



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA DEL GSI EN EL ESTUDIO DE LA SUBSIDENCIA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERA CIVIL DE MINAS

PÍA GABRIELA IGLESIAS HERRERA

PROFESORA GUÍA:
KIMIE SUZUKI MORALES

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
NADIA MERY GUERRERO
PATRICIO CAVIERES ROJAS

SANTIAGO DE CHILE
2023

ANÁLISIS DE LA RELEVANCIA DEL GSI EN EL ESTUDIO DE LA SUBSIDENCIA

Actualmente en la minería existe una tendencia a explotaciones masivas, esto impulsado por una baja global de leyes y por la intención de mantener costos operativos bajos. En este contexto para minería subterránea los métodos de hundimiento cobran mayor relevancia, considerando tanto faenas nuevas como proyectos de transición rajo-subterránea. Es así que se genera la necesidad de entender los mecanismos geomecánicos asociados al hundimiento, en particular, la subsidencia.

Existen muchos estudios de casos, pero no así una base de datos robusta que dé cuenta de esto. Por lo que se parte por establecer la información necesaria para el estudio, y a partir de esto, se construye una base de datos. Ésta recopila la mayor cantidad de información de buena calidad con respecto a casos de subsidencia, parámetros geomecánicos y de diseño. Partiendo de esta base, se plantea una metodología que consiste en una evaluación de los métodos empíricos existentes, para luego plantear un modelo de reducción de GSI. Este último permite establecer una relación entre las propiedades del macizo rocoso y las de la zona de daño generada por la subsidencia.

Al evaluar los métodos empíricos existentes, se observó que los métodos de Laubscher son capaces de representar un amplio rango de ángulos de quiebre para la misma profundidad y, que a bajas profundidades tiende a subestimar los ángulos de subsidencia. Por otro lado, la metodología de Flores es capaz de representar sólo un pequeño rango de ángulos de quiebre para profundidades similares y tiende a sobrestimarlos en los niveles más superficiales. De forma general se encuentra que los principales parámetros que afectan la subsidencia, son la calidad de la roca y la profundidad.

La metodología desarrollada para definir un modelo de reducción del GSI establece una zona de daño definida por la extensión de la subsidencia en superficie y una grieta de tracción. Los distintos modelos planteados permiten obtener un GSI reducido que representa el daño generado en este sector a partir de las deformaciones asociadas al hundimiento. A pesar de que los ajustes de estos modelos tienen una alta dispersión, debido a la poca información disponible, se encuentra que en promedio el primer modelo castiga en 35 puntos al GSI original, mientras que el segundo modelo lo reduce a un 39% del valor original.

En conclusión, fue posible dimensionar el gran impacto del GSI en la extensión de la subsidencia. Se esperaba que una reducción de este factor fuese capaz de caracterizar el material dañado por la subsidencia, pero debido a la gran dispersión de los pocos datos existente, el ajuste de los GSI reducidos resulta en errores muy grandes. Finalmente quedan las puertas abiertas para continuar desarrollando ésta herramienta en la medida que la base de datos considere más casos con información de mayor calidad.

*A Carlos González,
quién no tuvo nada que ver con esta memoria,
y a Luis Polanco,
quién no alcanzo a ver esto terminado,
para ambos un abrazo al cielo.*

Agradecimientos

No creo ser capaz de plasmar en una página lo agradecida que estoy de haber llegado a este punto, espero cubrir todas mis bases, aunque puede ser algo difícil a estas alturas del partido en que a cada santo le tengo una vela.

Le agradezco a mi familia: a mis padres por todo, a mis hermanas por su entendimiento, a mis sobrines por su cariño y a mi Dantesito porque si. Perdónenme lo escueta, pero somos tantos que no sabría en donde parar.

Le agradezco a las pipicaca, que siempre han sido mi lugar seguro, nuestros sueños de irnos a vivir juntas y viajar me motivan a seguir adelante cuando no estoy bien.

Le agradezco a mis amigos de la u, cada uno me acompaño en un momento distinto, me considero afortunadísima de haberlos encontrado y espero también no perderlos de mi vida. A la Coni y a la Gis que las quiero como a mis hermanas. A la Belén que se quedo a mi lado en mis etapas de loquilla y sensata. A Robles cuyo apoyo y cariño siempre ha estado presente, fue más fácil seguir poniéndole güeno sabiendo que contaba contigo si lo necesitaba. A DC por la amistad sincera que teníamos. A Yerkitto que a pesar de nuestras inconsistencias mutuas, quiero un montón.

Le agradezco a mi psicólogo por todo el trabajo que hemos realizado para llegar a este punto. Le agradezco a Gloria y a Carol, que me ayudaron a navegar por las fechas límite de varios procesos. Le agradezco a todos mis profesores, cada uno jugó un rol importante en mi proceso formativo.

Finalmente le agradezco a mi profesora guía, Kimie Suzuki por tomar en sus manos la difícil tarea (a mi juicio) de ayudarme a terminar este proyecto.

Tabla de Contenido

1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Alcances	2
1.3. Estructura de la Memoria	3
2. Marco Teórico y Antecedentes	4
2.1. Evolución del Caving	5
2.2. Subsistencia	6
2.2.1. Propagación de la Subsistencia	9
2.2.2. Efecto de Subniveles	10
2.3. Métodos para Estimar la Subsistencia	11
2.3.1. Métodos Empíricos	11
2.3.2. Métodos Analíticos	13
2.3.3. Métodos Numéricos	14
2.4. Antecedentes Necesarios para el Estudio de la Subsistencia	16
3. Recopilación y Consolidación de Bases de Datos	20
4. Metodología	26
4.1. Estudio de métodos empíricos	26
4.1.1. Estudio Paramétrico de Métodos Empíricos	26
4.1.2. Evaluación de Desempeño de los Métodos Empíricos	27

4.2. Diseño de Modelo de Reducción de GSI	27
5. Resultados de la Evaluación de los Métodos Empíricos	31
5.1. Estudio Paramétrico de Métodos Empíricos	31
5.2. Evaluación de Desempeño de los Métodos Empíricos	35
5.2.1. Comparación del Desempeño de la Aplicación de los Métodos Empíricos	37
6. Resultados del Modelo de Reducción de GSI	39
6.1. Etapa 1	39
6.2. Etapa 2	40
6.3. Etapa 3	43
6.3.1. Primer Modelo	43
6.3.2. Segundo Modelo	45
6.3.3. Comparación de los Modelos	47
7. Conclusiones y Recomendaciones	49
Bibliografía	64
Anexo A	65
Anexo B	68
Anexo C	69

Índice de Tablas

2.1. Estudios Numéricos de Subsistencia Inducida por Caving (Vyazmensky <i>et al.</i> , 2008)	4
2.2. Diferencia de conceptos utilizados en perfiles de subsistencia	7
2.3. Resumen de los métodos de análisis comparados	16
3.1. Resumen Minas Consideradas en Base de Datos	21
3.2. Coeficientes de Correlación de Variables Principales	23
3.3. Coeficientes de Correlación de Variables Principales Logarítmicas	24
3.4. Componentes Principales	24
3.5. Matriz de Varianza-Covarianza de las Principales Variables	24
5.1. Ángulos de Quiebre según Laubscher para los Posibles Escenarios Planteados	32
5.2. Ángulos de Quiebre según el método menos conservador de Laubscher para los Posibles Escenarios Planteados	33
5.3. Ángulos de Quiebre según Flores para los Posibles Escenarios Planteados . .	34
5.4. Estadísticos para Ángulos Estimados con Laubscher	36
5.5. Estadísticos para Ángulos Estimados con Laubscher Menos Conservador . .	36
5.6. Estadísticos para Ángulos Estimados con Flores	37
5.7. Resumen de Estadísticos para Ángulos Estimados	37
7.1. Información complementaria Mina Rio Blanco	65
7.2. Información complementaria Mina Grasberg	65
7.3. Información complementaria Mina Questa	66

7.4. Información complementaria Mina San Manuel	66
7.5. Información complementaria Mina El Teniente 4 Sur	66
7.6. Información complementaria Minas	66

Índice de Figuras

2.1. Modelo conceptual extendido de caving, (Cumming-Potvin <i>et al.</i>)	5
2.2. Efecto del avance del frente de socavación, (Flores & Karzulovic, 2003)	6
2.3. Subsistencia Continua, (Brady & Brown, 2004)	6
2.4. Distintos Tipos de Subsistencia Discontinua, (Brady & Brown, 2004)	7
2.5. Diagrama del Desarrollo de la Subsistencia en una Transición de Rajo a Subterránea, (Flores, 2005)	8
2.6. Diagrama del Desarrollo de la Subsistencia, (van As <i>et al.</i> , 2003)	8
2.7. Tipos de falla en taludes según Sjöberg (1999)	9
2.8. Subsistencia entre subniveles, (Aguayo & Villegas, 2014)	10
2.9. Efecto Sombra Ilustrado en Karzulovic (1997)	11
2.10. Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Laubscher, 2000)	12
2.11. Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Karzulovic, 1999)	12
2.12. Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Flores, 2005) . . .	13
2.13. Modelo idealizado de equilibrio límite para el caso de estudio en (Hoek, 1974)	14
2.14. Aplicabilidad de los diferentes métodos según propiedades del macizo rocoso, (Jing, 2003)	15
2.15. Modelo híbrido que utiliza elementos discretos para el campo cercano a la excavación y elementos de borde para las regiones externas (Jing, 2003) . . .	15
2.16. Esquema de los Límites de la Subsistencia, (Villegas & Nordlund, 2008) . . .	17
2.17. Ejemplo de la Subsistencia Estimada para Chuquicamata Subterránea (Aguayo & Villegas, 2014)	18
3.1. Ángulos de Quiebre vs. Profundidad	22

3.2. Ángulos de Quiebre vs. Calidad de Roca	22
3.3. Ángulos de Quiebre vs. Ancho del Footprint	23
3.4. Ángulos de Quiebre vs. Profundidad, según Calidad de Roca	23
3.5. Ángulos de Quiebre vs. Profundidad, según Ancho del Footprint	24
4.1. Configuración del modelo analítico de equilibrio límite	28
4.2. Diagrama de las etapas que componen el modelo de reducción de GSI	30
5.1. Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=500	31
5.2. Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=1000	31
5.3. Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=1500	32
5.4. Perfil de Subsistencia para Distintos Anchos de Footprint en Roca Regular según Laubscher (2000)	32
5.5. Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=500	33
5.6. Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=1000	33
5.7. Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=1500	33
5.8. Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=500	34
5.9. Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=1000	34
5.10. Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=1500	34
5.11. Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300 [m], H=2000 [m]	34
5.12. Comparación Paramétrica de los Perfiles de Subsistencia Estudiados para H=500	35
5.13. Comparación Paramétrica de los Perfiles de Subsistencia Estudiados para H=1000	35
5.14. Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Laubscher	36
5.15. Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Laubscher Menos Conservador	36
5.16. Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Flores	37
5.17. Ángulos de Quiebre Estimados vs. Profundidad	38
5.18. Ángulo de Quiebre estimado según Laubscher T. vs. real	38

5.19. Ángulo de Quiebre estimado según Laubscher MC. vs. real	38
5.20. Ángulo de Quiebre estimado según Flores vs. real	38
6.1. Histograma GSI Base de Datos	39
6.2. Cohesión vs. Ángulo de Fricción Iniciales	40
6.3. Relación entre el ángulo de fricción y la cohesión para distintas fallas en taludes, según Wyllie & Mah (2005)	40
6.4. Representación de la grieta de tracción (GT) y punto inicial (PI) en el modelo	40
6.5. Factor de Seguridad en superficies deslizantes para un caso	41
6.6. Factor de Seguridad versus extensión de subsidencia a partir de los ángulos que la definen	42
6.7. Factor de Seguridad versus extension de subsidencia a partir de los ángulos que la definen	42
6.8. Distribución constantes del primer ajuste	43
6.9. Factor de Seguridad versus GSI primer ajuste	44
6.10. Factor de Seguridad versus constante del primer ajuste	44
6.11. Distribución de GSI para el primer ajuste	45
6.12. Distribución constantes del primer ajuste	45
6.13. Factor de Seguridad versus GSI segundo ajuste	46
6.14. Factor de Seguridad versus constante del segundo ajuste	46
6.15. Distribución de GSI para el segundo ajuste	47
6.16. GSI ajustado versus reducido	48

Capítulo 1

Introducción

En la minería actualmente existe una tendencia a explotaciones cada vez más masivas, esto responde a una demanda elevada de los productos mineros pero con leyes cada vez menores. Los métodos masivos por excelencia son las explotaciones a rajo abierto y las basadas en el hundimiento; block, panel y sus variantes. En ambos casos existe una tendencia en el tiempo a profundizar las labores, buscando cada vez mejores leyes pero que aun así son cada vez más bajas, esto sin sacrificar el costo operativo. Es en este punto donde se buscan alternativas para extender la vida de la mina, que se suele pensar en una transición entre rajo abierto y block o panel caving. La subsidencia en este caso requiere ser estimada en un estudio más detallado, el que debe dar cuenta de los factores que la afectan y cómo ésta afecta al entorno y a las labores mineras preexistentes.

Existen alrededor del mundo cientos de operaciones mineras que utilizan métodos de explotación masivos, muchas de estas llevan activas varias décadas, por lo que las mediciones de subsidencia o variaciones topográficas generadas por la extracción no siempre se han documentado en su totalidad o con mucho detalle. En los últimos años, se cuenta con herramientas mucho más específicas a la hora de monitorear los desplazamientos de roca en superficie, lo que permite tener una idea más clara del estado de subsidencia actual de muchas faenas. A pesar de lo anterior el problema de cómo se han ido desarrollando estos desplazamientos en el tiempo, o incluso cómo estos desplazamientos interactúan con la topografía ya irregular del terreno persiste aún.

Considerando que el fenómeno de subsidencia es complejo y multifactorial, la única forma de conocer el resultado final es luego de que este ya ha sucedido. Pero a la hora de planificar una explotación minera, esta metodología es tanto imposible como inútil. La siguiente mejor opción es a través de modelos predictivos que consideran la mayor cantidad de información de entrada y así estiman el resultado final con el menor error posible. Esto también presenta un grado de dificultad no menor, ya que la precisión de la estimación depende directamente de la calidad y cantidad de información disponible, la cual aumenta en la medida que el proyecto evoluciona en términos de inversión. La tercera opción disponible, que es bastante más conservadora, permite estimar resultados finales a un nivel de ingeniería conceptual con mucha menor información disponible pero con rangos de dispersión mucho mayores.

Independiente de la elección de cualquiera de los métodos predictivos; que dependerá de la

información disponible, de las herramientas desarrolladas o de la repetibilidad del fenómeno en sí, entre otros factores; es necesario conocer el desempeño de las herramientas y metodologías existentes, sus alcances, limitaciones y funcionamientos específicos. En particular y para el desarrollo de este trabajo se establece el foco de estudio en las herramientas empíricas y analíticas para la estimación de la subsidencia. Este proceso investigativo responderá a la persecución de los objetivos planteados a continuación y se enmarcará dentro de los alcances definidos posteriormente.

1.1. Objetivos

Objetivo General

El principal objetivo de este trabajo es evaluar la relevancia del GSI en el uso de herramientas empíricas que estudien la subsidencia generada a través de métodos de explotación mineros de caving.

Objetivos Específicos

Para el desarrollo de lo anterior se estructuran ciertos objetivos específicos que permiten de forma progresiva, completar el motivo principal del presente estudio.

- Estudiar el fenómeno geomecánico de la subsidencia y los métodos disponibles para su estimación.
- Construir una base de datos robusta de casos de subsidencia para el desarrollo de herramientas futuras.
- Evaluar y analizar los métodos empíricos de estimación de subsidencia usados en la actualidad y determinar los parámetros geomecánicos relevantes para su posterior estudio.
- Desarrollar una metodología, en base a lo estudiado, para determinar la relevancia del GSI con respecto al caving.
- Evaluar los resultados obtenidos y analizar posibles mejoras o trabajos futuros.

1.2. Alcances

El estudio de la subsidencia puede ser realizado de múltiples maneras y considerando diversos parámetros; el nivel de detalle requerido según la etapa de ingeniería en la que se realice el estudio o la cantidad y calidad de información disponible son algunos de los factores que influyen en un trabajo de este estilo. Por esto mismo es necesario detallar los alcances del presente trabajo.

- La base de datos utilizada en el desarrollo de este trabajo proviene de investigaciones previas recopiladas en la etapa de revisión crítica de la bibliografía. No se consideran casos fuera de las referencias ni actualizaciones de los ángulos de subsidencia para labores en desarrollo.
- El desarrollo de la metodología de estimación de subsidencia se realiza a través de un estudio de equilibrio límite y back-analysis sobre los parámetros geomecánicos principales. Todo esto con la ayuda de código propio desarrollado en MATLAB. No se utilizan métodos numéricos ni otros software comerciales.
- Debido a la poca cantidad de información disponible, la aplicabilidad del modelo de estimación queda limitada a un nivel de ingeniería conceptual.

1.3. Estructura de la Memoria

En una primera etapa se realiza un estudio del estado del arte en lo que respecta a la subsidencia por desarrollo del caving; esto con el objetivo de entender el fenómeno y presentar lo que se ha realizado en torno a su investigación. En esta sección se muestran los parámetros influyentes y tendencias esperadas dentro de los resultados.

Siguiendo con el estudio exploratorio, se presenta la recopilación de información para construir una base de datos proveniente de casos históricos de subsidencia registrados en distintos medios digitales y escritos; esto permitirá tener disponible información real de la subsidencia para las siguientes etapas de la investigación. Es importante, en esta, etapa poder contar con casos que sean significativos ya que de estos depende la aplicabilidad de los resultados obtenidos es este trabajo.

La primera parte de la metodología de la presente investigación considera analizar los métodos de estimación que tienen un enfoque empírico; esto se realiza considerando variaciones paramétricas de los principales factores que utilizan las distintas metodologías y su desempeño al aplicarlas a la base de datos. Mientras que la segunda parte de la metodología considera la diagramación del problema utilizando un enfoque de equilibrio límite y la elaboración de etapas que permitan ajustar la calidad de roca y su comportamiento, partiendo de la competencia del macizo rocoso y reduciéndola según el daño generado por la subsidencia. Los resultados de la evaluación de los métodos empíricos son críticos para determinar los factores más importantes a la hora de aplicar estas herramientas, y permiten analizar la efectividad de su uso.

Finalmente, se analizan los resultados del modelo analítico de reducción de GSI, desarrollado para determinar las relaciones entre la subsidencia generada y la calidad de roca en la zona afectada. También se discuten mejoras que se pueden aplicar en orden de robustecer la metodología. En esta etapa final, se plantean desafíos futuros que vale la pena seguir desarrollando ya sea dentro o fuera de los alcances de este proyecto.

En anexos se presenta la información de de los casos de la base de datos (A), las relaciones en calidad de roca (B), y las secuencias de códigos de la metodología (C).

Capítulo 2

Marco Teórico y Antecedentes

En esta sección se presentan las bases empíricas y conceptuales en torno a las cuales se definirá el estudio de la relevancia del GSI en la subsidencia. Con respecto a esto se consideran como ejes principales los mecanismos geomecánicos asociados al desarrollo del caving, la definición de la subsidencia, métodos para estimarla y antecedentes de su estudio presentes en la bibliografía.

Es importante mencionar los estudios que se han realizado hasta la fecha (Tabla 2.1) con respecto a la transición de rajo a subterránea en donde en su mayoría han sido estudios de casos reales utilizando métodos numéricos para su análisis (software especializado en 2D y 3D). Los estudios conceptuales generados en el último tiempo son escasos y sólo uno tiene aplicabilidad en el diseño (Flores, 2005), (Vyazmensky *et al.*, 2008). Es claro entonces que las investigaciones con respecto a modelos conceptuales, ya sean empíricos o analíticos enfocados en las variables asociadas al desarrollo de la subsidencia son insuficientes.

Tabla 2.1: Estudios Numéricos de Subsidencia Inducida por Caving (Vyazmensky *et al.*, 2008)

Tipo de Análisis	Autor (es)	Código
Sitio: Rajpura Dariba and Kiruna mines	Singh <i>et al.</i> (1999)	FLAC
Sitio: El Teniente mine	Karzulovic <i>et al.</i> (1999)	FLAC
Sitio: Northparkes mine	reported by van As (2003)	FLAC 3D
Sitio: El Teniente mine	Cavieres <i>et al.</i> (2003)	3DEC
Conceptual	Flores & Karzulovic (2004)	FLAC & FLAC 3D
Sitio: Questa mine	Gilbride <i>et al.</i> (2005)	PFC 3D
Sitio: Palabora mine	Brummer <i>et al.</i> (2006)	3DEC
Sitio: San Manuel mine	Itasca Ltd. reported by Elmo <i>et al.</i> (2007a)	FLAC 3D
Sitio: Kiruna mine	Villegas & Nordlund (2008a,b)	Phase2, PFC 2D

En los últimos años, como también en los que vienen, múltiples operaciones han considerado evolucionar desde una explotación de rajo abierto a una subterránea, en particular

hacia métodos de hundimiento (Flores & Karzulovic, 2002). Se observa en Woo *et al.* (2013) que la tendencia de la industria es a aumentar la altura de columna para block y panel caving en el caso de la minería subterránea, y que cada vez son menos rentables los proyectos a rajo abierto, por la disminución progresiva de las leyes y el aumento sistemático de los costos operacionales de la industria. Todos estos factores se conjugaron de manera excepcional para que el estudio de la transición de estos métodos sea algo de suma importancia para las mineras que planeen realizar este tipo de proyectos.

2.1. Evolución del Caving

Para poder estudiar el efecto del caving en una excavación preexistente es de suma importancia conocer los procesos a los que está expuesto el macizo rocoso en la propagación del caving y la distribución de esfuerzos propia de este. Los métodos de explotación por hundimiento se caracterizan por la extracción vertical del cuerpo mineralizado de forma ascendente, ya sea mediante perforación y tronadura (sublevel caving) o induciendo el quiebre a partir de la socavación de la base (block/panel caving) (Flores & Karzulovic, 2003). En cualquier caso, el deslizamiento del material quebrado es el que generará la subsidencia, cuya expresión en superficie estará directamente relacionada a la forma en que se propaga el hundimiento.

En la Figura 2.1 se observa una interpretación de la propagación del caving por (Cumming-Potvin *et al.*), esta considera nuevos mecanismos de fracturación en bandas asociado a la extensión del techo de la cavidad y considera los mecanismos de falla que ya habían sido estudiados en (Duplancic, 2003). Este modelo conceptual propone una variación con respecto a los mecanismos que dominan el fracturamiento y propagación del caving según cambian las condiciones geomecánicas presentes. Al extender esto a un desarrollo minero, se tiene una propagación que puede ser descrita como se ilustra en la Figura 2.2, en donde se observa un avance en la frente de hundimiento, (Flores & Karzulovic, 2003).

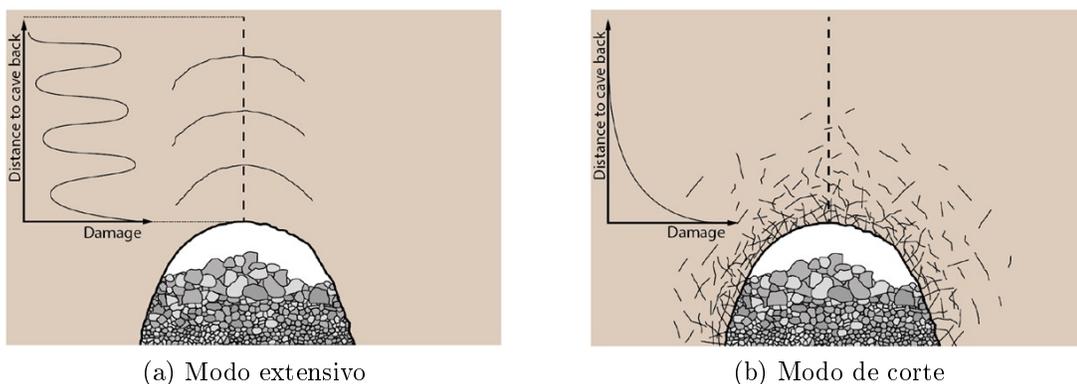


Figura 2.1: Modelo conceptual extendido de caving, (Cumming-Potvin *et al.*)

Una de las principales recomendaciones para el estudio de la subsidencia es la total comprensión del comportamiento del hundimiento (Flores, 2005). Es en este contexto que el estudio realizado por Beck & Pfitzner (2008) sobre interacción de cavidades, cobra alta rele-

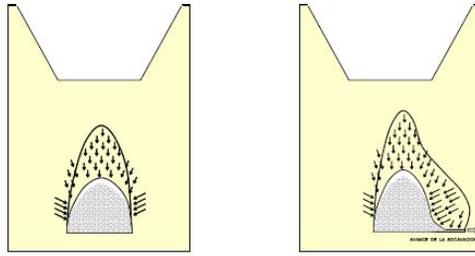


Figura 2.2: Efecto del avance del frente de socavación, (Flores & Karzulovic, 2003)

vancia. En este se identifican etapas sucesivas por las que pasa el macizo rocoso mientras se va propagando el caving bajo una cavidad preexistente, el cual comienza con la inestabilidad inicial del cave-back y culmina con la conexión del caving a la operación suprayacente.

2.2. Subsistencia

Brady & Brown (2004) caracterizan la subsistencia asociada a labores mineras como dos tipos, continua y discontinua; siendo en ambos casos significativa en términos deformaciones superficiales. La subsistencia continua se define como aquella que no presenta cambios escalonados o grietas en su superficie, y se puede observar en la Figura 2.3. En cambio, la subsistencia discontinua se caracteriza por grandes desplazamientos en un área limitada de la superficie o bien por perfiles escalonados limitados por grietas; la cual se manifiesta de muchas formas y algunos ejemplos se observan en la Figura 2.4.

