



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

**ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS EFECTOS DEL ESPESOR DE PARED Y DEL  
TAMAÑO DE ANEURISMAS CEREBRALES USANDO SIMULACIONES DE  
INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA (FSI)**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO

DANIEL ALEJANDRO DÍAZ CAMPOS

PROFESOR GUÍA:  
ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
BENJAMÍN HERRMANN PRIESNITZ  
MÓNICA ZAMORA ZAPATA

SANTIAGO DE CHILE

2023

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO.  
POR: DANIEL ALEJANDRO DÍAZ CAMPOS  
FECHA: 2023  
PROF. GUÍA: ÁLVARO VALENCIA MUSALEM

## **ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS EFECTOS DEL ESPESOR DE PARED Y DEL TAMAÑO DE ANEURISMAS CEREBRALES USANDO SIMULACIONES DE INTERACCIÓN FLUIDO-ESTRUCTURA (FSI)**

Un aneurisma cerebral es una lesión presente en vasos sanguíneos de la zona del cerebro, se observa como un abultamiento anormal y puede generar complicaciones que pongan en riesgo la vida del paciente. No existe un método certero que genere consenso entre los expertos para decidir si intervenir o no un aneurisma, lo que podría significar un riesgo innecesario para el paciente. Debido a esto, se ha aprovechado el desarrollo computacional actual para estudiar los fenómenos que rodean a este tipo de lesiones a través de simulaciones.

Este estudio tiene como objetivo principal realizar simulaciones numéricas que permitan evaluar el riesgo de ruptura de aneurismas cerebrales ante la evolución de su tamaño y grosor, de manera no simultánea. Para esto, se modifican modelos extraídos de pacientes para hacerlos crecer, si no presentaron ruptura previa, y decrecer, en caso contrario. Para estudiar el efecto de grosor, se varía dicha magnitud en el aneurisma entre 0.35, 0.2 y 0.1 [mm]. Las condiciones de borde consideran la presión y velocidad de un paciente sano y un modelo de viscosidad de Casson, mientras que la estructura utiliza un modelo hiperelástico de Mooney-Rivlin. Además de estudiar los efectos del tamaño y grosor, se incluyen casos adicionales para estudiar algunas arterias antes de la formación de la lesión y un caso en el que se comparan diferentes modelos elásticos. Las simulaciones que se realizan son de tipo interacción fluido-estructura en el software Ansys.

Como parámetros fluidodinámicos relevantes se consideran la presión, la velocidad y el esfuerzo de corte en la pared, junto a derivados de este. Para la estructura, se analiza el desplazamiento, esfuerzos y deformaciones. Entre los resultados más importantes se tiene que no hay diferencias significativas entre ocupar un modelo lineal o uno hiperelástico. El análisis de las arterias sin el aneurisma confirma que el lugar donde ocurre la lesión tiene valores más altos del esfuerzo de corte en la pared que en los alrededores. El grosor sólo muestra influencias notables a nivel estructural, dándose en mayor o menor medida dependiendo del camino de la sangre, pero en general, sugiriendo que una pared más delgada está más propensa a romperse. El efecto del tamaño muestra, con alguna excepción, que a mayor tamaño, mayor es el riesgo de ruptura del aneurisma, indicando que ante una evolución de esa forma, lo conveniente sería intervenir antes de que se produzca una hemorragia.

*A mis padres y a mi Tata,  
les agradezco todo lo que me han entregado y enseñado.*

# Agradecimientos

Quiero agradecer a mi familia, que me ha apoyado en todo momento y también en el proceso formativo. En especial, a mi Mamá y mi Papá, las personas más importantes en mi vida, quienes me entregaron grandes valores desde la infancia y me permitieron crecer en un buen ambiente que me llevo a aprender muchas cosas, tanto en lo académico como fuera de ello, para permitirme además, cumplir mis sueños. También quiero agradecer a mi Tata, que aunque ya no esté con nosotros, me entregó el gusto y la curiosidad de aprender cómo funcionan y cómo se reparan las cosas, que quizá me hizo decidir por estudiar por esta carrera y sé que le hubiese encantado aprender nuevas cosas junto conmigo.

Quiero darle las gracias también a mi profesor guía Álvaro Valencia por su buena disposición a primero que todo, permitirme trabajar en este estudio, pero también para responder dudas, ver los avances que le enviaba, darme su feedback, y juntarse a discutir acerca del trabajo. También agradecer a los profesores co-guía e integrante, Benjamin Herrmann y Mónica Zamora por su disposición y su tiempo para formar parte de la comisión.

Finalmente, a las personas que conocí durante mis años formación desde el colegio hasta la universidad también quiero darles las gracias por ser un apoyo constante en estos procesos, en especial a mi mejor amigo Nico que me ha acompañado desde la básica, a los profesores del colegio que me dieron las bases para entrar a la universidad, y a mis amigos más cercanos que conocí allí, que hicieron mejores las largas jornadas en la facultad.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Trabajos anteriores . . . . .	2
1.2. Recursos . . . . .	2
1.3. Objetivos . . . . .	2
1.3.1. Objetivo general . . . . .	2
1.3.2. Objetivos específicos . . . . .	3
1.4. Alcances . . . . .	3
1.5. Estructura de la memoria . . . . .	3
<b>2. Antecedentes</b>	<b>5</b>
2.1. Aneurismas cerebrales . . . . .	5
2.1.1. Tratamientos quirúrgicos . . . . .	7
2.1.2. Clasificación de aneurismas cerebrales . . . . .	8
2.2. Caracterización morfológica de aneurismas cerebrales . . . . .	9
2.3. Pared arterial . . . . .	10
2.4. Sangre . . . . .	13
2.5. Inicio y evolución de aneurismas cerebrales . . . . .	14
2.5.1. Formación . . . . .	14
2.5.2. Desarrollo y ruptura . . . . .	15
2.5.3. Rol de la hemodinámica arterial . . . . .	17
2.5.4. Caracterización hemodinámica en aneurismas cerebrales . . . . .	19
2.6. Modelamiento matemático . . . . .	20
2.6.1. Modelos para la pared arterial . . . . .	20
2.6.1.1. Modelo hiperelástico . . . . .	23
2.6.1.2. Modelo elástico lineal . . . . .	25
2.6.2. Flujo sanguíneo . . . . .	26
2.6.2.1. Incompresibilidad . . . . .	26
2.6.2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes . . . . .	26
2.6.2.3. Laminaridad del flujo sanguíneo . . . . .	27
2.6.2.4. Viscosidad . . . . .	27
2.6.2.5. Pulso de velocidad . . . . .	29
2.6.2.6. Modelo de presión . . . . .	31

2.7.	Análisis computacional de aneurismas cerebrales . . . . .	34
2.7.1.	Dinámica de sólidos computacionales . . . . .	34
2.7.1.1.	Método de elementos finitos (FEM) . . . . .	35
2.7.2.	Dinámica de fluidos computacional . . . . .	37
2.7.2.1.	Método de volúmenes finitos (FVM) . . . . .	38
2.7.3.	Simulaciones de interacción fluido-estructura . . . . .	39
2.7.3.1.	Tipos de simulaciones FSI . . . . .	41
2.7.3.2.	Condiciones de borde . . . . .	42
2.7.4.	Simulaciones computacionales con variación de la geometría de aneurismas cerebrales . . . . .	43
2.8.	Antecedentes metodológicos . . . . .	45
2.8.1.	Obtención de geometrías a partir de imágenes médicas . . . . .	45
2.8.2.	Implementación del modelo de Womersley . . . . .	46
2.8.3.	Implementación del modelo de Windkessel . . . . .	48
2.8.4.	Implementación del modelo de Casson . . . . .	50
<b>3.</b>	<b>Metodología</b>	<b>51</b>
3.1.	Selección de geometrías . . . . .	51
3.2.	Modificación del tamaño de aneurismas . . . . .	52
3.3.	Creación de geometrías de arterias sanas . . . . .	58
3.4.	Resumen de casos a simular . . . . .	59
<b>4.</b>	<b>Geometrías y modificaciones</b>	<b>60</b>
4.1.	Geometrías seleccionadas . . . . .	61
4.2.	Geometrías modificadas . . . . .	62
4.2.1.	Geometría GR-2 . . . . .	62
4.2.2.	Geometría GR-3 . . . . .	63
4.2.3.	Geometría GSR-2 . . . . .	63
4.2.4.	Geometría GSR-3 . . . . .	64
4.2.5.	Arterias sanas . . . . .	65
4.3.	Parámetros morfológicos . . . . .	66
<b>5.</b>	<b>Simulaciones numéricas</b>	<b>67</b>
5.1.	Dominio fluidodinámico . . . . .	67
5.1.1.	Funciones definidas por el usuario . . . . .	68
5.1.2.	Solver . . . . .	69
5.1.2.1.	Tipos de esquemas del solver basado en presión . . . . .	70
5.1.2.2.	Acoplamiento entre presión y velocidad . . . . .	71
5.1.3.	Pruebas de malla CFD . . . . .	73
5.1.4.	Configuraciones CFD . . . . .	80
5.2.	Dominio estructural . . . . .	81
5.2.1.	Creación de la pared arterial . . . . .	81

5.2.2.	Pruebas de malla CSD . . . . .	83
5.2.3.	Estudio del efecto del grosor . . . . .	86
5.2.4.	Configuraciones CSD . . . . .	87
5.3.	Simulaciones de interacción fluido-estructura (FSI) . . . . .	88
5.3.1.	Configuraciones System Coupling . . . . .	88
<b>6.</b>	<b>Resultados</b>	<b>89</b>
6.1.	Comparación de modelo hiperelástico y elástico . . . . .	89
6.1.1.	Diástole . . . . .	90
6.1.2.	Sístole . . . . .	92
6.2.	Efectos del grosor de pared . . . . .	95
6.2.1.	Geometría GR-1 . . . . .	95
6.2.1.1.	Diástole . . . . .	95
6.2.1.2.	Sístole . . . . .	100
6.2.1.3.	TAWSS . . . . .	105
6.2.1.4.	OSI . . . . .	105
6.2.1.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	106
6.2.2.	Geometría GSR-1 . . . . .	107
6.2.2.1.	Diástole . . . . .	107
6.2.2.2.	Sístole . . . . .	111
6.2.2.3.	TAWSS . . . . .	116
6.2.2.4.	OSI . . . . .	117
6.2.2.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	117
6.2.3.	Resumen de resultados . . . . .	118
6.3.	Efectos del tamaño . . . . .	120
6.3.1.	Geometría GR-2 . . . . .	120
6.3.1.1.	Diástole . . . . .	120
6.3.1.2.	Sístole . . . . .	125
6.3.1.3.	TAWSS . . . . .	129
6.3.1.4.	OSI . . . . .	130
6.3.1.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	130
6.3.2.	Geometría GR-3 . . . . .	131
6.3.2.1.	Diástole . . . . .	131
6.3.2.2.	Sístole . . . . .	135
6.3.2.3.	TAWSS . . . . .	140
6.3.2.4.	OSI . . . . .	141
6.3.2.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	141
6.3.3.	Geometría GSR-2 . . . . .	142
6.3.3.1.	Diástole . . . . .	142
6.3.3.2.	Sístole . . . . .	146
6.3.3.3.	TAWSS . . . . .	151

6.3.3.4.	OSI . . . . .	152
6.3.3.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	152
6.3.4.	Geometría GSR-3 . . . . .	153
6.3.4.1.	Diástole . . . . .	153
6.3.4.2.	Sístole . . . . .	157
6.3.4.3.	TAWSS . . . . .	162
6.3.4.4.	OSI . . . . .	163
6.3.4.5.	Evolución del WSS promedio en el aneurisma . . . . .	163
6.3.5.	Resumen de resultados . . . . .	164
6.4.	Arterias sanas . . . . .	169
6.4.1.	Diástole . . . . .	169
6.4.2.	Sístole . . . . .	173
6.4.3.	TAWSS . . . . .	176
6.4.4.	OSI . . . . .	177
<b>7.</b>	<b>Análisis de resultados</b>	<b>178</b>
7.1.	Modelo elástico . . . . .	178
7.2.	Efectos del grosor . . . . .	179
7.2.1.	Geometría GR-1 . . . . .	181
7.2.2.	Geometría GSR-1 . . . . .	182
7.2.3.	Efectos del grosor en parámetros fluidodinámicos y estructurales . . .	183
7.3.	Efectos del tamaño . . . . .	190
7.3.1.	Geometría GR-2 . . . . .	193
7.3.2.	Geometría GR-3 . . . . .	195
7.3.3.	Geometría GSR-2 . . . . .	197
7.3.4.	Geometría GSR-3 . . . . .	198
7.3.5.	Efectos del tamaño en parámetros fluidodinámicos y estructurales . .	201
7.4.	Arterias sanas . . . . .	208
7.4.1.	Wall Shear Stress . . . . .	208
7.4.2.	Presión . . . . .	210
7.4.3.	OSI . . . . .	211
7.4.4.	Desplazamiento . . . . .	211
7.4.5.	Deformación . . . . .	212
7.4.6.	Esfuerzo de Von Mises . . . . .	213
<b>8.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>216</b>
8.1.	Trabajos futuros . . . . .	221
	<b>Bibliografía</b>	<b>223</b>
	<b>Anexos</b>	<b>230</b>
A.	UDF para condiciones de borde de la geometría GR-1 . . . . .	230

B.	Resultados fluidodinámicos comparación modelo elástico . . . . .	234
B.1.	Diástole . . . . .	234
B.2.	Sístole . . . . .	236
B.3.	TAWSS . . . . .	238
B.4.	OSI . . . . .	239

# Índice de Tablas

2.1.	Coefficientes promedio obtenidos por Valencia et al. [56] para el modelo de Mooney-Rivlin de cinco parámetros. . . . .	24
2.2.	Coefficientes de Fourier obtenidos por Amigo [7] para ajustar el perfil de velocidad promedio. . . . .	48
2.3.	Constantes $R_d$ , $R_p$ y $C$ obtenidas por Amigo [7]. . . . .	49
2.4.	Coefficientes de Fourier obtenidos por Amigo [7] para obtener el pulso de presión. . . . .	49
4.1.	Abreviaturas utilizadas para arterias en el trabajo de Amigo [7]. . . . .	60
4.2.	Resumen de geometrías escogidas para las simulaciones. . . . .	61
4.3.	Parámetros morfológicos para cada geometría de aneurismas con ruptura previa. . . . .	66
4.4.	Parámetros morfológicos para cada geometría de aneurismas sin ruptura previa. . . . .	66
5.1.	Tabla comparativa de cantidad de nodos y elementos para cada densidad, entre elemento lineal y cuadrático. . . . .	75
5.2.	Resultados obtenidos de DWSS y SWSS en las pruebas de malla con elemento lineal. . . . .	76
5.3.	Resultados obtenidos de DWSS y SWSS en las pruebas de malla con elemento cuadrático. . . . .	76
5.4.	Comparación de resultados de DWSS entre elemento cuadrático y lineal, para cada densidad de malla utilizada. . . . .	79
5.5.	Comparación de resultados de SWSS entre elemento cuadrático y lineal, para cada densidad de malla utilizada. . . . .	80
5.6.	Nodos y elementos utilizados para cada tamaño de elemento. . . . .	85
5.7.	Resultados obtenidos para la prueba de malla estructural según el tamaño de elementos. . . . .	85
5.8.	Diferencias obtenidas en cada parámetro respecto a la malla de tamaño de elemento menor. . . . .	86
6.1.	Comparación de resultados del WSS del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	94
6.2.	Comparación de resultados de presión del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	94
6.3.	Comparación de resultados del TAWSS y OSI del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	94
6.4.	Comparación de resultados de desplazamiento del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	95
6.5.	Comparación de resultados de deformación del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	95
6.6.	Comparación de resultados del esfuerzo de Von Mises del modelo hiperelástico y lineal. . . . .	95
6.7.	Resumen de WSS máximos y promedios en la zona del aneurisma. . . . .	118

6.8.	Resumen de presiones máximas y promedios en la zona del aneurisma. . . . .	118
6.9.	Resumen de TAWSS y OSI máximos y promedios en la zona del aneurisma. . .	118
6.10.	Resumen de desplazamientos máximos y promedios en la zona del aneurisma. .	119
6.11.	Resumen de deformaciones máximas y promedios en la zona del aneurisma. . .	119
6.12.	Resumen de esfuerzos de Von Mises máximos y promedios en la zona del aneurisma.	119
6.13.	Resumen de WSS máximos y promedios en la zona del aneurisma. . . . .	164
6.14.	Resumen de presiones máximas y promedios en la zona del aneurisma. . . . .	165
6.15.	Resumen de TAWSS y OSI máximos y promedios en la zona del aneurisma. . .	166
6.16.	Resumen de desplazamientos totales máximos y promedios en la zona del aneu- risma. . . . .	167
6.17.	Resumen de deformaciones máximas y promedios en la zona del aneurisma. . .	168
6.18.	Resumen de esfuerzos de Von Mises máximos y promedios en la zona del aneurisma.	169
7.1.	Diferencia porcentual en el WSS respecto a la geometría original. . . . .	180
7.2.	Diferencia porcentual en el TAWSS y OSI respecto a la geometría original. . .	180
7.3.	Diferencia porcentual en el desplazamiento respecto a la geometría original. . .	180
7.4.	Diferencia porcentual en la deformación respecto a la geometría original. . . .	181
7.5.	Diferencia porcentual en el esfuerzo de Von Mises respecto a la geometría original.	181
7.6.	Diferencia porcentual en el WSS respecto a la geometría original. . . . .	191
7.7.	Diferencia porcentual en el TAWSS y OSI respecto a la geometría original. . .	191
7.8.	Diferencia porcentual en el desplazamiento respecto a la geometría original. . .	192
7.9.	Diferencia porcentual en la deformación respecto a la geometría original. . . .	192
7.10.	Diferencia porcentual en el esfuerzo de Von Mises respecto a la geometría original.	193
7.11.	Diferencia porcentual promedio aproximada para el TAWSS entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma. . . . .	209
7.12.	Diferencia porcentual promedio aproximada para la presión entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma. . . . .	211
7.13.	Diferencia porcentual promedio aproximada para el desplazamiento entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma. . . . .	212
7.14.	Diferencia porcentual promedio aproximada para la deformación entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma. . . . .	213
7.15.	Diferencia porcentual promedio aproximada para el esfuerzo de Von Mises entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma. . . . .	214

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Esquema general de un aneurisma. . . . .	5
2.2.	Estructura del círculo de Willis. Imagen adaptada de [12]. . . . .	6
2.3.	Distribución de aneurismas en el cerebro. Imagen obtenida de [13]. . . . .	6
2.4.	Tratamientos quirúrgicos de a) embolización endovascular y b) clipaje. Imagen obtenida de [16]. . . . .	7
2.5.	a) Aneurisma tipo fusiforme y b) aneurismas tipo saculares. Las flechas representan el camino del flujo sanguíneo principal. Imagen adaptada de [18]. . . . .	8
2.6.	Tipos de aneurisma según locación: a) Lateral, b) lateral con bifurcación y c) terminal. Imagen obtenida de [7]. . . . .	8
2.7.	Parámetros morfológicos para caracterizar aneurismas. Imagen obtenida de [7].	10
2.8.	Estructura de la pared arterial. Imagen adaptada de [24]. . . . .	12
2.9.	Estructura de la pared arterial en el cerebro. Imagen adaptada de [30]. . . . .	13
2.10.	Ilustración del proceso de degradación de las capas de la pared arterial y la consecuente formación de un aneurisma cerebral. Imagen adaptada de [30]. . . . .	15
2.11.	Posibles evoluciones de un aneurisma cerebral, donde este se a) estabiliza seguido de su formación, b) se rompe seguido de su formación, c) crece y se estabiliza, d) se rompe una vez que creció, e) se rompe en una ampolla formada o f) genera una trombosis en su interior. Imagen obtenida de [27]. . . . .	16
2.12.	Deformación de un cuerpo sólido desde su estado inicial $B_0$ a $B$ . . . . .	21
2.13.	Curva esfuerzo-deformación para modelos hiperelásticos de Yeoh, Neo-Hookeano y Mooney-Rivlin de tres y cinco parámetros. Imagen obtenida de [55]. . . . .	23
2.14.	Comparación de diferentes modelos de Mooney-Rivlin de cinco parámetros. Imagen obtenida de [55]. . . . .	25
2.15.	Tipos de comportamiento Newtoniano y no-Newtonianos. Imagen obtenida de [61]. . . . .	28
2.16.	Analogía del modelo de Windkessel ocupado para modelar la presión del sistema circulatorio. Al reservorio de aire se le llama Windkessel. Imagen obtenida de [69]. . . . .	32
2.17.	Modelos de Windkessel de dos, tres y cuatro elementos. Imagen obtenida de [69].	32
2.18.	Circuito RCR de Windkessel utilizado por Amigo. a) Circuito eléctrico de voltaje $V(t)$ y corriente $I(t)$ y b) análogos correspondientes con $P(t)$ y $Q(t)$ . Imagen obtenida de [7]. . . . .	33

2.19.	Ejemplo de geometrías original, discretización matemática y acercamiento a los elementos y sus nodos para el método de elementos finitos. . . . .	36
2.20.	Comparación entre el campo de velocidad obtenido mediante a) CFD y b) 7D-MRV. Imagen obtenida de [75]. . . . .	37
2.21.	Ejemplo de geometría original, discretización matemática y acercamiento a los elementos y sus nodos para el método de volúmenes finitos. . . . .	38
2.22.	Esquema de acople FSI de una vía. Imagen adaptada de [84]. . . . .	41
2.23.	Esquema de acople FSI de dos vías. Imagen adaptada de [84]. . . . .	42
2.24.	Modelos de aneurismas generados por Nath et al. con diámetros de: a) 2 [mm], b) 5 [mm], c) 8 [mm], d) 11 [mm] y e) 14 [mm]. Imagen extraída de [73]. . . . .	44
2.25.	Ejemplo de algoritmo para modificar el tamaño del aneurisma desarrollado por Sun et al. Imagen extraída de [62]. . . . .	45
2.26.	Resumen del proceso de construcción de geometrías en 3D desde imágenes médicas seguido en [85]. . . . .	46
2.27.	a) Ejemplo de pulso de velocidad de un paciente real obtenido mediante ultrasonido Doppler y b) pulso de velocidad extraído. Imágenes obtenidas de [7]. . . . .	47
2.28.	Perfil promedio de velocidad en la curva azul y en rojo el ajuste mediante series de Fourier obtenido por Amigo. Imagen obtenida de [7]. . . . .	47
2.29.	Pulso de presión obtenido por Amigo. Imagen obtenida de [7]. . . . .	49
2.30.	Comparativa entre perfil analítico y numérico obtenidos por Amigo al utilizar el perfil de velocidad de Casson. Imagen obtenida de [7]. . . . .	50
3.1.	Ejemplos de geometrías descartadas por a) la forma del cuello, b) presencia otros aneurismas y/o ramificaciones en el domo c) colisión con la propia geometría y d) pocas características geométricas. . . . .	52
3.2.	Geometría original del aneurisma GSR-2 importada en Fusion 360. . . . .	53
3.3.	Creación del punto de origen y el plano del cuello señalado por la flecha. . . . .	54
3.4.	Eje V, perpendicular al plano del cuello. . . . .	54
3.5.	a) Superficie utilizada para separar los cuerpos y b) aneurisma aislado. . . . .	55
3.6.	Cuerpo T-Spline resultante. . . . .	55
3.7.	a) Desplazamiento vertical del contorno seleccionado y b) escalamiento de dicho contorno. . . . .	56
3.8.	a) Cuerpo T-Spline escalado, b) superficie resultante, c) superficie cerrada y d) resultado final. . . . .	57
3.9.	Comparación entre la geometría de tamaño original y tamaño medio transparente. . . . .	57
3.10.	Proceso de remoción de aneurisma. . . . .	58
3.11.	División y número de simulaciones para cada caso a simular. . . . .	59
4.1.	Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GR-2, con tamaños a) original (GR-2o), b) medio (GR-2m), c) pequeño (GR-2p) e d) inicial (GR-2i). . . . .	62
4.2.	Comparativa de tamaños para la geometría GR-2. . . . .	62

4.3.	Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GR-3, con tamaños a) original (GR-3o), b) medio (GR-3m), c) pequeño (GR-3p) e d) inicial (GR-3i).	63
4.4.	Comparativa de tamaños para la geometría GR-3. . . . .	63
4.5.	Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GSR-2, con tamaños a) original (GSR-2o), b) medio (GSR-2m) y c) grande (GSR-2g). . . . .	63
4.6.	Comparativa de tamaños para la geometría GSR-2. . . . .	64
4.7.	Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GSR-3, con tamaños a) original (GSR-3o), b) medio (GSR-3m) y c) grande (GSR-3g). . . . .	64
4.8.	Comparativa de tamaños para la geometría GSR-3. . . . .	64
4.9.	Geometrías con aneurismas removidos. . . . .	65
5.1.	Esquema de intercambio de información entre Fluent y Transient Structural a través de System Coupling en Ansys. . . . .	67
5.2.	Esquema general simulaciones dominio fluido. . . . .	68
5.3.	Esquema de algoritmo tipo segregado para solver basado en presión. Imagen adaptada de [87]. . . . .	70
5.4.	Esquema de algoritmo tipo acoplado para solver basado en presión. Imagen adaptada de [87]. . . . .	71
5.5.	Esquema de algoritmo PISO. Imagen adaptada de [88]. . . . .	72
5.6.	Mallas empleadas con densidades de a) 250, b) 500, c) 1000, d) 1500, e) 2000, f) 2500 y g) 3000 [ <i>elementos/mm<sup>3</sup></i> ] en la geometría GR-2. . . . .	74
5.7.	Elemento tetraédrico a) lineal y b) cuadrático. . . . .	75
5.8.	Gráfico de valores obtenidos para el <i>DWSS</i> en función de la densidad de malla y el elemento usado. . . . .	77
5.9.	Gráfico de valores obtenidos para el <i>SWSS</i> en función de la densidad de malla y el elemento usado. . . . .	78
5.10.	Gráfico del tiempo empleado en las pruebas de malla según su densidad. . . .	79
5.11.	Esquema general simulaciones dominio estructural. . . . .	81
5.12.	Elementos triangulares de primer orden a) shell y b) sólido. . . . .	82
5.13.	Comparación entre a) malla generada con elemento tipo sólido 3D b) malla generada con elemento tipo shell y c) representación gráfica del grosor del elemento shell. . . . .	82
5.14.	Ejemplo de a) superficie creada para la pared arterial, b) malla creada con elementos tipo shell y c) representación gráfica del grosor. . . . .	83
5.15.	Mallas empleadas con elementos de a) 0.50, b) 0.40, c) 0.35, d) 0.30, e) 0.25, f) 0.20 y g) 0.15 [ <i>mm</i> ] en la geometría GR-2. . . . .	84
5.16.	Superficies utilizadas para representar el domo del aneurisma (en café) y la arteria sana (en verde), ejemplificadas en la geometría GR-1. . . . .	86
5.17.	Comparación de malla generada sin a) y con b) Shared Topology para la geometría GR-1. . . . .	87
6.1.	Distribución de desplazamiento para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	90

6.2.	Distribución de deformación para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	91
6.3.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	91
6.4.	Distribución de desplazamiento para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	92
6.5.	Distribución de deformación para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	93
6.6.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	93
6.7.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	96
6.8.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	96
6.9.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	97
6.10.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	97
6.11.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	98
6.12.	Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	98
6.13.	Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	99
6.14.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	99
6.15.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	100
6.16.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	100
6.17.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	101
6.18.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	101
6.19.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	102
6.20.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	102
6.21.	Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	103

6.22.	Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	103
6.23.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	104
6.24.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	104
6.25.	Distribución del TAWSS para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	105
6.26.	Distribución del OSI para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.	105
6.27.	Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-1. . . . .	106
6.28.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	107
6.29.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	108
6.30.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	108
6.31.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	109
6.32.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	109
6.33.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	110
6.34.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	110
6.35.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	111
6.36.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	111
6.37.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	112
6.38.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	112
6.39.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	113
6.40.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	113
6.41.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	114
6.42.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	114

6.43.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	115
6.44.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	115
6.45.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma. . . . .	116
6.46.	Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	116
6.47.	Distribución del OSI para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado. . . . .	117
6.48.	Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GSR-1. . . . .	117
6.49.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	120
6.50.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	121
6.51.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	121
6.52.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	122
6.53.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	122
6.54.	Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	123
6.55.	Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	123
6.56.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	124
6.57.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	124
6.58.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	125
6.59.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	125
6.60.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	126
6.61.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	126
6.62.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	127

6.63.	Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	127
6.64.	Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	128
6.65.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	128
6.66.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	129
6.67.	Distribución del TAWSS para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	129
6.68.	Distribución del OSI para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	130
6.69.	Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-2. . . . .	130
6.70.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	131
6.71.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	132
6.72.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	132
6.73.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	133
6.74.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	133
6.75.	Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	134
6.76.	Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	134
6.77.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	135
6.78.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	135
6.79.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	136
6.80.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	136
6.81.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	137
6.82.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	137

6.83.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	138
6.84.	Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	138
6.85.	Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	139
6.86.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	139
6.87.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma. . . . .	140
6.88.	Distribución del TAWSS para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	140
6.89.	Distribución del OSI para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	141
6.90.	Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-3. . . . .	141
6.91.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	142
6.92.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	143
6.93.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	143
6.94.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	144
6.95.	Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	144
6.96.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	145
6.97.	Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	145
6.98.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	146
6.99.	Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	146
6.100.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	147
6.101.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	147
6.102.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	148

6.103. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	148
6.104. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	149
6.105. Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	149
6.106. Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	150
6.107. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	150
6.108. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	151
6.109. Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	151
6.110. Distribución del OSI para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	152
6.111. Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-2. . . . .	152
6.112. Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	153
6.113. Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	154
6.114. Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	154
6.115. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	155
6.116. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	155
6.117. Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	156
6.118. Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	156
6.119. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	157
6.120. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	157
6.121. Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	158
6.122. Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	158
6.123. Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	159

6.124. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	159
6.125. Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	160
6.126. Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	160
6.127. Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	161
6.128. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	161
6.129. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma. . . . .	162
6.130. Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	162
6.131. Distribución del OSI para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande. . . . .	163
6.132. Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GSR-3. . . . .	163
6.133. Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	170
6.134. Distribución de la presión durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	170
6.135. Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	171
6.136. Distribución del desplazamiento para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	171
6.137. Distribución de la deformación para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	172
6.138. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	172
6.139. Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	173
6.140. Distribución de la presión durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	174
6.141. Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	174
6.142. Distribución del desplazamiento para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	175
6.143. Distribución de la deformación para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	175
6.144. Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	176

6.145.	Distribución del TAWSS para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	176
6.146.	Distribución del OSI para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2. . . . .	177
7.1.	Evolución del WSS promedio respecto al grosor de pared. . . . .	183
7.2.	Evolución del WSS máximo respecto al grosor de pared. . . . .	184
7.3.	Evolución de la presión promedio respecto al grosor de pared. . . . .	184
7.4.	Evolución de la presión máxima respecto al grosor de pared. . . . .	185
7.5.	Evolución del desplazamiento promedio respecto al grosor de pared. . . . .	186
7.6.	Evolución del desplazamiento máximo respecto al grosor de pared. . . . .	186
7.7.	Evolución de la deformación promedio respecto al grosor de pared. . . . .	187
7.8.	Evolución de la deformación máxima respecto al grosor de pared. . . . .	187
7.9.	Evolución del esfuerzo de Von Mises promedio respecto al grosor de pared. . .	188
7.10.	Evolución del esfuerzo de Von Mises máximo respecto al grosor de pared. . . .	188
7.11.	Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías a) GR-1 y b) GSR-1. . .	189
7.12.	Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande. . . . .	194
7.13.	Vista alternativa de la distribución del TAWSS para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial. . . . .	195
7.14.	Vista alternativa de la evolución del TAWSS para la geometría GSR-3 a) original, b) media y c) grande. . . . .	198
7.15.	Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande. . . . .	199
7.16.	Vista alternativa a la distribución del OSI para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande. . . . .	200
7.17.	Evolución del WSS promedio respecto a AR. . . . .	201
7.18.	Evolución del WSS máximo respecto a AR. . . . .	201
7.19.	Evolución de la presión promedio respecto a AR. . . . .	202
7.20.	Evolución de la presión máximo respecto a AR. . . . .	203
7.21.	Evolución del desplazamiento promedio respecto a AR. . . . .	203
7.22.	Evolución del desplazamiento máximo respecto a AR. . . . .	204
7.23.	Evolución de la deformación promedio respecto a AR. . . . .	205
7.24.	Evolución de la deformación máxima respecto a AR. . . . .	205
7.25.	Evolución del esfuerzo de Von Mises promedio respecto a AR. . . . .	206
7.26.	Evolución del esfuerzo de Von Mises máximo respecto a AR. . . . .	207
7.27.	Lugar de formación del aneurisma y distribución del TAWSS. . . . .	209
7.28.	Lugar de formación del aneurisma y distribución del esfuerzo de Von Mises. .	215
B.1.	Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	235
B.2.	Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	235

B.3.	Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	236
B.4.	Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	237
B.5.	Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	237
B.6.	Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	238
B.7.	Distribución del TAWSS para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	238
B.8.	Distribución del OSI para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal. . . . .	239

# Capítulo 1

## Introducción

Un aneurisma es una lesión localizada que se presenta en vasos sanguíneos, es decir, en arterias, venas o capilaridades. Esta lesión se puede dar en cualquier vaso sanguíneo del cuerpo, pero es de especial cuidado aquellos que se presentan en el cerebro por lo fundamental de este órgano. En dicho caso, los llamados aneurismas cerebrales o intracraneales, tienen una prevalencia de alrededor de un 3.2% en población sin comorbilidades [1] y pueden pasar desapercibidos sin presentar complicación alguna. Sin embargo, al ser un abultamiento de una zona en el cerebro, este puede dar lugar a diferentes complicaciones, como una parálisis de ciertos nervios por su compresión [2] o en un caso grave, generar un sangrado subaracnoideo, que muchas veces es la razón por la que se detecta la presencia de aneurismas [3]. Cuando se trata de estos sangrados, la tasa de casos fatales es aproximadamente de un 44% [4], y en caso de supervivencia, aproximadamente un 50% de los pacientes presenta un grado de discapacidad permanente [2].

Si bien se han encontrado múltiples factores en común en aquellas personas que sufren de aneurismas cerebrales, como lo es padecer de hipertensión, arteriosclerosis, tabaquismo e incluso factores genéticos [5], no se entiende completamente la génesis de esta patología, aunque sí genera consenso entre los investigadores que la interacción de la sangre con las paredes arteriales es el factor desencadenante tanto de la formación de aneurismas cerebrales, como de su crecimiento y posterior ruptura [6].

En el camino por encontrar la mejor decisión respecto a si intervenir o no, los avances en la imagenología médica y la capacidad de cómputo de los procesadores modernos han abierto la posibilidad de que, mediante el uso de simulaciones numéricas, se intente entender aún más el comportamiento que muestra un aneurisma al fluir la sangre por su interior y se cree que esto permitirá generar avances en la dirección correcta para poder predecir si un aneurisma presentará o no una ruptura. En este aspecto, el presente trabajo pretende ser un aporte en este área para poder incrementar aún más el entendimiento que se ha generado de la fluidodinámica de la sangre y la interacción con las paredes arteriales que puede llegar a provocar la ruptura de un aneurisma cerebral.

## **1.1. Trabajos anteriores**

El Dr. Álvaro Valencia y su equipo desarrollaron una metodología que permite obtener modelos CAD en 3D a partir de técnicas de imagenología médica. Debido al trabajo que realizaron en conjunto con el Instituto de Neurocirugía Dr. Alfonso Asenjo (INCA), se cuenta con una base de datos de una variedad de aneurismas cerebrales de diferentes pacientes, los que fueron traspasados a modelos 3D.

Dicha base de geometrías fue utilizada por Amigo [7] para realizar una caracterización morfológica y hemodinámica mediante el uso de simulaciones de dinámica de fluidos para encontrar parámetros relevantes que puedan ayudar a determinar el riesgo de ruptura. De dicho trabajo se dispone de las geometrías y las simulaciones, las cuales sirven para utilizar las mismas condiciones de borde que Amigo utilizó, pero en este caso en simulaciones fluido-estructurales. Lo anterior se asemeja a los trabajos de Barahona [8] y Arcos [9], quienes realizaron este tipo de simulaciones con algunas de las geometrías que utilizó Amigo, pero cambiando condiciones de presión y velocidad respectivamente, con el objetivo de determinar qué efecto en el riesgo de ruptura tenían dichos parámetros. Para el presente trabajo, se sigue una metodología similar a la de Barahona y Arcos, pero con el objetivo de modificar las condiciones geométricas en simulaciones de interacción fluido-estructura.

## **1.2. Recursos**

Para la realización de este trabajo, se cuenta con computadores del laboratorio de computación del departamento de Ingeniería Mecánica y computadores personales. En dichos equipos se utiliza el software Fusion 360 para modificar las geometrías, Ansys en sus versiones 2019 R2 y 2020 R2 para las simulaciones y tanto Excel, como Matlab R2020, para realizar cálculos y obtener gráficos.

Además, se cuenta con acceso a la base de datos con modelos en 3D de aneurismas cerebrales del Dr. Valencia y su equipo que se menciona anteriormente, junto con los programas que permiten utilizar las mismas condiciones de borde utilizadas en el trabajo de Amigo.

## **1.3. Objetivos**

### **1.3.1. Objetivo general**

Estudiar el efecto que tienen el grosor de pared y el tamaño de aneurismas cerebrales en su riesgo de ruptura mediante la utilización de simulaciones de interacción fluido-estructura.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Modelar matemáticamente el flujo sanguíneo, las paredes arteriales y las paredes de los aneurismas.
- Escoger las diferentes geometrías a simular.
- Modificar las geometrías seleccionadas.
- Determinar los parámetros del flujo sanguíneo.
- Realizar simulaciones de interacción fluido-estructura.
- Obtener parámetros estructurales y hemodinámicos relevantes para determinar el riesgo de ruptura.
- Validar y analizar los resultados.

### 1.4. Alcances

El presente estudio se basa en la utilización de simulaciones computacionales de modelos de aneurismas cerebrales obtenidos desde imágenes médicas de pacientes reales con procedimientos desarrollados en trabajos previos, junto con geometrías derivadas a partir de esos modelos. Se utilizan seis geometrías originales diferentes, de las cuales tres presentan ruptura previa y tres no. Las simulaciones a realizar son de tipo interacción fluido-estructura de dos vías.

### 1.5. Estructura de la memoria

La presente memoria consta de ocho capítulos, donde en el capítulo uno se entrega una introducción de los conceptos claves a la hora de entender el contexto en el que se enmarca el trabajo desarrollado y con qué objetivo se realiza. En particular, se dan las primeras definiciones respecto a qué es un aneurisma cerebral, qué complicaciones tiene y por qué es importante investigar su riesgo de ruptura. En el capítulo dos se habla más detalladamente sobre los antecedentes respectivos a qué son los aneurismas cerebrales, dónde se ubican, qué complicaciones conllevan, se habla de su clasificación y caracterización, para luego continuar con los otros elementos a analizar en el trabajo, como lo son las paredes arteriales y la sangre. En el mismo capítulo se establecen los modelos matemáticos que permiten describir el flujo sanguíneo, el comportamiento mecánico de las paredes arteriales y se presentan los parámetros que se ocuparán más adelante relacionados a la hemodinámica arterial y a la estructura. Dicho capítulo también menciona las bases de las simulaciones numéricas a utilizar y algunos trabajos relevantes. Posteriormente en el capítulo tres se menciona la metodología que se sigue para cumplir con los objetivos planteados, siendo esta una metodología enfocada a la modificación de las geometrías a simular, mostrando el procedimiento seguido y de donde se

adapta dicho procedimiento.

Los capítulos anteriores permiten entender el contexto del trabajo y entender qué es lo que se pretende hacer en las siguientes secciones. El capítulo cuatro comienza mostrando las geometrías que se escogen para desarrollar este trabajo y se muestra cómo resultaron sus variaciones, tanto visualmente, como a través de su cambio en parámetros morfológicos. En el capítulo cinco se habla de las simulaciones numéricas a llevar a cabo, se muestra una metodología general de trabajo, para luego hablar específicamente de las simulaciones relacionadas tanto al fluido como a la estructura en conjunto con la preparación de ambas, relacionadas a la generación de la malla y sus configuraciones que posteriormente permiten hablar de cómo se planea juntar ambos dominios en un sólo tipo de simulación fluido-estructural.

El capítulo seis muestra los resultados obtenidos para cada caso, de forma cualitativa, mostrando la distribución de los parámetros obtenidos para cada caso y de forma cuantitativa, con tablas que indican valores promedios y máximos. El capítulo siete muestra el análisis que se realiza en base a los resultados, comparando cada geometría dentro de su evolución y las geometrías en conjunto para ver qué tendencias se siguen. Finalmente el capítulo ocho termina con las principales conclusiones que se pueden obtener de este estudio y qué trabajos a futuro sería interesante realizar.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Aneurismas cerebrales

Los aneurismas cerebrales o intracraneales son lesiones localizadas que se producen en vasos sanguíneos del cerebro y se distinguen como un abultamiento anormal de la zona afectada. La mayoría de los casos suelen afectar a adultos, aunque también se puede detectar su presencia en niños, e incluso en la gestación [10]. El esquema general de un aneurisma con sus partes principales, como el domo y el cuello, se puede ver en la Figura 2.1 a continuación:

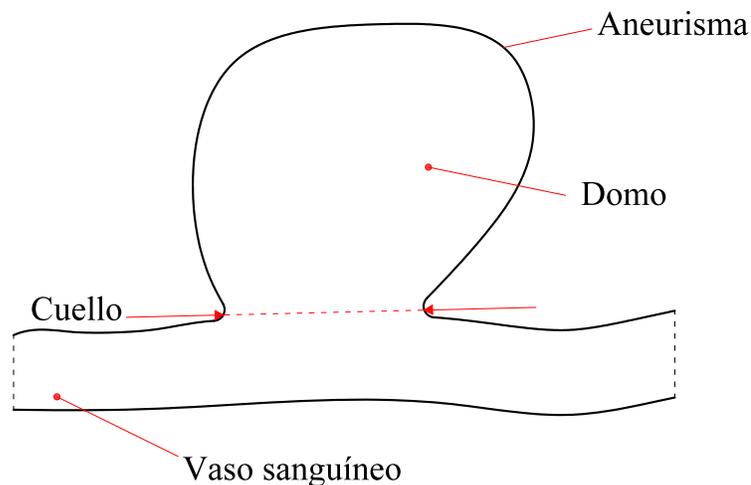


Figura 2.1: Esquema general de un aneurisma.

Es común que estos aneurismas tengan mayor presencia en una zona conocida como círculo de Willis, donde se puede encontrar un 85 % de los casos [11]. El círculo de Willis está compuesto principalmente por arterias cerebrales posteriores, comunicantes posteriores, arterias anteriores y una arteria comunicante anterior, como se puede ver a continuación en la Figura 2.2:

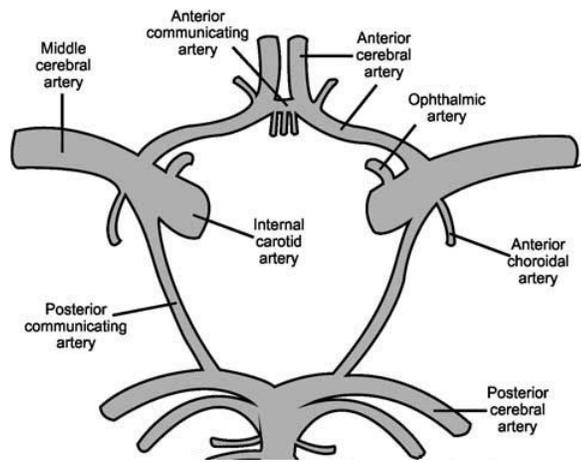


Figura 2.2: Estructura del círculo de Willis. Imagen adaptada de [12].

Dentro del círculo de Willis se puede establecer una distribución aproximada de los aneurismas encontrados en los pacientes según la literatura, destacando la arteria comunicante anterior con un 30 % de los casos, seguida por la arteria comunicante posterior con un 25 %, la arteria cerebral media con un 20 % y el resto con menos de un 10 % [13]. Esta distribución se puede ver a continuación:

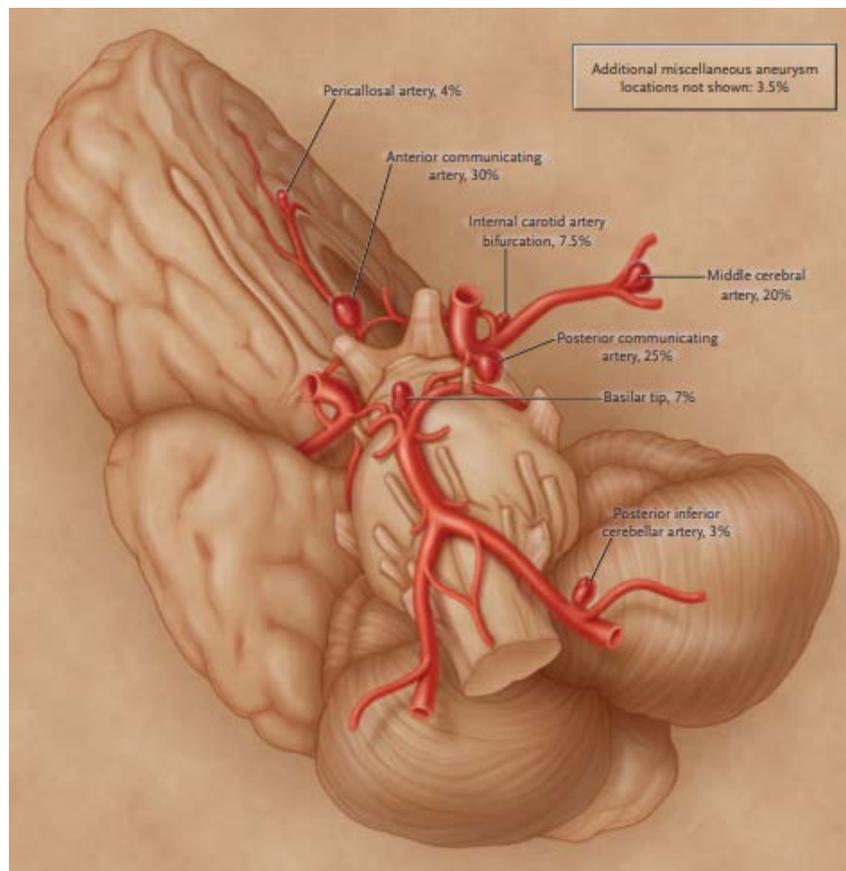


Figura 2.3: Distribución de aneurismas en el cerebro. Imagen obtenida de [13].

Al formarse una lesión de este tipo en la red vascular del cerebro, se puede dar lugar a una serie de complicaciones. En el caso de que se provoque una compresión de las estructuras cerebrales adyacentes, el paciente puede sufrir de hemiparesia (dificultad en la movilidad), defectos en el campo visual, convulsiones, o un tipo de accidente cerebral conocido como accidente isquémico transitorio [14]. A pesar de que las complicaciones anteriores son graves, el caso de mayor preocupación es cuando el aneurisma se rompe, en cuyo caso, produce lo que se conoce como sangrado subaracnoideo (SAH), una emergencia neurológica que se caracteriza por un escape de sangre al espacio que recubre el sistema nervioso central llenado con líquido cefalorraquídeo [15].

### 2.1.1. Tratamientos quirúrgicos

Generalmente las cirugías se utilizan cuando un aneurisma se rompe, pero debido a que las consecuencias de un SAH son graves, se considera la cirugía preventiva como una opción válida de tratamiento, sin embargo, a veces puede tener un riesgo que se asemeja, o incluso supera, al riesgo anual de ruptura de aneurismas cerebrales [3]. Existen dos cirugías que son las comúnmente utilizadas, la embolización endovascular y el clipaje quirúrgico, cuyas imágenes se pueden ver en la Figura 2.4 a) y b) respectivamente.

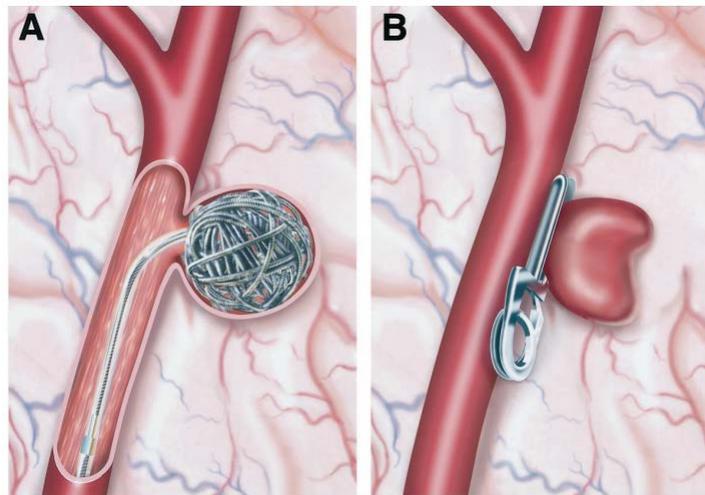


Figura 2.4: Tratamientos quirúrgicos de a) embolización endovascular y b) clipaje. Imagen obtenida de [16].

La embolización endovascular es el menos invasivo de estos tratamientos. El procedimiento consiste en acceder al aneurisma utilizando un catéter en la arteria para colocar una bobina o un stent dentro del saco. El clipaje quirúrgico en cambio, requiere que el neurocirujano extraiga una sección del cráneo para poder acceder al aneurisma a tratar e identificar su arteria alimentadora para poner un pequeño clip metálico en el cuello del aneurisma, que provocará que el flujo sanguíneo a este se detenga.

## 2.1.2. Clasificación de aneurismas cerebrales

Dentro de las formas que se tiene para clasificar un aneurisma hay distintas categorías que varían según diferentes parámetros, dentro de estas categorías hay algunas más básicas, como lo es la clasificación por el diámetro máximo del domo del aneurisma, que ha sido típicamente la más usada [17], u otras enfocadas a la morfología, como lo es la distinción entre aneurismas saculares o fusiformes, como se ve a continuación:

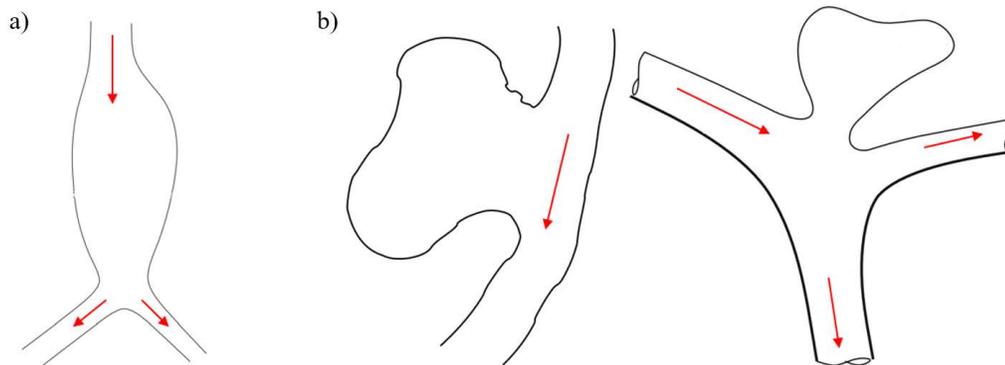


Figura 2.5: a) Aneurisma tipo fusiforme y b) aneurismas tipo saculares. Las flechas representan el camino del flujo sanguíneo principal. Imagen adaptada de [18].

Los aneurismas saculares se caracterizan por una protuberancia que se conecta a través del cuello al canal arterial, mientras que los de tipo fusiformes se forman como un ensanchamiento anormal de la arteria en todo su contorno. Los aneurismas cerebrales saculares son los que más comúnmente se encuentran en los pacientes, sumando entre un 80 % a 90 % de los casos [19].

En el caso de aneurismas saculares, es común utilizar la clasificación por ubicación en la arteria, donde se distinguen aneurismas laterales, laterales con bifurcación y terminales, como se puede ver en la Figura 2.6 en a), b) y c) respectivamente. Este método es de los más convenientes para el presente estudio.

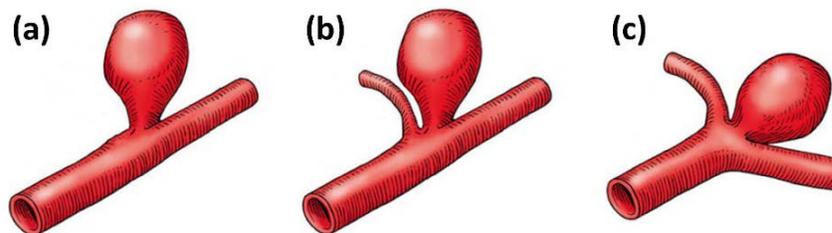


Figura 2.6: Tipos de aneurisma según ubicación: a) Lateral, b) lateral con bifurcación y c) terminal. Imagen obtenida de [7].

## 2.2. Caracterización morfológica de aneurismas cerebrales

El estudio de la morfología o la geometría de los aneurismas es intuitivamente importante a la hora de estudiar su ruptura. Si bien se podría pensar que aquellos aneurismas que presentan un mayor tamaño son los que se romperán más probablemente, también existen aneurismas pequeños que se pueden romper y sangrar. Debido a esto, se entiende que no sólo el tamaño es relevante, sino que también la forma podría jugar un papel importante en la ruptura de aneurismas, por lo que para tener una noción de la forma del aneurisma, es importante definir los siguientes parámetros geométricos, con sus respectivos símbolos indicados en la Figura 2.7.

- Diámetro del cuello (N): El cuello del aneurisma es la sección que divide la pared arterial sana y el aneurisma en sí. Su diámetro se toma sobre la cavidad por donde entra la sangre al aneurisma.
- Alto del domo (H): Esta magnitud se refiere a la distancia que existe entre el cuello y el punto más alto del aneurisma.
- Diámetro máximo del domo (W): Si se secciona el aneurisma en planos paralelos a su cuello, en la sección de mayor perímetro se puede encontrar el diámetro máximo del domo. Se clasifica a los aneurismas ocupando este parámetro como pequeños  $W < 10$  [mm], grandes  $10$  [mm]  $< W < 25$  [mm] o gigantes  $W > 25$  [mm] [20].
- Razón de aspecto (AR): Esta cantidad es derivada de la división entre la altura del aneurisma y el diámetro del cuello. Entre mayor sea esta cantidad, más alto y ovalado se vuelve el aneurisma. Su fórmula es la siguiente:

$$AR = \frac{H}{N} \quad (2.2.1)$$

- Razón de tamaño (SH): Esta razón relaciona al tamaño del aneurisma con el de la arteria alimentadora y se cree que puede tener una influencia en la predicción de rupturas. Su expresión es la siguiente:

$$SH = \frac{H}{D} \quad (2.2.2)$$

En la ecuación anterior,  $D$  es el diámetro de la arteria alimentadora.

- Factor de cuello de botella (BNF): Es una medida que relaciona el ancho del aneurisma con su diámetro del cuello. Se expresa de la siguiente forma:

$$BNF = \frac{W}{N} \quad (2.2.3)$$

Las cantidades mencionadas anteriormente, junto con el área y volumen del aneurisma, se pueden ver gráficamente en la Figura 2.7 a continuación:

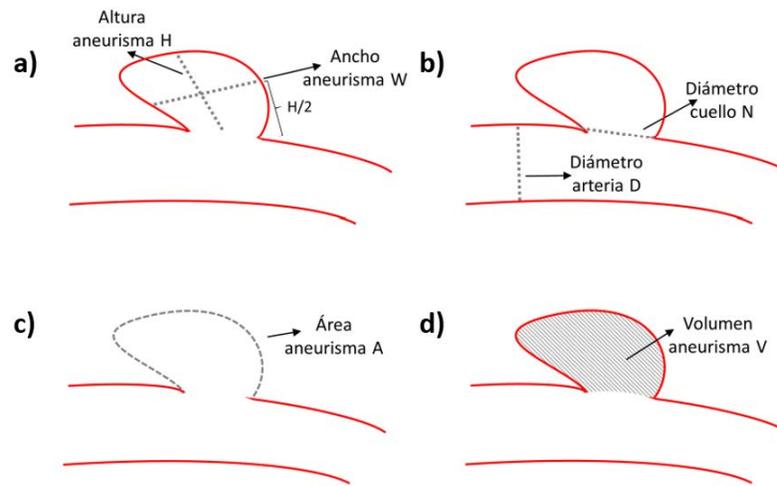


Figura 2.7: Parámetros morfológicos para caracterizar aneurismas. Imagen obtenida de [7].

De los parámetros mencionados, AR ha sido uno de los más utilizados por los médicos para decidir si intervenir o no un aneurisma [21]. Cuando un aneurisma sobrepasa el valor de AR de 1.6, se consideraba como de riesgo de ruptura elevado [22]. Sin embargo, la literatura es contradictoria en este punto, puesto que, si bien hay estudios que respaldan lo anterior, existen otros donde se ve lo contrario, aneurismas que tienen un menor valor de AR y se rompen, u otros que a mayor valor, no presentan ruptura.

Cabe señalar que las discrepancias anteriores pueden deberse a diferentes razones. Dado que cada persona es diferente de otra, las condiciones en las que un aneurisma está insertado pueden variar drásticamente. Si se compara, por ejemplo, un paciente que tiene hipertensión con uno que no presenta esta condición, se podría esperar que el primero tenga un riesgo de ruptura mayor dado que el aneurisma tiene que soportar presiones mayores, lo que sucede independientemente de la geometría que tenga, lo mismo se esperaría en el caso de alguien que sufra un trauma, donde también se da un aumento de las presiones que soporta el aneurisma, como lo evidencia el estudio de Barahona [23].

## 2.3. Pared arterial

A la hora de estudiar la ruptura de una estructura biológica, es importante generar una noción de cómo está compuesta y cómo se comporta ante ciertos estímulos, debido a que a diferencia de los típicos materiales utilizados en ingeniería, se está estudiando un material vivo, capaz de adaptarse a su entorno con el fin de mantener una estabilidad estructural que garantice el buen funcionamiento. En particular, se debe entender cómo es la composición

de la pared arterial que forma el vaso sanguíneo y la zona del aneurisma en sí mismo, cómo se estructura y cómo se ha explicado tanto la formación, como el desarrollo de aneurismas cerebrales desde un punto de vista biológico, de lo cuál se hablará en secciones posteriores.

A nivel general, las paredes arteriales del cuerpo están compuestas de tres capas o tónicas, la íntima, media y adventicia [24], que se pueden ver en la Figura 2.8. Cada una de estas capas está compuesta por diferentes tipos de células y también difieren en la función que cumplen, de manera resumida, esto es:

- **Íntima:** Esta capa está compuesta por células endoteliales (ECs) o endotelio, una membrana basal y una capa subjuntiva subendotelial. Su función es evitar que las sustancias que viajan por el torrente sanguíneo penetren la pared arterial.
- **Media:** Esta capa es responsable de la mayoría de las propiedades mecánicas de la pared arterial y en particular, determina su elasticidad. Está compuesta principalmente por capas de fibras musculares lisas (SMCs), fibras elásticas y fibras de colágeno dentro de una matriz extracelular (ECM).
- **Adventicia:** La más externa de las capas, se compone por una llamada sustancia fundamental, fibras de colágeno y nervios. Su concentración de colágeno le brinda la posibilidad de resistir rupturas y cambios de presión abruptos.

La división entre las tónicas íntima y media se da por una lámina elástica interna (IEL), mientras que entre las tónicas media y adventicia se da por la lámina elástica externa (EEL). Ambas capas están conformadas por moléculas de elastina, cuyo rol es el de mantener la tensión en contra de la presión sanguínea [25] y que les confieren tanto a la IEL como a la EEL, la habilidad de poder almacenar una gran cantidad de energía elástica, proveyéndolas a su vez de una alta flexibilidad, como también de darle un grado de resiliencia a la pared [26]. Cabe destacar que la pared arterial tiene una capacidad limitada para formar o reparar componentes de elastina después de la pubertad y, por ende, los daños que sufran capas como la IEL no pueden ser debidamente reparados a medida que la persona envejece.

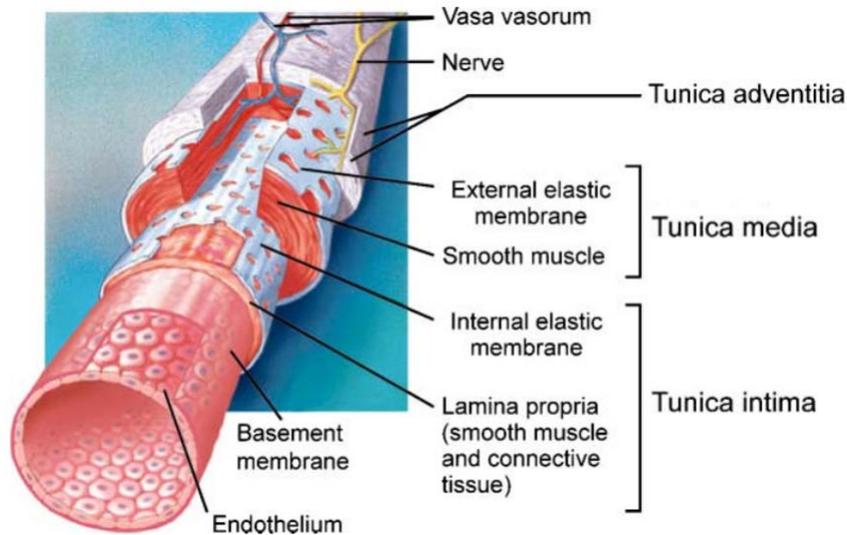


Figura 2.8: Estructura de la pared arterial. Imagen adaptada de [24].

La combinación de las capas mencionadas le brinda a los vasos sanguíneos propiedades mecánicas que les permite estar ubicados en una gran variedad de partes dentro del cuerpo, cubrir geometrías complejas y resistir las expansiones y contracciones que el ciclo cardíaco provoca.

Anteriormente se menciona que la composición descrita es a nivel general dentro del cuerpo, esto debido a que en las arterias cerebrales se tienen modificaciones a la estructura vista en la Figura 2.8. Específicamente, las arterias cerebrales tienen una túnica adventicia extremadamente delgada, no poseen una EEL y la túnica media se caracteriza por una densidad menor de elastina [25]. Otra diferencia es que, a falta de tejido conectivo, estas arterias están rodeadas de líquido cefalorraquídeo [27] que ejerce presiones sobre sus paredes de entre 10 y 15 [mmHg] para un adulto sano [28]. Se cree que las diferencias estructurales de las arterias cerebrales, especialmente la falta de la EEL, vuelve vulnerables las arterias cerebrales al desarrollo de aneurismas [29].

Un esquema de cómo es la sección de una pared arterial cerebral se ve en la siguiente imagen:

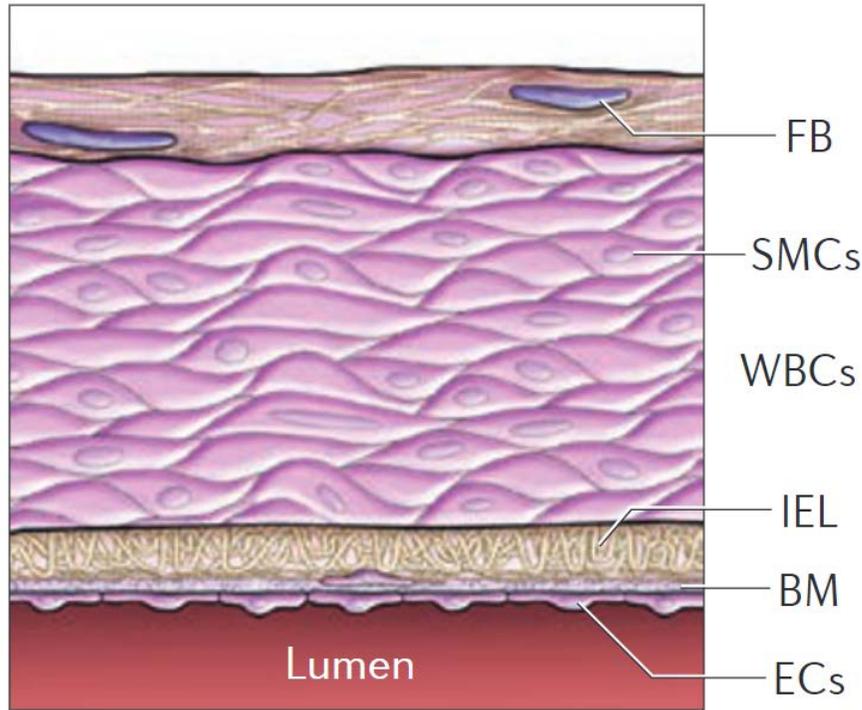


Figura 2.9: Estructura de la pared arterial en el cerebro. Imagen adaptada de [30].

## 2.4. Sangre

Además de las paredes arteriales, el otro componente principal a la hora de estudiar el desarrollo y ruptura de los aneurismas cerebrales es la sangre. La sangre es un líquido compuesto por diferentes elementos, tales como glóbulos rojos (eritrocitos), glóbulos blancos (leucocitos) y plaquetas (trombocitos) suspendidos en plasma, una compleja solución acuosa de proteínas y moléculas [31] que tiene como objetivo mover los componentes mencionados a través del cuerpo.

La función principal de los glóbulos rojos es el transporte de  $O_2$  y  $CO_2$ , los glóbulos blancos juegan un rol importante en el combate de infecciones y pueden migrar desde el torrente sanguíneo a otras estructuras, las plaquetas por otro lado, son un componente principal en el mecanismo de formación de trombos (coágulos) sanguíneos [32]. Estos elementos del flujo sanguíneo tienen un tamaño muy reducido, los glóbulos rojos por ejemplo, tienen un diámetro de menos de  $9 \mu m$  en el caso de una célula sana [33].

La sangre es impulsada a través del cuerpo por el corazón, un órgano que actúa como una bomba en lo que se conoce como ciclo cardiaco. El ciclo cardiaco puede ser dividido en dos principales pasos, uno de contracción, llamado sístole, y otro de relajación, llamado diástole. En la sístole el músculo cardiaco se contrae expulsando sangre hacia el sistema circulatorio, durante este paso se alcanzan las mayores presiones y velocidades, que para el caso de la

arteria aorta en un adulto sano son 120 [mmHg] y 1.35 [m/s] respectivamente. Por otro lado, en la diástole se realiza el llenado de sangre en el corazón, en este proceso dicho órgano se relaja y se alcanzan las menores presiones, alrededor de unos 80 [mmHg] [34].

## 2.5. Inicio y evolución de aneurismas cerebrales

### 2.5.1. Formación

La formación de aneurismas es un proceso complejo que involucra la acción de cambios moleculares, estructurales y fenotípicos, junto con el gatillamiento de mecanismos inflamatorios, que pueden actuar en conjunto, o con algún grado de independencia. Se cree que el evento clave que da inicio a la formación de aneurismas es la degradación o disrupción de la IEL [30]. Existe evidencia mediante observaciones que respaldan este punto, pues en aneurismas reales extraídos de pacientes afectados, se ve una IEL alterada [35].

Debido a la importancia que tiene la IEL en mantener la estructura de la pared arterial, su daño provoca alteraciones en las capas adyacentes. En la túnica íntima, la capa de ECs sufre de fisuras y la túnica media, donde residen las SMCs, queda expuesta a los efectos que las fuerzas del flujo sanguíneo les produce [36]. Otros sucesos que se consideran como daño en la IEL en el proceso de formación de aneurismas son una disrupción del arreglo de las ECs, adhesión de leucocitos en las ECs y su pérdida parcial [37].

Se ha evidenciado que existe una migración de SMCs hacia la túnica íntima, presuntamente como una respuesta del organismo al daño en el endotelio. Una vez allí, las SMCs comienzan a producir colágeno y sufren de un cambio en su fenotipo que las hacen pasar de ser células contráctiles, a ser células proinflamatorias, además de iniciar un proceso de hiperplasia (proliferación celular). En el caso de la túnica adventicia, se da una distensión en las fibras de colágeno presentes [27].

Los eventos anteriores son altamente dinámicos y dan como resultado una estructura arterial completamente diferente a la inicial, en una zona que debido a esto, se debilita. Esta zona focalizada y débil, con el paso del tiempo y sumado a los factores de riesgo mencionados, es afectada por las cargas mecánicas y esfuerzos que produce el flujo pulsátil de la sangre, con lo que finalmente ocurre la aparición del domo del aneurisma. Una ilustración de este proceso se puede ver en la Figura 2.10.

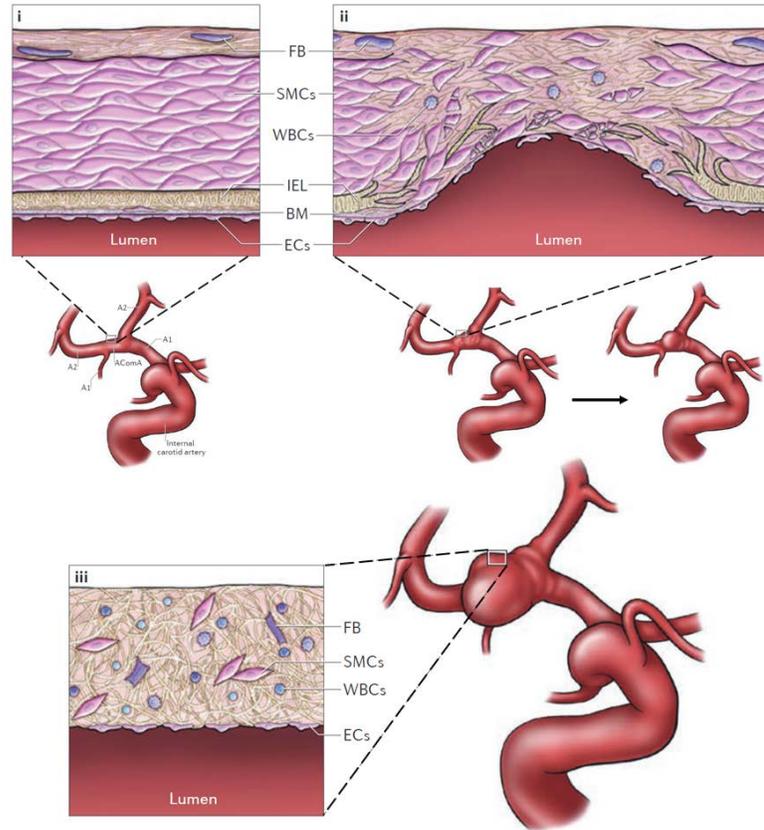


Figura 2.10: Ilustración del proceso de degradación de las capas de la pared arterial y la consecuente formación de un aneurisma cerebral. Imagen adaptada de [30].

### 2.5.2. Desarrollo y ruptura

Seguido a la formación de un nuevo aneurisma, este puede crecer rápidamente y romperse “joven”, o se puede iniciar un proceso de reparación estructural que actúe en el tiempo, lo que decrece el riesgo de ruptura de un aneurisma “viejo”, en ambos casos, de acuerdo a autores como Savastano et al. [27], lo que suceda con el aneurisma dependerá de un balance entre fuerzas que conlleven a la destrucción de su pared, o fuerzas que conlleven a su buen funcionamiento.

Parte de los mismos mecanismos que dan inicio al aneurisma se mantienen en su crecimiento. Se ha visto que aquellas células proinflamatorias que proliferan en el inicio, aumentan su presencia en el domo del aneurisma a medida que este crece.

La forma y tamaño de un aneurisma cerebral puede cambiar debido a la expansión de su pared, ya sea por la proliferación de sus células murales, por la distensión que provoca la presión que ejerce la sangre, o por una combinación de ambos factores, sin embargo, no se ha observado una correlación clara entre la degeneración de la pared y el tamaño o la forma

de un aneurisma [38].

Savastano entrega seis destinos diferentes a los que puede llegar un aneurisma, vistos gráficamente en la Figura 2.11. Este puede a) estabilizarse seguido a su inicio, b) sufrir una ruptura luego de haberse formado, c) crecer y estabilizarse, d) crecer y romperse, e) crecer, formar una ampolla en su domo y romperse a través de esta o f) formar trombos en el interior de su domo.

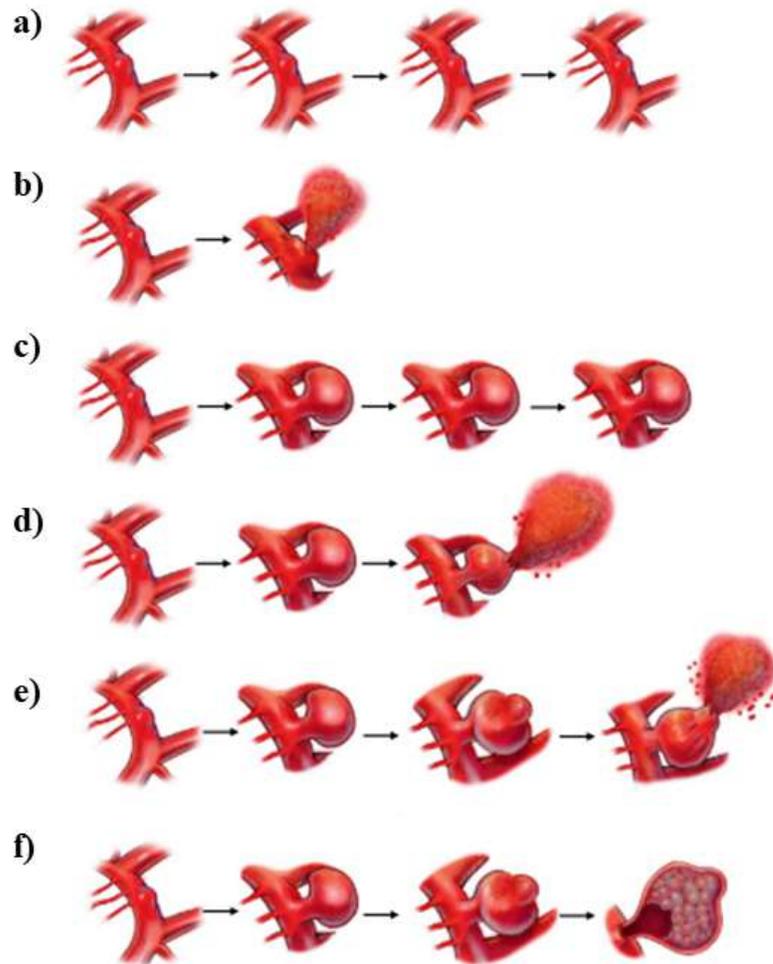


Figura 2.11: Posibles evoluciones de un aneurisma cerebral, donde este se a) estabiliza seguido de su formación, b) se rompe seguido de su formación, c) crece y se estabiliza, d) se rompe una vez que creció, e) se rompe en una ampolla formada o f) genera una trombosis en su interior. Imagen obtenida de [27].

Cabe destacar que estos destinos no son todos excluyentes entre sí, ya que por ejemplo, puede darse el caso en que un aneurisma se rompa, genere un sangrado inicial que es rápidamente detenido por un coágulo, que permite la reparación de la pared, y a su vez, con esto el domo del aneurisma crece [39].

El crecimiento de un aneurisma no significa necesariamente que este se vuelva más delgado

como se podría pensar [40], además, se ha visto que el grosor del domo del aneurisma no es uniforme, mostrando, a nivel general, una mayor parte de esta zona con un grosor intermedio (65%), seguido por una menor proporción de tejido muy delgado (27%) y una aún menor proporción de tejido grueso (9%). Mientras que si se separan los aneurismas pequeños, caracterizados por un diámetro máximo menor a 7 [mm], estos muestran una mayor proporción de tejido muy delgado y una menor de tejido grueso [41].

Lo anterior podría ser una de las razones por las cuales, algunos doctores han visto una gran cantidad de aneurismas menores a 7 [mm] que presentan ruptura, aunque se suele decir que lo contrario debería pasar [42]. Cabe destacar que los autores del estudio consideran que al tamaño, se deben sumar factores como la edad o locación del aneurisma.

El crecimiento de aneurismas es por sí solo considerado como un factor de riesgo. Lamentablemente, es un proceso no constante en el tiempo, lo que dificulta su predicción [43]. Aún así, hay algunas tasas medias de crecimiento anual que se pueden utilizar. Un ejemplo es el trabajo de Watanabe y su equipo, quienes mediante angiografías por resonancia magnética pudieron medir una tasa de crecimiento en aneurismas sin ruptura de 0.077 [mm/año] y 0.690 [mm/año] en aquellos con ruptura, tomando como parámetro el diámetro máximo y apoyando la idea de que el crecimiento podría ser un factor de riesgo [44]. Adicionalmente se ha visto que el tabaquismo es un factor de riesgo para el crecimiento, en especial para aquellos que sufren una ruptura en este proceso, por lo que es recomendable cesar esta actividad [45].

### 2.5.3. Rol de la hemodinámica arterial

Hasta ahora se ha hablado de los mecanismos mediante los cuales se da inicio a un aneurisma y este a su vez continúa su desarrollo, sin embargo, no se ha hablado mucho de por qué pasa esto. Se considera que un factor central en cualquier hipótesis de los mecanismos que intentan explicar el inicio y desarrollo de aneurismas cerebrales es la interacción entre las fuerzas hemodinámicas y la pared arterial, y que cualquier ruptura que se produzca, será finalmente la inhabilidad de la pared de contener dichas fuerzas [3].

La hemodinámica puede ser entendida como la simple medición de parámetros de la función cardiovascular como la presión arterial, o como el estudio físico del flujo sanguíneo y todas las estructuras sólidas por las que fluye [46], dándole un énfasis mayor a la mecánica tanto del flujo, como del sólido, más que sólo a mediciones.

Dentro del estudio hemodinámico de la sangre, el parámetro quizás más importante es el esfuerzo de corte en la pared o WSS por sus siglas en inglés. Más formalmente, el WSS se puede definir como el resultado de la fuerza tangencial ejercida en las paredes arteriales por el flujo sanguíneo pulsátil, influenciado a su vez por la viscosidad del fluido y su velocidad [47]. En otras palabras, el WSS es el esfuerzo de corte que sufre la superficie del endotelio debido

a la sangre. Matemáticamente, su expresión, denotando al WSS como  $\tau_w$ ,  $\mu(\dot{\gamma})$  la viscosidad del fluido,  $v(r)$  su velocidad y  $r = R$  la distancia a la pared, se da por la siguiente fórmula [46]:

$$\tau_w = -\mu(\dot{\gamma}) \left. \frac{\partial v(r)}{\partial r} \right|_R \quad (2.5.1)$$

Cuando se logra un nivel fisiológico del WSS, las ECs logran una expresión genética de reposo y de protección en contra de la aterosclerosis, caracterizada por una resistencia a la inflamación, apoptosis y estrés oxidativo [48].

Parte de la literatura que apoya la idea de que la hemodinámica juega un rol fundamental en el inicio y desarrollo de aneurismas se basa en experimentos. Utilizando la ligación de arterias cerebrales en conejos, se ha demostrado que el sólo aumento de la velocidad del flujo sanguíneo es suficiente para formar aneurismas nacientes, además, se puede ver daño a la IEL, adelgazamiento a la media y una relación dependiente entre la degeneración de la pared y el insulto hemodinámico logrado [49]. Un similar estudio encontró pérdida de la IEL en regiones expuestas a un flujo acelerado con un alto WSS y un gradiente positivo del WSS [50].

Un trabajo interesante que estudia la relación del WSS con la formación de aneurismas es el realizado por Kulcsár et al. [51], donde se pudo estudiar la hemodinámica arterial de tres pacientes utilizando simulaciones computacionales con geometrías extraídas de ellos a través de angiografía 3D antes de la formación de aneurismas (uno de los pacientes mostró una pequeña dilatación parecida a un aneurisma) y después de esto. Se encontró que el WSS era significativamente más alto en aquellos lugares donde posteriormente, en menos de dos años, se formaron aneurismas.

Dentro de la literatura hay trabajos que apuntan a que un alto WSS es el factor de riesgo para que un aneurisma continúe su desarrollo y se rompa, sin embargo, también existen otros trabajos que apuntan a lo contrario, que un bajo WSS es el factor de riesgo. Debido a esto, se pueden dividir aquellos trabajos en teorías de alto y de bajo flujo, donde en ambos casos, el ambiente hemodinámico dentro del domo del aneurisma y su interacción con las células de la pared arterial resultan en la debilitación de esta [3].

Por un lado, la teoría de alto flujo se enfoca en los efectos que conlleva un aumento en el WSS, donde un progresivo WSS crea un incremento continuo en la presión transmural, llevando a la creación de aneurismas pequeños, de pared delgada y traslúcidos [47], como los vistos en a) y b) de la Figura 2.11. Por otro lado, la teoría de bajo flujo se basa en que un bajo nivel de flujo dentro de un aneurisma causa un estancamiento localizado de la sangre en contra la pared en el domo, lo que a su vez, significa un bajo WSS. A diferencia del tipo de aneurisma que genera un alto WSS, el estancamiento de sangre sobre activaría los procesos inflamatorios y ateroscleróticos en la pared arterial, lo que da como resultado la formación

de aneurismas grandes, de pared gruesa y con presencia de coágulos [47]. Como los vistos en la Figura 2.11 en c) a f).

Debido a que en este trabajo se estudian factores geométricos para los cuales se deben modificar las geometrías a estudiar, se incluyen casos de estudio donde se remueven virtualmente los aneurismas con el fin de recrear cómo fue la arteria sana antes de la formación de la lesión, y así comprobar si existen características hemodinámicas distintivas como las mencionadas anteriormente, en la zona donde finalmente se formó un aneurisma. Esto se hace en aquellas geometrías donde no se esperaría de manera intuitiva tener un alto WSS, como lo es en el caso de aneurismas laterales.

#### 2.5.4. Caracterización hemodinámica en aneurismas cerebrales

Debido a lo expuesto anteriormente, se considera que el WSS es un parámetro hemodinámico fundamental a la hora de evaluar el riesgo de ruptura de aneurismas cerebrales. A partir del WSS, se puede derivar una variedad de parámetros que aportan al estudio de la hemodinámica y el riesgo de ruptura, estos son los que se muestran a continuación:

- El esfuerzo de corte en la pared del aneurisma ( $WSS_a$ ) es el promedio del WSS en la superficie del aneurisma en un cierto instante de tiempo  $t$ . Su expresión, dependiente del área  $A_a$  del aneurisma, está dada por:

$$WSS_a = \frac{1}{A_a} \int_{A_a} WSS(\vec{x}, t) dA_a \quad (2.5.2)$$

- De la expresión anterior, se pueden derivar dos magnitudes importantes para el ciclo cardiaco, el  $DWSS_a$  y el  $SWSS_a$ , que son el  $WSS_a$  pero en el mínimo punto del ciclo cuando  $t = t_{min}$  y en el máximo, cuando  $t = t_{max}$  respectivamente. Sus expresiones son:

$$DWSS = \frac{1}{A_a} \int_{A_a} WSS(\vec{x}, t_{min}) dA_a \quad (2.5.3)$$

$$SWSS = \frac{1}{A_a} \int_{A_a} WSS(\vec{x}, t_{max}) dA_a \quad (2.5.4)$$

- Si se promedia el esfuerzo de corte en la pared sobre el tiempo en el total del ciclo cardiaco  $T$ , se llega al  $TAWSS$ :

$$TAWSS = \frac{1}{T} \int_0^T |WSS_a| dt \quad (2.5.5)$$

- Para cuantificar la variación del esfuerzo de corte en la pared a lo largo del tiempo, se puede recurrir al índice de corte oscilatorio  $OSI$ , que muestra cuánto cambia el  $WSS$  y explica su oscilación tangencial. Su fórmula es la siguiente:

$$OSI = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{|\int_0^T W S S_a dt|}{\int_0^T |W S S_a dt|} \right) \quad (2.5.6)$$

Sus valores fluctúan entre 0, representando un flujo estacionario y 0.5, que indica una oscilación intensa [52].

## 2.6. Modelamiento matemático

Debido a que el análisis que se presenta en este trabajo es en base a simulaciones numéricas, se debe modelar de forma matemática el comportamiento que exhiben tanto las paredes arteriales como la sangre. Los fundamentos de dicho modelamiento se muestran a continuación.

### 2.6.1. Modelos para la pared arterial

A diferencia de materiales comúnmente utilizados en estructuras, las paredes arteriales pueden soportar grandes deformaciones que son totalmente recuperables sin una zona plástica, es decir, deformaciones elásticas. Este tipo de materiales es conocido como hiperelásticos y son comunes entre polímeros como el caucho o en tejidos biológicos como es el presente caso.

En esta sección se dan las bases provenientes de la mecánica de sólidos para materiales elásticos que permiten establecer modelos matemáticos para estudiar la pared arterial. Con este fin, se abordan los conceptos fundamentales que permitan derivar los modelos a mencionar, pero sin mostrar en profundidad las ideas de mecánica de sólidos, que se pueden ver en más profundidad en la literatura seguida para esta sección [53, 54].

Si se considera un cuerpo sólido con una configuración inicial  $B_0$  en un instante de tiempo y su posterior configuración deformada  $B$ , como muestra la Figura 2.12, se puede definir la función  $\phi$ , que a cada punto  $\vec{x}_0$  de la configuración inicial le asigna su correspondiente  $\vec{x}$  en la configuración deformada, lo que se puede ver en la ecuación 2.6.1.

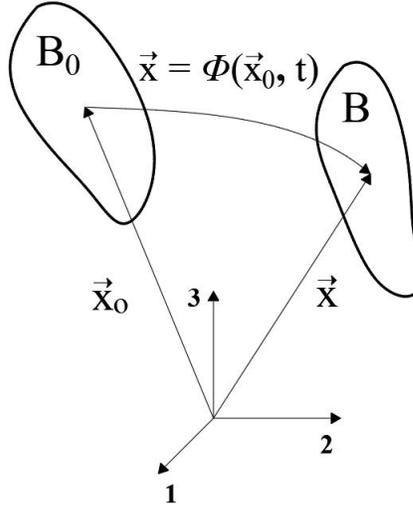


Figura 2.12: Deformación de un cuerpo sólido desde su estado inicial  $B_0$  a  $B$ .

$$\vec{x} = \phi(\vec{x}_0, t) \quad (2.6.1)$$

Tanto  $\vec{x}_0$  como  $\vec{x}$  son vectores de tres componentes, donde  $\vec{x}_0 = (x_{01}, x_{02}, x_{03})$  y  $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$  según el eje coordenado de la figura mencionada. El vector  $\vec{\eta}$  se llama el desplazamiento del punto material  $\vec{x}_0$ , cuya forma es la siguiente:

$$\vec{\eta}(\vec{x}_0, t) = \phi(\vec{x}_0, t) - \vec{x}_0 \quad (2.6.2)$$

Adicionalmente, se define el tensor  $\bar{F}$  como el gradiente de deformación:

$$\bar{F} = \frac{\partial \phi(\vec{x}_0, t)}{\partial \vec{x}_0} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{x}_0} = \bar{F}(\vec{x}_0, t) \quad (2.6.3)$$

Y su determinante, un escalar, también llamado Jacobiano como:

$$J = \det \bar{F} \quad (2.6.4)$$

La ecuación de continuidad de un sólido, escrita en su forma integral, tiene la siguiente expresión:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_V J \rho d\vec{x}_0 = \int_V \frac{\partial (J\rho)}{\partial t} d\vec{x}_0 \quad (2.6.5)$$

$\rho$  la densidad del cuerpo y  $V$  es un volumen arbitrario. De esto, se puede derivar la ecuación de continuidad como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_0 = 0 \quad (2.6.6)$$

La ecuación anterior es válida para  $t > 0$ , además se define  $\rho_0 = J\rho$ . Por otro lado, la ecuación de momentum en su forma integral se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \int_V J \rho \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} d\vec{x}_0 - \int_V J \operatorname{div}(\vec{\sigma}) d\vec{x}_0 = \int_V J \rho f d\vec{x}_0 \quad (2.6.7)$$

El tensor  $\vec{\sigma}$  es el tensor de esfuerzos de Cauchy. Usando  $\rho_0$  y recordando por 2.6.6 que  $\rho_0$  es constante respecto al tiempo, el primer término se escribe como:

$$\frac{d}{dt} \int_V J \rho \frac{\partial \vec{\eta}}{\partial t} d\vec{x}_0 = \int_V \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\eta}}{\partial t^2} d\vec{x}_0 \quad (2.6.8)$$

Considerando que  $V$  es arbitrario, se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\eta}}{\partial t^2} - J \operatorname{div}(\vec{\sigma}) = \rho_0 f \quad (2.6.9)$$

El segundo término contiene al factor  $\operatorname{div}(\vec{\sigma})$ , el cual implica que se tiene una formulación mixta. Por esto, se ocupa la transformada de Piola llegando a:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 \vec{\eta}}{\partial t^2} - \operatorname{div}_{\vec{x}_0}(\bar{\Pi}) = \rho_0 f \quad (2.6.10)$$

El tensor  $\bar{\Pi} = J \vec{\sigma} \bar{F}^{-T}$  es el primer tensor de Piola-Kirchhoff y la ecuación 2.6.10 es la ecuación de momentum escrita en un marco de referencia Lagrangiano. El tensor  $\bar{\Pi}$  no es simétrico, debido a esto, se introduce el segundo tensor de Piola-Kirchhoff  $\bar{S}$ :

$$\bar{S} = \bar{F}^{-1} \bar{\Pi} = J \bar{F}^{-1} \vec{\sigma} \bar{F}^{-T} \quad (2.6.11)$$

$\bar{S}$  es simétrico, es decir,  $\bar{S} = \bar{S}^T$ .

En un material elástico, el esfuerzo es una función de la deformación (y de otras variables como la temperatura, que en este caso, no se consideran). Además, las características del material podrían variar en el espacio, sin embargo, para el presente trabajo se considera a la pared arterial como un material homogéneo, es decir, las propiedades de la estructura arterial son las mismas independiente de donde se midan, y se considera también como un material isotrópico, por lo que su comportamiento frente a las deformaciones es independiente de la dirección de estas.

Para obtener una relación entre los esfuerzos y las deformaciones que experimenta una estructura, se ocupa la ecuación constitutiva, que escrita en términos del tensor de deformación de Green-Lagrange, tiene la siguiente forma:

$$\bar{E} = \frac{1}{2} (\bar{F}^T \bar{F} - \bar{I}) = \frac{1}{2} (\bar{C} - \bar{I}) \quad (2.6.12)$$

Donde  $\bar{E}$  es el tensor de deformaciones de Green-Lagrange,  $\bar{I}$  el tensor identidad y  $\bar{C}$  es el tensor de deformaciones de Cauchy-Green por la derecha. Existen diferentes tipos de formas que puede adoptar la ley constitutiva dependiendo del sólido, por lo que conviene primero definir la función de densidad de energía elástica  $W$ , que se relaciona con  $\bar{S}$  de la siguiente

forma:

$$\bar{S}(\bar{E}) = \frac{\partial W}{\partial \bar{E}}(\bar{E}) = 2 \frac{\partial W}{\partial \bar{C}}(\bar{C}) \quad (2.6.13)$$

En general, el modelo de un material elástico lineal ocupa una formulación más simple basada en el tensor de esfuerzos de Cauchy  $\bar{\sigma}$  mencionado anteriormente, sin embargo, para materiales hiperelásticos, se necesita la función  $W$ , y a partir de esta, se puede modelar su comportamiento. En el presente trabajo se realizará un caso de comparación entre un modelo elástico contra uno hiperelástico, por lo que se muestran a continuación los modelos ocupados en cada caso:

### 2.6.1.1. Modelo hiperelástico

Existen diferentes tipos de modelos hiperelásticos utilizados en la literatura, siendo los más comunes los de Yeoh, Neo-Hookeano y Mooney-Rivlin con diferente cantidad de parámetros. La elección del modelo dependerá de la disponibilidad de información, el grado de precisión deseado y los recursos computacionales disponibles. Existen trabajos donde se comparan estos modelos, siendo un ejemplo el realizado por Parshin et. al [55], que haciendo uso de aneurismas recolectados durante cirugías de clipaje quirúrgico sometidos a pruebas mecánicas, compararon los diferentes modelos mencionados. Los comportamientos de esfuerzo-deformación logrados por el grupo de trabajo se pueden ver a continuación:

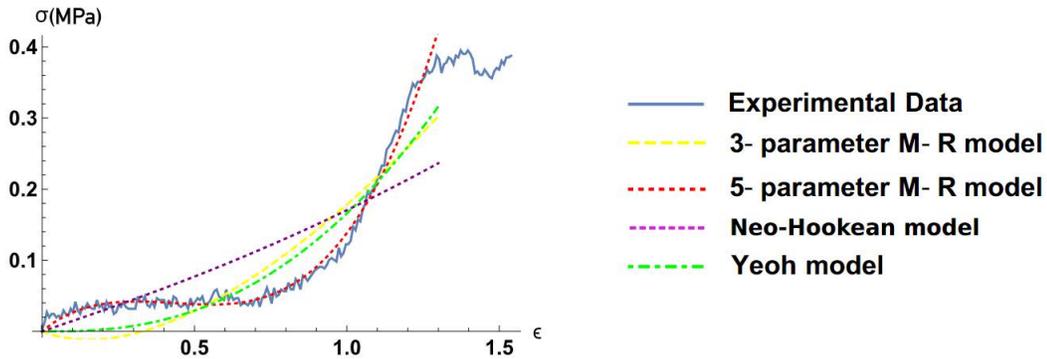


Figura 2.13: Curva esfuerzo-deformación para modelos hiperelásticos de Yeoh, Neo-Hookeano y Mooney-Rivlin de tres y cinco parámetros. Imagen obtenida de [55].

En el gráfico se puede ver que el modelo de Mooney-Rivlin de cinco parámetros es aquel que mejor se ajusta a los datos experimentales a lo largo de todas las deformaciones alcanzadas salvo el tramo final, es decir, es el más preciso tanto para pequeñas como para grandes deformaciones hasta cierto punto. Cabe señalar que también existe el modelo de Mooney-Rivlin de nueve parámetros, pero este no fue analizado en el estudio mencionado.

Para modelar la pared arterial se escoge precisamente el modelo de Mooney-Rivlin de cinco parámetros. Este modelo considera la siguiente expresión para la energía de deformación del material  $W$ :

$$W = c_{10}(I_1 - 3) + c_{01}(I_2 - 3) + c_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + c_{20}(I_1 - 3)^2 + c_{02}(I_2 - 3)^2 + \frac{1}{d}(J - 1)^2 \quad (2.6.14)$$

Donde  $c_{10}$ ,  $c_{01}$ ,  $c_{11}$ ,  $c_{20}$ ,  $c_{02}$  y  $d$  son constantes a determinar experimentalmente.  $J$  toma el valor  $J = 1$  cuando el material es incompresible, como en este caso lo es, por lo que su término se anula.  $I_1$  e  $I_2$  son los invariantes del tensor de esfuerzos de Cauchy para tracción uniaxial, cuyas expresiones son:

$$I_1(\lambda) = \lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \quad (2.6.15)$$

$$I_2(\lambda) = 2\lambda + \frac{2}{\lambda} \quad (2.6.16)$$

$\lambda$  es el cociente entre el largo actual  $l$  y el largo inicial  $l_0$  de la muestra analizada experimentalmente. El tensor de esfuerzos de Cauchy  $\bar{\sigma}$  se obtiene derivando  $W$  en función de  $\lambda$ , es decir:

$$\bar{\sigma} = \lambda \frac{\partial W(\lambda)}{\partial \lambda} \quad (2.6.17)$$

Desarrollando la expresión anterior se llega a:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} = & 2c_{10}(\lambda^2 - \lambda^{-1}) + 2c_{01}(\lambda - \lambda^{-2}) + 2c_{11}((\lambda^2 - \lambda^{-1})(2\lambda + \lambda^{-2} - 3) \\ & + (\lambda - \lambda^{-2})(\lambda^2 + 2\lambda^{-1} - 3)) + 4c_{20}(\lambda^2 + 2\lambda^{-1} - 3)(\lambda^2 - \lambda^{-1}) \\ & + 4c_{02}(2\lambda + \lambda^{-2} - 3)(\lambda - \lambda^{-2}) \end{aligned} \quad (2.6.18)$$

En un trabajo de Valencia et al. [56] se utilizaron seis aneurismas extraídos quirúrgicamente para pruebas de tracción mecánica, cuyos resultados se ajustaron al modelo hiperelástico de Mooney-Rivlin de cinco parámetros y con estos a su vez se obtuvo un modelo como el promedio de los seis obtenidos. Con esto, el equipo pudo obtener los siguientes coeficientes:

Tabla 2.1: Coeficientes promedio obtenidos por Valencia et al. [56] para el modelo de Mooney-Rivlin de cinco parámetros.

Constante	Valor [MPa]
$c_{10}$	0.4286
$c_{01}$	-0.1185
$c_{11}$	0.5847
$c_{20}$	0.5793
$c_{02}$	0.5638

El mismo grupo de trabajo también comparó el modelo de Mooney-Rivlin promedio obtenido con otros disponibles en la literatura, exhibiendo un comportamiento intermedio como se

observa en la siguiente imagen:

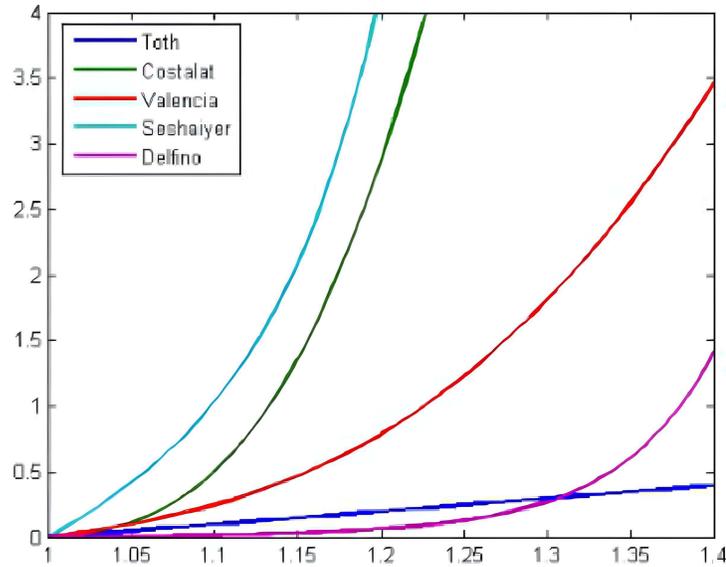


Figura 2.14: Comparación de diferentes modelos de Mooney-Rivlin de cinco parámetros. Imagen obtenida de [55].

