



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL

**MODELAMIENTO DEL VALOR ECONÓMICO DEL TECHO EN MUTUOS A  
TASA VARIABLE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

**EMILIANO RODRIGO OBRADOR LLANOS**

PROFESOR GUÍA:  
CARLOS PULGAR ARATA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
CARLOS REYES RUBIO  
RONALD FISCHER BARKAN

SANTIAGO DE CHILE  
2024

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR  
AL TÍTULO INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL  
POR: EMILIANO RODRIGO OBRADOR LLANOS  
FECHA: 2024  
PROF. GUÍA: CARLOS PULGAR ARATA

## **MODELAMIENTO DEL VALOR ECONÓMICO DEL TECHO EN MUTUOS A TASA VARIABLE**

La presente investigación se centra en el estudio del valor generado por la presencia de un techo en un crédito hipotecario a tasa variable, fenómeno conocido en la normativa internacional como opción automática. Se precisa que este valor se manifiesta cuando la tasa real sobrepasa el techo estipulado, lo que conlleva a que la institución acreedora reciba un flujo menor al valor real (o de mercado) del flujo asociado al costo del crédito.

El problema identificado radica en la ausencia de metodologías estandarizadas para estimar el valor asociado al techo en estos créditos, lo cual es un requisito normativo que se debe determinar e informar a la comisión para el mercado financiero (CMF), la entidad reguladora nacional.

El objetivo principal es establecer lineamientos para generar valoraciones del techo de mutuos con tasa variable y techo, con el fin de evaluar y comparar el desempeño, así como las características, de las distintas formas de valorización. Para abordar esta problemática, se emplean simulaciones de tasa bajo tres modelos (CIR, Vasicek, MBG) y se evalúa el comportamiento de cinco metodologías de valorización de opciones, dos de la literatura Monte Carlo y Black76 y tres de la CMF (Delta Plus, Escenarios y Simplificados).

Los resultados indican que las simulaciones de tipo CIR y Vasicek son las más adecuadas para representar los movimientos de tasa, con outliers del orden del 5%. Además, se observa que los métodos de valorización se mantienen estables, conservando sus características independientemente de la simulación utilizada.

Para comparar los métodos, se emplean técnicas como el estudio estadístico de las valoraciones, análisis de sensibilidad y análisis de perturbaciones de tasa. Así entonces y como conclusión se proponen tres métodos para valorizar el techo: conservador, especulativo y equilibrado, correspondientes a los métodos de Escenarios, Delta Plus o Monte Carlo y Black respectivamente. Este estudio proporciona una base sólida para la valorización de techos en créditos hipotecarios a tasa variable, contribuyendo así al desarrollo de herramientas financieras más precisas y eficientes.

*A mis padres, por su amor y apoyo incondicional, y a mis amigos, por su constante aliento y compañía en este camino académico. Esta memoria está dedicada a todos los que han sido parte de mi trayectoria.*

***In Omnia Paratus***

# Agradecimientos

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a Carlos Pulgar, por su orientación experta y apoyo constante a lo largo de este proceso de investigación. Sus conocimientos y consejos fueron fundamentales para la realización de este trabajo.

Asimismo, quiero reconocer el respaldo brindado por Carlos Reyes y Hugo Sánchez, profesores de la sección de finanzas, cuya ayuda a lo largo del semestre ha sido invaluable.

A José Miguel Cruz, le agradezco profundamente su confianza al darme la oportunidad de ejercer como docente en los cursos de ingeniería financiera de pregrado y gestión financiera de postgrado que reforzaron mi interés por el mundo de las finanzas.

También quiero agradecer a mi familia por su inquebrantable apoyo y aliento en cada paso de este camino académico.

Finalmente, agradezco a todas las personas que de alguna manera contribuyeron a la culminación de este proyecto.

# Tabla de Contenido

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Antecedentes</b>	<b>4</b>
2.1. Contexto . . . . .	4
2.1.1. Créditos Hipotecarios . . . . .	4
2.1.1.1. Definición . . . . .	4
2.1.1.2. Costos . . . . .	5
2.1.1.3. Tasas . . . . .	6
2.1.2. El Mercado de Créditos Hipotecarios en Chile . . . . .	9
2.1.3. Riesgo Financiero . . . . .	12
2.1.4. Regulación Bancaria . . . . .	13
2.1.4.1. Acuerdos de Basilea . . . . .	13
2.1.4.2. CMF . . . . .	14
2.1.4.3. Los Capítulos 21-7 y 21-13 de la RAN, el Archivo Normativo R13 y el IRRBB de Basilea . . . . .	15
2.2. Problema . . . . .	17
2.3. Oportunidad . . . . .	18
2.4. Justificación . . . . .	18
<b>3. Objetivos de la investigación</b>	<b>20</b>
3.1. Objetivo General . . . . .	20
3.2. Objetivo Específico . . . . .	20
<b>4. Marco Conceptual</b>	<b>21</b>
4.1. Revisión de la Literatura . . . . .	21
4.2. Simulaciones de Tasa . . . . .	23
4.3. Modelos de Valorización . . . . .	26
4.3.1. Monte Carlo . . . . .	27
4.3.2. Black 76 . . . . .	27
4.3.3. Método Simplificado . . . . .	28
4.3.4. Escenarios . . . . .	29
4.3.5. Delta Plus (Griegas) . . . . .	30
<b>5. Metodología</b>	<b>32</b>
5.1. Procedimiento . . . . .	32
5.2. Datos y Supuestos . . . . .	32
5.2.1. Mutuo con Tasa Variable y Techo . . . . .	33

5.2.2.	Tasa TAB . . . . .	34
5.2.2.1.	Historia . . . . .	34
5.2.2.2.	Simulación . . . . .	35
5.3.	Aplicación de las Metodologías . . . . .	36
5.4.	Tasa de Descuento . . . . .	36
5.5.	Herramientas de análisis . . . . .	38
5.5.1.	Estadística Descriptiva . . . . .	38
5.5.2.	Sensibilidad . . . . .	39
5.5.3.	Escenarios de Perturbación . . . . .	39
<b>6.</b>	<b>Resultados</b>	<b>43</b>
6.1.	Simulaciones de Tasa . . . . .	43
6.2.	Valorizaciones . . . . .	47
6.2.1.	Promedios por Año . . . . .	48
6.2.2.	Distribuciones por Método y por Año . . . . .	50
6.2.2.1.	Análisis de las valorizaciones . . . . .	60
6.3.	Sensibilidades . . . . .	63
6.4.	Escenarios de Perturbación . . . . .	67
<b>7.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>8.</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>
<b>Anexos</b>		<b>76</b>
A.	Metodología . . . . .	76
A.1.	Datos y Supuestos . . . . .	76
A.1.1.	Mutuo con Tasa Variable y Techo . . . . .	77
A.1.2.	Tasa TAB . . . . .	77
A.1.2.1	Simulación . . . . .	77
B.	Resultados . . . . .	77
B.1.	Valorizaciones . . . . .	77
B.1.1.	Distribuciones por Año . . . . .	77
B.1.1.1	Distribuciones por Año (outlier) . . . . .	77

# Índice de Tablas

2.1.	Parámetros del crédito $C_1$ . . . . .	6
2.2.	Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito $C_1$ a tasa fija . . . . .	6
2.3.	Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito $C_1$ a tasa variable . . . . .	7
2.4.	Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito $C_1$ a tasa variable y techo) . . . . .	8
4.1.	Matriz de Escenarios . . . . .	30
5.1.	Tasas de descuento . . . . .	38
5.2.	Tabla de Factores de Sensibilidad . . . . .	39
6.1.	Parámetros de simulación . . . . .	43

# Índice de Ilustraciones

2.1.	Interes vs amortización . . . . .	5
2.2.	Oferta historica de MTvT en Chile . . . . .	9
2.3.	Evolución Monto Mensual de Stock de créditos hipotecarios . . . . .	10
2.4.	Evolución del Número de Operaciones de Créditos Hipotecarios . . . . .	10
2.5.	Costos de financiamiento . . . . .	11
2.6.	Opciones sobre tasas de interés CMF . . . . .	16
2.7.	Opciones sobre tasas de interés BIS . . . . .	17
4.1.	Ejemplo de distintas trayectorias que pudo haber seguido el proceso mencionado anteriormente . . . . .	24
4.2.	Ponderadores de riesgo de mercado . . . . .	29
5.1.	Plazo Créditos . . . . .	34
5.2.	Valores indice tasa libre de riesgo . . . . .	37
5.3.	Curva de tasa libre de riesgo . . . . .	38
5.4.	Perturbaciones 1 y 2 Normativa . . . . .	40
5.5.	Perturbaciones 3 y 4 Normativa . . . . .	40
5.6.	Perturbaciones 5 y 6 Normativa . . . . .	41
5.7.	Valor indice $t_k$ según horizonte temporal de tasas . . . . .	42
6.1.	Distribución simulaciones MBG . . . . .	44
6.2.	Distribución simulaciones Vasicek . . . . .	45
6.3.	Distribución simulaciones CIR . . . . .	46
6.4.	Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (MBG)	48
6.5.	Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (Vas)	48
6.6.	Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (CIR)	49
6.7.	Black76 CIR s/n outliers . . . . .	51
6.8.	Monte Carlo CIR s/n outliers . . . . .	51
6.9.	Griegas CIR s/n outliers . . . . .	52
6.10.	Escenarios CIR s/n outliers . . . . .	52
6.11.	Simplificado CIR s/n outliers . . . . .	53
6.12.	Black76 Vas s/n outliers . . . . .	53
6.13.	Monte Carlo Vas s/n outliers . . . . .	54
6.14.	Griegas Vas s/n outliers . . . . .	54
6.15.	Escenarios Vas s/n outliers . . . . .	55
6.16.	Simplificado Vas s/n outliers . . . . .	55
6.17.	Black76 MBG s/n outliers . . . . .	56
6.18.	Monte Carlo MBG s/n outliers . . . . .	56
6.19.	Griegas MBG s/n outliers . . . . .	57
6.20.	Escenarios MBG s/n outliers . . . . .	57

6.21.	Simplificado MBG s/n outliers . . . . .	58
6.22.	Cantidad outliers para cada método y cada simulación por año (Total de datos: 10.000) . . . . .	59
6.23.	Sensibilidad (1) . . . . .	64
6.24.	Sensibilidad (2) . . . . .	65
6.25.	Perturbaciones 1 2 y 3 . . . . .	68
6.26.	Perturbaciones 4 5 y 6 . . . . .	69
A.1.	<a href="https://banco.santander.cl/informacion/tutoriales/detalles/que-opciones-de-credito-hipotecario-existen">https://banco.santander.cl/informacion/tutoriales/detalles/que-opciones-de-credito-hipotecario-existen</a> . . . . .	76
A.2.	<a href="https://ww2.itaubank.cl/personas/creditos/credito-hipotecario-itaubank">https://ww2.itaubank.cl/personas/creditos/credito-hipotecario-itaubank</a> . . . . .	77
A.3.	Ejemplo de aplicación del método Euler-Maruyama (Hurn et al., 2019) . . . . .	77
B.1.	Black76 CIR outliers . . . . .	78
B.2.	Monte Carlo CIR outliers . . . . .	78
B.3.	Griegas CIR outliers . . . . .	79
B.4.	Escenarios CIR outliers . . . . .	79
B.5.	Simplificado CIR outliers . . . . .	80
B.6.	Black76 Vas outliers . . . . .	80
B.7.	Monte Carlo Vas outliers . . . . .	81
B.8.	Griegas Vas outliers . . . . .	81
B.9.	Escenarios Vas outliers . . . . .	82
B.10.	Simplificado Vas outliers . . . . .	82
B.11.	Black76 MBG outliers . . . . .	83
B.12.	Monte Carlo MBG outliers . . . . .	83
B.13.	Griegas MBG outliers . . . . .	84
B.14.	Escenarios MBG outliers . . . . .	84
B.15.	Simplificado MBG outliers . . . . .	85

# Capítulo 1

## Introducción

Desde una perspectiva histórica, el desarrollo de las distintas sociedades ha estado ligado al sistema financiero, donde tanto los actores públicos como los privados han contribuido al crecimiento económico.