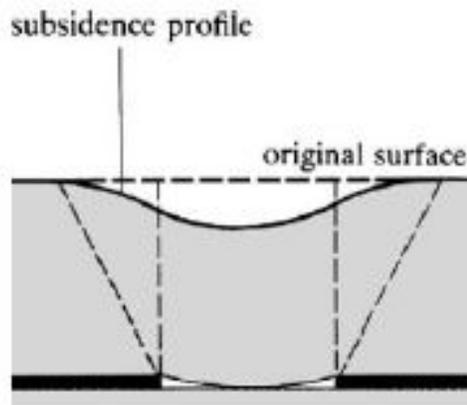


Figura 2.3: Subsistencia Continua, (Brady & Brown, 2004)

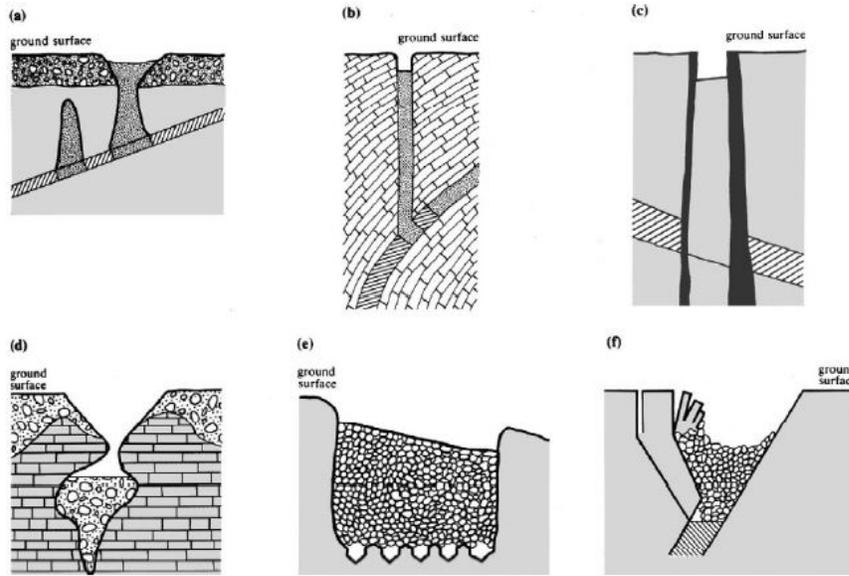


Figura 2.4: Distintos Tipos de Subsistencia Discontinua, (Brady & Brown, 2004)

En cada estudio de subsidencia revisado se presentan distintas definiciones para los distintos elementos que definen la ocurrencia de este fenómeno. Ángulos de quiebre, ángulos de subsidencia, ángulos de fracturamiento, extensión en superficie, son todos conceptos que se mezclan y que dependiendo del autor toman distintos significados. Es necesario revisar algunos para definir de forma global el que será utilizado en este estudio. A pesar de que Brady y Brown utilizan estas distinciones para definir el perfil de subsidencia asociado a las deformaciones generadas por minería de caving, Flores (2005) y van As *et al.* (2003) proponen cada uno sus propias nomenclaturas. En las Figuras 2.5 y 2.6 se tienen los perfiles utilizados por cada uno, mientras que en la Tabla 2.2 se observan las principales diferencias entre los conceptos utilizados.

Tabla 2.2: Diferencia de conceptos utilizados en perfiles de subsidencia

Concepto	Definición según Flores (2005)	Definición según van As <i>et al.</i> (2003)
Ángulo de quiebre	Límite de la zona de subsidencia discontinua	Zona de material hundido
Zona de influencia	Límite en superficie de la zona de subsidencia continua	ND
Zona estable	Zona en donde los desplazamientos son insignificantes	ND
Ángulo de iniciación de fracturas	ND	Delimita la zona fracturada en superficie
Ángulo de subsidencia	ND	Delimita la zona de subsidencia en superficie

Dentro de los estudios de subsidencia recopilados, la mayoría corresponden a casos de

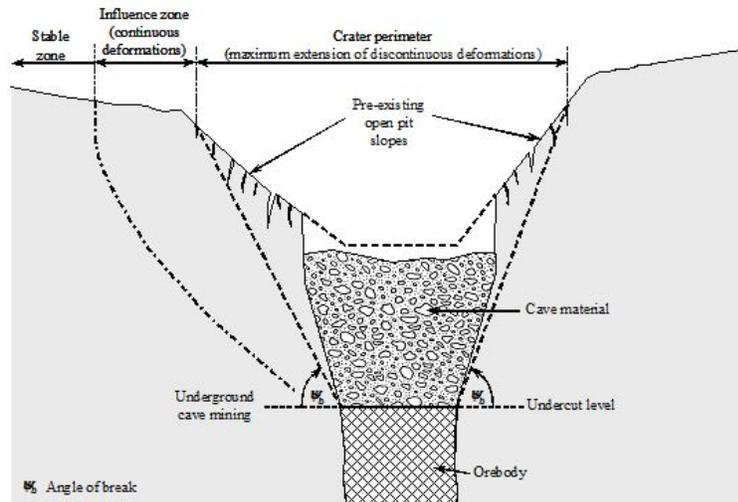


Figura 2.5: Diagrama del Desarrollo de la Subsistencia en una Transición de Rajo a Subterránea, (Flores, 2005)

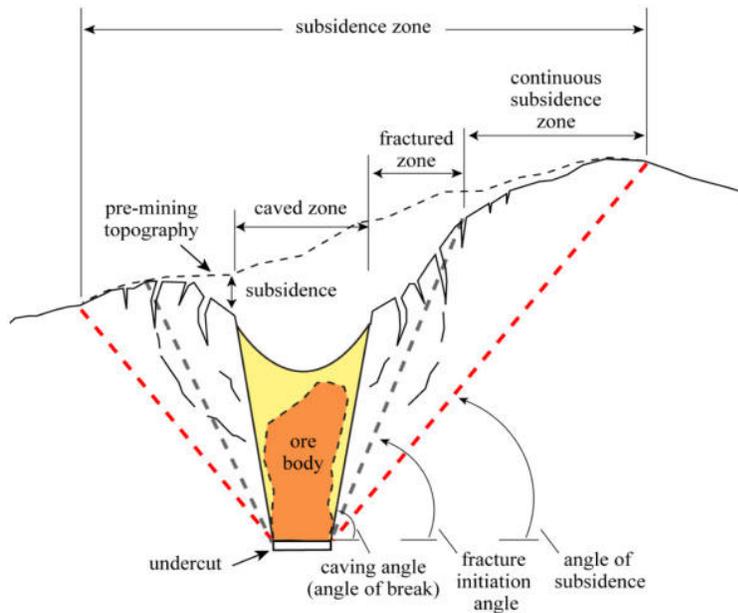


Figura 2.6: Diagrama del Desarrollo de la Subsistencia, (van As *et al.*, 2003)

transición rajo subterránea y hundimientos a bajas profundidades cuyos cráteres de subsistencia logran aflorar en superficie. Es por esto que en la presente sección el análisis se enfoca en dicha dirección.

Los efectos que tiene la minería por caving en la estabilidad de un rajo, han sido estudiados en el último tiempo, motivados por la cantidad de proyectos existentes en la industria relacionados a la transición. Sin embargo todos han estado acotados a un análisis numérico y conceptual en 2D. Las técnicas empíricas y numéricas poseen las mismas limitantes en lo que respecta a la representación de las propiedades del macizo rocoso, (Elmo *et al.*, 2012). Esto

se debe principalmente a que la geomecánica considera problemas en los que escasa cantidad de datos (Starfield & Cundall, 1988).

Conceptualmente, la conexión del caving con el piso del rajo se ha estudiado para casos puntuales, y la aplicabilidad de los resultados es posible para proyectos de ingeniería conceptual y de pre-factibilidad. En relación a lo anterior, se entiende que para proyectos de esta naturaleza existen metodologías de diseño que permiten predecir, dentro de ciertos parámetros iniciales similares, la respuesta del macizo rocoso en la transición. Estas curvas hacen posible la estimación de la conexión del caving, el ancho mínimo del pilar corona y los parámetros de la subsidencia (Flores, 2005).

Cabe destacar que a pesar de que las herramientas empíricas representan hasta cierto grado lo que en realidad sucede, es necesario el desarrollo de herramientas de diseño que consideren análisis tridimensionales, de forma tal que los riesgos y efectos de los nuevos desarrollos puedan ser comprendidos de forma extensa (Beck & Pfitzner, 2008). Esto debido a que las limitaciones de los análisis en dos dimensiones no consideran el carácter tridimensional de las estructuras ni de los esfuerzos, por lo que asumir un perfil de subsidencia en 2D es asumir una erróneamente una tercera dimensión con longitud infinita.

2.2.1. Propagación de la Subsidencia

A partir de un cráter de subsidencia, la extensión de las deformaciones en las paredes de dicho cráter se pueden propagar siguiendo distintos tipos de falla. En la Figura 2.7 se detallan las distintas formas de falla que puede presentar un talud, siendo una de las más comunes la falla por deslizamiento simple. Según la literatura disponible podemos asumir este tipo de falla en la paredes del cráter donde observamos la subsidencia.

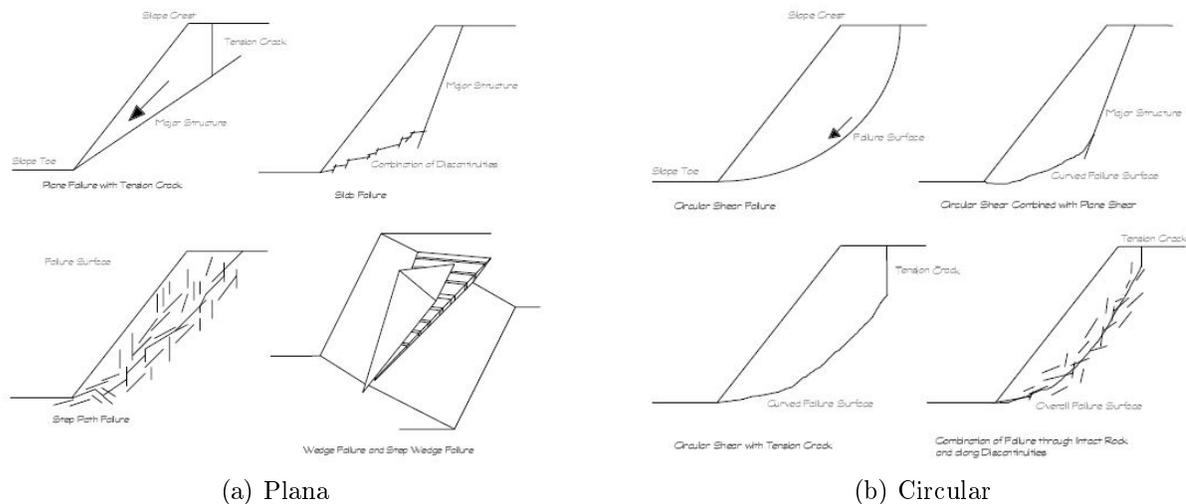


Figura 2.7: Tipos de falla en taludes según Sjöberg (1999)

Se han realizado algunos estudios para conocer los efectos reales que tiene la subsidencia en la estabilidad de las paredes del rajo, pero estos están limitados ya sea a casos reales;

como lo es el de Palabora y el análisis del colapso de la pared norte (Moss *et al.*, 2006). O bien a análisis numéricos, en donde se estudia mediante una técnica de modelamiento de elementos finitos/discretos, fallas producidas en la pared del pit generadas por el hundimiento y guiadas por un sistema preexistente de fracturas (Vyazmensky *et al.*, 2010). También hay que considerar que la mayor parte de lo realizado hasta la fecha han sido estudios de equilibrio límite para condiciones de inestabilidad definidas (Flores, 2005).

2.2.2. Efecto de Subniveles

En el caso que el diseño de la minería considere distintos niveles de producción, como lo diseñado para Chuquicamata Subterránea y que se observa en la Figura 2.8, (Aguayo & Villegas, 2014), o como lo realizado en Río Blanco, cuyo efecto sombra fue analizado en el informe técnico de Karzulovic (1997). En dichos casos estipula que puede suceder una especie de apantallamiento del ángulo de subsidencia, haciendo más vertical el ángulo de quiebre de los niveles inferiores; y en consecuencia el ángulo de subsidencia en superficie sea en primera instancia el generado por el nivel más superficial (y primero en entrar en producción del caving), esto se observa en detalle en la Figura 2.9.

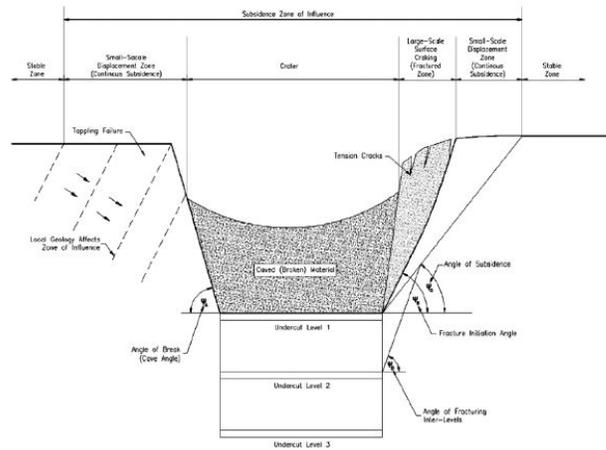


Figura 2.8: Subsistencia entre subniveles, (Aguayo & Villegas, 2014)

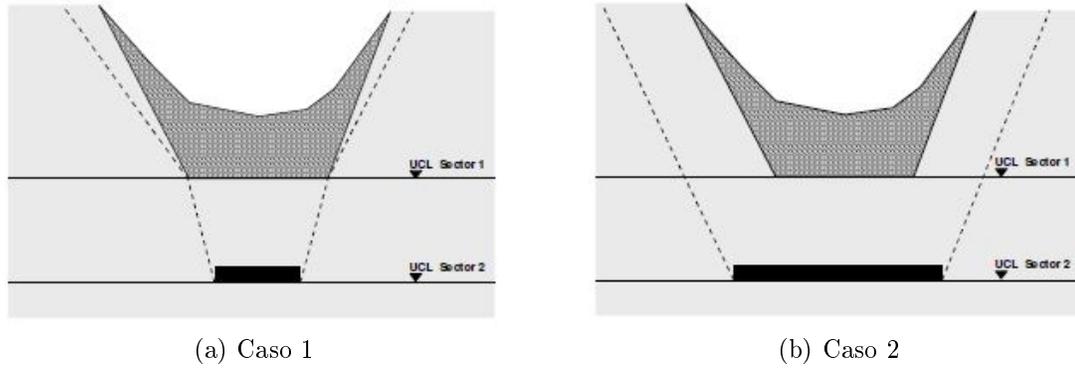


Figura 2.9: Efecto Sombra Ilustrado en Karzulovic (1997)

2.3. Métodos para Estimar la Subsistencia

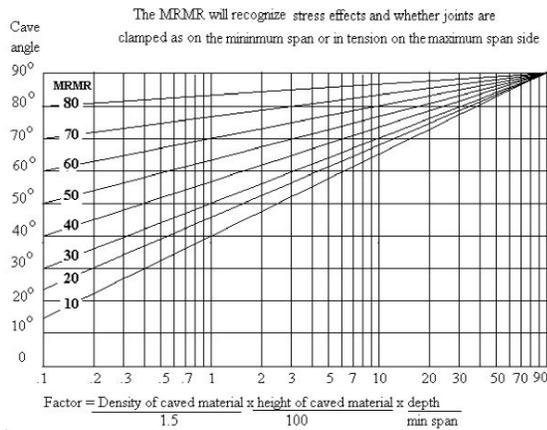
Son múltiples los métodos que han sido desarrollados a lo largo de los años para estimar la subsistencia generada por la explotación de un cuerpo mineralizado. A medida que se profundiza la ubicación del yacimiento, más compleja es la estimación de la subsistencia, por lo que los métodos para estimarla han debido evolucionar en complejidad y capacidad de predicción. Entre las herramientas disponibles para realizar esta tarea, se tienen métodos empíricos, analíticos y numéricos. En la Figura 2.3, que se presenta al final de esta sección, se observa un resumen comparativo de los principales métodos utilizados.

2.3.1. Métodos Empíricos

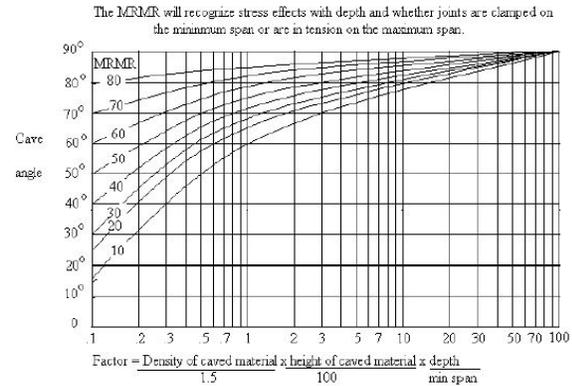
Los métodos empíricos basan su estudio en experiencias de casos previos similares, varios de estos permiten determinar el ángulo de quiebre generado por la subsistencia. Uno de los más usados es el desarrollado por Laubscher (2000) en el que presenta los gráficos de la Figura 2.10, donde se puede relacionar el MRMR con la densidad del mineral movilizado, la altura de la columna movilizada, ancho de la zona de caving y profundidad de la minería; a través del factor expresado en la ecuación (2.1), para poder obtener un ángulo de quiebre que sirva para el diseño de infraestructura (a) o para el control de tiraje (b).

$$\text{Factor} = \frac{\text{Densidad del Quebrado}}{1,5} * \frac{\text{Altura del Quebrado}}{100} * \frac{\text{Profundidad}}{\text{Ancho Mínimo del Footprint}} \quad (2.1)$$

Además del mencionado, se tienen otros métodos empíricos desarrollados para casos más específicos, como el de Karzulovic (1999) para estimar el ángulo de quiebre en los distintos sectores de la mina El Teniente, como se observa en la Figura 2.11 o el desarrollado por Flores (2005), que permite analizar la estabilidad del pilar corona y estimar el ángulo de quiebre mediante distintos gráficos. Específicamente Flores (2005) plantea, entre otras cosas, el gráfico de la Figura 2.12, el que se utiliza para estimar el ángulo de quiebre a partir de



(a) Conservativo



(b) Menos Conservativo

Figura 2.10: Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Laubscher, 2000)

la profundidad del nivel de hundimiento y la calidad de roca (GSI). Estos últimos gráficos fueron obtenidos mediante un análisis numérico de casos reales, lo que le permitió al autor calibrar los modelos obtenidos según ocurrencias empíricas.

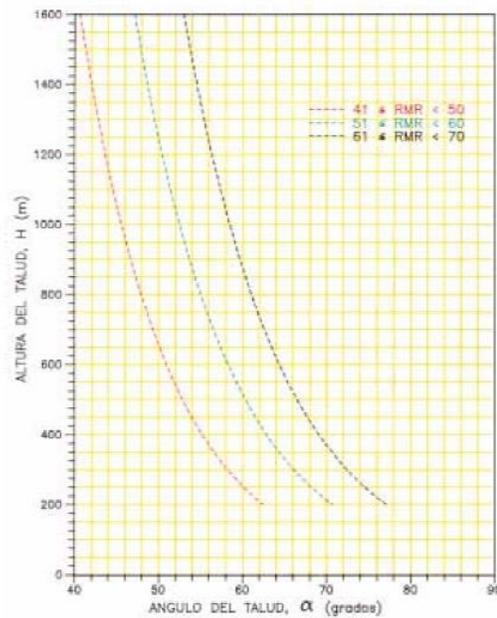


Figura 2.11: Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Karzulovic, 1999)

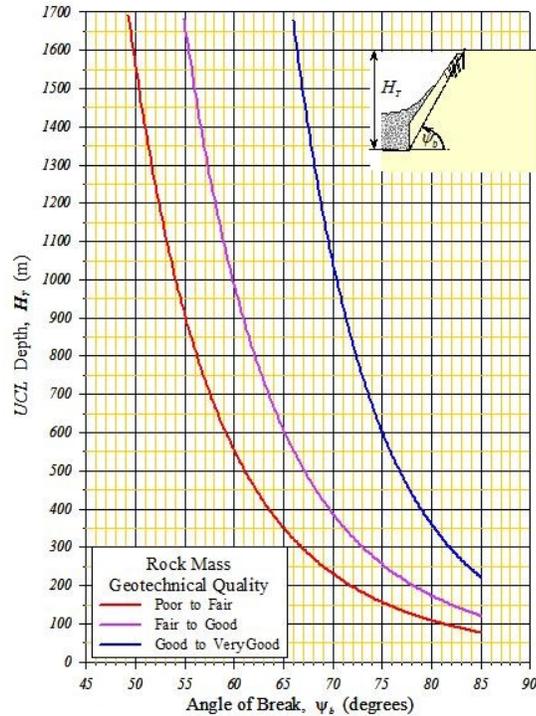


Figura 2.12: Gráficos Empíricos para Determinar Ángulos de Quiebre, (Flores, 2005)

2.3.2. Métodos Analíticos

Una de las herramientas más utilizadas de este tipo son las de equilibrio límite, las cuales tienen gran aplicación en problemas de ingeniería de suelos y mecánica de rocas. La base de esta técnica es, como su nombre lo dice, establecer ecuaciones de equilibrio de fuerzas y momento, según sea el caso, sobre un diagrama representativo de la dinámica o cinemática del problema.

Una de las primeras aplicaciones de esta técnica para la estimación de la subsidencia, es la realizada por Hoek (1974) en la mina de sublevel caving, Grängesberg en Suecia. En la Figura 2.13 se observa el diagrama propuesto por Hoek para este caso de estudio particular; considerando que este modelo fue propuesto hace casi 50 años, muchos autores han desarrollado a partir de éste modelos que incluyan distintos parámetros o ecuaciones de borde.

En Atkinson (1993) se exponen de forma concisa las consideraciones para plantear un diagrama de equilibrio limite en 2D, ya sea en una superficie deslizante circular como es lo habitual, o plana como se plantea en este trabajo. En el libro se plantea que independiente del diagrama de fuerzas, que dependerá finalmente de la complejidad que se desea abarcar en un problema de estimación de la subsidencia (forma de la cuña, topografía del terreno, características del material, entre otras) la cinemática se puede expresar a través de las fórmulas desarrolladas primero por Coulomb en 1770 y replanteadas por Rankine en 1850.

Sin embargo, al estar trabajando en un entorno geomecánico, es importante considerar la totalidad de esfuerzos presentes en el macizo. Es por esto que posterior a lo ya mencionado,

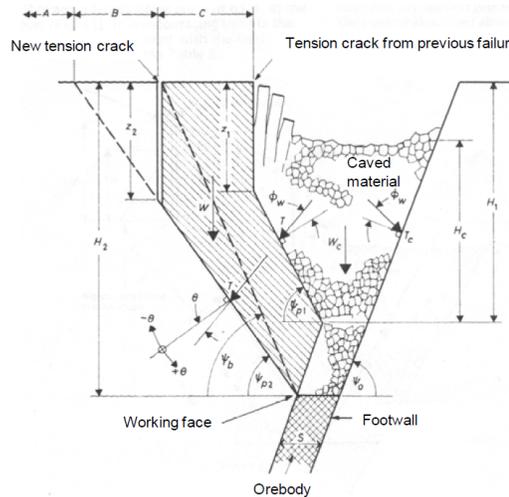


Figura 2.13: Modelo idealizado de equilibrio límite para el caso de estudio en (Hoek, 1974)

se desarrollan una gran cantidad de estudios de equilibrio límite en 3D, en Kalatehjari & Ali (2013) se expone una recopilación de varios autores y sus propuestas para análisis de estabilidad de taludes. Los autores exponen las ventajas y dificultades de la utilización de un método por sobre otro, ya que a pesar de que los métodos en 2D al suponer longitud infinita en dirección perpendicular al plano y asumir una dirección fija de desplazamiento de la cuña, pueden generar resultados correspondientes al peor de los casos, mientras que la complejidad que supone un análisis en 3D considerando la gran cantidad de supuestos que deben ser establecidos de forma arbitraria, no asegura un mejor rendimiento a la hora de obtener resultados.

2.3.3. Métodos Numéricos

Los métodos numéricos permiten el entendimiento de los esfuerzos y del comportamiento de la roca a intervenciones y cambios en su geometría, mediante el uso de ecuaciones de equilibrio. Estos modelos tienen la ventaja de poder resolver problemas complejos gracias al avance en almacenamiento y procesamiento numérico en los últimos años.

Jing (2003) realiza una extensa revisión de los métodos numéricos más utilizados en los problemas de mecánicas de rocas. En primera instancia realiza una clasificación entre los métodos según la posible respuesta del macizo ante la aplicación de una carga, es decir, de forma continua o discontinua. Esta diferenciación se observa en la Figura 2.14, en donde se tienen varias configuraciones de la geometría de un macizo rocoso, para las que según sea el caso se puede seguir un enfoque continuo, discontinuo o híbrido, como el de la Figura 2.15. Cabe destacar que esta no es la única forma de clasificar los métodos, ya que otra gran diferencia que tienen en sus fundamentos es si en su formulación discretizan el dominio completo o sólo el borde del mismo, es decir, de forma diferencial o integral (Hoek *et al.*, 1991).

