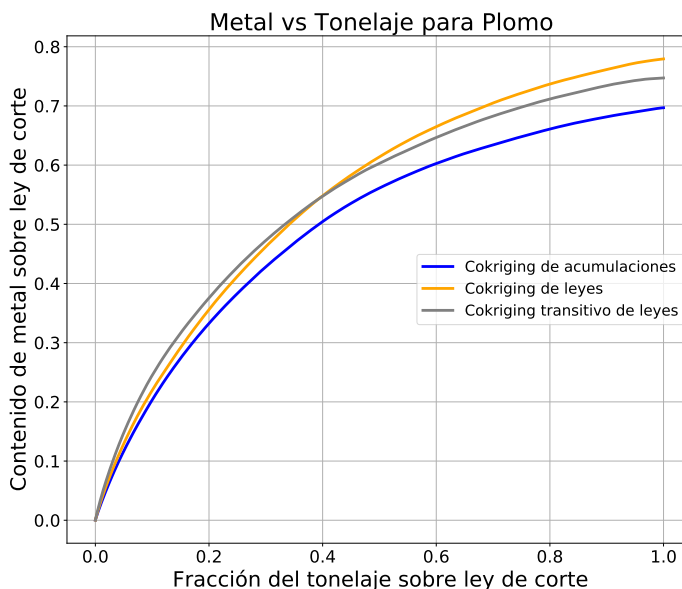


Figura 5.13: Curvas metal vs tonelaje del plomo para el modelo de bloques según método de estimación.

De la figura 5.14, se observa las curvas de tonelaje-ley para los tres métodos de estimación para la ley de plomo. Al observar la curva de ley promedio, se tiene que los métodos poseen

un promedio similar hasta una ley de corte de 0.5 %. De la curva de tonelaje, se aprecia que el KA tiene el mayor decrecimiento y KT el decrecimiento más lento. Al comparar las curvas de KP y KT, se tiene que éstas poseen un decrecimiento similar hasta una ley de corte de 1.25 %, donde al seguir aumentando la ley de corte, KP decrece más rápidamente que KT.

Para una ley de corte de 3.0 % se aprecia de la figura que KA ya no presenta recursos recuperables en comparación con KP y KT los cuales tienen 10 y 30 toneladas respectivamente. Además, para una ley de corte 3.5 % ya no hay recursos recuperables para KP, mientras que de KT se obtienen 20 toneladas aproximadamente.

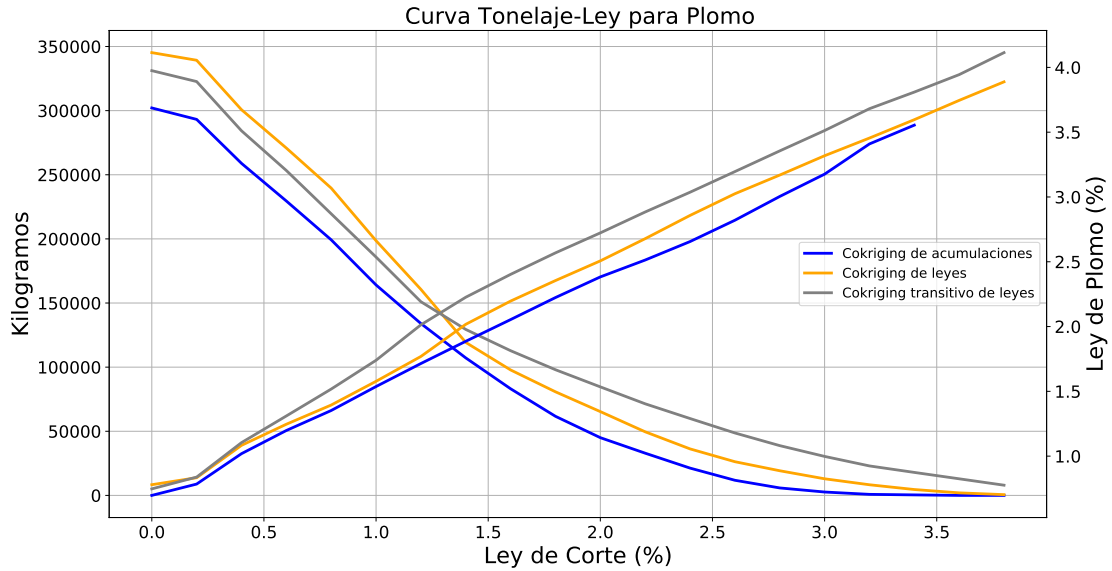


Figura 5.14: Curvas tonelaje-ley para plomo.

### 5.3.5. Recursos de Zinc

Finalmente para el zinc, se aprecia de la tabla que la mayor cantidad de recursos globales se obtienen a través de cokriging de leyes con 498 toneladas, seguido por el cokriging transitivo de leyes con 476.7 toneladas y cokriging de acumulaciones con 434.6 toneladas. Comparando con el método que entrega menos recursos, KP y KT contienen 63.4 toneladas (+14.6 %) y 42.1 toneladas +9.7 % más recursos de zinc en el modelo de bloques. Además, el cokriging de leyes entrega 21.3 toneladas (+4.4 %) más de zinc que el cokriging transitivo de leyes.

Tabla 5.9: Recursos globales de zinc según tipo de estimación.

	KA	KP	KT
<b>Recursos Globales de Zn (Ton)</b>	434.6	498.0	476.7
<b>Diferencia (%)</b>	0	14.6	9.7

De las curvas de metal vs tonelaje para el zinc (figura 5.15) se aprecia que el contenido de metal es similar entre los tres métodos para fracciones de tonelaje menores a 0.2, donde KT entrega el mayor contenido de metal. Para fracciones del tonelaje mayores a 0.4, se tiene que KP entrega el mayor contenido de metal y para fracciones mayores a 0.2 se observan diferencias significativas entre el contenido de metal que entrega KA en comparación con KT y KP.

Para fracciones del tonelaje cercanas a 1, se observa que KP entrega el mayor contenido de metal con un valor de 1.127 en comparación con KT y KA con valores de 1.078 y 1.003 respectivamente.

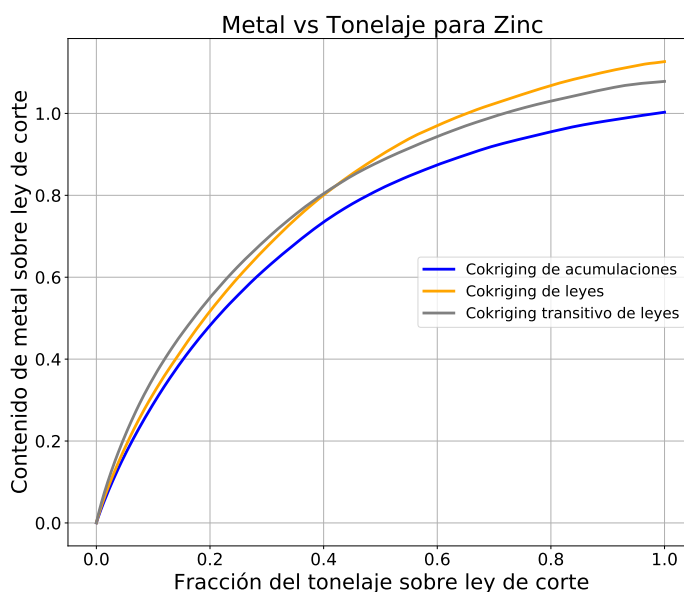


Figura 5.15: Curvas metal vs tonelaje del zinc para el modelo de bloques según método de estimación.

De la figura 5.16, se observa las curvas de tonelaje-ley para los tres métodos de estimación para la ley de zinc. En la imagen se ve que la curva de ley promedio es similar entre los mé-

todos hasta una ley de corte de 1.0 %, mientras que para la curva de tonelaje solo se aprecia una similitud entre las curvas de KP y KT hasta una ley de corte de 2.0 %.

También se aprecia, que la curva de ley promedio de KA es truncada para una ley de corte de 4.5 %, mientras que para KP esta se trunca con una ley de 5.4 %. Además, se observa que para una ley de corte de 4.0 % los recursos recuperables de zinc son muy bajos para KA, mientras que para KP y KT se tienen 25 y 50 toneladas aproximadamente.

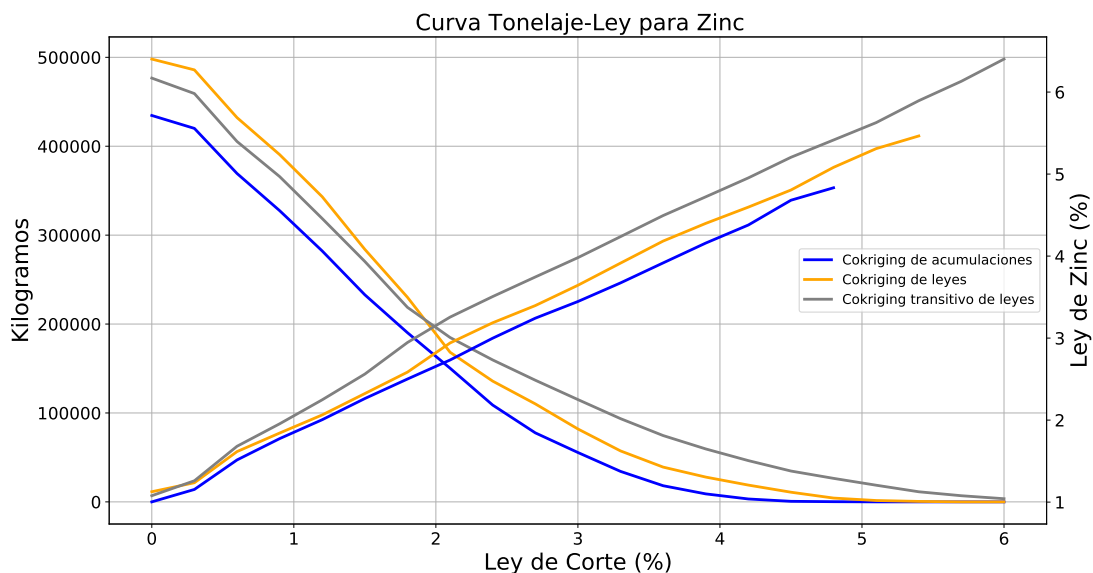


Figura 5.16: Curvas tonelaje-ley para zinc.

# Capítulo 6

## Conclusiones

En el trabajo se presenta el modelamiento de un depósito polimetálico de geometría estrecha usando tres técnicas geoestadísticas diferentes, las cuales entregan resultados coherentes entre sí. De los tres métodos, la estimación multivariable de acumulaciones y potencia presenta los mejores estadísticos de validación cruzada para todas las variables a excepción del oro, asociado al estar a una escala menor y a la disminución de la variabilidad espacial (en este caso al tener una potencia promedio menor a 1 metro) al trabajar con acumulaciones en vez de leyes al momento de realizar la estimación, además de las diferencias entre las bases de datos de leyes y acumulaciones. También se aprecia de los estadísticos de validación cruzada, que la estimación multivariable de leyes tanto por geoestadística tradicional como geoestadística transitiva entrega resultados similares (menos de 15% de diferencia en la desviación estándar del error) y levemente mejores para el cokriging de leyes para todas las variables.

Para la ley de oro, los mejores resultados de validación fueron los obtenidos por la estimación multivariable de leyes, los cuales superan al cokriging transitivo en todas las métricas de validación cruzada. No obstante, al comparar los resultados del modelo de bloques y de recursos minerales entre métodos, las técnicas tradicionales entregan resultados donde el suavizamiento de kriging es considerable, lo que genera una distribución más homogénea en el modelo de bloques. Lo anterior está asociado a la dificultad de caracterizar la continuidad espacial a través de los variogramas, al no lograrse un buen modelado del variograma experimental. En contraste, los resultados del cokriging transitivo entregan una distribución más heterogénea (menos suavizada), con abundantes bloques con ley cercana a cero y un valor máximo considerablemente superior a los otros dos métodos de estimación. Lo anterior es consistente a la distribuciones que normalmente presentan yacimientos de oro, los cuales producto su alto efecto pepita (o a la distribución gamma/exponencial que se obtienen del muestreo), presentan una cantidad considerable de muestras con baja o sin ley mineral y pocas muestras con leyes muy altas. En contrapartida a este menor suavizamiento, se tiene una menor precisión y un mayor sesgo condicional. Lo anterior puede tener relación al oxymoron del kriging (Isaaks, 2005), donde los resultados de estimación no puede ser insesgados condicionalmente y no producir suavizamiento, el cual también podría ser válido para la geoestadística transitiva.

Del análisis variográfico, se tiene que tanto la geometría de la veta como los datos extremos de los elementos de interés (en especial el oro y la plata) dificultan el análisis de la continuidad espacial del yacimiento, en particular para la dimensión estrecha del depósito.

Lo anterior afecta significativamente el modelamiento variográfico tradicional, ya que al tener variogramas experimentales erráticos, el modelado es incorrecto y aumenta el suavizamiento de kriging para las variables. Por el contrario, con el enfoque transitivo el modelado de los covariogramas es satisfactorio, lo cual le da mayor robustez a los resultados de estimación, especialmente para casos donde no se puede asumir la hipótesis de estacionaridad. Sin embargo, una desventaja del enfoque es la necesidad de una malla regular para el cálculo del covariograma transitivo. Para este caso, lo anterior fue solventado al utilizar el interpolador del vecino más cercano, que distorsiona en cierta manera la posición relativa de los datos originales; este interpolador del vecino más cercano fue utilizado solamente para el análisis estructural (obtención de los covariogramas experimentales), y no para la etapa posterior de cokriging. También hay que examinar que tan representativo es considerar que el dominio de la veta es conocido y definido para la geoestadística transitiva, ya que generalmente estos dominios son inciertos y complejos, lo dificultan el modelamiento geológico y no permita aplicar esta metodología para otros cuerpos de geometrías complejas.

De la estimación multivariable de acumulaciones se tiene que para todas las variables a excepción del oro, los promedios ley y recursos obtenidos son levemente menores en comparación con los otros dos métodos. Lo anterior puede estar relacionado a la diferencias entre la bases de datos originales de leyes y acumulaciones, además de la desemejanza entre el modelo de bloques interpretado y el estimado por este enfoque.

Respecto a los recursos minerales de la veta, aunque los resultados globales (tonelaje total del elemento de interés) de las estimaciones son similares entre sí, hay diferencias significativas en la distribución local y espacial dentro de la veta, especialmente para la ley de oro, plata y cobre. Esta diferencia es observable en las curvas tonelaje-ley, donde para el cokriging transitivo hay una mayor concentración de recursos en bloques de alta ley, es decir, cambia considerablemente la estimación de recursos recuperables según el método empleado. Lo anterior no significa que no se produzca suavizamiento para este método de estimación, pero sí el efecto es considerablemente menor en comparación con métodos tradicionales.

El resultado anterior puede ser de gran interés, especialmente para depósitos polimetálicos que presenten geometrías complejas y tengan métodos de explotación de alta selectividad, donde resultados de estimación con mayor suavizamiento y más homogéneos, pueden afectar negativamente la planificación minera y la toma de decisiones, lo que puede aumentar los costos de operación o desviaciones en la meta de producción. Por lo anterior, el kriging transitivo aparece como un método recomendable en etapas de exploración y planificación. En estas etapas conviene utilizar estimadores que suavizan menos la distribución de leyes para poder así cuantificar no solamente los recursos in-situ totales, sino que también los recursos recuperables (que sobrepasan una ley de corte determinada).

Finalmente, con respecto a la hipótesis de trabajo, se concluye que la geoestadística transitiva entrega resultados similares (pero no mejores) a la geoestadística clásica en términos de precisión. No obstante, el modelado de la continuidad espacial a través de los covariogramas transitivos da mayor robustez a los resultados de estimación y reduce el suavizamiento en las distribuciones de los elementos de interés, lo que impacta favorablemente el cálculo de recursos recuperables (sobre una ley de corte dada).

Por lo anterior, se recomienda utilizar la estimación multivariable a través de geoestadística transitiva a otros depósitos de geometría estrecha, tales como vetas polimetálicas como complemento a metodologías tradicionales, además de comparar los resultados a metodologías no abordadas en este trabajo como lo son el *Locally Varing Anisotrophy* o *Unfolding*.



# Bibliografía

- Alfaro, M., y Miguez, F. (1976). Optimal Interpolation Using Transitive Methods, in: Advanced Geostatistics in the Mining Industry. *Springer Netherlands*, 4(2), 91-99.
- Alvarado, J., Apaya, Y., y Calderon, J. (2019). Diseño del sistema de ventilación minera optimizando costos de operación en la mina Caylloma de la empresa minera Bateas SAC. *Universidad nacional de San Agustín de Arequipa, Facultad de geología, geofísica y minas.*, 1(1), 1-78.
- Bertoli, O., Mukangai, J., y Dunham, S. (2003). Two-Dimensional Geostatistical Methods - Theory, Practice and a Case Study from the 1A Shoot Nickel Deposit, Leinster, Western Australia. *Proceedings Fifth International Mining Geology*, 1(1), 1-7.
- Bez, N. (2007, 1). Transitive geostatistics and statistics per individual: A relevant framework for asserting resources with diffuse limits. *Exploration and Mining Geology*, 1(1), 235-242.
- Bez, N., y Rivoirard, J. (2001). Transitive geostatistics to characterise spatial aggregations with diffuse limits: An application on mackerel ichthyoplankton. *Fisheries Research - FISH RES*, 50, 41-58. doi: 10.1016/S0165-7836(00)00241-1
- Boisvert, J. (2010). Geostatistics with locally varying anisotropy.
- Boisvert, J., y Deutsch, C. (2011). Programs for kriging and sequential gaussian simulation with locally varying anisotropy using non-euclidean distances. *Computers Geosciences*, 37, 495-510. doi: 10.1016/j.cageo.2010.03.021
- Boisvert, J. B., Manchuk, J. G., y Deutsch, C. V. (2009). Kriging in the presence of locally varying anisotropy using non-euclidean distances. *Mathematical Geosciences*, 41(5), 585-601. doi: 10.1007/s11004-009-9229-1
- Buchanan, L. (1981). Precious metal deposits associated with volcanic environments in the southwest. in relations of tectonics to ore deposits in the southwestern cordillera, arizona. *Geol. Society Digest.*, 14, 237-262.
- Chapman, E., y Sinuhaji, A. (2019). *Technical Report: Caylloma Mine, Caylloma District, Peru* (Inf. Téc. n.º 1). Suite 650, 200 Burrard Street, Vancouver: Fortuna Silver Mines Inc.:
- Chilès, J.-P., y Delfiner, P. (2012). Geostatistics: Modeling spatial uncertainty. *Wiley-Interscience Publication, New York*.
- Dagbert, M. (2001). Comments on "The Estimation of Mineralized Veins: A Comparative Study of Direct and Indirect Approaches," by D. Marcotte and A. Boucher. *Exploration and Mining Geology - Exploration Mining Geology*, 10, 243-244. doi: 10.2113/0100243
- Deutsch, C. (2005). Practical unfolding for geostatistical modeling of vein-type and complex

- tabular mineral deposits. En (p. 197-202). doi: 10.1201/9781439833407.ch25
- Deutsch, C. V., y Journel, A. (1998). *Gslib: Geostatistical software library and user's guide*. Oxford University Press.
- Dominy, S., Annels, A., Camm, G., Cuffley, B., y Hodkinson, I. (1999). Resource evaluation of narrow gold-bearing veins: Problems and methods of grade estimation. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy-Section A-Mining Industry*, 108, A52.
- Dominy, S., Camm, G., y Phelps. (1997). Narrow vein mining-a challenge to the operator. *Proceedings of the sixth International Symposium on Mine Planning and Equipment selection, Ostrava, Czech Republic*. Stakos,Kebo,Farana & Smutny (eds) Balkema, Rotterdam, 125-132.
- Echavarría, L., Chavez, J., y Escobedo, L. (2020). *Evolución paragenética de la mineralización en el distrito epitermal de Caylloma, Sur de Perú* (Inf. Téc. n.º 1). La Colina 180 Urb. el Vivero, Santiago de Surco, Lima 33, Perú: Hochschild Mining Plc.
- Emery, X. (2012). *Simulación Estocástica y Geoestadística No Lineal*. Universidad de Chile, Departamento de Ingeniería en Minas.
- Emery, X., y Séguret, S. (2020). Geoestadística de yacimientos de cobre chilenos: 35 años de investigación aplicada. *CRC Press*, 1-245.
- Fouedjio, F. (2015). Space deformation non-stationary geostatistical approach for prediction of geological objects: Case study at el teniente mine (chile). *Natural Resources Research*, 25. doi: 10.1007/s11053-015-9287-7
- González Peña, O. A. (2010). Características principales de los depósitos epitermales en el noroeste de México, un análisis y comparación.
- Huaman, E., y Paucar, P. (2020). Evaluación técnica económica conceptual de un nuevo sistema de relleno hidráulico para la reducción de costos en la Unidad Minera Caylloma de Minera Bateas S.A.C. *Universidad Continental, Facultad de Ingeniería*, 1(2), 1-136.
- Isaaks, E. (2005). The kriging oxymoron: A conditionally unbiased and accurate predictor (2nd edition). , 363-374. doi: 10.1007/978-1-4020-3610-1\_37
- Journel, A. G. (1986). Geostatistics: Models and tools for the earth sciences. *Mathematical Geology*, 18, 119-140.
- Machuca-Mory, D., y Deutsch, C. (2013). Non-stationary geostatistical modeling based on distance weighted statistics and distributions. *Mathematical Geosciences*, 45, 31-48. doi: 10.1007/s11004-012-9428-z
- Marcotte, D., y Boucher, A. (2001a). Authors' Reply to "Comments on The Estimation of Mineralized Veins: A Comparative Study of Direct and Indirect Approaches," by M. Dagbert. *Exploration and Mining Geology*, 10(3), 245-247.
- Marcotte, D., y Boucher, A. (2001b). The Estimation of Mineralized Veins: A comparative Study of Direct and Indirect Approaches. *Journal de la Société Française de Statistique*, 1(1), 1-23.
- Martin, R., y Boisvert, J. B. (2017). Iterative refinement of implicit boundary models for improved geological feature reproduction. *Computers Geosciences*, 109, 1-15. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cageo.2017.07.003>

- Matheron, G. (1967). Kriging or polynomial interpolation procedures. *CIMM Transactions*, 70(1), 240–244.
- Matheron, G. (1971). *The theory of regionalized variables and its applications*. École Nationale Supérieure des Mines, París.
- Navarro, G. (2020). Comparación entre la aplicación de kriging y cokriging para estimar especies de cobre en un yacimiento tipo pórfido cuprífero. *Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería en Minas*, 1(1), 1-124. (Memoria para optar al título de ingeniero civil en minas)
- Renard, D., Chilès, J.-P., Rivoirard, J., y Alfaro, M. (2013, 11). Assessment of the resources of a Gold Deposit by Transitive Kriging. En *APCOM 36th*. Porto Alegre, Brazil.
- Rivoirard, J. (2005). Concepts and Methods of Geostatistics. En (Vol. 183, p. 17-37). doi: 10.1007/0-387-29115-6\_2
- Roth, C., y Armstrong, M. (1998). Estimating the geometry of conjugate veins. *Exploration and Mining Geology*, 7(4), 333–339.
- Roy, D., Butt, S., y Frempong, P. (2004). Geostatistical resource estimation for the Poura narrow-vein gold deposit. *CIM Bulletin*, 1(1), 47-51.
- Ríos, F. A. (2015). Aplicación de relleno hidráulico para el sostenimiento de los tajeros de la veta Animas de la Mina Bateas Unidad San Cristóbal. *Universidad Nacional de Piura, Escuela profesional de ingeniería en minas.*, 1(1), 1-119.
- Soto, F. (2021). Estimación geoestadística de recursos en los relaves abandonados de la Mina Haveri (Sur-Oeste de Finlandia). *Universidad de Chile*, 1(1), 1-84. (Tesis para optar al grado de magíster en Minería)
- Soto, F., Garrido, M., Díaz, G., y Silva, C. (2017). Rapid multivariate resource assessment..
- Soto, F., Navarro, F., Díaz, G., y Emery, X. (2022). Transitive kriging for modeling tailings deposits: a case study in Southwest Finland. , 1(1), 1-28.
- Stroet, C., y Snepvangers, J. (2005). Mapping curvilinear structures with local anisotropy kriging. *Mathematical Geology*, 37, 635-649. doi: 10.1007/s11004-005-7310-y
- Townley, B. K. (2006). Metalogénesis: Hidrotermalismo y modelos de yacimientos. apunte y referencias.
- Wackernagel, H. (2003). Multivariate geostatistics: an introduction with applications. *Springer Science & Business Media*.
- Xu, W. (1996). Conditional curvilinear stochastic simulation using pixel-based algorithms. *Mathematical Geology*, 28, 937–949.
- Zuñiga, R., y Emery, X. (2010). Evaluating mineral resources in a narrow vein-type deposit. En *Proceedings of the IV International Conference on Mining Innovation MININ 2010* (p. 347-355). Gecamin Ltda, Santiago, Chile.