Las instituciones públicas del ámbito financiero han proporcionado el marco necesario para que individuos y empresas accedan a capital, gestionen riesgos e inviertan en actividades productivas, contribuyendo así a la prosperidad general de la sociedad (Ogilvie and Carus, 2014).

En el mundo actual, cada vez más globalizado e interconectado, existe un creciente reconocimiento de la necesidad de cooperación internacional en la regulación del sistema financiero. Esto se evidencia en iniciativas como los Acuerdos de Basilea, que buscan armonizar las regulaciones bancarias y promover la estabilidad financiera entre los países adscritos.

Al establecer estándares comunes para la gestión de riesgos y la adecuación de capital, estos acuerdos ayudan a mitigar el potencial de crisis financieras y fomentan un sistema financiero global más resiliente.

Así, el desarrollo y la estabilidad de los países dependen en gran medida de la fortaleza y eficacia de sus instituciones financieras y organismos reguladores. En Chile, por ejemplo, el rol de la Comisión para el Mercado Financiero (CMF) ha adquirido cada vez más importancia en la garantía de la integridad y eficiencia del sistema financiero.

La CMF a través de sus funciones normativas, de supervisión, sancionadora y de desarrollo y promoción de mercados, desempeña un papel crucial en la protección de los intereses de los inversores y usuarios en general, el mantenimiento de la confianza en el mercado y la promoción del crecimiento económico sostenible.

Para un desarrollo económico resulta clave el acceso a los productos que el sistema financiero ofrece. En este ámbito, los créditos hipotecarios son un instrumento relevante equivalente a un 24.5 % del PIB nacional (2023)<sup>1</sup>. El estudio de esta oferta crediticia puede ser abordado desde diversas perspectivas, incluida la regulatoria.

---

<sup>1</sup> fuente: Elaboración propia con datos del banco mundial y la CMF

El instrumento específico objeto de esta investigación es el crédito hipotecario con tasa variable y techo, el cual implica un ajuste de la tasa de interés según un índice determinado y un límite máximo establecido contractualmente. Este límite puede generar diferencias entre el valor real del flujo y el valor del flujo percibido por el acreedor, lo que afecta el reajuste del costo real del crédito y genera estrés en la cartera del banco.

Por lo tanto, resulta fundamental estimar el valor generado por este límite, ya que permite a los bancos evaluar adecuadamente el riesgo asociado a estos créditos y tomar las medidas necesarias para mitigarlo. En este contexto, el objetivo de la investigación es calcular el valor generado por el techo de un mutuo con tasa variable y techo (MTVT), lo que proporcionará información crucial para la toma de decisiones financieras y regulatorias en el sector bancario.

Para ello se desarrollará una revisión del marco regulatorio y su evolución, como así mismo, realizar un contextualización en base la oferta de créditos.

En Chile durante los años 2005 y 2006 la oferta de créditos hipotecarios incluía la de mutuos con tasa variable y techo. En la actualidad dicho producto no se encuentra disponible en el mercado y hoy en día se ofrecen únicamente mutuos con tasa fija, variable o combinaciones de estas.

Por otra parte, las actualizaciones en normativa bancaria obligan a los bancos a realizar estimaciones de riesgos adicionales a las de esos años. Como ya se enunció a nivel nacional, la institución encargada de regular y fiscalizar el sector bancario es la CMF, dicha regulación tiene como referencia los estándares internacionales de Basilea generados por el Banco de Pagos Internacionales (BIS). Por lo tanto, los resultados de esta investigación podrían ser aplicables a todos los países miembros del Banco de Pagos Internacionales (BIS).

La Recopilación Actualizada de Normas de Bancos (RAN), dictada por la CMF, incorporó a finales de 2020 (CMF, 2020) el capítulo 21-13 en el cual “se consignan las disposiciones relativas a la gestión del capital que deben efectuar los propios bancos, en concordancia con las recomendaciones del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (conocido como Pilar 2) y las mejores prácticas observadas a nivel comparado.” Adicionalmente, en agosto de 2022 se agregó también el archivo normativo R13 al “Sistema de Riesgos del Manual de Sistemas de Información para Bancos”.

Así entonces, tanto en dicho capítulo como en el archivo normativo R13 se tratan “los riesgos de mercado del libro de Banca” (RMLB) que corresponden a: “la autoevaluación de patrimonio efectivo que debe realizar el banco anualmente”.

La relación entre el RMLB y el crédito hipotecario con tasa variable y techo se encuentra en lo que se conoce como “opción automática” (BIS, 2016). Este concepto corresponde particularmente a la situación previamente mencionada, en donde la tasa de interés efectiva excede el límite superior establecido contractualmente. En la actualidad, es necesario que las entidades reguladoras sean informadas acerca del nivel de exposición generado por este riesgo, para garantizar una gestión efectiva de los riesgos asociados a estos productos financieros.

Adicionalmente, a nivel nacional se observa un grado de dificultad de acceso al crédito

(Banco Central de Chile, 2023), por lo que una mayor oferta de instrumentos de financiación podría ayudar en mejorar el acceso a los mismos.

Así entonces, esta investigación de memoria de grado se encuentra enmarcada dentro del ámbito de la regulación normativa vinculada al estado del mercado de créditos hipotecarios, y tiene por motivación el análisis del crédito hipotecario con tasa variable y techo.

# Capítulo 2

## Antecedentes

### 2.1. Contexto

#### 2.1.1. Créditos Hipotecarios

##### 2.1.1.1. Definición

El mutuo o crédito hipotecario es un tipo de crédito que permite a las personas naturales o jurídicas adquirir una vivienda o propiedad. Es un préstamo a mediano o largo plazo que se otorga para la compra, ampliación, reparación o construcción de una vivienda; compra de sitios, oficinas o locales comerciales. En cualquiera de estos casos, la propiedad adquirida queda en garantía o “hipotecada” a favor del Banco para asegurar el cumplimiento del crédito, razón por la cual el crédito lleva esta denominación.

No obstante, un crédito hipotecario también puede ser otorgado “para fines generales”, es decir, para utilizar el dinero en los proyectos que el cliente que recibe el préstamo desee llevar a cabo.

Los plazos asignados para el pago de estos créditos abarcan varios años, aspecto que debe ser debidamente comunicado como parte integral de las especificaciones del crédito, conjuntamente con los costos y la tasa de interés asociados.

Los componentes estándar de un crédito son el monto del crédito, el plazo, la tasa (fija, variable, variable con techo) el interés, la amortización y el capital insoluto. El pago de un crédito hipotecario implica la entrega de cuotas mensuales para reembolsar el préstamo adquirido. Cada cuota mensual consta de dos componentes principales: capital e intereses. El capital es la parte del pago destinada a la devolución del monto prestado, lo que reduce gradualmente la deuda hipotecaria. Por otro lado, los intereses son la parte del pago destinada a compensar al prestamista por el dinero prestado. Los intereses disminuyen con el tiempo a medida que se reduce el saldo pendiente. En la figura 1 se puede notar que si bien la cuota pagada es la misma todos los meses (para créditos de tasa fija) la proporción pagada entre amortización e interés cambia. Reduciéndose progresivamente esta última.

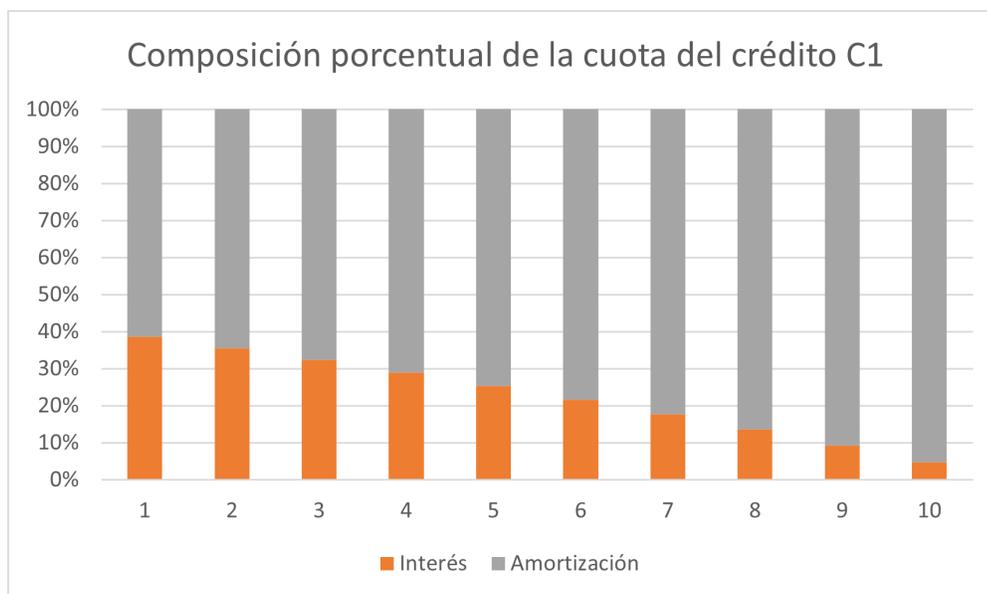


Figura 2.1: Interés vs amortización

El crédito hipotecario tiene un plazo determinado, que puede variar en duración, comúnmente 15, 20 o 30 años. Este plazo influye en el monto de las cuotas mensuales; plazos más largos suelen resultar en cuotas más bajas, aunque también significan pagar más intereses en total.

La tasa de interés es un factor crucial en el costo total del crédito. Las tasas pueden ser fijas o variables. Con una tasa fija, el interés permanece constante a lo largo del plazo del préstamo, mientras que con una tasa variable, la tasa de interés puede cambiar periódicamente, lo que puede afectar el monto de las cuotas.

Algunos prestatarios optan por hacer pagos adicionales para acelerar la amortización de la deuda y reducir los intereses totales a lo largo del tiempo. Estos pagos adicionales generalmente se destinan a reducir el saldo pendiente del capital.

#### 2.1.1.2. Costos

Al solicitar un crédito hipotecario, es crucial entender los diversos costos que conlleva, ya que no se limita simplemente al capital adeudado. La tasa de interés, ya sea fija, variable o mixta, constituye el principal costo y es clave al comparar opciones.

Así entonces, además del interés, existen otros gastos asociados a la contratación del crédito, los cuales recaen en el cliente (CMF Educa, 2023). Estos son:

- Gastos de Tasación del Bien Raíz Hipotecado
- Estudio de Títulos y Redacción de Escritura
- Gasto Notarial
- Impuesto de Timbres y Estampillas (de recaudación fiscal)
- Derechos de Inscripción en el Conservador de Bienes Raíces

- Primas de Seguros (se requiere el pago de seguros de desgravamen e incendio, siendo obligatorios y abonados junto con la cuota mensual)

En caso de dificultades en el pago, el Banco puede aplicar intereses penales según las condiciones estipuladas en el pagaré. Si la mora persiste, pueden cobrarse intereses penales conforme a lo pactado en la escritura, generalmente considerando la tasa máxima convencional.

### 2.1.1.3. Tasas

Una forma de caracterizar los créditos hipotecarios es a través del formato de sus tasas. Estas pueden ser fijas, variables y variables con techo. La tasa se encuentra estrechamente relacionada con la forma en la que se van a estructurar las cuotas que vaya a pagar el deudor.

Para comparar las tasas precedentemente señaladas, se ejemplificará con un crédito  $C_1$  de 200000 pagado en 10 periodos. Las unidades podrían ser pesos y años respectivamente o UF y meses, pero el tipo de unidad no influye en el cálculo (siempre y cuando sean consistente entre ellas).

Un crédito a tasa fija, como se desprende de su nombre, implica el pago del mismo interés todos los periodos, por lo que se puede conocer inmediatamente cuál será el valor de las cuotas que se pagarán a futuro. A continuación se observa una tabla que muestra cómo se estructuran los pagos de este instrumento.