La elección de alguno de los dos métodos depende de una serie de factores propios de la

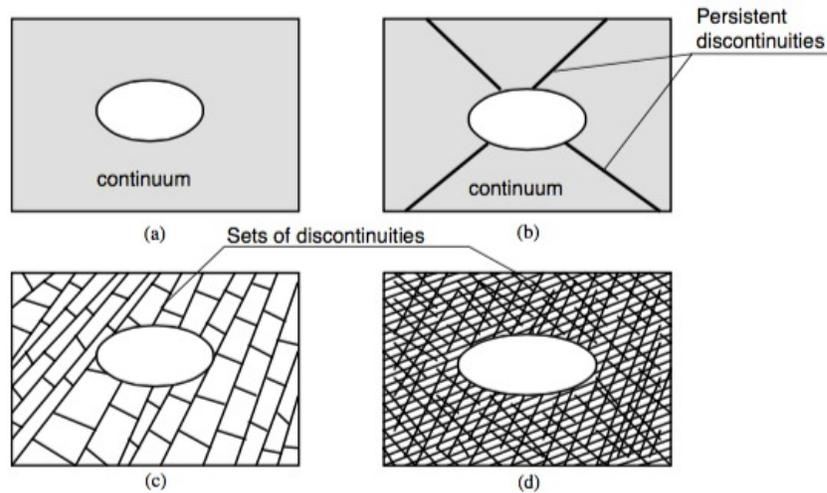


Figura 2.14: Aplicabilidad de los diferentes métodos según propiedades del macizo rocoso, (Jing, 2003)

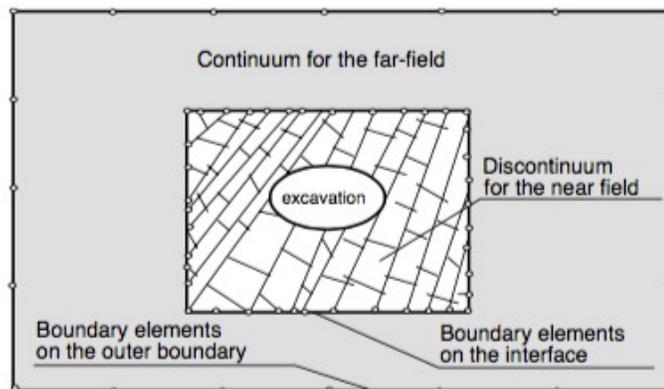


Figura 2.15: Modelo híbrido que utiliza elementos discretos para el campo cercano a la excavación y elementos de borde para las regiones externas (Jing, 2003)

caracterización del yacimiento y de los resultados que se estén intentado modelar, ya que no siempre es necesario representar la totalidad de las características de un macizo, si no más bien las que son de interés para el análisis del diseño (Elmo *et al.*, 2012).

Uno de las principales factores son la escala del problema y la geometría del sistema de fracturas. Un enfoque continuo debería ser utilizado en un macizo sin fracturas o bien en uno altamente fracturado, también puede ser utilizado si sólo hay unas pocas fracturas presentes y su abertura no es posible. Por otro lado el enfoque discontinuo es más adecuado para macizos relativamente fracturados (mayores que en un modelo continuo fracturado), o cuando es posible la ocurrencia de grandes desplazamientos de bloques individuales (Jing, 2003).

I. Métodos Continuos En esta categoría se encuentran los métodos de elementos de borde, métodos de elementos finitos, métodos de diferencias finitas. El uso de estos métodos esta justificado en la suposición que el macizo rocoso se comporta como un continuo, es decir, no puede romperse ante las cargas aplicadas.

II. Métodos Discontinuos En esta categoría se listan principalmente el método de elementos discretos y el método de red de fracturas discretas.

Tabla 2.3: Resumen de los métodos de análisis comparados

Tipo de Análisis	Datos Requeridos	Ventajas	Limitaciones
Métodos Empíricos	Depende de la herramienta desarrollada, generalmente requiere parámetros geomecánicos básicos y geometría del sitio.	Simple y fáciles de utilizar en etapas tempranas de ingeniería, no requieren demasiado tiempo de cálculo.	Los resultados son poco fiables.
Métodos Analíticos	Un diagrama representativo de la dinámica o cinemática del problema. Además de características geomecánicas del macizo rocoso y tensor de esfuerzos presente.	Es posible incorporar detalles particulares de geometría, existen múltiples herramientas comerciales de este tipo y en general utiliza pocos recursos computacionales.	Requiere muchos supuestos correspondientes a condiciones de borde, además de simplificaciones de 2D a 3D lo que afecta los resultados.
Métodos Numéricos	Geometría representativa, estado de esfuerzos in-situ, caracterización de estructuras, presencia de agua, entre otros.	Es posible modelar estructuras complejas, incluir deformaciones y fallas, y realizar análisis en 3D.	Requiere mayor tiempo de calculo, información detallada del sitio y alta experiencia de usuario tanto para el modelamiento como la interpretación de resultados.

2.4. Antecedentes Necesarios para el Estudio de la Subsistencia

Según lo revisado hasta el momento para el estudio de la subsidencia es necesario conocer las propiedades de la roca, el estado inicial del sector, la metodología de estudio y la geometría final. En relación al caso que se desea abordar en el presente estudio, se han realizado algunas investigaciones que permiten justificar e impulsar lo que se presentará en las páginas posteriores de este análisis.

Villegas & Nordlund (2008) en su estudio de la pared colgante en la mina Kiirunavaara en Suecia analizaron la subsidencia continua y discontinua, estableciendo parámetros para definir el límite entre las mismas. Se basaron en valores críticos de los desplazamientos verticales, según criterios propios de la mina, para delimitar un ángulo límite (máxima subsidencia continua) y un ángulo de quiebre (máxima subsidencia discontinua). En la Figura 2.16 se observa un diagrama del modelo.

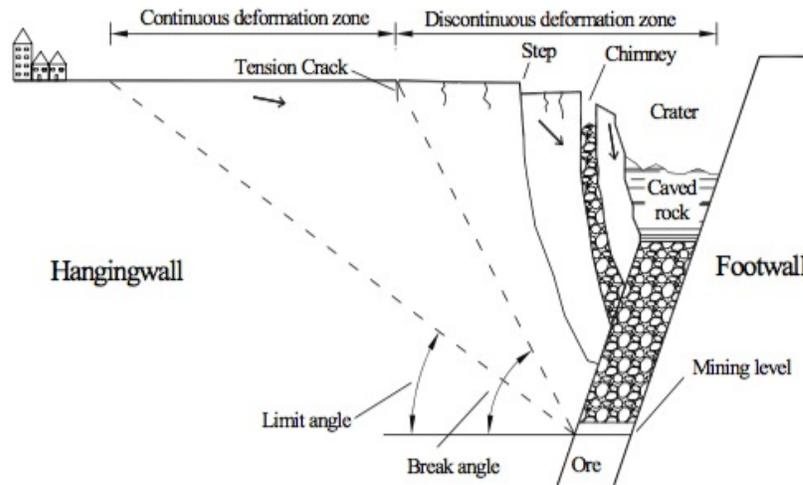


Figura 2.16: Esquema de los Límites de la Subsidencia, (Villegas & Nordlund, 2008)

Esto mismo se observa en Woo *et al.* (2014) en donde se analizan a través de varios programas de modelamiento numérico un mismo problema base (o uno equivalente). En este estudio, sin embargo, como se trata de un enfoque distinto basado en modelos numéricos, se definen los criterios para las zonas de la subsidencia de forma más extensa y específica:

- **Ángulo de Subsidencia:** Para todos los modelos fue estimada en base a un contorno de desplazamientos verticales de mínimo 1 metro.
- **Ángulo de Iniciación de Fracturas:** Para los modelos continuos fue estimado en base a la distribución de elementos de fluencia, en particular a los que estaban en tensión, y a los desplazamientos verticales. Por otro lado para los modelos discontinuos, además de considerar los elementos en fluencia (de tensión y de corte), es posible medir directamente las fracturas abiertas en superficie debido a la representación explícita de las discontinuidades del modelo.
- **Ángulo de Quiebre:** Para los modelos continuos se definió a partir de los desplazamientos verticales de mínimo 5 metros, esto debido a que la altura de columna y la propagación misma del caving se realizó hasta los 200 metros de altura. Para los modelos discontinuos, en cambio, la definición de esta zona era de forma más directa, en base el desplazamiento de los bloques.

Lo anterior se contrapone con lo expuesto por Aguayo & Villegas (2014) en donde para analizar el problema expuesto en la Figura 2.8, se definen las zonas límite a través los desplazamientos horizontales generados por la minería, como se ve en la Figura 2.17. Estos valores

críticos son considerablemente mayores a los utilizados en el estudio de la Mina Kiirunavaara (Villegas & Nordlund, 2008), en donde para definir el límite de la subsidencia continua se consideraban 2 cm como máximo, mientras que en este caso se toma como valor crítico de desplazamiento 2 a 5 metros.

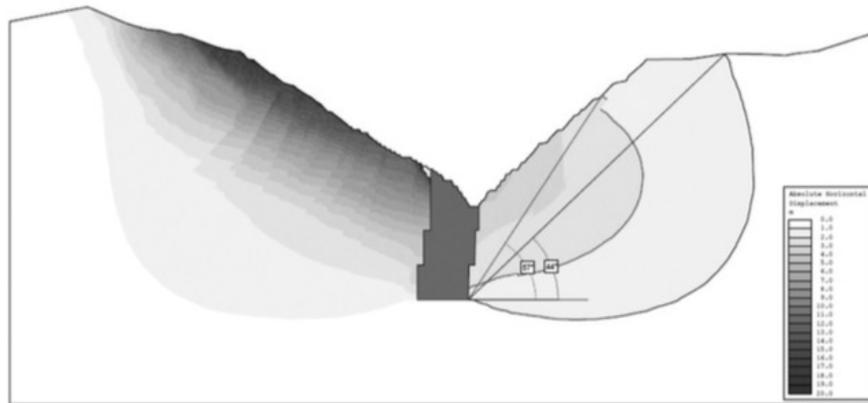


Figura 2.17: Ejemplo de la Subsidencia Estimada para Chuquicamata Subterranea (Aguayo & Villegas, 2014)

Un enfoque combinado se presenta en Vyazmensky *et al.* (2009) en donde para analizar la extensión de la zona de subsidencia en los distintos escenarios planteados, se consideran los desplazamientos horizontales y verticales antes de plantear cualquier rango crítico; es de esta forma que una de las conclusiones más notables en este sentido es que para todos los modelos considerados la extensión de los desplazamientos horizontales es consistentemente mayor (o igual en el peor de los casos) que la extensión de los desplazamientos verticales.

Uno de los rasgos característicos que tiene la transición de minería a cielo abierto a subterránea, es que el desarrollo de la nueva explotación se planifica en niveles cada vez más profundos; lo anterior se debe a que los rajos se desarrollan hasta el límite de su rentabilidad y posterior a esto es cuando se planifica una nueva mina subterránea (Solar *et al.*, 2009). Es por lo anterior que la intención es a posicionar el nivel de hundimiento de la explotación subterránea lo más profundo posible, sin afectar la infraestructura ya establecida.

Las variaciones en la profundidad y sus efectos en la subsidencia han sido estudiadas en el último tiempo con un enfoque empírico por Woo *et al.* (2013) y con un enfoque numérico por Woo *et al.* (2014) y por Vyazmensky *et al.* (2008).

Últimamente muchos autores se han sumergido a la tarea de caracterizar la subsidencia generada por distintos mecanismos de caving. Tegachouang *et al.* (2022) estudia la influencia de extraer mediante block caving bajo el rajo de Palabora en Sudáfrica y se tienen conclusiones interesantes sobre el estado de esfuerzos, a la vez que se cuenta con información actualizada acerca de las deformaciones en un caso nuevo. También Zhao & Zhu (2020) genera un modelo predictivo de subsidencia utilizando las mediciones topográficas satelitales del lugar, obteniendo desplazamientos verticales de 40 mm aproximadamente luego de una campaña exhaustiva de recolección de información geológica para caracterizar de mejor forma el modelo. Finalmente Liu *et al.* (2022) plantea un modelo de equilibrio límite para estimar

la subsidencia en minería de sublevel caving, por lo que permanece pendiente aún cómo estos modelos se comportan al considerar una extracción mediante block caving o incluso si la topografía preexistente es similar a un rajo.

Los desarrollos en este área se mantienen en constante evolución, ya sean nuevas metodologías de estimación o análisis de casos particulares, los cuales permiten robustecer las bases de datos con las cuales se calibran y generan modelos empíricos y analíticos.

Capítulo 3

Recopilación y Consolidación de Bases de Datos

Considerando que la presente investigación se enfoca en el estudio de casos de subsidencia, se construye una base de datos que incluya tanto mediciones de ángulos de interés como un registro completo de los factores que pueden afectar el desarrollo de la subsidencia, según lo visto en el capítulo anterior. Es importante destacar que la calidad de los datos recopilados afecta directamente la confiabilidad de los resultados obtenidos independiente de la metodología aplicada. Esto cobra mayor importancia al considerar que los ángulos son estimados, lo que podría ser poco preciso y no existe una forma estandarizada de medirlos.

La base de datos esta compuesta principalmente por la información recopilada de la literatura (Karzulovic (1999), AKL (2001), Flores & Karzulovic (2002) y Woo *et al.* (2013)), además de datos complementados por Karzulovic (1997), Obert *et al.* (1976), McDonough (1976), Vera (1981), Buchanan & Buchella (1961), Johnson & Soulé (1963), Ovalle (1981), Barber *et al.* (2000), Barber *et al.* (2001a), Brumleve & Maier (1981), deWolfe (1981), Stewart *et al.* (1984) y Maclellan (1929). El objetivo de complementar las bases de datos iniciales con bibliografía anexa, es el de poder aplicar los métodos empíricos presentados con anterioridad, ya que estos requieren información específica de entrada, como lo son la geometría del footprint, profundidad, calidad de roca, ángulos de quiebre medidos y en el mejor de los casos altura del material quebrado.

Las casos seleccionados consideran minas que se explotan mediante block o panel caving, sublevel caving, shrinkage stoping o una combinación de los mismos. Principalmente, la mayor cantidad de los casos son de block o panel caving, y también de operaciones que están realizando transición a estos métodos. En la Tabla 3.1 se resume la información recolectada, en ésta se tienen distintos números de casos reportados para cada mina, ya que se existen mediciones en distintos sectores o años productivos. Dentro de las principales variables de interés la profundidad corresponde la diferencia de cota entre el nivel de hundimiento y la altura topográfica con respecto a la cual se mide la subsidencia, la calidad de roca esta unificada según $RM Rb_{76}$, en angulo reportado es el de desplome (o de cráter) y el ancho corresponde al reportado en el nivel de hundimiento.

Con respecto a la información recopilada, es importante analizar como se relacionan las

Tabla 3.1: Resumen Minas Consideradas en Base de Datos

Mina	Ubicación	Profundidad [m]	$RMRb_{76}$	Ángulo[°]	Ancho [m]	n°			
Andina	Chile	37	471	41	70	52	90	300	81
El Teniente	Chile	175	1307	41	85	48	90	350	76
Gath's	Zambia	90	550	61	70	43	78	100	17
Grangesborg	Suecia	50	400	61	70	64	90	54	12
Miami	EEUU	136	270	51	60	50	83	350	9
San Manuel	EEUU	390	605	40	65	72	82	171	5
Climax	EEUU	145	325	55	65	73	91	150	2
Henderson	EEUU	1050	1150	55	65	90	94	300	2
Grasberg	Indonesia		650	25	65		71	200	1
Questa	EEUU		300	30	65		78	190	1
Salvador	Chile		700	70	85		73	190	1

variables entre si y como finalmente estas afectan a los ángulos que definen la subsidencia. Esto con el propósito de que a la hora de generar algún modelo predictivo, este considere las variables necesarias y no exista redundancia en los datos. Se parte entonces con un análisis exploratorio de las variables principales y una cuantificación de la correlación entre ellas. Este último índice permite determinar de forma clara si hay una relación directa (correlación cercana a 1), inversa (correlación cercana a -1) o inexistente (correlación cercana a 0).

En los gráficos de las Figuras 3.1, 3.2 y 3.3 se observa la distribución de los ángulos de quiebre medidos en función de la profundidad, calidad de la roca y ancho del footprint. A altas profundidades se puede observar cierta relación entre los datos, pero en cambio, mucha más dispersión en los casos más superficiales, lo que puede estar justificado por una menor cantidad de casos a medida que se profundizan las labores. Para la calidad de roca es un poco más complejo ver alguna relación, ya que el ángulo de quiebre está muy bien distribuido en casi todos los rangos de RMR. Algo similar ocurre con el ancho del footprint, es muy difícil ver alguna relación entre las variables. Lo anterior, debido a la gran discretización del ancho y la concentración de valores de ángulo de quiebre para algunos anchos de footprint de forma no sistemática.

En los gráficos de las Figuras 3.4 y 3.5 es posible ver una distribución de los ángulos de quiebre contra la profundidad, diferenciando en cada caso por calidad de roca y por ancho del footprint. Como se observa en la primera imagen, la relación es clara entre la calidad de roca y el ángulo de quiebre, ya que aunque la dispersión es alta, las curvas tienen una misma tendencia. En cambio, al relacionar el ancho del footprint con esta dispersión, el comportamiento no está del todo claro, ya que no existe una jerarquía entre las curvas; más bien sólo se puede identificar cierta tendencia a que mientras más profundo, mayor es el ancho del footprint; lo que en ciertos casos es un requerimiento para garantizar el caving.

Para un análisis más detallado, en la Tabla 3.2, se tiene la matriz de correlación entre las distintas variables del sistema. En esta se observa que no existe una gran correlación lineal entre las variables, lo que no quita que siga existiendo otra clase de relación entre las mismas, por lo que se requiere mayor detalle en el análisis. La variable que presenta mayor influencia en el ángulo de quiebre es la profundidad, afectándolo de forma inversa.

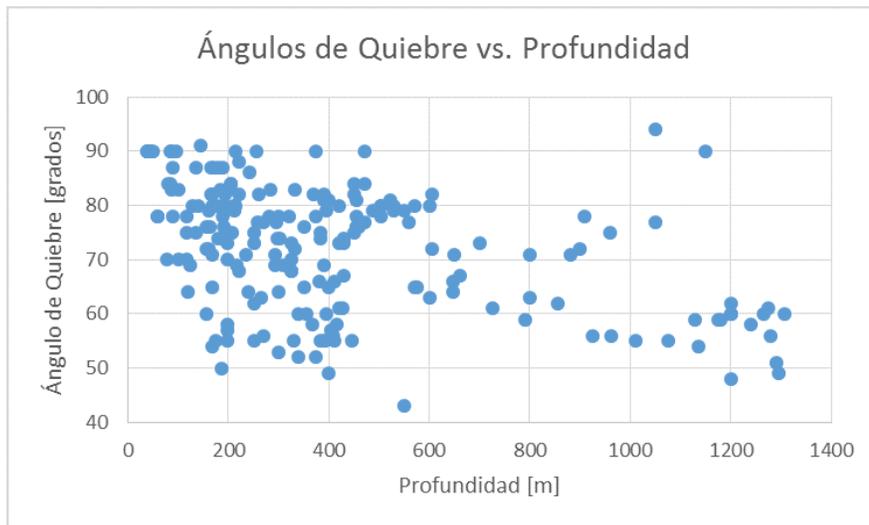


Figura 3.1: Ángulos de Quiebre vs. Profundidad

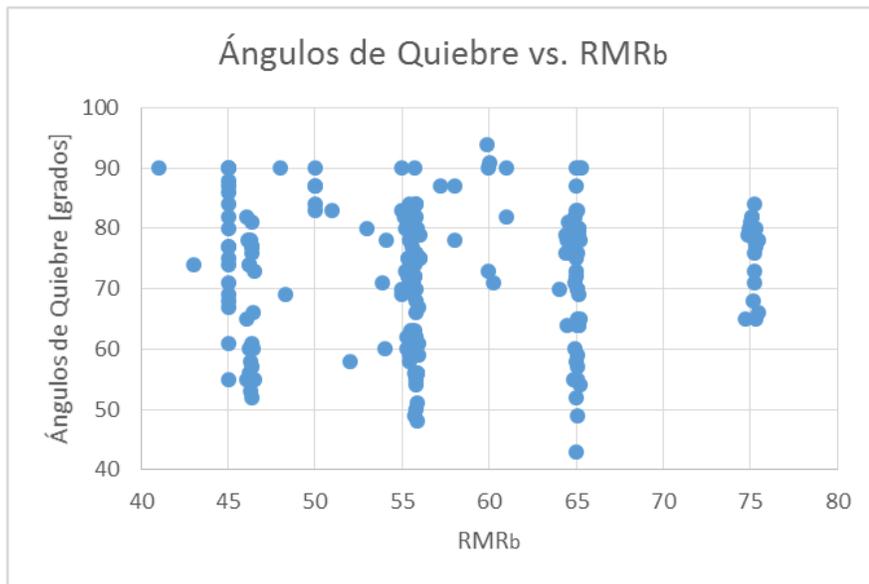


Figura 3.2: Ángulos de Quiebre vs. Calidad de Roca

Al considerar una transformación logarítmica sobre la variable profundidad, como se observa en la Tabla 3.3, se tiene que la correlación entre las variables es un poco mayor, pero no así con una misma transformación de la variable ancho del footprint. Esta transformación se realiza con el propósito de ajustar la distribución de los datos, ya que como se mencionó anteriormente estos disminuyen en la medida que la profundidad aumenta.

Como se observa cierto grado de redundancia entre algunas variables, se realiza un análisis de componentes principales sobre la base de datos original, esto para poder determinar el origen de la variabilidad de los datos. Este análisis permite reducir el número de variables para poder visualizar de mejor forma las relaciones presentes. Dicho análisis arroja que en su mayoría, la variabilidad más alta está concentrada en el RMR, como se observa en la

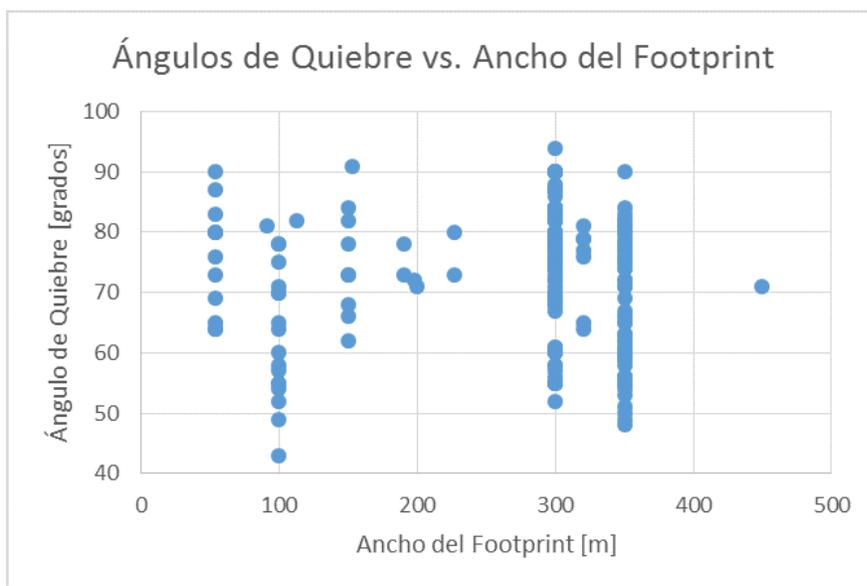


Figura 3.3: Ángulos de Quiebre vs. Ancho del Footprint

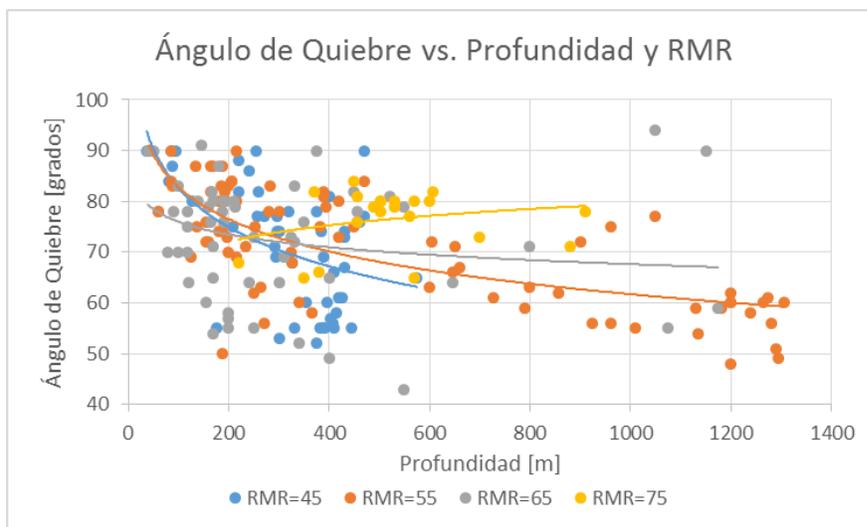


Figura 3.4: Ángulos de Quiebre vs. Profundidad, según Calidad de Roca

Tabla 3.2: Coeficientes de Correlación de Variables Principales

	Ángulo	Profundidad	RMR	Ancho
Ángulo	1.00	-0.43	0.08	0.00
Profundidad	-0.43	1.00	0.08	0.40
RMR	0.08	0.08	1.00	-0.25
Ancho	0.00	0.40	-0.25	1.00

Tabla 3.4, es por esto que en varios análisis que siguen de este punto en adelante se opta por separar la base de datos por calificación de roca, de forma tal de obtener resultados más

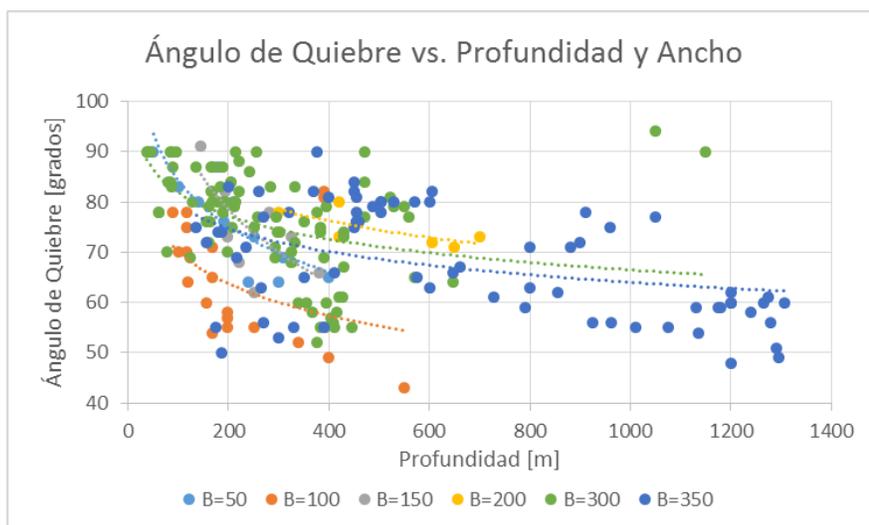


Figura 3.5: Ángulos de Quiebre vs. Profundidad, según Ancho del Footprint

Tabla 3.3: Coeficientes de Correlación de Variables Principales Logarítmicas

	Ángulo	Profundidad	RMR	Ancho
Ángulo	1.00	-0.46	0.08	0.02
Profundidad	-0.46	1.00	0.07	0.33
RMR	0.08	0.07	1.00	-0.30
Ancho	0.02	0.33	-0.30	1.00

precisos en lo que se refiere a representatividad de los métodos empíricos y en particular a la identificación de variables claves que afectan el proceso de subsidencia.

