



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**EVALUACIÓN DEL VALOR ECONOMICO EN EL PLAN MINERO DE
APLICAR MODELAMIENTO GEOESTADÍSTICO DE LA RECUPERACION
METALURGICA**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

VICTOR HUGO CONTRERAS ROJO

PROFESOR GUÍA:

XAVIER EMERY

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

NADIA MERY GUERRERO

BRIAN TOWNLEY CALLEJAS

SANTIAGO DE CHILE

2023

**RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL GRADO DE:** Magíster en Minería
POR: Victor Hugo Contreras Rojo
FECHA: 2023
PROFESOR GUÍA: Xavier Emery

EVALUACIÓN DEL VALOR ECONOMICO EN EL PLAN MINERO DE APLICAR MODELAMIENTO GEOESTADÍSTICO DE LA RECUPERACION METALURGICA

Para asegurar su posición competitiva, la minería debe enfrentar desafíos complejos, siendo la caracterización de los recursos minerales esencial en el proceso de planificación minera y en definir la vida económica del proyecto, dado que cuantifica la distribución de los elementos de interés.

Las operaciones mineras manejan cantidades masivas de datos con el objetivo de maximizar el beneficio de la extracción de minerales, siendo un bajo porcentaje el que se aprovecha para disminuir la incertidumbre en los procesos y optimizar las operaciones.

Este trabajo muestra el resultado de la integración entre las disciplinas de geociencias y planificación minera al cuantificar el valor económico de un proyecto minero con metodologías más robustas que integran mayor cantidad y fuentes de información para la variable de interés de recuperación metalúrgica, donde en la actualidad se mantiene la práctica tradicional de estimación, kriging ordinario, cuyo control principal para la definición de unidades de estimación resulta a partir de mapeo geológico (información cualitativa).

La evolución a través del tiempo ha llevado a disponer de una gran cantidad de información a partir de diferentes fuentes, la aplicación de nuevas tecnologías para la semi cuantificación de minerales de alteración (kaolinita y muscovita) y técnicas de análisis químicos de extracción parcial (variable auxiliar de exceso de fierro) son utilizadas para una mejor definición de las unidades de estimación de la recuperación metalúrgica. Adicionalmente, técnicas de análisis químicos de espectrómetro de plasma inducido capaces de medir la gran mayoría de los elementos de la tabla periódica y cuya cantidad de información, para este caso de estudio, es considerablemente mayor a la variable de interés, permite definir el Aluminio, dada su alta correlación estadística y espacial, como covariable para el proceso de interpolación multivariable de la recuperación metalúrgica.

El resultado de la evaluación económica al utilizar el modelamiento geoestadístico multivariable de la recuperación metalúrgica muestra un impacto positivo en el valor actualizado neto (NPV) de +1.9% del activo comparado con el modelo actual. Al realizar una optimización del plan minero en función de esta nueva caracterización, el impacto se incrementa hasta un 7.3% de NPV.

TABLA DE CONTENIDO

1. INTRODUCCION	1
1.1. Motivación.....	1
1.2. Objetivo General	2
1.3. Objetivos Específicos	2
1.4. Alcance	2
2. ANTECEDENTES.....	3
2.1. Análisis Multivariable	3
2.1.1. Herramientas Exploratorias	3
2.1.2. Análisis de Componentes Principales	5
2.2. Modelamiento Variográfico.....	8
2.3. Kriging y Cokriging	10
2.4. Planificación Minera Estratégica	12
3. METODOLOGIA	14
3.1. Preparación de la Base de Datos	14
3.2. Definición de Unidades de Estimación y Covariable.....	14
3.3. Estudio Variográfico	14
3.4. Metodología de Estimación	15
3.5. Metodología de Validación.....	15
3.6. Metodología de Evaluación Económica.....	15
4. CASO DE ESTUDIO.....	16
4.1. Descripción General.....	16
4.2. Geología de Yacimiento	17
4.3. Base de Datos.....	19
4.3.1. Ensayos Geometalúrgicos.....	19
4.3.2. Información de Inducted Coupled Plasma (ICP)	20
4.3.3. Variables a partir de Análisis de Extracción Parcial	22
4.3.4. Variables a partir de Tecnología Hiperespectral	23
4.4. Unidades de Estimación	26

4.5. Definición de Covariable.....	27
4.6. Variografía.....	29
4.7. Planes de Estimación.....	30
4.8. Modelo de Bloques.....	31
4.9. Validación.....	32
4.10. Valorización Económica.....	34
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	36
BIBLIOGRAFÍA	38

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Ejemplo del Histograma.....	4
Figura 2. Ejemplo de Boxplot (Diagrama de caja).....	4
Figura 3. Ejemplo del índice de correlación de Pearson.....	5
Figura 4. Vector Propio (eigenvector) y Valor Propio (eigenvalue) a partir de una transformación lineal.....	6
Figura 5. Metodología de Análisis Componentes Principales.	6
Figura 6. Tabla resumen resultado de Análisis Componentes Principales.	7
Figura 7. Biplot entre Componente Principal D1 y D2, las que explican mayor varianza total. ...	7
Figura 8. Circulo de correlación y su análisis en función del ángulo entre líneas.	7
Figura 9. Numero de componentes y sus valores propios, para definir el numero óptimo.....	8
Figura 10. Variograma experimental.	8
Figura 11. Variograma cruzado experimental.	9
Figura 12. Modelos elementales y ejemplos de variables regionalizadas asociadas a estos variogramas.	9
Figura 13. Planificación de una mina a cielo abierto. Sección vertical esquemática: (a) rajo final de la mina, (b) fases o push-backs, (c) estrategia de explotación o secuencia de extracción de los bloques.	13
Figura 14. Vista en planta del yacimiento y sus características geológicas de Litología, Alteración y Zonas Mineralógicas de izquierda a derecha respectivamente.....	19
Figura 15. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) de la base de datos Recuperación.....	20
Figura 16. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) de la base de datos Aluminio (ICP).....	21
Figura 17. Vista en planta de la diferencia en densidad de información entre la variable geometalúrgica de interés y las covariable a partir de análisis ICP.....	21
Figura 18. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Exceso de Hierro en el Modelo de Bloques.....	23
Figura 19. Tecnología hiperspectral, interacción de la luz con la muestra (izquierda), espectro de la muscovita y sus diferentes picks debido al enlace vibracional de Al-OH (derecha).....	24
Figura 20. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Kaolinita en el Modelo de Bloques.	24
Figura 21. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Muscovita en el Modelo de Bloques.....	25
Figura 22. Scatterplot entre la variable de Recuperación y Auxiliar Fe.	26
Figura 23. Gráficos probabilísticos de las unidades de estimación de Recuperación.	27

Figura 24. Scatterplot y variograma cruzado entre Recuperacion y Alumnio.	27
Figura 25. Vista en planta de la correlación negativa entre: a la izquierda muestras de Recuperación y a la derecha muestras ICP de Aluminio.	28
Figura 26. Análisis de Componentes Principales, extremo positivo del Primer Componente (Al, Li, Mg, Ga, V, Y, Sc, Be, P).....	29
Figura 27. Vista en planta del resultado de estimación de recuperación por cokriging ordinario.	31
Figura 28. SwathPlot de los modelos resultantes (kriging ordinario en azul y cokriging ordinario en verde) y la base de datos, mostrando una mejor representación de los datos el modelamiento multivariable.....	32
Figura 29. Conciliación entre los modelos de recuperación estimado por kriging ordinario y cokriging ordinario.....	33
Figura 30. Resultado de la evaluación económica comparando los modelos estimados mediante kriging ordinario y cokriging (simple y ordinario) en el actual plan minero.	34
Figura 31. Resultado de la evaluación económica comparando los modelos estimados mediante kriging ordinario y cokriging (simple y ordinario) optimizando el plan minero.	35

INDICE DE TABLAS

Tabla 1. Estadística descriptiva de la variable de interés.	20
Tabla 2. Estadística descriptiva del elemento a utilizar desde la base de datos ICP en la coestimación de la variable geometalúrgica de recuperación.	21
Tabla 3. Estadística descriptiva de la variable auxiliar de Fe en el Modelo de Bloques.	22
Tabla 4. Estadística descriptiva de los minerales de alteración semi cuantificados a partir de tecnología hiperespectral.	24
Tabla 5. Estadística descriptiva de las unidades de estimación de Recuperación.	27
Tabla 6. Matriz de correlación de Pearson para la variable recuperación y elementos químicos del primer componente principal.	29
Tabla 7. Variogramas modelados para las unidades de estimación de Recuperación.	30
Tabla 8. Estrategias de búsqueda para las unidades de estimación de Recuperación.	30
Tabla 9. Estadística descriptiva del modelo de bloques de recuperación.	31
Tabla 10. Semanas en que el modelo de cokriging predijo mejor la realidad que el modelo de kriging.	33

1. INTRODUCCION

La minería del futuro, para asegurar su posición competitiva, debe enfrentar desafíos complejos. Sabemos que el valor de un yacimiento no solo depende de sus características geológicas, sino también de la tecnología que utilice para su explotación y de la manera en que se gestione su explotación, incluyendo aspectos ambientales y sociales.

La caracterización de los recursos minerales es esencial para el diseño y la planificación minera, dado que cuantifica la distribución de elementos de interés, subproductos y contaminantes dentro de un depósito mineral. Tradicionalmente, los modelos de recursos se elaboran mediante ponderación del inverso de la distancia o kriging, considerando una variable de manera aislada e ignorando las correlaciones espaciales entre las especies minerales.

Uno de los desafíos más recientes de las operaciones mineras es manejar cantidades masivas de datos producidos por toda la cadena de valor con el objetivo de maximizar el beneficio de la extracción de minerales. Un bajo porcentaje de los datos se aprovechan para disminuir la incertidumbre en los procesos y optimizar las operaciones.

En este sentido, a través del tiempo, la geoestadística ha tenido un gran desarrollo, presentando en las últimas décadas técnicas de estimación y simulación multivariable para generar escenarios geológicos – geometalúrgicos que permitan una mejor cuantificación de la incertidumbre respecto de la valorización de los proyectos, y también en la estimación de variables y parámetros técnicos usados en la planificación minera, como por ejemplo la recuperación metalúrgica.

1.1. Motivación

Estudios relacionados con la diferenciación de unidades litológicas y alteración mediante litogeoquímica han sido desarrollados en función de una mejor caracterización geológica a partir de información cuantitativa elemental, con el objetivo principal de generar herramientas de diferenciación y/o validación de la información capturada rutinariamente en los mapeos geológicos por los equipos de trabajo. Sin embargo en la actualidad el post procesamiento de leyes y variables geometalúrgicas como la recuperación metalúrgica mantienen las prácticas tradicionales de estimación, kriging ordinario, que no consideran todas las fuentes y cantidades de información disponible tales como análisis químicos, mineralogía cuantitativa y semi cuantitativa, siendo solo la caracterización geológica, litología, alteración y zona mineral lo utilizado para la definición de unidades de estimación, lo cual motiva a realizar un análisis más robusto que integra toda esta información y así entender cómo el resultado de esto impactará en las expectativas económicas del proyecto a lo largo de su plan minero.

1.2. Objetivo General

Evaluar el valor económico en el plan minero del activo al implementar una metodología robusta de modelamiento geoestadístico sobre diferentes fuentes, tipos y cantidad de información para la variable de recuperación metalúrgica.

1.3. Objetivos Específicos

- Realizar el análisis exploratorio a las diferentes fuentes de información con el objetivo eliminar inconsistencias.
- Generar una base de datos integrada para la recuperación metalúrgica a partir de las diferentes fuentes y cantidad de información.
- Definir unidades de estimación en función de la mayor cantidad de información disponible.
- Definir la covariable o variable secundaria mayormente muestreada que será utilizada en la interpolación utilizando la versión multivariable del actual kriging ordinario, cokriging ordinario.
- Implementar esta metodología de modelamiento geoestadístico automatizada (script) y validar el funcionamiento de los módulos necesarios.
- Comparar el modelo multivariable de recuperación mediante cokriging ordinario versus el modelo actual con kriging ordinario, swathplots y el ejercicio de conciliación, serán las herramientas para validar los resultados.
- Incorporar ambos modelos en el plan minero y cuantificar el valor económico a lo largo de la vida de activo.
- Optimizar el plan minero en función de este nuevo modelo multivariable y cuantificar el potencial valor económico al utilizar este nuevo input.

1.4. Alcance

De acuerdo con las restricciones de confidencialidad de los datos, la información que aquí se presenta, se encuentra simplificada y procesada para efectos de la presentación de resultados, además las referencias bibliográficas no serán incluidas en su totalidad en este documento dado el carácter anónimo en algunos aspectos específicos del estudio como también aspectos específicos del plan minero utilizado en la evaluación económica.

2. ANTECEDENTES

La geoestadística es una rama de la estadística, aplicada en un contexto espacial. Busca estudiar variables regionalizadas, que corresponden a variables numéricas que se distribuyen en el espacio y presentan cierta continuidad espacial, aunque varían irregularmente a escala local (ejemplos de variables regionalizadas son la ley de los elementos del yacimiento, el tipo de roca, concentración de contaminantes, densidad de roca, entre otros). Los principales atributos que definen una variable regionalizada son su naturaleza, el dominio que abarca y el soporte sobre el cual fue medida (Chilès y Delfiner, 2012).

El modelo constitutivo de la geoestadística es la interpretación de una variable regionalizada como una realización de un proceso aleatorio o "función aleatoria", que permite describir las variaciones espaciales de la variable con herramientas probabilísticas.

Determinar la distribución espacial completa de la función aleatoria resulta imposible en toda generalidad, debido a que solo se cuenta con una realización de la variable regionalizada y solo se conoce de manera parcial en algunos puntos de muestreo. Para eludir este problema se considera que la distribución espacial de la función aleatoria es invariante por traslación en el espacio (hipótesis de estacionaridad).

Existen distintos grados de estacionaridad (estricta, de segundo orden, intrínseca, local), en función de qué momentos se consideran invariantes y a qué escala se supone válida la hipótesis. (Sinclair y Blackwell, 2002).