Tabla 2.1: Parámetros del crédito  $C_1$

Deuda	Cuota	Periodos	Tasa:	Amortización
100	12,95046	10	0,05	x

Tabla 2.2: Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito  $C_1$  a tasa fija)

Periodo	Capital Insoluto	Cuota	Interés	Amortización
0	100,00	x	x	x
1	92,05	12,95	5,00	7,95
2	83,70	12,95	4,60	8,35
3	74,94	12,95	4,19	8,77
4	65,73	12,95	3,75	9,20
5	56,07	12,95	3,29	9,66
6	45,92	12,95	2,80	10,15
7	35,27	12,95	2,30	10,65
8	24,08	12,95	1,76	11,19
9	12,33	12,95	1,20	11,75
10	0,00	12,95	0,62	12,33

Para calcular el valor de la cuota se utiliza la siguiente fórmula:

$$C = \frac{D \times r_{fija}}{1 - (1 + r_{fija})^{-n}} \quad (2.1)$$

Donde  $D$  es la deuda total,  $C$  es el valor cuota  $r_{fija}$  la tasa de interés de la deuda y  $n$  la duración del crédito medida en periodos.

Un crédito hipotecario con tasa variable o mutuo con tasa variable es un crédito en donde la tasa de interés varía según algún indicador financiero (ej: LIBOR, TAB). En Chile la tasa variable corresponde en general a la tasa TAB360 más un spread fijo. A continuación se presenta una tabla que muestra cómo se estructuran los pagos de este instrumento.

Tabla 2.3: Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito  $C_1$  a tasa variable)

Periodos restantes	Periodo	Tasa	Capital Insoluto	Cuota	Interés	Amortización
10	0	5,0 %	100	x	x	x
9	1	4,5 %	92,05	12,95	5,00	7,95
8	2	5,5 %	83,53	12,66	4,14	8,52
7	3	5,8 %	74,94	13,19	4,59	8,59
6	4	3,8 %	65,95	13,33	4,35	8,98
5	5	5,8 %	55,96	12,50	2,51	9,99
4	6	5,8 %	45,99	13,21	3,25	9,97
3	7	4,6 %	35,45	13,21	2,67	10,54
2	8	6,3 %	24,16	12,92	1,63	11,29
1	9	4,2 %	12,45	13,23	1,52	11,71
0	10	5,2 %	0,00	12,97	0,52	12,45

Dado que la tasa es variable, para poder determinar la cuota, hay que hacerlo iterativamente sobre el capital insoluto.

$$C = \frac{D_{capital\ insoluto} \times r_{variable}}{1 - (1 + r_{variable})^{-n}} \quad (2.2)$$

Donde ahora  $D$  es el capital insoluto que va disminuyendo conforme se pagan las cuotas y  $n$  son la cantidad de periodos restantes para pagar el crédito.

Finalmente, si el crédito a tasa variable además tiene un “techo” significa que dicha tasa nunca va a sobrepasar cierto porcentaje. En este caso se denominará a este crédito hipotecario

como “Mutuo con tasa variable y techo” (MTvT).

Un ejemplo de este instrumento sería un crédito en donde la tasa sea la tasa TAB más 1 % (TAB360+1 %) y el techo sea 5 %. Es decir, nunca se va a pagar más de un 6 % de interés por el saldo insoluto. A continuación se puede ver una tabla que muestra cómo se estructuran los pagos de este instrumento. Se puede notar que la tasa efectiva es el mínimo entre la tasa real y el techo.

Tabla 2.4: Ilustración flujos de capital por periodos (pago de la deuda del crédito  $C_1$  a tasa variable y techo)

Periodo	Tasa (Real)	Techo	Tasa efectiva	C.I.	Cuota	Interés	Amortización
0	5,0 %	5 %	5,0 %	100	x	x	x
1	4,5 %	5 %	4,5 %	92,050	12,950	5,000	7,950
2	5,5 %	5 %	5,0 %	83,528	12,664	4,142	8,521
3	5,8 %	5 %	5,0 %	74,781	12,924	4,176	8,747
4	3,8 %	5 %	3,8 %	65,596	12,924	3,739	9,185
5	5,8 %	5 %	5,0 %	55,646	12,414	2,464	9,950
6	5,8 %	5 %	5,0 %	45,576	12,853	2,782	10,071
7	4,6 %	5 %	4,6 %	35,002	12,853	2,279	10,574
8	6,3 %	5 %	5,0 %	23,857	12,761	1,616	11,145
9	4,2 %	5 %	4,2 %	12,219	12,830	1,193	11,638
10	5,2 %	5 %	5,0 %	0,000	12,733	0,513	12,219

Por lo tanto, el cálculo de la cuota va a ser similar al cálculo de la cuota en tasa variable, solo que la tasa va a ser el mínimo entre la tasa variable y el techo.

$$C = \frac{D_{\text{capital insoluto}} \times \min(r_{\text{variable}}, r_{\text{techo}})}{1 - (1 + \min(r_{\text{variable}}, r_{\text{techo}}))^n} \quad (2.3)$$

Lo atractivo de este instrumento para el deudor es doble, por una parte permite aprovechar tasas bajas de los ciclos de mercado, y por otra disponer de una previsibilidad de los pagos máximos mensuales.

Se puede observar que al sumar el valor de todas las cuotas se obtienen los siguientes valores para la tasa fija, variable y variable con techo. Estos valores son 129,5, 130,0 y 127,9 respectivamente, por lo que para un mismo crédito pagamos valores finales diferentes.

A modo ilustrativo, a continuación se presenta una tabla de la SBIF con la recopilación de la oferta de este instrumento

**TASA DE INTERÉS ANUAL CRÉDITOS HIPOTECARIOS PARA LA VIVIENDA  
OPERACIONES A TASA VARIABLE / MIXTA**

<b>MONTO DEL CRÉDITO:</b>	<b>1.000 UF</b>
<b>VALOR DE LA PROPIEDAD:</b>	<b>1.350 UF</b>
<b>PLAZO DEL CRÉDITO:</b>	<b>20 AÑOS</b>

Nombre de la Institución	MUTUOS HIPOTECARIOS TASA DE INTERÉS VARIABLE		MUTUOS HIPOTECARIOS TASA DE INTERÉS MIXTA (4)					
	Tasa Variable (1)   Tasa techo (2)		Tasa de interés fija por 3 años			Tasa de interés fija por 5 años		
	(en porcentajes)		Tasa fija (3)	Tasa Variable (1)	Tasa techo (2)	Tasa fija (3)	Tasa Variable (1)	Tasa techo (2)
Banco BICE	TAB + 1,5%	Sin techo	n/o	n/o	n/o	n/o	n/o	n/o
Banco BBVA	TAB + 1,3%	7,5%	n/o	n/o	n/o	5,5%	TAB + 2,0%	7,5%
Banco de Chile	TAB + 2,4%	6,9%	5,0%	TAB + 2,4%	6,9%	5,0%	TAB + 2,4%	6,9%
Banco BCI	TAB + 1,4%	Sin techo	5,7%	TAB + 1,4%	Sin techo	5,5%	TAB + 1,4%	Sin techo
Banco del Estado	n/o	n/o	n/o	n/o	n/o	5,2%	TAB + 2,1%	7,9%
Banco Falabella	n/o	n/o	5,3%	TAB + 2,1%	Sin techo	5,8%	TAB + 2,1%	Sin techo
Banco Santander	TAB + 2,1%	6,9%	n/o	n/o	n/o	5,1%	TAB + 2,5%	6,9%
BankBoston	TAB + 1,2%	Sin techo	n/o	n/o	n/o	4,7%	TAB + 1,6%	Sin techo
Scotiabank	TAB + 2,1%	7,9%	4,4%	TAB + 2,1%	7,9	4,8%	TAB + 2,1%	7,9%
Banefe	n/o	n/o	6,1%	TAB + 3,9%	6,9%	6,1%	TAB + 3,9%	6,9%

Valor tasa TAB en UF para 360 días al 25 de mayo de 2006: 3,26%

Figura 2.2: Oferta historica de MTvT en Chile

## 2.1.2. El Mercado de Créditos Hipotecarios en Chile

A la fecha de septiembre de 2023 existen 1.567.000 créditos hipotecarios vigentes, contabilizando un monto de 77.966.027 millones de pesos (para el mercado financiero CMF, 2023/01) equivalentes a un 24.5 % del PIB nacional (Banco-Mundial, 2023). Adicionalmente, se observa en los gráficos siguientes que el número de operaciones ha tenido un crecimiento estable desde el año 2000 hasta el año 2019 en donde se nota un *peak* de operaciones hasta mediados del año 2020, seguido por una caída importante en el 2do semestre de 2020. Luego el número de operaciones decrece levemente hasta la fecha actual.

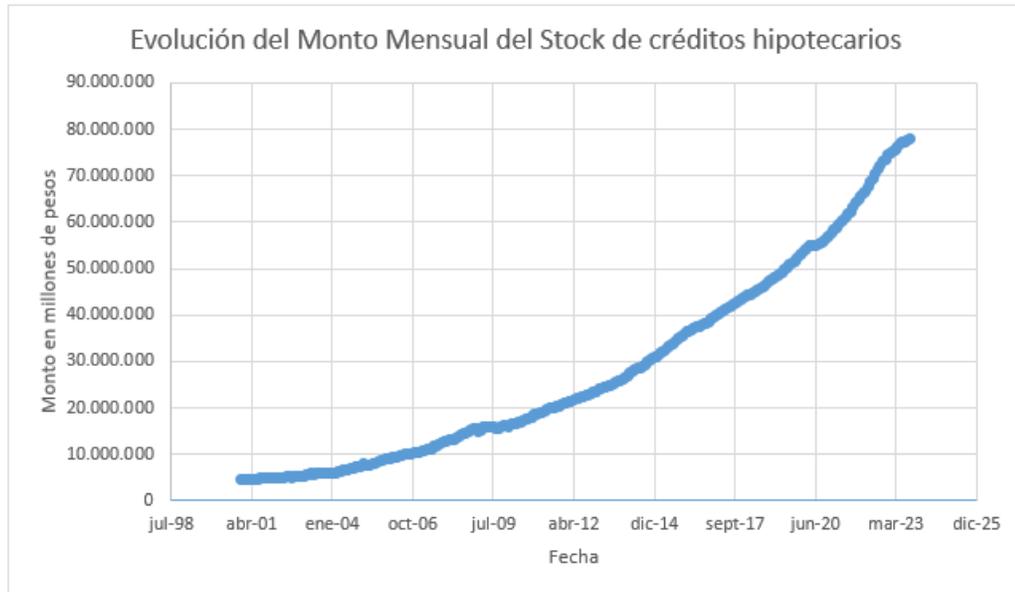


Figura 2.3: Evolución Monto Mensual de Stock de créditos hipotecarios

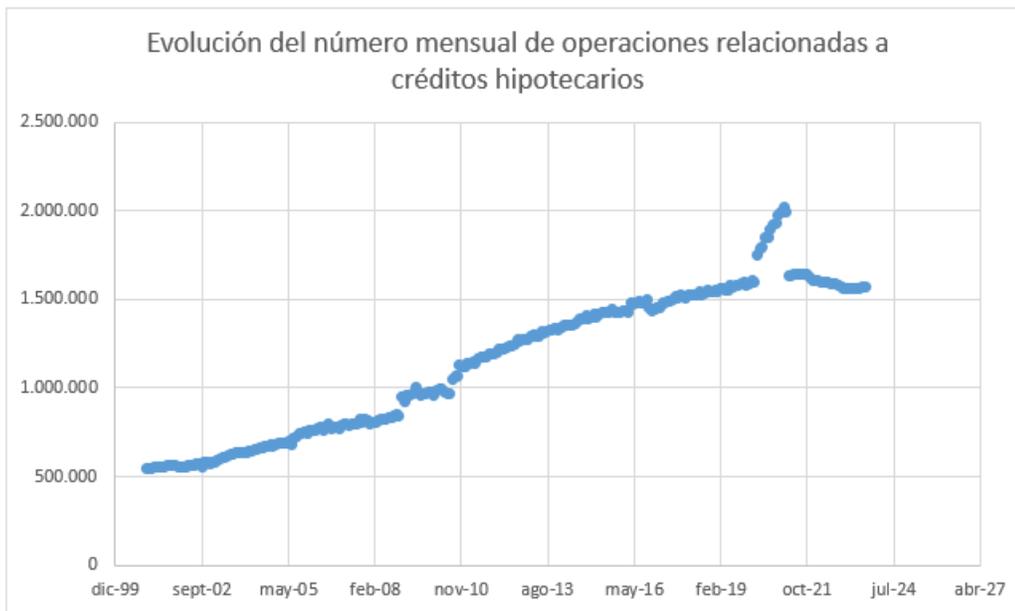


Figura 2.4: Evolución del Número de Operaciones de Créditos Hipotecarios

Se nota así un aumento continuo tanto de las operaciones de crédito como el monto de los mismos, desde el inicio de los registros hasta la fecha, salvo por los últimos 3 años.