Tabla 3.4: Componentes Principales

	Ángulo	Profundidad	Ancho	RMR
Ángulo	0.0007	0	0	0
Profundidad	0	0.001	0	0
Ancho	0	0	0.0668	0
RMR	0	0	0	0.9315

Tabla 3.5: Matriz de Varianza-Covarianza de las Principales Variables

	Ángulo	Profundidad	Ancho	RMR
Ángulo	127.11	-1,526.50	-3.62	9.35
Profundidad	-1,526.5	101,005.19	11,806.60	206.2
Ancho	-3.62	11,806.60	8,827.52	-212.66
RMR	9.35	206.20	-212.66	96.72

Finalmente, el interés de realizar una consolidación de las bases de datos disponibles radica en la estandarización de la metodología, ya que como se verá más adelante, para cada etapa

de la investigación se requieren datos precisos según el modelo con el cual se este trabajando. Por lo anterior, en cada etapa se especificará si se esta trabajando con un subconjunto de la base de datos o con la totalidad de estos.

Capítulo 4

Metodología

Para cumplir con los objetivos propuestos, el desarrollo de este trabajo se divide en dos etapas; la primera corresponde a un análisis paramétrico y evaluación de desempeño de los métodos empíricos más utilizados, mientras que la segunda se compone del diseño de un modelo de ajuste de calidad de roca en base a casos de subsidencia.

4.1. Estudio de métodos empíricos

4.1.1. Estudio Paramétrico de Métodos Empíricos

En etapas iniciales de la estimación de la subsidencia es apropiado utilizar métodos empíricos para conocer como se comporta ante variaciones de profundidad, calidad de roca y geometría del footprint, para posteriormente poder calibrar modelos analíticos.

Para efectos de este estudio se consideran tres calidades de roca; buena, regular y mala, las cuales son definidas según las propuestas por Hoek (2001). Además se consideran distintas profundidades del nivel de hundimiento; 500, 1000 y 1500 [m], ya que para profundidades mayores los métodos no reproducen el comportamiento esperado. Y finalmente se consideran distintas geometrías del footprint representadas por el ancho mínimo del nivel de hundimiento. Considerando ésta configuración de datos de entrada, se aplican los métodos empíricos presentados en la revisión crítica de la literatura: el método de Laubscher tradicional (en adelante Laubscher T), el método de Laubscher menos conservador (Laubscher MC) y el método de Flores.

Para utilizar el método de Laubscher (2000), se realiza un ajuste previo para determinar la extensión del máximo desplazamiento vertical (profundidad del cráter) al cual el ángulo de quiebre no varía considerablemente. Esto permite tener una profundidad del nivel de hundimiento distinta a la altura de columna mineralizada. Ambos son parámetros necesarios para la aplicación de la curva de Laubscher (2000). La densidad de material movilizado se asume como $1.9 \text{ [ton/m}^3\text{]}$ de acuerdo a lo expuesto por Sainsbury (2012). Se realiza un análisis de sensibilidad de esta variable en el método, concluyendo que a variaciones de un 10 % en

la densidad, las variaciones en el ángulo de quiebre no superan 2%, o lo que es decir 1°. En la etapa de cálculo del método, se realiza un aumento progresivo del footprint a medida que disminuye la distancia a superficie, lo que permite tener un perfil continuo.

Un enfoque similar al anterior se realiza al aplicar el método de Laubscher (2000) menos conservador, dado que es una modificación del mismo. La razón de considerar ambos enfoques del trabajo propuesto por Laubscher, es que en los primeros análisis estadísticos es posible notar un sesgo evidente en las estimaciones realizadas por dicho método, y un análisis más amplio permite evaluar sus variaciones más allá del sesgo.

Finalmente a partir de las curvas propuestas por Flores (2005) y considerando la calidad de roca según su valor de GSI, se aplica el método según las distintas variables. Cabe destacar que para este método no hay influencia de la geometría del footprint, según la definición del mismo, por lo que los casos mostrados con un ancho fijo son sólo ilustrativos.

4.1.2. Evaluación de Desempeño de los Métodos Empíricos

Considerando la base de datos generada en la primera parte de este trabajo, se realiza una evaluación del desempeño de los métodos de estimación de subsidencia empíricos, al aplicar las tres metodologías y comparar los resultados obtenidos con el desarrollo real de las deformaciones en superficie.

4.2. Diseño de Modelo de Reducción de GSI

Con el objetivo de determinar cuanto disminuye el GSI, este segmento del trabajo consta del desarrollo de un modelo de equilibrio límite que considerará parámetros de calidad de roca y perfiles de subsidencia, tal que permitan modelar la reducción de la competencia del macizo rocoso ante las deformaciones generadas por el caving. Tomando en cuenta los estudios realizados hasta la fecha en relación a la estimación de subsidencia a través de metodologías analíticas, se define el problema actual según el diagrama de la Figura 4.1. En este esquema están presentes los parámetros principales que afectan la subsidencia y considera la caracterización de los casos de la base de datos disponible. También se definen algunas zonas de interés para el análisis posterior.

El material quebrado está definido por la profundidad del nivel de hundimiento, la altura de material quebrado y el ángulo del quebrado (o de desplome), el cual delimita las zonas de macizo rocoso y material hundido. Las propiedades asignadas al quebrado son las proporcionadas por la literatura, densidad y factor de esponjamiento que resultan en un peso unitario de 2 [ton/m³].

Las bases de datos contienen propiedades de calidad de roca homogéneas para el macizo rocoso, por lo que inicialmente todo el material que se encuentra a la derecha de la pared del cráter será considerado como con el RMR (y consiguiente GSI) más competente. Esto plantea la problemática de tener un sector con deformaciones propias de la subsidencia pero presentando una caracterización más resistente de la que ocurre en la realidad. Es por esto

que se define una zona de daño, cuyas dimensiones serán determinadas en etapas de la metodología y la reducción de su resistencia será objeto de estudio y análisis.

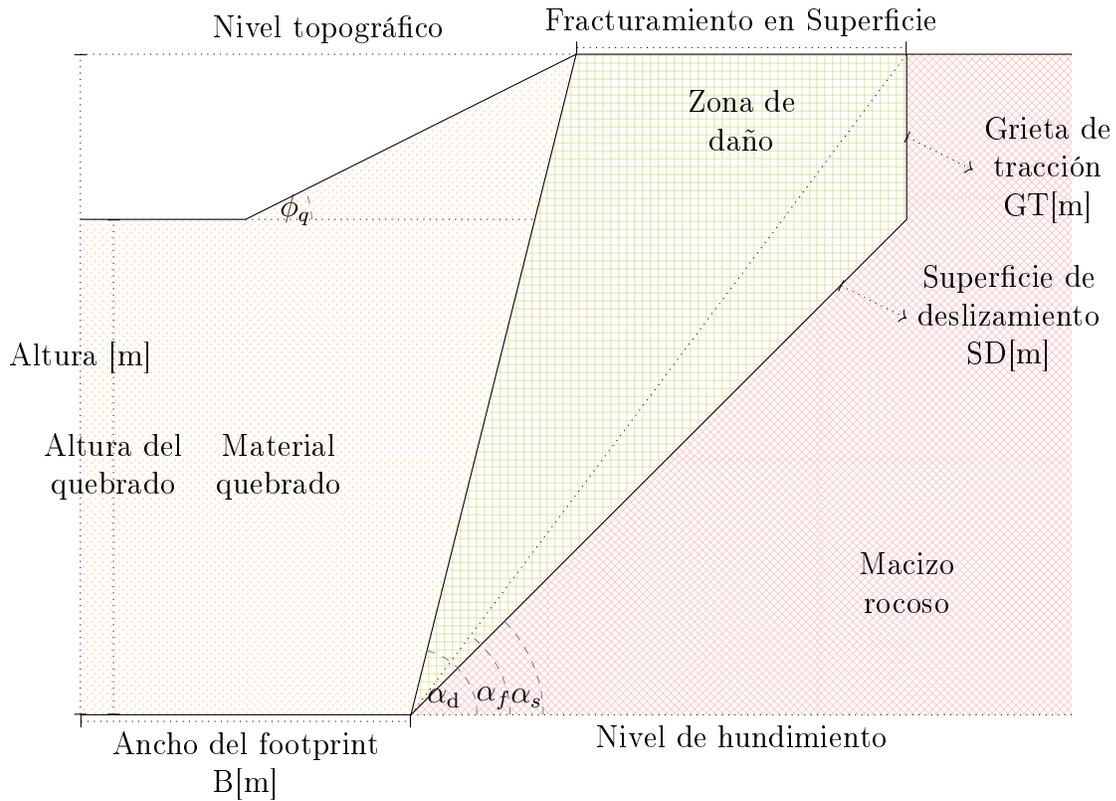


Figura 4.1: Configuración del modelo analítico de equilibrio límite

A continuación, se listan las variables presentes en el diagrama, las que se considerarán a la hora de obtener los resultados de cada etapa.

- Parámetros geométricos:
 - H : Altura (profundidad del nivel de hundimiento).
 - H_q : Altura del quebrado.
 - B : Ancho del footprint.
- Parámetros del criterio de falla de Mohr-Coulomb:
 - c : Cohesión.
 - ϕ : Ángulo de fricción.
- Parámetros del criterio de falla de Hoek & Brown:
 - sci : Resistencia a la compresión uniaxial de la roca intacta.
 - m_i : Constante del material (roca intacta).

- m_b : Constante del material (reducción a macizo rocoso).
 - a : Parámetro de Hoek & Brown
 - s : Parámetro de Hoek & Brown
 - D : Factor de daño.
 - GSI : Geological Strength Index
 - RMR : Rock Mass Rating (calidad de roca).
- Ángulos relevantes:
 - α_d : Ángulo de desplome (o del quebrado).
 - α_f : Ángulo de fracturamiento, medido desde el nivel de hundimiento hasta el punto más lejano de subsidencia discontinua en superficie.
 - α_s : Ángulo de deslizamiento de la superficie propuesta.
- Zonas de interés:
 - GT : Grieta de tracción.
 - SD : Superficie de deslizamiento.
 - MQ : Material quebrado, correspondiente al relleno del cráter, características geomecánicas definidas.
 - MR : Macizo rocoso.
 - ZD : Zona de daño, calidad de roca ajustada.
 - ZS : Zona de subsidencia, segmento del macizo definido entre $\alpha_q - \alpha_f$.

Una vez sentadas las bases del modelo, la metodología se estructura en una serie de etapas, presentadas en la Figura 4.2, y que permiten realizar un análisis paso a paso del ajuste.

Etapa 1 En ésta etapa se filtra la base de datos considerando aquellos casos que posean la información necesaria para el diagrama propuesto. Como en varios de los casos reportados se informa el RMR del macizo, se realizará una conversión a valores de GSI, ya que es este el que se relaciona con los valores de cohesión y ángulo de fricción necesarios para obtener un factor de seguridad.

Etapa 2 En ésta etapa se determina la zona de daño definida por el punto de inicio de la superficie deslizante, la grieta de tracción y el fracturamiento en superficie. Este último definido a partir de los ángulos de desplome y de fracturamiento, disponibles en base de datos.

Etapa 3 Finalmente, se realiza la reducción del GSI en la zona de daño definida, tal que la cohesión y ángulo de fricción resultantes de este GSI reducido generen un factor de seguridad igual a uno en la superficie deslizante. Se plantean dos modelos de reducción con tal de poder comparar los ajustes de cada uno, y se propone un tercero el cual queda comprometido a la disponibilidad de información.

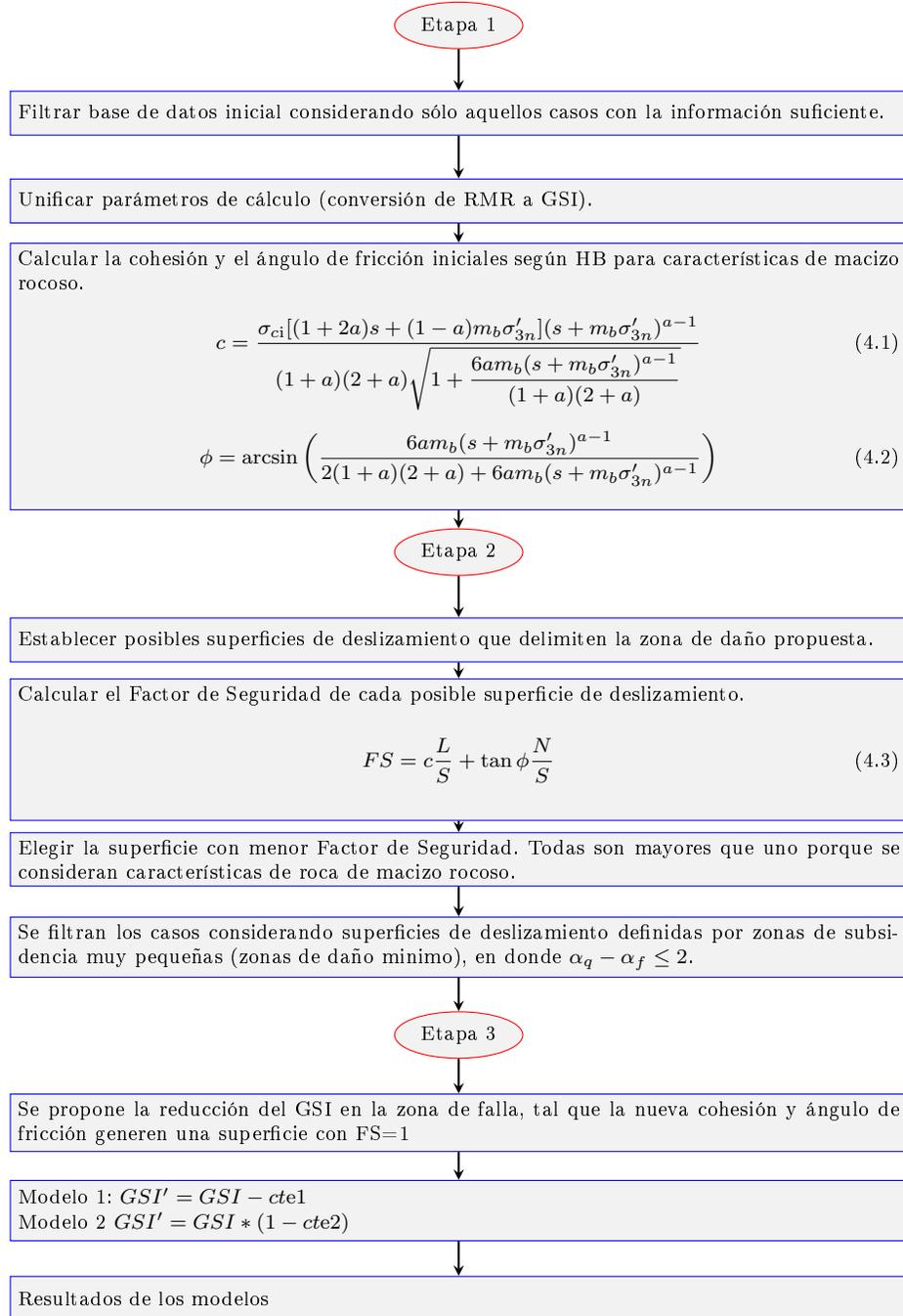


Figura 4.2: Diagrama de las etapas que componen el modelo de reducción de GSI

Capítulo 5

Resultados de la Evaluación de los Métodos Empíricos

5.1. Estudio Paramétrico de Métodos Empíricos

Metodo de Laubscher Tradicional Esta configuración genera perfiles como los presentados en los gráficos de las Figuras 5.1, 5.2 y 5.3, y ángulos de quiebre como los presentados en la Tabla 5.1. Estos indican que a medida que aumenta la profundidad del nivel de hundimiento, el ángulo de quiebre también aumenta.

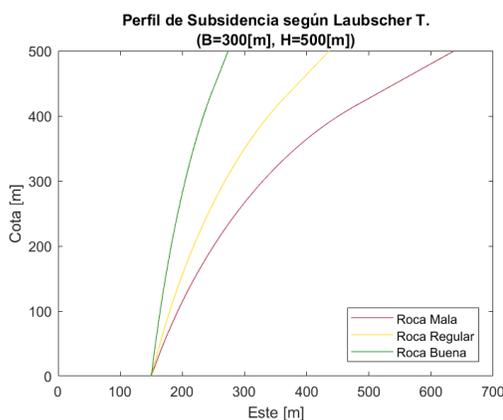


Figura 5.1: Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=500

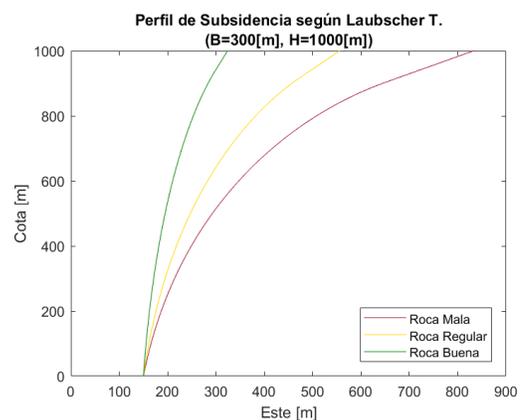


Figura 5.2: Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=1000

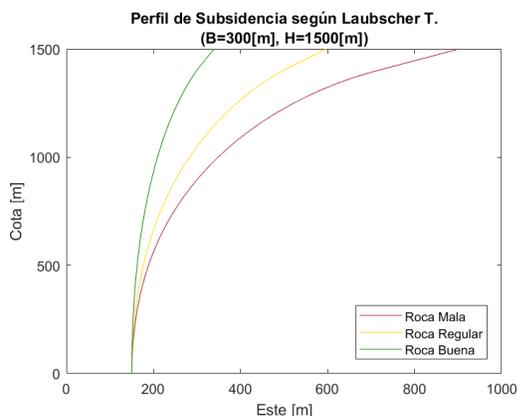


Figura 5.3: Perfil de Subsistencia según Laubscher (2000) para B=300, H=1500

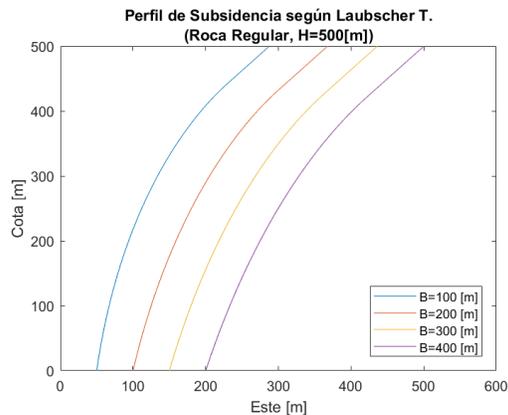


Figura 5.4: Perfil de Subsistencia para Distintos Anchos de Footprint en Roca Regular según Laubscher (2000)

Como se observa en el gráfico de la Figura 5.4, al cambiar el ancho mínimo del footprint, manteniendo los otros parámetros constantes, el perfil de subsistencia se mantiene relativamente similar. Por lo anterior, se tiene que la influencia de este factor en el ángulo de quiebre no es tan fuerte como si lo es la profundidad. Esto también se puede observar en la siguiente sección, en donde se tiene una variación del método de Laubscher.

Tabla 5.1: Ángulos de Quiebre según Laubscher para los Posibles Escenarios Planteados

B [m]	H [m]	Roca Mala	Roca Regular	Roca Buena
100	500	50.6	64.6	78.8
200	500	47.6	61.8	77.1
	1000	58.2	69.9	81.3
300	500	45.7	60.2	76.1
	1000	55.7	67.9	80.1
	1500	63.4	73.4	82.8
400	500	44.4	59.0	75.4
	1000	54.0	66.5	79.4
	1500	61.1	71.7	81.9

Método de Laubscher Menos Conservador (MC) Los perfiles generados por este método, como se observa en los gráficos de las Figuras 5.5, 5.6 y 5.7 son similares a los de las figuras anteriores; mientras que en la Tabla 5.2, en donde se resumen los ángulos de quiebre obtenidos, se nota la mayor diferencia con el método anterior. Existe un aumento de entre 5° y 15° en el ángulo de quiebre de todos los escenarios, lo que permitió registrar valores más cercanos a los presentes en la literatura; llegando a 90° en algunos casos.

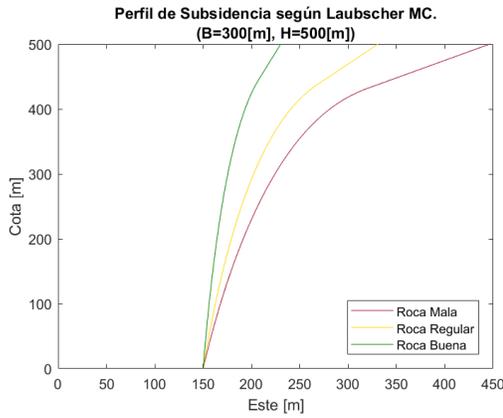


Figura 5.5: Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=500

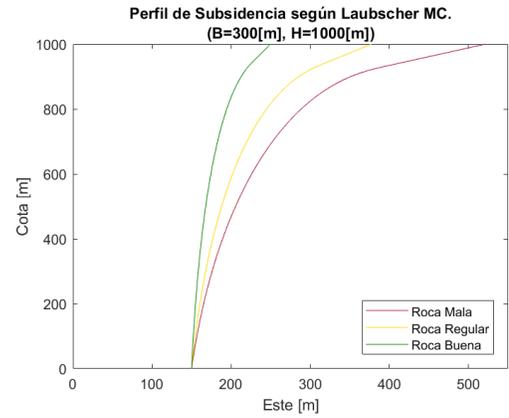


Figura 5.6: Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=1000

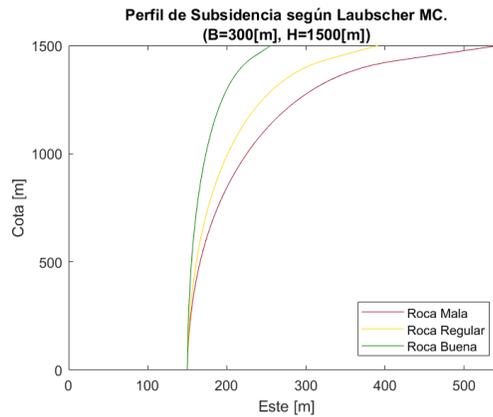


Figura 5.7: Perfil de Subsistencia según la versión menos conservadora de Laubscher (2000) para B=300, H=1500

Tabla 5.2: Ángulos de Quiebre según el método menos conservador de Laubscher para los Posibles Escenarios Planteados

B [m]	H [m]	Roca Mala	Roca Regular	Roca Buena
100	500	66.3	75.3	83.6
200	500	62.6	72.5	82.1
	1000	72.8	79.3	85.3
300	500	60.2	70.6	81.1
	1000	70.6	77.7	84.5
	1500	76.3	81.4	86.2
400	500	58.3	69.2	80.4
	1000	69.0	76.6	83.9
	1500	74.7	80.3	85.7

Método de Flores Para este último método se obtuvieron curvas como las de las Figuras 5.8, 5.9, 5.10 y 5.11 que resultan en los ángulos de quiebre expuestos en la Tabla 5.3

Con respecto al comportamiento de los perfiles generados, cabe destacar que a medida que aumenta la profundidad del nivel de hundimiento, disminuye el ángulo de quiebre, contrario a la tendencia de los dos primeros métodos. El comportamiento con respecto a la variación de tipo de roca es el mismo que en los casos anteriores.

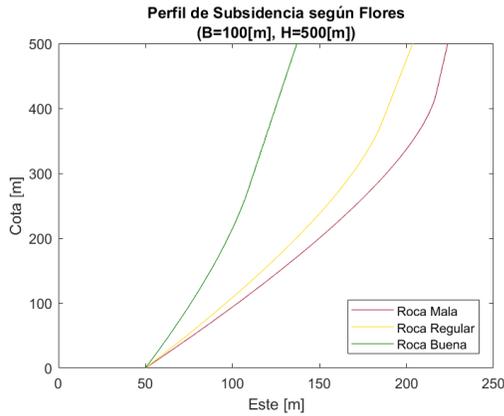


Figura 5.8: Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=500

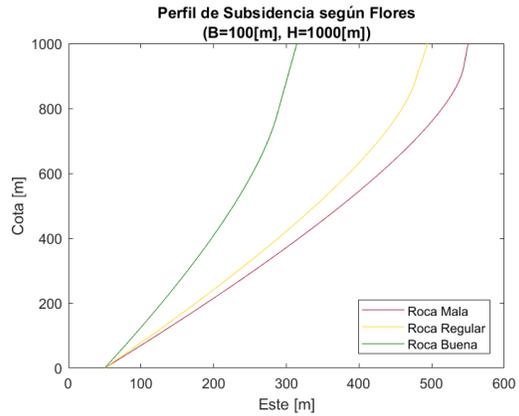


Figura 5.9: Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=1000

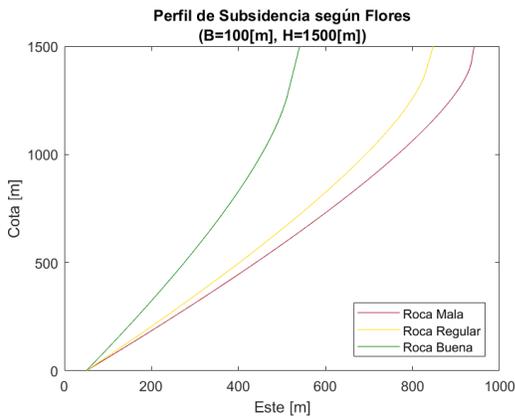


Figura 5.10: Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300, H=1500

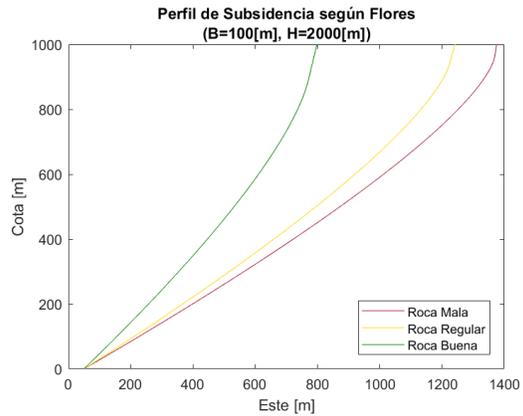


Figura 5.11: Perfil de Subsistencia según Flores (2005) para B=300 [m], H=2000 [m]

Tabla 5.3: Ángulos de Quiebre según Flores para los Posibles Escenarios Planteados

	Roca Mala	Roca Regular	Roca Buena
H = 500 [m]	70.9	72.9	80.1
H = 1000 [m]	63.4	66.0	75.2
H = 1500 [m]	59.3	62.0	71.9
H = 2000 [m]	56.5	59.2	69.5

De acuerdo a los gráficos ya presentados, cada uno de los métodos se comporta de forma

distinta según la variación que ocurra en los parámetros. En el gráfico de las Figuras 5.12 y 5.13 se observa de forma ilustrativa el caso de un footprint de 100 metros y una profundidad de 500 metros para los tres métodos estudiados. En este caso es evidente que el comportamiento que estas herramientas predicen no es el mismo, principalmente en la parte superior del cráter en donde la dimension final del ángulo de quiebre se vuelve crítica, al menos en el caso del método de Laubscher.