2.1. Análisis Multivariable

El análisis multivariable apunta a interpretar las relaciones entre las variables presentes, así como buscar la simplicidad en su análisis. Entre las herramientas de análisis multivariable existentes actualmente, se dará énfasis en este trabajo a la técnica de análisis de componentes principales.

2.1.1. Herramientas Exploratorias

El Histograma es una herramienta de distribución estadística de valores, es una representación gráfica de una variable en forma de barras, donde se puede observar la frecuencia (o cantidad de datos) de la variable en clases, en general definidas como intervalos del mismo tamaño referentes al valor de la variable. Los histogramas son útiles para la detección de valores atípicos (outliers); cabe destacar que un dato atípico no es forzosamente falso y nunca debe ser eliminado sin razón, podría reflejar el comportamiento verdadero de la variable regionalizada y eliminarlo impediría prever la ocurrencia de tales valores en las zonas no muestreadas.

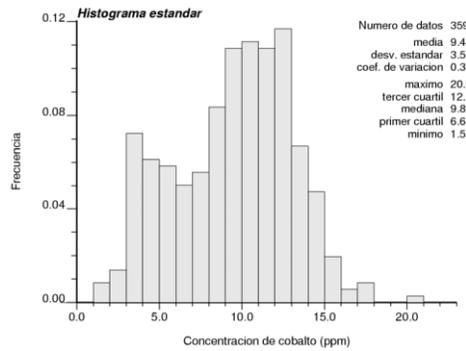


Figura 1. Ejemplo del Histograma.

El Desagrupamiento (en inglés, declustering) es un modo de corregir los efectos provocados por las irregularidades de la malla de muestreo. La idea es asignar a los datos espacialmente agrupados, en parte redundantes, un ponderador más pequeño que a los datos aislados, los cuales son representativos de una porción más extensa del espacio. Para determinar la variable de ponderación, se puede utilizar el llamado método de las celdas. Esta técnica consiste en dividir la zona de estudio en celdas rectangulares idénticas y en atribuir a cada dato un ponderador inversamente proporcional al número de datos presentes en la celda a la cual pertenece. El método de las celdas realiza la ponderación de los datos según un criterio meramente “geométrico”, es decir, que sólo toma en cuenta la posición espacial de los datos. No toma en cuenta la continuidad espacial de los valores.

El Diagrama de Caja (boxplot) es un gráfico que permite resumir algunas características de la distribución de una variable, tales como su simetría y dispersión, en un gráfico de una dimensión. Los elementos descritos en un boxplot son los cuartiles, así como dos cuantiles extremos.

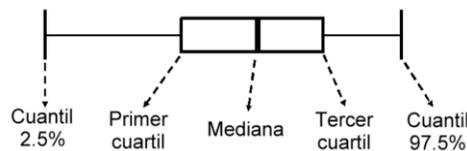


Figura 2. Ejemplo de Boxplot (Diagrama de caja).

La Nube de Dispersión o de correlación consiste en visualizar la relación entre dos los valores de una variable en función de otra, lo cual requiere que ambas variables hayan sido medidas en los mismos sitios. Sirve para ver la relación par a par o el grado de “dependencia” entre ambas variables, así como detectar datos atípicos (puntos que se alejan del resto de la nube). El coeficiente de correlación lineal de Pearson es un índice que mide la relación lineal entre dos variables. El valor del índice de correlación de Pearson varía en el intervalo de -1 y 1 (estos extremos corresponden al caso en el cual las variables son exactamente proporcionales entre sí, con un coeficiente de proporcionalidad negativo o positivo, respectivamente), pero el valor es sensible a la presencia de valores aberrantes y no refleja relaciones de dependencia no lineales.

La matriz de correlación es una matriz cuadrada simétrica, constituida por los coeficientes de correlación de Pearson de cada pareja de variables, en la cual se tendrán “1” en la diagonal de la matriz y el valor de correlación en los elementos no diagonales.

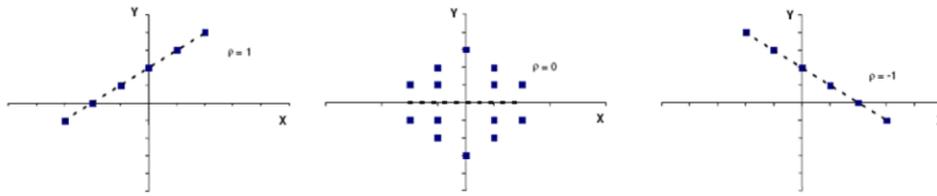


Figura 3. Ejemplo del índice de correlación de Pearson.

2.1.2. Análisis de Componentes Principales

El Análisis de Componentes Principales (PCA) es una técnica multivariable de “interdependencia” que analiza la relación entre un conjunto de variables, su finalidad principal no es el análisis de relaciones causales, sino la agrupación de variables, en función de la variabilidad que cada variable comparte con otras que buscan la reducción de datos (Zamora y Esnaola, 2015). Cuando no existe asociación entre las variables las correlaciones entre ellas son nulas y carece de sentido realizar este tipo de análisis.

Se tiene como principal objetivo la síntesis de la información, en otras palabras, reducir dimensionalidad de un grupo de variables observadas obteniendo un número menor de variables no observadas (componentes principales) con la menor pérdida de información posible, logrando explicar la mayor parte de variabilidad total con un menor número de grupos o componentes, no correlacionados entre sí y, además, que pueden ordenarse de acuerdo con la información que llevan incorporada.

El Análisis de Componentes Principales (PCA) utiliza la varianza como medida de la cantidad de información incorporada en un componente, es decir, cuanto mayor sea su varianza mayor es la cantidad de información que lleva incorporada dicha componente. Por esta razón se selecciona como primera componente aquella que tenga mayor varianza, mientras que la última componente es la de menor varianza.

Las componentes principales se expresan como una combinación lineal de las variables originales. Si las variables originales no estuvieran correlacionadas, el análisis de componentes principales carecería por completo de interés, ya que en ese caso las componentes principales coincidirían con las variables originales (De la Fuente, 2011).

Cabe mencionar que para el cálculo de componentes principales se sugiere considerar variables estandarizadas (media = 0, varianza = 1) ya que este cálculo está basado en obtención de los valores y vectores característicos asociados a una matriz simétrica de varianza-covarianza que coincide con la matriz de correlación.



Figura 4. Vector Propio (eigenvector) y Valor Propio (eigenvalue) a partir de una transformación lineal.

Cada una de las componentes principales corresponde a un vector propio, y el orden del mismo es establecido de manera decreciente según su valor propio. Es decir, el primer componente será aquel vector propio cuyo valor propio asociado sea el más alto y que a la vez sea el que aporte mayor varianza (Arredondo, 2019).

Finalmente, la primera componente principal, al igual que las restantes, se expresa como combinación lineal de los variables originales y que explica la mayor parte de su variabilidad.

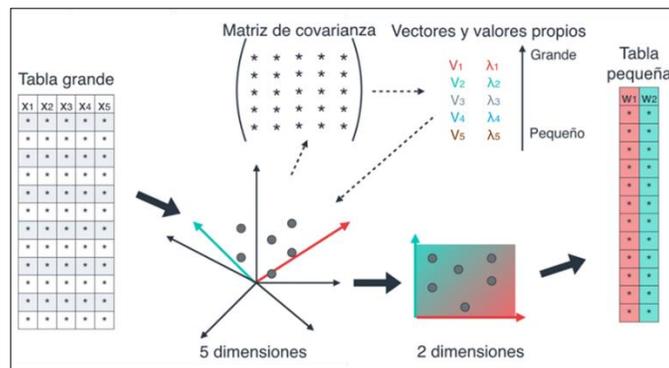


Figura 5. Metodología de Análisis Componentes Principales.

La información obtenida del cálculo de los componentes principales contiene los siguientes elementos:

- Tabla resumen con los valores propios, proporción de la varianza explicada por cada componente y la proporción acumulada.

Componente	Autovalores iniciales		
	Total	% de la varianza	% acumulado
1	2,196	36,603	36,603
2	1,500	24,999	61,602
3	1,395	23,244	84,846
4	,760	12,670	97,516
5	,115	1,910	99,426
6	,034	,574	100,000

Figura 6. Tabla resumen resultado de Análisis Componentes Principales.

- Biplot, plano principal donde se proyectan las observaciones y las direcciones de cada una de las variables, permite analizar agrupaciones, similitudes y/o disimilitudes, los primeros dos componentes o dimensiones son los componentes que explican en mayor proporción la varianza.

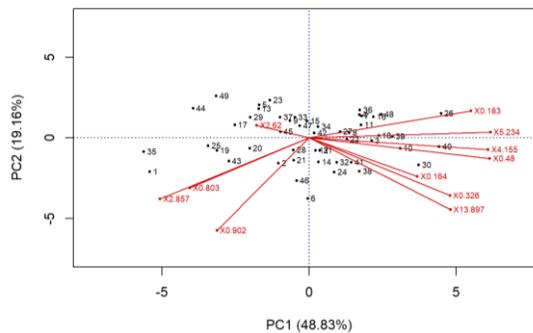


Figura 7. Biplot entre Componente Principal PC1 y PC2, las que explican mayor varianza total (Arredondo, 2019).

- Círculo de correlación, formado por puntos que representan cada variable por medio de dos coordenadas que miden los coeficientes de correlación de dicha variable con los dos factores o componentes considerados (De la Fuente, 2011). Todas las variables, representadas como vectores estarán contenidas dentro de un círculo de radio unitario, donde el ángulo entre dos variables (vectores) muestra el grado de afinidad o de antagonismo entre estas variables y la cercanía al centro del círculo entregara información acerca de la representatividad de la variable (centro = poco representativa, borde = muy representativa).

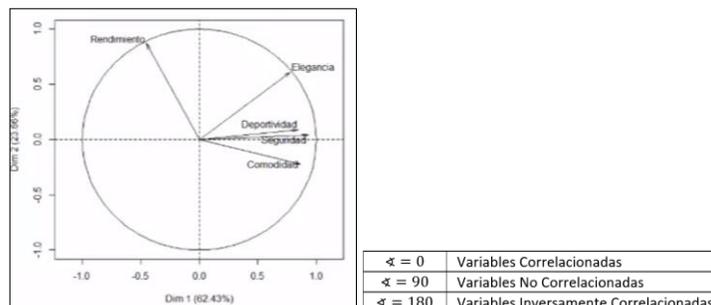


Figura 8. Círculo de correlación y su análisis en función del ángulo entre líneas.

- Número de componentes a seleccionar, en función de sus valores propios o cantidad de información contenida en una componente principal, siendo 1 el valor de la varianza de cada una de las variables originales.

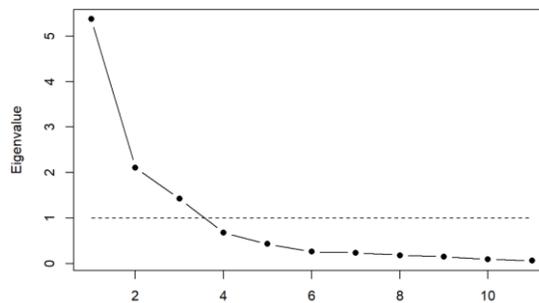


Figura 9. Número de componentes y sus valores propios, para definir el número óptimo (Arredondo, 2019).

Finalmente, si el objetivo es identificar el número y composición de componentes necesarios para resumir las variables observadas en un conjunto grande de variables observadas, entonces lo apropiado es aplicar un Análisis Componentes Principales (PCA).

2.2. Modelamiento Variográfico

Se busca caracterizar la dependencia espacial de una función aleatoria en función de la correlación existente entre los valores que toma en diferentes puntos del espacio. Para esto se cuenta con los momentos de segundo orden: variograma y covarianza (Chilès y Delfiner, 2012).

El variograma es una de las herramientas más utilizadas en geoestadística, tanto en su versión directa (univariable) como cruzada (multivariable), ya que corresponde a una medida de cómo se desestructura una variable regionalizada en el espacio.

A continuación, se presenta la función del variograma experimental en su versión univariable (variograma directo).

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2|N(h)|} \sum_{N(h)} [z(x_\alpha) - z(x_\alpha + h)]^2$$

Figura 10. Variograma experimental.

Donde la variable regionalizada es $z(x)$, $N(h)$ corresponde al número de pares de datos disponibles para una separación dada por un vector h , siendo $\{(x_\alpha), (x_\alpha + h); \alpha = 1, \dots, N(h)\}$ las posiciones de estos pares de datos.

En el caso multivariable se define el variograma cruzado experimental entre dos variables regionalizadas z_i y z_j , como:

$$\widehat{\gamma}_{ij}(h) = \frac{1}{2|N_{ij}(h)|} \sum_{N_{ij}(h)} [z_i(x_\alpha) - z_i(x_\alpha + h)] [z_j(x_\alpha) - z_j(x_\alpha + h)]$$

Figura 11. Variograma cruzado experimental.

donde $N_{ij}(h)$ es el número de pares de datos que se consideran para calcular el estimador, los que se encuentran separados entre sí por un vector h . Cabe notar que la ecuación requiere que ambas variables z_i y z_j estén medidas en las mismas posiciones del espacio para poder ser calculada.

Las expresiones anteriores representan una función obtenida de forma experimental, la cual debe ser modelada porque considera solamente determinadas distancias y orientaciones para el vector h , según la cantidad y disposición de los datos disponibles. Los principales modelos consideran la definición de un efecto pepita, que tiene que ver con la discontinuidad en el origen, además de modelos teóricos como los Esféricos, Exponenciales, Gaussianos, entre otros.