Valga tener presente que desde 2004 el Banco Central de Chile elabora todos los semestres informes de estabilidad financiera.

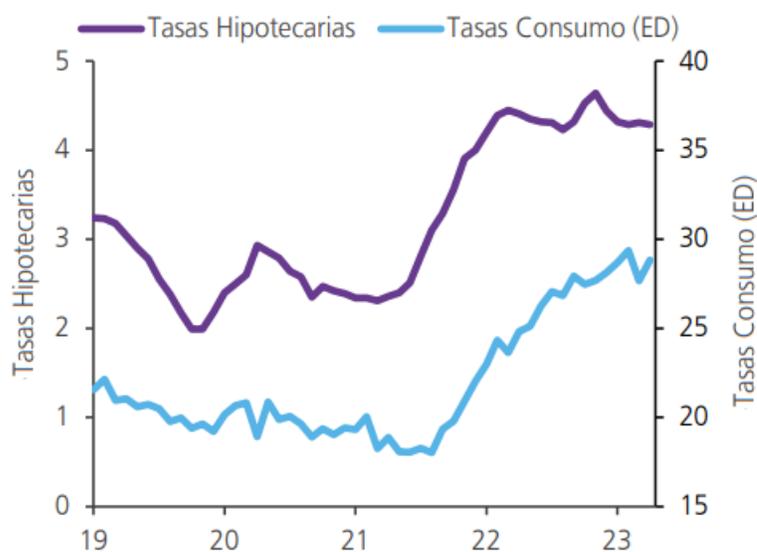
El propósito del Informe de Estabilidad Financiera (IEF) consiste en dar a conocer, en forma semestral, los sucesos macroeconómicos y financieros recientes que podrían incidir en la estabilidad financiera de la economía chilena, tales como la evolución del endeudamiento de los principales usuarios de crédito, el desempeño del mercado de capitales, y la capacidad del sistema financiero y de la posición financiera internacional de adaptarse adecuadamente a situaciones económicas adversas. Junto con lo anterior, en el IEF se presentan las políticas y medidas que propenden al normal funcionamiento del sistema financiero, con el objeto de promover el conocimiento y el debate público en torno a estos temas (Banco Central de Chile, 2021).

Del último informe publicado (1er semestre de 2023) es posible deducir una serie de dificultades respecto del mercado de créditos hipotecarios que resultan de interés para el objeto de esta memoria.

De este modo, estos aspectos detectados son los siguientes: el aumento de tasas de interés, la reducción al acceso de crédito (más restrictivo), mayor carga para las tasas variables y aumento del requerimiento del capital contracíclico (Banco Central de Chile, 2023).

La figura 2.5 muestra una tendencia al alza de las tasas de créditos hipotecarios en los últimos 5 años.

**GRAFICO V.10 COSTOS DE FINANCIAMIENTO (\*)**  
(porcentaje)



(\*) Corresponde a las tasas de colocación promedio del sistema financiero, por tipo de producto (hipotecario y consumo).  
Fuente: Banco Central de Chile.

Figura 2.5: Costos de financiamiento

El crédito a personas ha experimentado un decrecimiento. En marzo de 2023, se observó una disminución en las solicitudes de financiamiento en las carteras bancarias de consumo e hipotecario, junto con estándares de otorgamiento de crédito más estrictos. El financiamiento para vivienda también mostró un crecimiento bajo, con un promedio anual real del 6,8 % entre 2019 y 2021, en comparación con el 1 % en abril de 2023. Los flujos de crédito a tasa mixta y variable han mantenido su participación en el stock de deuda desde mediados de 2022. En el segmento de consumo bancario, la deuda agregada disminuyó un 3 % en abril, con diferencias en los flujos entre productos, mostrando una moderación en los créditos rotativos pero una estabilidad en los créditos en cuotas.

El aumento en las tasas de interés, junto con los efectos de la inflación en la deuda indexada, ha incrementado la carga financiera de los hogares que tienen créditos rotativos y deuda hipotecaria a tasa variable. Este incremento en el costo del financiamiento afecta principalmente a hogares de menor ingreso que dependen de créditos rotativos, así como a aquellos con deuda hipotecaria a tasa variable, que suelen ser deudores de mayor ingreso. Aproximadamente el 10 % del stock de deuda hipotecaria está indexado a una tasa mixta, mientras que solo el 3 % está indexado a tasa variable. Se estima que el deudor representativo de créditos hipotecarios a tasa mixta experimentará un aumento de 4 puntos porcentuales en su carga financiera en 2024, lo que constituye un aumento cercano a 20 %.

Según este informe, en los últimos seis meses, 22 de los 49 países para los que hay información, han activado o mantenido el Cargo de Capital Contracíclico (RCC), según el Banco de Pagos Internacionales (BIS) y el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea (ESBR). Las razones incluyen riesgos en el sector inmobiliario y mayor incertidumbre. Se destaca el uso de medidas alternativas al RCC, como el buffer de estabilidad doméstica en Canadá y los colchones sectoriales en Alemania, Bélgica y Suiza. Algunas jurisdicciones, como Australia, Holanda y Suecia, mantendrán un RCC positivo permanentemente en tiempos normales.

En lo que se refiere a medios masivos de comunicación, han habido numerosas publicaciones sobre el alza en las tasas de crédito hipotecario.

- Se complica el sueño de la casa propia: tasas hipotecarias escalan a nuevos máximos de 2023 (La Tercera, 2023b)
- Tasa para créditos hipotecarios sube y alcanza su mayor nivel en lo que va del año (Diario Financiero, 2023)
- Tasas de interés de los créditos hipotecarios alcanzan nuevo máximo en más de 14 años (La Tercera, 2023a)

La cual es considerada como la variable más importante en la compra de nuevas viviendas (J.P Palacios, 2023).

### **2.1.3. Riesgo Financiero**

Los riesgos financieros son una parte inherente y crucial de cualquier actividad de inversión. Se refieren a la posibilidad de pérdida económica derivada de la incertidumbre en los mercados financieros. Estos riesgos pueden surgir de una variedad de fuentes, como fluctuaciones en

los precios de los activos, cambios en las tasas de interés, eventos políticos o económicos inesperados y riesgos específicos de la industria.

Existen diferentes medidas de riesgo y es difícil encontrar un consenso general sobre cómo definirlo. La percepción del riesgo varía entre los participantes del mercado y depende, entre otras cosas, de la composición de la cartera, el tipo de inversor (privado o institucional) y la actitud del inversor hacia el riesgo. Por ejemplo, para un fondo de pensiones o una compañía de seguros, el riesgo radica en que las obligaciones no estén cubiertas por los activos. El riesgo de un fondo mutuo se caracteriza por la desviación del rendimiento de la cartera respecto a un punto de referencia. Por otro lado, un inversor privado define el riesgo como la posibilidad de que su inversión disminuya de valor como resultado de una pérdida. Algunas medidas de riesgo son la varianza o desviación estándar de los retornos, el riesgo a la baja o el VaR (Mondello, 2023).

La medición y gestión del riesgo financiero son de interés para las instituciones financieras y los inversionistas, como también son imperativos para los entes reguladores con el objetivo de salvaguardar la estabilidad del sistema económico en su conjunto.

Las instituciones financieras deben evaluar y mitigar los riesgos de manera efectiva para proteger sus activos y mantener la confianza de sus clientes y accionistas. Del mismo modo, los entes reguladores deben supervisar y establecer estándares para garantizar que las instituciones financieras operen de manera prudente y se mantengan solventes.

Una gestión adecuada del riesgo financiero no solo protege a las instituciones financieras individuales, sino que también contribuye a la salud general del sistema económico al reducir la probabilidad de crisis financieras y promover la estabilidad financiera a largo plazo.

## **2.1.4. Regulación Bancaria**

La regulación bancaria se refiere al conjunto de normas, leyes y políticas gubernamentales que supervisan y controlan la actividad de las instituciones bancarias y financieras. El objetivo principal de la regulación bancaria es garantizar la estabilidad y solidez del sistema financiero, proteger los intereses de los depositantes y prevenir crisis financieras.

### **2.1.4.1. Acuerdos de Basilea**

Se trata de una serie de acuerdos internacionales que establecen estándares regulatorios para el sector bancario a nivel mundial. Estos acuerdos tienen como principal objetivo promover la estabilidad financiera, mejorar la gestión de riesgos y fortalecer la solidez de los bancos. A continuación se presentan los tres acuerdos más conocidos y su origen:

El primer acuerdo (Basilea I) surgió en 1988 como respuesta a la crisis financiera de la década de 1980. Fue desarrollado por el Comité de Basilea sobre Supervisión Bancaria, un organismo establecido por el Banco de Pagos Internacionales (BIS). En este se estableció un conjunto de requisitos mínimos de capital que los bancos debían mantener en relación con sus activos ponderados por riesgo.

El segundo acuerdo (Basilea II) se desarrolló a principios de la década de 2000 por el mismo Comité de Basilea como una revisión y actualización del primer acuerdo. En Basilea

II se introdujo un enfoque más sofisticado para la gestión de riesgos bancarios. Estableciendo tres pilares (BIS, 2019): requisitos mínimos de capital, supervisión efectiva y disciplina de mercado. Además, permitió a los bancos utilizar modelos internos para calcular los requisitos de capital basados en el riesgo. Gracias a esto aumentó la precisión en la evaluación de riesgos de los bancos, pero también se consideró como uno de los factores que contribuyeron a la crisis financiera de 2008, ya que algunos bancos subestimaron riesgos significativos.

Luego de la crisis bancaria del 2008, se publica en diciembre de 2010 los acuerdos de Basilea III el cual fue desarrollado como respuesta ante la misma crisis. En este se establecieron requisitos más estrictos en cuanto al capital y la liquidez de los bancos, con un enfoque en la calidad del capital. Se agregaron medidas adicionales para cubrir riesgos sistémicos y de liquidez, así como medidas contracíclicas. Con estas medidas se buscó fortalecer la resistencia de los bancos ante situaciones de crisis y promover la estabilidad financiera a largo plazo.

#### **2.1.4.2. CMF**

En Chile, la principal institución encargada de los temas de regulación financiera es la Comisión para el Mercado Financiero (CMF). Esta es una entidad reguladora independiente cuyo propósito es supervisar y regular los mercados financieros y de valores, así como las instituciones financieras y aseguradoras en el país. Su misión principal es proteger los derechos de los inversionistas, fomentar la transparencia y el funcionamiento eficiente de los mercados, y asegurar la estabilidad y solidez del sistema financiero chileno.

Dentro de su estructura normativa resulta relevante para la presente investigación la “Recompilación Actualizada de Normas” (RAN) (SBIF, 1988) y la sección “Sistema de Riesgos” perteneciente al “Manual de sistemas de información para Bancos”. La primera se refiere, como lo indica su nombre, al conjunto de normas bancarias de regulación y el segundo es un instructivo sobre la forma en que las instituciones bancarias deben reportar información a la CMF para su monitoreo. Dicho instructivo permite gestionar y evaluar los riesgos a los que se enfrenta una institución bancaria.

