UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

APRENDIZAJE PRIVADO Y AVERSIÓN AL RIESGO: DISEÑO DE MECANISMO PARA ADVANCE MARKET COMMITMENT (AMC) E I+D

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN ECONOMÍA APLICADA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

LUIS FELIPE HERNÁNDEZ CARRASCO

PROFESOR GUÍA:
Juan Escobar Castro

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
Ronald Fischer Barkan
José Heresi Gajardo

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por ANID Y MAGCEA

SANTIAGO DE CHILE
2023

RESUMEN

APRENDIZAJE PRIVADO Y AVERSIÓN AL RIESGO: DISEÑO DE MECANISMO PARA ADVANCE MARKET COMMITMENT (AMC) E I+D

En el contexto de I+D, la obtención de un descubrimiento o idea demanda considerables recursos económicos y/o humanos, los cuales podrían ser difícilmente adquiribles debido a desequilibrios en el mercado o alta incertidumbre asociada, siendo necesario el involucramiento de terceros. Actualmente, existe la iniciativa *Advance Market Commitments*[1], que destina fondos con el propósito de cerrar la brecha entre la oferta y la demanda, siendo su objetivo, impulsar el desarrollo de soluciones médicas, generando así, un beneficio social significativo.

La optimización de los recursos mencionados, se logra mediante la implementación de contratos eficientes. Se propone la adopción de un modelo dinámico de *agente-principal*, el cual incorpora tres elementos esenciales: (1) Riesgo moral, que surge cuando las acciones del agente no son controlables por el principal; (2) Adquisición de conocimiento privado acerca de la viabilidad del proyecto, dado que el principal no puede observar los esfuerzos del agente y desconoce si ha obtenido nueva información a través de su investigación; y (3) Aversión al riesgo por parte del agente, motivada por las considerables inversiones y gastos necesarios para el proyecto, lo que resulta en una elevada incertidumbre.

El propósito central de este trabajo de tesis es *desarrollar una caracterización del contrato óptimo*. Para lograrlo, se resuelve numéricamente un modelo de optimización en el cual el principal debe diseñar un contrato $\mathbf{C} = (T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$ que incentive al agente a esforzarse, con el objetivo de minimizar los costos. Se observa un balance entre el riesgo y el incentivo, donde el principal debe elegir entre financiar al agente a través de subsidios o recompensas. Por un lado, los subsidios reducen el riesgo, pero no fomentan el esfuerzo debido a que representan un pago asegurado; mientras que las recompensas trasladan el riesgo al agente y, a la vez, actúan como una herramienta para motivar el esfuerzo, ya que el pago está vinculado al logro.

Los resultados numéricos del modelo indican que: (1) Es beneficioso proporcionar un subsidio significativo ($s > 1$), el cual reduce los riesgos, garantiza una utilidad básica para la participación en la iniciativa *AMC* y cubre los costos de investigación. (2) Se recomienda incentivar el esfuerzo a través de incentivos en forma de premios, cuyo diseño, depende en gran medida de la tasa de descuento del agente: (a) Para agentes con tasa de descuento cercana a 1 ($\delta \sim 1$), se sugiere una recompensa decreciente, ya que a medida que pasa el tiempo, la utilidad alternativa del agente (vinculada a la falta de esfuerzo) disminuye, lo que requiere un menor incentivo económico para motivarlo. (b) Por otro lado, para agentes con tasa de descuento cercana a 0 ($\delta \sim 0$), se recomienda una recompensa creciente, esto se debe, a que la falta de resultados positivos reduce la confianza del agente en la viabilidad del proyecto, lo que demanda una promesa de pago más alta para estimular su esfuerzo.

En conclusión, este trabajo caracteriza el contrato óptimo, destacando dos características fundamentales. Primero, para agentes con una aversión al riesgo más marcada, se requieren subsidios iniciales más substanciales, lo que implica una mitigación mayor del riesgo. Segundo, existe una tensión en la determinación del diseño de las recompensas, reflejando un equilibrio entre el "shirking"dinámico (la falta de esfuerzo debido a oportunidades en otros periodos) y el pesimismo del agente (la disminución de la creencia en el éxito del proyecto debido a fracasos previos), este equilibrio da lugar a la elección entre recompensas decrecientes o crecientes, según la tasa de descuento del agente.

[1] Véase en Financial Intermediary Funds - The World Bank

Familia, shuguita, amigos y mascotas $\sim$ Apoyo incondicional, oídos para escuchar, hombros para llorar, consejos para vivir y peludos para abrazar. Gracias por existir.

Agradecimientos

En primer lugar, quiero expresar mi sincero agradecimiento a mi familia en su totalidad, con un reconocimiento especial a Luis y Carmen, mis padres. Desde mi infancia, me inculcaron la importancia de la educación y me enseñaron que esta sería mi herramienta fundamental para afrontar los desafíos del mundo. Siguiendo esta filosofía, siempre me motivaron a buscar conocimiento, a querer aprender más y a esforzarme por mejorar cada día. Fomentaron mi interés por las matemáticas, la ciencia y el conocimiento integral.

También deseo expresar mi gratitud a mis hermanos, cuya colaboración contribuyó a crear un entorno propicio para mi crecimiento. Su amor, consejos y apoyo en diversas etapas de mi vida han sido invaluables. Quiero hacer una mención especial a mi hermana mayor, Daniela, quien ha sido un modelo a seguir en muchos aspectos y ha estado presente en cada momento importante. Compartimos mucho en común y tenemos una forma única de abordar los desafíos.

No puedo dejar de reconocer la influencia de los profesores que marcaron mi camino. Juanita, quien a pesar de mi comportamiento problemático en mi niñez, me brindó su amor y apoyo. Paganini, Estay y Arancibia, cuya enseñanza me brindó rigor y resiliencia, moldeando mi capacidad de pensamiento crítico y mi habilidad para cuestionar verdades absolutas. A Charles y Juan, quienes me introdujeron al mundo de la ingeniería y la academia, y a quienes agradezco por su particular enfoque educativo.

Quiero hacer una mención especial a Juan Escobar, quien ha demostrado paciencia y ha proporcionado las facilidades necesarias para la culminación exitosa de este trabajo de tesis.

Mi agradecimiento se extiende a mi pareja, quien me ha acompañado durante gran parte de mi trayectoria académica. Hemos crecido juntos y he aprendido a ser una mejor persona gracias a ti. Tu apoyo ha sido fundamental y ha hecho que este viaje sea mucho más gratificante.

Mis mascotas, esos seres peludos y cariñosos, también merecen mi agradecimiento por brindarme amor incondicional.

Asimismo, quiero tomarme un momento para agradecerme a mí mismo. Cada decisión que he tomado me ha llevado al lugar en el que me encuentro ahora y me ha brindado una serie de experiencias enriquecedoras. Si me dirijo al futuro, a Luis, quiero recordarte que al leer estas líneas en los años venideros, tómate un tiempo para reflexionar sobre todas las vivencias que has tenido. Recuerda a aquellos que te acompañaron, te brindaron apoyo y contribuyeron a que todo esto fuera posible. Tu camino nunca fue recorrido en soledad.

Por último, quiero expresar mi sincero agradecimiento a la AGENCIA NACIONAL DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO ANID por otorgarme la beca de magíster nacional, así como a MAGCEA por la beca de arancel. Sin su financiamiento, continuar con mis estudios de posgrado habría sido una meta inalcanzable.

Tabla de Contenido

Índice de Tablas

Índice de Ilustraciones

Capítulo 1

Introducción

Planteamiento y motivación general

Adam Smith en su libro “La riqueza de las naciones” [10], propone el conocido término de la “mano invisible”, postulando en su escrito que los mercados se autorregulan. Lo anterior, ha sido acompañado históricamente de críticas sociales, pues, para encontrar el equilibrio económico en contextos de servicios o bienes esenciales ha sido un desafío particularmente complejo aún en estos tiempos. Uno de los servicios o bienes esenciales que más debate genera, es la salud. Existen autores que plantean la salud como un bien de consumo y otras corrientes la definen como un derecho social fundamental, generando una discusión sobre cómo y quién debería responder a la demanda existente; el Estado o el sector privado.

En este contexto, el equilibrio de mercado desempeña un papel crucial al determinar el acceso y la calidad de la atención médica para las personas, al igual que en cualquier equilibrio, la demanda estimula una mayor oferta de servicios, lo que aumenta la inversión y la presencia de empresas en el sector. Desde una perspectiva empresarial, la demanda suele relacionarse con la disposición de las personas a pagar por un bien o servicio. Sin embargo, ¿qué sucede cuando las personas necesitan un bien o servicio, pero carecen de la disposición económica para pagar por ello? *¿Puede el sector empresarial satisfacer esa demanda o el Estado o un tercero debería intervenir?*.

En particular, en Chile, existe la Ley N.º 20.850[1] o “Ley Ricarte Soto [2], aprobada en junio de 2015 por el Ministerio de Salud, donde se establece un sistema de protección financiera para diagnósticos y tratamientos de alto costo, para personas con condiciones médicas específicas, como enfermedades oncológicas, inmunológicas y poco comunes, determinadas mediante un Decreto Supremo del Ministerio de Salud. Esta legislación busca alterar el equilibrio de mercado logrado a través de la "mano invisible", desplazando el énfasis de la atención médica hacia un equilibrio que refleje de manera más efectiva la demanda ciudadana, en lugar de simplemente la disposición a pagar.

Como la medida anterior, existen en otros lugares del mundo proyectos y leyes con finalidades parecidas, pero con un mismo factor común que las une: atacar enfermedades o condiciones de salud con soluciones médicas ya disponibles en el mercado (productos o servi-

[1] Véase en Biblioteca del Congreso Nacional de Chile/ BCN

[2] 8.05.1952 – 20.09.2013. Fue un periodista chileno de radio y televisión

cios transables), por consiguiente, el problema se resume en cerrar la brecha en la disposición a pagar para alcanzar el nuevo equilibrio. El gran problema radica cuando es necesario descubrir o desarrollar la solución médica adecuada para abordar problemas de salud no explorados. En esta situación, no es suficiente abordar solo la brecha de disposición a pagar para aumentar la demanda; también se debe crear una oferta adecuada para resolver el problema médico, lo que a menudo implica incentivar la investigación y el desarrollo para cubrir esa oferta que la "mano invisible"no logra garantizar.

Un ejemplo de lo anterior, es el caso de lo acontecido con el COVID-19, donde rápidamente distintas farmacéuticas generaron inversión en I+D, logrando desarrollar una efectiva vacuna contra el virus, la cual se tranzó en los mercados mundiales y conllevó un significativo aumento en los precios debido a su alta demanda[3], en otras palabras, se creó rápidamente una oferta, donde se proyectaba una considerable disposición a pagar. Sin embargo, los gobiernos que no poseían los recursos económicos no podían acceder a las vacunas, un ejemplo de esto es África, donde hubo una propagación significativa de la enfermedad [4] debido a la dificultad en el acceso a la inoculación. Por otro lado, se observa una desigualdad en la distribución de vacunas, donde los países del G20 han recibido significativamente más dosis per cápita que los países de África Subsahariana[4]. Por lo tanto, se puede evidenciar que la creación de una curva de oferta está sujeta a mercados rentables desde el punto de vista empresarial, siendo atractiva la inversión en I+D.

Para acortar esta brecha, es que nacen instituciones que otorgan subvenciones para la investigación, desarrollo y demanda de soluciones médicas. Un ejemplo, es el Advance Market Commitments (AMC), lanzado por cinco países y la Fundación Bill y Melinda Gates en 2007. Esta iniciativa histórica, busca crear un mercado de vacunas para enfermedades con un alto potencial de beneficio social, con la intención de llegar a la mayor cantidad posible de beneficiarios. Su primera iniciativa, se desarrolló en torno a la enfermedad neumocócica, una de las principales causas de neumonía y meningitis, que mata a 1,6 millones de personas cada año. Con este proyecto, se espera salvar la vida de 7 millones de niños[7].

Problemática

La problemática fundamental, radica en optimizar la utilización de recursos limitados y escasos, por lo tanto, es esencial continuar investigando en esta área para lograr mejoras en la creación de mecanismos que aseguren una asignación más eficiente de los fondos disponibles.

Al examinar los mecanismos actuales desde un análisis crítico más profundo, se vuelve evidente que las instituciones financiadoras delegan el proceso de aprendizaje en las empresas, que son responsables de realizar inversiones en I+D. Sin embargo, surge el problema del riesgo moral, ya que las empresas adquieren un conocimiento privado y es crucial determinar cómo los mecanismos pueden proporcionar suficientes incentivos para que las empresas revelen ese conocimiento. Es preferible, que las empresas lo compartan voluntariamente en lugar de depender únicamente de un contrato de fiscalización que resulta difícil de implementar. En este sentido, existe la oportunidad de aplicar los avances en la teoría de "Delegating Learning"para diseñar mecanismos que cumplan con el objetivo de fomentar la divulgación

[3] Véase en Diario financiero
[4] Véase en Unicef

del aprendizaje privado.

Otra problemática relevante, es modelar de manera precisa la mentalidad de las empresas farmacéuticas participantes en los programas AMC. Específicamente, es importante modelar las funciones de utilidad de las empresas participantes para desarrollar mecanismos que utilicen de manera óptima los recursos disponibles. Los modelos actuales de AMC, desarrollados por Kremer, Levin y Snyder [8], asumen una función de utilidad neutral al riesgo. Este supuesto es discutible y debe ser evaluado minuciosamente, ya que para proyectos de gran envergadura, en términos de tiempo y capital invertido, es posible que las empresas tengan una función de utilidad que aversa al riesgo. Los efectos de una función de utilidad aversa al riesgo, pueden ser significativos y transformar por completo el diseño de los contratos, como lo han discutido Yiping Fu, Zhihua Chen y Yanfei Lan [11].

Por último, es esencial explorar la dicotomía entre el uso de bonos y subsidios en economía de la innovación, específicamente en el contexto de *AMC*. Esta exploración permitirá determinar si es más conveniente subsidiar la investigación o premiar a las empresas farmacéuticas que logren avances significativos en áreas médicas.

En resumen, existen oportunidades para mejorar los modelos existentes, representar de manera más precisa los problemas y utilizar de manera más eficiente los recursos disponibles. La pregunta central de esta investigación es: *¿Cómo se pueden utilizar de la mejor manera los recursos disponibles en la iniciativa AMC?*

Metodología

Este estudio propone un modelo *agente-principal* dinámico que incorpora tres elementos esenciales: (1) el riesgo moral (acciones no observables), ya que el agente toma decisiones sin estar bajo el control directo del principal; (2) el aprendizaje privado sobre la viabilidad del proyecto, dado que el principal no puede observar el esfuerzo del agente y, por lo tanto, no sabe si ha obtenido nueva información a través de su investigación; y (3) la aversión al riesgo por parte del agente, dado los altos costos de inversión y gastos necesarios para el proyecto, lo que refleja una gran incertidumbre. El objetivo principal de esta tesis es *caracterizar el contrato óptimo que permita maximizar la utilización de los recursos disponibles.*

Para lograr este objetivo, se aborda separadamente el problema que enfrenta el principal y el que enfrenta el agente, ambos tratados como entidades racionales que buscan maximizar la utilidad esperada. La herramienta principal utilizada es la *programación dinámica estocástica*, especialmente a través de la ecuación de Bellman. Posteriormente, se plantea el problema de optimización, definiendo las condiciones que determinan el vector de solución del problema analítico. A continuación, se resuelve el problema algebraico de manera numérica, utilizando valores iniciales para los parámetros. Al obtener una solución, se logra el objetivo central de la investigación: *caracterizar el contrato óptimo*.

Finalmente, se realizan análisis de estática comparativa para evaluar la robustez de la solución. Para ello, se varía cada uno de los parámetros iniciales individualmente, manteniendo los demás constantes, y se examinan sus efectos. Esto permite obtener conclusiones más sólidas y un mayor entendimiento del contrato óptimo.

Capítulo 2

Modelo

2.1. Contexto

Consideremos un juego de horizonte finito de tiempo T discreto, donde un principal y un agente participan. El principal corresponde al donante o entidad patrocinante que desea se desarrolle la vacuna o tratamiento y el agente corresponde a las farmacéuticas participantes en AMC, que desarrollarán la investigación. Por lo tanto, el principal necesita tercerizar la realización de investigación y está dispuesto a pagar por ello.