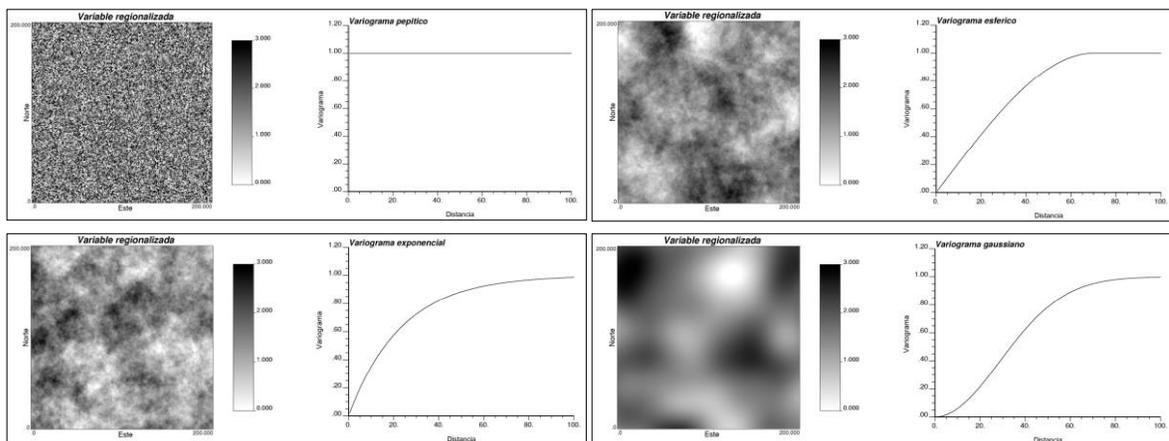


Figura 12. Modelos elementales y ejemplos de variables regionalizadas asociadas a estos variogramas.

Para el caso multivariable el proceso de modelamiento debe considerar todos los variogramas experimentales directos y cruzados. Este proceso se plasma usualmente en un modelo lineal de correogionalización, es decir, un conjunto de estructuras básicas asociadas a matrices donde la diagonal corresponde a las mesetas asociadas a los variogramas directos y el resto corresponde a las de los variogramas cruzados (Wackernagel, 2003).

2.3. Kriging y Cokriging

La predicción tiene por objetivo interpolar el valor de una variable regionalizada en un sitio del espacio donde no se cuenta con información disponible. Esta predicción se realiza a soporte de bloque, para obtener una representación del yacimiento mineral como un "modelo de bloques".

Existen diversos métodos empleados para predecir, entre los métodos tradicionales encontramos la interpolación por el vecino más cercano, que atribuye toda la ponderación al dato más cercano al sitio a estimar, luego omite gran parte de la información y carece de precisión. Un segundo método tradicional es el inverso de la distancia, que asigna a cada dato una ponderación inversamente proporcional a (una potencia de) su distancia al sitio a estimar. Si la potencia es baja (cercana a cero), la distancia elevada a esta potencia es cercana a 1, por lo que el estimador asigna la misma ponderación a todos los datos (media aritmética de los datos). Al contrario, si la potencia es muy alta, el inverso de la distancia más pequeña se vuelve preponderante sobre todos los otros términos, y el estimador se convierte en el vecino más cercano.

Los métodos presentados con anterioridad toman en cuenta la información de naturaleza geométrica al momento de realizar la interpolación, principalmente las distancias que existen entre los sitios con datos y el sitio a estimar. Sin embargo, ignoran otra fuente de información, que es la continuidad espacial de la variable en estudio, resumida a través del modelo de variograma.

El kriging, ideado por el ingeniero en minas sudafricano Danie Krige y formalizado posteriormente por el ingeniero francés Georges Matheron, es la técnica aplicada por excelencia, debido a que corresponde al mejor estimador lineal insesgado. Considera la distancia de los datos al sitio a predecir, la redundancia de información y la continuidad espacial de la variable, lo que permite entender su alta aplicabilidad (Chilès y Delfiner, 2012).

Matemáticamente, el kriging se construye como un estimador sin sesgo y de máxima precisión, por lo que debe satisfacer las condiciones de que la esperanza del error sea nula y que su varianza sea mínima. Ahora bien, cabe destacar que existen dos tipos principales de kriging: simple y ordinario. En el kriging simple, si se considera la hipótesis de estacionaridad, se asume que la media de la variable es conocida y constante en todo el espacio. Sin embargo, una suposición tan fuerte puede afectar a la robustez de la estimación, sobre todo cuando dicha media no es rigurosamente constante o no es conocida de manera perfecta. Por lo tanto, lo que se hace generalmente es relajar esta restricción a que la media sea constante localmente pero que es desconocida, lo que da origen al kriging ordinario.

Por definición, la interpolación por kriging implica usar el mejor estimador lineal insesgado de un conjunto de muchos posibles, en el sentido que el error de estimación tiene una esperanza nula (restricción de insesgo) y una varianza mínima (restricción de optimalidad). Sin embargo, presenta la limitación de tratar con solo una variable regionalizada, lo que no se ajusta a la necesidad de las operaciones mineras que consideran múltiples especies de valor (Myers, 1992).

A la luz de lo anterior, se llegó a proponer un estimador similar, denominado cokriging, el cual toma en cuenta la información adicional de otras variables regionalizadas, sin perder las características del kriging (Matheron, 1979). El cokriging tiene por objetivo estimar el valor de una variable en un sitio, a partir de mediciones de estas u otras variables en sitios circundantes, siendo ventajoso cuando la variable de interés está submuestreada con respecto a otras variables (muestreo heterotópico) correlacionadas con ella.

La estimación considera la configuración geométrica de las muestras respecto al sitio a estimar, además de la estructura espacial conjunta de las variables regionalizadas dada por los modelos de variogramas directos y cruzados. Tal como en el caso univariable, la estimación es una combinación lineal ponderada de los datos, sin sesgo y con varianza mínima del error, aunque en el caso cokriging la información aportada por las variables auxiliares mejora la estimación de la variable de interés. Al igual que kriging, existen variaciones del método como el cokriging simple (de medias conocidas) y cokriging ordinario (de medias desconocidas).

Las principales propiedades del kriging y cokriging (Wackernagel, 2003) son: interpolación exacta, es decir se restituye el valor de un dato en un sitio con dato medido; aditividad, lo que significa que el valor estimado en un bloque es el promedio de los valores puntuales estimados dentro de éste; suavizamiento, lo que se refleja en que las estimaciones son menos variables que los datos originales.

En resumen, las razones que justifican realizar la estimación de variables por cokriging en lugar de kriging es que estima una variable incorporando la información aportada por las restantes y la estimación es más coherente ya que toma en cuenta las relaciones lineales entre las variables. Sin embargo, existen casos en que la estimación por cokriging coincide con el kriging de cada variable por separado si las variables son independientes entre sí, es decir, no existe correlación entre ellas (variogramas cruzados nulos) y en casos de muestreo homotópico (todas las variables han sido medidas en los mismos sitios con dato) donde todas las variables poseen igual continuidad espacial e igual nivel de reconocimiento.

2.4. Planificación Minera Estratégica

La planificación minera, es la disciplina de la Ingeniería de Minas, que se encarga de diseñar la mejor estrategia productiva en función de los recursos minerales existentes y las estrategias de negocios establecidas por las compañías mineras y tiene dentro de sus objetivos principales, maximizar el valor del negocio minero.

El principal objetivo estratégico de las empresas mineras consiste en maximizar el valor actualizado neto (VAN). No obstante, las empresas mineras pueden tener otros objetivos entre los cuales se pueden mencionar los siguientes: maximizar la vida de la mina, minimizar los costos de producción, tener economías de escala, evitar una exposición excesiva al riesgo, maximizar la utilización de los recursos, etc.

Esta estrategia productiva define los métodos de extracción, mineros y metalúrgicos y las cuotas de minerales a comercializar en el tiempo, resumidas en un programa de producción minero. El programa de producción minero o plan minero a nivel de ingeniería de factibilidad, es un documento bancable que permite analizar financieramente un emprendimiento, desarrollo u optimización de un proyecto minero.

La planificación estratégica o de largo plazo es un problema de optimización bajo restricciones del proyecto minero, respetando las restricciones de extracción de los bloques: por ejemplo, el ángulo máximo de los taludes, las relaciones de orden entre los bloques por su ubicación en el yacimiento o la capacidad máxima de la planta concentradora de minerales.

El modelo de bloques es uno de los principales insumos en el proceso de planificación de largo plazo. El objetivo es definir, para la vida económica de la mina, qué bloques se deben explotar, cuándo y cuál debería ser su destino (planta de concentración de minerales, pila de lixiviación, botadero, etc.), siendo el objetivo habitual maximizar el VAN del proyecto minero y limitar los riesgos. Las técnicas de planificación dependen del método de explotación. En minería a cielo abierto, se llevan a cabo a través de las siguientes etapas (Emery y Séguret, 2020):

- Valorización económica de los bloques. El valor de un bloque depende no solo de las leyes de los principales productos, subproductos y contaminantes que contiene, sino también de la densidad de la roca, la recuperación metalúrgica (fracción de la cantidad de metal in situ realmente recuperada), el precio de venta del metal, los costos de venta, extracción y procesamiento.
- Determinación del rajo (pit) final de la mina a cielo abierto, es decir, del contorno geométrico de la mina al final de su vida económica (Figura 13.a). Este contorno permite estimar la cantidad de mineral extraíble del yacimiento, definir la duración económica de la explotación, dimensionar las instalaciones y los equipos necesarios para la producción y planificar la capacidad de producción.

- Elección de las diferentes fases de explotación que dividen el rajo final en rajos intermedios sucesivos, también llamados push-backs (Figura 13.b). Estos rajos, anidados entre sí, pueden ser obtenidos al calcular los rajos finales asociados a precios cada vez más bajos del metal producido o con leyes de corte cada vez más altas.
- Definición de la estrategia de explotación, correspondiente a la secuencia según la cual se extraerán los bloques, desde el origen de la explotación hasta obtener el rajo final de la mina (Figura 13.c).
- Definición de un programa de producción que define las “reservas minerales”, el cual detalla las cantidades de material extraídos (estéril y mineral), sus destinos, las leyes de mineral y los valores económicos (flujos de caja) para toda la vida de la mina, en general, por períodos anuales.

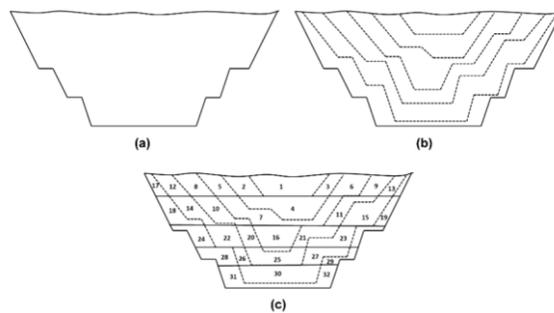


Figura 13. Planificación de una mina a cielo abierto. Sección vertical esquemática: (a) rajo final de la mina, (b) fases o push-backs, (c) estrategia de explotación o secuencia de extracción de los bloques.

3. METODOLOGIA

Para la implementación del modelamiento geoestadístico multivariable la metodología mediante la cual se consiguen los objetivos específicos considera lo siguiente:

3.1. Preparación de la Base de Datos

La primera etapa corresponde a la revisión de la consistencia, calidad y características de la información. Se realiza el análisis exploratorio de datos, donde se busca descartar datos aberrantes y duplicados, es decir, que se encuentren fuera del rango habitual de los valores o que están ubicados a una distancia muy pequeña para ser considerados como repetidos.

Se realiza la compositación de las muestras, entendiéndose como una regularización de las muestras destinada a homogenizar tramos de sondajes con sus características geológicas. Existen varios métodos de compositación, uno de los más utilizados es el método "Straight" que consiste en extraer el largo de cada intervalo desde la base de datos y los escribe como un compósito, en otras palabras, realiza compósitos manteniendo el largo del tramo original de los ensayos de recuperación.

3.2. Definición de Unidades de Estimación y Covariable

Se analizarán las diferentes relaciones geológicas, estadísticas y espaciales entre la variable de interés, la información disponible en la base de datos y variables categóricas representando "dominios geológicos" como tipos de roca o zonas mineralógicas, utilizando herramientas como chequeos visuales en plantas y secciones, métodos geoestadísticos como análisis de contactos, scatterplot y análisis de componentes principales.

3.3. Estudio Variográfico

El estudio variográfico considera la elaboración de variogramas experimentales y su ajuste mediante variogramas modelados de acuerdo con las direcciones de anisotropía que puedan detectarse para cada uno de los dominios establecidos, donde primero se realiza un análisis para buscar direcciones de anisotropía de las variables consideradas para la estimación. Para este análisis se usan mapas variográficos e información del muestreo espacial. Una vez definidas la existencia y cantidad de estas direcciones, se procede a obtener los variogramas experimentales. El paso requiere de la aplicación de criterios de tolerancias, los que dependen de la cantidad y geometría de las muestras. La salida de esta etapa son variogramas experimentales directos y cruzados, con su respectiva información. Dado lo anterior, en esta etapa se modela los variogramas directos y cruzados experimentales obtenidos en la etapa anterior con un modelo lineal de correogionalización. La salida de esta etapa son modelos variográficos directos y cruzados continuos.

3.4. Metodología de Estimación

Se utilizará cokriging ordinario considerando tres pasadas con diferentes radios de búsqueda y cantidad de muestras mínimas y máximas con el objetivo de ser más restrictivos a distancia menores y utilizar el efecto de la variable secundaria (en el presente caso, Aluminio) ya que se espera que mejore significativamente la estimación dado que la densidad de información es mayor.

3.5. Metodología de Validación

Como principales metodologías de validación y con el objetivo de evaluar la capacidad de predicción y representatividad de las muestras en esta implementación utilizando cokriging ordinario se confeccionan gráficos de tendencias y conciliaciones para un periodo determinado de tiempo donde se conocen los valores reales obtenidos post procesamiento de mineral, donde el modelo resultante es comparado con el modelo actual de recuperación metalúrgica que se estima mediante kriging ordinario y que consideran solo las características geológicas de litología, alteración y zonas mineralógicas en la definición de dominios de estimación.