### 2.6.1.2. Modelo elástico lineal

En un material elástico lineal, la formulación es más sencilla que en los casos anteriores debido a que el esfuerzo es directamente proporcional a la deformación. En un cuerpo continuo, esto se manifiesta a través de la generalización de la ley de Hooke en tres dimensiones, de forma matricial, cuya fórmula expandida, para un material isotrópico homogéneo e ignorando efectos térmicos, es:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \end{pmatrix} \quad (2.6.19)$$

En la ecuación anterior  $\sigma_{i,j}$  son los componentes del esfuerzo,  $\varepsilon_{i,j}$  los componentes de la deformación,  $E$  el módulo de Young y  $\nu$  el módulo de Poisson. De acuerdo a la literatura, el módulo de Young para aneurismas cerebrales puede variar entre 0.5 y 5.57 [MPa] [57], en este caso se utiliza el establecido en otro trabajo de Valencia et al. [58] de  $E = 1.77$  [MPa], que se encuentra dentro del rango mencionado. Además, se utiliza un módulo de Poisson  $\nu = 0.49$  [57], propio de un material casi perfectamente incompresible.

## 2.6.2. Flujo sanguíneo

### 2.6.2.1. Incompresibilidad

Se considera que un flujo es incompresible cuando este no varía su volumen ante la acción de presiones externas, desde otro punto de vista, dicho flujo no cambia su densidad, matemáticamente  $D\rho/Dt = 0$ . Se suele considerar a la gran mayoría de los líquidos como incompresibles, mientras que a los gases como compresibles y en particular, la sangre cumple con la invariabilidad de su densidad. Otro aspecto bajo el cual se considera un flujo como incompresible es que su velocidad sea pequeña respecto a la velocidad del sonido en dicho flujo, es decir, tenga un número de Mach pequeño. En fluidos, la velocidad del sonido varía entre 1400 y 1500 [m/s], mientras que en cerebro la velocidad de la sangre es menor a 100 [cm/s] [59], esto resulta en un número de Mach, definido como la razón entre la velocidad del flujo y la velocidad del sonido en el medio, que es bajo, de  $7.14 \cdot 10^{-3}$ , menor a un valor de 0.3 que se considera como un umbral para decir que dicho número es bajo y por ende, se puede considerar a la sangre como incompresible.

### 2.6.2.2. Ecuaciones de Navier-Stokes

La sangre, al igual que otros flujos, puede ser modelada a través de las ecuaciones de Navier-Stokes, cuyas expresiones, para un fluido incompresible, se pueden ver a continuación en (2.6.20) y (2.6.21):

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \vec{\tau} \quad (2.6.20)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.6.21)$$

Donde  $\rho$  la densidad,  $\vec{u}$  es el campo de velocidad en cierto punto del espacio estudiado,  $P$  la presión y  $\tau$  el tensor de esfuerzos. La ecuación (2.6.20) representa la conservación de momentum del flujo, mientras que la ecuación (2.6.21) representa la conservación de masa o continuidad.

El tensor de esfuerzos  $\tau$  se relaciona con la viscosidad mediante la siguiente ecuación:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (2.6.22)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido y  $\dot{\gamma}$  la tasa de deformación, que en fluidos incompresibles se expresa con la siguiente fórmula:

$$\dot{\gamma} = 2\sqrt{\epsilon_{ij}\epsilon_{ij}} \quad (2.6.23)$$

Con  $\epsilon_{ij}$  definido como:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.6.24)$$

### 2.6.2.3. Laminaridad del flujo sanguíneo

Para determinar si el flujo sanguíneo es un flujo laminar o turbulento, se hace uso del número de Reynolds tal como para otros casos de flujo. El número de Reynolds es una medida adimensional que representa el balance entre las fuerzas inerciales y viscosas que afectan al fluido. Su fórmula es la siguiente:

$$Re = \frac{\rho u D}{\mu} \quad (2.6.25)$$

Donde  $\rho$  es la densidad de la sangre,  $u$  su velocidad,  $D$  es la dimensión característica del sistema, en este caso el diámetro arterial, que se tomará como el promedio de los diámetros de entrada y  $\mu$  la viscosidad. Cuando  $Re < 2300$ , se considera que el flujo es laminar, si  $2300 < Re < 4000$ , se habla de una región de transición entre laminaridad y turbulencia, y cuando  $Re > 4000$ , se tiene una región turbulenta. Para el calculo utilizado en este estudio, se consideran los siguientes valores referenciales para la sangre:

- $\rho = 1065 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
- $u = 0.5 \text{ [m/s]}$
- $D = 3.7 \text{ [mm]}$
- $\mu = 0.0035 \text{ [Pa} \cdot \text{s]}$

Con estos valores, se obtiene un  $Re = 563$ , es decir, se puede considerar que el flujo sanguíneo es laminar como usualmente se suele hacer [60].

### 2.6.2.4. Viscosidad

Para poder utilizar las ecuaciones de Navier-Stokes se requiere la viscosidad de la sangre. La viscosidad es una medida de la resistencia de un fluido a fluir, describe la fricción interna de un fluido en movimiento. Un fluido con una viscosidad grande se resiste a fluir debido a que sus fuerzas internas moleculares le dan una alta fricción, mientras que un fluido de baja viscosidad tiene menos fricción interna y se le es más fácil fluir. Un ejemplo típico de un fluido viscoso es la miel, mientras que de uno no viscoso es el agua.

Existen diferentes comportamientos en cuanto se trata de la viscosidad de un fluido. Se habla de un fluido Newtoniano cuando este presenta una viscosidad constante, con una relación lineal entre el esfuerzo de corte y la tasa de deformación en corte. Cuando lo anterior no se cumple, se habla de un fluido no-Newtoniano. Existen diferentes tipos de comportamientos que puede tener un fluido no-Newtoniano, los cuales pueden ser de tipo [61]:

- Pseudoplástico: Este tipo de fluido sufre de lo que se conoce como adelgazamiento por cizalla. Se caracteriza por una viscosidad aparente que decrece gradualmente a medida que aumenta la tasa de corte.
- Viscoplastico: Los fluidos de este tipo presentan un umbral de esfuerzo o esfuerzo de fluencia por sobre el cual, el fluido comienza a fluir. Una vez que se supera el esfuerzo de fluencia, se puede tener un comportamiento Newtoniano o no-Newtoniano de adelgazamiento por cizalla. Dentro de esta categoría están los llamados fluidos de Bingham.
- Dilatante: Contrario a los pseudoplásticos, este tipo de comportamiento tiene una viscosidad aparente que incrementa conforme incrementa la tasa de corte, debido a esto sufren de lo que se conoce como espesamiento por cizalla.

De manera gráfica los comportamientos descritos anteriormente se pueden ver en la siguiente imagen:

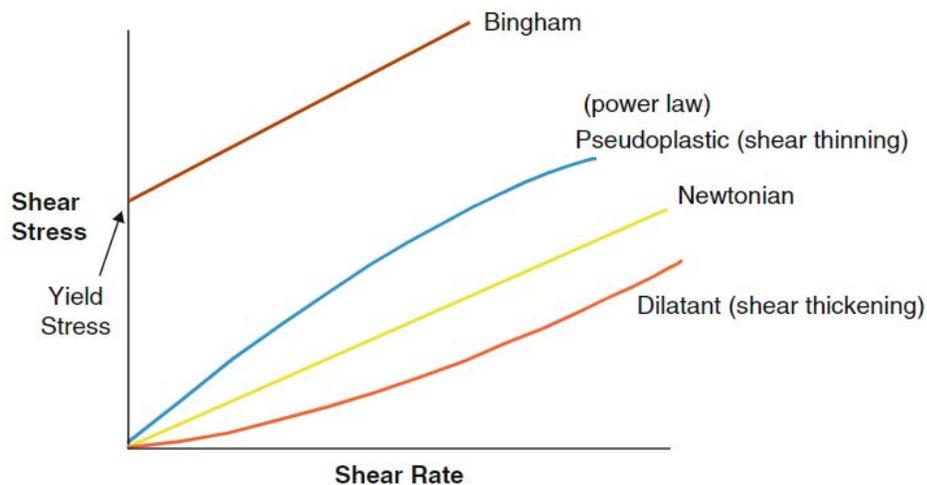


Figura 2.15: Tipos de comportamiento Newtoniano y no-Newtonianos. Imagen obtenida de [61].

A pesar de que el comportamiento de un fluido Newtoniano puede diferir de uno no-Newtoniano como se ve en la Figura 2.15, en la literatura hay trabajos que aún así utilizan un modelo Newtoniano para simulaciones CFD o FSI de aneurismas cerebrales [62, 57], incluso, según un metaanálisis realizado por Saqr et al. [63] en 2019, se estableció que un 90 % de los trabajos que utilizaron simulaciones CFD, lo hicieron asumiendo un comportamiento Newtoniano. Hay otros trabajos que comparan el uso de modelos Newtonianos con no-Newtonianos, donde aunque en regiones de alta velocidad y alto esfuerzo de corte ambos tipos de modelo entregan valores para la velocidad y esfuerzo de corte en la pared o WSS similares [64], en regiones de baja velocidad, se da una sobreestimación del WSS [65], llegando a discrepancias de inclusive un 45 % en regiones de importancia como el domo del aneurisma [66], lo que se debe tener en cuenta debido a la importancia del WSS.

Debido a la importancia que puede tener el considerar un modelo no-Newtoniano en el riesgo de ruptura de aneurismas cerebrales, se utilizará este tipo de fluido en el presente trabajo. Se debe tener en cuenta que existen diferentes modelos matemáticos para obtener una expresión de la viscosidad de un fluido no-Newtoniano, siendo algunos de los más utilizados el de Casson, Carreau-Yasuda y Carreau.

Para este trabajo se escoge utilizar el modelo de Casson, un modelo que describe un comportamiento de tipo viscoplástico y el más comúnmente utilizado para modelar la sangre [67], donde se tiene la siguiente relación [3]:

$$\sqrt{\tau} = \sqrt{\mu_0 \dot{\gamma}} + \sqrt{\tau_0} \quad (2.6.26)$$

Con  $\mu_0$  la viscosidad Newtoniana que toma un valor de  $0.0036 [Pa \cdot s]$ . La viscosidad aparente  $\mu_{app}$  puede ser escrita como:

$$\mu_{app} = \left( \sqrt{\mu_0} + \sqrt{\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}} \right)^2 \quad (2.6.27)$$

Siendo  $\tau_0$  el esfuerzo de fluencia. Al estar  $\dot{\gamma}_0$  en el denominador, si este parámetro toma el valor de cero, la expresión anterior divergirá. De modo que se reordena de la siguiente forma:

$$\sqrt{\mu_{app}} = \sqrt{\tau_0 \left( \frac{1 - e^{-m\dot{\gamma}}}{\dot{\gamma}} \right)} + \sqrt{\mu_0} \quad (2.6.28)$$

$m$  es una constante encargada de controlar la viscosidad máxima cuando  $\dot{\gamma}$  tiende a cero. Algunos de los valores ocupados para la expresión anterior son  $\tau_0 = 0.009 [Pa]$ ,  $m = 100$  y  $\mu_0 = 0.0036 [Pa \cdot s]$ .

### 2.6.2.5. Pulso de velocidad

Las ecuaciones de Navier-Stokes son ecuaciones de naturaleza diferencial, donde resulta necesario establecer las condiciones de borde, en este caso, de la sangre, tanto para la entrada como para la salida de las arterias. El flujo sanguíneo se caracteriza por tener un comportamiento pulsátil, es decir, es un flujo que varía en el tiempo. Para la entrada, se puede modelar un perfil de velocidad pulsátil aplicando el trabajo desarrollado por Womersley [68], quién estableció un modelo matemático para la sangre que se puede ocupar en arterias.

Para la derivación de la solución analítica del perfil mencionado, se debe considerar una tubería rígida, que representa al vaso sanguíneo, de largo  $L$  y radio  $a$ , la sangre se considera incompresible y newtoniana, a la vez que se establece una simetría axial del flujo, con un gradiente de presión que se repite en el tiempo.  $u$  es la velocidad longitudinal del fluido,  $\rho$  su densidad,  $\nu$  la viscosidad cinemática,  $t$  el tiempo y  $x$  es la dirección del flujo.

Considerando lo anterior, la ecuación 2.6.20 se escribe en coordenadas cilíndricas, como se muestra a continuación:

$$\rho \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (2.6.29)$$

El gradiente de presión  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , recordando que es dependiente del tiempo, se puede escribir como sigue:

$$\frac{\partial p}{\partial x}(t) = \sum_{n=0}^N P_n e^{inwt} \quad (2.6.30)$$

$P_n$  es el gradiente de presión del  $n$  -ésimo armónico,  $w$  es su frecuencia e  $i$  es el número imaginario  $i = \sqrt{-1}$ . Por otro lado, el gradiente de velocidad se puede escribir como:

$$u(r, t) = \sum_{n=0}^N U_n e^{inwt} \quad (2.6.31)$$

Con  $u_n$  la amplitud del gradiente de velocidad para el  $n$  -ésimo armónico. En el caso en que  $n = 0$ , se obtiene un gradiente de presión constante, con el que se obtiene la solución de Poiseuille:

$$u_0 = -\frac{P_0}{4\mu}(a^2 - r^2) \quad (2.6.32)$$

Aplicando los términos mencionados en la ecuación 2.6.36, se llega a:

$$i\rho n w u_n = -P_n + \mu \left( \frac{\partial^2 u_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_n}{\partial r} \right) \quad (2.6.33)$$

La ecuación diferencial anterior, para el caso donde  $n = 0$ , tiene la siguiente solución analítica:

$$u_n(r) = C_1 J_0 \left( a \frac{r}{a} \sqrt{ni^3} \right) + C_2 Y_0 \left( a \frac{r}{a} \sqrt{ni^3} \right) + \frac{iP_n}{pnw} \quad (2.6.34)$$

En esta solución,  $C_1$  y  $C_2$  son constantes arbitrarias,  $J_0$  e  $Y_0$  son las funciones de Bessel de primer y segundo tipo. Recordando que se estableció la condición de simetría axial, es decir,  $\frac{\partial u_n}{\partial r}|_{r=0} = 0$  implica que  $C_2 = 0$ . Además, si se establece la condición de no deslizamiento en la pared, es decir,  $u_n(r = a) = 0$ , se puede despejar  $C_1$  como:

$$C_1 = \left( -\frac{iP_n}{\rho n w} \frac{1}{J_0(\alpha \sqrt{ni^3})} \right) \quad (2.6.35)$$

Aplicando esto en el perfil de velocidad  $u_n(r)$  se llega a:

$$u_n(r) = \frac{iP_n}{nwp} \left[ 1 - \frac{J_0\left(\sqrt{\frac{i^3 n w}{\nu}} r\right)}{J_0\left(\sqrt{\frac{i^3 n w}{\nu}} a\right)} \right] \quad (2.6.36)$$

Si se integra  $u_n$  en el área transversal de la tubería, esto se puede igualar al caudal  $Q_n$  para

obtener la siguiente expresión:

$$u_n(r) = \frac{Q_n}{\pi a^2} \left[ \frac{1 - \frac{J_0(\frac{\beta_n r}{a})}{J_0 \beta_n}}{1 - \frac{2J_1(\beta_n)}{\beta_n J_0(\beta_n)}} \right] \quad (2.6.37)$$

Donde  $\beta_n = a\sqrt{\frac{i^3 n w}{\nu}}$ . Si se suman los  $n$  modos normales, se puede llegar al perfil de velocidad en función de la posición radial y el tiempo, lo que se muestra a continuación:

$$u(r, t) = \frac{2Q_0}{\pi a^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] + \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{\pi a^2} \left[ \frac{1 - \frac{J_0(\frac{\beta_n r}{a})}{J_0(\beta_n)}}{1 - \frac{2J_1(\beta_n)}{\beta_n J_0(\beta_n)}} \right] e^{inwt} \quad (2.6.38)$$

La ecuación 2.6.38 contiene el número imaginario  $i$ , lo que provoca la obtención de números imaginarios para las velocidades, es por esto que a la expresión anterior, se le debe tomar la parte real, resultando en:

$$u(r, t) = \frac{2Q_0}{\pi a^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] + Re \left[ \sum_{n=1}^N \frac{Q_n}{\pi a^2} \left[ \frac{1 - \frac{J_0(\frac{\beta_n r}{a})}{J_0 \beta_n}}{1 - \frac{2J_1(\beta_n)}{\beta_n J_0(\beta_n)}} \right] e^{inwt} \right] \quad (2.6.39)$$

#### 2.6.2.6. Modelo de presión

Al igual que se hace con la entrada de sangre y el modelo que se le da a la velocidad, es necesario establecer un modelo de presión a la(s) salida(s) de las arterias. Si bien existen diferentes formas de modelar la presión en las salidas, incluyendo trabajos donde se establece una presión constante de 0 [Pa], o algún valor mayor, es común recurrir al modelo de circuito RCR de Windkessel [68].

Dicho modelo se llama así porque es una analogía al dispositivo conformado por un reservorio y una cámara de aire, que convierte el bombeo alternante de agua utilizado por bomberos en un flujo estacionario. A través de esta analogía aplicada al circuito circulatorio (Figura 2.16), el modelo de Windkessel permite establecer una presión que depende del tiempo y que siga cierto rango establecido de presión máxima y mínima de forma pulsátil, lo que lo hace una condición más realista que establecer una presión fija.

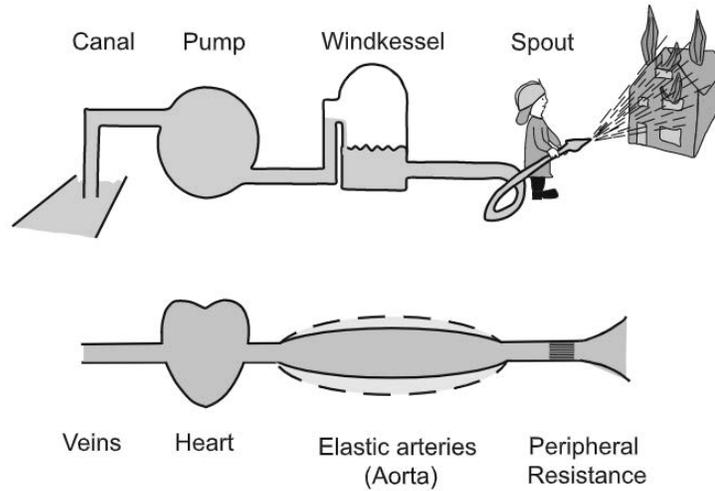


Figura 2.16: Analogía del modelo de Windkessel ocupado para modelar la presión del sistema circulatorio. Al reservorio de aire se le llama Windkessel. Imagen obtenida de [69].

Una de las bases para este modelo es la llamada ley de Poiseuille, que establece que la resistencia es inversamente proporcional a la cuarta potencia del radio arterial [69]. Esto implica, que la resistencia mayor se da en vasos pequeños, es decir, en arterias pequeñas y arteriolas. Cuando se añaden debidamente todas las resistencias del sistema microcirculatorio, se obtiene la resistencia del sistema completo, a lo que se le llama resistencia periférica.

La aplicación del modelo de Windkessel se basa en circuitos eléctricos, y tiene diferentes variantes, el Windkessel de dos elementos, tres, e incluso, cuatro elementos como se puede ver en la Figura 2.17 a continuación:

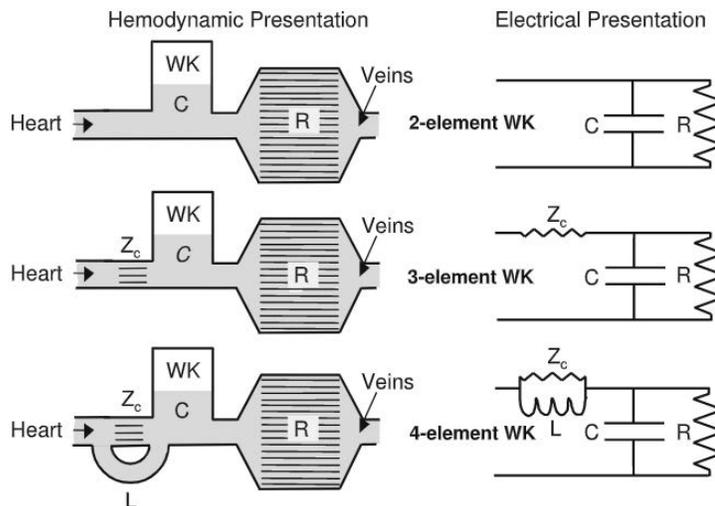


Figura 2.17: Modelos de Windkessel de dos, tres y cuatro elementos. Imagen obtenida de [69].

El circuito presentado en la Figura 2.18 a) se compone de una fuente de voltaje  $V(t)$  co-

nectada a una resistencia proximal  $R_p$  y una distal  $R_d$  en paralelo a una capacitancia  $C$ . El circuito lo recorre una corriente  $I(t)$  dividida en  $I_d$  recorriendo la resistencia  $R_d$  e  $I_p$  pasando por el capacitor. La resistencia proximal representa la resistencia que disponen las arterias, la capacitancia la elasticidad de las arterias y la resistencia distal el resto de la resistencia opuesta al flujo en el sistema circulatorio. El circuito con la presión  $P(t)$  y el caudal  $Q(t)$  análogos a  $V(t)$  e  $I(t)$  respectivamente se ve en b).

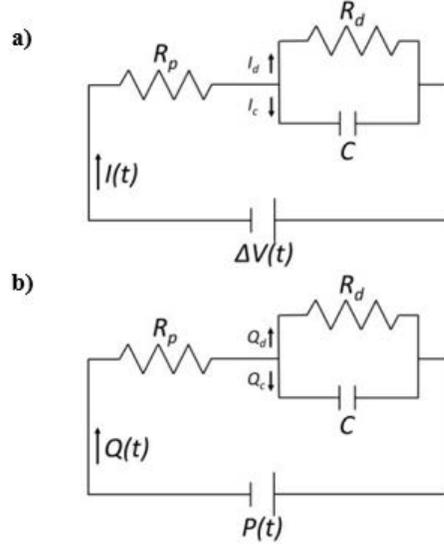


Figura 2.18: Circuito RCR de Windkessel utilizado por Amigo. a) Circuito eléctrico de voltaje  $V(t)$  y corriente  $I(t)$  y b) análogos correspondientes con  $P(t)$  y  $Q(t)$ . Imagen obtenida de [7].

Las bases matemáticas de los circuitos eléctricos establecen diferentes relaciones entre las variables mencionadas que permiten llegar al modelo deseado. Partiendo desde el hecho que la corriente eléctrica se conserva, se tiene que:

$$I(t) = I_d(t) + I_c(t) \quad (2.6.40)$$

Y que la relación entre el voltaje y la resistencia con la corriente viene dada por  $V = I \cdot R$ , mientras que para los capacitores se tiene que  $I_c = dQ_{carga}/dt$ , se puede reescribir la ecuación 2.6.40 como:

$$I(t) = \frac{V_d(t)}{R_d} + \frac{dQ_{carga}(t)}{dt} \quad (2.6.41)$$

En un capacitor, su carga  $Q_{carga}$  se relaciona con el voltaje  $V_c$  mediante  $Q_{carga} = C \cdot V_c$ , llegando a:

$$I(t) = \frac{V_d(t)}{R_d} + C \frac{dV_c(t)}{dt} \quad (2.6.42)$$

Al encontrarse el capacitor en paralelo con la resistencia  $R_d$ , se cumple que  $V_d(t) = V_c(t)$ .

Ambos elementos están en serie con  $R_p$  y  $V(t)$ , lo que implica que:

$$V_d(t) = V_c(t) = \Delta V(t) - I(t)R_p \quad (2.6.43)$$

Por simplicidad, se escribe  $\Delta V(t)$  como  $V(t)$ . Luego, reemplazando  $V_d(t)$  y  $V_c$  en 2.6.42 se tiene que:

$$I(t) = \frac{V(t)}{R_d} - I(t)\frac{R_p}{R_d} + C\frac{dV(t)}{dt} - CR_p\frac{dI(t)}{dt} \quad (2.6.44)$$

Recordando que la analogía implica que  $I(t) = Q(t)$  y que  $V(t) = P(t)$ , al aplicar esto a la ecuación anterior y reordenando, se llega a la ecuación del modelo de Windkessel:

$$\left(1 + \frac{R_p}{R_d}\right)Q(t) + CR_p\frac{dQ(t)}{dt} = \frac{P(t)}{R_d} + C\frac{dP(t)}{dt} \quad (2.6.45)$$

La presión  $P(t)$  a determinar, es la que se usa como condición de salida en las arterias,  $Q(t)$  es el caudal de entrada y tanto  $R_d$ ,  $R_p$  y  $C$  son constantes de ajuste de las que se hablará en secciones posteriores.

## 2.7. Análisis computacional de aneurismas cerebrales

Debido al avance tecnológico en la capacidad de cómputo de los procesadores modernos, ha sido posible utilizar simulaciones numéricas para analizar la hemodinámica arterial y lograr un entendimiento mayor de la compleja relación entre el flujo sanguíneo, las paredes arteriales y el desarrollo de aneurismas cerebrales. Los análisis pueden enfocarse netamente en el sólido, donde se habla de simulaciones de dinámica de sólidos computacional (CSD), sólo en el fluido, en el caso de simulaciones de dinámica de fluidos computacional (CFD), o la interacción de ambos elementos, en cuyo caso, se habla de simulaciones de interacción fluido-estructura (FSI).

### 2.7.1. Dinámica de sólidos computacionales

Como se menciona anteriormente, las simulaciones de tipo dinámica de sólidos computacionales se basan en analizar el comportamiento de la estructura sólida, es decir, la pared arterial. Para esto, se debe reemplazar el efecto que ejercerían los flujos involucrados en el estudio de un aneurisma cerebral, es decir, el flujo sanguíneo y el líquido cefalorraquídeo, que se modelan como una presión interna y externa respectivamente.

Para modelar la pared arterial es necesario definir parámetros como su grosor, decidir si ese grosor se mantendrá uniforme para toda la geometría, o si se ocupará un grosor para la arteria sana y otro para el aneurisma, establecer las condiciones de borde de los extremos de la arteria y escoger un modelo para la pared, que puede ser uno de tipo hiperelástico, por dar un ejemplo.

Las simulaciones de tipo CSD son las de menor costo computacional, pero también las menos comunes en lo que respecta a analizar aneurismas cerebrales, aún así, se pueden encontrar trabajos donde por ejemplo, se ha estudiado el uso de un modelo anisotrópico para la pared arterial mediante el cual se encontraron variaciones regionales para diferentes orientaciones de las fibras que la pared tendría [70].

Otros ejemplos son los trabajos que Valencia y su equipo han realizado, donde se hicieron simulaciones CSD que permitieron establecer que es importante el utilizar un grosor no uniforme para el aneurisma [71] y que el uso de simulaciones que no consideran el flujo interno, como las de este tipo, producen distribuciones y magnitudes de esfuerzos y desplazamientos diferentes respecto a aquellas que sí lo consideran [72].

También se ha estudiado el efecto que tiene el tamaño de geometrías idealizadas de manera semi-esféricas de aneurismas cerebrales [73]. De esta manera se encontró que tanto el diámetro del aneurisma, como la presión ejercida sobre este, afectan significativamente los esfuerzos inducidos en las uniones aneurisma-arteria y también dentro de la pared del aneurisma, pero de manera no uniforme, puesto que en incrementos iniciales de diámetro, se observó una disminución del máximo esfuerzo de Von Mises, y luego en posteriores aumentos del diámetro, este valor aumentó. De la metodología seguida por los autores se habla más adelante.

El parámetro mencionado llamado esfuerzo de Von Mises se utiliza de una amplia manera en análisis de estructuras y simulaciones numéricas para predecir cuando se llegará a la falla. Debido a que en un problema en 3D existen diferentes direcciones en las que actúan los esfuerzos, el esfuerzo de Von Mises es un parámetro que pretende reflejar el efecto conjunto de estos esfuerzos. Considerando la dirección 1 como aquella donde actúa el esfuerzo más grande, 3 donde actúa el menor y 2 el caso intermedio, el esfuerzo de Von Mises, denotado como  $\sigma_{VM}$ , en función de los esfuerzos  $\sigma_{ij}$ , con  $i, j$  entre 1 y 3 dependiendo de la dirección y con  $\sigma_{ii} = \sigma_i$ , tiene la siguiente forma:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2)}{2}} \quad (2.7.1)$$

Las simulaciones de dinámica de sólidos computacional mencionadas anteriormente pueden ser utilizadas para una gran variedad de complejas geometrías y diversas condiciones de borde o materiales, y para esto, basan su funcionamiento en el llamado método de elementos finitos, del que se habla a continuación.

### 2.7.1.1. Método de elementos finitos (FEM)

El método de elementos finitos, al igual que otros métodos numéricos, se basa en la subdivisión de lo que se desea simular en porciones más pequeñas, llamadas elementos, que aunque se pueda generar una gran cantidad de estos, son de una cantidad finita. La subdivisión se hace con el objetivo de poder dar una solución de manera numérica a las ecuaciones dife-

renciales parciales involucradas en el problema a estudiar, pero a través de su discretización, mediante la cual, en vez de intentar resolver las ecuaciones asociadas al cuerpo continuo, se hace en puntos que están en cada elemento, llamados nodos. A modo de ejemplo, en la siguiente imagen se puede ver una geometría que se discretiza y se muestra además un detalle de los nodos, representados como círculos grises en los vértices de cada elemento, en los cuales se resuelven las ecuaciones respectivas:

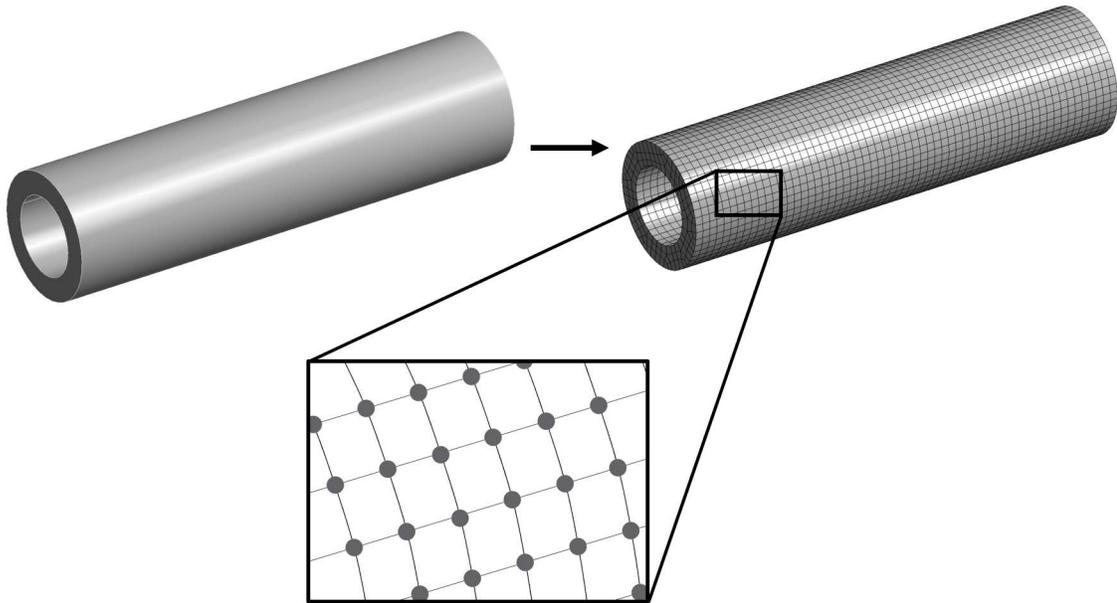


Figura 2.19: Ejemplo de geometrías original, discretización matemática y acercamiento a los elementos y sus nodos para el método de elementos finitos.

En un análisis por el método de elementos finitos, es necesario establecer las condiciones de borde del problema a resolver, las propiedades del material a utilizar y bajo qué parámetros se hará el estudio, donde por ejemplo, se pueden incluir fuerzas externas actuando sobre un cuerpo. Estas condiciones aplicadas al cuerpo ya discretizado, darán con set de ecuaciones en los nodos del cuerpo que puede ser de un tamaño bastante grande, y dichas ecuaciones se pueden reducir a la siguiente forma matricial [74, 54]:

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (2.7.2)$$

En dicha ecuación,  $[K]$  se conoce como la matriz de rigidez global,  $\{u\}$  es un vector de grados de libertad nodales y  $\{F\}$  es el vector de cargas aplicadas. La resolución se basa en un típico método iterativo, donde se utiliza una estimación inicial  $\{u\}_1$  del vector solución  $\{u\}$  para luego, sucesivamente, continuar con cada paso de las iteraciones que dan una secuencia de vectores  $\{u\}_2, \{u\}_3, \dots$  de tal manera que en el límite, cuando  $n$  tiende a infinito,  $\{u\}_n = \{u\}$ . Como en la práctica no se puede llegar a un número infinito de iteraciones, se encuentra una solución a la que se converja luego de un número finito de iteraciones y que se encuentre

dentro de un rango de tolerancia.

## 2.7.2. Dinámica de fluidos computacional

Las simulaciones de tipo CFD se enfocan en estudiar el flujo, es decir, la sangre, y para esto, se asume que las paredes arteriales son rígidas. Son de los tipos de simulaciones más conocidas a la hora de estudiar aneurismas cerebrales debido a la importancia de la hemodinámica arterial. Este tipo de simulaciones permiten establecer variadas condiciones al fluido de manera que representen con mayor o menor medida el flujo real de un paciente, con un costo computacional no tan grande. Parte de los elementos a modelar en este tipo de simulaciones son la viscosidad de la sangre, su velocidad de entrada y la presión de salida, donde se pueden representar, por ejemplo, situaciones de hipertensión o traumatismo del paciente.

El avance de la computación actual en conjunto con los diferentes modelos matemáticos y programas CFD modernos han podido realizar simulaciones de gran complejidad que logran resultados similares a técnicas experimentales donde se ve, por ejemplo, una gran similitud entre los campos de velocidad obtenidos mediante CFD y resonancia magnética [75, 76]. Un ejemplo de comparación entre el campo de velocidad obtenido mediante CFD y la técnica de velocimetría por resonancia magnética de siete dimensiones o 7D-MRV se ve a continuación:

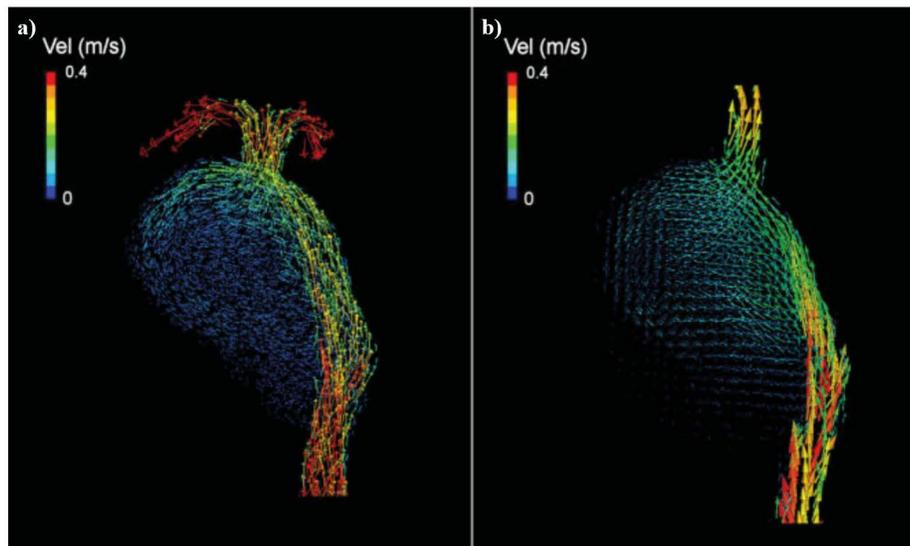


Figura 2.20: Comparación entre el campo de velocidad obtenido mediante a) CFD y b) 7D-MRV. Imagen obtenida de [75].

Ocupando simulaciones de tipo CFD, también se ha permitido establecer que aneurismas con ruptura previa presentan características significativas tales como bajo WSS, alto OSI y un patrón de flujo complejo e inestable [77] y por ende se ocupan tales parámetros para establecer el riesgo de ruptura. Los máximos valores del WSS se suelen encontrar en el cuello del aneurisma, mientras que los valores bajos, en el domo del mismo [78], donde se suele encontrar el punto de ruptura [79].

### 2.7.2.1. Método de volúmenes finitos (FVM)

Al igual que en FEM, el método de volúmenes finitos pretende resolver un problema de manera discretizada, donde esta vez, se utilizan las celdas en vez de los nodos para resolver las ecuaciones asociadas y relacionadas a su vez con cada celda vecina. Al igual que en el caso anterior, a continuación se puede observar el ejemplo de una geometría continua que se quiere simular, junto con su discretización matemática y un acercamiento a las celdas o elementos coloreados en gris:

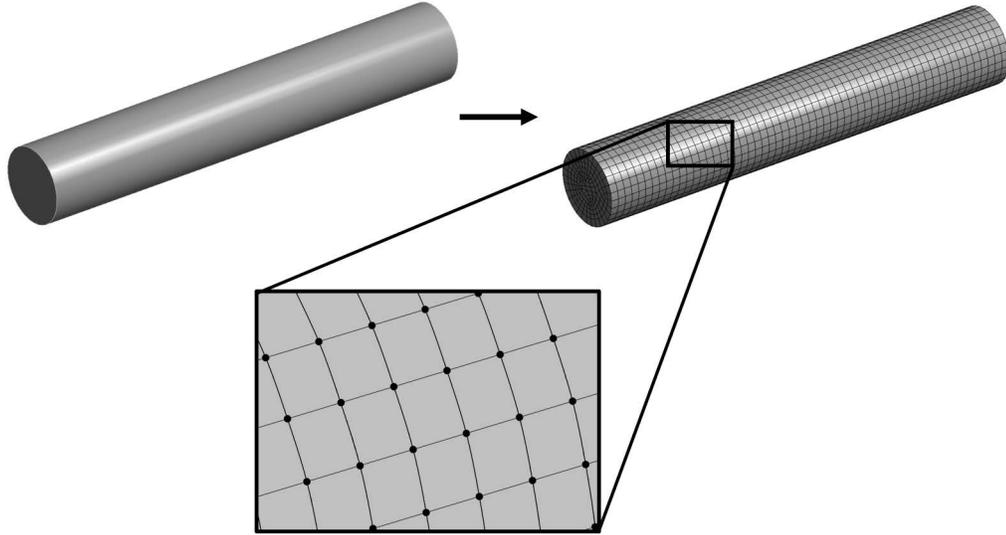


Figura 2.21: Ejemplo de geometría original, discretización matemática y acercamiento a los elementos y sus nodos para el método de volúmenes finitos.

El método de volúmenes finitos pretende resolver la ecuación general de transporte de un escalar  $\varphi$ . Esta ecuación toma la siguiente forma:

$$\int_V \frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} dV + \oint \rho \varphi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\varphi \nabla \varphi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\varphi dV \quad (2.7.3)$$

Donde:

- $\rho$  = Densidad.
- $\vec{v}$  = Vector de velocidad.
- $\vec{A}$  = Vector de superficie.
- $\Gamma_\varphi$  = Coeficiente de difusión para  $\varphi$ .
- $\nabla \varphi$  = Gradiente de  $\varphi$ .
- $S_\varphi$  = Fuente de  $\varphi$  por unidad de volumen.

Si se considera la velocidad en 3D escrita como  $\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$  y se reemplaza  $\varphi$  por 1,  $u$ ,  $v$  o  $w$ , se llega en cada caso a las ecuaciones de continuidad, o momentum en  $X$ ,  $Y$  o  $Z$

respectivamente. Para aplicar la ecuación 2.7.3 de tipo diferencial parcial a las celdas de un dominio finito, se transforma a una de tipo discretizada, que al aplicarse en una celda, tiene la siguiente forma:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{caras}} \rho_f \varphi_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{caras}} \Gamma_\varphi \nabla \varphi_f \cdot \vec{A}_f + S_\varphi V \quad (2.7.4)$$

Donde:

- $N_{caras}$  = Número de caras de la celda.
- $\varphi_f$  = Valor de convección de  $\varphi$  a través de la cara  $f$ .
- $\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$  = Flujo másico a través de la cara  $f$ .
- $\vec{A}_f$  = Vector superficie de la cara  $f$ .
- $\nabla \varphi_f$  = Gradiente de  $\varphi$  en la cara  $f$ .
- $V$  = Volumen de la celda.

La ecuación 2.7.4 contiene la variable escalar desconocida  $\varphi$  en el centro de cada celda y es, en general, no lineal. Una forma alternativa linearizada es la siguiente:

$$a_p \varphi = \sum_{nb} a_{nb} \varphi_{nb} + b \quad (2.7.5)$$

$nb$  hace referencia a la celda vecina,  $a_p$  y  $a_{nb}$  son coeficientes linearizados para  $\varphi$  y  $\varphi_{nb}$ . En general el número de vecinos de una celda, con excepción de aquellas en los bordes, es igual al número de caras que esta tiene.

El objetivo de un software que ocupe el método de volúmenes finitos es aplicar las fórmulas mencionadas anteriormente, que gobiernen el fenómeno a estudiar, pero de una forma linearizada que puede ser resuelta mediante un proceso iterativo mediante el cuál, se pueda encontrar una solución que de otro modo sería muy difícil o imposible.

### 2.7.3. Simulaciones de interacción fluido-estructura

En el caso de las simulaciones tipo CFD en aneurismas cerebrales, estas comienzan de la suposición de que se tiene una pared rígida, es decir, que el contorno en el que se encuentra inmersa la sangre no varía, sin embargo, como es intuitivo pensar, las paredes arteriales sí sufren deformaciones al fluir sangre por ellas y por ende, una suposición de pared rígida no es realista. Cuando este es el caso y es de interés analizar el efecto que tiene un fluido sobre una estructura, se recurre a las simulaciones de interacción fluido-estructura (FSI), que pretenden recrear los efectos que tienen estos componentes en una dirección o en ambas direcciones.

Otro punto por el cual es de interés realizar una simulación tipo FSI en el presente estudio, es que se desea estudiar el riesgo de ruptura de un aneurisma, esto es, cuando la pared arterial falla y se rompe. Al ser un tejido de carácter hiperelástico como se vio en secciones anteriores, este puede cambiar de gran manera su forma al fluir la sangre en su interior, y con esto, lograr una distribución de esfuerzos que podría indicar zonas más propensas a sufrir de una ruptura o incluso, zonas que superen la resistencia de la pared y que por ende, deberían romperse en dicho punto.

Existen estudios que comparan los tipos de simulaciones mencionados anteriormente con FSI en aneurismas cerebrales [58, 80]. Al momento de comparar las simulaciones CFD con FSI, se ha podido ver que generan distribuciones de presión similares, mientras que para la velocidad y el WSS se tienen diferencias de hasta un 17% y un 53% respectivamente, siendo subestimados o sobreestimados dependiendo del trabajo que se considere.

En los mismos estudios citados también se compara simulaciones de tipo CSD con FSI. Para el caso del desplazamiento máximo, se ven patrones y magnitudes similares, sin embargo, para el caso del esfuerzo de Von Mises, estos llegan a ser hasta el doble en las simulaciones de tipo FSI que los logrados mediante CSD.

En otros trabajos relevantes, se ha podido estudiar el efecto que tiene el aumento del tamaño del aneurisma en conjunto con la disminución del grosor de pared con su riesgo de ruptura [62], donde se obtuvo un aumento notable en los esfuerzos en el domo del aneurisma. El mismo grupo también comparó las simulaciones con esquemas CFD, encontrando nuevamente patrones de flujo similares, pero menores esfuerzos de corte en las simulaciones FSI debido a la dilatación de su pared arterial.

Un trabajo que estudia el efecto del grosor de pared de manera aislada es el realizado por Voß y sus colaboradores [81]. Donde utilizando un aneurisma real extraído de un paciente, se pudo generar un modelo 3D con espesor de pared variable mediante el cual se hicieron simulaciones tipo FSI comparándolas con modelos de espesor constante. En los resultados se destaca que ocupando espesor variable, se logra una buena correlación entre los sitios con altos esfuerzos y el lugar de ruptura del aneurisma, lo que no sucede con espesor constante, además de que este último presenta esfuerzos un 55% menores en dicha zona.

Si bien el ejemplo anterior podría ser un tipo de simulación más realista, en la práctica la reproducción de la metodología para obtener el modelo de espesor variable se hace muy difícil, además, dicho método no se pudo reproducir de manera *in-vivo*. Es por esto que otra forma que se ha realizado es la de comparar la utilización de modelos de aneurismas de grosor de pared uniforme entre la arteria sana y el domo del aneurisma, con un modelo que en el domo ocupe un grosor más pequeño [82]. De esta forma se ha encontrado que los desplazamientos son en general, más grandes en los domos con pared más delgada. En el caso del WSS, este

tipo de pared obtiene valores promedios y mínimos más bajos, mientras que el máximo WSS es similar. Esto sugiere que un modelo de pared uniforme podría subestimar el riesgo de ruptura de un aneurisma.

Si bien se ha mencionado como un parámetro estructural relevante al esfuerzo de Von Mises, otro parámetro a considerar es el de deformación equivalente, que utilizando una gran cantidad de geometrías de aneurismas cerebrales, se ha considerado como un factor relevante a la hora de determinar su riesgo de ruptura [57].

### 2.7.3.1. Tipos de simulaciones FSI

Anteriormente se dijo que las simulaciones FSI pueden analizar los efectos de un componente sobre el otro en una, o ambas direcciones, esto es debido a que existen dos grandes maneras de realizar este tipo de simulaciones, de una vía y de dos vías.

Para intercambiar datos entre un dominio y el otro en el borde o interfaz de estos, las simulaciones FSI requieren de un mecanismo de acople, que se dividen entre los de una vía y los de dos vías [83]. En el caso de los primeros, fluido y el sólido se resuelven en serie, donde la solución de un dominio, que se hace de forma independiente, es utilizada como condición de borde o inicio del otro. Este tipo de mecanismo tiene la ventaja de requerir menos capacidad de cómputo, pero no capturan totalmente la interacción entre el fluido y la estructura. Un esquema de cómo funciona este acople es el siguiente:

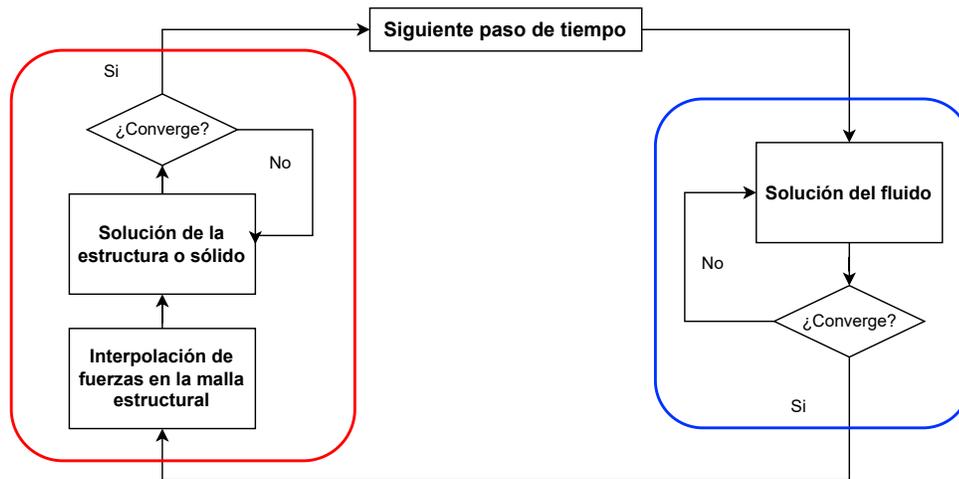


Figura 2.22: Esquema de acople FSI de una vía. Imagen adaptada de [84].

Los mecanismos de acople de dos vías son más costosos computacionalmente, pero entregan una precisión mayor y son fundamentales a la hora de analizar fenómenos transientes. En este caso, el fluido y la estructura son resueltos en paralelo, donde se requiere que en cada sub-paso de la simulación, ambos dominios converjan antes de moverse al siguiente paso. En

un esquema de dos vías, se permite que la malla de un dominio se deforme, debido a que tanto el fluido como la estructura cambian de forma, por lo que se requiere de un proceso de remallado. El esquema equivalente para el caso de dos vías es el siguiente:

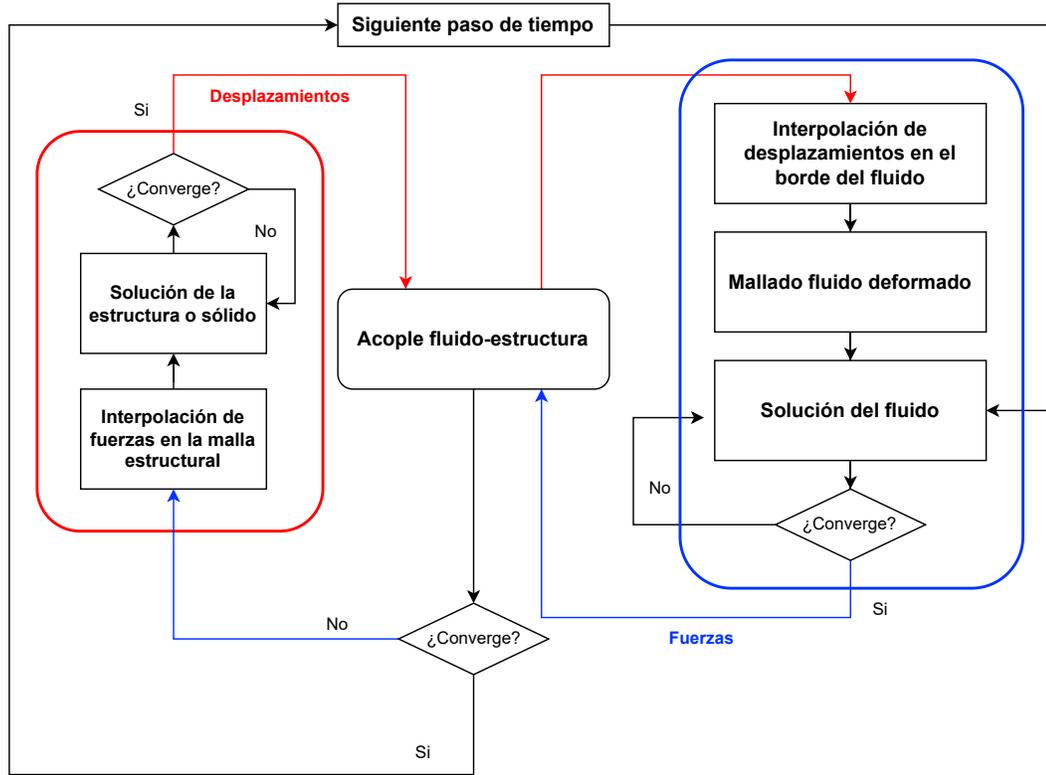


Figura 2.23: Esquema de acople FSI de dos vías. Imagen adaptada de [84].

### 2.7.3.2. Condiciones de borde

Dentro de las simulaciones de tipo FSI se utilizan condiciones de borde que logren una compatibilidad del dominio estructural con el del fluido. Estas condiciones de borde son que el desplazamiento de la estructura y el fluido deben ser compatibles entre ellos (2.7.6), que la tracción generada en el borde debe estar en equilibrio (2.7.7) y que el flujo debe obedecer la condición de no deslizamiento (2.7.8) [72].

$$\delta_S = \delta_F \quad (2.7.6)$$

$$\bar{\sigma}_S \cdot \hat{n}_S = \bar{\sigma}_F \cdot \hat{n}_F \quad (2.7.7)$$

$$\vec{u} = \vec{u}_g \quad (2.7.8)$$

Donde  $\delta$  es el desplazamiento,  $\bar{\sigma}$  es el tensor de esfuerzos,  $\hat{n}$  es el vector normal en el borde,  $\vec{u}$  es el vector velocidad,  $\vec{u}_g$  la coordenada móvil de velocidad y los sufijos  $S$  y  $F$  representan la estructura y el fluido respectivamente.

## 2.7.4. Simulaciones computacionales con variación de la geometría de aneurismas cerebrales

Existen algunos trabajos donde se ha estudiado el efecto que tiene la geometría de aneurismas cerebrales mediante su manipulación a través de modelos 3D para poder hacerlos crecer. Dentro de estos trabajos se encuentra el ya mencionado estudio de Nath et al. [73] donde se estudian las correlaciones entre tamaños de aneurismas y su riesgo de ruptura a través del uso de simulaciones estructurales. Para esto, se extrajo un modelo geométrico de una sección de una arteria cerebral real y se modeló un aneurisma en la sección más vulnerable. En este caso, el aneurisma se modela de manera esférica y se varió su tamaño para simular dos condiciones de presión, con una presión sistólica y otra diastólica. El método para variar el tamaño es como se explica a continuación:

1. Se realiza una simulación estructural a la arteria sana aplicando una presión interna de 0.01 [MPa] (equivalentes a una presión diastólica de 80 [mmHg]) para identificar, mediante contornos de deformación máxima, el lugar más vulnerable a desarrollar aneurismas.
2. En la geometrías, se crea un plano que pasa a través de la arteria y la locación escogida para el aneurisma.
3. Se dibuja un círculo de cierto diámetro a una distancia hacia la arteria tal que el ratio entre el diámetro del aneurisma y el cuello se mantenga en 1.9.
4. Se hace una revolución al círculo dibujado para crear una esfera, que luego se convierte en un cuerpo tipo cáscara con el grosor deseado, en este caso, 0.2 [mm] considerando los grosores que los autores encontraron en la literatura.
5. A la esfera, se le subtrae el cuerpo de la arteria, y lo mismo pasa al revés, se le subtrae la esfera a la arteria con el fin de crear las cavidades correspondientes.
6. La esfera y la arteria se ensamblan juntas y se procede a exportar.
7. El proceso fue repetido para crear geometrías que representan en total cinco etapas de progresión de un aneurisma, con esferas de 2, 5, 8, 11 y 14 [mm] de diámetro como se puede observar en la Figura 2.24.

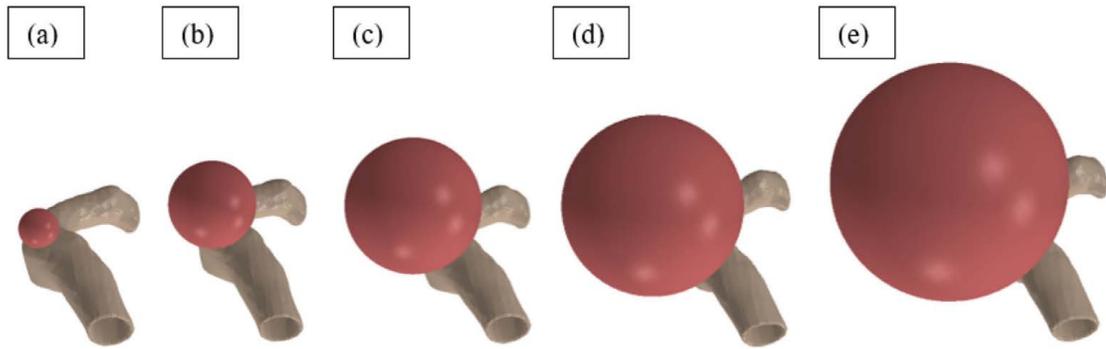


Figura 2.24: Modelos de aneurismas generados por Nath et al. con diámetros de: a) 2 [mm], b) 5 [mm], c) 8 [mm], d) 11 [mm] y e) 14 [mm]. Imagen extraída de [73].

Otro trabajo, también ya mencionado, es el desarrollado por Sun y su equipo [62]. En este caso, el grupo propone un algoritmo que permita aumentar el tamaño de aneurismas con una forma más orgánica y más parecida a una real. Dicho algoritmo es utilizado para estudiar el efecto que tiene el factor  $AR$ , el grosor de pared y la hipertensión en el riesgo de ruptura de aneurismas cerebrales mediante simulaciones FSI de dos vías. Se utilizaron cuatro geometrías diferentes de aneurismas con sus arterias, dos laterales y dos de bifurcación. El algoritmo desarrollado para aumentar el tamaño de los aneurismas es el siguiente:

1. Se identifica visualmente el plano del cuello del aneurisma. Normal a dicho plano, se establece la coordenada longitudinal  $V$ .  $V$  toma un valor de 0 en el plano del cuello.
2. Se mide  $V_{max}$  como el valor de  $V$  en el punto más alto del domo del aneurisma.
3. En cada  $V$ , denominado como  $V_c$ , se extrae el contorno del aneurisma. Dicho contorno es elevado a  $V = \alpha \cdot V_c$ , donde  $\alpha$  es un factor de escala definido en el siguiente paso. Además, el contorno es expandido transversalmente y normal al contorno por un desfase igual a  $\alpha - 1$  veces el diámetro efectivo del contorno antes de la expansión.
4. Bajo el plano del cuello, no existe expansión, i.e.  $\alpha = 1$  para  $V \leq 0$ . El factor  $\alpha$  incrementa desde la unidad en  $V = 0$  hasta  $\alpha_{max}$  para  $V > V_{max}/3$ .  $\alpha_{max}$  fue determinado en un procedimiento de ensayo y error manteniendo el volumen del tejido del aneurisma igual a la integral de su grosor sobre su superficie, constante, y el grosor siendo la mitad del original después del escalamiento, con esto llegaron a valores de  $\alpha_{max}$  de 1.24, 1.26, 1.27 y 1.28.

Un ejemplo de la aplicación de este algoritmo es el mostrado por los autores en la Figura 2.25:

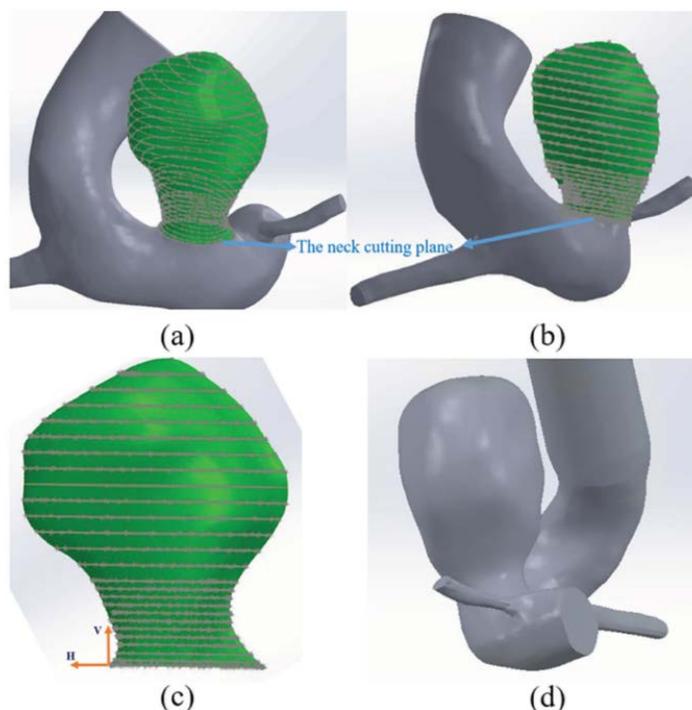


Figura 2.25: Ejemplo de algoritmo para modificar el tamaño del aneurisma desarrollado por Sun et al. Imagen extraída de [62].

## 2.8. Antecedentes metodológicos

Tal como se menciona en la Sección 1.2, entre los recursos con los que se cuenta para este trabajo está la base de datos de aneurismas cerebrales del Dr. Valencia y las condiciones de borde creadas por Amigo. En esta sección, se explica de manera resumida la metodología que siguieron los autores para la obtención de dichos recursos.

### 2.8.1. Obtención de geometrías a partir de imágenes médicas

Si bien existen estudios que se pueden llevar a cabo utilizando geometrías de aneurismas idealizadas, compuestas por formas cilíndricas para la arteria y esférica para el aneurisma, esto no refleja la gran variedad y complejidad de geometrías que puede presentar en la realidad esta patología. Hoy en día, es posible obtener modelos en 3D a partir de imágenes médicas llevadas a cabo en pacientes. Entre los principales procedimientos para obtener esos modelos destacan los que ocupan imagenología médica por resonancia magnética, donde una máquina con un electroimán potente es capaz de generar imágenes de estructuras de tejido blando. Por otro lado, existen los exámenes de angiografía, donde el paciente debe consumir un líquido de contraste que posteriormente puede ser visto de manera clara dentro del sistema circulatorio con el uso de rayos X.

De los tipos de exámenes mencionados anteriormente, es posible reconstruir un modelo tridi-

mensional de la geometría vista. Es precisamente así como el Dr. Valencia junto con su equipo [85], pudieron obtener las imágenes médicas provistas por el Instituto de Neurocirugía Dr. Alfonso Asenjo (INCA) utilizando la técnica de angiografía rotacional tridimensional con el sistema Phillips Integris Allura. De manera esquemática, el proceso seguido por el grupo se muestra a continuación:

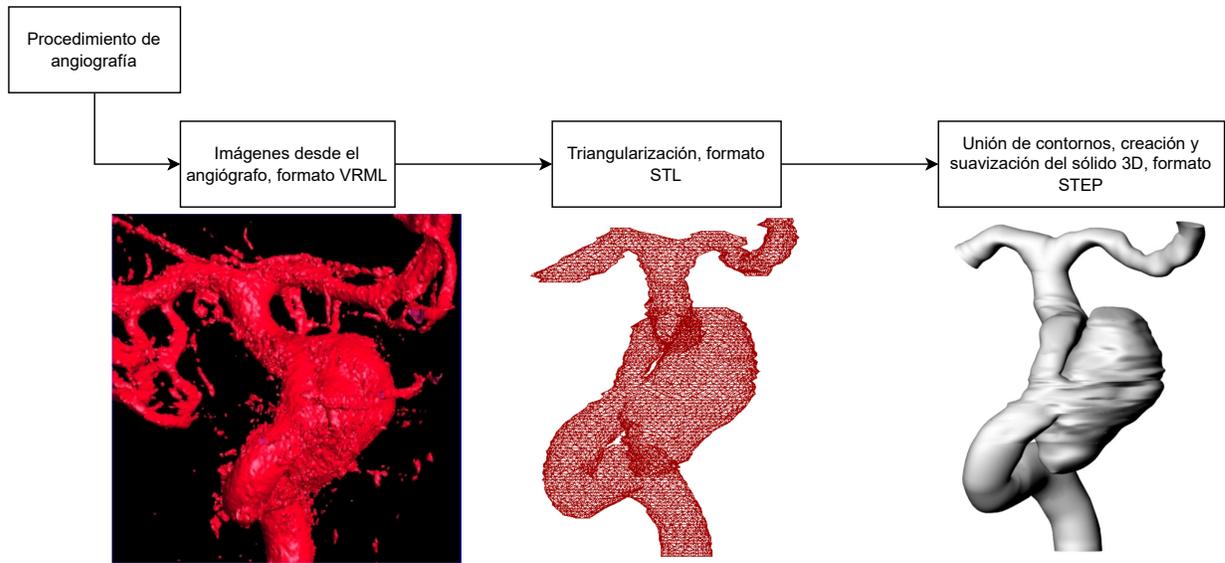


Figura 2.26: Resumen del proceso de construcción de geometrías en 3D desde imágenes médicas seguido en [85].

De esta forma se pudo construir una base de datos de aneurismas cerebrales reales de una gran variedad de pacientes, logrando aneurismas de distinto tipo, locación, tamaños, geometrías, etc.

## 2.8.2. Implementación del modelo de Womersley

El modelo de Womersley que establece un perfil de velocidad de tipo pulsátil descrito por la ecuación 2.6.39 debe ser implementado de tal forma que refleje condiciones realistas de pacientes y que se pueda trabajar en simulaciones de tipo numéricas. Tanto la implementación de este modelo, como los de presión y viscosidad que se ven posteriormente, fueron realizadas en el trabajo doctoral de Amigo y por ende, se pretende explicar de manera resumida los pasos empleados en dicho trabajo para su implementación.

La ecuación que describe la velocidad del perfil de Womersley depende entre otros parámetros, de los coeficientes de caudal  $Q_n$ . Para obtener esos coeficientes, se obtuvieron una serie de imágenes desde el INCA donde se midieron pulsos de velocidad en la arteria carótida de 70 pacientes diferentes utilizando ultrasonido Doppler. Un ejemplo de las imágenes obtenidas y del perfil de velocidad asociado se puede ver a continuación:

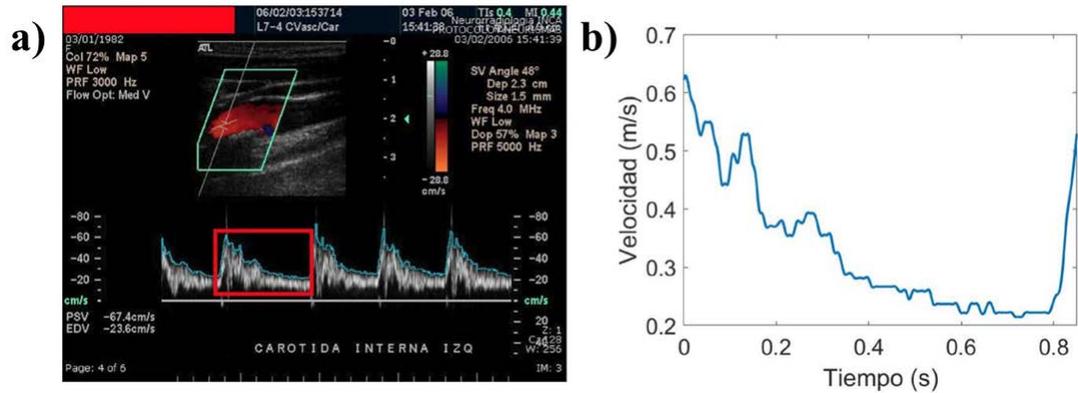


Figura 2.27: a) Ejemplo de pulso de velocidad de un paciente real obtenido mediante ultrasonido Doppler y b) pulso de velocidad extraído. Imágenes obtenidas de [7].

En la Figura 2.27 a) se tiene un pulso que varía entre  $-20$  y  $-60$  [cm/s], lo cuál se considera normal para una persona saludable. Las regiones de baja velocidad corresponden a las diástoles, mientras que las de alta velocidad, a las sístoles del ciclo cardiaco. Cada instante de la curva se calcula mediante interpolación lineal, para luego, transformar un ciclo del pulso de velocidad en datos numéricos utilizando 100 píxeles en la curva, con sus respectivos tiempos y velocidades comenzando en un máximo y terminando en el siguiente. De esta forma se puede llegar al gráfico visto en la Figura 2.27 b). El procedimiento se realizó con los 70 pacientes.

Con el fin de atenuar posibles anomalías de salud, se promediaron los 70 pulsos de velocidad para obtener un perfil único  $\bar{V}(t)$ . Dicho perfil fue ajustado mediante series de Fourier para obtener una expresión analítica. En la Figura 2.28 se puede apreciar tanto el perfil promedio como el ajuste de Fourier y en la Tabla 2.2, los coeficientes respectivos del ajuste.

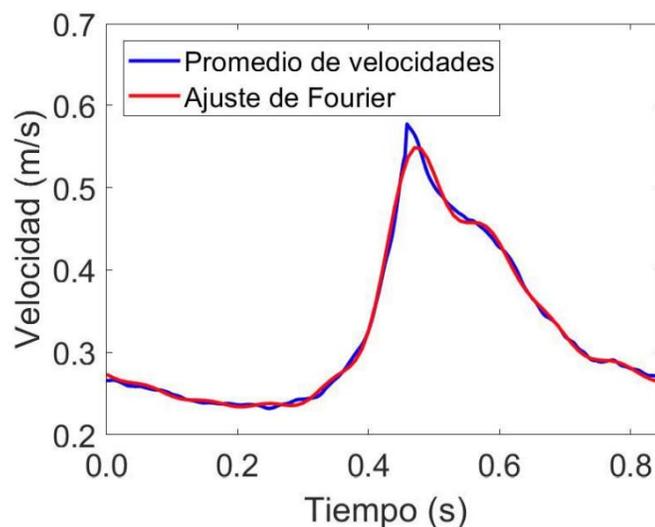


Figura 2.28: Perfil promedio de velocidad en la curva azul y en rojo el ajuste mediante series de Fourier obtenido por Amigo. Imagen obtenida de [7].

Tabla 2.2: Coeficientes de Fourier obtenidos por Amigo [7] para ajustar el perfil de velocidad promedio.

n	$a_n$ [m/s] [ $\times 10^{-2}$ ]	$b_n$ [m/s] [ $\times 10^{-2}$ ]
0	32.60	-
1	-6.01	-10.29
2	0.28	5.41
3	0.59	-2.28
4	-0.26	1.57
5	0.77	-1.19
6	-0.93	0.55
7	0.87	-0.17
8	-0.56	-0.28

El perfil de velocidad promedio se ocupa para encontrar el caudal que corresponda a cada geometría  $i$  –ésima con área de entrada del flujo  $A_i$  mediante la siguiente expresión:

$$Q_i(t) = A_i \bar{V}(t) \quad (2.8.1)$$

El caudal  $Q_i(t)$  a su vez, permite calcular los coeficientes  $Q_{i,n}$  de cada geometría mediante la siguiente expresión:

$$Q_i(t) = \sum_{n=1}^8 Q_{i,n} e^{in\omega t} \quad (2.8.2)$$

Finalmente, los coeficientes  $Q_{i,n}$  se utilizan para obtener el perfil de velocidad de Womersley de la geometría  $i$  –ésima con:

$$u_i(r, t) = \frac{2Q_0}{\pi a^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{a} \right)^2 \right] + Re \left[ \sum_{n=1}^N \frac{Q_{i,n}}{\pi a^2} \left[ \frac{1 - \frac{J_0(\frac{\beta_n r}{a})}{J_0 \beta_n}}{1 - \frac{2J_1(\beta_n)}{\beta_n J_0(\beta_n)}} \right] e^{in\omega t} \right] \quad (2.8.3)$$

De la forma en que esta expresión se utiliza en el programa ocupado para la simulación se habla en secciones posteriores.

### 2.8.3. Implementación del modelo de Windkessel

Para la implementación del perfil de presión pulsátil utilizando el modelo de Windkessel, el procedimiento seguido comienza con la resolución de la ecuación 2.6.45 mediante un esquema de integración implícito. Para esto, se utiliza el caudal  $\bar{Q}(t)$  obtenido al promediar los caudales obtenidos mediante la ecuación 2.8.2. Debido a que Amigo utilizó 62 geometrías en su trabajo, se generaron 62 caudales mediante dicha ecuación y con estos se llegó al promedio.

Partiendo desde recomendaciones de la literatura, Amigo ajustó manualmente las constantes  $R_d$ ,  $R_p$  y  $C$  hasta obtener un pulso de presión de entre 80 y 120 [mmHg], propio de un

paciente sano. Los valores de las constantes se muestran a continuación:

Tabla 2.3: Constantes  $R_d$ ,  $R_p$  y  $C$  obtenidas por Amigo [7].

Variable	$R_d$ [ $N/m^5$ ]	$R_p$ [ $N/m^5$ ]	$C$ [ $m^5/N$ ]
Valor	$1.66 \cdot 10^9$	$1.40 \cdot 10^{10}$	$2.32 \cdot 10^{-10}$

De igual forma que con el perfil de Womersley, se hizo un ajuste de Fourier de ocho términos para aproximar el pulso. El gráfico del pulso y los coeficientes de Fourier se pueden ver en la Figura 2.29 y la Tabla 2.4 respectivamente.

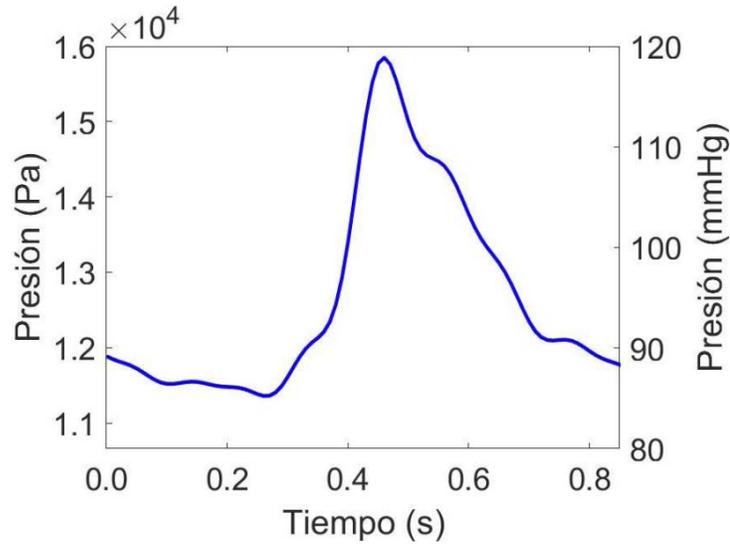


Figura 2.29: Pulso de presión obtenido por Amigo. Imagen obtenida de [7].

Tabla 2.4: Coeficientes de Fourier obtenidos por Amigo [7] para obtener el pulso de presión.

n	$a_n$ [Pa]	$b_n$ [Pa]
0	12525	-
1	1789	799
2	858	235
3	386	-20
4	187	-181
5	127	-193
6	71	-162
7	19	-143
8	16	-101

## 2.8.4. Implementación del modelo de Casson

El modelo de Casson fue implementado por Amigo dentro del programa ocupado para realizar las simulaciones CFD. Para validar la implementación, realizó una comparación entre la solución analítica y una de tipo numérica utilizando el modelo, con el perfil de velocidad de un fluido de Casson en una tubería, cuya expresión es la siguiente:

$$v = v_p - \frac{\Delta P}{4\mu\Delta L}(\sqrt{r} - \sqrt{r_p})^3 \left( \sqrt{r} + \frac{1}{3}\sqrt{r_p} \right) \quad (2.8.4)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad dinámica,  $\Delta P/\Delta L$  es el gradiente de presión y  $v_p$  tiene la siguiente fórmula:

$$v_p = \frac{\Delta P}{4\mu}(\sqrt{R} - \sqrt{r_p})^3(\sqrt{R} + \frac{1}{3}\sqrt{r_p}) \quad (2.8.5)$$

$R$  es el radio de la tubería y  $r_p$  se define con el uso del esfuerzo de fluencia del fluido  $\tau_0$  como:

$$r_p = 2\tau_0 \frac{\Delta L}{\Delta P} \quad (2.8.6)$$

La comparación realizada por Amigo utilizó los valores de  $R = 0.0025 [m]$ ,  $\mu = 0.0036 [Pa \cdot s]$ ,  $\tau_0 = 0.009 [Pa]$  y  $\Delta L = 0.3 [m]$ . La diferencia de presión  $\Delta P$  se consideró en un caso como  $-300 [Pa]$  y en otro como  $-100 [Pa]$ , vistos en la Figura 2.30 como el Perfil 1 en azul y Perfil 2 en rojo respectivamente.

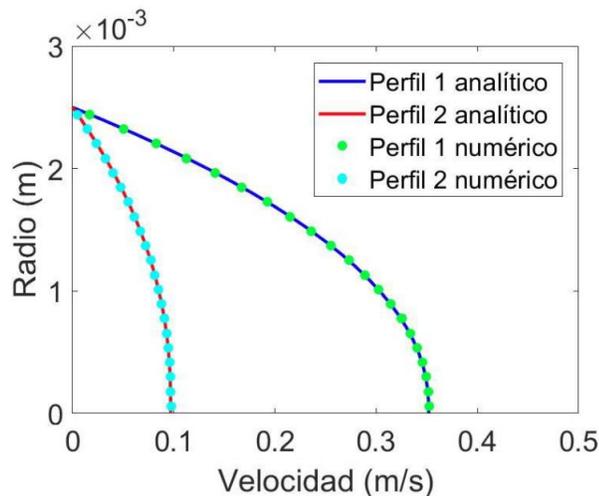


Figura 2.30: Comparativa entre perfil analítico y numérico obtenidos por Amigo al utilizar el perfil de velocidad de Casson. Imagen obtenida de [7].

Los resultados obtenidos fueron considerando una geometría cilíndrica de una tubería, y tal como se puede apreciar, logra una perfecta correspondencia entre la solución analítica y la numérica, por ende, se valida la implementación del modelo de viscosidad de Casson en el programa para las simulaciones tipo CFD. Esta implementación se muestra más adelante.

# Capítulo 3

## Metodología

La información presentada en el capítulo anterior permite presentar el marco en el cual se encuentra este trabajo y los aspectos claves que se utilizan más adelante. Mediante la revisión bibliográfica que se hizo para establecer los antecedentes, se pueden caracterizar los aneurismas cerebrales, los componentes involucrados en su patología, cómo se comportan, cómo se modelan y qué aspectos hay que tener en cuenta a la hora de estudiarlos tanto en un aspecto geométrico, como hemodinámico y estructural. En este capítulo se muestra la metodología general seguida para la selección y preparación de las geometrías a simular.

### 3.1. Selección de geometrías

Debido a que en la base de datos de geometrías de aneurismas existe una gran diversidad de estos, para escoger cuáles simular se toma en cuenta que los aneurismas deben ser lo más diferentes posible entre sí para lograr obtener la mayor cantidad de información que se pueda. Si se utilizan geometrías similares, es posible que los resultados también lo sean y no se logre obtener tanta información desde los resultados para concluir.

Además, se debe tener en cuenta que para el caso del estudio del tamaño, los aneurismas se hacen crecer o decrecer según corresponda. En el caso del decrecimiento, se incluye una geometría que representa un caso inicial, donde geometrías que tienen un cuello de borde recto como en el caso a) en la Figura 3.1, generarían un caso poco realista. De igual manera, si se decrece un aneurisma que tenga en su domo otro aneurisma y/o una arteria como en el caso b), estos perderían su conexión original con el domo y en caso de querer proceder con un decrecimiento en este tipo de geometrías, debe tomarse en cuenta su modificación.

En el caso de las geometrías que se deben hacer crecer, se debe verificar que el aumento de tamaño no genere una colisión con la geometría misma, ya sea con un brazo arterial o con otro aneurisma como se ve en el caso c). Además, existen algunas geometrías que no presentan una gran cantidad de características con las cuales trabajar como en d), lo que provocaría que en un proceso de crecimiento, se genere una geometría más idealizada que realista.

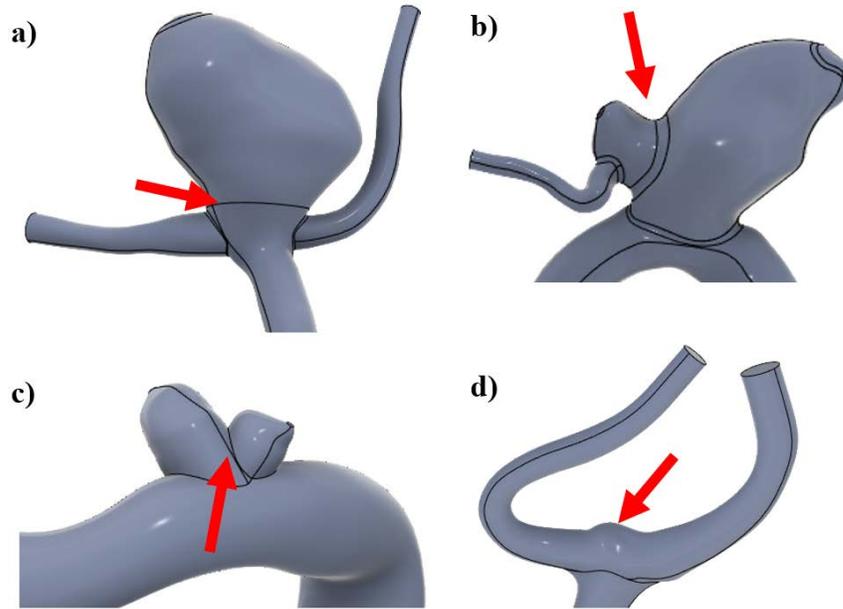


Figura 3.1: Ejemplos de geometrías descartadas por a) la forma del cuello, b) presencia otros aneurismas y/o ramificaciones en el domo c) colisión con la propia geometría y d) pocas características geométricas.

Otro factor que debe considerarse y tiene un gran impacto en el trabajo a realizar, es el del volumen total de la geometría. Al tener una geometría más grande, su malla incluirá una cantidad de nodos y elementos mayor, lo cual influirá de gran manera en el costo computacional de ser simulado. En la base de aneurismas cerebrales hay volúmenes muy diferentes, por ejemplo, se pueden encontrar geometrías de volúmenes que rondan los  $50 [mm^3]$  mientras que otros superan los  $1200 [mm^3]$ , es decir, 24 veces más grande. Debido a esto, ante aneurismas con características similares, se prefieren aquellos de menor volumen total.

### 3.2. Modificación del tamaño de aneurismas

En este trabajo se opta por seguir un procedimiento basado en el del equipo de Sun, pero con pequeñas modificaciones. Se utiliza el software Fusion 360, ocupando el entorno de formas mediante el cual se hace posible utilizar cuerpos de tipo T-splines.

Otro cambio respecto al algoritmo de Sun es que dicho grupo trabaja con offsets o desfases para expandir transversalmente los contornos del aneurisma, sin embargo, al trabajar con T-splines esto no es posible, por lo que se decide recurrir a un factor de escala  $s$  para expandir transversalmente la geometría. Su uso se ejemplificará más adelante. El factor  $s$  tiene la siguiente expresión:

$$\frac{D_f}{D_i} = s \tag{3.2.1}$$

Donde  $D_f$  y  $D_i$  son los diámetros equivalentes después y antes de escalar respectivamente. En este punto es importante mencionar que el equipo de Sun pretendía variar tanto el tamaño, como el grosor del aneurisma para mantener su volumen constante, pero en este trabajo, no se pretende hacer ambas variaciones al mismo tiempo y tampoco existe una forma certera en la que se pueda predecir cómo evoluciona un aneurisma, por lo que se hará la suposición de que los contornos paralelos al plano del cuello con los que se “secciona” el aneurisma, son parecidos a una circunferencia, y con esto, se utilizará la siguiente fórmula:

$$D_f \approx D_i + 2\Delta \quad (3.2.2)$$

Por simplicidad y para efectos prácticos, se tomará la aproximación anterior como una igualdad. En este caso,  $\Delta$  es el offset, que se tomará como el definido por el equipo de Sun, es decir  $\Delta = (\alpha - 1)D_i$ . Con esto, la expresión anterior queda como:

$$D_f = D_i + 2(\alpha - 1)D_i \quad (3.2.3)$$

Reordenando la expresión anterior, y recordando que  $D_f/D_i = s$ , se llega a:

$$s = (2\alpha - 1) \quad (3.2.4)$$

La expresión anterior se ocupará en el caso de los aneurismas no rotos para que crezcan, pero para el caso de los que sí presentaron ruptura, se ocupará el inverso  $s' = 1/s$  para hacerlos decrecer.

Para utilizar este método de escalamiento, se siguen los siguientes pasos:

1. Se importa el archivo .STEP de la geometría a escalar en Fusion 360. A modo de ejemplo, se utilizará el aneurisma GSR-2 que se muestra en su estado inicial:



Figura 3.2: Geometría original del aneurisma GSR-2 importada en Fusion 360.

2. Se identifica el plano del cuello en la geometría original mediante una inspección visual, y se procede a crear dicho plano, junto con un punto  $(X_0, Y_0)$  aproximadamente en el centro del contorno que forma la intersección entre el plano y el aneurisma.

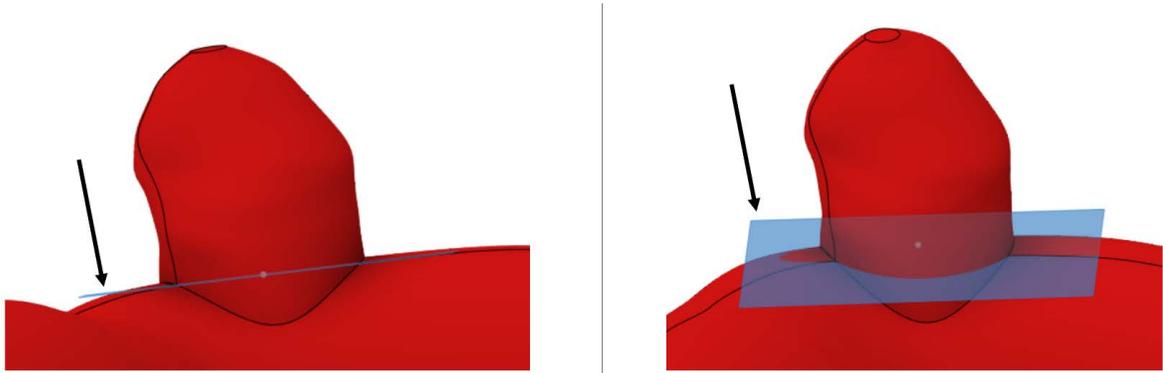


Figura 3.3: Creación del punto de origen y el plano del cuello señalado por la flecha.

3. Al igual que el procedimiento ocupado por Sun, se define la coordenada  $V$  perpendicular al plano anterior a través de  $(X_0, Y_0)$ .

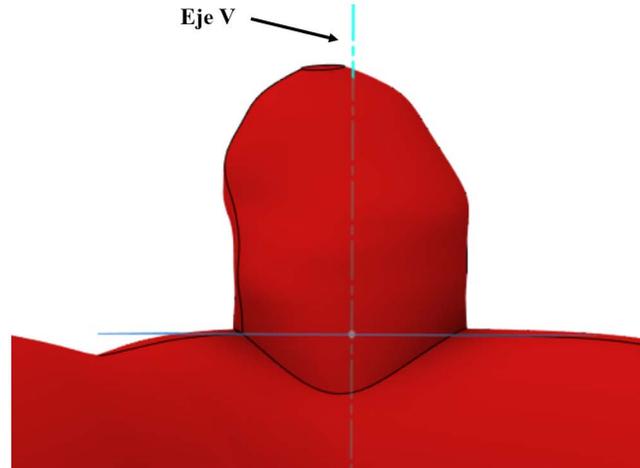


Figura 3.4: Eje  $V$ , perpendicular al plano del cuello.

4. Los elementos creados anteriormente servirán para realizar los escalamientos posteriores, pero dado que lo que se quiere es hacer crecer o decrecer el aneurisma dependiendo de cada caso, primero se debe separar el aneurisma de la arteria sana. Para esto se aprovecha el borde de la base del aneurisma para crear una superficie utilizando la herramienta “Patch” con la cual se procede a separar el aneurisma de la arteria, la que se puede ver con color verde en la Figura 3.5 a), luego, utilizando la opción “Split Body” con dicha superficie como herramienta, se separan los cuerpos, con lo que se aísla el aneurisma como se muestra a continuación en b):

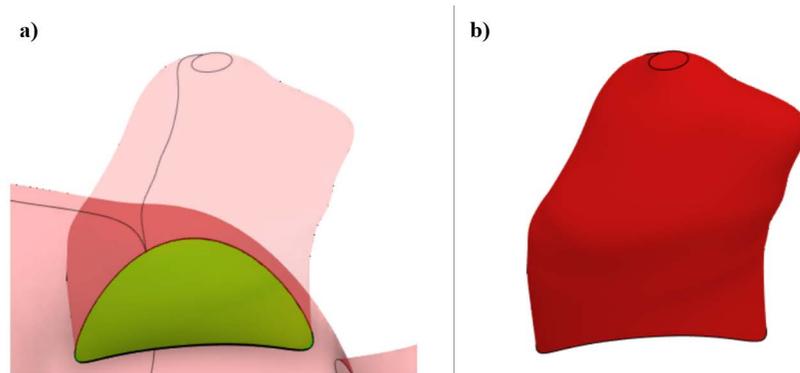


Figura 3.5: a) Superficie utilizada para separar los cuerpos y b) aneurisma aislado.

5. Una vez separado el aneurisma, se accede al ambiente “Form” de Fusion 360 para trabajar con T-Splines. Dentro de las utilidades del ambiente se encuentra la de convertir un cuerpo a T-Spline, utilizando esta opción, se selecciona(n) la(s) cara(s) del aneurisma y se escoge la opción “Curvature” en el espaciado tanto longitudinal como de ancho. Con esta opción aquellas zonas con mayor curvatura tendrán un espaciado menor para poder crear una forma que sea fiel a las caras originales.
6. Debido a que algunas geometrías de los aneurismas originales están divididos en más de una cara, se pueden se crean dos o más cuerpos tipo T-Spline, por lo que se debe ocupar la opción “Merge Edge” para que estos se unan en sólo uno. Además, se pueden ocupar las opciones “Pull” para que cada vértice toque la cara del aneurisma y “Match” para que el borde correspondiente al cuello del cuerpo T-Spline concuerde con el del aneurisma. El resultado es el siguiente:

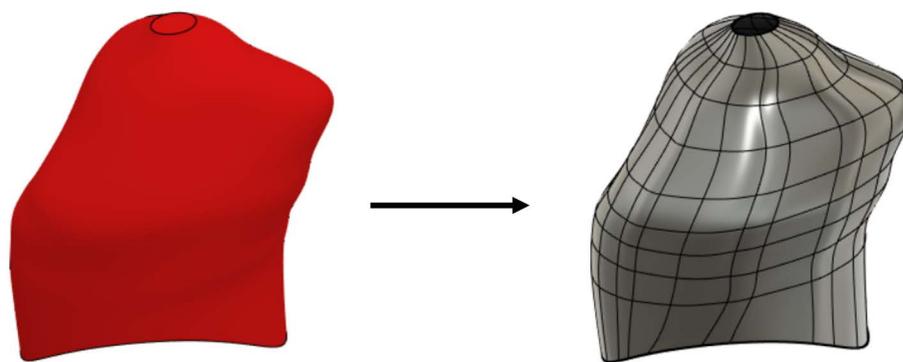


Figura 3.6: Cuerpo T-Spline resultante.

7. El uso del factor  $\alpha$  se mantiene. En este caso, se decide utilizar  $\alpha_{max} = 1.26$  para todas las geometrías. De igual forma se mantienen las consideraciones en que  $\alpha = 1$  para  $V \leq 0$  y que  $\alpha$  aumenta linealmente desde 1 en  $V = 0$  hasta  $\alpha_{max}$  para  $V > V_{max}/3$ , por

lo que en este paso se requiere medir la distancia entre el punto más alto del aneurisma y el plano del cuello para conocer  $V_{max}$ .

8. Siguiendo con la aplicación de la metodología de Sun, se debe medir la distancia entre cada línea horizontal o contorno (Aquellas líneas de la malla del cuerpo T-Spline paralelas al plano del cuello) y el plano base para obtener  $V_c$ . Utilizando la opción de modificar del entorno Form, se selecciona el contorno y se desplaza una cantidad  $V_c(\alpha - 1)$  hacia arriba en caso de los aneurismas no rotos, y hacia abajo en caso de los rotos. Esto se puede ver en la Figura 3.7 a) donde la flecha verde señala que se está haciendo una modificación traslacional en la dirección del eje V.
9. Una vez que el contorno es desplazado, se debe expandir o contraer según corresponda aplicando el factor de escala  $s$  mencionado anteriormente en la expansión paralela al plano del cuello que se logra utilizando el selector de modificación mostrado en la Figura 3.7 b).

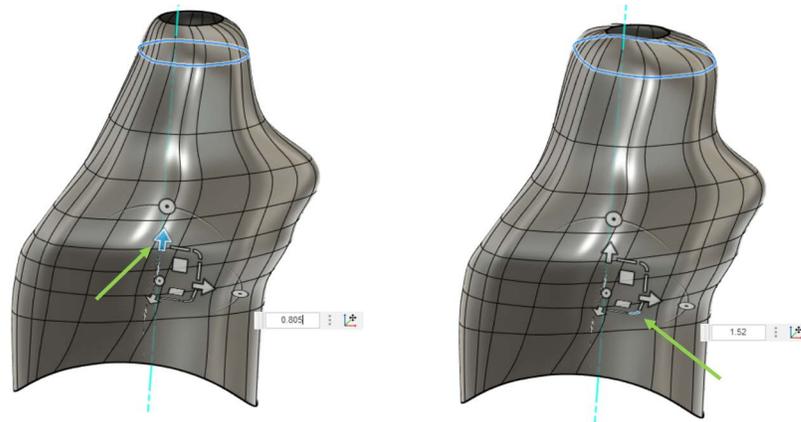


Figura 3.7: a) Desplazamiento vertical del contorno seleccionado y b) escalamiento de dicho contorno.

10. Luego, se debe repetir el proceso con cada una de las líneas que faltan hasta completar el escalamiento, donde en caso de ser necesario, aquellos contornos que queden muy juntos unos de los otros se pueden unir verticalmente utilizando la opción “Weld Vertices” para lograr una geometría más realista y que no choque con su propia arteria.
11. Cuando ya se ha completado el proceso de escalamiento, se tiene un cuerpo como el visto en la Figura 3.8 a), luego se vuelve a utilizar la opción para convertir cuerpos, en este caso, se convierte el cuerpo T-Spline a una superficie como se ve en b), después se utiliza la herramienta “Patch” del entorno “Surface” de Fusion 360 para cerrar la punta del aneurisma y su base mediante otras dos superficies como se aprecia en c). Con esto, se tienen tres superficies separadas, por lo que en el mismo entorno se ocupa la herramienta “Stitch” que une las superficies en un cuerpo sólido el cuál, ocupando

la herramienta “Combine” del entorno “Solid” del programa, se une a la arteria sana resultando en la geometría que se puede ver en d).

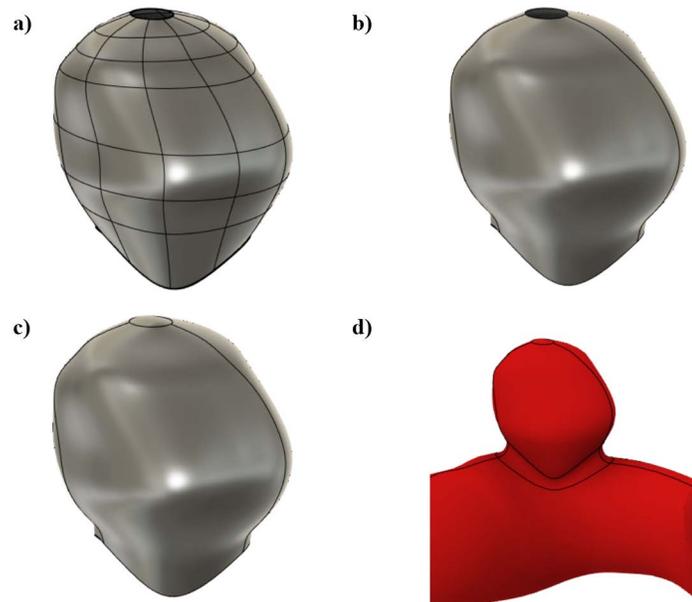


Figura 3.8: a) Cuerpo T-Spline escalado, b) superficie resultante, c) superficie cerrada y d) resultado final.

La siguiente imagen muestra una comparación de la geometría original usada en el ejemplo anterior y la geometría de tamaño medio de forma transparente:



Figura 3.9: Comparación entre la geometría de tamaño original y tamaño medio transparente.

Como se puede apreciar en el procedimiento anterior, en ningún momento se modifica la geometría para  $V \leq 0$ , tal como lo establece Sun y su equipo, esto se hace con el fin de que la conexión entre el aneurisma escalado y la arteria se mantenga igual que en la geometría original. Además, tanto a la geometría original como a sus modificaciones se les realizó un redondeo en dicha conexión para obtener una transición más orgánica entra la zona sana

y la zona del domo del aneurisma, sin embargo, hay casos como en la geometría GR-3 y GSR-3, ambas de tipo terminal, donde la inclusión de dicho redondeo genera problemas en la geometría, por lo que se decide descartar esa opción para dichos casos.

Otro punto a tener en cuenta, es que para los aneurismas no rotos se repite el procedimiento establecido dos veces con el fin de generar una geometría de tamaño medio, y a partir de esta, una geometría de tamaño grande, logrando así tres variaciones de tamaño. Por otro lado, para los aneurismas que presentaron ruptura previa se hará lo mismo para lograr una geometría de tamaño medio y otra pequeña, pero adicionalmente, partiendo como base de la geometría pequeña, se hacen dos escalamientos posteriores y se llega a un aneurisma más pequeño aún.

Lo anterior se hace debido a que se considera interesante el estudiar un caso que represente una fase inicial del aneurisma, es por esto que se adiciona a las geometrías con ruptura, una geometría llamada inicial, la cual tendrá una forma semiesférica con una conexión suave a la arteria y con una altura aproximadamente igual a la que tendría aquel aneurisma formado por dos escalamientos consecutivos a partir de la geometría pequeña. Sólo en los casos donde existe una geometría inicial, se varía el diámetro del cuello del aneurisma debido a que no se generaría una geometría realista si este se mantiene para tan pequeño tamaño de domo.

### 3.3. Creación de geometrías de arterias sanas

Como se menciona en los antecedentes, se incluyen casos de estudio que representan una fase previa al desarrollo de la lesión para verificar si existen características hemodinámicas distintivas. Esto se hace para las geometrías laterales, debido a que en el caso de las terminales, el flujo impacta directamente en la zona donde se forma el aneurisma y esto promovería de manera más intuitiva su formación.