# Anexo A

## Análisis exploratorio de datos

### A.1. Limpieza de datos

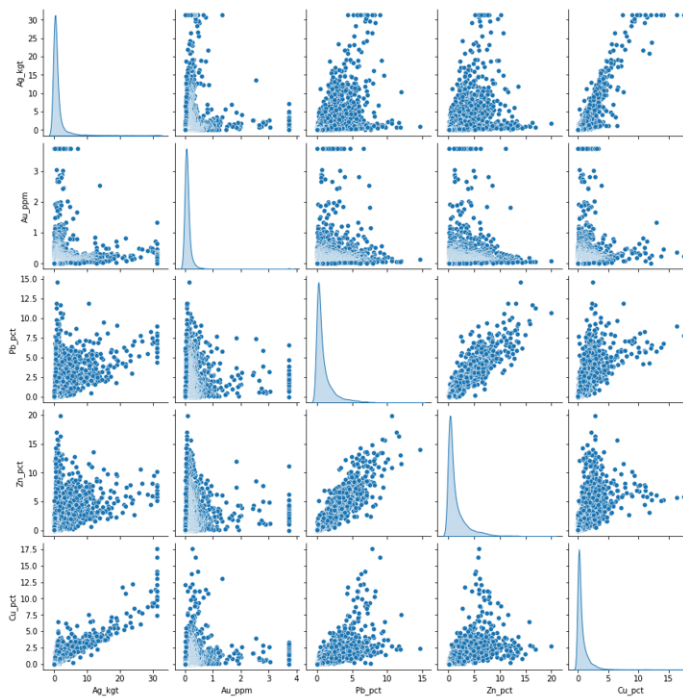
Tabla A.1: Estadísticas descriptivas básicas para datos de leyes original.

	Ag [kgt]	Au [ppm]	Pb [%]	Zn [%]	Cu [%]
<b>Cuenta</b>	5736	5736	5736	5736	5736
<b>Promedio</b>	1.197	0.153	0.994	1.439	0.683
<b>Des. Est.</b>	3.203	1.043	1.432	2.035	1.142
<b>Mínimo</b>	0.002	0.001	0.002	0.002	0.002
<b>Primer Cuartil</b>	0.085	0.025	0.137	0.200	0.085
<b>Mediana</b>	0.298	0.045	0.435	0.619	0.287
<b>Tercer Cuartil</b>	0.940	0.093	1.218	1.815	0.821
<b>Máximo</b>	49.005	45.686	14.636	19.910	17.579

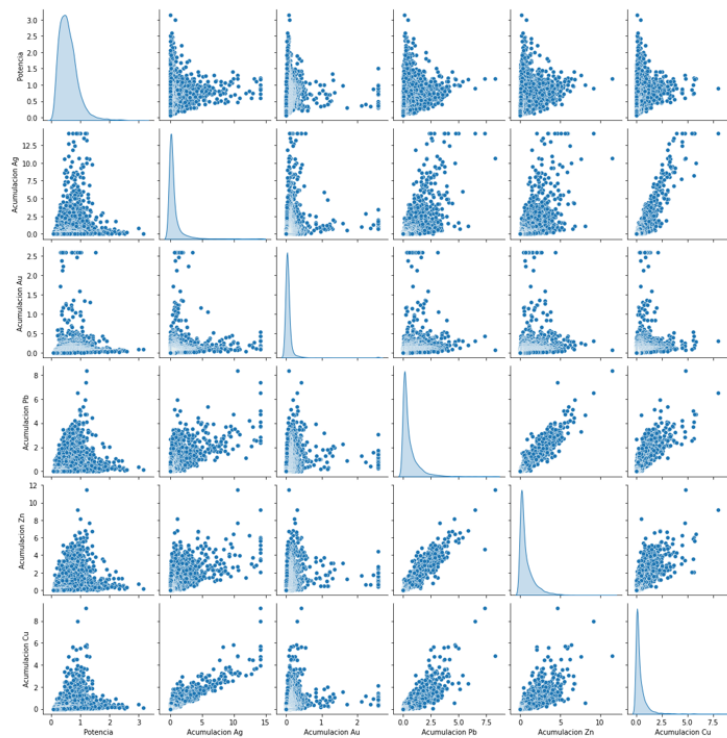
Tabla A.2: Estadísticas descriptivas básicas para las acumulaciones y potencia originales.

	Potencia [m]	Acum. Ag [m*kg/t]	Acum. Au [m* ppm]	Acum. Cu [m*pct]	Acum. Pb [m*pct]	Acum. Zn [m*pct]
<b>Cuenta</b>	3715	3715	3715	3715	3715	3715
<b>Promedio</b>	0.587	0.681	0.090	0.387	0.548	0.792
<b>Des. Est.</b>	0.330	1.609	0.529	0.612	0.727	1.022
<b>Mínimo</b>	0.070	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
<b>Primer Cuartil</b>	0.350	0.055	0.010	0.060	0.090	0.130
<b>Mediana</b>	0.530	0.180	0.030	0.170	0.260	0.390
<b>Tercer Cuartil</b>	0.750	0.606	0.060	0.480	0.720	1.070
<b>Máximo</b>	3.150	28.165	18.270	9.150	8.320	11.480

## A.2. Gráficos de dispersión



(a)



(b)

Figura A.1: Gráficos de dispersión entre **a)** leyes y **b)** acumulaciones y potencia.

### A.3. Visualizaciones espaciales

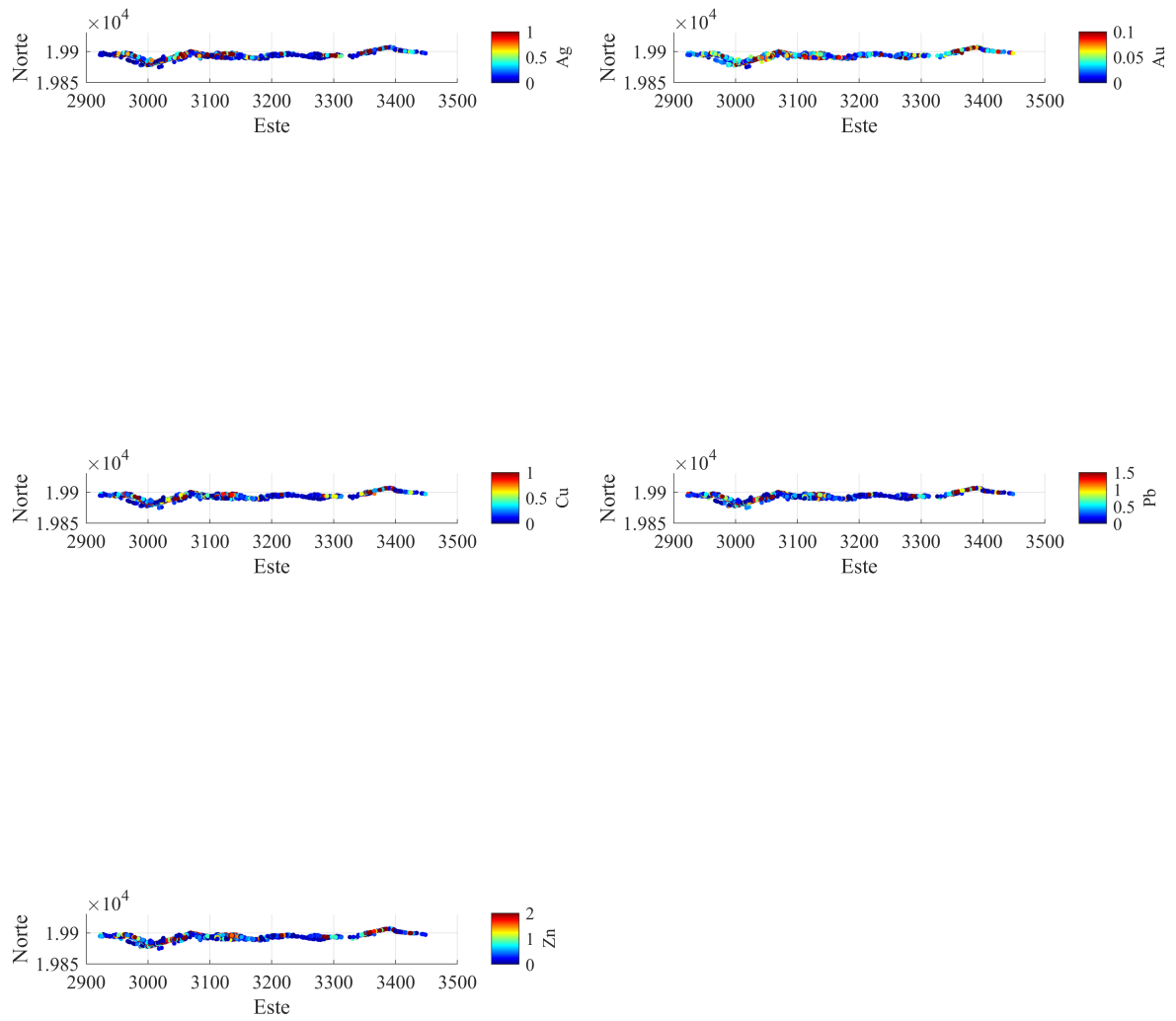


Figura A.2: Visualización plano XY para leyes.

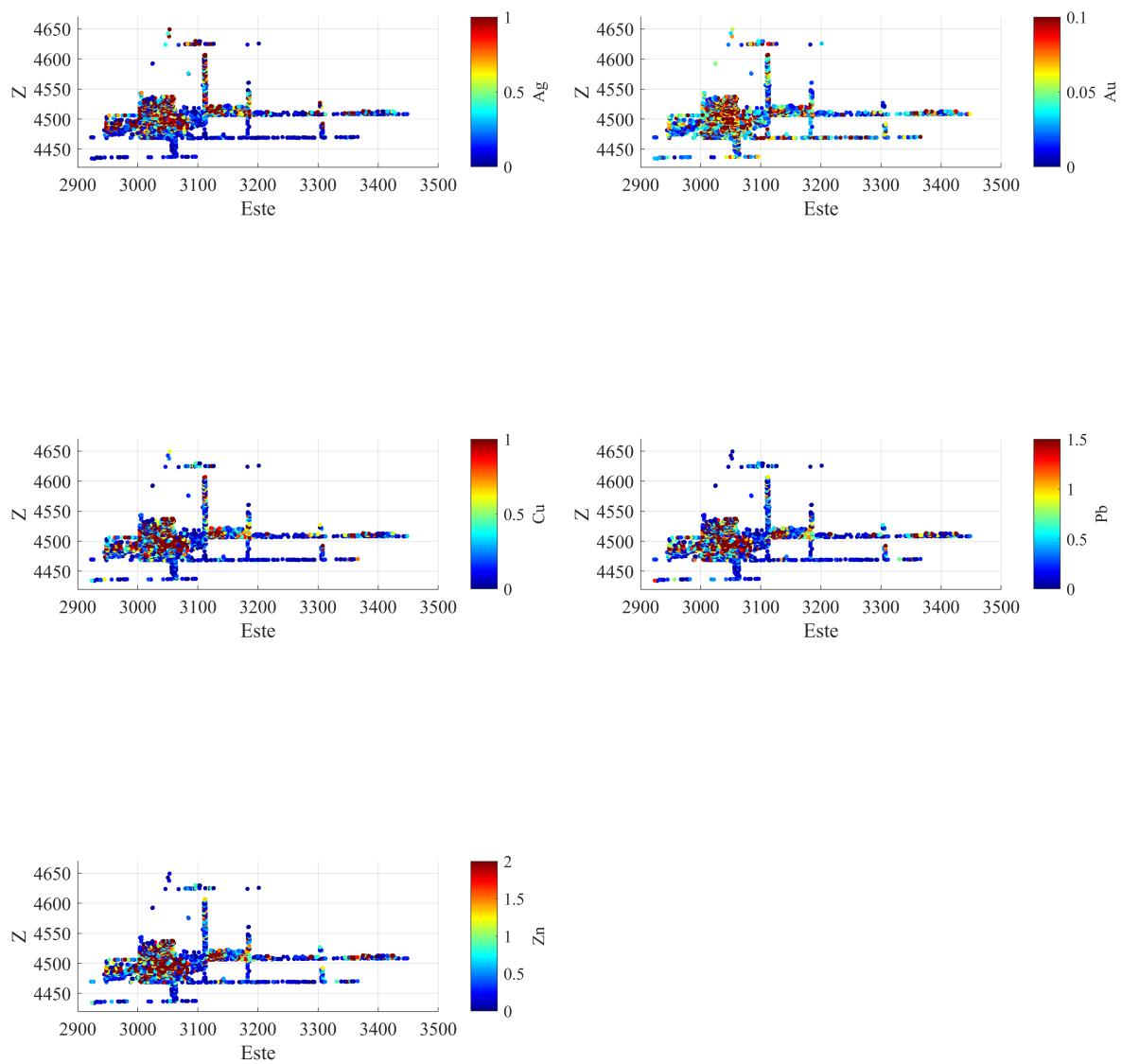


Figura A.3: Visualización plano XZ para leyes.

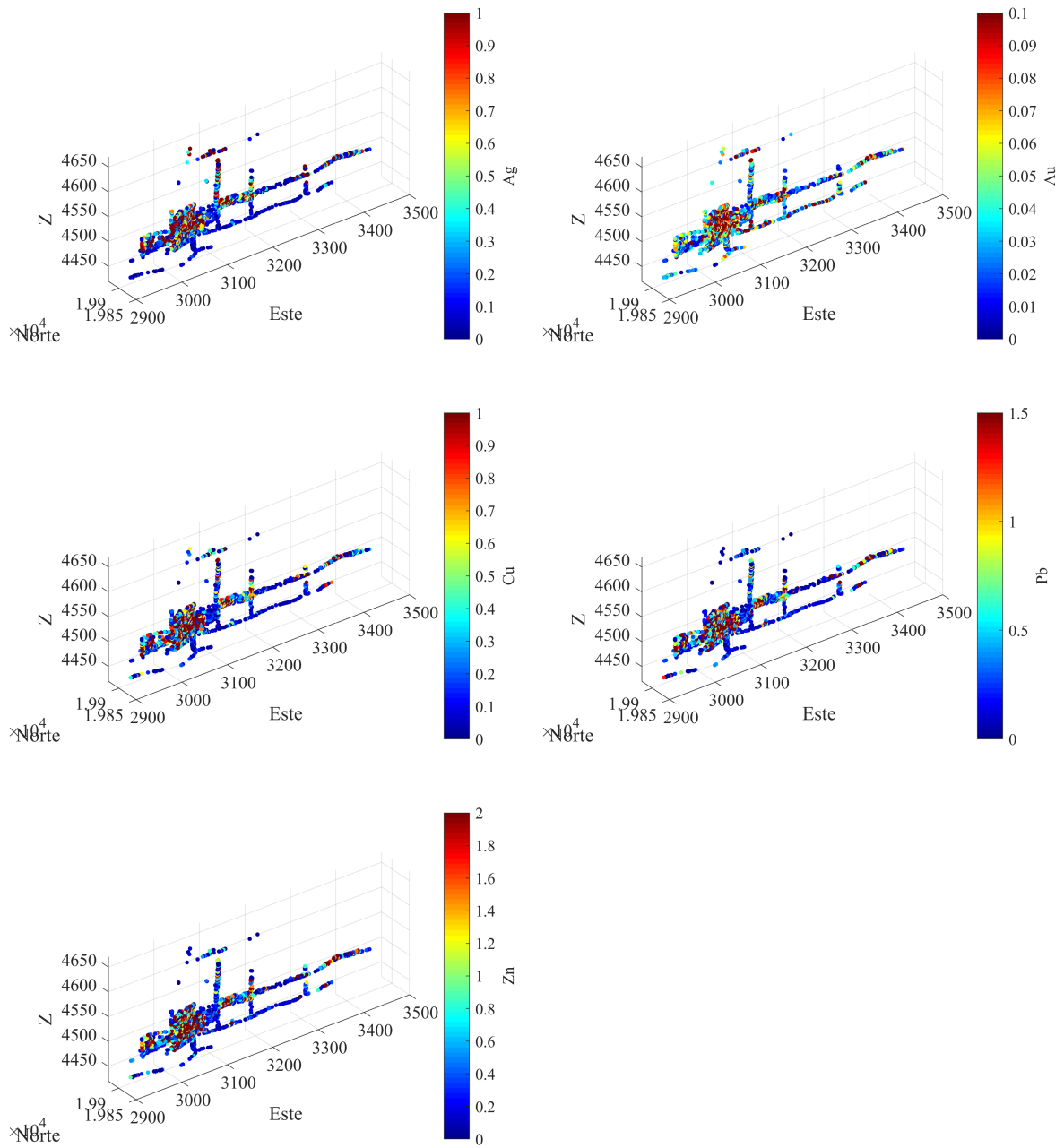


Figura A.4: Visualización tridimensional para leyes.



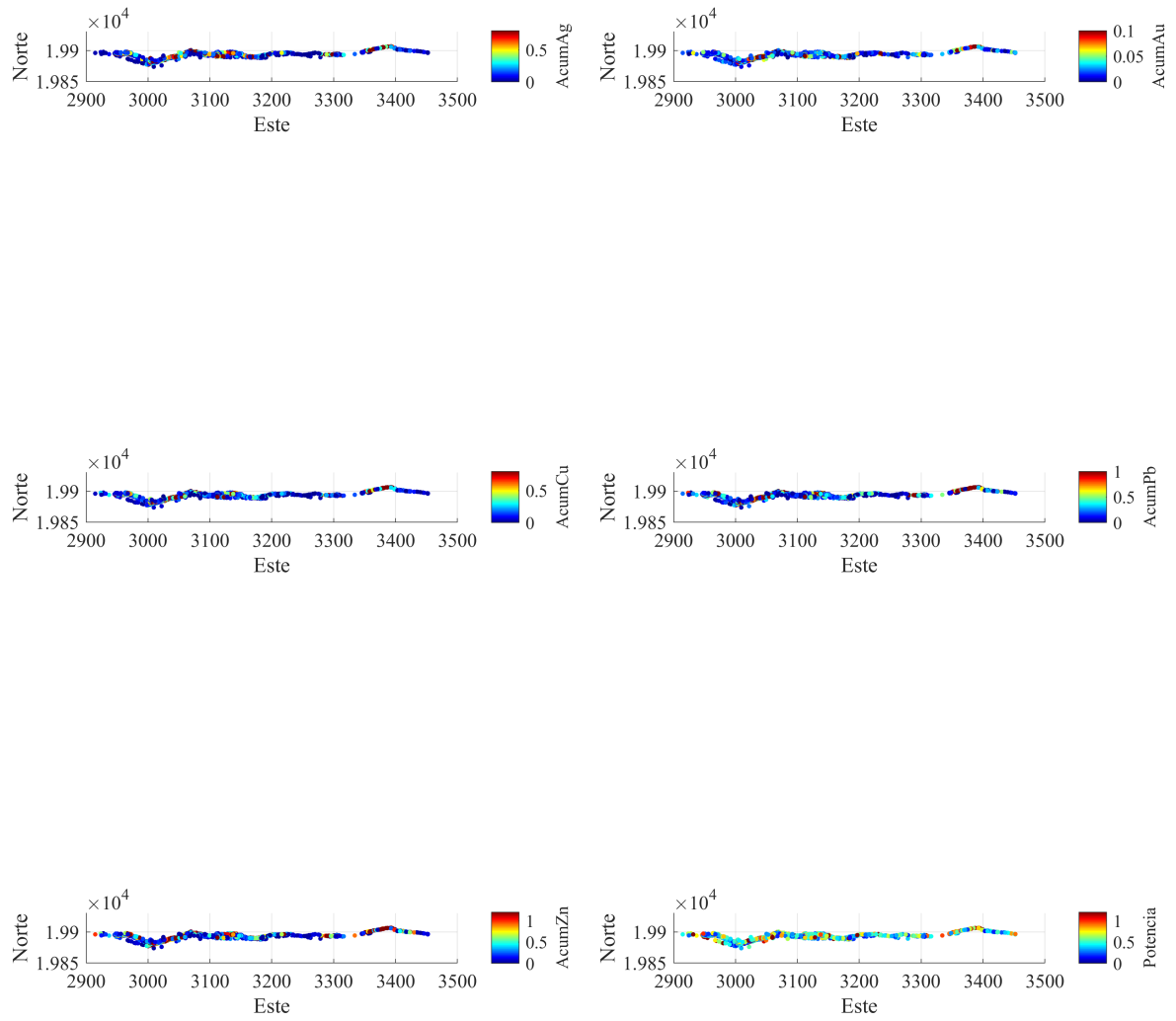


Figura A.5: Visualización plano XY para acumulaciones y potencia.