3.6. Metodología de Evaluación Económica

Utilizando el actual plan minero para los próximos años del activo, el cual fue realizado y optimizado utilizando como base el actual modelo de bloques con la variable recuperación estimada mediante kriging ordinario, será evaluado el modelo resultante con la implementación de la nueva metodología para la variable geometalúrgica de interés, con lo cual se podrá visualizar el impacto económico de este nuevo input basado en una metodología más robusta.

4. CASO DE ESTUDIO

El caso de estudio corresponde a un yacimiento de tipo pórfido cuprífero en el norte de Chile, donde por temas de confidencialidad de información los aspectos geológicos, variables de interés y secundarias serán simplificadas y modificadas en la presentación de resultados para efectos de este documento.

4.1. Descripción General

Durante el transcurso de los años este caso de estudio, específicamente en el área de geociencias, se han desarrollado una serie de trabajos enfocados en una mejor caracterización geológica, utilizando y reinterpretando la mayor cantidad de información disponible con el objetivo de mejorar procesos de captura de datos y encontrar mejores relaciones entre la geología y la respuesta geometalúrgica de los materiales a proceso.

Dado que este yacimiento presenta diferentes alteraciones sobre impuestas que en algunos casos obliteran la textura original, enmascarando las características litológicas mapeables, se explora si las litologías responden a patrones de elementos químicos, siendo posible diseñar validaciones del mapeo, utilizando por ejemplo otras herramientas tales como pistolas de Fluorescencia de Rayos X (XFR), las que pueden entregar contenidos de elementos químicos mayores y menores en pocos minutos. Con la información de Inducted Coupled Plasma (ICP) se realizaron análisis geoestadísticos de derivas y boxplots a fin de identificar tendencias y elementos químicos característicos para las litologías. Finalmente se determinó una metodología cuantitativa para generar modelos litológicos tridimensionales en la identificación de unidades, lo que disminuye las actividades de remapeos y beneficia la productividad y costos.

Por otra parte, se realizan estudios con el objetivo de conocer y mejorar la predicción a la respuesta geometalúrgica de los materiales a proceso de flotación, empleando una metodología indirecta que con mayor densidad de información puede ser utilizada para la identificación de zonas con baja recuperación metalúrgica. La técnica se basa en los análisis de extracción parcial, y la mineralogía normativa resultante donde se define una variable auxiliar, el exceso de fierro, como la diferencia entre el fierro total y la suma del fierro aportado por pirita y calcopirita. Para el proceso de estimación de la variable auxiliar, exceso de fierro, se definieron dominios de estimación, resultados del análisis estadístico, para la interpolación por kriging ordinario cuyo resultado fue validado mediante herramientas visuales, curvas tonelaje – ley, estadística descriptiva, curvas de derivas, cambio soporte y gráficos de deriva.

Finalmente se determina la relación espacial y estadística que existe entre la variable auxiliar, exceso de fierro, y la recuperación metalúrgica, estableciéndola como un nuevo input para identificar zonas de baja recuperación metalúrgica en el proceso de flotación.

Complementando lo anterior, otros estudios realizaron análisis estadísticos multivariantes para analizar la correlación entre las variables geometalúrgicas y los datos químicos y espectrales mediante la técnica de Análisis de Componentes Principales (ACP), con el objetivo de reducir el número de variables relevantes e identificar patrones y tendencias de interés, complementado con un Análisis de Correlación Múltiple para determinar aquellas variables que presentaran mayores coeficientes de correlación con las variables metalúrgicas, determinando que existe un grupo de elementos químicos que presentan una alta correlación entre ellos y se asocian a bajas recuperaciones (Al y Li) permitiendo relacionar las zonas de bajas recuperaciones con parámetros geológicos tales como la litología y alteración.

Dada la naturaleza de estos estudios y el tipo de información actualmente disponible, nace la necesidad de integrar esta mejor caracterización y entendimiento del control de la geología sobre la respuesta geometalúrgica con el valor del negocio. Para esto las disciplinas de geociencias y planificación minera deben interactuar con el objetivo de maximizar el valor económico del activo dada la implementación de técnicas de modelamiento geoestadístico multivariante, técnica más robusta y que utilizan mayor cantidad y fuentes de información (cuantitativa) no solo en su relación con las variables de interés, sino también en la cuantificación del impacto económico en los planes de extracción durante la vida del activo.

4.2. Geología de Yacimiento

Se reconocen dos unidades litológicas principales sobre las cuales se desarrollan los análisis geoestadísticos y que se describen a continuación:

Unidad de Andesitas: Corresponden a intercalaciones de andesitas y tobas andesíticas que son ampliamente reconocidas en el distrito y corresponden a roca de caja de la unidad de pórfido, distinguiéndose andesitas afaníticas, microporfídicas y brechas volcánicas. Dependiendo de la alteración pueden ser descritas como rocas de color gris verde con escasos cristales de plagioclasa y máficos (<10%) o como rocas de colores gris blanquecino con variaciones más amarillentas con textura porfídica relicta compuesta por fenocristales de feldespatos con alteración sericítica moderada a intensa.

Unidad de Pórfido: Serie de pulsos de composiciones monzodioríticas, granodioríticas a dacíticas con textura porfídica, la unidad cubre aproximadamente el 60 % de la superficie de la mina, a ella se encuentran relacionados los procesos de alteración hidrotermal, siendo la unidad que contiene mayor volumen de mineralización. Este complejo intruye a las rocas volcánicas de composición andesítica, a su vez es cortado por cuerpos de brechas hidrotermales, brechas ígneas y es instruido por cuerpos tardíos. Esta unidad se encuentra en gran parte afectada por alteración hidrotermal, razón por la cual ha sufrido cambios mineralógicos y químicos que generalmente obliteran la textura porfídica.

La alteración hidrotermal reconocida en el yacimiento corresponde a los tipos potásica, biotítica, clorítica, cuarzo-sericita y argílica. Este conjunto de alteraciones es rodeado y limitado por la alteración propilítica y se describen a continuación:

Alteración Potásica: Representa el estado más temprano en los procesos de alteración hidrotermal, esta alteración preserva muy bien la textura de la roca. Su principal característica es la presencia de feldespato potásico dispuesto en venillas, asociado con cuarzo, como borde de feldespato potásico en los fenocristales de plagioclasa.

Alteración Biotítica: Caracterizada por una biotitización de los ferromagnesianos, especialmente los anfíboles. En la unidad de andesitas, se reconoce por exhibir coloración gris oscura a verde oliva, debido a la presencia moderada a intensa de biotita secundaria fina (diseminada, intersticial y en vetillas) y, en menor proporción, clorita y sericita débil a moderada.

Alteración Sericita: Corresponde a minerales de alteración relacionados con la etapa hidrotermal principal temprana y se dispone como una zona de transición entre los ámbitos de alteración potásica (biotítica) y alteración cuarzo-sericita teniendo como característica principal la presencia de clorita en la biotita. Es importante señalar que en la mayoría de los casos la alteración sericítica coincide con un descenso notorio de la ley de cobre, esto debido a que se presenta relacionada a enriquecimiento débil.

Alteración Cuarzo-Sericita: Esta alteración se relaciona al evento hidrotermal principal de alteración y mineralización, se caracteriza por presentar una ausencia total de máficos y de feldespato potásico. Este tipo de alteración presenta su mejor expresión desde la aparición continua de sulfuros hasta la base del enriquecimiento y coincide con las mejores leyes de cobre del depósito.

Alteración Argílica: Alteración de origen supérgeno, que se sobreimpone a zonas con alteración cuarzo-sericita y se ubica principalmente en las partes altas del yacimiento. Se caracteriza por la presencia de caolín como mineral principal, generalmente mezclado con sericita lo que imprime una tonalidad blanqueada a la roca.

Las zonas mineralógicas son resultado de dos eventos principales, el primero asociado a la intrusión de un complejo intrusivo feldespático definido como mineralización primaria, y un segundo evento más joven de origen supérgeno responsable del enriquecimiento secundario en el yacimiento, estas unidades se describen a continuación:

Zona de óxidos: En ella coexisten óxidos de fierro, reconocidos en la zona lixiviada, con oxidados de cobre del tipo: brochantita, antlerita, atacamita, crisocola, dioptasa, chenevixita, turquesa, tenorita, almagrado, cuprita, cobre nativo, copper wad y malaquita, por nombrar los más importantes. Esta zona se asocia principalmente a la unidad de andesitas.

Zona de enriquecimiento secundario: Caracterizada por la ocurrencia dominante y/o continua de mineralización sulfurada de cobre de carácter secundario.

Zona primaria: Se refiere a toda mineralización sulfurada de cobre y/o fierro, con un contenido menor al 10 % en volumen de sulfuros secundarios (calcosina y/o covelina), situados bajo el piso de enriquecimiento secundario.

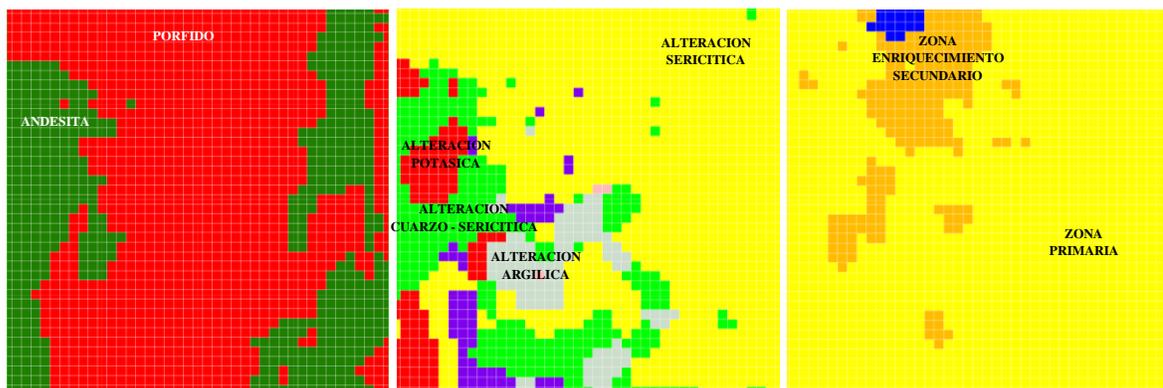


Figura 14. Vista en planta del yacimiento y sus características geológicas de Litología, Alteración y Zonas Mineralógicas de izquierda a derecha respectivamente.

4.3. Base de Datos

Durante los últimos años esta operación minera ha logrado capturar una gran cantidad de información bajo altos estándares de aseguramiento y control de calidad en la exportación inicial de estas bases de datos produciendo un resultado sin inconsistencias, enfocando sus esfuerzos en un mejoramiento continuo en la caracterización geológica y definición de unidades que permitan entender los fenómenos geológicos que controlan las diferentes variables de interés. Esta evolución en el tiempo ha llevado a contar con diferentes tipos de información en función de la naturaleza de los análisis. A continuación, se individualizan las diferentes fuentes y cantidades de información con sus respectivas estadísticas descriptivas:

4.3.1. Ensayos Geometalúrgicos

Como variable de interés para este trabajo, se definió la Recuperación Rougher desde los resultados de los ensayos geometalúrgicos, la cual en la actualidad es estimada mediante el uso de kriging ordinario en unidades de estimación definidas a partir solo de las características geológicas de litología, alteración y zona mineralógica. La Tabla 1 a continuación muestra la cantidad de información disponible para esta variable.

	Recuperación
N° Datos	8.375
Media	86,19
Desviación Estándar	7,911
Máximo	99,03
Mínimo	9,26

Tabla 1. Estadística descriptiva de la variable de interés.

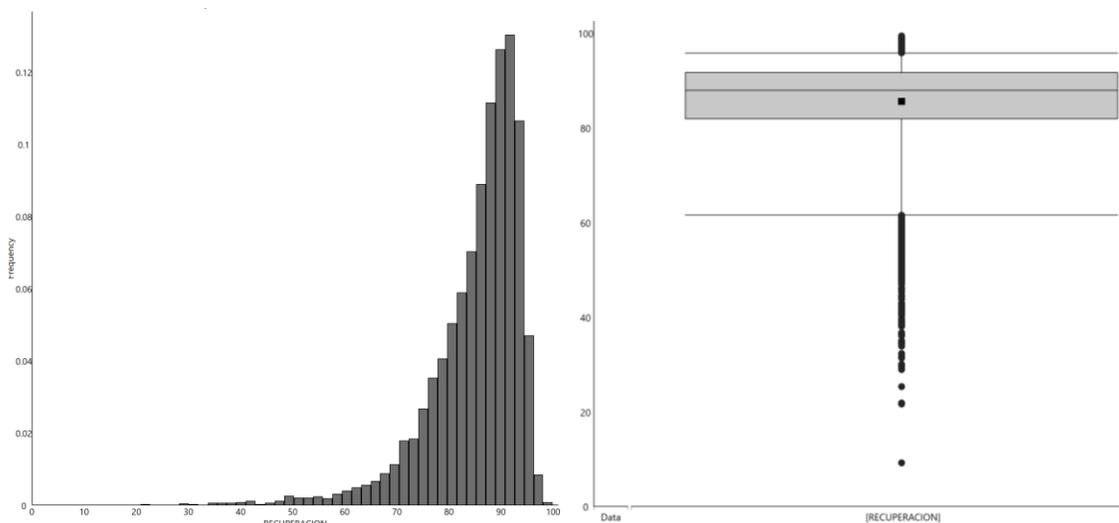


Figura 15. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) de la base de datos Recuperación (%).

La Figura 15 muestra los resultados de aplicar las herramientas de análisis de distribución estadística, donde es posible identificar muestra anómalas con recuperación menores a 22, estas muestras no serán eliminadas ya que corresponden a sectores profundos y externos del yacimiento donde efectivamente la mineralogía de esas muestras es de primario con contenido menor al 10 % en volumen de sulfuros secundarios (calcosina y/o covelina).