Para remover el aneurisma simplemente se sigue lo señalado anteriormente en el paso N°4, donde se aprovecha la superficie creada con “Patch” para que se una a la arteria y así se cierre el sitio del aneurisma, un ejemplo de esto se ve a continuación:

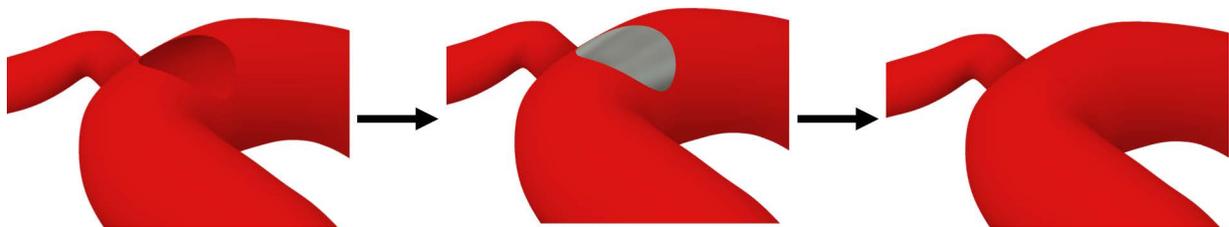


Figura 3.10: Proceso de remoción de aneurisma.

### 3.4. Resumen de casos a simular

Según lo señalado en la Sección 1.4, desde la base de datos de geometrías de aneurismas cerebrales, se extraen seis geometrías, de las cuales tres presentan ruptura previa y tres no. Debido al gran costo computacional que conlleva una simulación de tipo FSI de dos vías, se utilizan dos geometrías de cada grupo para estudiar el efecto del tamaño y las restantes para estudiar el grosor. La división de las geometrías y su uso se ve a continuación de forma esquemática:

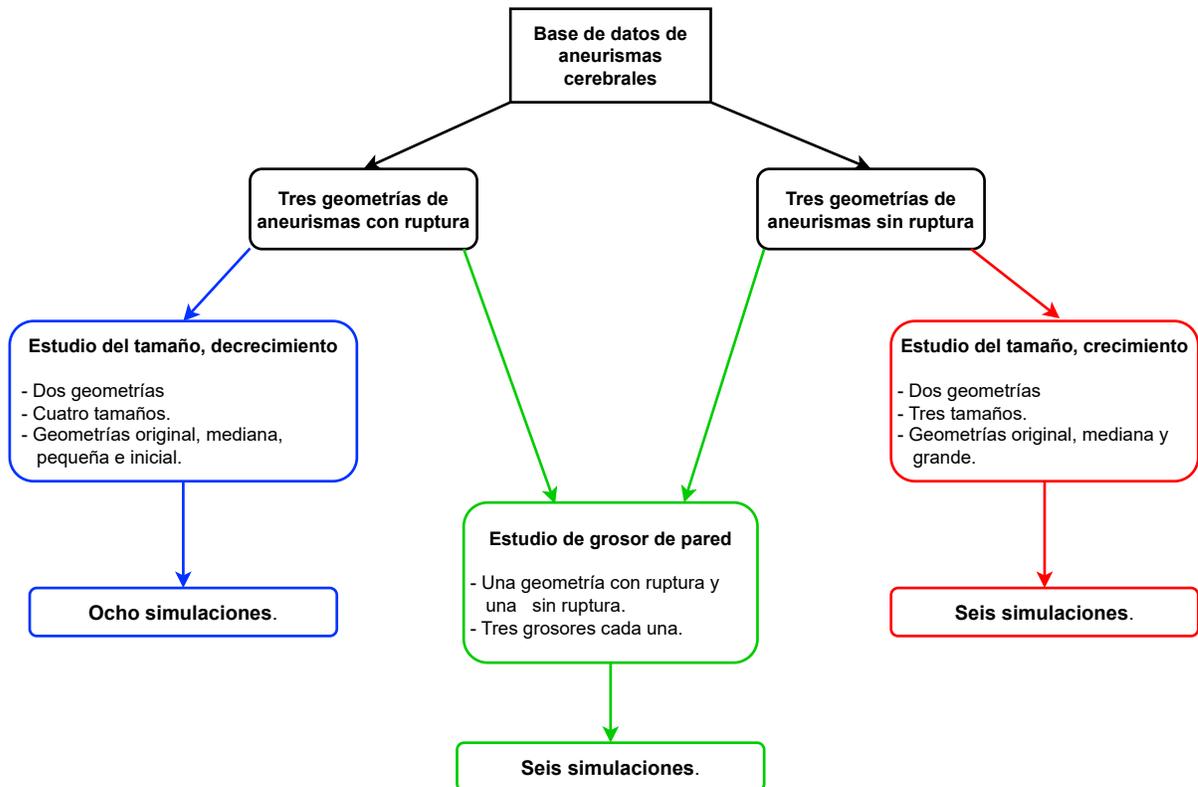


Figura 3.11: División y número de simulaciones para cada caso a simular.

Como se puede observar en el diagrama anterior, se tienen 20 simulaciones diferentes que son las principales de este estudio, de las cuales 14 se utilizan para estudiar el efecto del tamaño y seis para estudiar el efecto del grosor. A dichas simulaciones se debe añadir el caso de control que utiliza el modelo elástico lineal para comparar con el caso hiperelástico y cuatro simulaciones que se hacen con las geometrías laterales con el aneurisma removido. Por lo tanto, se tiene un total de 25 simulaciones diferentes.

# Capítulo 4

## Geometrías y modificaciones

Siguiendo los criterios y pasos mencionados anteriormente, se logra llegar a las geometrías que se ocuparan en las simulaciones con sus respectivas modificaciones que se muestran en este capítulo. Para identificar las geometrías utilizadas en este trabajo, se utilizarán las siguientes abreviaturas utilizadas por Amigo, que se obtuvieron del trabajo de Ghods et al. [86] para clasificar la locación de aneurismas cerebrales en pacientes masculinos y femeninos:

Tabla 4.1: Abreviaturas utilizadas para arterias en el trabajo de Amigo [7].

<b>Abreviación</b>	<b>Arterias</b>
<b>ACA</b>	Cerebral anterior, comunicante anterior, pericallosa
<b>ICA</b>	Carótida interna, oftálmica, comunicante posterior, coroidal anterior
<b>MCA</b>	Cerebral media
<b>VBA</b>	Vertebral, basilar, cerebral posterior

## 4.1. Geometrías seleccionadas

Para identificar la geometría específica de la que se esté hablando, se utiliza la notación ocupada por Arcos [9], donde cada nombre sigue la estructura “GX-NL”, con “G” representando la palabra “geometría”, “X” se reemplaza por “R” si el aneurisma presenta ruptura o “SR” en caso contrario, “N” es el número de la geometría visto en la Tabla 4.2 y “L” en el trabajo de Arcos se utiliza para los casos en que se presenten múltiples aneurismas en una misma geometría, sin embargo aquí se omite debido a que no se dan estos casos.

Tabla 4.2: Resumen de geometrías escogidas para las simulaciones.

N	Geometría	Ruptura	Tipo	Localización	Nombre
1		Si	Lateral	ACA	GR-1
2		Si	Lateral	ICA	GR-2
3		Si	Terminal	ACA	GR-3
4		No	Lateral	ICA	GSR-1
5		No	Lateral	ICA	GSR-2
6		No	Terminal	MCA	GSR-3

## 4.2. Geometrías modificadas

Después de aplicar el procedimiento de escalado, se obtienen las geometrías que se utilizan para estudiar el efecto del tamaño. Para diferenciar el nombre de cada geometría, se adiciona al código de nombre utilizado anteriormente la letra “t” al final, para indicar de qué variación de tamaño se trata. De este modo, “t” será “o” en caso de tratarse de la geometría original, “g” para la de tamaño grande, “m” para la de tamaño medio, “p” para pequeño e “i” para el caso inicial. La evolución de las geometrías se muestra en las imágenes a continuación junto con una comparativa entre ellas:

### 4.2.1. Geometría GR-2

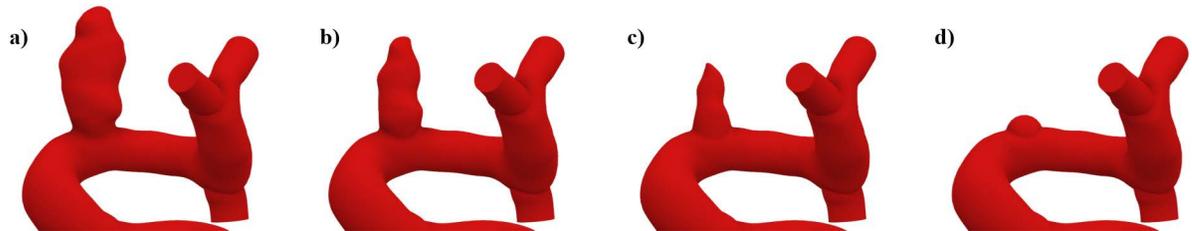


Figura 4.1: Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GR-2, con tamaños a) original (GR-2o), b) medio (GR-2m), c) pequeño (GR-2p) e d) inicial (GR-2i).

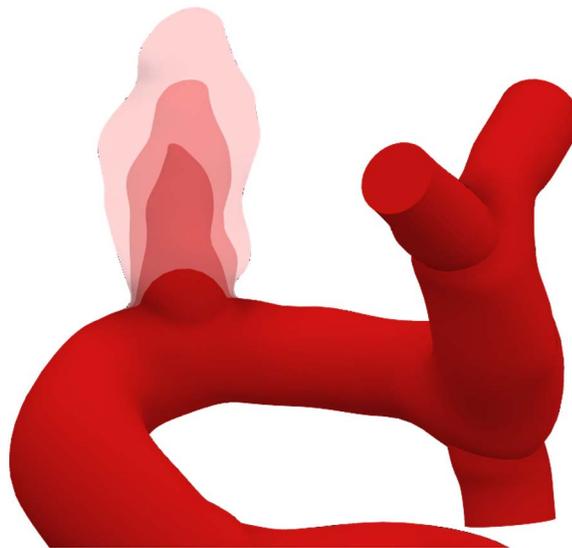


Figura 4.2: Comparativa de tamaños para la geometría GR-2.

### 4.2.2. Geometría GR-3

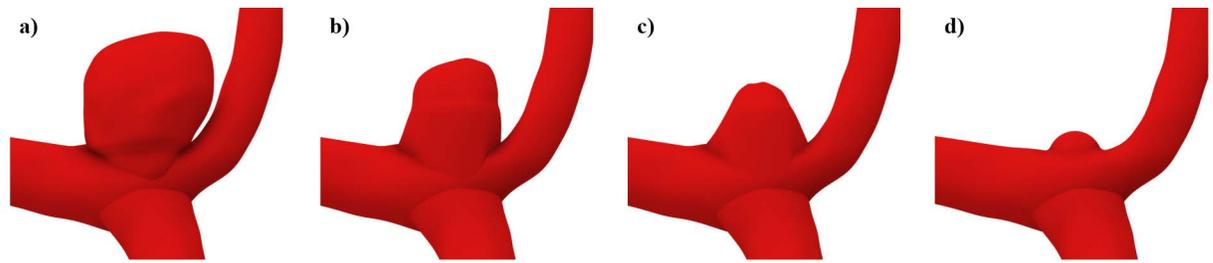


Figura 4.3: Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GR-3, con tamaños a) original (GR-3o), b) medio (GR-3m), c) pequeño (GR-3p) e d) inicial (GR-3i).

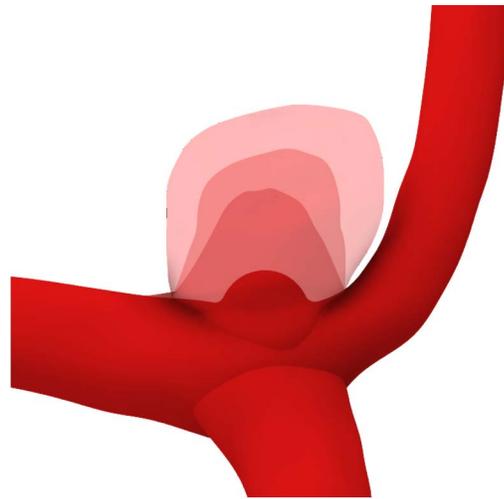


Figura 4.4: Comparativa de tamaños para la geometría GR-3.

### 4.2.3. Geometría GSR-2



Figura 4.5: Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GSR-2, con tamaños a) original (GSR-2o), b) medio (GSR-2m) y c) grande (GSR-2g).

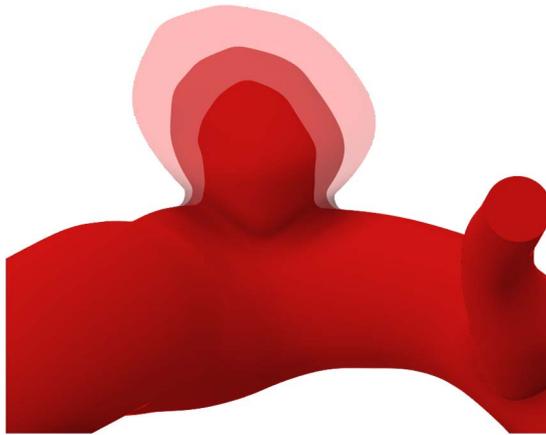


Figura 4.6: Comparativa de tamaños para la geometría GSR-2.

#### 4.2.4. Geometría GSR-3

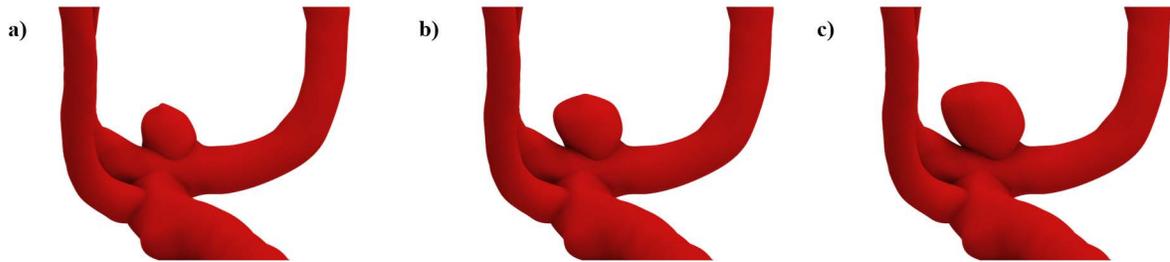


Figura 4.7: Evolución de tamaño después del escalado para la geometría GSR-3, con tamaños a) original (GSR-3o), b) medio (GSR-3m) y c) grande (GSR-3g).

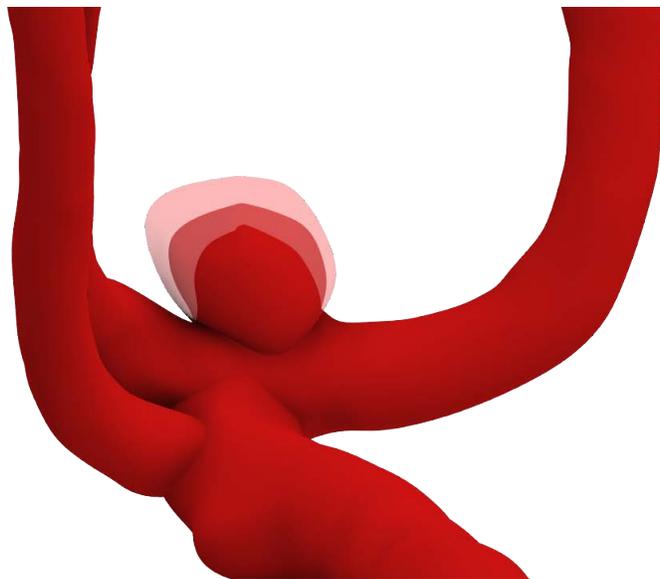


Figura 4.8: Comparativa de tamaños para la geometría GSR-3.

#### 4.2.5. Arterias sanas

Las geometrías originales junto a las resultantes una vez removidos los aneurismas se pueden ver a continuación:

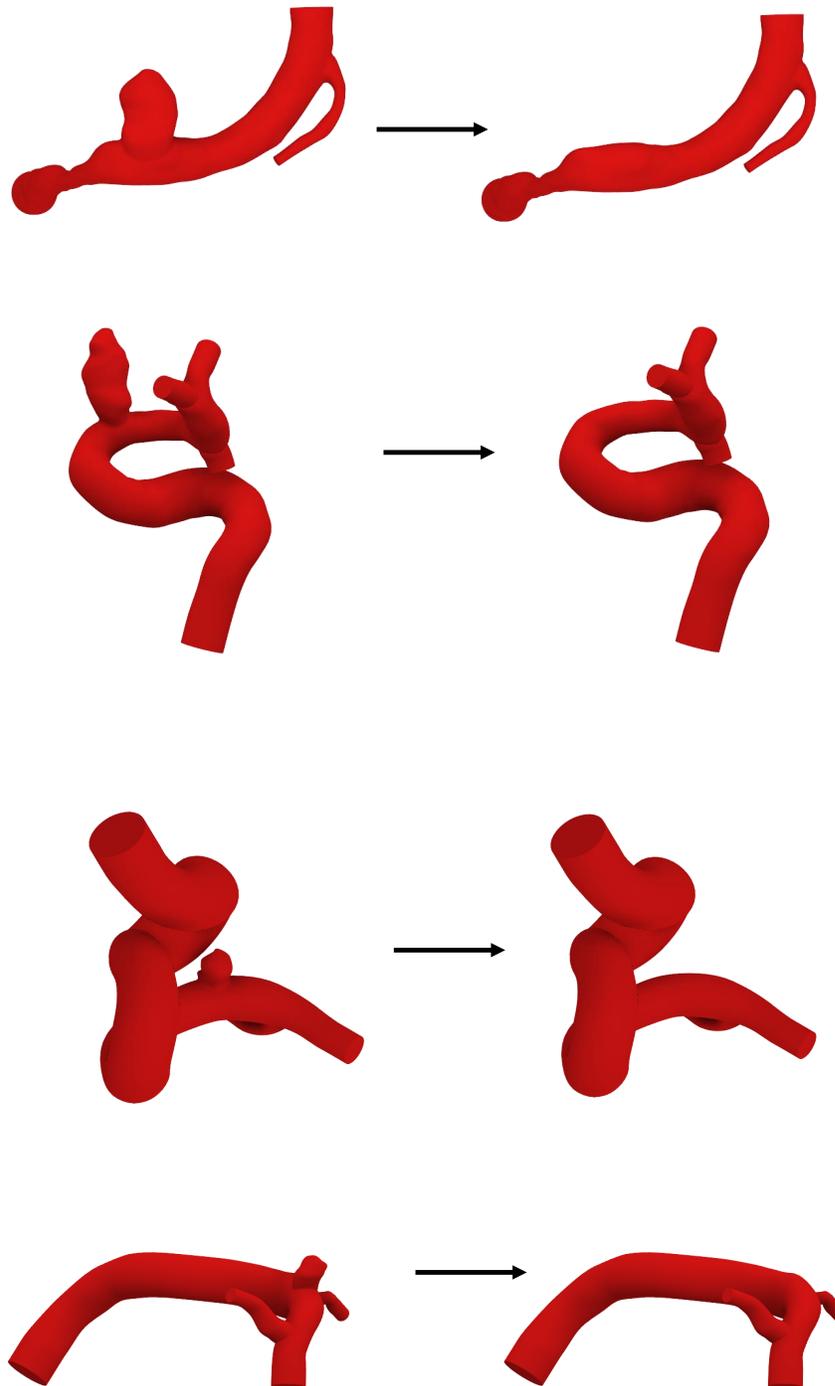


Figura 4.9: Geometrías con aneurismas removidos.

### 4.3. Parámetros morfológicos

Los parámetros morfológicos calculados como se muestra en la Sección 2.2, para las geometrías y sus modificaciones, se muestran en las siguientes tablas:

Tabla 4.3: Parámetros morfológicos para cada geometría de aneurismas con ruptura previa.

Parámetro	GR-1	GR-2				GR-3			
		GR-2o	GR-2m	GR-2p	GR-2i	GR-3o	GR-3m	GR-3p	GR-3i
H [mm]	2.99	7.47	5.65	4.06	0.88	3.12	2.41	1.67	0.51
N [mm]	2.57	3.25	3.10	2.91	2.19	2.87	2.87	2.87	1.79
D [mm]	1.85	3.01	3.01	3.01	3.01	1.49	1.49	1.49	1.49
W [mm]	2.86	4.07	2.92	2.34	2.19	3.67	2.91	2.73	1.79
Va [mm <sup>3</sup> ]	9.96	61.66	25.86	10.93	2.96	25.18	11.31	6.51	0.78
Aa [mm <sup>2</sup> ]	22.55	83.70	46.36	25.07	8.31	39.27	20.88	12.99	3.68
AR [-]	1.16	2.30	1.82	1.40	0.40	1.09	0.84	0.58	0.28
SR [-]	1.62	2.48	1.88	1.35	0.29	2.09	1.62	1.12	0.34
BNF [-]	1.11	1.25	0.94	0.80	1.00	1.28	1.01	0.95	1.00

Tabla 4.4: Parámetros morfológicos para cada geometría de aneurismas sin ruptura previa.

Parámetro	GSR-1	GSR-2			GSR-3		
		GSR-2o	GSR-2m	GSR-2g	GSR-3o	GSR-3m	GSR-3g
H [mm]	2.67	3.08	4.24	5.27	2.07	2.61	3.32
N [mm]	2.40	3.29	3.69	3.98	2.68	2.68	2.68
D [mm]	2.92	4.90	4.90	4.90	2.19	2.19	2.19
W [mm]	2.44	3.14	4.64	6.53	2.72	3.59	5.05
Va [mm <sup>3</sup> ]	8.62	20.31	47.35	104.82	11.54	19.88	36.63
Aa [mm <sup>2</sup> ]	20.04	34.03	60.21	103.93	19.73	32.24	48.78
AR [-]	1.11	0.94	1.15	1.32	0.77	0.97	1.24
SR [-]	0.91	0.63	0.87	1.08	0.95	1.19	1.52
BNF [-]	1.02	0.95	1.26	1.64	1.01	1.34	1.88

Según lo mencionado en la Sección 2.5.2, un aneurisma con ruptura tiene una tasa de crecimiento de 0.690 [mm/año] para el diámetro máximo, es decir,  $W$ . Utilizando esta tasa, se podría calcular que entre las geometrías inicial y original para el caso de aquellas que presentaron ruptura previa, podría pasar un tiempo de menos de tres años tanto para la geometría GR-2 como GR-3. Como no se sabe si al crecer las geometrías sin ruptura previa presentarán finalmente una ruptura, se realiza el mismo ejercicio asumiendo la tasa de crecimiento de aneurismas rotos, obteniendo que para la geometría GSR-2, evolucionar desde la geometría inicial a la grande tardaría casi cinco años, mientras que para GSR-3, serían un poco más de tres años. Cabe destacar que dicha tasa de crecimiento es sólo un valor promedio tomado de una muestra de menos de 150 pacientes, por lo que no debe considerarse como una tasa necesariamente precisa.

# Capítulo 5

## Simulaciones numéricas

Las bases que se ocupan para configurar y realizar las simulaciones se presentan en el presente capítulo. Como se menciona en secciones anteriores, las simulaciones a realizar son de tipo FSI de dos vías, para esto, se ocupa el programa Ansys, con el módulo de Fluent que se encarga de simular el dominio del fluido y el módulo Transient Structural, encargado de manejar la estructura. Ambos módulos se conectan entre sí para intercambiar información mediante el módulo llamado System Coupling. Un esquema general de cómo funciona este intercambio de información dentro de Ansys se muestra a continuación:

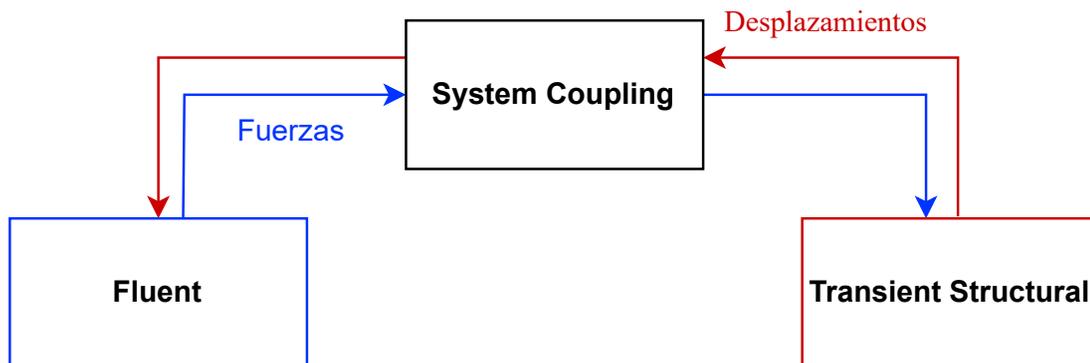


Figura 5.1: Esquema de intercambio de información entre Fluent y Transient Structural a través de System Coupling en Ansys.

Si bien dentro de la simulación fluido-estructural se ejecutan ambos dominios al mismo tiempo, a continuación se presentan por separado los pasos y configuraciones utilizadas para cada tipo de simulación y posteriormente se muestran las configuraciones de System Coupling.

### 5.1. Dominio fluidodinámico

Tanto el dominio del fluido como el estructural siguen una estructura de pasos parecida y propia de simulaciones numéricas. En el caso del fluido, se debe considerar qué fluido es, las propiedades que este tiene y que se deseen modelar, para lo cual se deben establecer modelos matemáticos que permitan que las geometrías a simular, una vez discretizadas, sean aptas

para estudiar el fenómeno deseado. En la Figura 5.2 se pueden ver los pasos seguidos para este tipo de simulaciones.

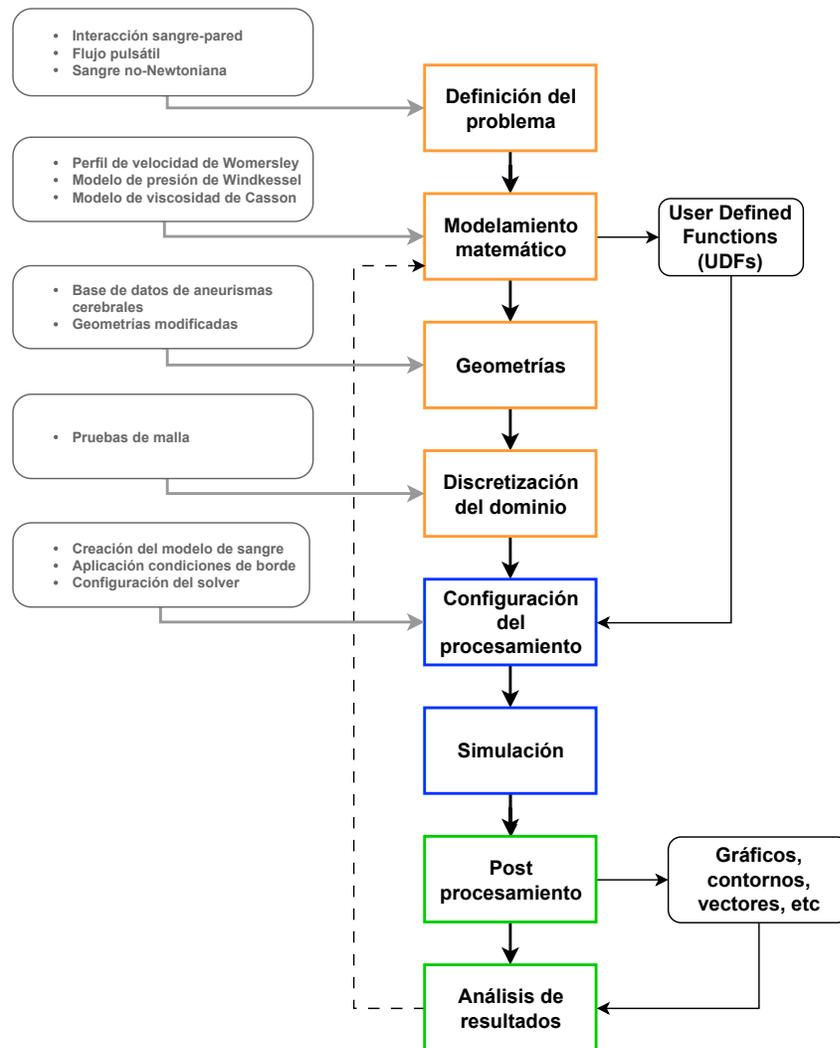


Figura 5.2: Esquema general simulaciones dominio fluido.

En el esquema se pueden ver en la parte central tres diferentes colores para cada paso, donde en amarillo se muestran las fases del pre procesamiento, en azul las de procesamiento y en verde el post procesamiento. En el pre procesamiento se consideran las bases dadas en los antecedentes y las geometrías con sus respectivas modificaciones, y se concluye esta fase con la discretización, donde se construye la malla que se utiliza por la simulación. A continuación se muestran los pasos relevantes para poder llegar a la configuración del procesamiento y posteriormente realizar las simulaciones.

### 5.1.1. Funciones definidas por el usuario

Para implementar los modelos de velocidad, presión y viscosidad vistos en antecedentes, se requiere recurrir a una funcionalidad de Ansys Fluent que permite incorporar funciones definidas por el usuario, o UDFs, para usar modelos que no están de antemano definidos en

el programa. Las UDFs son programas que se escriben utilizando el lenguaje C, para luego ser interpretadas por Fluent.

Para el presente trabajo, se dispone de las UDFs ocupadas en el trabajo de Amigo, de esta forma, se podrá utilizar el perfil de velocidad de Womersley a la entrada de la arteria, el modelo de Windkessel para la presión de salida y el modelo de viscosidad de Casson. Un ejemplo de UDF utilizada es el ocupado en la geometría GR-1 y sus derivados, cuyo código se puede ver en el Anexo A.

### 5.1.2. Solver

El software Ansys Fluent dispone de dos tipos de solver, uno basado en densidad y otro basado en presión, de los cuáles se hablará según la información aportada en su manual teórico [87]. Clásicamente el primero se utilizaba para fluidos compresibles de alta velocidad, mientras que el segundo se usaba para flujos incompresibles de baja densidad, sin embargo, su uso se ha extendido hoy en día. Para resolver las ecuaciones que involucran al flujo sanguíneo, se ocupará el solver basado en presión.

En ambos tipos de solver, el campo de velocidad es obtenido a partir de las ecuaciones de momentum. Para el caso de la presión, el solver basado en presión utiliza una ecuación de presión o de corrección de presión que se obtiene manipulando las ecuaciones de continuidad y momentum. Ansys Fluent resuelve las ecuaciones gobernantes para la conservación de masa y momentum en su forma integral, lo que también aplica para otros escalares de ser necesario. En estos casos se utiliza el método de volúmenes finitos descrito anteriormente en los siguientes pasos:

- Se crea una división computacional del dominio en volúmenes de control más pequeños.
- Se integra las ecuaciones gobernantes en cada uno de los volúmenes de control para construir sistemas de ecuaciones algebraicas para las variables discretas desconocidas, como la presión y la velocidad por ejemplo.
- Los sistemas de ecuaciones algebraicas construidas se linearizan y se resuelven para entregar valores actualizados de las variables buscadas.

El solver basado en presión utiliza un algoritmo de tipo proyección, donde la restricción de la conservación de masa del campo de velocidad es alcanzada mediante la resolución de la ecuación de presión (o corrección de presión). La ecuación de presión se deriva de las ecuaciones de continuidad y momentum de tal forma que el campo de velocidad, corregido por la presión, satisface la continuidad.

### 5.1.2.1. Tipos de esquemas del solver basado en presión

Existen dos esquemas que el solver basado en presión puede seguir: Uno segregado y otro acoplado. El enfoque segregado resuelve las ecuaciones gobernantes de forma secuencial o segregadas una de las otras, en un ciclo iterativo, debido a que las ecuaciones son no lineales y acopladas. El ciclo de la solución debe continuar iterativamente hasta alcanzar una solución numérica que converja.

En el algoritmo de tipo segregado, las ecuaciones para las variables de solución son resueltas una detrás de la otra. Mientras cada ecuación es resuelta, está desacoplada de las otras, de aquí su nombre. Este tipo de algoritmos es eficiente en cuanto al uso de memoria, aunque más lento que otros. El algoritmo de tipo segregado se puede ver en la siguiente imagen:

**Algoritmo basado en presión tipo segregado**

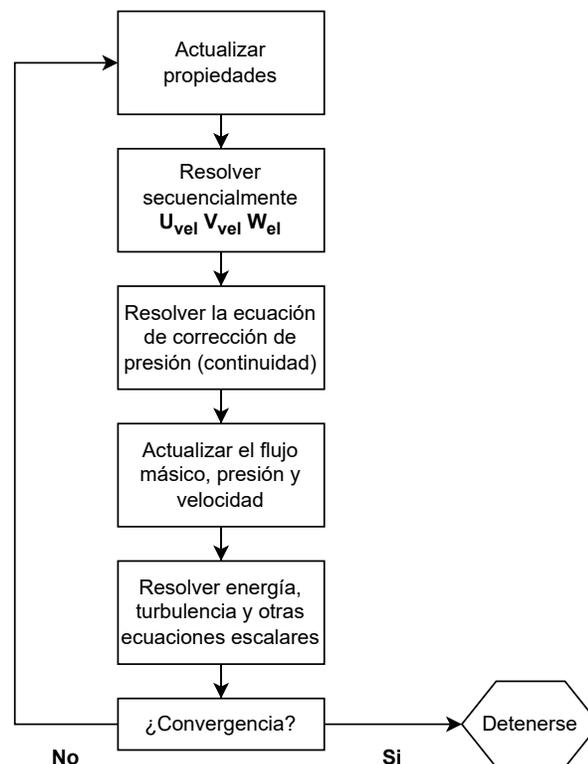


Figura 5.3: Esquema de algoritmo tipo segregado para solver basado en presión. Imagen adaptada de [87].

El otro tipo de algoritmo que se puede seguir es el de tipo acoplado. En este caso, se resuelve un sistema de ecuaciones que comprenden las ecuaciones de momentum y la ecuación de continuidad basada en presión. Esto implica que el segundo y tercer paso visto en la Figura 5.3 son reemplazados por un paso donde el sistema acoplado es resuelto. Las ecuaciones restantes son resueltas de manera segregada. En este caso el algoritmo es más rápido en lograr convergencia que el caso anterior, sin embargo, requiere de hasta dos veces más uso de

memoria. Este esquema se ve a continuación:

#### Algoritmo basado en presión tipo acoplado

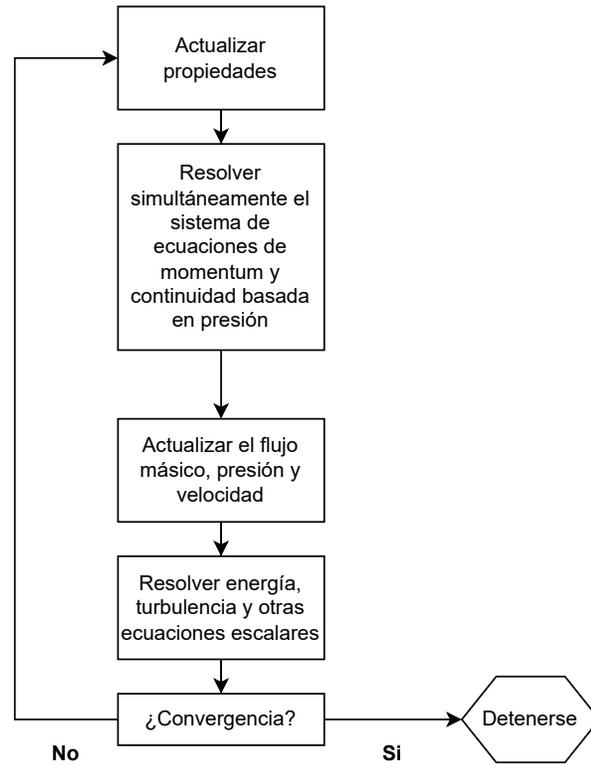


Figura 5.4: Esquema de algoritmo tipo acoplado para solver basado en presión. Imagen adaptada de [87].

#### 5.1.2.2. Acoplamiento entre presión y velocidad

El solver basado en presión debe escoger entre una manera segregada o acoplada para resolver el problema. Estos enfoques a su vez, tienen diferentes algoritmos para acoplar la presión y la velocidad, estos son los algoritmos SIMPLE, SIMPLEC, PISO, FSM y COUPLED. De estos algoritmos, sólo COUPLED es de tipo acoplado y el resto segregado. Para problemas que involucran una formulación transiente como es el actual caso, es recomendado utilizar un algoritmo tipo PISO, y es este el que se explica a continuación.

El algoritmo de presión implícita con división de operadores o PISO por sus siglas en inglés, es un método de cálculo de presión y velocidad que se puede ver como una extensión del algoritmo SIMPLE y sigue la siguiente estructura en un caso 2D a modo de ejemplo [88]:

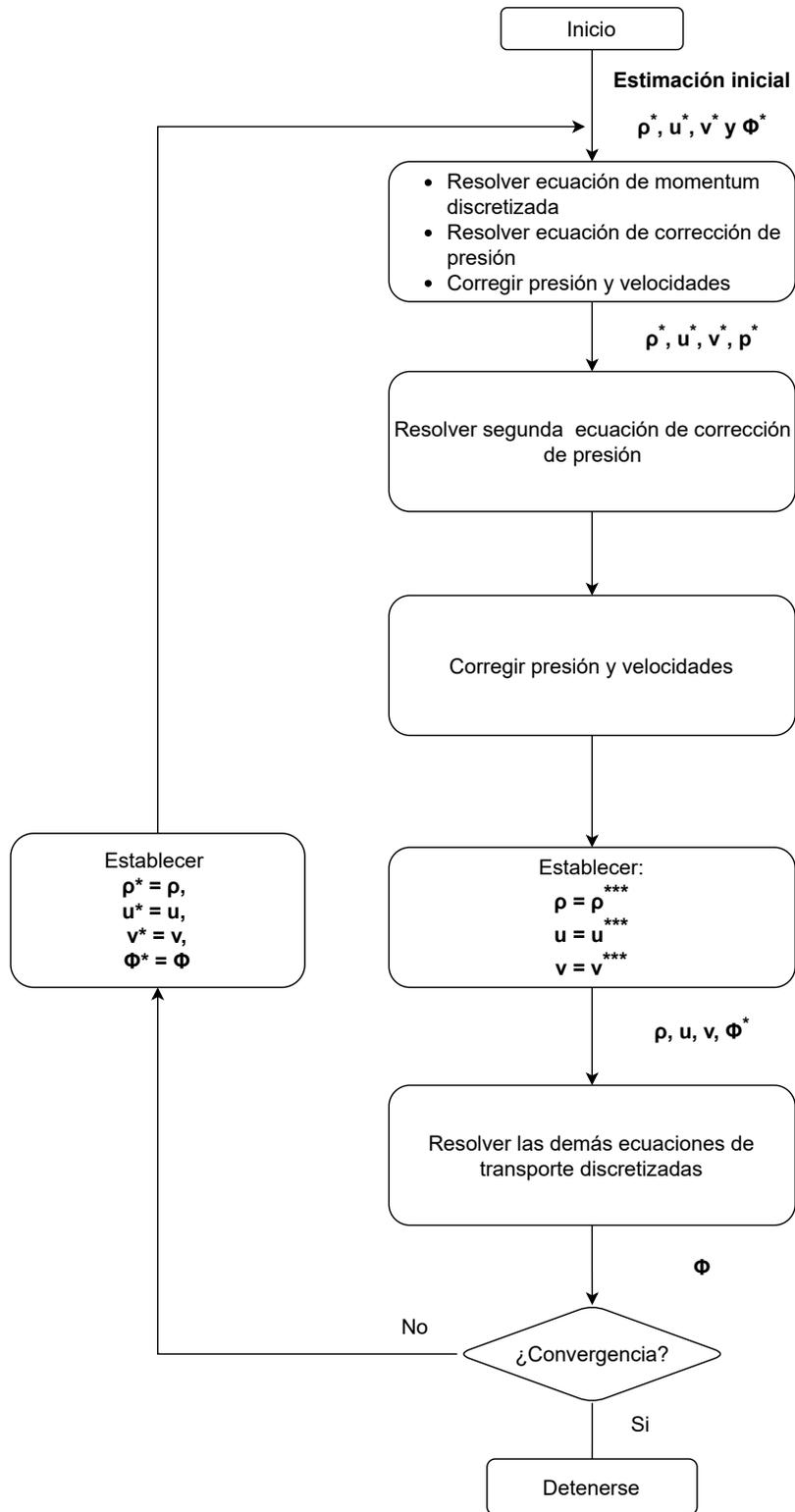


Figura 5.5: Esquema de algoritmo PISO. Imagen adaptada de [88].

### 5.1.3. Pruebas de malla CFD

A modo general, una malla más fina, producirá resultados más precisos, hasta cierto punto, pero como consecuencia, el tiempo computacional en realizar la simulación aumentará. Debido a la cantidad de simulaciones que se debe hacer, se debe lograr un balance entre la precisión de los resultados y el tiempo computacional que demoran las simulaciones, más aún considerando que una simulación FSI de dos vías toma un tiempo considerablemente mayor que una simulación netamente CFD por el intercambio de información que sucede entre los dominios estructurales y del fluido. Para poder determinar un tamaño de malla que logre un adecuado balance, se recurre a realizar pruebas de malla.

El procedimiento básico consiste en realizar un mallado inicial de la, o las geometrías involucradas, considerando que este tenga una calidad aceptable, luego realizar una simulación, obtener resultados y repetir el procedimiento pero con una malla más fina que la anterior. Al comparar los resultados, se esperaría que mientras más fina sea la malla, dichos valores tiendan a converger a cierto valor, con esto, se puede decidir cuál tamaño es el que logra una solución suficientemente precisa, pero que a la vez no tome demasiado tiempo en completar.

Las geometrías seleccionadas tienen una gran variedad de volúmenes totales (no sólo del aneurisma), por lo que para la prueba de malla se escoge una geometría similar al promedio de los volúmenes, cuyo valor es de 586  $[mm^3]$ . La geometría escogida es la GR-2, cuyo volumen total es de 583  $[mm^3]$ . Para que se mantenga una cierta independencia del volumen escogido, se escoge utilizar un enfoque basado en la densidad de elementos de la malla, tal como en el trabajo de Amigo. Dicha densidad se calcula como el cociente entre el número total de elementos y el volumen total de la geometría [89]. Se utilizan mallas con densidades de aproximadamente 250, 500, 1000, 1500, 2000, 2500 y 3000  $[elementos/mm^3]$ , las cuales se pueden ver en la imagen a continuación:

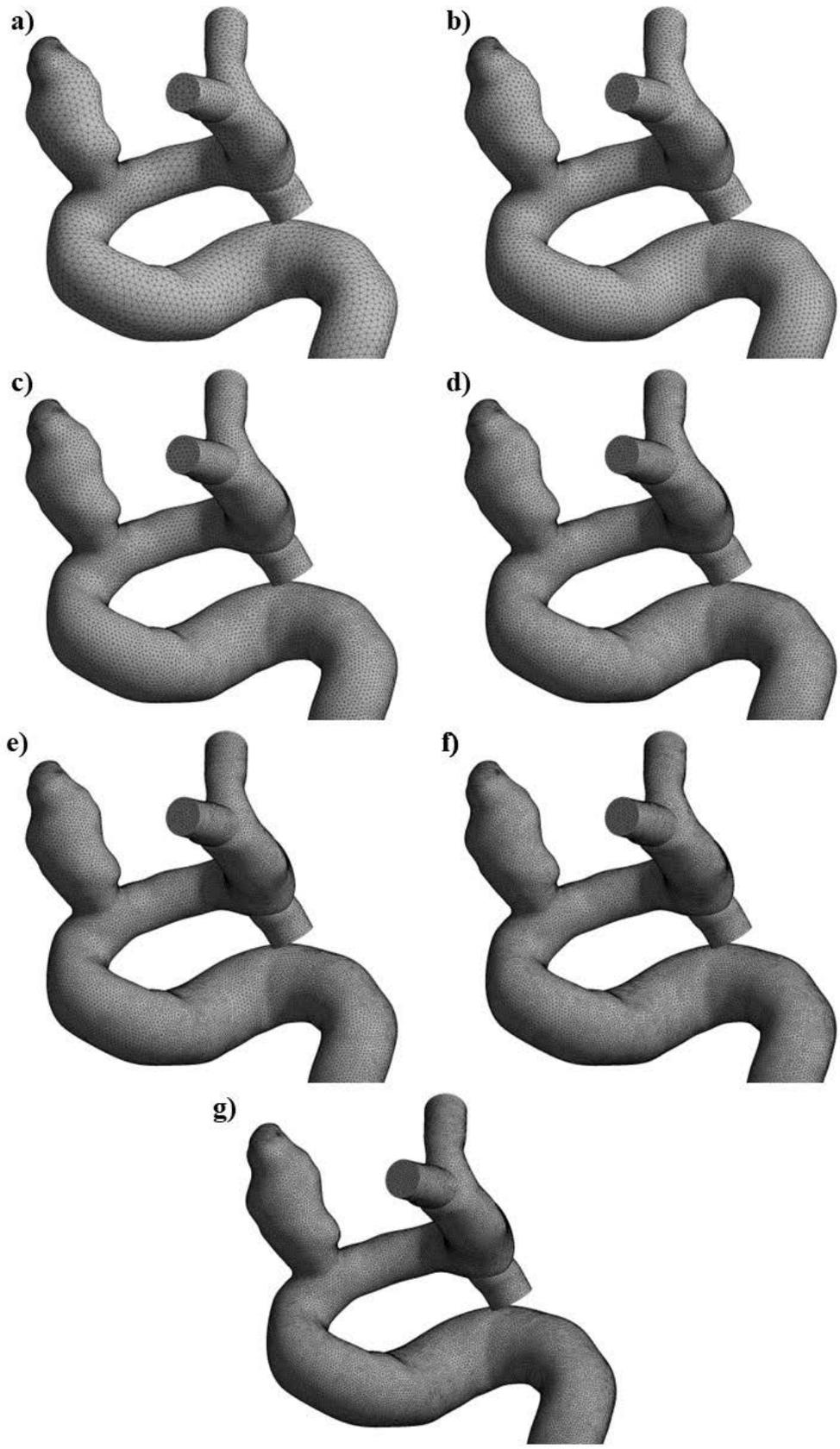


Figura 5.6: Mallas empleadas con densidades de a) 250, b) 500, c) 1000, d) 1500, e) 2000, f) 2500 y g) 3000 [ $elementos/mm^3$ ] en la geometría GR-2.

Debido a la complejidad de las geometrías, se decide utilizar el elemento tetraédrico. Las pruebas de malla son ejecutadas tanto con elementos lineales como cuadráticos, cuya diferencia se encuentra en la cantidad de nodos por elementos como se puede ver en la Figura 5.7. Un resumen de la cantidad de nodos y elementos según la densidad aproximada buscada se puede ver en la Tabla 5.1.

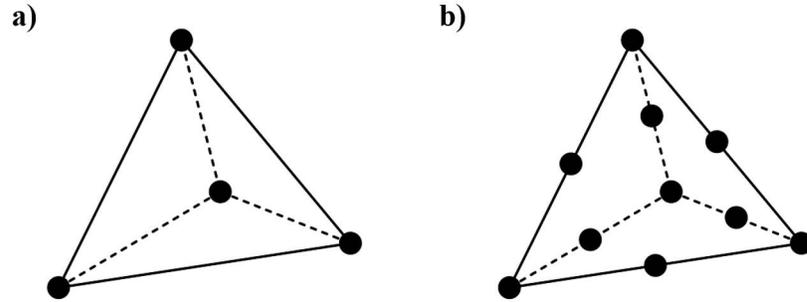


Figura 5.7: Elemento tetraédrico a) lineal y b) cuadrático.

Tabla 5.1: Tabla comparativa de cantidad de nodos y elementos para cada densidad, entre elemento lineal y cuadrático.

Tipo elemento	Lineal		Cuadrático	
	Nodos	Elementos	Nodos	Elementos
Densidad [ <i>elementos/mm</i> <sup>3</sup> ]				
250	30655	155639	224573	154854
500	56926	297297	420967	296143
1000	108647	590972	825629	589715
1500	160405	884147	1229172	883935
2000	205003	1138314	1575925	1137661
2500	269542	1507462	2078674	1506134
3000	312721	1754140	2417631	1754339

Se realizaron en total de 14 pruebas en un computador con un procesador Ryzen 5 5600G de seis núcleos y 16 GB de RAM, utilizando el esquema PISO, discretización up-wind de segundo orden para la velocidad, discretización central de segundo orden para la presión, integración implícita de primer orden para el tiempo con un paso de tiempo de 0.0005 [s] y 3600 pasos de tiempo, correspondientes a un total de 1.8 [s] de simulación.

Cabe destacar que el paso de tiempo utilizado es el mismo que utilizó Amigo en su trabajo. Usualmente, se recurre a un parámetro conocido como el número de Courant, cuya definición es la siguiente:

$$C = \frac{U\Delta t}{\Delta x} \quad (5.1.1)$$

Con C el número de Courant,  $U$  la velocidad,  $\Delta t$  el paso de tiempo y  $\Delta x$  el tamaño del

elemento más pequeño. El procedimiento consiste en establecer un paso de tiempo tal que  $C < 1$ . Sin embargo, realizando esto se puede llegar a un paso de tiempo de menos de 0.0001 [s], lo que considerando los recursos computacionales con los que se cuenta, resulta no factible. De todas formas, el paso de tiempo escogido ha sido ocupado en otros trabajos similares e incluso en otros, es común encontrar pasos de tiempo más grandes.

Para la entrada del flujo se utilizó el modelo de velocidad de Womersley, el modelo de Widnessel para la presión a las salidas y la sangre se modeló con una densidad de 1065 [ $kg/m^3$ ] aplicando el modelo de Casson para su viscosidad. Los resultados analizados fueron el  $DWSS$  y  $SWSS$  obtenidos en el último ciclo cardiaco para evitar errores numéricos producto de la inicialización. Los resultados obtenidos con el elemento lineal se muestran en la Tabla 5.2 y los obtenidos con elemento cuadrático en la Tabla 5.3.  $D_{3000}$  es la diferencia porcentual al comparar los resultados con el de la malla más densa.

Tabla 5.2: Resultados obtenidos de DWSS y SWSS en las pruebas de malla con elemento lineal.

Densidad [ $elementos/mm^3$ ]	$DWSS$ [ $Pa$ ]	$D_{3000}$ [%]	$SWSS$ [ $Pa$ ]	$D_{3000}$ [%]
250	2.82	-6.62	5.40	-8.47
500	2.89	-4.30	5.57	-5.59
1000	2.97	-1.66	5.85	-0.85
1500	3.00	-0.66	5.93	0.51
2000	3.01	-0.33	5.94	0.68
2500	3.00	-0.66	5.90	0.00
3000	3.02	-	5.90	-

Tabla 5.3: Resultados obtenidos de DWSS y SWSS en las pruebas de malla con elemento cuadrático.

Densidad [ $elementos/mm^3$ ]	$DWSS$ [ $Pa$ ]	$D_{3000}$ [%]	$SWSS$ [ $Pa$ ]	$D_{3000}$ [%]
250	2.82	-6.31	5.44	-7.64
500	2.87	-4.65	5.56	-5.60
1000	2.96	-1.66	5.81	-1.36
1500	2.99	-0.66	5.88	0.17
2000	2.99	-0.66	5.91	0.34
2500	3.01	0.00	5.91	0.34
3000	3.01	-	5.89	-

En la Figura 5.8 se puede ver un gráfico de los valores obtenidos para el  $DWSS$  cuando se ocupa elemento lineal y cuadrático. En la Figura 5.9 se muestra el gráfico para el  $SWSS$ .

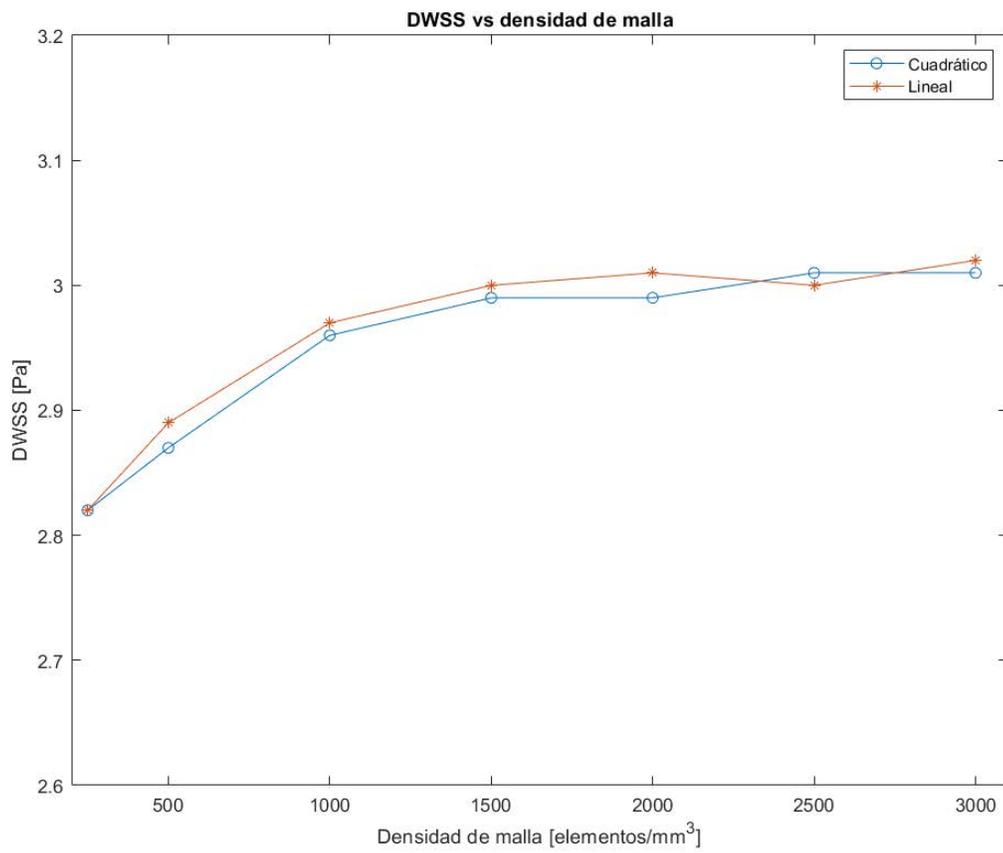


Figura 5.8: Gráfico de valores obtenidos para el  $DWSS$  en función de la densidad de malla y el elemento usado.

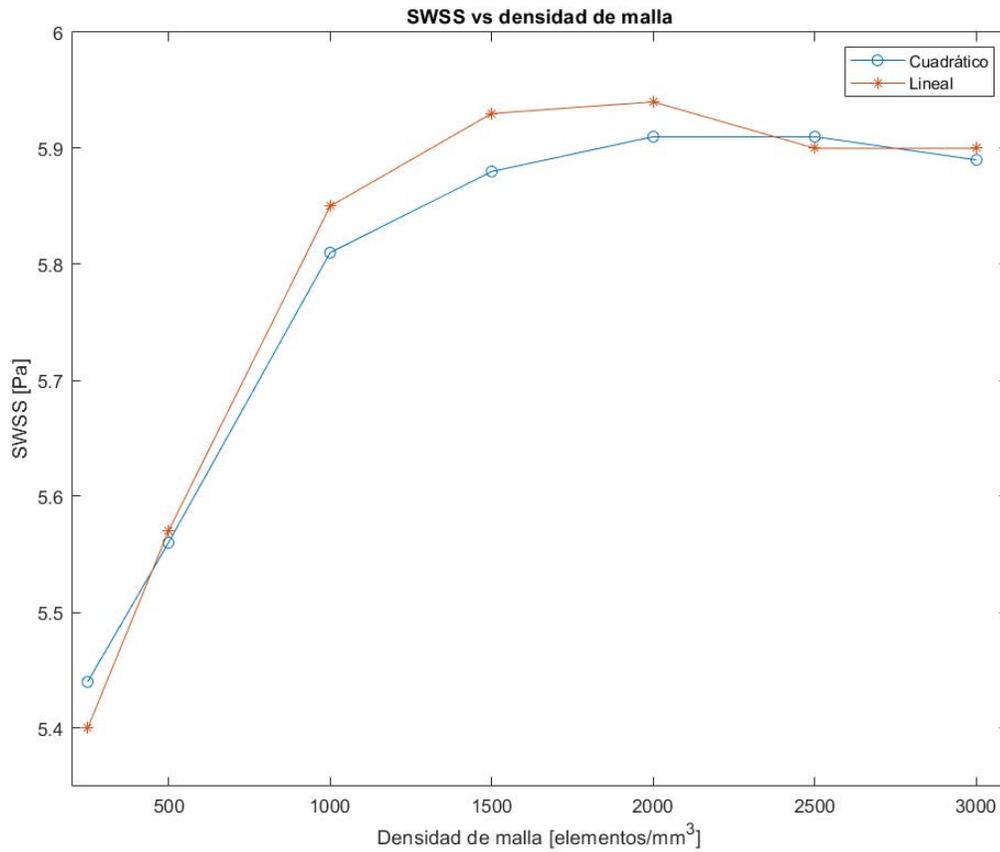


Figura 5.9: Gráfico de valores obtenidos para el *SWSS* en función de la densidad de malla y el elemento usado.

Se menciona anteriormente que el tiempo computacional que demora una simulación es un factor bastante importante a la hora de decidir qué densidad de malla utilizar, en este caso, se puede ver un gráfico del tiempo empleado en completar las simulaciones en la figura a continuación:

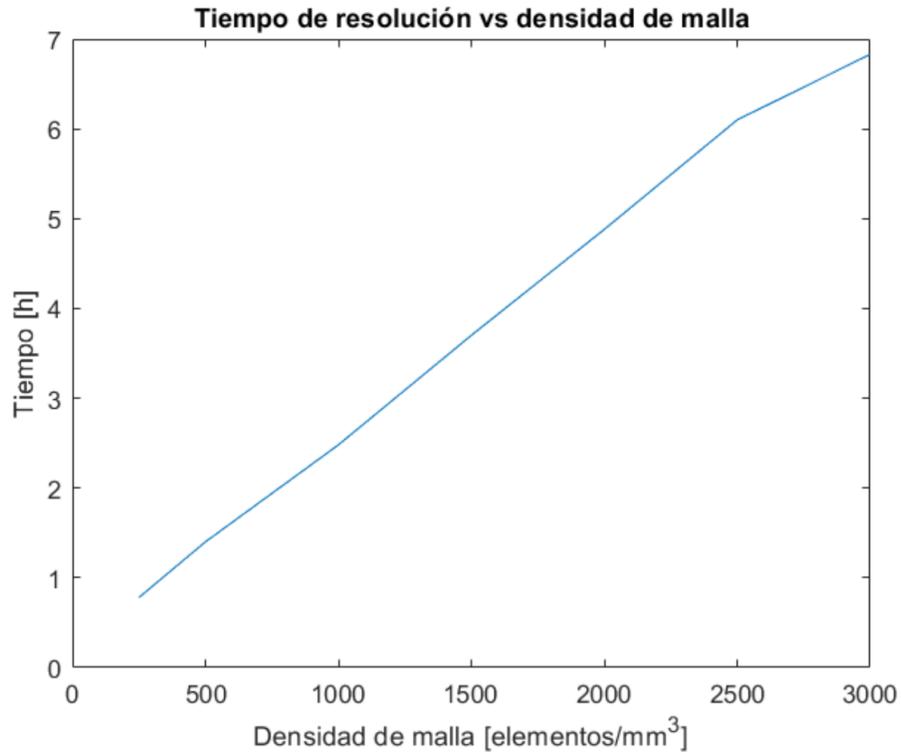


Figura 5.10: Gráfico del tiempo empleado en las pruebas de malla según su densidad.

En la Tabla 5.4 se puede ver una comparación entre los resultados del  $DWSS$  obtenidos con el elemento lineal ( $DWSS_l$ ) y cuadrático ( $DWSS_q$ ) con su respectiva diferencia porcentual para cada caso,  $D_q$ , considerando como referencia el resultado del elemento cuadrático.

Tabla 5.4: Comparación de resultados de  $DWSS$  entre elemento cuadrático y lineal, para cada densidad de malla utilizada.

Densidad [ $elementos/mm^3$ ]	$DWSS_q$ [Pa]	$DWSS_l$ [Pa]	$D_q$ [%]
250	2.82	2.82	0.00
500	2.87	2.89	0.70
1000	2.96	2.97	0.34
1500	2.99	3.00	0.33
2000	2.99	3.01	0.67
2500	3.01	3.00	-0.33
3000	3.01	3.02	0.33

Análogamente, se puede ver en la Tabla 5.5 las diferencias en el caso del  $SWSS$ :

Tabla 5.5: Comparación de resultados de  $SWSS$  entre elemento cuadrático y lineal, para cada densidad de malla utilizada.

Densidad [ $elementos/mm^3$ ]	$SWSS_q$ [ $Pa$ ]	$SWSS_q$ [ $Pa$ ]	$D_q$ [%]
250	5.44	5.40	-0.74
500	5.56	5.57	0.18
1000	5.81	5.85	0.69
1500	5.88	5.93	0.85
2000	5.91	5.94	0.51
2500	5.91	5.90	-0.17
3000	5.89	5.90	0.17

De las pruebas de malla realizadas para el caso del dominio del fluido, se concluye lo siguiente:

- Se ocupará una malla de alrededor de 700 [ $elementos/mm^3$ ] con excepciones.
- Para la geometrías GR-1 y GR-3 se ocupa una malla de aproximadamente 1500 [ $elementos/mm^3$ ] debido a que su volumen total es muy reducido frente al resto (57 y 121 [ $mm^3$ ] respectivamente).
- En el caso de GSR-3, esta tiene un volumen de 1150 [ $mm^3$ ], por lo que considerando las limitaciones de recursos computacionales con las que se cuenta, se utiliza una malla ligeramente más densa que 500 [ $elementos/mm^3$ ].

#### 5.1.4. Configuraciones CFD

Para las simulaciones FSI finales, se utilizan las mismas configuraciones para el dominio del fluido utilizadas en las pruebas de malla, con algunas adicionales que se nombran más adelante. De manera resumida se muestran a continuación:

- Doble precisión.
- Esquema escogido: PISO.
- Discretización espacial:
  - Gradiente: Mínimos cuadrados.
  - Presión: Segundo orden.
  - Momentum: Segundo orden.
- Formulación transiente: Primer orden implícita
- Paso de tiempo: 0.0005 [s].
- Número de pasos de tiempo: 3600
- Máximas iteraciones por paso de tiempo: 200

- Entrada: Perfil de velocidad de Womersley.
- Salida: Pulso de presión Windkessel.
- Viscosidad: Modelo de Casson.

## 5.2. Dominio estructural

El esquema general mostrado en el caso del fluido se mantiene para las simulaciones tipo estructurales, pero con ligeras modificaciones considerando que se pretende simular la estructura, como se ve a continuación:

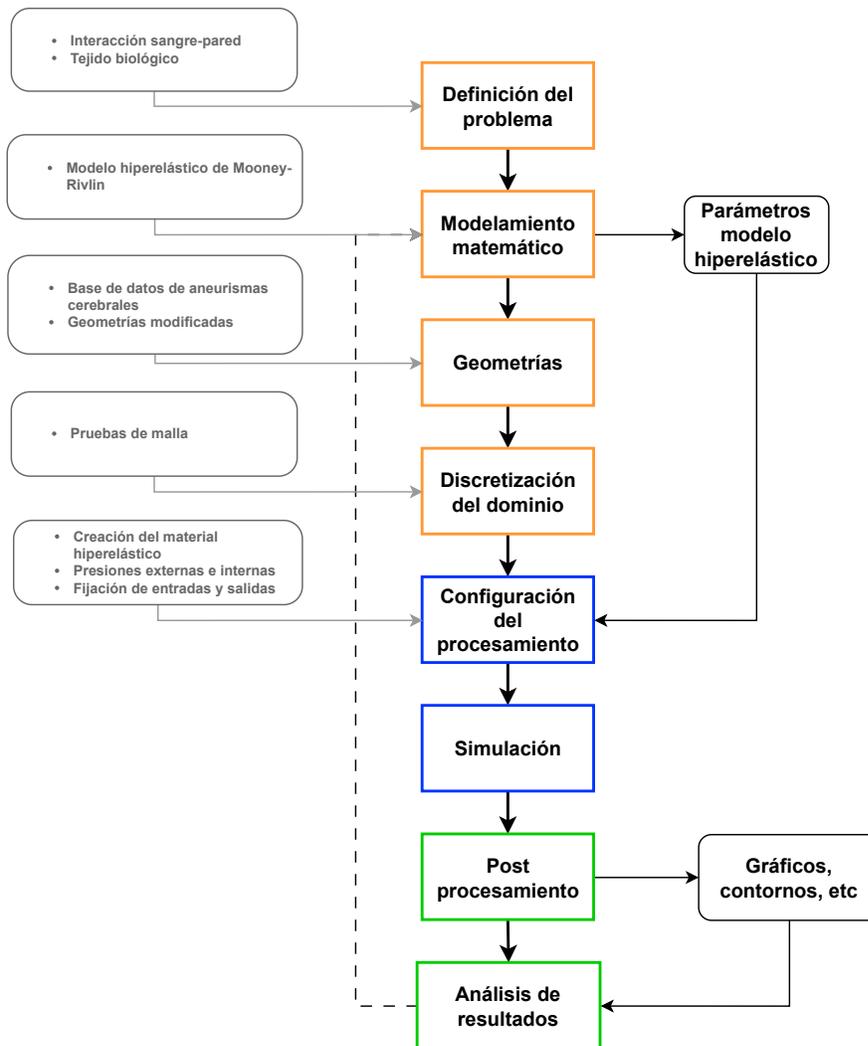


Figura 5.11: Esquema general simulaciones dominio estructural.

### 5.2.1. Creación de la pared arterial

En el caso del dominio estructural, el elemento a simular es la pared arterial. Para crear la pared arterial a partir del dominio del fluido con el que ya se cuenta, se pueden seguir

dos principales formas, crear una pared sólida en 3D, o crear una pared tipo superficie. El impacto que tendrá el escoger una u otra forma es que en el primer caso, la malla estructural quedará conformada por un elemento sólido 3D, mientras que en el otro caso, se utiliza un elemento de tipo cáscara o shell. Ejemplos de ambos elementos se pueden ver en la Figura 5.12.

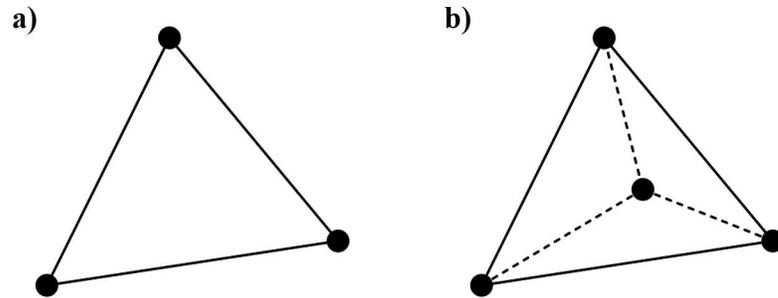


Figura 5.12: Elementos triangulares de primer orden a) shell y b) sólido.

La ventaja de utilizar una superficie en vez de un sólido es que tienen una cantidad considerablemente menor de elementos, ya que en un sólido 3D que se modela con elementos del mismo tipo, se deben crear elementos a través del grosor de la pared, para lo cual se suele recomendar que existan al menos tres elementos en dicho grosor. Un ejemplo de comparación de una malla generada mediante elemento sólido 3D y elemento shell, junto con la representación gráfica del grosor del elemento que Ansys ofrece, se ve a continuación:

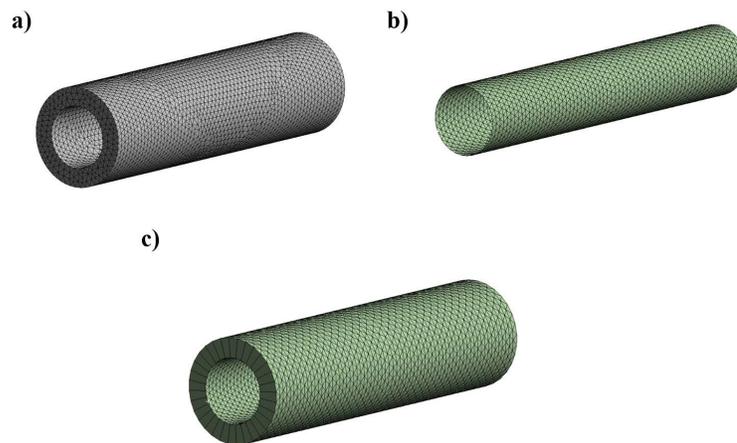


Figura 5.13: Comparación entre a) malla generada con elemento tipo sólido 3D b) malla generada con elemento tipo shell y c) representación gráfica del grosor del elemento shell.

Para aprovechar la ventaja del costo computacional que tiene el utilizar el elemento shell, se debe cumplir que el grosor de la estructura sea considerablemente menor que el resto de sus dimensiones. En particular, para el caso de aneurismas, esta medida se considera tomando la razón  $t/R$ , donde  $t$  es el grosor de la pared y  $R$  el radio de la arteria. Para las geometrías

consideradas, y considerando el grosor original de estas, el promedio de esta razón es de 0.22. El utilizar un modelo con elementos tipo shell en aneurismas se justifica incluso para aquellas arterias gruesas, debido a que la elastina es el principal componente en la fuerza mecánica de la pared y su grosor efectivo es menor, además, el uso de elementos tipo shell ha demostrado lograr una precisión suficiente en la representación de la dinámica entre el fluido y la pared [90].

Debido a lo anterior, y considerando que las simulaciones de tipo FSI suelen ser de un gran costo computacional, se utiliza elemento tipo shell para este trabajo. Para crear la pared, se genera una superficie a partir de la geometría original del fluido dentro del módulo SpaceClaim en Ansys. A la hora de configurar la simulación estructural en Transient Structural, se debe establecer su grosor y si corresponde a una superficie en la parte de arriba, al medio o abajo de lo que sería un elemento. La superficie creada, junto con su malla y una representación del grosor de esta se pueden ver en la Figura 5.14 ejemplificado a través de la geometría GR-2.

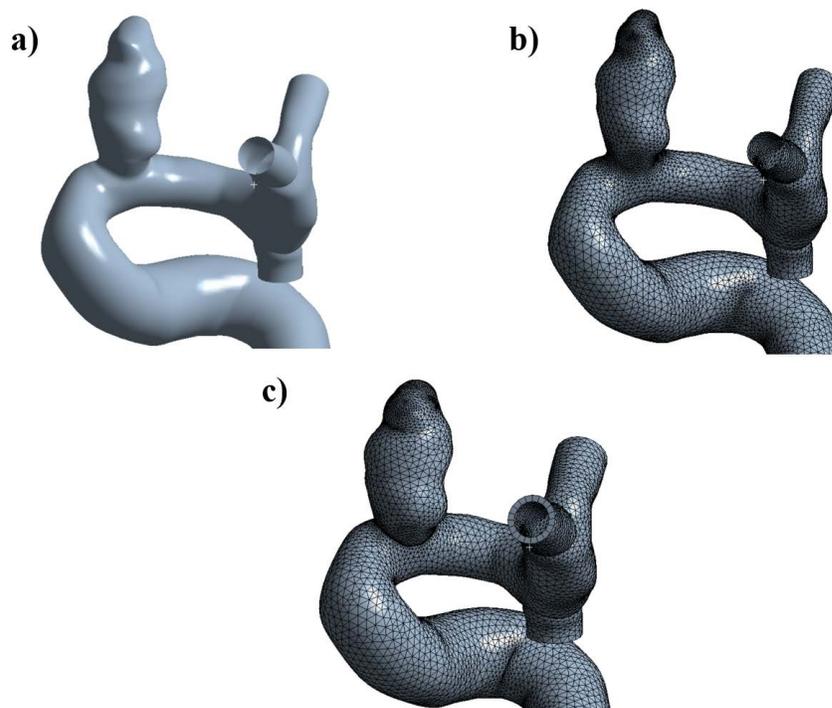


Figura 5.14: Ejemplo de a) superficie creada para la pared arterial, b) malla creada con elementos tipo shell y c) representación gráfica del grosor.

### 5.2.2. Pruebas de malla CSD

A diferencia de las pruebas de malla realizadas para el caso CFD basadas en el parámetro de densidad de malla, para el caso CSD se utilizan los tamaños de los elementos para las pruebas, esto para lograr tamaños parecidos entre las mallas del dominio estructural y fluido. Los tamaños de elemento escogidos son: 0.15, 0.20, 0.25, 0.30, 0.35, 0.40 y 0.50 [mm] y el tipo de elemento es shell lineal. Las mallas generadas para cada tamaño se ven a continuación:

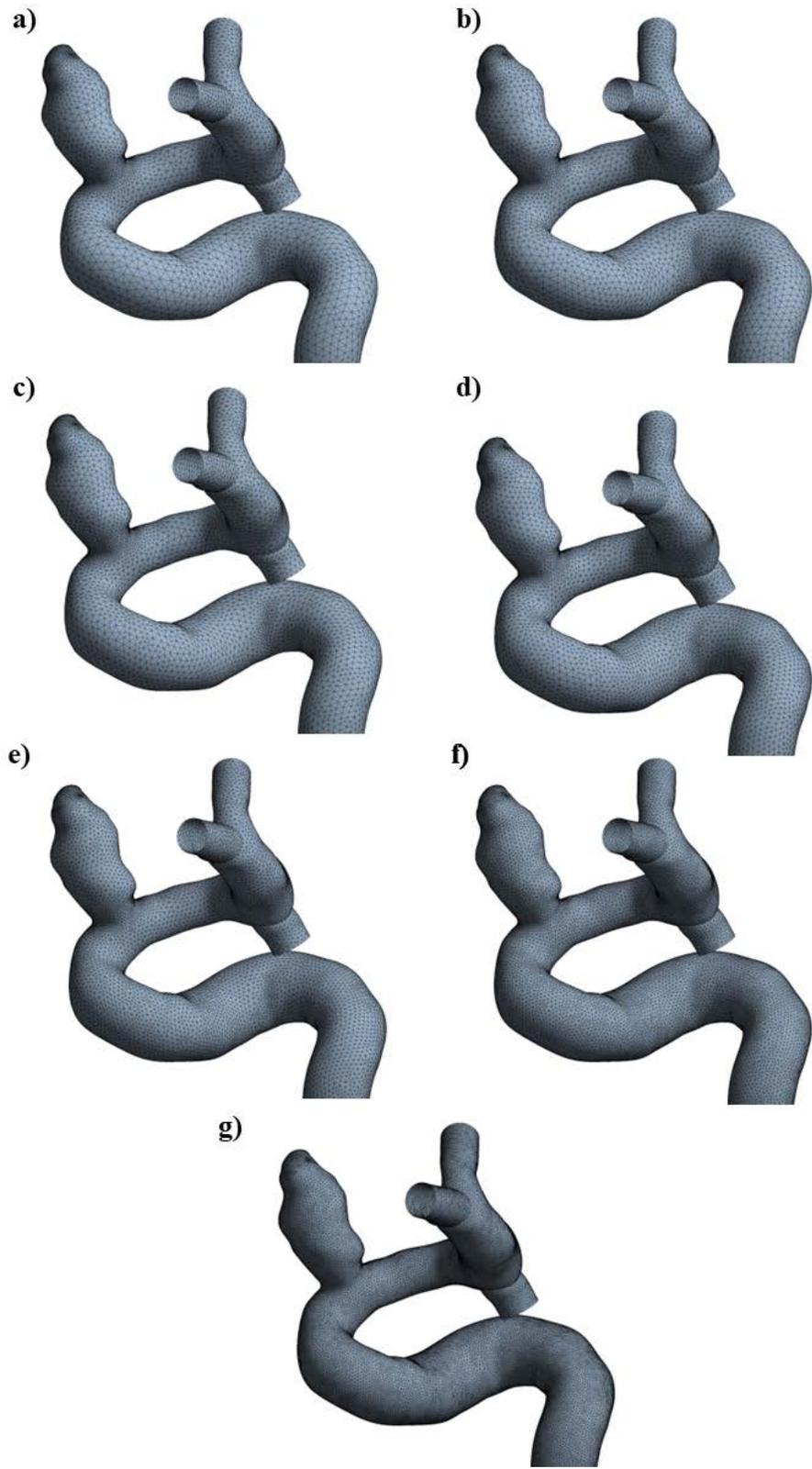


Figura 5.15: Mallas empleadas con elementos de a) 0.50, b) 0.40, c) 0.35, d) 0.30, e) 0.25, f) 0.20 y g) 0.15 [mm] en la geometría GR-2.

La cantidad de nodos y elementos utilizados en cada tamaño de elemento se puede ver a continuación:

Tabla 5.6: Nodos y elementos utilizados para cada tamaño de elemento.

Tamaño de elemento [mm]	Nodos	Elementos
0.50	7640	15202
0.40	8374	16664
0.35	9183	18278
0.30	10839	21578
0.25	13806	27492
0.20	19731	39308
0.15	33141	66076

La comparativa entre una malla y otra se basa en la deformación total, deformación máxima equivalente, esfuerzo de Von Mises (abreviado como  $VM$ ) y esfuerzo de corte cuyos resultados se muestran para cada caso en la Tabla 5.7 y a modo de comparación con la malla más fina en la Tabla 5.8.

Tabla 5.7: Resultados obtenidos para la prueba de malla estructural según el tamaño de elementos.

Tamaño [mm]	Def. total [mm]	Def. máx. equivalente [ $\frac{mm}{mm}$ ]	VM [MPa]	Corte [MPa]
0.50	0.39	0.0648	0.13	0.0730
0.40	0.39	0.0649	0.14	0.0731
0.35	0.39	0.0648	0.13	0.0730
0.30	0.39	0.0647	0.14	0.0750
0.25	0.39	0.0653	0.14	0.0769
0.20	0.39	0.0650	0.14	0.0758
0.15	0.38	0.0656	0.14	0.0787

Tabla 5.8: Diferencias obtenidas en cada parámetro respecto a la malla de tamaño de elemento menor.

Tamaño [mm]	Def. total [%]	Def. máx. equivalente [%]	VM [%]	Corte [%]
0.50	2.63	-1.22	-7.14	-7.24
0.40	2.63	-1.07	0.00	-7.12
0.35	2.63	-1.22	-7.14	-7.24
0.30	2.63	-1.37	0.00	-4.70
0.25	2.63	-0.46	0.00	-2.29
0.20	2.63	-0.91	0.00	-3.68
0.15	-	-	-	-

De estas pruebas de malla, se puede observar que para aquellas mallas menores a 0.30 [mm] los resultados difieren en menos de un 5 %, debido a esto, se ocupará una malla de tamaño igual o menor a 0.2 [mm] a nivel general, con refinamientos en el aneurisma.

### 5.2.3. Estudio del efecto del grosor

Anteriormente se dijo que las geometrías GR-1 y GSR-1 no se modifican en cuanto a tamaño debido a que se utilizan para estudiar sólo el efecto del grosor de la pared. Para hacer esto, en vez de generar un sólo cuerpo para la simulación estructural, se crearán dos, uno que contiene la pared arterial de la zona sana, y el otro con el domo del aneurisma, ambos serán de tipo superficie para utilizar el elemento shell y se ven de color diferente en la Figura 5.16 utilizando a GR-1 como ejemplo. Dichos cuerpos se crean con SpaceClaim en el módulo de geometría de Ansys, y para que estén correctamente conectados, se ocupa la opción Shared Topology en la sección Workbench del programa.

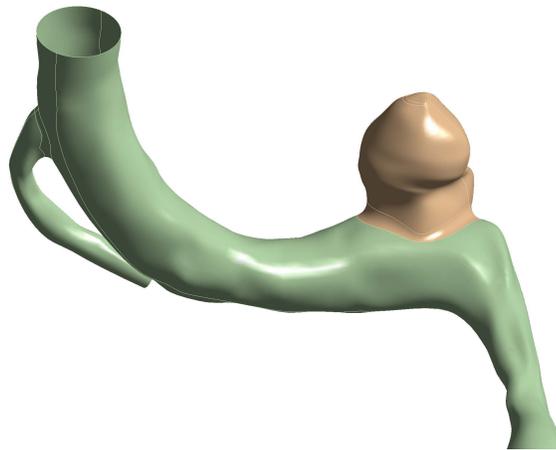


Figura 5.16: Superficies utilizadas para representar el domo del aneurisma (en café) y la arteria sana (en verde), ejemplificadas en la geometría GR-1.

Shared Topology se asegura de lograr posteriormente, una malla conforme entre dos cuerpos que, en este caso, comparten un borde. Los elementos que se generen en dichos bordes com-

parten sus nodos generando el efecto de que las superficies que se generaron separadamente, estén unidas. Un ejemplo de una malla con, y sin Shared Topology se puede ver en la Figura 5.17. Debido a que Ansys primero resuelve sus ecuaciones correspondientes considerando el elemento shell y luego le aplica el efecto del grosor del elemento, este método funcionaría bien para el caso en que se quiere tener dos zonas con diferentes grosores unidas entre sí.

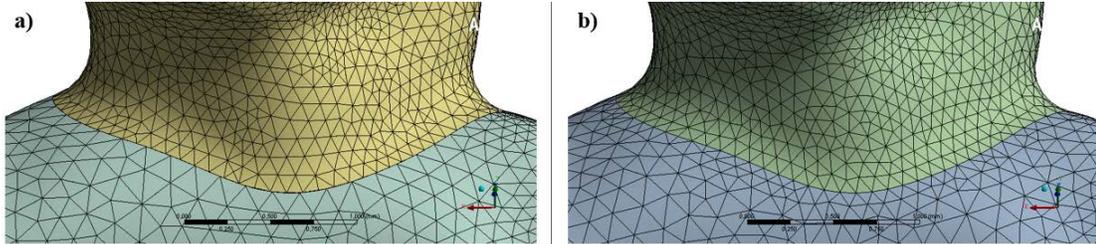


Figura 5.17: Comparación de malla generada sin a) y con b) Shared Topology para la geometría GR-1.

Como medida de grosor, es común encontrar que se utiliza un 10 % del diámetro de la arteria, lo cual en este caso entregaría un valor de  $0.37 [mm]$ , sin embargo, en este estudio se ocupa un valor de  $0.35 [mm]$  a nivel general tal como los trabajos de Arcos y Barahona. En el caso de las geometrías que se ocupan para estudiar el efecto del grosor de pared, es decir, GR-1 y GSR-1, se mantiene dicho valor para la pared arterial sana, mientras que para la pared del domo del aneurisma, se tendrán casos con  $0.35$ ,  $0.2$  y  $0.1 [mm]$  de grosor debido a que en aneurismas se ven grosores más pequeños que en la pared arterial sana, de hasta entre  $50$  y  $100 [\mu m]$  [82].

#### 5.2.4. Configuraciones CSD

El resumen de las configuraciones estructurales ocupadas en las simulaciones finales se puede ver a continuación:

- Modelo elástico para el caso de control e hiperelástico para el resto.
- Presión externa de  $1650 [Pa]$ .
- Solver: Mechanical APDL.
- Número de pasos: 1
- Tiempo final de paso:  $1.8 [s]$ .
- Número de sub-pasos: 1
- Integración de tiempo: Activada.
- Grandes deformaciones: Activado.
- Tasa de disipación de energía:  $1e^{-4}$

## 5.3. Simulaciones de interacción fluido-estructura (FSI)

La simulación FSI requiere que ambos dominios sean configurados de forma independiente en sus respectivos módulos. Respecto de las configuraciones utilizadas en las pruebas de malla, los cambios más importantes son que en Fluent, se activa la opción de Dynamic Mesh, lo cual permite la realización del proceso de remallado necesario en una simulación FSI de dos vías. Las configuraciones de Dynamic Mesh son las siguientes:

- Smoothing: Spring/Laplace/Boundary Layer.
  - Spring Constan Factor: 0.1
  - Convergence Tolerance: 0.001
  - Number of iterations: 20
- Remeshing: Local Cell, Local Face y Region Zone.
  - Maximum Cell Skewness: 0.95
  - Maximum Face Skewness: 0.7
  - Size Remeshing Interval: 5

Además de esto, se crean las zonas de Dynamic Mesh:

- System Coupling: Tanto en el aneurisma como en el resto de la pared arterial.
- Deforming: En el interior.
- Estabilización basada en coeficiente: 0.9

Por otro lado, en Transient Structural se remueve la presión interna utilizada en el caso de las pruebas de malla y se crean las zonas de interfaz FSI tanto para la pared arterial sana como para el aneurisma.

### 5.3.1. Configuraciones System Coupling

- Tipo: Dos vías, se crean Data Transfers en ambas direcciones.
- Paso de tiempo: 0.0005 [s].
- Tiempo de simulación: 1.8 [s].
- Iteraciones mínimas: 1
- Iteraciones máximas: 20

# Capítulo 6

## Resultados

A continuación se presentan los resultados principales obtenidos al realizar las simulaciones para cada caso estudiado, entre los cuales se incluyen la distribución del WSS presentado en la ecuación 2.5.1, el promedio en el aneurisma,  $WSS_a$ , en modo de gráfico y obtenido de la ecuación 2.5.2, el esfuerzo de Von Mises calculado mediante la ecuación 2.7.1, entre otros. Debido a que la zona más importante es la del aneurisma, en el caso de los parámetros fluidodinámicos mostrados, se utiliza una leyenda que considere como rango máximo los resultados de dicha zona en la geometría original.

Por otro lado, debido a las limitaciones del componente estructural de Ansys, aquellos resultados de desplazamiento, deformación y esfuerzo de Von Mises son presentados con una leyenda que considera el máximo entre los casos representados de manera global para aquellas figuras con las geometrías completas y de manera local para aquellas figuras donde sólo se muestra el aneurisma, con excepción para la comparación de modelos elásticos debido a que los máximos se ubican en el aneurisma.

### 6.1. Comparación de modelo hiperelástico y elástico

Dado que no existen grandes diferencias en los parámetros fluidodinámicos, estos se dejan adjuntos en el anexo B. Los parámetros estructurales se pueden ver a continuación:

### 6.1.1. Diástole

#### Desplazamiento

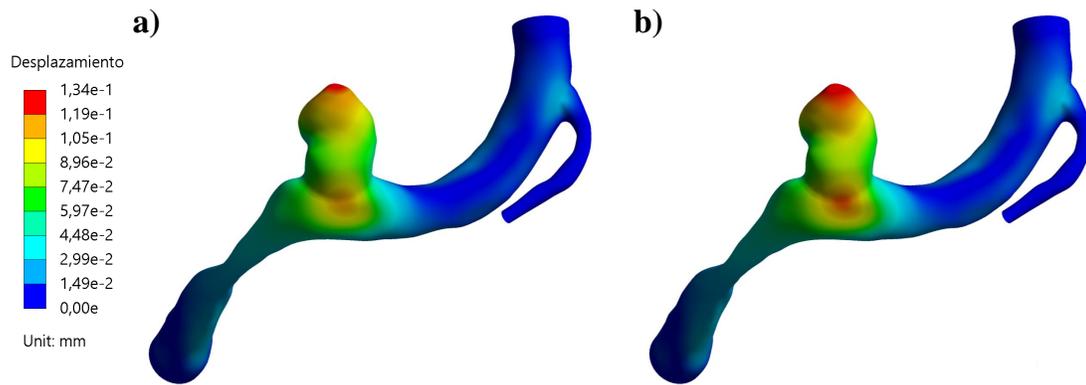


Figura 6.1: Distribución de desplazamiento para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Deformación

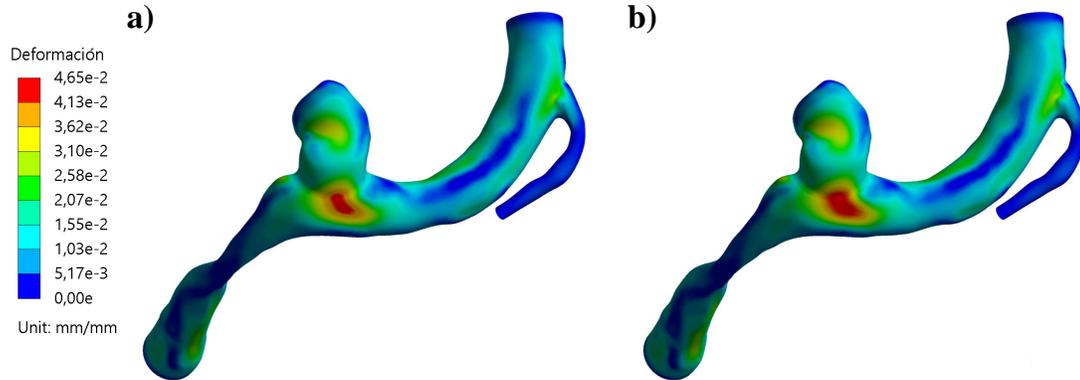


Figura 6.2: Distribución de deformación para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Esfuerzo de Von Mises

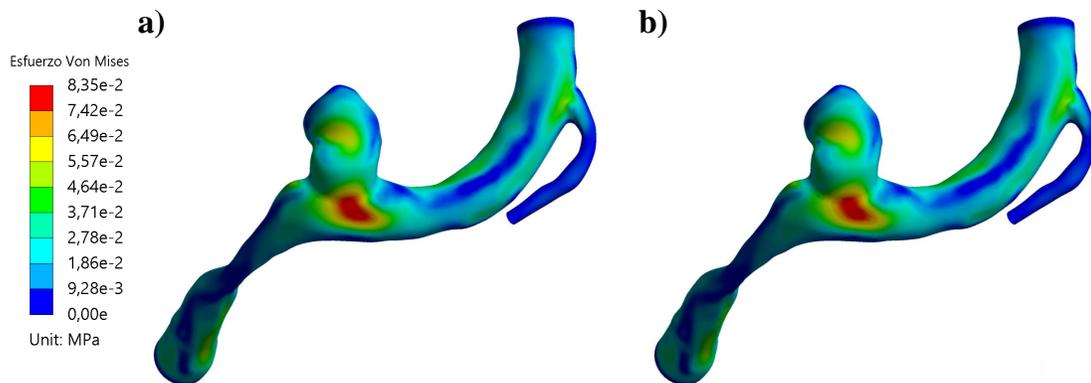


Figura 6.3: Distribución del esfuerzo de Von Mises para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## 6.1.2. Sístole

### Desplazamiento

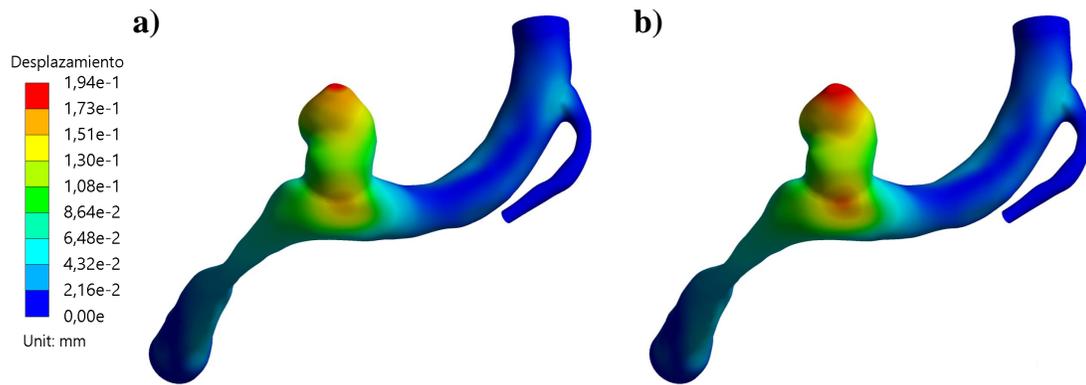


Figura 6.4: Distribución de desplazamiento para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Deformación

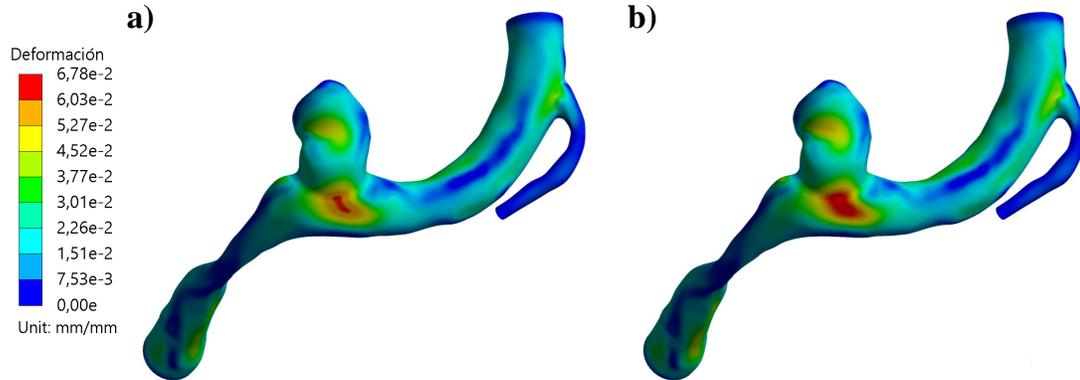


Figura 6.5: Distribución de deformación para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Esfuerzo de Von Mises

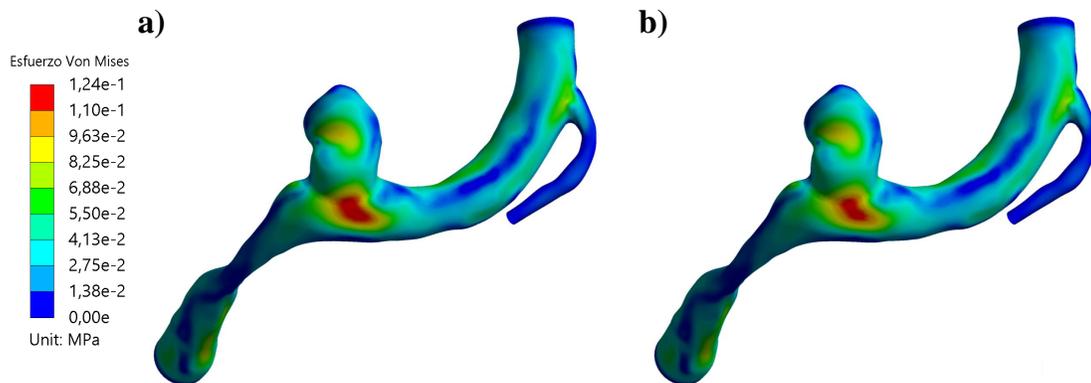


Figura 6.6: Distribución del esfuerzo de Von Mises para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

Los valores máximos y promedios obtenidos para la diástole y la sístole en cada caso, junto a su diferencia porcentual considerando el caso hiperelástico como la referencia, se ven a continuación:

Tabla 6.1: Comparación de resultados del WSS del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	WSS [Pa]			
	Diástole		Sístole	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	140.78	15.71	254.48	33.50
Lineal	129.48	15.38	239.41	32.60
Diferencia	-8.30 %	-2.10 %	-5.92 %	-2.69 %

Tabla 6.2: Comparación de resultados de presión del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	Presión [Pa]			
	Diástole		Sístole	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	11720.2	11382.6	17746.7	16817.5
Lineal	11711.4	11376.6	17730.7	16799.2
Diferencia	-0.08 %	-0.05 %	-0.09 %	-0.11 %

Tabla 6.3: Comparación de resultados del TAWSS y OSI del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	TAWSS [Pa]		OSI [-]	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	174.46	20.72	0.13	0.0023
Lineal	162.32	20.16	0.24	0.0025
Diferencia	-6.96 %	-2.70 %	84.62 %	8.70 %

Tabla 6.4: Comparación de resultados de desplazamiento del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	Desplazamiento total [mm]			
	Diástole		Sístole	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	0.126	0.070	0.179	0.100
Lineal	0.134	0.074	0.194	0.108
Diferencia	7.01 %	6.47 %	8.35 %	7.57 %

Tabla 6.5: Comparación de resultados de deformación del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	Deformación [mm/mm]			
	Diástole		Sístole	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	0.044	0.016	0.062	0.023
Lineal	0.047	0.017	0.068	0.025
Diferencia	7.02 %	7.74 %	9.71 %	9.52 %

Tabla 6.6: Comparación de resultados del esfuerzo de Von Mises del modelo hiperelástico y lineal.

Modelo	Esfuerzo de Von Mises [MPa]			
	Diástole		Sístole	
	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
Hiperelástico	0.0829	0.0288	0.1237	0.0438
Lineal	0.0822	0.0291	0.1198	0.0442
Diferencia	-0.84 %	1.04 %	-3.15 %	0.91 %

## 6.2. Efectos del grosor de pared

Similar al caso anterior, se muestran los resultados obtenidos tanto para el dominio fluido-dinámico como estructural al estudiar el efecto del grosor de pared, incluyendo la evolución temporal del WSSa, que se muestra en la última parte de la simulación, una vez que se eliminan los efectos de la inicialización.