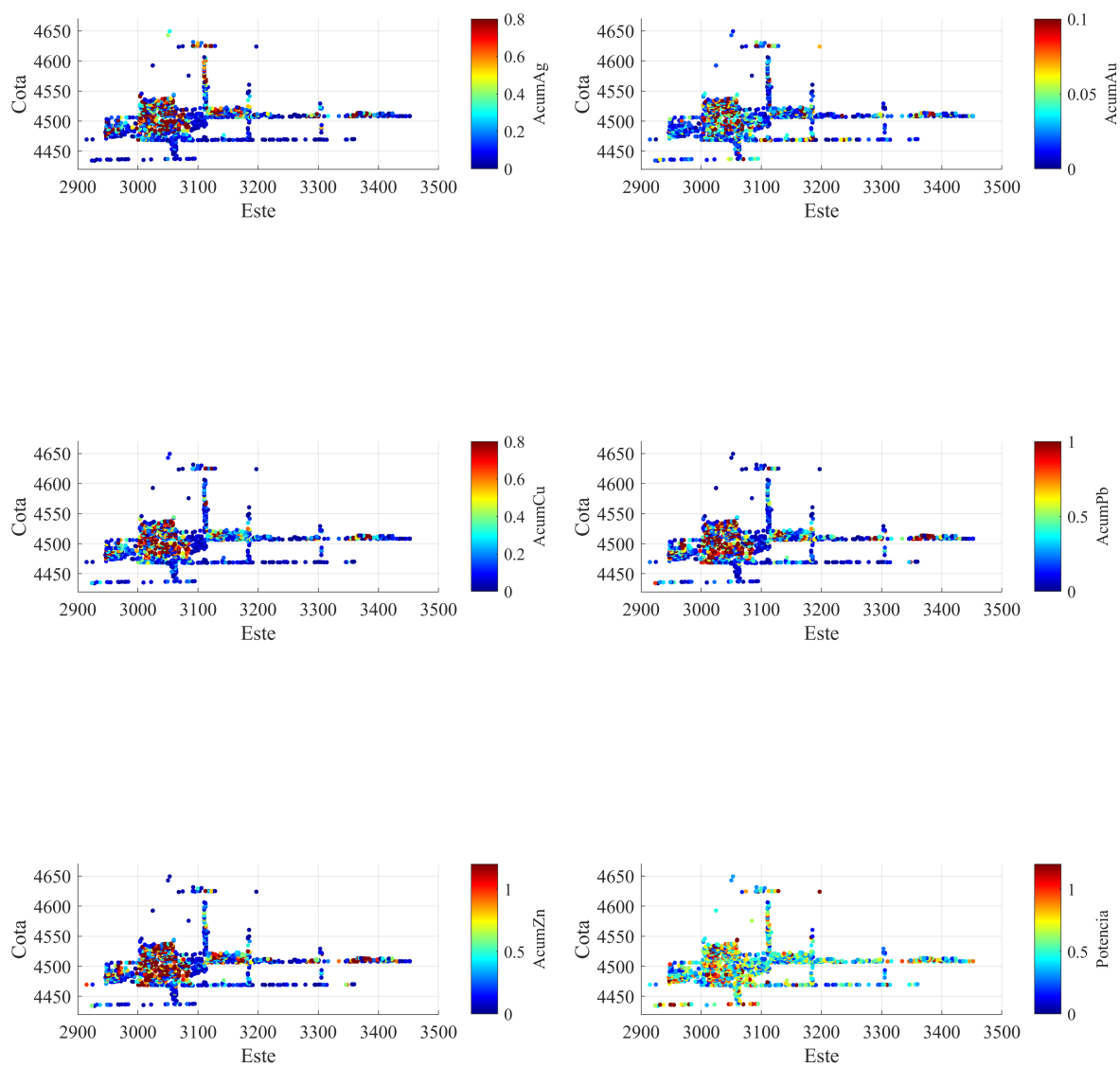


Figura A.6: Visualización para plano XZ para acumulaciones y potencia.

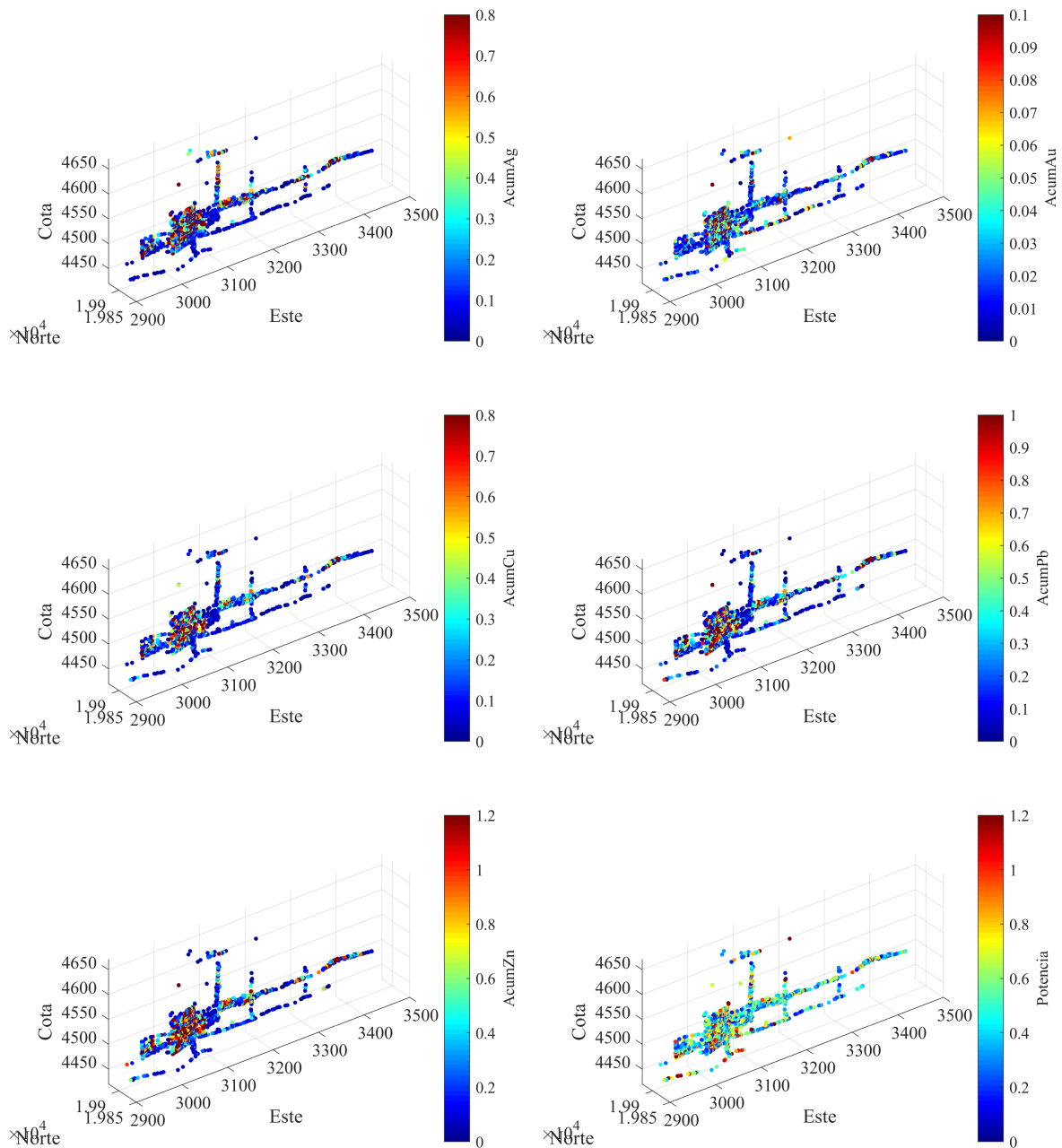


Figura A.7: Visualización tridimensional para acumulaciones y potencia.

# Anexo B

## Estimación multivariables de leyes

### B.1. Análisis variográfico

#### B.1.1. Variogramas experimentales cruzados de leyes

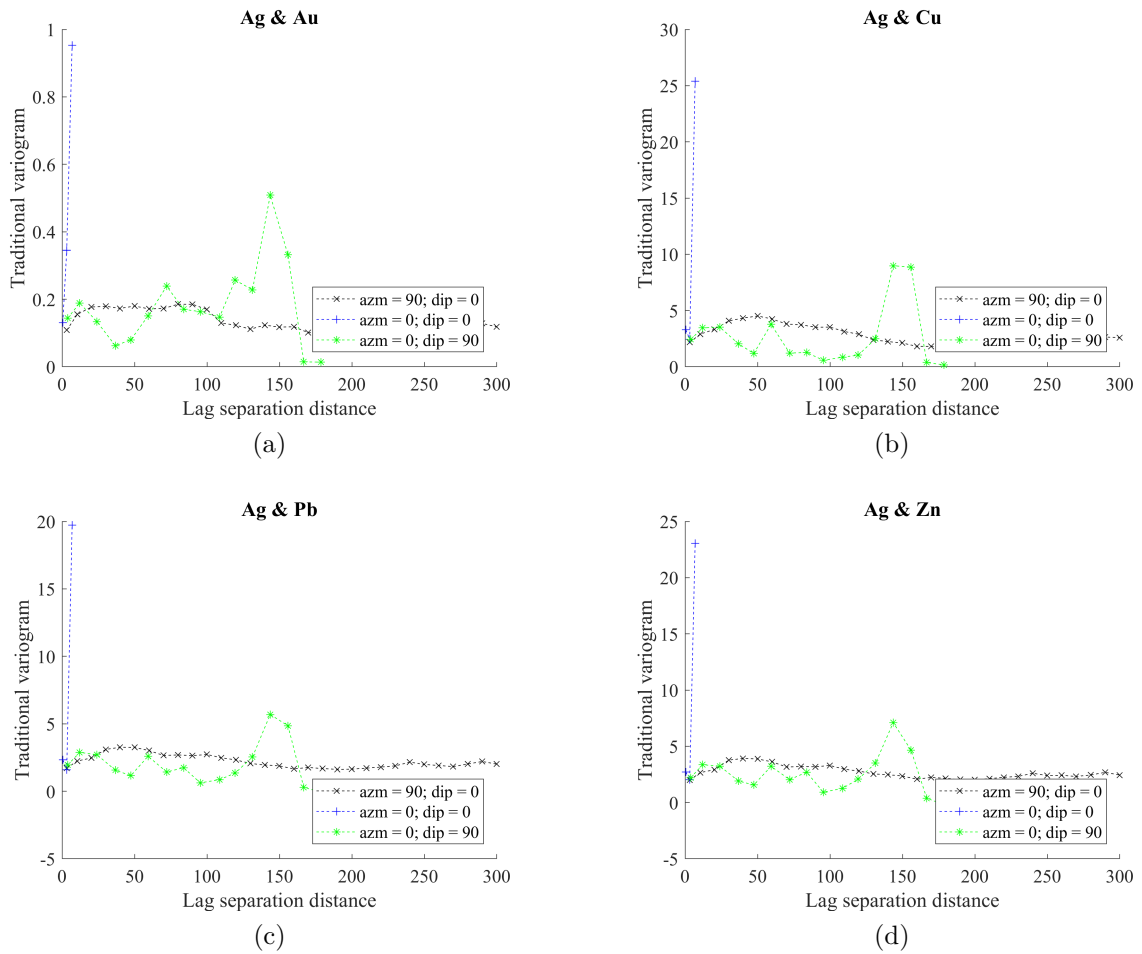


Figura B.1: Variogramas cruzados experimentales para ley de plata.

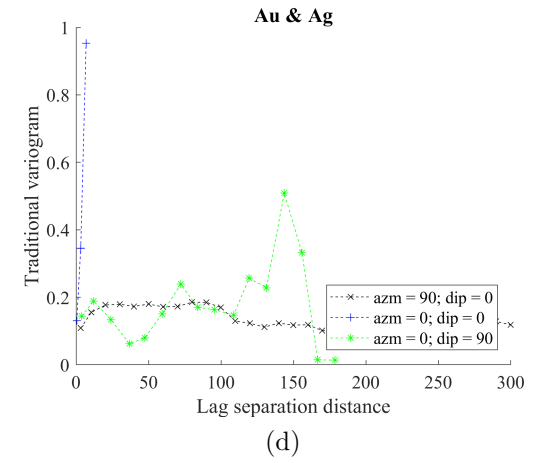
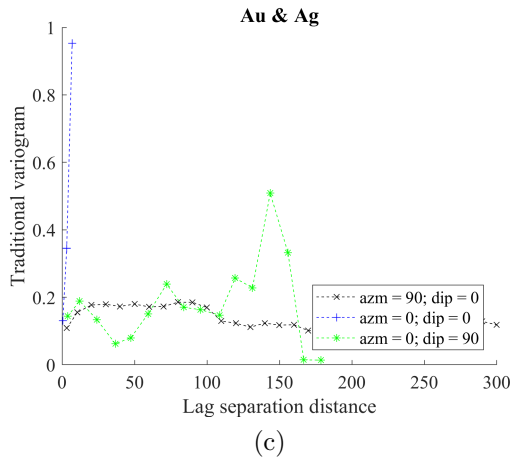
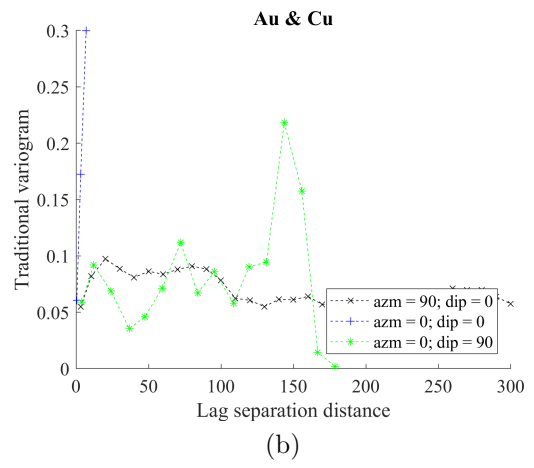
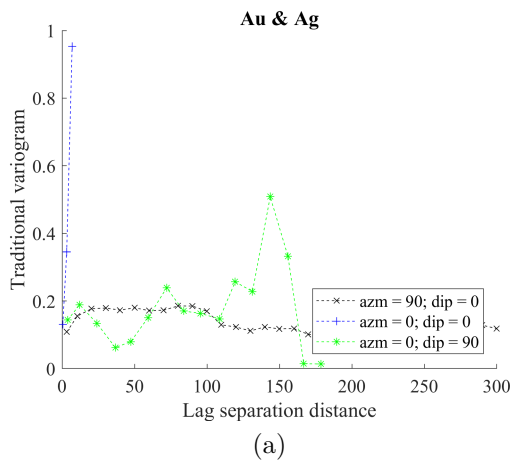


Figura B.2: Variogramas cruzados experimentales para ley de oro.

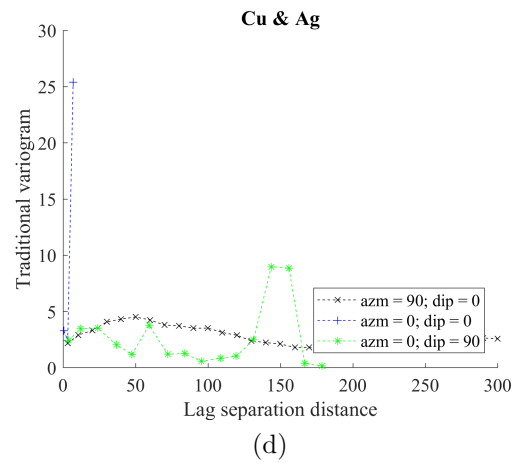
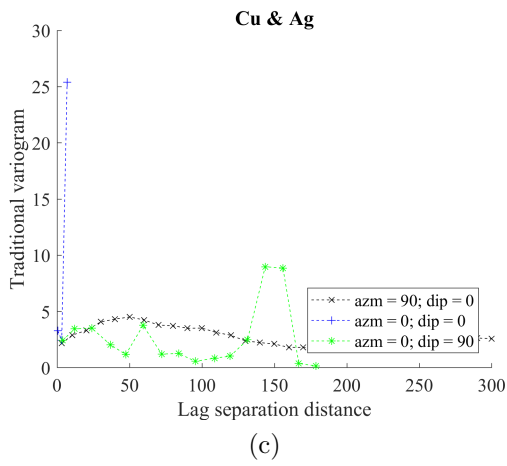
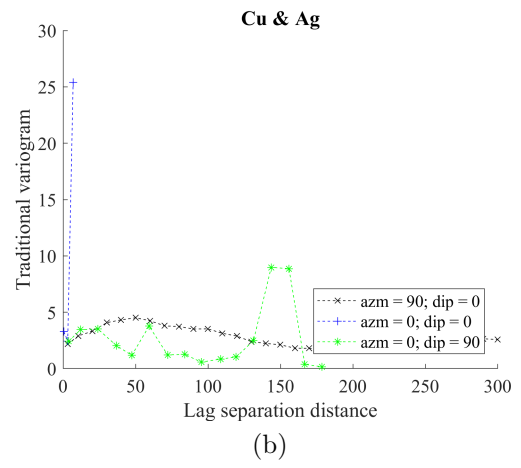
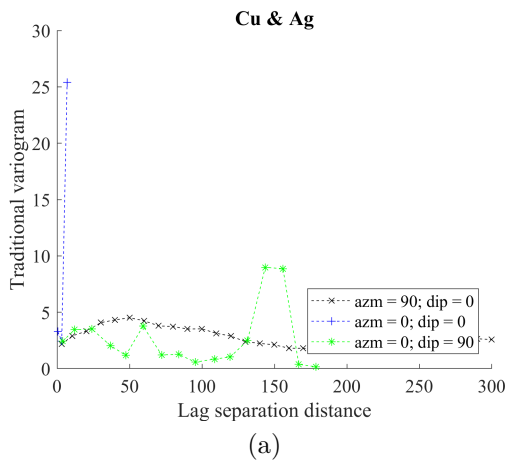


Figura B.3: Variogramas cruzados experimentales para ley de cobre.

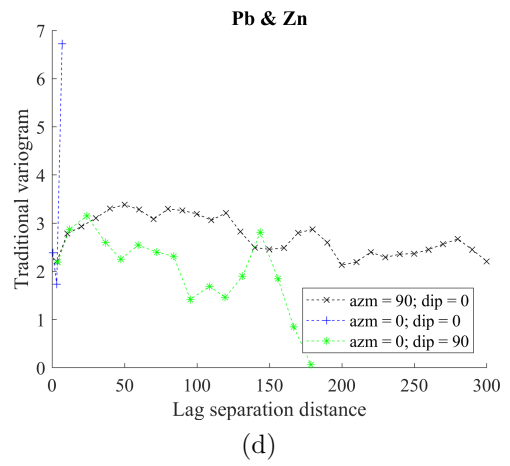
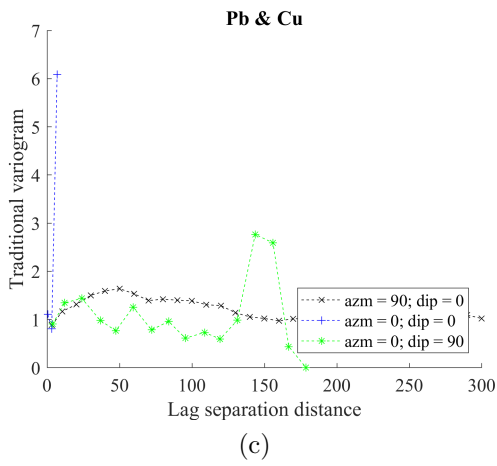
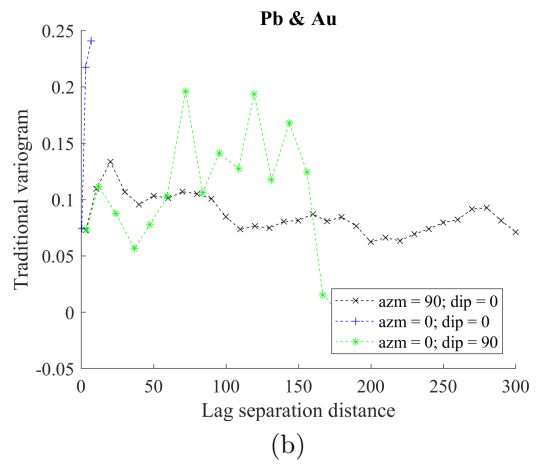
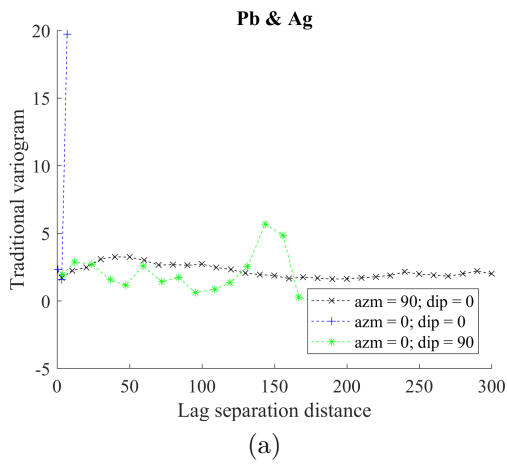


Figura B.4: Variogramas cruzados experimentales para ley de plomo.

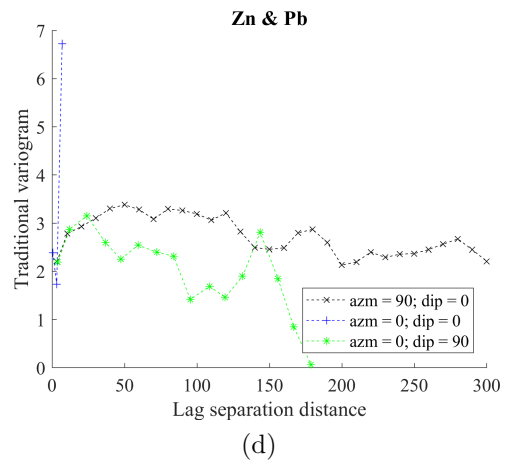
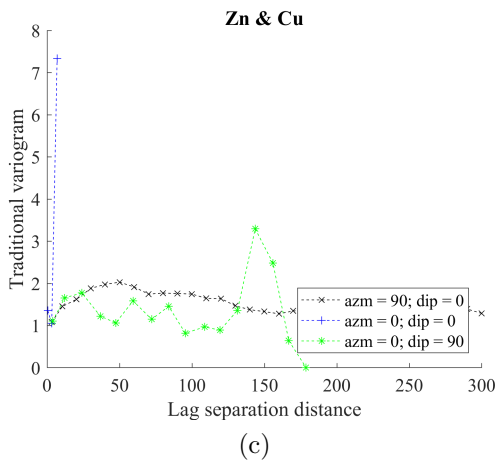
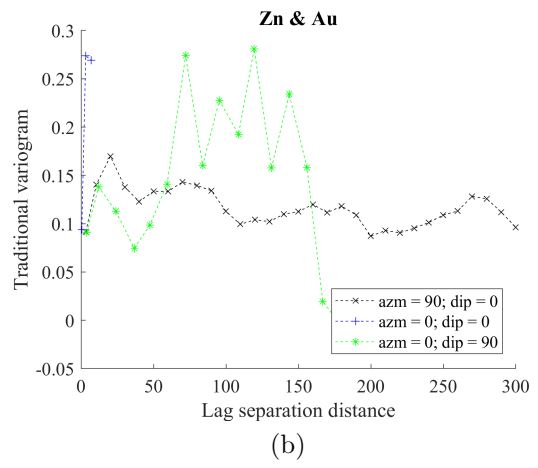
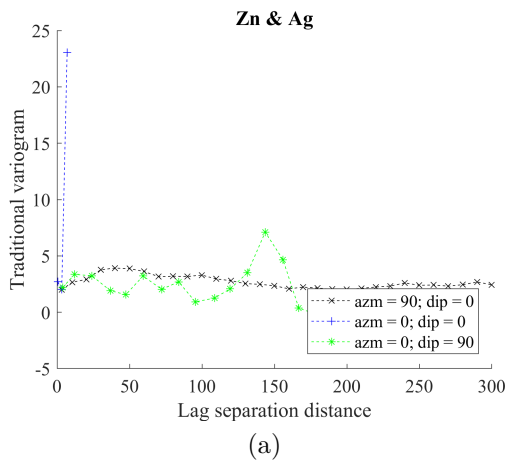


Figura B.5: Variogramas cruzados experimentales para ley de zinc.