Dentro de estos documentos se encuentran el archivo normativo R13: “Riesgo de mercado del libro de banca”, el capítulo 21-13: “Evaluación de la suficiencia de patrimonio efectivo de los bancos” y el capítulo 21-7: “Determinación de los activos ponderados por riesgo de crédito” de la RAN. Estos archivos servirán de guía normativa para el desarrollo de la metodología a abordar en esta investigación.

La investigación se enfoca en el contexto chileno que toma como referente los principios establecidos en los acuerdos de Basilea . Dado lo señalado se aspira también a formular una propuesta que pueda ser aplicable de manera más amplia y generalizada a otras legislaciones asociadas a Basilea.

Estructuralmente, los capítulos de la RAN son archivos que describen la normativa bancaria y su aplicación y los archivos RXX son estándares que describen la forma en la que los bancos deben informar a la CMF sobre distintos indicadores.

### 2.1.4.3. Los Capítulos 21-7 y 21-13 de la RAN, el Archivo Normativo R13 y el IRRBB de Basilea

En cuanto al instrumento, mutuo con tasa variable y techo (MTvT), se puede mencionar que el riesgo generado por el techo se encuentra dentro del marco normativo detallado en el capítulo 21-13 de la RAN: “Evaluación de la Suficiencia de Patrimonio Efectivo de los Bancos”.

Este capítulo trata sobre los requisitos mínimos de capital regulatorio que deben poseer las instituciones financieras y cómo determinarlo. El texto también consigna que incluso después de cumplir con los requisitos mínimos establecidos en el artículo 66 de la Ley General de Bancos (LGB) las instituciones deben realizar una autoevaluación de capital. Lo anterior implica revisar y valorar sus riesgos relevantes, estimar la cantidad de capital necesario para cubrir todos los riesgos significativos y mantener un margen adecuado para hacer frente a cambios en el valor de sus activos.

El objetivo interno de patrimonio efectivo es aquel que la institución considera necesario mantener, tanto en el presente como en el futuro. Se basa en la planificación de capital, tiene en cuenta los riesgos inherentes a su actividad, el entorno económico, la gestión de riesgos, el plan estratégico y la calidad del patrimonio disponible.

Como señala la norma, la medición deberá realizarse para todas las operaciones del banco a nivel consolidado global y también a nivel consolidado local para sus operaciones en Chile exclusivamente.

Para poder asegurar el cumplimiento de esta normativa, la CMF requiere a los Bancos completar los documentos R13 y R14 que solicitan los datos necesarios para poder llevar a cabo un monitoreo correcto.

En particular, el archivo R13 (CMF, 2022) permite medir la exposición a los Riesgos de Mercado del Libro de Banca (RMLB) considerando tanto el impacto sobre la capacidad de generación de intereses y reajustes netos de corto plazo (indicador  $\Delta NII$ , por sus siglas en inglés), como el impacto sobre el valor económico de la institución financiera (indicador  $\Delta EVE$ , por sus siglas en inglés), a raíz de movimientos adversos en las tasas de interés.

Específicamente, el apartado 2.3.1 del anexo 1 del capítulo 21-13 indica cómo se debe manejar el riesgo generado por el techo del MTvT. Dicho numeral señala:

“Para las posiciones con opciones implícitas sobre tasas de interés (por ejemplo, los préstamos hipotecarios a tasa de interés flotante con pisos y/o techos) la componente de opcionalidad debe ignorarse a efectos de la asignación de los flujos a las bandas temporales. La opción implícita se segrega y es tratada junto con las opciones explícitas.”

Lo que significa que el componente que interesa, el de opcionalidad, se calcula según el tratamiento de opciones explícitas. Este aparece detallado en el apartado 4 “Opciones sobre tasas de interés” del mismo anexo. En este se menciona que:

Para cada opción emitida  $o$ , en la moneda  $c$ , la variación del valor, denotado por  $\Delta FVAO_{i,c}^o$ , se calcula en cada escenario de perturbación  $i$  como:

1. Una estimación del valor de la opción para su tenedor, cumpliendo las condiciones que establezca esta Comisión el Capítulo que regule los activos ponderados por riesgo de mercado, asumiendo:
  - a. Una curva de rendimiento en la moneda  $c$  en el escenario de perturbaciones de tasas de interés  $i$ ; y
  - b. Un aumento relativo de la volatilidad implícita del 25%.
2. El valor de la opción emitida para su tenedor, dada la curva de rendimiento en la moneda  $c$  en la fecha de valoración.

Figura 2.6: Opciones sobre tasas de interés CMF

De este modo se observa que para poder calcular el riesgo de opcionalidad es esencial realizar una “estimación del valor de la opción”, es decir, estimar el valor generado por el techo, para lo cual no existe una indicación explícita sobre cómo realizarlo.

Los valores generados por el techo de cada crédito permiten el cálculo de la variable  $\Delta FVAO$ , a partir de la cual se calcula la variable  $KAO$  que permite finalmente determinar el indicador  $\Delta EVE$ . Este indicador,  $\Delta EVE$  es el que utiliza el ente regulador para determinar la exposición al RMLB de la entidad financiera.

$$KAO_{i,c} = \sum_{o=1}^{n_c} \Delta FVAO_{i,c}^o - \sum_{q=1}^{m_c} \Delta FVAO_{i,c}^q \quad (2.4)$$

$$\Delta EVE_{i,c} = \sum_{k=1}^{19} CF_{o,c}(t_k) \cdot DF_{o,c}(t_k) - \sum_{k=1}^{19} CF_{i,c}(t_k) \cdot DF_{i,c}(t_k) + KAO_{i,c} \quad (2.5)$$

Donde  $o$  se refiere a opciones emitidas,  $q$  a opciones adquiridas,  $i$  al escenario de perturbación y  $c$  a la moneda asociada. Luego,  $n_c$  y  $m_c$  corresponden al número de opciones emitidas y adquiridas, respectivamente, en la moneda  $c$ . De esta manera, una correcta valorización del instrumento permite determinar fehacientemente el valor de las variables que son utilizadas para medir la exposición del Banco.

En el capítulo 21-7 de la RAN “Determinación de los activos ponderados por riesgo de mercado” se detallan metodologías que las entidades bancarias pueden utilizar para calcular los activos ponderados por riesgo de mercado (APRM), de acuerdo con el artículo 67 de la Ley General de Bancos (LGB).

Aunque estas metodologías exhiben un grado de estandarización, especialmente en lo que respecta a opciones convencionales, es importante tener en cuenta que no están directamente diseñadas para evaluar el riesgo generado por el techo de los MTvT.

Tanto este capítulo como el archivo normativo R13 se encuentran fuertemente influidos por el estándar SRP31, perteneciente a la sección de supervisión de procesos de revisión de la tercera parte del segundo pilar de Basilea 3. Este estándar, publicado a finales de 2019, es conocido como el IRRBB o “interest rate risk in the banking books” o “Riesgo de tasas de interés en la cartera de inversión”.

En el documento de Basilea mencionado anteriormente, el riesgo generado por el techo del MTvT es clasificado dentro de la categoría de “Opciones automáticas”.

En el apartado 24 del IRRBB “Riesgo de tasas de interés en la cartera de inversión” se menciona que “Las opciones automáticas sobre tasas de interés más importantes que probablemente se incluyan en la cartera de inversión son los *caps* y *floors*, que suelen ser opciones implícitas en los productos bancarios”. Lo que corresponde al instrumento con el cual se está trabajando. En relación al cálculo del riesgo, este se determina de manera muy similar al capítulo 21-13 de la RAN:

**Para cada opción automática vendida o en la moneda  $c$ , la variación del valor, denotado por  $\Delta FVAO_{i,c}^o$ , se calcula en cada escenario de perturbación de tasas de interés  $i$ . La variación del valor viene dada por:**

- (i) una estimación del valor de la opción para su tenedor<sup>26</sup>, asumiendo:
  - a. una curva de rendimiento en la moneda  $c$  en el escenario de perturbaciones de tasas de interés  $i$ ; y
  - b. un aumento relativo de la volatilidad implícita del 25%;  
menos
- (ii) el valor de la opción vendida para su tenedor, dada la curva de rendimientos en la moneda  $c$  en la fecha de valoración.

Figura 2.7: Opciones sobre tasas de interés BIS

Del análisis realizado, resulta evidente la necesidad de obtener una valoración precisa del instrumento financiero, el cual se somete a una revalorización en respuesta a diferentes escenarios de tasas. Por consiguiente, parece imprescindible disponer de una metodología que permita valorar el instrumento en un escenario base, así como en diversos escenarios de tasas.

## 2.2. Problema

Como todo instrumento financiero, un crédito hipotecario presenta ciertos riesgos inherentes al mismo. Para el acreedor (Banco) los riesgos tradicionales de un crédito son los riesgos de tasa, los riesgos de prepago, los riesgos de no pago, entre otros.

En particular, para el mutuo con tasa variable y techo (MTvT), existe un riesgo económico asociado a la opcionalidad provocada por la diferencia que podría darse entre la tasa variable real y el techo, puesto que financieramente la presencia de un techo impide un ajuste oportuno y completo en la tasa de interés variable de la hipoteca a cambios en el costo de fondos de la

entidad emisora (Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N, 1991).

De acuerdo a lo expuesto con antelación en el análisis, dicho riesgo no solo existe, sino que es necesario informar a la entidad reguladora. Correspondiendo para el caso de Chile a la CMF y las entidades reguladoras respectivas de los países adscritos a los acuerdos de Basilea (28 jurisdicciones y 3 países observadores).

Así entonces, el problema que se aborda en esta tesis de investigación, es la ausencia de procedimientos y metodologías estandarizadas que permitan estimar el valor económico producido por el techo en los mutuos a tasa variable.

Enfrentar la situación descrita es necesario tanto para cumplir con la regulación bancaria como para tomar los resguardos en caso de exposición.

### **2.3. Oportunidad**

La oportunidad detectada es la de plantear y analizar metodologías y procedimientos que permitan estimar el valor generado por el techo de MTvT. Lo anterior a través de un análisis comparado controlado de diversos métodos de valoración.

Con esto se espera facilitar la adecuación a la normativa y obtener una correcta estimación del valor generado por el techo para cuestiones de suficiencia de capital y cumplimiento regulatorio. Los resultados serán entonces explotables tanto respecto a la normativa nacional (RAN 21-13) como aquella que derive de la normativa internacional (IRRBB) de Basilea.

Adicionalmente, se espera también aportar técnicamente en los aspectos normativos para la emisión de este instrumento lo que podría facilitar el aumento de ofertas de créditos hipotecarios

### **2.4. Justificación**

Debido a que los acuerdos de Basilea III, abordan precisamente estos asuntos, en particular la necesidad de contar con suficiente capital para enfrentar pérdidas en situaciones de crisis, se vuelve esencial tener una medición precisa del riesgo asociado a los diversos instrumentos financieros, en especial los relacionados con el mercado hipotecario.

A su vez, como se mencionó al referirse respecto de Basilea II, una de las causas que se le atribuyen a la crisis del 2008 fue el margen de acción que se les otorgó a los bancos para desarrollar sus propios modelos de cálculo de requisitos de capital en base al riesgo de su patrimonio, por lo cual una metodología estandarizada puede contribuir a evitar la situación descrita.

Una correcta medición del riesgo permite hacer reportes en conformidad a la norma, pero más importante que eso, también posibilita contar efectivamente con el capital de resguardo para hacer frente a una potencial crisis.

En particular, respecto a los requerimientos normativos chilenos, el capítulo 21-13 de la

RAN menciona que si el indicador  $\Delta EVE$  es superior a un 15 %, la comisión podrá exigir:

- i) Reducir exposiciones a RMLB.
- ii) Mejorar marco de gestión del riesgo .
- iii) Un aumento de capital por brecha

Es importante volver a tener presente que este indicador se ve directamente influido por la estimación del valor generado por el techo de MTvT (Ecuación 2.5).

Adicionalmente, existe un espacio de interés en la utilización de esta metodología y procedimientos, apreciación derivada de las conversaciones que se han desarrollado en el ámbito académico con ocasión del presente estudio.