### 6.2.1. Geometría GR-1

#### 6.2.1.1. Diástole

## Wall Shear Stress

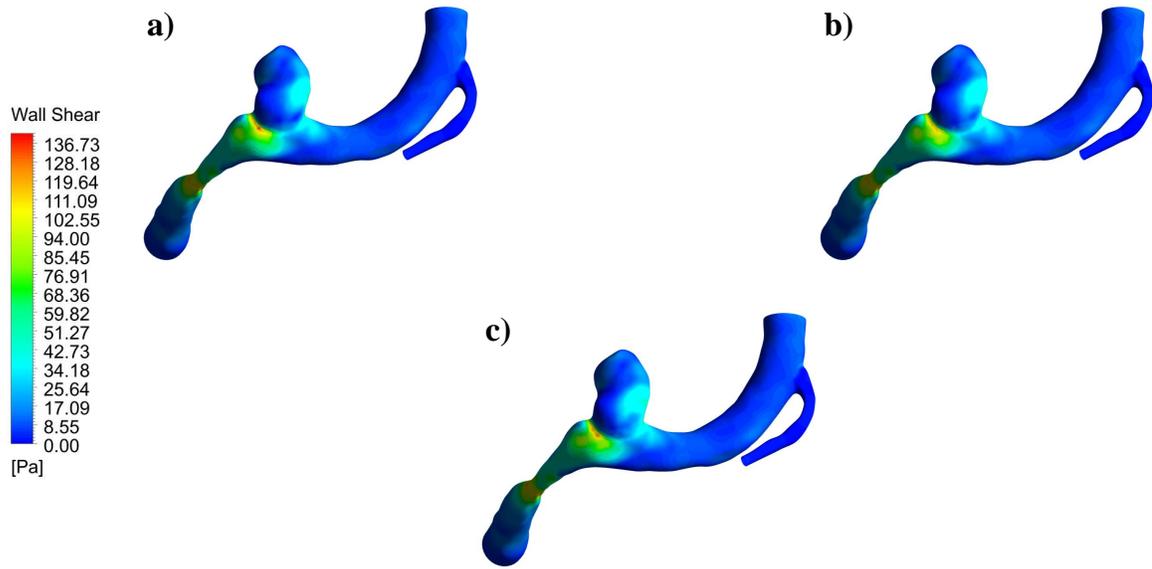


Figura 6.7: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Presión

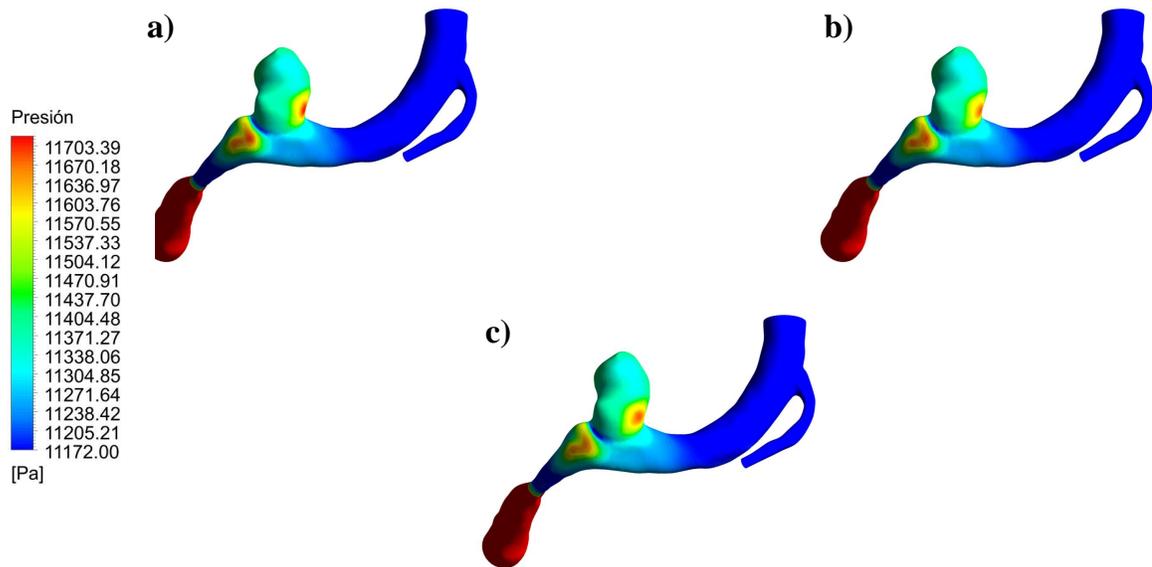


Figura 6.8: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Velocidad

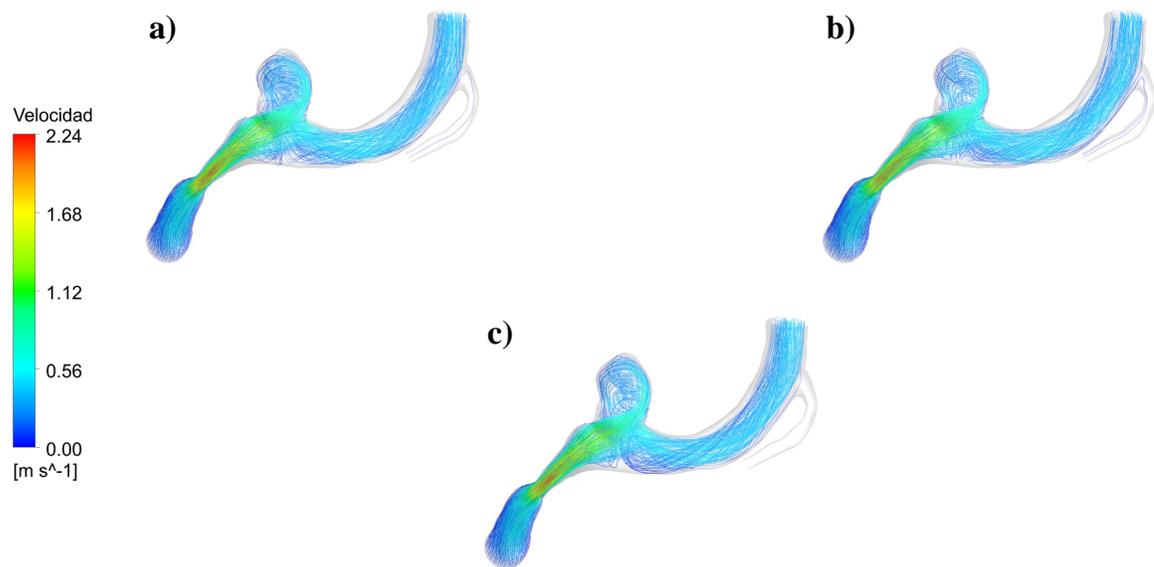


Figura 6.9: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Desplazamiento

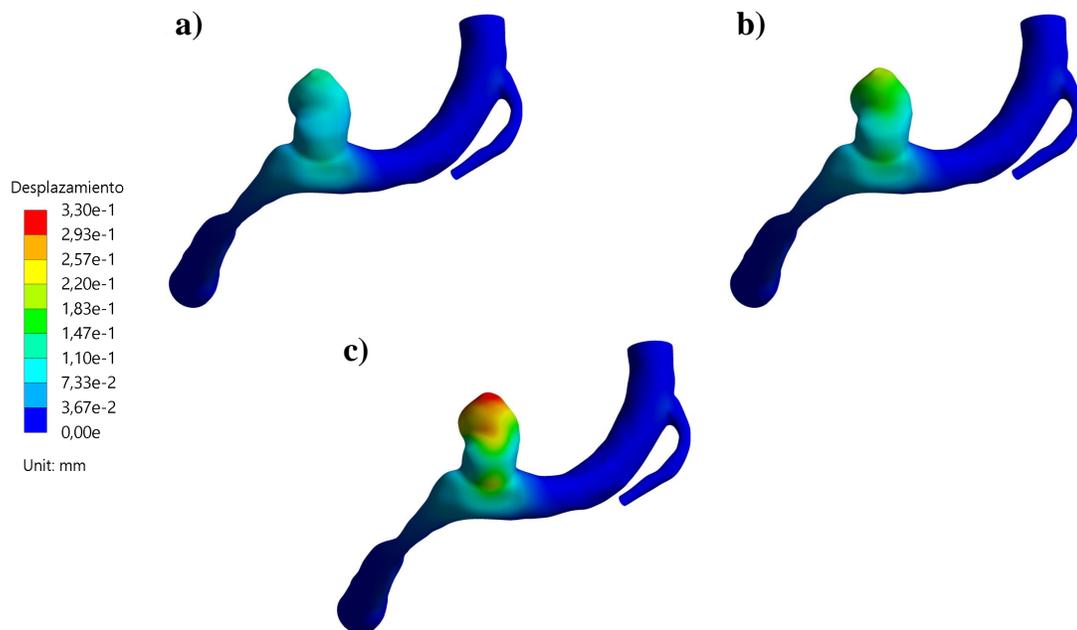


Figura 6.10: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

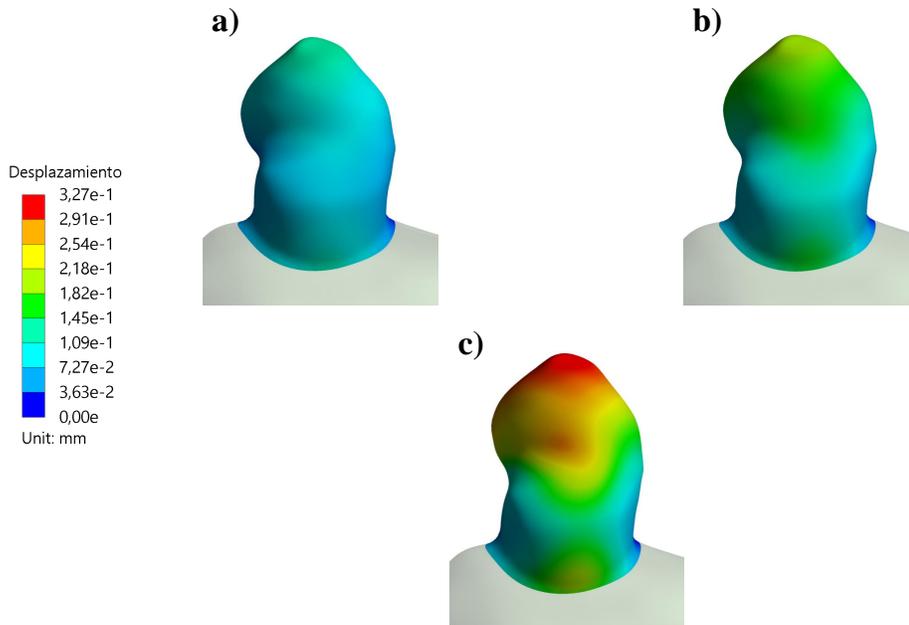


Figura 6.11: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Deformación

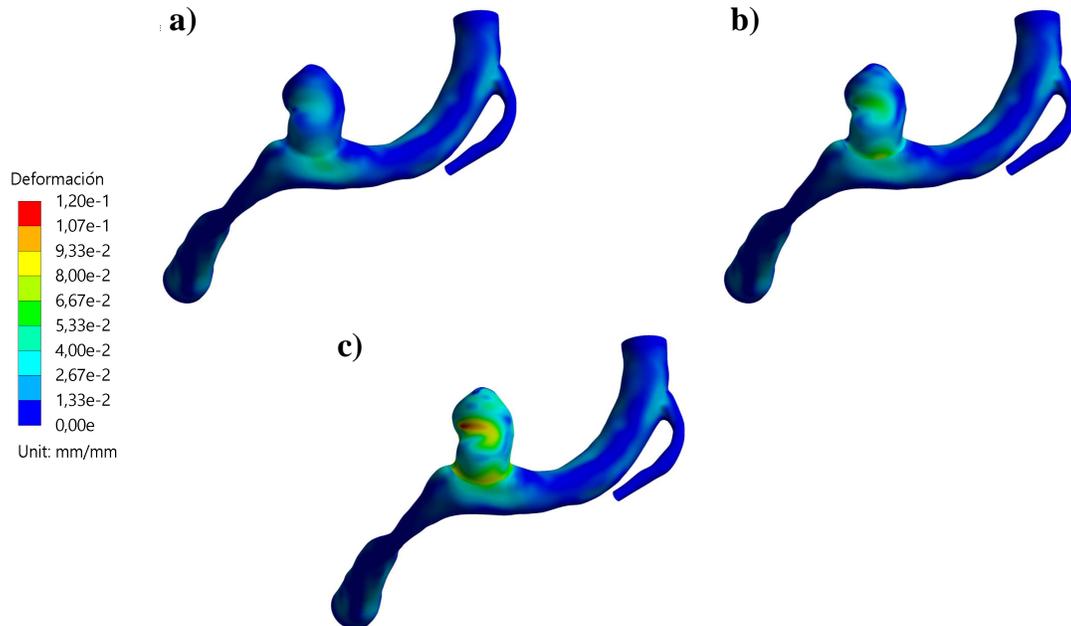


Figura 6.12: Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

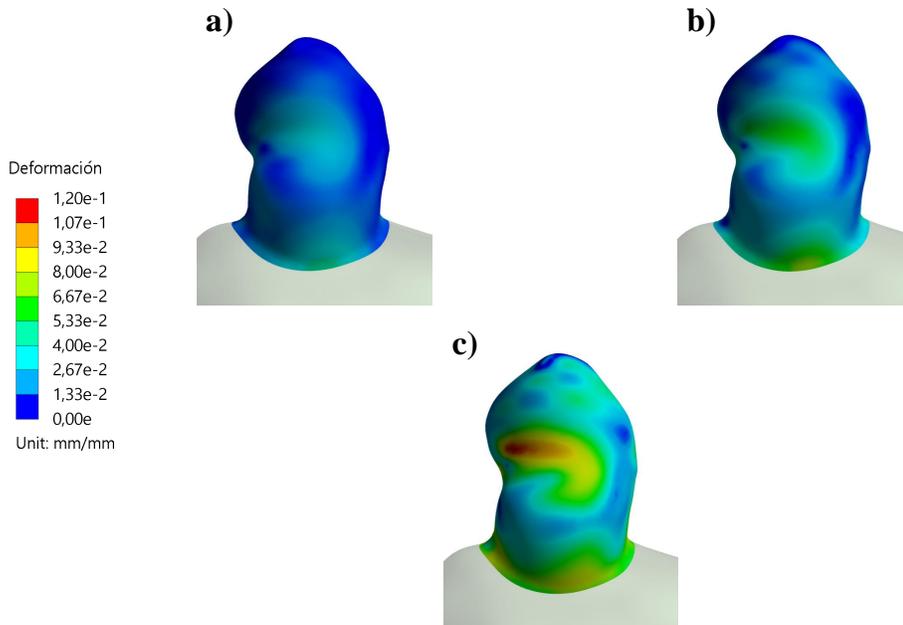


Figura 6.13: Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

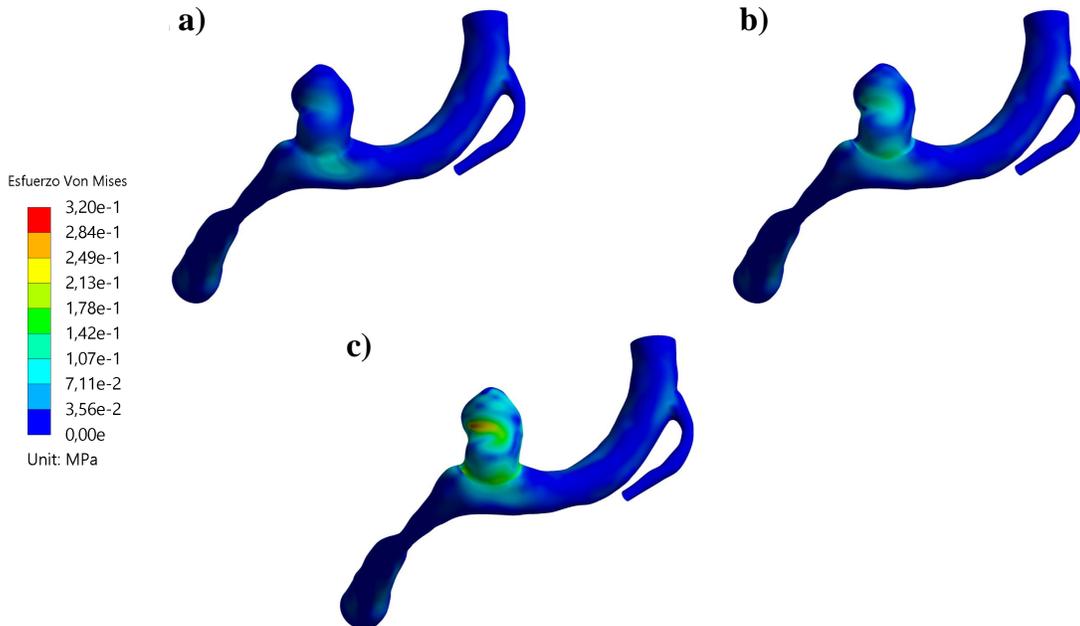


Figura 6.14: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

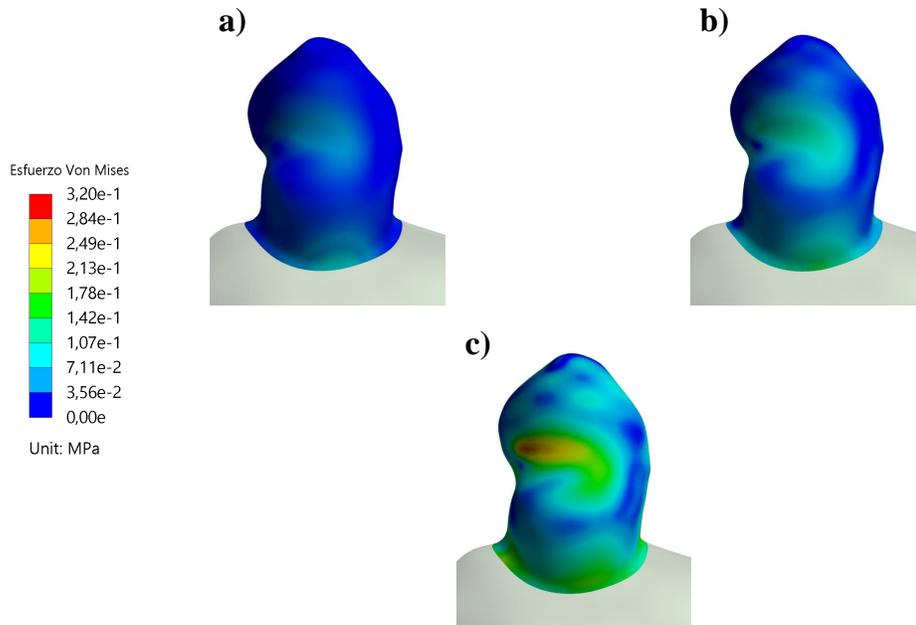


Figura 6.15: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### 6.2.1.2. Sístole

#### Wall Shear Stress

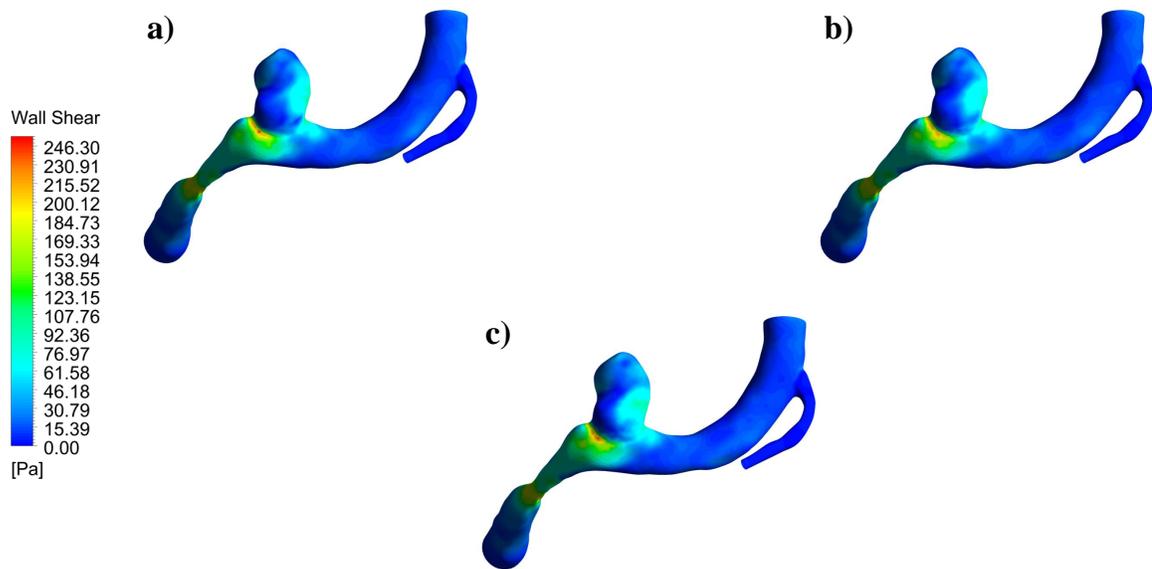


Figura 6.16: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Presión

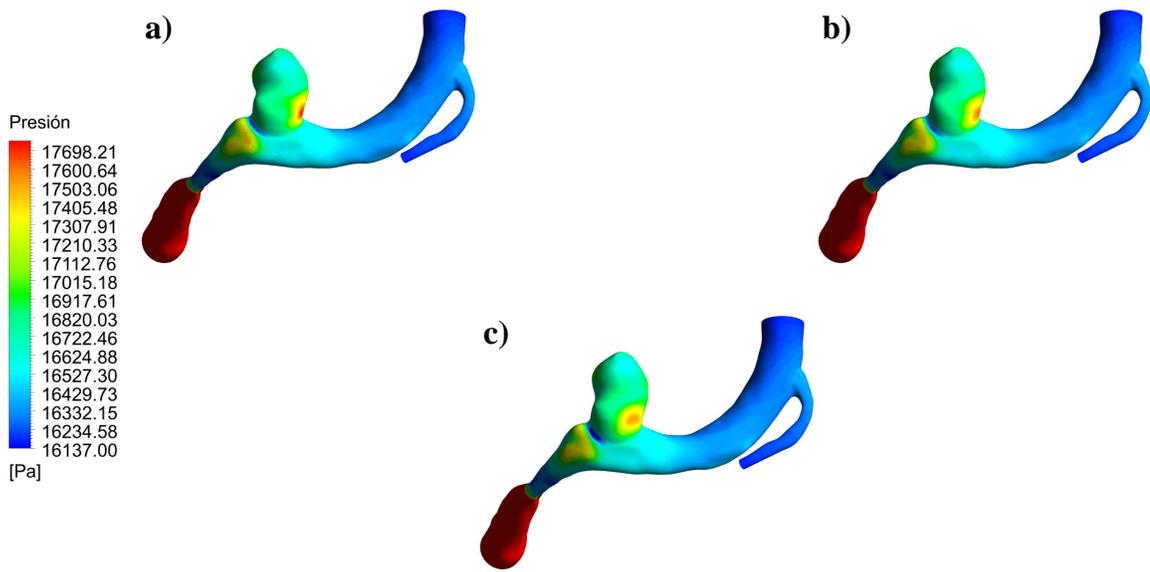


Figura 6.17: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Velocidad

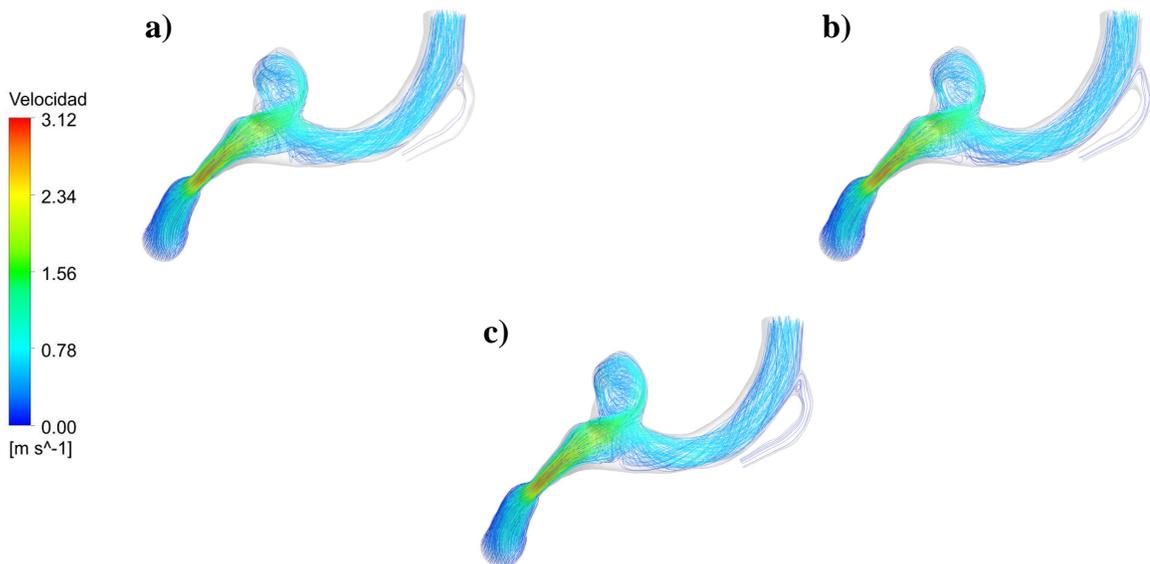


Figura 6.18: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Desplazamiento

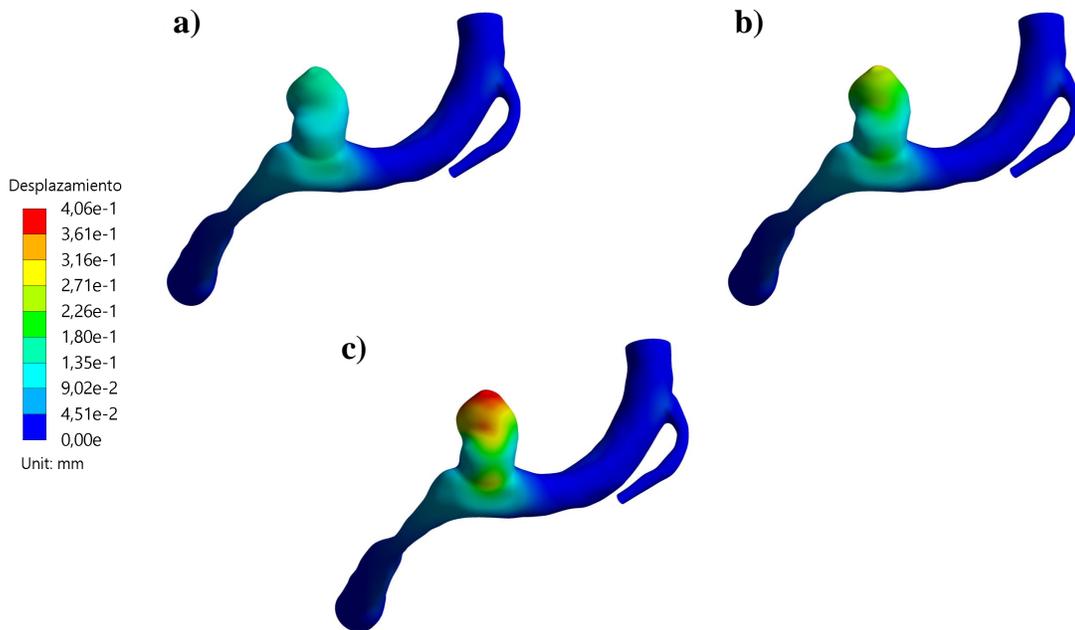


Figura 6.19: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

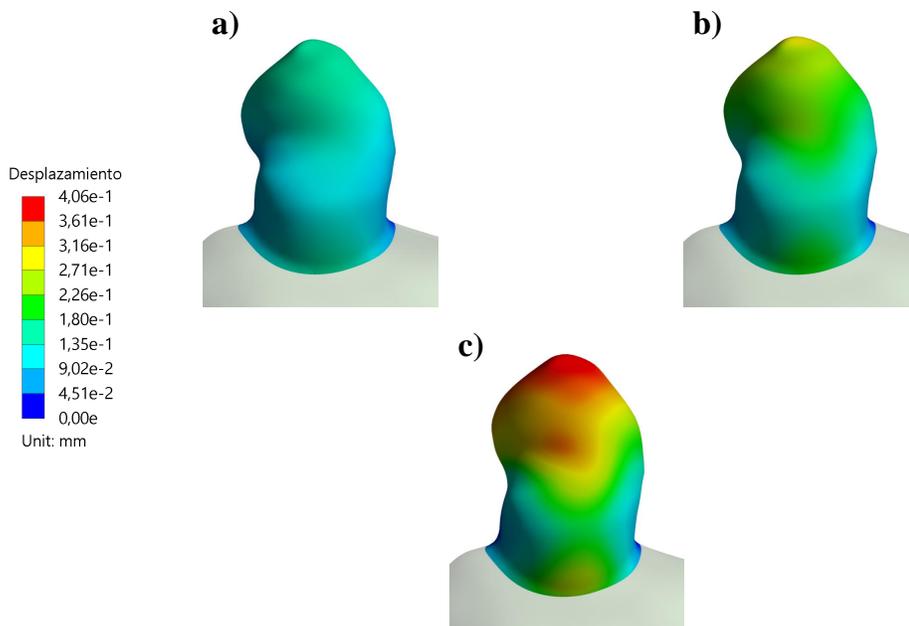


Figura 6.20: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Deformación

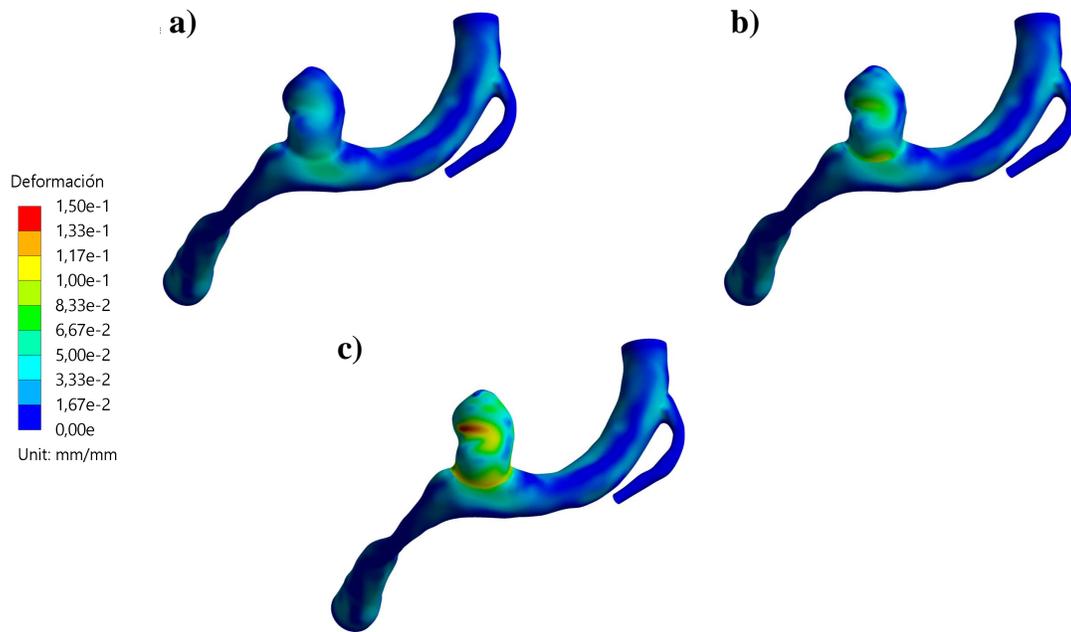


Figura 6.21: Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

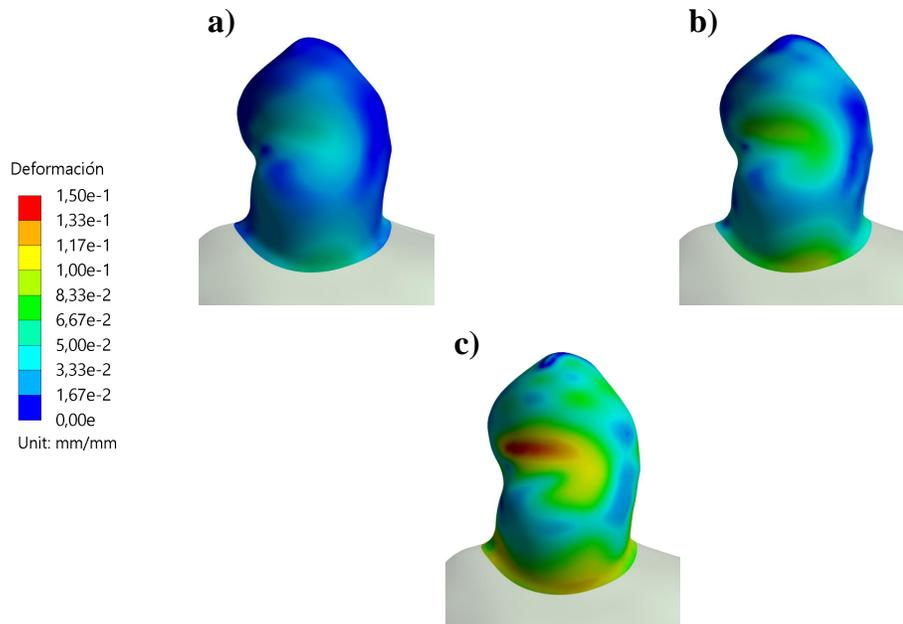


Figura 6.22: Distribución de deformación para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

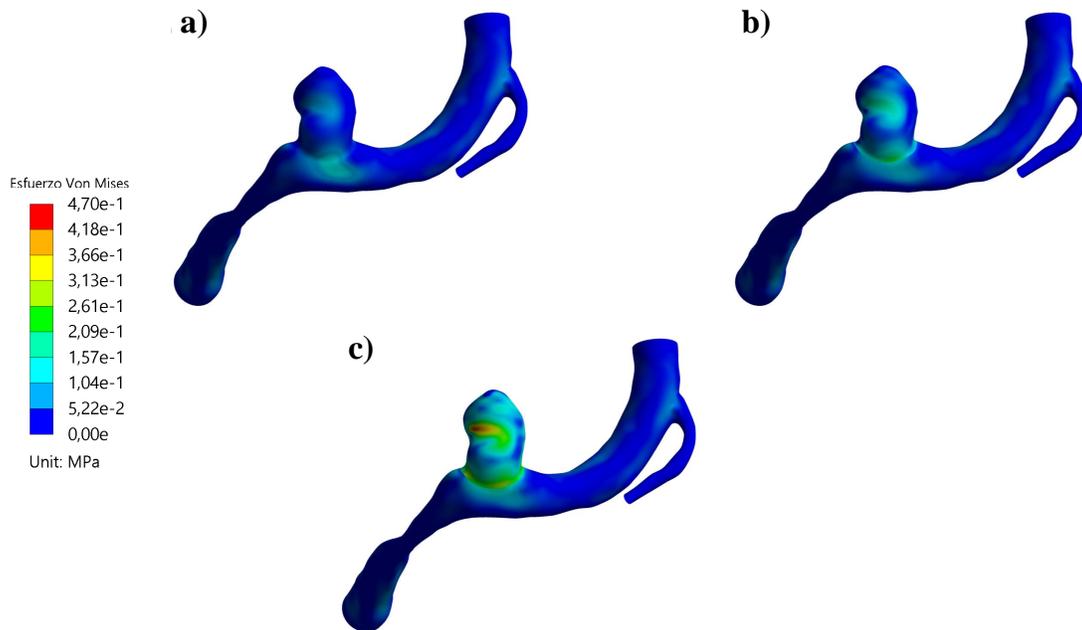


Figura 6.23: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

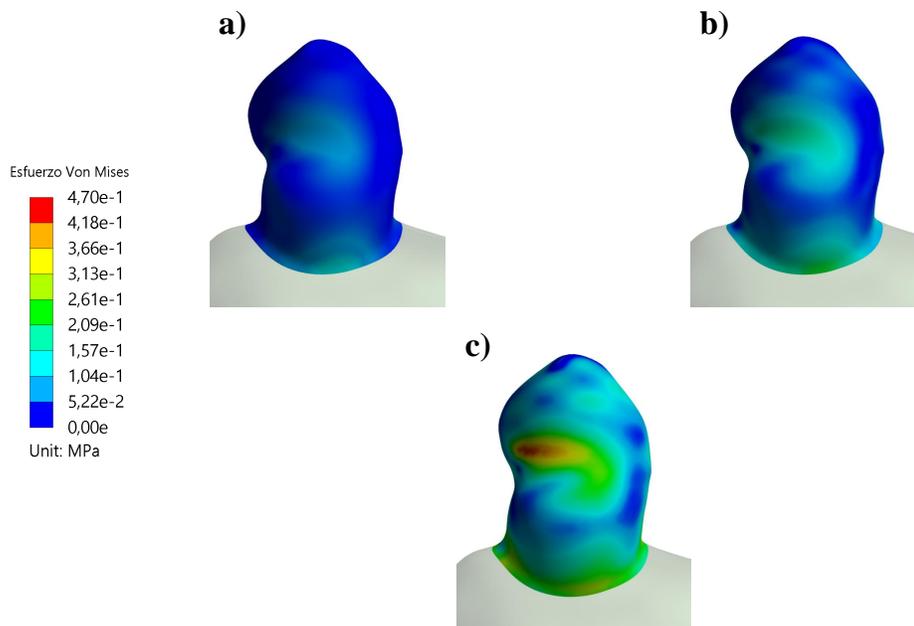


Figura 6.24: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### 6.2.1.3. TAWSS

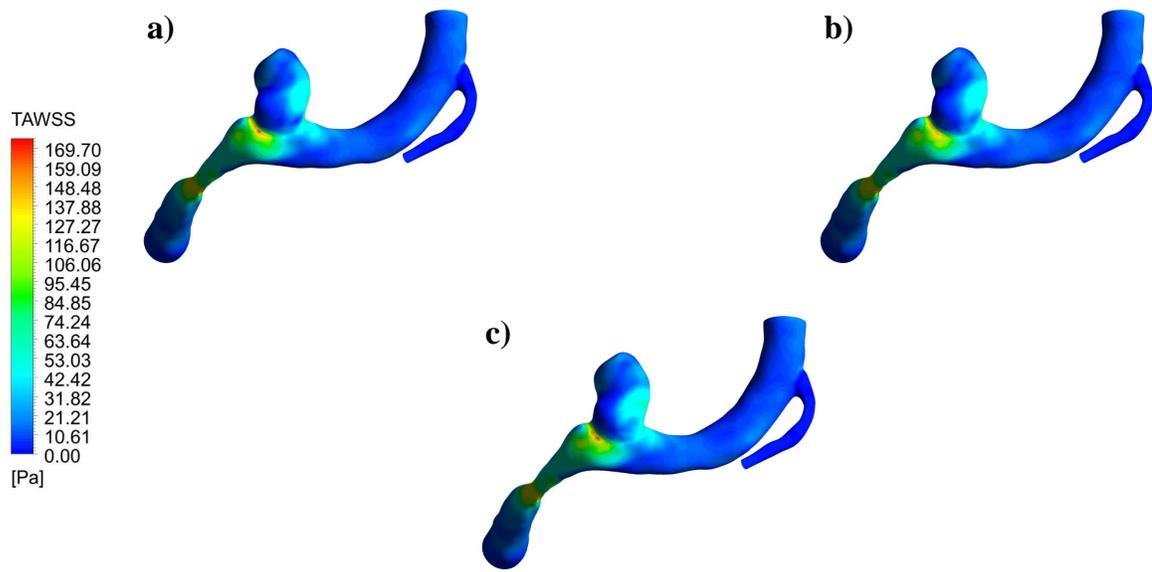


Figura 6.25: Distribución del TAWSS para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

### 6.2.1.4. OSI

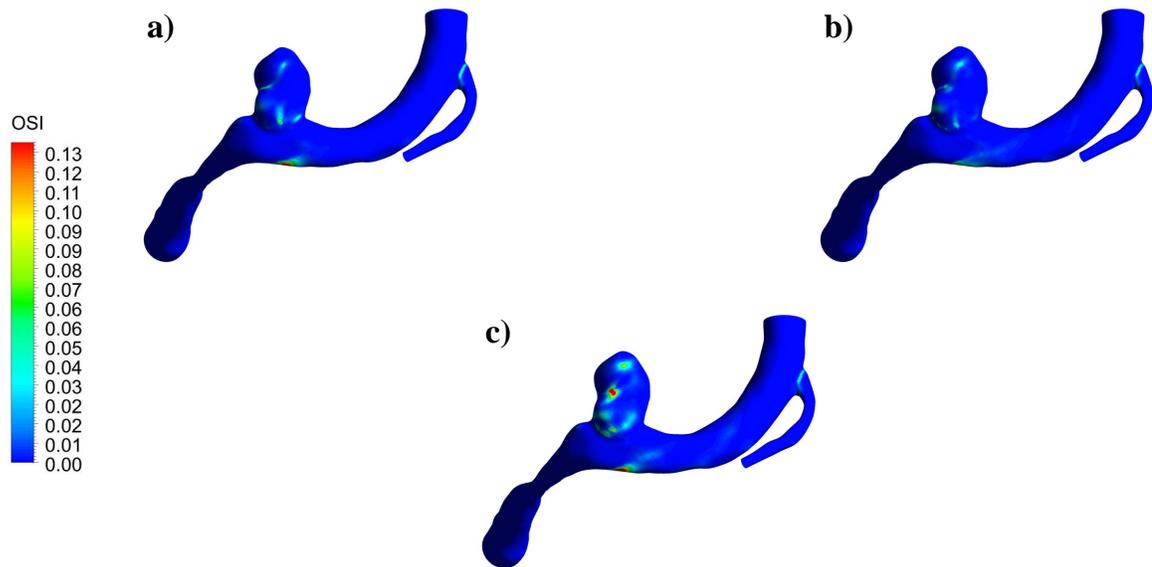


Figura 6.26: Distribución del OSI para las geometrías GR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

### 6.2.1.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

La evolución temporal del WSS promedio en el domo del aneurisma se muestra a continuación, donde se muestra la última parte de los ciclos simulados debido a que al comienzo existen efectos de la inicialización.

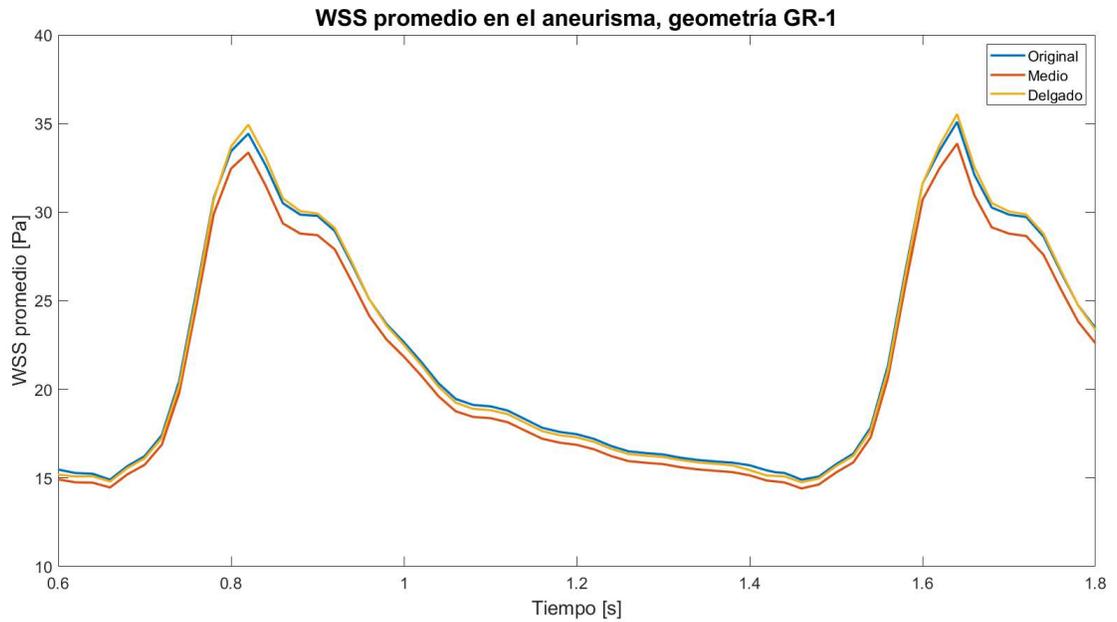


Figura 6.27: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-1.

## 6.2.2. Geometría GSR-1

### 6.2.2.1. Diástole

#### Wall Shear Stress

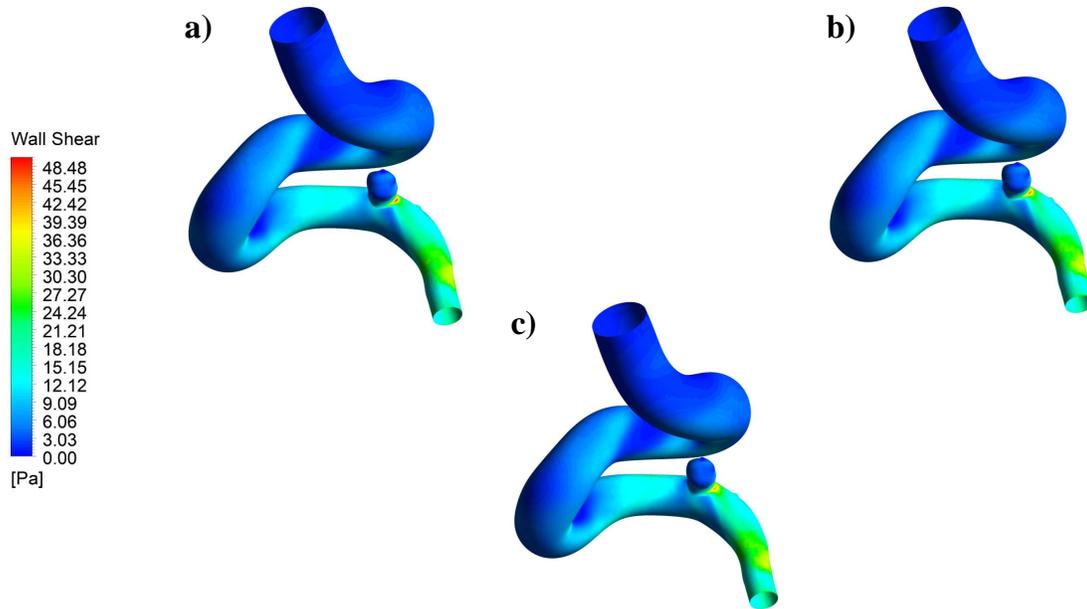


Figura 6.28: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Presión

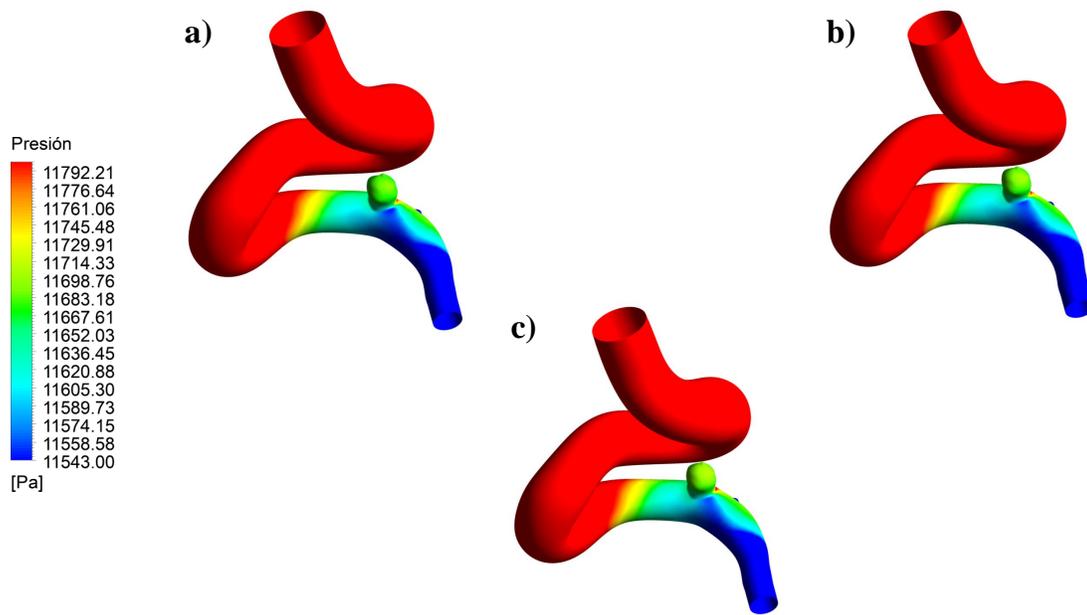


Figura 6.29: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Velocidad

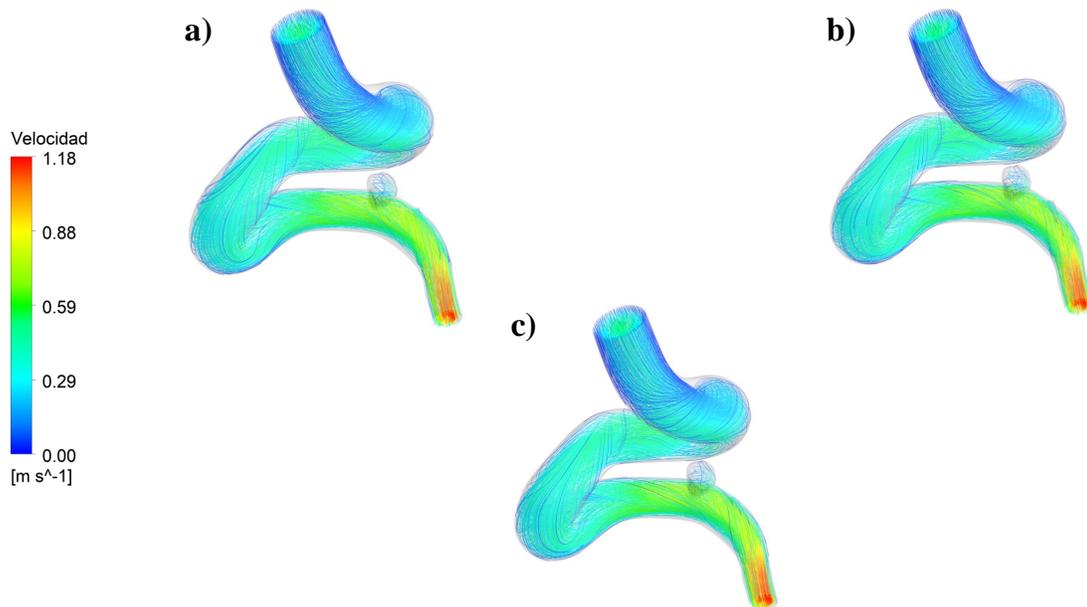


Figura 6.30: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Desplazamiento

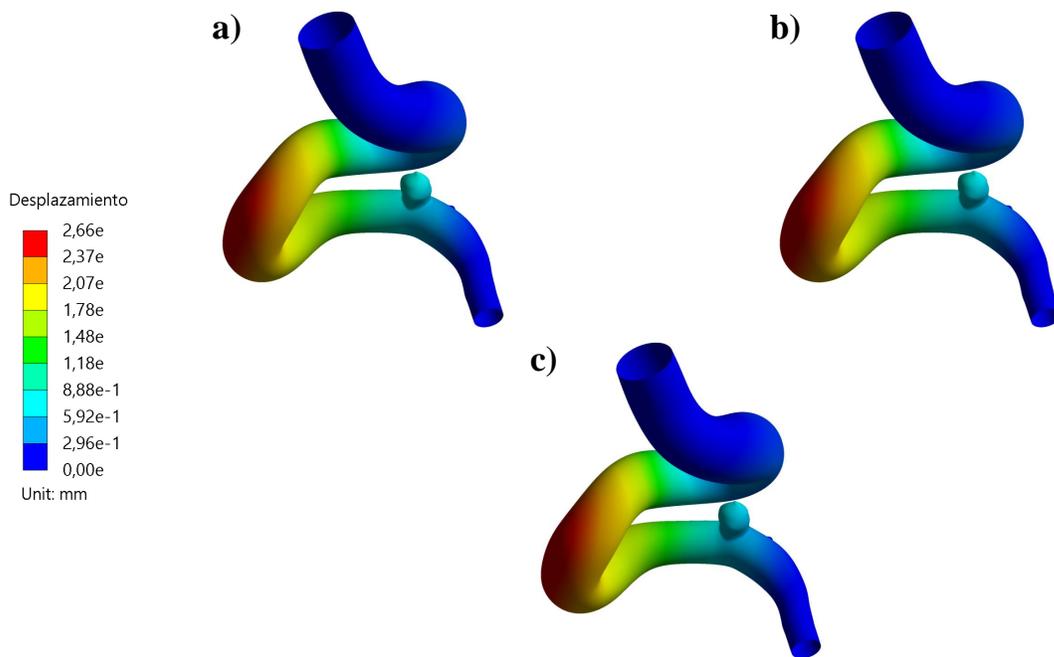


Figura 6.31: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

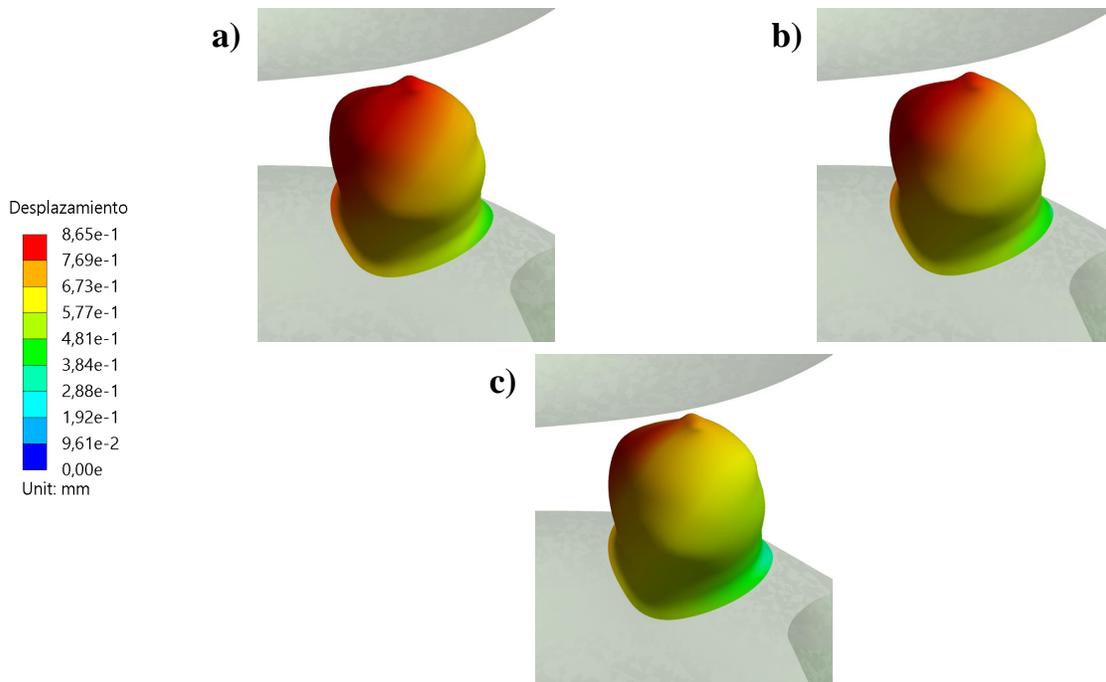


Figura 6.32: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Deformación

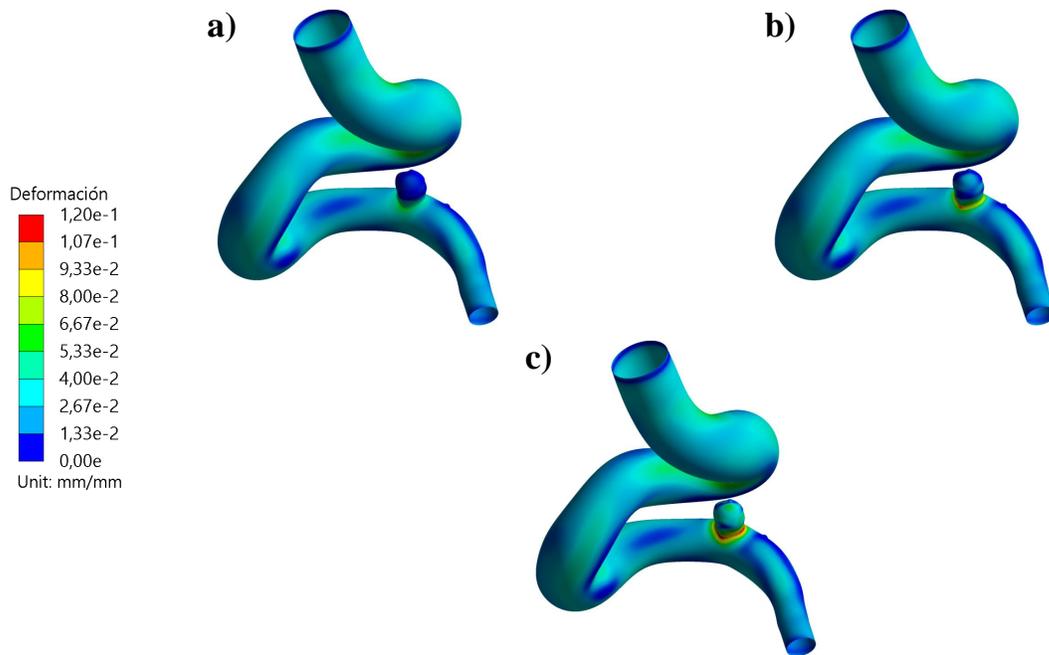


Figura 6.33: Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

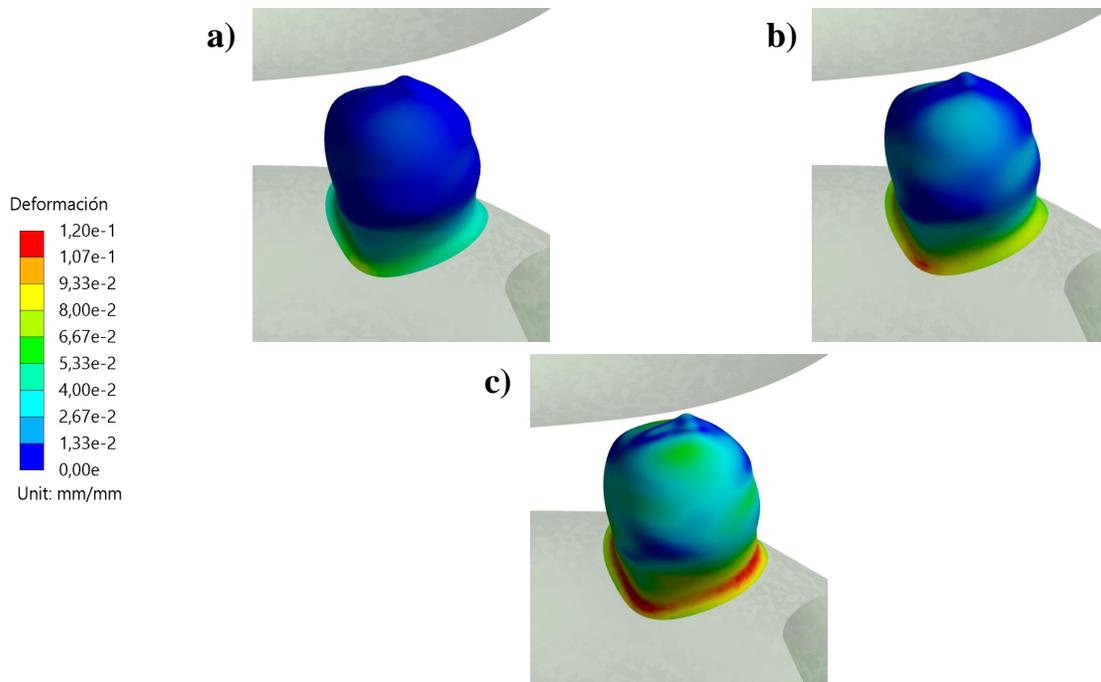


Figura 6.34: Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

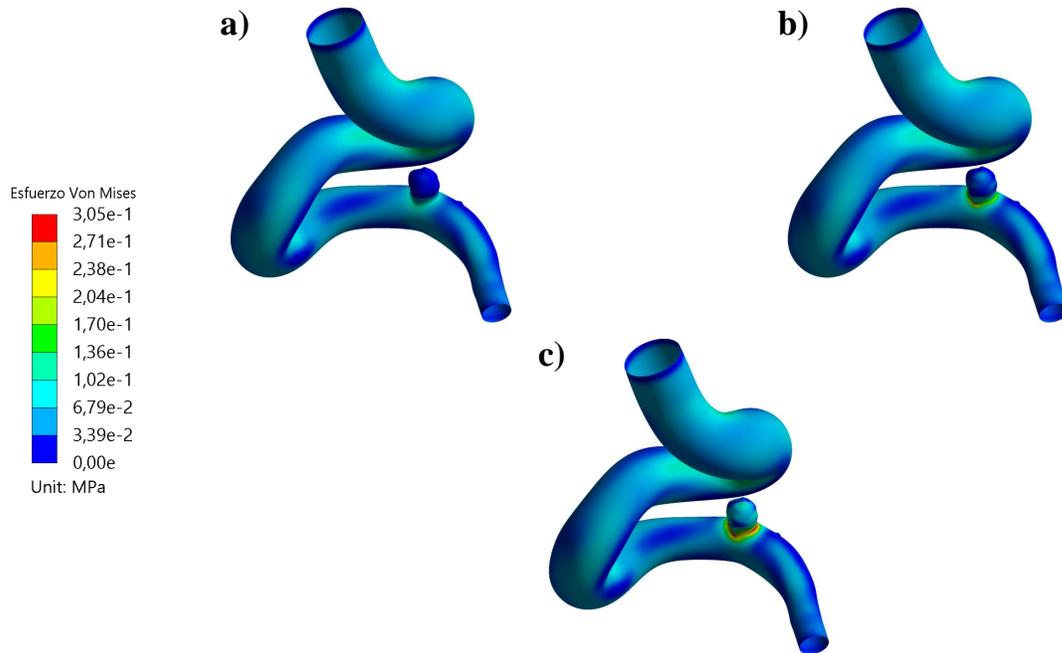


Figura 6.35: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

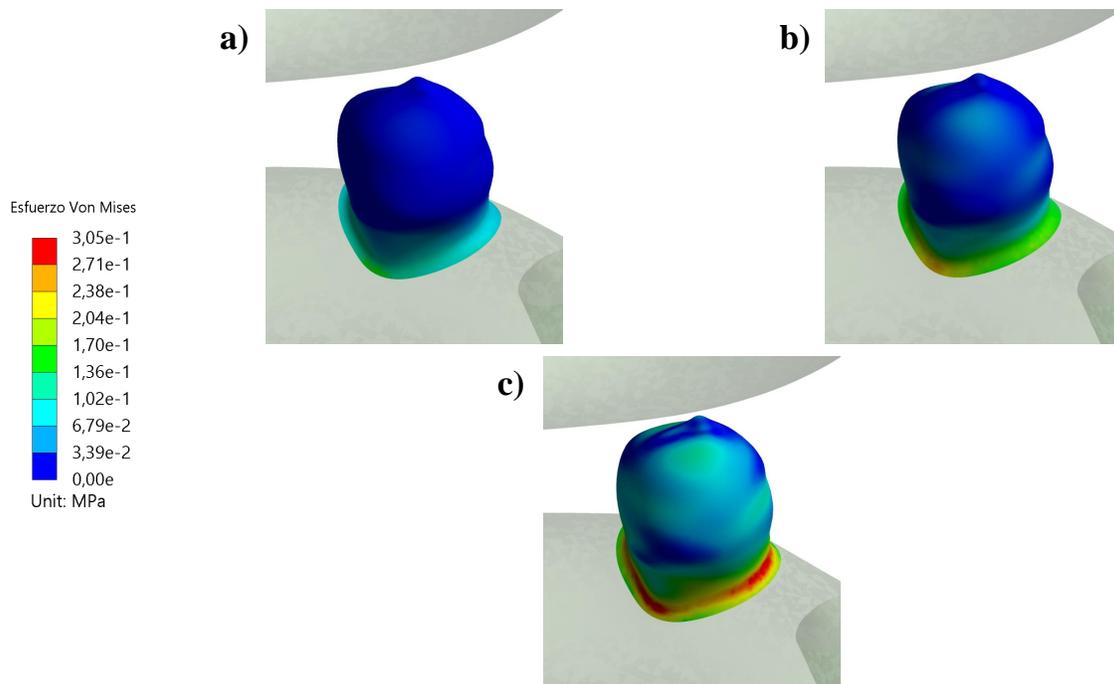


Figura 6.36: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### 6.2.2.2. Sístole

## Wall Shear Stress

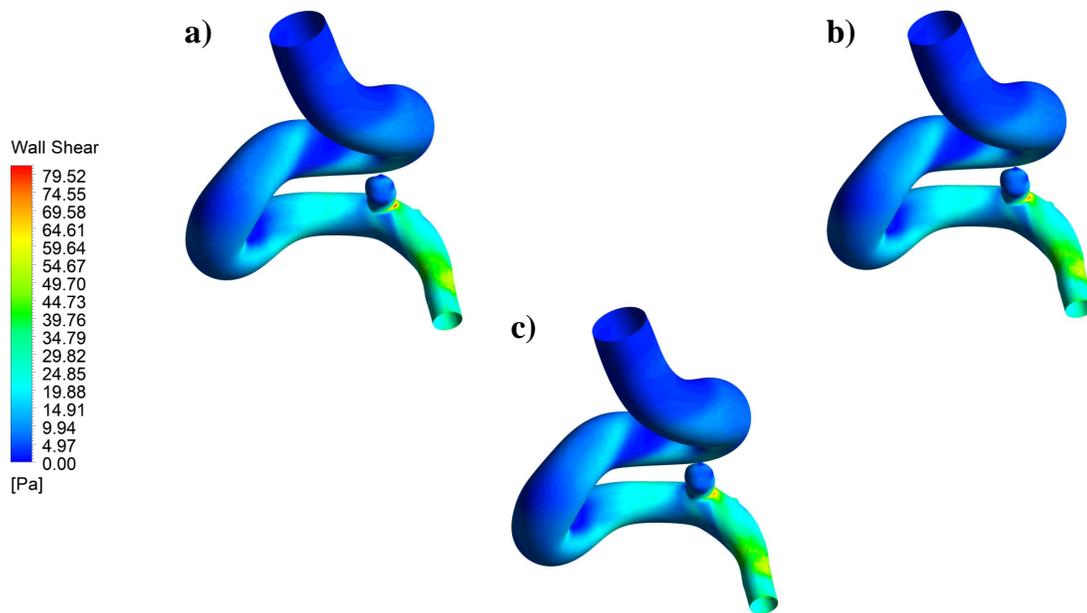


Figura 6.37: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Presión

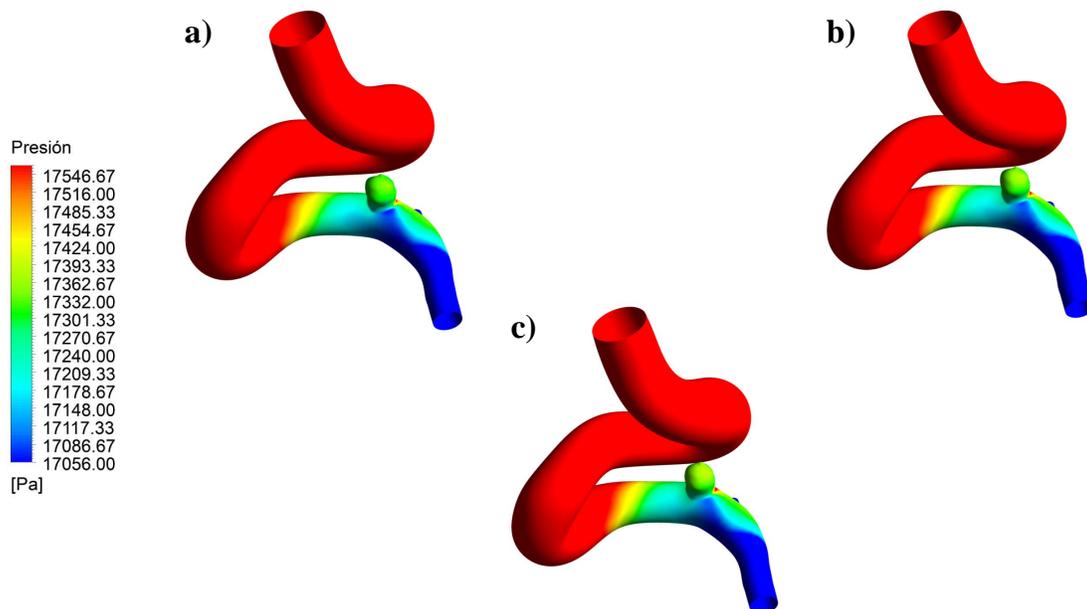


Figura 6.38: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Velocidad

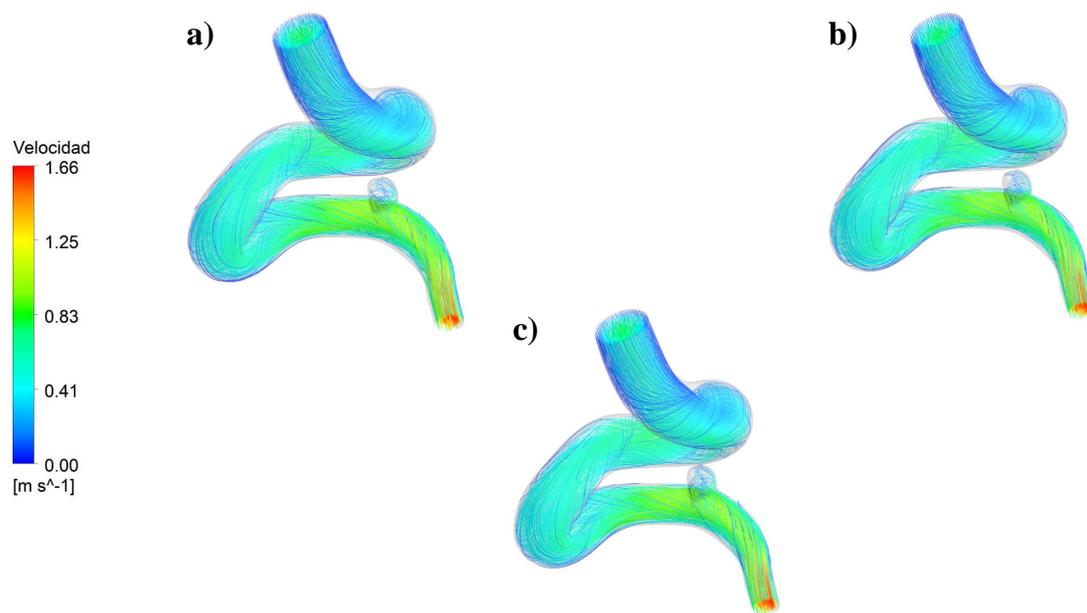


Figura 6.39: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

## Desplazamiento

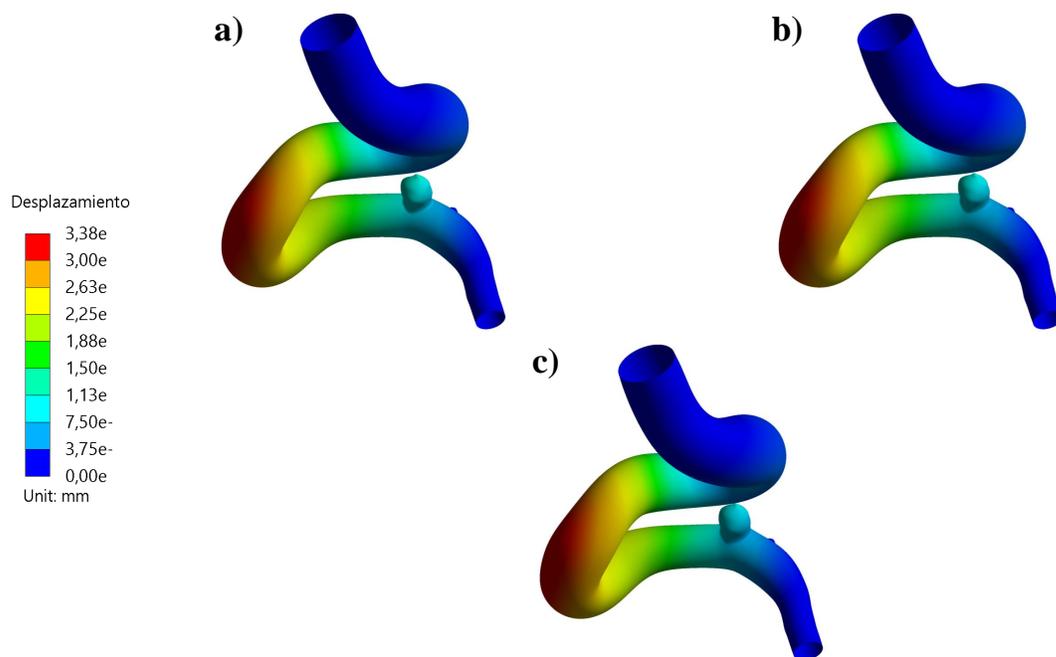


Figura 6.40: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

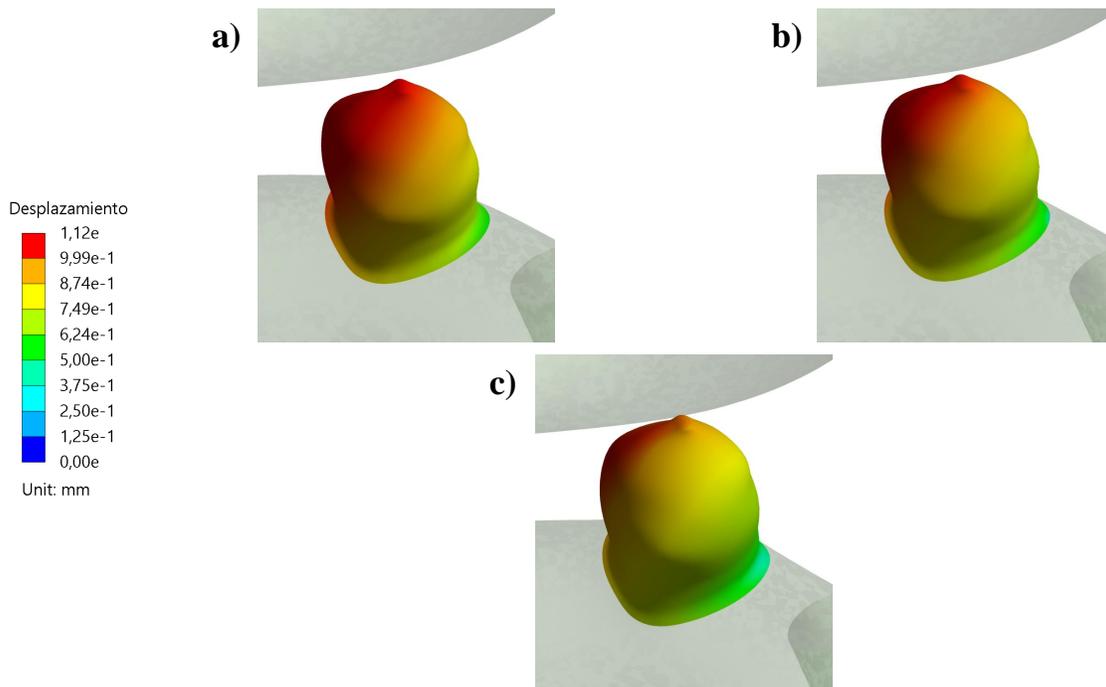


Figura 6.41: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

## Deformación

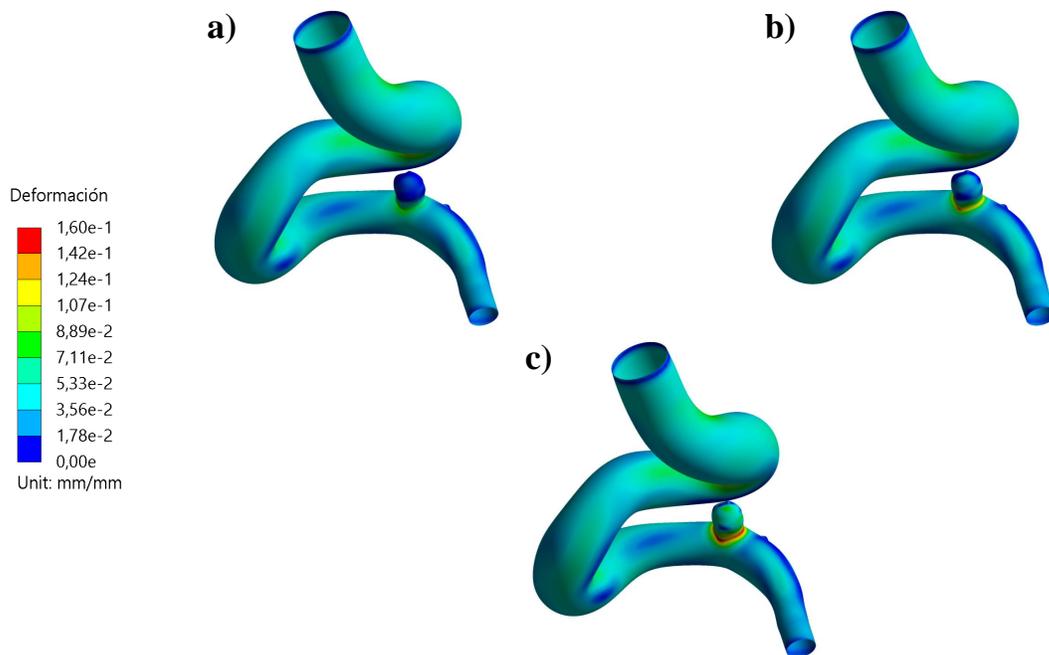


Figura 6.42: Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

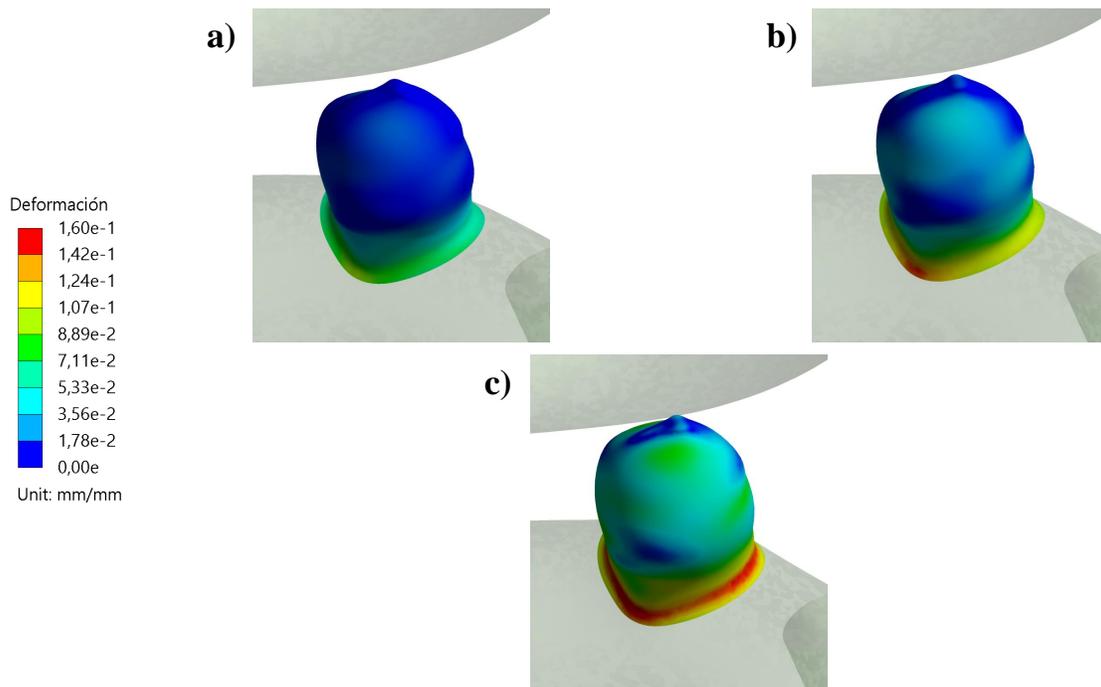


Figura 6.43: Distribución de deformación para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

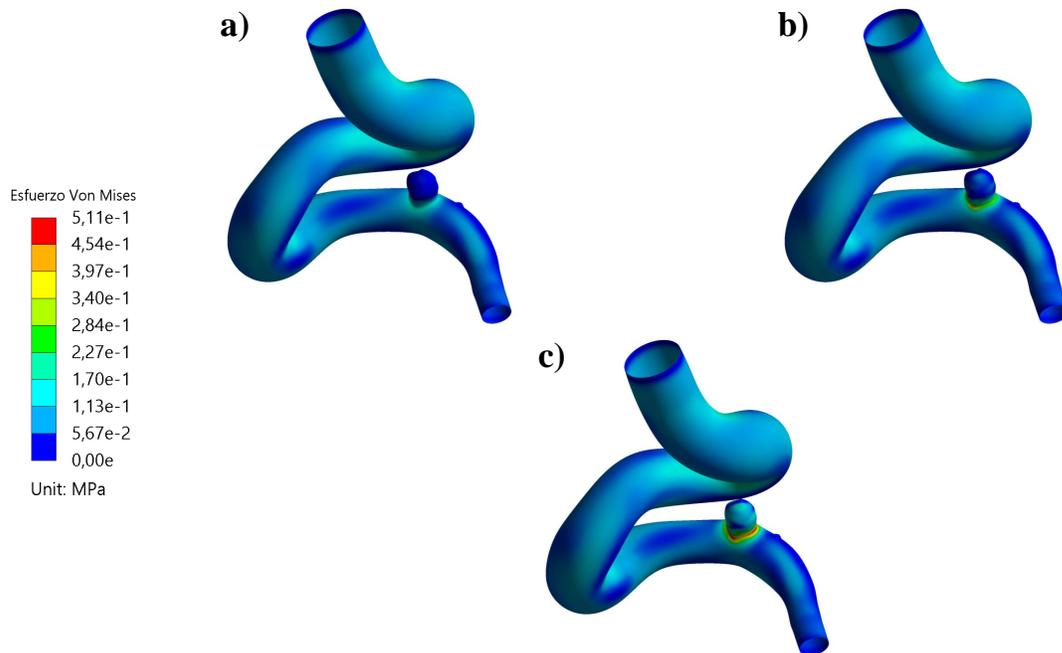


Figura 6.44: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

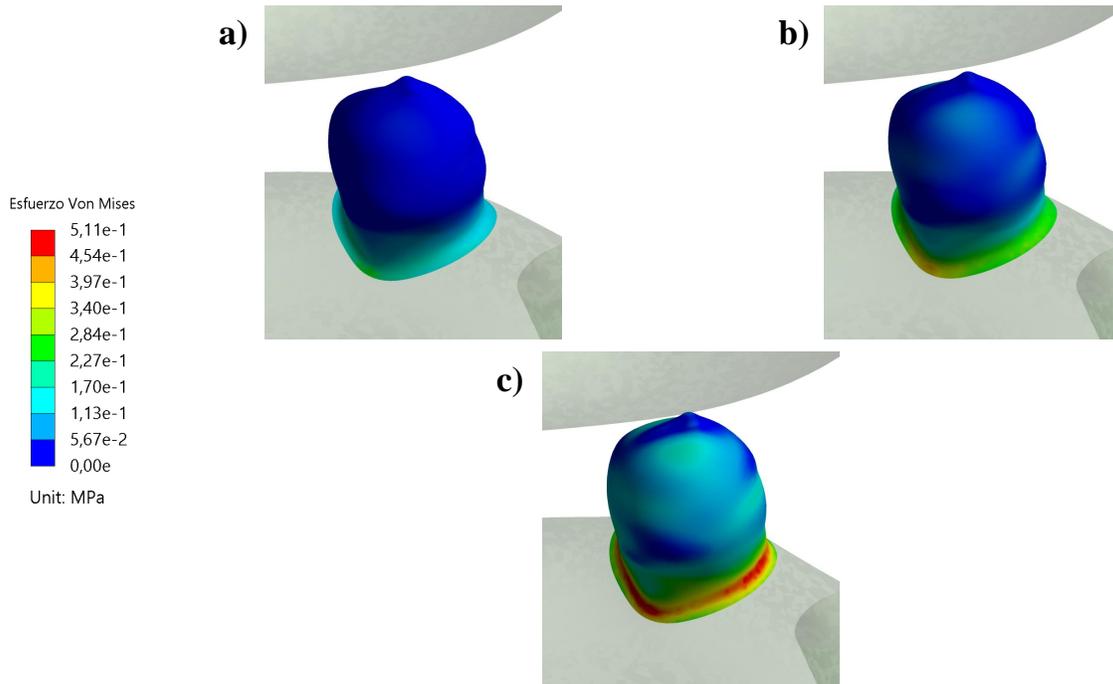


Figura 6.45: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado, en la zona del aneurisma.

### 6.2.2.3. TAWSS

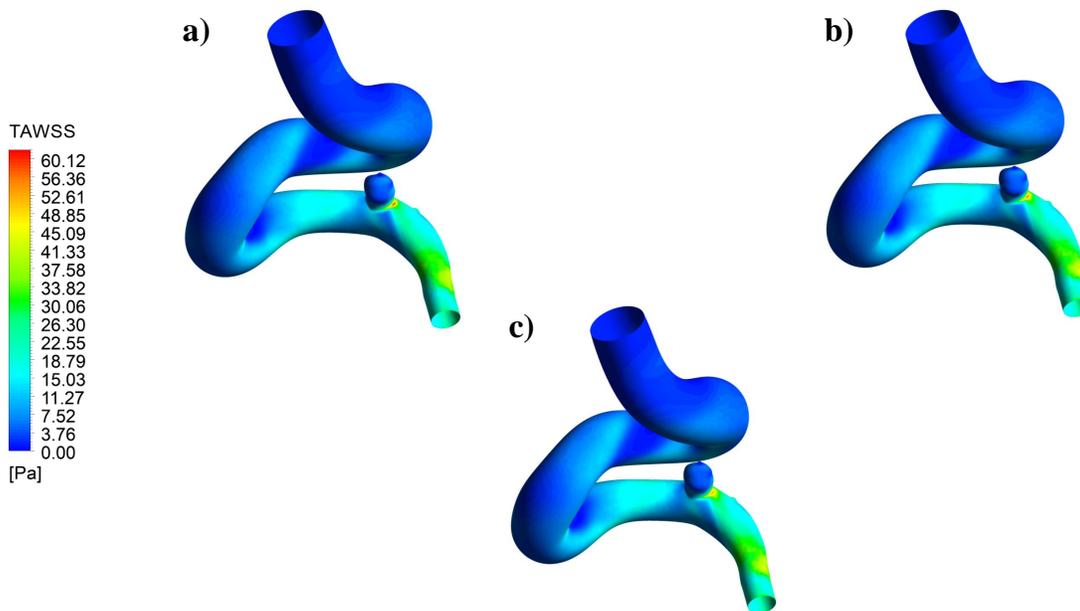


Figura 6.46: Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

#### 6.2.2.4. OSI

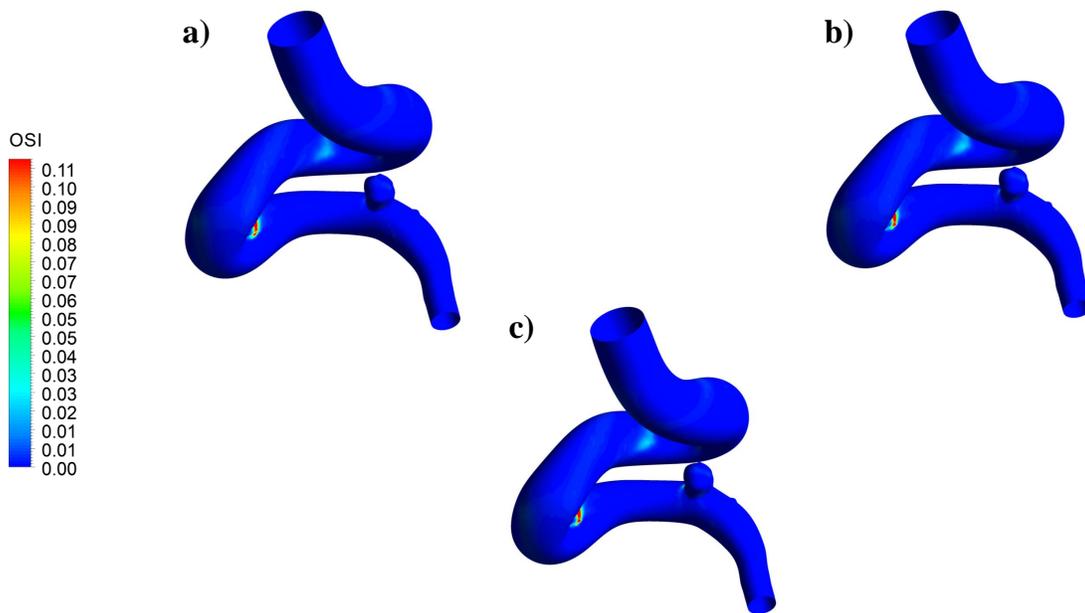


Figura 6.47: Distribución del OSI para las geometrías GSR-1 a) original, b) medio y c) delgado.

#### 6.2.2.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

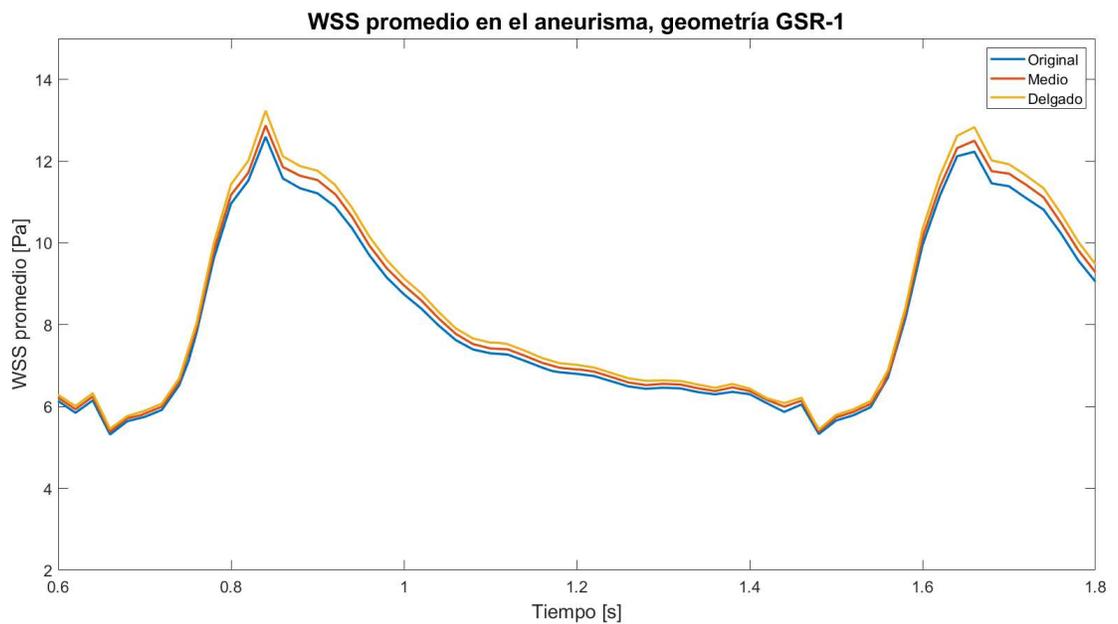


Figura 6.48: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GSR-1.