## B.1.2. Variogramas modelados cruzados de leyes

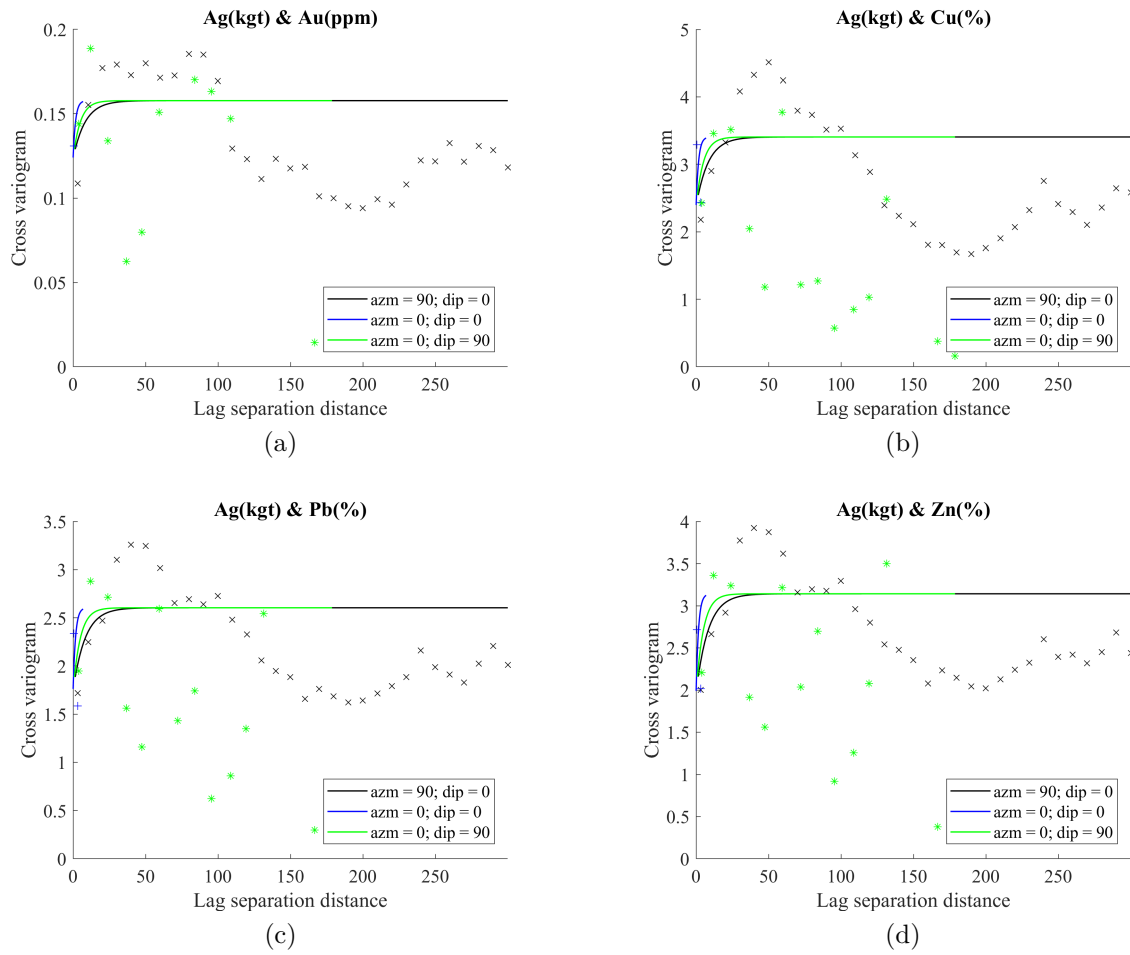


Figura B.6: Variogramas cruzados modelados para ley de plata.

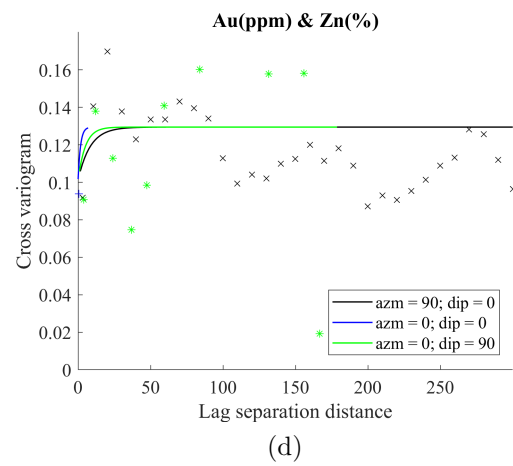
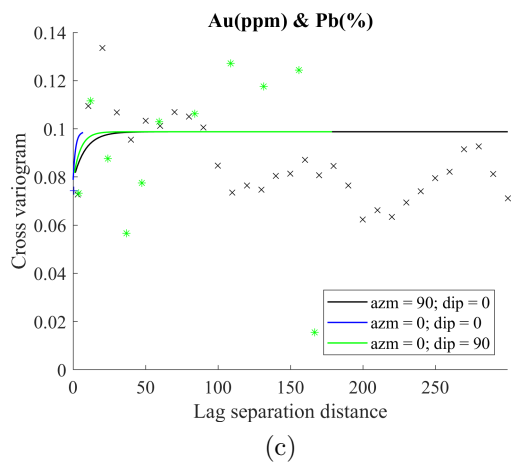
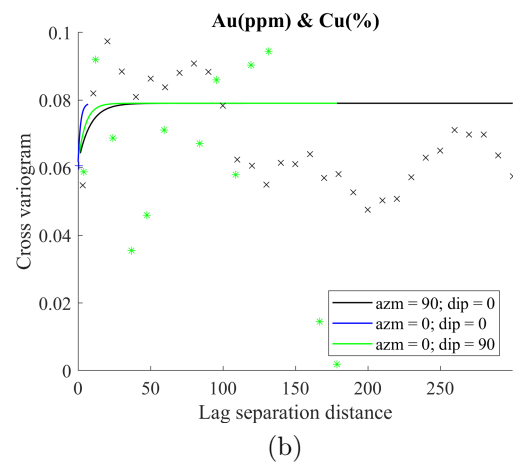
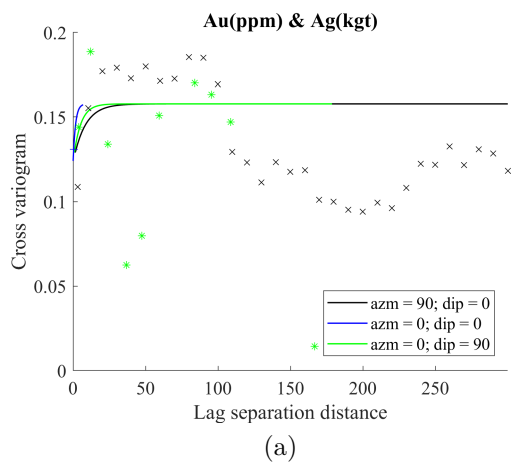


Figura B.7: Variogramas cruzados modelados para ley de oro.

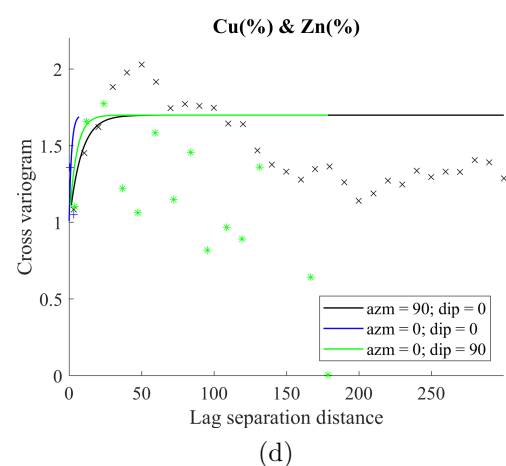
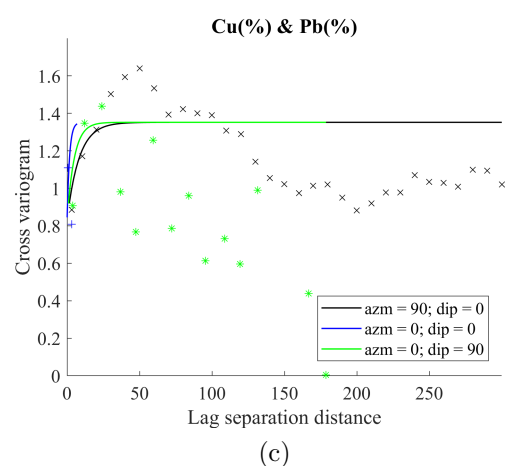
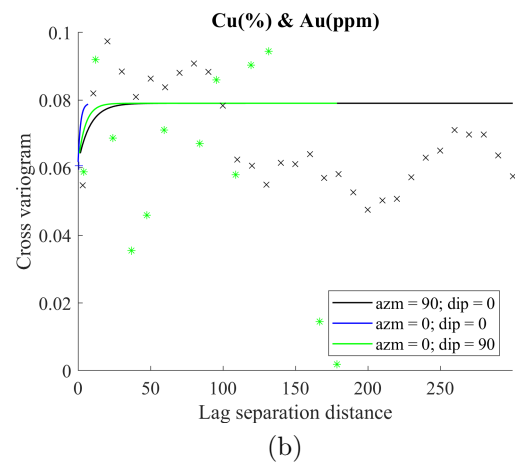
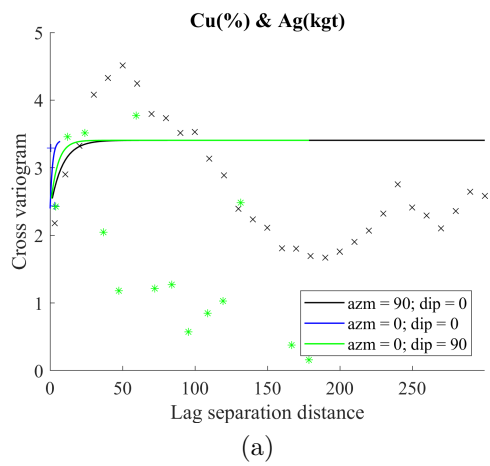


Figura B.8: Variogramas cruzados modelados para ley de cobre.

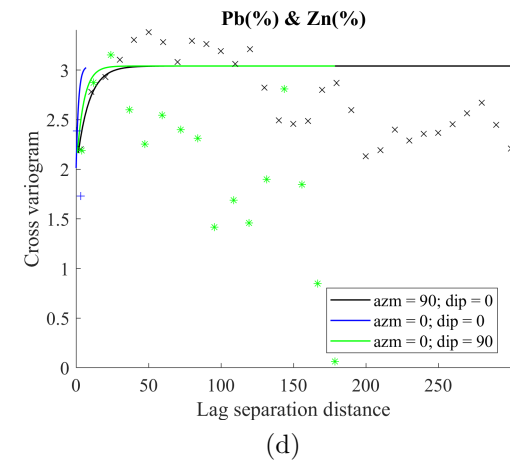
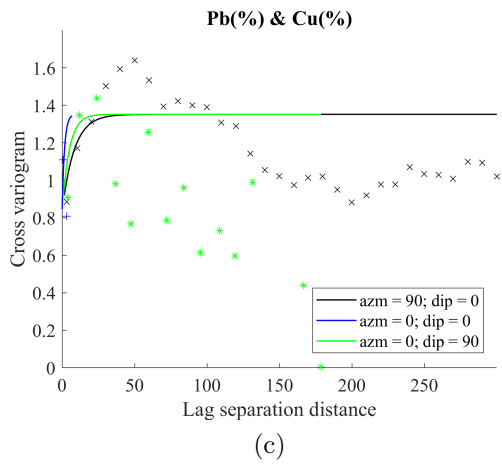
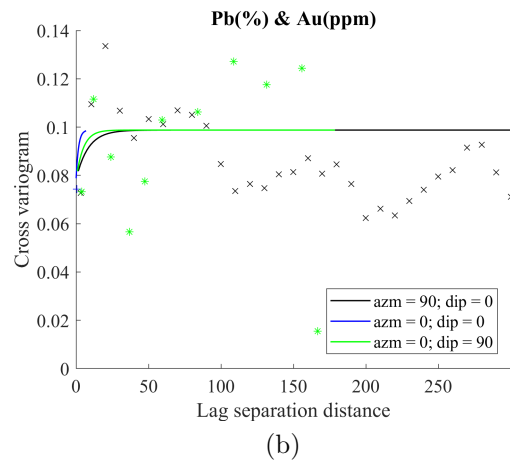
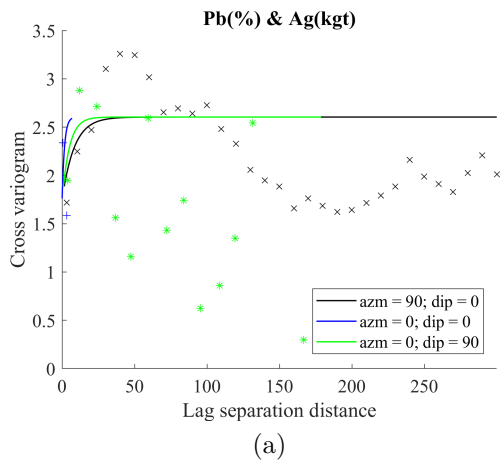


Figura B.9: Variogramas cruzados modelados para ley de plomo.

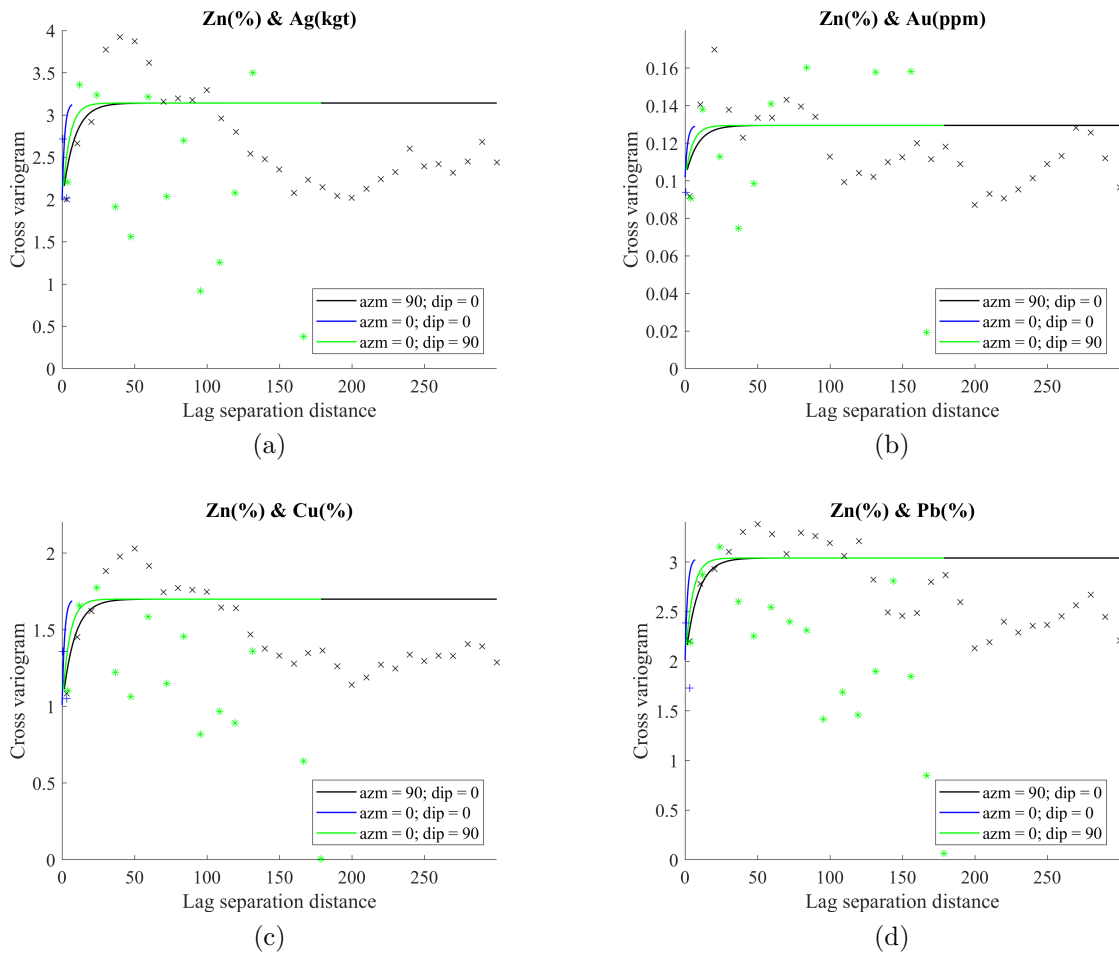


Figura B.10: Variogramas cruzados modelados para ley de zinc.

## B.2. Modelo de Bloques

Tabla B.1: Resultados de varianza de predicción multivariable de leyes para el modelo de bloques.

	Varianza de predicción de Ag	Varianza de predicción de Au	Varianza de predicción de Cu	Varianza de predicción de Pb	Varianza de predicción de Zn
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	2.369	0.015	0.423	0.650	1.301
<b>Des. Est.</b>	0.635	0.000	0.143	0.218	0.425
<b>Mínimo</b>	1.286	0.015	0.182	0.284	0.584
<b>Primer Cuartil</b>	1.717	0.015	0.275	0.425	0.862
<b>Mediana</b>	2.471	0.015	0.445	0.684	1.368
<b>Tercer Cuartil</b>	3.006	0.015	0.567	0.869	1.728
<b>Máximo</b>	3.420	0.015	0.658	1.007	2.001

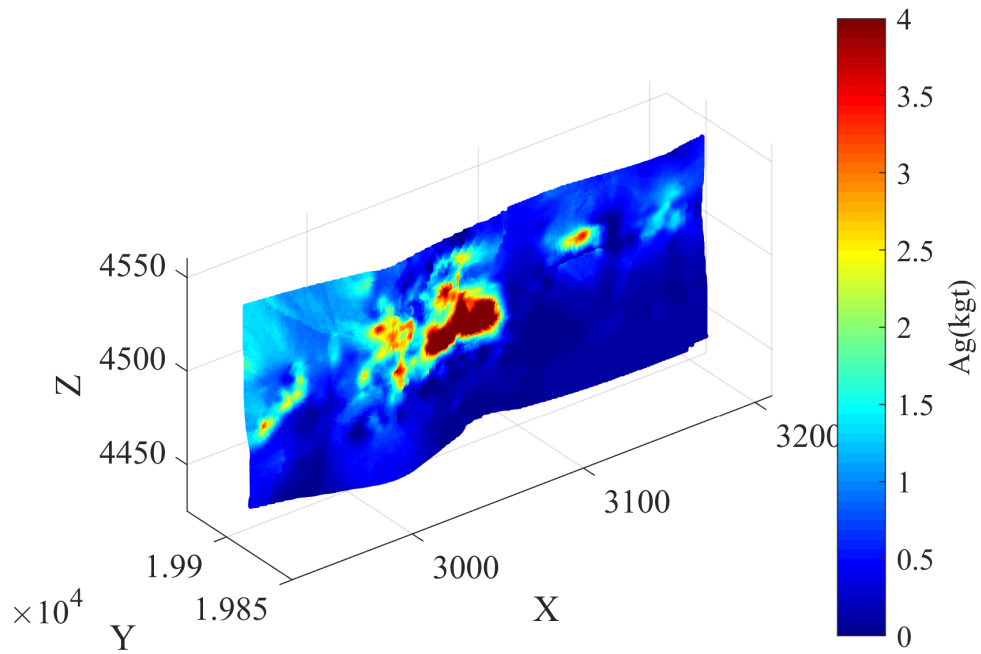


Figura B.11: Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de leyes.

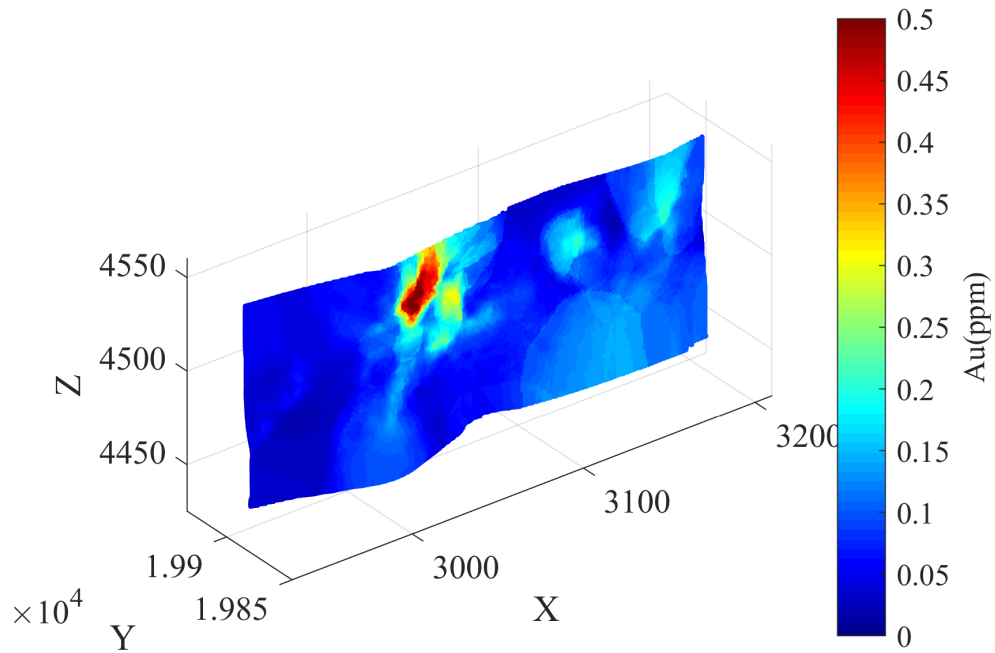


Figura B.12: Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de leyes.

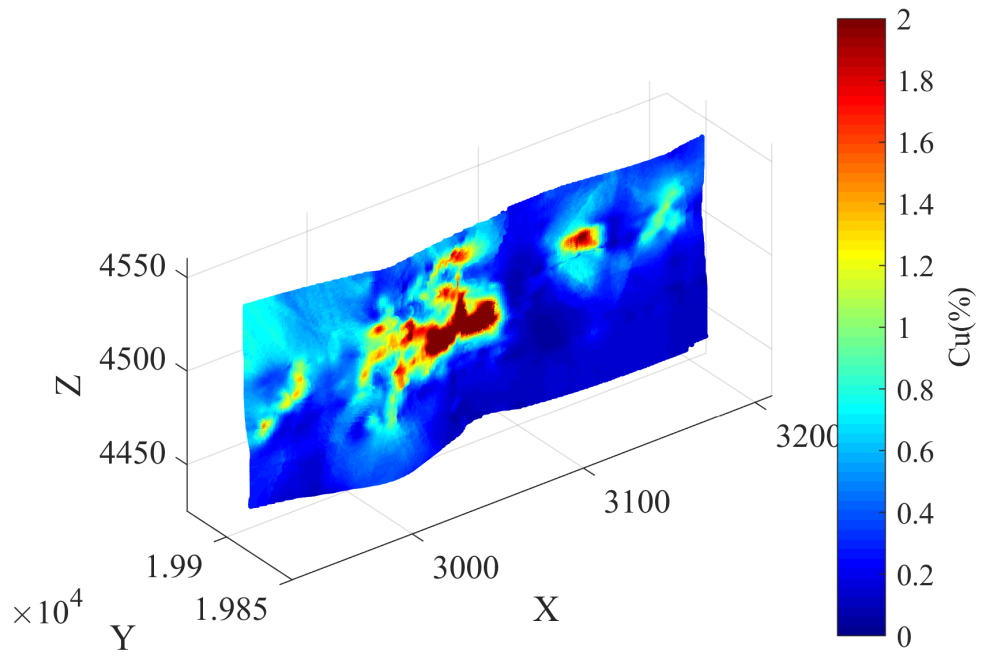


Figura B.13: Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de leyes.