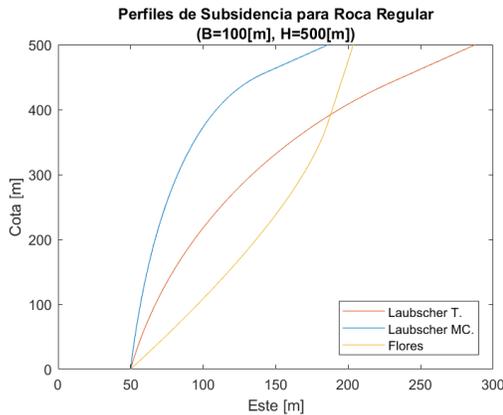


Figura 5.12: Comparación Paramétrica de los Perfiles de Subsistencia Estudiados para $H=500$

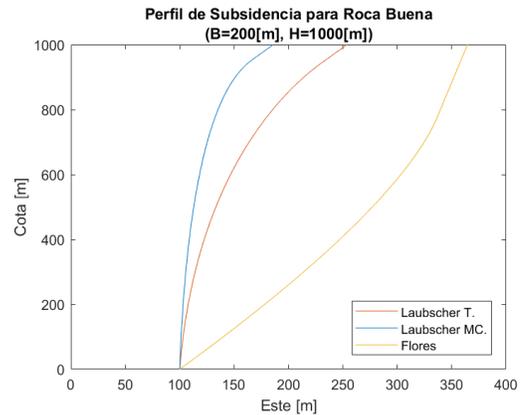


Figura 5.13: Comparación Paramétrica de los Perfiles de Subsistencia Estudiados para $H=1000$

5.2. Evaluación de Desempeño de los Métodos Empíricos

Al aplicar el método de Laubscher a la base de datos, realizando las consideraciones pertinentes, se obtuvo un gráfico de dispersión como el que se observa en la Figura 5.14, en donde se evidencia que no existe una correlación directa entre lo que ocurre en la realidad y lo predicho por el método. Como se observa con más detalle en la Tabla 5.4, en donde se presentan algunos estadísticos básicos de la estimación, existe una gran desviación de la media. Esto esta causado principalmente por el error en la estimación de los ángulos altos y por el sesgo global que se genera al realizar la transformación de RMR_b a MRMR, disminuyendo por 0.9 su valor según Flores & Karzulovic (2002). Aunque finalmente para desviaciones de esta magnitud deben existir otras causas que la complementan. El coeficiente de eficiencia, que debiese ser cercano a uno, indica que si no hubiese distinción entre que tipo de error es preferible, la media de los datos sería un mejor estimador.

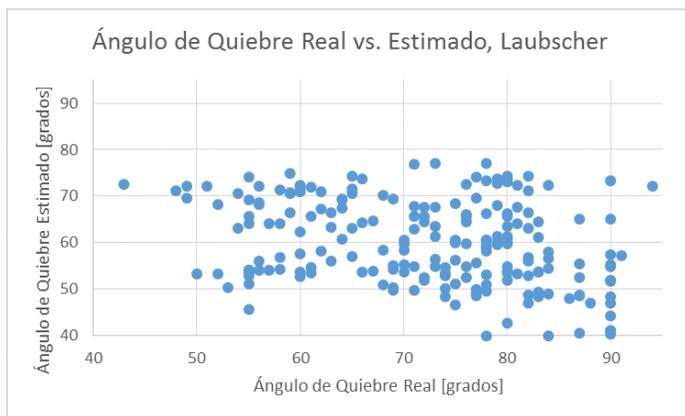


Figura 5.14: Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Laubscher

Los resultados obtenidos al aplicar el método de Laubscher menos conservador son los que se muestran en el gráfico de la Figura 5.15. En la Tabla 5.5 se observa que el método se encuentra un poco más centrado en los datos, disminuyendo el sesgo global. Este método permite obtener un rango más amplio de valores de ángulos de quiebre, lo que lo hace más similar a la muestra, aunque persiste el problema de su ineficiencia.

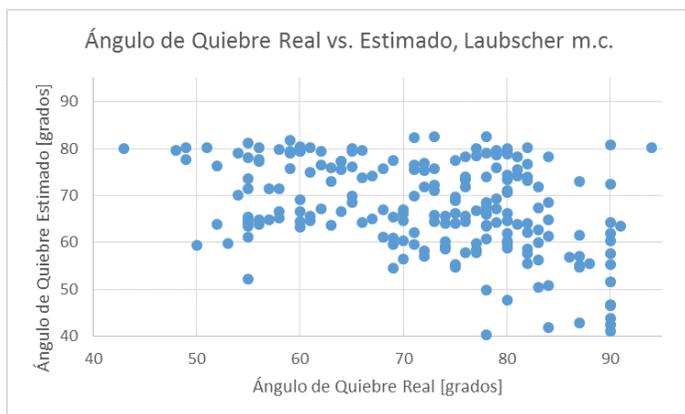


Figura 5.15: Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Laubscher Menos Conservador

Finalmente los resultados obtenidos al aplicar el método propuesto por Flores (2005) entrega los resultados expuestos en el gráfico de la Figura 5.16, en donde se observa una mayor correlación entre la información real y la representada. Esto se puede deber a que los fundamentos del método son una combinación de la base de datos recopilada por Karzulovic (1999) y casos generados de forma analítica en Flores (2005). En este gráfico se observa que la dispersión es considerablemente menor en términos comparativos a los otros métodos, pero también existe un sesgo al observar las estadísticas básicas del método en la Tabla 5.6. En la anterior se observa que es el método que mayor eficiencia tiene, a pesar de que no considera el costo asociado a la sobrestimación de los valores.

Tabla 5.4: Estadísticos para Ángulos Estimados con Laubscher

Estadístico	Valor
Promedio	60.14
Mínimo	40
Máximo	77.13
Desv. Estándar	9.06
Errores Absolutos	11.96
Coef. Eficiencia	-2.23

Tabla 5.5: Estadísticos para Ángulos Estimados con Laubscher Menos Conservador

Estadístico	Valor
Promedio	67.61
Mínimo	40.33
Máximo	82.61
Desv. Estándar	9.67
Errores Absolutos	4.49
Coef. Eficiencia	-1.54

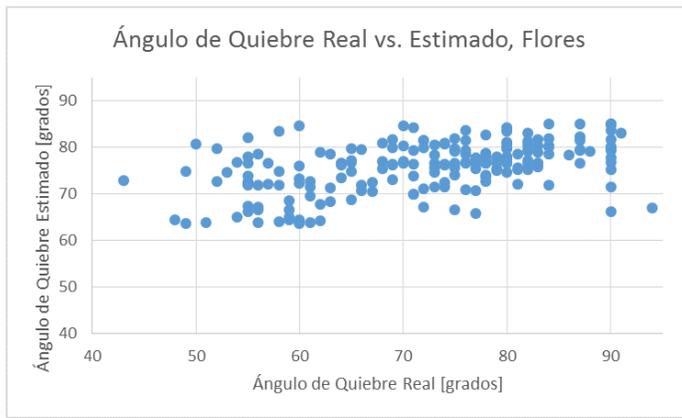


Figura 5.16: Ángulo Real vs. Estimado según el Método de Flores

Tabla 5.6: Estadísticos para Ángulos Estimados con Flores

Estadístico	Valor
Promedio	75.74
Mínimo	63.61
Máximo	85.09
Desv. Estándar	5.31
Errores Absolutos	-3.64
Coef. Eficiencia	0.141

5.2.1. Comparación del Desempeño de la Aplicación de los Métodos Empíricos

En la Tabla 5.7 se ve un resumen con las estadísticas básicas de los tres métodos estudiados. Se puede observar de forma comparativa junto a la base de datos original, la dispersión que tienen los métodos al estimar un ángulo. Sólo dos métodos se acercan a la media de los datos, y sólo la versión menos conservadora de Laubscher es el que puede representar un rango más amplio de valores, ya que Flores no es capaz de entregar un ángulo menor a 60° , mientras que Laubscher en su primera versión no es capaz de hacerlo para ángulos mayores a 78° .

Tabla 5.7: Resumen de Estadísticos para Ángulos Estimados

Estadístico	Base de Datos	Laubscher	Laubscher m.c.	Flores
Promedio	72.1	60.14	67.61	75.74
Mínimo	43	40	40.33	63.61
Máximo	94	77.13	82.61	85.09
Desv. Estándar	11.3	9.06	9.67	5.31
Errores Absolutos	-	11.96	4.49	-3.64
Coef. Eficiencia	-	-2.23	-1.54	0.14

Además se tiene el gráfico de la Figura 5.17, en donde se presentan las estimaciones con los tres métodos versus la profundidad del nivel de hundimiento, es posible observar las distintas tendencias que tienen los métodos con respecto a la profundidad, por ejemplo; ambos métodos de Laubscher son capaces de representar un amplio rango de ángulos de quiebre para la misma profundidad, o profundidades similares, a diferencia de Flores, quien logra representar sólo un pequeño rango de estos.

En la aplicación de cada método se debe tener en consideración que a bajas profundidades Laubscher subestima los ángulos de subsidencia, mientras que Flores los sobrestima; por lo

que existe un error en cada uno y dependerá de la aplicación de los resultados esperados el que se decida utilizar.

Con respecto a los parámetros que afectan el comportamiento de caving y por consiguiente la subsidencia, los principales son la calidad de la roca y la profundidad, por lo que cualquier ajuste que se realice de aquí en adelante será en función de estos parámetros. Es posible realizar ajustes de la base de datos actual a un nuevo modelo, pero como no existen suficientes casos para profundidades mayores a 1000 [m], se podría complementar con datos obtenidos a través de métodos analíticos.

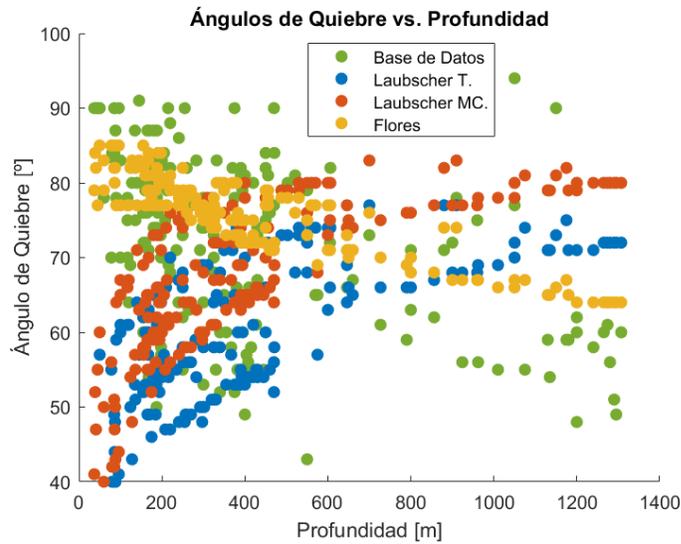


Figura 5.17: Ángulos de Quiebre Estimados vs. Profundidad

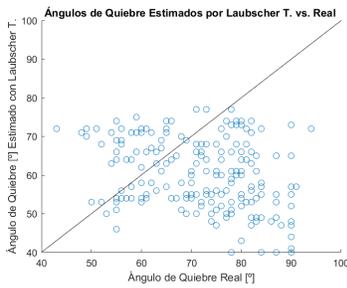


Figura 5.18: Ángulo de Quiebre estimado según Laubscher T. vs. real

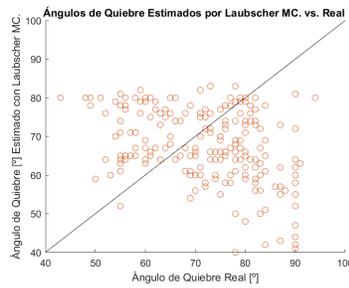


Figura 5.19: Ángulo de Quiebre estimado según Laubscher MC. vs. real

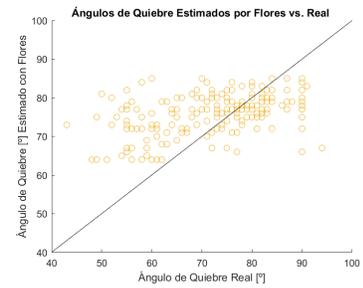


Figura 5.20: Ángulo de Quiebre estimado según Flores vs. real

Capítulo 6

Resultados del Modelo de Reducción de GSI

Como se vio en el capítulo de la metodología, el modelo de reducción de ajuste de GSI consta de tres etapas principales, por lo que la presentación de resultados seguirá ese orden lógico.

6.1. Etapa 1

En primera instancia en la Figura 6.1 se observa como se distribuyen los valores de GSI del macizo rocoso, en adelante GSI original, con respecto a los casos utilizados de la base de datos. Se tiene una sobrerrepresentación de algunos valores, por lo que los ajustes finales debiesen tener en consideración esta información.

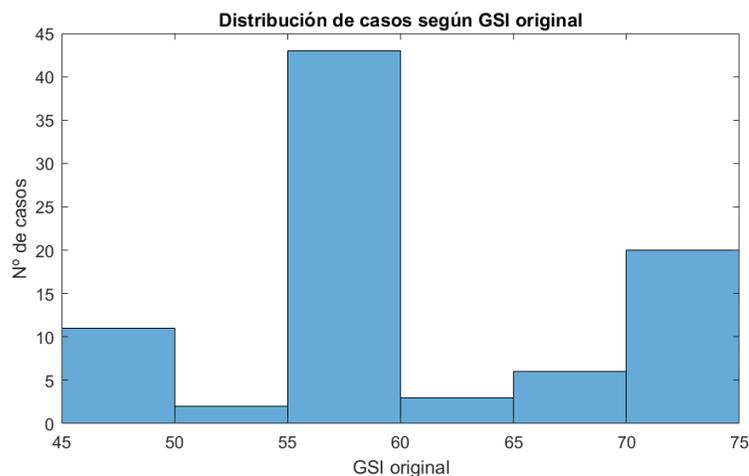


Figura 6.1: Histograma GSI Base de Datos

A raíz de estos valores, en la Figura 6.2 se observa la distribución de cohesión y ángulo

de fricción para cada uno de los casos considerados. Al comparar estos valores con los de la Figura 6.3, recopilados por Hoek y publicados posteriormente en Wyllie & Mah (2005), se observa que los valores de cohesión calculados para los casos de la base de datos son considerablemente mayores que aquellos reportados en la literatura. Lo anterior puede tener sustento en la presencia de confinamiento asociado al material quebrado.

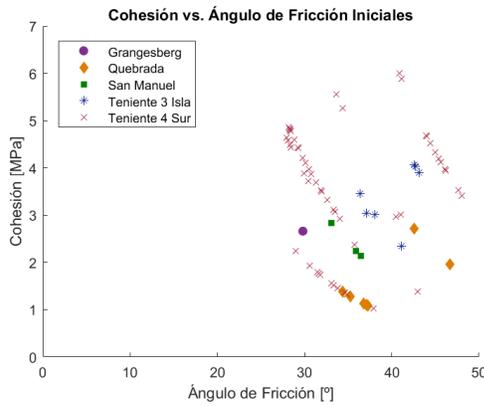


Figura 6.2: Cohesión vs. Ángulo de Fricción Iniciales

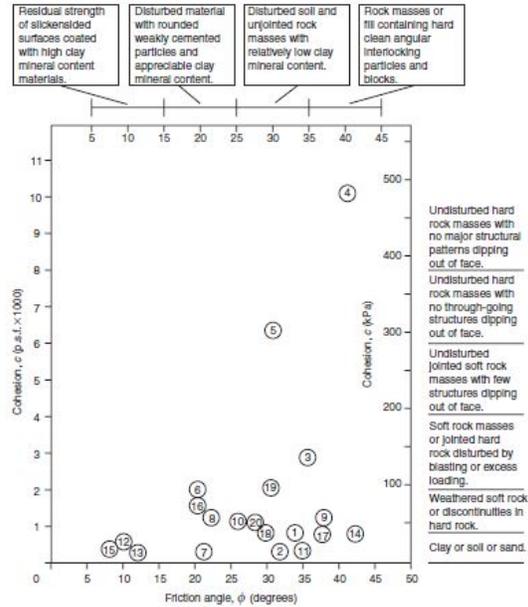


Figura 6.3: Relación entre el ángulo de fricción y la cohesión para distintas fallas en taludes, según Wyllie & Mah (2005)

6.2. Etapa 2

Como se mencionó en la metodología y con el objetivo de determinar una zona de daño, se plantearon una serie de posibles superficies de falla según la variación de la grieta de tracción y el punto inicial desde donde se origina el daño. Estos parámetros se ejemplifican claramente en la Figura 6.4.

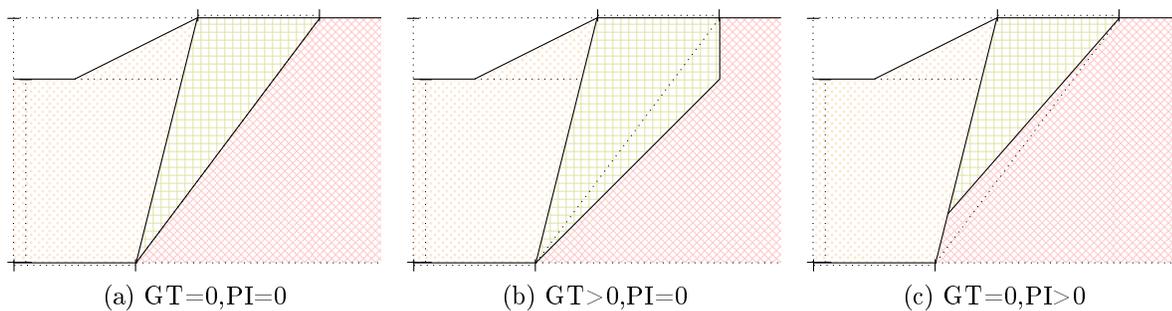


Figura 6.4: Representación de la grieta de tracción (GT) y punto inicial (PI) en el modelo

En la Figura 6.5 se observan, para un caso representativo, los valores de factor de seguridad para todas las superficies de deslizamiento propuestas, es decir, considerando un rango de puntos de inicio de la cuña y un límite máximo para la grieta de tracción. Está clara la tendencia de que el mínimo factor de seguridad se encuentra en el menor punto de inicio y en la mayor grieta de tracción. Este valor, tanto en este caso como en todos los considerados de la base de datos, es mayor a uno; esto debido a que se utilizaron características de macizo rocoso (mejores de las que se presentan en la realidad) en una superficie propuesta.

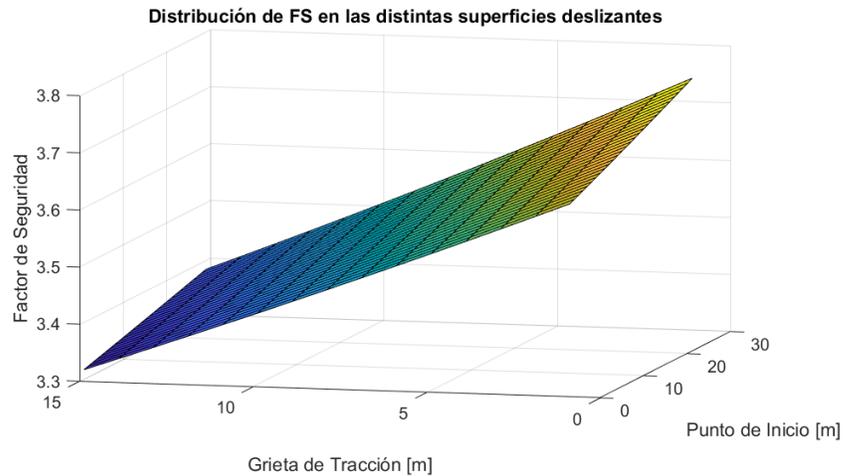


Figura 6.5: Factor de Seguridad en superficies deslizantes para un caso

En base al criterio establecido, se definen las superficies de deslizamiento propuestas para cada caso. Los factores de seguridad calculados se observan en la Figura 6.6, en donde es posible compararlos con respecto a la zona de subsidencia, es decir, a la diferencia entre el ángulo de desplome y el de fracturamiento. Esta diferenciación se realizó con el objetivo de eliminar del análisis los casos que tuviesen una cuña muy pequeña, ya que es más probable que estos presenten un modo de falla distinto al establecido en la metodología. Se determinó un rango de 2° de diferencia y por consiguiente se eliminaron 10 casos del análisis y posterior ajuste.

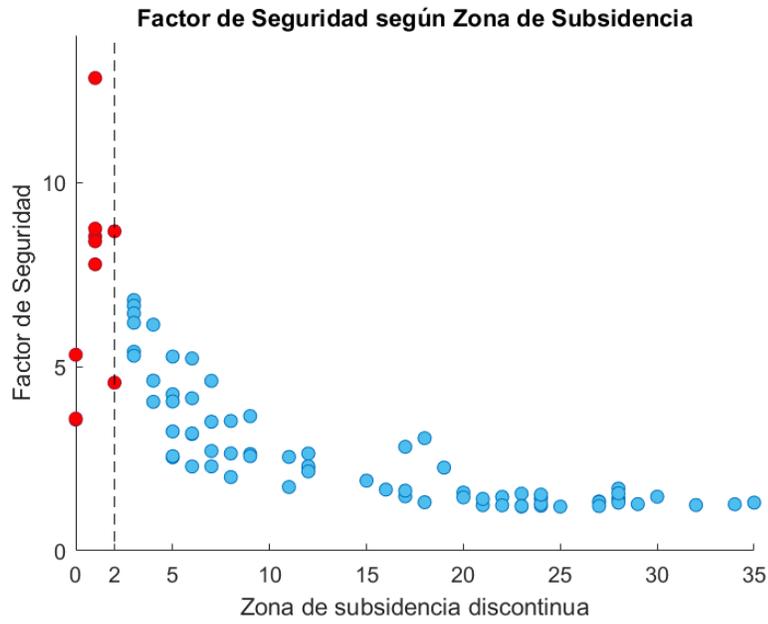


Figura 6.6: Factor de Seguridad versus extensión de subsidencia a partir de los ángulos que la definen

En la Figura 6.7 se tiene la dispersión de los casos totales según su factor de seguridad y GSI. Aquí se puede observar que los casos eliminados por considerar una zona de subsidencia muy pequeña se presentan en el rango más alto de factor de seguridad, por lo que una eventual reducción de su GSI hubiese solamente perjudicado la calidad del ajuste.

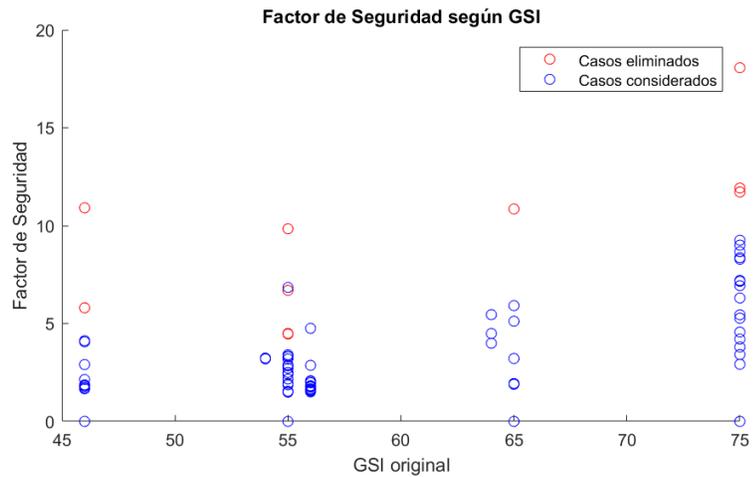


Figura 6.7: Factor de Seguridad versus extensión de subsidencia a partir de los ángulos que la definen

6.3. Etapa 3

6.3.1. Primer Modelo

$$GSI' = GSI - cte1 \quad (6.1)$$

En la Figura 6.8 se observa la reducción de GSI para cada caso de la base de datos y así obtener un factor de seguridad igual a uno. Se tiene una distribución amplia de constantes, por lo que en primera instancia se realiza el ajuste global utilizando la media de los valores.

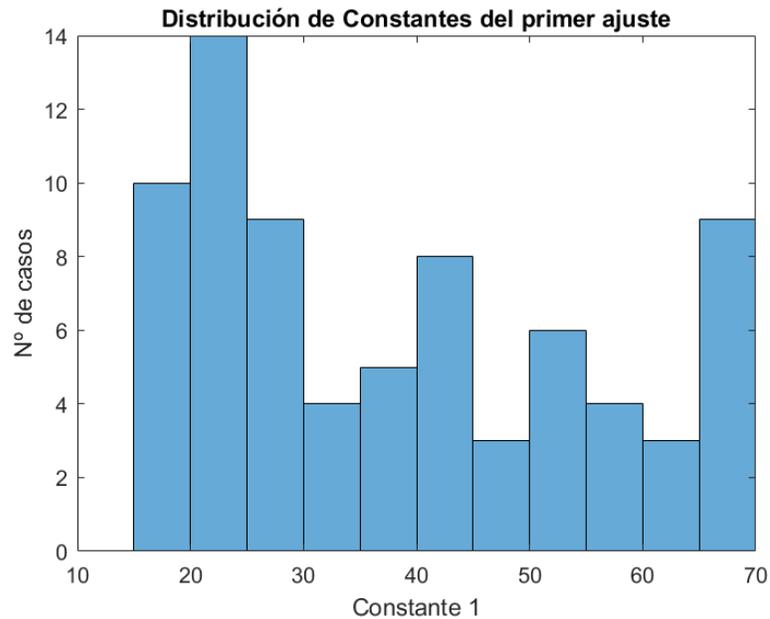


Figura 6.8: Distribución constantes del primer ajuste

En la Figura 6.9 se tiene la distribución de factor de seguridad y GSI ajustado para cada caso, utilizando una constante de ajuste igual a 28, con lo que se obtiene un promedio de FS=1.23 y una desviación estándar de 0.84.