Las farmacéuticas buscan conocer la factibilidad del desarrollo de una vacuna, la cual modelamos mediante el inicialmente desconocido parámetro $\theta \in \{0, 1\}$. Llamaremos $\theta = 1$ a una vacuna viable y $\theta = 0$ una vacuna inviable. En el período 0 tanto el agente como el principal poseen una creencia simétrica con respecto al estado θ, con $\mathbb{P}[\theta = 1] = p_0$.

Para el desarrollo del modelo, el principal valora una vacuna en V, debido a las vidas que potencialmente puede salvar, mientras que si esta no se desarrolla, se ve afectado en $-v$, debido a las vidas que se perderán producto de la enfermedad. El principal delega la investigación en el agente a quien subsidia en cada período t con un monto s_t, quien decide en cada período si gastar recursos en investigación (esforzarse) $c_t > 0$ o no gastar (no esforzarse), decisión que nunca es observada por el principal. En caso de encontrar la vacuna adecuada, el agente recibe un premio por el cumplimiento del objetivo, obteniendo un monto de B_t y si no encuentra la vacuna no recibe premio.

El agente genera un aprendizaje privado sobre la factibilidad de la investigación gracias al esfuerzo que realiza en cada período. Si el agente se esfuerza en t y el proyecto es factible, el agente encuentra la vacuna con probabilidad $\lambda \in (0, 1)$ en dicho período, mientras que si el agente no se esfuerza o el proyecto es infactible, no se podrá encontrar la vacuna en dicho período. El éxito del proyecto es *observable* y luego de encontrar la vacuna no es necesario ejercer esfuerzo alguno.

El principal es neutral al riesgo, mientras que el agente es averso al riesgo. Sus funciones de utilidad se pueden modelar por $u_{principal}(x) = u_p$ y $u_{agente}(x) = u_a$, tal que $u'_p(x) > 0$, $u''_p(x) = 0$, $u'_a(x) > 0$ y $u''_a(x) < 0$, es decir, la función de utilidad del agente es cóncava y la del principal no es cóncava ni convexa. Ambos participantes comparten un factor de descuento de utilidad común $\delta \in (0, 1)$ y maximizan utilidad esperada.

2.2. Contrato

Consideremos un contrato dinámico realizado en el período 0, donde el principal se compromete completamente a cumplir. El contrato especifica el tiempo T que durará la investigación y los montos a transferir desde el principal hacia el agente. Específicamente, el contrato comprende el monto del subsidio a la investigación entregado al inicio de cada período y el monto de premio a obtener sujeto al éxito del proyecto, el cual se paga al final del período. Luego de realizado el contrato, el agente puede decidir si esforzarse o no hacerlo durante cada período hasta el final del contrato, lo cual no es observado por el principal y existiendo riesgo moral.

Formalmente, el *contrato* es $\mathbf{C} = (T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$, donde $T \in \mathbb{N}$ es un número natural y determina el período de término del contrato, $\mathbf{s} = (s_1, s_2, s_3, \ldots, s_T)$ especifica el monto del subsidio a obtener en cada período hasta que el agente obtenga éxito en el proyecto y $\mathbf{B} = (B_1, B_2, \ldots, B_T)$ especifica el monto del premio B_t obtenido al tener éxito en el proyecto en el período t.

Las acciones del agente son $\boldsymbol{a} = (a_1, a_2, a_3, \ldots, a_T)$, donde $a_t = 1$ significa que el agente se esfuerza en el período t y $a_t = 0$ significa que el agente no se esfuerza en dicho período. Por lo tanto $T \in \mathbb{N}$, $\mathbf{s}$ y $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^T$ y $\boldsymbol{a} \in \{0, 1\}^T$.

2.3. Tiempos

En el período 0 se plantea el contrato que el principal respetará hasta que este finalice, explicitando la duración del mismo, el monto del subsidio y premio sujeto al éxito del proyecto. Adicionalmente, en el período 0 tanto agente como principal tienen una creencia común respecto a θ, siendo $\mathbb{P}[\theta = 1] = p_0$. Con dicha información el agente decide si participar o no del acuerdo *AMC*.

Luego, en caso de no haber acuerdo de participación, el agente participa de otros proyectos donde posee una utilidad alternativa $\overline{u}_{agente}$, mientras que el principal enfrenta pagos de $-v$ al no poder desarrollarse la vacuna.

Sigue que en caso contrario, al haber acuerdo de participación, se tiene que para cada período t, al inicio de este, el principal entrega el monto del subsidio acordado para dicho período, es decir, entrega s_t al agente. Seguido de esto, el agente decide si esforzarse o no, incurriendo en un costo $c_t > 0$ o no respectivamente. Finalmente, antes del término del período, se revela si se ha obtenido éxito en el proyecto, en cuyo caso se entrega el premio acordado B_t y en caso contrario se termina el período, transcurriendo al siguiente período $t + 1$ en caso de que exista o bien se finaliza el contrato si $t = T$.

Cabe aclarar que, en caso de obtener éxito en algún período $t < T$, el agente no continúa recibiendo subsidios ni premios posteriores, pues ya no se requiere hacer esfuerzos en investigación y el contrato se acaba instantáneamente. Por lo tanto, si hay éxito en algún período t, $s_{t'} = B_{t'} = 0 \ \ \forall t' > t$.

2.4. Pagos

Sea el contrato $\mathbf{C} = (T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$ y la secuencia de acciones $\boldsymbol{a}$ del agente, el pago en un período $t \leq T$ cualquiera es de la siguiente forma:

- *Principal:*

$$-s_t \text{ si el proyecto no es exitoso y } t < T$$

$$-s_t - v \text{ si el proyecto no es exitoso y } t = T$$

$$V - s_t - B_t \text{ si el proyecto es exitoso}$$

- *Agente:*

$$s_t - c_t \text{ si se esfuerza y el proyecto no es exitoso}$$

$$s_t \text{ si no se esfuerza}$$

$$s_t + B_t - c_t \text{ si se esfuerza y el proyecto es exitoso}$$

2.5. Actualización de creencias

Un factor relevante a considerar es si tanto el principal como el agente poseen la misma creencia con respecto a la factibilidad del proyecto durante toda la duración del contrato, o, por el contrario, si es que esta va cambiando al transcurrir los períodos y cómo se va actualizando.

Dado que el principal no posee aprendizaje privado, no puede observar o monitorear si el agente se ha esforzado y tampoco puede desarrollar investigación por cuenta propia, entonces no posee herramienta alguna para cambiar sus creencias sobre la factibilidad del proyecto, por lo que $p_t = p_0 \;\; \forall t$ desde el punto de vista del principal.

Por el contrario, para el agente es factible desarrollar investigación científica sobre la vacuna y dependiendo de los resultados, puede actualizar sus creencias. En efecto, si no se esfuerza y no investiga, entonces no tiene resultados (ni positivos ni negativos), manteniendo constante sus creencias y en cuyo caso $p_{t+1} = p_t$, donde en el período t el agente no se ha esforzado. En caso de esforzarse pueden darse dos casos; (1) tener éxito, donde automáticamente $p_{t+1} = 1$ y se concluye que la vacuna es factible y (2) no tener éxito, donde su creencia sobre la factibilidad del proyecto debe cambiar, debido a la nueva información que posee.

Luego, para un período t cualquiera, la creencia actual para ese momento dependerá del historial de acciones realizadas por el agente, es decir, si este se ha esforzado previamente y cuánto se ha esforzado (en cantidad de períodos). Sea $n_t = \sum_{j=1}^{t-1} a_j$ la cantidad de períodos acumulados hasta t en que el agente se ha esforzado en investigar, la creencia del agente se obtiene mediante regla de Bayes:

$$p_t = \frac{p_0(1-\lambda)^{n_t}}{p_0(1-\lambda)^{n_t} + (1-p_0)} \tag{2.1}$$

Notar que si el agente ha realizado esfuerzos durante todos los períodos previos a t, $n_t = t-1$, entonces $p_t = \frac{p_0(1-\lambda)^{t-1}}{p_0(1-\lambda)^{t-1}+(1-p_0)}$.

Capítulo 3

Resolución y análisis

Este capítulo es el central del trabajo de tesis, en el cual se traspasa el contexto y motivación del problema hacia una resolución concreta, discutiendo sus resultados e interpretaciones. En este capítulo se resuelve la pregunta central del documento de tesis.

El capítulo consta de 6 secciones, las cuales se construyen para formar un hilo conductor y explicar la resolución del problema: (1) Pagos esperados, (2) Problema del Principal, (3) Problema del Agente, (4) Resolución teórica del problema, (5) Resolución numérica y (6) Discusión.

3.1. Pagos esperados

En esta sección se computan los pagos esperados del proyecto, tanto para el principal como para el agente. Adicionalmente, se explica cómo estos se construyen con base en la descripción del problema y el planteamiento del modelo.

Dado un primer acercamiento al problema descrito en el capítulo anterior, es posible computar el valor presente (en período $t = 0$) de los pagos esperados de los participantes, los cuales dependen del par $(\mathbf{C}, \boldsymbol{a})$ y de una realización azarosa:

- *Principal:*

$$\begin{aligned}\Pi_0(\mathbf{C},\boldsymbol{a}) =&(1-p_0)[\sum_{t=1}^{T}\delta^t u_p(-s_t)+\delta^T u_p(-v)]\\ &+p_0\Bigg[\sum_{t=1}^{T}\delta^t[\prod_{j<t}(1-a_j\lambda)]\Big[a_t\lambda u_p(V-B_t-s_t)+(1-a_t\lambda)u(-s_t)\Big]\\ &\qquad+\delta^T\prod_{j=1}^{T}(1-a_j\lambda)u_p(-v)\Bigg]\end{aligned} \tag{3.1}$$

- *Agente:*

$$
\begin{aligned}
\mathcal{U}_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}) =& (1-p_0)\sum_{t=1}^{T}\delta^t u_a(s_t - a_t c_t) \\
&+ p_0\left[\sum_{t=1}^{T}\delta^t[\prod_{j<t}(1-a_j\lambda)][a_t\lambda u_a(B_t + s_t - a_t c_t) + (1-a_t\lambda)u_a(s_t - a_t c_t)]\right]
\end{aligned} \tag{3.2}
$$

Dentro de las ecuaciones anteriores, se encuentran parámetros comunes, los cuales se describen a continuación:

- $(1-p_0)$ probabilidad de que el proyecto sea infactible.
- p_0 probabilidad de que el proyecto sea factible.
- $\prod_{j<t}(1-a_j\lambda)$ probabilidad de que el proyecto no haya tenido éxito en todos los períodos antes de t ($t-1$ períodos), según si el agente se haya esforzado o no.
- $a_t\lambda$ probabilidad de éxito del proyecto en el período, según el perfil de acción del agente.
- $\prod_{j=1}^{T}(1-a_j\lambda)$ probabilidad de que el proyecto no haya tenido éxito en los T períodos, según el perfil de acciones del agente.

En detalle, la ecuación del principal se entiende de la siguiente manera:

Con probabilidad $(1-p_0)$ el estado del proyecto es malo (infactible), en cuyo caso nunca se tendrá éxito y el principal deberá pagar al agente todos los subsidios acordados y percibir v negativamente al final del contrato por la ausencia de tratamiento. Adicionalmente, si el estado del proyecto es bueno con probabilidad p_0, se podría tener éxito dependiendo del esfuerzo del agente: Con probabilidad $\prod_{j<t}(1-a_j\lambda)$ no se ha tenido éxito en los $t-1$ períodos, luego en el período t el agente recibe el subsidio correspondiente (pagado por el principal) y si se esfuerza, podría tener éxito en donde el principal recibe V y paga el premio B_t. También puede suceder que aunque el estado del proyecto sea bueno, este nunca tenga éxito ($\prod_{j=1}^{T}(1-a_j\lambda)$), en cuyo caso el principal percibe negativamente v, descontado T períodos.

Análogamente, para el agente se puede entender:

Con probabilidad $(1-p_0)$ el estado del proyecto es malo, en cuyo caso nunca se tendrá éxito y solo recibirá el subsidio y su único egreso será el costo de esforzarse en caso de hacerlo, percibiendo utilidades de $u_a(s_t - a_t c_t)$ en cada período t. Por el contrario, si el estado del proyecto es bueno con probabilidad p_0, se podría tener éxito dependiendo del esfuerzo realizado: Con probabilidad $\prod_{j<t}(1-a_j\lambda)$ no se ha tenido éxito en los $t-1$ períodos, luego en el período t el agente recibe el subsidio correspondiente y si se esfuerza podría tener éxito recibiendo B_t pero gastando c_t. Por lo tanto, percibe una utilidad individual de éxito de $u_a(B_t + s_t - c_t)$, lo cual ocurre solo si se esfuerza. Por lo tanto, durante el período t obtiene una utilidad de $\lambda u_a(B_t + s_t - c_t) + (1-\lambda)u_a(s_t - c_t)$ en caso de esforzarse y $u_a(s_t)$ en caso de no hacerlo. Notar que si el proyecto no tiene éxito durante todo el contrato, el agente no recibe premio ni castigo alguno.

Es importante destacar que los pagos esperados computados son desde el punto de vista del principal, los cuales *aún no incorporan el aprendizaje privado llevado a cabo por el agente.* Para una correcta resolución del problema, estos aprendizajes se incorporarán en las siguientes secciones.

3.2. Problema del Principal

En esta sección se plantea el problema del principal, el cual queda expresado en función del contrato $\mathbf{C}$, y el perfil de acciones $\boldsymbol{a}^*$ que resuelve el problema del agente. Es importante notar que hasta este punto el principal aún no incorpora el problema del agente, solo conoce que este se comportará de forma racional.

Como se ha descrito anteriormente, el principal debe decidir los términos del contrato que ofrecerá al agente. Estos términos deben maximizar su utilidad esperada (al tratarse de un ente racional) y cuya realización depende tanto del azar como de las acciones del agente. Por otro lado, al ser el agente también un ente racional, en caso de aceptar el contrato, su perfil de acciones $\boldsymbol{a}$ también responden a su propia maximización de utilidades, las cuales están sujetas a los términos del contrato ofrecido por el principal (específicamente el tiempo T, el subsidio $\mathbf{s}$ y el tamaño del bono $\mathbf{B}$). En consecuencia, el problema de optimización que resuelve el principal consiste en maximizar su utilidad esperada en el período cero, sujeto a que el agente realice un perfil de acciones que maximicen su beneficio, esto se puede escribir de la siguiente manera:

$$\max_{T,\mathbf{s},\mathbf{B}} \Pi_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}^*) \tag{3.3}$$

$$s.a. \quad \boldsymbol{a}^* \in \arg\max_{a} \ \mathcal{U}_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}) \tag{3.4}$$

Donde la función objetivo Π_0 representa la utilidad esperada del principal considerada en el período 0, cuyo monto se ve afectado por los términos del contrato $\mathbf{C} = (T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$ y el perfil de acciones que tomará el agente $\boldsymbol{a}^*$. Las variables de decisión del principal son $T, \mathbf{s}$ y $\mathbf{B}$, las cuales deben tener en cuenta la restricción del problema, donde $\boldsymbol{a}^*$ debe maximizar la utilidad del agente.

3.3. Problema del Agente

En esta sección se plantea el problema del agente, considerando los términos del contrato como *inputs* y determinando cuál es la forma correcta (racional) de actuar.

Desde el punto de vista del agente, tanto los términos del contrato como la creencia inicial sobre la factibilidad del proyecto son datos (los cuales ya no se pueden cambiar), con los cuales debe evaluar si son lo suficientemente buenos (atractivos) como para aceptar el acuerdo. En efecto, en primer lugar, el agente debe evaluar si la utilidad esperada en el período 0 es mejor que no aceptar el contrato, es decir, realizar sus otros proyectos y quedarse con la utilidad alternativa, representada en el modelo por $\overline{u}_a$.