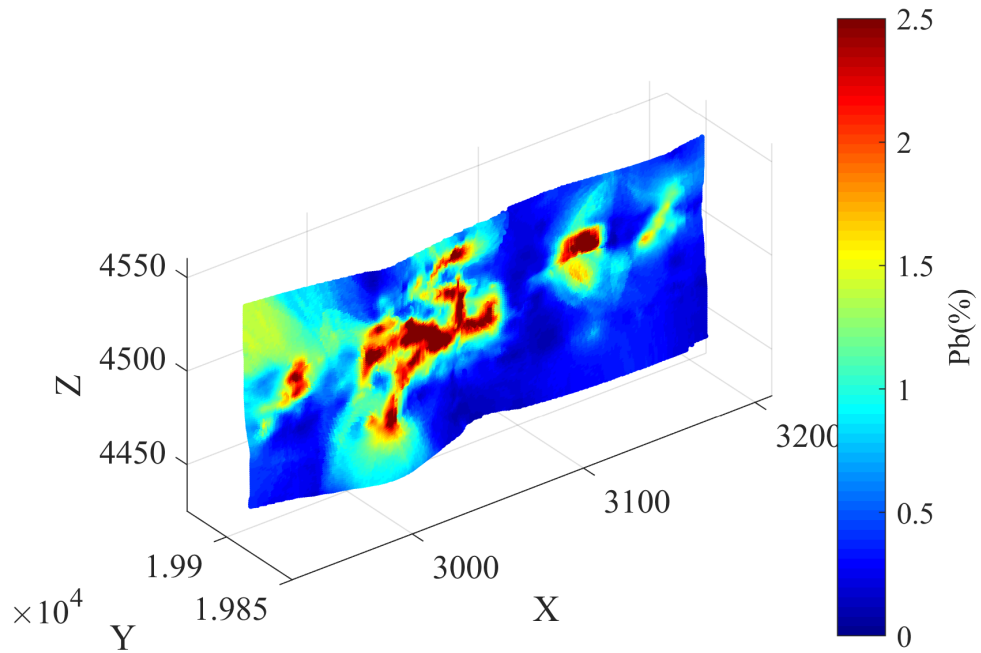


Figura B.14: Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de leyes.

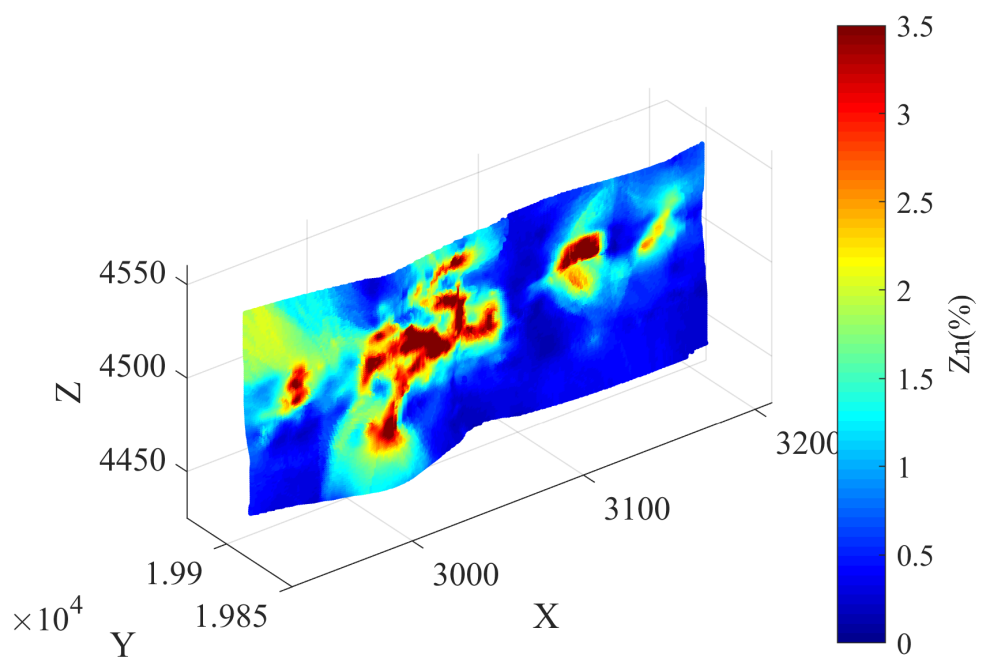


Figura B.15: Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de leyes.



# Anexo C

## Estimación multivariables de acumulaciones

### C.1. Análisis variográfico

### C.1.1. Variogramas experimentales de acumulaciones

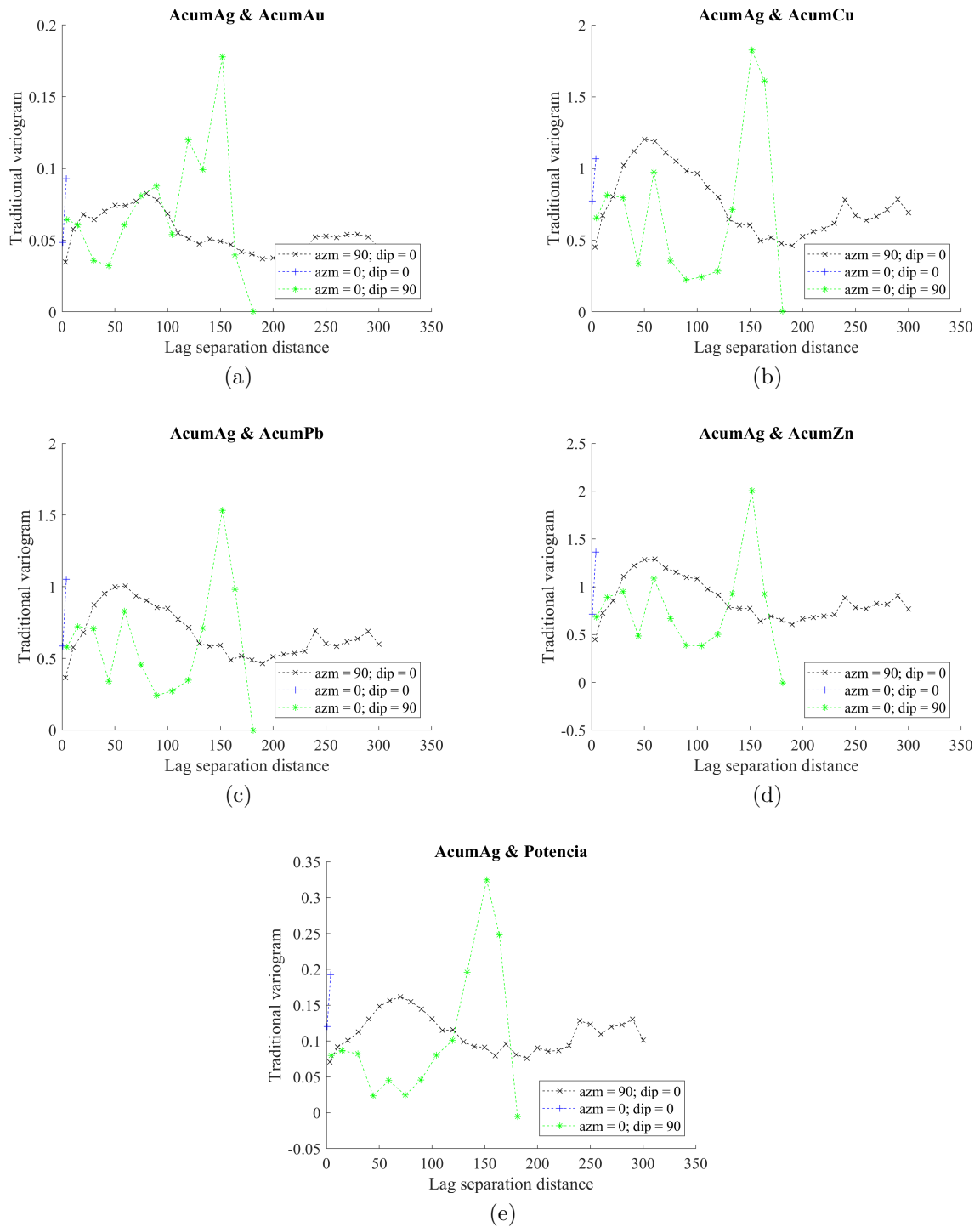


Figura C.1: Variogramas cruzados experimentales para acumulación de plata.

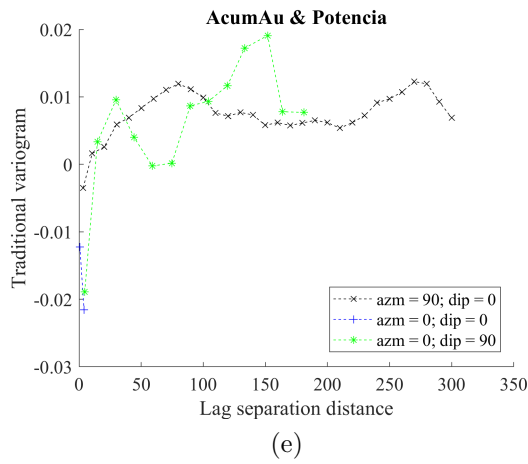
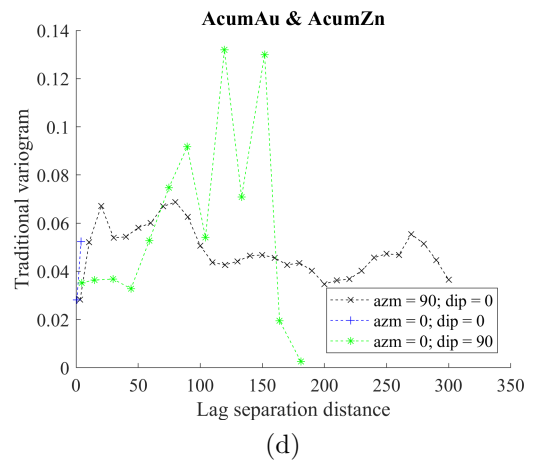
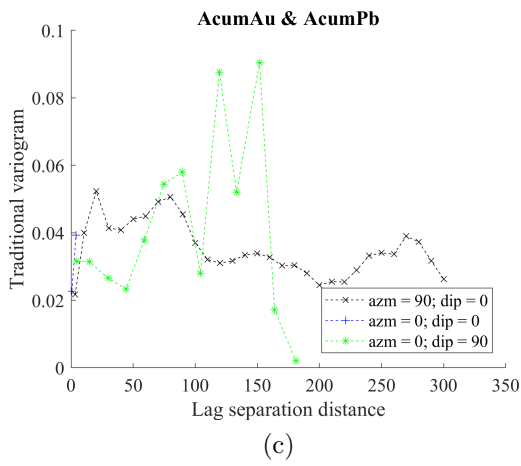
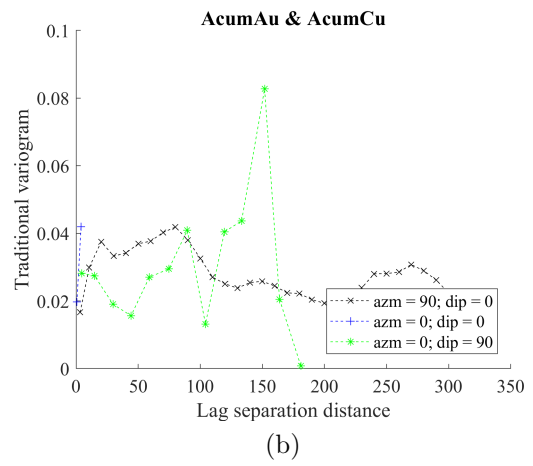
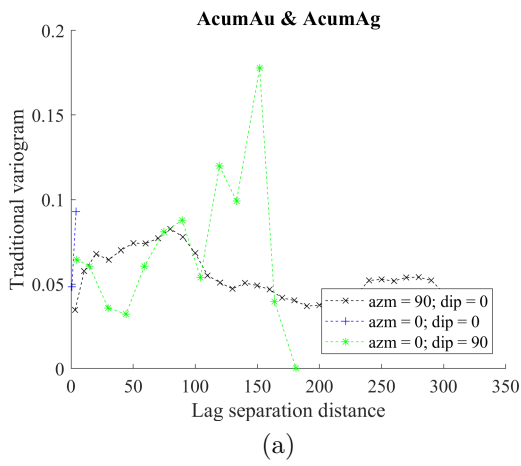


Figura C.2: Variogramas cruzados experimentales para acumulación de oro.

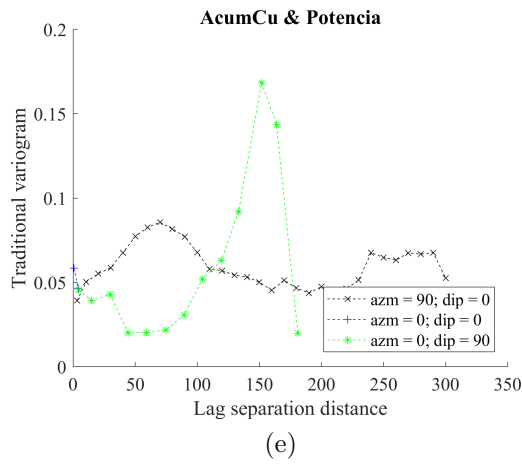
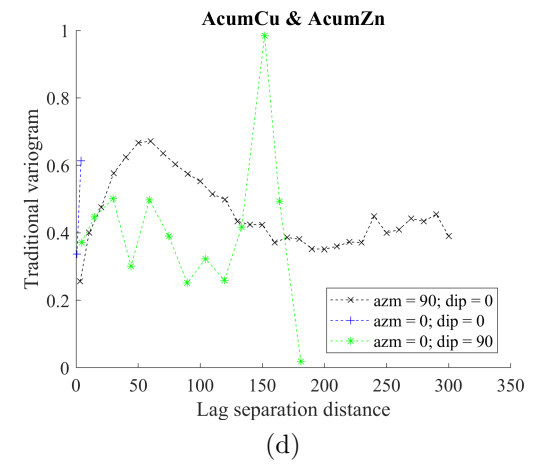
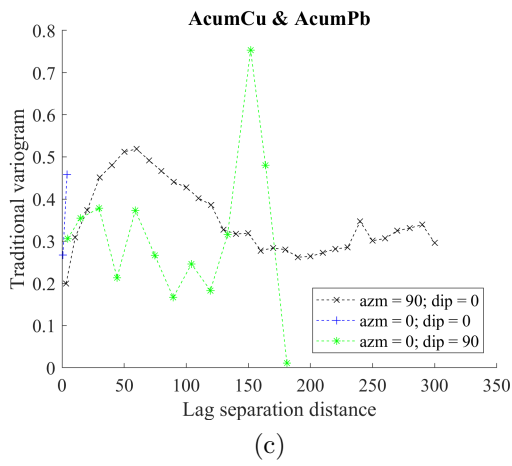
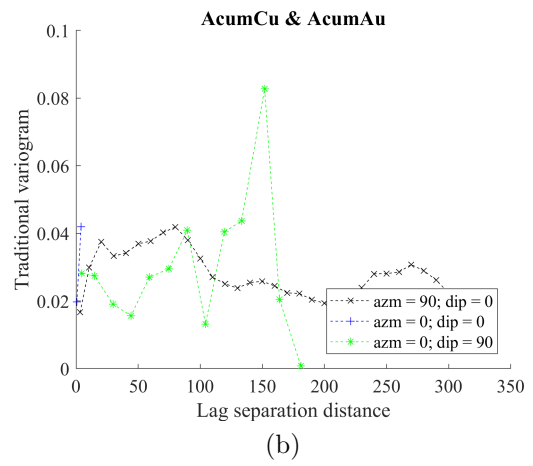
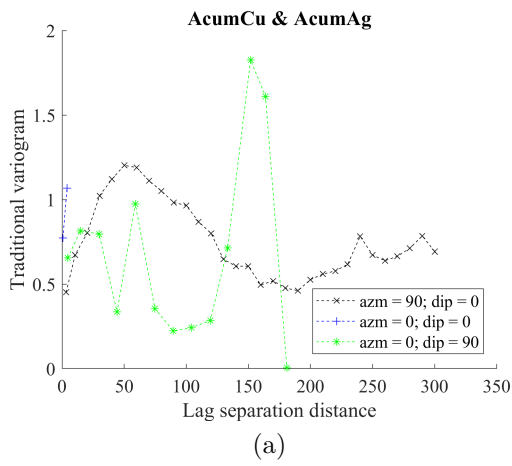


Figura C.3: Variogramas cruzados experimentales para acumulación de cobre.

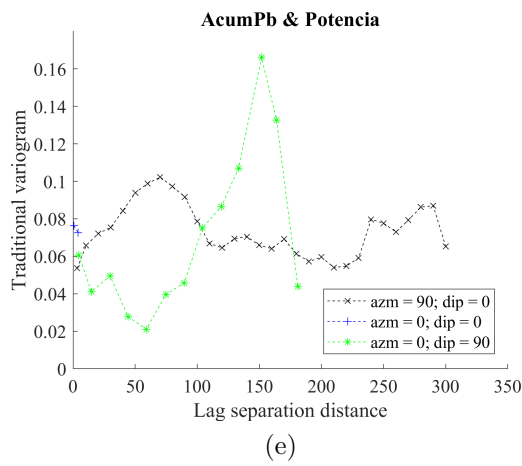
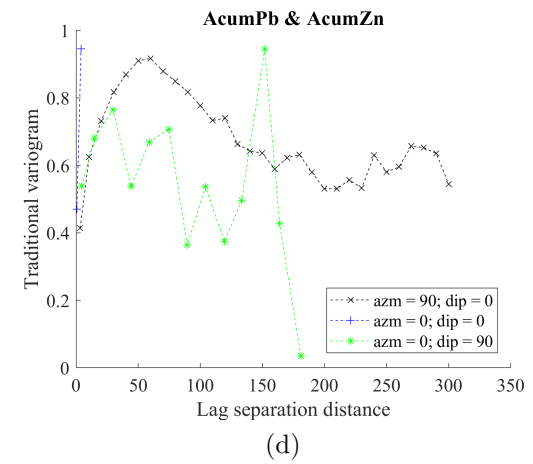
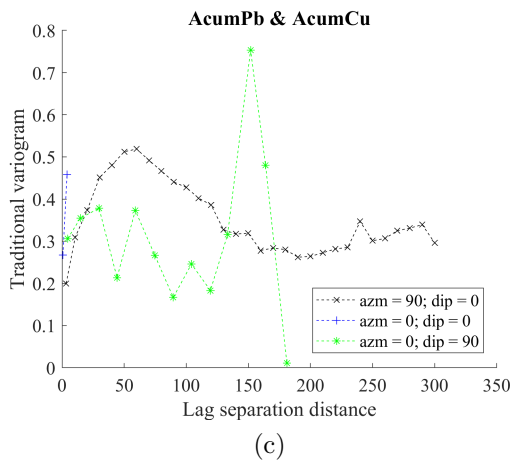
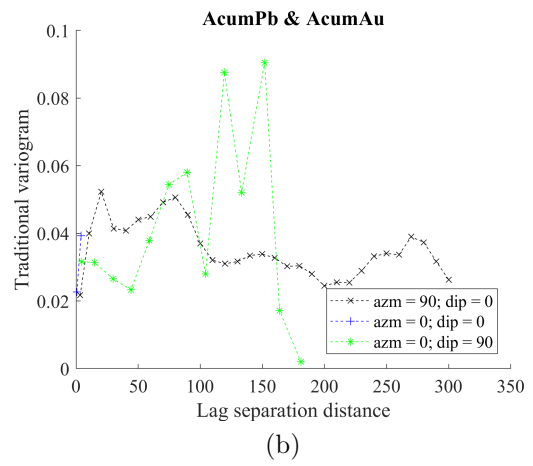
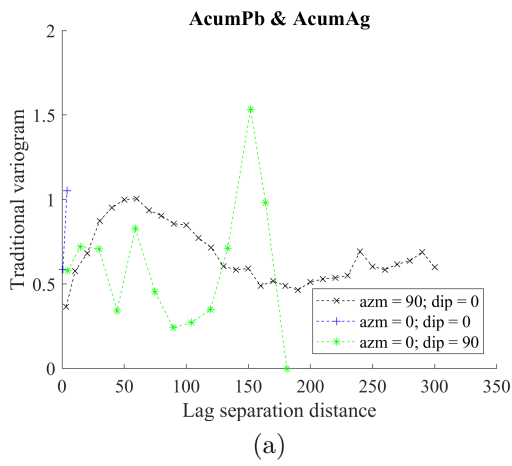


Figura C.4: Variogramas cruzados experimentales para acumulación de plomo.

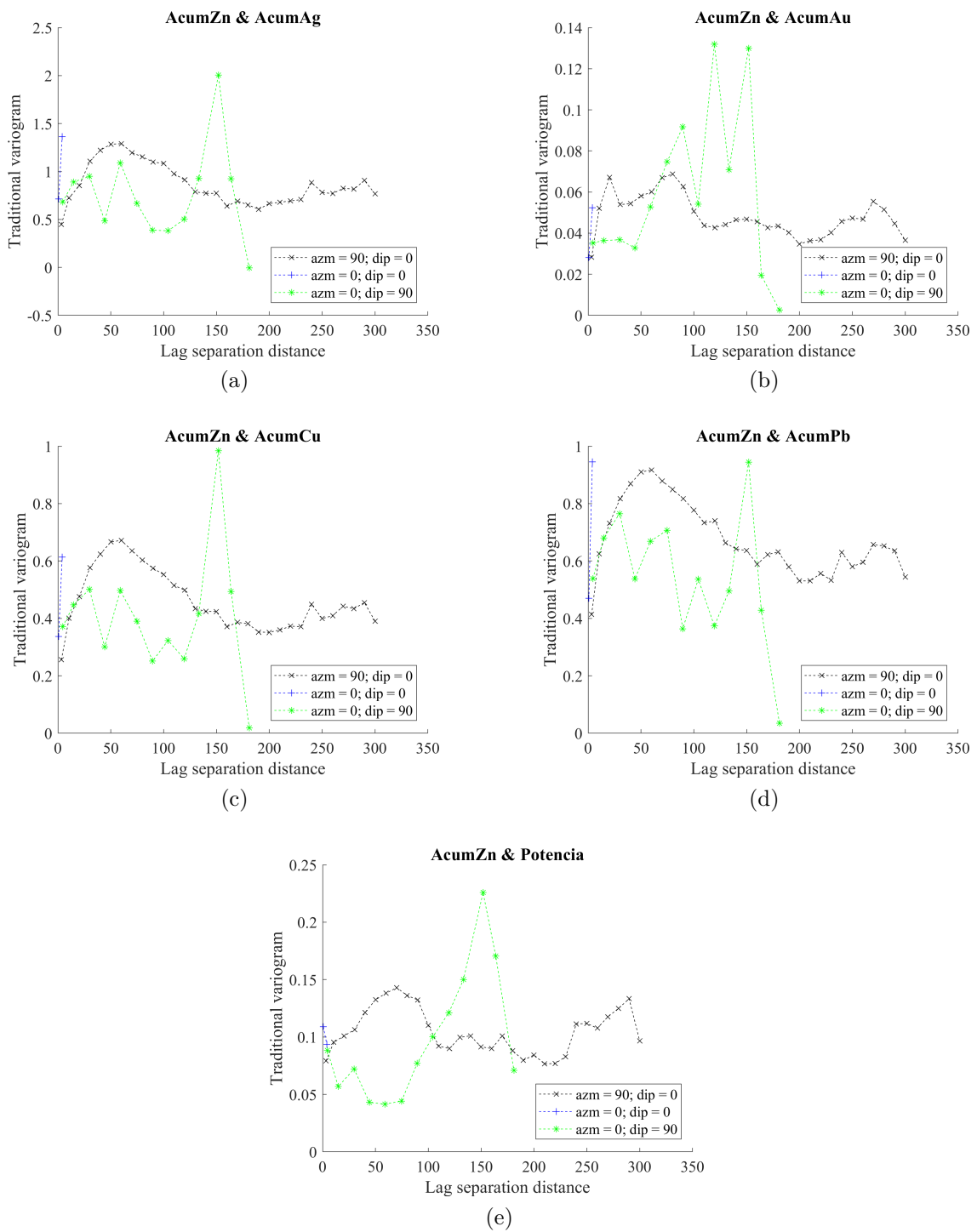


Figura C.5: Variogramas cruzados experimentales para acumulación de zinc.