4.3.2. Información de Inducted Coupled Plasma (ICP)

Otra fuente de información, como resultado de una técnica con enorme potencial en la geoquímica, son los análisis de ICP, capaces de medir la mayoría de los elementos de la tabla periódica considerando límites de detección bajos y precisiones aceptables se obtiene un batería de 50 elementos químicos cuya cantidad de información es considerablemente mayor a la variable de interés antes descrita y que para efectos de simplificación para este trabajo se muestran a continuación (Tabla 2) la que será utilizada, como covariable, en la estimación mediante cokriging ordinario de la variable geometalúrgica de interés.

Aluminio_ICP	
N° Datos	48.707
Media	1,02
Desviacion Estandar	1,74
Maximo	6,77
Minimo	0.01

Tabla 2. Estadística descriptiva del elemento a utilizar desde la base de datos ICP en la coestimación de la variable geometalúrgica de recuperación.

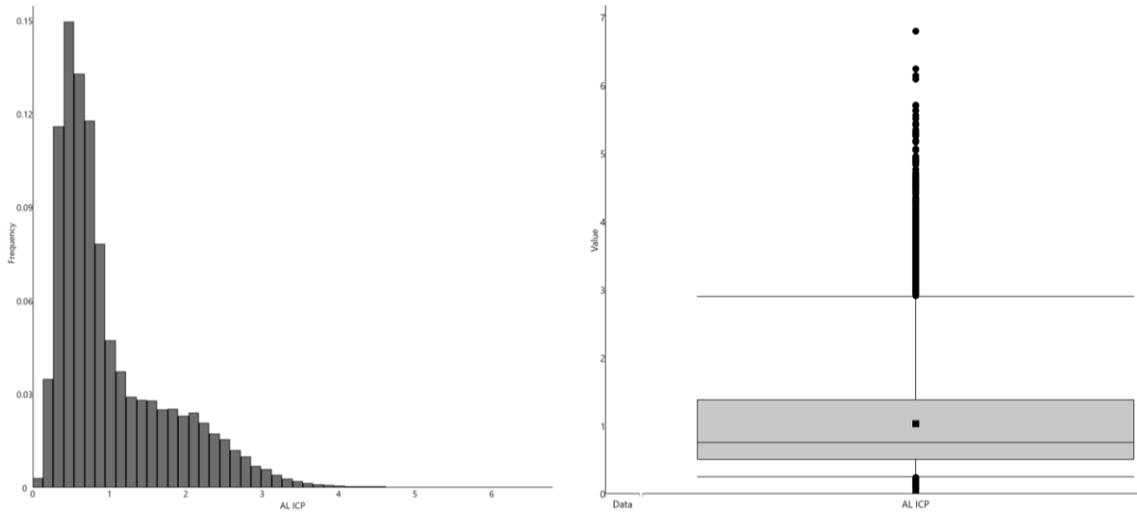


Figura 16. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) de la base de datos Aluminio (% ICP).

Utilizando las mismas herramientas de distribución estadística que en la variable de recuperación, la Figura 16 muestra los resultados de Aluminio donde es posible identificar muestras anómalas con contenidos mayores a 6%, muestras que serán eliminadas ya que corresponden a sectores extremos del yacimiento que no aportan información importante de las variables de interés en zonas contenidas en el actual plan minero.

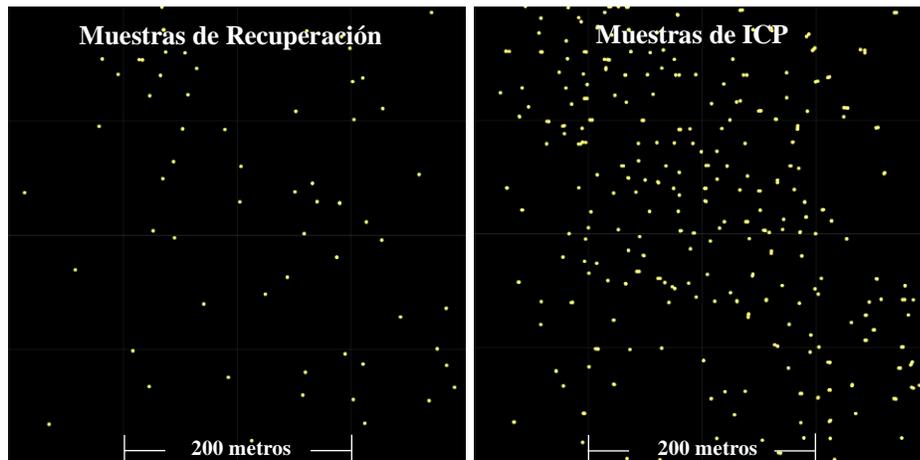


Figura 17. Vista en planta de la diferencia en densidad de información entre la variable geometalúrgica de interés y las covariable a partir de análisis ICP.

La Figura 17 muestra una vista en planta donde es posible dimensionar la diferencia de densidad de información entre la variable geometalúrgica de interés y las muestras de obtenidas por análisis de ICP que será utilizada en el proceso de coestimación, donde en esta última se encuentran en una malla de perforación menor a 50 metros aproximadamente y con una alta concentración en las zonas centrales del yacimiento y que resulta considerablemente mayor a la malla de muestreo de las variable de geometalúrgica de interés que presentan espaciamentos mayores los 100 metros en promedio llegando en zonas externas y profundas sobre los 200 metros.

Además, existen otras fuentes de información integradas en el modelo de bloques como variables resultantes de interpolaciones, cálculos matemáticos a partir de otras variables o directamente modeladas tridimensionalmente. A continuación de describen las que fueron utilizadas en este trabajo y sus respectivas estadísticas descriptivas:

4.3.3. Variables a partir de Análisis de Extracción Parcial

La metodología de análisis por extracción parcial es una herramienta cuantitativa que permite evaluar y estimar la mineralogía de sulfuros en un sistema de pórfido cuprífero enriquecido, donde cada especie mineral entrega una cierta proporción de su contenido de cobre al ataque químico, y que permite a partir de la cuantificación de estas especies mineralógicas sulfuradas determinar una variable auxiliar asociada al porcentaje de fierro que no es aportado por las especies sulfuradas (pirita y calcopirita) y que es calculada mediante estequiometria en función de los resultados obtenidos. La Tabla 3 y Figura 18 muestran la estadística descriptiva de esta variable en el modelo de bloques, útil para la definición de dominios de estimación de la variable geometalúrgica de interés, y sus respectivos análisis de distribución estadística.

	Auxiliar Fe
N° Datos	1.348.069
Media	1,39
Desviacion Estandar	1,00
Maximo	15,48
Minimo	0

Tabla 3. Estadística descriptiva de la variable auxiliar de Fe en el Modelo de Bloques.

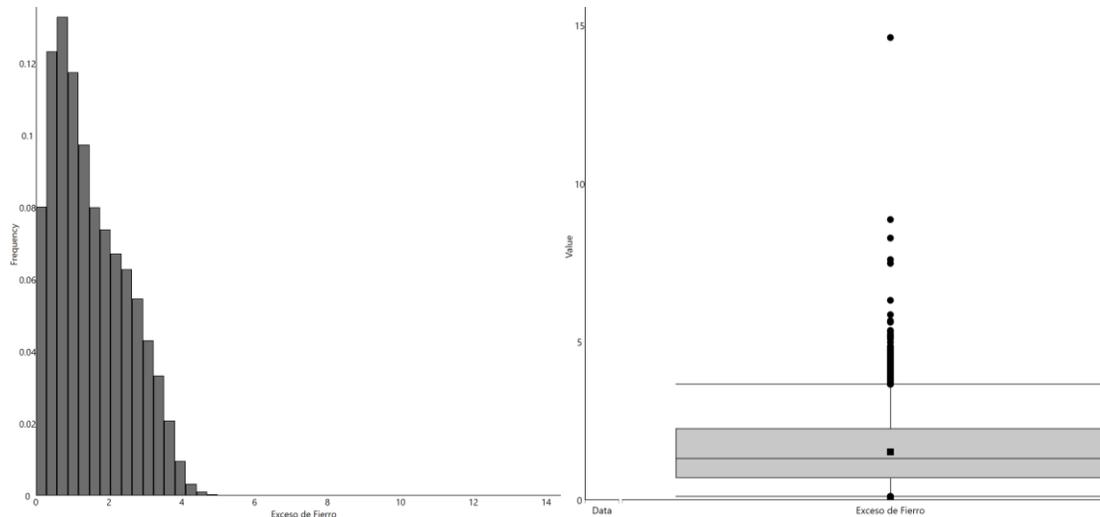


Figura 18. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Exceso de Hierro en el Modelo de Bloques.

4.3.4. Variables a partir de Tecnología Hiperespectral

Mediante la tecnología hiperespectral es posible capturar y procesar un gran número de longitudes de onda en base a la luz incidente en un determinado objeto forma un espectro, entre el campo visible (350 nm – 780 nm) y el infrarrojo cercano (780 nm – 2500 nm), debido a la interacción entre la luz y la muestra y reflexión difusa que se produce (Figura 17), por lo que existen consideraciones relevantes en este tipo de análisis tales como: tamaño de partícula (se considera óptimo entre 10 y 100 mallas), preparación de muestra, humedad, ruido, condiciones técnicas del equipo (verificación de la longitud de onda, chequeo de la fibra óptica y fuente de iluminación). Debido a que la interacción de la luz con la muestra es un proceso muy complejo, la metodología para análisis cuantitativo está basada en modelos absolutamente empíricos.

La estrategia es realizar un conjunto de mediciones en materiales conocidos bajo condiciones similares, es decir, tratando de mantener los factores antes descritos similares en todas las muestras, luego se trata de encontrar correlaciones entre características del espectro y las concentraciones de los minerales que se desea analizar. Para establecer las características relevantes del espectro que correlacionan con las concentraciones existe un método estadístico conocido como modelamiento quemométrico que, con la ayuda de un software de modelamiento quemométrico y la información mineralógica de las muestras obtenidas con otras técnicas como difracción de rayos X o Qemscan, podrá crear las calibraciones para diferentes fases minerales permitiendo semi cuantificar diferentes especies minerales.

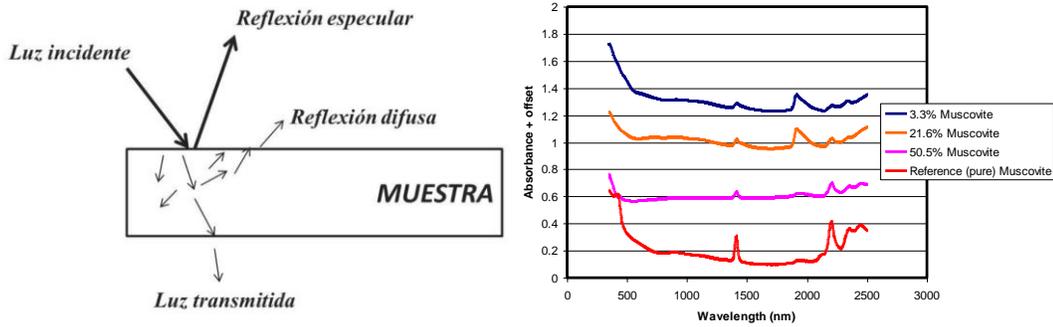


Figura 19. Tecnología hiperspectral, interacción de la luz con la muestra (izquierda), espectro de la muscovita y sus diferentes picks debido al enlace vibracional de Al-OH (derecha).

La Tabla 4, Figura 20 y Figura 21 muestran la estadística descriptiva y distribución estadística de esta variable en el modelo de bloques, las cuales presentan un control sobre la variable geometalúrgica de interés y que serán consideradas en la definición de unidades de estimación.

	kaolinita	muscovita
N° Datos	663.351	661.409
Media	6,45	18,51
Desviacion Estandar	4,02	7,44
Maximo	34,66	46,85
Minimo	0,019	0,20

Tabla 4. Estadística descriptiva de los minerales de alteración semi cuantificados a partir de tecnología hiperspectral.

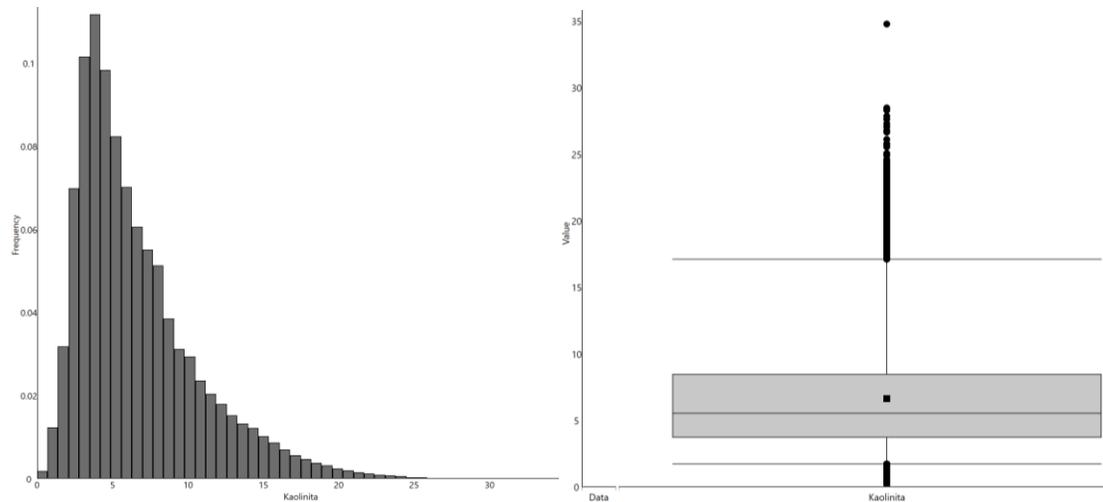


Figura 20. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Kaolinita en el Modelo de Bloques.