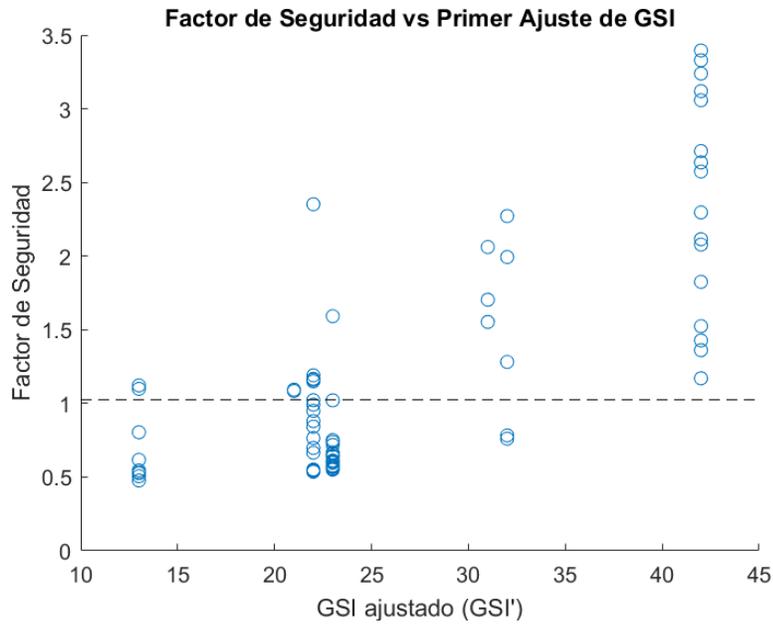


Figura 6.9: Factor de Seguridad versus GSI primer ajuste

Se esperaba obtener un FS mucho más cercano a 1, por lo que en vez de utilizar la media de las constantes de los GSI reducidos, se utilizará la constante cuyo promedio de FS sea más cercano a uno, como se observa en la Figura 6.10. Esta constante es igual a 35, castigando mucho más que el primer acercamiento al ajuste.

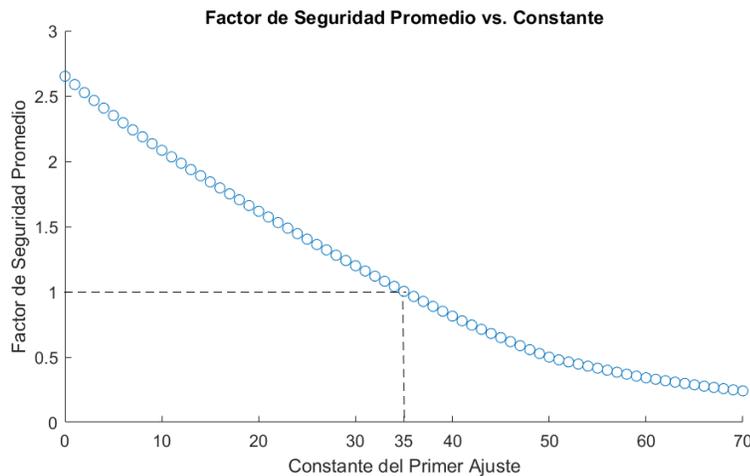


Figura 6.10: Factor de Seguridad versus constante del primer ajuste

La distribución de valores de GSI originales versus ajustados por el primer modelo se observa en la Figura 6.11, en donde se tiene un desplazamiento de la curva 35 puntos hacia la izquierda, manteniendo la dispersión de los datos.

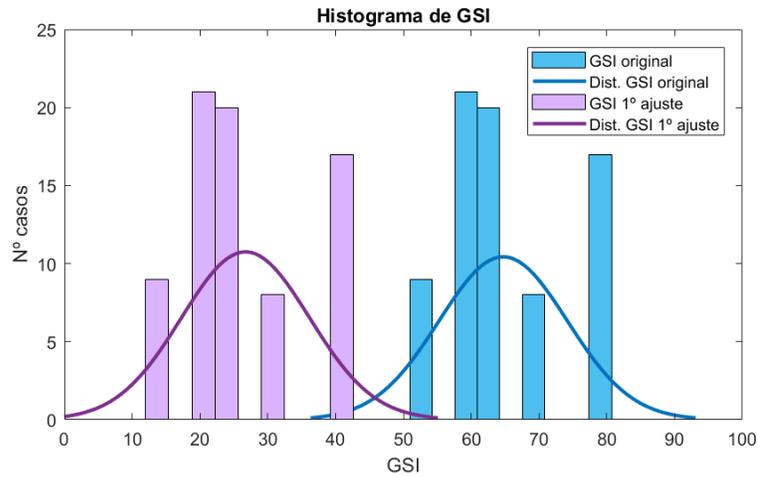


Figura 6.11: Distribución de GSI para el primer ajuste

6.3.2. Segundo Modelo

$$GSI' = GSI * (1 - cte2) \tag{6.2}$$

Para el segundo modelo se observa la reducción de GSI para cada caso de la base de datos en la Figura 6.12. Se tiene una distribución relativamente homogénea de constantes, por lo que se realiza el ajuste global utilizando la media de los valores.

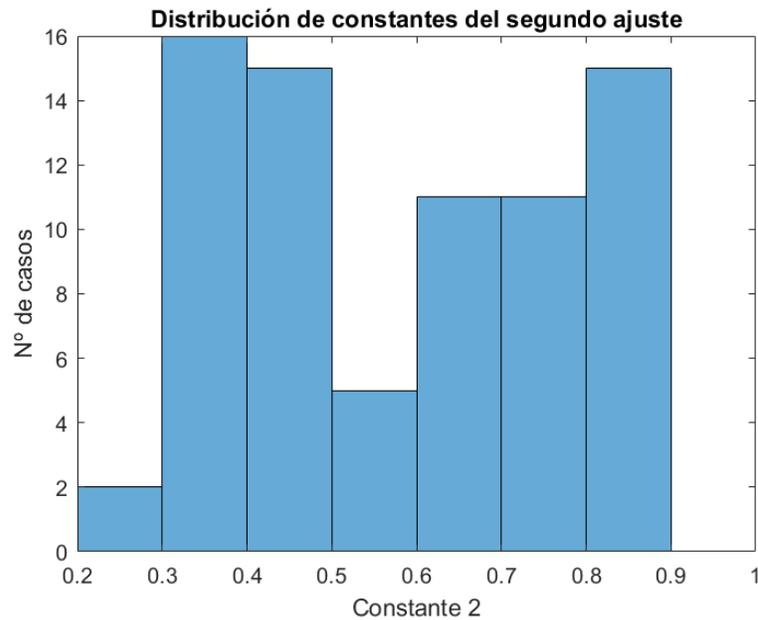


Figura 6.12: Distribución constantes del primer ajuste

En la Figura 6.13 se tiene la distribución de factor de seguridad y GSI ajustado para cada caso, utilizando una constante de ajuste igual a 0.59 (es decir una reducción del 41 %), con esto se obtiene un promedio de FS=1.28 y una desviación estándar de 0.69. Este segundo ajuste presenta un ligero aumento en el promedio de FS final, pero genera menor dispersión de los valores.

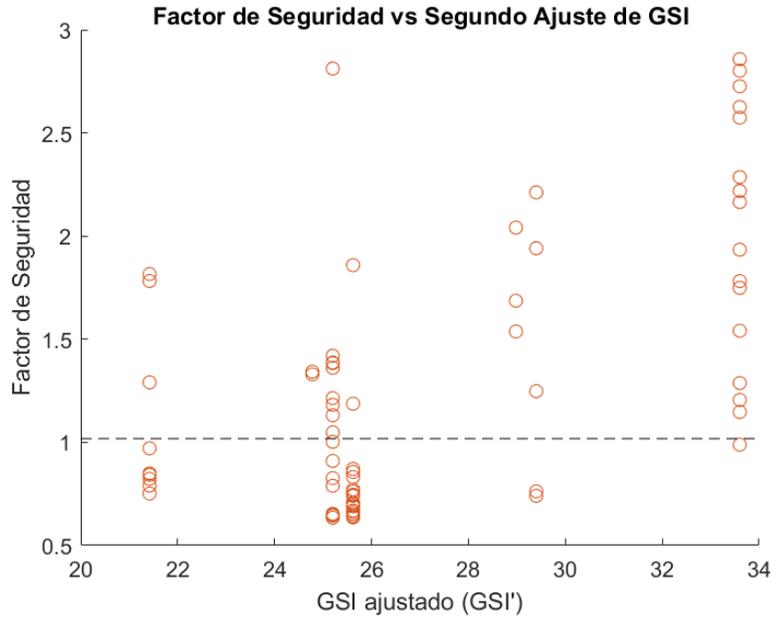


Figura 6.13: Factor de Seguridad versus GSI segundo ajuste

De la misma forma que en el primer ajuste se esperaba obtener un FS mucho más cercano a 1, por lo que se realizó el mismo cambio y se utilizará la constante cuyo promedio de FS sea más cercano a uno, como se observa en la Figura 6.14. Esta constante es igual a 0.61, lo que significa una reducción a un 39 % del valor original.

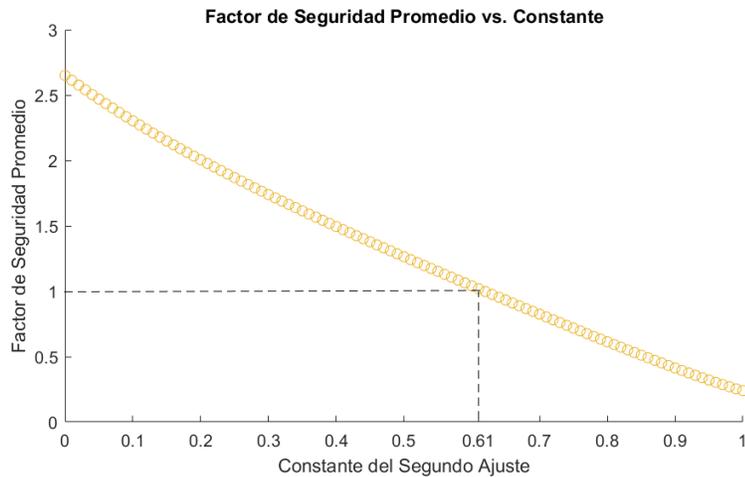


Figura 6.14: Factor de Seguridad versus constante del segundo ajuste

La distribución de valores de GSI originales y los ajustados por el segundo modelo se observan en la Figura 6.15, en donde se tiene un desplazamiento de la curva 27 puntos hacia la izquierda y una concentración de los datos hacia la media.

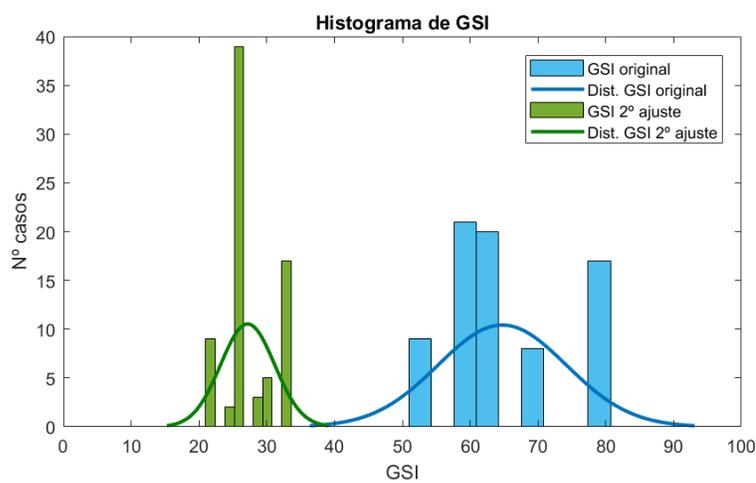


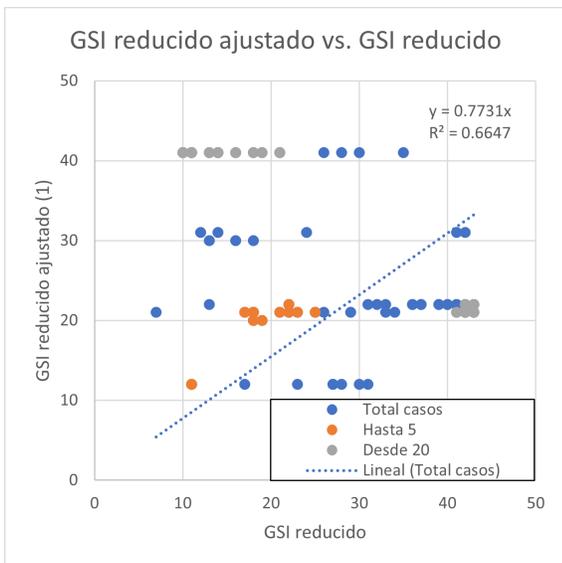
Figura 6.15: Distribución de GSI para el segundo ajuste

6.3.3. Comparación de los Modelos

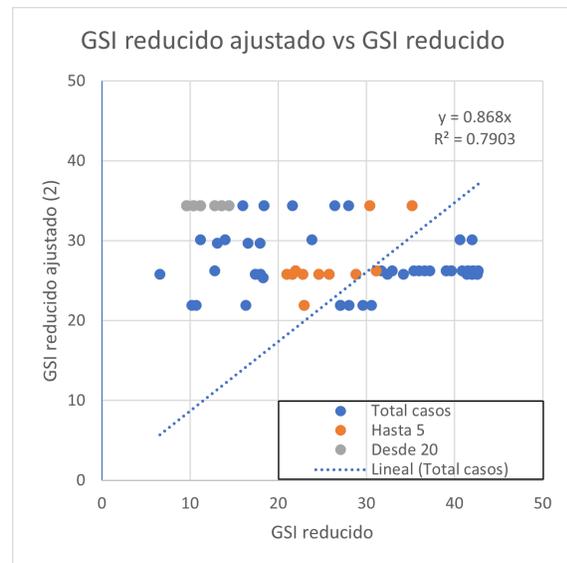
Como se pudo observar en los gráficos anteriores, ambos modelos de ajuste presentan la misma tendencia general. Ambos son una reducción directa del GSI a través de sólo una constante, es decir, representan el problema de forma unidimensional.

En los gráficos de la Figura 6.16 se observa el error asociado al ajuste de los GSI reducidos para cada uno de los modelos. Las líneas de tendencia para ambos ajustes están trazadas considerando la totalidad de los datos, pero para ahondar en el análisis se han destacado en cada uno de los gráficos los casos en que la variación del GSI es menor a 5 puntos y aquellos en donde la variación del ajuste supera los 20 puntos. Considerando que la caracterización del macizo rocoso a través de GSI se realiza por intervalos de 5 puntos, el ajuste de los casos marcados en naranja puede considerarse preciso, mientras que los casos cuya variación es de más de 20 puntos (dos a tres categorías en el ábaco de GSI) son los que pueden estar distorsionando los modelos.

Los distintos ajustes realizados, ya sean sobre la constante o sobre el factor de seguridad, tienen gran dispersión por lo que hay muchos casos que no están bien representados, en particular aquellos casos con mayor GSI (casos más competentes). En estos rangos se castiga mucho el GSI original con tal de generar una superficie de falla, esto puede tener su base en que no se consideran como parámetros iniciales las características del macizo fragmentado, simplemente porque no son datos que se tengan disponible. Cualquier otro ajuste posible con la calidad de información disponible, requeriría la definición de supuestos que sólo agregarían ruido a la problemática.



(a) Primer Ajuste



(b) Segundo Ajuste

Figura 6.16: GSI ajustado versus reducido

Capítulo 7

Conclusiones y Recomendaciones

En el desarrollo de este trabajo, y consecuente persecución de los objetivos planteados inicialmente, se destacan ciertos hallazgos y análisis concernientes tanto al estudio de la subsidencia y al estado en que se encuentra su comprensión; como a la información disponible y el comportamiento de la geomecánica del macizo rocoso.

El fenómeno de la subsidencia es algo que se viene estudiando hace mucho tiempo, partiendo con métodos empíricos para luego ir avanzando a modelos numéricos según las herramientas computacionales se ponían al día. A pesar de esto último, estudios analíticos continúan su desarrollo hasta el día de hoy, aportando información complementaria en etapas tempranas de la investigación y planificación de un proyecto minero.

A pesar de ser un proceso ampliamente reconocido, no se cuenta con una gran cantidad de registros completos de subsidencia y caracterización del macizo rocoso, esto considerando el número de labores mineras por hundimiento en el mundo. El trabajo de recolección de datos fue exhaustivo, con el objetivo de obtener una base de datos robusta y que sirviera de punto de partida para investigaciones o modelos posteriores. Aún así la cantidad de información obtenida de alta calidad (datos comprobables) es bastante baja, por lo que resulta inviable aplicar métodos de minería de datos o machine learning.

El estudio de los métodos empíricos permitió entender los mecanismos asociados al desarrollo de la subsidencia en la minería del caving. Ya fuese por cualquiera de las variantes del método de Laubscher, el cual representa de forma acertada como se desarrollan las deformaciones hacia la superficie, o por el método de Flores, que se ajusta mucho mejor a los casos históricos. De cualquier forma, en esta etapa, se concluye que los principales parámetros que afectan el comportamiento del caving y por consiguiente la subsidencia, son la calidad de la roca y la profundidad.

Los modelos generados para caracterizar una zona de daño a través de un GSI reducido permitieron dimensionar el gran impacto de este factor en la extensión de la subsidencia. Se esperaba que una reducción del GSI original fuese capaz de caracterizar el material dañado por la subsidencia, pero debido a la gran dispersión de los datos, en particular la presencia de macizos rocosos muy competentes, el ajuste de los GSI reducidos resulta en errores muy grandes.

En esta etapa se concluye también que es posible agregar constantes de ajuste al modelo para obtener mejores resultados, pero esto requeriría mayor información con respecto a la caracterización de la calidad de roca y mediciones certeras con respecto a las superficies de fracturamiento, ya que al realizar supuestos sobre estos parámetros no se asegura la representabilidad del fenómeno.

La metodología planteada en el presente trabajo deja las puertas abiertas para su continuo desarrollo. Con la recopilación de una base de datos y un procedimiento unificado para el registro de casos de subsidencia, sería posible generar distintos modelos que se ajusten de mejor forma, considerando el impacto del GSI y la variabilidad de los datos.

Bibliografía

- ACTON, L. C. & KEY, W. N. (1981). Production Begins at Ertsberg East Copper Mine. *Mining Engineering* **33**.
- AGARWAL, R., EBEN, C. F. & TAYLOR, C. E. (1973). Rock Mechanics Program at Grace Mine .
- AGUAYO, A. & VILLEGAS, D. (2014). Chuquicamata Underground Project subsidence analysis. Santiago, Chile.
- AHMED, H. M., EBERHARDT, E. & DUNBAR, W. S. (2014). Interaction between block caving and rock slope deformation kinematics as a function of cave position and orientation of discontinuities. *Mining Technology* **123**(3), 140–148. URL <https://doi.org/10.1179/1743286313Y.0000000052>.
- AKHTAR, K. (2011). *Three Dimensional Slope Stability Analyses for Natural and Manmade Slopes*. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- AKL (2001). Altura de Roca Primaria en Minería por Panel Caving. Tech. rep., Codelco - El Teniente.
- ARNDT, S. M., BECK, D. A. & REUSCH, F. (2007). Modelling of Large Open Pit Stability Using ABAQUS.
- ARNDT, S. M. & FILLERY, B. P. (2011). The importance of simulation in geotechnical and mining applications.
- ARNDT, S. M., FILLERY, B. P. & BECK, D. A. (2009). Advances in Mining Simulation.
- ASKARI, F., TOTONCHI, A. & FARZANEH, O. (2012). 3D stability analysis of convex slopes in plan view using lower bound linear finite element. *International Journal of Civil Engineering* **10**(2), 112 – 123.
- ATKINSON, J. (1993). *An Introduction to the Mechanics of soils and foundations*. McGraw-Hill Book Company.
- BABIKER, A. F. A., SMITH, C. C., GILBERT, M. & ASHBY, J. P. (2014). Non-associative limit analysis of the toppling-sliding failure of rock slopes. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **71**, 1 – 11.
- BAKHTAVAR, E. (2011). A Study on Geotechnical Risks in Interaction Between Open-Pit and Block Caving.

- BALIA, R., MANCA, P. P., MASSACCI, G., CONGIU, M., FIORAVANTI, E., LAI, S., LIPARI, D. & SARRITZU, R. (1990). Progressive hangingwall caving and subsidence prediction at the San Giovanni Mine, Italy.
- BARBER, J., DIRDJOSUWONDO, S., CASTEN, T. & THOMAS, L. (2001a). Block Caving the EESS Deposit at P.T. Freeport Indonesia. In: *Underground Mining Methods, Engineering Fundamentals and International Case Studies*. SME. pp. 431–438.
- BARBER, J., GANESIA, B. & CASTEN, T. (2001b). Developing the DOZ mine at PT Freeport Indonesia. *Mining Engineering* **53**, 19–24.
- BARBER, J., THOMAS, L. & CASTEN, T. (2000). Freeport Indonesia’s Deep Ore Zone Mine. Brisbane, Queensland.
- BARLA, G. B. & BOSHKOV, S. H. (1984). Numerical Modeling of Block Caving at the Grace Mine. In: *Geomechanics applications in underground hardrock mining*. New York, N.Y.: SME-AIME, pp. 241 – 256.
- BARTLETT, P. J. & CROLL, A. (2000). Cave Mining at Premier Diamond Mine. Brisbane, Queensland.
- BARTLETT, P. J. & NESBITT, K. (2000). Draw Control at Premier Mine. Brisbane, Queensland.
- BECK, D. & PFITZNER, M. (2008). Interaction between deep block caves and existing, overlying caves or large open pits. Luleå, Sweden.
- BECK, D., REUSCH, F. & ARNDT, S. (2007). Estimating the Probability of Mining-Induced Seismic Events using Mine-Scale, Inelastic Numerical Models , 12.
- BECK, D. A. & PUTZAR, G. (2011). Coupled flow-deformation simulation for mine scale analysis of cave initiation and propagation. In: *Harmonising Rock Engineering and the Environment*. pp. 359–362.
- BECK, D. A., SHARROCK, G. & CAPES, G. (2011). A coupled DFE-Newtonian Cellular Automata scheme for simulation of cave initiation, propagation and induced seismicity. vol. 11-150.
- BOOKSTROM, A. A. (1989). The Climax-Alma granite batholith of oligocene age and the prophyry molybdenum deposits of Climax, Colorado, U.S.A. *Engineering Geology* **27**(1), 543–568. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0013795289900458>.
- BRADY, B. H. G. & BROWN, E. T. (2004). *Rock Mechanics for Underground Mining*. Kluwer Academic Publishers, tercera ed.
- BROWN, E. T. (2002). *Block Caving Geomechanics*. Australia.
- BRUMLEVE, C. B. & MAIER, M. M. (1981). Applied Investigations of Rock Mass Response to Panel Caving Henderson Mine, Colorado, USA. In: *Desing and Operation of Caving and Sublevel Stopping Mines*. SME-AIME, pp. 223–249.

- BRUMMER, R. K., LI, H. & MOSS, A. (2006). The transition from open pit to underground mining: an unusual slope failure mechanism at Palabora.
- BRZOVIC, A. (2010). *Characterisation of primary copper ore for block caving at the El Teniente mine, Chile*. Doctor of Philosophy, Western Australia School of Mines, Australia.
- BRZOVIC, A. & VILLAESCUSA, E. (2007). Rock Mass Characterization Of Primary Copper Ore For Caving At The El Teniente Mine, Chile.
- BUCHANAN, J. F. & BUCHELLA, F. H. (1961). History and Development of the San Manuel Mine. *Transactions of the Society of Mining Engineers, AIME* **217**, 394–404.
- BULLOCK, K., KAISER, P. K. & YONG, S. (2012). Numerical simulations of deep block caving angles: a comparative case. Sudbury, Ontario, Canada.
- BUTCHER, R. & JENKINS, P. (2006). Subsidence Effects Associated With the Block and Sub Level Caving of Massive Orebodies. Perth, Australia.
- CAVIERES, P. & DIAZ, J. A. (1993). Determinación de los Angulos de Subsistencia para la mina El Teniente. Universidad de Atacama, Chile.
- CENTER FOR HISTORY AND NEW MEDIA (). Guía rápida. URL http://zotero.org/support/quick_start_guide.
- CHACÓN PALACIOS, E. (1999). Estimación de la subsidencia asociada a la explotación del tercer panel - caso base 2000. Tech. rep.
- CHEN, W. F. & SCAWTHORN, C. R. (1968). Limit Analysis and Limit Equilibrium Solutions in Soil Mechanics. Tech. Rep. 355.3, Leigh University Institute of Research.
- CHENG, Y. M., LANSIVAARA, T. & WEI, W. B. (2007). Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. *Computers and Geotechnics* **34**, 137–150.
- CHITOMBO, G. P. & BROWN, E. T. (2000). International Caving Study. Tech. rep., Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre.
- COUTTS, B. P., SUSANTO, H., BELLUZ, N., FLINT, D. & EDWARDS, A. (1999). Geology of the Deep Ore Zone, Ertsberg East Skarn System, Irian Jaya. Bali, Indonesia.
- CUMMING-POTVIN, D., WESSELOO, J., JACOBSZ, S. & KEARSLEY, E. (). A re-evaluation of the conceptual model of caving mechanics. Australian Centre for Geomechanics, Perth. URL https://papers.acg.uwa.edu.au/p/1815_11_Cumming-Potvin/.
- DAVIDE, E., O'CONNOR, C., VYAZMENSKY, A., STEAD, D., DUNBAR, S., EBERHARDT, E., SCOBLE, M. & MOSS, A. (2007). Integrated Modelling Subsidence Mechanisms and Impacts Due to Mine Caving. Montreal, Canada.
- DE NICOLA ESCOBAR, R. & FISHWICK TAPIA, M. (2000). 'An Underground Air Blast' Codelco Chile Division Salvador. Brisbane, Queensland.