### 6.2.3. Resumen de resultados

Tabla 6.7: Resumen de WSS máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		WSS [Pa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	140.78	15.71	254.48	33.50
	Medio	115.87	15.15	229.12	32.50
	Delgado	127.90	15.44	236.84	33.80
GSR-1	Original	49.78	6.30	82.20	11.15
	Medio	48.37	6.38	78.52	11.37
	Delgado	46.43	6.44	75.16	11.64

Tabla 6.8: Resumen de presiones máximas y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Presión [Pa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	11720.2	11382.6	17746.7	16817.5
	Medio	11687.5	11378.4	17622.0	16814.9
	Delgado	11687.2	11386.0	17556.8	16827.0
GSR-1	Original	11799.4	11669.4	17562.1	17299.9
	Medio	11809.9	11672.7	17587.8	17309.9
	Delgado	11824.4	11676.9	17619.2	17316.9

Tabla 6.9: Resumen de TAWSS y OSI máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		TAWSS [Pa]		OSI [-]	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	174.46	20.72	0.13	0.0023
	Medio	148.25	20.02	0.09	0.0024
	Delgado	160.87	20.66	0.29	0.0045
GSR-1	Original	61.38	7.80	0.11	0.0024
	Medio	59.33	7.95	0.26	0.0031
	Delgado	56.74	8.10	0.28	0.0048

Tabla 6.10: Resumen de desplazamientos máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Desplazamiento total [mm]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	0.13	0.07	0.18	0.10
	Medio	0.21	0.11	0.28	0.15
	Delgado	0.33	0.17	0.41	0.22
GSR-1	Original	0.86	0.71	1.12	0.93
	Medio	0.82	0.68	1.07	0.88
	Delgado	0.76	0.63	0.99	0.82

Tabla 6.11: Resumen de deformaciones máximas y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Deformación [mm/mm]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	0.044	0.016	0.062	0.023
	Medio	0.074	0.027	0.100	0.039
	Delgado	0.120	0.048	0.150	0.067
GSR-1	Original	0.059	0.021	0.086	0.032
	Medio	0.100	0.036	0.140	0.052
	Delgado	0.120	0.055	0.160	0.078

Tabla 6.12: Resumen de esfuerzos de Von Mises máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Esfuerzo de Von Mises [MPa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Original	0.083	0.029	0.120	0.044
	Medio	0.160	0.051	0.250	0.079
	Delgado	0.320	0.100	0.470	0.160
GSR-1	Original	0.120	0.040	0.190	0.064
	Medio	0.230	0.073	0.380	0.120
	Delgado	0.310	0.120	0.510	0.200

### 6.3. Efectos del tamaño

Los mismos resultados anteriores se muestran esta vez para el estudio del efecto del tamaño:

#### 6.3.1. Geometría GR-2

##### 6.3.1.1. Diástole

Wall Shear Stress

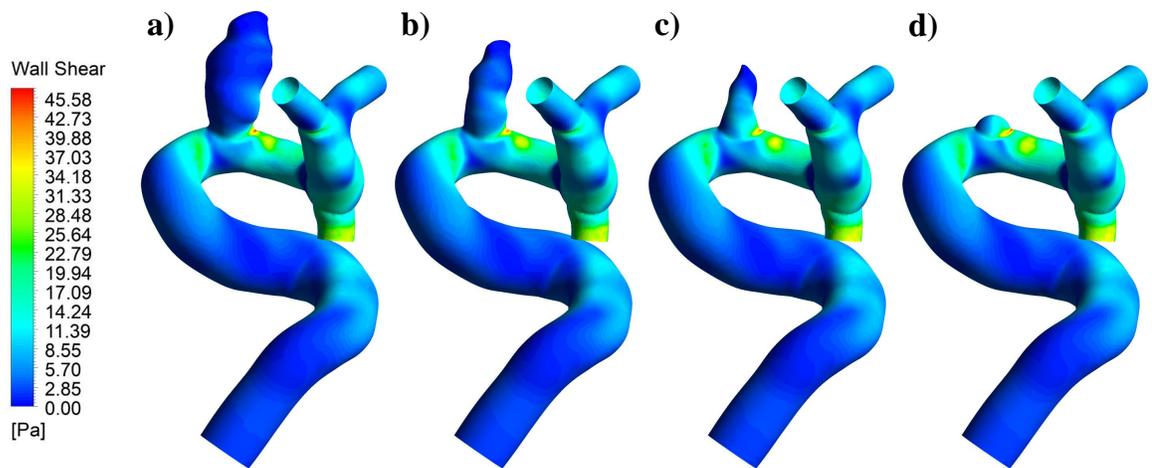


Figura 6.49: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Presión

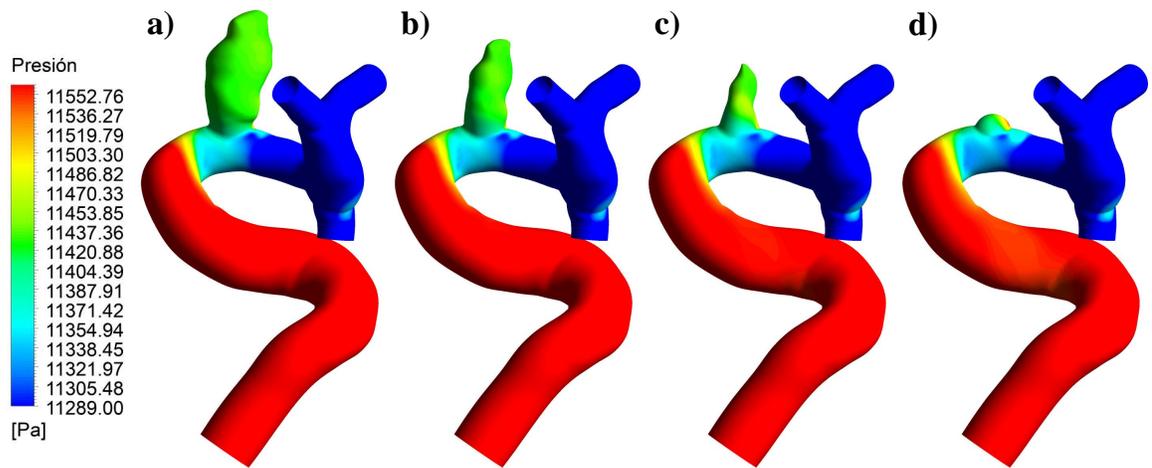


Figura 6.50: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Velocidad

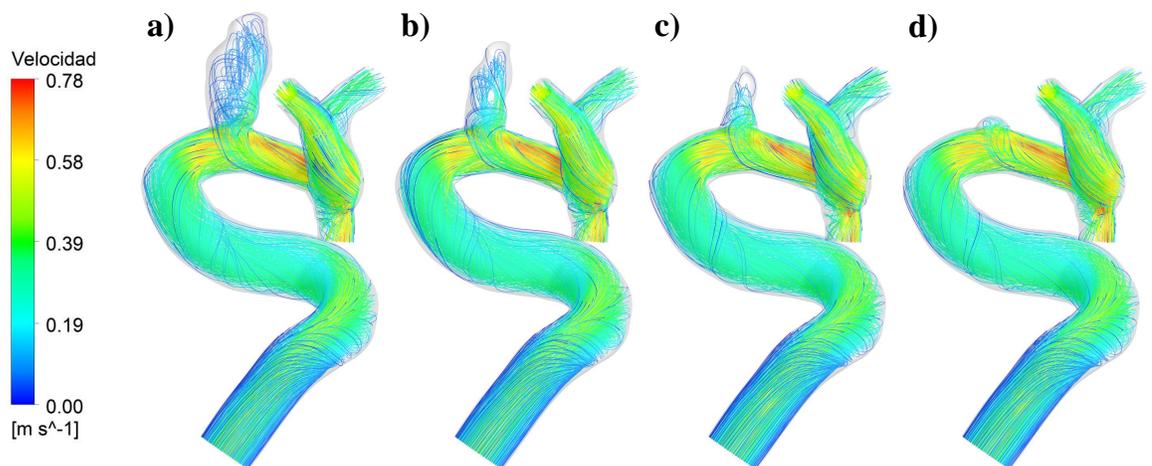


Figura 6.51: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Desplazamiento

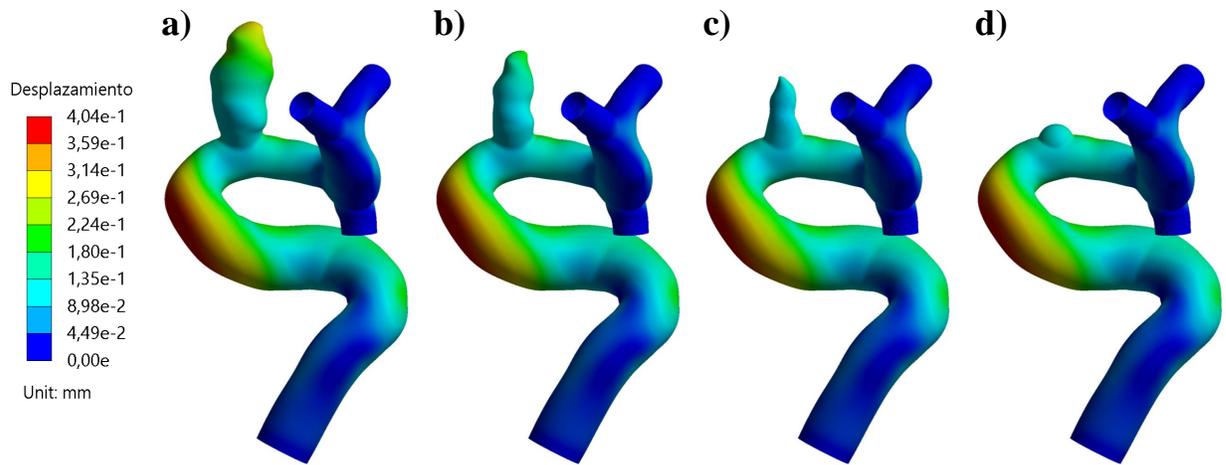


Figura 6.52: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

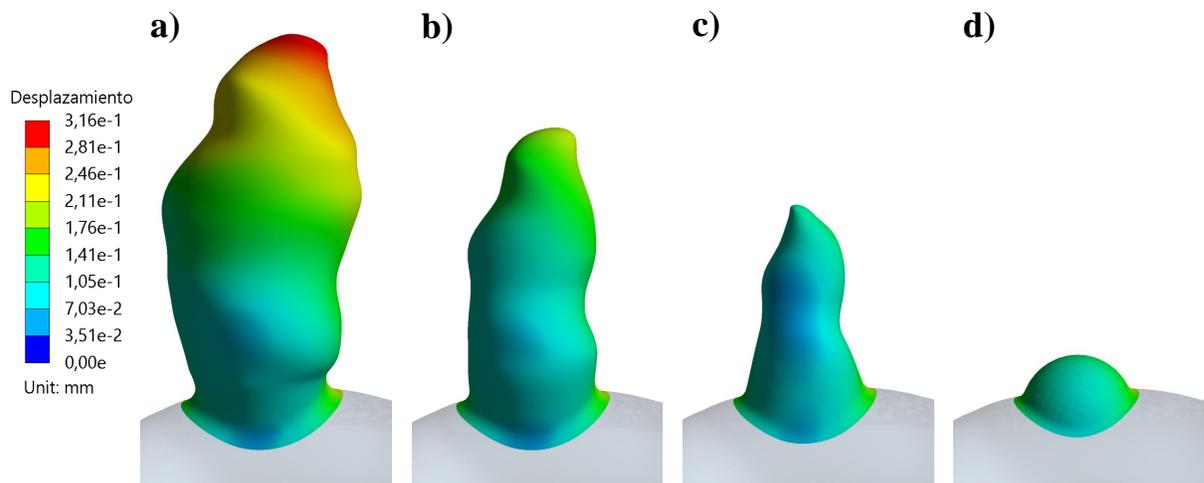


Figura 6.53: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Deformación

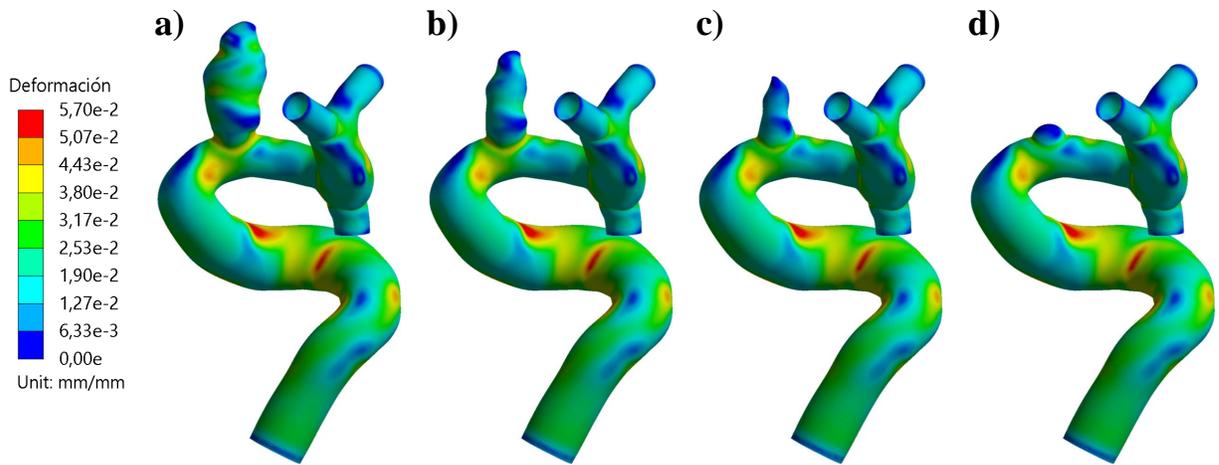


Figura 6.54: Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

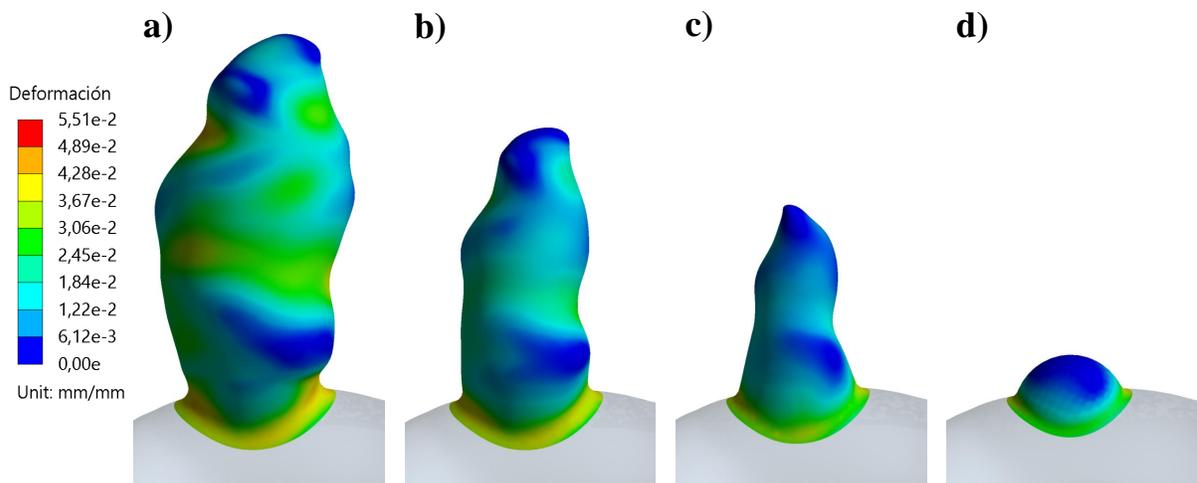


Figura 6.55: Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

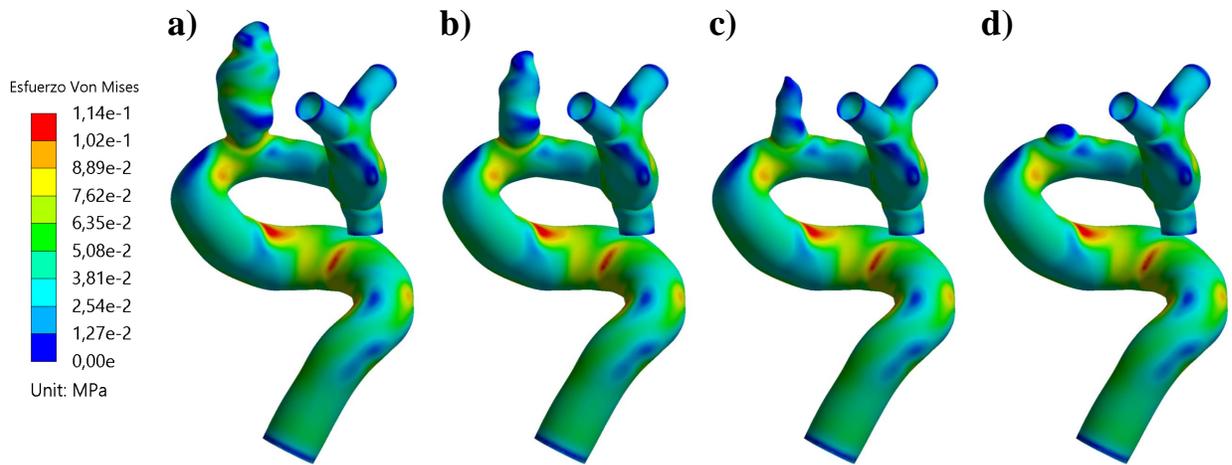


Figura 6.56: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

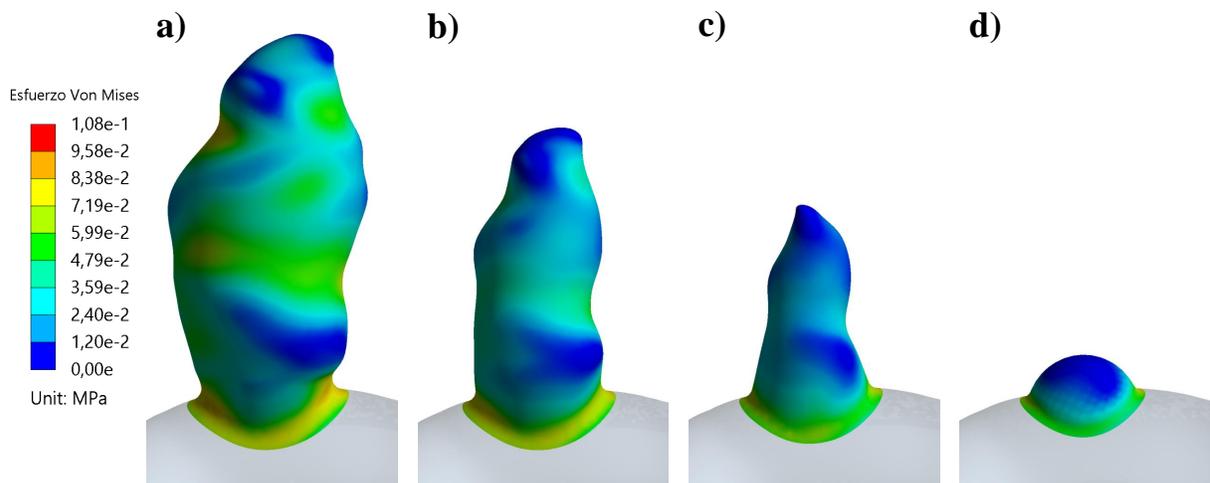


Figura 6.57: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### 6.3.1.2. Sístole

#### Wall Shear Stress

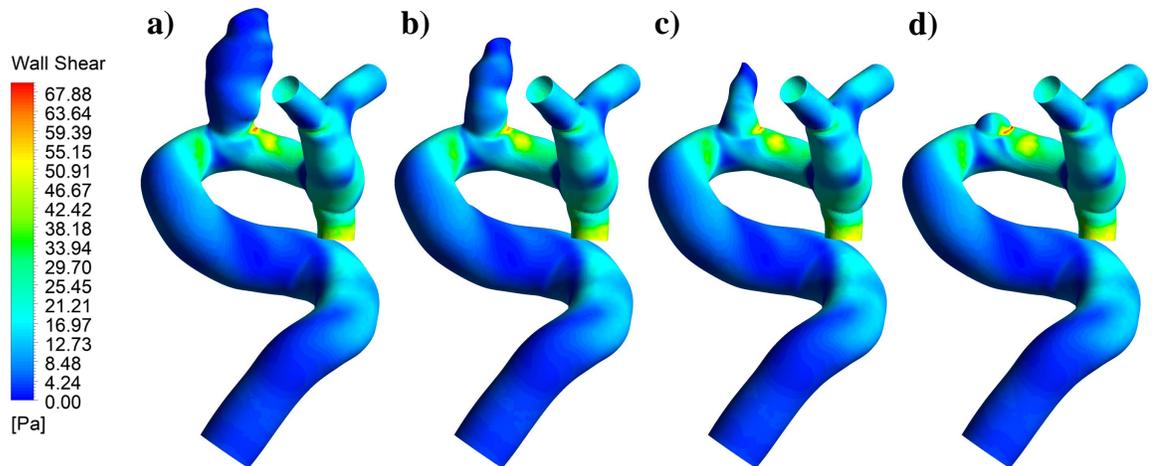


Figura 6.58: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

#### Presión

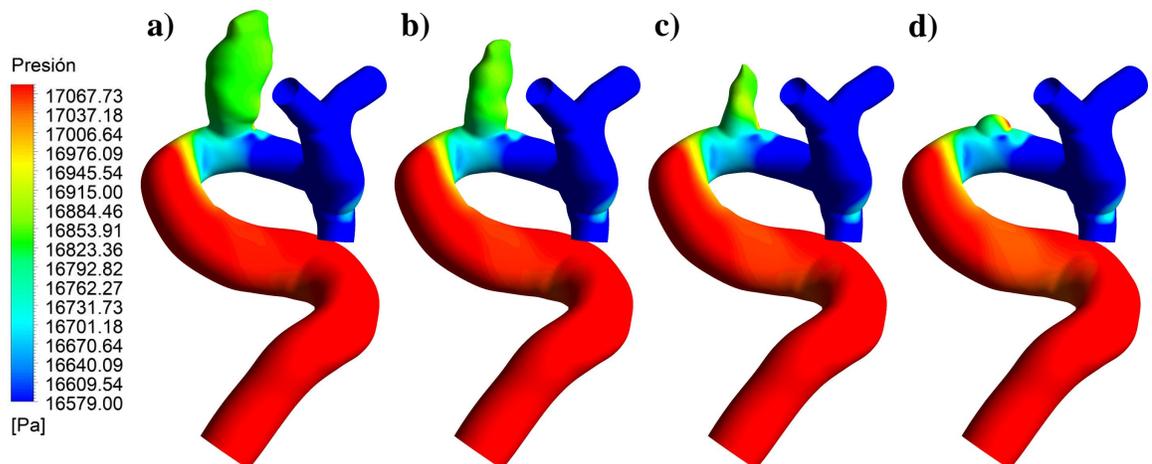


Figura 6.59: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Velocidad

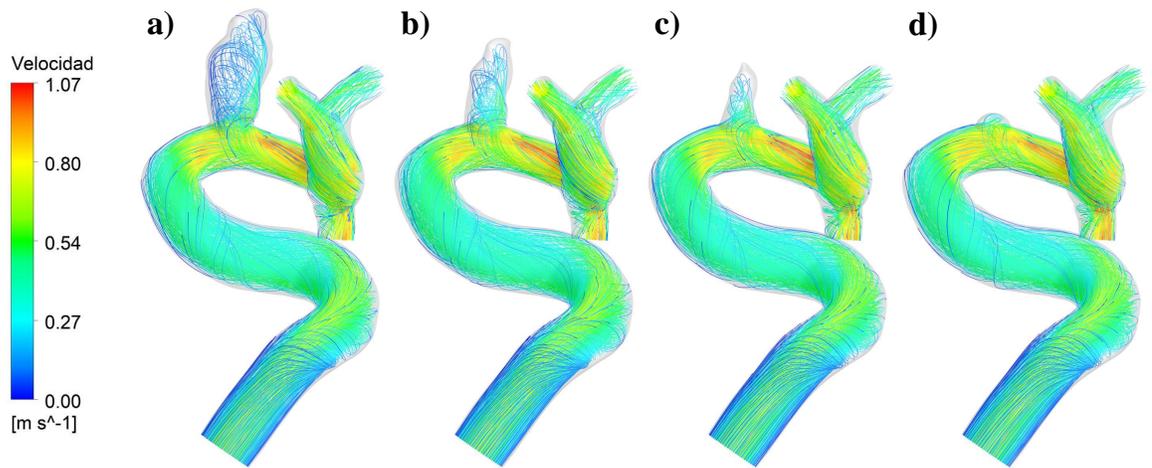


Figura 6.60: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Desplazamiento

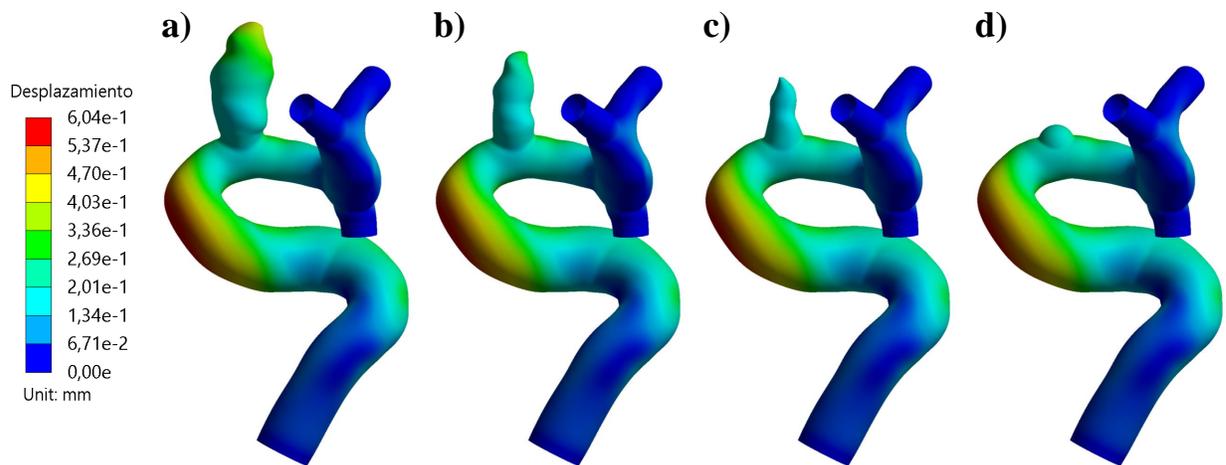


Figura 6.61: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

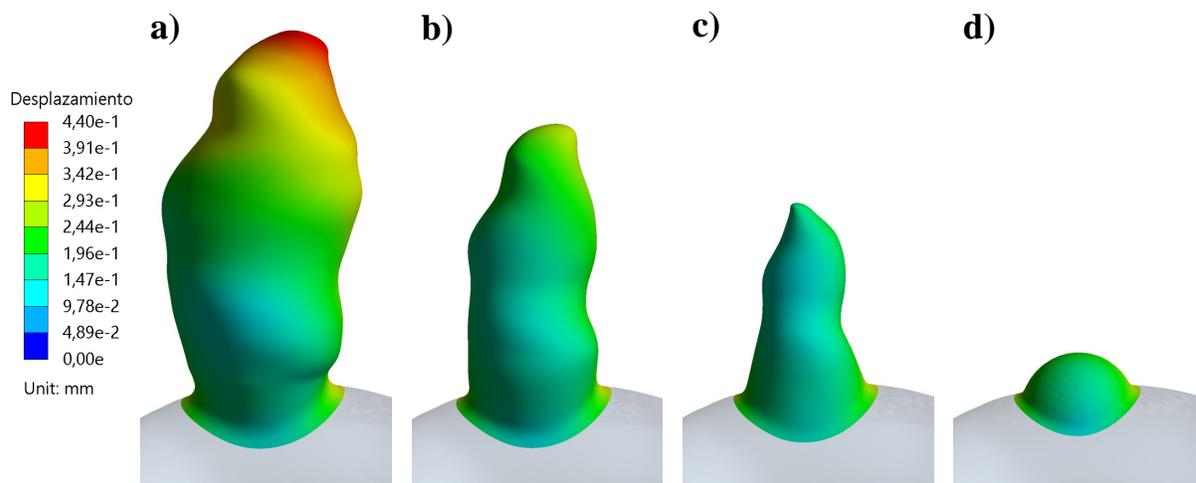


Figura 6.62: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Deformación

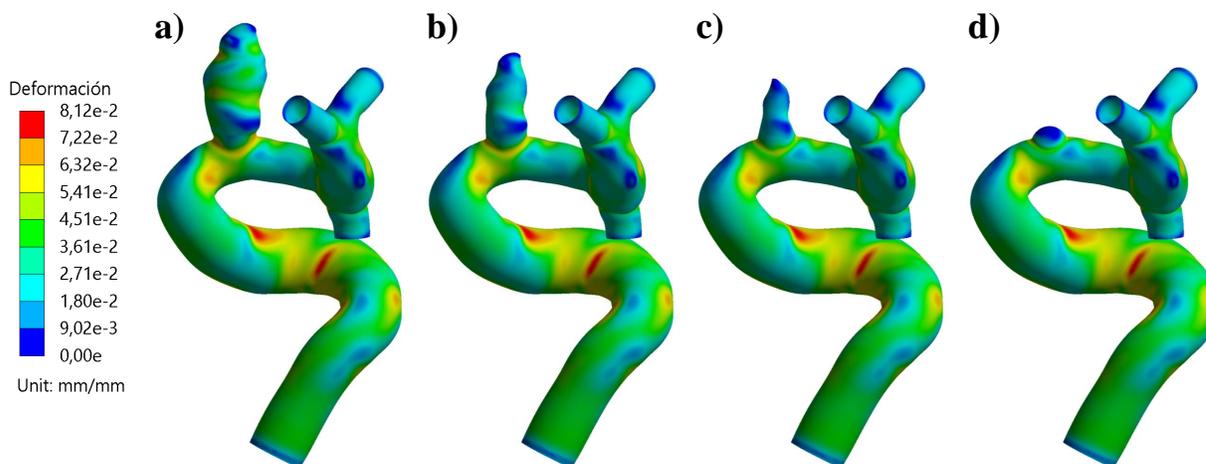


Figura 6.63: Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

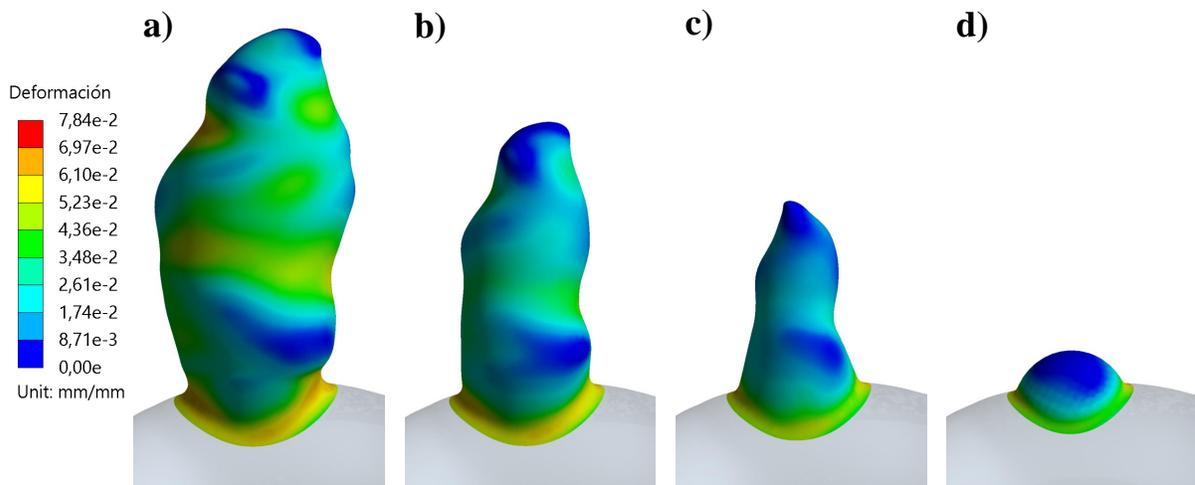


Figura 6.64: Distribución de deformación para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

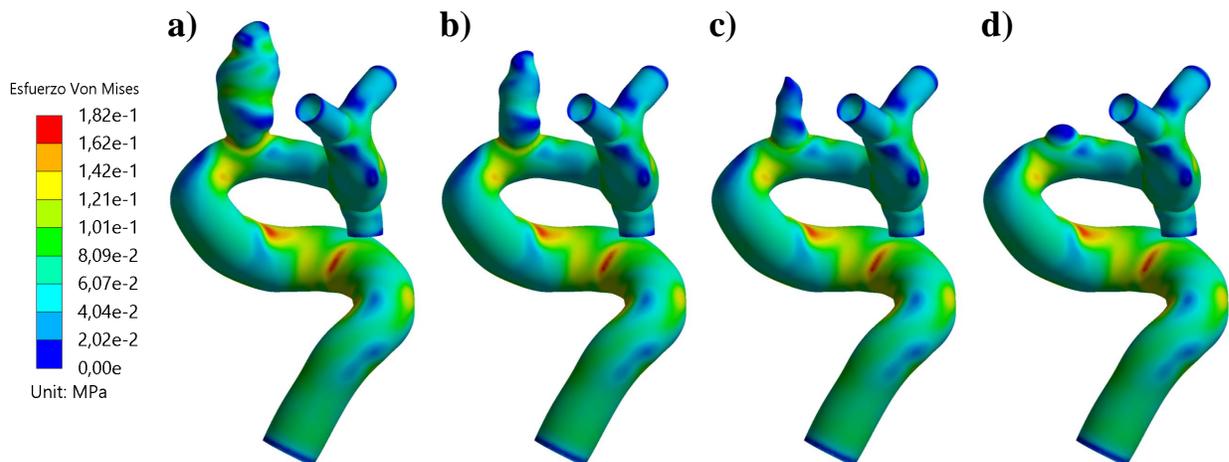


Figura 6.65: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

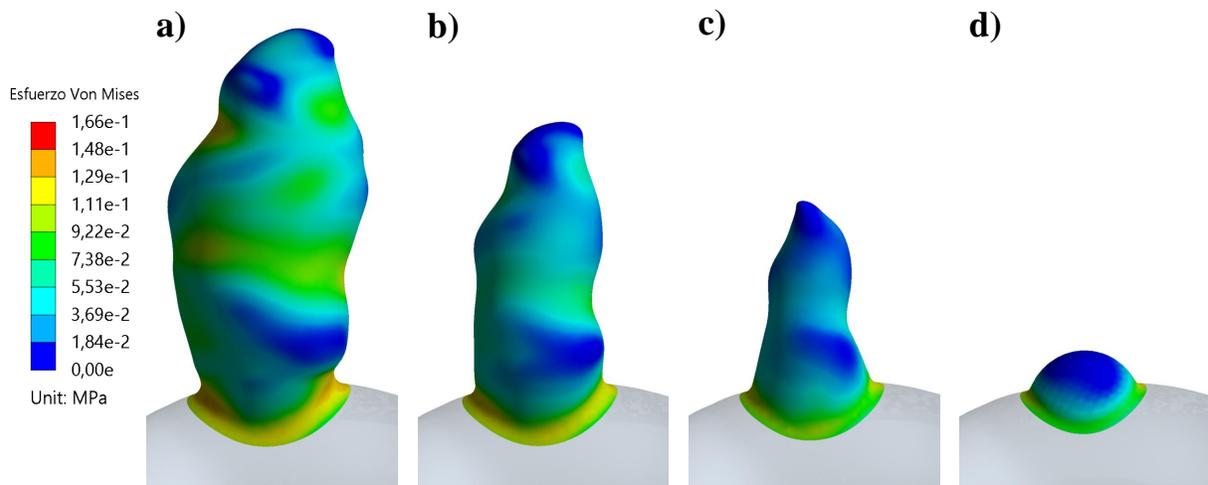


Figura 6.66: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### 6.3.1.3. TAWSS

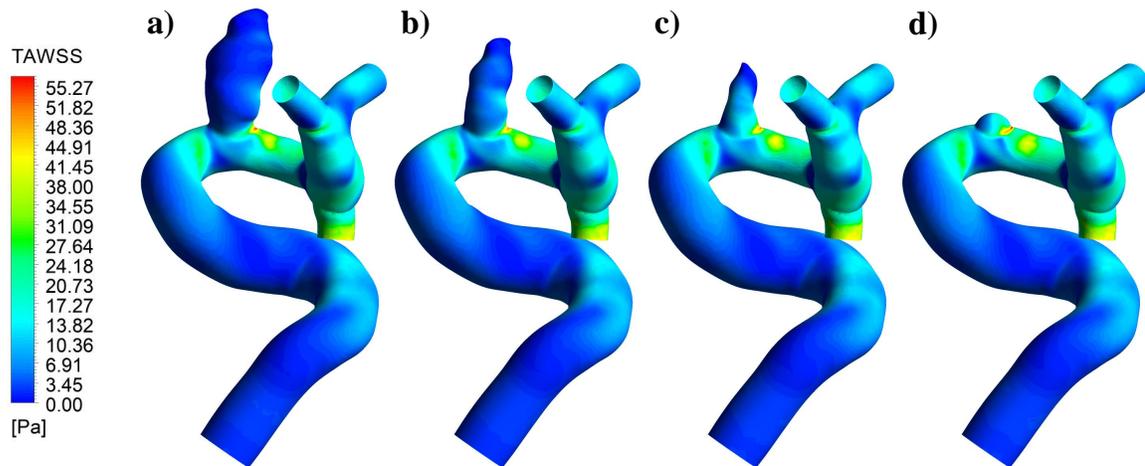


Figura 6.67: Distribución del TAWSS para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

#### 6.3.1.4. OSI

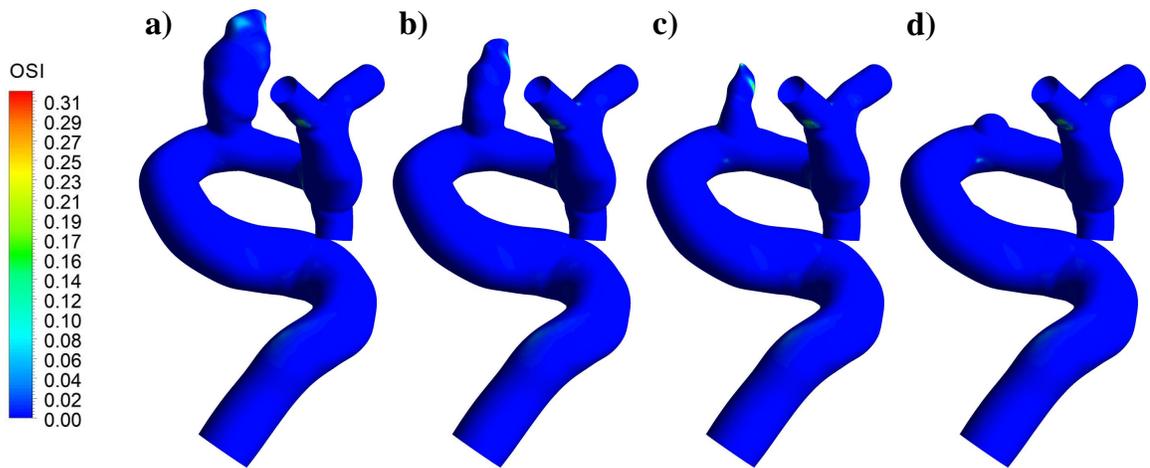


Figura 6.68: Distribución del OSI para las geometrías GR-2 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

#### 6.3.1.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

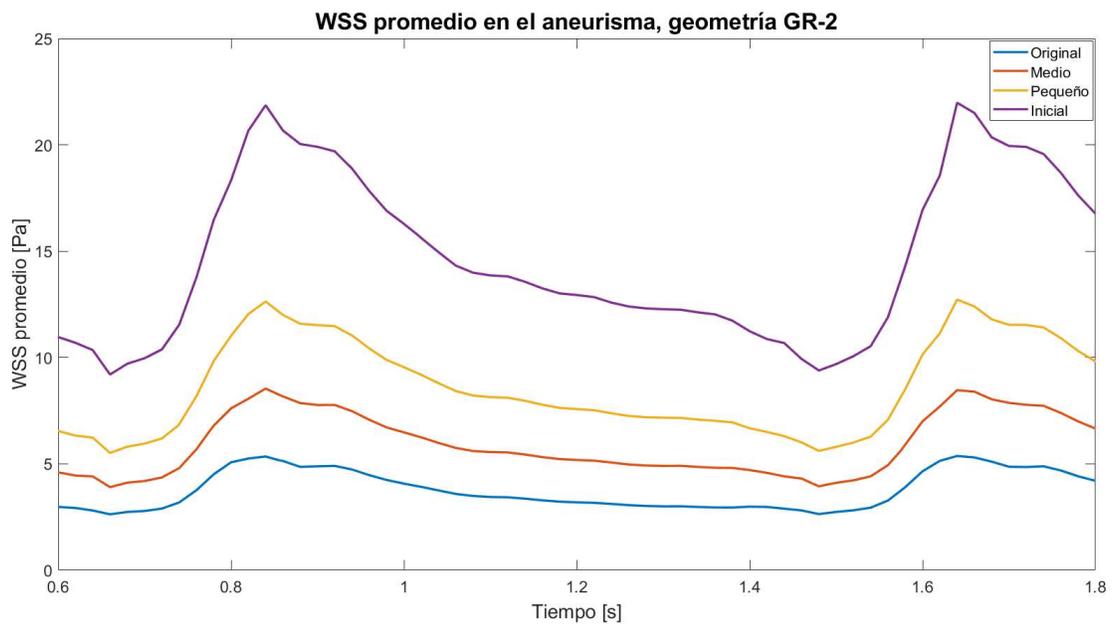


Figura 6.69: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-2.

## 6.3.2. Geometría GR-3

### 6.3.2.1. Diástole

#### Wall Shear Stress

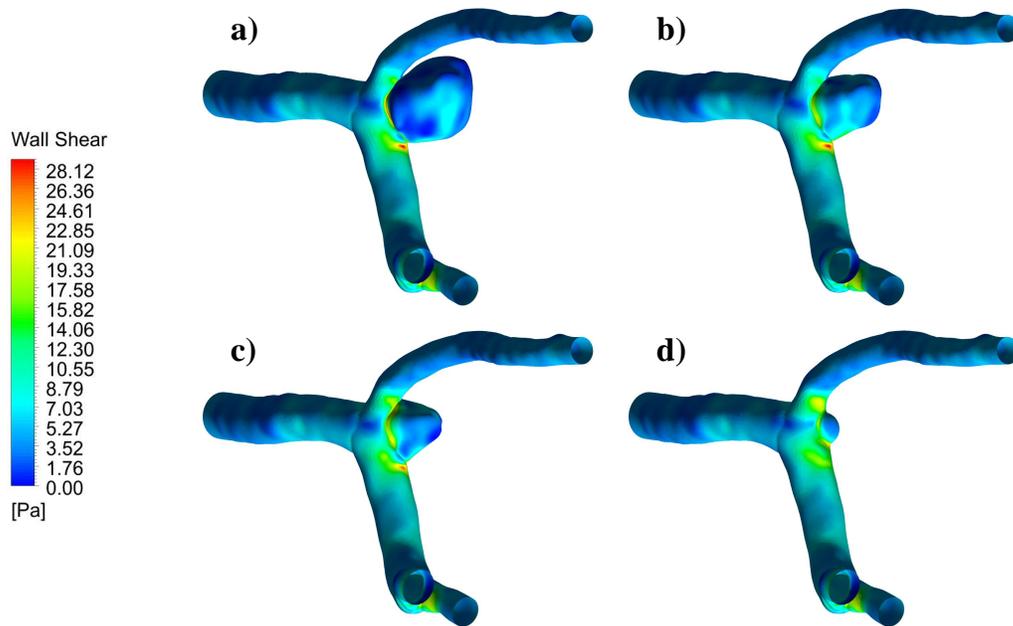


Figura 6.70: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Presión

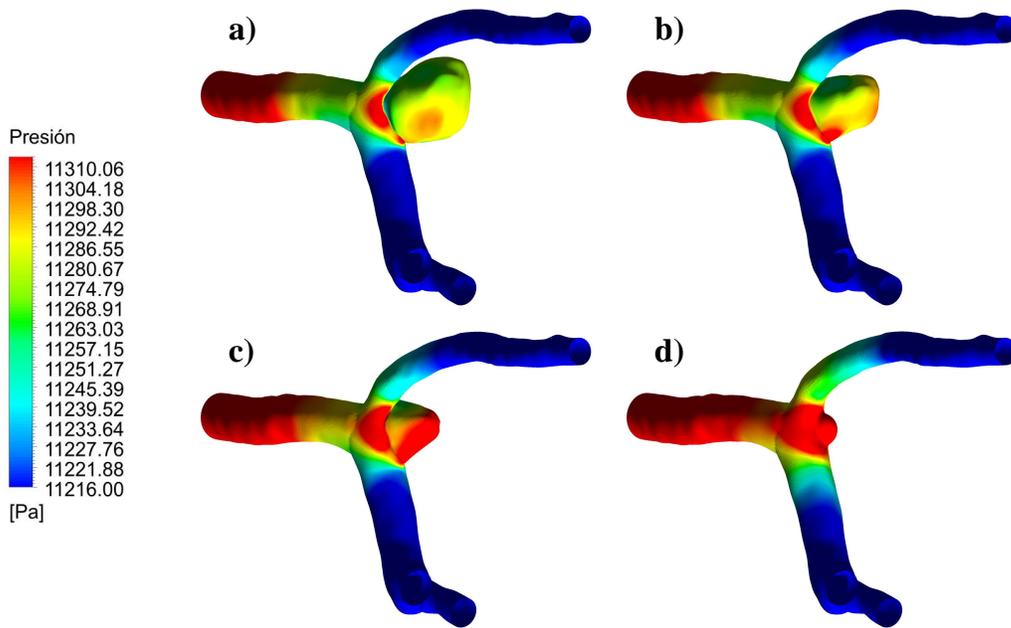


Figura 6.71: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Velocidad

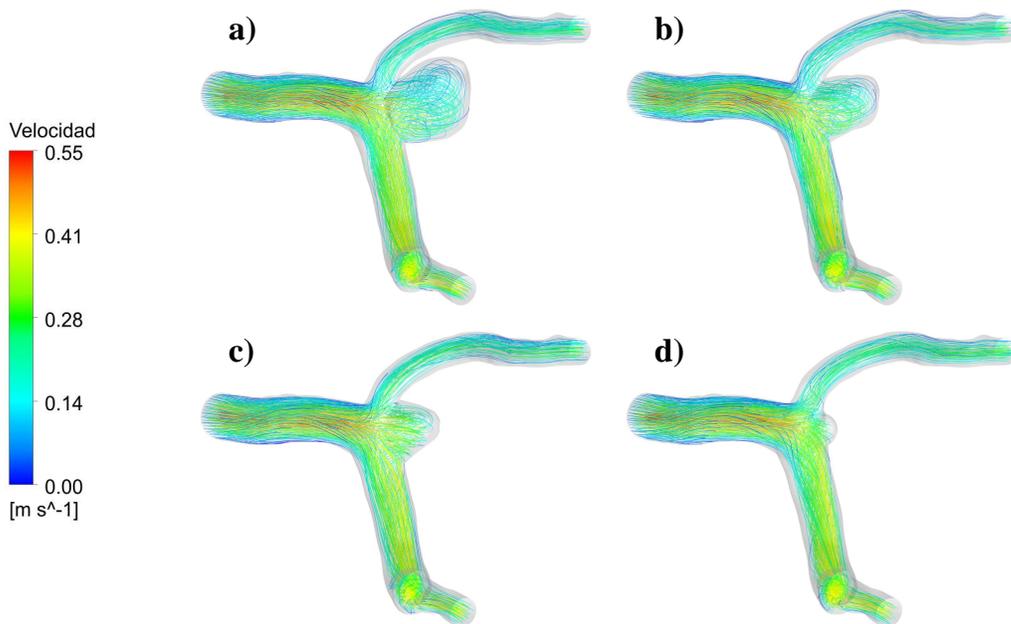


Figura 6.72: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Desplazamiento

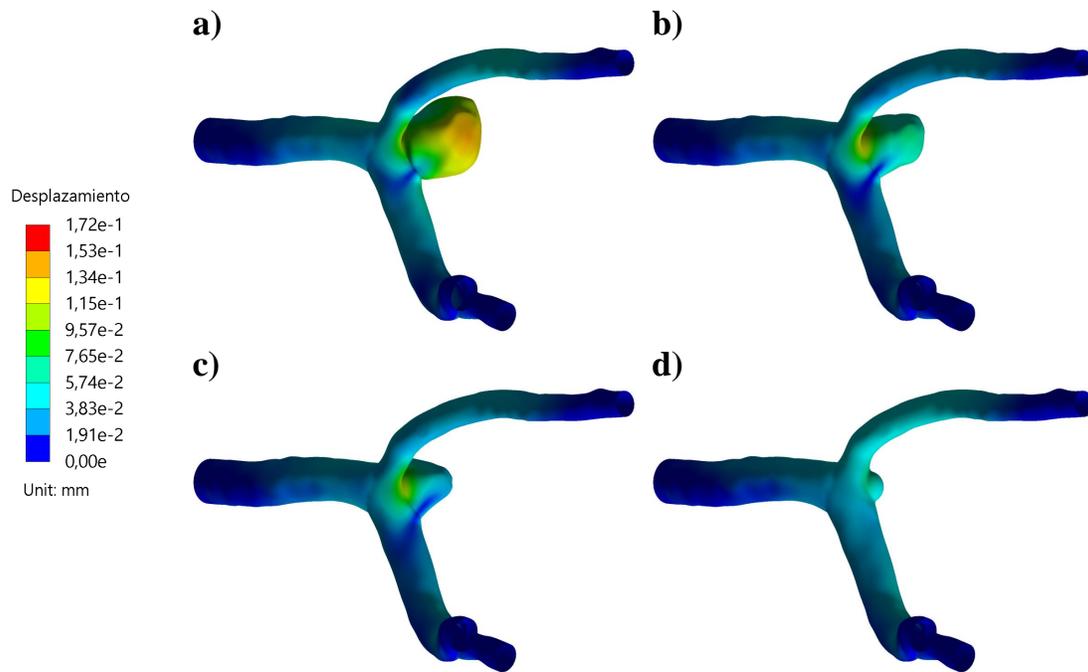


Figura 6.73: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

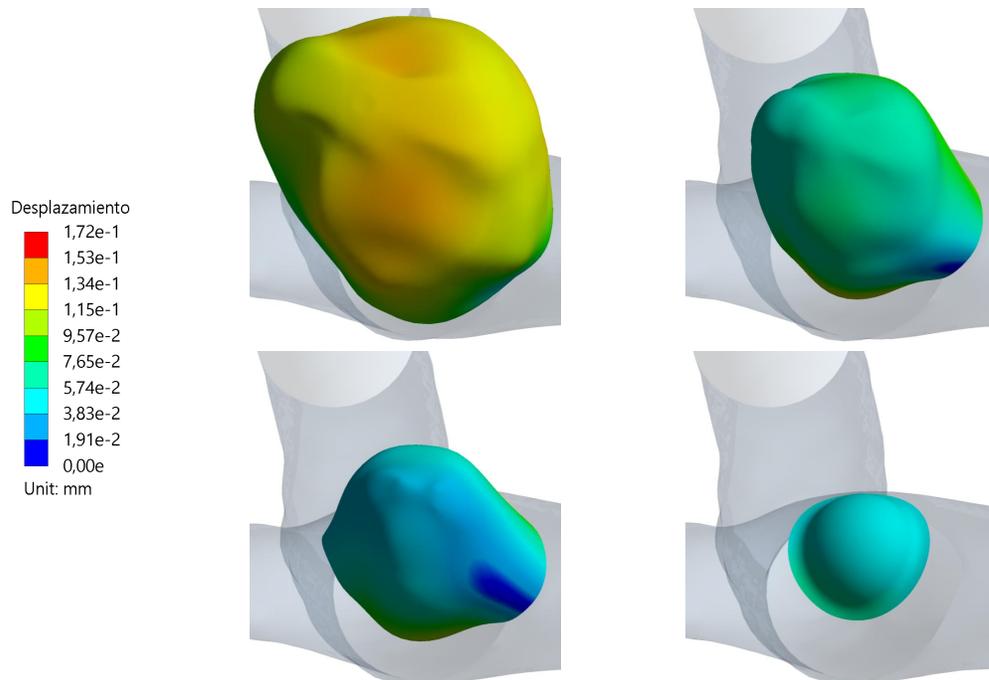


Figura 6.74: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Deformación

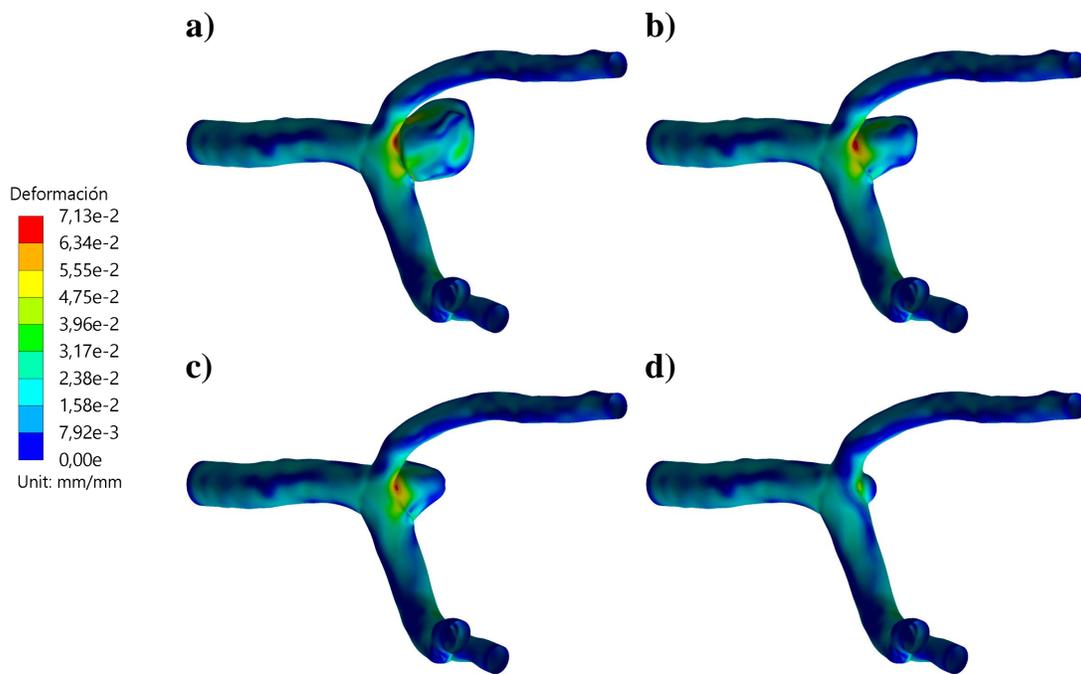


Figura 6.75: Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

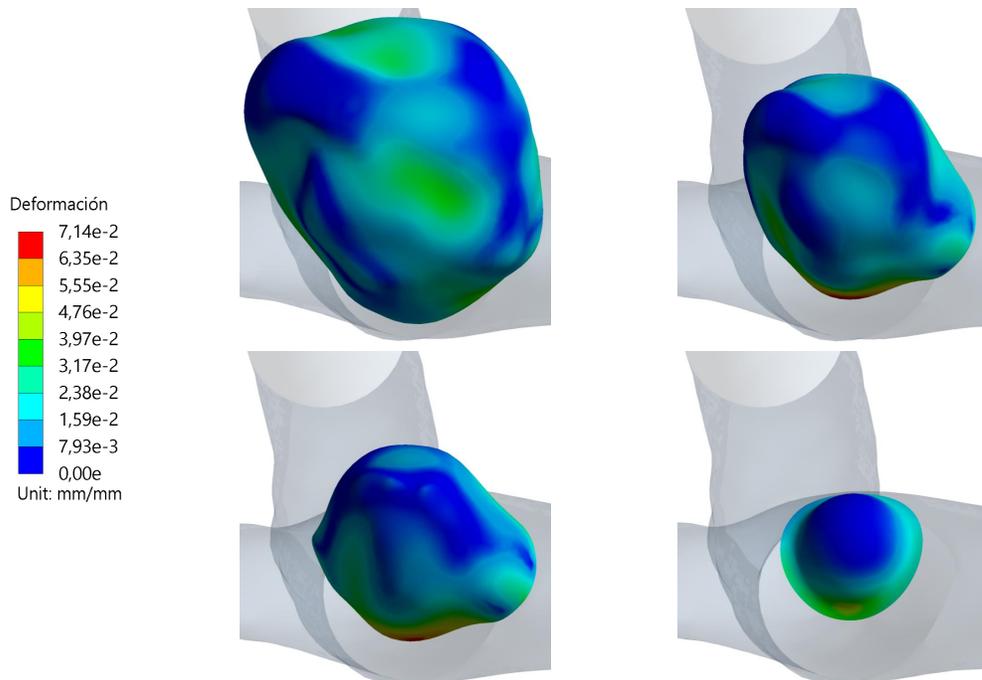


Figura 6.76: Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

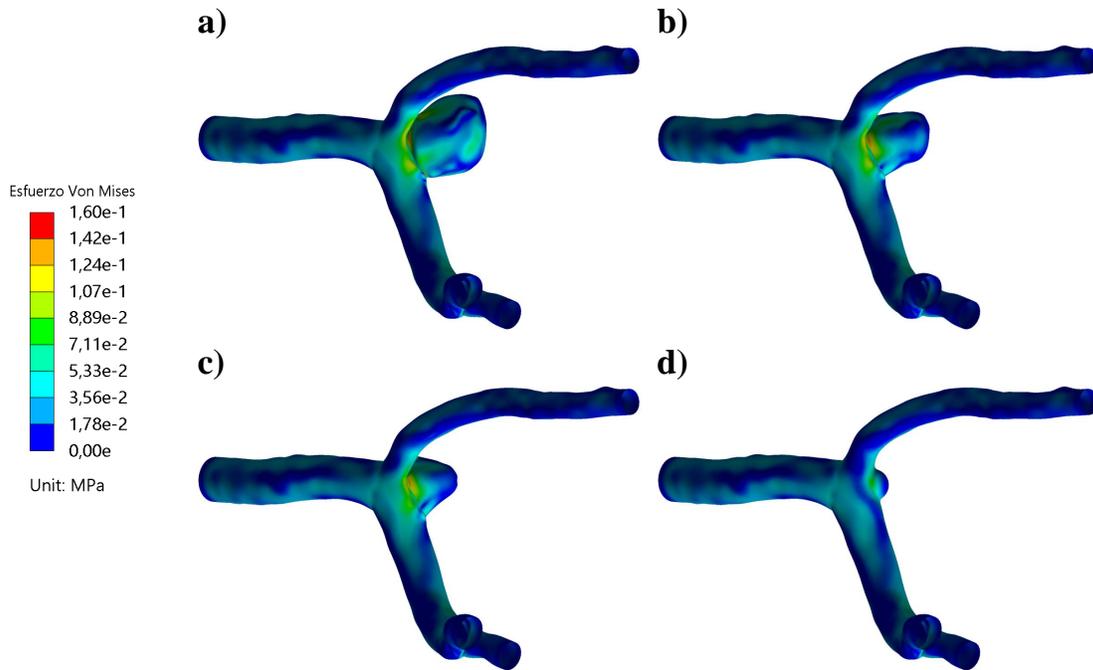


Figura 6.77: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

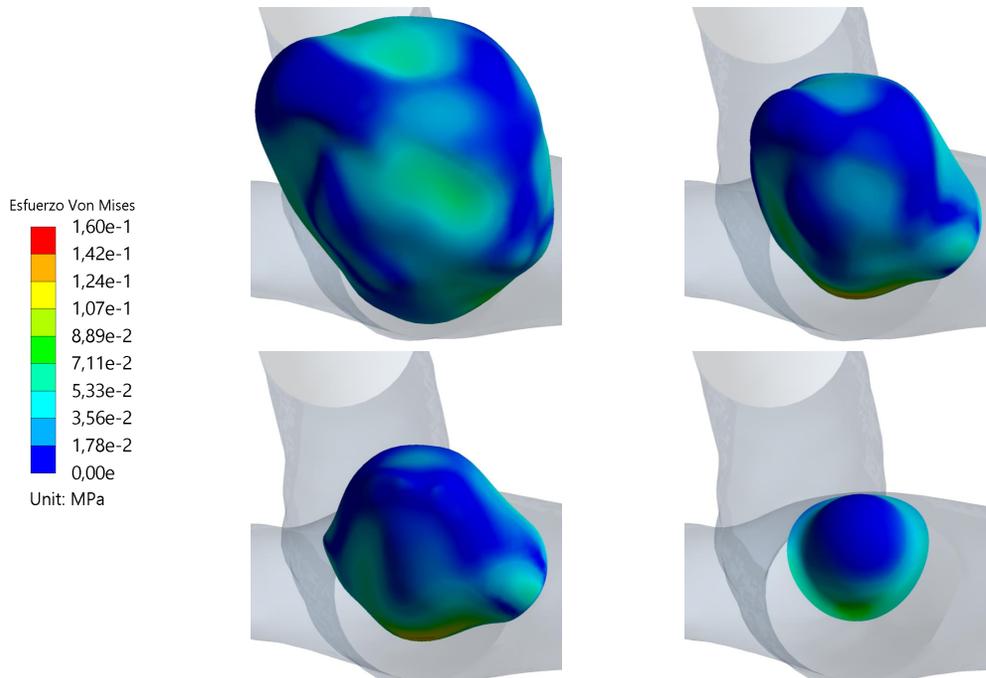


Figura 6.78: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### 6.3.2.2. Sístole

## Wall Shear Stress

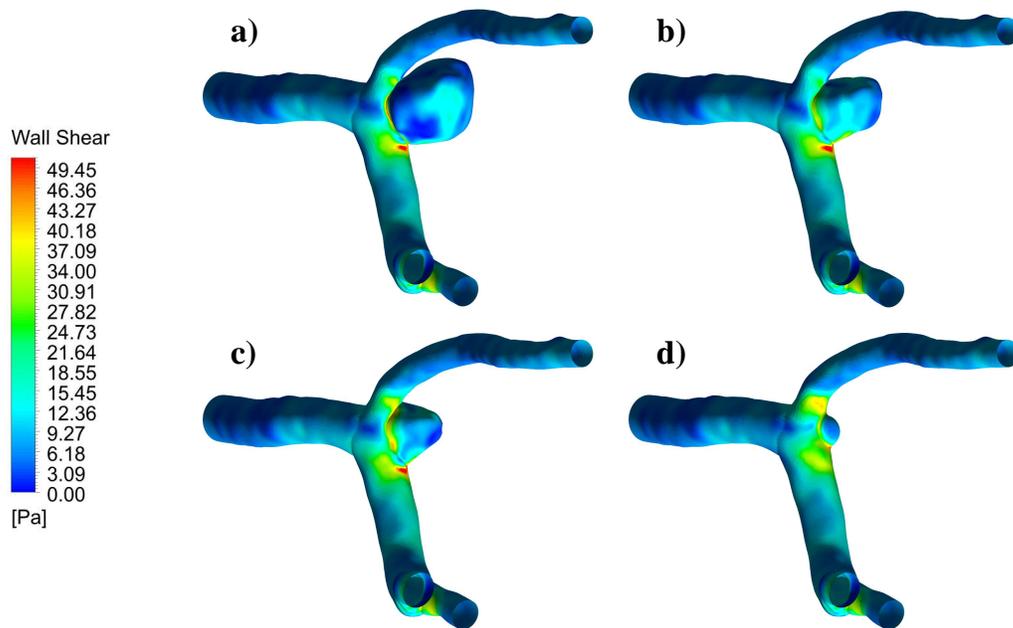


Figura 6.79: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Presión

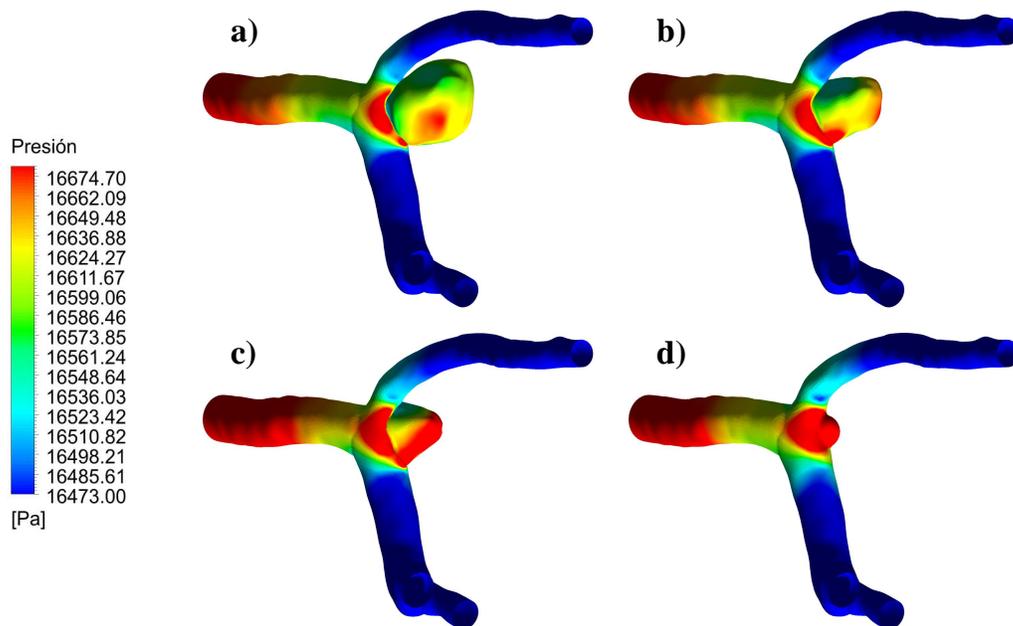


Figura 6.80: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Velocidad

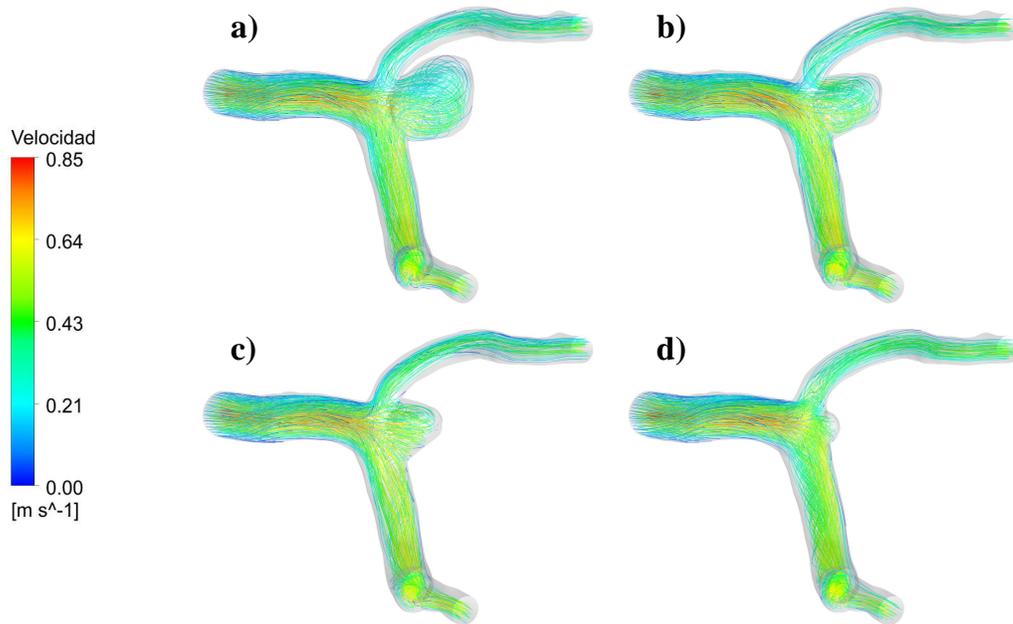


Figura 6.81: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

## Desplazamiento

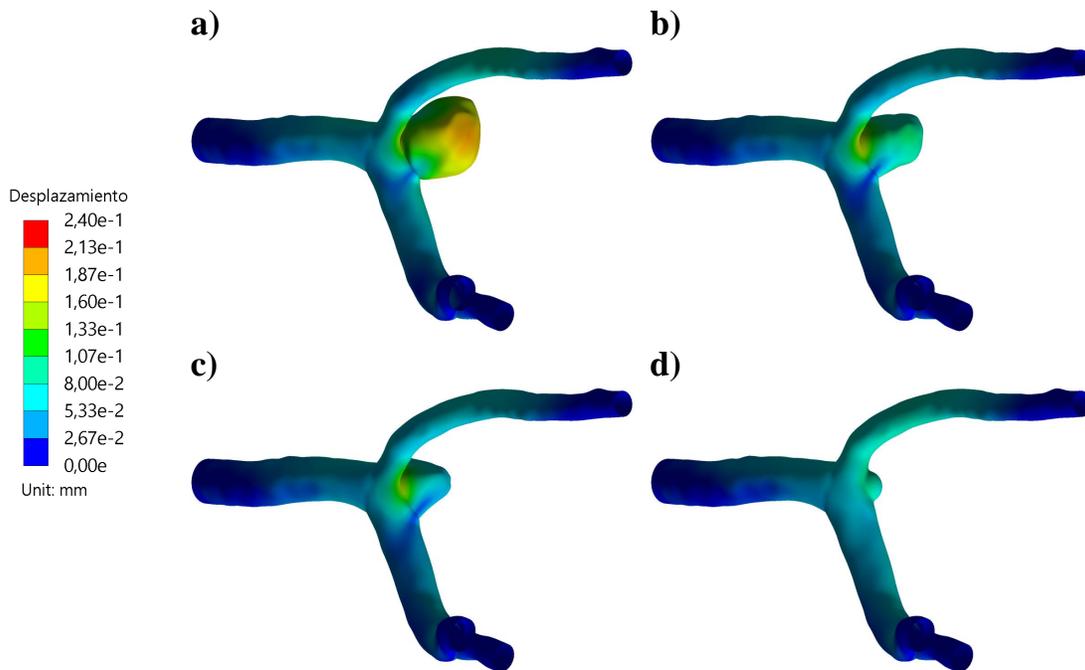


Figura 6.82: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

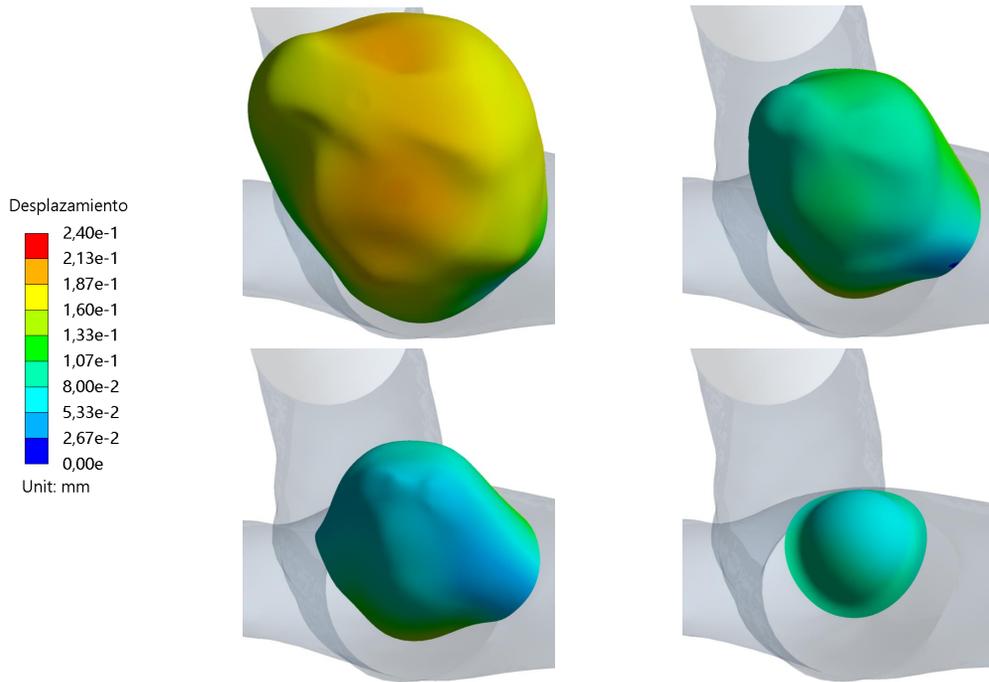


Figura 6.83: Distribución de desplazamiento para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

## Deformación

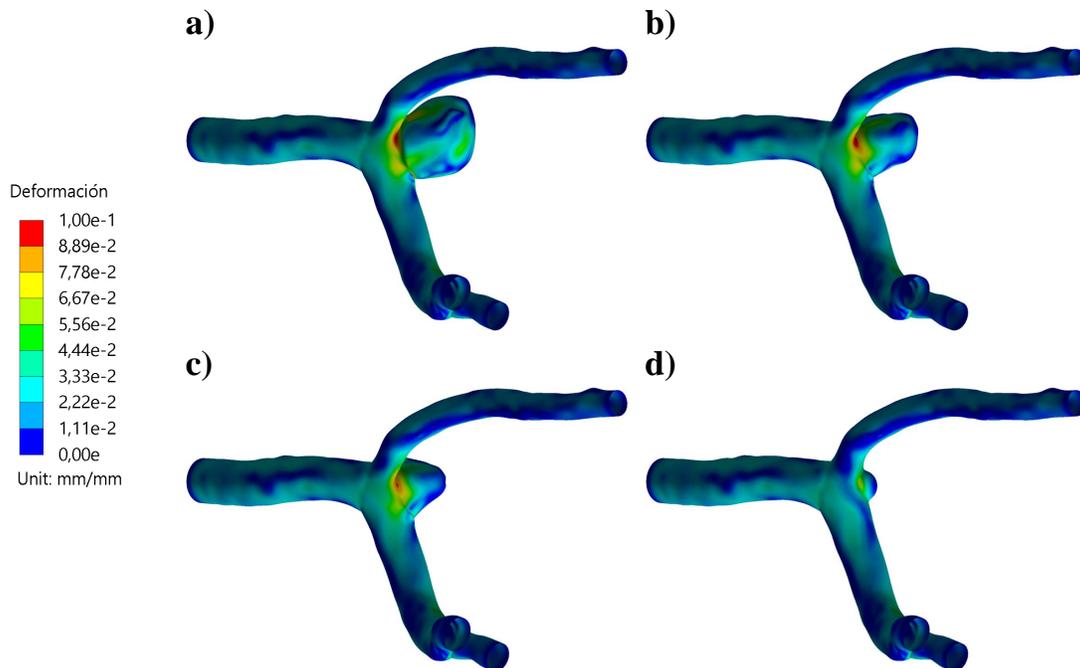


Figura 6.84: Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

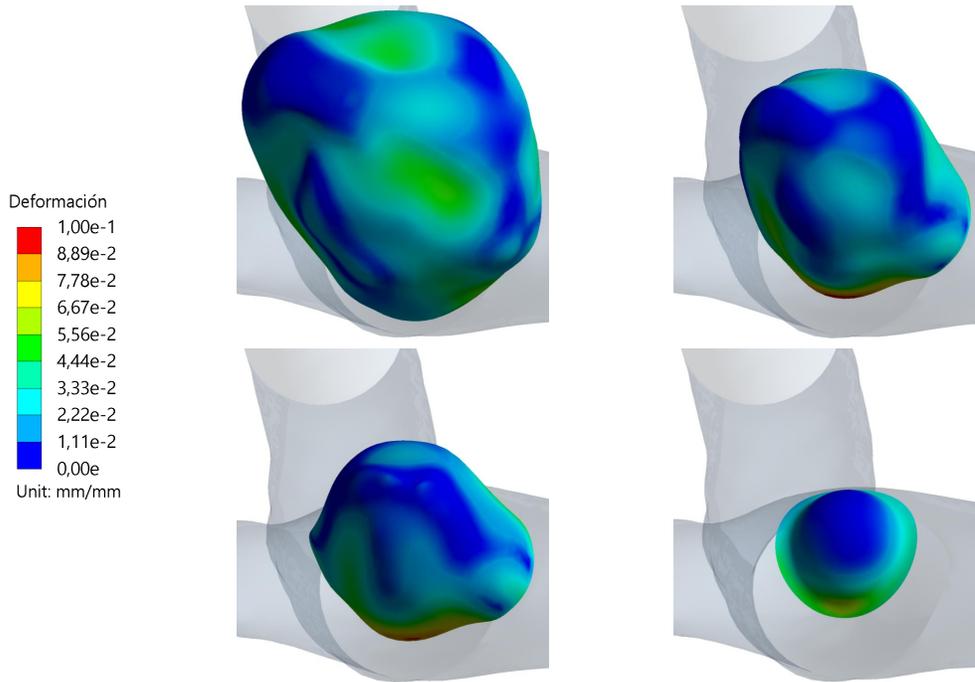


Figura 6.85: Distribución de deformación para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

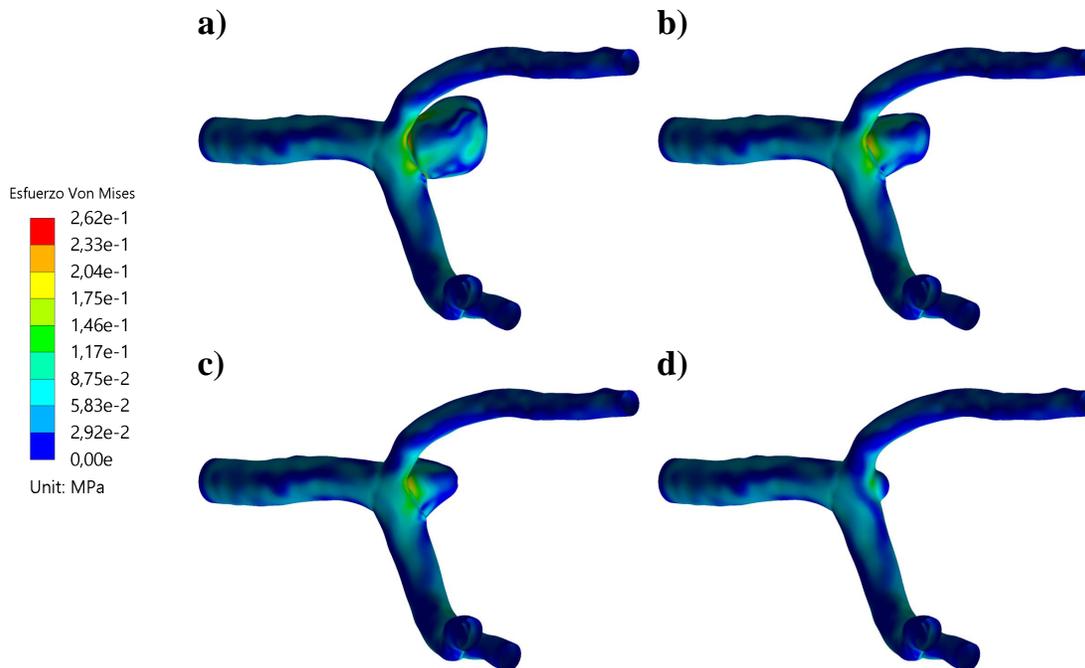


Figura 6.86: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

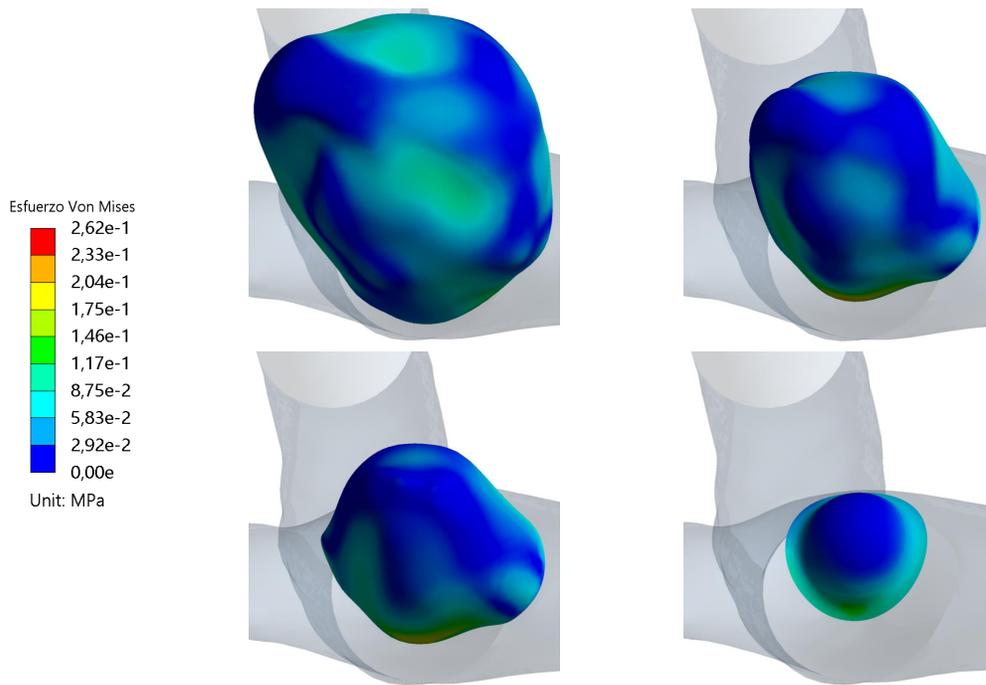


Figura 6.87: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial, en la zona del aneurisma.

### 6.3.2.3. TAWSS

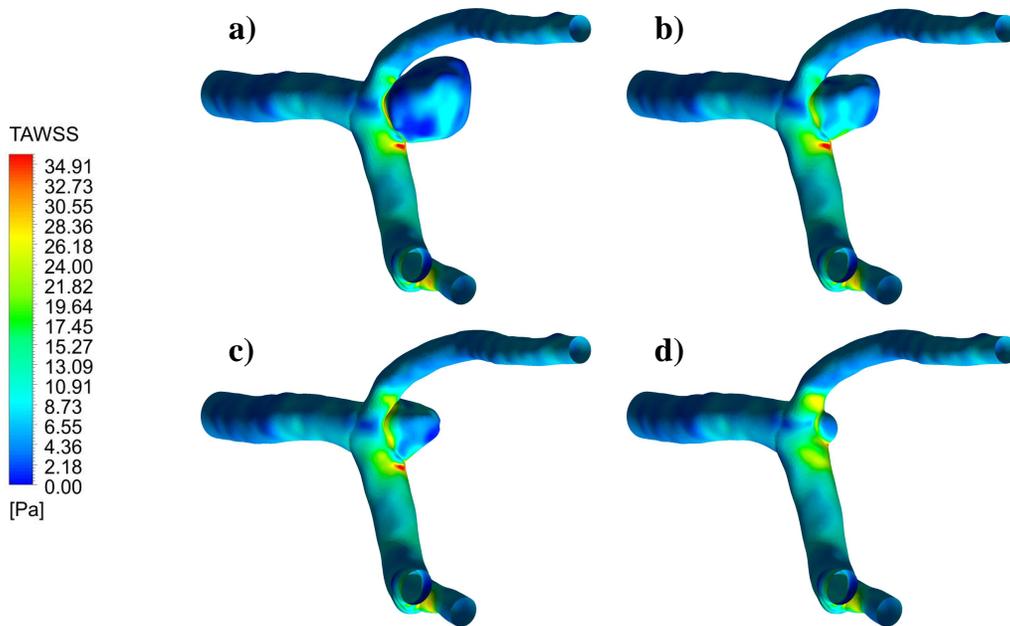


Figura 6.88: Distribución del TAWSS para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

### 6.3.2.4. OSI

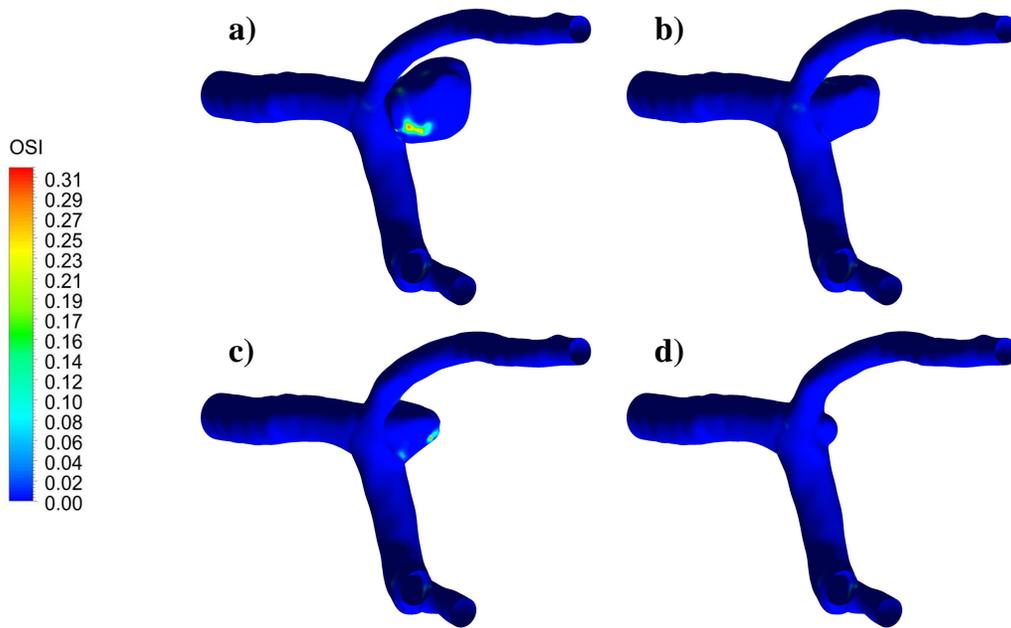


Figura 6.89: Distribución del OSI para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

### 6.3.2.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

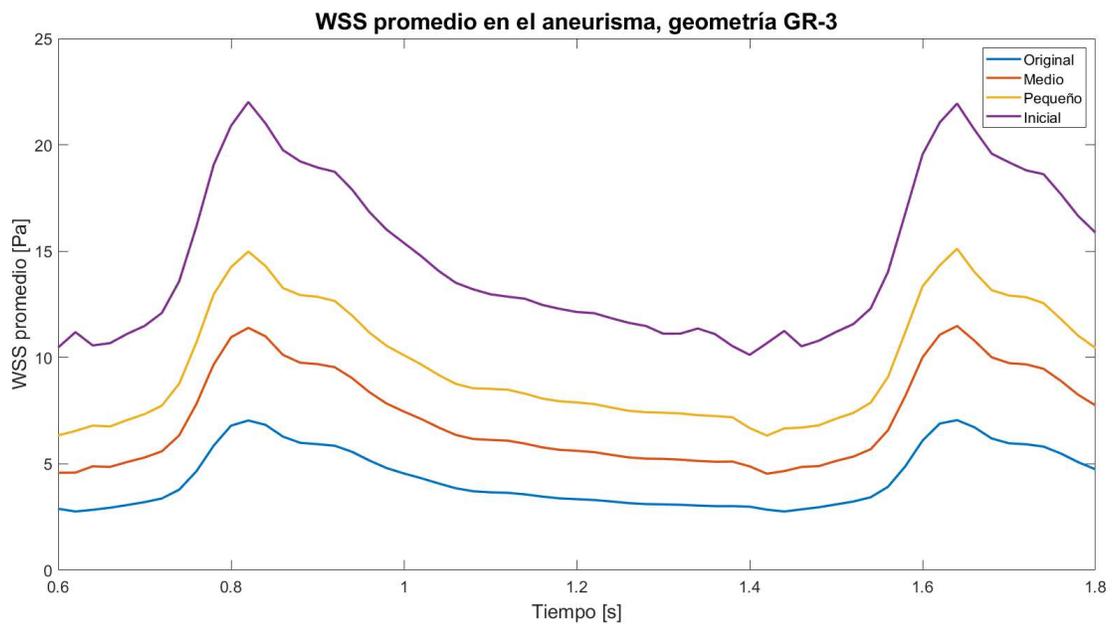


Figura 6.90: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-3.