# Capítulo 3

## Objetivos de la investigación

### 3.1. Objetivo General

Establecer lineamientos para generar valorizaciones del techo de mutuos con tasa variable y techo. Con la finalidad de poder comparar el desempeño y las características de las distintas formas de valorización.

### 3.2. Objetivo Específico

Para alcanzar el objetivo general planteado, se establecen los siguientes objetivos específicos a desarrollar:

- Determinar y entender el cuadro normativo en el que se desenvuelve el instrumento
- Determinar procedimientos para calcular el valor generado por el techo del MTvT (Opción automática)
- Establecer una estimación y generar simulaciones de tasa TAB
- Generar una curva para descontar los valores generados por el techo (tasa libre de riesgo)
- Comparar y analizar metodologías de valorización de opciones en base a simulaciones de tasa
- Realizar un análisis de sensibilidad de los métodos de valoración del techo así como un test de escenarios de perturbación.

# Capítulo 4

## Marco Conceptual

### 4.1. Revisión de la Literatura

Como se mencionó en los antecedentes, el IRRBB fue publicado por el BIS a finales de 2019, debido a lo reciente de su publicación y a la especificidad de las opciones automáticas, es que no ha habido un desarrollo amplio de literatura específica sobre el mismo.

De todos modos, existen estudios referidos a la valorización de opciones sobre tasas y también sobre la valorización de los “Capped Rate Mortgage” (Nombre en inglés para los MTvT), así como una basta oferta de metodologías de valorización de opciones “tradicionales”, es decir, opciones sobre acciones.

Respecto a la valorización de opciones sobre tasas se tiene el modelo de Black76 el cual permite hacer las transformaciones de riesgo de opcionalidad en flujo efectivo de capital.

Este modelo, también conocido como Black-Scholes-Merton-76 o simplemente Black 76, es una fórmula matemática utilizada en finanzas para calcular el valor de opciones financieras, como las opciones de compra (calls) y las opciones de venta (puts) en los mercados de valores. Este modelo es una extensión del modelo Black-Scholes original y se utiliza principalmente para opciones sobre futuros o contratos de futuros (Hull, 1996) (ref p424).

Publicado en 1976 por Fischer Black el artículo aborda las diferencias entre los contratos a futuro (forward de moneda) y los contratos de futuros (ej: intercambio futuro sobre un índice variable). En un contrato a futuro, el precio se mantiene fijo durante toda su duración, mientras que un contrato de futuros se ajusta diariamente, o en el caso del MTvT lo hace anualmente. De este modo utiliza el supuesto que el cambio esperado en el precio de los futuros se ajusta a una fórmula similar al modelo de fijación de precios de activos financieros. Por lo cual, se pueden derivar fórmulas para los valores de contratos a futuro y opciones de productos básicos en función del precio de los futuros y otras variables, utilizando suposiciones similares a las empleadas en la fórmula original de opciones (Black, 1976).

Respecto a la literatura sobre los “Capped Rate Mortgage”, se emplearán como referencia dos artículos que tratan sobre la valorización del instrumento general (valoración completa del crédito). Si bien no especifican lo que sería el valor generado por el techo, es decir la “opción automática”, sí proponen metodologías y bases teóricas útiles para esta investigación.

El primer artículo “Anatomy of an ARM: The Interest-Rate Risk of Adjustable-Rate Mortgages” (Stanton and Wallace, 1999) analiza la dinámica de los índices comúnmente utilizados en las hipotecas de tasa ajustable y la sensibilidad de las tasas de interés de las hipotecas de tasa ajustable.

La metodología de valoración de ARM precedente permite capturar simultáneamente los efectos de la dinámica del índice, el ajuste discreto del cupón, la amortización anticipada de la hipoteca, así como los límites (techos o pisos), tanto de por vida como periódicos.

En la práctica, el documento considera que el valor de un ARM no solo depende de la tasa de interés actual  $r_t$ , sino de todo el trayecto de las tasas de interés desde su emisión. Esto determina la tasa de cupón actual  $C_t$ , el nivel actual del índice  $I_t$  (que a su vez determina los movimientos futuros en la tasa de cupón) y el saldo principal restante actual  $F_t$ . Estas tres variables resumen toda la información relevante sobre la historia de las tasas de interés. Al agregarlas como variables de estado adicionales, se vuelve a un entorno de Markov donde todos los precios pueden escribirse como una función solo de los valores actuales de un conjunto de variables de estado subyacentes. Dicha función es expresada como una ecuación diferencial parcial que es solucionada utilizando el algoritmo de diferencias finitas.

De lo anterior nos interesa especialmente el tema de los techos y una parte específica de la metodología. Aunque la publicación propone una evaluación integral del instrumento, esto no es relevante para los objetivos de esta memoria, ya que está enfocada en modelar el valor generado por el techo. Sin embargo, sí se puede considerar la simulación de tasas de interés utilizando el modelo CIR para valorizar el instrumento.

El segundo artículo “Caps on Adjustable Rate Mortgages: Valuation, Insurance, and Hedging” (Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N, 1991), propone una valoración de dos factores: el primero, que considera lo relativo al flujo de caja y el segundo lo relativo al prepago.

El modelo de valoración de ARM es el modelo de dos factores de Brennan y Schwartz (1982) sobre la estructura temporal de tasas de interés libres de riesgo. Este modelo parte del supuesto de que toda la información relevante sobre la estructura temporal puede ser resumida por la tasa de interés sin riesgo instantánea (la “tasa corta”) y el rendimiento de un bono libre de riesgo (la “tasa larga”). Dadas las dinámicas asumidas de las tasas corta y larga, la ausencia de oportunidades de arbitraje produce la ecuación fundamental de valoración de ARM que debe ser resuelta sujeta a condiciones de límite y terminales apropiadas. Para lo anterior, se procede con una simulación de Vasicek de la tasa corta y larga, para luego agrupar la valoración completa del ARM en una única ecuación diferencial parcial la cual es resuelta siguiendo las técnicas de “Boyle 1977” y “Schwartz y Torous 1989” basadas en una simulación de montecarlo.

También se menciona las características y efectos de un “Lifetime Cap” (el techo) en el MTvT. En particular, el contrato de un ARM estipula dentro del mismo un límite superior que la tasa de interés no puede superar. A su vez, la tasa de interés del cupón del ARM se mantiene en el techo hasta que la tasa de interés a la cual está indexada el préstamo caiga por debajo de este cuando sea momento de revalorizar la cuota del crédito. La Sección 3806 de la

Ley de Paridad de Transacciones Hipotecarias Alternativas estadounidense de 1982 requiere que todos los ARMs estén sujetos a un techo. Típicamente, se permite un cambio máximo del 5 o 6 por ciento en la tasa de interés del cupón de un ARM en relación con su “tasa promocional” (teaser rate) durante la vida del préstamo basado en un índice del Tesoro a 1 año.

La tasa promocional, también conocida como tasa inicial o tasa teaser, representa el nivel de interés aplicado a los préstamos de tasa ajustable durante los primeros años de su vigencia. Por lo general, esta tasa es inferior a la tasa variable subyacente asociada al préstamo y se implementa con el propósito de atraer a los potenciales prestatarios, sirviendo así como un incentivo promocional.

Los techos exponen al acreedor del ARM a un riesgo de tasa de interés potencialmente significativo, ya que la tasa de interés del cupón del ARM está contractualmente impedida de responder completamente a aumentos significativos en el costo de fondos de la institución financiera.

Finalmente, en el numeral 3.5 “tratamiento de opciones” del capítulo 21-7 de la RAN, se detallan 3 métodos de valorizaciones de opciones tradicionales. Estos son el método simplificado, el método delta plus y el método de escenarios. Los cuales se detallaran en más adelante.

Es entonces que tomando como referencia las bases teóricas de la literatura propuestas, es que se generará una metodología que permita establecer lineamientos para generar valorizaciones del techo de mutuos con tasa variable y techo. Lo cual se explicará en el siguiente capítulo

## 4.2. Simulaciones de Tasa

Como se señaló en la sección anterior, para poder estimar el valor de los techos, se utilizaron simulaciones de tasa. En base a ello es que se usarán los modelos utilizados en esas investigaciones como base para esta memoria y que corresponden a modelos tradicionales de modelización de tasas. Estos métodos son CIR, Vasicek y MBG.

Estos tres modelos tienen como sustento teórico los procesos estocásticos. Se entiende que una variable sigue este proceso cuando su valor cambia con el tiempo de una manera incierta (aleatoria).

Por su parte, un proceso de Markov es un tipo particular de proceso estocástico en el que solo el valor actual de una variable es relevante para predecir el futuro. La historia pasada de la variable y la forma en que el presente ha surgido del pasado son irrelevantes. Se asume que los precios de las acciones y como se vio en la literatura, las tasas, siguen un proceso de Markov.

Un proceso de markov puede ser el de una variable  $X$  dependiente de una unidad de tiempo  $t$ ,  $X_t$  que evoluciona a cada paso según una distribución normal de  $N(0, 1)$

$$X_{t+1} = X_t + Z \quad \text{Donde } Z \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (4.1)$$

Lo cual se puede generalizar para un  $X_n$  arbitrario con lo que se tendrá una distribución  $X_n$

$$X_n = X_0 + Z \quad \text{Donde } Z \sim \mathcal{N}(0, n) \quad (4.2)$$

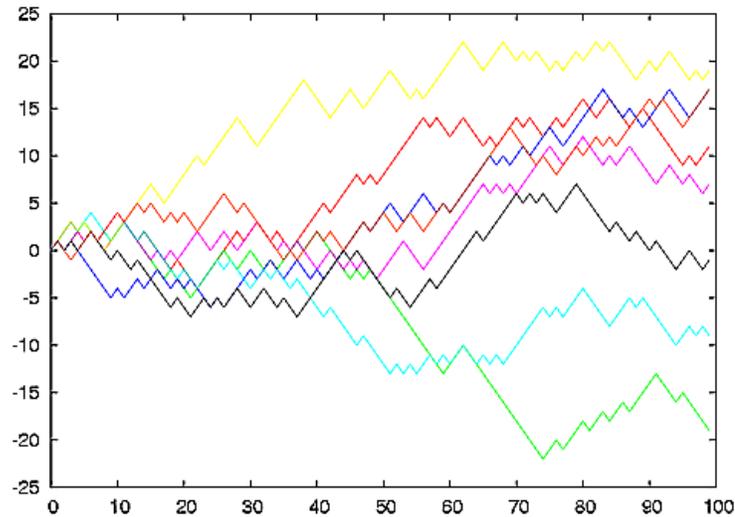


Figura 4.1: Ejemplo de distintas trayectorias que pudo haber seguido el proceso mencionado anteriormente

El movimiento que refleja la ecuación 4.1), corresponde a un proceso de Wiener. Este es un tipo particular de proceso estocástico de Markov, con un cambio de media cero y una varianza de uno. Se ha utilizado en física para describir el movimiento de una partícula que está sujeta a un gran número de pequeños choques moleculares, también denominado “movimiento Browniano”.

Un proceso de Wiener satisface las siguientes propiedades: Sea  $(\Omega, \mathfrak{F}, \mathcal{P})$  un espacio de probabilidad, un proceso estocástico  $\{W_t : t \geq 0\}$  se define como un proceso de Wiener estándar si satisface:

1.  $W_0 = 0$
2.  $W$  tiene trayectorias continuas;  $W_t$  es continuo en  $t$
3.  $W$  tiene incrementos normales: si  $t, s \geq 0$  entonces  $W_{t+s} - W_t \sim \mathcal{N}(0, s)t$
4.  $W$  tiene incrementos independientes, es decir, si  $0 \geq s_1 < t_1 \geq s_2 < t_2$  entonces  $W_{t_1} - W_{s_1}$  y  $W_{t_2} - W_{s_2}$  serán variables aleatorias independientes y será válida la condición cualquiera sea el incremento  $n_t$

La tasa de cambio promedio por unidad de tiempo para un proceso estocástico se conoce como “drift”, y la varianza por unidad de tiempo se conoce como volatilidad. El proceso de Wiener básico, que se ha desarrollado hasta ahora, tiene un drift de cero y una volatilidad de uno. Un proceso de Wiener generalizado para una variable  $x$  se puede definir en términos de  $dW$  como, con un drift de  $\mu$  y una volatilidad  $\sigma$  los cuales a su vez pueden estar en función del tiempo y de la variable  $X$ .

$$dx = \mu(x, t)dt + \sigma(x, t)dW \quad \text{Donde } W \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (4.3)$$

Los modelos de Vasicek y CIR, también hacen parte de la modelación estocástica con la diferencia que estos modelos permiten describir y simular las tasas directamente y son los modelos usados tradicionalmente para las simulaciones de tasa.