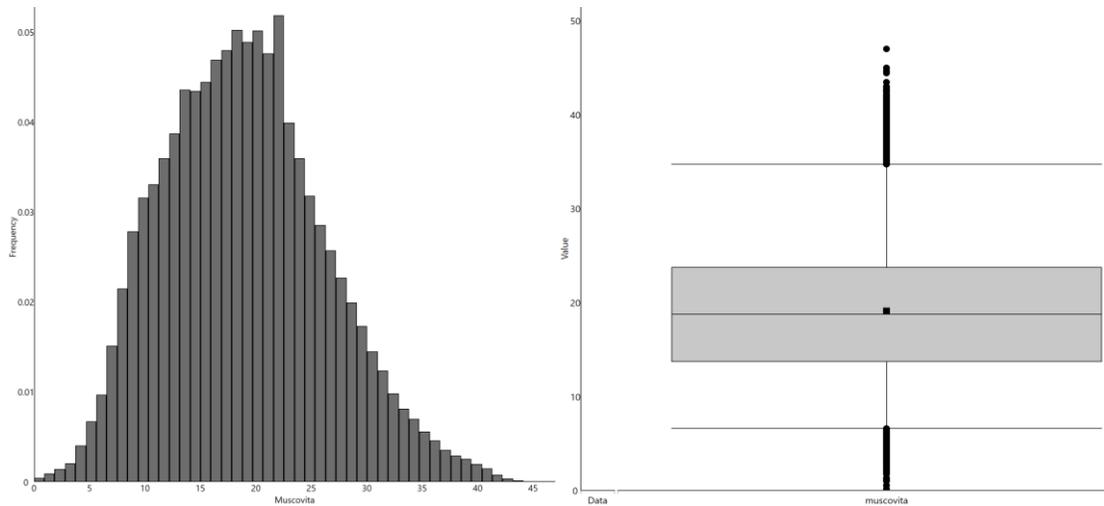


Figura 21. Histograma (izquierda), BoxPlot (derecha) del Muscovita en el Modelo de Bloques.

En resumen, en este caso de estudio de un yacimiento de tipo pórfido cuprífero, se cuenta con diferentes fuentes y cantidades de información en función de la naturaleza de los procesos de análisis que se apliquen y que, complementados con herramientas de análisis multivariantes, resultan útiles para la definición de nuevas unidades de estimación, y aplicación de cokriging ordinario en la coestimación de la variable geometalúrgica de interés, clasificando las diferentes fuentes de información de acuerdo a:

Información cualitativa: Resultado del proceso de mapeo geológico y que depende de la experticia de las/los profesionales que realizan la actividad, careciendo de objetividad dada su dificultad en la aplicación de controles de calidad en sus resultados, y que posteriormente son modeladas tridimensionalmente agregando una segunda fuente de incertidumbre dado que este proceso también considera la experticia del/la profesional que realiza esta actividad. Cabe mencionar que las metodologías actuales de modelamiento geológico han evolucionado a uso de herramientas matemáticas y geoestadísticas que permiten replicar resultados bajo una misma base de información.

Estas variables corresponden a las características geológicas de litología y alteración en el modelo de bloques y que actualmente son la única fuente y tipo de información utilizada en la definición de unidades de estimación para la variable geometalúrgica de recuperación.

Información semi cuantitativa: Resultado de aplicar tecnología hiperespectral en las muestras de sondajes bajo el mismo soporte que los análisis químicos para determinar cobre, donde a los espectros electromagnéticos obtenidos se les aplican modelos matemáticos calibrados a partir de información cuantitativa.

Esta combinación entrega como resultado porcentajes en peso de la mineralogía de alteración en la muestra analizada, se clasifica como semi cuantitativa dado que los resultados porcentuales de predicción para las especies minerales calibradas dependen de la cantidad de información que se utilizó en el ajuste matemático de los modelos minerales. Este tipo de información juega un rol importante en los procesos post extracción y para este trabajo serán utilizados en la definición de unidades de estimación para la variable geometalúrgica de recuperación.

Información cuantitativa: Resultado de análisis químico de extracción parcial y análisis ICP, estos tipos de análisis químicos utilizan procedimientos y controles de calidad de alto estándar con bajos niveles de incertidumbre en los resultados entregados. Para este trabajo serán incorporados tanto en la definición de unidades de estimación la variable auxiliar de exceso de hierro, dado su fuerte control sobre los resultados de recuperación, como también en el proceso de estimación utilizando cokriging de la recuperación geometalúrgica con el Aluminio como variable secundaria, aprovechando su mayor densidad de información y donde se desea obtener un modelo de bloques con una predicción más robusta dado su correlación estadística y espacial con la recuperación.

4.4. Unidades de Estimación

En función de la información cualitativa y semi cuantitativa disponible, las nuevas unidades de estimación no solo incorporan las características geológicas de litología, alteración y zona mineralógica, además incluyen las variables disponibles en el modelo de bloques (kaolinita y muscovita) desde otras fuentes de información antes descritas y que resultan ser un buen complemento en el control de la variable geometalúrgica de interés como se muestra a continuación.

Para la variable geometalúrgica de recuperación es posible complementar la definición de unidades de estimación con el uso de una variable auxiliar de exceso de hierro y aprovechar su correlación negativa determinada por un coeficiente de correlación de Pearson de -0.5 con la variable de interés, esto se visualiza con el uso de un scatterplot (Figura 22).

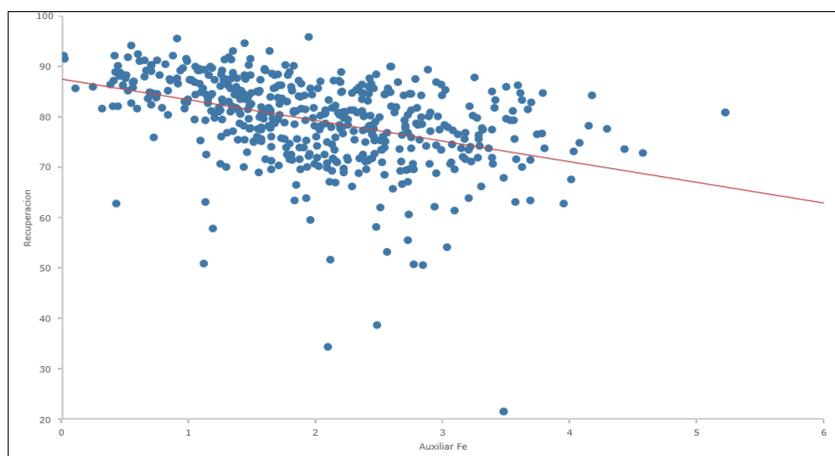


Figura 22. Scatterplot entre la variable de Recuperación (%) y Auxiliar Fe (%).

Como resultado de utilizar más fuentes de información disponibles en el modelo de bloques para el control de la variable geometalúrgica de recuperación, se generan las siguientes unidades de estimación para cada una de ellas. La Tabla 5 muestra la estadística descriptiva de cada una de ellas y la Figura 23 el gráfico probabilístico donde se puede confirmar la separación de unidades.

Recuperación					
	Unidad 1	Unidad 2	Unidad 3	Unidad 4	Unidad 5
N° Muestras	834	1.563	1.360	3.772	1.336
Media	83,82	86,56	90,60	88,66	77,26
Desviación Estándar	8,98	7,65	6,19	7,93	9,58
Máximo	98,47	99,03	98,82	98,50	95,89
Mínimo	45,80	29,44	36,00	25,28	9,261

Tabla 5. Estadística descriptiva de las unidades de estimación de Recuperación.

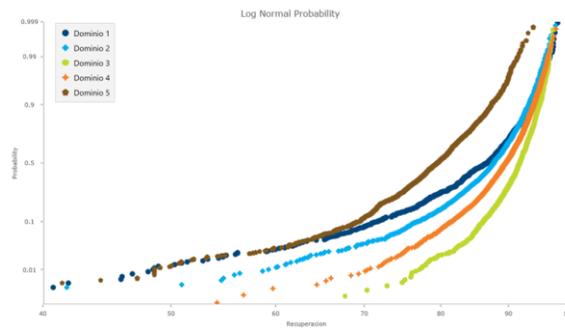


Figura 23. Gráficos probabilísticos de las unidades de estimación de Recuperación.

4.5. Definición de Covariable

Considerando la mayor cantidad de información disponible desde los análisis de ICP y dada la correlación estadística y espacial que existe con la variable de geometalúrgica de interés, se define utilizar el elemento Aluminio para la coestimación de la variable recuperación metalúrgica, las herramientas utilizadas para confirmar esto son los scatterplot y variogramas cruzados donde se puede confirmar correlaciones espaciales (Figura 24).

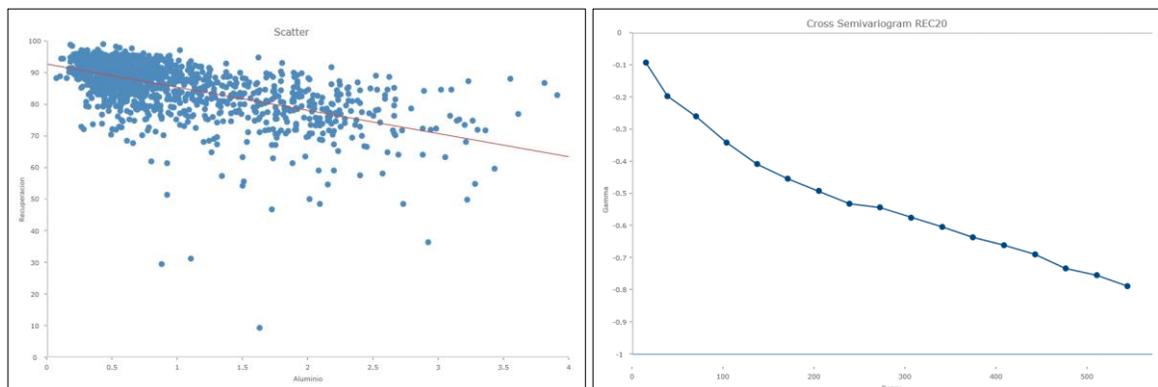


Figura 24. Scatterplot y variograma cruzado entre Recuperación y Aluminio.

En el caso de la Recuperación y el Aluminio esta correlación inversa se confirma dado el coeficiente de correlación de Pearson de $-0,6$ en el scatterplot y reforzada además por la buena correlación espacial que existe entre ambas variables, hasta unos 400 metros aproximadamente, lo que se puede observar en el variograma cruzado. Otra herramienta útil para revisar estas correlaciones son las vistas espaciales en plantas, para este caso resulta una clara esta relación inversa entre las variables (Figura 25).

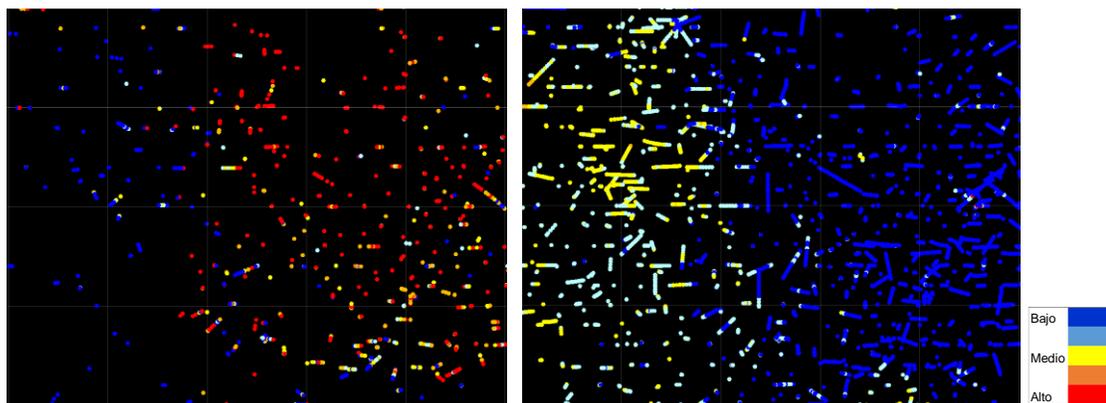


Figura 25. Vista en planta de la correlación negativa entre: a la izquierda muestras de Recuperación y a la derecha muestras ICP de Aluminio.

Otra manera de validar esta correlación es utilizando los resultados de los Análisis de Componentes Principales (ACP), muy útil a la hora de analizar bases de datos en las que las observaciones se describen mediante diversas variables dependientes, cuantitativas e interrelacionadas, el objetivo es extraer la información más importante de una base de datos y representarla como un conjunto de nuevas variables llamadas componentes principales, las cuales son una combinación lineal de las variables originales, mostrando el patrón de similitud de las observaciones y de las variables en forma de puntos y vectores (Abdi y Williams, 2010).

En la Figura 26 se observa que existe un grupo de 9 elementos químicos que influyen en el lado positivo del primer componente, cuyos vectores tienden a alejarse del resto de variables químicas y que están fuertemente correlacionados entre ellos. Esos elementos corresponden a Al, Ga, Mg, V, Li, P, Y, Be y Sc, los cuales se distribuyen en la misma dirección que la población de baja recuperación y por ende se asocian con ésta.

Cabe destacar que estos mismos elementos ya han sido reconocidos en estudios anteriores como aquellos relacionados a las andesitas, y que permiten distinguirlas del resto de litologías. Por su parte, el vector asociado a la variable Cu se distribuye por el lado negativo del PC1 y por ende se relaciona con la población de alta recuperación, sin embargo, la pequeña magnitud de su vector indica que no influye fuertemente en el componente. De lo anterior se concluye que las variables más útiles para los objetivos de este estudio corresponden a aquellas que influyen fuertemente en el primer componente, y se relacionan con la población de baja recuperación.

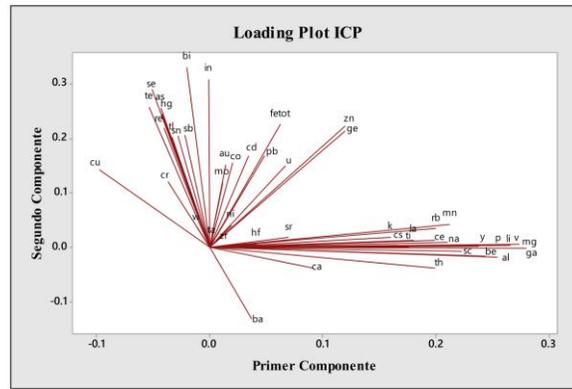


Figura 26. Análisis de Componentes Principales, extremo positivo del Primer Componente (Al, Li, Mg, Ga, V, Y, Sc, Be, P).