### 6.3.3. Geometría GSR-2

#### 6.3.3.1. Diástole

#### Wall Shear Stress

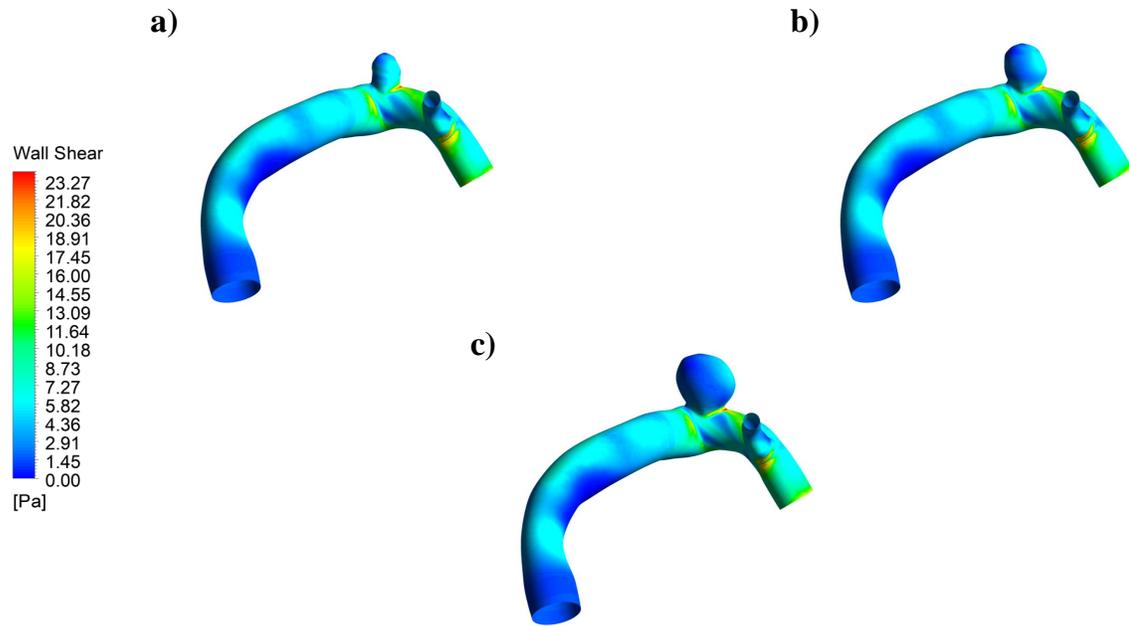


Figura 6.91: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Presión

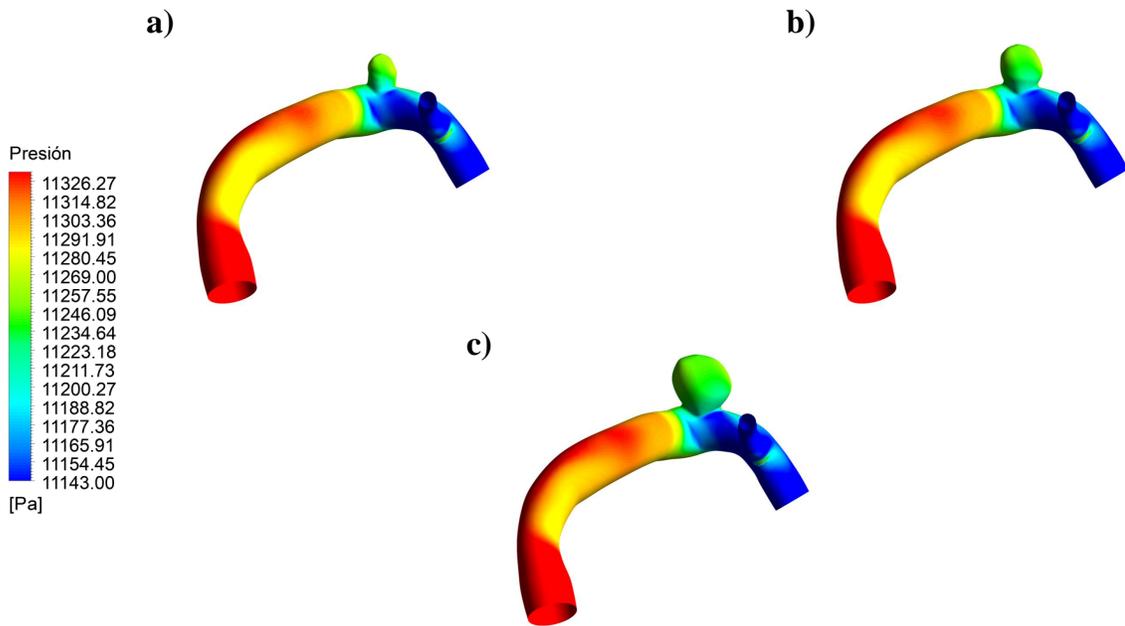


Figura 6.92: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Velocidad

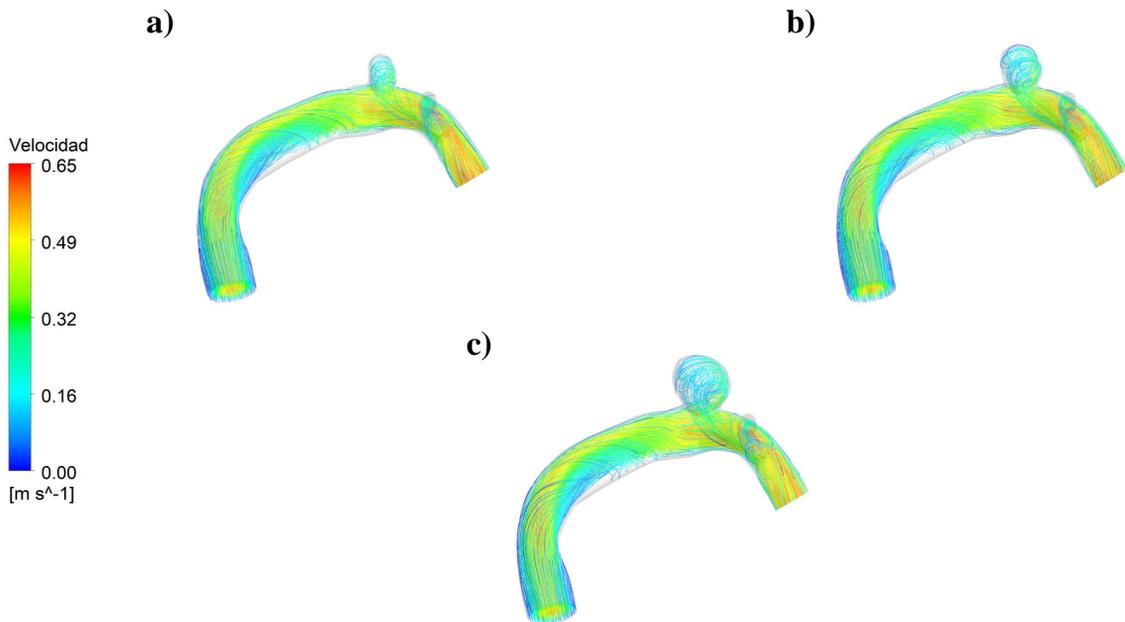


Figura 6.93: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Desplazamiento

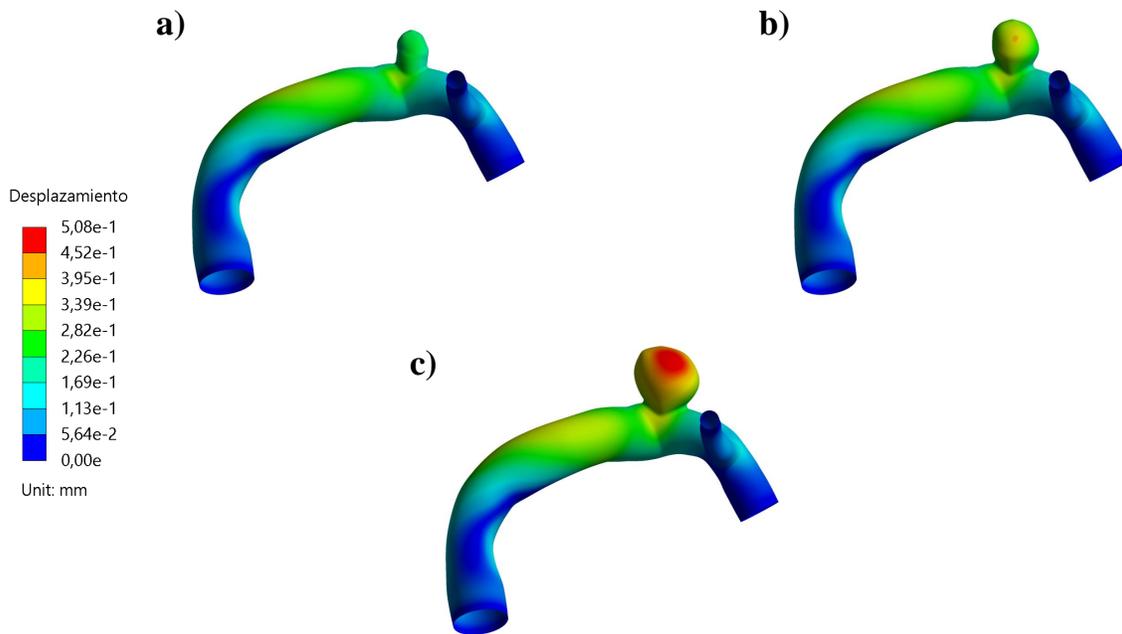


Figura 6.94: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

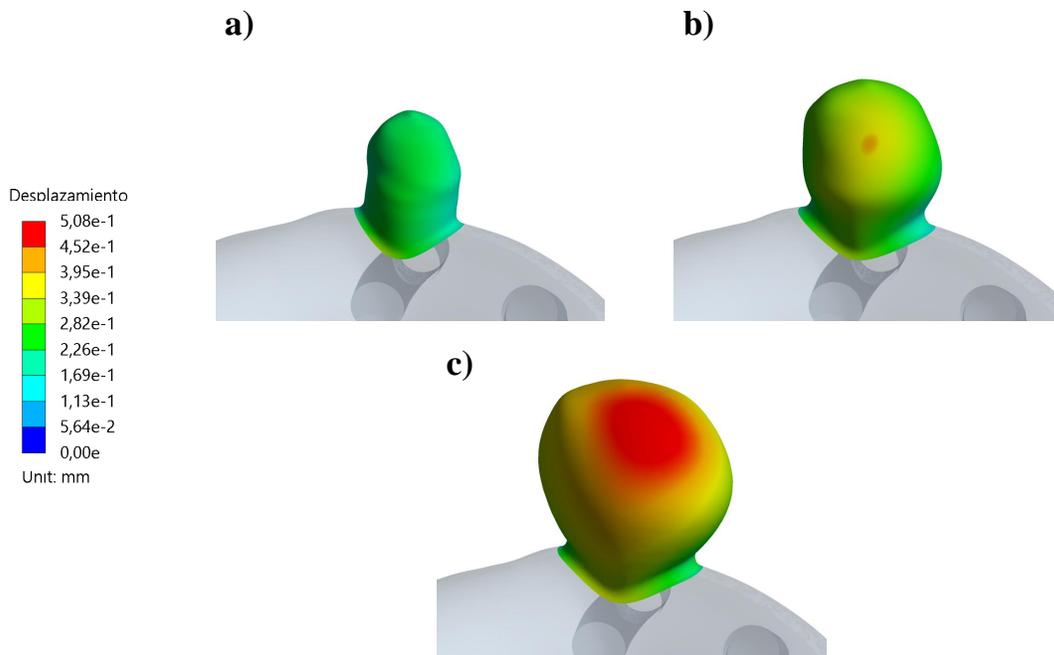


Figura 6.95: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Deformación

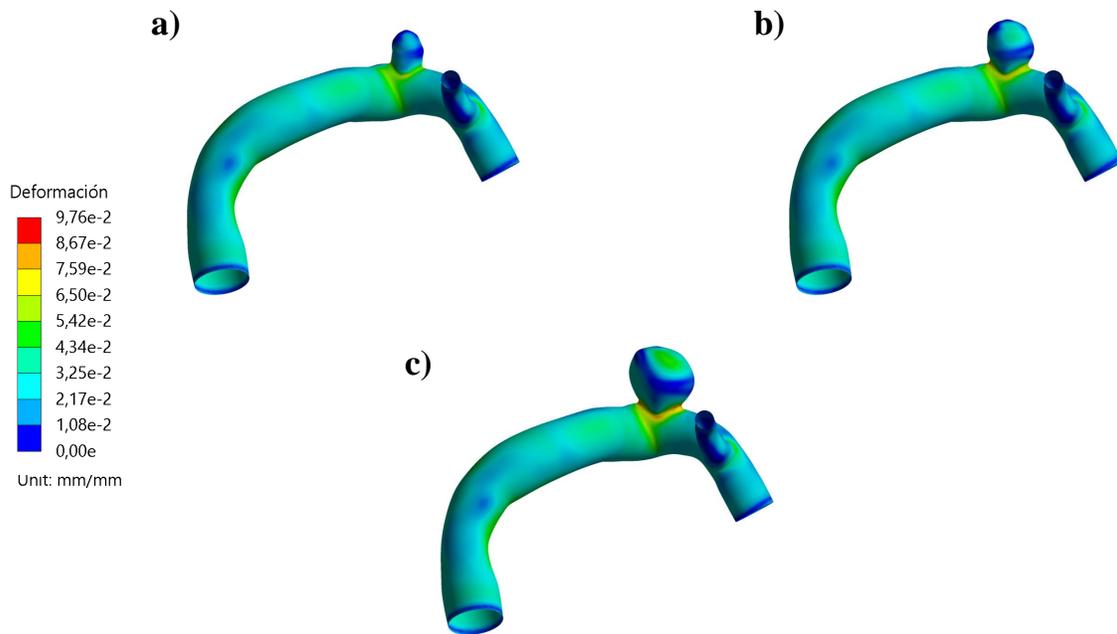


Figura 6.96: Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

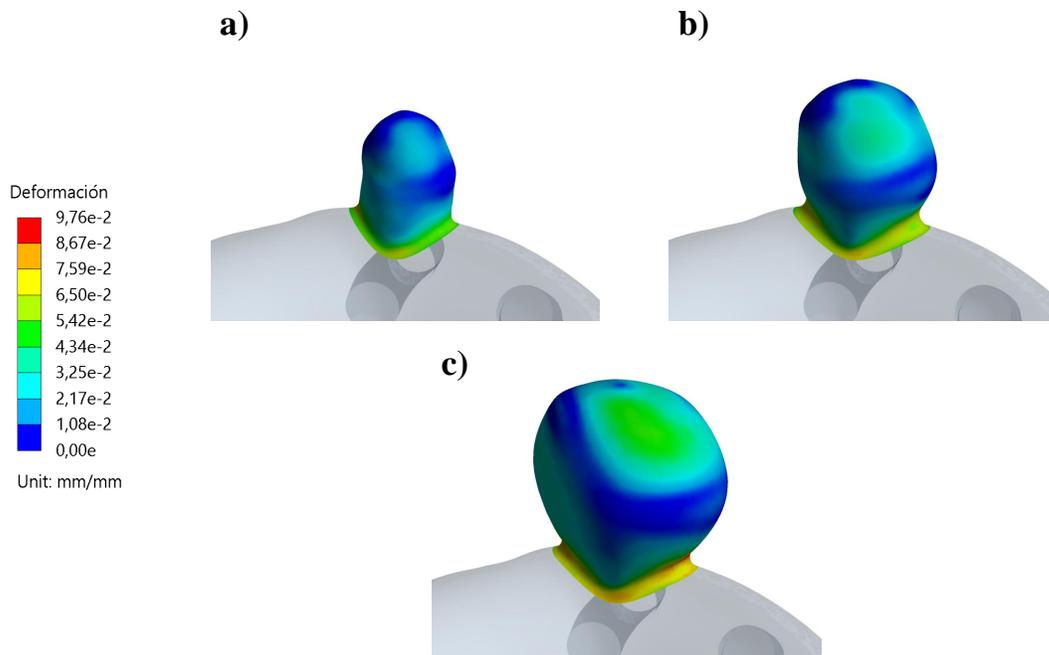


Figura 6.97: Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

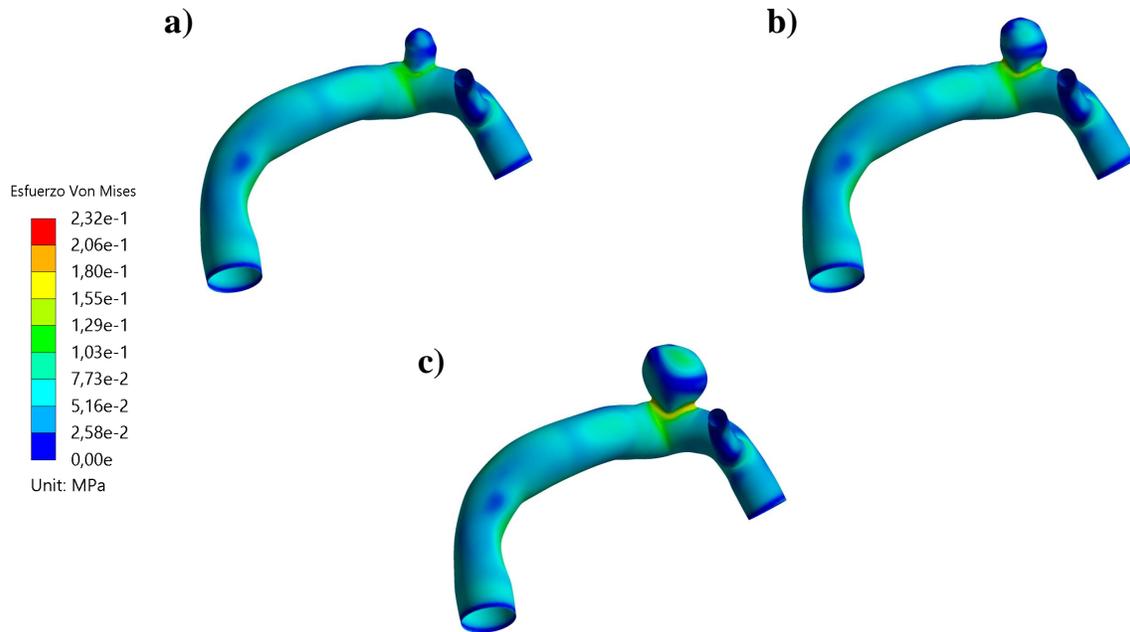


Figura 6.98: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

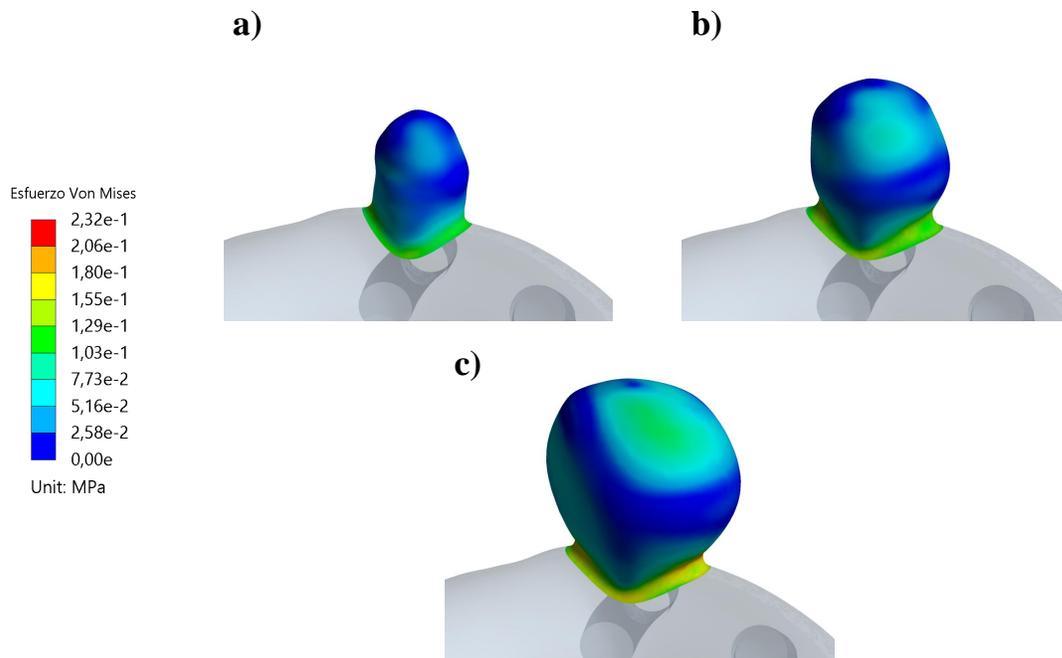


Figura 6.99: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

### 6.3.3.2. Sístole

## Wall Shear Stress

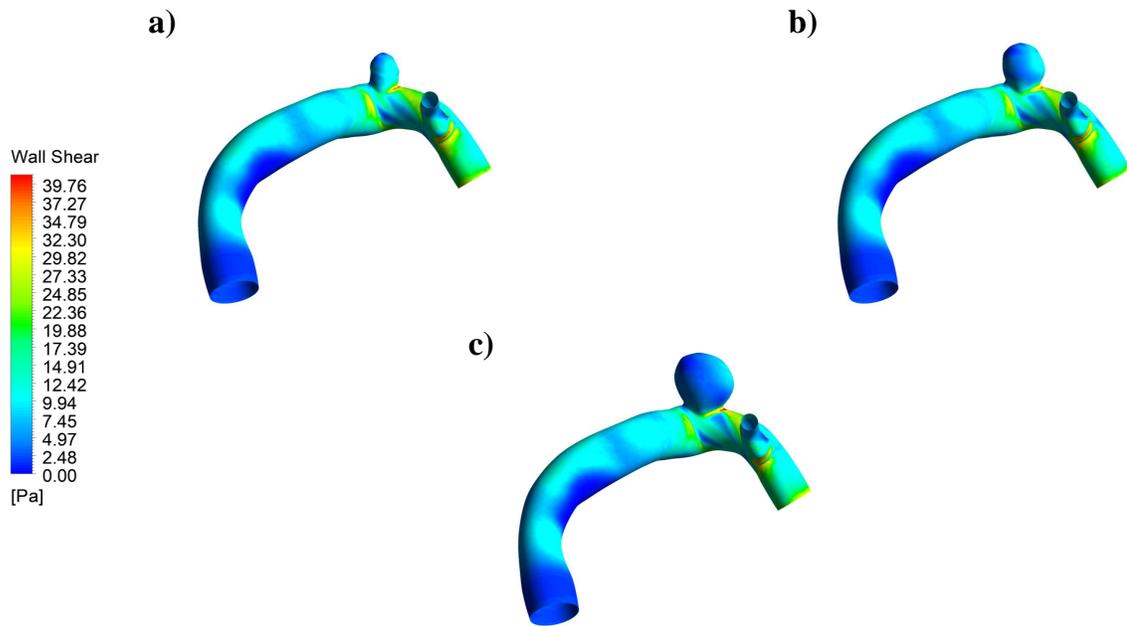


Figura 6.100: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Presión

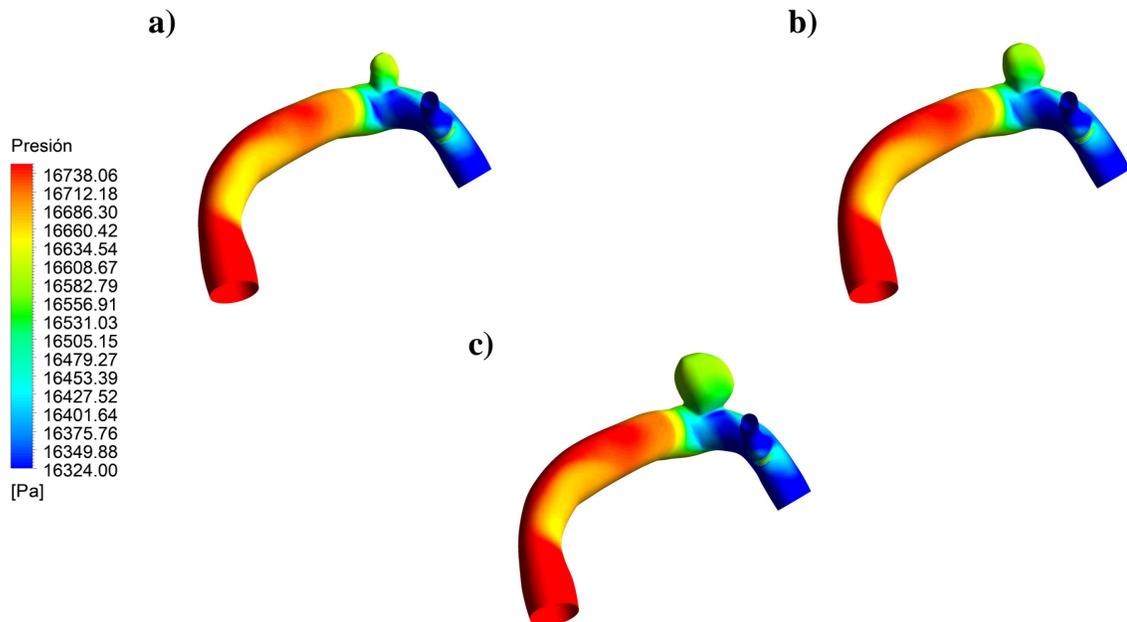


Figura 6.101: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Velocidad

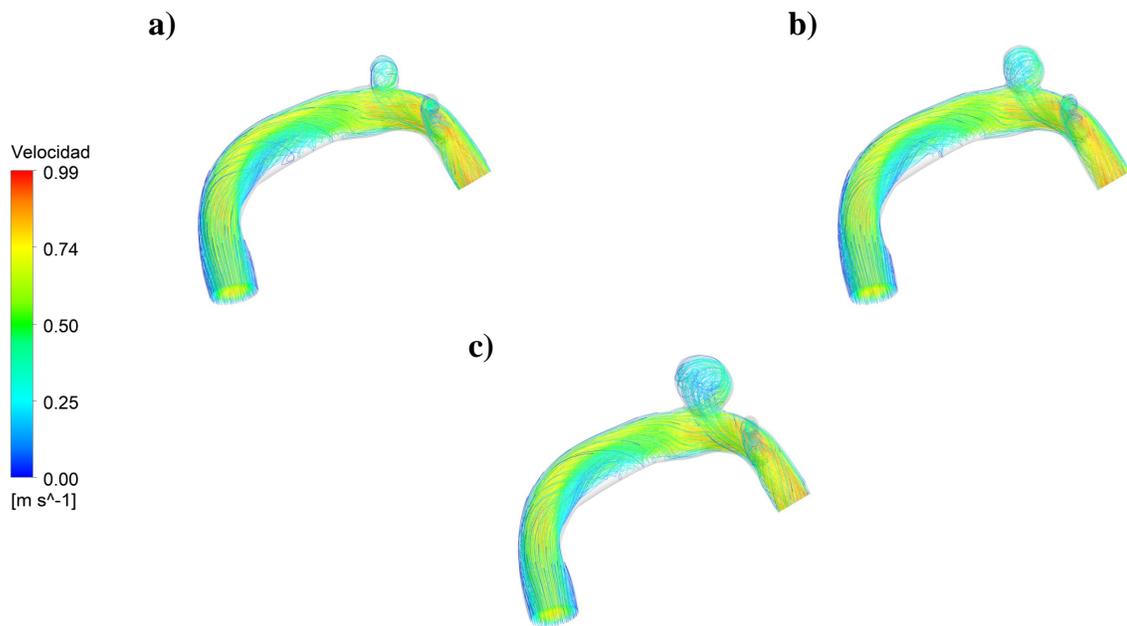


Figura 6.102: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

## Desplazamiento

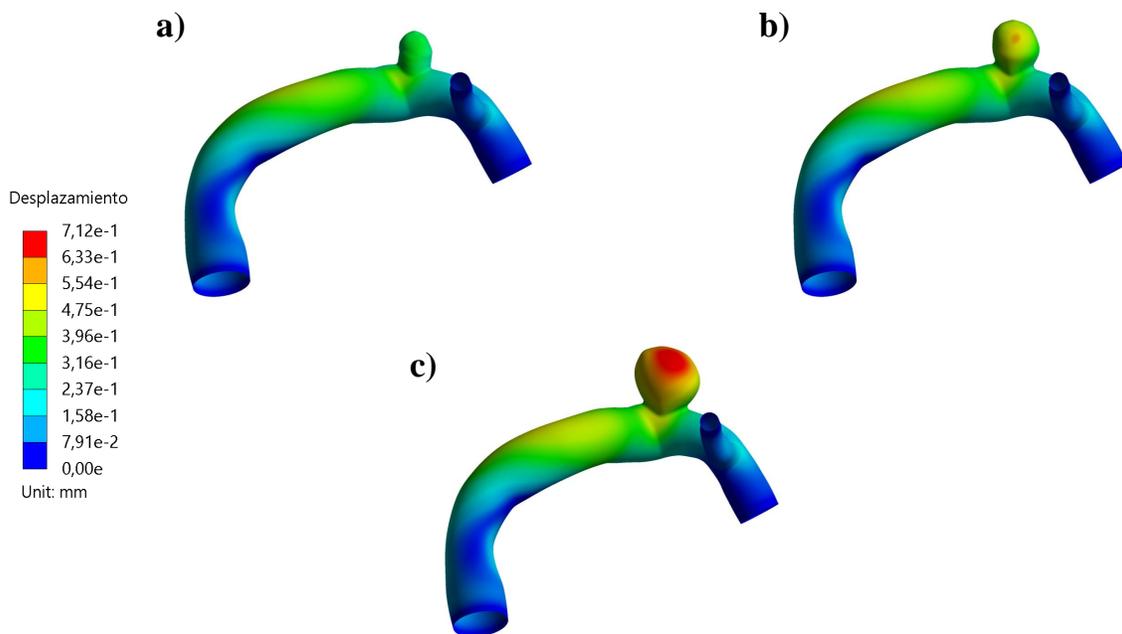


Figura 6.103: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

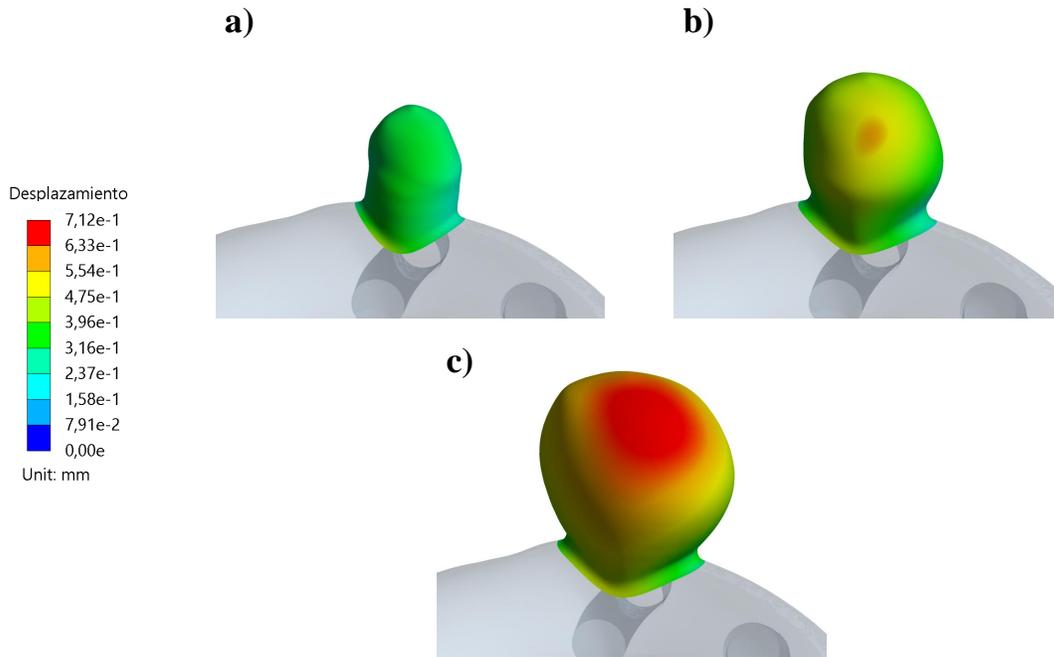


Figura 6.104: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Deformación

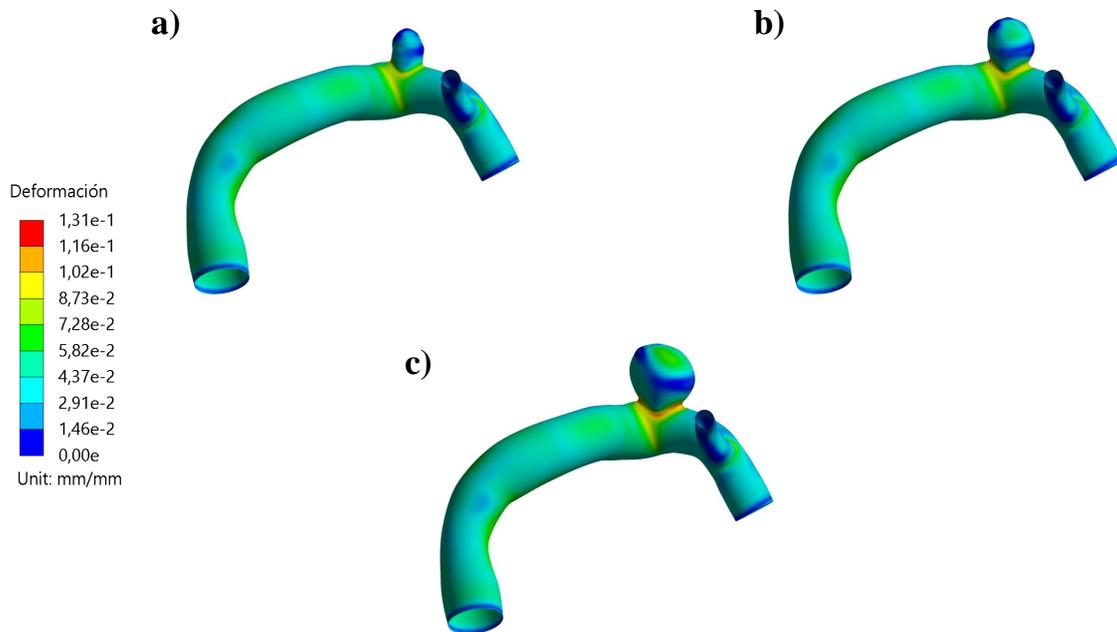


Figura 6.105: Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

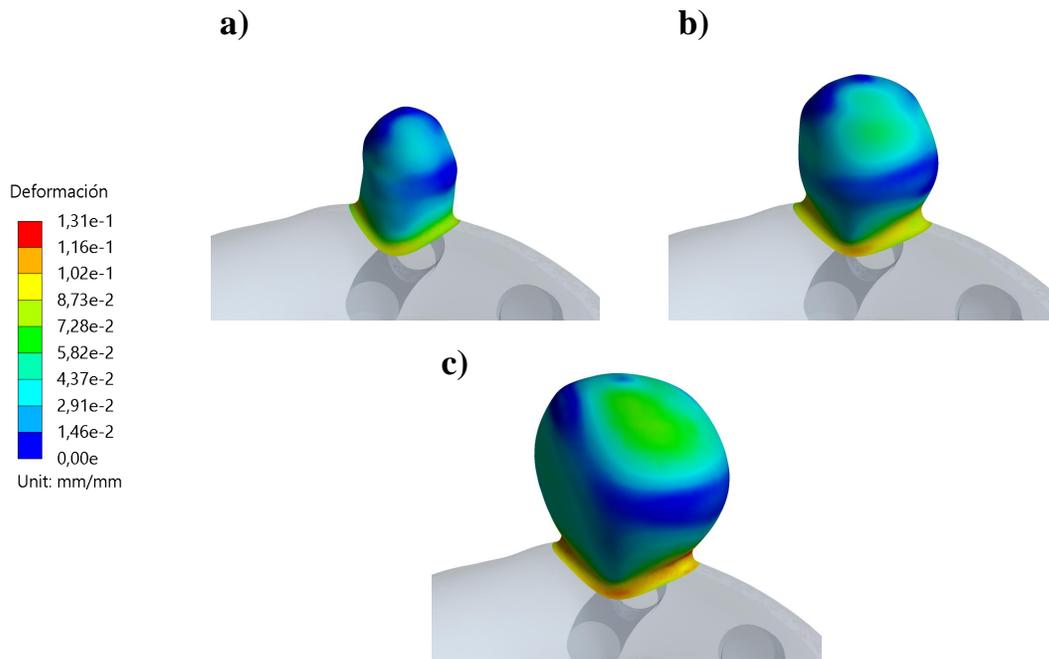


Figura 6.106: Distribución de deformación para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

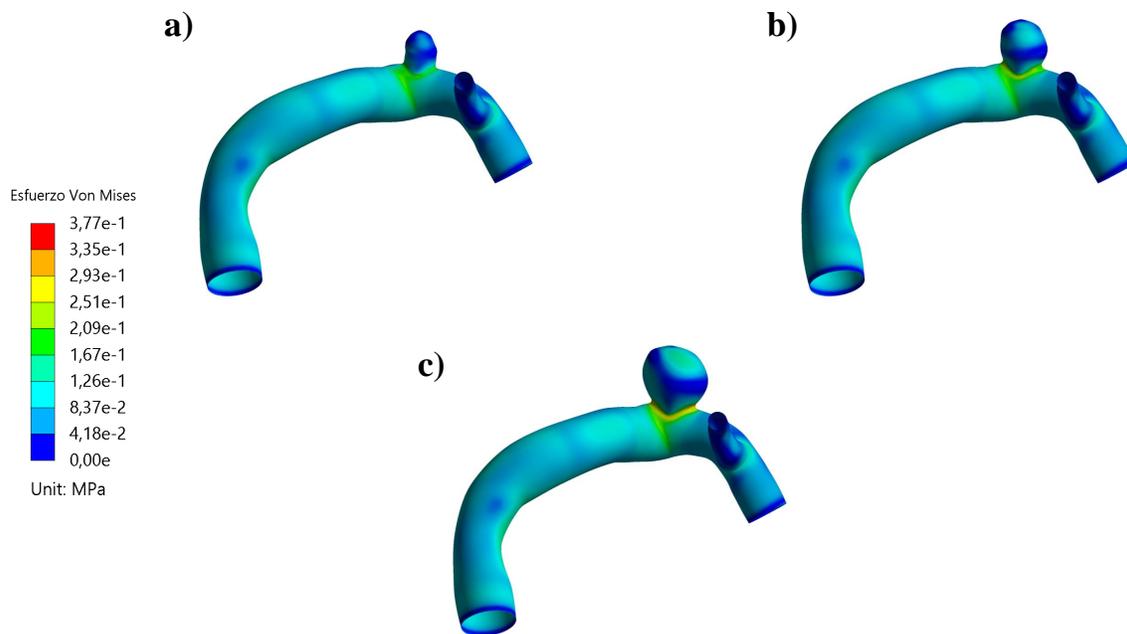


Figura 6.107: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

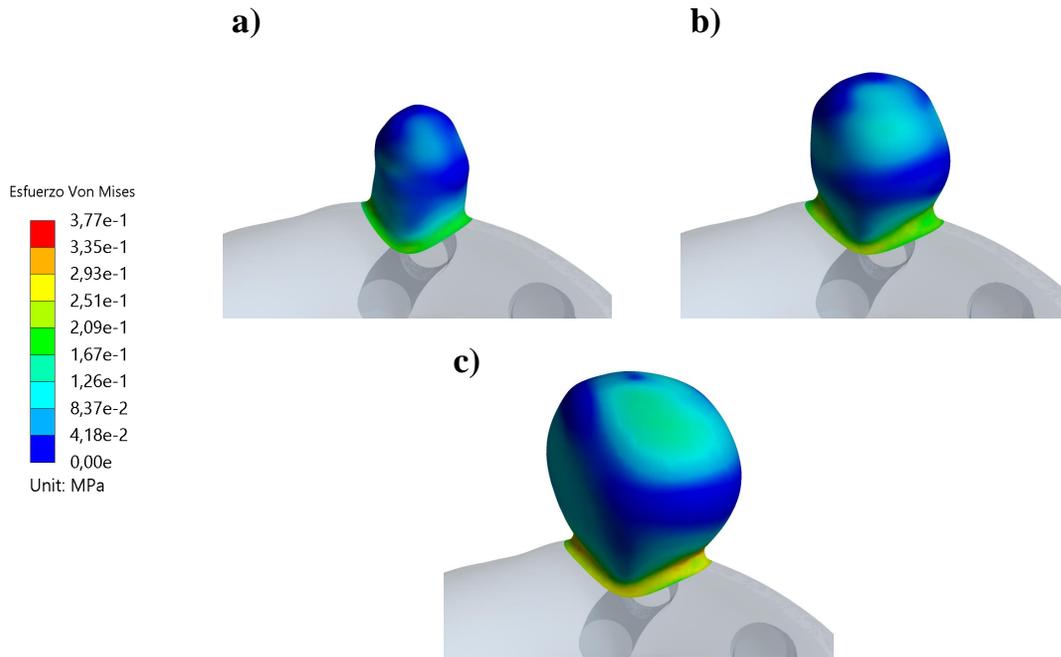


Figura 6.108: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

### 6.3.3.3. TAWSS

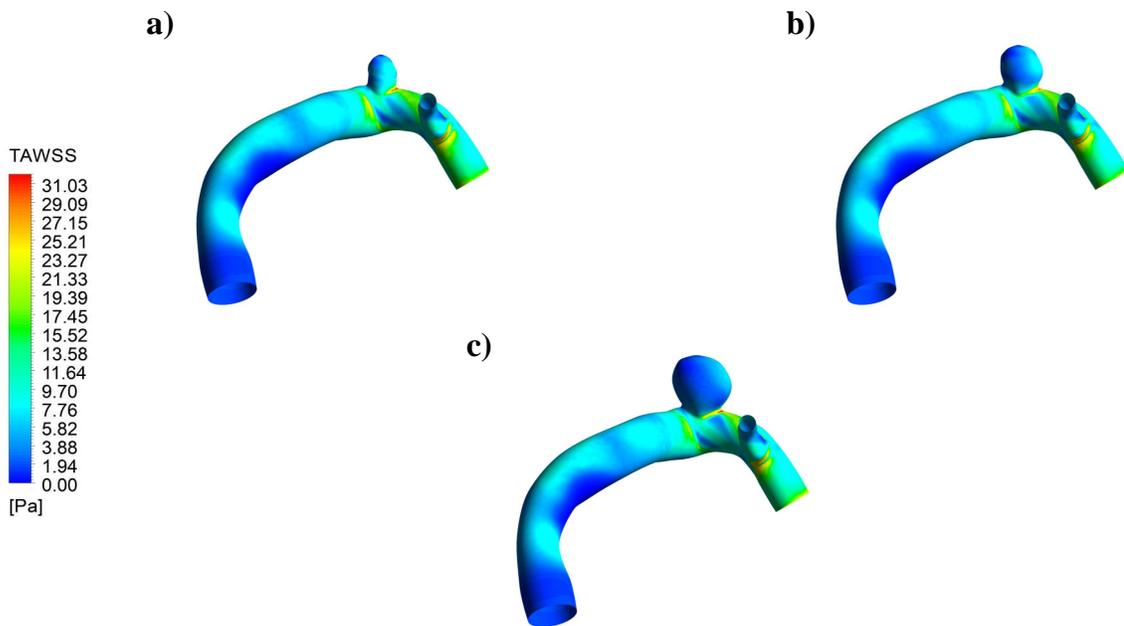


Figura 6.109: Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

### 6.3.3.4. OSI

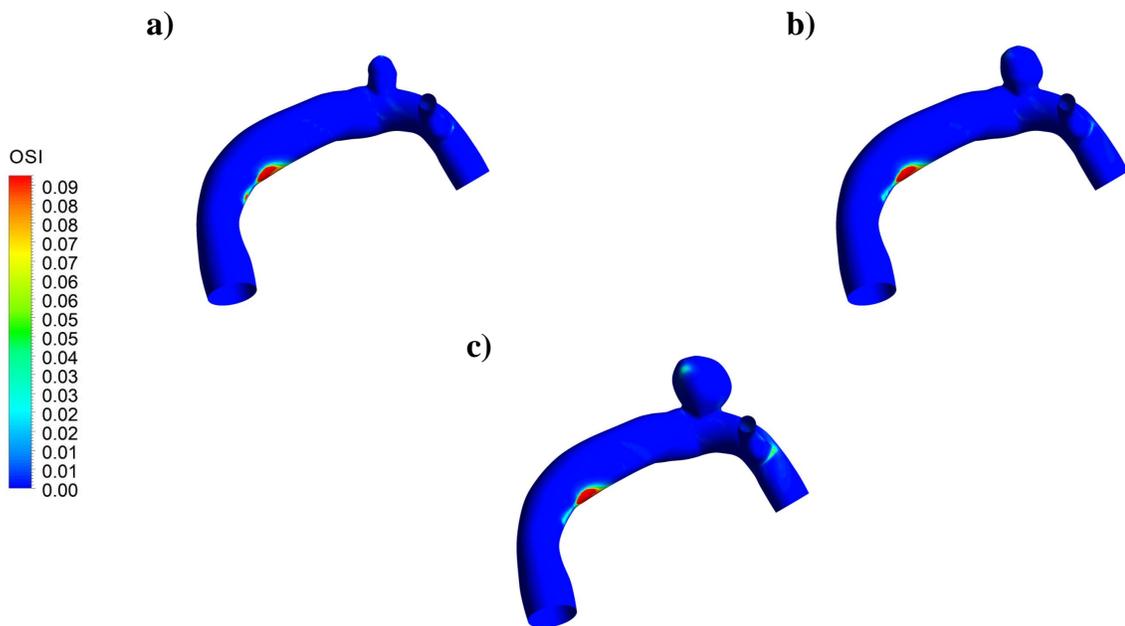


Figura 6.110: Distribución del OSI para las geometrías GSR-2 a) original, b) medio y c) grande.

### 6.3.3.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

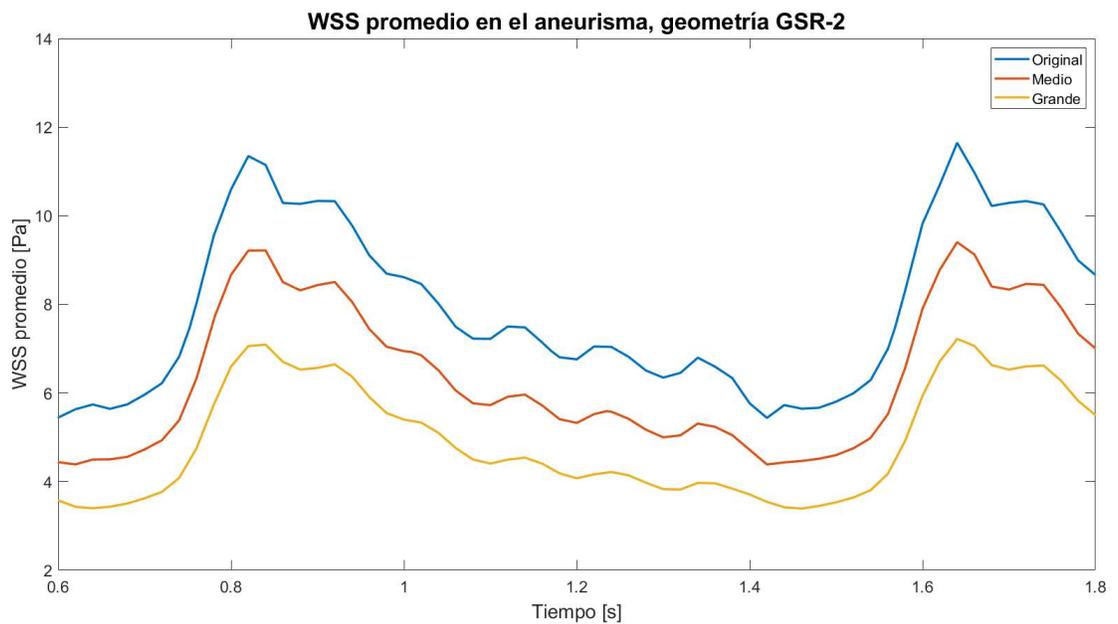


Figura 6.111: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GR-2.

### 6.3.4. Geometría GSR-3

#### 6.3.4.1. Diástole

#### Wall Shear Stress

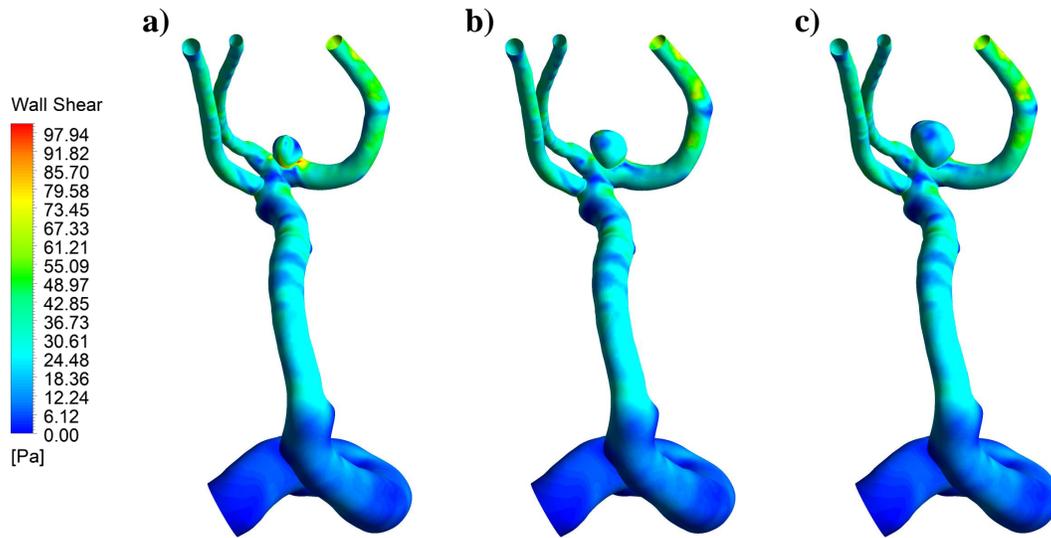


Figura 6.112: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Presión

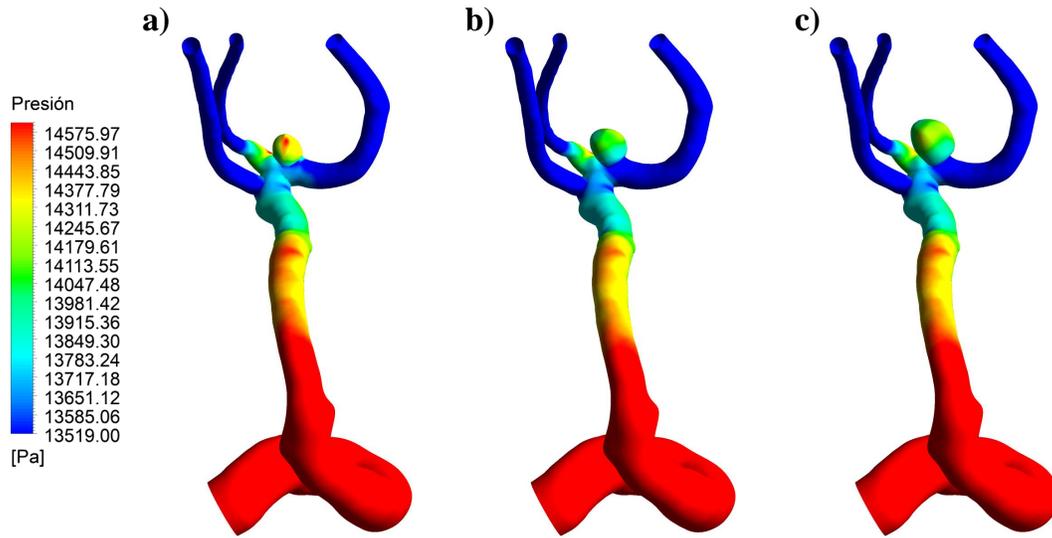


Figura 6.113: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Velocidad

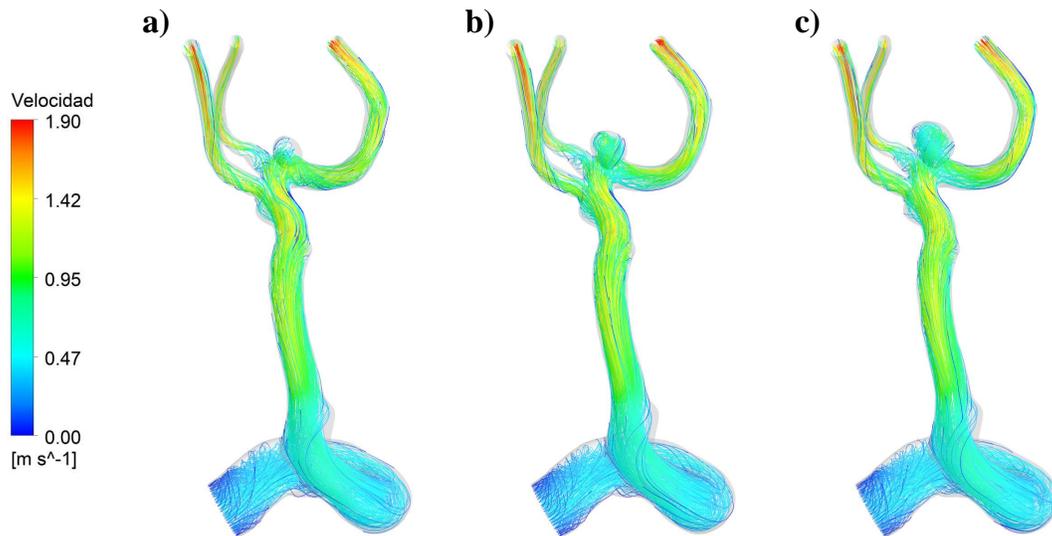


Figura 6.114: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Desplazamiento

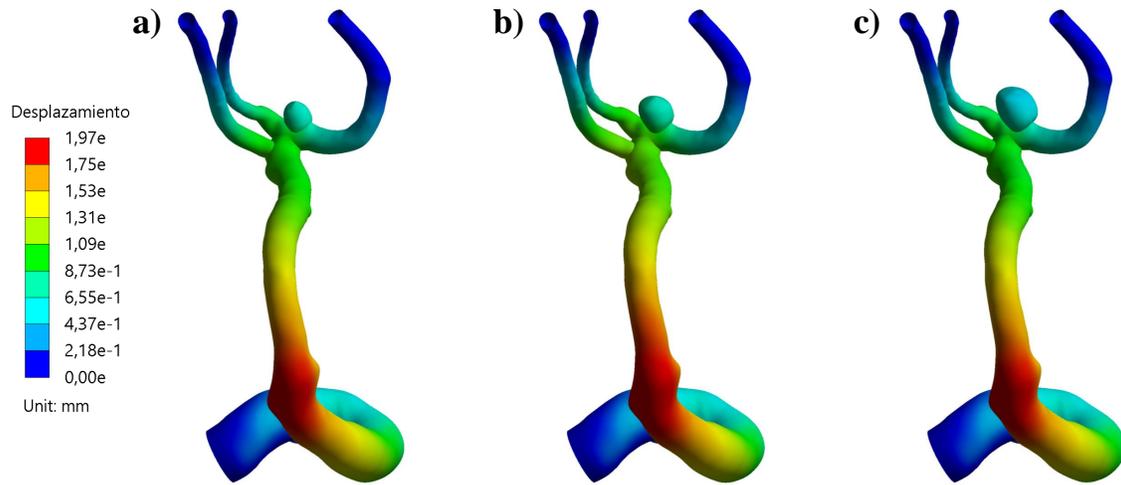


Figura 6.115: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

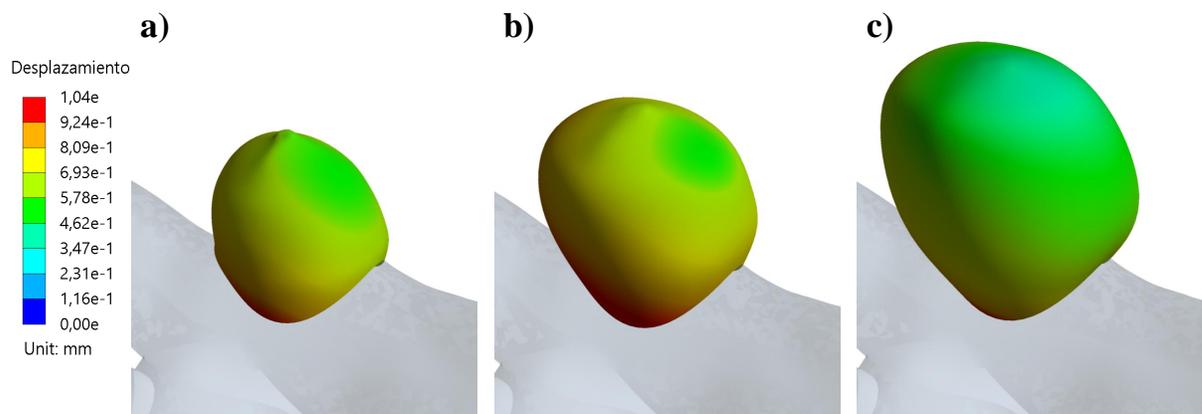


Figura 6.116: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Deformación

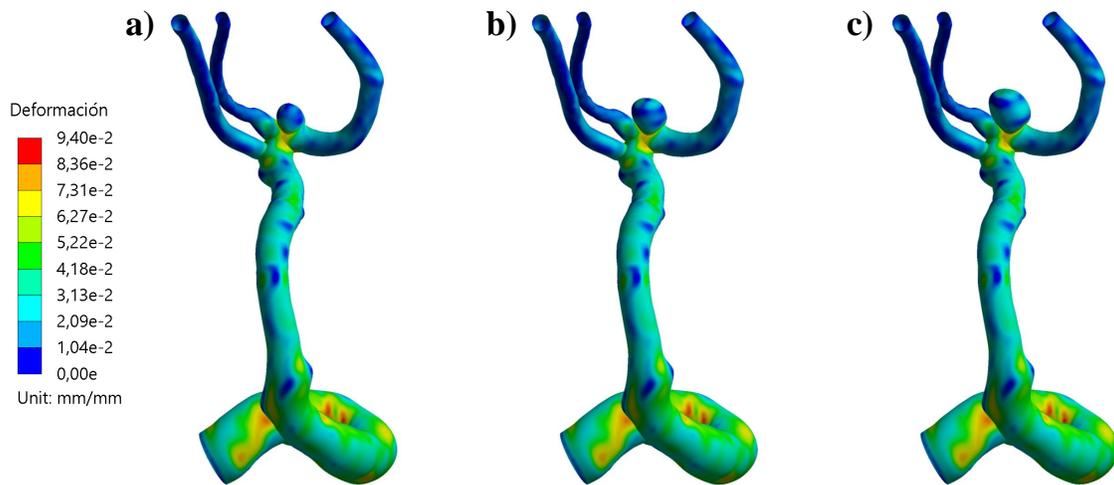


Figura 6.117: Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

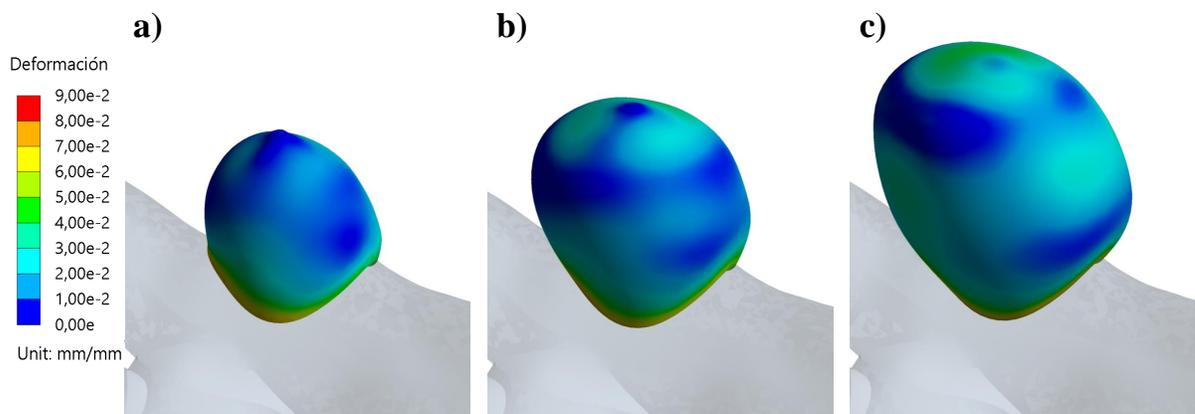


Figura 6.118: Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Esfuerzo de Von Mises

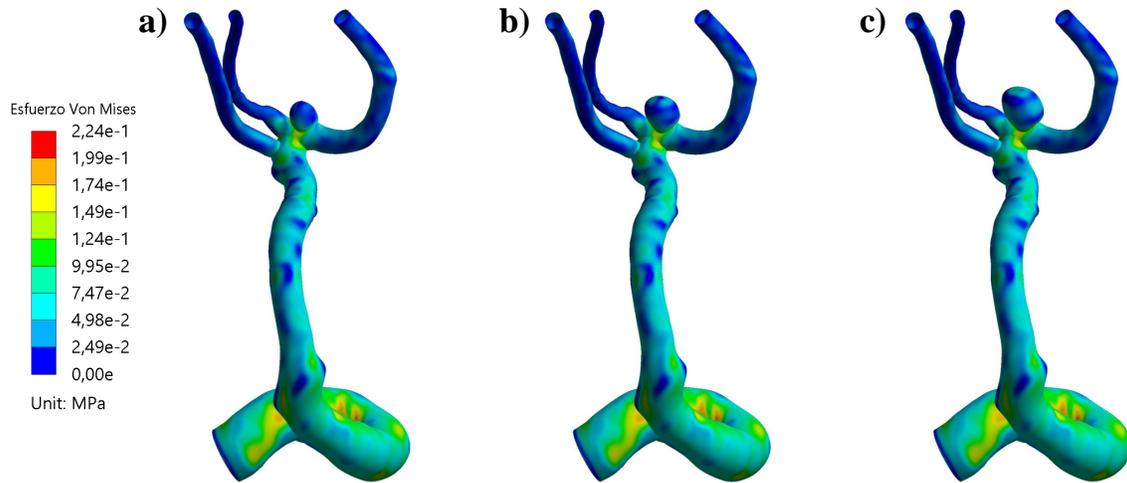


Figura 6.119: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

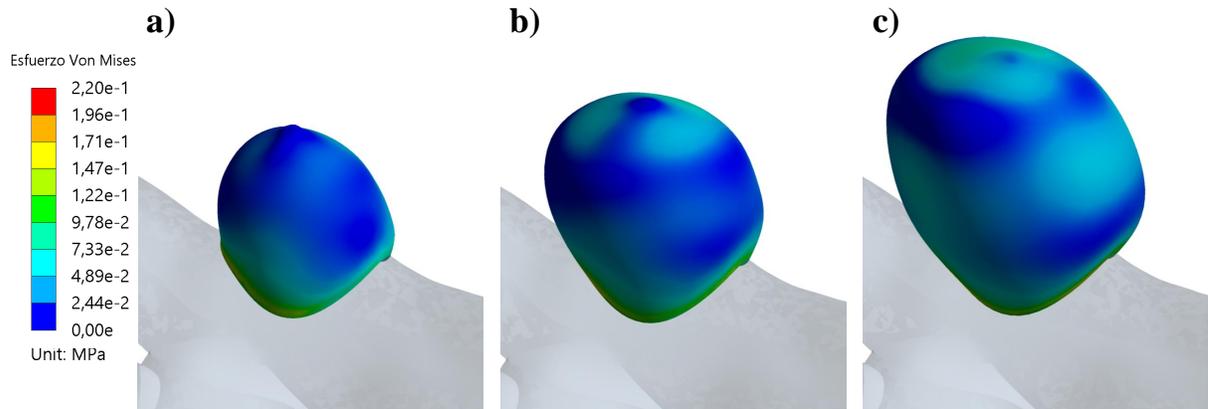


Figura 6.120: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

### 6.3.4.2. Sístole

## Wall Shear Stress

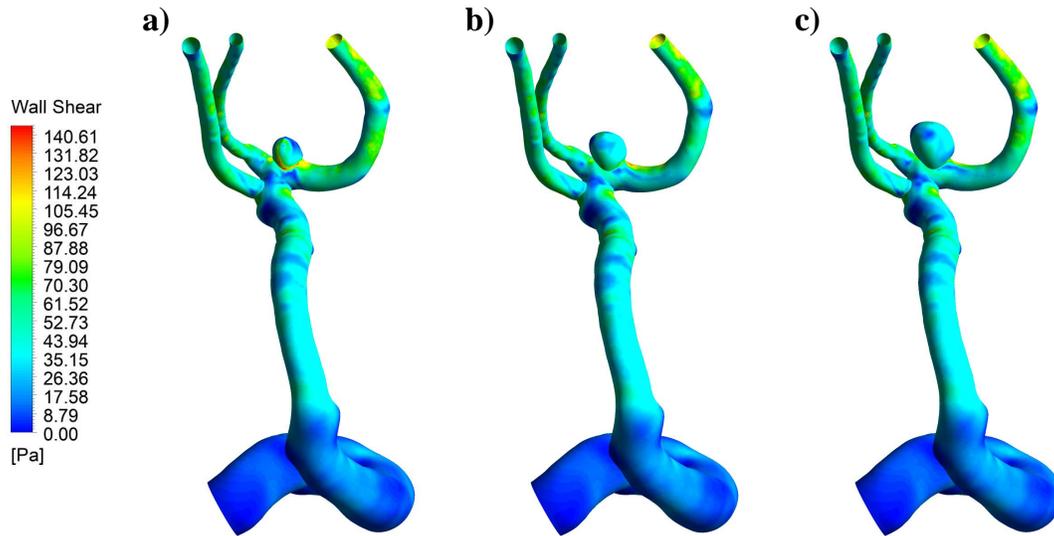


Figura 6.121: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Presión

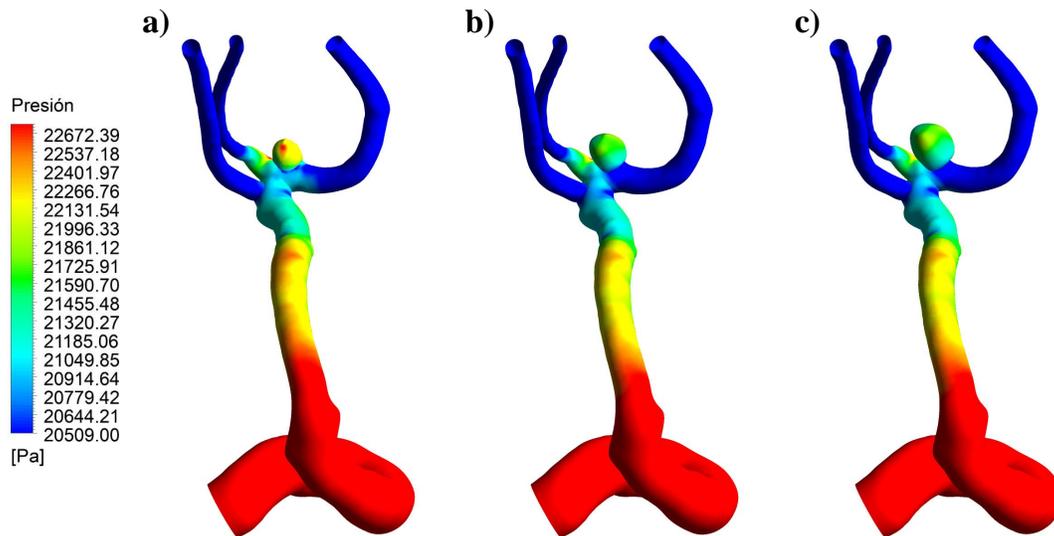


Figura 6.122: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Velocidad

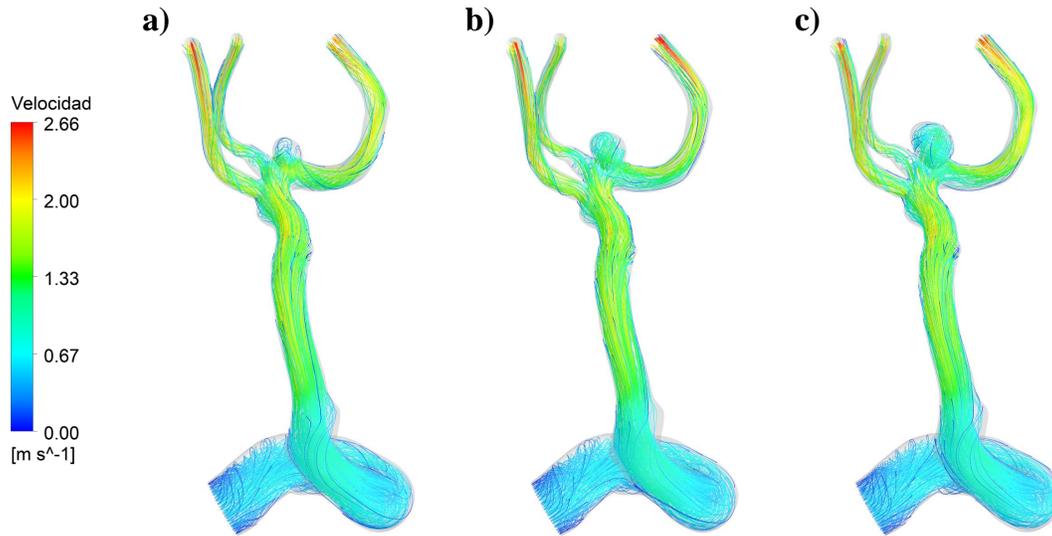


Figura 6.123: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

## Desplazamiento

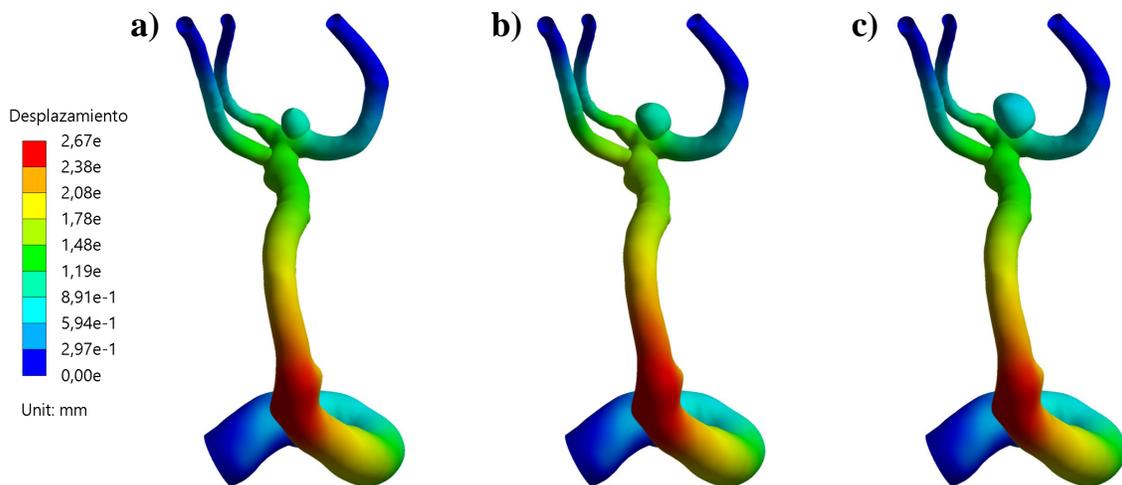


Figura 6.124: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

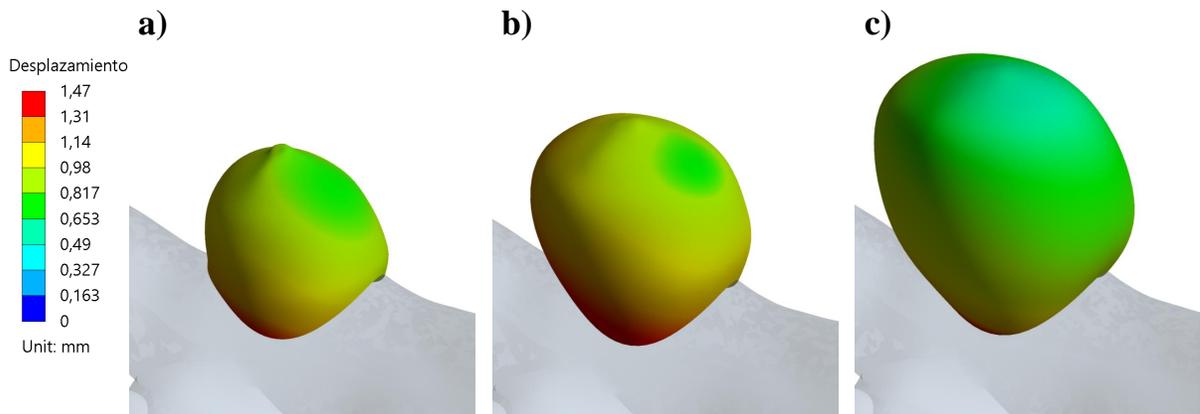


Figura 6.125: Distribución de desplazamiento para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

## Deformación

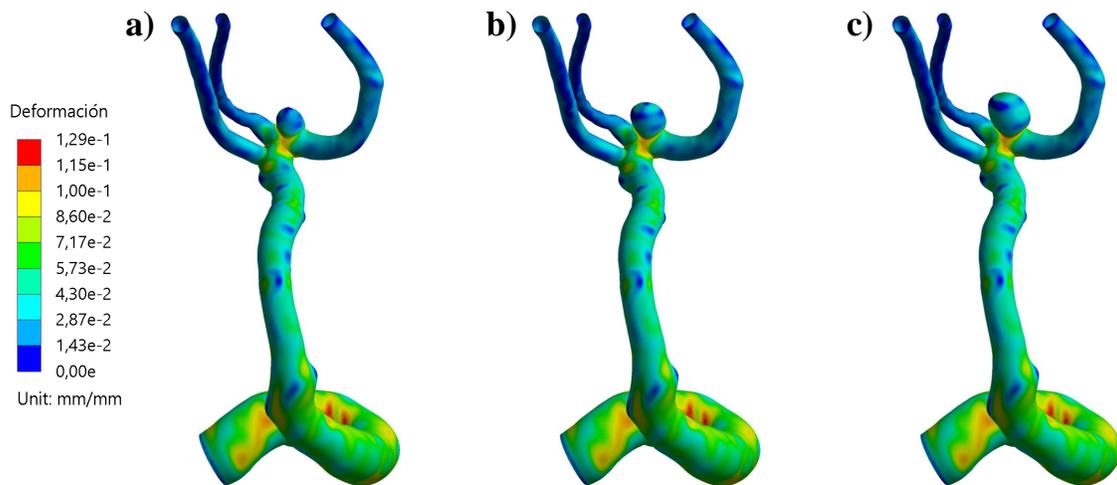


Figura 6.126: Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

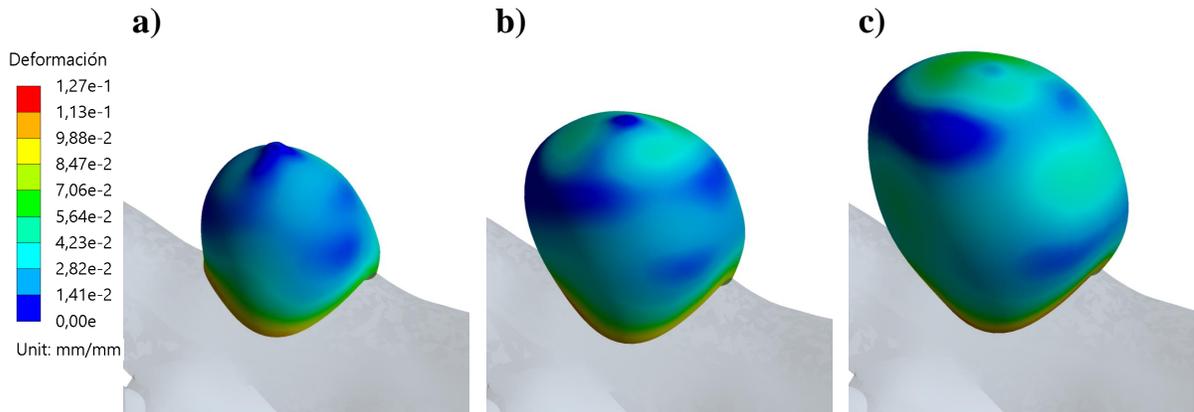


Figura 6.127: Distribución de deformación para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

### Esfuerzo de Von Mises

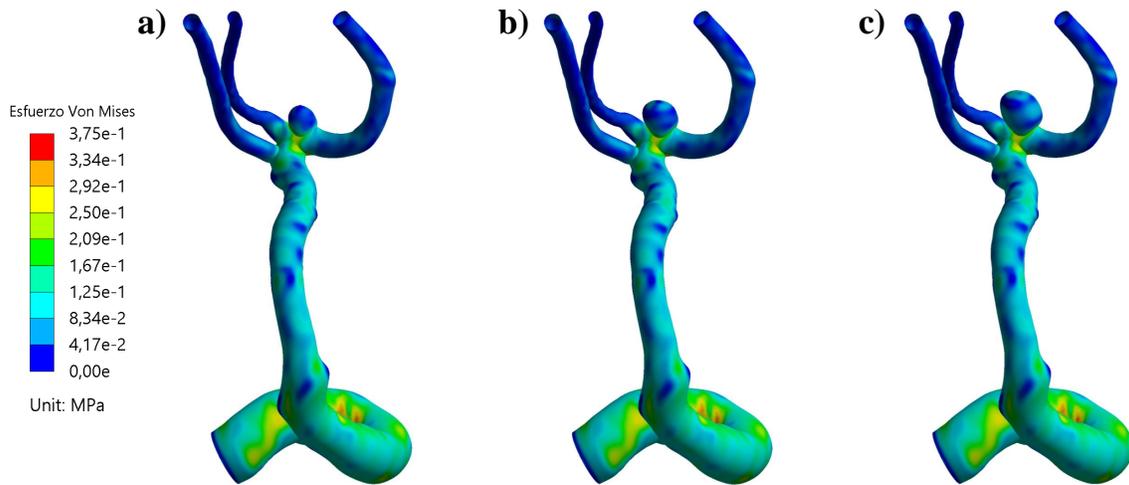


Figura 6.128: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

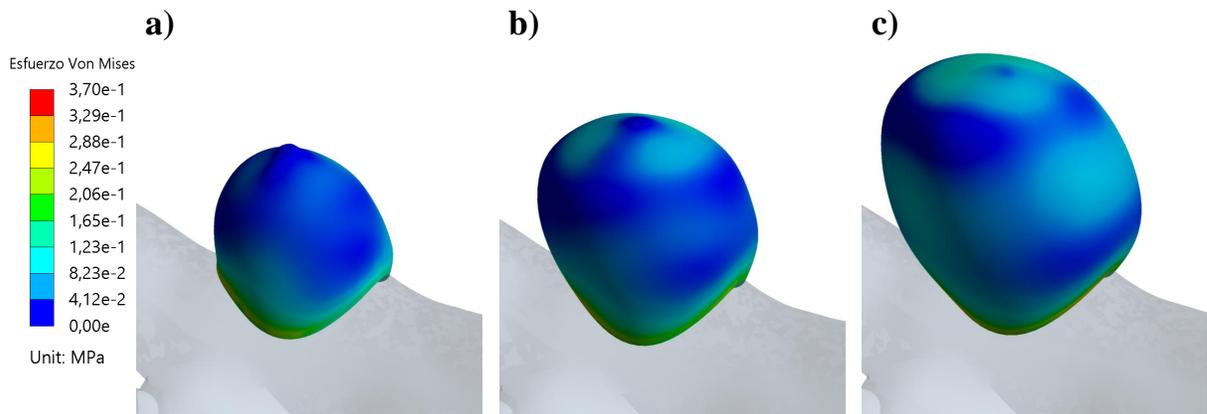


Figura 6.129: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande, en la zona del aneurisma.

#### 6.3.4.3. TAWSS

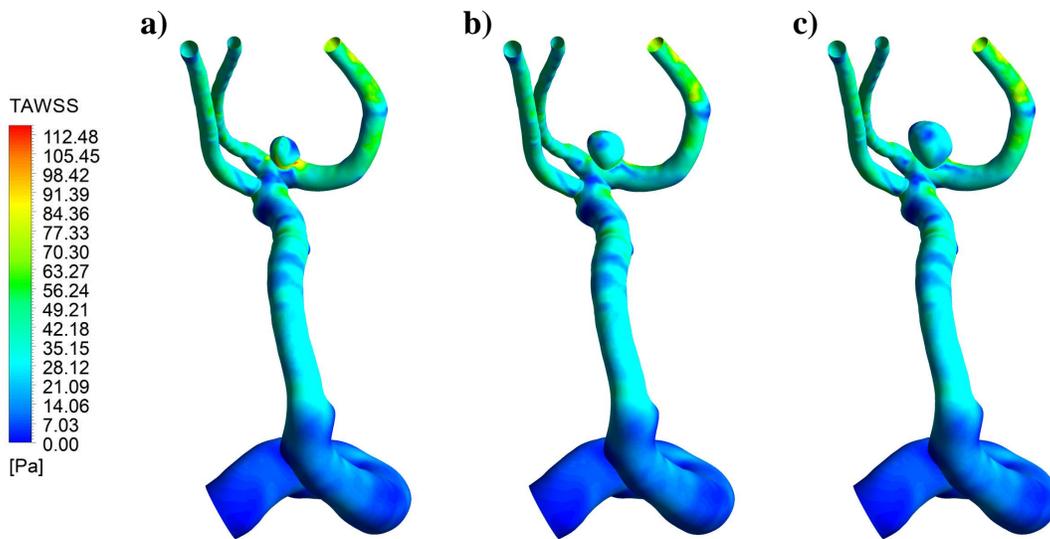


Figura 6.130: Distribución del TAWSS para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

#### 6.3.4.4. OSI

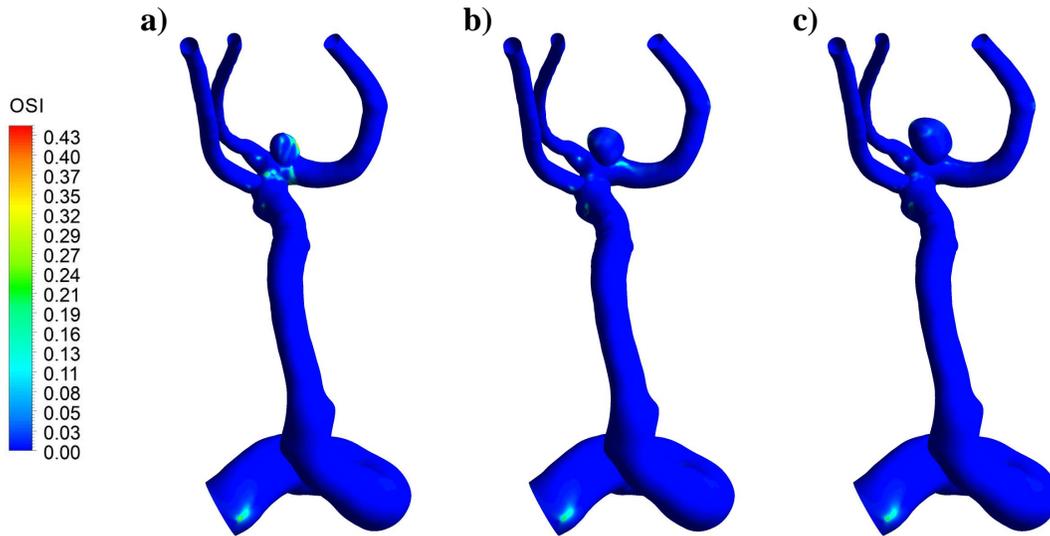


Figura 6.131: Distribución del OSI para las geometrías GSR-3 a) original, b) medio y c) grande.

#### 6.3.4.5. Evolución del WSS promedio en el aneurisma

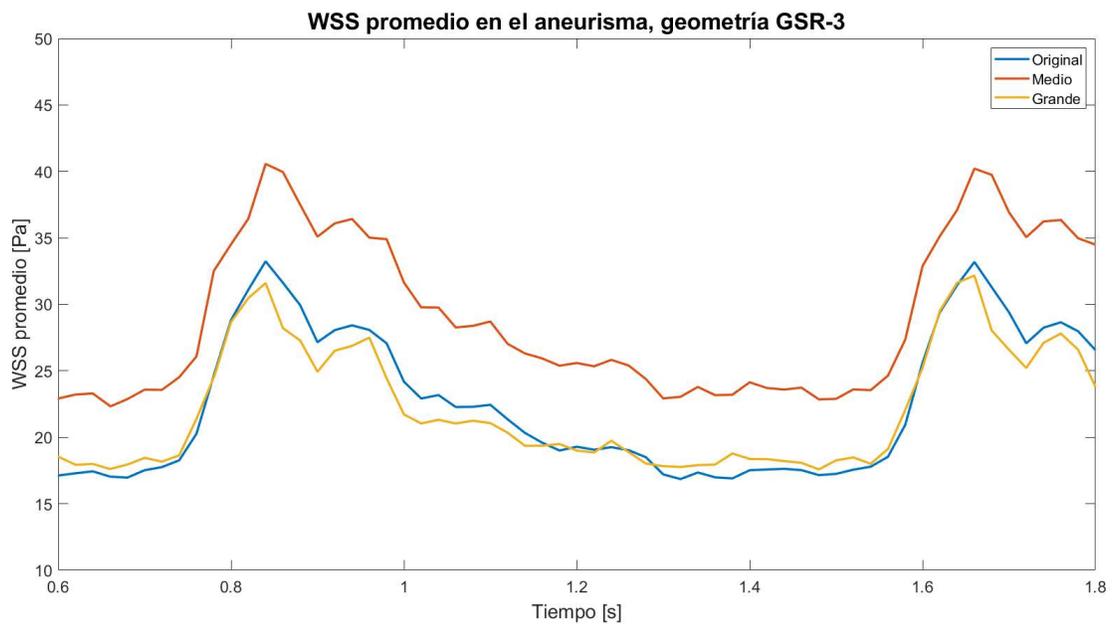


Figura 6.132: Evolución temporal del WSS promedio en la zona del aneurisma para la geometría GSR-3.

### 6.3.5. Resumen de resultados

Los valores máximos y promedios de las variables presentadas anteriormente en la zona del aneurisma para cada caso presentado anteriormente se muestran a continuación.

Tabla 6.13: Resumen de WSS máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		WSS [Pa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	46.80	2.99	70.00	5.14
	Medio	45.59	4.71	68.84	7.70
	Pequeño	44.24	6.67	66.57	11.14
	Inicial	48.06	11.24	77.05	18.56
GR-3	Original	28.81	3.00	50.99	6.90
	Medio	23.42	4.88	43.12	11.07
	Pequeño	24.27	6.68	50.14	14.34
	Inicial	25.74	10.13	54.76	21.06
GSR-2	Original	23.97	5.77	41.09	10.70
	Medio	21.92	4.72	39.72	8.78
	Grande	26.82	3.71	50.00	6.72
GSR-3	Original	101.71	18.37	145.46	29.51
	Medio	84.32	24.14	123.36	35.13
	Grande	63.15	17.52	92.56	29.40

Tabla 6.14: Resumen de presiones máximas y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Presión [Pa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	11561.3	11429.5	17082.8	16836.8
	Medio	11554.4	11425.8	17074.5	16836.9
	Pequeño	11553.6	11427.5	17076.4	16839.8
	Inicial	11544.9	11430.4	17073.8	16851.9
GR-3	Original	11313.1	11276.1	16681.1	16599.2
	Medio	11346.2	11281.8	16779.8	16606.7
	Pequeño	11341.0	11300.4	16766.4	16640.7
	Inicial	11406.9	11351.0	16872.9	16737.0
GSR-2	Original	11331.6	11244.4	16750.9	16567.5
	Medio	11323.6	11241.8	16726.9	16562.7
	Grande	11314.4	11240.6	16718.6	16567.1
GSR-3	Original	14609.5	14233.1	22739.6	21963.1
	Medio	14288.1	13939.0	21988.4	21419.2
	Grande	14275.8	14013.1	21937.2	21442.9

Tabla 6.15: Resumen de TAWSS y OSI máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		TAWSS [Pa]		OSI [-]	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	56.56	3.62	0.320	0.0063
	Medio	55.64	5.72	0.210	0.0044
	Pequeño	54.01	8.33	0.320	0.0059
	Inicial	60.43	14.21	0.320	0.0022
GR-3	Original	35.74	4.08	0.320	0.0045
	Medio	32.08	6.72	0.140	0.0009
	Pequeño	34.38	9.13	0.390	0.0036
	Inicial	36.64	14.01	0.001	0.0001
GSR-2	Original	32.34	7.66	0.093	0.0015
	Medio	30.11	6.15	0.052	0.0008
	Grande	34.11	4.75	0.052	0.0010
GSR-3	Original	116.54	21.25	0.440	0.0400
	Medio	92.26	27.91	0.410	0.0100
	Grande	73.42	21.59	0.300	0.0130

Tabla 6.16: Resumen de desplazamientos totales máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Desplazamiento total [mm]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	0.320	0.190	0.440	0.280
	Medio	0.252	0.150	0.392	0.230
	Pequeño	0.249	0.134	0.387	0.220
	Inicial	0.246	0.154	0.379	0.249
GR-3	Original	0.170	0.110	0.240	0.160
	Medio	0.140	0.069	0.190	0.098
	Pequeño	0.110	0.050	0.160	0.074
	Inicial	0.065	0.054	0.099	0.082
GSR-2	Original	0.290	0.210	0.400	0.300
	Medio	0.340	0.260	0.490	0.380
	Grande	0.510	0.330	0.710	0.480
GSR-3	Original	0.930	0.730	1.310	1.040
	Medio	1.040	0.800	1.470	1.140
	Grande	0.900	0.630	1.260	0.880

Tabla 6.17: Resumen de deformaciones máximas y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Deformación [mm/mm]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	0.052	0.021	0.075	0.033
	Medio	0.050	0.018	0.073	0.027
	Pequeño	0.048	0.015	0.069	0.023
	Inicial	0.055	0.018	0.078	0.027
GR-3	Original	0.071	0.019	0.100	0.029
	Medio	0.068	0.016	0.094	0.023
	Pequeño	0.065	0.015	0.090	0.021
	Inicial	0.042	0.017	0.063	0.026
GSR-2	Original	0.065	0.026	0.094	0.038
	Medio	0.079	0.028	0.110	0.041
	Grande	0.097	0.032	0.130	0.048
GSR-3	Original	0.077	0.020	0.110	0.031
	Medio	0.086	0.022	0.120	0.034
	Grande	0.090	0.026	0.130	0.040

Tabla 6.18: Resumen de esfuerzos de Von Mises máximos y promedios en la zona del aneurisma.

Geometría		Esfuerzo de Von Mises [MPa]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Original	0.100	0.041	0.160	0.064
	Medio	0.097	0.033	0.150	0.053
	Pequeño	0.092	0.028	0.140	0.044
	Inicial	0.110	0.034	0.170	0.054
GR-3	Original	0.160	0.035	0.260	0.055
	Medio	0.140	0.029	0.220	0.043
	Pequeño	0.130	0.027	0.200	0.039
	Inicial	0.079	0.031	0.120	0.049
GSR-2	Original	0.130	0.050	0.220	0.080
	Medio	0.170	0.054	0.270	0.087
	Grande	0.230	0.064	0.380	0.100
GSR-3	Original	0.160	0.038	0.270	0.062
	Medio	0.190	0.041	0.330	0.068
	Grande	0.220	0.049	0.370	0.080

## 6.4. Arterias sanas

Los correspondientes resultados para aquellas geometrías que representan un caso sano se ven a continuación, donde sólo en la Figura 6.133 se incluye una flecha que indica el lugar donde se forma la lesión.

### 6.4.1. Diástole

## Wall Shear Stress

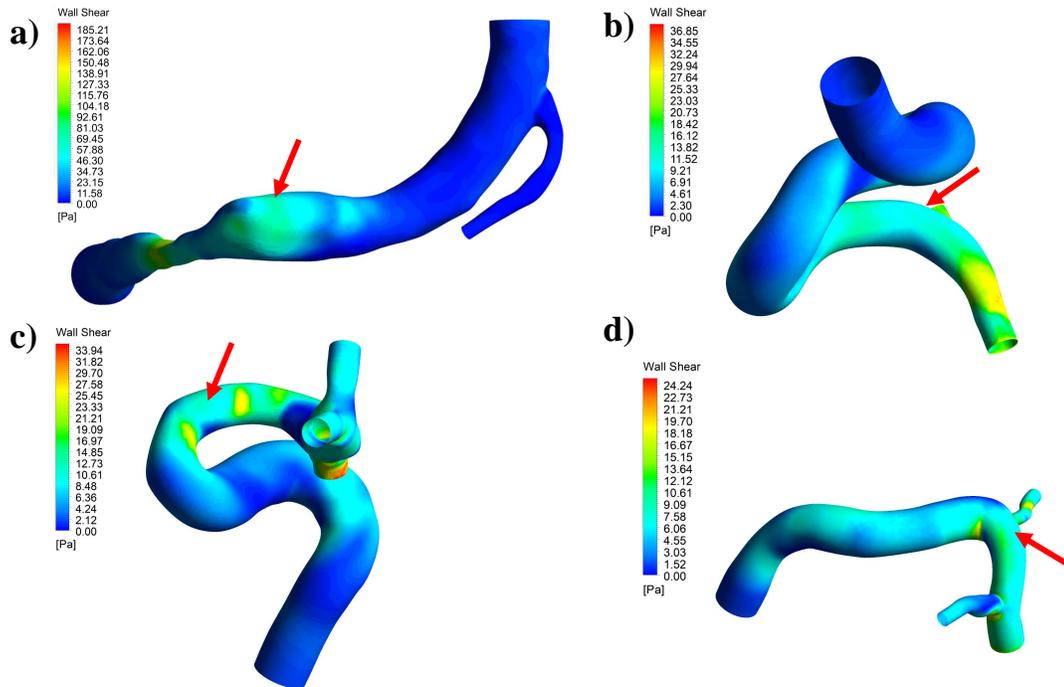


Figura 6.133: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Presión

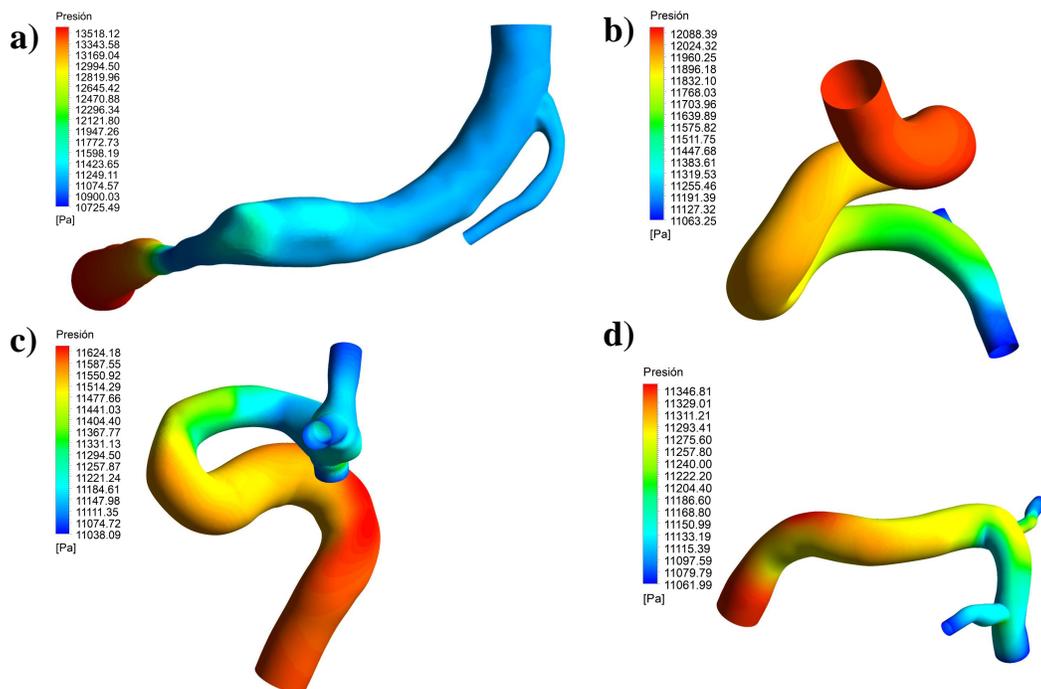


Figura 6.134: Distribución de la presión durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Velocidad

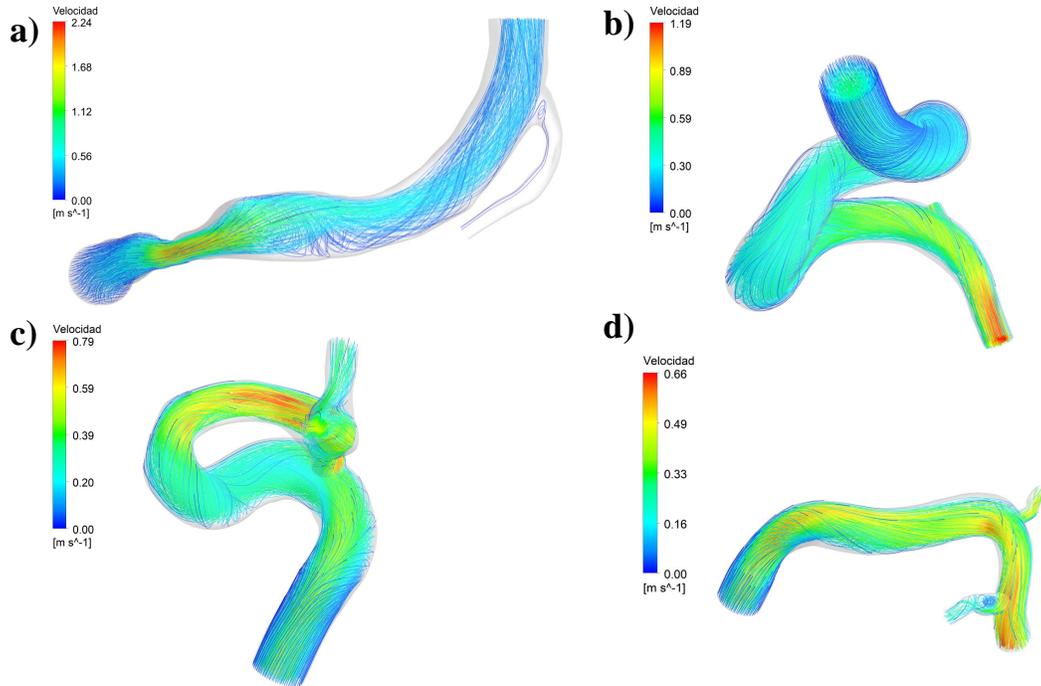


Figura 6.135: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Desplazamiento

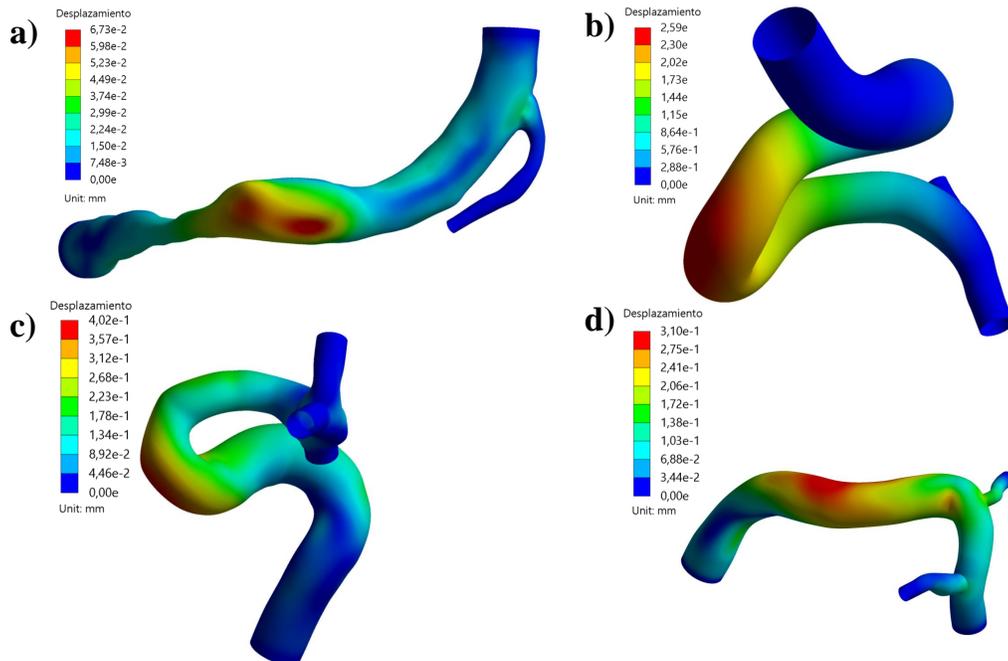


Figura 6.136: Distribución del desplazamiento para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Deformación

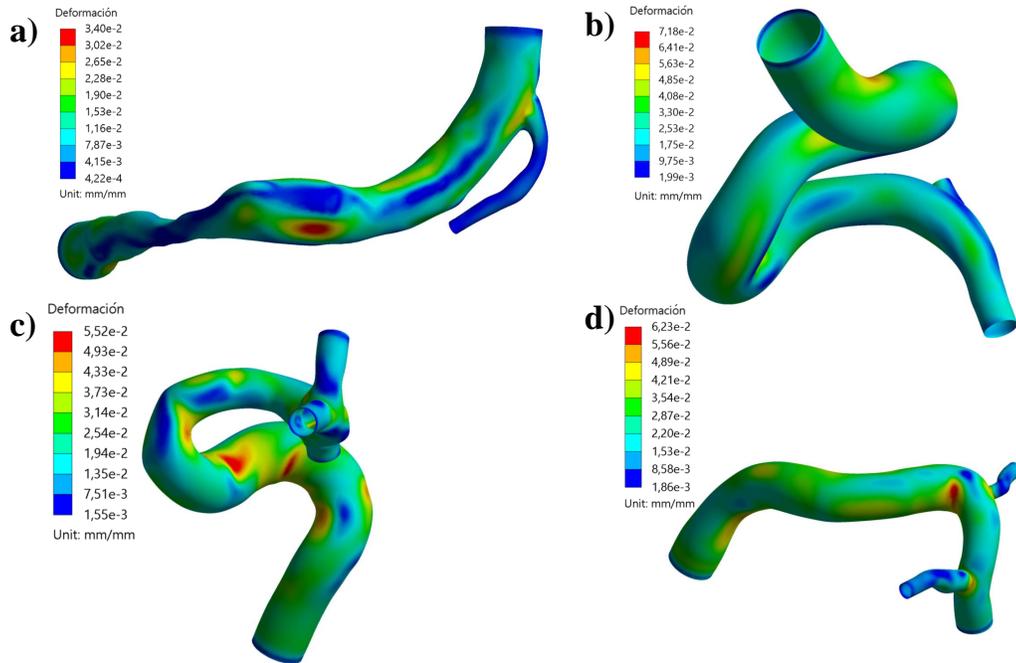


Figura 6.137: Distribución de la deformación para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Esfuerzo de Von Mises

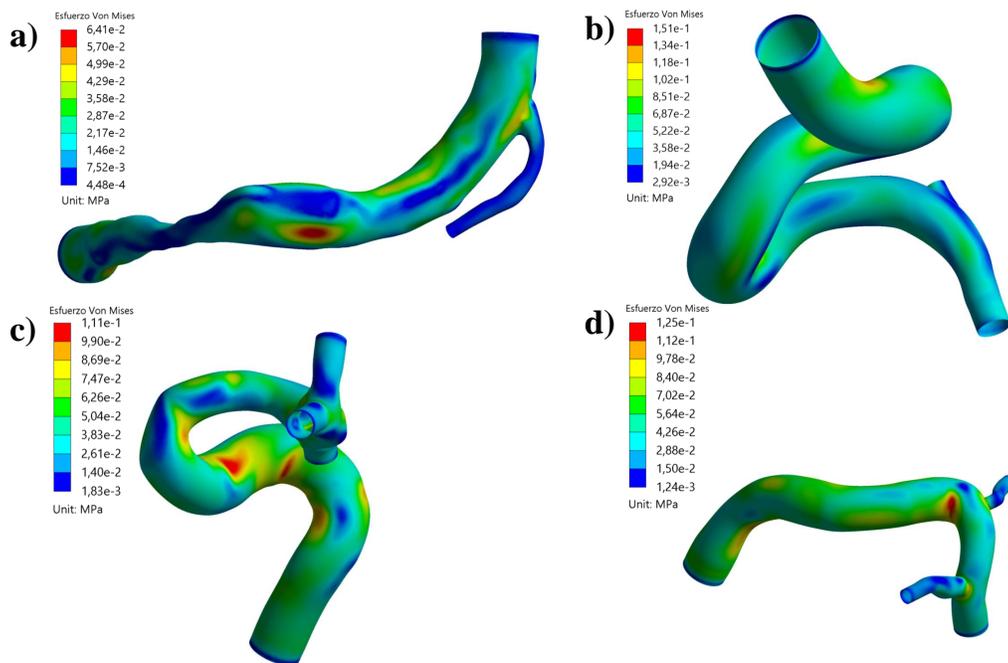


Figura 6.138: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## 6.4.2. Sístole

### Wall Shear Stress

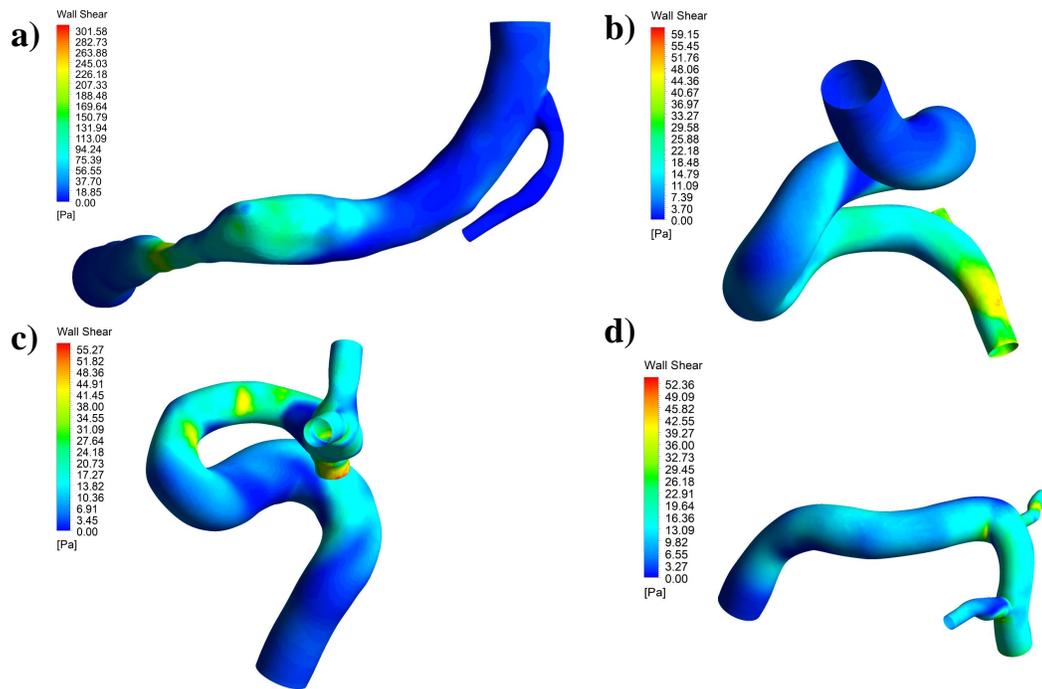


Figura 6.139: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Presión

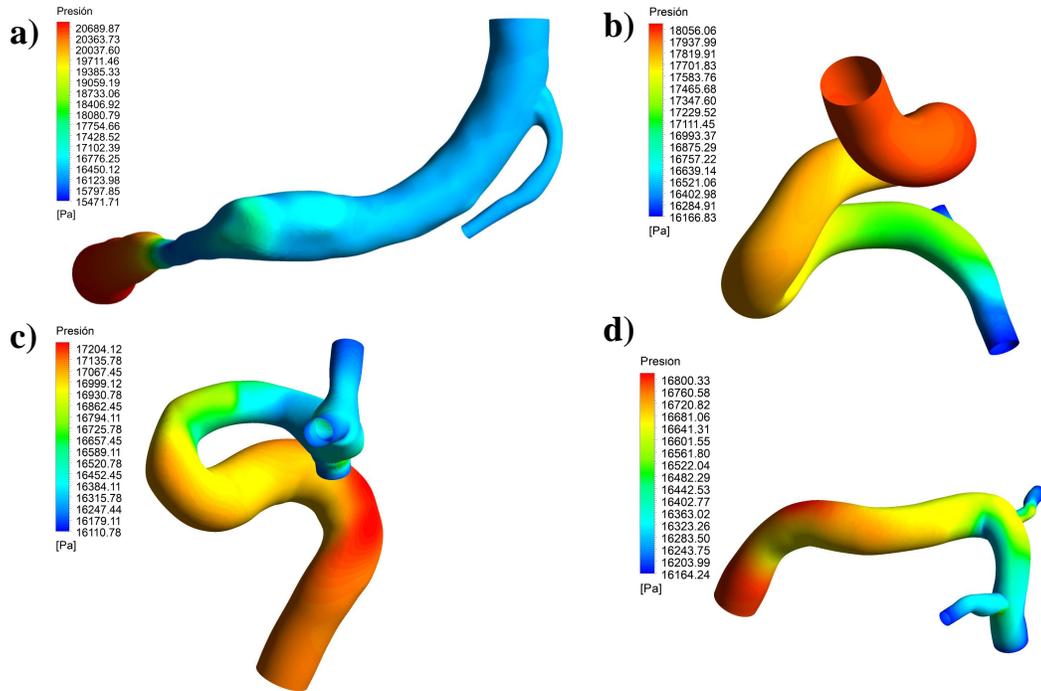


Figura 6.140: Distribución de la presión durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Velocidad

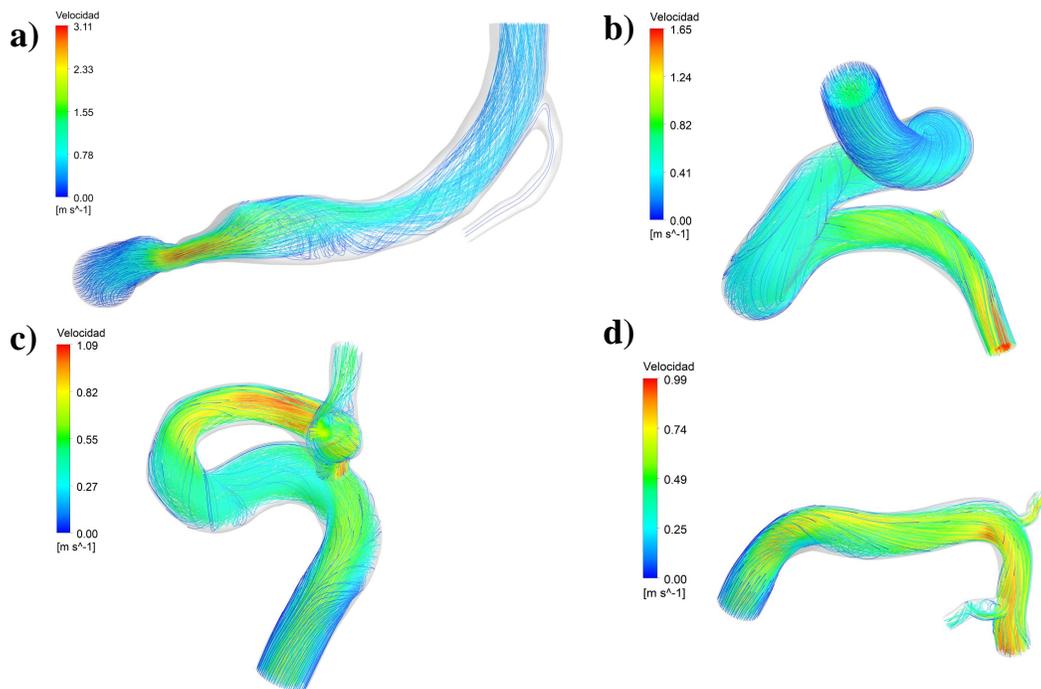


Figura 6.141: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Desplazamiento

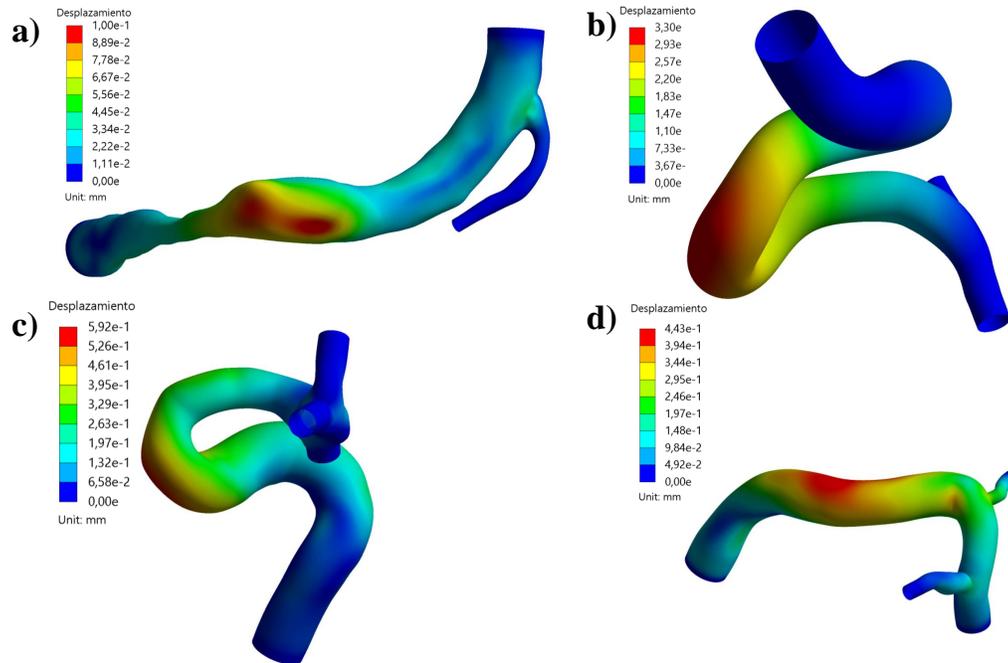


Figura 6.142: Distribución del desplazamiento para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Deformación

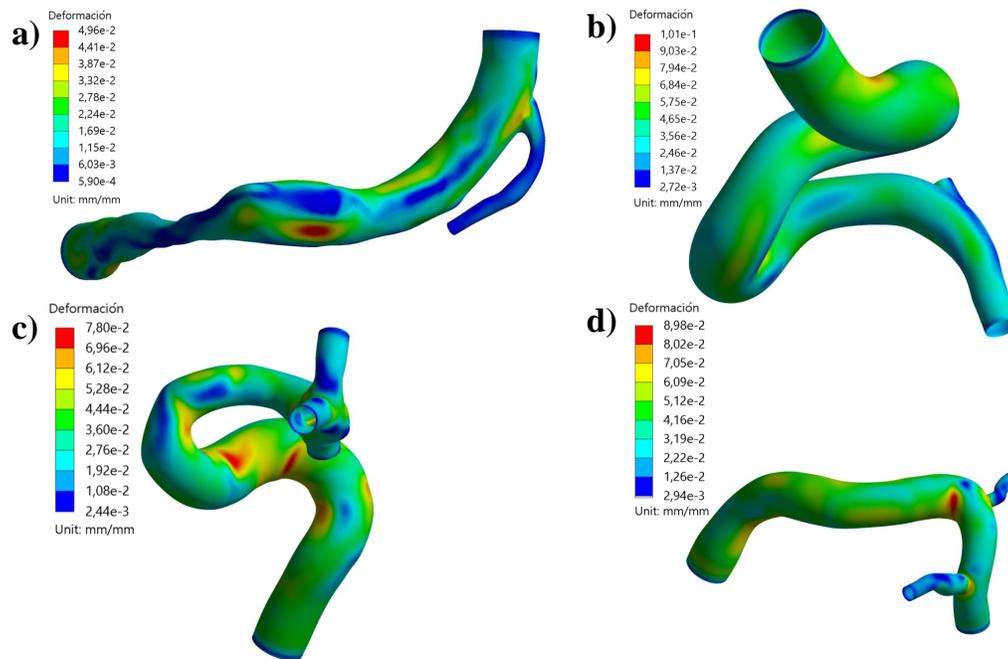


Figura 6.143: Distribución de la deformación para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

## Esfuerzo de Von Mises

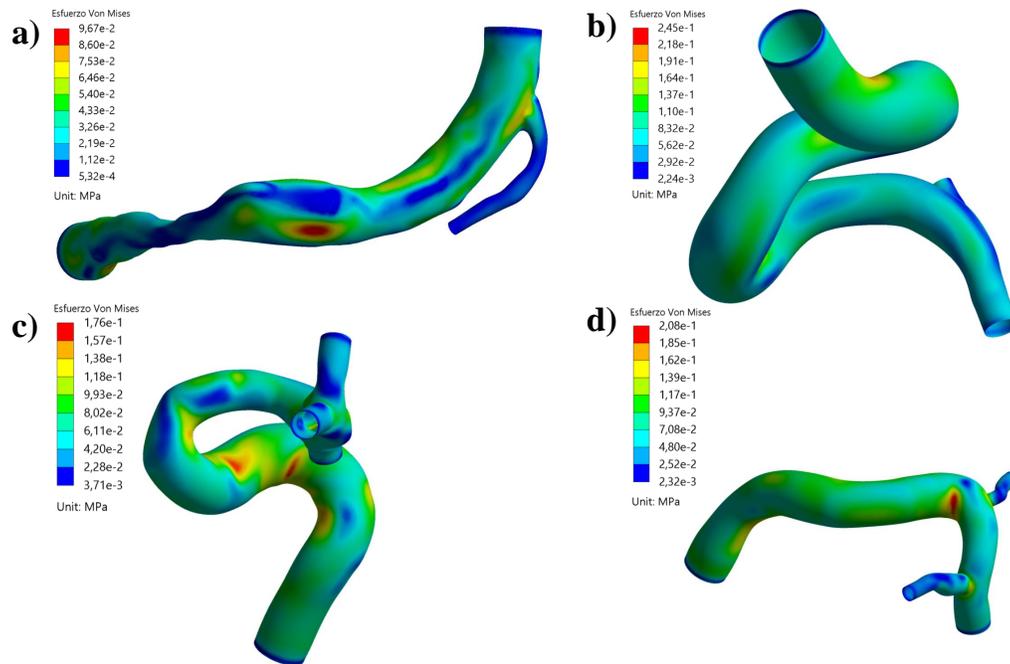


Figura 6.144: Distribución del esfuerzo de Von Mises para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

### 6.4.3. TAWSS

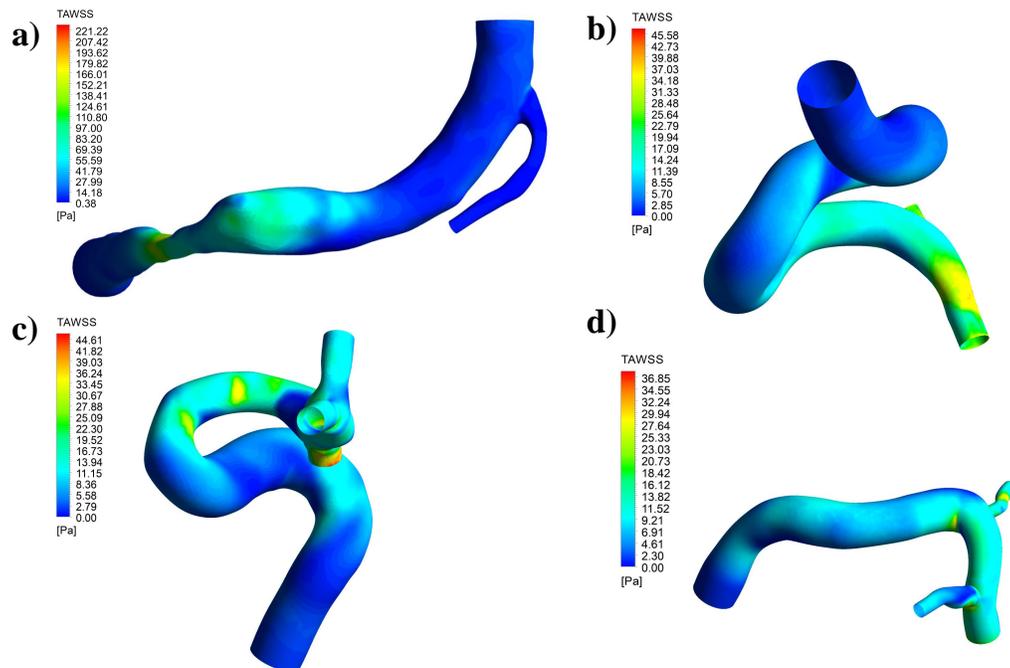


Figura 6.145: Distribución del TAWSS para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

#### 6.4.4. OSI

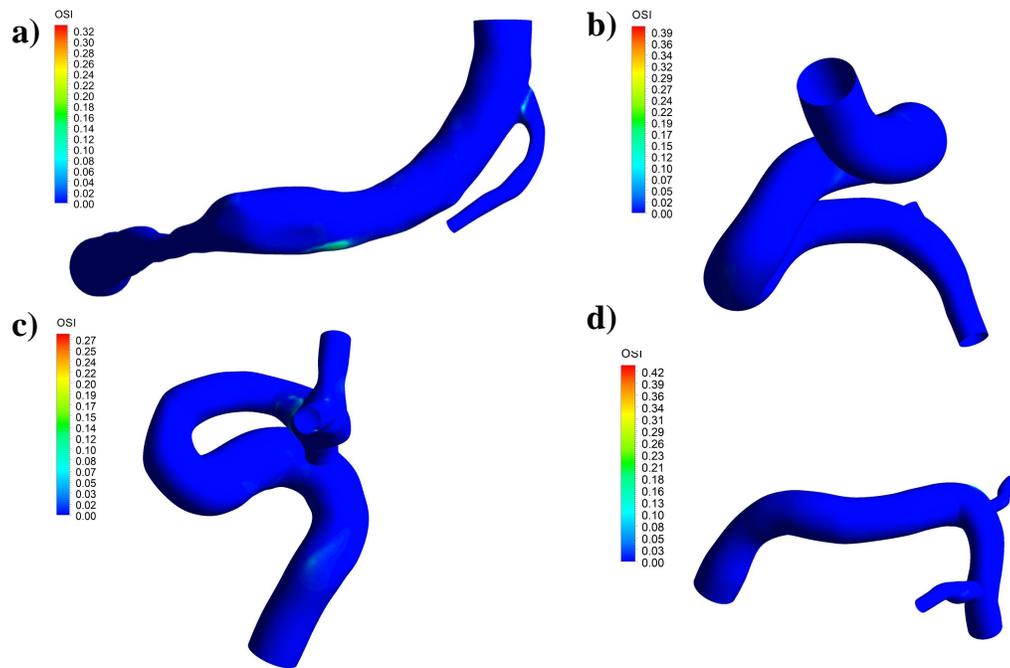


Figura 6.146: Distribución del OSI para las geometrías sanas a) GR-1, b) GSR-1, c) GR-2 y d) GSR-2.