Luego, en caso de aceptar el acuerdo, el agente enfrenta en cada período la decisión de esforzarse e incurrir en un gasto c_t o no esforzarse y no incurrir en ningún gasto. Para ello, el agente conoce los términos del contrato de toda la ventana temporal $t \in [1, 2, \cdots, T]$ (**C**), las decisiones históricas que ha tomado hasta el período $t-1$ ($a = (a_1, a_2, \cdots, a_{t-1})$), los resultados de su investigación, *éxito* o *fracaso* y también posee una creencia sobre la factibilidad del proyecto p_t, la cual ha sido actualizada conforme al historial de acciones a y resultados. Adicionalmente, el agente debe incorporar en su decisión las consecuencias futuras que se desencadenan desde sus actos, es decir, incorporar los pagos futuros que obtendrá y la creencia sobre la factibilidad del proyecto con que enfrentará los próximos períodos. Los pagos futuros se representan por el momento por la función $PF()$

Sea t cualquiera el período que enfrenta el agente, a_t la decisión que debe tomar, p_t la creencia actual, p_{t+1} la creencia que tendrá en el período siguiente si se esfuerza en t y p'_{t+1} la creencia que tendrá si no lo hace. La decisión del período es tal que:

$$a_t \in \arg\max_a \begin{cases} p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot [u_a(s_t - c_t) + \delta \cdot PF(p_{t+1})] \\ u_a(s_t) + \delta \cdot PF(p'_{t+1}) \end{cases} \tag{3.5}$$

Donde el primer término equivale a esforzarse ($a_t = 1$) y tener éxito con cierta probabilidad o tener fracaso en el caso contrario y enfrentar un periodo siguiente, mientras que el segundo término equivale a no esforzarse ($a_t = 0$) y con probabilidad 1 obtener fracaso y enfrentar un período siguiente. Al ser un agente racional, en cada período debe maximizar su utilidad.

3.3.1. Ecuación de Belllman

En esta subsección se desarrolla la herramienta que se utilizará para plantear el problema del agente, y que modela la naturaleza del problema.

Según el análisis del problema del agente realizado en la sección anterior, se entiende que se trata de un problema de programación dinámica estocástica, por lo que se propone utilizar la ecuación de Bellman [1] para su análisis y resolución.

Se define la variable de estado $x = (t, p)$, donde la primera componente corresponde al período de tiempo que enfrenta y la segunda corresponde a la creencia sobre la factibilidad del proyecto que enfrenta el agente. La primera es discreta y se actualiza de la forma $t' = t+1$, mientras que la creencia se actualiza mediante la regla de Bayes explicitada en el **Capítulo 2**, donde $p' = p(1-\lambda)/(p(1-\lambda)+1-p)$ si se ha incurrido en esfuerzo y $p' = p$ si no se ha incurrido.

Luego, se procede a construir la ecuación de Bellman para los primeros 2 períodos:

$$\begin{aligned} V(t=1, p_1) = \max_{a_1} \{ & a_1 \cdot [p_1\lambda \cdot u_a(s_1 + B_1 - c_1) + (1 - p_1\lambda) \cdot [u_a(s_1 - c_1) + \delta \cdot V(t=2, p_2, a_2)]] \\ & + (1 - a_1) \cdot [u_a(s_1) + \delta \cdot V(t=2, p'_2, a_2)] \text{ tq. } x_2 = T(x_1, a_1)\} \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$V(t=2,p_2)=\max_{a_2}\{a_2\cdot[p_2\lambda\cdot u_a(s_2+B_2-c_2)+(1-p_2\lambda)\cdot[u_a(s_2-c_2)+\delta\cdot V(t=3,p_3,a_3)]]$$
$$+(1-a_2)\cdot[u_a(s_2)+\delta\cdot V(t=3,p_3',a_3)] \text{ tq. } x_3=T(x_2,a_2)\} \tag{3.7}$$

Donde $T()$ es la regla de actualización de variables de estado definida en el párrafo anterior, dependiendo si hubo o no esfuerzo.

Se puede construir la iteración de los T períodos hasta llegar a imponer la condición de borde $V(t=T+1,p_{T+1})=0$, correspondiente al término de un contrato finito. Dicha ecuación es equivalente a definir particularmente $V(t=T,p_T)$ de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} V(t=T,p_T)=\max_{a_T}\{&a_T\cdot[p_T\lambda\cdot u_a(s_T+B_T-c_T)+(1-p_T\lambda)\cdot u_a(s_T-c_T)] \\ &+(1-a_T)\cdot u_a(s_T)\} \end{aligned} \tag{3.8}$$

En consecuencia, las T ecuaciones de Bellman que describen el problema se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} V(t,p_t)=\max_{a_t}\{a_t\cdot\Big[&p_t\lambda\cdot u_a(s_t+B_t-c_t) \\ &+(1-p_t\lambda)\cdot[u_a(s_t-c_t)+\delta\cdot V(t=t+1,p_{t+1},a_{t+1})]\Big] \\ &+(1-a_t)\cdot\Big[u_a(s_t)+\delta\cdot V(t=t+1,p_{t+1}',a_{t+1})\Big] \text{ tq. } x_{t+1}=T(x_t,a_t)\} \end{aligned} \tag{3.9}$$

Para todo $t<T$ y para $t=T$ se utiliza la ecuación (3.8)

3.4. Resolución teórica del problema

En esta sección se plantea una metodología para resolver teórica y algebraicamente el problema, caracterizando así el contrato óptimo que incentiva la investigación científica.

Para poder resolver este problema, es importante notar que desde el punto de vista del agente se trata de decisiones binarias y racionales, por lo que su comportamiento es predecible y netamente depende de los términos del contrato; en caso de ser favorable el esfuerzo, este lo realizará.

Dado lo anterior, surge la pregunta de cuál es el comportamiento que como principal queremos inducir sobre el agente, ¿es beneficioso que este se esfuerce siempre, a veces (si es así, ¿entonces cuándo?), o nunca?. Mediante un análisis se puede dar cuenta que el principal busca inducir el esfuerzo en todos los períodos.

Lema: El principal debe inducir el esfuerzo del agente en todos los períodos.
Demostración
Razonemos por contradicción: Si diseña un contrato de T_1 períodos y busca que el agente se esfuerce recurrentemente hasta $t_1<T_1$ períodos y luego deje de hacerlo. Entonces, para todo $t'>t_1$ el agente nunca tendrá éxito, por lo cual se le estaría otorgando un subsidio $s_{t'}$ sin

obtener una ganancia esperada de vuelta. Esta estrategia es dominada, pues al principal le conviene diseñar un contrato con $T_2 = t_1$, en donde el agente se esfuerza en todos los períodos donde es posible tener éxito y no se malgastan los subsidios $s_{t'}$ con $t' > t_1$, obteniendo una mayor utilidad esperada a un menor costo. ■

Dicho en términos sencillos, el principal desea que se encuentre una solución al problema de salud, lo cual solo ocurre mediante esfuerzos en investigación científica. Por lo tanto, el principal desea que siempre se invierta y realice esfuerzo, solo debe determinar cuánto pagar por ello.

3.4.1. Modelar comportamiento del agente

En esta subsección se desarrolla el planteamiento crítico mediante el cual el principal logra modelar el comportamiento del agente, planteando las restricciones matemáticas necesarias que aseguran el esfuerzo en todos los períodos.

Si bien el agente es un ser autónomo y racional que decide período a período, como principal podemos modelar su comportamiento y determinar relaciones entre los subsidios y Premios, de manera tal que el agente decida de manera conveniente.

Particularmente, necesitamos modelar dos acciones importantes: (1) que el agente decida esforzarse período a período por encontrar la solución al problema de investigación planteado y (2) que en el período 0 decida participar del contrato *AMC*.

Para llevar a cabo esta manera de modelar, introduciremos un abuso de notación. Se considera la ecuación de Bellman en el período t, al valor que toma la ecuación cuando el agente decide esforzarse en el período, es decir:

$$\begin{aligned} V_t(p_t) &= p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) \\ &\quad + (1 - p_t\lambda) \cdot [u_a(s_t - c_t) + \delta \cdot V_{t+1}(p_t)]] \\ &= \max_{a_t}\{a_t \cdot [p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) \\ &\quad + (1 - p_t\lambda) \cdot [u_a(s_t - c_t) + \delta \cdot V(t = t + 1, p_{t+1}, a_{t+1})]] \\ &\quad + (1 - a_t) \cdot [u_a(s_t) + \delta \cdot V(t = t + 1, p'_{t+1}, a_{t+1})] \text{ tq. } x_{t+1} = T(x_t, a_t)\} \\ &= V(t, p_t) \text{ donde } \boldsymbol{a}_t^* = 1 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Incentivo

Utilizando la notación antes descrita, se puede componer una serie de restricciones de incentivo iterativas que modelen el comportamiento del agente. En primer lugar, se inicia mediante el período T final:

$$\boxed{V_T(p_T) = p_T\lambda \cdot u_a(s_T + B_T - c_T) + (1 - p_T\lambda) \cdot [u_a(s_T - c_T)] \geq u_a(s_T)} \tag{3.11}$$

Donde (3.11) expresa que independiente de la creencia con que se llegue al último período, para el agente es preferible esforzarse pudiendo tener éxito o no, por sobre no realizar esfuerzo y recibir un pago seguro de s_T. Luego, asumiendo (3.11) que el agente se esfuerza en T, se construye la siguiente restricción:

$$\begin{aligned}V_{T-1}(p_{T-1}) &= p_{T-1}\lambda \cdot u_a(s_{T-1} + B_{T-1} - c_{T-1}) \\ &\quad + (1 - p_{T-1}\lambda) \cdot [u_a(s_{T-1} - c_{T-1}) + \delta \cdot V_T(p_T)] \\ &\geq u_a(s_{T-1}) + \delta \cdot V_T(p'_T = p_{T-1})\end{aligned} \tag{3.12}$$

Donde (3.12) expresa que independiente de la creencia con que se llegue al penúltimo período, para el agente es preferible esforzarse pudiendo tener éxito y terminando el contrato o pudiendo no tener éxito y teniendo que enfrentar un próximo período con una creencia actualizada, versus no realizar esfuerzo alguno y obtener un pago seguro s_{T-1} y enfrentar un próximo período sin actualizar sus creencias, es decir, teniendo la creencia actual sobre la factibilidad del proyecto.

De esta manera, se puede continuar iterando hasta llegar al período $t = 1$ y así construir todas las restricciones de incentivo necesarias, una para cada período. En efecto:

$$\begin{aligned}V_1(p_1) &= p_1\lambda \cdot u_a(s_1 + B_1 - c_1) + (1 - p_1\lambda) \cdot [u_a(s_1 - c_1) + \delta \cdot V_2(p_2)] \\ &\geq u_a(s_1) + \delta \cdot V_2(p'_2 = p_1)\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}V_2(p_2) &= p_2\lambda \cdot u_a(s_2 + B_2 - c_2) + (1 - p_2\lambda) \cdot [u_a(s_2 - c_2) + \delta \cdot V_3(p_3)] \\ &\geq u_a(s_2) + \delta \cdot V_3(p'_3 = p_2)\end{aligned} \tag{3.14}$$

$\vdots$

$$\boxed{\begin{aligned}V_t(p_t) &= p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot [u_a(s_t - c_t) + \delta \cdot V_{t+1}(p_{t+1})] \\ &\geq u_a(s_t) + \delta \cdot V_{t+1}(p'_{t+1} = p_t)\end{aligned}} \tag{3.15}$$

$\vdots$

$$V_T(p_T) = p_T\lambda \cdot u_a(s_T + B_T - c_T) + (1 - p_T\lambda) \cdot [u_a(s_T - c_T)] \geq u_a(s_T) \tag{3.16}$$

Donde $V_t(p'_t)$ es de la misma forma, solo muestra que el agente enfrenta la decisión del período con una creencia diferente, una creencia p'_t no actualizada y donde en algún período el agente no se esforzó.

Podemos notar que las ecuaciones anteriores se pueden generalizar. Todas mantienen la misma estructura, donde el agente enfrenta una creencia en cada período, en los cuales puede obtener ingresos s, B y efectuar gastos c según corresponda, donde adicionalmente debe incorporar el escenario que enfrentará en el futuro dada su acción actual.

Finalmente, se concluye que mediante las ecuaciones (3.15) y (3.16) se permite modelar el comportamiento del agente, forzando a este a realizar esfuerzo en cada período.

Proposición: Bajo las restricciones (3.15) y (3.16), las creencias sobre la factibilidad del proyecto que posee el agente se pueden caracterizar de la siguiente manera:

$$p_t = \frac{p_0(1-\lambda)^{t-1}}{p_0(1-\lambda)^{t-1} + (1-p_0)} \quad \forall t \tag{3.17}$$

$$p'_t = \frac{p_0(1-\lambda)^{t-2}}{p_0(1-\lambda)^{t-2} + (1-p_0)} \quad \forall t > 1 \tag{3.18}$$

Se deja propuesta la demostración, sin embargo, el razonamiento es bastante sencillo: Al cumplirse las restricciones de incentivo para cada período t, se tiene por consiguiente que el agente decide racionalmente esforzarse en todos los períodos. Dicho esto, en un período t cualquiera el agente habrá acumulado $t-1$ esfuerzos en los $t-1$ períodos anteriores pasados. Finalmente, solo basta reemplazar $t-1$ (2.1) para obtener el resultado. Similarmente, para cuando ocurre un período en el cual no se ha realizado esfuerzo, en un período t cualquiera, se han acumulado $t-2 = (t-1)-1$ esfuerzos en los $t-1$ períodos anteriores, reemplazando esto en la ecuación (2.1).

Participación

De manera similar al punto anterior, se utiliza la notación para construir la restricción de participación. En ella se establece que para el agente en el período 0 es atractivo participar del contrato *AMC*, recibiendo una utilidad (ec. de Bellman) mayor o igual a su utilidad alternativa de realizar otros proyectos:

$$V_0(p_0) \geq \overline{u}_a \tag{3.19}$$

La cual se puede escribir de manera equivalente a que el valor descontado en 1 período del valor V_1 sea mayor o igual a la utilidad alternativa:

$$\boxed{\delta \cdot V_1(p_1) \geq \overline{u}_a} \tag{3.19}$$

3.4.2. Planteamiento del problema de maximización

En esta subsección se plantea el problema de maximización que debe resolver el principal, de manera tal que incorpore la visión del agente y que incentive a este tanto a participar del contrato *AMC* como a esforzarse período a período.

Recordar que buscamos resolver el problema planteado en la sección 3.2. Para ello hemos inducido una resolución al problema del agente, aplicando restricciones de incentivo y participación, las cuales aseguran que el contrato *AMC* sea atractivo y que su decisión de comportamiento $\boldsymbol{a}^*$ maximice su utilidad esperada, es decir, hemos resulto que $\boldsymbol{a}^* \in \arg\max_a \ \mathcal{U}_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a})$ correspondiente a la ecuación (3.4). Por lo tanto, el problema de maximización del principal se puede resumir de la siguiente manera:

$$\max_{T,\mathbf{s},\mathbf{B}} \Pi_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}^*) \tag{F.O.}$$

$$s.a. \quad \delta \cdot V_1(p_1) \geq \overline{u}_a \tag{R.P.}$$

$$\begin{aligned} V_t(p_t) &= p_t\lambda \cdot u(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot [u(s_t - c_t) + \delta \cdot V_{t+1}(p_{t+1})] \\ &\geq u_a(s_t) + \delta \cdot V_{t+1}(p'_{t+1}) \end{aligned} \tag{R.I.}$$

$$V_T(p_T) = p_T\lambda \cdot u_a(s_T + B_T - c_T) + (1 - p_T\lambda) \cdot [u_a(s_T - c_T)] \geq u_a(s_T) \tag{R.I.}$$

3.5. Resolución numérica

Para llevar a cabo la resolución numérica del ejercicio, primero se determinarán una serie de supuestos y fijación de parámetros, para luego resolver el problema de optimización mediante la ayuda de software estadísticos.

3.5.1. Supuestos y parámetros

Se han determinado una serie de supuestos y fijación de parámetros que se describen a continuación:

S1 *Utilidad del principal:* Se define la utilidad del principal de la forma $u_p(x) = x$. Esta es la utilidad lineal y neutra al riesgo, sin punto de intersección con el *eje y*, lo cual implica que no existe una utilidad base de la cual parte el principal.

S2 *Utilidad del agente:* Se define la utilidad del agente de la forma $u_a(x) = x^\alpha$, con $\alpha < 1$ el grado de aversión al riesgo y $x \geq 0$[5]. Esta función de utilidad es de carácter aversa al riesgo y supone una restricción sobre el argumento de la función, obteniendo por consecuencia $s_t \geq c_t \forall t$.