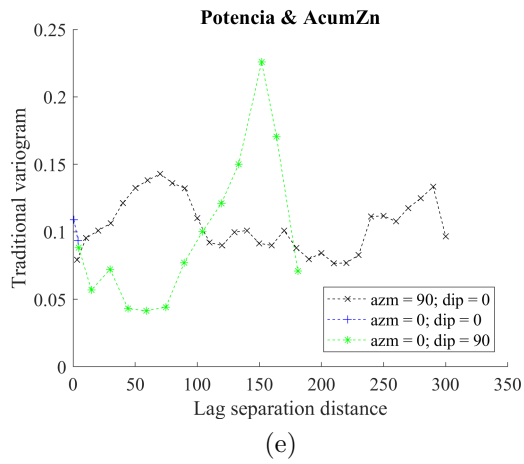
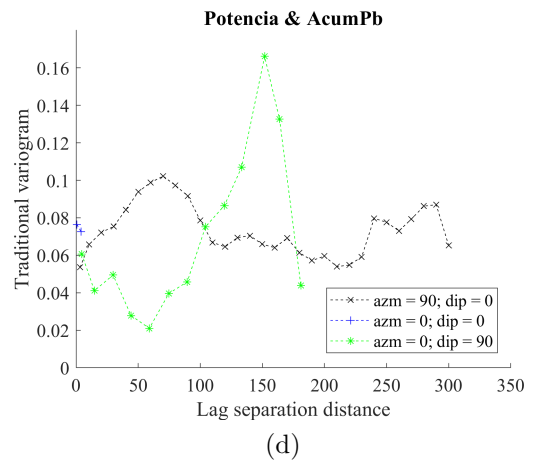
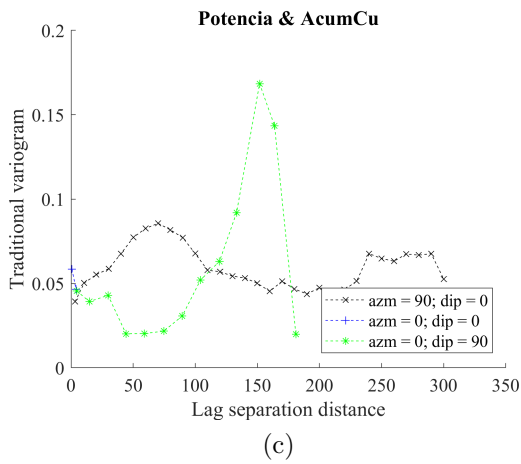
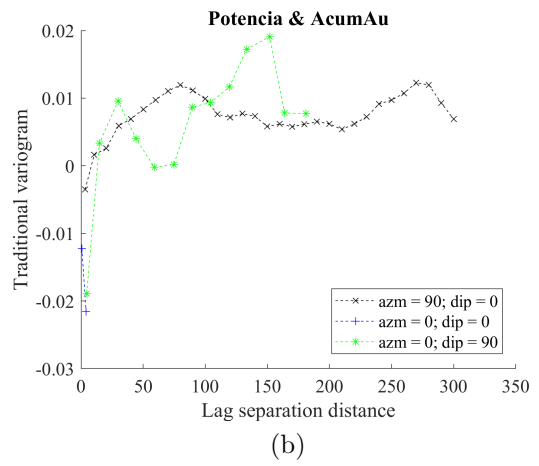
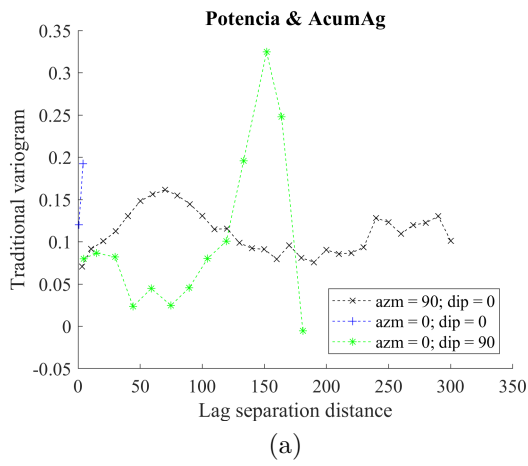


Figura C.6: Variogramas cruzados experimentales para potencia de veta.

### C.1.2. Variogramas modelados de acumulaciones

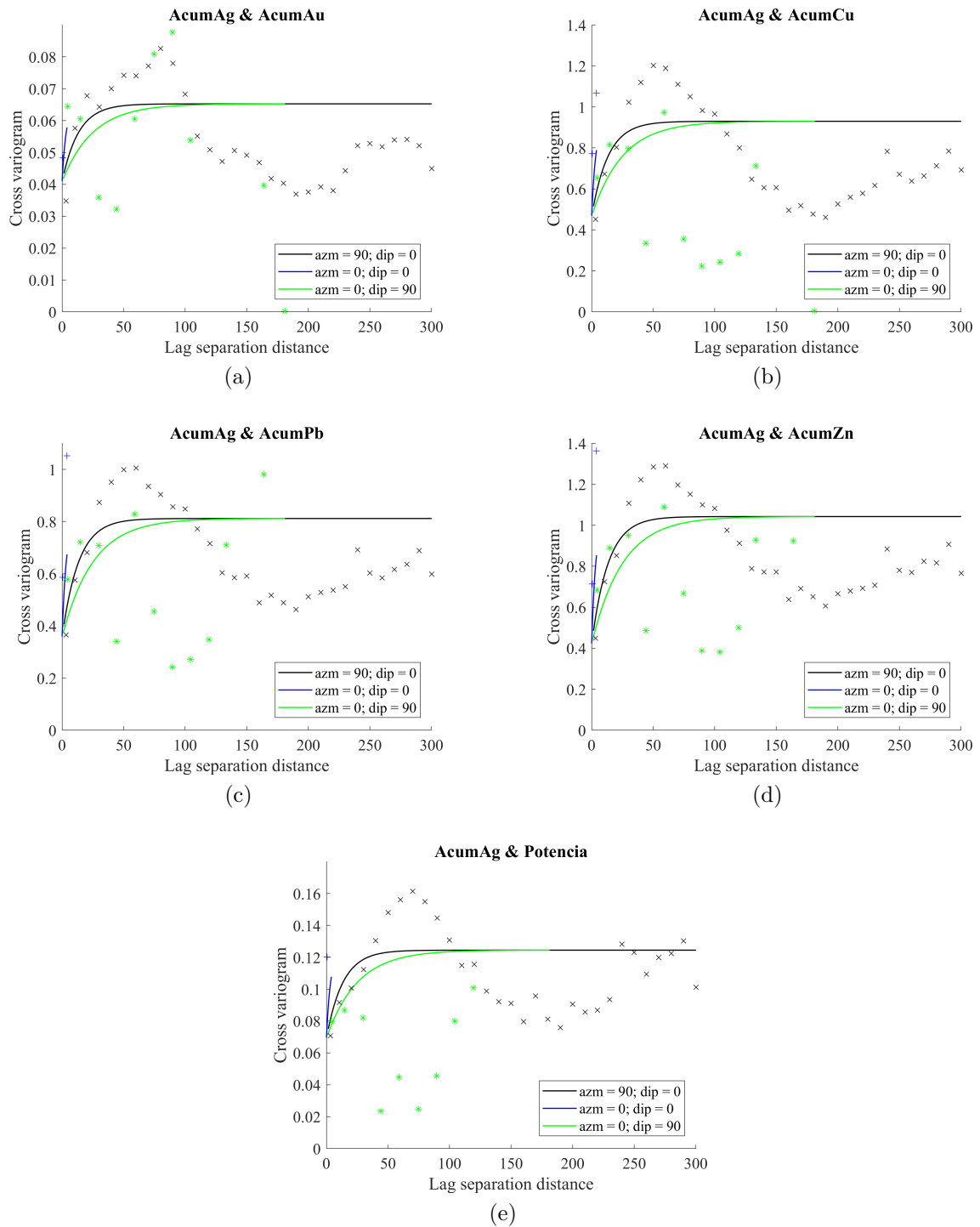


Figura C.7: Variogramas cruzados modelados para acumulación de plata.



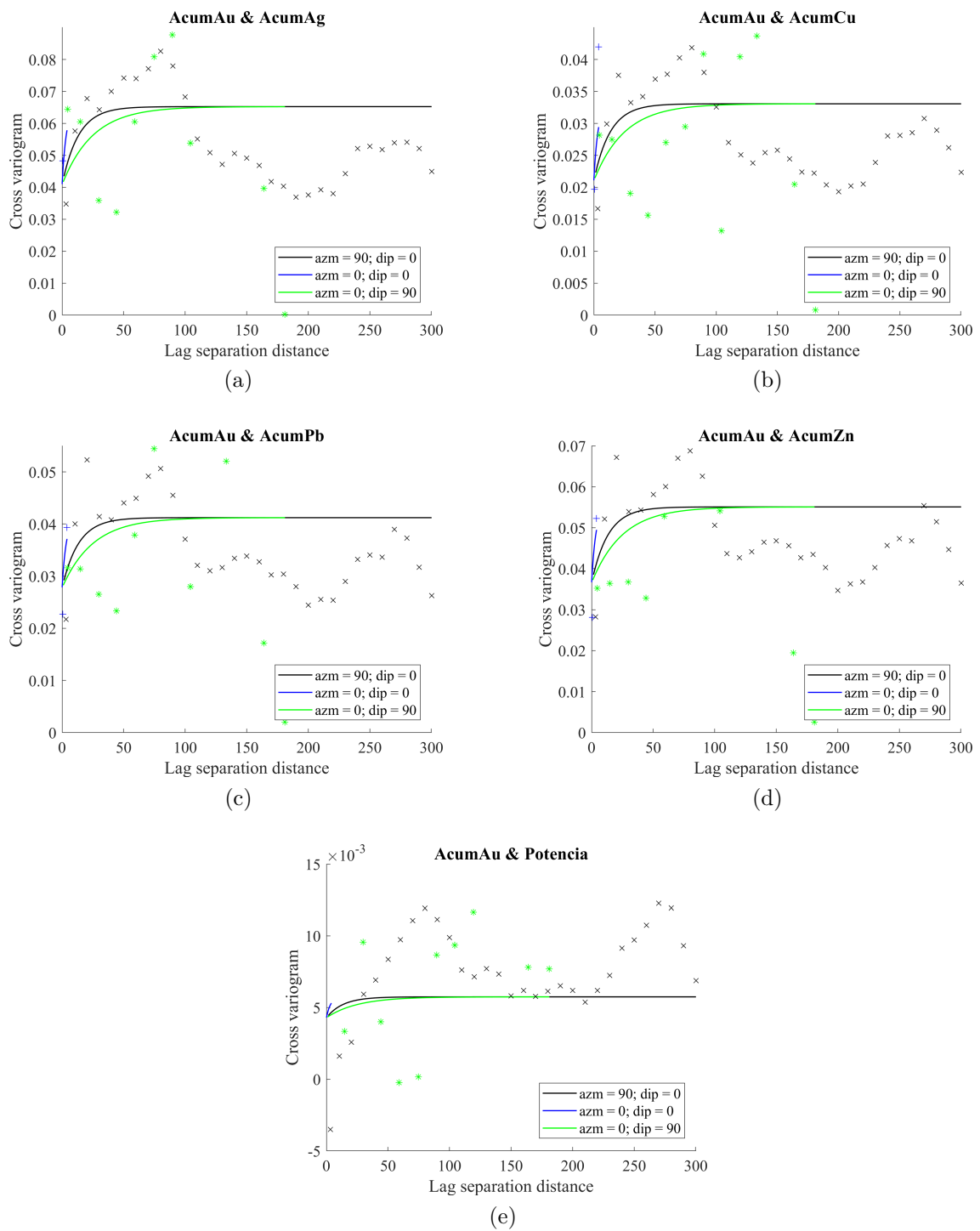


Figura C.8: Variogramas cruzados modelados para acumulación de oro.

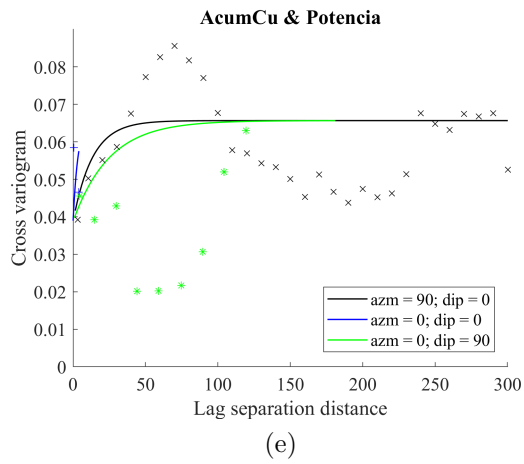
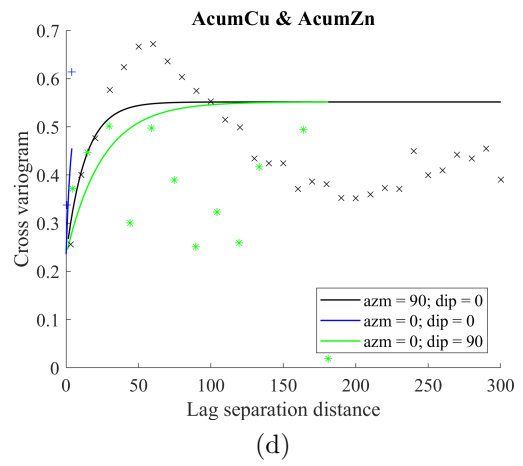
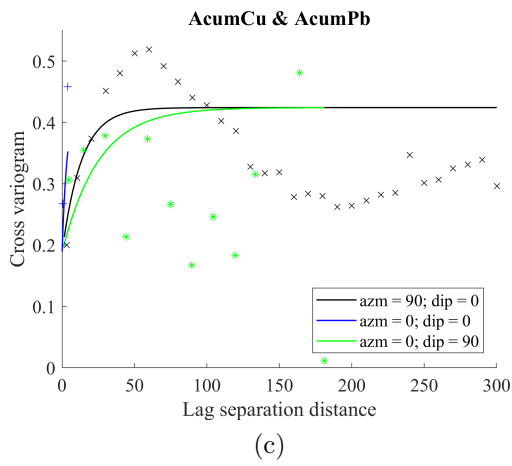
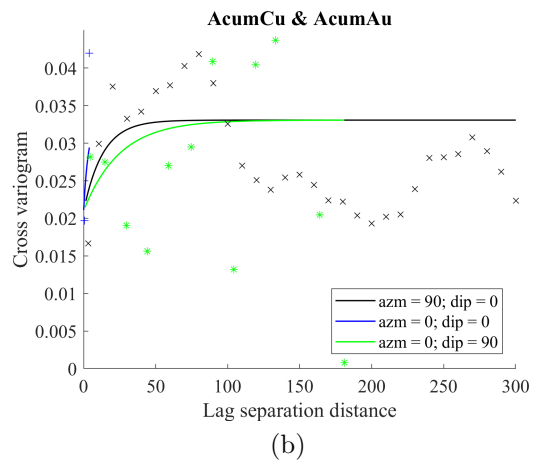
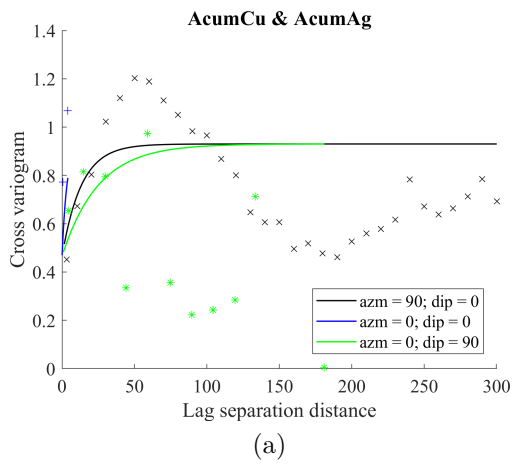


Figura C.9: Variogramas cruzados modelados para acumulación de cobre.

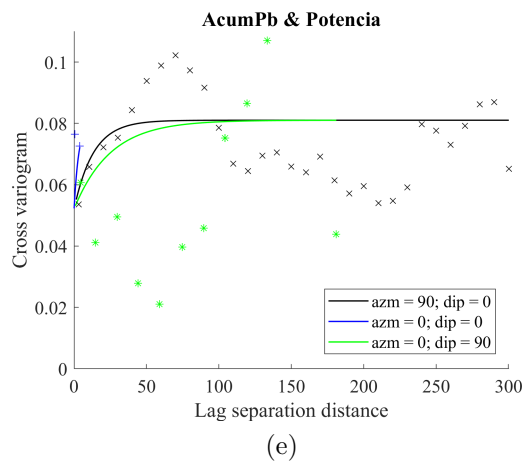
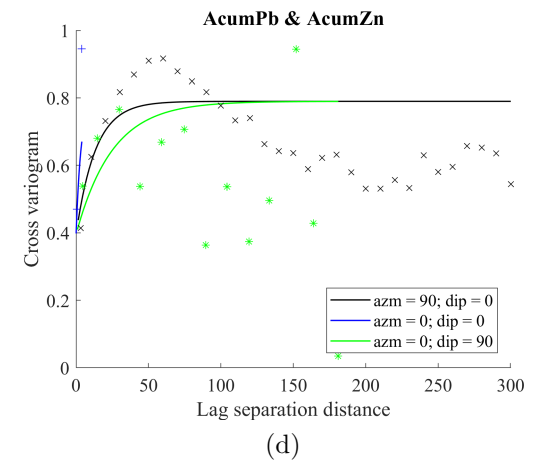
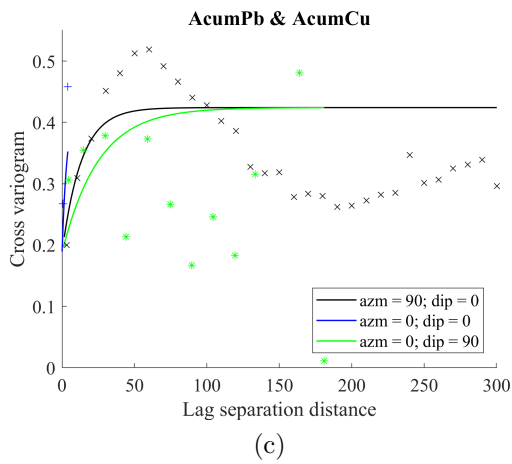
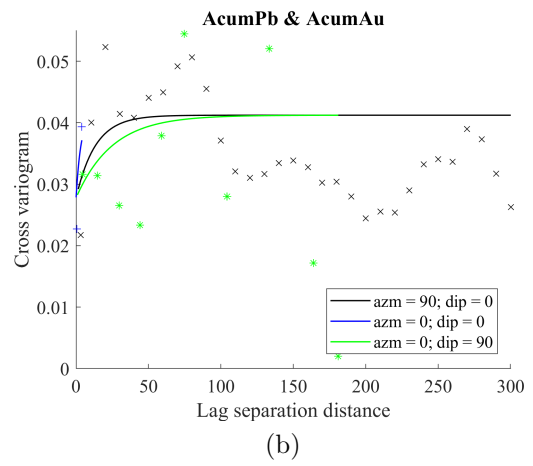
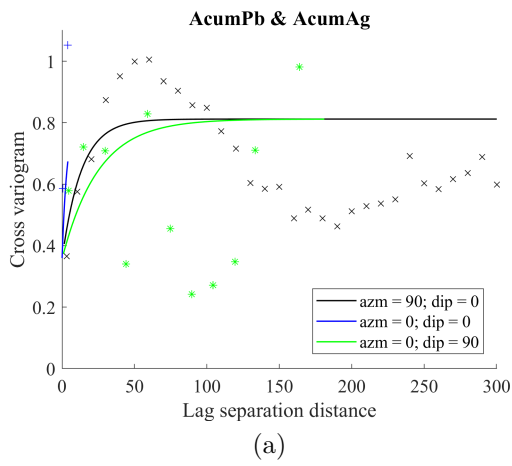


Figura C.10: Variogramas cruzados modelados para acumulación de plomo.

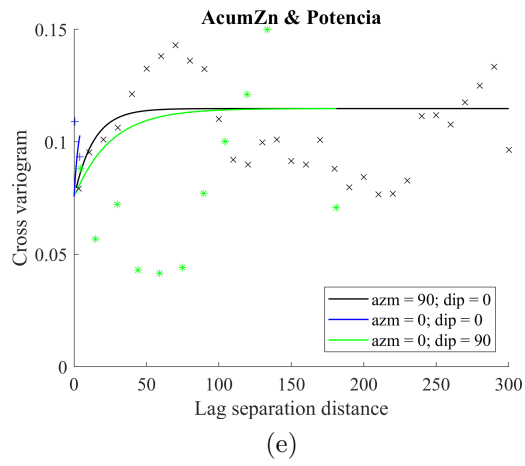
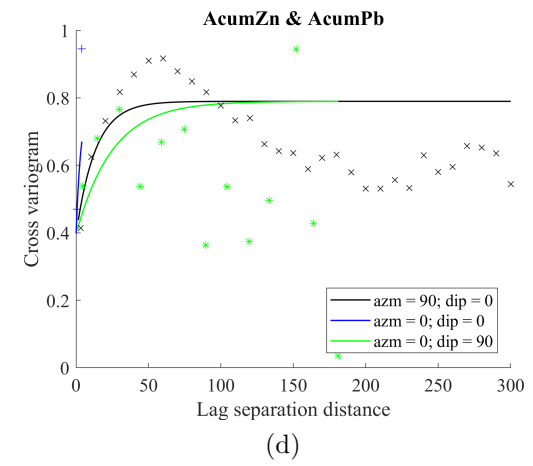
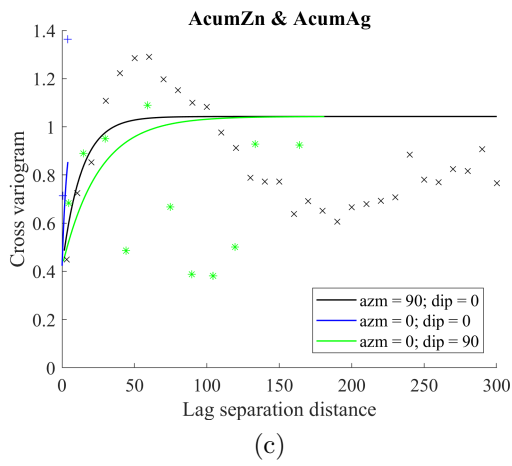
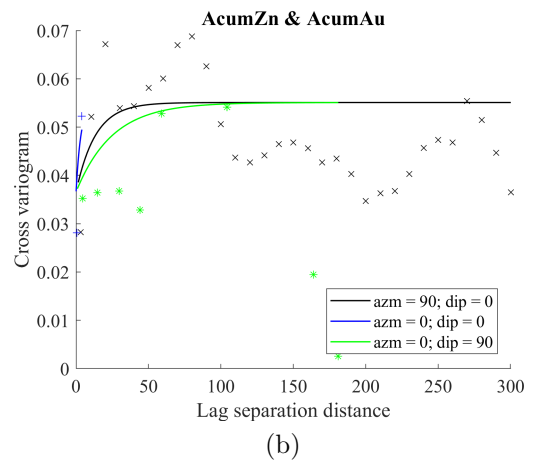
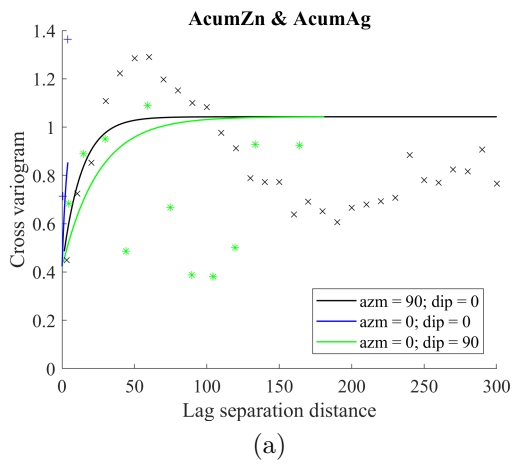


Figura C.11: Variogramas cruzados modelados para acumulación de zinc.