# Capítulo 7

## Análisis de resultados

### 7.1. Modelo elástico

Al utilizar un modelo hiperelástico y uno lineal, se puede ver que las diferencias en los parámetros fluidodinámicos son despreciables, tal como lo reflejan las figuras del anexo B. Las mayores diferencias se encuentran en el dominio estructural, donde se observa que en el caso del desplazamiento, si bien la distribución es bastante parecida, el modelo lineal logra zonas máximas más intensas, mientras que para las deformaciones, las zonas de máximos son más grandes. En el caso del esfuerzo de Von Mises se tiene una distribución aún más parecida entre un modelo y otro. El comportamiento es el mismo tanto para la diástole como para la sístole, con valores más grandes en esta última fase debido a que se tiene el máximo del ciclo cardiaco.

Para establecer las diferencias en términos cuantitativos, se calculan las diferencias porcentuales de los valores mostrados en las tablas 6.1 a 6.6, tomando como referencia aquellos resultados obtenidos con el modelo hiperelástico. En las tablas 6.1 y 6.2, se ve que en promedio las diferencias del WSS y la presión son menos de un 5 %, lo cuál podría estar asociado a un error numérico. Si bien en el WSS se tienen máximos con mayores diferencias, estas siguen siendo pequeñas y no se dan en toda la geometría del aneurisma, sólo en el cuello donde por lo general, no se producen rupturas.

A lo largo del ciclo cardiaco, estudiado a través del TAWSS, se tiene una diferencia promedio también menor a un 5 % y un máximo cercano a la misma diferencia como se ve en la Tabla 6.3, mientras que en el OSI máximo se puede ver una diferencia significativa de un 84.62 %, aún así, como se ve en la Figura B.8, esto se da de manera puntual y no logra una magnitud muy elevada que refleje una oscilación intensa considerando que el nivel máximo de OSI es de 0.5, como se menciona en la Sección 2.5.4. De todas formas, en promedio este parámetro también alcanza una diferencia pequeña.

La obtención de diferencias pequeñas en la comparación del modelo elástico contra uno hiperelástico se podría explicar principalmente por dos motivos. En este caso se utilizó la opción de

grandes deformaciones en Ansys Mechanical, debido a que si bien se cuenta con un modelo lineal en un caso, las deformaciones que se pueden obtener, sobre todo al comienzo de la simulación donde se tienen efectos marcados de la inicialización, son finitas y esto conlleva a presentar errores numéricos que pueden terminar la simulación.

Otro factor que podría explicar la similitud es que si se toma como ejemplo la Figura 2.13, el modelo de Mooney-Rivlin de cinco parámetros muestra comportamientos no lineales más marcados para deformaciones más grandes que al comienzo, y en este caso, como lo refleja la Tabla 6.5, se obtienen valores pequeños, que estarían en el comienzo de la curva en un gráfico equivalente, algo que se podría explicar porque la geometría GR-1 es de tipo lateral, donde el fluido no impacta de manera directa en la parte superior del domo como podría suceder con una geometría terminal, además de que se asumieron condiciones de una persona sana, diferente podría ser el caso de un paciente con hipertensión o traumatismo en un aneurisma de tipo terminal.

Los bajos niveles de deformación que se obtienen también podrían explicar la similitud de los resultados del dominio del fluido, debido a que se podría dar que si se lograra un rango de deformaciones mayor, esto podría modificar la geometría con la que impacta el fluido de manera no despreciable, modificando a su vez el camino que la sangre fluye y por ende, también los parámetros hemodinámicos calculados.

En general los parámetros fluidodinámicos cambian de manera tal que estos se ven reducidos al ocupar un modelo lineal, con excepción del OSI, mientras que los estructurales aumentan, con excepción del esfuerzo de Von Mises que se mantiene casi igual. Esto sugeriría que un modelo lineal reflejaría un riesgo mayor de ruptura que uno hiperelástico, sin embargo, en este caso las pequeñas diferencias hacen que este riesgo mayor sea despreciable y podría también estar asociado a errores numéricos.

En términos de costo computacional, no se presentan ventajas en ocupar el modelo lineal frente al hiperelástico debido a que la componente estructural de las simulaciones FSI se resuelve de manera mucho más rápida que el dominio del fluido, el cuál es el responsable principal del tiempo que toma la realización de las simulaciones de interacción fluido-estructura.

## 7.2. Efectos del grosor

Para analizar de mejor manera el efecto que tiene el grosor en las geometrías analizadas, se calculan de manera porcentual las diferencias que se presentan en las tablas mostradas en los resultados, en cada caso respecto a la pared original. La diferencia para la presión se omite debido a que los valores obtenidos fueron muy parecidos y las diferencias porcentuales son despreciables. Las diferencias calculadas se pueden ver a continuación:

Tabla 7.1: Diferencia porcentual en el WSS respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia WSS [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Medio	-17.69	-3.56	-9.97	-2.98
	Delgado	-9.15	-1.72	-6.93	0.90
GSR-1	Medio	-2.83	1.27	-4.48	1.97
	Delgado	-6.73	2.22	-8.56	4.39

Tabla 7.2: Diferencia porcentual en el TAWSS y OSI respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia TAWSS [%]		Diferencia OSI [%]	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Medio	-15.02	-3.38	-30.77	4.35
	Delgado	-7.79	-0.29	123.08	95.65
GSR-1	Medio	-3.34	1.92	136.36	29.17
	Delgado	-7.56	3.85	154.55	100.00

Tabla 7.3: Diferencia porcentual en el desplazamiento respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia desplazamiento [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Medio	61.54	58.05	55.56	50.00
	Delgado	153.85	144.25	127.78	120.00
GSR-1	Medio	-4.65	-4.23	-4.46	-5.38
	Delgado	-11.63 %	-11.27	-11.61	-11.83

Tabla 7.4: Diferencia porcentual en la deformación respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia deformación [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Medio	70.80	72.26	61.81	68.83
	Delgado	175.86	209.03	142.72	190.91
GSR-1	Medio	67.96	71.77	63.55	65.82
	Delgado	102.36	162.20	86.92	146.20

Tabla 7.5: Diferencia porcentual en el esfuerzo de Von Mises respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia esfuerzo de Von Mises [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-1	Medio	93.00	78.13	108.33	79.91
	Delgado	286.01	247.22	291.67	265.30
GSR-1	Medio	91.67	81.25	100.00	88.98
	Delgado	158.33	200.00	168.42	214.96

### 7.2.1. Geometría GR-1

En la geometría GR-1 se puede ver que no existen cambios significativos en la arteria. Tanto la distribución del WSS como la presión se ven bastante similares, viéndose en esta última un desplazamiento de la zona del máximo a medida que se adelgaza la pared del aneurisma. El patrón de flujo visto en las streamlines de velocidad también se comporta de manera similar en todos los casos. En las tablas 7.1 y 7.2 se puede ver que en promedio, los cambios mostrados son despreciables, lo cual también se refleja en la Figura 6.27, donde se muestra la evolución temporal del WSSa, con curvas prácticamente indistinguibles. Una excepción se da para el caso del OSI, que, sin embargo, tiene números demasiado pequeños como para ser considerados importantes, pues se tienen valores menores a 0.005 como muestra la Tabla 6.9.

Los cambios más importantes se dan en el dominio estructural, donde en el desplazamiento se puede ver claramente que la pared más delgada presenta valores más intensos que las demás geometrías, siendo la de pared gruesa la que tiene valores mínimos. En términos porcentuales, el desplazamiento cambia respecto a la pared original en más de un 50 % para el caso de la pared media y hasta más de un 140 % para la pared delgada considerando tanto la sístole como la diástole.

En el caso de la deformación y el esfuerzo de Von Mises, se tienen patrones de distribución muy similares, donde se observa que los valores máximos se encuentran en la geometría más delgada. La zona donde se concentran los mayores esfuerzos y deformaciones se da en un pliegue del domo del aneurisma, donde se esperaría, debido al cambio de geometría, que exista dicha concentración. A diferencia del caso del desplazamiento, donde se tienen máximos en la punta del domo, una zona que frecuentemente presenta rupturas, los esfuerzos y deformaciones tienen valores menores, e incluso mínimos en dicho lugar como se puede observar en las Figuras 6.13 y 6.15 para la diástole, y 6.22 y 6.24 para la sístole.

Los comportamientos mencionados anteriormente se repiten en ambas fases del ciclo cardiaco, donde en el caso de la deformación promedio, se ven diferencias alrededor de un 70 y un 200 % para las paredes media y delgada. Para el esfuerzo de Von Mises estas diferencias se establecen en alrededor de un 80 % para la pared media y hasta más de un 260 % para la delgada.

### **7.2.2. Geometría GSR-1**

Al igual que en el caso anterior, esta geometría no presenta diferencias notables en la arteria, sólo en el domo del aneurisma se pueden ver los efectos del cambio del grosor de su pared. De igual manera, los parámetros fluidodinámicos de WSS, presión y TAWSS promedios, no presentan cambios significativos y alcanzan diferencias menores a un 5 %, lo que podría explicar que en el caso promedio del WSS, este baje, y luego suba. El cambio porcentual significativo del OSI se mantiene, pero también los bajos valores alcanzados. La evolución del WSSa respecto al tiempo es bastante parecida para los tres grosores de paredes igual que en el caso anterior, como se puede apreciar en la Figura 6.48.

En el caso de los parámetros estructurales, se puede observar que el desplazamiento disminuye a medida que la pared se adelgaza, disminuyendo las zonas de máximos como se puede ver tanto en la diástole como en la sístole en las Figuras 6.32 y 6.41 respectivamente. En términos numéricos, tanto los valores máximos como promedios para las paredes delgada y media, en la sístole y la diástole, tienen diferencias de alrededor de un 5, y menos de un 12 % respecto al caso original.

Cambios más acentuados se dan para la deformación y el esfuerzo de Von Mises, que observando las Figuras 6.33 y 6.35, se ve que se logran distribuciones para la geometría completa similares, compartiendo las zonas de mínimos, pero en el caso del esfuerzo de Von Mises, las zonas con valores medios son menos intensas, lo que se repite en la sístole. En el caso analizar sólo la zona del aneurisma, también se da este comportamiento y se puede apreciar claramente que la pared delgada alcanza valores máximos respecto a las otras variaciones, con el máximo a su vez, localizado en la zona del cuello y los mínimos en la punta del domo.

El aumento en la deformación es cercano a un 70 % en la diástole y en la sístole para la pared media, mientras que para el caso de la pared delgada, la diástole registra un aumento de más de un 160 % y la sístole 146 %. Por otro lado, el esfuerzo de Von Mises aumenta alrededor de un 80 % para la diástole y 90 % para la sístole en el caso medio y un 200 y 214 % para el caso delgado.

### 7.2.3. Efectos del grosor en parámetros fluidodinámicos y estructurales

Una comparación entre la evolución de los parámetros fluidodinámicos y estructurales a medida que evoluciona el grosor de pared se puede ver a continuación:

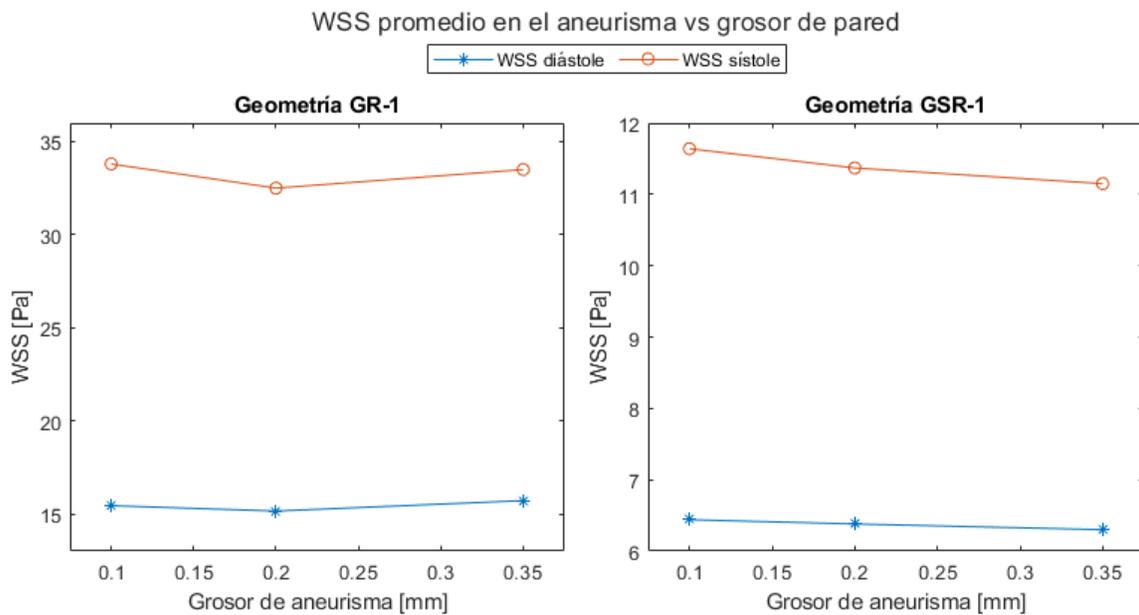


Figura 7.1: Evolución del WSS promedio respecto al grosor de pared.

### WSS máximo en el aneurisma vs grosor de pared

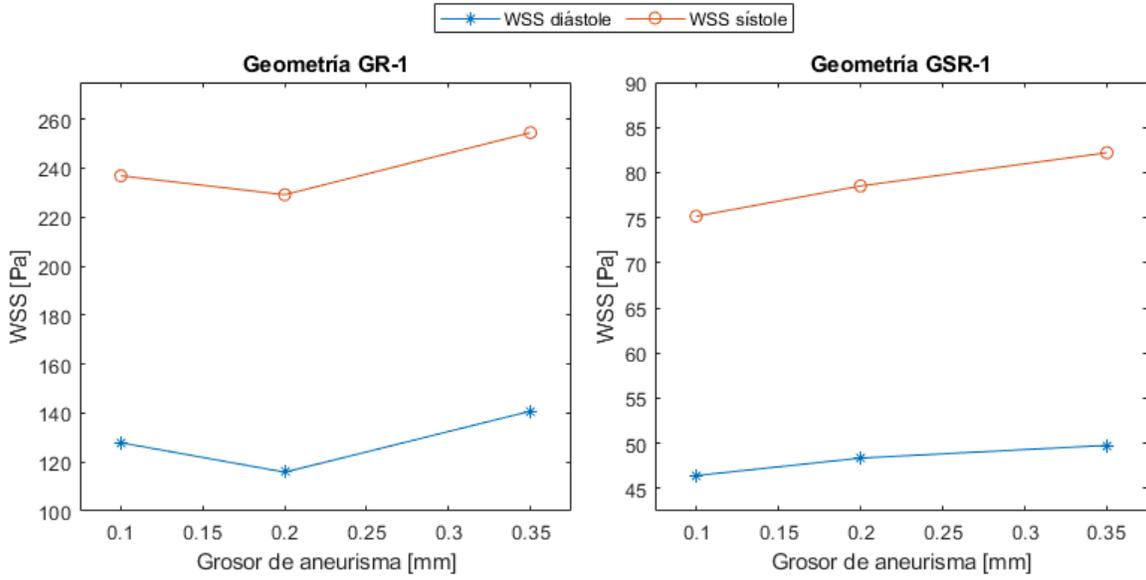


Figura 7.2: Evolución del WSS máximo respecto al grosor de pared.

### Presión promedio en el aneurisma vs grosor de pared

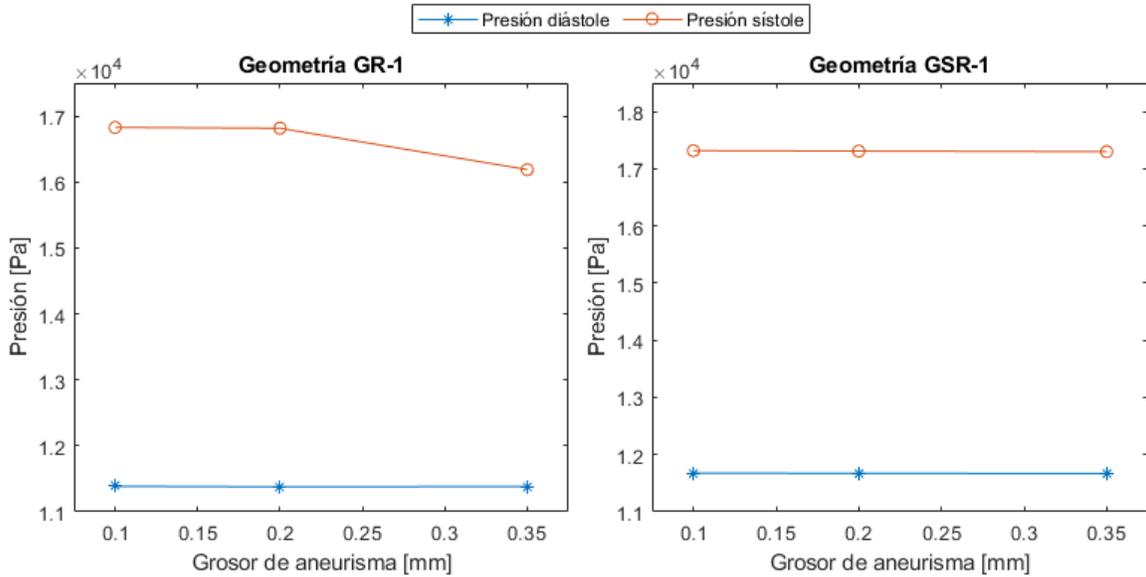


Figura 7.3: Evolución de la presión promedio respecto al grosor de pared.

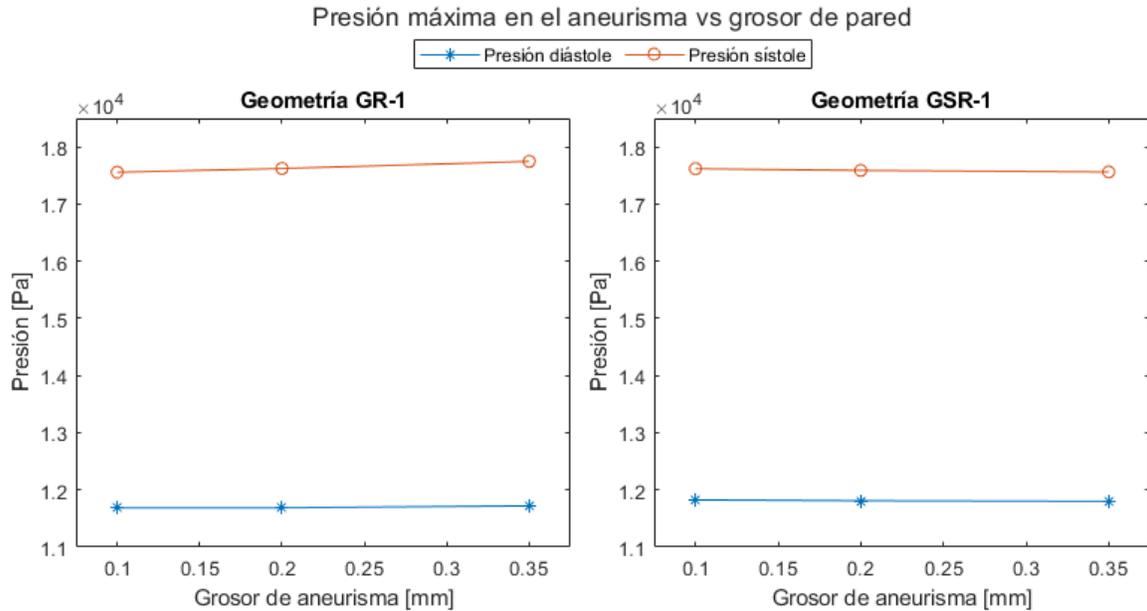


Figura 7.4: Evolución de la presión máxima respecto al grosor de pared.

Al analizar los parámetros fluidodinámicos de ambos casos en conjunto, se puede observar que ninguno de ellos presenta cambios significativos en la arteria, ni antes ni después del aneurisma. De igual forma, estos parámetros no se ven afectados en gran medida, lo que se puede ver más claramente analizando ambos gráficos del WSSa mostrados anteriormente y los gráficos promedios y máximos del WSS y la presión en las Figuras 7.1 a 7.4. En estos últimos gráficos se observa que el comportamiento no es uniforme para la geometría con ruptura, sin embargo, esto puede estar asociado a un error numérico debido a la poca variación. La excepción en el comportamiento de ambos casos se da en el OSI, pero tanto para la geometría GR-1 como GSR-2, se podría considerar sus valores promedios como 0.

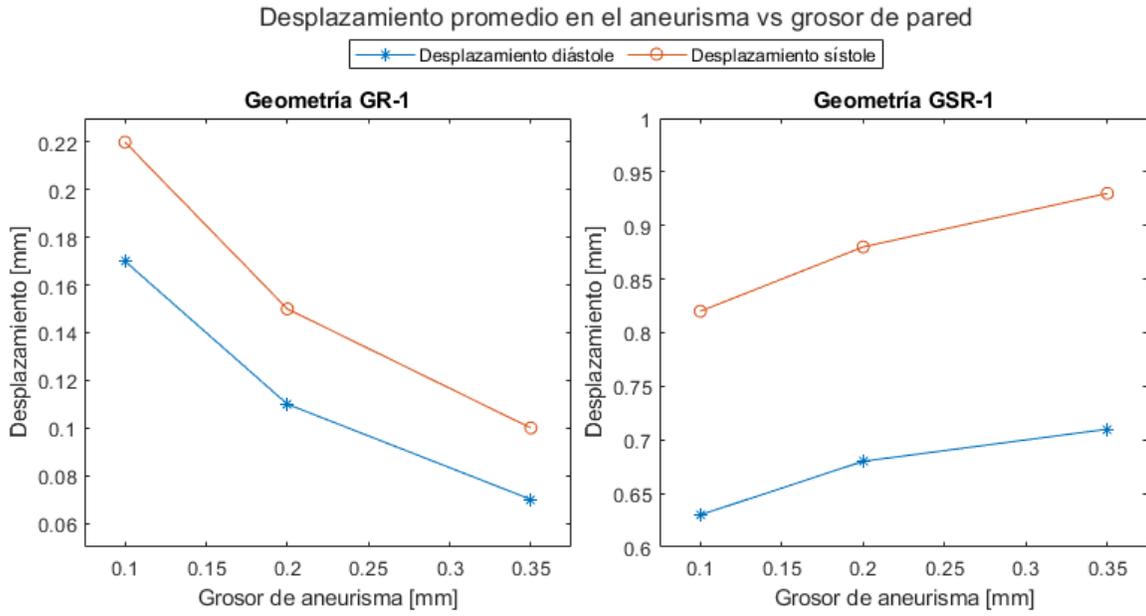


Figura 7.5: Evolución del desplazamiento promedio respecto al grosor de pared.

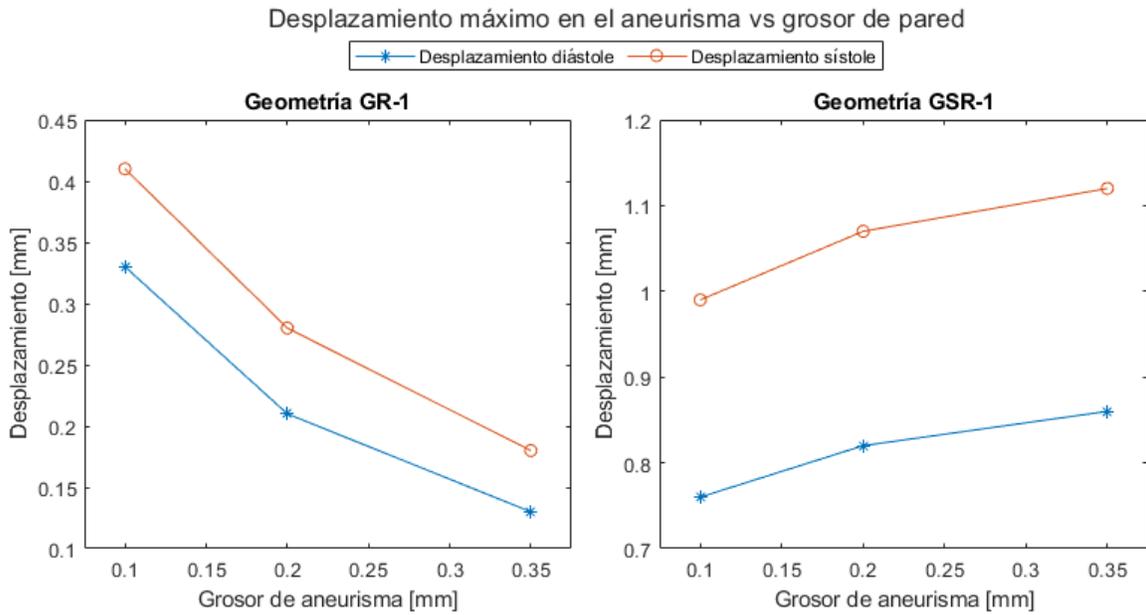


Figura 7.6: Evolución del desplazamiento máximo respecto al grosor de pared.

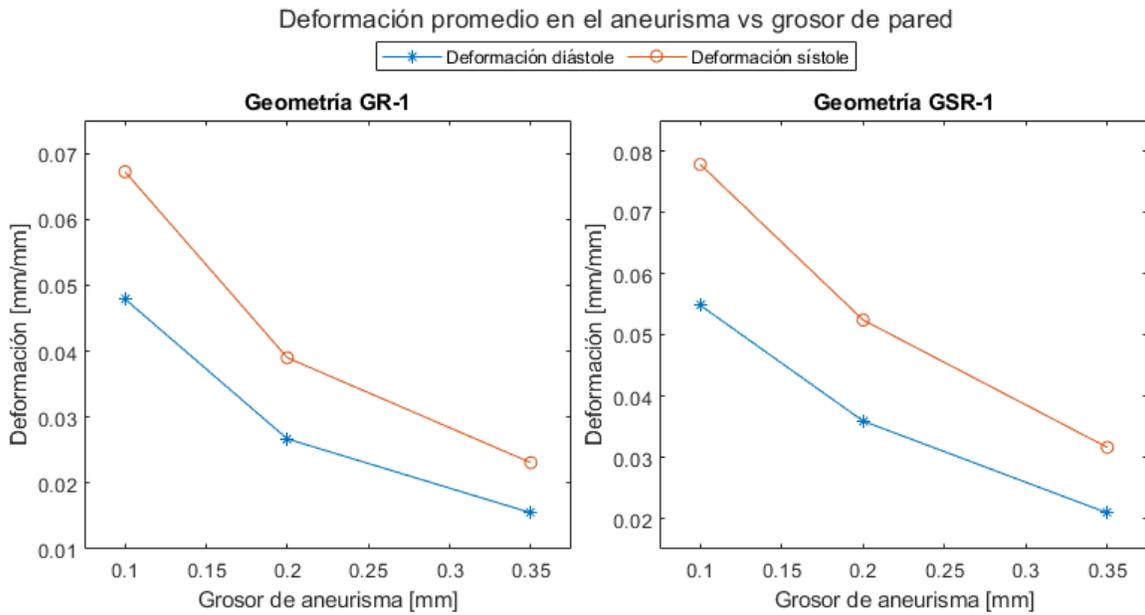


Figura 7.7: Evolución de la deformación promedio respecto al grosor de pared.

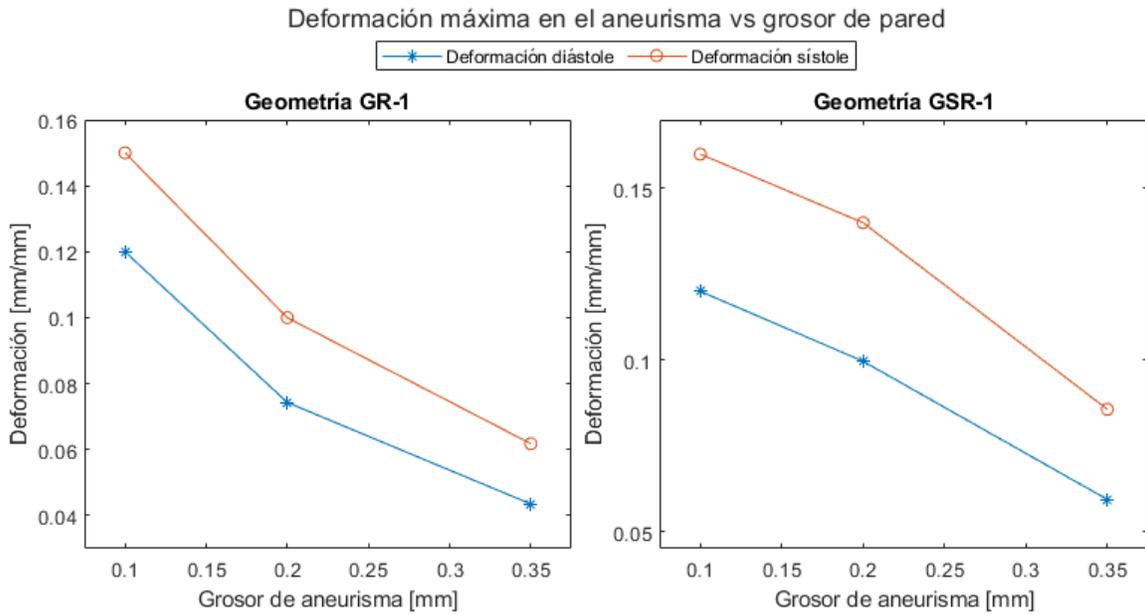


Figura 7.8: Evolución de la deformación máxima respecto al grosor de pared.

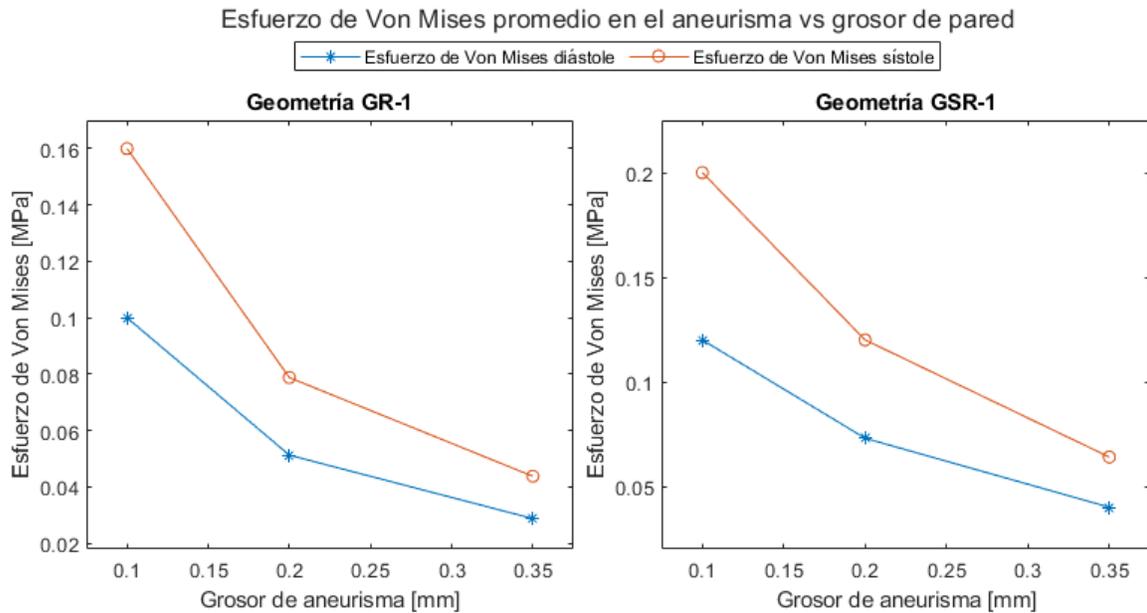


Figura 7.9: Evolución del esfuerzo de Von Mises promedio respecto al grosor de pared.

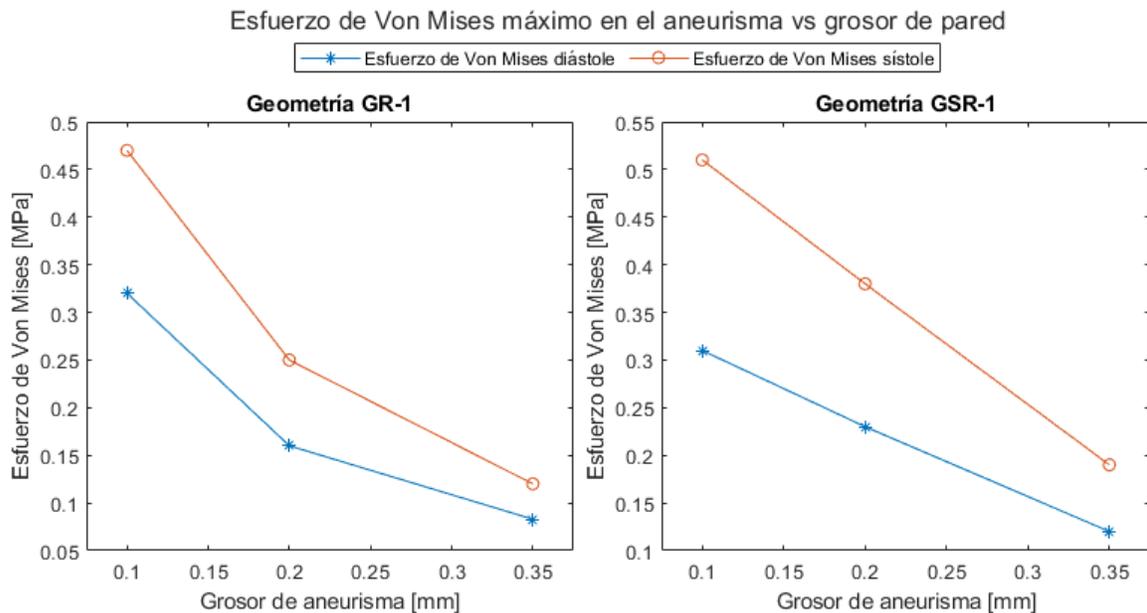


Figura 7.10: Evolución del esfuerzo de Von Mises máximo respecto al grosor de pared.

En el ámbito estructural se presentan grandes cambios respecto a la pared original en ambos casos, donde tanto para las deformaciones como para los esfuerzos de Von Mises, se tiene que una pared más gruesa logra menores valores, como se muestra en las Figuras 7.7 a 7.10, lo que supondría que tal como lo indica la intuición, una pared más gruesa tiene menos riesgo de sufrir una ruptura. Una diferencia entre ambos casos es la locación de los máximos, por un lado, la geometría GR-1 tiene un máximo en el domo, y por otro, la geometría GSR-1

lo tiene en el cuello. Esta diferencia podría explicarse porque la geometría GSR-1 es de una superficie más uniforme, sin grandes cambios en su forma, mientras que la geometría GR-1 tiene un pliegue en su domo donde se concentran los esfuerzos y las deformaciones.

En el caso de los desplazamientos, las geometrías GR-1 y GSR-1 presentan comportamientos contrarios, donde para la primera se tiene que a mayor grosor, hay menos desplazamientos, el otro caso tiene mayores desplazamientos a medida que crece el grosor, como se ve en las Figuras 7.5 y 7.6, tanto para los promedios como los máximos, y además, es unas diez veces menos sensible al cambio del grosor que la geometría con ruptura previa. Una explicación a este fenómeno se puede obtener de cómo se comporta el fluido al pasar por la zona del aneurisma, que se puede ver mediante streamlines en los casos originales a continuación:

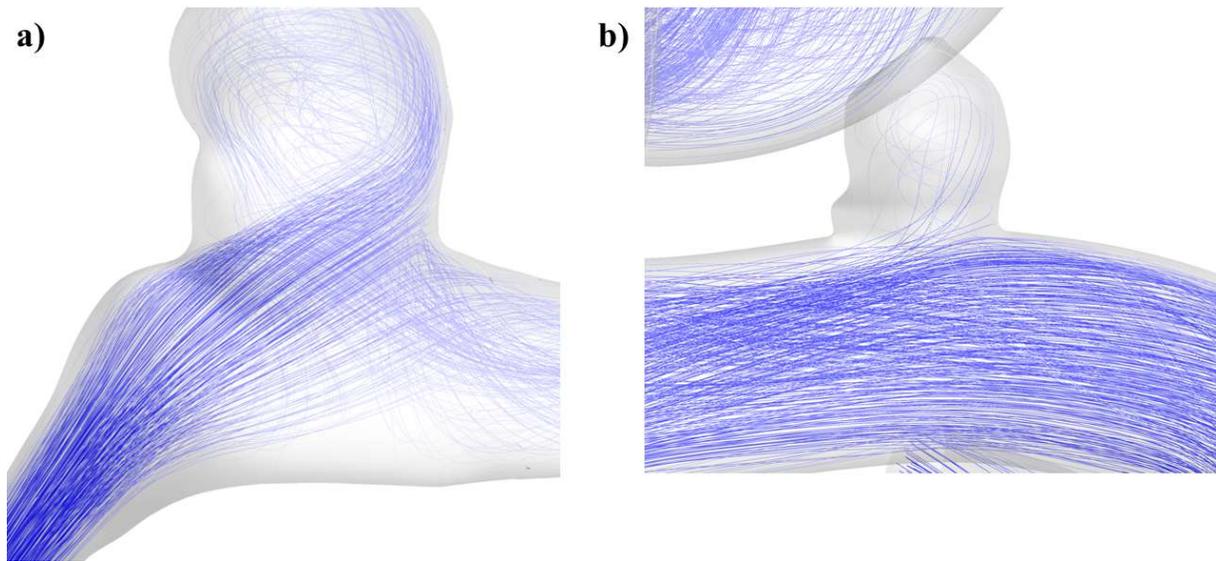


Figura 7.11: Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías a) GR-1 y b) GSR-1.

En la imagen anterior aquellas líneas de color azulado son las de mayor velocidad, mientras que las más blancas son las de menor velocidad. Se puede apreciar que en la geometría GR-1, el fluido entra directamente y de manera significativa en el domo del aneurisma a diferencia del otro caso, donde prácticamente la totalidad del flujo sigue el camino arterial y sólo una pequeña parte, con menor velocidad, entra en el domo del aneurisma, haciendo que esta parte se mueva en conjunto, lo cual a su vez explica que se obtengan máximos de esfuerzos y deformaciones en su cuello.

Esta diferencia en la entrada del flujo se da netamente por la morfología arterial, donde en el caso a), la arteria por donde viene la sangre tiene una dirección hacia el aneurisma, mientras que esto no se da para el caso b). Esto implicaría que la deformación del aneurisma en el caso GSR-1 no sea tan influenciada por el aneurisma en sí, y sea más bien parecida a la deformación que tiene la zona que lo rodea, como se ve en las Figuras 6.31 y 6.40, que contrasta a su vez con la situación equivalente en la geometría GR-1.

En términos numéricos, la pared delgada del aneurisma GSR-1 tiene diferencias de hasta menos de un 12% en el desplazamiento, mientras que en el otro caso se llega hasta más de un 140% de diferencia, lo cual muestra que en el caso del desplazamiento, la geometría que en este caso no presentó ruptura previa, es menos susceptible a los efectos que tiene un adelgazamiento en su pared que la geometría que sí presentó ruptura.

Si se comparan los resultados con otros trabajos, como el de Torii et al. [82] mencionado anteriormente, se encuentran magnitudes y diferencias similares para el desplazamiento. En dicho trabajo, se utilizaron dos modelos con una pared arterial de 0.3 [mm] y una pared para el aneurisma de 0.05 [mm] en geometrías terminales, discretizados con elemento de tipo sólido y se utilizó un modelo hiperelástico isotrópico de tipo Fung.

Dentro de sus resultados reportan que para una geometría el máximo desplazamiento en la sístole cambio de 0.185 [mm] a 0.257 [mm] entre pared gruesa y delgada, y para la otra geometría el cambio se dio desde 0.222 [mm] a 0.408 [mm]. Este último caso es similar al caso GR-1, donde el máximo desplazamiento en la sístole para la pared gruesa, de 0.35 [mm] es de 0.18 [mm] y para la delgada, de 0.1 [mm], es de 0.41 [mm]. En el trabajo mencionado, sí se encuentran diferencias en el WSS promedio, variando estas entre un 38 y 66% dependiendo de la geometría. El WSS máximo por otro lado, no sufrió de cambios significativos.

Al igual que en este caso, los autores explican las diferencias entre sus casos por el patrón de flujo que sigue la sangre dentro del aneurisma y el cambio de velocidad que esto conlleva dentro del domo. Si se compara con los resultados de este estudio, las diferencias también se podrían explicar por el mismo factor, donde en este caso, los parámetros fluidodinámicos no tendrían tantas variaciones debido a que se ocuparon geometrías laterales, mientras que en el trabajo de Torii, ambas fueron terminales, donde la sangre entra de manera más directa en el domo del aneurisma. Otras diferencias que son importantes de mencionar es que el grupo de Torii ocupó un modelo elástico distinto y además, un modelo Newtoniano para la viscosidad, que puede tener influencias en el nivel de WSS mostrado en el domo del aneurisma debido a su baja velocidad.

### 7.3. Efectos del tamaño

De igual manera que para el caso del efecto del grosor, se calculan las diferencias porcentuales de cada variación geométrica respecto al caso original correspondiente y esto se muestra en las tablas a continuación:

Tabla 7.6: Diferencia porcentual en el WSS respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia WSS [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Medio	-2.59	57.53	-1.66	49.81
	Pequeño	-5.47	123.08	-4.90	116.73
	Inicial	2.69	275.92	10.07	261.09
GR-3	Medio	-18.71	62.67	-15.43	60.43
	Pequeño	-15.76	122.67	-1.67	107.83
	Inicial	-10.66	237.67	7.39	205.22
GSR-2	Medio	-8.55	-18.20	-3.33	-17.94
	Grande	11.89	-35.70	21.68	-37.20
GSR-3	Medio	-17.10	31.41	-15.19	19.04
	Grande	-37.91	-4.63	-36.37	-0.37

Tabla 7.7: Diferencia porcentual en el TAWSS y OSI respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia TAWSS [%]		Diferencia OSI [%]	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Medio	-1.63	58.01	-34.38	-30.16
	Pequeño	-4.51	130.11	0.00	-6.35
	Inicial	6.84	292.54	0.00	-65.08
GR-3	Medio	-10.24	64.71	-56.25	-81.11
	Pequeño	-3.81	123.77	21.88	-20.00
	Inicial	2.52	243.38	-99.75	-97.11
GSR-2	Medio	-6.90	-19.71	-44.09	-46.00
	Grande	5.47	-37.99	-44.09	-33.33
GSR-3	Medio	-20.83	31.34	-6.82	-75.00
	Grande	-37.00	1.60	-31.82	-67.50

Tabla 7.8: Diferencia porcentual en el desplazamiento respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia desplazamiento [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Medio	-21.25	-21.05	-10.86	-17.86
	Pequeño	-22.09	-29.32	-12.14	-21.43
	Inicial	-23.07	-18.95	-13.80	-11.14
GR-3	Medio	-17.65	-37.09	-20.83	-38.56
	Pequeño	-35.29	-54.64	-33.33	-53.63
	Inicial	-61.71	-51.27	-58.75	-48.50
GSR-2	Medio	17.24	23.81	22.50	26.67
	Grande	75.86	57.14	77.50	60.00
GSR-3	Medio	11.83	9.59	12.21	9.62
	Grande	-13.46	-21.25	-14.29	-22.81

Tabla 7.9: Diferencia porcentual en la deformación respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia deformación [%]			
		Diástole		Sístole	
		Max	Promedio	Max	Promedio
GR-2	Medio	-3.09	-17.29	-3.32	-17.33
	Pequeño	-7.34	-31.31	-8.22	-31.31
	Inicial	6.18	-15.42	3.98	-16.72
GR-3	Medio	-4.35	-16.84	-6.11	-19.30
	Pequeño	-8.70	-22.11	-9.52	-25.96
	Inicial	-40.67	-13.16	-36.97	-10.53
GSR-2	Medio	21.26	7.81	16.77	7.33
	Grande	50.08	25.39	38.00	24.87
GSR-3	Medio	11.24	9.00	9.09	8.97
	Grande	15.89	29.50	18.18	28.53

Tabla 7.10: Diferencia porcentual en el esfuerzo de Von Mises respecto a la geometría original.

Geometría		Diferencia esfuerzo de Von Mises [%]			
		Diástole		Sístole	
		Máximo	Promedio	Máximo	Promedio
GR-2	Medio	-3.30	-17.98	-6.25	-18.07
	Pequeño	-7.80	-31.77	-12.50	-32.09
	Inicial	10.00	-15.52	6.25	-16.51
GR-3	Medio	-12.50	-18.36	-15.38	-20.80
	Pequeño	-18.75	-24.29	-23.08	-28.28
	Inicial	-50.56	-13.28	-53.85	-11.13
GSR-2	Medio	30.77	8.60	22.73	8.81
	Grande	76.92	28.80	72.73	25.79
GSR-3	Medio	18.75	9.87	22.22	10.06
	Grande	37.50	31.20	37.04	30.52

### 7.3.1. Geometría GR-2

Al modificar el tamaño de la geometría GR-2, se puede observar que prácticamente no hay cambios en la arteria, mientras que si se ve sólo el aneurisma, existen cambios notables como lo puede ser en el WSS, donde se aprecia una distribución en valores medios para la geometría inicial, que va tornándose a valores cada vez más bajos, hasta que llega a la geometría original, que es la más grande y donde ocurre el punto de ruptura de este aneurisma. Respecto a la geometría original, la geometría inicial tiene un nivel promedio de WSS alrededor de un 270 % más grande, mientras que el WSS máximo, considerando todas las variaciones, cambia hasta en un 10 %, diferencia que se da para la geometría inicial. El máximo y los valores más altos del WSS se dan siempre en la zona del cuello, hacia el lado donde el flujo impacta, mientras que los mínimos se dan en la parte alta del domo, donde es más probable ver una ruptura. Este comportamiento se repite tanto en el máximo como en el mínimo del ciclo cardiaco, y por ende, el TAWSS muestra un comportamiento también similar, con valores medios. El cambio del WSSa a lo largo de la evolución de la geometría se ve de manera clara en la figura 6.69, donde a medida que esta crece, se logran valores de WSS menores.

En el caso de la presión, el aneurisma mantiene niveles medios a lo largo de su evolución desde la geometría inicial y no se observa un cambio significativo. En las streamlines de velocidad, por otro lado, se muestra que en el caso inicial existen vórtices pequeños en el domo recién formado, que van creciendo y aumentando en cantidad a medida que el aneurisma evoluciona, llegando a una geometría grande con vórtices que se desarrollan en toda su altura y con mayor amplitud que los demás casos. En el caso del OSI, sólo se observa una pequeña zona

con valores más elevados en la parte superior en la Figura 6.68, sin embargo, esto es debido a la posición de la cámara, pues en la parte trasera se encuentran niveles más altos como se muestra a continuación:

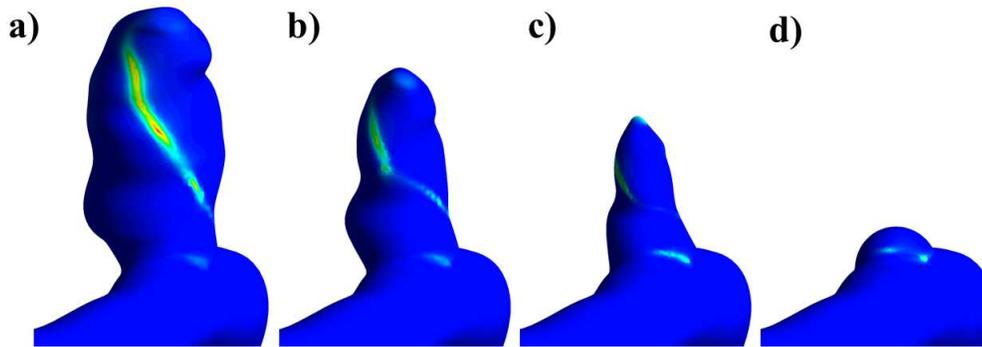


Figura 7.12: Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande.

De dicha figura se puede apreciar que existen zonas de OSI más elevado desde la geometría inicial, luego en los demás casos, especialmente en las dos variaciones finales, se ve que se desarrolla una franja con niveles de OSI más elevado, lo que se explicaría debido a los múltiples vórtices que se generan dentro del domo, logrando un flujo más desordenado y oscilante. El OSI máximo se mantiene en todas las variaciones en 0.32 salvo para la geometría media que alcanza un valor de 0.21.

El desplazamiento de la geometría GR-2 logra sus máximos en un costado de la arteria hacia donde el flujo se dirige e impacta directamente contra dicha pared. Al analizar sólo el domo del aneurisma, se observa que en su mayoría, el domo mantiene niveles medios de desplazamiento, similares a la zona donde está inserto, pero al crecer, se concentra una zona de máximos en la punta del domo. Lo anterior puede deberse a que como se ve en las streamlines de velocidad, hay líneas de flujo que entran en el aneurisma y llegan directamente hacia la punta con un nivel de velocidad no tan bajo como después de impactar con ella, donde se ven disminuidas, es decir, se transfirió momento desde la sangre a la pared.

Al igual que en el caso de los efectos del grosor, se logran niveles de deformación bajos, que explicarían que los patrones de deformación y esfuerzo de Von Mises se parezcan, alcanzando, si se aísla el aneurisma, sus máximos valores en la zona del cuello y pliegues en el domo, donde existen concentraciones y mínimos, en la punta del domo. A medida que va creciendo, tanto esfuerzos como deformaciones crecen, lo que se explicaría además de por cómo impacta el flujo, porque el aneurisma va desarrollando características geométricas en su domo que aumentan las concentraciones de esfuerzos y deformaciones, como los pliegues mencionados. En la geometría inicial, se ve que existen valores pequeños casi en su totalidad salvo para el cuello, donde hay un cambio de curvatura.

La evolución de los parámetros estructurales no se da de manera tan significativa como en

el caso del dominio del fluido. En todos los casos se registra una variación promedio máxima de un 30 % menos aproximadamente respecto al caso original, salvo para el desplazamiento promedio en la sístole, que alcanza una diferencia de un 21 % menos. Estas máximas variaciones se dan para la geometría pequeña, que podría esperarse debido a que es la variación más diferente en tamaño, pero que a la vez sigue pareciéndose a la geometría original, a diferencia del caso inicial, que es la más pequeña de todas, pero con una morfología muy distinta.

### 7.3.2. Geometría GR-3

En la geometría GR-3 se puede notar un ligero cambio en la arteria en la zona del cuello si se compara la geometría inicial con la original, sin embargo, esto se debe a la disminución del cuello para el caso inicial, y que en este caso, el flujo impacta directamente en dicha zona. En los demás lugares se tiene la misma distribución que el resto de las geometrías. En las Figuras 6.70 y 6.79 se observa que los niveles de esfuerzos de corte bajo predominan en las geometrías, incluso para el caso inicial, sin embargo, esto sucede en la cara observada del aneurisma, por esto se recurre a una vista alternativa del TAWSS:

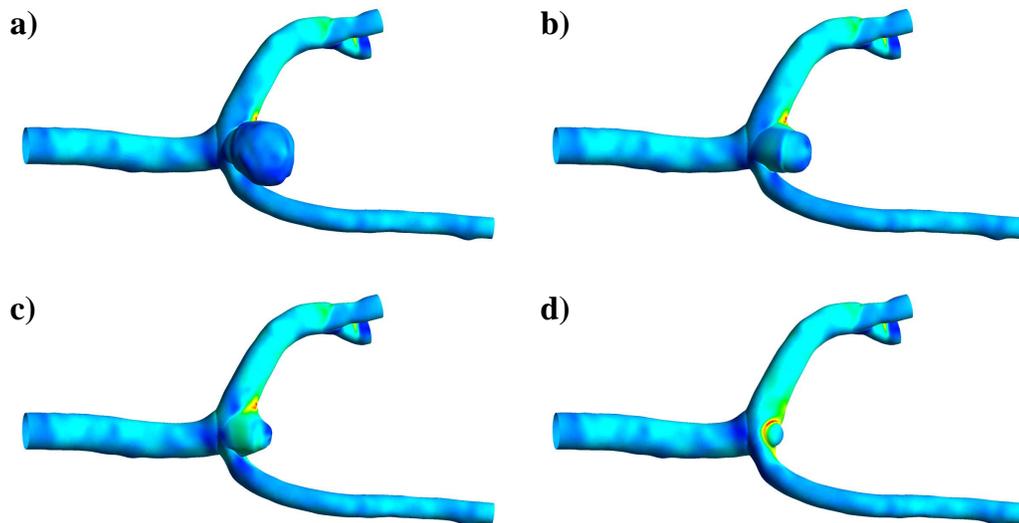


Figura 7.13: Vista alternativa de la distribución del TAWSS para las geometrías GR-3 a) original, b) medio, c) pequeño e d) inicial.

como se muestra en el caso del TAWSS en la Figura 7.13, se ve que la evolución se da de tal forma que al principio se obtienen valores medios del WSS, mientras que en la geometría más grande, la original, se obtienen niveles más bajos. Numéricamente eso se refleja en que respecto a la geometría original, en promedio, se tiene un aumento del WSS entre un 60, a más de un 230 % entre las geometrías mediana e inicial, con bastantes parecidos para el TAWSS. En este caso se tiene de igual forma una clara distinción de la evolución temporal del WSSa en cada geometría visto en el gráfico de la Figura 6.90, con valores más pequeños en el caso más grande, es decir, nuevamente se obtiene que a medida que aumenta el AR, disminuye el WSS.

A diferencia del caso anterior, la presión cambia de forma significativa en su distribución, pues se observa que la variación de tamaño con más zonas de máximos se da en el caso inicial, incluyendo el domo completo, luego, al pasar a la geometría pequeña, el domo tiene menos superficie con valores máximos, hasta llegar a la original, que tiene en su mayoría niveles medios, manteniendo un máximo en el cuello. En este caso, se debe notar que sí existe una diferencia en la zona de la arteria principal, más notable al comparar el caso original con el inicial, y esto se explica debido a que la sangre fluye por la arteria principal impactando directamente con la zona donde se forma el aneurisma, generando un detenimiento más abrupto en ciertas líneas de flujo que se propaga como un aumento en la presión hacia atrás del recorrido. Cuando el aneurisma crece y el cuello aumenta al pasar de la geometría inicial a las demás, existe una entrada más grande para que el flujo siga, y mientras mayor es el domo, más flujo puede entrar en él. Tal como se menciona, este efecto se puede ver de manera cualitativa en la distribución, sin embargo, al analizarlo de forma cuantitativa, la presión promedio no sufre grandes cambios como se ve en la Tabla 6.14.

Al observar las streamlines de velocidad, se ven pocas líneas de flujo dentro del domo en el caso inicial, que a medida que este crece, van aumentando, formando vórtices que son más notorios en el caso mediano y original. Se puede observar además, que especialmente en las geometrías inicial y pequeña, aquellas líneas de flujo que llegan a la punta del aneurisma tienen un nivel de velocidad medio, mientras que en el tamaño medio y original, en contacto con la pared hay líneas de más baja velocidad, implicando un menor WSS. El impacto de nuevo flujo que entra en el domo con fluido acumulado dentro de esa zona explica el que se obtenga un valor del WSS más bajo a medida que esta zona crece, ya que no llega un flujo de gran velocidad a tener contacto con las paredes de la punta del aneurisma, ni tampoco en las zonas más bajas, debido a que allí llega flujo que perdió velocidad al cambiar su dirección.

La evolución del OSI no se da de manera uniforme, pues se ve que la geometría inicial no presenta zonas con valores elevados, luego la geometría de tamaño pequeño sí presenta unas pequeñas zonas, que no se ven en la geometría media y finalmente sí se ven una zona de máximos en la geometría más grande. Esa evolución se podría explicar porque entre la geometría pequeña y media, esta última le puede dar más espacio al flujo para ordenarse que en el caso pequeño, donde la curvatura del domo es más cerrada en su zona más alta. Observando las streamlines, también se puede ver que el camino del flujo cambia su forma entre dichas geometrías. Por otro lado, entre la geometría media y original, el camino que sigue el flujo es similar, pero se da lugar a generar vórtices más grandes en el último caso, lo que explicaría que nuevamente se generen zonas con un OSI elevado que, de todas formas, tiene un valor un poco más elevado que la mitad del rango máximo del OSI.

En la distribución del desplazamiento se puede observar que entre la geometría inicial y el resto, hay un pequeño cambio cercano al cuello en el lugar de la bifurcación, sin embargo, no es significativo ni se repite en el resto de la arteria. En el domo, se ve un cambio claro a medida

que el aneurisma crece, y sobre todo se hace más notorio en la geometría original, donde se tienen valores de desplazamiento mayores, algo más elevados en la zona donde impacta el flujo sanguíneo. Las mayores diferencias las logran las geometrías pequeña e inicial, con una reducción de hasta alrededor de un 50 % respecto a la original. La distribución de la deformación y el esfuerzo de Von Mises son similares, con máximos más intensos en el caso de la deformación, y en ambos casos, los máximos se ubican en el cuello y los mínimos en las partes más superiores. Cabe destacar que la morfología de los domos de esta geometría no presenta pliegues significativos que puedan concentrar esfuerzos. Las diferencias mayores promedio se obtienen para la geometría pequeña, con una reducción de hasta un 26 % para la deformación y un 28 % para el esfuerzo de Von Mises.

### **7.3.3. Geometría GSR-2**

En las distribuciones presentadas para la geometría GSR-2 no se observan cambios en la arteria. La distribución del WSS muestra un claro cambio a medida que el aneurisma crece, pasando de niveles medios, a niveles bajos en la geometría más grande, manteniendo siempre un máximo en el cuello donde impacta el fluido y con mínimos tanto en el lado donde no impacta directamente, como en la parte superior. El comportamiento se mantiene tanto en la diástole como en la sístole, logrando en ambas fases del ciclo cardiaco diferencias similares, con una reducción promedio de un 18 % para la geometría media y alrededor de un 36 % para la grande, siempre comparando respecto a la original. El cambio de WSSa se ve de manera clara en la Figura 6.111, donde a medida que aumenta el tamaño del aneurisma, se disminuye el WSS promedio.

La presión no logra cambios visibles a lo largo de la evolución del tamaño, manteniendo en cada variación un rango de niveles medios similar al caso GR-2, que también se trata de una geometría lateral. Las streamlines de velocidad muestran desde la geometría inicial, la formación de vórtices dentro del domo del aneurisma, que a medida que va creciendo, se van haciendo más grandes y logrando un patrón de flujo más desordenado. Además, se puede observar cómo ingresa el fluido al aneurisma, impactando en el cuello donde se produce el máximo WSS. El OSI no muestra información relevante, pues en la zona del aneurisma no se presentan zonas de un índice elevado y el valor promedio alcanzado considerando todas las variaciones, es menor a 0.002.

El desplazamiento de la geometría original es parecido a la zona que rodea al aneurisma, con valores medios, que a medida que crece, van incrementando hasta llegar al aneurisma más grande que tiene una zona de su domo, en la parte superior, con máximos. En promedio, la geometría grande llega a tener un 60 % más de desplazamiento que la geometría original, mientras que la media difiere en hasta un 27 %, con diferencias similares tanto en la diástole como en la sístole.

El rango de deformaciones, similar a los casos anteriores, hace que se repita una similitud en

la distribución con el esfuerzo de Von Mises, logrando zonas con valores altos más intensas en el caso de la deformación. En cada caso, se tienen valores máximos en el cuello, una zona que sufre de manera más directa la llegada del flujo sanguíneo. Tanto los esfuerzos como las deformaciones aumentan a medida que el tamaño aumenta, con una pequeña zona de valores medios que crece desde la geometría original, logrando una coincidencia de la zona con valores medios de estos parámetros con la de máximo desplazamiento. El aumento promedio de la deformación y el esfuerzo de Von Mises, tanto para la diástole como la sístole se da entre un 25 y un 30 % para la geometría mayor, y entre un 7 y un 9 % para la media.

### 7.3.4. Geometría GSR-3

De la misma forma que el resto de los casos, no se ven variaciones importantes en la arteria, sólo en la zona cercana al cuello se ve un cambio de la geometría original respecto a las demás que se puede deber a que al ser una geometría más pequeña la original, hay menos flujo que entra en su domo y más se va directo a las bifurcaciones, donde hacia el lado que se dirige la mayoría del flujo, es decir la arteria más grande, se da un máximo de WSS y se tienen valores más elevados también antes de la primera curvatura de esa sección de la arteria. En la vista presentada en las Figuras 6.112 y 6.121 no se aprecian grandes cambios en el domo ya que existen más cambios en la cara posterior, debido a esto se muestra dicha cara para la distribución del TAWSS a continuación:

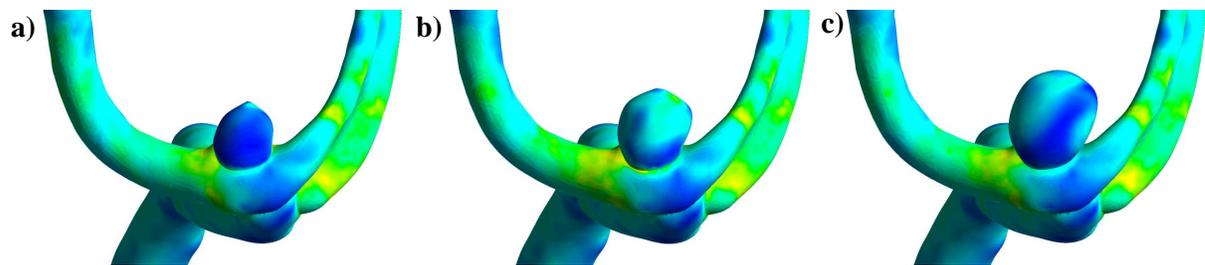


Figura 7.14: Vista alternativa de la evolución del TAWSS para la geometría GSR-3 a) original, b) media y c) grande.

En la Figura anterior se ve que el aneurisma original tiene en su cara posterior valores bajos de WSS, luego la geometría media tiene más superficie con valores medios y la grande presenta una zona creciente de valores bajos. Estos cambios también se pueden apreciar en la Figura 6.132 donde se muestra que no se logra una distinción clara del WSSa a medida que se evoluciona el tamaño del aneurisma, y se puede ver que la geometría media tiene valores de WSSa mayores que la original, mientras que la grande tiene valores similares a esta última. Una posible explicación a este fenómeno se dará más adelante. El cambio promedio del WSS se da en un aumento de hasta un 31 % en el caso de la geometría media, y una reducción de hasta un 5 % para la grande, respecto de la original.

La presión muestra valores medios-altos en la geometría original, incluyendo una zona de máximos, mientras que para las geometrías media y grande, se tiene en su mayoría valores medios. Este comportamiento es similar al de la geometría GR-3, también de tipo terminal, donde el fluido al comienzo impacta de manera más directa con el domo, mientras que a medida que crece, hay más fluido en el camino y no se impacta de manera tan directa la pared.

Las streamlines de velocidad muestran un patrón diferente para la geometría original comparado con las otras geometrías. En la primera, se ve que el flujo no llega en gran cantidad hacia la parte superior del domo del aneurisma y se produce una recirculación más cercana al cuello, para finalmente dirigirse a las bifurcaciones, principalmente a la derecha. En la geometría media y grande se ve que el fluido entra en mayor cantidad al domo, alcanzando con una velocidad mayor en el domo que el caso original y mostrando a su vez vórtices más desarrollados que en el principio. Para mostrar de mejor manera lo descrito, se muestra más en detalle las líneas de flujo dentro del domo del aneurisma:

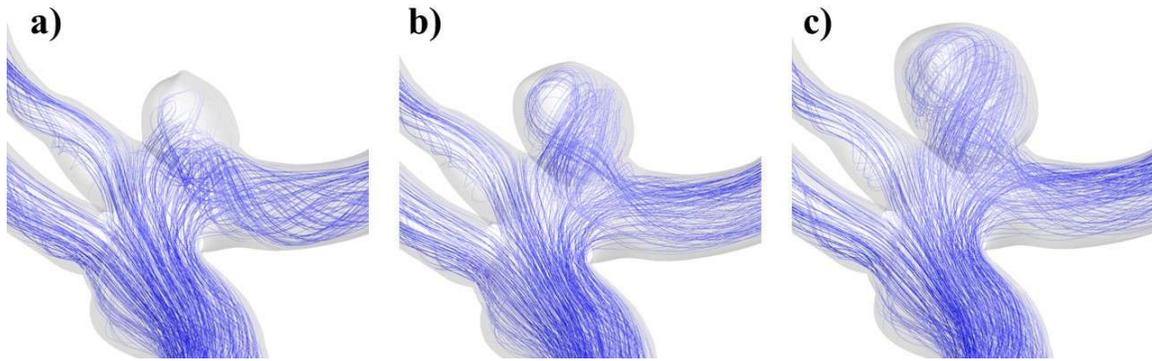


Figura 7.15: Flujo de entrada en el aneurisma para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande.

En la imagen anterior se aprecia que la geometría más pequeña no logra un flujo de entrada que llegue de gran manera a la punta del domo, si no que en su mayoría, se forman vórtices en la zona del cuello que terminan en la bifurcación derecha. En la geometría media, se ve que el flujo sanguíneo entra de manera más libre en el aneurisma, llegando con mayores velocidades al domo y devolviéndose hacia la misma bifurcación. Esto se repite en la geometría más grande, pero con vórtices más grandes que en el caso anterior. El cómo llega el flujo dentro del domo y el cambio de locación de los vórtices explicaría el comportamiento diferente al resto de las geometrías, mostrando que en un cierto punto, en este caso en la geometría media, se logra un comportamiento dentro de lo esperado respecto al camino del flujo y más parecido a los anteriores, lo que también se refleja si se analiza sólo las últimas geometrías, donde la de mayor tamaño, logra menores valores de WSSa.

La Figura 6.131 muestra que antes del aneurisma, en la zona donde se juntan las bifurcaciones, existe un OSI elevado, que no se repite en las geometrías media y grande, lo cual concuerda

con un flujo más ordenado como el mostrado anteriormente para estas variaciones. Similar al WSS en el domo, el OSI tiene cambios más significativos en la parte posterior, como se muestra en la Figura 7.16, donde se puede ver una zona máxima en el comienzo de la evolución, que se disminuye en la geometría media, y aumenta, hacia valores menores que la original, en la geometría grande, donde se ve una franja con valores medios-altos, tal como también sucede en el caso de la geometría GR-2. El gran cambio en el patrón del flujo descrito anteriormente también podría ser la razón de este comportamiento.

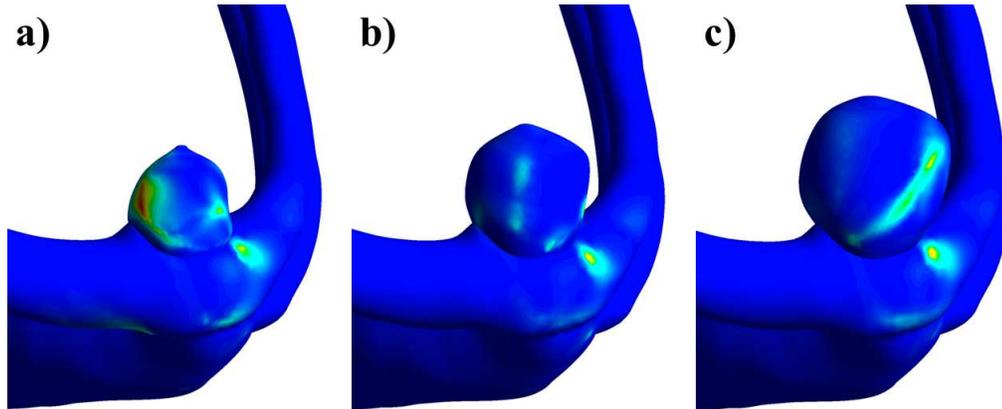


Figura 7.16: Vista alternativa a la distribución del OSI para las geometrías GSR-3 a) original, b) media y c) grande.

En cuanto a los parámetros estructurales, el desplazamiento tiene niveles similares a la zona que rodea el cuello, teniendo máximos, sólo analizando el domo del aneurisma, en su cuello. El desplazamiento aumenta al crecer hacia la geometría media, manteniendo el lugar del mínimo, mientras que cuando se llega a la geometría grande, se disminuye, pero manteniendo nuevamente esa zona de mínimos. En términos porcentuales esto se refleja en que en la geometría media, se da en promedio un aumento de casi un 10 %, mientras que en la grande se tiene una reducción de alrededor de un 22 %.

La deformación, viendo la geometría completa, al igual que el resto de los casos, no tiene valores grandes y mantiene una distribución similar al esfuerzo de Von Mises, con valores altos más intensos en la deformación. Al observar sólo la zona del aneurisma, se ven máximos de la deformación en el cuello y mínimos en la geometría original en la punta, que comienza a ser rodeada por valores medios en el caso medio y de manera más marcada en la geometría grande. También se ve esto en el caso del esfuerzo de Von Mises, aunque manteniendo valores relativamente bajos en todas las variaciones. La variación porcentual promedio de la deformación se da de manera creciente, con alrededor de un 9 % para la geometría media y 29 % para la grande. También para el esfuerzo de Von Mises se dan variaciones crecientes, con una diferencia promedio de alrededor de un 10 % para la geometría media y 31 % para la grande.

### 7.3.5. Efectos del tamaño en parámetros fluidodinámicos y estructurales

La comparación de la evolución del WSS promedio y máximo para cada caso se puede ver a continuación:

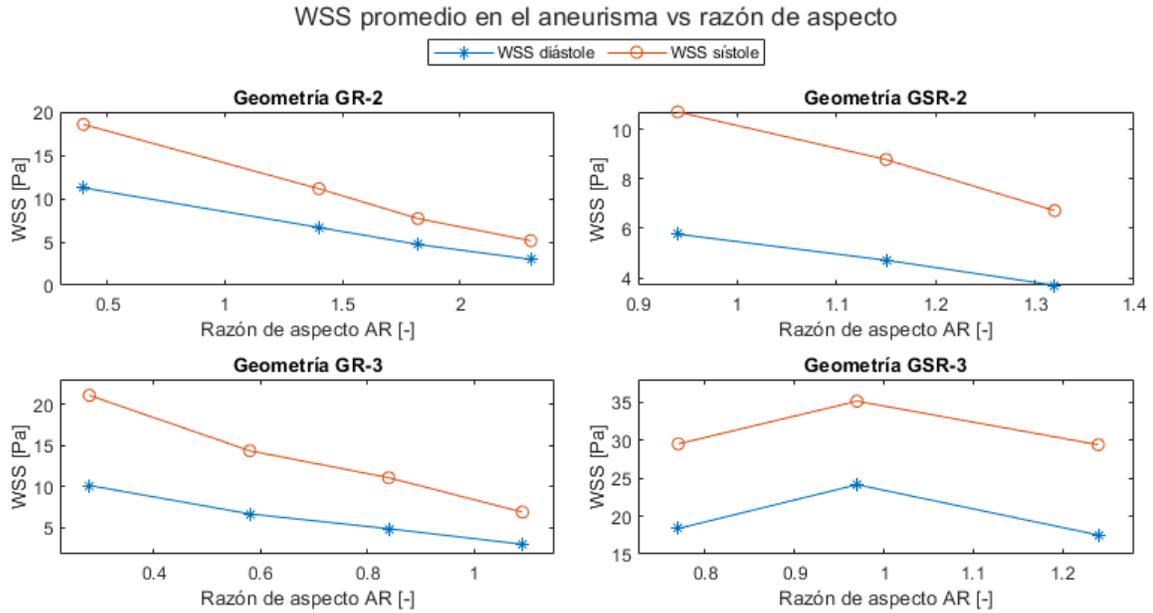


Figura 7.17: Evolución del WSS promedio respecto a AR.

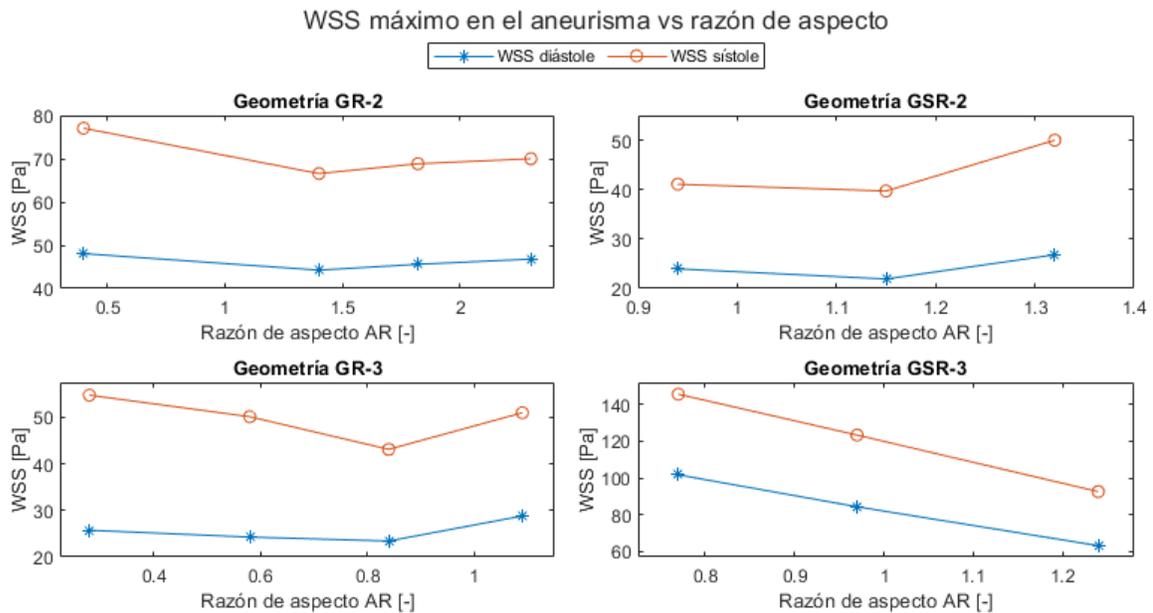


Figura 7.18: Evolución del WSS máximo respecto a AR.

En la Figura 7.17 se observa que todas las geometrías, con excepción de la GSR-3, evolucionan de tal forma que a medida que aumenta el tamaño, medido en el factor AR, el WSS

disminuye. Además del cómo ingresa el fluido al aneurisma a medida que evoluciona la geometría GSR-3 como una explicación para este comportamiento diferente tal como se mencionó anteriormente, se debe mencionar que comparando todas las geometrías, la GSR-3 tiene una morfología muy distinta, con un cambio de curvatura grande al principio y con tres bifurcaciones que hacen más complejo el recorrido de la sangre, además, no hay que descartar que el tamaño de malla tenga alguna influencia en los resultados, debido a que como se menciona en las pruebas de malla, para esta geometría se ocupó una de una menor densidad que el resto de los casos debido a su gran tamaño y los limitados recursos computacionales con los que se cuenta. Aún así, viendo la evolución del tamaño mediano a grande, se esperaría que si se sigue variando el tamaño de manera creciente, se obtenga el mismo comportamiento que el resto de las geometrías, disminuyendo el WSS.

En el caso del WSS máximo, este no sigue un comportamiento tan marcado como el caso promedio, mostrando en las geometrías con ruptura previa, una disminución entre la geometría inicial y pequeña, para la geometría GR-2, e inicial y media para GR-3. Para la geometría GSR-2 se tiene un mínimo cambio en la primera variación de la geometría, mientras que en la más grande sí se ve un aumento. La geometría GSR-3 muestra una disminución monótona, que podría cambiar si se sigue aumentando el tamaño por las razones mencionadas anteriormente. Estos comportamientos no se deberían considerar como un indicativo del riesgo de ruptura de estos aneurismas debido a que el máximo se da la zona del cuello y no en el domo del aneurisma, donde se suelen observar clínicamente las rupturas.

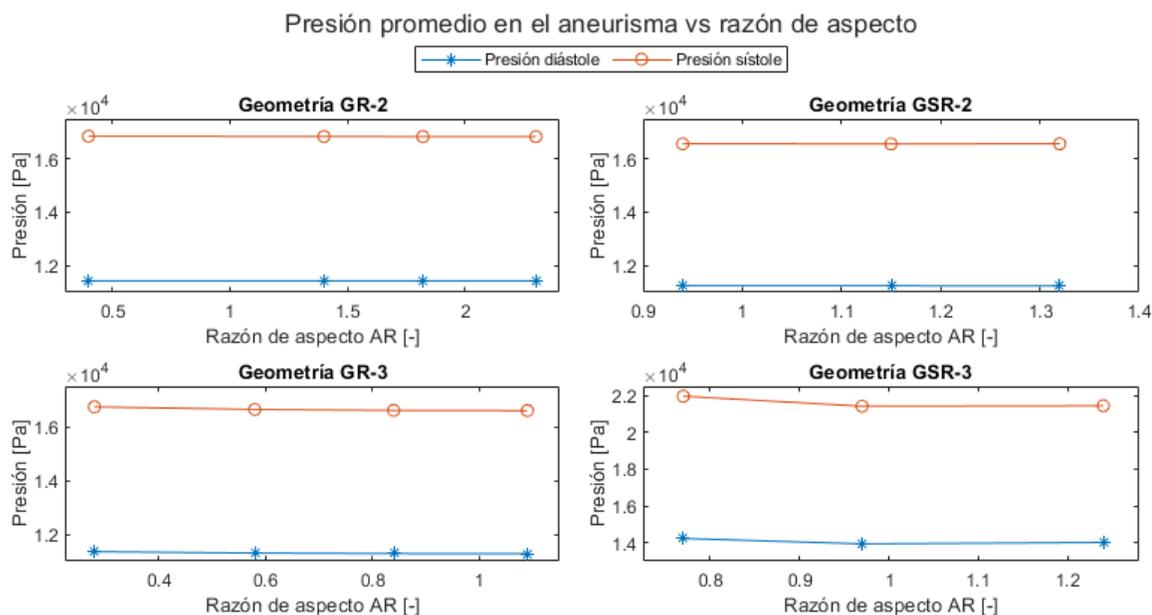


Figura 7.19: Evolución de la presión promedio respecto a AR.

Presión máxima en el aneurisma vs razón de aspecto

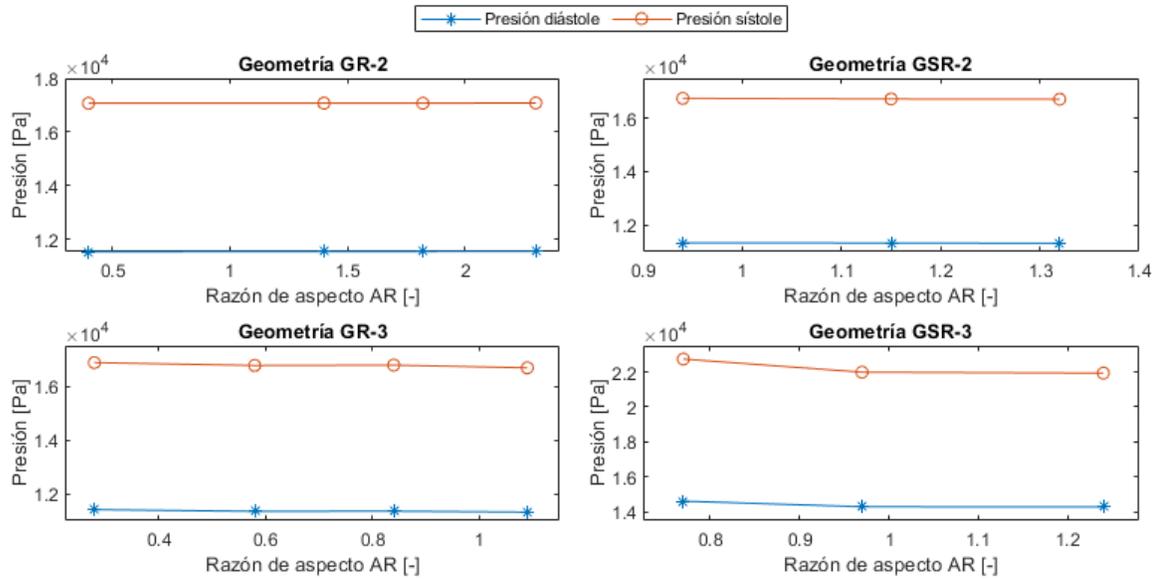


Figura 7.20: Evolución de la presión máximo respecto a AR.

Tanto la presión promedio como máxima no sufren de cambios significativos a medida que evoluciona el tamaño de los aneurismas, e incluso, en aquellas variaciones de tamaño inicial también se da este comportamiento. Esto indica que al menos para las geometrías estudiadas, la presión no es un parámetro relevante que pueda predecir una ruptura.

Desplazamiento promedio en el aneurisma vs razón de aspecto

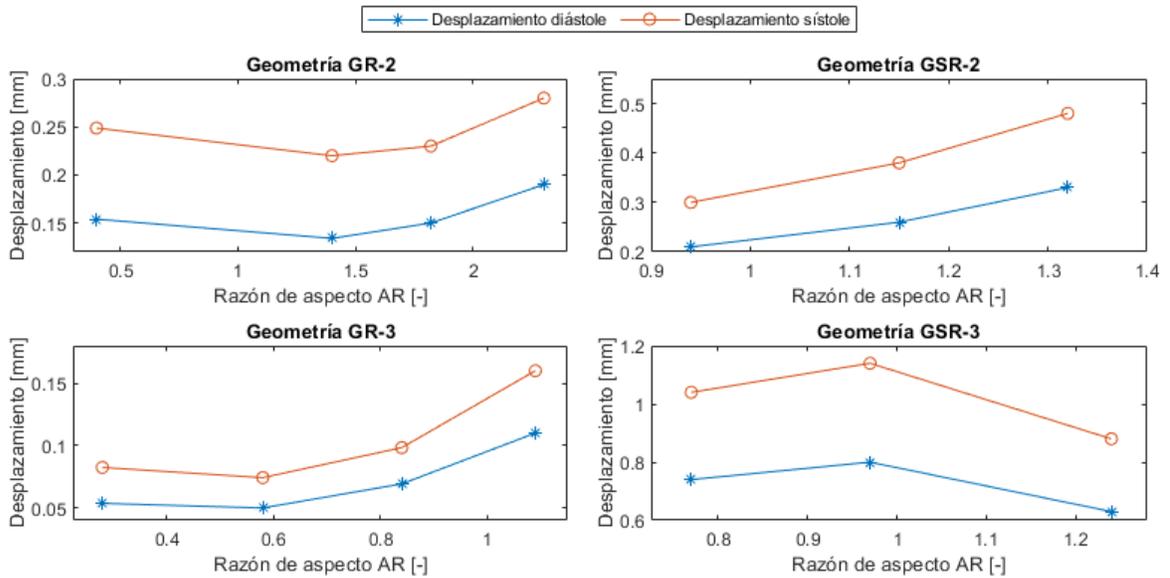


Figura 7.21: Evolución del desplazamiento promedio respecto a AR.

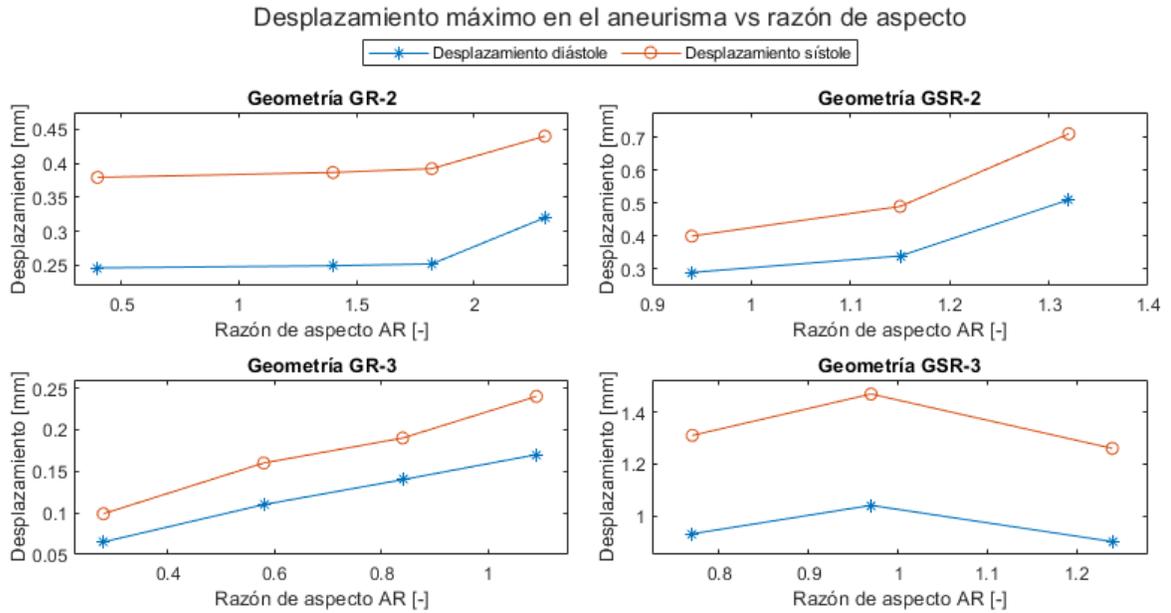


Figura 7.22: Evolución del desplazamiento máximo respecto a AR.

En la Figura 7.21 se observa, de igual forma que para el WSS promedio, un comportamiento marcadamente diferente para la geometría GSR-3. Para el resto de los casos, la tendencia general es que el desplazamiento promedio de un aneurisma aumenta a medida que el tamaño aumenta. En el caso de las geometrías con ruptura previa, donde se incluye el caso inicial, se ve poca variación entre dicho caso y el pequeño, e incluso una disminución. Esto se puede deber al gran cambio de morfología entre las geometrías iniciales, modeladas como semi-esferas, y el resto de las variaciones, donde la geometría inicial tiende a tener valores más parecidos a la zona arterial donde se encuentra inmersa. Si se considera desde la geometría pequeña a la original, se tiene un comportamiento estrictamente creciente con excepción de GSR-3.

Para el desplazamiento máximo también se logra un comportamiento diferente en la geometría GSR-3, donde se tienen valores más elevados en la zona del cuello, mientras que para el resto de los casos es en la zona superior del aneurisma. Si bien se ve que con excepción de la geometría GSR-3 la tendencia es a aumentar junto con el tamaño, la geometría GR-2 no tiene un cambio elevado entre la geometría inicial y media. Este comportamiento es parecido al caso de la geometría GSR-2 entre la variación original (la más pequeña) y media, dicha similitud se puede explicar debido a que ambas son geometrías de tipo lateral, donde el flujo no impacta de manera directa en el domo como en la geometría GR-3, una geometría terminal, lo que significaría una diferencia en la sensibilidad de este parámetro respecto al tipo de aneurisma según su ubicación en la arteria.

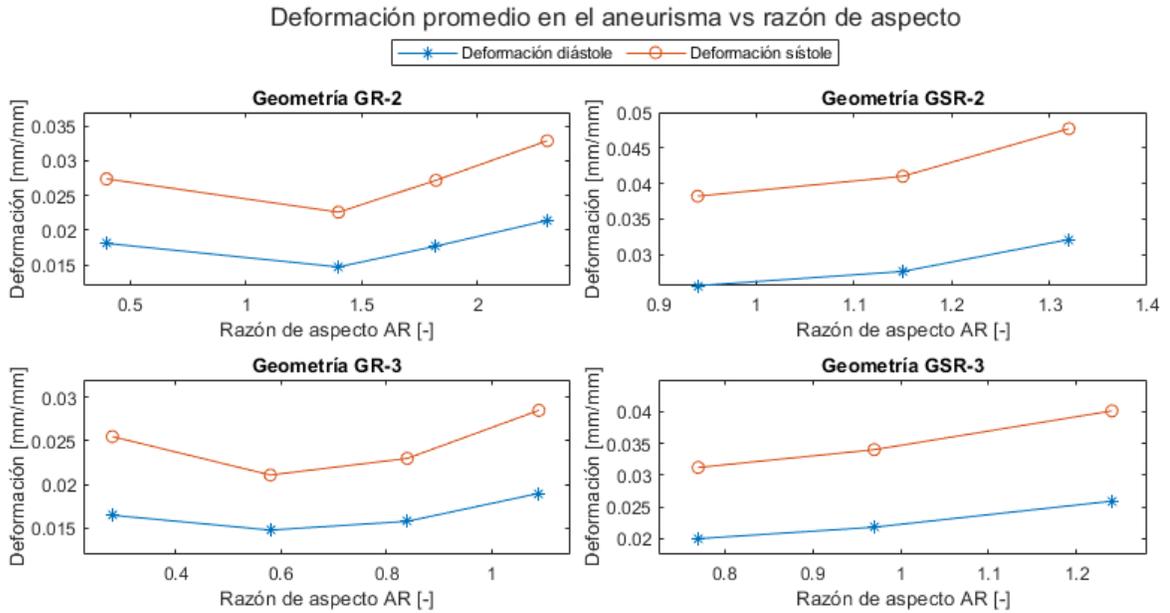


Figura 7.23: Evolución de la deformación promedio respecto a AR.