El modelo de Vasicek es un modelo matemático utilizado en la valoración de activos financieros y en la gestión de riesgos, especialmente en el ámbito de las tasas de interés. Fue desarrollado por el economista Oldřich Vašíček en 1977. Se trata de un tipo de modelo de tasa de interés de equilibrio, que describe cómo evoluciona una tasa de interés a lo largo del tiempo.

Dicho modelo considera que la tasa sigue el siguiente proceso:

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma dW_t \quad \text{Donde } W_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad y \quad r(0) = r_0 \quad (4.4)$$

Donde  $W_t$  es un proceso de Wiener que modela el factor de riesgo de mercado aleatorio, en el sentido de que modela la entrada continua de aleatoriedad en el sistema. El parámetro de desviación estándar  $\sigma$  determina la volatilidad de la tasa de interés y, de alguna manera, caracteriza la amplitud del choque instantáneo de aleatoriedad. El término  $\alpha(\mu - r_t)$  representa una fuerza que atrae a la tasa hacia la media a largo plazo  $\mu$  con un parámetro de velocidad  $\alpha$ .

Los parámetros típicos  $\mu$ ,  $\alpha$  y  $\sigma$ , junto con la condición inicial  $r_0$ , caracterizan completamente la dinámica y pueden entenderse de la siguiente manera, asumiendo que  $\alpha$  no es negativo:

- $\mu$  “nivel medio a largo plazo”: Todas las trayectorias futuras de revolucionarán alrededor de un nivel medio  $\mu$  a largo plazo.
- $\alpha$  “velocidad de reversión”:  $\alpha$  caracteriza la velocidad a la que dichas trayectorias se agruparán alrededor de  $\mu$  en el tiempo.
- $\sigma$  “volatilidad instantánea”: mide instante por instante la amplitud de la aleatoriedad que ingresa al sistema. Un  $\sigma$  más alto implica más aleatoriedad.

La Ecuación Diferencial Estocástica 4.4 es lineal y posee la siguiente solución analítica:

$$r_t = r_s e^{-\alpha(t-s)} + \mu(1 - e^{-\alpha(t-s)}) + \sigma \int_s^t e^{-\alpha(t-u)} dW_u \quad (4.5)$$

El modelo CIR es muy similar al modelo de Vasicek y también se usa en la valoración de activos financieros y en la gestión de riesgos, especialmente en el ámbito de las tasas de interés y propone una ecuación diferencial estocástica muy similar.

$$dr_t = \alpha(\mu - r_t)dt + \sigma\sqrt{r_t}dW_t \quad \text{Donde } W_t \sim \mathcal{N}(0, 1) \text{ y } r(0) = r_0 \quad (4.6)$$

La diferencia radica en que en el modelo de CIR, la volatilidad de la tasa de interés  $\sigma$  está multiplicada por  $\sqrt{r_t}$ , lo que significa que la volatilidad considera la tasa de interés misma. Esta característica permite que la volatilidad aumente a medida que la tasa de interés aumenta, lo que es considerado más realista en comparación con el modelo de Vasicek, en el cual la volatilidad es constante y también asegura que las tasas siempre sean positivas. Sin embargo, el modelo de CIR no tiene una solución analítica explícita como la tiene el modelo de Vasicek. Para generar las simulaciones se utilizará el método Euler–Maruyama.

### 4.3. Modelos de Valorización

En base a lo establecido en el capítulo anterior, se utilizará el método de Montecarlo, Black 76 y las metodologías propuestas en el capítulo 21-7 de la RAN (CMF RAN 21-7, 2020) sobre tratamiento de opciones para estimar valor generado por el techo en los MTvT.

La fundamentación para el uso de modelos de opciones, tiene que ver con la existencia del techo. Por ejemplo, si la tasa de mercado es de 6 % y el techo es de 5 % el banco estaría recibiendo un 1 % menos del flujo que le “cuesta” dicho crédito. Lo anterior ejemplifica que en caso de sobrepasar el techo, el banco recibe menores ingresos que los que debería (para el costo de oportunidad del flujo) por lo que “pierde dinero”.

La situación descrita anteriormente, que corresponde a la de las “opciones automáticas” descrita en la sección (2.1.4.3.), es similar a la de las opciones tradicionales en el sentido en que una opción tradicional se refiere al acuerdo que ejercen 2 partes para comprar (o vender) el derecho a comprar (o vender) un bien subyacente en el futuro.

Por ejemplo, un agricultor puede adquirir el derecho a comprar semillas de maíz a un precio específico en el futuro. Esto implica que si el precio de mercado es inferior al precio acordado, el agricultor no ejercerá su derecho; sin embargo, si el precio de mercado es mayor, entonces sí ejercerá su derecho. De esta manera, asegura un precio máximo para la compra de las semillas en el futuro.

Análogamente, en el caso de las “opciones automáticas”, el deudor adquiere el derecho “automático” a pagar a una tasa de interés más baja si la tasa de mercado supera el techo acordado.

Es entonces que tiene sentido modelar lo anterior como una opción, ya que una opción de

compra permite estimar el valor de mercado hoy de esa potencial diferencia de precio en el futuro a partir de la data histórica y de mercado actual.

Estos modelos permiten calcular el valor de la opción como un porcentaje del flujo de capital asociado. Es decir, dan como resultado un porcentaje del valor del flujo como valor de la “opción automática”. Asumiendo que el flujo es el mismo dado que se busca comparar los modelos es que no es necesario conocer el valor nominal del flujo y se pueden comparar los modelos directamente.

Es importante tener en cuenta que es necesario traer a valor presente los flujos asociados a las cuotas para hacer comparaciones adecuadas.

### 4.3.1. Monte Carlo

El modelo de Montecarlo es una técnica estadística y computacional que se utiliza para simular resultados posibles en situaciones estocásticas. Su nombre se deriva del famoso casino de Montecarlo, ya que la metodología se basa en la generación de múltiples muestras aleatorias para estimar resultados en escenarios probabilísticos.

La idea fundamental detrás del modelo de Montecarlo es realizar repeticiones computacionales de un proceso, cada una con elementos aleatorios diferentes. A través de estas repeticiones, se generan múltiples escenarios posibles, y al analizar los resultados acumulados, se obtienen estimaciones estadísticas y probabilísticas.

Estas técnicas de simulación de Montecarlo se utilizan para valorar hipotecas de tasa ajustable y diversas opciones de techo incorporadas en ellas (Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N, 1991).

En un enfoque práctico, si una simulación considera una línea como una lista con las tasas variables a 1 año simuladas para cada año, esta metodología verifica en cada línea de simulación las fechas de pago en las cuales la tasa real excedió el límite superior. Si la tasa real estuvo por debajo de este límite, el valor de la opción es nulo; en caso contrario, el valor se determina como la diferencia entre la tasa real y el techo, traído a valor presente.

De este modo, el valor de la opción sería directamente el porcentaje del flujo que se está dejando de recibir debido al techo.

### 4.3.2. Black 76

Aterrizando de manera práctica los principios expuestos al comienzo de este capítulo, el modelo Black 76 permite valorar la opción (de compra)  $C$  utilizando la siguiente fórmula:

$$c = e^{-rT}[F_0N(d_1) - KN(d_2)] \quad (4.7)$$

Considerando  $d_1$  y  $d_2$  como

$$d_1 = \frac{\ln(F_0/K) + \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} \quad (4.8)$$

$$d_2 = \frac{\ln(F_0/K) - \sigma^2 T/2}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (4.9)$$

Donde las variables son:

Precio del subyacente ( $F_0$ ): Es el valor actual del activo subyacente, como un índice o un contrato de futuros. En este caso es la tasa forward asociada al palzo T.

Precio de ejercicio ( $K$ ): Es el precio al que el titular de la opción tiene derecho a comprar (para una opción de compra) o vender (para una opción de venta) el activo subyacente. En este caso el techo.

Tiempo hasta el vencimiento ( $T$ ): Es el período de tiempo restante hasta que expire la opción.

Tasa de interés libre de riesgo ( $r$ ): Representa la tasa de interés continua compuesta que se utiliza para descontar los flujos de efectivo futuros.

Volatilidad ( $\sigma$ ): Es la medida de la variabilidad del precio del activo subyacente y se utiliza para estimar cuánto cambiará el precio en el futuro. En este caso la volatilidad de los "retornos" de la tasa variable asociada al MTvT.

Es evidente la similitud de esta fórmula con el modelo de Black and Scholes. Siendo la diferencia principal que el primero se utiliza para opciones y el segundo para futuros.

### 4.3.3. Método Simplificado

El método simplificado, propuesto por la CMF plantea lo siguiente:

"Las posiciones de las opciones y su subyacente asociado (contado o forward) son tratados por separado, incorporando riesgo específico y riesgo general de mercado para la estimación del cargo. Los resultados obtenidos son incorporados de manera directa a la estimación del cargo en cada categoría de riesgo relevante. Este cargo se determina como el menor valor entre:

- El valor de mercado del instrumento subyacente asociado, multiplicado por el PRM respectivo, de acuerdo con la clase de riesgo a la que corresponde la posición; y
- $\sigma$  El valor de mercado de la opción."

Así, este método plantea que en primera instancia el riesgo específico (en este caso el asociado a la opción automática) se trata independiente del riesgo general de mercado y luego para determinar el riesgo asociado a la opcionalidad, se debe valorar el instrumento bajo dos modalidades. Estas son el valor de mercado de la opción y el valor de mercado del subyacente (en este caso la cuota) multiplicado por los ponderadores de riesgo de mercado (PRM).

Zona	Banda Temporal	Cambio en la Tasa (pb)			PRM		
		CLP	UR	MX	CLP	UR	MX
Zona 1	< 1 mes	115	500	210	0,00%	0,38%	0,00%
	1 – 3 meses	110	400	190	0,21%	0,80%	0,21%
	3 – 6 meses	105	300	175	0,51%	1,14%	1,17%
	6 – 12 meses	100	250	160	0,86%	1,42%	2,09%
Zona 2	1 – 2 años	90	180	145	1,25%	1,67%	2,95%
	2 – 3 años	85	135	130	1,69%	1,89%	3,77%
	3 – 4 años	80	100	120	2,18%	2,12%	4,54%
	4 – 5 años	75	80	110	2,71%	2,38%	5,26%
Zona 3	5 – 7 años	70	60	100	3,29%	2,67%	5,92%
	7 – 10 años	65	45	90	3,92%	3,04%	6,54%
	10 – 15 años	60	35	80	4,59%	3,49%	7,11%
	15 – 20 años	60	30	75	5,31%	4,06%	7,63%
	> 20 años	60	30	70	6,07%	4,75%	8,10%

Figura 4.2: Ponderadores de riesgo de mercado

Dado que el valor de mercado del subyacente corresponde al valor de la cuota (es decir, el flujo de capital) y que las comparaciones se están haciendo independientes del valor nominal del capital (es decir, el monto), es que se puede considerar únicamente el valor del PRM para comparar con el valor de la opción ya que el monto no se considera para la comparación entre modelos.

En relación al valor de la opción, se utilizará el modelo Black76. Por consiguiente, el resultado del método simplificado sería el valor mínimo entre el método de Black y los ponderadores de mercado.