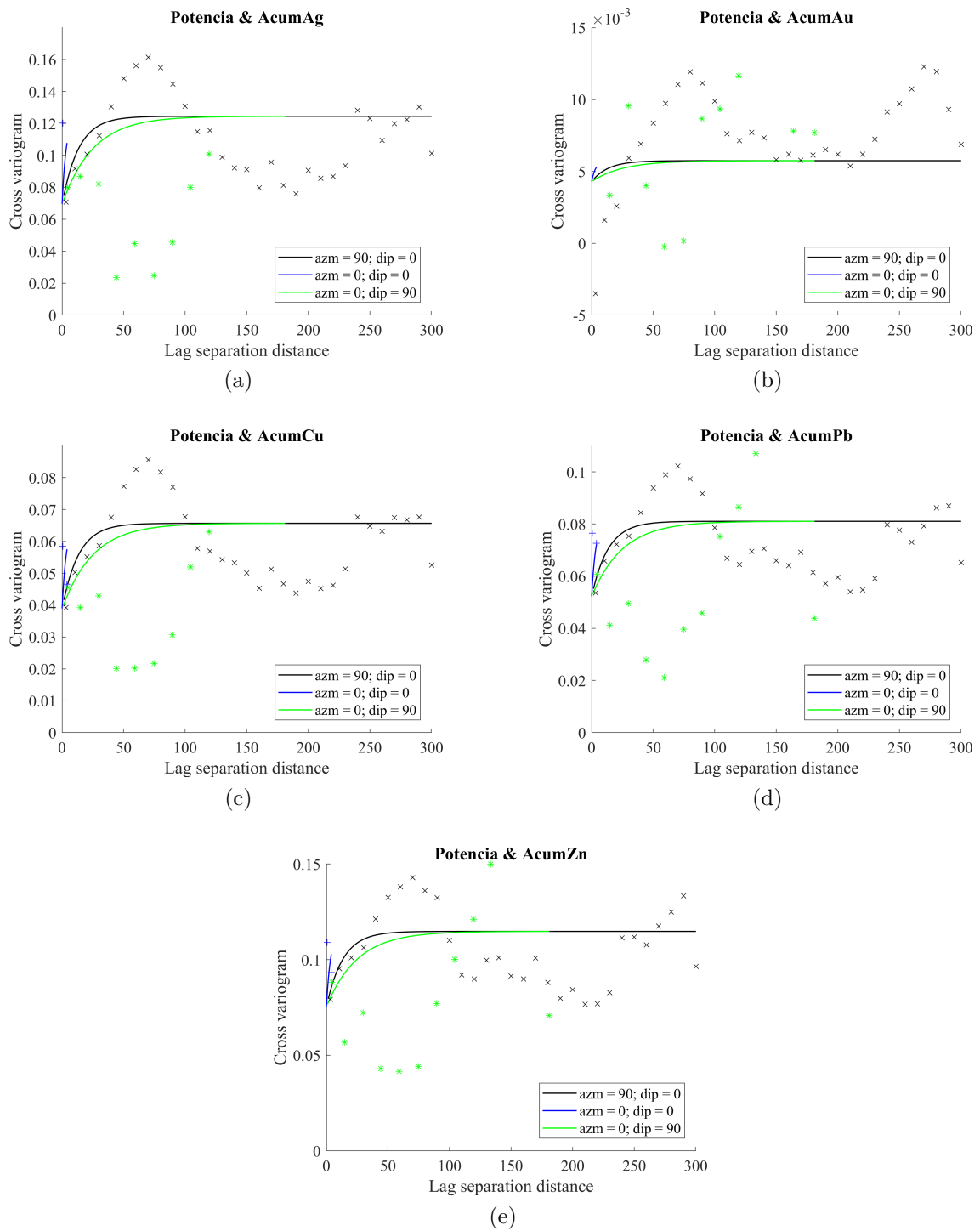


Figura C.12: Variogramas cruzados modelados para potencia de veta.

## C.2. Modelo de Bloques

Tabla C.1: Resultados de varianza de predicción multivariable de acumulaciones para el modelo de bloques.

	Varianza de pred. de Ag	Varianza de pred. de Au	Varianza de pred. de Cu	Varianza de pred. de Pb	Varianza de pred. de Zn	Varianza de pred. de Pt
<b>Cuenta</b>	27984	27984	27984	27984	27984	27984
<b>Promedio</b>	0.569	0.007	0.107	0.144	0.285	0.014
<b>Des. Est.</b>	0.237	0.000	0.053	0.066	0.130	0.001
<b>Mínimo</b>	0.255	0.007	0.039	0.057	0.115	0.013
<b>Primer Cuartil</b>	0.349	0.007	0.058	0.082	0.164	0.014
<b>Mediana</b>	0.521	0.007	0.096	0.130	0.258	0.014
<b>Tercer Cuartil</b>	0.750	0.007	0.147	0.195	0.384	0.015
<b>Máximo</b>	1.303	0.007	0.270	0.350	0.687	0.017

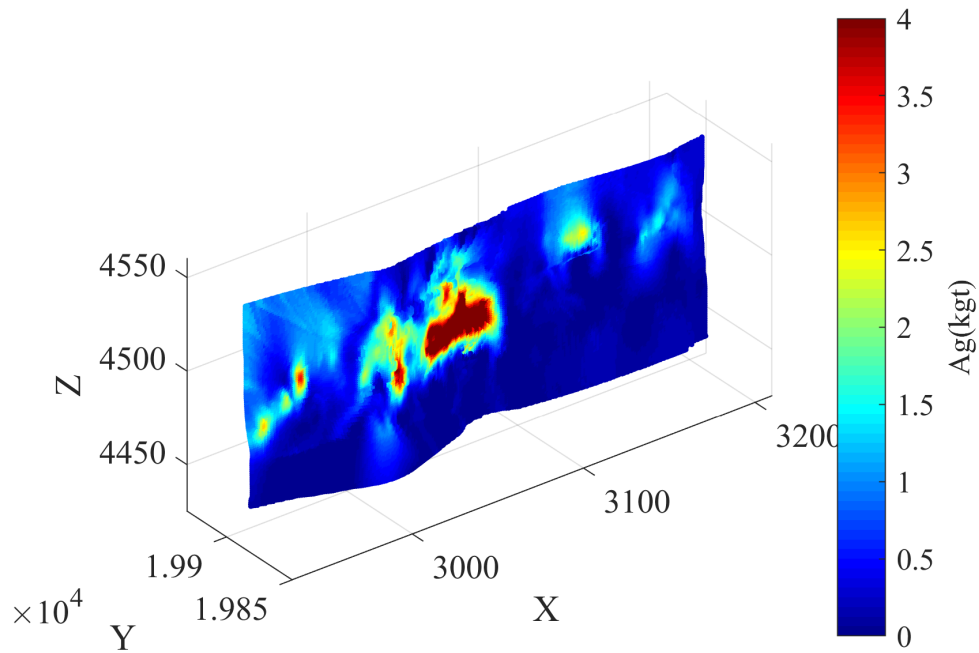


Figura C.13: Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.

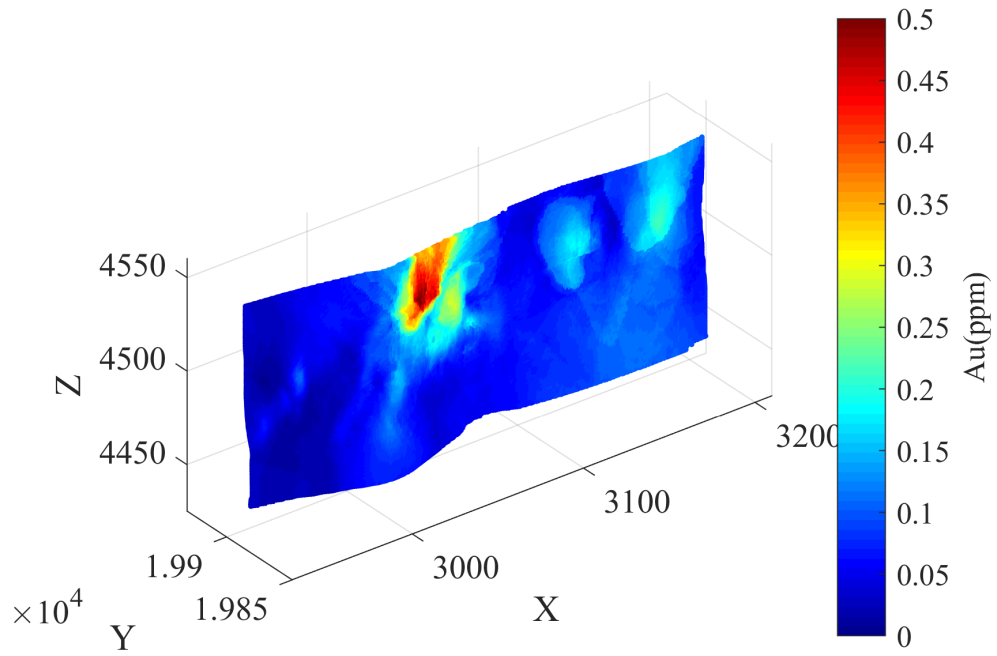


Figura C.14: Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.

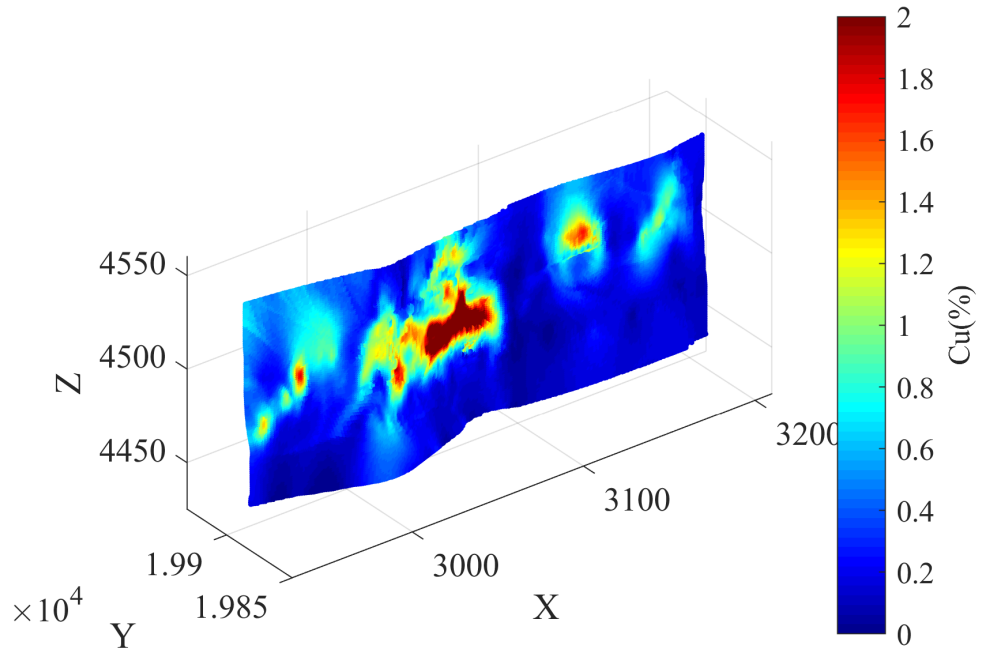


Figura C.15: Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.

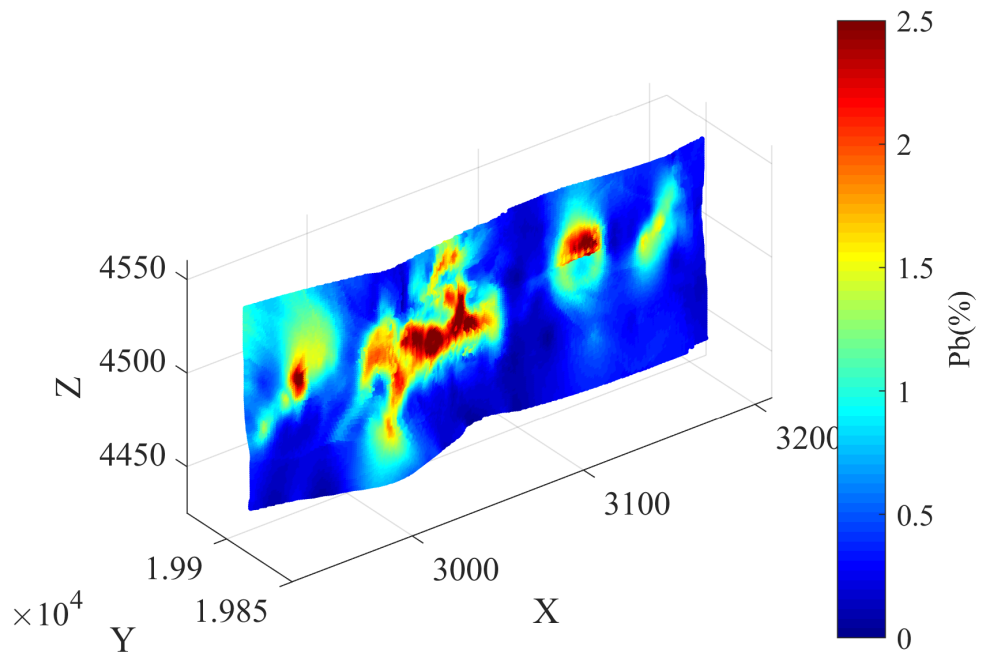


Figura C.16: Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.

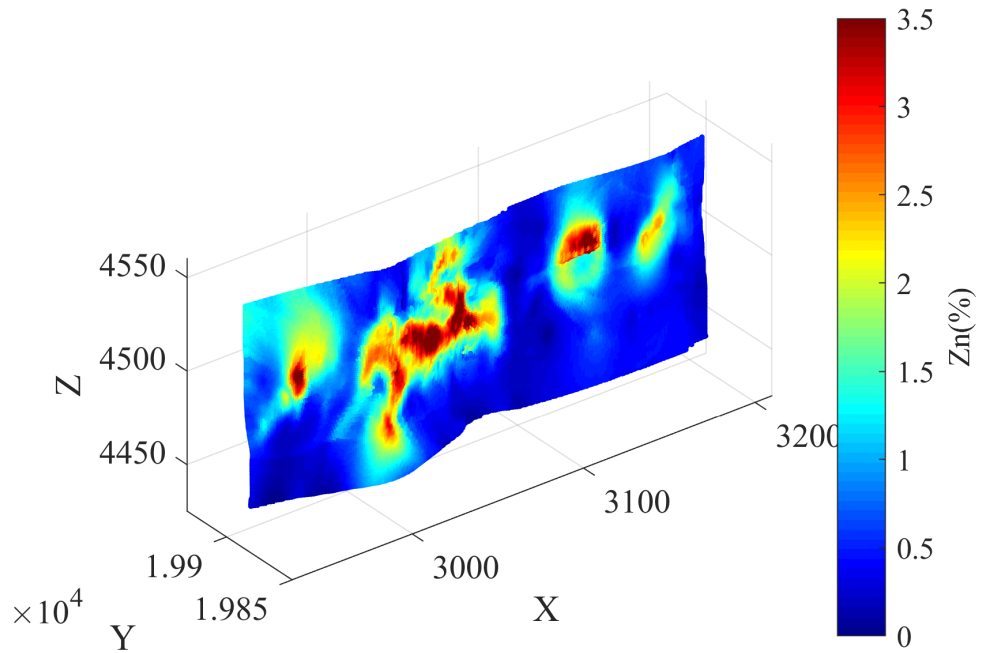


Figura C.17: Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.



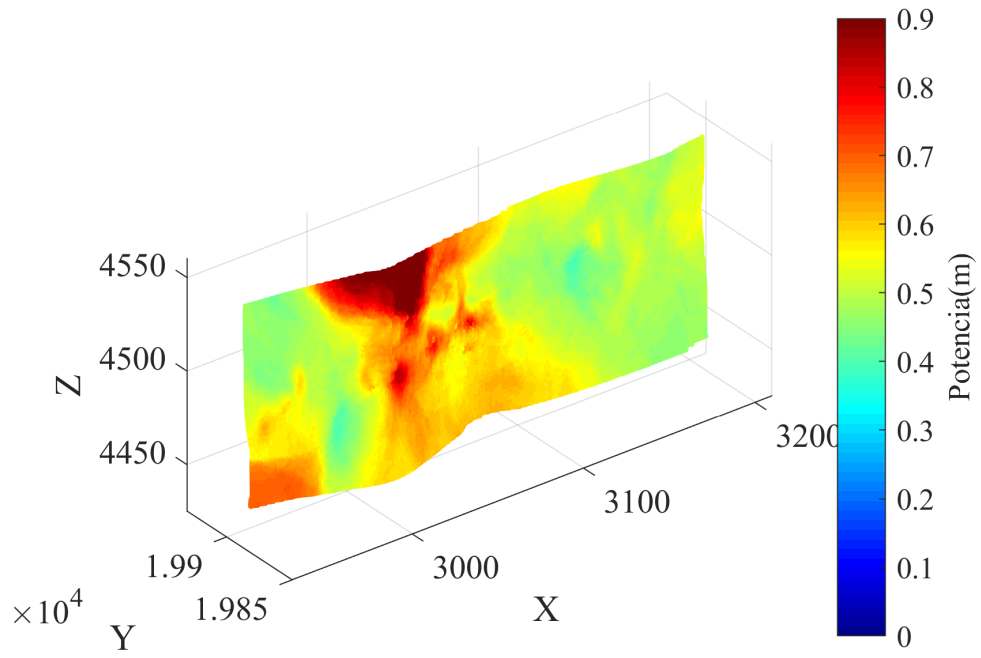


Figura C.18: Visualización tridimensional de potencia de la veta del modelo de bloques por cokriging de acumulaciones y potencia.

# Anexo D

## Estimación multivariable de leyes a través de Cokriging Transitivo

### D.1. Análisis variográfico

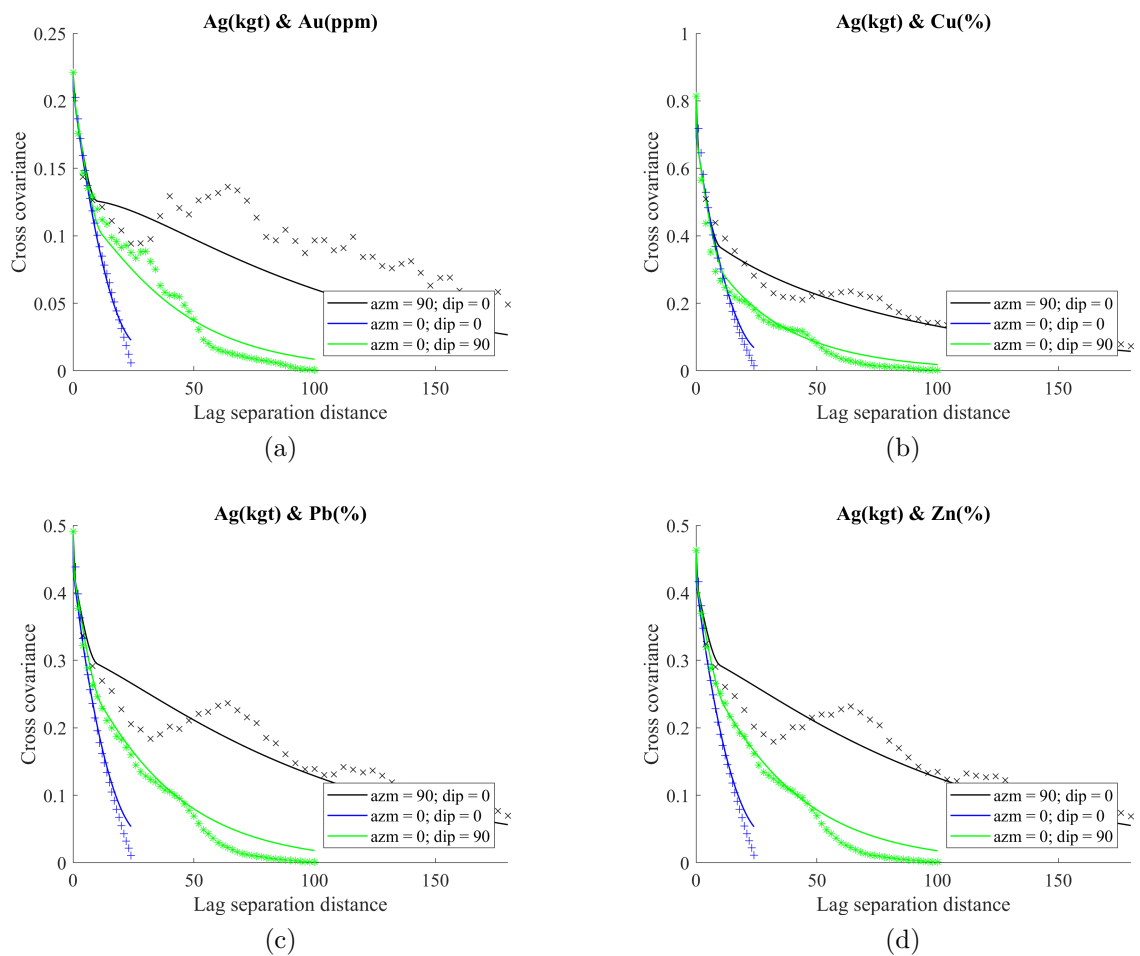


Figura D.1: Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de plata.