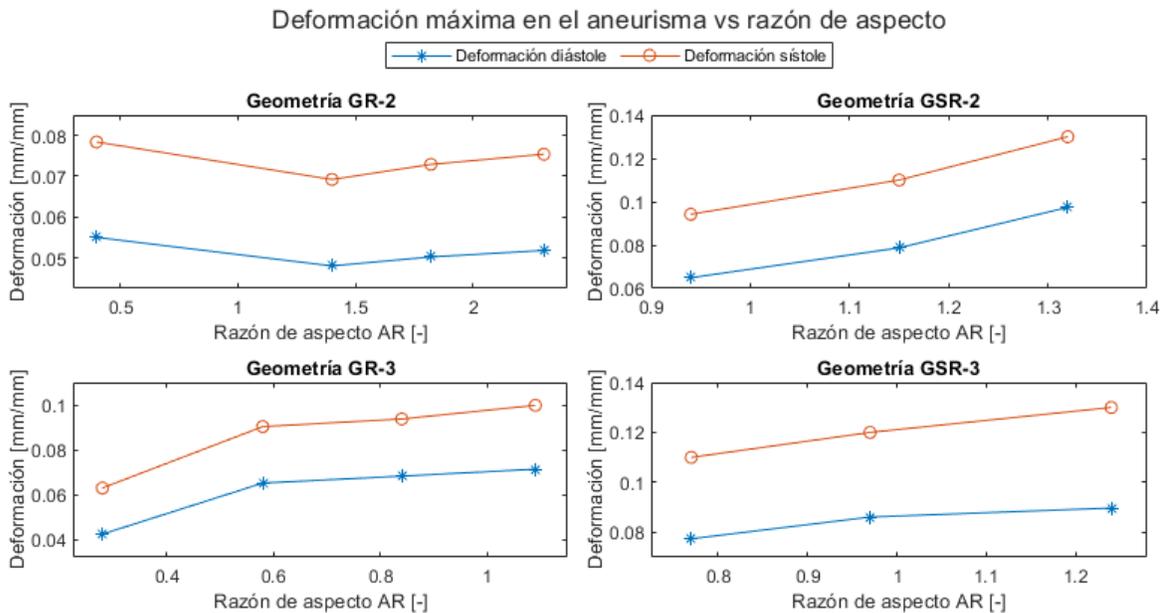


Figura 7.24: Evolución de la deformación máxima respecto a AR.

La Figura 7.23 muestra un comportamiento similar en todos los casos con excepción de las geometrías iniciales, donde si se omiten dichos casos, se tiene que la deformación aumenta a medida que el aneurisma crece, sin excepción. Respecto a los casos iniciales, estos tienen la misma morfología semi-esférica con mínimos en la parte superior y con un cambio de curvatura marcado en la conexión entre el cuello y la arteria donde se pueden acumular tanto esfuerzos, como deformaciones, que los hagan superar los niveles que la siguiente variación obtiene.

La deformación máxima sigue el mismo patrón que el caso promedio, con excepción de la geometría GR-3. La explicación de esta diferencia podría deberse a que a pesar de ser una geometría terminal como la GSR-3, el comportamiento diferente se da en la geometría inicial con la cuál la GSR-3 no cuenta, mientras que si se compara con la geometría GR-2 que sí tiene una variación inicial, la diferencia puede deberse netamente a que GR-2 es lateral mientras que GR-3 es terminal, ya que el patrón de distribución de la deformación es similar, con máximos en el cuello.

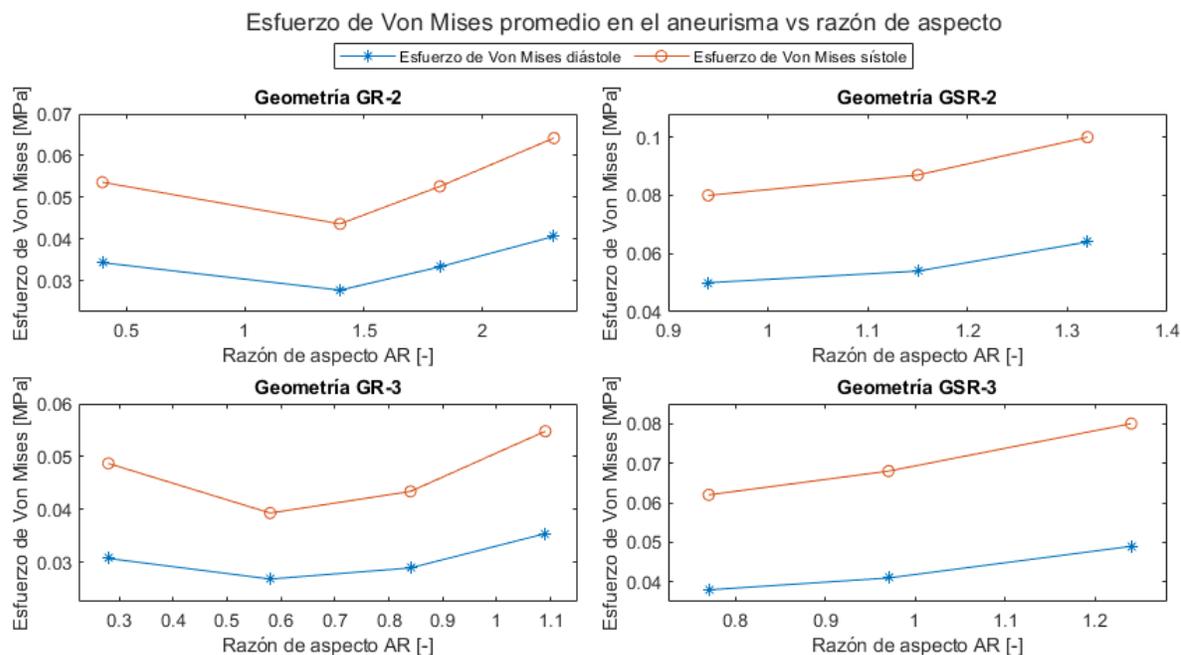


Figura 7.25: Evolución del esfuerzo de Von Mises promedio respecto a AR.

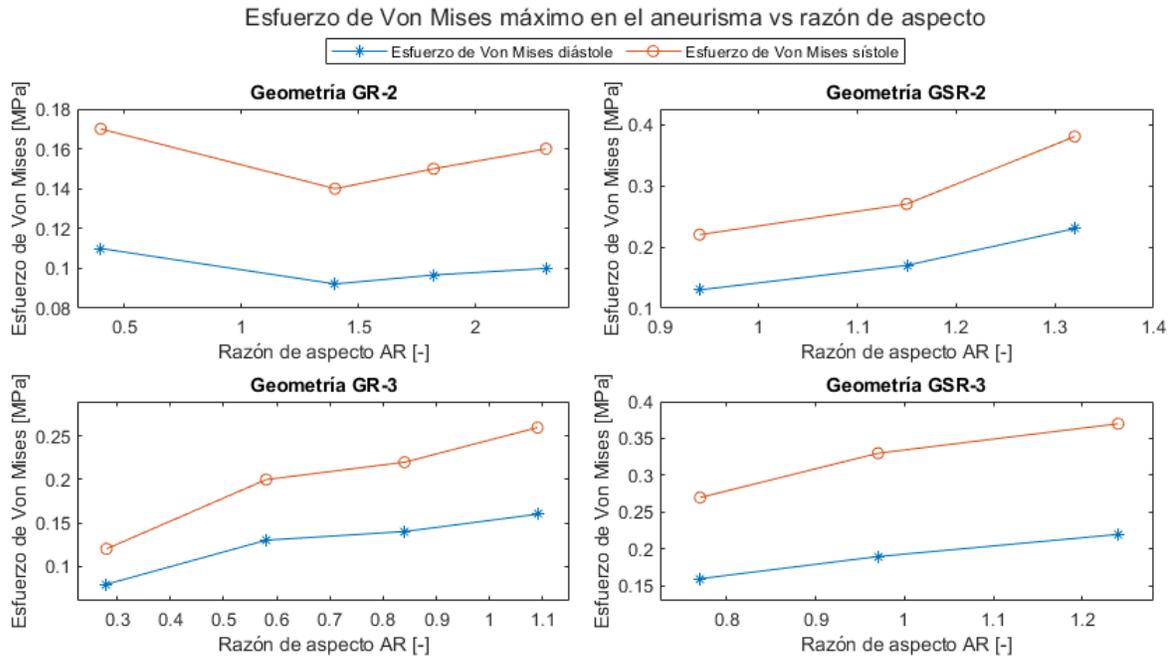


Figura 7.26: Evolución del esfuerzo de Von Mises máximo respecto a AR.

Como es de esperarse debido a lo expuesto en el análisis de cada geometría por separado, el esfuerzo de Von Mises sigue el mismo patrón que las deformaciones, y es que el hecho de que el rango de deformaciones obtenido haga que las curvas de esfuerzo deformación del modelo de Mooney-Rivlin se parezca a uno lineal, hace que la evolución entre los esfuerzos y deformaciones se pueda ver como una multiplicación lineal que no cambia la forma en la que se evoluciona.

Anteriormente se explicó por qué se podría tener un comportamiento en el cual primero se disminuyan las deformaciones, o en este caso, el esfuerzo, y luego aumenten, pero además se puede mencionar que en el trabajo citado como ejemplo de escalamiento de aneurismas de Nath y su equipo [73], también obtuvieron un patrón similar para el esfuerzo de Von Mises máximo. Si bien dicho equipo utilizó simulaciones de tipo CSD y sólo con geometrías esféricas, ellos también incluyeron tamaños muy pequeños respecto al resto, por lo que se podría pensar que en términos de esfuerzos, y para este trabajo también deformaciones, se tienen niveles altos al comienzo del aneurisma, que luego van disminuyendo con su crecimiento, pero que en un punto, el esfuerzo sufrido también aumenta. Este comportamiento también podría deberse a que se utiliza en ambos casos una morfología similar, en este estudio de tipo semi-esfera y en el de Nath y su equipo una geometría más esféricamente completa como se puede ver en la Figura 2.24, ambos en el caso de la geometría GR-2, en un aneurisma lateral.

En el trabajo de Sun y su equipo [62], de donde se adapta su algoritmo de crecimiento, se varía tanto el tamaño, como el grosor de pared, siempre creciendo el tamaño y con sólo una variación. Además, dicho grupo incluye como un caso de control la variación de tamaño man-

teniendo el grosor constante y uniforme en 0.3 [mm]. De dicho caso, presentan los resultados del esfuerzo de Von Mises máximo obtenido, separado entre la zona del cuello y el domo. En el caso del cuello, considerando los cuatro casos que dicho grupo estudió, se obtuvieron variaciones de entre un 4 y un 41 %, mientras que para el domo, estas variaciones se encontraron entre un 130 y un 638 %. Comparando con los resultados de este estudio, los casos equivalentes son aquellos donde se creció el aneurisma, es decir, GSR-2 y GSR-3, respecto a las variaciones medias. En dichos casos, se obtiene una diferencia del esfuerzo de Von Mises máximo de hasta un 31 % para el primer caso, y 22 % para el segundo. El caso GSR-2 es más parecido a aquel caso del otro trabajo que obtiene un 130 % de diferencia, mientras que la geometría GSR-3 es terminal, igual que en la geometría que presenta un 257 % de diferencia en el trabajo de Sun.

La diferencia de las variaciones puede tener algunas razones relacionadas a la metodología además de las morfologías estudiadas. En el caso del equipo de Sun, ellos ocuparon paredes de grosor de 0.3 [mm] para el aneurisma y la arteria. Este grosor menor dará lugar a la obtención de esfuerzos de Von Mises máximos mayores como se puede apreciar en este mismo estudio. Además, cabe destacar que en este trabajo sólo se varió el grosor para el aneurisma, y una variación tanto del aneurisma como de la arteria podría tener efectos más marcados.

Por otro lado, en el trabajo de Sun se extendió la arteria donde entra la sangre de forma cilíndrica, para que el flujo se pueda desarrollar antes de entrar en el domo y se utilizó un modelo de viscosidad Newtoniano en vez de uno No-Newtoniano como es el presente caso. Tal como se menciona en la Sección 2.6.2.4, esto genera diferencias en el comportamiento que sigue el fluido en zonas de baja velocidad, como es el domo del aneurisma.

## 7.4. Arterias sanas

En el caso de las arterias sanas se procede a analizar en conjunto las diferentes geometrías simuladas, acorde a cada parámetro calculado, con excepción de la velocidad debido a que no se encuentra información relevante para analizar que no se muestren en los demás parámetros, ya que tal como se espera, las particularidades que pueden mostrar las streamlines de velocidad en la zona donde posteriormente se forma el aneurisma, se dan precisamente cuando la lesión ya existe, por ejemplo, con la formación de vórtices.

### 7.4.1. Wall Shear Stress

Es importante recordar que tal como se menciona en la Sección 2.5.3, existen autores que señalan que los aneurismas se forman en una zona de la arteria donde existen esfuerzos de corte en la pared elevados, mientras que otros señalan que son los bajos niveles los responsables. En este caso, en las geometrías analizadas se puede ver que tanto en la sístole como en la diástole, la lesión ocurre en zonas con niveles de WSS medios, que si bien no son donde

ocurre el máximo, tampoco se da el caso de que en una geometría se de la lesión en un lugar con bajo WSS. Dado que sucede lo mismo tanto para la diástole como para la sístole, se espera que también se mantenga en el TAWSS, y es precisamente lo que se observa en la Figura 6.145. Si se importa la superficie del aneurisma original a los resultados del TAWSS, se puede ver de manera más clara dónde se forma el aneurisma:

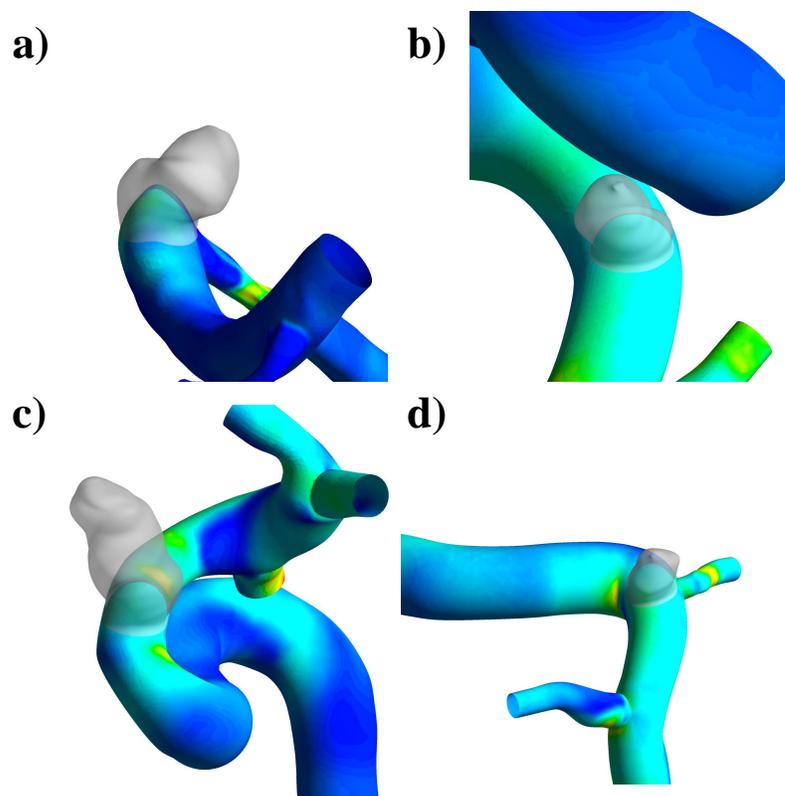


Figura 7.27: Lugar de formación del aneurisma y distribución del TAWSS.

Para comparar numéricamente el estado antes de la formación del aneurisma con la geometría original utilizada en este estudio a lo largo del ciclo cardiaco, se calcula la diferencia del nivel del TAWSS aproximado obtenido en la zona donde se forma el aneurisma, con el valor promedio obtenido en el domo, tomando como referencia el estado sin aneurisma. Los resultados de esto se pueden ver en la siguiente tabla:

Tabla 7.11: Diferencia porcentual promedio aproximada para el TAWSS entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma.

Variación	TAWSS [Pa]			
	GR-1	GR-2	GSR-1	GSR-2
Sano	83.20	13.94	14.24	11.52
Original	20.72	3.62	7.80	7.66
Diferencia	-75.10 %	-74.03 %	-45.22 %	-33.51 %

De la tabla anterior se puede ver que en los cuatro casos presentados, la formación del aneurisma significa una reducción del WSS en dicha zona. En el caso de las geometrías con ruptura previa, la reducción es de alrededor de un 75 %, mientras que en el caso de las que no presentaron ruptura previa, esta reducción se da entre un 34 y un 45 %. Se podría pensar que la diferencia en la reducción se debe a un factor de tamaño en el cual aquellas geometrías con ruptura debieran ser mayores, sin embargo, la geometría GR-1 tiene un AR de 1.16 y la geometría GSR-1 de 1.11, valores muy similares, pero variaciones distintas.

También es importante notar que la morfología y el flujo de entrada no se puede considerar como el único factor que explique la diferencia, pues en los cuatro casos se tienen geometrías laterales, donde si bien en el caso GR-1 se tiene una entrada más directa del flujo sanguíneo al domo, en las demás geometrías no. Un caso interesante a estudiar sería si es que en alguno de los casos sin ruptura previa que se simularon, se obtuviera una geometría más avanzada mediante nuevas imágenes al paciente si sufriera de una ruptura y ver cuán grande es el cambio final para corroborar si se parece las geometrías con ruptura previa. Si se utiliza a modo de ejemplo la variación de tamaño lograda para la geometría GSR-2, que logra en su tamaño grande un TAWSS promedio de 4.75 [Pa], esto representa una reducción de un 59 %, una diferencia todavía menor que las geometrías con ruptura.

#### **7.4.2. Presión**

En los contornos de presión se puede ver que en todos los casos también se logran niveles medios de presión, con algunas geometrías con presiones un poco más elevadas, como lo son la GR-2 y GSR-2, ambas laterales. En ningún caso se formó el aneurisma en una zona de máxima ni mínima presión, sin embargo, sobre todo en el caso de los máximos, puede tenerse una influencia numérica, ya que siempre es en la zona de la entrada y podría darse que con una geometría más extendida en dicha zona no se tenga un máximo tan marcado salvo para la geometría GR-1 en la que se tiene un estrangulamiento que de todas maneras formará un máximo de presión previo a esa zona. En cuanto a los mínimos estos se dan en las salidas, por lo que también se puede deber a que para hacer simulaciones numéricas se debe acotar la zona de interés hacia una cercana al aneurisma.

Similar al caso anterior, se presenta una tabla comparativa entre los valores aproximados, para cada caso, de la presión en la geometría sana y la original, pero con valores para la diástole y la sístole, ya que no se obtuvo un promedio temporal como en el caso del WSS.

Tabla 7.12: Diferencia porcentual promedio aproximada para la presión entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma.

Geometría		Presión [Pa]	
		Diástole	Sístole
GR-1	Sano	11282.2	16563.0
	Original	11382.6	16817.5
	Diferencia	<b>0.89 %</b>	<b>1.54 %</b>
GR-2	Sano	11401.6	16803.3
	Original	11429.5	16836.8
	Diferencia	<b>0.24 %</b>	<b>0.20 %</b>
GSR-1	Sano	11650.4	17274.4
	Original	11669.4	17299.9
	Diferencia	<b>0.16 %</b>	<b>0.15 %</b>
GSR-2	Sano	11238.6	16555.7
	Original	11244.4	16567.5
	Diferencia	<b>0.05 %</b>	<b>0.07 %</b>

De la tabla anterior se observa que prácticamente no existen variaciones en la presión. Esto quiere decir, que el valor de la presión en la zona donde posteriormente se va a formar el aneurisma, se mantiene de forma promedio en el domo del aneurisma. Este comportamiento además, es similar al resto de las variaciones geométricas que se hicieron en este trabajo, donde las diferencias de presión son despreciables.

### 7.4.3. OSI

A pesar de que algunos autores señalan que en la zona de formación del aneurisma existe un alto nivel de WSS a la vez que un elevado OSI, en este caso en particular no se encuentra información relevante en la zona de la lesión como se puede observar en la Figura 6.146, donde además se debe tomar en cuenta que la escala es relativa a las geometrías mostradas y un nivel máximo de OSI es de 0.5, por ende aquellas zonas de máximos que están en lugares distintos a las zonas de los aneurismas, serían aún más bajos en una escala de colores con dicho máximo. Debido a esto, no se considera al OSI como un factor relevante que indique dónde se puede formar el aneurisma para los casos estudiados ni tampoco se muestran comparaciones cuantitativas.

### 7.4.4. Desplazamiento

Las distribuciones de desplazamiento muestran, en general, niveles medios en la zona del aneurisma, a excepción de la geometría GSR-1, que muestra niveles relativamente más

bajos. Un caso llamativo es el de la geometría GR-1, que logra un máximo cercano a la zona de la lesión, sin embargo, no es dicho lugar donde se formó el aneurisma. La comparación aproximada entre los valores promedios de la geometría sana con la original se puede ver a continuación:

Tabla 7.13: Diferencia porcentual promedio aproximada para el desplazamiento entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma.

Geometría		Desplazamiento total [mm]	
		Diástole	Sístole
GR-1	Sano	0.025	0.040
	Original	0.070	0.100
	Diferencia	<b>177.78 %</b>	<b>150.00 %</b>
GR-2	Sano	0.182	0.268
	Original	0.190	0.280
	Diferencia	<b>4.40 %</b>	<b>4.67 %</b>
GSR-1	Sano	0.644	0.862
	Original	0.710	0.930
	Diferencia	<b>10.25 %</b>	<b>7.89 %</b>
GSR-2	Sano	0.149	0.213
	Original	0.210	0.300
	Diferencia	<b>40.94 %</b>	<b>40.85 %</b>

De la Tabla 7.13, se puede ver que en todos los casos, el aneurisma tiene mayor desplazamiento que la zona arterial sana antes de su aparición, lo cual se explica debido a que la sangre es desviada a impactar de manera más directa con las paredes del aneurisma en comparación con el estado sin lesión, donde tiende a seguir el camino arterial sin grandes desvíos. En general las diferencias del desplazamiento tanto para la diástole como para la sístole son similares. La geometría GR-1 tiene la mayor diferencia entre dichos instantes del ciclo cardiaco y además, son las mayores variaciones de todos los casos estudiados. La diferencia respecto a las demás geometrías se podría explicar debido a que como se mencionó anteriormente, y aunque todas las geometrías sanas son laterales, en esta geometría el flujo sanguíneo entra de manera más directa en el aneurisma influenciando de gran manera su desplazamiento.

#### 7.4.5. Deformación

La deformación muestra en todos los casos niveles medios, con una franja o zona de niveles bajos cercanos a la formación del aneurisma, lo que se ve de manera más evidente en las geometrías cuyo aneurisma presentó ruptura al momento de obtener sus imágenes. En las geometrías GR-1 y GSR-2, se observa una zona que combina altos desplazamientos con altas deformaciones, sin embargo, no es el lugar donde ocurre el aneurisma. En general, se

obtienen niveles bajos de deformación tal como ocurre con los casos analizados anteriormente.

En la Tabla 7.14, se ve que en todos los casos la deformación del domo del aneurisma crece de manera significativa respecto a la geometría sana. Además del desvío del flujo sanguíneo hacia una zona donde se impacta de manera más directa como se menciona en el caso del desplazamiento, otro factor que podría explicar estas grandes diferencias es que las caras de las arterias en la zona donde se produce el aneurisma suelen ser suaves, sin grandes cambios de geometrías o curvaturas marcados, pero cuando se forma el aneurisma, este tiene un cambio de curvatura marcado en su cuello, además de poder generar pliegues en su domo, lugares donde se forman concentraciones tanto de esfuerzos como de deformaciones.

Tabla 7.14: Diferencia porcentual promedio aproximada para la deformación entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma.

Geometría		Deformación [mm/mm]	
		Diástole	Sístole
GR-1	Sano	0.0051	0.0074
	Original	0.0160	0.0230
	Diferencia	<b>213.73 %</b>	<b>212.93 %</b>
GR-2	Sano	0.0103	0.0146
	Original	0.0210	0.0330
	Diferencia	<b>103.88 %</b>	<b>126.03 %</b>
GSR-1	Sano	0.0109	0.0159
	Original	0.0210	0.0320
	Diferencia	<b>92.66 %</b>	<b>101.26 %</b>
GSR-2	Sano	0.0117	0.0175
	Original	0.0260	0.0380
	Diferencia	<b>123.18 %</b>	<b>117.14 %</b>

#### 7.4.6. Esfuerzo de Von Mises

El bajo rango de deformación obtenido hace que la distribución del esfuerzo de Von Mises siga un patrón similar al de las deformaciones, tal como en los demás casos estudiados en este trabajo y por ende, se logran observaciones similares a las deformaciones. Cabe destacar que a las zonas que combinan altos desplazamientos y deformaciones mencionadas en el párrafo anterior, se les suman altos esfuerzos, sin embargo, esto no resulta como un predictor del lugar de formación de los aneurismas.

A continuación se muestra la tabla de diferencias porcentuales respecto al domo de las geometrías originales:

Tabla 7.15: Diferencia porcentual promedio aproximada para el esfuerzo de Von Mises entre la zona de la lesión y el domo del aneurisma.

Geometría		Esfuerzo de Von Mises [MPa]	
		Diástole	Sístole
GR-1	Sano	0.019	0.029
	Original	0.029	0.044
	Diferencia	<b>52.33 %</b>	<b>51.46 %</b>
GR-2	Sano	0.039	0.057
	Original	0.041	0.064
	Diferencia	<b>6.27 %</b>	<b>13.18 %</b>
GSR-1	Sano	0.040	0.066
	Original	0.040	0.064
	Diferencia	<b>-0.79 %</b>	<b>-3.56 %</b>
GSR-2	Sano	0.034	0.059
	Original	0.050	0.080
	Diferencia	<b>45.03 %</b>	<b>35.77 %</b>

Si bien la distribución de la deformación y el esfuerzo de Von Mises se parecen, los cambios de un estado con y sin lesión son más moderados para el caso de los esfuerzos. Similar al caso de los desplazamientos vistos en la Tabla 7.13, la geometría GR-1 es la de mayores diferencias, seguida por GSR-2. En el caso GSR-1, se tiene una disminución que puede ser explicada porque es el caso donde menor flujo sanguíneo entra en su domo, como se evidenció para el análisis del efecto del grosor. Además, este aneurisma tiene un domo de geometría suave, sin pliegues, que acumula esfuerzos en la zona del cuello como se ve en la Figura 6.45, aunque esto es más evidente al disminuir su grosor de pared, y en este caso se comparó con la geometría de pared gruesa.

Es importante notar que, tanto en el esfuerzo de Von Mises, como en los demás parámetros estructurales, las zonas donde posteriormente se tiene el cuello del aneurisma, tienen cambios notables en los valores de los parámetros analizados, lo que hace difícil lograr un valor promedio que represente con gran precisión la zona analizada, y por ende, se pueden tener errores considerables al comparar los parámetros mencionados. A modo de ejemplo de esto, se muestra el lugar del aneurisma importado sobre la arteria sana, para el caso de los esfuerzos de Von Mises:

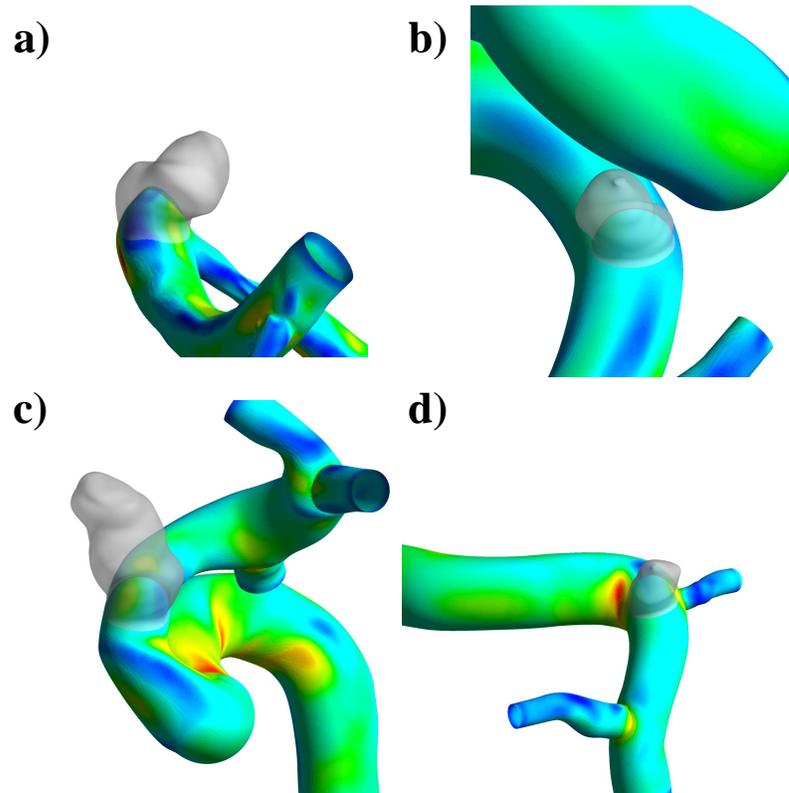


Figura 7.28: Lugar de formación del aneurisma y distribución del esfuerzo de Von Mises.

# Capítulo 8

## Conclusiones

En el presente estudio se realizaron simulaciones numéricas tipo FSI de dos vías para diferentes casos en donde se varían factores geométricos de aneurismas cerebrales. Para dichas simulaciones, se ocuparon seis diferentes geometrías extraídas de imágenes médicas reales, a pacientes reales. De esas seis geometrías, dos se ocuparon para estudiar el efecto que tiene el grosor del domo del aneurisma en su riesgo de ruptura, en un total de seis simulaciones y las restantes cuatro se ocuparon para estudiar el efecto del tamaño en el riesgo de ruptura, con 14 simulaciones. Adicionalmente, se incluyeron cuatro casos en donde se removió el aneurisma de los modelos de geometrías laterales para representar la arteria sana y un caso para comparar el modelo elástico utilizado. Con esto, se suma un total de 25 simulaciones diferentes realizadas.

Dada la variedad de tamaños de geometrías, se siguió un procedimiento de pruebas de malla para el fluido basado en la densidad de elementos, mediante las cuales, se decide utilizar una densidad de al menos 700 [*elementos/mm*<sup>3</sup>], a excepción de la geometría más grande de todas, debido a que dicho caso necesita un uso de recursos computacionales muy grandes y en este trabajo son limitados. Las mallas se construyen con elementos tetraédricos. La malla del sólido, que utiliza elementos tipo shell, se hizo de tal manera que se lograra un tamaño similar al fluido, obteniendo en sus pruebas que un tamaño adecuado es de alrededor de 0.2 [*mm*]. En todos los casos, se hizo un refinamiento en la zona de interés, el domo del aneurisma.

En todas las simulaciones realizadas se utilizaron condiciones que representen un paciente adulto sano. Se utilizaron los modelos de Womersley para el pulso de velocidad, Windkessel para la presión y un modelo No-Newtoniano de Casson para la viscosidad. Para el dominio estructural, se escogió un modelo hiperelástico de Mooney-Rivlin de cinco parámetros en todos los casos, salvo para la comparación con un modelo elástico lineal.

El caso de estudio mencionado, se compararon dichos modelos elásticos utilizando la geometría GR-1. Dentro de sus resultados no se encontraron diferencias significativas en el dominio del fluido. El dominio estructural tiene más diferencias, pero también son pequeñas. Tanto la deformación como el desplazamiento difieren en menos de un 10 %, y esto es incluso menos

para el esfuerzo de Von Mises, lo que sugiere que no se presentan ventajas significativas en utilizar un modelo u otro, ni en los parámetros obtenidos, ni en el tiempo de simulación empleados. De todas formas, hay que señalar que con otras geometrías u otras condiciones de borde, de hipertensión por ejemplo, esto podría cambiar y que el modelo elástico lineal es mucho más simple en comparación de uno hiperelástico, pero a la vez, es más inestable sobre todo en la inicialización de la simulación.

Tanto para los efectos del grosor como el tamaño, se compararon los resultados con las propias variaciones de cada geometría original y a nivel general según cada parámetro obtenido. Las geometrías GR-1 y GSR-1 se ocuparon para el efecto del grosor, utilizando una pared de 0.35, 0.2 y 0.1 [mm] para el domo del aneurisma y 0.35 [mm] para la arteria. En ambos casos no se perciben diferencias significativas para los parámetros del fluido y sólo se dan diferencias importantes en el lado estructural. Más específicamente, dichos cambios se dan en la zona en particular que se adelgaza, pues la arteria no sufre de cambios significativos. Esto sugiere que el adelgazamiento de un aneurisma no supone riesgos en la arteria, ni antes ni después de la lesión, pues tanto estructural como hemodinámicamente, no se ven cambios importantes.

La geometría GR-1 muestra un comportamiento bastante intuitivo en donde tanto el desplazamiento, la deformación y el esfuerzo de Von Mises, disminuyen a medida que el grosor de la pared aumenta, mostrando una estructura más fuerte y que tendrá menores probabilidades de ruptura. En el caso de la geometría GSR-1, se obtiene el mismo comportamiento salvo para el desplazamiento, donde debido a que el flujo sanguíneo no entra de manera directa ni en gran cantidad en su domo, se espera que el desplazamiento de esta geometría esté más influenciado al movimiento general que sucede en la zona arterial donde se ubica el aneurisma.

Otra diferencia entre ambos casos es que la geometría GR-1 es más sensible al cambio de grosor en sus parámetros, logrando diferencias de casi un 150 % entre la pared más delgada y la original, y casi un 270 % para el esfuerzo de Von Mises. Para la geometría GSR-1, estas diferencias respectivas se dan un 12 y un 215 %. Estos resultados sugieren que una pared que se adelgace es más propensa a la ruptura, pero que también pueden haber ciertas configuraciones geométricas entre la arteria y la ubicación del aneurisma que lo hacen menos sensibles al cambio de grosor, y que esta sensibilidad se transmite mejor en parámetros como el esfuerzo de Von Mises que el desplazamiento.

Los efectos del tamaño fueron estudiados para cuatro geometrías, comparándolas a través del parámetro adimensional AR, donde un mayor AR es equivalente a un mayor tamaño de aneurisma. Aquellas que presentaron ruptura previa fueron disminuidas hasta una geometría pequeña que conserva las principales morfológicas de la geometría original, y un caso inicial, cuya morfología es semiesférica, representando un aneurisma recién formado. Las geometrías sin ruptura previa fueron aumentadas en tamaño, tratando de representar cómo pueden llegar a ser estas geometrías al momento de romperse si esto sucediera.

La evolución del WSS se da de manera tal que este disminuye al aumentar el tamaño del aneurisma, lo cual se considera como un riesgo de ruptura mayor. Esto se da para todos los casos con excepción de la geometría GSR-3, lo que se explica por su muy complicada geometría y no se debe descartar que la malla menos densa de este caso en particular pueda tener alguna implicancia, debido a que este es el caso más grande en el que no se pudo ocupar una malla tan densa.

En el resto de los casos se puede ver a lo largo del ciclo cardiaco una evolución clara del WSS promedio en el aneurisma de la manera que se mencionó, por lo que el TAWSS también refleja este fenómeno. Entre los otros parámetros fluidodinámicos, la presión no presenta cambios significativos y no puede ser ocupada para predecir el riesgo de ruptura. Por otro lado, el OSI tampoco presenta información relevante que ayude a predecir dicho riesgo.

Estructuralmente la geometría GSR-3 también logra un comportamiento diferente. En ese caso, al aumentar el tamaño inicialmente se logra un desplazamiento ligeramente más grande, para luego disminuir. Esto también se da al comparar las variaciones iniciales con las pequeñas en el caso de aquellas geometrías con ruptura previa, sin embargo, al seguir evolucionando, e incluyendo el otro caso de geometría sin ruptura, GSR-2, la evolución es de tal forma que a medida que aumenta el tamaño se aumenta el desplazamiento. El desplazamiento del domo del aneurisma podría significar un mayor riesgo para el paciente considerando que se puede presionar un nervio o alguna zona del cerebro, sin embargo, como se menciona en las secciones iniciales, existen casos en donde el domo entra en contacto con otras estructuras que le ejercen un factor protector. De todas formas, dónde específicamente esté inmerso el aneurisma del paciente, determinará si un desplazamiento mayor del aneurisma le supondrá un mayor riesgo de alguna afección.

Las deformaciones y esfuerzos se dan en general con una distribución similar debido a que las deformaciones son generalmente pequeñas y no llegan a un rango tal que un modelo de Mooney-Rivlin difiera de uno lineal. En las geometrías con ruptura previa se da una baja de ambos parámetros entre la variación inicial y la media debido a su morfología particular. En el resto de los casos, sin excepción, se da la tendencia que un mayor tamaño implica tanto mayores esfuerzos como deformaciones. Esto se da en los valores máximos y promedios, considerándose estos últimos como los más importantes debido a que hay casos donde los máximos se dan en zonas que concentran esfuerzos como lo es el cuello, un lugar que no suele presentar rupturas.

Considerando que es de esperarse que un aneurisma mayor sea a su vez de mayor riesgo de ruptura, se considera como mejores parámetros estructurales para predecir la ruptura a la deformación y el esfuerzo de Von Mises promedios, debido a que muestran una clara tendencia y en el caso de los esfuerzos, se debe esperar que una estructura sujeta a grandes esfuerzos

falle, siendo en este caso complicado predecir un nivel en el cual la pared se rompa, debido a que es una estructura viva y esto se debe estudiar de manera más experimental.

A pesar de que para el WSS no se da la misma tendencia en todos los casos, el aneurisma GSR-3 es muy complejo, y se debe tomar en cuenta que en todos los demás casos, no importando su tipo de geometría o estado inicial de ruptura o no ruptura, se da una baja del WSS a medida que AR aumenta, por lo que se considera, tal como lo hace la literatura, al WSS como un buen predictor de ruptura, que en este caso a diferencia de una falla netamente estructural, es una falla que tiene un inicio en funciones biológicas que no se dan en condiciones normales.

Aquellas geometrías de tipo lateral fueron las escogidas para analizar un caso que represente su estado sano, sin aneurisma. Esto se debe a que en la literatura hay algunos autores que señalan que un alto WSS es el responsable de la aparición de aneurismas, mientras que otros dicen que es un bajo WSS. En aquellas geometrías terminales es más intuitivo pensar que se da un alto WSS en la zona de la posterior lesión debido a que es allí donde el fluido se divide en las bifurcaciones, lo que no pasa en el caso de las laterales, por ende es interesante analizar qué ocurría en la zona donde se sabe que posteriormente se formó un aneurisma, antes de que este ocurriera.

En todos los casos estudiados, se forma el aneurisma en una zona con WSS en niveles medios. En ningún caso se da en una zona con un WSS bajo, ni tampoco máximo, aunque estas últimas zonas se presentaron en una zona mucho más pequeña. La presión se mantuvo, en la zona donde aparece la lesión, en niveles medios, aunque se menciona que los máximos se suelen localizar a la entrada y los mínimos a las salidas por la aplicación de las condiciones de borde. Si bien algunos consideran que un WSS elevado en conjunto a un alto OSI indicaría donde se produce el aneurisma, esto no se da para las geometrías estudiadas, puesto que no se vio un alto OSI en dicha zona.

En los parámetros estructurales se obtuvo que los aneurismas aparecen en zonas con desplazamientos, esfuerzos y deformaciones medias. En el caso de los esfuerzos y deformaciones, se repite que existe una zona de mínimos cercana a la zona de valores medios donde se produce la lesión. Al igual que como se menciona en el caso de la presión, se debe mencionar que las zonas con desplazamiento mínimo se dan en los extremos de la arteria debido a la condición de borde de empotramiento.

De manera cuantitativa, se pudo observar que, en los casos estudiados, ambas geometrías con ruptura previa, alcanzaron su punto de ruptura al disminuir en un 75 % el TAWSS en su domo frente al valor aproximado que tiene este parámetro en la zona donde posteriormente se forma la lesión en la arteria sana. Los casos sin ruptura, también lograron una disminución, sin embargo, no alcanzaron tal nivel. Si bien esto podría indicar no sólo un mayor riesgo de ruptura, sino que un punto específico de cuándo esto sucede, sólo se estudiaron cuatro

geometrías para este caso, y dos de ellas con ruptura previa.

Los parámetros estructurales no presentaron cambios que sigan un patrón distintivo entre el estado de ruptura de los aneurismas como el TAWSS, y también resultó más difícil obtener su valor promedio en la arteria sana debido a que la zona donde se deben obtener los valores, tiene cambios significativos de los parámetros, por lo que se pueden tener errores al obtener dichos parámetros y calcular las diferencias porcentuales.

Con la realización de este trabajo se pudo observar que parámetros geométricos como el grosor del aneurisma y su tamaño, tienen influencia en los efectos que estos sufren tanto estructural como hemodinámicamente y en diferente medida, implicando una variación en la probabilidad de ruptura que estos tienen. Si bien en este caso se realizaron ambos estudios por separado con el fin de poder diferenciar bien qué parámetro produce qué efecto, se debe recordar que un aneurisma, al ser una estructura viva, tiene una variación dinámica a lo largo de su vida y se puede dar que un aneurisma pequeño tenga una pared más delgada que uno grande por un proceso de reparación estructural, un factor que se debe tener en cuenta al querer combinar ambos efectos.

El punto anterior podría explicar el por qué se ven aneurismas pequeños que también sufren de rupturas, pues si bien tienen un mayor valor de WSS, es decir, un WSS más saludable, los esfuerzos de Von Mises pueden cambiar en más de un 200% entre una pared delgada y una gruesa. Estos efectos se pueden capturar sólo mediante el uso de simulaciones FSI, ya que si se realizan simulaciones de tipo CFD con pared rígida, un aneurisma pequeño se esperaría que tuviese niveles de WSS que indiquen una baja probabilidad de ruptura y no se contaría con parámetros estructurales que puedan indicar lo contrario. Debido a esto, se considera importante evaluar el riesgo de ruptura en la evolución de un aneurisma cerebral utilizando tanto el WSS como el esfuerzo de Von Mises en geometrías que consideren la variación del grosor de pared.

Al finalizar este trabajo, se puede decir que el modelamiento matemático de ambos dominios, tanto el estructural como el del fluido, permitieron realizar simulaciones de tipo FSI en geometrías reales de aneurismas cerebrales, que mediante un algoritmo de crecimiento o decrecimiento, pudieron ser modificadas para representar un estado futuro o pasado según correspondía. Estas simulaciones permitieron obtener parámetros estructurales y fluidodinámicos que presentaron diferentes evoluciones para dar cuenta de la importancia de los parámetros geométricos en el análisis de aneurismas cerebrales y que podrían ser indicadores de mejor o menor medida del riesgo de ruptura de dichas lesiones.

Como conclusión principal de este estudio, se señala que en el caso de poder medir el grosor de pared del aneurisma de un paciente, si este mantiene una pared delgada, estará en una fase de mayor riesgo de ruptura, mientras que si bien no se ve una tendencia que indique un

AR como umbral de riesgo, si se llega a ver, en el seguimiento mediante imágenes médicas del paciente, que el aneurisma crece de manera significativa como en este trabajo, también tendría una mayor probabilidad de ruptura, sobre todo en aquellos aneurismas donde el flujo sanguíneo entra de manera más directa en el domo, y por lo tanto, la recomendación sería intervenirlos.

## 8.1. Trabajos futuros

De acuerdo a lo visto en el presente trabajo, existen diferentes casos interesantes que se pueden estudiar a futuro.

Primeramente, sería importante repetir el mismo estudio, pero sólo para la geometría GSR-3, con una malla más densa, que pueda decir si sus comportamientos diferentes se debieron precisamente a que se utilizó una malla menos densa, o se debió a la complejidad que presenta esta geometría.

La metodología seguida para variar el grosor sólo en la zona del aneurisma se hizo con elemento de tipo shell. Según lo investigado para este trabajo, no se encontraron otros trabajos que hayan ocupado la misma metodología y por ende, sería interesante hacer el mismo tipo de simulación, pero con elementos tipo sólidos 3D para ver cuán diferentes son los resultados.

Dado que las variaciones obtenidas en el esfuerzo de Von Mises en que al principio se veía una disminución, y luego un aumento cuando se contaba con la geometría inicial no es algo intuitivo, aunque sí previamente reportado en otros trabajos, se deja planteada la necesidad de realizar otras simulaciones que investiguen el estado inicial del aneurisma para ver si este comportamiento sigue sucediendo.

Como en la realidad un aneurisma debiera cambiar tanto su grosor y su tamaño al mismo tiempo, se deja como tarea a futuro el realizar simulaciones que reflejen ambos efectos en conjunto, considerando una evolución en la que el aneurisma se adelgace a medida que crece, y otra en la que se haga más grueso con el aumento de su tamaño.

La realidad de los pacientes que presentan aneurismas y también comúnmente en otros, es que se suelen dar condiciones como la hipertensión, y que además esto tenga una gran influencia en el riesgo de ruptura del aneurisma. Considerando esto, se puede repetir el estudio, pero esta vez cambiando las condiciones de borde fluidodinámicas para representar dichas situaciones de salud.

La gran variedad de morfologías que se puede observar en aneurismas cerebrales hace que sea deseable lograr predecir su riesgo de ruptura a través de parámetros adimensionales como la razón de aspecto. Como se menciona en la Sección 2.2, a pesar de que se haya utilizado dicho

parámetro como predictor de ruptura, se suelen ver casos donde el umbral establecido no predice bien el riesgo, incluyendo las geometrías seleccionadas en este estudio. Con esto en mente, sería interesante generar geometrías con el mismo AR que las variaciones logradas en este trabajo, pero con morfologías diferentes, con el fin de verificar qué tan parecidos son los cambios obtenidos en los distintos parámetros y establecer qué tan robusto es el AR frente a diferentes morfologías.

La disminución del TAWSS al punto de ruptura obtenida en el análisis de geometrías sanas y originales resulta interesante de seguir estudiando, por ende, se sugiere expandir el número de geometrías tanto con ruptura previa, como sin ruptura previa, para corroborar si el comportamiento frente a su geometría sana se repite, o si sólo fue una coincidencia. Además, se pueden incluir geometrías terminales en el estudio. Se puede también, repetir los mismos casos estudiados en este trabajo, pero aplicando simulaciones de tipo CFD para ver si se obtiene la misma variación relativa para cada caso, con CFD y FSI, y así, aprovechar su gran eficiencia en costo computacional para simular un gran número de geometrías.

Otro parámetro que se puede variar, relacionado más a la configuración de las simulaciones, es ver qué impacto tiene el utilizar un paso de tiempo mayor, debido a que el tiempo que se demoran las simulaciones FSI es demasiado grande y mediante la utilización de un paso de tiempo mayor esto se puede ver disminuido, siempre y cuando no se tenga un efecto significativo en los resultados obtenidos.

Finalmente, otra labor a realizar en trabajos a futuro que no está tan relacionada con las simulaciones en si, es verificar si el algoritmo seguido para la evolución de los aneurismas puede representar, de manera aproximada, la evolución real de un aneurisma. Esto dependerá netamente de la disponibilidad de imágenes médicas reales y del seguimiento que se pueda dar con los pacientes. De esta forma, también se podría obtener información que permita mejorar el método seguido.

# Bibliografía

- [1] M. H. Vlak, A. Algra, R. Brandenburg, and G. J. Rinkel, “Prevalence of unruptured intracranial aneurysms, with emphasis on sex, age, comorbidity, country, and time period: a systematic review and meta-analysis,” *The Lancet Neurology*, vol. 10, pp. 626–636, 7 2011.
- [2] J. M. Wardlaw and P. M. White, “The detection and management of unruptured intracranial aneurysms,” *Brain*, vol. 123, pp. 205–221, 2 2000.
- [3] D. M. Sforza, C. M. Putman, and J. R. Cebral, “Hemodynamics of Cerebral Aneurysms,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 41, pp. 91–107, 1 2009.
- [4] D. J. Nieuwkamp, L. E. Setz, A. Algra, F. H. Linn, N. K. de Rooij, and G. J. Rinkel, “Changes in case fatality of aneurysmal subarachnoid haemorrhage over time, according to age, sex, and region: a meta-analysis,” *The Lancet Neurology*, vol. 8, pp. 635–642, 7 2009.
- [5] H. K. Schackert, G. Schackert, and D. Krex, “Genesis of Cerebral Aneurysms - An Update,” *Acta Neurochirurgica*, vol. 143, pp. 429–449, 6 2001.
- [6] P. M. Munarriz, P. A. Gómez, I. Paredes, A. M. Castaño-Leon, S. Cepeda, and A. Lagares, “Basic Principles of Hemodynamics and Cerebral Aneurysms,” *World Neurosurgery*, vol. 88, pp. 311–319, 4 2016.
- [7] N. R. Amigo Ahumada, *Caracterización morfológica y estudio de la hemodinámica de aneurismas cerebrales humanos mediante simulaciones computacionales*. PhD thesis, 2018.
- [8] J. M. Barahona Yañez, “Estudio numérico de los efectos de condiciones de contorno hemodinámicas en modelos de aneurismas cerebrales,” tech. rep., Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Valparaíso, 2020.
- [9] T. Arcos Soto, “Estudio FSI en aneurismas cerebrales humanas considerando diferentes pulsos de velocidad de entrada,” tech. rep., Universidad de Chile, Santiago, 2022.
- [10] B. Weir, “Unruptured intracranial aneurysms: a review,” *Journal of Neurosurgery*, vol. 96, pp. 3–42, 1 2002.
- [11] A. Keedy, “An overview of intracranial aneurysms.,” *McGill journal of medicine : MJM : an international forum for the advancement of medical sciences by students*, vol. 9, pp. 141–6, 7 2006.

- [12] Z. Vrselja, H. Brkic, S. Mrdenovic, R. Radic, and G. Curic, "Function of Circle of Willis," *Journal of Cerebral Blood Flow & Metabolism*, vol. 34, pp. 578–584, 4 2014.
- [13] J. L. Brisman, J. K. Song, and D. W. Newell, "Cerebral Aneurysms," *New England Journal of Medicine*, vol. 355, pp. 928–939, 8 2006.
- [14] N. Ajiboye, N. Chalouhi, R. M. Starke, M. Zanaty, and R. Bell, "Unruptured Cerebral Aneurysms: Evaluation and Management," *The Scientific World Journal*, vol. 2015, pp. 1–10, 2015.
- [15] J. I. Suarez, R. W. Tarr, and W. R. Selman, "Aneurysmal Subarachnoid Hemorrhage," *New England Journal of Medicine*, vol. 354, pp. 387–396, 1 2006.
- [16] S. Claiborne Johnston, C. B. Wilson, V. V. Halbach, R. T. Higashida, C. F. Dowd, M. W. McDermott, C. B. Applebury, T. L. Farley, and D. R. Gress, "Endovascular and surgical treatment of unruptured cerebral aneurysms: Comparison of risks," *Annals of Neurology*, vol. 48, pp. 11–19, 7 2000.
- [17] W. C. Merritt, H. F. Berns, A. F. Ducruet, and T. A. Becker, "Definitions of intracranial aneurysm size and morphology: A call for standardization," *Surgical Neurology International*, vol. 12, p. 506, 10 2021.
- [18] M. Thiriet and K. H. Parker, "Physiology and pathology of the cardiovascular system: a physical perspective," in *Cardiovascular Mathematics*, vol. 1, pp. 1–45, Springer Milano, 2009.
- [19] D. O. Wiebers, D. G. Piegras, F. B. Meyer, D. F. Kallmes, I. Meissner, J. L. Atkinson, M. J. Link, and R. D. Brown, "Pathogenesis, Natural History, and Treatment of Unruptured Intracranial Aneurysms," *Mayo Clinic Proceedings*, vol. 79, pp. 1572–1583, 12 2004.
- [20] S. M. Gharavi and Y. Tang, "Cerebral Aneurysm," in *Atlas of Emergency Neurovascular Imaging*, vol. 53, pp. 93–109, Cham: Springer International Publishing, 2020.
- [21] N. Chalouhi, B. L. Hoh, and D. Hasan, "Review of cerebral aneurysm formation, growth, and rupture.," *Stroke*, vol. 44, pp. 3613–22, 12 2013.
- [22] H. Ujiie, Y. Tamano, K. Sasaki, and T. Hori, "Is the Aspect Ratio a Reliable Index for Predicting the Rupture of a Saccular Aneurysm?," *Neurosurgery*, vol. 48, pp. 495–503, 3 2001.
- [23] J. Barahona, A. Valencia, and M. Torres, "Study of the Hemodynamics Effects of an Isolated Systolic Hypertension (ISH) Condition on Cerebral Aneurysms Models, Using FSI Simulations," *Applied Sciences*, vol. 11, p. 2595, 3 2021.
- [24] J. C. Lasheras, "The Biomechanics of Arterial Aneurysms," *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 39, pp. 293–319, 1 2007.
- [25] "Intracranial Aneurysms," in *Vascular Mechanics and Pathology*, pp. 403–425, Boston, MA: Springer US, 2007.

- [26] A. M. Robertson and P. N. Watton, “Mechanobiology of the Arterial Wall,” in *Transport in Biological Media*, pp. 275–347, Elsevier, 2013.
- [27] L. E. Savastano, A. Bhambri, D. Andrew Wilkinson, and A. S. Pandey, “Biology of Cerebral Aneurysm Formation, Growth, and Rupture,” in *Intracranial Aneurysms*, pp. 17–32, Elsevier, 1 2018.
- [28] L. T. Dunn, “Raised Intracranial Pressure,” *Journal of Neurology, Neurosurgery & Psychiatry*, vol. 73, pp. i23–i27, 9 2002.
- [29] K.-H. Jung, “New Pathophysiological Considerations on Cerebral Aneurysms,” *Neurointervention*, vol. 13, pp. 73–83, 9 2018.
- [30] N. Etminan and G. J. Rinkel, “Unruptured intracranial aneurysms: development, rupture and preventive management,” *Nature Reviews Neurology*, vol. 12, pp. 699–713, 12 2016.
- [31] G. G. D. O. Lowe, *Clinical Blood Rheology*, vol. 1. Boca Raton: CRC Press, 6 2019.
- [32] N. Bessonov, A. Sequeira, S. Simakov, Y. Vassilevskii, and V. Volpert, “Methods of Blood Flow Modelling,” *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, vol. 11, pp. 1–25, 12 2016.
- [33] M. Diez-Silva, M. Dao, J. Han, C.-T. Lim, and S. Suresh, “Shape and Biomechanical Characteristics of Human Red Blood Cells in Health and Disease,” *MRS Bulletin*, vol. 35, pp. 382–388, 5 2010.
- [34] P. S. Ayyaswamy, “Introduction to Biofluid Mechanics,” in *Fluid Mechanics*, pp. e1–e73, Elsevier, 2016.
- [35] T. Mizutani, H. Kojima, S. Asamoto, and Y. Miki, “Pathological mechanism and three-dimensional structure of cerebral dissecting aneurysms,” *Journal of Neurosurgery*, vol. 94, pp. 712–717, 5 2001.
- [36] R. M. Starke, N. Chalouhi, D. Ding, D. M. Raper, M. S. Mckisic, G. K. Owens, D. M. Hassan, R. Medel, and A. S. Dumont, “Vascular Smooth Muscle Cells in Cerebral Aneurysm Pathogenesis,” *Translational Stroke Research*, vol. 5, no. 3, pp. 338–346, 2014.
- [37] H. Kataoka, “Molecular Mechanisms of the Formation and Progression of Intracranial Aneurysms,” *Neurologia medico-chirurgica*, vol. 55, pp. 214–229, 2 2015.
- [38] J. Frösen, R. Tulamo, A. Paetau, E. Laaksamo, M. Korja, A. Laakso, M. Niemelä, and J. Hernesniemi, “Saccular intracranial aneurysm: pathology and mechanisms,” *Acta Neuropathologica*, vol. 123, pp. 773–786, 6 2012.
- [39] J. Suzuki and H. Ohara, “Clinicopathological study of cerebral aneurysms,” *Journal of Neurosurgery*, vol. 48, pp. 505–514, 4 1978.
- [40] M. R. Crompton, “Mechanism of Growth and Rupture in Cerebral Berry Aneurysms,” *BMJ*, vol. 1, pp. 1138–1142, 5 1966.
- [41] L. M. Kadasi, W. C. Dent, and A. M. Malek, “Cerebral aneurysm wall thickness analysis using intraoperative microscopy: effect of size and gender on thin translucent regions,”

*Journal of NeuroInterventional Surgery*, vol. 5, pp. 201–206, 5 2013.

- [42] S. W. Joo, S.-I. Lee, S. J. Noh, Y. G. Jeong, M. S. Kim, and Y. T. Jeong, “What Is the Significance of a Large Number of Ruptured Aneurysms Smaller than 7 mm in Diameter?,” *Journal of Korean Neurosurgical Society*, vol. 45, no. 2, p. 85, 2009.
- [43] H. Koffijberg, E. Buskens, A. Algra, M. J. H. Wermer, and G. J. E. Rinkel, “Growth rates of intracranial aneurysms: exploring constancy,” *Journal of Neurosurgery*, vol. 109, pp. 176–185, 8 2008.
- [44] Z. Watanabe, N. Tomura, I. Akasu, R. Munakata, K. Horiuchi, and K. Watanabe, “Comparison of Rates of Growth between Unruptured and Ruptured Aneurysms Using Magnetic Resonance Angiography,” *Journal of Stroke and Cerebrovascular Diseases*, vol. 26, pp. 2849–2854, 12 2017.
- [45] S. Juvela, “Growth and rupture of unruptured intracranial aneurysms,” *Journal of Neurosurgery*, vol. 131, pp. 843–851, 9 2019.
- [46] T. W. Secomb, “Hemodynamics,” in *Comprehensive Physiology*, vol. 6, pp. 975–1003, Wiley, 3 2016.
- [47] A. Giotta Lucifero, M. Baldoncini, N. Bruno, R. Galzio, J. Hernesniemi, and S. Luzzi, “Shedding the Light on the Natural History of Intracranial Aneurysms: An Updated Overview,” *Medicina*, vol. 57, p. 742, 7 2021.
- [48] S. Soldozy, P. Norat, M. Elsarrag, A. Chatrath, J. S. Costello, J. D. Sokolowski, P. Tvrđik, M. Y. S. Kalani, and M. S. Park, “The biophysical role of hemodynamics in the pathogenesis of cerebral aneurysm formation and rupture,” *Neurosurgical Focus*, vol. 47, p. E11, 7 2019.
- [49] L. Gao, Y. Hoi, D. D. Swartz, J. Kolega, A. Siddiqui, and H. Meng, “Nascent Aneurysm Formation at the Basilar Terminus Induced by Hemodynamics,” *Stroke*, vol. 39, pp. 2085–2090, 7 2008.
- [50] E. Metaxa, M. Tremmel, S. K. Natarajan, J. Xiang, R. A. Paluch, M. Mandelbaum, A. H. Siddiqui, J. Kolega, J. Mocco, and H. Meng, “Characterization of Critical Hemodynamics Contributing to Aneurysmal Remodeling at the Basilar Terminus in a Rabbit Model,” *Stroke*, vol. 41, pp. 1774–1782, 8 2010.
- [51] Z. Kulcsár, Ugron, M. MarosfHoi, Z. Berentei, G. Paál, and I. Szikora, “Hemodynamics of Cerebral Aneurysm Initiation: The Role of Wall Shear Stress and Spatial Wall Shear Stress Gradient,” *American Journal of Neuroradiology*, vol. 32, pp. 587–594, 3 2011.
- [52] M. A. A. Sheikh, A. S. Shuib, and M. H. H. Mohyi, “A review of hemodynamic parameters in cerebral aneurysm,” *Interdisciplinary Neurosurgery*, vol. 22, p. 100716, 12 2020.
- [53] M. A. Fernández, L. Formaggia, J.-F. Gerbeau, and A. Quarteroni, “The derivation of the equations for fluids and structure,” in *Cardiovascular Mathematics*, pp. 77–121,

Milano: Springer Milan, 2009.

- [54] O. Zienkiewicz, R. Taylor, and J. Zhu, “Problems in Linear Elasticity and Fields,” in *The Finite Element Method: its Basis and Fundamentals*, pp. 21–45, Elsevier, 2013.
- [55] D. V. Parshin, A. I. Lipovka, A. S. Yunoshev, K. S. Ovsyannikov, A. V. Dubovoy, and A. P. Chupakhin, “On the optimal choice of a hyperelastic model of ruptured and unruptured cerebral aneurysm,” *Scientific Reports*, vol. 9, p. 15865, 11 2019.
- [56] Valencia, Contente, M. Ignat, J. Mura, E. Bravo, R. Rivera, and J. Sordo, “Mechanical test of human cerebral aneurysm specimens obtained from surgical clipping,” *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, vol. 15, p. 1550075, 10 2015.
- [57] K.-C. Cho, H. Yang, J.-J. Kim, J. H. Oh, and Y. B. Kim, “Prediction of rupture risk in cerebral aneurysms by comparing clinical cases with fluid–structure interaction analyses,” *Scientific Reports*, vol. 10, p. 18237, 10 2020.
- [58] A. Valencia, P. Burdiles, M. Ignat, J. Mura, E. Bravo, R. Rivera, and J. Sordo, “Fluid Structural Analysis of Human Cerebral Aneurysm Using Their Own Wall Mechanical Properties,” *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2013, pp. 1–18, 2013.
- [59] P. Zhang, Y. Huang, Y. Li, M. Lu, and Y. Wu, “A large-scale study on relationship between cerebral blood flow velocity and blood pressure in a natural population,” *Journal of Human Hypertension*, vol. 20, pp. 742–748, 10 2006.
- [60] Evju and K.-A. Mardal, “On the Assumption of Laminar Flow in Physiological Flows: Cerebral Aneurysms as an Illustrative Example,” in *Modeling, Simulation and Applications*, vol. 14, pp. 177–195, Springer-Verlag Italia s.r.l., 2015.
- [61] R. P. Chhabra, “Non-Newtonian Fluids: An Introduction,” in *Rheology of Complex Fluids* (J. M. Krishnan, A. P. Deshpande, and P. B. S. Kumar, eds.), pp. 3–34, New York, NY: Springer New York, 2010.
- [62] H. T. Sun, K. Y. Sze, A. Y. S. Tang, A. C. O. Tsang, A. C. H. Yu, and K. W. Chow, “Effects of aspect ratio, wall thickness and hypertension in the patient-specific computational modeling of cerebral aneurysms using fluid-structure interaction analysis,” *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, vol. 13, pp. 229–244, 1 2019.
- [63] K. M. Saqr, S. Rashad, S. Tupin, K. Niizuma, T. Hassan, T. Tominaga, and M. Ohta, “What does computational fluid dynamics tell us about intracranial aneurysms? A meta-analysis and critical review,” *Journal of Cerebral Blood Flow & Metabolism*, vol. 40, pp. 1021–1039, 5 2020.
- [64] G. Carty, S. Chatpun, and D. M. Espino, “Modeling Blood Flow Through Intracranial Aneurysms: A Comparison of Newtonian and Non-Newtonian Viscosity,” *Journal of Medical and Biological Engineering*, vol. 36, pp. 396–409, 6 2016.
- [65] J. Bernsdorf and D. Wang, “Non-Newtonian blood flow simulation in cerebral

- aneurysms,” *Computers & Mathematics with Applications*, vol. 58, pp. 1024–1029, 9 2009.
- [66] H. M. Alargha, M. O. Hamdan, A. Elshawarby, and W. H. Aziz, “CFD Sensitivity Study for Newtonian Viscosity Model in Cerebral Aneurysms,” in *Eleventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*, (Melbourne), 12 2015.
- [67] S. J. Payne, “Physiology of Blood Flow and Metabolism,” in *Cerebral Blood Flow and Metabolism*, pp. 1–42, WORLD SCIENTIFIC, 12 2017.
- [68] J. R. Womersley, “Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known,” *The Journal of Physiology*, vol. 127, pp. 553–563, 3 1955.
- [69] N. Westerhof, J.-W. Lankhaar, and B. E. Westerhof, “The arterial Windkessel,” *Medical & Biological Engineering & Computing*, vol. 47, pp. 131–141, 2 2009.
- [70] B. Ma, J. Lu, R. E. Harbaugh, and M. L. Raghavan, “Nonlinear Anisotropic Stress Analysis of Anatomically Realistic Cerebral Aneurysms,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 129, pp. 88–96, 2 2007.
- [71] A. Valencia, M. Rojo, R. Rivera, and E. Bravo, “Sensitivity Analysis of Computational Structural Dynamics in a Cerebral Aneurysm Model to Wall Thickness and Model,” *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*, vol. 12, p. 1250054, 6 2012.
- [72] A. Valencia, F. Muñoz, S. Araya, R. Rivera, and E. Bravo, “Comparison between computational fluid dynamics, fluid–structure interaction and computational structural dynamics predictions of flow-induced wall mechanics in an anatomically realistic cerebral aneurysm model,” *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, vol. 23, pp. 649–666, 10 2009.
- [73] P. Nath Yadav, G. Singh, and A. Chanda, “Biomechanical modeling of cerebral aneurysm,” *Materials Today: Proceedings*, vol. 62, pp. 3295–3300, 1 2022.
- [74] Ansys Inc., “Ansys Mechanical APDL Theory Reference,” tech. rep., 2021.
- [75] L. Bousset, V. Rayz, C. McCulloch, A. Martin, G. Acevedo-Bolton, M. Lawton, R. Higashida, W. S. Smith, W. L. Young, and D. Saloner, “Aneurysm Growth Occurs at Region of Low Wall Shear Stress,” *Stroke*, vol. 39, pp. 2997–3002, 11 2008.
- [76] P. Berg, D. Stucht, G. Janiga, O. Beuing, O. Speck, and D. Thévenin, “Cerebral Blood Flow in a Healthy Circle of Willis and Two Intracranial Aneurysms: Computational Fluid Dynamics Versus Four-Dimensional Phase-Contrast Magnetic Resonance Imaging,” *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 136, 4 2014.
- [77] F. Ishida, M. Tsuji, S. Tanioka, K. Tanaka, S. Yoshimura, and H. Suzuki, “Computational Fluid Dynamics for Cerebral Aneurysms in Clinical Settings,” in *Trends in Cerebrovascular Surgery and Interventions*, pp. 27–32, 2021.
- [78] M. Shojima, “Magnitude and Role of Wall Shear Stress on Cerebral Aneurysm. Compu-

- tational Fluid Dynamic Study of 20 Middle Cerebral Artery Aneurysms,” *Stroke*, 10 2004.
- [79] S. Omodaka, S.-i. Sugiyama, T. Inoue, K. Funamoto, M. Fujimura, H. Shimizu, T. Hayase, A. Takahashi, and T. Tominaga, “Local Hemodynamics at the Rupture Point of Cerebral Aneurysms Determined by Computational Fluid Dynamics Analysis,” *Cerebrovascular Diseases*, vol. 34, pp. 121–129, 9 2012.
- [80] H. T. Sun, K. Y. Sze, K. W. Chow, and A. C. On Tsang, “A comparative study on computational fluid dynamic, fluid-structure interaction and static structural analyses of cerebral aneurysm,” *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, vol. 16, pp. 262–278, 12 2022.
- [81] S. Voß, S. Glaßer, T. Hoffmann, O. Beuing, S. Weigand, K. Jachau, B. Preim, D. Thévenin, G. Janiga, and P. Berg, “Fluid-Structure Simulations of a Ruptured Intracranial Aneurysm: Constant versus Patient-Specific Wall Thickness,” *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2016, pp. 1–8, 2016.
- [82] R. Torii, M. Oshima, T. Kobayashi, K. Takagi, and T. E. Tezduyar, “Influence of wall thickness on fluid-structure interaction computations of cerebral aneurysms,” *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, vol. 26, pp. 336–347, 3 2010.
- [83] M. Hirschhorn, V. Tchantchaleishvili, R. Stevens, J. Rossano, and A. Throckmorton, “Fluid–structure interaction modeling in cardiovascular medicine – A systematic review 2017–2019,” *Medical Engineering & Physics*, vol. 78, pp. 1–13, 4 2020.
- [84] F. Ahamed, S. Atique, A. K. Munshi, and T. Koiranen, “A Concise Description of One Way And Two Way Coupling Methods for Fluid-Structure Interaction Problems,” *American Journal of Engineering Research (AJER)*, vol. 6, no. 3, pp. 86–89, 2017.
- [85] A. E. Zarate Acevedo, “Simulación de Flujo Sanguíneo en Aneurisma Cerebral,” tech. rep., Universidad de Chile, Santiago, 10 2004.
- [86] A. J. Ghods, D. Lopes, and M. Chen, “Gender Differences in Cerebral Aneurysm Location,” *Frontiers in Neurology*, vol. 3, 2012.
- [87] Ansys Inc, “Ansys Fluent Theory Guide,” tech. rep., Canonsburg, 2021.
- [88] H. K. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, vol. 2. Pearson, 2 2007.
- [89] A. Valencia, H. Morales, R. Rivera, E. Bravo, and M. Galvez, “Blood flow dynamics in patient-specific cerebral aneurysm models: The relationship between wall shear stress and aneurysm area index,” *Medical Engineering & Physics*, vol. 30, pp. 329–340, 4 2008.
- [90] L. Formaggia, K. Perktold, and A. Quarteroni, “Basic mathematical models and motivations,” in *Cardiovascular Mathematics*, pp. 47–75, Milano: Springer Milan, 2009.

# Anexos

## Anexo A. UDF para condiciones de borde de la geometría GR-1

Código A.1: UDF utilizada para la geometría GR-1.

```
1
2  #include "udf.h"
3
4
5  /* Funcion Velocidad*/
6  float Fv(float x, float y, float z, float t)
7  {
8    /*Dado que fluent envia unidades en SI, hay que cambiar r a cgs y output a mks */
9
10   float salida;
11   float r;
12
13   t = t + 0.49;    /* Desplazamiento para comenzar en la sistole */
14   x = x*100;      /* Convierte a cgs */
15   y = y*100;      /* Convierte a cgs */
16   z = z*100;      /* Convierte a cgs */
17   r = sqrt(x*x+y*y); /* Posicion en la cara. Usar coordenadas del plano del inlet */
18
19   salida = 1.14*cos(23.1*t)*(1.27e8*pow(r,14) + 6.96e7*pow(r,12) - 7.26e6*pow(r,10) - 2.02
    ↪ e6*pow(r,8) + 9.38e4*pow(r,6) + 9411.0*pow(r,4) - 109.0*pow(r,2) + 0.225) - 0.385*
    ↪ cos(38.5*t)*(6.72e8*pow(r,12) - 4.1e9*pow(r,14) + 8.4e7*pow(r,10) - 7.03e6*pow(r,8)
    ↪ - 3.91e5*pow(r,6) + 1.18e4*pow(r,4) + 164.0*pow(r,2) - 1.86) + 0.296*sin(23.1*t)
    ↪ *(1.27e8*pow(r,14) + 6.96e7*pow(r,12) - 7.26e6*pow(r,10) - 2.02e6*pow(r,8) + 9.38e4
    ↪ *pow(r,6) + 9411.0*pow(r,4) - 109.0*pow(r,2) + 0.225) + 0.592*sin(38.5*t)*(6.72e8*
    ↪ pow(r,12) - 4.1e9*pow(r,14) + 8.4e7*pow(r,10) - 7.03e6*pow(r,8) - 3.91e5*pow(r,6) +
    ↪ 1.18e4*pow(r,4) + 164.0*pow(r,2) - 1.86) - 0.296*cos(23.1*t)*(3.55e7*pow(r,12) - 2.5
    ↪ e8*pow(r,14) + 1.42e7*pow(r,10) - 1.03e6*pow(r,8) - 1.84e5*pow(r,6) + 4800.0*pow(r
    ↪ ,4) + 214.0*pow(r,2) - 1.95) + 1.14*sin(23.1*t)*(3.55e7*pow(r,12) - 2.5e8*pow(r,14)
    ↪ + 1.42e7*pow(r,10) - 1.03e6*pow(r,8) - 1.84e5*pow(r,6) + 4800.0*pow(r,4) + 214.0*
    ↪ pow(r,2) - 1.95) + 0.0828*cos(53.9*t)*(3.55e10*pow(r,14) + 2.33e9*pow(r,12) - 3.72
```

$\hookrightarrow e8*\text{pow}(r,10) - 1.24e7*\text{pow}(r,8) + 8.82e5*\text{pow}(r,6) + 1.06e4*\text{pow}(r,4) - 188.0*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,2) + 0.426) + 0.141*\cos(61.6*t)*(8.13e10*\text{pow}(r,14) + 3.21e9*\text{pow}(r,12) - 6.51e8*$   
 $\hookrightarrow \text{pow}(r,10) - 1.31e7*\text{pow}(r,8) + 1.18e6*\text{pow}(r,6) + 8577.0*\text{pow}(r,4) - 193.0*\text{pow}(r,2) +$   
 $\hookrightarrow 0.454) + 0.433*\sin(53.9*t)*(3.55e10*\text{pow}(r,14) + 2.33e9*\text{pow}(r,12) - 3.72e8*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,10) - 1.24e7*\text{pow}(r,8) + 8.82e5*\text{pow}(r,6) + 1.06e4*\text{pow}(r,4) - 188.0*\text{pow}(r,2) +$   
 $\hookrightarrow 0.426) - 0.276*\cos(46.2*t)*(1.33e10*\text{pow}(r,14) + 1.39e9*\text{pow}(r,12) - 1.89e8*\text{pow}(r,10)$   
 $\hookrightarrow - 1.01e7*\text{pow}(r,8) + 6.1e5*\text{pow}(r,6) + 1.18e4*\text{pow}(r,4) - 177.0*\text{pow}(r,2) + 0.39) +$   
 $\hookrightarrow 0.592*\cos(38.5*t)*(4.02e9*\text{pow}(r,14) + 6.84e8*\text{pow}(r,12) - 8.25e7*\text{pow}(r,10) - 7.16e6*$   
 $\hookrightarrow \text{pow}(r,8) + 3.84e5*\text{pow}(r,6) + 1.2e4*\text{pow}(r,4) - 161.0*\text{pow}(r,2) + 0.344) - 0.281*\sin$   
 $\hookrightarrow (61.6*t)*(8.13e10*\text{pow}(r,14) + 3.21e9*\text{pow}(r,12) - 6.51e8*\text{pow}(r,10) - 1.31e7*\text{pow}(r,8)$   
 $\hookrightarrow + 1.18e6*\text{pow}(r,6) + 8577.0*\text{pow}(r,4) - 193.0*\text{pow}(r,2) + 0.454) - 0.466*\sin(46.2*t)$   
 $\hookrightarrow *(1.33e10*\text{pow}(r,14) + 1.39e9*\text{pow}(r,12) - 1.89e8*\text{pow}(r,10) - 1.01e7*\text{pow}(r,8) + 6.1e5$   
 $\hookrightarrow *\text{pow}(r,6) + 1.18e4*\text{pow}(r,4) - 177.0*\text{pow}(r,2) + 0.39) + 0.385*\sin(38.5*t)*(4.02e9*$   
 $\hookrightarrow \text{pow}(r,14) + 6.84e8*\text{pow}(r,12) - 8.25e7*\text{pow}(r,10) - 7.16e6*\text{pow}(r,8) + 3.84e5*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,6) + 1.2e4*\text{pow}(r,4) - 161.0*\text{pow}(r,2) + 0.344) + 0.466*\cos(46.2*t)*(1.85e9*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,12) - 1.0e10*\text{pow}(r,14) + 1.43e8*\text{pow}(r,10) - 1.34e7*\text{pow}(r,8) - 4.61e5*\text{pow}(r,6) +$   
 $\hookrightarrow 1.56e4*\text{pow}(r,4) + 134.0*\text{pow}(r,2) - 1.81) - 0.276*\sin(46.2*t)*(1.85e9*\text{pow}(r,12) - 1.0$   
 $\hookrightarrow e10*\text{pow}(r,14) + 1.43e8*\text{pow}(r,10) - 1.34e7*\text{pow}(r,8) - 4.61e5*\text{pow}(r,6) + 1.56e4*\text{pow}($   
 $\hookrightarrow r,4) + 134.0*\text{pow}(r,2) - 1.81) - 2.7*\cos(15.4*t)*(7.77e6*\text{pow}(r,14) + 9.93e6*\text{pow}(r,12)$   
 $\hookrightarrow - 9.96e5*\text{pow}(r,10) - 6.5e5*\text{pow}(r,8) + 2.89e4*\text{pow}(r,6) + 6800.0*\text{pow}(r,4) - 75.7*\text{pow}$   
 $\hookrightarrow (r,2) + 0.155) + 5.14*\cos(7.7*t)*(6.22e4*\text{pow}(r,14) + 3.25e5*\text{pow}(r,12) - 3.19e4*\text{pow}($   
 $\hookrightarrow r,10) - 8.51e4*\text{pow}(r,8) + 3711.0*\text{pow}(r,6) + 3566.0*\text{pow}(r,4) - 38.8*\text{pow}(r,2) +$   
 $\hookrightarrow 0.0787) - 0.14*\cos(15.4*t)*(3.24e6*\text{pow}(r,12) - 2.38e7*\text{pow}(r,14) + 3.05e6*\text{pow}(r,10) -$   
 $\hookrightarrow 2.12e5*\text{pow}(r,8) - 8.86e4*\text{pow}(r,6) + 2222.0*\text{pow}(r,4) + 232.0*\text{pow}(r,2) - 1.98) +$   
 $\hookrightarrow 3.01*\cos(7.7*t)*(5.19e4*\text{pow}(r,12) - 3.9e5*\text{pow}(r,14) + 2.0e5*\text{pow}(r,10) - 1.36e4*\text{pow}($   
 $\hookrightarrow r,8) - 2.32e4*\text{pow}(r,6) + 569.0*\text{pow}(r,4) + 243.0*\text{pow}(r,2) - 1.99) + 0.14*\sin(15.4*t)$   
 $\hookrightarrow *(7.77e6*\text{pow}(r,14) + 9.93e6*\text{pow}(r,12) - 9.96e5*\text{pow}(r,10) - 6.5e5*\text{pow}(r,8) + 2.89e4*$   
 $\hookrightarrow \text{pow}(r,6) + 6800.0*\text{pow}(r,4) - 75.7*\text{pow}(r,2) + 0.155) - 3.01*\sin(7.7*t)*(6.22e4*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,14) + 3.25e5*\text{pow}(r,12) - 3.19e4*\text{pow}(r,10) - 8.51e4*\text{pow}(r,8) + 3711.0*\text{pow}(r,6) +$   
 $\hookrightarrow 3566.0*\text{pow}(r,4) - 38.8*\text{pow}(r,2) + 0.0787) - 2.7*\sin(15.4*t)*(3.24e6*\text{pow}(r,12) - 2.38$   
 $\hookrightarrow e7*\text{pow}(r,14) + 3.05e6*\text{pow}(r,10) - 2.12e5*\text{pow}(r,8) - 8.86e4*\text{pow}(r,6) + 2222.0*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,4) + 232.0*\text{pow}(r,2) - 1.98) + 5.14*\sin(7.7*t)*(5.19e4*\text{pow}(r,12) - 3.9e5*\text{pow}(r,14) +$   
 $\hookrightarrow 2.0e5*\text{pow}(r,10) - 1.36e4*\text{pow}(r,8) - 2.32e4*\text{pow}(r,6) + 569.0*\text{pow}(r,4) + 243.0*\text{pow}($   
 $\hookrightarrow r,2) - 1.99) - 0.784*\cos(30.8*t)*(9.04e8*\text{pow}(r,14) + 2.61e8*\text{pow}(r,12) - 2.9e7*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,10) - 4.28e6*\text{pow}(r,8) + 2.11e5*\text{pow}(r,6) + 1.12e4*\text{pow}(r,4) - 138.0*\text{pow}(r,2) +$   
 $\hookrightarrow 0.289) - 0.433*\cos(53.9*t)*(4.24e9*\text{pow}(r,12) - 1.95e10*\text{pow}(r,14) + 2.04e8*\text{pow}(r,10)$   
 $\hookrightarrow - 2.26e7*\text{pow}(r,8) - 4.84e5*\text{pow}(r,6) + 1.93e4*\text{pow}(r,4) + 103.0*\text{pow}(r,2) - 1.76) +$   
 $\hookrightarrow 0.281*\cos(61.6*t)*(8.49e9*\text{pow}(r,12) - 3.07e10*\text{pow}(r,14) + 2.46e8*\text{pow}(r,10) - 3.47e7$   
 $\hookrightarrow *\text{pow}(r,8) - 4.47e5*\text{pow}(r,6) + 2.27e4*\text{pow}(r,4) + 73.1*\text{pow}(r,2) - 1.7) - 8055.0*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,2) - 0.131*\sin(30.8*t)*(9.04e8*\text{pow}(r,14) + 2.61e8*\text{pow}(r,12) - 2.9e7*\text{pow}(r,10) - 4.28$   
 $\hookrightarrow e6*\text{pow}(r,8) + 2.11e5*\text{pow}(r,6) + 1.12e4*\text{pow}(r,4) - 138.0*\text{pow}(r,2) + 0.289) +$   
 $\hookrightarrow 0.0828*\sin(53.9*t)*(4.24e9*\text{pow}(r,12) - 1.95e10*\text{pow}(r,14) + 2.04e8*\text{pow}(r,10) - 2.26$   
 $\hookrightarrow e7*\text{pow}(r,8) - 4.84e5*\text{pow}(r,6) + 1.93e4*\text{pow}(r,4) + 103.0*\text{pow}(r,2) - 1.76) + 0.141*$   
 $\hookrightarrow \sin(61.6*t)*(8.49e9*\text{pow}(r,12) - 3.07e10*\text{pow}(r,14) + 2.46e8*\text{pow}(r,10) - 3.47e7*\text{pow}(r$   
 $\hookrightarrow ,8) - 4.47e5*\text{pow}(r,6) + 2.27e4*\text{pow}(r,4) + 73.1*\text{pow}(r,2) - 1.7) + 0.131*\cos(30.8*t)$

```

20     ↪ *(1.89e8*pow(r,12) - 1.25e9*pow(r,14) + 4.01e7*pow(r,10) - 3.09e6*pow(r,8) - 2.92e5
21     ↪ *pow(r,6) + 8088.0*pow(r,4) + 191.0*pow(r,2) - 1.91) - 0.784*sin(30.8*t)*(1.89e8*
22     ↪ pow(r,12) - 1.25e9*pow(r,14) + 4.01e7*pow(r,10) - 3.09e6*pow(r,8) - 2.92e5*pow(r,6)
23     ↪ + 8088.0*pow(r,4) + 191.0*pow(r,2) - 1.91) + 65.2;
24
25
26     return salida/100; /* Convierte a mks para ansys */
27 }
28
29 /* Funcion Presion */
30 float Fp(float t)
31 {
32     /*Dado que fluent envia unidades en SI, hay que cambiar output a mks */
33
34     float a0 = 93.95;
35     float a1 = 13.42; float a2 = 6.441; float a3 = 2.896; float a4 = 1.403; float a5 = 0.9555;
36     ↪ float a6 = 0.5342; float a7 = 0.1408; float a8 = 0.1222;
37     float b1 = 5.995; float b2 = 1.764; float b3 = -0.1543; float b4 = -1.361; float b5 = -1.452;
38     ↪ float b6 = -1.22; float b7 = -1.073; float b8 = -0.7642;
39     float w = 7.704;
40
41     float salida;
42
43     salida = a0+a1*cos(t*w)+b1*sin(t*w)+a2*cos(2*t*w)+b2*sin(2*t*w)+a3*cos(3*t*w)+b3
44     ↪ *sin(3*t*w)+a4*cos(4*t*w)+b4*sin(4*t*w)+a5*cos(5*t*w)+b5*sin(5*t*w)+a6*cos
45     ↪ (6*t*w)+b6*sin(6*t*w)+a7*cos(7*t*w)+b7*sin(7*t*w)+a8*cos(8*t*w)+b8*sin(8*t*
46     ↪ w);
47
48     return salida*133.3224; /* Convierte a mks para ansys */
49 }
50
51 /* (id archivo, zona, variable) */
52 DEFINE_PROFILE(BCvelocidad, thread, nv)
53 {
54     float t;      /* variable para tiempo */
55     float pos[3]; /* variable para vec pos */
56     float x;      /* variable para coord pos x */
57     float y;      /* variable para coord pos y */
58     float z;      /* variable para coord pos z */
59
60     face_t f;     /* variable para las caras de las celdas */

```

```

56
57
58 /* Loop sobre todas las caras f */
59 begin_f_loop(f, thread)
60 {
61     t = CURRENT_TIME;
62
63     /* Aplica vector posicion a pos */
64     F_CENTROID(pos, f, thread);
65     x = pos[0];
66     y = pos[1];
67     z = pos[2];
68
69     /* Aplica componente velocidad a la cara f */
70     F_PROFILE(f, thread, nv) = Fv(x,y,z,t);
71 }
72
73 end_f_loop(f,thread)
74 }
75
76
77
78
79 /* (id archivo, zona, variable) */
80 DEFINE_PROFILE(BCpresion, thread, nv)
81 {
82     float t;    /* variable para tiempo */
83
84     face_t f;   /* variable para las caras de las celdas */
85
86
87     /* Loop sobre todas las caras f */
88     begin_f_loop(f, thread)
89     {
90         t = CURRENT_TIME;
91
92         /* Aplica presion a la cara f */
93         F_PROFILE(f, thread, nv) = Fp(t);
94     }
95
96     end_f_loop(f,thread)
97 }
98
99
100

```

```

101
102 /* Modelo de Casson */
103 #define m 100
104 #define tau_0 0.009
105 #define mu0 0.0035
106 DEFINE_PROPERTY(casson_viscosity,c,t)
107 {
108     double mu_casson;
109     double gamma = C_STRAIN_RATE_MAG(c,t);
110
111     if (gamma != 0) {
112         mu_casson = (sqrt(tau_0/gamma*(1-exp(-m*gamma))) + sqrt(mu0))*(sqrt(tau_0/
113         ↪ gamma*(1-exp(-m*gamma))) + sqrt(mu0));
114     }
115     else{
116         mu_casson = 0.0035;
117     }
118
119     return mu_casson;
120 }
121
122

```

## Anexo B. Resultados fluidodinámicos comparación modelo elástico

### B.1. Diástole

## Wall Shear Stress

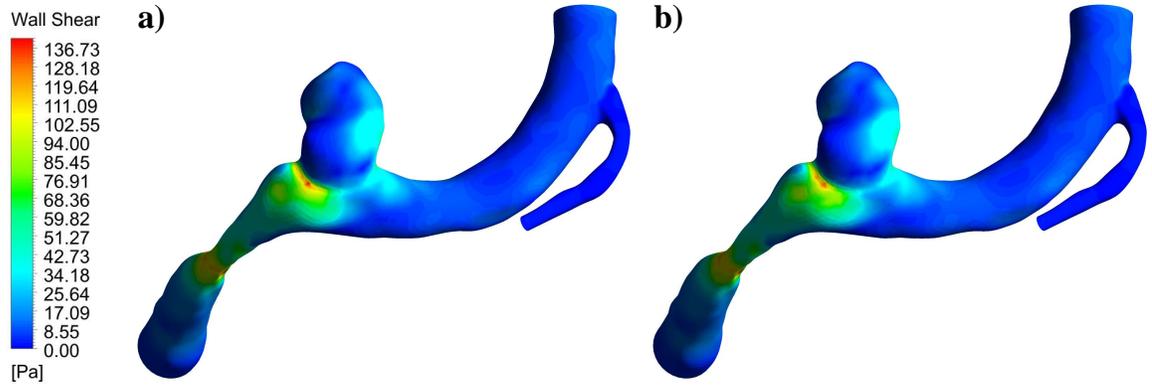


Figura B.1: Distribución del WSS durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Presión

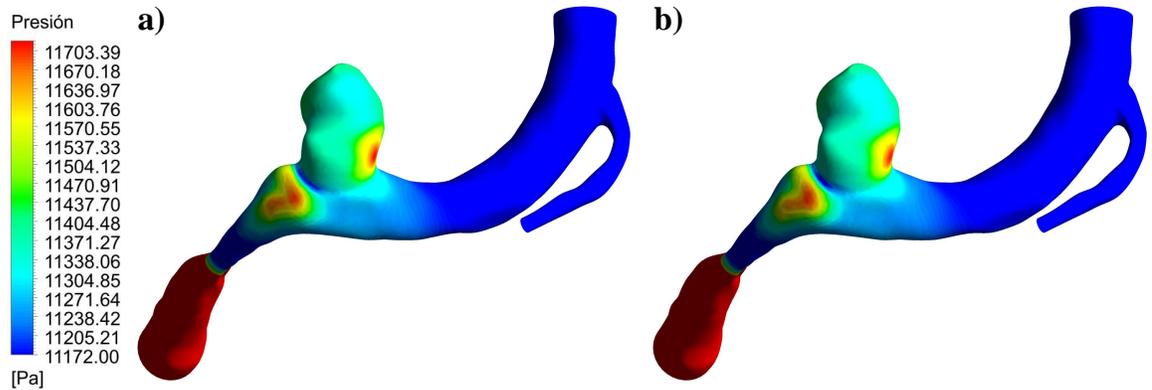


Figura B.2: Distribución de presión durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Velocidad

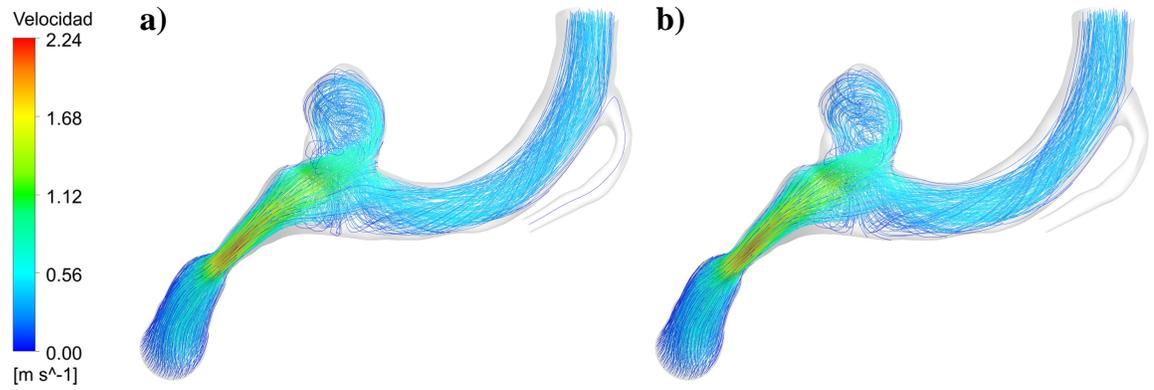


Figura B.3: Streamlines de velocidad durante la diástole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## B.2. Sístole

## Wall Shear Stress

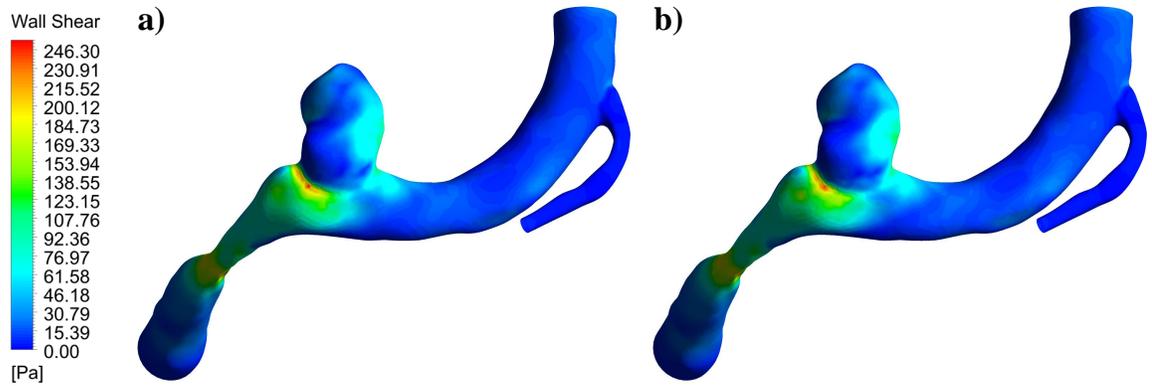


Figura B.4: Distribución del WSS durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Presión

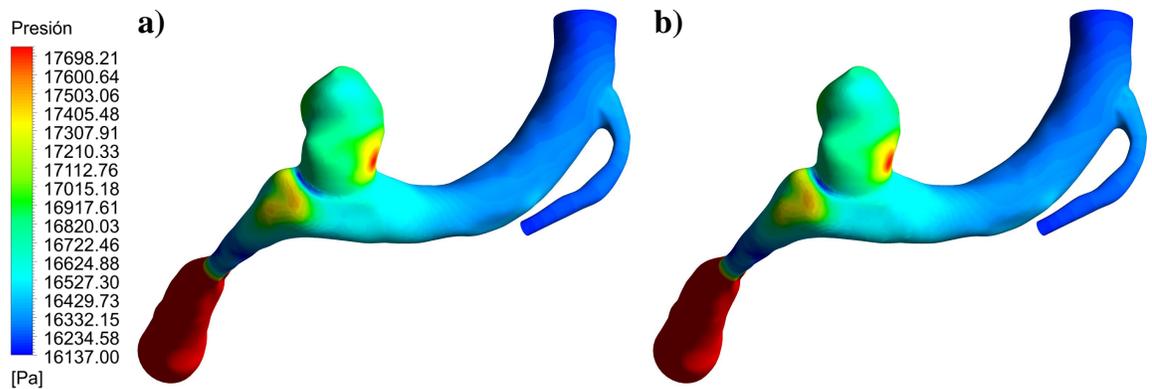


Figura B.5: Distribución de presión durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## Velocidad

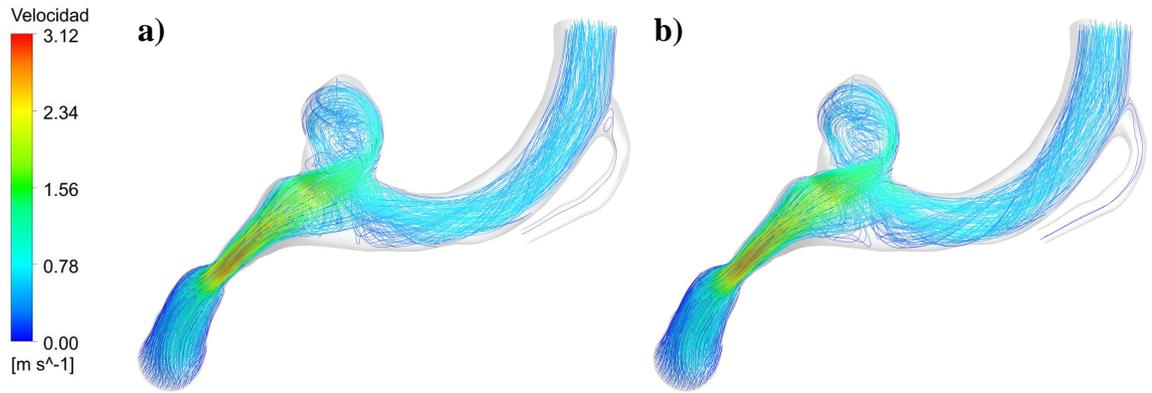


Figura B.6: Streamlines de velocidad durante la sístole para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## B.3. TAWSS

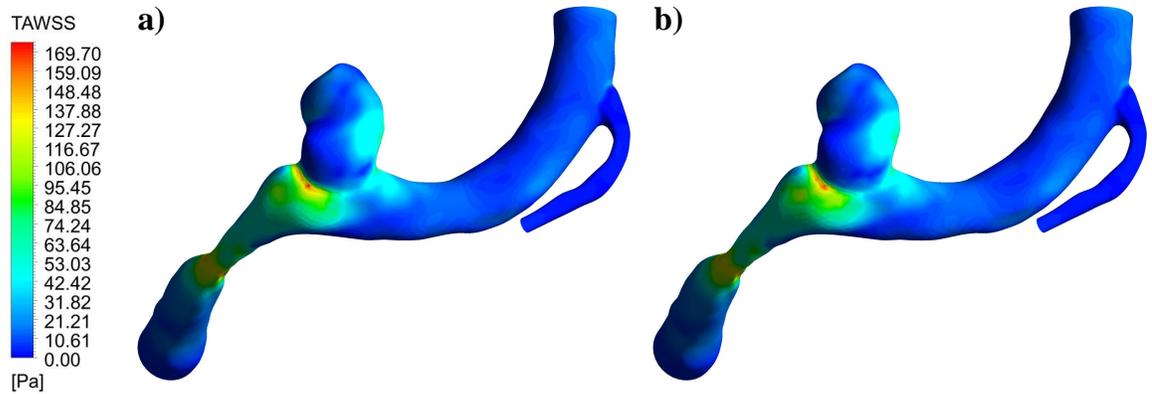


Figura B.7: Distribución del TAWSS para las geometrías GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.

## B.4. OSI

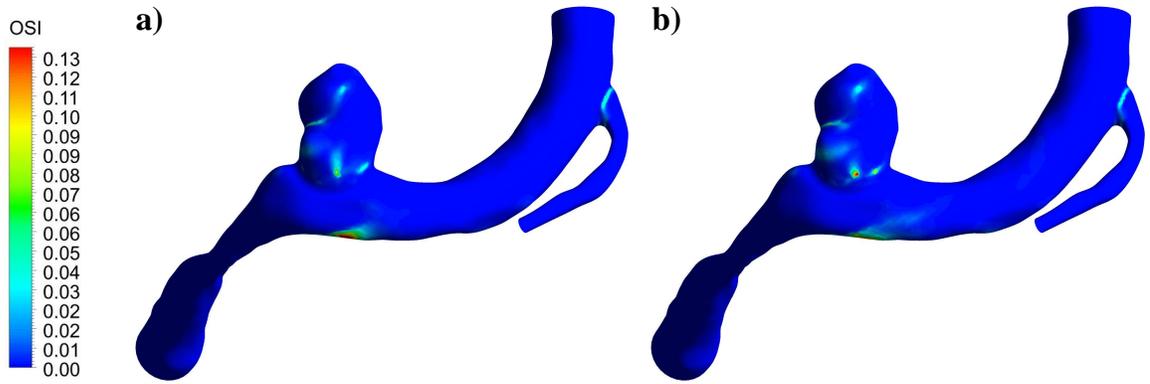


Figura B.8: Distribución del OSI para la geometría GR-1 usando modelo a) hiperelástico y b) lineal.