S3 *Utilidad alternativa del agente:* Se define que el agente no evalúa el contrato *AMC* de la misma manera que los otros proyectos económicos, por lo que no compite con otros proyectos donde se tenga utilidades positivas. Por el contrario, se supone que el agente evalúa el contrato *AMC* de una manera social y altruista, donde está dispuesto a participar por temas de imagen y compromiso social, donde lo que necesita es no perder dinero, es decir, obtener una utilidad mayor o igual a cero o en el problema descrito equivale a fijar la utilidad alternativa $\overline{u}_a = 0$. Si bien este es un supuesto fuerte, se enmarca en el contexto social de compromiso que quiere difundir la fundación Bill y Melinda Gates junto a los países participantes.

S4 *Normalización de gastos:* Se normalizan los parámetros de manera tal que la unidad de medida del dinero es la equivalente a 1 período de gastos de inversión en investigación, es decir, $c_t = 1$. Luego, para una mayor facilidad en la resolución del problema, se impone $c_t = c = 1$. Si bien este es un supuesto fuerte, c_t es un parámetro exógeno del problema, el cual no sigue necesariamente un comportamiento definido como creciente o decreciente, pudiendo ser incluso errático tipo *White noise* o de tipo constante como se define en este trabajo. Por consiguiente, se obtiene que $s_t \geq 1 \forall t$.

[5] Esta función de utilidad podría cambiarse a cualquier otra de tipo aversa al riesgo, por ejemplo $1 - e^{\alpha x}$ con *alpha* el grado de aversión al riesgo y así evitando introducir restricciones sobre el argumento de la función.

S5 *Duración de un período:* Se define el trabajar mediante períodos mensuales, considerándose esta una ventana temporal suficiente para investigar científicamente y poder obtener resultados. Este supuesto puede transformarse a trabajar mediante *quarters*, semestre o incluso anual, bastando simplemente adaptar los parámetros.

Definidos los supuestos estructurales del problema, se procede a declarar la fijación de parámetros iniciales utilizados para resolver el problema de optimización:

- Horizonte temporal $T = 36$: Se fija el horizonte de tiempo equivalente a 3 años máximos de investigación. Dicha elección se justifica en que un horizonte mayor es poco probable, debido a la existencia de nuevas patologías o condiciones ambientales que puedan hacer cambiar la prioridad científica a investigar, poniendo en riesgo el cumplimiento del acuerdo. Asimismo, un horizonte de tiempo muy pequeño conlleva a determinar muy poco tiempo a investigación, pudiendo no ser suficiente y perdiendo la posibilidad de encontrar una cura.

- Tasa de descuento $\delta = (1/1.1)^{1/12}$: Se define de manera tal que la tasa de interés del proyecto anualizada es 10 %. Luego, esto equivale a aplicar la tasa de descuento δ mensual 12 veces, es decir, $1/(1+r) = \delta^{12} \Rightarrow \delta = (1/(1+r))^{1/12}$.

- Aversión al riesgo $\alpha = 0.8$: Determina la concavidad de la función de utilidad del agente, mientras más cercano a 1 se acerca a la función lineal y menor a 1 se hace una función raíz y cada vez más plana.

- Creencia inicial $p_0 = 0.7$: Este valor es netamente aleatorio y solo determina un punto de partida común. Evidentemente, se puede variar y su implicancia radica en los pagos comprometidos, si la creencia inicial es muy baja probablemente se deba ofrecer montos mayores para aceptar el contrato y si es muy alta, probablemente se acepten montos menores para ser parte del *AMC*. Los efectos de sus variaciones se abarcarán más adelante.

- Probabilidad de éxito $\lambda = 0.05$: Este valor igual es netamente aleatorio y determina la velocidad con que el agente baja sus creencias sobre el éxito del proyecto, es decir, determina la actualización de creencias y por ende tiene efectos sobre los montos ofrecidos en el contrato. Al igual que el punto anterior, los efectos de sus variaciones se abarcarán más adelante.

3.5.2. Metodología de resolución

La metodología de solución consiste en separar la función objetivo del principal (F.O.) en dos partes. La primera corresponde a ingresos $\mathbb{I}(V, v)$ y la segunda corresponde a los costos $\mathbb{C}(s, B)$.

Luego, se argumenta que la valoración del éxito o fracaso del proyecto son características exógenas para el agente y que no toman relevancia en su aceptación del contrato *AMC* ni en su posterior comportamiento, sino que estas solo se ven determinadas por la tríada $(T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$.

A su vez, se argumenta que para el principal la valorización del éxito o fracaso del proyecto (ingreso $\mathbb{I}$) es una consecuencia del contrato y el comportamiento del agente, por lo tanto, es azarosa. Sin embargo, donde si tiene poder de decisión es en determinar el mejor contrato posible usando de la mejor manera los recursos disponibles, es decir, minimizando el costo del contrato que modele el comportamiento del agente. Por consiguiente, se argumenta que para el principal resulta equivalente resolver un problema de minimización de costos destinados al agente (costos $\mathbb{C}$ del contrato) y aislar el impacto en su utilidad provenientes de V y v. En efecto:

$$\max_{T,\mathbf{s},\mathbf{B}} \Pi_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}^*) \Leftrightarrow \min_{T,\mathbf{s},\mathbf{B}} \mathbb{C}_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}^*) \quad tq. \tag{F.O.}$$

$$\mathbb{C}_0(\mathbf{C}, \boldsymbol{a}) = (1 - p_0)[\sum_{t=1}^{T} \delta^t u_p(s_t)] + p_0 \left[\sum_{t=1}^{T} \delta^t [\prod_{j<t}(1 - a_j\lambda)] u_p(a_t\lambda(B_t) + s_t)\right] \tag{3.20}$$

Para resolver el problema anterior, se procede mediante la fijación de un horizonte temporal $T = 36$, equivalente a 36 meses de investigación, es decir, 3 años, tal y como se declara en la fijación de parámetros. Luego, se busca resolver el problema para distintos horizontes temporales, generando comparaciones entre los resultados obtenidos.

3.5.3. Valores numéricos

Al resolver el problema se obtienen los siguientes valores $(\mathbf{s}, \mathbf{B})$:

t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono
1	1,256	281,592	13	1,100	258,602	25	1,123	223,653
2	1,225	280,008	14	1,098	256,212	26	1,129	220,020
3	1,199	278,382	15	1,096	253,738	27	1,136	216,252
4	1,178	276,704	16	1,096	251,176	28	1,144	212,348
5	1,161	274,969	17	1,096	248,525	29	1,153	208,298
6	1,147	273,172	18	1,097	245,781	30	1,163	204,097
7	1,135	271,307	19	1,099	242,942	31	1,173	199,739
8	1,126	269,373	20	1,101	240,002	32	1,185	195,219
9	1,118	267,372	21	1,104	236,958	33	1,197	190,532
10	1,112	265,293	22	1,108	233,808	34	1,211	185,672
11	1,106	263,141	23	1,112	230,540	35	1,226	180,633
12	1,103	260,910	24	1,117	227,158	36	1,242	175,409

Figura 3.1: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte de 36 meses. Se obtiene $\mathbb{C}_0 = 159.010$

Observación: Por construcción, el valor $\mathbb{C}$ corresponde a un valor esperado, pues se construye mediante la probabilidad de sucesos y sus consecuencias.

De la figura anterior, se desprende que para cada período el principal define un subsidio levemente mayor al costo del esfuerzo ($c = 1$), asegurando que el agente en el peor de los casos termine cada período con una utilidad $u_a(\cdot) > 0$, lo cual ocurre al no tener éxito. En consecuencia, el subsidio determinado por el principal cumple no solo un rol netamente matemático, cuyo objetivo es asegurar $\exists u_a(x) \Leftrightarrow x \geq 0 \Leftrightarrow s_t \geq c_t = 1 \Leftrightarrow s_t \geq 1 \ \forall t$, sino que también de asegurar dejar una pequeña renta al agente, con la cual asegure que el proyecto, en el peor de los casos (todos los períodos no tener éxito y esforzarse), sea mejor a la utilidad alternativa del agente $\overline{u}_a = 0$.

Por otro lado, se tiene que la mayor importancia del contrato la recibe el vector de premios (**B**), el cual es de carácter decreciente e inicia con un Bono al primer período $B_1 = 281$ para luego ir decayendo lentamente hasta llegar a un Bono final de éxito en el último período $B_{T=36} = 175$.

En síntesis, la resolución del problema hace referencia a una ya antigua discusión en *economía de la innovación*, donde se discute si incentivar mediante bonos (premios) o subsidios [11]. Para el problema planteado, se observa claramente que lo óptimo para el principal es *incentivar al agente mayoritariamente mediante premios al éxito, los cuales decaen a medida que se acerca el término del contrato.*

Por último, dados los párrafos anteriores se observa que el modelo resuelve un subsidio relativamente equivalente para todos los períodos ($\bar{s} = 1,148$ y $\sigma_s = 0,047$) y una variación importante en los Bonos. Por consiguiente, se plantea resolver nuevamente el problema, pasando de un problema de 72 grados de libertad (36 subsidios y 36 bonos) a uno restricto con 37 grados de libertad (1 subsidio y 36 bonos). Para ello, se impone $s_1 = s_2 = \cdots = s_t = s \ \forall t$, enfocando el análisis en la forma de los bonos. Los resultados son los siguientes:

t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono
1	1,140	285,883	13	1,140	256,881	25	1,140	222,464
2	1,140	283,629	14	1,140	254,247	26	1,140	219,279
3	1,140	281,348	15	1,140	251,576	27	1,140	216,037
4	1,140	279,039	16	1,140	248,865	28	1,140	212,736
5	1,140	276,703	17	1,140	246,114	29	1,140	209,375
6	1,140	274,336	18	1,140	243,320	30	1,140	205,950
7	1,140	271,940	19	1,140	240,483	31	1,140	202,461
8	1,140	269,513	20	1,140	237,601	32	1,140	198,903
9	1,140	267,054	21	1,140	234,673	33	1,140	195,276
10	1,140	264,562	22	1,140	231,697	34	1,140	191,577
11	1,140	262,037	23	1,140	228,671	35	1,140	187,802
12	1,140	259,477	24	1,140	225,594	36	1,140	183,951

Figura 3.2: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte de 36 meses y $s_t = s \ \forall t$. Se obtiene $\mathbb{C}_0 = 159.206$

De la figura anterior, se observa que nuevamente el subsidio definido por el principal cumple exactamente con la condición matemática de existencia de la utilidad del agente $\exists u_a(\cdot)$, donde a su vez le permite tener una pequeña renta positiva en caso de no tener éxito.

Con relación a los valores de los Bonos, se observa que estos mantienen el carácter decreciente e inicia con un Bono al primer período $B_1 = 285$ para luego ir decayendo lentamente hasta llegar a un Bono final de éxito en el último período $B_{T=36} = 183$. Este vector de premios es estrictamente mayor al encontrado en la primera resolución.

Se debe notar que la solución al problema restricto (37 grados de libertad) es una *solución particular al problema original* (72 grados de libertad), por lo que soluciona, pero no necesariamente es la respuesta óptima del problema original. Sin embargo, se debe destacar que la solución al problema particular entrega un costo esperado de la función objetivo mayor o igual a la solución del problema original (en este caso es estrictamente mayor). El subsidio restricto (s^r) es menor al promedio ($\bar{s}$) del vector $s = \{s_1, s_2, \cdots, s_T\}$, mientras que el premio restricto es estrictamente mayor al premio original, es decir, $B_t^r > B_t \forall t$.

Luego, motivado por la gran *similitud entre las soluciones* al problema original y restricto junto a la *simpleza matemática* de reducir los grados de libertad de un problema, se decide utilizar este último modelo que incluye la restricción sobre los subsidios para realizar estática comparativa frente a variaciones del horizonte temporal T.

A continuación, se procede a resolver el modelo restricto ($s_1 = s_2 = \cdots = s_t = s \forall t$) para distintos horizontes temporales $T \in (7, 8, \cdots, 36)$, comparando los costos esperados. El resumen de los resultados es el siguiente:

T	Costo esp	T	Costo esp	T	Costo esp	T	Costo esp	T	Costo esp
7	22,740	13	43,907	19	67,578	25	94,864	31	127,166
8	26,134	14	47,651	20	71,841	26	99,856	32	133,157
9	29,577	15	51,469	21	76,210	27	104,994	33	139,347
10	33,071	16	55,366	22	80,690	28	110,286	34	145,744
11	36,621	17	59,346	23	85,288	29	115,739	35	152,360
12	40,232	18	63,415	24	90,010	30	121,363	36	159,206

Figura 3.3: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte $T \in (7, \cdots, 36)$ meses y $s_t = s \ \forall t$.

De la figura se observa que el Costo esperado $\mathbb{C}_0$ es creciente en T, debido a que se agregan períodos con pagos y probabilidades positivas que podrían ocurrir, en los cuales el agente podría tener éxito. Queda pendiente un análisis detallado del comportamiento de subsidios y Bonos, que se discutirá en la siguiente sección.

3.6. Discusión

En esta sección se abarcan las discusiones sobre los resultados obtenidos en el modelo, centrado en (1) los resultados numéricos y sus interpretaciones en relación con el modelo central de 36 períodos y (2) la estática comparativa generada al variar ciertos parámetros del problema y cómo esta afecta en los resultados generales.

3.6.1. Resultados del modelo

3.6.1.1. Interpretación económica de los resultados del modelo

En este apartado se discute sobre la interpretación económica de los resultados numéricos del problema, haciendo énfasis en la forma de los subsidios y bonos y además, brindando una demostración matemática al respecto.

Primero que todo, es importante destacar la relevancia de los resultados en relación con el discutido tema de economía de la innovación: *bonos versus subsidios*. En este problema el resultado presenta una preponderancia importante de implementar bonos al éxito por sobre los subsidios, debido a la gran diferencia de magnitud entre ellos, resultando un subsidio $s > 1$ y bonos $\in [183, 285]$, es decir, más de 200 veces la magnitud.

Lo anterior significa una mayor variabilidad y riesgos sobre los ingresos del agente. Por lo tanto, son las farmacéuticas quienes asumen los riesgos y el principal debe pagar por ellos, ofreciendo premios altos en caso de tener éxito. A su vez, esto reduce el gasto que efectúa el principal en investigaciones que no rinden frutos, utilizando la mayor parte del dinero en financiar proyectos exitosos y pagando lo mínimo posible para los infructuosos.

En relación con el subsidio, tanto en el problema irrestricto como en el restricto, se observa que el principal decide entregar un *pago mínimo que permita sobrepasar levemente los gastos de investigar*, el cual asegura que en caso de que el agente no tenga éxito en la investigación este no incurra en pérdidas.

Matemáticamente, el subsidio cumple dos funciones: (1) asegurar la existencia (no indefinición) de la función de utilidad del agente, pues al ser $u_{agente} = x^{\alpha}, \alpha \in (0,1)$ esta requiere un argumento positivo, por lo que $s \geq c = 1$ es necesario, y (2) asegurar el cumplimiento de la restricción de participación del agente, pues este posee una utilidad alternativa $\bar{u}_a = 0$, por lo que en el peor de los casos no se tiene éxito en el proyecto incurriendo esfuerzo en todos los periodos. En dicha situación no se recibe premio y por consiguiente el subsidio debe ser lo suficientemente grande para asegurar una utilidad no negativa y cubrir los gastos de investigación.

Luego, en relación con los bonos, se observa que este vector posee una magnitud (en algunos casos) mayor a 200 veces el subsidio y representa el pago por riesgo hacia el agente. Se observa que este vector es decreciente en el tiempo y económicamente se interpreta de la siguiente manera: *A medida que transcurren los períodos, la utilidad alternativa del agente (asociada a no esforzarse) se hace más pequeña, por lo que el principal necesita prometerle una menor cantidad de bono para lograr incentivarlo.*

Para entender lo anterior, se construye la argumentación de la siguiente manera:

1. Supongamos que el contrato dura solo un período ($T = 1$) y el agente decidió participar. Desde el punto de vista del agente, el período $t = 1$ es la única instancia en la cual podría ganarse el premio, por lo que para decidir esforzarse solo basta que este premio compense, en valor esperado, el riesgo de esforzarse incurriendo en gastos y no tener éxito, siendo esta compensación mayor a su utilidad alternativa de no esforzarse ($u_a(s - c)$).