Una vez identificadas las variables químicas de interés para el análisis (Al, Ga, Mg, V, Li, P, Y, Be y Sc) se calculan los coeficientes de correlación de Pearson de cada una de ellas con la variable geometalúrgica de recuperación, con la que se confirma que el Aluminio es el que presenta mayor correlación en valor absoluto. La Tabla 6 muestra la matriz de correlación donde se resaltan en rojo los coeficientes < -0,5.

	Rec	Al	Be	Ca	Li	Mg	P	Sc	V	Y
Rec	1									
Al	-0,61	1								
Be	-0,51	0,71	1							
Ca	-0,53	0,89	0,76	1						
Li	-0,57	0,86	0,72	0,90	1					
Mg	-0,54	0,87	0,73	0,94	0,95	1				
P	-0,52	0,76	0,75	0,82	0,83	0,84	1			
Sc	-0,41	0,73	0,55	0,74	0,65	0,69	0,59	1		
V	-0,49	0,84	0,66	0,91	0,84	0,89	0,75	0,83	1	
Y	-0,48	0,64	0,77	0,72	0,71	0,73	0,72	0,57	0,68	1

Tabla 6. Matriz de correlación de Pearson para la variable recuperación y elementos químicos del primer componente principal.

4.6. Variografía

El modelamiento variográfico para cada una de las unidades de estimación se realiza considerando 2 estructuras esféricas, manteniendo fijos los alcances y rotaciones para cada dominio en sus variogramas individuales y cruzados, variando solo el nugget y los sill en cada uno de ellos, los parámetros modelados se muestran a continuación en la Tabla 7.

VARIOGRAFIA Recuperación - Aluminio															
	Dominio 1			Dominio 2			Dominio 3			Dominio 4			Dominio 5		
	Al	Rec	Rec/Al	Al	Rec	Rec/Al	Al	Rec	Rec/Al	Al	Rec	Rec/Al	Al	Rec	Rec/Al
NUGGET	0,0244	1,47	0,0001	0,02874	11,4	-0,535	0,02517	8,94	-0,1017	0,03	2,416	-0,2553	0,1334	33,03	-1,28
NUM_STRUCT	2														
VAR_TYPE 1	Spherical														
STR_1_DIFF_SILL	0,2503	94,61	-1,464	0,1132	19,78	-0,3347	0,07826	4,86	-0,2989	0,05852	16,99	-0,4589	0,2474	15,63	-0,4423
MJ_STR_1_RANGE	78			61			60			98			130		
SM_STR_1_RANGE	78			98			120			84			184		
MN_STR_1_RANGE	78			90			69			60			111		
STR_1_ROT_ALPHA	0			112,8			90			245			165		
STR_1_ROT_ZETA	0			11,17			90			0			0		
STR_1_ROT_BETA	0			28,02			-50			0			0		
VAR_TYPE 2	Spherical														
STR_2_DIFF_SILL	54	3164	-208,9	0,03684	10,3	-0,3754	0,01986	2,93	-0,0792	0,01697	9,843	-0,1178	15,29	4185	-125,6
MJ_STR_2_RANGE	499381			375			440			521			598155		
SM_STR_2_RANGE	499381			393			407			333			327968		
MN_STR_2_RANGE	499381			261			266			4571			231912		
STR_2_ROT_ALPHA	0			112,8			90			245			165		
STR_2_ROT_ZETA	0			11,17			90			0			0		
STR_2_ROT_BETA	0			28,02			-50			0			0		

Tabla 7. Variogramas modelados para las unidades de estimación de Recuperación.

4.7. Planes de Estimación

Los planes de estimación para todas las variables de interés consideraron 3 pasadas con radios mínimos de 50 metros aproximados en la primera pasada y radios máximos de 200 metros en la tercera pasada, siendo más restrictivos en la cantidad de muestra a utilizar en las primeras pasadas, considerando máximo 8, y aumentándola a 12 en las últimas pasadas como se detalla a continuación en la Tabla 8.

Recuperación / Aluminio	Pasada	Estrategia de Búsqueda Rec/Al						
		Radios			Muestras		Max N°	Rotación
		mj	sm	mi	Min	Max	Comp/DH	$\Theta_1 / \Theta_2 / \Theta_3$
Dominio 1	1	55	35	35	4	8	3	145/0/0
	2	120	70	70	4	12		
	3	220	130	130	8	12		
Dominio 2	1	55	55	46	4	8	3	0/0/0
	2	120	120	120	4	12		
	3	220	220	187	8	12		
Dominio 3	1	55	35	35	4	8	3	145/0/0
	2	120	70	70	4	12		
	3	220	130	130	8	12		
Dominio 4	1	55	35	35	4	8	3	145/0/0
	2	120	70	70	4	12		
	3	220	130	130	8	12		
Dominio 5	1	55	55	46	4	8	3	0/0/0
	2	120	120	100	4	12		
	3	220	220	187	8	12		

Tabla 8. Estrategias de búsqueda para las unidades de estimación de Recuperación.

Para este ejercicio y con el objetivo de validar la metodología de cokriging simple y ordinario en el software, se configuró una cuarta pasada de radios aproximados de 400 metros utilizando media global por unidad de estimación y media local en función de una asignación con el objetivo de validar los resultados, lo que gatilló un ajuste en la herramienta por parte de los desarrolladores del software.

4.8. Modelo de Bloques

Como resultado de la estimación de la variable geometalúrgica de interés utilizando una mayor cantidad de información tanto la definición de unidades de estimación, como en la aplicación de cokriging ordinario como herramienta multivariable de estimación, se obtiene un modelo de bloques que, en función de un chequeo visual en planta, logra representar la información base (Figura 29). En la Tabla 9 se describe la estadística básica obtenida para cada dominio de estimación, cabe mencionar que estos resultados estadísticos se obtienen de los bloques cuya confianza geometalúrgica, determinado a partir del espaciamiento de las muestras, permite el uso de la información y cuyos valores representan de buena manera la media de la muestra para cada dominio, ver Tabla 5.

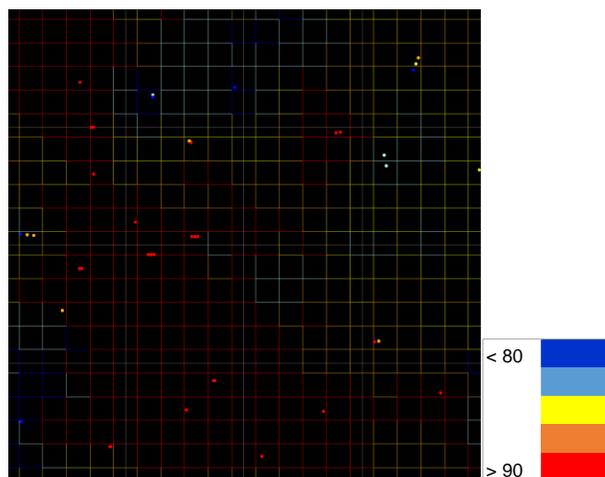


Figura 27. Vista en planta del resultado de estimación de recuperación por cokriging ordinario.

	Modelo de Bloques – Recuperación				
	Dominio 1	Dominio 2	Dominio 3	Dominio 4	Dominio 5
N° Muestras	48.393	40.871	31.150	206.716	116.456
Media	84,56	86,19	89,88	86,10	77,83
Desviacion Estandar	6,17	5,11	4,58	4,72	5,99
Maximo	99,26	95,45	96,71	97,23	91,95
Minimo	48,58	51,23	62,09	38,50	37,55

Tabla 9. Estadística descriptiva del modelo de bloques de Recuperación.

4.9. Validación

Las tendencias de los valores de recuperación en la base de datos y la forma como el modelo las reproduce son validados con gráficos de deriva “SwathPlot” de compósitos versus el modelo actual de kriging ordinario y modelo aplicando geoestadística multivariable con cokriging ordinario, esta herramienta consiste en generar gráficos de comparación entre la ley promedio de los compósitos y los modelos de bloques en secciones o “franjas” donde se calcula la media de los valores.

El modelo de bloques debe reproducir de manera aceptable el promedio mostrado por los compósitos en cada uno de los dominios de estimación. La Figura 28 muestra resultados de este análisis para todos los dominios de estimación, donde se observa que, globalmente, el modelo de cokriging ordinario reproduce mejor que el modelo actual (kriging ordinario) el comportamiento mostrado por los compósitos.

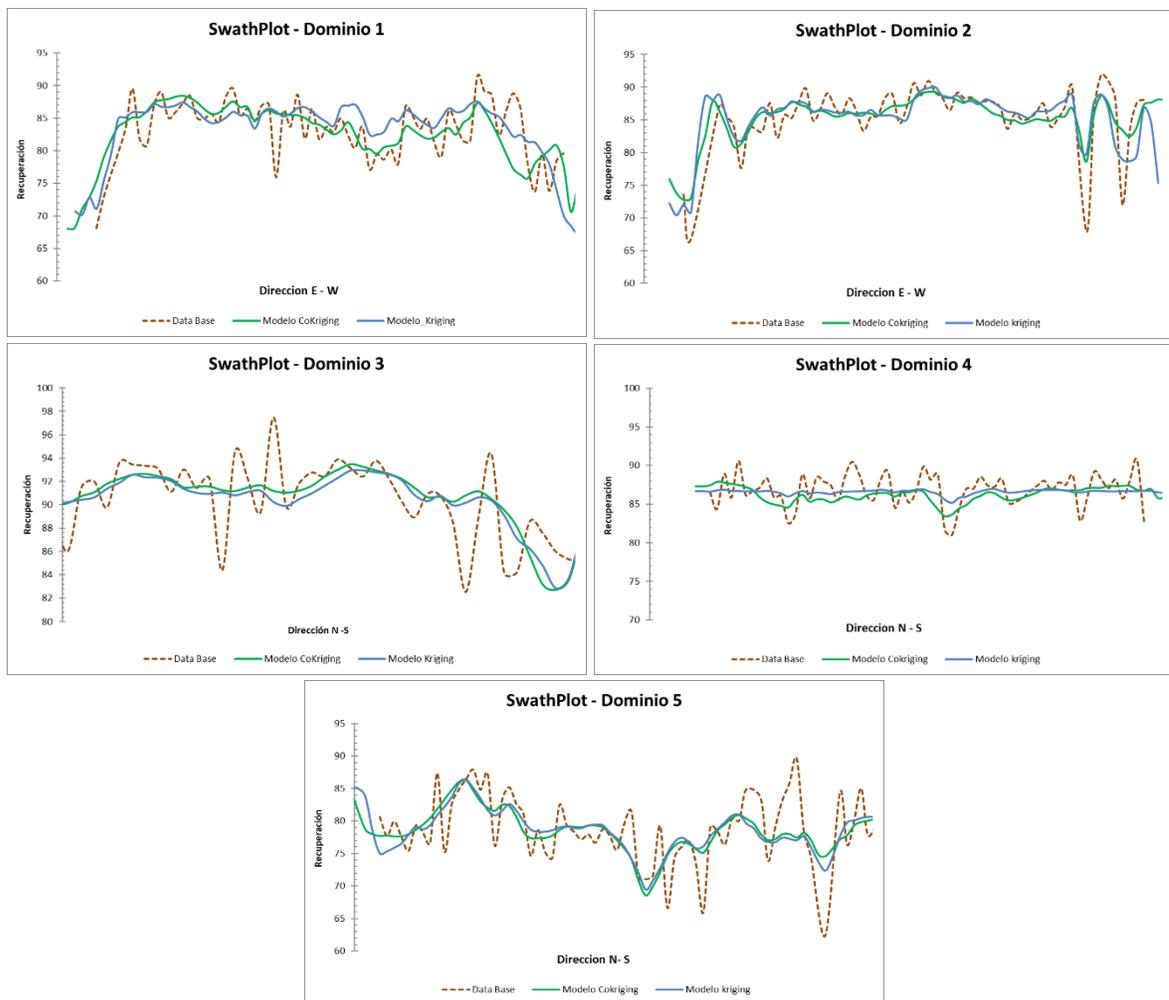


Figura 28. SwathPlot de los modelos resultantes (kriging ordinario en azul y cokriging ordinario en verde) y la base de datos, mostrando una mejor representación de los datos el modelamiento multivariable.

El ejercicio de conciliación, el cual busca evaluar el nivel de predictibilidad de las estimaciones, comparó el modelo de bloques resultantes por cokriging ordinario con el actual modelo de kriging ordinario utilizado en la operación contra los valores reales obtenidos post procesamiento del mineral. En base a este resultado (Figura 29) es posible observar que la información secundaria o auxiliar utilizada genera diferencias en los resultados obtenidos versus el caso actual, mostrando mejores ajustes en general para el periodo de tiempo analizado.

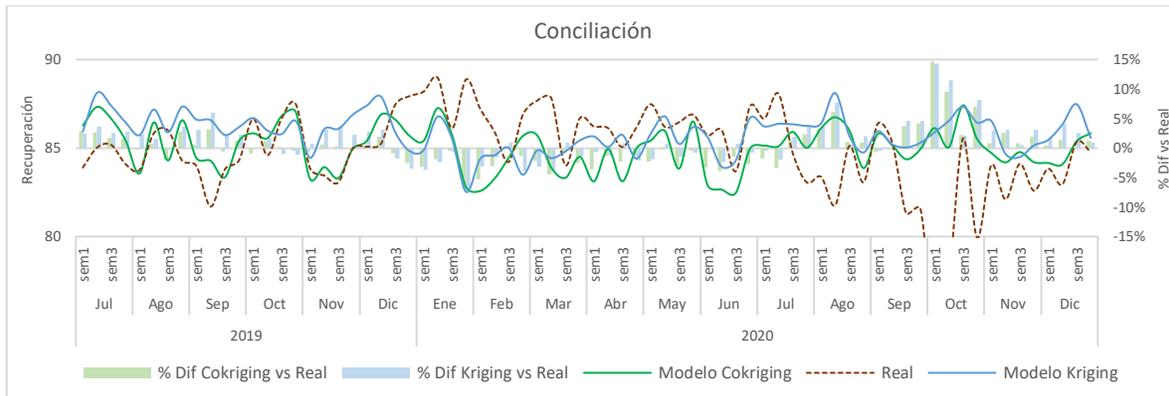


Figura 29. Conciliación entre los modelos de recuperación estimado por kriging ordinario y cokriging ordinario.