- DENG, D.-P., ZHAO, L.-H. & LI, L. (2015). Limit equilibrium slope stability analysis using the nonlinear strength failure criterion. *Canadian Geotechnical Journal* **52**, 563 – 576.
- DEWOLFE, V. (1981). Draw Control in Principle and Particle at Henderson Mine. In: *Design and Operation of Caving and Sublevel Stopping Mines*. SME-AIME, pp. 729–735.
- DIXON, C. J. (1979). *Atlas of Economic Mineral Deposits*.
- DOEPKEN, W. G. (1982). The Henderson Mine. In: *Underground Mining Methods Handbook*. pp. 990 – 997.
- DONAHUE, K., DUNBAR, N., HEIZLER, L. & MCLEMORE, V. (2009). Clay mineralogy of the Goathill north rock pile, Questa mine, Taos county, NM: Origins and indications of in-situ weathering. *SME Annual Meeting and Exhibit and CMA's 111th National Western Mining Conference 2009* **2**.
- DUCKWORTH, I., CASTEN, T. & RAKIDJAN, M. (2010). Overview of Freeport-McMoRan's proposed DMLZ Mine at Grasberg. *Mining Engineering* **62**, 20 – 26.
- DUNCAN, J. M. (1996). State of the Art: Limit Equilibrium and Finite-Element Analysis of Slopes. *Journal of Geotechnical Engineering* , 577 – 596.
- DUPLANCIC, P. (2003). *Characterisation of caving mechanism through analysis of stress and seismicity*. Ph.D. thesis, University of Western Australia, Crawley, W.A. Book Title: Characterisation of caving mechanism through analysis of stress and seismicity.
- EDELBRO, C. (2004). *Evaluation of rock mass strength criteria*. Ph.D. thesis. URL <http://urn.kb.se/resolve?urn=urn:nbn:se:ltu:diva-17025>.
- ELMO, D., VYAZMENSKY, A., STEAD, D. & RANCE, J. (2007). A hybrid FEM/DEM approach to model the interaction between open-pit and underground block-caving mining. In: *Rock Mechanics: Meeting Society's Challenges and Demands, Two Volume Set*. Taylor & Francis, pp. 1287–1294. URL <http://www.crcnetbase.com/doi/abs/10.1201/N0E0415444019-c160>.
- ELMO, D., VYAZMENSKY, A., STEAD, D. & RANCE, J. (2008). Numerical analysis of pit wall deformation induced by block-caving mining: A combined FEM/DEM synthetic rock mass approach. Luleå, Sweden.
- ELMO, D., VYAZMENSKY, A., STEAD, D. & ROGERS, S. (2012). Applications of a finite discrete element approach to model block cave mining. In: *Innovative numerical modeling geomechanics*. CRC Press, p. 475.
- FERRADA ARAYA, M. J. (2013). *Recuperación pilar oeste proyecto mina chuquicamata subterránea*. Memoria de Ingeniería, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- FLETCHER, J. B. (1959). Ground Movement and Subsidence From Block Caving at Miami Mine .
- FLORES, G. (2005). *Rock Mass Response to the Transition From Open Pit to Underground Cave Mining*. Ph.D. thesis, The University of Queensland, Australia.

- FLORES, G. & KARZULOVIC, A. (2002). Geotechnical guidelines for a transition from open pit to underground mining. Benchmarking report. Tech. rep., Santiago, Chile.
- FLORES, G. & KARZULOVIC, A. (2003). Guías geotécnicas para una transición desde rajo abierto a minería subterránea. Guías geotécnicas propagación del hundimiento. Tech. rep., Santiago, Chile.
- FRANTZISKONIS, G. & DESAI, C. S. (1987). Constitutive model with strain softening. *International Journal Solids Structures* **23**(6), 733–750.
- FREDLUND, D., KRAHN, J. & PUFAHL, D. (1981). The Relationship Between Limit Equilibrium Slope Stability Methods. *Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering* **3**, 409–416.
- GALLAGHER, J. & TEUSCHER, J. S. (1998). Henderson Mine: Preparing for the Future. *Mining Engineering*, 47 – 52.
- GERTSCH, R. E. & BULLOCK, R. L. (eds.) (1998). *Techniques in Underground Mining: selections from Underground mining methods handbook*. Society for Mining, Metallurgy and Exploration, Inc.
- GILBRIDE, L. J., FREE, K. S. & KEHRMAN, R. (2005). Modeling Block Cave Subsidence at the Molycorp, Inc., Questa Mine - A Case Study. American Rock Mechanics Association. URL <https://www.onepetro.org/conference-paper/ARMA-05-881>.
- GILBRIDE, L. J. & KEHRMAN, R. (2004). Ground support design using three-dimensional numerical modeling at Molycorp, Inc.'s, block caving Questa Mine.
- GIRRENS, S. P., ANDERSON, C. A., BENNETT, J. G. & KRAMER, M. (1981). Numerical prediction of subsidence with coupled geomechanical-hydrological modeling, 63–72.
- GLEASON, W. (2012). Climax Mine: Back in business after a 17-year layoff. *Mining Engineering* **64**(9), 109 – 114.
- GONZALEZ JARA, F. A. (2007). *Evaluación de la zona de influencia del cráter de subsidencia III Panel de división Andina*. Ph.D. thesis.
- GRIFFITHS, D. V. & LANE, P. A. (1999). Slope stability analysis by Finite elements. *Geotechnique* **49**(3), 387 – 403.
- HARDWICK, W. R. (1965). Block- Caving Copper Mining Methods and Costs at the Miami Mine, Miami Copper Company, Gila County, Arizona. Tech. Rep. 8271.
- HARRISON, J. P. (2011). Mine Subsidence. In: *SME Mining Engineering Handbook*. pp. 627–644.
- HERRERO, C. (2015). *Quantifying the effect of In-Situ stresses and pit depth on slope stability by incorporating brittle fracturing in numerical model analyses*. Doctor of Philosophy, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.

- HESLOP, T. G. & LAUBSCHER, D. H. (1981). Draw control in caving operations on southern african chrysotile asbestos mine. In: *Design and operation of caving and sublevel stopping mines*. pp. 755–774.
- HEUZE, F. E. (1983). Geomechanics in hard rock mining: lessons from two case histories. *International Journal of Mining Engineering* **1**(1), 3–25. URL <https://link.springer.com/article/10.1007/BF00881259>.
- HEUZE, F. E., PATRICK, W. C., BUTKOVICH, T. R., PETERSON, J. C., DE LA CRUZ, R. V. & VOSS, C. F. (1982). Rock mechanics studies of mining in the climax granite. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* **19**(4), 167–183. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0148906282908877>.
- HOEK, E. (1974). Progressive caving induced by mining an inclined orebody. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy* **83**(815), A133–139.
- HOEK, E. (2001). Rock Mass Properties for Underground Mines. In: *Underground Mining Methods, Engineering Fundamentals and International Case Studies*. SME. pp. 467–474.
- HOEK, E. (2009). Fundamentals of slope design. In: *Slope Stability 2009*. Santiago, Chile.
- HOEK, E., CARRANZA-TORRES, C. & CORKUM, B. (2002). Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition. Toronto.
- HOEK, E., GRABINSKY, M. & DIEDERICHS, M. (1991). Numerical modelling for underground excavation design. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy* **100**, A22–30.
- HOEK, E. & KARZULOVIC, A. (2000). Rock mass properties for surface mines. In: *Slope Stability in Surface Mining*. Littleton, Colorado, pp. 59–70.
- HOEK, E., READ, J., KARZULOVIC, A. & CHEN, Z. Y. (2000). Rock slopes in Civil and Mining Engineering. In: *GeoEng2000*. Melbourne, Australia.
- HORMAZABAL, E., ROVIRA, F., WALKER, M. & CARRANZA-TORRES, C. (2009). Analysis and design of slopes for Rajo Sur, an open pit mine next to the subsidence crater of El Teniente mine in Chile.
- HORTON, R. C. (1985). Mine subsidence control. Information Circular 9042, Bureau of Mines.
- HUANG, C.-C. & TSAI, C.-C. (2000). New Method for 3D an Asymmetrical Slope Stability Analysis. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* **126**(10), 917 – 927.
- HUBERT, G., DIRDJOSUWONDO, S., PLAISANCE, R. & THOMAS, L. (2000). Tele-Operation at Freeport to Reduce Wet Muck Hazards. Brisbane, Queensland.
- HUNGR, O., SALGADO, F. & M. BYRNE, P. (1989). Evaluation of a three-dimensional method of slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal* **26**, 679–686.

- JELDES, I. A., VENCE, N. E. & DRUMM, E. C. (2013). An Approximate Solution to the Sokolovskii Concave Slope at Limiting Equilibrium. *International Journal of Geomechanics*, 33.
- JIANG, J.-C. & YAMAGAMI, T. (2008). A new back analysis of strength parameters from single slips. *Computers and Geotechnics* **35**, 286–291.
- JING, L. (2003). A review of techniques, advances and outstanding issues in numerical modelling for rock mechanics and rock engineering. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **40**(3), 283–353. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160903000133>.
- JOFRE, J., YÁÑEZ, P. & FERGUSON, G. (2000). Evolution in Panel Caving Undercutting and Drawbell Excavation, El Teniente Mine. Brisbane, Queensland.
- JOHNSON, G. H. & SOULÉ, J. H. (1963). Measurements of Surface Subsidence, San Manuel Mine, Pinal County, Arizona. Tech. rep., U.S. Dept. of the Interior, Bureau of Mines, Washington.
- JONES, R. C. (1974). Development of the Henderson Mine. vol. 2.
- KALATEHJARI, R. & ALI, N. (2013). A Review of Three-Dimensional Slope Stability Analyses based on Limit Equilibrium Method. *EJGE* **18**, 119 – 134.
- KARZULOVIC, A. (1992). Proyecto Quebrada Teniente Angulos de ruptura y zona de influencia del crater de subsidencia. Tech. rep., Codelco - El Teniente.
- KARZULOVIC, A. (1997). Subsidencia asociada al III Panel de la Mina Rio Blanco y su evolución en el tiempo. Técnico, Codelco - Andina, Santiago, Chile.
- KARZULOVIC, A. (1999). Subsidencia por Efecto del Caving Mina El Teniente. Tech. rep., Codelco - El Teniente.
- KAUFMANN, T. D. (1990). Climax molybdenum mine: Death of a giant. *Resources Policy* **16**(4), 256–260. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030142079090037C>.
- KEILICH, W., SEEDSMAN, R. W. & AZIZ, N. (2006). Numerical modelling of mining induced subsidence in areas of high topographical relief. Hania, Greece.
- KENDORSKI, F. S. (1982). Cavability of Ore Deposits. In: *Underground Mining Methods Handbook*. pp. 1466 – 1471.
- KLERCK, P. A. (2000). *The Finite Element Modelling of Discrete Fracture in Quasi-Brittle Materials*. Dissertation, University of Wales Swansea.
- KLERCK, P. A., SELLERS, E. J. & OWEN, D. R. J. (2004). Discrete fracture in quasi-brittle materials under compressive and tensile stress states. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* **193**, 3035–3056.
- KOBAKHIDZE, A. F. (1977). Form of the diagram of backfill pressure on a retaining wall , 68–73.

- KORENROMP, M. H. A. (2013). *Comparative study of the S-shaped and Hoek-Brown failure criterion by finite-difference modelling, Northparkes, NSW, Australia.* Ph.D. thesis, Delft University of Technology. URL <http://oatd.org/oatd/record?record=oai%5C%3Aatudelft.nl%5C%3Aauuid%5C%3Ab4028cb3-c8c4-4cdd-8c48-669a977c5cc5>.
- LAM, L. & FREDLUND, D. (1993). A general limit equilibrium model for three-dimensional slope stability analysis. *Canadian Geotechnical Journal* **30**, 905 – 919.
- LAMBE, T. W. & WHITMAN, R. V. (1969). *Soil Mechanics*.
- LANDEROS, P. (2005). *Analisis y evaluacion de la metodologia de estimacion de subsidencia - III panel codelco Chile division andina.* Ph.D. thesis, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- LANGFORD, J. C. (2013). *Application of reliability methods to the design of underground structures.* Doctor of Philosophy, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada.
- LAUBSCHER, D. (2000). *A Practical Manual on Block Caving*.
- LAUBSCHER, D. H. (1990). A geomechanics classification system for the rating of rock mass in mine design. *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* **90**(10), 257–273.
- LAUBSCHER, D. H. (1994). Cave mining - the state of the art. *The Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy* , 279–293.
- LEONARDSON, R. W., MOLLING, P. A. & OSBORNE, L. W. (1984). Geology and Geochemistry of Molybdenite Mineralization at Questa, New Mexico. *SME-AIME Annual Meetings* .
- LESHCHINSKY, D. & BAKER, R. (1986). Three-Dimensional Slope Stability: End Effects. *SOILS AND FOUNDATIONS* **26**(4), 98–110. URL https://www.jstage.jst.go.jp/article/sandf1972/26/4/26_4_98/_article.
- LESHCHINSKY, D., BAKER, R. & SILVER, M. L. (1985). Three dimensional analysis of slope stability. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* **9**(3), 199–223. URL <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.1610090302>.
- LIANG, Y., ZHOU, D., YANG, T. & ZHAO, G. (2008). Application of in Situ Stress Regression Method in Rock Slope Stability Analysis. In: *Geotechnical Engineering for Disaster Mitigation and Rehabilitation* (LIU, H., DENG, A. & CHU, J., eds.). Springer Berlin Heidelberg.
- LIU, S. Y., SHAO, L. T. & LI, H. J. (2015). Slope stability analysis using the limit equilibrium method and two finite element methods. *Computer and Geotechnics* **63**, 291 – 298.
- LIU, Y., ZHOU, Y., HE, R., CAO, J., REN, F., ZHANG, D. & LI, X. (2022). The New Prediction Method for Surface Subsidence Scope Induced by the Sublevel Caving Mining Method. *Mining, Metallurgy & Exploration* **39**(2), 603–614. URL <https://doi.org/10.1007/s42461-022-00571-7>.

- LOWTHER, R. J. (2013). *Modelling brittle damage to tunnel excavations in a block cave operation using linear elastic damage criteria*. Master of Engineering, The University of New South Wales, Australia.
- LUPO, J. F. (1997). Progressive Failure of Hanging Wall and Footwall Kiirunavaara Mine, Sweden. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **34**(3-4), 11.
- LUPO, J. F. (1998). Large-scale surface disturbances resulting from underground mass mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **35**(4-5), 399. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0148906298000412>.
- MACLENNAN, J. F. (1929). Subsidence from Block Caving at Miami Mine, Arizona. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME* **85**, 197-178.
- MACLENNAN, J. F. (1930). Miami Copper Company Method of Mining Low-Grade Orebody. *Transactions of the Metallurgical Society of AIME* **34**, 197-178.
- MAS IVARS, D., DEISMAN, N., PIERCE, M. & FAIRHURST, C. (2007). The Synthetic Rock Mass Approach – A Step Forward in the Characterization of Jointed Rock Masses. Lisboa, Portugal.
- MATTHEWS, C., FAROOK, Z. & HELM, P. (2014). Slope stability analysis – limit equilibrium or the finite element method? *Ground Engineering* , 22 – 28.
- MCDONOUGH, J. T. (1976). Site Evaluation For Cavability And Underground Support Design At The Climax Mine. American Rock Mechanics Association.
- MICHALOWSKI, R. L. (2010). Limit Analysis and Stability Charts for 3D Slope Failures. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* **136**(4), 583 – 593.
- MILLS, C. E. (1934). Ground Movement and Subsidence at the United Verde Mine. *Mining and Metallurgy* .
- MORALES MOLINA, D. E. (2012). *Estimación de cave back, mediante método de elementos discretos (DEM) basada en información de producción*. Magíster en ciencias de la ingeniería mención mecánica, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- MOSS, A., DIACHENKO, S. & TOWNSEND, P. (2006). Interaction between the block cave and the pit slopes at Palabora Mine. Johannesburg.
- NEDDERMAN, R. M. (1992). *Statics and kinematics of granular materials*. Cambridge University Press.
- NIE, L., ZHANG, M. & JIAN, H. (2013). Analysis of surface subsidence mechanism and regularity under the influence of seism and fault. *Natural Hazards: Journal of the International Society for the Prevention and Mitigation of Natural Hazards* **66**(2), 773-780. URL <https://ideas.repec.org/a/spr/nathaz/v66y2013i2p773-780.html>.
- OBERT, L., MUNSON, R. & RICH, C. (1976). Caving Properties of the Climax Ore Body. *Transactions of the Society of Mining Engineers, AIME* **260**, 129-133.

- OLAVARRÍA, S., ADRIASOLA, P. & KARZULOVIC, A. (2006). Transition from open pit to underground mining at chuquicamata, antofagasta, chile.
- OVALLE, A. (1981). Analysis and Considerations for Mining the Teniente Ore Body. In: *Design and Operation of Caving and Sublevel Stopping Mines*. SME-AIME, pp. 195–208.
- OWEN, D. R. J., FENG, Y. T., DE SOUZA NETO, E. A., COTTRELL, M. G., WANG, F., ANDRADE PIRES, F. M. & YU, J. (2004). The modelling of multi-fracturing solids and particulate media. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* **60**, 317–339.
- OWEN, K. C. (1981). Block Caving at Premier Mine. In: *Design and operation of caving and sublevel stopping mines*. pp. 177 – 187.
- PAREDES MORALES, P. S. (2012). *Mecanismos de entrada de dilución en minas de block/-panel caving*. Magister en minería, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- PARKER, J. & BRAUN, T. (2004). Closure at the San Manuel Mine Site, Arizona, USA. Preprint.
- PELLETIER, J. D. (1957). Geology of the San Manuel Mine. *Mining Engineering* , 760 – 762.
- PIERCE, M., CUNDALL, P., POTYONDY, D. & MAS IVARS, D. (2007). A synthetic rock mass model for jointed rock. Vancouver, Canada.
- RECH, W., KESKIMAKI, K. W. & STEWART, D. S. (2000). An Update on Cave Development and Draw Control at the Henderson Mine. Brisbane, Queensland.
- REUSCH, F., LEVKOVITCH, V. & BECK, D. A. (2010). Multi-scale, Non-linear Numerical Analysis of Mining Induced Deformation In Complex Environments. International Society for Rock Mechanics and Rock Engineering. URL <https://www.onepetro.org/conference-paper/ISRM-EUROCK-2010-161>.
- REYES, A. & PARRA, D. (2014). 3D Slope Stability Analysis by the Limit Equilibrium Method of a Mine Waste Dump.
- ROBINSON, P. (2012). Block Caving Mining-related Surface Impacts Identified at Oyu Tolgoi Mine, Mongolia: Overview of Block Caving Mining, Extent of Surface Subsidence Projected for the Mine and Compilation of Statements from Key Oyu Tolgoi-Produced Documents with Brief Comments. Tech. rep.
- ROCSCIENCE (2001). Phase2 User’s Guide.
- ROJAS, E., MOLINA, R. & CAVIERES, P. (2001). Preundercut Caving in El Teniente Mine, Chile. In: *Underground Mining Methods, Engineering Fundamentals and International Case Studies*. SME. pp. 417–423.
- ROSS-BROWN, D. M. (1973). Design considerations for excavated mine slopes in hard rock. *Quarterly Journal Engineering Geology* **6**, 315–334.

- SAINI, V., GUPTA, R. P. & ARORA, M. K. (2016). Environmental impact studies in coalfields in India: A case study from Jharia coal-field. *Renewable and Sustainable Energy Reviews* **53**, 1222–1239. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032115010424>.
- SAINSBURY, B. (2010). Sensitivities in the numerical assessment of cave propagation. Perth, Australia.
- SAINSBURY, B. (2012). *A Model for Cave Propagation and Subsidence Assesment in Jointed Rock Masses*. Doctor of Philosophy, The University of New South Wales, Australia.
- SAINSBURY, B., PIERCE, M. & MAS IVARS, D. (2008). Analysis of Caving Behaviour Using a Synthetic Rock Mass - Ubiquitous Joint Rock Mass Modelling Technique. vol. 1. Perth, Australia.
- SAINSBURY, B. L., SAINSBURY, D. P. & PIERCE, M. E. (2011a). A historical review of the development of numerical cave propagation simulations. Melbourne, Australia.
- SAINSBURY, D. P., SAINSBURY, B. L., BOARD, M. P. & LORING, D. M. (2011b). Numerical Back-Analysis of Structurally Controlled Cave Initiation and Propagation at the Henderson Mine. vol. 11-321.
- SAINSBURY, D. P., SAINSBURY, B. L. & LORIG, L. J. (2010). Investigation of caving induced subsidence at the abandoned Grace Mine. *Mining Technology* **119**(3), 151–161. URL <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.1179/174328610X12820409992336>.
- SANDBAK, L. A. (1985). Roadheader Drift Excavation and Geomechanical Rock Classification at San Manuel, Arizona.
- SANDBAK, L. A. (1988). Rock Mass Classification in LHD Mining at San Manuel, Arizona. Preprint.
- SANDBAK, L. A. (2004). Caving and subsidence at San Manuel Mine, Arizona. URL <https://azmemory.azlibrary.gov/digital/collection/statepubs/id/27105/>.
- SANTIBÁÑEZ BORIC, J. E. (2008). *Efecto del tiraje en la definición de la zona de movimiento, en un block-panel caving*. Memoria de Ingeniería, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- SCHEIDER, I. & BROCKS, W. (2003). Application of interface elements for material separation to shell structures.
- SHOEMAKER, D. R. (1981). Method Selection at Questa. In: *Design and operation of caving and sublevel stoping mines*. pp. 67 – 73.
- SISSELMAN, R. (1974). Sweden's Grangesberg Switching Over to Continuous Block Caving. *Society of Mining Engineering* , 36–38.
- SJÖBERG, J. (1999). *Analysis of Large Scale Rock Slopes*. Doctor of Philosophy, Lulea University of Technology, Sweden.
- SJÖBERG, J. (2013). Numerical analysis, slope design and in situ stress. In: *Slope Stability 2013*. Brisbane, Australia.

- SJÖBERG, J., PERMAN, F., LOPE ALVAREZ, D., STÖCKEL, B.-M., MÄKITAAVOLA, K., STORVALL, E. & LAVOIE, T. (2017). Deep sublevel cave mining and surface influence. Perth, Australia.
- SOLAR, A., RUBIO, E. & NEWMAN, A. (2009). Open Pit Underground Transition Supported by Integer Linear Programming Modeling. Toronto.
- SPENCER, E. (1967). A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces. *Geotechnique* **17**, 11–26.
- STACEY, T. & TERBRUGGE, P. (2000). Open Pit to Underground - Transition and Interaction. Brisbane, Queensland.
- STARFIELD, A. M. & CUNDALL, P. A. (1988). Towards a methodology for rock mechanics modelling. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* **25**(3), 99–106. URL <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0148906288922929>.
- STEAD, D., COGGAN, J. S. & EBERHARDT, E. (2004). Realistic simulation of rock slope failure mechanisms: the need to incorporate principles of fracture mechanics. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **41**, **Supplement 1**, 563–568. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160904001479>.
- STEELE, H. J. & RUBLY, G. R. (1947). San Manuel Prospect. *Transactions of the American Institute of Mining and Metallurgical Engineers* , 12.
- STEPHAN, G. R. & JOHNS, J. H. (1984). Ground Control at the Climax Mine. *Transactions of the Society of Mining Engineers, AIME* **274**, 2005 – 2009.
- STEWART, D., REIN, R. & FIREWICK, D. (1984). Surface Subsidence at the Henderson Mine. In: *Geomechanics applications in underground hardrock mining*. New York, N.Y.: SME-AIME, pp. 203–212.
- SUCHOWERSKA IWANEC, A. M. (2014). *The Geomechanics of Single-Seam and Multi-Seam Longwall Coal Mining*. Doctor of Philosophy, The University of Newcastle, Australia.
- TAGASOFT (2015). TSLOPE Getting Started Guide.
- TARIGAN, A., WIDIYANTO, F., RAMIREZ, M. & OSBORNE, K. (2010). The Deep Ore Zone (DOZ) Mine - Cave Sequence Modifications.
- TEGACHOUANG, N. C., BOWA, V. M., LI, X., LUO, Y. & GONG, W. (2022). Study of the Influence of Block Caving Underground Mining on the Stability of the Overlying Open Pit Mine. *Geotechnical and Geological Engineering* **40**(1), 165–173. URL <https://doi.org/10.1007/s10706-021-01890-0>.
- TOBIE, R. L. & STALEY, E. K. (1967). Draw Control at San Manuel. *Mining Engineering* , 66 – 69.
- TOBIE, R. L., THOMAS, L. A. & RICHARDS, H. H. (1982). San Manuel Mine. In: *Underground Mining Methods Handbook*. pp. 982 – 989.