2. Ahora supongamos que el contrato dura solo dos períodos ($T = 2$) y el agente decidió participar. Durante el período $t = 2$ el agente enfrentará la misma situación descrita en el punto anterior, la compensación debe ser suficiente para ser más atractivo correr riesgo versus tener la utilidad alternativa de desvío (no esforzarse).
   Sin embargo, en el período anterior $t = 1$, se observa que la utilidad alternativa de desvío (no esforzarse) es mayor que en el período terminal $t = 2$, pues el agente podría tener un pago seguro equivalente a s y además el pago del período siguiente donde podría esforzarse. Por consiguiente, en el período $t = 1$ la compensación debe ser mayor al período $t = 2$ para así lograr incentivar al agente.

3. Supongamos que el contrato dura T periodos (T genérico mayor o igual a 2) y el agente decide participar. En esta situación la argumentación es exactamente la misma, en el período terminal $t = T$ el agente solo requiere una compensación que supere en valor

esperado la utilidad alternativa de no esforzarse ($u_a(s)$). Mientras que en el período anterior $t = T - 1$ la utilidad de desvío es mayor que en el caso terminal, por lo que el agente necesitará una compensación mayor para incentivar el esfuerzo. Similarmente, en el período $t = T - 2$ el agente aún posee dos períodos por delante donde podría esforzarse y tener éxito, por lo que su utilidad alternativa de desvío es aún mayor y requerirá una mayor compensación.
El argumento se puede iterar hasta llegar a $t = 1$, por lo que se obtiene la secuencia $B_1 \geq B_2 \geq B_3 \geq \cdots \geq B_{T-1} \geq B_T$

Finalmente, para sustentar la argumentación anterior, se procede a demostrar matemáticamente el caso $T = 2$.

Proposición: Sea $\{s, B_1, B_2\}$ solución al contrato $\mathbf{C} = (T, \mathbf{s}, \mathbf{B})$ con $T = 2$, el vector de bonos es decreciente.

Demostración: Sea $\{s, B_1, B_2\}$ solución del contrato, ***PDQ*** $B_1 \geq B_2$

Al ser $\{s, B_1, B_2\}$ solución del contrato, estos cumplen con igualdad las restricciones de incentivos del problema, por lo que se tiene:

$$V_1 = p_1\lambda \cdot u(s + B_1 - c) + (1 - p_1\lambda) \cdot [u(s - c) + \delta \cdot V_2] \geq u(s) + \delta \cdot V_2'$$

$$V_2 = p_2\lambda \cdot u(s + B_2 - c) + (1 - p_2\lambda) \cdot u(s - c) \geq u(s)$$

De las ecuaciones anteriores, se puede despejar B_1 y B_2:

$$B_1 = u^{-1}[\frac{u(s) + \delta V_2' - (1 - p_1\lambda)[u(s - c) + \delta V_2]}{p_1\lambda}] - (s - c)$$

$$B_2 = u^{-1}[\frac{u(s) - (1 - p_2\lambda)[u(s - c)]}{p_2\lambda}] - (s - c)$$

Donde V_2' corresponde a la función de valor de enfrentar el período $t = 2$ con una creencia no actualizada $p_2' = p_1$

Luego, imponemos la desigualdad buscada

$$B_1 > B_2$$

$$\Leftrightarrow u^{-1}[\frac{u(s) + \delta V_2' - (1 - p_1\lambda)[u(s - c) + \delta V_2]}{p_1\lambda}] - (s - c)$$

$$> u^{-1}[\frac{u(s) - (1 - p_2\lambda)[u(s - c)]}{p_2\lambda}] - (s - c)$$

$$\Leftrightarrow p_2\Big[u(s) + \delta V_2' - (1 - p_1\lambda)[u(s - c) + \delta V_2]\Big] > p_1\Big[u(s) - (1 - p_2\lambda)[u(s - c)]\Big]$$

Reemplazamos la expresión V_2'

$$\Leftrightarrow p_2\Big[u(s) + \delta\Big[p_1\lambda u(s + B_2 - c) + (1 - p_1\lambda)u(s - c)\Big] - (1 - p_1\lambda)[u(s - c) + \delta V_2]\Big]$$

$$> p_1\Big[u(s) - (1 - p_2\lambda)[u(s - c)]\Big]$$

Reemplazamos la expresión V_2

$$\Leftrightarrow p_2\Big[u(s)+\delta\big[p_1\lambda u(s+B_2-c)+(1-p_1\lambda)u(s-c)\big]$$
$$-(1-p_1\lambda)\big[u(s-c)+\delta[p_2\lambda u(s+B_2-c)+(1-p_2\lambda)u(s-c)]\big]\Big]$$
$$>p_1\Big[u(s)-(1-p_2\lambda)[u(s-c)]\Big]$$

Reemplazamos B_2 en la expresión anterior,

donde $u(s+B_2-c)=\dfrac{u(s)-(1-p_2\lambda)u(s-c)}{p_2\lambda}$

$$\Leftrightarrow p_2\Big[u(s)+\delta\big[p_1\lambda\frac{u(s)-(1-p_2\lambda)u(s-c)}{p_2\lambda}+(1-p_1\lambda)u(s-c)\big]$$
$$-(1-p_1\lambda)\big[u(s-c)+\delta[p_2\lambda\frac{u(s)-(1-p_2\lambda)u(s-c)}{p_2\lambda}+(1-p_2\lambda)u(s-c)]\big]\Big]$$
$$>p_1\Big[u(s)-(1-p_2\lambda)[u(s-c)]\Big]$$

Se procede a aplicar propiedad distributiva y reordenar términos

$$\Leftrightarrow u(s)\Big[p_2+\delta p_1-p_2(1-p_1\lambda)\delta-p_1\Big]$$
$$>u(s-c)\Big[-p_1(1-p_2\lambda)-p_1(1-p_2\lambda)\delta+p_2(1-p_1\lambda)\delta-p_2(1-p_1\lambda)\Big]$$

Dado que u es estrictamente creciente y $u(s)>u(s-c)>0$, se requiere:

$$(1)\Big[p_2+\delta p_1-p_2(1-p_1\lambda)\delta-p_1\Big]\geq 0$$
$$\Leftrightarrow\delta\Big[p_1-p_2(1-p_1\lambda)\Big]\geq p_1-p_2$$
$$\Leftrightarrow\delta\geq\frac{p_1-p_2}{\Big[p_1-p_2(1-p_1\lambda)\Big]}\qquad\in(0,1)$$

Este valor depende de λ, el cual es exógeno.

$$(2)\Big[p_2+\delta p_1-p_2(1-p_1\lambda)\delta-p_1\Big]$$
$$>\Big[-p_1(1-p_2\lambda)-p_1(1-p_2\lambda)\delta+p_2(1-p_1\lambda)\delta-p_2(1-p_1\lambda)\Big]$$
$$\Leftrightarrow 2p_2+2\delta p_1-2\delta p_2+p_1p_2\lambda\delta>0\Leftrightarrow\mathbb{V}\qquad\blacksquare$$

Lo anterior se tiene debido a que $p_1,p_2,\lambda,\delta>0$ y $p_1>p_2$ por construcción

3.6.1.2. Chequeo de restricciones activas e inactivas

En este apartado se analiza el cumplimiento de las restricciones presentadas al problema de optimización, donde se busca descubrir si estas se cumplen con igualdad o con desigualdad[6]. Los resultados son los siguientes:

[6] Dentro del análisis numérico se incorpora la tolerancia propia de un problema de optimización, necesaria para una optimización computacional. La tolerancia utilizada es $1\cdot 10^{-8}$

Tabla 3.1: Análisis de restricciones activas o inactivas

Tipo de restricción	Restricción[a]	Actividad
Incentivo	$V_1 \geq u(s_1) + \delta \cdot {V_2}'$	Activa
Incentivo	$V_2 \geq u(s_2) + \delta \cdot {V_3}'$	Activa
Incentivo	$V_3 \geq u(s_3) + \delta \cdot {V_4}'$	Activa
	...	
Incentivo	$V_t \geq u(s_t) + \delta \cdot {V_{t+1}}'$	Activa
	...	
Incentivo	$V_{T=36} \geq u(s_{T=36})$	Activa
Participación	$\delta \cdot V_1 \geq \overline{u}_a$	Inactiva

[a] Se omite el valor de la creencia como argumento de la función de valor V. En su reemplazo se asume que la creencia es la correspondiente en cada período, colocando V_t y en caso contrario, cuando hubo un período sin esfuerzo, esta creencia cambia y se representa mediante un signo *prima*, es decir, mediante V_t'.

De la tabla anterior se observa que todas las restricciones de incentivo son activas, es decir, se cumplen con igualdad.

Dada la expresión matemática anterior, en el contexto del problema, esta se entiende como que el principal es capaz de extraer todo el beneficio esperado generado por el premio al logro, dejando al agente indiferente entre (1) esforzarse y arriesgarse a tener premio o no versus (2) no esforzarse y obtener un subsidio seguro sin gastos.

También, se entiende que el principal es capaz de conocer certeramente en cada período *cuánto es el premio justo y necesario para lograr modelar el comportamiento del agente*, sin la necesidad de generar renta extra. Este es el resultado más importante de este trabajo de tesis, pues responde a la pregunta central del documento de cómo generar premios y subsidios que permitan el descubrimiento de vacunas utilizando los recursos de la mejor manera posible (minimizando los costos).

Por otro lado, la tabla también muestra que la restricción de participación es de tipo inactiva, es decir, se cumple con desigualdad estricta. Esto significa que el principal no es capaz de extraer toda la renta del proyecto, dejando utilidades esperadas positivas para las farmacéuticas participantes del contrato *AMC*.

El resultado anterior permite extender un poco el modelo y caracterizar el contrato *AMC* no solo como un esfuerzo altruista (donde el objetivo es *no perder* dinero), sino que como un proyecto económico que podría ser rentable para compañías farmacéuticas. También, podría permitir extender el modelo hacia la participación de distintos agentes y generar competencia, dado que se trata de un mercado donde las utilidades esperadas son positivas.

3.6.1.3. Decisiones temporales

En este apartado se analiza las diferencias entre incorporar los efectos de las decisiones actuales sobre los estados futuros versus la decisión temporal *a ciegas* o *miope* con respecto al futuro, es decir, que solo decide con una mirada de corto plazo, evaluando los beneficios directos del período.

En el problema original planteado y resuelto, se asume que el agente incorpora la posibilidad de no tener éxito en el período actual, donde debe enfrentar un nuevo período y sabe que sus creencias sobre la factibilidad del proyecto cambiarán. Por lo mismo, incorpora los pagos futuros derivados de esos posibles escenarios que enfrentará. Similarmente, ocurre al no esforzarse, donde se beneficia del subsidio del período actual, pero incorpora que a futuro deberá decidir, con una creencia no actualizada.

Para llevar a cabo el análisis matemático, se analiza la decisión del período de la siguiente forma (muy similar a la ecuación (3.5)):

$$a_t \in \arg\max_a \begin{cases} p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot u_a(s_t - c_t) \\ u_a(s_t) \end{cases} \tag{3.21}$$

Donde $a_t = 1$ corresponde al primer valor y no esforzarse corresponde al segundo.

Evaluación en vector solución actual

Para este apartado se utiliza el vector solución del problema planteado originalmente, donde el principal resuelve el problema de optimización, suponiendo que el agente posee una tasa de descuento δ_{agente} idéntica a la de él ($\delta_{agente} = \delta_{principal} = \delta$). Luego, dado los Bonos y subsidios que se poseen, se evalúa la ecuación (3.21) para cada período aisladamente, si el agente prefiere esforzarse o no ($a_t = 1$ ó 0) sin incorporar los flujos futuros. El modelo busca que el agente prefiera esforzarse, por lo que se plantea chequear la desigualdad $p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot u_a(s_t - c_t) \geq u_a(s_t)$. Los resultados son los siguientes:

Tabla 3.2: Análisis de decisión temporal en período t

Período	Decisión	Desigualdad
1	$p_1\lambda \cdot u_a(s_1 + B_1 - c_1) + (1 - p_1\lambda) \cdot u_a(s_1 - c_1) \geq u_a(s_1)$	Estricta
2	$p_2\lambda \cdot u_a(s_2 + B_2 - c_2) + (1 - p_2\lambda) \cdot u_a(s_2 - c_2) \geq u_a(s_2)$	Estricta
3	$p_3\lambda \cdot u_a(s_3 + B_3 - c_3) + (1 - p_3\lambda) \cdot u_a(s_3 - c_3) \geq u_a(s_3)$	Estricta
	...	
t	$p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot u_a(s_t - c_t) \geq u_a(s_t)$	Estricta
	...	
36	$p_{36}\lambda \cdot u_a(s_{36} + B_{36} - c_{36}) + (1 - p_{36}\lambda) \cdot u_a(s_{36} - c_{36}) \geq u_a(s_{36})$	Igualdad

De la tabla anterior, se observa que en el último período del contrato ($T = 36$) el agente se encuentra indiferente entre esforzarse o no, ambas decisiones le entregan igual beneficio. Por el contrario, para todos los demás períodos $t \in (1, 2, \cdots, 34, 35)$ el agente prefiere estrictamente esforzarse, donde la probabilidad de obtener el premio al logro B_t juega un rol fundamental y hace que la desigualdad sea estricta.

Por lo tanto, del párrafo anterior se concluye que agentes que no consideran los pagos futuros en sus valorizaciones *se ven incentivados estrictamente a esforzarse durante 35 períodos* y son indiferentes de hacerlo o no en el período final. La tupla de bonos planteados por el principal les es atractiva, por sobre no esforzarse, existiendo la posibilidad de extraer aún mayor renta por parte del principal reduciendo los bonos y transformando la desigualdad estricta en una igualdad.

Evaluación en nuevo vector solución

En este apartado se elimina el supuesto de igualdad en el factor de descuento. Se resuelve nuevamente el modelo de AMC considerando $\delta_{principal} \neq \delta_{agente}$. Particularmente se utiliza $\delta_{agente} = 0$, es decir, el *agente decide período a período sin considerar sus ingresos futuros ni las consecuencias futuras de sus decisiones actuales.* Esta manera de percibir del agente es captada por el principal y lo incorpora en el problema de optimización, por lo tanto, se modifican las restricciones de incentivo quedando de la siguiente manera:

$$V_t = p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot u_a(s_t - c_t) \geq u_a(s_t) \qquad \forall t \tag{3.22}$$

Luego de incorporada esta modificación en las restricciones de incentivo, se resuelve el problema de optimización. Los resultados son los siguientes:

t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono	t	subsidio	Bono
1	1,156	58,129	13	1,176	76,367	25	1,205	112,086
2	1,157	59,232	14	1,178	78,506	26	1,208	116,324
3	1,159	60,397	15	1,180	80,782	27	1,212	120,791
4	1,160	61,628	16	1,182	83,168	28	1,215	125,519
5	1,162	62,929	17	1,185	85,695	29	1,218	130,557
6	1,163	64,303	18	1,187	88,390	30	1,221	135,912
7	1,165	65,752	19	1,189	91,214	31	1,225	141,553
8	1,166	67,289	20	1,192	94,225	32	1,229	147,502
9	1,168	68,906	21	1,194	97,404	33	1,232	153,855
10	1,170	70,621	22	1,197	100,755	34	1,235	160,637
11	1,172	72,433	23	1,200	104,307	35	1,240	167,707
12	1,174	74,349	24	1,203	108,080	36	1,243	175,301

Figura 3.4: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte de 36 meses y $\delta_{agente} = 0$. Se obtiene $\mathbb{C}_0 = 66.996$

De la tabla anterior, se observa que el vector de Bonos es estrictamente creciente, a diferencia del problema con $\delta_{principal} = \delta_{agente}$ donde los Bonos son estrictamente decrecientes. Su interpretación económica es la siguiente: A medida que el agente se esfuerza y no tiene éxito, su creencia sobre la factibilidad del proyecto (p_t) se actualiza de manera decreciente, por lo que en el transcurso de los períodos se vuelve más *pesimista* y por consiguiente requiere un incentivo económico mayor para incurrir en esfuerzos.