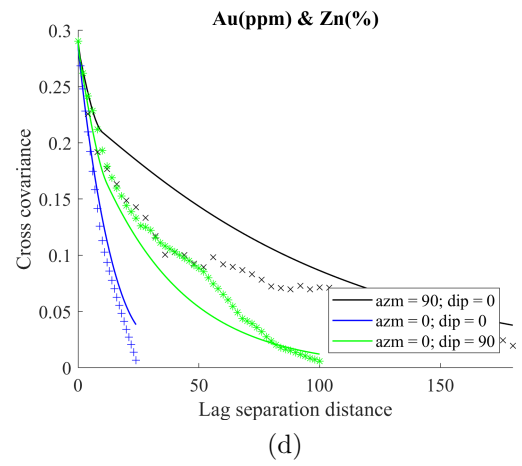
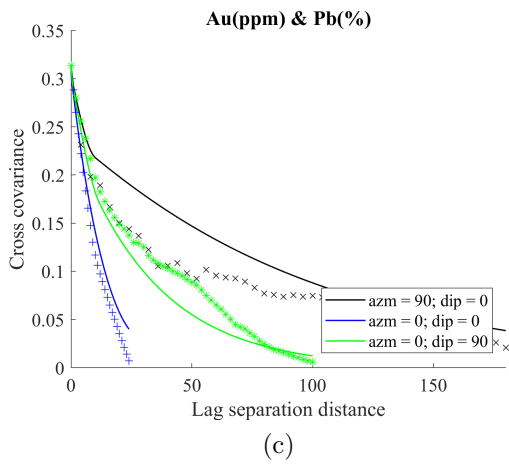
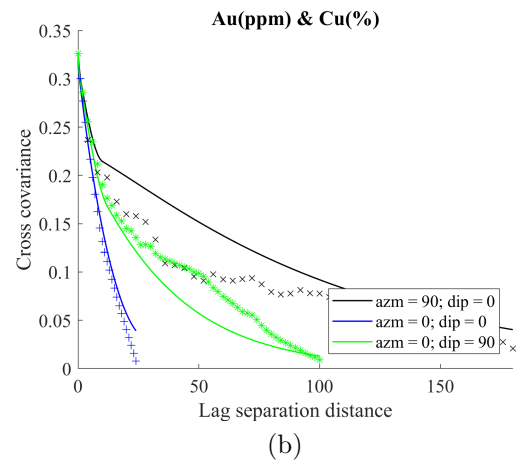
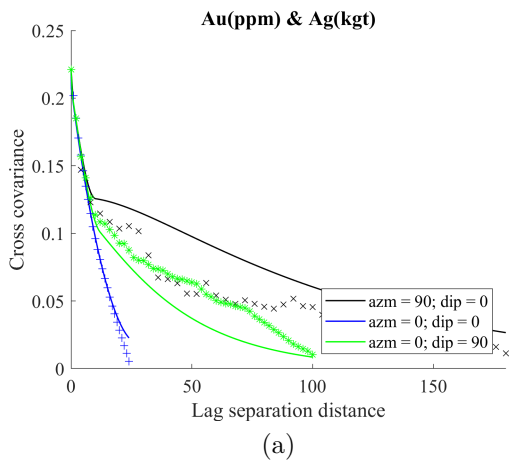


Figura D.2: Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de oro.

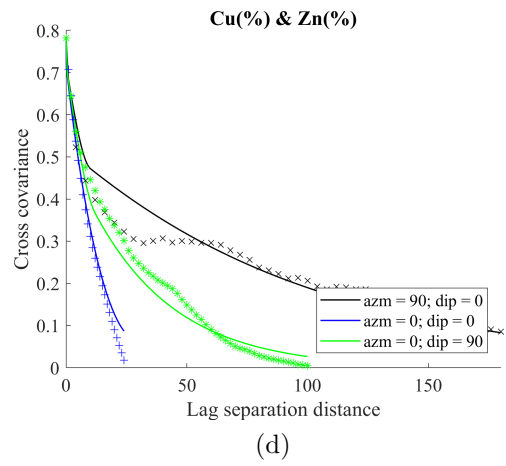
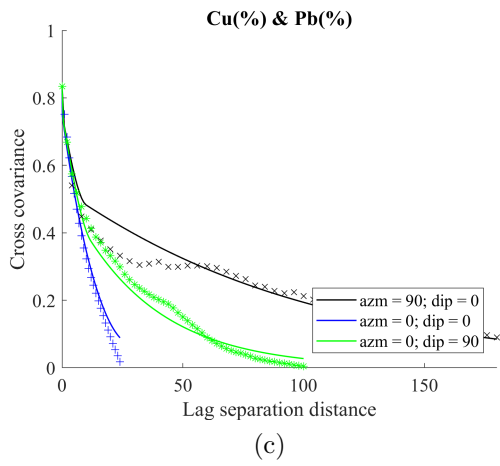
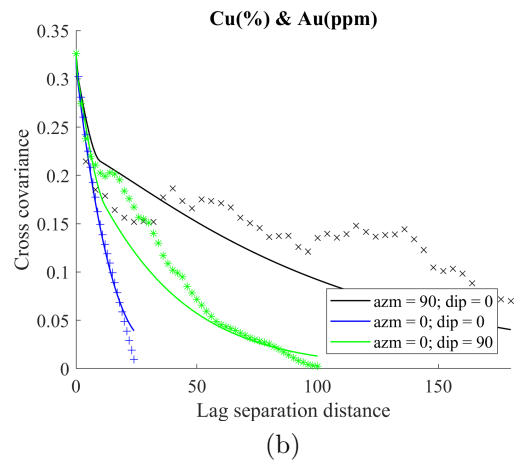
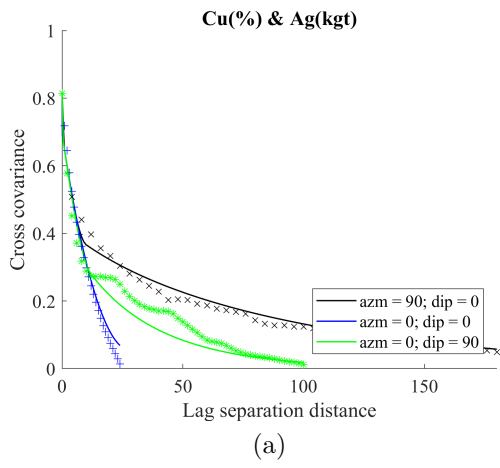


Figura D.3: Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de cobre.

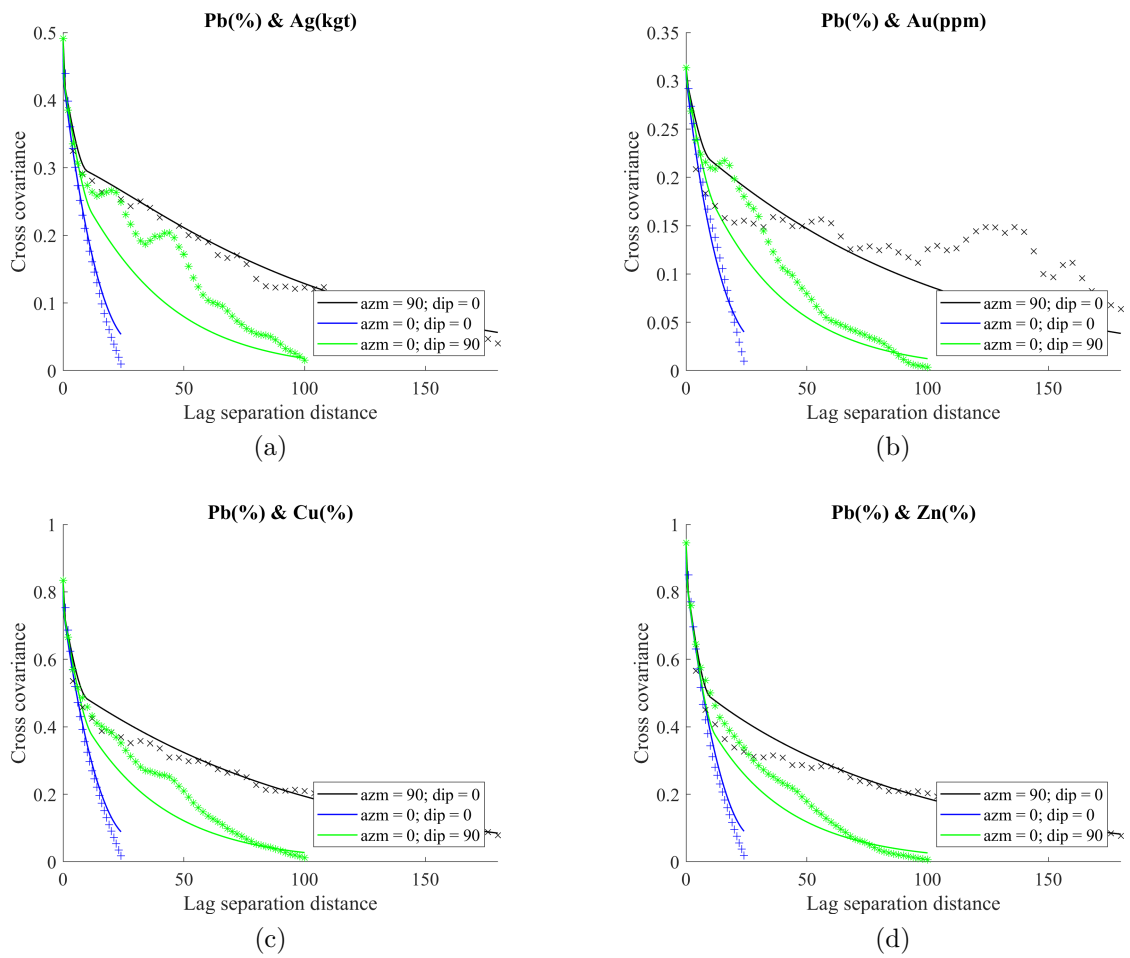


Figura D.4: Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de plomo.

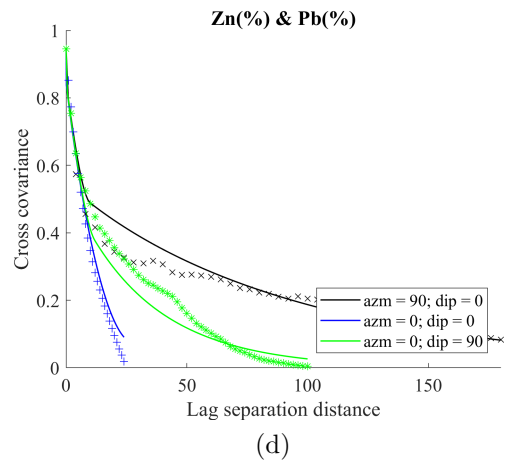
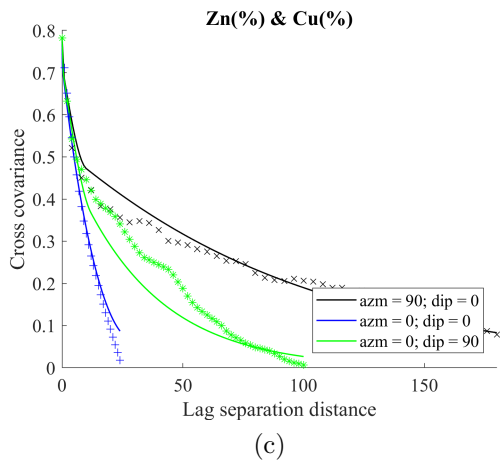
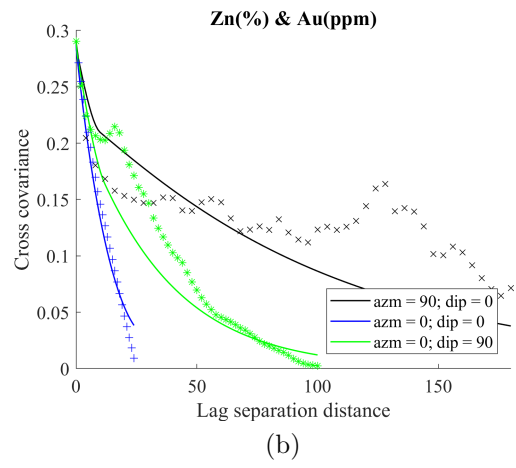
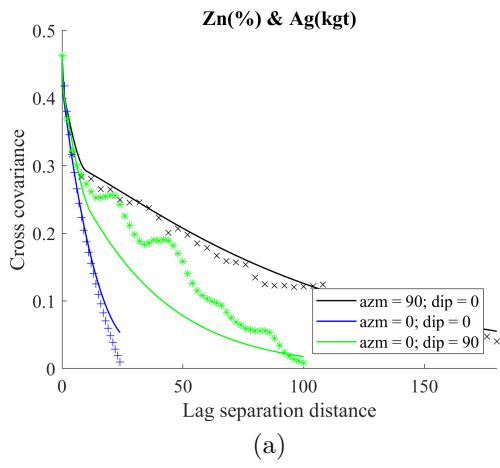


Figura D.5: Covariogramas cruzados experimentales y modelados para ley de zinc.

## D.2. Modelo de Bloques

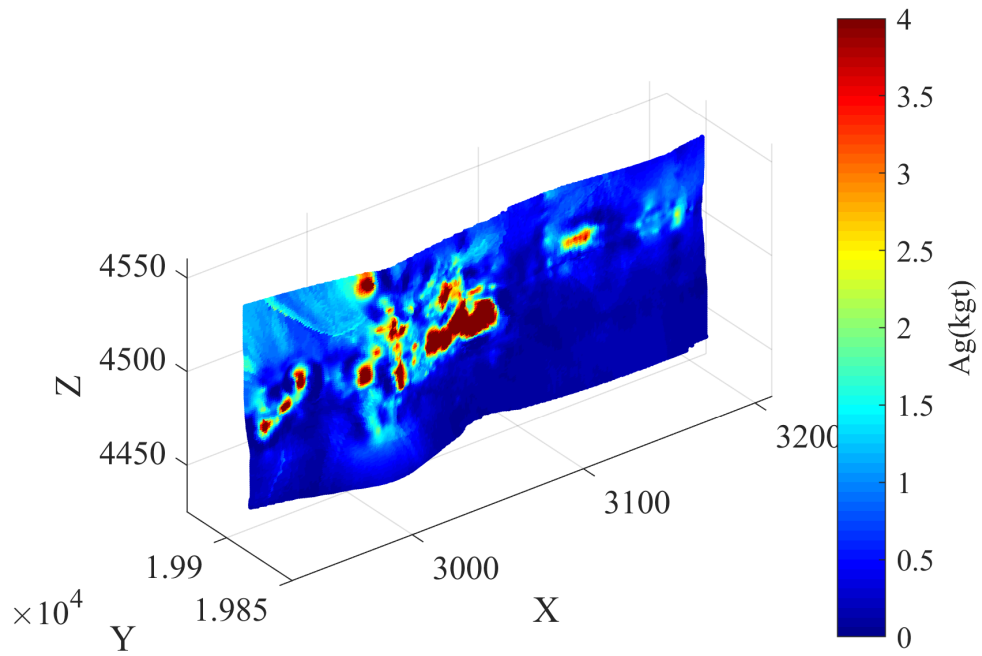


Figura D.6: Visualización tridimensional de leyes de plata del modelo de bloques por cokriging transitorio de leyes.

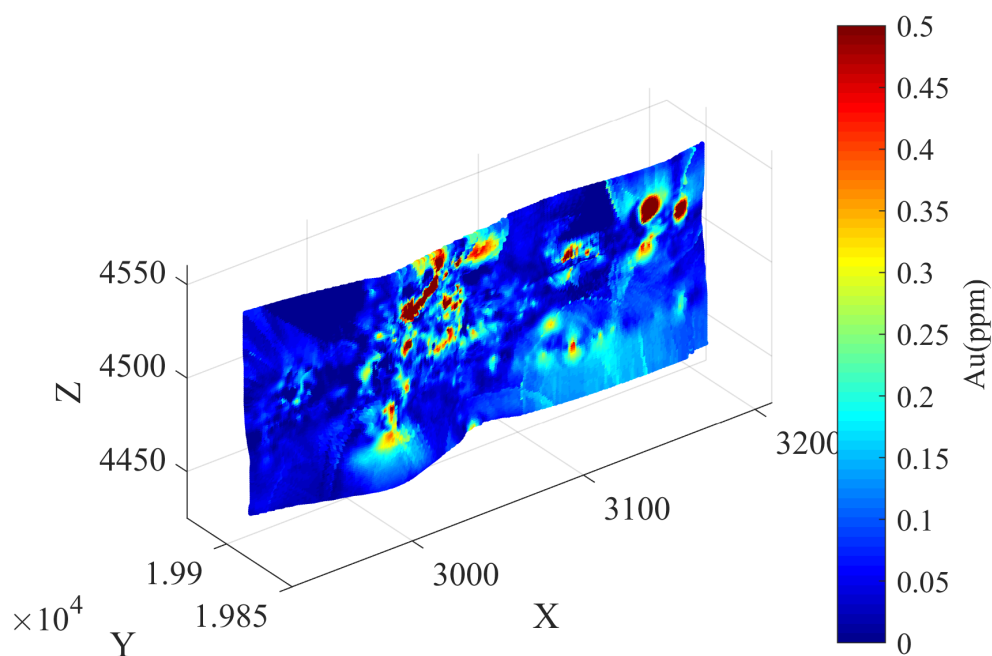


Figura D.7: Visualización tridimensional de leyes de oro del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

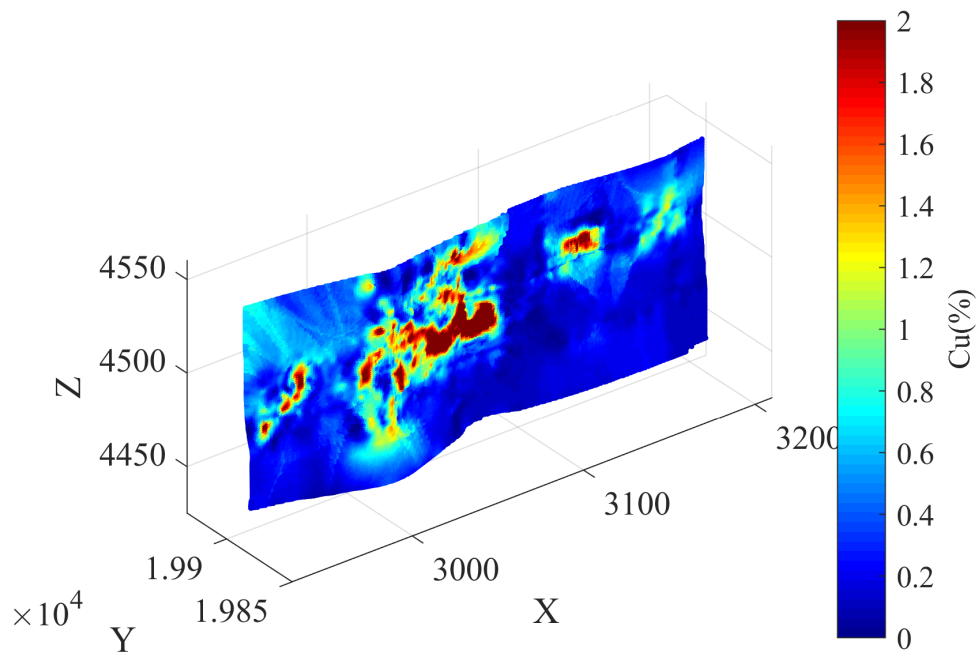


Figura D.8: Visualización tridimensional de leyes de cobre del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.



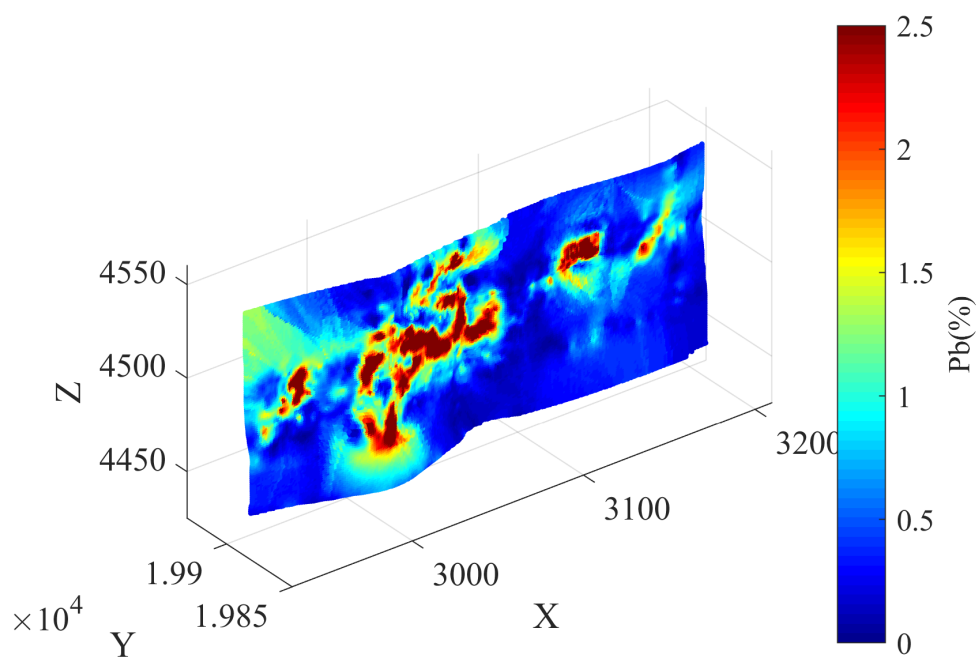


Figura D.9: Visualización tridimensional de leyes de plomo del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.

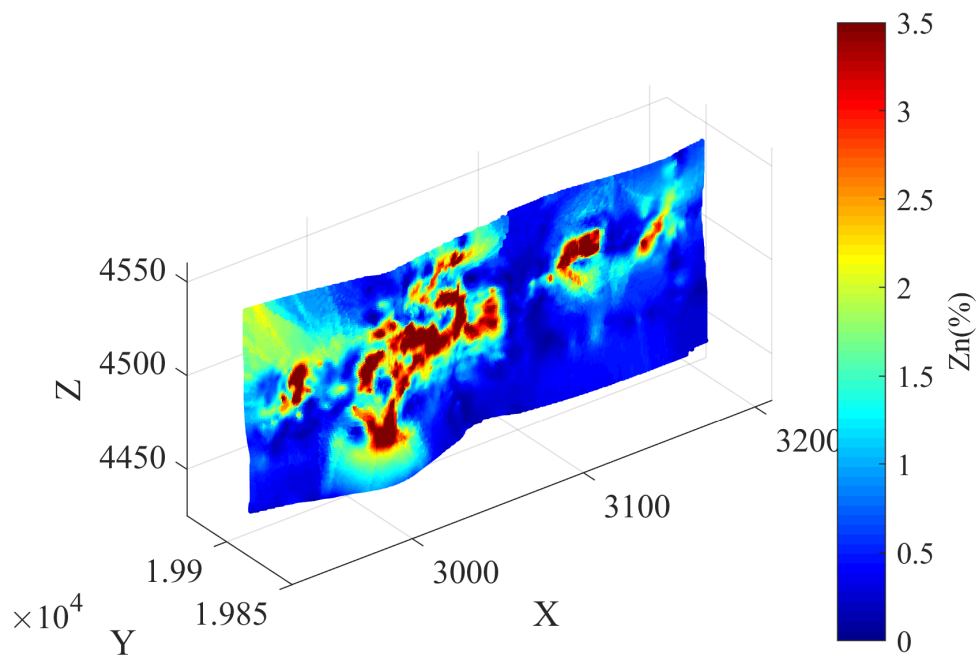


Figura D.10: Visualización tridimensional de leyes de zinc del modelo de bloques por cokriging transitivo de leyes.