- TORRES S., R. & ENCINA M., V. (1981). Damp mineral and its effect on block caving with gravity transfer. In: *Design and operation of caving and sublevel stoping mines*.
- TOTONCHI, A., ASKARI, F. & FARZANEH, O. (2012). 3D Stability Analysis of Concave Slopes in Plan View Using Linear Finite Element and Lower Bound Method. *Transactions of Civil Engineering* **36**(C2), 181 – 194.
- TRENT, B. C. (1979). A computerized subsidence model. *Society of Mining Engineers* , 11.
- TRENT, B. C. (1981). Empirical continuum & block caving computer models for surface subsidence , 142–147.
- UGAI, K. (1985). Three-Dimensional Stability Analysis of Vertical Cohesive Slopes. *SOILS AND FOUNDATIONS* **25**(3), 41–48. URL https://www.jstage.jst.go.jp/article/sandf1972/25/3/25_3_41/_article.
- VAN AS, A., DAVIDSON, J. & MOSS, A. (2003). Subsidence Definitions for Block Caving Mines. Reporte Tecnico, Rio Tinto.
- VANDERWILT, J. W. (1946). Ground Movement Adjacent to a Caving Block in the Climax Molybdenum Mine. *Mining Technology* , 10.
- VERA, S. (1981). Caving at Climax. In: *Desing and Operation of Caving and Sublevel Stopping Mines*. SME-AIME, pp. 157–176.
- VILLEGAS, T. & NORDLUND, E. (2008). Numerical analysis of the hangingwall failure at the Kiirunavaara mine. Luleå, Sweden.
- VITERBO, V., MCLEMORE, V., DONAHUE, K., AIMONE-MARTIN, C., FAKHIMI, A. & SWEENEY, D. (2007). Effects of Chemistry, Mineralogy, Petrography and Alteration on Rock Engineering Properties of the Goathill North Rock Pile at the Molycorp Questa Mine, New Mexico .
- VOYNICK, S. M. (1997). Climax Molybdenum, One of the world’s great mines. *Mining Engineering* , 39 – 43.
- VYAZMENSKY, A. (2008). *Numerical modelling of surface subsidence associated with block cave mining using a finite element/discrete element approach*. Doctor of Philosophy, Simon Fraser University.
- VYAZMENSKY, A., ELMO, D. & STEAD, D. (2009). Role of Rock Mass Fabric and Faulting in the Development of Block Caving Induced Surface Subsidence. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **43**(5), 533–556. URL <http://link.springer.com/article/10.1007/s00603-009-0069-6>.
- VYAZMENSKY, A., ELMO, D., STEAD, D. & RANCE, J. (2008). Numerical analysis of the influence of geological structures on the development of surface subsidence associated with block caving mining. Luleå, Sweden.
- VYAZMENSKY, A., ELMO, D., STEAD, D. & RANCE, J. R. (2007). Combined finite-discrete element modelling of surface subsidence associated with block caving mining , 8.

- VYAZMENSKY, A., STEAD, D., ELMO, D. & MOSS, A. (2010). Numerical Analysis of Block Caving-Induced Instability in Large Open Pit Slopes: A Finite Element/Discrete Element Approach. *Rock Mechanics and Rock Engineering* **43**(1), 21–39. URL <http://link.springer.com/10.1007/s00603-009-0035-3>.
- WEED, C. E. (1960). El Salvador Development & Operation. *Mining Engineering* .
- WILLIAMS, R. I. (1969). Questa Mine. In: *Case Studies of Surface Mining*. pp. 312 – 322.
- WOO, K.-S., EBERHARDT, E., ELMO, D. & STEAD, D. (2013). Empirical investigation and characterization of surface subsidence related to block cave mining. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **61**, 31–42. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160913000312>.
- WOO, K.-S., EBERHARDT, E., ELMO, D., STEAD, D. & KAISER, P. K. (2014). Benchmark testing of numerical approaches for modelling the influence of undercut depth on caving, fracture initiation and subsidence angles associated with block cave mining. *Mining Technology* **123**(3), 128–139. URL <http://www.maneyonline.com/doi/abs/10.1179/1743286314Y.0000000063>.
- WOO, K.-S., EBERHARDT, E., RABUS, B., STEAD, D. & VYAZMENSKY, A. (2012). Integration of field characterisation, mine production and InSAR monitoring data to constrain and calibrate 3-D numerical modelling of block caving-induced subsidence. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* **53**, 166–178. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1365160912000883>.
- WYLLIE, D. C. & MAH, C. W. (2005). *Rock Slope Engineering Civil and Mining*. 4 ed.
- XING, Z. (1988). Three-Dimensional Stability Analysis of Concave Slopes in Plan View. *Journal of Geotechnical Engineering* **114**.
- ZAPPIA, M. A. (1981). Gravity Caving and Production Hoisting at the San Manuel Mine. In: *Design and operation of caving and sublevel stoping mines*. pp. 189 – 193.
- ZHANG, K., CAO, P. & BAO, R. (2013). Rigorous back analysis of shear strength parameters of landslide slip. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China* **23**(5), 1459–1464. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1003632613626175>.
- ZHAO, X. & ZHU, Q. (2020). Analysis of the surface subsidence induced by sublevel caving based on GPS monitoring and numerical simulation. *Natural Hazards* **103**(3), 3063–3083. URL <https://doi.org/10.1007/s11069-020-04119-0>.
- ZHENG HONG (2009). Eigenvalue Problem from the Stability Analysis of Slopes. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* **135**(5), 647–656. URL <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29GT.1943-5606.0000071>.
- ZHU, D. Y., LEE, C. F. & JIANG, H. D. (2003). Generalised Framework of Limit Equilibrium Methods for Slope Stability Analysis. *Geotechnique* **54**(4), 377 – 395.

Anexo A

Información de casos de base de datos

La información presentada a continuación corresponde a la recopilada en la realización de la base de datos global que se utilizó a lo largo del presente proyecto. Las Tablas 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 y 7.5 presentan información complementaria por cada mina analizada. Dicha información fue recopilada de la bibliografía consultada que no necesariamente está citada dentro del proyecto.

Tabla 7.1: Información complementaria Mina Rio Blanco

Tipo de Roca Presente	σ_{ci} en MPa Reportado
Andesita	120 [MPa]
Granodiorita Secundaria	130 [MPa]
Chimenea Riolitica	75 [MPa]
Granodiorita primaria	130 [MPa]
(GORB) BxGDRB	140 [MPa]
(GORB) BxCHRiol	75 [MPa]
(GORB) AN	120 [MPa]
(GDRB) Brecha Magmatica	NR
(GDRB) Riolita	NR

Tabla 7.2: Información complementaria Mina Grasberg

Tipo de Roca Presente	σ_{ci} en MPa Reportado
Grasberg	20 - 130 [MPa]
Diorita	110 [MPa]

- Climax Mine: dos niveles de producción con métodos mixtos, similares geometrías de footprint. Topografía de ladera de cerro y con el desarrollo de un rajo de baja profundidad. Falla principal domina la mineralización y el desarrollo de la subsidencia. Stock de pórfido riolítico terciario (molibdeno) que intruye a granitos y esquistos precámbricos ($55 < RMR_B < 65$). Profundidad de 650 metros. Altura de columna de 95 a 150 metros.

Tabla 7.3: Información complementaria Mina Questa

Tipo de Roca Presente	I_{s50} Reportado	UCS en MPa Reportado
Nivel Mina Questa	1.1-5.7	NR
Breccia	NR	18.6 [MPa]
Andesita	NR	3.8 - 12.5 [MPa]
Aplite	NR	52.7 [MPa]

Tabla 7.4: Información complementaria Mina San Manuel

Nivel de Medición	IRS en MPa Reportado
Mina	120 - 200 [MPa]

Tabla 7.5: Información complementaria Mina El Teniente 4 Sur

Tipo de Roca Presente	UCS en MPa Reportado
Secondary Rock	25 - 50 [MPa]
Primary Rock	90 - 150 [MPa]

Tabla 7.6: Información complementaria Minas

Tipo de Roca Presente	Modulo de algo en [GPa]	GSI Reportado
BB	16.7 [GPa]	70-80
AndP	18.2 [GPa]	70-85
PorP	25.8 [GPa]	70-90
AndesSec	8.67 [GPa]	40-55
PropSec	9.33 [GPa]	50-60
		50-60
tte4sur	125 [MPa]	70-85
		60-70

- Rio Blanco: tres niveles de producción, el primero y segundo a 135 y 390 metros de profundidad respectivamente, presentan datos de subsidencia registrados. Interacción entre distintos niveles de producción, topografía de pendiente, sin fallas mayores que dominen la subsidencia. **I Panel** Andesitas y granodioritas con algunas brechas y pórfidos, roca secundaria con 11 a 20 fracturas por metro ($30 \leq RMR \leq 45$). **II Panel** Andesitas y granodioritas con algunos pórfidos, roca secundaria con 11 a 20 fracturas por metro ($35 \leq RMR \leq 45$).
- El Salvador: un nivel de producción, distintos métodos de explotación, topografía de cerro, sin fallas aparentes. **Inca Norte** Andesita y pórfidos secundarios ($45 < RMR < 55$) y primarios ($65 < RMR < 75$). **Inca Oeste** Andesita y pórfidos primarios ($70 < RMR < 85$). **Granito Este** Andesita y pórfidos primarios ($55 < RMR < 65$).
- San Manuel: un nivel de producción, topografía plana, múltiples fallas importantes, ninguna domina la subsidencia. Monzonita cuarcífera basáltica y lavas andesíticas muy

fracturadas ($40 \leq \text{RMR} \leq 65$). Profundidad de 350 a 705 metros. Altura de columna de 120 a 190 metros.

- Henderson: Dos niveles principales de producción. Topografía de montaña, la que afecta el ángulo de subsidencia. Deposito tipo stockwork de molibdenita, riolita porfídica entre múltiples intrusiones de un complejo ígneo ($55 < \text{RMR}_B < 65$). Altura de columna de 120 a 245 metros.
- Questa: un nivel de producción, diferentes sectores, topografía con pendiente, falla controla la subsidencia de forma local (no ángulo global). Alitas y pórfidos alterados y fracturados que intruyen a una secuencia de andesitas y riolitas ($0.002 \leq Q \leq 8$). Profundidad de 300 a 350 metros. Altura de columna de 125 a 250 metros.
- King: Stockwork de asbesto con zonas de serpentina ($40 < \text{RMR} < 60$). Fallas y zonas de cizalle ($20 < \text{RMR} < 40$). Profundidad de 300 a 500 metros. Altura de columna de 100 a 120 metros.
- Grasberg: Existen 3 fallas principales en el distrito geológico, una de las cuales está asociada a la pared colgante, tiene un dip de entre 70° a 75° y afecta prominentemente la evolución del caving. Está formada por 3 subniveles, desplazados en planta pero empalmados a la pared colgante. Ancho del nivel de hundimiento estimado entre 60 y 120 metros. Skarns y brechas ricos en cobre en intercalaciones de mármoles y hornblendas cuarcíferas.
- Teniente: interacción entre distintos niveles de producción, topografía con pendiente, distintas calidades de roca en pared colgante y yacente, sin fallas mayores que dominen la subsidencia.
- Miami: interacción entre distintos niveles de producción, topografía plana, falla principal importante.
- Grangesborg: distintos niveles de producción, topografía plana, manto del cuerpo controla el ángulo de subsidencia en una pared.
- Gath's: distintos niveles de producción, topografía irregular, pit de 100 metros de profundidad.

Anexo B

Relaciones en calidad de roca

Para establecer ciertas relaciones entre las distintas formas de medir la calidad del macizo rocoso y así poder unificar la información de las bases de datos recopiladas, se utilizaron las formulas (1), (2), (3), (4) y (5) en el caso que fuesen necesarias.

$$MRMR = 0,9 * RMR_L \quad (7.1)$$

$$RMR_L = 45 + 8,7 * Q' \quad (7.2)$$

$$GSI = 9 * \ln(Q') + 44 \quad (7.3)$$

$$RMR_B = GSI + 5 \quad (7.4)$$

$$RMR_L = 1,02 * RMR_B - 11,99 \quad (7.5)$$

Anexo C

Secuencias de códigos de la metodología

Archivo de ingreso: "1 Base de Datos.csv", cada línea del archivo es un caso.

Listing 7.1: codigo1

```
%Metodologia: Etapa n1
%leer base de datos desde archivo .csv
T1 = readtable('1 Base de Datos.csv');

%transformar tabla en arreglo numerico para posterior trabajo
BDM=[T1.(2) T1.(3) T1.(4) T1.(5) T1.(6) T1.(7) T1.(8) T1.(9) T1
.(10) T1.(11)];

%guardar arreglo en carpeta de trabajo
save('BDM.mat', 'BDM')
```

Se tiene un archivo 'BDM.mat' con la información de la base de datos.

Listing 7.2: codigo2

```
%Metodologia: Etapa n2
%cargar arreglo de base de datos
load BDM.mat;

%constantes adicionales para el calculo
D=0.9;
punit=0.027;

%crear arreglo de variables de calculo para c y phi segun H&B
mb=BDM(:,9).*exp((BDM(:,8)-5-100)/(28-14*D));
s=exp((BDM(:,8)-5-100)/(9-3*D));
a=(1/2)+(1/6)*(exp(-(BDM(:,8)-5)/15)-exp(-20/3));
scm=BDM(:,10).*((mb+4.*s-a.*(mb-8*s)).*(mb./(4+s)).^(a-1))
./(2.*(1+a).*(2+a));
```

```

sigma3max=0.72*scm.*(scm./(punit*BDM(:,4))).^(-0.91);
sigma3n=sigma3max./BDM(:,10);

%calculo de c y phi
phi=asin((6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1))./(2.*(1+a).*(2+a)
+6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1)))*(180/3.14);    %phi
calculado con HB
c=(BDM(:,10).*((1+2.*a).*s+(1-a).*mb.*sigma3n).*(s+mb.*sigma3n)
.^(a-1))./((1+a).*(2+a).*((1+(6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a
-1)))./((1+a).*(2+a))).^0.5);    %c calculado con HB unidad:
MPa

%guardar variables y archivos necesarios
T1=readtable('1 Base de Datos.csv');
T2=table(T1.(1), c, phi, 'VariableNames', {'id', 'c', 'phi'});
writetable(T2, '2 c y phi inicial.csv')

save('c.mat', 'c')
save('phi.mat', 'phi')
clear

```

Se tienen los archivos 'c.mat' y 'phi.mat', que contienen las variables c y phi respectivamente del macizo rocoso.

Listing 7.3: codigo3a

```

%Metodologia: Etapa n3.a
%cargar arreglo de base de datos
load BDM.mat;

%recoleccion de variables
B=BDM(:,1);          %ancho del footprint
alfaQ=BDM(:,2);     %angulo de quiebre
alfaF=BDM(:,3);     %angulo de fracturamiento
h=BDM(:,4);         %altura de talud
hq=BDM(:,5);        %altura de quebrado
RMRprom=BDM(:,8);   %RMR promedio
mi=BDM(:,9);        %
sci=BDM(:,10);      %Sigma ci
punit=0.027;        %kPa/m
punitq=0.020;       %peso unitario del quebrado, segun
literatura
D=0.9;

%variables de calculo utilizadas para EL
PuntoI=[0 0];       %punto de inicio de la cuna
GT=[0 0];           %grieta de traccion, vector desde

```

```

    ES. Modelo0: sin grieta de traccion
SC=[h./tand(alfaq) h];           %coordenadas punto mas lejano
    superficie en crater
ES=[h./tand(alfaf) h];           %coordenadas punto mas lejano
    extension en superficie
SD=ES - PuntoI - GT;             %superficie deslizante segun GT

PuntoIMax=floor(h*0.1);           %coordenada Y maxima para
    punto inicial
GTMax=floor(h*0.05);             %profundidad maxima de la
    grieta de traccion

%%guardar variables y archivos necesarios
T1=readtable('1 Base de Datos.csv');
T2=table(T1.(1), PuntoIMax, GTMax, 'VariableNames', {'id', '
    PuntoInicio', 'GT'});
writetable(T2, '3 PI y GT maximos para cada caso.csv')

save('PuntoIMax.mat', 'PuntoIMax')
save('GTMax.mat', 'GTMax')
clear

```

Se establecen las posibles zonas de daño definidas por el punto inicial y la grieta de tracción.

Listing 7.4: codigo3b

```

%Metodologia: Etapa n3.b(todos los casos)
%cargar arreglo de base de datos
load BDM.mat;
load c.mat;
load phi.mat;
load PuntoIMax.mat;
load GTMax.mat;

%establecer variables de calculo
paso=5;                           %paso para calculo de fs
Icasos=1;                           %casos que se van a considerar
Fcasos=85;                           %casos que se van a considerar
PI=zeros(Fcasos);
GT=zeros(Fcasos);
FSmin=zeros(Fcasos,1);
SDmin=zeros(Fcasos,1);
DCLSmin=zeros(Fcasos,1);
DCLNmin=zeros(Fcasos,1);

%establecer funcion de calculo

```

```

for i=Icasos:Fcasos
    [PI(i),GT(i),FSmin(i),SDmin(i),DCLSmin(i),DCLNmin(i)]=
        fFSmin(BDM(i,:),c(i),phi(i),PuntoIMax(i),GTMax(i),paso);
end

%%guardar variables y archivos necesarios
T1=readtable('1 Base de Datos.csv');
T2=table(T1.(1), PI, GT, FSmin, 'VariableNames', {'id', 'PI', 'GT',
    'FSmin'});
writetable(T2, '4 PI y GT que resultan en FSmin.csv')

save('PI.mat', 'PI')
save('GT.mat', 'GT')
save('FSmin.mat', 'FSmin')
save('SDmin.mat', 'SDmin')
save('DCLSmin.mat', 'DCLSmin')
save('DCLNmin.mat', 'DCLNmin')
clear

```

Se establece la zona de daño a partir de un punto inicial y una grieta de tracción, que resultan en un factor de seguridad mínimo.

Listing 7.5: codigo3bb

```

%Metodologia: Etapa n3.bb(un solo caso)
%cargar arreglo de base de datos
load BDM.mat;
load c.mat;
load phi.mat;
load PuntoIMax.mat;
load GTMax.mat;

%establecer variables de calculo
paso=1; %paso para calculo de fs
Icasos=7; %eleccion de un caso para estudio
Fcasos=Icasos; %casos que se van a considerar
PI=zeros(1);
GT=zeros(1);
FSmin=zeros(1);

%establecer funcion de calculo
for i=Icasos:Fcasos
    [PI(i),GT(i),FSmin(i)]=fFSmin(BDM(i,:),c(i),phi(i),
        PuntoIMax(i),GTMax(i),paso);
end

```

```
%%guardar variables y archivos necesarios
```

Se tienen todos los parámetros para un caso en particular a modo de ejemplo.

Listing 7.6: codigo4

```
%Metodologia: Etapa n4 codigo principal (primer ajuste)

%Recalcular c y phi con primer ajuste sobre GSI (GSI'=GSI-cte)
%cargar variables necesarias
load BDM.mat;
load c.mat;
load phi.mat;
load PI.mat;
load GT.mat;
load FSmin.mat;
load SDmin.mat;
load DCLSmin.mat;
load DCLNmin.mat;

%constantes adicionales para el calculo
D=0.9;
punit=0.027;

%crear variables de resultados, para cierto paso c y phi
    modificados
paso=1;                                %ajuste sobre gsi
maxGSI=max(BDM(:,8)-5);
CT1=0:paso:maxGSI;                      %constante del primer ajuste sobre GSI
cCT1=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT1));
phiCT1=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT1));
FSCT1=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT1));
CTM1=zeros(length(BDM(:,1)),4);

%calculo de c y phi con primer ajuste sobre GSI
cCT1(:,1)=c;
phiCT1(:,1)=phi;

for i=2:length(CT1)
    %verificar validez de GSI para calculo
    GSIP=BDM(:,8)-5-CT1(i);
    for j=1:length(BDM(:,1))
        if GSIP(j)<=0
            GSIP(j)=0.1;
        end
    end
end
%crear arreglo de variables de calculo para c y phi segun H
```

```

    &B
    mb=BDM(:,9).*exp((GSIp-100)/(28-14*D));
    s=exp((GSIp-100)/(9-3*D));
    a=(1/2)+(1/6)*(exp(-(GSIp)/15)-exp(-20/3));
    scm=BDM(:,10).*((mb+4.*s-a.*(mb-8*s)).*(mb./(4+s)).^(a-1))
        ./(2.*(1+a).*(2+a));
    sigma3max=0.72*scm.*(scm./(punit*BDM(:,4))).^(-0.91);
    sigma3n=sigma3max./BDM(:,10);

    %calculo de c y phi
    phiCT1(:,i)=asin((6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1))
        ./(2.*(1+a).*(2+a)+6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1)))
        *(180/3.14);    %phi calculado con HB para cada gsi
        ajustado
    cCT1(:,i)=(BDM(:,10).*((1+2.*a).*s+(1-a).*mb.*sigma3n).*(s+
        mb.*sigma3n).^(a-1))./((1+a).*(2+a).*((1+(6.*a.*mb.*(s+mb
        .*sigma3n).^(a-1)))./(1+a).*(2+a))).^0.5);    %c
        calculado con HB unidad: MPa para cada gsi ajustado

end

%calculo de FS en superficie minima para GSI ajustado
FSCT1(:,1)=FSmin;
for i=2:length(CT1)
    FSCT1(:,i)=(cCT1(:,i).*SDmin)./DCLSmin + tand(phiCT1(:,i))
        .*DCLNmin./DCLSmin;    %FS calculado a partir de los
        parametros anteriores (HB)
    for j=1:85
        if FSCT1(j,i)>=1
            CTM1(j,1)=FSCT1(j,i);    %FS con gsi reducido
            CTM1(j,2)=BDM(j,8)-5-CT1(i);    %GSI reducido
            CTM1(j,3)=BDM(j,8)-5;    %gsi original
            CTM1(j,4)=CT1(i);    %cte reduccion
        end
    end
end

end

%%Calculo de errores
%promCTM1=prom(CTM1(:,2));
%FSCT1prom=

%guardar archivos necesarios
T1=readtable('1 Base de Datos.csv');
T2=table(T1.(1), FSCT1);
writetable(T2, '5 FSCT1.csv')
T3=table(T1.(1), CTM1);

```

```
writetable(T3,'5 CTM1.csv')

%guardar variables necesarias
save('cCT1.mat','cCT1')
save('phiCT1.mat','phiCT1')
save('FSCT1.mat','FSCT1')
save('CT1.mat','CT1')
save('CTM1.mat','CTM1')
clear

%ajuste de fs min para todos los casos
%input sup min (gt y pi) fs min, c y phi original, gsi original
%filtro de datos
%output establecer fs=1, gsi modificado, c y phi modificados
%obtener vector o matriz para c y phi con gsi reducido
%calcular fs con nuevas condiciones iniciales
```

Reducción del GSI según el primer modelo para obtener un factor de seguridad igual a uno.

Listing 7.7: codigo4b

```
%Metodologia: Etapa n4 segundo ajuste

%Recalcular c y phi con segundo ajuste sobre GSI (GSI'=GSI*(1-
cte))
%cargar variables necesarias
load BDM.mat;
load c.mat;
load phi.mat;
load PI.mat;
load GT.mat;
load FSmin.mat;
load SDmin.mat;
load DCLSmin.mat;
load DCLNmin.mat;

%constantes adicionales para el calculo
D=0.9;
punit=0.027;

%crear variables de resultados, para cierto paso c y phi
modificados
paso=-0.01; %ajuste sobre gsi
maxGSI=max(BDM(:,8)-5);
CT2=1:paso:0; %constante del primer ajuste sobre GSI
```

```

cCT2=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT2));
phiCT2=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT2));
FSCT2=zeros(length(BDM(:,1)),length(CT2));
CTM2=zeros(length(BDM(:,1)),4);

%calculo de c y phi con primer ajuste sobre GSI
cCT2(:,1)=c;
phiCT2(:,1)=phi;

for i=2:length(CT2)
    %verificar validez de GSI para calculo
    GSIP=(BDM(:,8)-5)*CT2(i);
    for j=1:length(BDM(:,1))
        if GSIP(j)<=0
            GSIP(j)=0.1;
        end
    end
    %crear arreglo de variables de calculo para c y phi segun H
    &B
    mb=BDM(:,9).*exp((GSIP-100)/(28-14*D));
    s=exp((GSIP-100)/(9-3*D));
    a=(1/2)+(1/6)*(exp(-(GSIP)/15)-exp(-20/3));
    scm=BDM(:,10).*((mb+4.*s-a.*(mb-8*s)).*(mb./(4+s)).^(a-1))
        ./((2.*(1+a)).*(2+a));
    sigma3max=0.72*scm.*(scm./(punit*BDM(:,4))).^(-0.91);
    sigma3n=sigma3max./BDM(:,10);

    %calculo de c y phi
    phiCT2(:,i)=asin((6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1))
        ./((2.*(1+a)).*(2+a)+6.*a.*mb.*(s+mb.*sigma3n).^(a-1)))
        *(180/3.14);    %phi calculado con HB para cada gsi
        ajustado
    cCT2(:,i)=(BDM(:,10).*((1+2.*a).*s+(1-a).*mb.*sigma3n).*(s+
        mb.*sigma3n).^(a-1))./((1+a).(2+a).*((1+(6.*a.*mb.*(s+mb
        .*sigma3n).^(a-1)))./(1+a).(2+a)).^0.5);    %c
        calculado con HB unidad: MPa para cada gsi ajustado

end

%calculo de FS en superficie minima para GSI ajustado
FSCT2(:,1)=FSmin;
for i=2:length(CT2)
    FSCT2(:,i)=(cCT2(:,i).*SDmin)./DCLSmin + tand(phiCT2(:,i))
        .*DCLNmin./DCLSmin;    %FS calculado a partir de los
        parametros anteriores (HB)
    for j=1:85
        if FSCT2(j,i)>=1

```

```

        CTM2(j,1)=FSCT2(j,i);           %FS con gsi reducido
        CTM2(j,2)=(BDM(j,8)-5)*CT2(i); %gsi reducido
        CTM2(j,3)=BDM(j,8)-5;         %gsi original
        CTM2(j,4)=1-CT2(i);           %cte ajuste
    end
end

%guardar archivos necesarios
T1=readtable('1 Base de Datos.csv');
T2=table(T1.(1), FSCT2);
writetable(T2,'5 FSCT2.csv')
T3=table(T1.(1), CTM2);
writetable(T3,'5 CTM2.csv')

%guardar variables necesarias
save('cCT2.mat','cCT2')
save('phiCT2.mat','phiCT2')
save('FSCT2.mat','FSCT2')
save('CT2.mat','CT2')
save('CTM2.mat','CTM2')
clear

%ajuste de fs min para todos los casos
%input sup min (gt y pi) fs min, c y phi original, gsi original
%filtro de datos
%output establecer fs=1, gsi modificado, c y phi modificados
%obtener vector o matriz para c y phi con gsi reducido
%calcular fs con nuevas condiciones iniciales

```

Reducción del GSI según el segundo modelo para obtener un factor de seguridad igual a uno.