El resultado anterior es muy relevante en este trabajo de tesis, pues muestra que existen dos fuerzas claves que compiten para determinar la forma del vector de premios: (1) *El aumento del pesimismo del agente a medida que se esfuerza y no tiene éxito, lo cual influye a determinar un vector de bonos creciente*, pues, es necesaria una mayor compensación económica para lograr incentivar el esfuerzo y (2) *la disminución de la utilidad alternativa de* *desvío, lo cual influye a determinar un vector de bonos decreciente*, pues, es necesaria una menor compensación económica para lograr el incentivo. Al utilizar una tasa de descuento equivalente al 10 % anual, se observa que la segunda fuerza es la que predomina. Se propone como trabajo futuro determinar las condiciones de borde bajo las cuales cambia el *shape* del vector de premios.

Por otro lado, al igual que en el apartado anterior, se procede a chequear si las desigualdades son estrictas o no. Los resultados son los siguientes:

Tabla 3.3: Análisis de decisión temporal en período t incorporando $\delta_{agente} = 0$

Período	Decisión	Desigualdad
1	$p_1\lambda \cdot u_a(s_1 + B_1 - c_1) + (1 - p_1\lambda) \cdot u_a(s_1 - c_1) \geq u_a(s_1)$	Igualdad
2	$p_2\lambda \cdot u_a(s_2 + B_2 - c_2) + (1 - p_2\lambda) \cdot u_a(s_2 - c_2) \geq u_a(s_2)$	Igualdad
3	$p_3\lambda \cdot u_a(s_3 + B_3 - c_3) + (1 - p_3\lambda) \cdot u_a(s_3 - c_3) \geq u_a(s_3)$	Igualdad
	...	
t	$p_t\lambda \cdot u_a(s_t + B_t - c_t) + (1 - p_t\lambda) \cdot u_a(s_t - c_t) \geq u_a(s_t)$	Igualdad
	...	
36	$p_{36}\lambda \cdot u_a(s_{36} + B_{36} - c_{36}) + (1 - p_{36}\lambda) \cdot u_a(s_{36} - c_{36}) \geq u_a(s_{36})$	Igualdad

De la tabla anterior se observa que en todos los períodos el resultado implica una igualdad en la restricción, es decir, las restricciones de incentivos son activas. Esto significa que el principal es capaz de extraer todo el beneficio del agente y período a período lo deja indiferente entre esforzarse o no hacerlo, pagando el mínimo posible para lograr el esfuerzo.

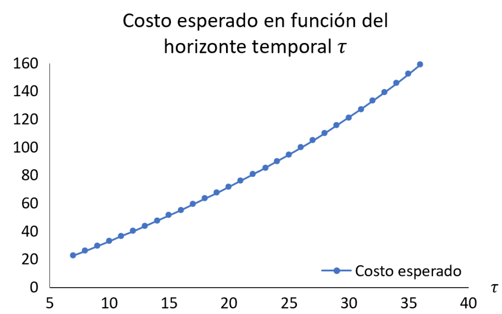
3.6.1.4. Horizonte temporal

En este apartado se analiza el impacto que ejerce la decisión sobre el horizonte temporal del proyecto T. Para ello se analiza el costo esperado del proyecto desde el punto de vista del principal, representado en la figura 3.3 y también el período esperado de éxito del proyecto.

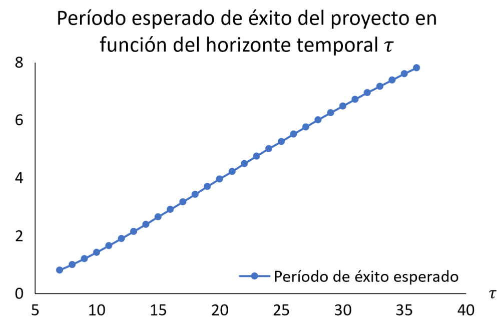
En primer lugar, es importante definir que para calcular el período de éxito esperado del proyecto se utiliza la siguiente fórmula:

$$\mathbb{E}(\theta = 1) = p_0 \cdot \sum_{j=1}^{T} (1 - \lambda)^{j-1} \cdot \lambda \cdot j \tag{3.23}$$

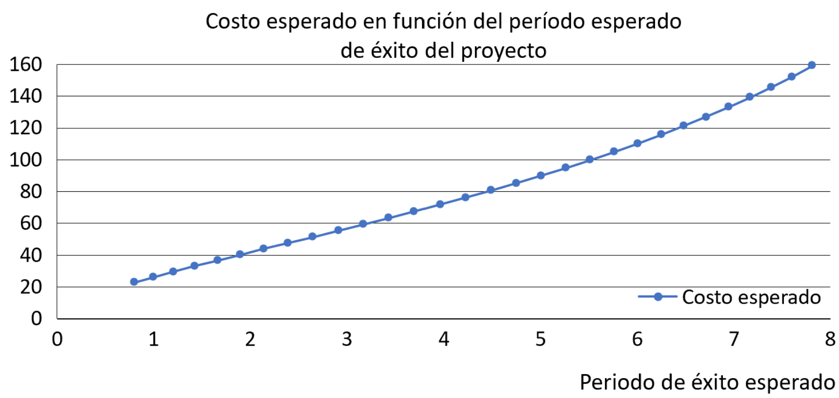
Los resultados se presentan a continuación:



(a) Costo esperado



(b) Período de éxito esperado



(c) Costo versus período esperado

Figura 3.5: Resultados numéricos del problema de minimización de costos, análisis de variación de horizonte temporal.

De las imágenes anteriores, el apartado (a) muestra una esperable correlación positiva entre aumentar el horizonte temporal del proyecto y que este posea un mayor costo esperado asociado. El aumento se justifica en que se comprometen más períodos con pagos positivos hacia el agente, los cuales ocurren con una probabilidad mayor a cero.

El apartado (b) muestra una también esperable correlación positiva entre aumentar el horizonte temporal del proyecto y el período de éxito esperado, en donde se encuentra la vacuna y la investigación se finaliza. Esto se justifica en que al aumentar el horizonte temporal T, se poseen más chances en que la investigación de frutos, lo cual ocurren en cada período con una probabilidad $\lambda > 0$ si es que el proyecto es factible.

Luego, resulta llamativo y se observa que existe un *trade-off* entre agregar chances en las cuales el proyecto pueda tener éxito y el costo asociado a agregar esa chance. El gráfico en el apartado (c) muestra la correlación positiva entre el costo del proyecto y el período esperado de éxito, donde se evidencia que la curva posee diferentes pendientes en el trayecto.

Para un análisis más detallado, se procede a graficar la pendiente del apartado (c) en función del horizonte temporal T. Los resultados son los siguientes:

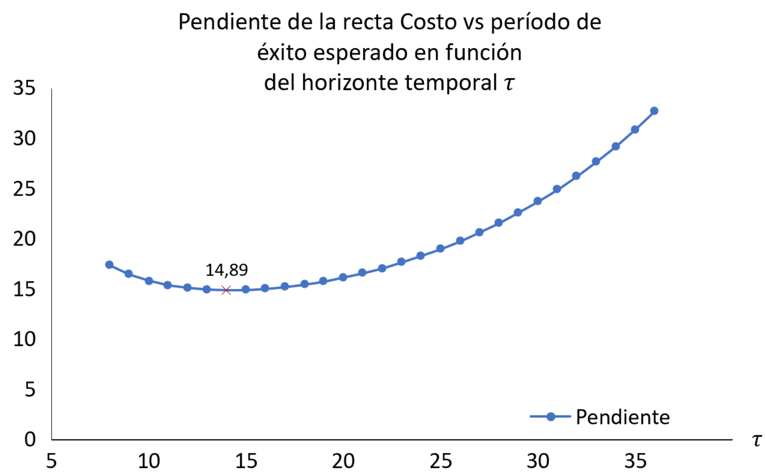


Figura 3.6: Análisis de variación de horizonte temporal, Pendiente de la recta.

De la figura anterior, se observa que la curva posee claramente un mínimo, el cual se alcanza en el par $(T, pendiente) = (14, 14.89)$.

Por lo tanto, se observa que para un horizonte temporal de $T = 14$ el aumentar en una unidad el período de éxito del proyecto tiene un costo adicional de 14.89, siendo este el valor más bajo. Este resultado es absolutamente relevante para el trabajo de investigación de esta tesis, pues *permite concluir que el horizonte de tiempo óptimo en relación con costo del proyecto y período esperado de éxito se encuentra en fijar un horizonte temporal de $T = 14$ meses.*

Para construir esta sección de análisis se ha resuelto el modelo para diferentes horizontes temporales $T \in (7, \cdots, 36)$. El detalle de resultados de bonos, subsidios y costo esperado del proyecto se encuentra en anexos.

3.6.2. Estática comparativa

En este apartado se busca discutir sobre cómo afecta realizar pequeñas variaciones a los parámetros del problema, evidenciando sus efectos en las variables de decisión y resultados. Para llevar a cabo el análisis se trabaja con el modelo cuyo subsidio es fijo e igual para todos los períodos $s_t = s \quad \forall t$ y se trabaja con un horizonte temporal $T = 14$ meses, siendo este el de mejor *trade-off* tal y como se argumentó en el apartado anterior.

3.6.2.1. Variaciones en Creencias iniciales

Según la construcción del modelo, podemos notar que matemáticamente la creencia inicial afecta la creencia sobre la factibilidad del proyecto en todos y cada uno de los períodos, por lo que una menor creencia inicial significará una menor creencia sobre la factibilidad del proyecto en el período t (*believes*). En efecto se tiene:

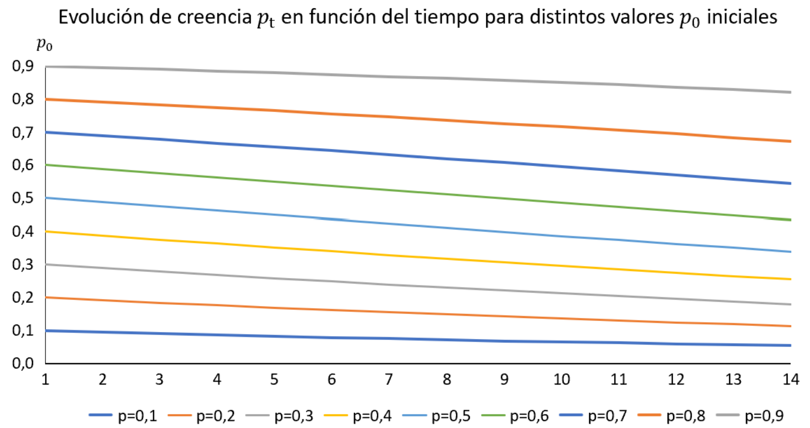


Figura 3.7: Evolución de *believes* en el tiempo según distintas creencias iniciales p_0.

Del gráfico anterior se observa que variaciones en p_0 no afectan significativamente la pendiente en la evolución de la creencia p_t, sino que desplaza la curva hacia arriba o hacia abajo, según corresponda aumentos o disminuciones de p_0 respectivamente.

Luego, se procede a resolver el modelo para encontrar el vector de bonos y subsidio para los distintos valores p_0 iniciales, los resultados son los siguientes:

p0	Costo esp	p0	Costo esp	p0	Costo esp
0,1	81,469	0,4	58,442	0,7	47,651
0,2	70,129	0,5	54,359	0,8	44,747
0,3	63,421	0,6	50,821	0,9	42,047

Figura 3.8: Resultados del Costo esperado del contrato *AMC* según distintos valores iniciales p_0.

De la tabla anterior se observa que el costo esperado del proyecto es decreciente en p_0, correspondiendo un costo $\mathbb{C}_0 = 81.469$ cuando la creencia inicial es $p_0 = 0.1$ y a medida que esta crece a una creencia $p_0 = 0.9$ el costo esperado del contrato disminuye hasta $\mathbb{C}_0 = 42.047$. El motivo de esto se justifica en que al ser una creencia inicial, las creencias *believes* en cada período p_t serán mayor por construcción. Luego, en cada período el agente considerará más probable el éxito y otorgará mayor peso en su valoración a los pagos asociados al éxito del proyecto que al fracaso del mismo. Sigue que, para poder cumplir con las restricciones de incentivos y participación, el principal requiere destinar bonos más pequeños, dado que la función de Valor de *Bellman* creció, siendo más fácil cumplir con la desigualdad (restricción de incentivos).

Con respecto al vector de premios y subsidio (ver detalle en anexos), se tiene que el subsidio sigue cumpliendo un rol netamente matemático de asegurar la existencia de la función de utilidad del agente, haciendo el argumento de la función mayor o igual a cero. Con respecto a los premios, se observa que estos son considerablemente mayores cuando la creencia inicial es baja. Por lo tanto, se concluye que *una creencia inicial baja es compensada con altos premios al éxito para así incentivar al agente a ser parte del contrato AMC.*

3.6.2.2. Variaciones en Probabilidad de éxito

En este apartado podemos notar que según la construcción del modelo, matemáticamente la probabilidad de éxito, dado que el proyecto es factible y el agente se esfuerza λ (se le llamará solo probabilidad de éxito), afecta directamente sobre la tasa de cambio de la creencia *believes* en cada período, específicamente, afecta en cómo esta evoluciona. En efecto se tiene el siguiente comportamiento:

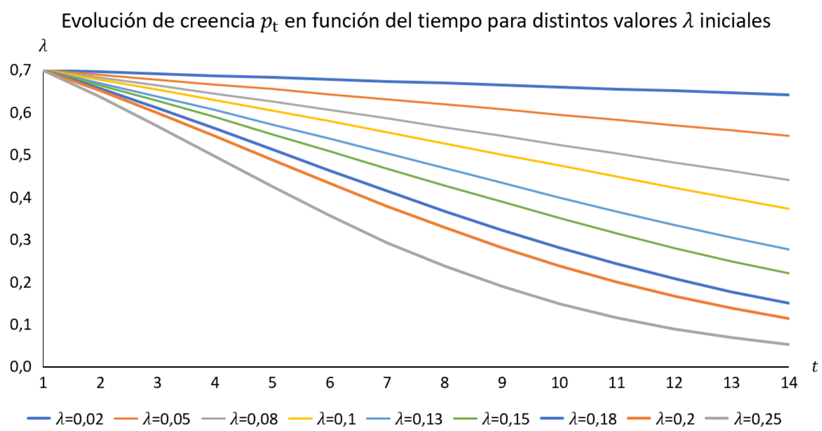


Figura 3.9: Evolución de *believes* en el tiempo según distintas probabilidades de éxito λ iniciales.

Del gráfico anterior se observa que variaciones en λ afectan significativamente la pendiente en la evolución de la creencia p_t. Todas parten desde el mismo punto inicial $p_0 = 0.7$ y un λ mayor hace que la curva baje rápidamente con una pendiente muy negativa en comparación a valores menores de λ.

Al aplicar análisis económico al resultado matemático planteado en el párrafo anterior, se entiende que un mayor valor de λ implica que, frente a un escenario donde el proyecto es factible y el agente se ha esforzado, eventualmente es más probable que se tenga éxito en dicho período. Por lo tanto, dado que es más probable obtener éxito, en caso de no obtenerlo el agente interpreta como mensaje que probablemente el proyecto no sea factible como él creía, por lo que se obtiene el fenómeno de *no news is bad news* y las creencias del agente bajan rápidamente.

Luego, se procede a resolver el modelo para encontrar el vector de bonos y subsidio para los distintos valores λ planteados, los resultados son los siguientes:

λ	Costo esp	λ	Costo esp	λ	Costo esp
0,02	51,379	0,10	50,882	0,18	76,735
0,05	47,651	0,13	56,834	0,20	90,231
0,08	48,630	0,15	62,960	0,25	150,173

Figura 3.10: Resultados del Costo esperado del contrato *AMC* según distintos valores de probabilidad de éxito λ.