La Tabla 10, muestra la evaluación a escala semanal las veces en que el modelo propuesto por cokriging ordinario logró mejor ajuste, en verde, respecto al valor real (mejor predictibilidad) en comparación con el modelo actual de kriging, obteniendo para el periodo evaluado un 65% de semanas con mejor ajuste y reduciendo en 1% promedio la actual diferencia de recuperación metalúrgica.

2019																											
Julio				Agosto				Septiembre				Octubre				Noviembre				Diciembre							
S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4				
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
2020																											
Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo				Junio							
S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4				
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●
Julio				Agosto				Septiembre				Octubre				Noviembre				Diciembre							
S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4	S1	S2	S3	S4				
●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●

Tabla 10. Semanas en que el modelo de cokriging predijo mejor la realidad que el modelo de kriging.

4.10. Valorización Económica

La planificación minera define el negocio minero, a través de la definición de las reservas extraíbles, vida de la mina y la capacidad de producción, cada uno de estos se sustenta en estimaciones y cálculos realizados con diferentes metodologías contenidas en los softwares, el beneficio neto de un bloque es la diferencia entre el valor total de extraer el bloque y el costo de extracción del material de la mina y el procesamiento del bloque en la planta.

El análisis de impacto en el valor económico del activo al utilizar un modelo de bloques donde la variable de recuperación es estimada mediante cokriging ordinario versus el actual modelo de bloques estimado por kriging ordinario, que es la base para la generación del plan minero a utilizar en la evaluación, muestra un incremento estimado en la producción de cobre y NVP, de 1.2% y 1.9% respectivamente para el periodo evaluado.

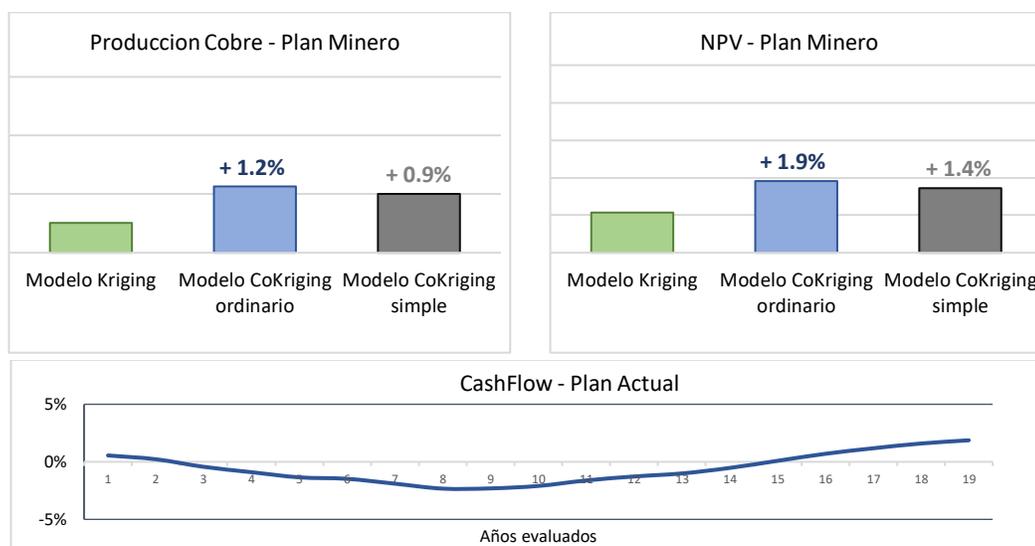


Figura 30. Resultado de la evaluación económica comparando los modelos estimados mediante kriging ordinario y cokriging (simple y ordinario) en el actual plan minero.

La Figura 30, muestra no solo el resultado de la comparación del modelo actual (kriging ordinario) versus la implementación de cokriging ordinario, sino también un ejercicio realizado donde se utilizó cokriging simple (con valores constantes para las medias de las variables) observando que ambas técnicas multivariadas aportan valor económico al proyecto minero.

Otro punto importante en la Figura 30, es el resultado del cashflow en la comparación, se puede observar que existen periodos de tiempo donde se obtendrían resultados negativos, lo cual se explica por el hecho de que el plan de minero utilizado en la evaluación corresponde al generado a partir del modelo actual (kriging ordinario), la optimización de este plan en función del nuevo input (modelo cokriging ordinario) genera impactos económicos aún mayores en el activo, del orden del 4.4% para la producción de cobre y 7.3% en el NPV (Figura 31).

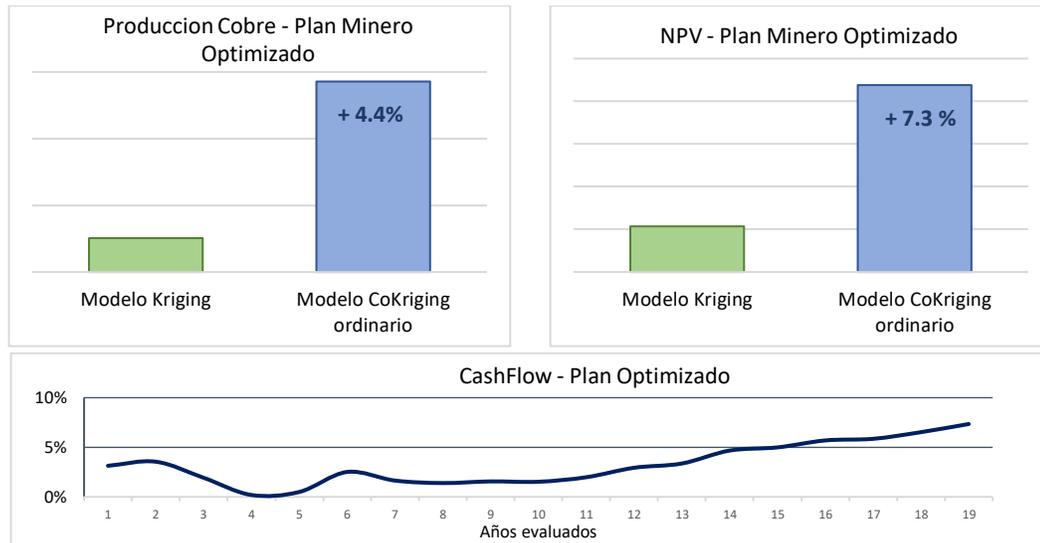


Figura 31. Resultado de la evaluación económica comparando los modelos estimados mediante kriging ordinario y cokriging (simple y ordinario) optimizando el plan minero.

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Actualmente la mayor parte de los yacimientos minerales y en este caso de estudio particularmente, han hecho su evaluación de recursos y reservas por medio del uso de técnicas de estimación univariable, como por ejemplo el kriging ordinario. Métodos como el cokriging, extensión multivariable de kriging, han sido poco aplicados hasta ahora por presentar un modelamiento más complejo y también por ser poco conocidos en la industria minera.

Robustecer las actuales prácticas de modelamiento geoestadístico en la industria minera, donde tradicionalmente los modelos de recursos se elaboran considerando una variable de manera aislada e ignorando las correlaciones espaciales entre las especies minerales, con el uso de mayor cantidad y calidad de información desde diferentes fuentes de información capturada a través del tiempo combinado con las herramientas geoestadísticas disponibles de análisis multivariable contribuyen a un mejor control y entendimiento del comportamiento de las variables de interés, tanto en la definición de unidades de estimación, considerando variables auxiliares mayormente muestreadas, como en la estimación por cokriging ordinario dada la correlación estadística y espacial que presentan con variables cuantitativas como resultado de análisis químicos multi elementos.

El resultado de la evaluación económica al utilizar el modelamiento geoestadístico multivariable muestra un impacto positivo (+1.9% NPV) en el valor estimado del activo, considerando este nuevo modelo de cokriging ordinario en el plan de minero, impacto que se incrementa al realizar una optimización del plan en función de este nuevo input (+7.3% NPV), lo que confirma la necesidad de integrar las diferentes disciplinas en la cadena de valor del negocio minero cuantificando los impactos económicos al valor de los proyectos de los estudios que se realizan con foco en el mejoramiento en la caracterización geológica – geometalúrgica con técnicas geoestadísticas más robustas. Lo anterior además invita a evaluar el impacto económico en análisis más locales o “planes de corto plazo”, donde la covariable, mayormente muestreada, aporta información dada su correlación con la variable de interés o directamente en ausencia de ella.

En base a los buenos resultados obtenidos al comparar el modelo de cokriging ordinario de este estudio versus el actual modelo de kriging ordinario utilizando swathplot y conciliación, confirman mejores resultados tanto en la representación de la información como en algunos periodos de tiempo de acuerdo a los valores reales post procesamiento, llevando a la recomendación de utilizar este tipo de herramientas geoestadísticas al proceso de clasificación de recursos, el cual actualmente solo utiliza, bajo criterio espacial, las muestras de recuperación.

Dada las relaciones de dependencia lineal entre las variables y la gran cantidad de información disponible desde los análisis de ICP, se recomienda no solo introducir las relaciones de medias como una variante de cokriging, mediante combinaciones lineales con coeficientes conocidos, y así evitar una ponderación insuficiente de la covariable, sino también evaluar la metodología de cokriging con un mayor número de covariables (altamente multivariable) dado los resultados en la matriz de correlación con elementos como: Be, Ca, Li y Mg.

Las variables geometalúrgicas, como también las geotécnicas, rara vez son aditivas, “*Cuando el valor de un soporte grande “bloque” es el promedio aritmético o la suma de los valores “puntuales” dentro del bloque, esta propiedad permite que se realice un cambio de soporte*”, presentando problemas en la reproducción de la variabilidad espacial de las leyes y sesgos en la estimación de variables no aditivas por la propiedad de suavizamiento del cokriging, lo que lleva a la recomendación de introducir un concepto o variable que resulte del cociente, por ejemplo de la recuperación multiplicado por la ley de cobre. Al centrarse en esta variable útil, aparece la posibilidad de aplicar cokriging con la ley de cobre y evitar desviaciones o falsas expectativas en la evaluación económica del proyecto.

BIBLIOGRAFÍA

- Abdi, H. Williams, L. 2010.** Principal component analysis. Computational Statistics. Vol. 2. N°4. 433-459.
- Arredondo Sanchez, A. 2019.** “Proyecto de reducción de dimensionalidades Análisis de Componentes principales (PCA) y Analisis factorial (FA)”.
- Caballero, E. 2012.** Predicción multivariable de recursos recuperables. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.
- Chilès, JP., Delfiner, P. 2012.** Geostatistics: modeling spatial uncertainty. Wiley. New York.
- Contreras, V, 2010.** Estimación del exceso de fierro y su aplicación en la predicción de zonas con baja recuperación de cobre. Departamento de Geología. Facultad de ciencias Ingeniería y Ciencias Geológicas. Universidad Católica del Norte. Antofagasta. Chile.
- Cortés, M. 2015.** Diferenciación de unidades litológicas mediante litogeoquímica. Departamento de Geología. Facultad de ciencias Ingeniería y Ciencias Geológicas. Universidad Católica del Norte. Antofagasta. Chile.
- De la Fuente, S. 2011** “Componentes Principales” Fac. Ciencias Economicas y Empresariales, Universidad Autonoma de Madrid.
- Emery, X., Carrasco, P. and Ortiz, J.M. 2004.** Geostatistical modelling of solubility ratio in an oxide copper deposit. In: 1st International Conference on Mining Innovation MININ 2004, E. Magri et al. (eds.). Gecamin Ltda. Santiago. Chile. P. 226-236.
- Emery, X, 2013.** Geoestadística. Universidad de Chile. Santiago de Chile.
- Emery, X., Pizarro, S. 2019.** Cokriging. Laboratorio ALGES. Universidad de Chile. Santiago de Chile.
- Emery, X. 2020.** Análisis estadístico de datos. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.
- Emery, X., Séguet, S. 2020.** Geoestadística de yacimientos de cobre chilenos. Caligrama, Sevilla.
- Matheron, G. 1979.** Recherche de simplification dans un problema de cokrigeage. N-628: Centre de Geostatistique. Fontainebleau. France.
- Miranda, M. 2015.** Análisis multivariable de alteraciones. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.
- Myers, D.E. 1992.** Kriging, cokriging, radial basis functions and the role of positive definiteness, Computer Math. Applic, Vol. 24, No. 12, pp. 139-148. Print: Great Britain.

Navarro, G. 2020. Comparación entre la aplicación de kriging y cokriging para estimar especies de cobre en un yacimiento tipo pórfido. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.

Rojas, F. 2015. Modelamiento geoestadístico de la lixiviación de un yacimiento de cobre. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.

Rosales, D. 2014. Implementación de metodología para determinar dominios geo metalúrgicos de estimación. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.

Sinclair A.J, and Blackwell G.H. 2002. Applied Mineral Inventory Estimation. Cambridge University Press. Cambridge.

Smith, V. 2014. Modelamiento espacial de Dureza. Departamento de Ingeniería de Minas. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas. Universidad de Chile. Santiago. Chile.

Standen, F. 2017. Separación de unidades litológicas mediante parámetros litogeoquímicos. Departamento de Geología. Facultad de ciencias Ingeniería y Ciencias Geológicas. Universidad Católica del Norte. Antofagasta. Chile.

Zamora R. and Esnaola J. 2015 “Análisis Factorial y Análisis de Componentes Principales” Ayudantía Estadística IV, Sociología, Universidad de Chile.

Wackernagel, H. 2003. Multivariate geostatistics: an introduction with applications. Springer-Verlag. Berlin.