De la tabla anterior se observa que desde $\lambda = 0,05$ en adelante el costo esperado del proyecto es creciente en λ, donde este crece con una pendiente moderada para luego crecer rápidamente hasta alcanzar un valor de $\mathbb{C}_0 = 150.173$ cuando la probabilidad de éxito es $\lambda = 0.25$. El motivo de este resultado se debe a que mientras más alto es el valor λ, más rápido se *desanima*[7] el agente y por ende requiere de mayores incentivos económicos para compensar la baja probabilidad de ocurrencia del suceso (éxito en el proyecto). Por lo tanto, se concluye que *una alta probabilidad de éxito del proyecto hace que el agente baje rápidamente su creencia sobre la factibilidad del mismo, por lo que el principal requiere compensar esta baja creencia aumentando los premios.*

Con respecto al vector de premios y subsidio (ver detalle en anexos), para el subsidio se tiene el mismo análisis que en la variación de p_0, mientras que para los premios al logro el análisis es al revés. Se observa que estos son considerablemente mayores cuando la probabilidad de éxito es alta.

3.6.2.3. Variaciones en Factor de descuento

Para esta instancia de análisis de estática comparativa, por construcción matemática del modelo, el factor de descuento δ solo influye en la valoración de los pagos futuros que enfrenta el principal y el agente. Para la resolución estándar del modelo se plantea un interés anual del $r = 10\,\% \Leftrightarrow \delta = (1/1+r)^{1/12}$ [8], mientras que en este apartado se analiza desde $r = 5\,\%$ hasta $r = 17,5\,\%$. En efecto, se tienen los siguientes resultados:

r	δ	Costo esp	r	δ	Costo esp
5,0%	0,996	49,113	12,5%	0,990	46,964
7,5%	0,994	48,367	15,0%	0,988	46,305
10,0%	0,992	47,651	17,5%	0,987	45,672

Figura 3.11: Resultados del Costo esperado del contrato *AMC* según distintos valores de factor de descuento δ.

De la tabla anterior se observa que el costo esperado del proyecto es directamente proporcional al factor de descuento δ. A su vez, se observa que importantes cambios en la tasa de interés r no generan grandes impactos en el costo esperado del proyecto, variaciones de más del $300\,\%$ en la tasa de interés (de $r = 5\,\%$ hasta $r = 17.5\,\%$ generan variaciones cercanas al $10\,\%$ en el costo esperado del proyecto. Por lo tanto, se puede concluir que *el modelo es robusto*[9] *matemáticamente frente a variaciones en el factor de descuento δ*

Con respecto al vector de subsidios y premios (ver detalle en anexos), se mantiene la característica ya expresada sobre el subsidio, mientras que los premios poseen un comportamiento bastante particular. Se observa los premios asociados a los primeros períodos poseen una leve diferencia en magnitud, pero los premios asociados a los períodos más lejanos ($t \geq 12$) no presentan mayor diferencia frente a variaciones en la tasa de interés, donde convergen a valores similares entre los escenarios revisados.

[7] Se refiere a que la creencia sobre la factibilidad del proyecto baja.
[8] Dado que la tasa de interés es anual, se requiere hacer la transformación hacia δ mensual, pues los períodos transitados en el modelo son de carácter mensual.
[9] Variaciones en los parámetros del modelo generan bajo impacto en el resultado final

Del párrafo anterior se concluye que *cambios en el factor de descuento conllevan a aumentar o disminuir los bonos en los períodos cercanos, pero que el contrato AMC no posee grandes variaciones en el largo plazo y los premios asociados casi no cambian, es decir, es robusto en el largo plazo.*

3.6.2.4. Variaciones en Aversión al riesgo

La aversión al riesgo en este modelo impacta en cómo el agente percibe los ingresos. Un coeficiente menor más cercano a cero hace que el agente prefiera los pagos seguros por sobre los riesgos, mientras que un coeficiente mayor y más cercano a uno hace que el agente sea indiferente entre un pago seguro versus un pago esperado igual pero con riesgo. Matemáticamente, lo representamos por el exponente que acompaña a la función de utilidad del agente $u_a(x) = x^{\alpha}$, donde $\alpha \in (0, 1)$.

En este apartado se analizan los efectos de variar la aversión al riesgo $\alpha \in (0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.98)$ adicional al valor $\alpha = 0.9$ fijado originalmente en el problema. Los resultados son los siguientes:

α	Costo esp	α	Costo esp	α	Costo esp
0,5	259,686	0,7	73,322	0,9	33,348
0,6	124,996	0,8	47,651	0,98	26,801

Figura 3.12: Resultados del Costo esperado del contrato *AMC* según distintos valores de aversión al riesgo α.

De la imagen anterior se observa que el costo esperado del proyecto es inversamente proporcional a la aversión al riesgo α. Explícitamente, si el agente posee una función de utilidad igual a la raíz cuadrada ($u_a(x) = x^{0.5}$) el costo esperado del proyecto es $\mathbb{C}_0 = 259.686$, mientras que si se trata de un agente menos averso al riesgo cuya función de utilidad es $u_a(x) = x^{0.98}$ el costo esperado del proyecto es cercano a 10 veces menor, obteniendo $\mathbb{C}_0 = 26.801$. Por lo tanto, se concluye que *el modelo no es robusto frente a la aversión al riesgo, donde variaciones del* 50 % *en* α *pueden generar cambios de hasta* 1000 % *en el costo esperado del proyecto.*

En relación con el vector de subsidio y bonos (ver detalle en anexos), se observa que matemáticamente el modelo es capaz de resolver el problema frente a agentes extremadamente aversos al riesgo. Sin embargo, los resultados muestran que se debiese comprometer premios al logro excesivamente altos, llegando al extremo de ofrecer premio $B_1 = 1121$ [10]. Estos montos económicamente no poseen sentido, debido a que la unidad de medida del dinero se ha normalizado al costo de 1 mes de investigación ($c = 1$). Por lo tanto, se concluye que *el modelo es capaz de resolver el contrato óptimo AMC; sin embargo, para la mejor utilización de los recursos disponibles se recomienda incorporar solo agentes cuyo coeficiente de aversión al riesgo sea alto.*

[10] Premio al logro obtenido para el agente cuya aversión al riesgo es $\alpha = 0.5$.

Capítulo 4

Conclusiones

El presente trabajo estudia el diseño de contratos en los cuales se busca incentivar el comportamiento del agente, mediante la utilización de subsidios y premios. La investigación es posible debido al programa *Advance Market Commitment (AMC)* [8] desarrollado por Bill y Melinda Gates Foundation[11], donde se crean fondos destinados a cerrar brechas entre las curvas de oferta y demanda, que ocurren en países vulnerables de África principalmente, resultando en enfermedades existentes que no poseen vacunas o curas y donde las personas no poseen disposición a pagar ni las firmas disposición a investigar científicamente y encontrar soluciones.

Se buscó desarrollar un modelo que determine la forma óptima de asignar subsidios y premios a un agente, con el objetivo de utilizar los escasos recursos disponibles de la mejor manera posible. Es en este contexto donde se deben trabajar restricciones, las cuales incorporen el aprendizaje privado obtenido por el agente, una función de utilidad aversa al riesgo y que, además, este se comporte de una manera adecuada según los objetivos del proyecto *AMC*.

Se utiliza un modelo de diseño de contrato similar al propuesto por Halac, Kartik y Liu [5], donde el principal debe decidir y comprometer un horizonte temporal del proyecto T, un vector de subsidios $\mathbf{s}$ y un vector de premios asociados al logro $\mathbf{B}$.

Para la resolución del modelo, se utiliza programación dinámica estocástica y la ecuación de Bellman, donde se logra modelar la función de valor del agente y su comportamiento. Luego, se construyen restricciones de incentivo y participación que logran plantear algebraicamente el problema del principal y modelando el comportamiento ideal del agente. Posterior a ello, se resuelve numéricamente el modelo mediante herramientas computacionales de optimización.

Los principales resultados del modelo son:

- Se resuelve el modelo para un horizonte temporal de 36 meses, cuyo costo esperado es $\mathbb{C}_0 = 159.010$. La particularidad de esta resolución es que todos los subsidios son altamente similares donde $\bar{s}_t = 1.143$ y $\sigma_s = 0,047$.
- Dado lo anterior, se resuelve un modelo para un horizonte temporal de 36 meses, donde se impone $s_t = s \ \forall t$ basado en el resultado anterior. Con ello se reducen los grados

[11] Véase en Gates Foundation

de libertad del modelo y en consecuencia el costo esperado aumenta levemente a $\mathbb{C}_0 = 159.206$.

- Mediante la restricción del problema se obtiene un subsidio $s^r = 1,140$[12] levemente menor al subsidio promedio del problema irrestricto. Los bonos del problema restricto son estrictamente mayor para todos los períodos ($\mathbf{B}^r > \mathbf{B}$), pagando un premio levemente mayor a cambio de reducir la complejidad matemática del problema.

- Mediante un *trade-off* entre el período esperado de éxito del proyecto y el costo esperado, se determina que el horizonte temporal óptimo es 14 meses.

- Se obtiene que todas las restricciones de incentivo son activas, mientras que la restricción de participación es inactiva. Esto significa que período a período, el principal logra extraer toda la renta al agente, dejándolo indiferente entre esforzarse y no hacerlo, dicho de otra forma, logra determinar el mínimo incentivo para lograr modelar su comportamiento. En relación con la restricción de participación, al ser inactiva implica que el agente logra tener una utilidad esperada positiva (mayor a su utilidad alternativa), siendo este un proyecto rentable y con fines de lucro.

- Dado el vector $(\mathbf{s}, \mathbf{B})$ y al considerar un agente que no internaliza los pagos futuros derivados de sus acciones, se obtiene que el agente prefiere estrictamente esforzarse en cada período por sobre descansar y no tener éxito con probabilidad 1 (excepto en el período final del proyecto, donde el agente es indiferente).

- Se extiende el modelo al considerar un agente que posee factor de descuento $\delta_{agente} = 0 \neq \delta_{principal} > 0$. Al resolver nuevamente el problema de optimización, se obtiene como resultado que el principal debe proponer un contrato con un vector de bonos creciente, el cual compense el pesimismo del agente al transcurrir el tiempo y logre incentivar su esfuerzo.

- Del resultado anterior se desprende uno de los principales resultados de esta investigación, *existen dos fuerzas contrapuestas en este modelo, (1) entregar un vector de premios creciente para contrarrestar el pesimismo del agente, el cual crece período a período y (2) entregar un vector de premios decreciente debido a la decreciente utilidad alternativa de desvío del agente, donde con el transcurso del tiempo se le van acabando las alternativas para obtener un premio.* Se observa que para agentes que consideran más valioso el presente (factor de descuento $\delta \sim 0$) la primera fuerza predomina y para agentes que entregan más importancia a los pagos futuros ($\delta \sim 1$) predomina la segunda fuerza.

- El costo esperado $\mathbb{C}_0$ es inversamente proporcional a la creencia inicial sobre la factibilidad del proyecto p_0.

- El costo esperado $\mathbb{C}_0$ es directamente proporcional a la probabilidad de éxito del proyecto λ, dado que el proyecto es factible y que el agente se esforzó.

- El costo esperado $\mathbb{C}_0$ es directamente proporcional al factor de descuento común δ. Se destaca la robustez del modelo frente a variaciones en δ.

- El costo esperado $\mathbb{C}_0$ es inversamente proporcional al coeficiente de aversión al riesgo del agente α.

[12] r = restricto.

Se concluye, por lo tanto, que mediante la programación dinámica estocástica es posible plantear un modelo de diseño óptimo de contrato, identificando claramente las restricciones del problema que permiten modelar el comportamiento del agente según los objetivos del programa *AMC*. A su vez, mediante la optimización numérica es posible plantear y resolver de forma cerrada un modelo que responde la pregunta central del documento y *determina la asignación óptima de subsidios y bonos a la investigación científica.*

Económicamente, se identifican dos fuerzas centrales en la resolución del problema, las cuales se determinan por la ponderación del agente con respecto a los pagos futuros. Se contraponen la compensación al pesimismo del agente versus el *shirking* dinámico. La primera de estas la observamos cuando el agente posee baja valoración por los ingresos futuros, es más bien miope y solo considera el presente y la segunda fuerza la observamos cuando el agente posee una alta valoración por los ingresos futuros.

También, es importante destacar que para lograr incentivar al agente, el resultado depende de cuál de las dos fuerzas planteadas en el párrafo anterior predomina. *Para una fuerza de tipo pesimista se debe plantear un vector de bonos creciente en el tiempo, mientras que para una fuerza de tipo shirking dinámico se debe plantear un vector de bonos decreciente en el tiempo.*

Numéricamente, la manera óptima es plantear un contrato *AMC* de 14 meses, comprometiendo un subsidio permanente de $s_t = 1.113 \ \forall t$ y un vector de premios decreciente que inicia con $B_1 = 121.983$ y culmina con $B_{14} = 81.211$. Es mediante estos vectores que el principal es capaz de modelar el comportamiento del agente, logrando (1) que este decida participar del contrato y (2) que se esfuerce e investigue científicamente en cada período. Es mediante este contrato que el principal enfrentará un costo esperado de $\mathbb{C}_0 = 47.651$.

En detalle, se concluye que mediante el modelo planteado, el principal es capaz de extraer todo el excedente del agente generado período a período, debido a que la restricción de incentivos es activa y por ende, lo deja indiferente entre esforzarse y no hacerlo, donde se elige el primer camino. Particularmente, se observa que el principal es capaz de predecir exactamente el comportamiento del agente y capturando completamente su renta.

A modo general, se concluye que el modelo matemático planteado es capaz de resolver el problema y encontrar el vector de subsidios y premios, aun cuando existan variaciones en los parámetros iniciales (estática comparativa).

Finalmente, cabe destacar las limitaciones que podría sufrir este modelo de contrato. La principal limitación consta de capturar numéricamente parámetros que describan efectivamente las características de los participantes, como por ejemplo la aversión al riesgo del agente, cuya variación genera grandes impactos en el vector de premios determinados por el principal.

4.1. Trabajos futuros

Como extensión futura del trabajo realizado, se plantea incorporar una función de utilidad del agente más robusta frente al coeficiente de aversión al riesgo, por ejemplo se propone cambiar desde $u_a(x) = x^\alpha$ utilizada en este trabajo hacia $u_a(x) = 1 - \exp^{-\alpha \cdot x}$. Esta forma de modelar la utilidad del agente no impone restricciones sobre el argumento de la función y captura la aversión al riesgo.

También, se propone relajar el supuesto sobre el esfuerzo del agente (esfuerzo de tipo booleano $ein\{0, 1\}$) y pasar a implementar un esfuerzo con intensidades, por ejemplo esfuerzo $e \in [0, 1]$ ó $e \in \mathbb{R}_0^+$. Esta extensión al modelo plantea la dificultad de definir bajo qué condiciones se posee éxito en el proyecto.

Adicionalmente, se propone eliminar el supuesto de que el éxito del proyecto es observable, lo cual implica modelar el problema bajo otras restricciones de incentivo, donde además de esforzarse, se debe incentivar al agente a revelar su éxito. Esta es una extensión teórica al modelo planteado.

Por último, el modelo actual trabajado podría ser extendido cambiando la función objetivo del principal, donde se podría integrar la valorización económica de las vidas potencialmente salvadas al encontrar una vacuna y también, incorporar la valorización de las vidas potencialmente perdidas al no encontrar una vacuna.

Bibliografía

[1] Richard Bellman. (1952). «On the Theory of Dynamic Programming», *Proc Natl Acad Sci U S A.* **38(8)**, págs.716–719. doi: 10.1073/pnas.38.8.716.

[2] Jean-Michel Benkert e Igor Letina. (2020). «Designing Dynamic Research Contests», *American Economic Journal: Microeconomics* **12(4)**, págs. 270-289. https://doi.org/10.1257/mic.20180263.

[3] Juan F. Escobar y Qiaoxi Zhang. (2019). «Delegating Learning», *DOCUMENTOS DE TRABAJO Serie Economía* **348**. Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.

[4] Claudia Gallego Ariño y Clara García Rojas. (2021). «Cuando la Covid entiende de riqueza: La perpetua desigualdad en el sistema de vacunación en África», *Mujeres por África.* https://mujeresporafrica.es

[5] Marina Halac, Navin Kartik y Qingmin Liu, (2016). «Optimal Contracts for Experimentation», *Review of Economic Studies* **83**, págs. 1040-1091. doi:10.1093/restud/rdw013.

[6] Marina Halac, Navin Kartik, Qingmin Liu. (2017). «Contests for Experimentation», *Journal of Political Economy* **125**. https://doi.org/10.1086/693040.

[7] Michael Kremer, Jonathan Levin, y Christopher M. Snyder. (2020). «Advance Market Commitments: Insights from Theory and Experience», *AEA Papers and Proceedings* **110**, págs. 269-273. https://doi.org/10.1257/pandp.20201017.

[8] Michael Kremer, Jonathan D. Levin y Christopher M. Snyder. (2020). «Designig Advance Market Commitments For New Vaccines», *NBER Working Paper* **28168**. https://www.nber.org/papers/w28168.

[9] Igor Letina, Shuo Liu y Nick Netzer. (2020). «Delegating performance evaluation», *Theoretical Economics* **15**, págs. 477–509.

[10] Adam Smith. (2005). «La Riqueza de las Naciones», *Libros I-II-33 Y Selección de los Libros IV Y V* **(1a. ed., 3a. reimp.)**, Madrid: Alianza.

[11] Yiping Fu, Zhihua Chen y Yanfei Lan. (2018). «The impacts of private risk aversion magnitude and moral hazard in R&D project under uncertain environment», *Soft Computing* **22**, págs. 5231-5246.

Anexos

Anexo A.

A.1. Resultados del modelo

A.1.1. Vector de resultados para distintos horizontes temporales

	t	T = 7	T = 8	T = 9	T = 10	T = 11	T = 12	T = 13
Costo esp		22,740	26,134	29,577	33,071	36,621	40,232	43,907
s		1,129	1,126	1,123	1,120	1,118	1,116	1,114
	1	85,856	90,738	95,705	100,761	105,912	111,162	116,517
	2	82,733	87,625	92,604	97,674	102,839	108,106	113,478
	3	79,598	84,500	89,489	94,571	99,750	105,032	110,421
	4	76,453	81,362	86,361	91,454	96,645	101,940	107,345
	5	73,299	78,213	83,220	88,322	93,524	98,832	104,250
	6	70,135	75,053	80,065	85,175	90,387	95,706	101,138
B	7	66,963	71,883	76,899	82,015	87,235	92,564	98,007
	8		68,703	73,721	78,841	84,068	89,405	94,858
	9			70,532	75,654	80,885	86,229	91,691
	10				72,455	77,689	83,038	88,507
	11					74,479	79,830	85,305
	12						76,608	82,086
	13							78,850

Figura A.1: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte $T \in (7, \cdots, 13)$ meses y $s_t = s\ \ \forall t$.

	t	T = 14	T = 15	T = 16	T = 17	T = 18	T = 19	T = 20
Costo esp		47,651	51,469	55,366	59,346	63,415	67,578	71,841
s		1,113	1,112	1,111	1,110	1,109	1,109	1,109
B	1	121,983	127,566	133,271	139,106	145,077	151,191	157,457
	2	118,963	124,565	130,292	136,149	142,143	148,282	154,574
	3	115,923	121,544	127,291	133,170	139,187	145,351	151,668
	4	112,864	118,503	124,269	130,169	136,209	142,396	148,738
	5	109,785	115,442	121,226	127,146	133,207	139,417	145,783
	6	106,687	112,360	118,162	124,101	130,183	136,415	142,805
	7	103,570	109,257	115,076	121,033	127,135	133,388	139,801
	8	100,433	106,134	111,969	117,943	124,064	130,338	136,773
	9	97,277	102,991	108,840	114,830	120,969	127,262	133,719
	10	94,101	99,827	105,689	111,694	117,849	124,162	130,638
	11	90,907	96,642	102,516	108,535	114,706	121,036	127,532
	12	87,694	93,437	99,321	105,352	111,538	117,884	124,399
	13	84,462	90,211	96,104	102,147	108,345	114,707	121,238
	14	81,211	86,966	92,865	98,917	105,127	111,503	118,051
	15		83,700	89,605	95,664	101,885	108,273	114,835
	16			86,322	92,388	98,617	105,016	111,592
	17				89,088	95,323	101,732	108,320
	18					92,005	98,420	105,019
	19						95,082	101,689
	20							98,329

Figura A.2: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte $T \in (14, \cdots, 20)$ meses y $s_t = s \;\; \forall t$.

	t	T = 21	T = 22	T = 23	T = 24	T = 25	T = 26	T = 27	T = 28
Costo esp		76,210	80,690	85,288	90,010	94,864	99,856	104,994	110,286
s		1,109	1,110	1,111	1,111	1,113	1,114	1,115	1,117
B	1	163,881	170,472	177,238	184,189	191,333	198,682	206,244	214,031
	2	161,025	167,645	174,442	181,424	188,602	195,985	203,583	211,408
	3	158,146	164,794	171,620	178,634	185,844	193,262	200,896	208,758
	4	155,242	161,918	168,774	175,818	183,061	190,512	198,182	206,082
	5	152,314	159,017	165,902	172,976	180,251	187,736	195,441	203,378
	6	149,361	156,090	163,003	170,108	177,414	184,932	192,672	200,646
	7	146,382	153,138	160,078	167,212	174,550	182,100	189,875	197,885
	8	143,377	150,158	157,126	164,289	171,657	179,240	187,049	195,095
	9	140,346	147,152	154,146	161,337	168,735	176,350	184,193	192,274
	10	137,288	144,118	151,138	158,357	165,784	173,430	181,306	189,423
	11	134,203	141,056	148,101	155,346	162,803	170,480	178,388	186,540
	12	131,090	137,965	145,034	152,306	159,791	167,498	175,438	183,624
	13	127,949	134,846	141,938	149,235	156,747	164,484	172,456	180,675
	14	124,779	131,697	138,811	146,133	153,671	161,437	169,440	177,692
	15	121,581	128,517	135,653	142,999	150,563	158,356	166,389	174,674
	16	118,353	125,307	132,464	139,832	147,421	155,241	163,304	171,620
	17	115,095	122,066	129,242	136,631	144,244	152,091	160,182	168,529
	18	111,807	118,794	125,987	133,397	141,032	148,904	157,023	165,400
	19	108,488	115,489	122,699	130,128	137,785	145,681	153,826	162,233
	20	105,138	112,151	119,376	126,823	134,500	142,419	150,591	159,026
	21	101,757	108,781	116,019	123,482	131,179	139,119	147,315	155,777
	22		105,376	112,627	120,104	127,818	135,779	143,999	152,487
	23			109,198	116,689	124,419	132,399	140,640	149,154
	24				113,235	120,980	128,977	137,239	145,776
	25					117,500	125,513	133,794	142,353
	26						122,006	130,304	138,883
	27							126,767	135,366
	28								131,800

Figura A.3: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte $T \in (21, \cdots, 28)$ meses y $s_t = s \;\; \forall t$.

	t	T = 29	T = 30	T = 31	T = 32	T = 33	T = 34	T = 35	T = 36
Costo esp		115,739	121,363	127,166	133,157	139,347	145,744	152,360	159,206
s		1,119	1,121	1,124	1,127	1,130	1,133	1,136	1,140
B	1	222,054	230,324	238,855	247,658	256,748	266,139	275,846	285,883
	2	219,470	227,782	236,355	245,204	254,341	263,781	273,538	283,629
	3	216,860	225,212	233,829	242,723	251,907	261,395	271,204	281,348
	4	214,222	222,616	231,275	240,214	249,444	258,982	268,842	279,039
	5	211,557	219,992	228,694	237,677	246,954	256,541	266,452	276,703
	6	208,864	217,339	226,083	235,111	244,435	254,070	264,032	274,336
	7	206,141	214,656	223,443	232,515	241,885	251,569	261,582	271,940
	8	203,389	211,944	220,773	229,888	239,305	249,038	259,102	269,513
	9	200,606	209,201	218,071	227,231	236,694	246,475	256,590	267,054
	10	197,792	206,426	215,338	224,541	234,050	243,879	254,045	264,562
	11	194,945	203,618	212,571	221,818	231,372	241,250	251,466	262,037
	12	192,066	200,778	209,771	219,061	228,661	238,586	248,853	259,477
	13	189,153	197,903	206,937	216,269	225,914	235,887	246,204	256,880
	14	186,205	194,993	204,066	213,441	223,131	233,151	243,518	254,247
	15	183,222	192,046	201,160	210,576	220,310	230,378	240,794	251,576
	16	180,202	189,063	198,215	207,673	217,451	227,565	238,031	248,865
	17	177,145	186,041	195,232	204,731	214,552	224,713	235,227	246,114
	18	174,049	182,980	192,209	201,748	211,613	221,819	232,382	243,320
	19	170,913	179,879	189,144	198,723	208,631	218,882	229,494	240,483
	20	167,736	176,736	186,038	195,656	205,605	215,902	226,561	237,601
	21	164,518	173,551	182,888	192,545	202,535	212,876	223,583	234,673
	22	161,257	170,321	179,693	189,387	199,419	209,803	220,556	231,697
	23	157,951	167,046	176,452	186,183	196,254	206,681	217,481	228,671
	24	154,600	163,725	173,164	182,931	193,041	203,510	214,355	225,594
	25	151,203	160,356	169,826	179,628	189,776	200,287	211,177	222,464
	26	147,757	156,938	166,439	176,274	186,460	197,011	207,945	219,279
	27	144,262	153,469	162,999	172,867	183,088	193,679	204,656	216,037
	28	140,717	149,948	159,506	169,405	179,661	190,291	201,310	212,736
	29	137,120	146,373	155,957	165,887	176,177	186,843	197,903	209,375
	30		142,743	152,352	162,310	172,632	183,335	194,435	205,950
	31			148,689	158,674	169,027	179,764	190,903	202,460
	32				154,975	165,358	176,128	187,304	198,903
	33					161,623	172,425	183,637	195,276
	34						168,653	179,899	191,576
	35							176,087	187,802
	36								183,950

Figura A.4: Resultados numéricos del problema de minimización de costos con un horizonte $T \in (29, \cdots, 36)$ meses y $s_t = s \;\; \forall t$.

A.2. Estática comparativa

A.2.1. Variaciones en Creencias iniciales

	t	p = 0.1	p = 0.2	p = 0.3	p = 0.4	p = 0.5	p = 0.6	p = 0.7	p = 0.8	p = 0.9
Costo esp		81,469	70,129	63,421	58,442	54,359	50,821	47,651	44,747	42,047
s		1,615	1,427	1,321	1,247	1,191	1,148	1,113	1,085	1,062
B	1	1265,844	559,076	345,653	244,694	186,330	148,465	121,983	102,461	87,498
	2	1264,215	555,840	342,252	241,351	183,093	145,339	118,963	99,536	84,658
	3	1262,263	552,460	338,766	237,951	179,816	142,185	115,923	96,599	81,813
	4	1259,969	548,929	335,188	234,491	176,497	139,003	112,864	93,650	78,961
	5	1257,313	545,239	331,517	230,968	173,135	135,790	109,785	90,689	76,105
	6	1254,274	541,383	327,747	227,381	169,730	132,548	106,687	87,718	73,245
	7	1250,832	537,353	323,875	223,728	166,279	129,276	103,570	84,735	70,381
	8	1246,963	533,140	319,897	220,005	162,782	125,973	100,433	81,743	67,515
	9	1242,644	528,736	315,808	216,211	159,238	122,638	97,277	78,740	64,646
	10	1237,850	524,131	311,603	212,344	155,645	119,272	94,101	75,729	61,777
	11	1232,554	519,315	307,278	208,399	152,001	115,873	90,907	72,708	58,907
	12	1226,731	514,280	302,828	204,376	148,306	112,442	87,694	69,680	56,039
	13	1220,350	509,013	298,247	200,271	144,559	108,977	84,462	66,645	53,173
	14	1213,383	503,505	293,531	196,081	140,757	105,479	81,211	63,603	50,311

Figura A.5: Vectores de premios y subsidios para distintas variaciones de creencia inicial p_0.

A.2.2. Variaciones en Probabilidad de éxito

	t	λ=0.02	λ=0.05	λ=0.08	λ=0.1	λ=0.13	λ=0.15	λ=0.18	λ=0.2	λ=0.25
Costo esp		51,379	47,651	48,630	50,882	56,834	62,960	76,735	90,231	150,173
s		1,196	1,113	1,093	1,094	1,113	1,139	1,210	1,287	1,667
B	1	249,793	121,983	97,196	92,496	94,249	100,224	117,070	134,989	218,051
	2	246,035	118,963	94,407	89,776	91,564	97,523	114,283	132,091	214,557
	3	242,247	115,923	91,601	87,040	88,862	94,805	111,476	129,170	211,035
	4	238,428	112,864	88,778	84,287	86,142	92,067	108,647	126,225	207,479
	5	234,580	109,785	85,938	81,518	83,403	89,309	105,793	123,251	203,884
	6	230,702	106,687	83,082	78,731	80,644	86,527	102,910	120,244	200,242
	7	226,793	103,570	80,208	75,925	77,864	83,720	99,996	117,200	196,545
	8	222,854	100,433	77,316	73,101	75,059	80,885	97,044	114,111	192,778
	9	218,885	97,277	74,406	70,257	72,229	78,019	94,049	110,970	188,924
	10	214,887	94,101	71,478	67,391	69,371	75,117	91,005	107,766	184,961
	11	210,857	90,907	68,530	64,504	66,482	72,175	87,902	104,487	180,857
	12	206,798	87,694	65,564	61,594	63,559	69,189	84,729	101,116	176,572
	13	202,709	84,462	62,579	58,660	60,599	66,150	81,475	97,635	172,052
	14	198,591	81,211	59,573	55,701	57,597	63,054	78,124	94,018	167,227

Figura A.6: Vectores de premios y subsidios para distintas variaciones de probabilidad de éxito λ.

A.2.3. Variaciones en Factor de descuento

	t	r=5%	r=7,5%	r=10%	r=12,5%	r=15%	r=17,5%
Costo esp		49,113	48,367	47,651	46,964	46,305	45,672
s		1,112	1,113	1,113	1,113	1,113	1,113
B	1	123,869	122,906	121,983	121,098	120,247	119,430
	2	120,588	119,759	118,963	118,198	117,462	116,753
	3	117,306	116,601	115,923	115,270	114,642	114,036
	4	114,024	113,433	112,864	112,315	111,786	111,275
	5	110,741	110,254	109,785	109,332	108,895	108,472
	6	107,458	107,066	106,687	106,321	105,967	105,624
	7	104,175	103,867	103,570	103,282	103,003	102,732
	8	100,892	100,659	100,433	100,214	100,001	99,795
	9	97,610	97,441	97,277	97,117	96,962	96,812
	10	94,330	94,214	94,101	93,992	93,886	93,782
	11	91,051	90,978	90,907	90,838	90,771	90,705
	12	87,774	87,733	87,694	87,655	87,617	87,581
	13	84,500	84,480	84,462	84,444	84,426	84,408
	14	81,228	81,220	81,211	81,203	81,195	81,188

Figura A.7: Vectores de premios y subsidios para distintas variaciones de factor de descuento δ (equivalentemente a variaciones en tasa de interés r).

A.2.4. Variaciones en aversión al riesgo

	t	α=0.5	α=0.6	α=0.7	α=0.8	α=0.9	α=0.98
Costo esp		259,686	124,996	73,322	47,651	33,348	26,801
s		2,417	1,878	1,420	1,113	1,003	1,000
B	1	1121,509	433,240	213,913	121,983	74,589	52,520
	2	1030,937	409,229	206,037	118,963	73,148	51,592
	3	943,415	385,549	198,171	115,923	71,693	50,652
	4	859,036	362,217	190,316	112,864	70,222	49,701
	5	777,897	339,255	182,476	109,785	68,736	48,738
	6	700,096	316,683	174,653	106,687	67,235	47,764
	7	625,733	294,525	166,851	103,570	65,717	46,777
	8	554,913	272,804	159,073	100,433	64,183	45,778
	9	487,741	251,548	151,324	97,277	62,632	44,765
	10	424,329	230,782	143,608	94,101	61,064	43,740
	11	364,788	210,538	135,928	90,907	59,478	42,701
	12	309,236	190,847	128,291	87,694	57,875	41,647
	13	257,792	171,743	120,702	84,462	56,254	40,580
	14	210,580	153,266	113,167	81,211	54,613	39,497

Figura A.8: Vectores de premios y subsidios para distintas variaciones de aversión al riesgo α

13

[13] Entiéndase por aversión al riesgo el exponente en la función de utilidad del agente, el cual entrega la pendiente de la recta.