#### 4.3.4. Escenarios

Como menciona la CMF, el método de escenarios, un banco debe evaluar el cambio del valor de las opciones y las posiciones de cobertura asociadas. Esto se hace utilizando una matriz donde un eje representa los cambios en el precio o tasa subyacente (estos rangos varían según el tipo de riesgo), y el otro eje representa los cambios en la volatilidad del subyacente. En cada punto de la matriz se refleja cómo cambia el valor de la opción en comparación con un valor base, según las variaciones en la volatilidad y el precio/tasa del subyacente.

Para cada subyacente específico, se debe crear una matriz independiente, de acuerdo con el método delta plus. En el caso de opciones sobre acciones e índices de acciones, el rango se establece en  $\pm 11\%$ . En todos los casos, se deben utilizar al menos siete observaciones (incluyendo el valor actual) para dividir el rango propuesto en intervalos igualmente espaciados.

En el caso chileno, para bancos con un gran número de opciones de tasas de interés, y a discreción de la CMF, se puede reducir el número de bandas temporales a un mínimo de 6 para la construcción de los escenarios. Esto significa que el banco puede combinar las bandas temporales definidas en el modelo general de riesgo de tasas de interés para crear nuevos segmentos. Cada nueva banda temporal puede incluir hasta un máximo de 3 bandas originales. El cambio asumido en la tasa debe basarse en el valor máximo de las bandas temporales que la componen.

La segunda dimensión de esta matriz se refiere al cambio en la volatilidad del subyacente, que se establece en +25 % y -25 %, lo que se considera suficiente en la mayoría de los casos.

Después de valorar las opciones con los escenarios de la matriz, cada celda de la matriz contendrá la ganancia/pérdida neta de las opciones y los instrumentos subyacentes.

En la Tabla 4.1 se ilustra la matriz de escenarios para un flujo de opción automática

Tabla 4.1: Matriz de Escenarios

Valor de la opción en cada escenario						
Cambio en volatilidad	Cambio de la tasa del subyacente					
	-11 %	-5 %	0 %	2 %	5 %	11 %
-25 %	$V_{1,1}$	-	-	-	-	$V_{1,6}$
0 %			$V_{3,3} = V_0$			
25 %	$V_{3,1}$	-	-	-	-	$V_{3,6}$

El valor de la Call o riesgo de opcionalidad sería entonces la celda con el mayor valor.

### 4.3.5. Delta Plus (Griegas)

En el método delta plus, el riesgo de opcionalidad se calcula utilizando los factores de sensibilidad delta, gamma y vega. Estos valores son conocidos en finanzas como las “griegas”.

Las “griegas” se refieren a un conjunto de medidas o indicadores que se utilizan para evaluar y comprender el cambio del precio de una opción financiera en respuesta a diversos factores, como el cambio en el precio del activo subyacente, la volatilidad, el tiempo, las tasas de interés y otros. Las griegas consideradas en el modelo son:

Delta ( $\Delta$ ): El delta mide la sensibilidad del precio de una opción ( $V$ ) ante un cambio en el precio del activo subyacente ( $S$ ). Un delta de 1 significa que el precio de la opción se moverá en paralelo con el precio del activo subyacente, mientras que un delta de 0.5 indica que la opción se moverá a la mitad de la velocidad del activo subyacente.

Gamma ( $\Gamma$ ): El gamma mide la tasa de cambio del delta en respuesta a un cambio en el precio del activo subyacente. Es útil para entender cómo el delta de una opción puede cambiar a medida que el precio del activo subyacente se mueve.

Vega ( $\nu$ ): La vega mide la sensibilidad del precio de una opción a cambios en la volatilidad del activo subyacente ( $\sigma$ ). Cuanto mayor sea la vega, más impacto tendrá un aumento en la volatilidad en el precio de la opción. Puede ser útil remarcar que que en realidad no es una letra griega ( $\nu$  es la letra que se emplea para designarla).

También existen otras griegas no consideradas en el modelo, como las siguientes:

Theta ( $\Theta$ ): El theta mide cómo el valor de una opción cambia con el paso del tiempo. Es una medida del deterioro del valor temporal de la opción a medida que se acerca la fecha de vencimiento.

Rho ( $\rho$ ): El rho mide la sensibilidad del precio de una opción a cambios en las tasas de interés. Las opciones de compra (call options) tienden a tener un rho positivo, lo que significa que su precio aumenta con tasas de interés más altas, mientras que las opciones de venta (put options) tienden a tener un rho negativo.

Estas medidas proporcionan una comprensión más profunda de cómo las opciones reaccionan a diferentes factores del mercado.

El método delta plus requiere determinar el delta, gamma y vega para posteriormente calcular el valor del techo.

Si bien las griegas se definen como medidas de sensibilidad, es decir, el cambio de una unidad respecto a otra, el modelo de Black permite determinar estos valores de manera analítica a través de las fórmulas siguientes:

$$\Delta = \frac{\partial V}{\partial S} = e^{-rt} \phi(d_1)$$

$$\Gamma = \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = e^{-rt} \frac{\phi(d_1)}{f \sigma \sqrt{(T)}} \quad (4.10)$$

$$\nu = \frac{\partial V}{\partial \sigma} = f e^{-rt} \phi(d_1) \sqrt{(T)}$$

Donde la función  $\phi$  es la función densidad de una distribución normal (la derivada de la función de distribución acumulada). Luego el valor de la opción completo se calcula de la siguiente forma:

$$V_{call} = \delta \cdot \Delta S_1 + \frac{1}{2} \gamma (\Delta S_2)^2 + \nu \Delta \sigma_{TAB}$$

$$\Delta S_1 = \text{Valor de mercado de la opción}$$

$$\Delta S_2 = \text{Valor de mercado de la opción} \times \text{PRM} \quad (4.11)$$

$$\Delta \sigma_{TAB} = \pm 25\% \text{ a la volatilidad de la tasa}$$

(+ si posición corta - si larga)

Donde los PRM son los ponderadores de riesgo de mercado que establece la normativa y se ilustraron en la sección de Método Simplificado. Dicha asignación es consistente con la literatura.

Luego, el factor de la volatilidad tasa es 1.25, dado que, en términos de la opción aislada, es el acreedor el que tiene la posición corta, puesto que si la tasa sobrepasa el techo, es el deudor el que tiene un beneficio, ya que estaría desembolsando flujos menores a los de mercado. Por lo tanto, es este último el que tiene la posición larga, ya que al analizarlo únicamente desde la perspectiva de la opción es cuando le conviene ejercer (Hull, 1996). Aun cuando en términos del crédito hipotecario el deudor va a preferir la tasa más baja posible.

# Capítulo 5

## Metodología

### 5.1. Procedimiento

La metodología utilizada comprende la comparación del desempeño de los distintos modelos de valorización del techo de un MTvT.

Para esto se realizará en un principio simulaciones de tasa variable a partir de los parámetros obtenidos de la data histórica. Estos modelos son de tipo MBG/MBA, CIR y Vaicek como se mencionó en el marco conceptual.

La tasa variable con la cual se trabajará es la tasa TAB. Puesto que esta ha sido la tasa usada en el pasado como referencia en la oferta Chilena de MTvT y la tasa que se usa para los créditos a tasa variable (ref 2.2).

Dado que la simulación de tasa depende de la data histórica, esta metodología es replicable a cualquier tasa de la cual se disponga registros históricos.

Una vez obtenida las simulaciones de tasa se aplicarán los cinco modelos mencionados en la sección de modelos de valorización que permiten valorar la opción asociada a cada flujo a partir de las tasas simuladas.

Debido a que el resultado de las metodologías de valorización están expresadas en unidades de tasa sobre el flujo, como se explico en el capitulo 4.3 el monto del crédito no va a incidir en los métodos utilizados y podrán ser comparados entre ellos como porcentaje del flujo asociado al periodo de dicha tasa.

Dichos resultados serán comparados realizando un análisis estadístico así como un análisis de sensibilidad (cambios del valor de la opción ante cambios porcentuales de tasa) y un análisis de perturbaciones de tasa (subidas/bajadas paralelas, cambios de pendientes y de tasa corta/larga).

### 5.2. Datos y Supuestos

### 5.2.1. Mutuo con Tasa Variable y Techo

Para modelar los mutuos con tasa variable y techo, se establecerán una serie de supuestos y consideraciones.

En primer lugar, se tratarán los flujos como anuales, en consonancia con la práctica actual en la oferta de créditos a tasa variable, que se caracteriza por reajustes anuales, como se evidencia en entidades como Itaú (ref A.1) y Santander (ref A.2). Además, la literatura sobre MTvT también respalda la adopción de reajustes anuales, como se destaca en el estudio “Caps on Adjustable Rate Mortgages: Valuation, Insurance, and Hedging” (Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N, 1991).

En referencia a la información disponible sobre la oferta de MTvT en 2005 y 2006, se especifica que el techo “corresponde a la tasa final máxima que puede aplicarse al deudor, una vez que se inicie el periodo de aplicación de la tasa variable”. De esta afirmación se infiere que la tasa se fija anualmente.

Esta premisa implica que los 12 flujos mensuales de MTvT se definen en el momento del reajuste de la tasa. Por consiguiente, se pueden consolidar todos estos flujos mensuales en un único flujo anual, considerándolo como pagadero al inicio del periodo anual.

El conjunto de flujos de cada año va a ser conocido como “caplet” y se puede entonces entender un MTvT como un conjunto de “caplets”. De este modo estimar el riesgo de un MTvT es equivalente a estimar el riesgo de de cada uno de los “caplet” por separado.

Luego, y como se mencionó anteriormente, la tasa variable que vamos a considerar es la tasa TAB. Debido a que es la tasa que se ha usado como tasa variable de los MTvT disponibles anteriormente y sigue siendo la tasa que se usa en los créditos hipotecarios a tasa variable (ABIF, 2004). Además se tiene libre acceso a la data histórica de las publicaciones de tasa TAB que cuenta con información desde el 2002.

Para la elección del techo, la literatura indica que estos se sitúan entre un 5% y 6% (Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N, 1991) sobre la tasa inicial por lo que se usará un techo de 9% para las simulaciones dado que la tasa promedio TAB historica ha sido de 4.7%. Los niveles actuales de tasa TAB siguen influenciados por los efectos de la pandemia y el escenario económico del 2023, por lo que se tomó el promedio histórico ya que refleja de mejor manera el valor de la tasa. Además los créditos hipotecarios son otorgados a plazos superiores a 10 años por lo que hay que tomar una ventana mayor de información y tener presente que el objetivo es la comparación entre los distintos modelos de valoración.

Para determinar el plazo del crédito, se tomará un horizonte de 30 años. Lo anterior debido a que el plazo promedio de los créditos hipotecarios en Chile es de 26 años y con un máximo histórico de 27 años (Espinoza, Valdés, 2023).

**Figura N°4: Plazo promedio de los Crédito Hipotecarios**



Fuente: IPP UNAB en base a Banco Central

Figura 5.1: Plazo Créditos

Adicionalmente, para traer a valor presente los flujos, los bonos de mayor duración son a 30 años por lo que se está limitados a dicha fecha.

## 5.2.2. Tasa TAB

### 5.2.2.1. Historia

La tasa TAB (Tasa Activa Bancaria) es una tasa de interés de referencia que tiene, entre otras, la finalidad de ser utilizada en operaciones de crédito que contemplen tasas variables (ABIF, 2004).

Fue adoptada como norma legal en noviembre del año 2003 como un acuerdo del directorio de la asociación de bancos e instituciones financieras de Chile (ABIF).

Actualmente su elaboración es administrada por la Chilean Benchmark Facility SpA (CBF) que a su vez es subsidiaria de Global Rate Set Systems Ltd (GRSS). GRSS es una empresa independiente especializada en la administración de tasas de referencia y la prestación de servicios a otros administradores de tasas de referencia.

La ABIF ha delegado entonces la responsabilidad de la elaboración, administración y publicación de la tasa TAB a estas instituciones.

Los datos disponibles son de libre acceso y se encuentran repartidos en 2 excels. El primero contiene data histórica del 2 de enero del 2002 hasta el 14 de mayo de 2010. El segundo cuenta con información del 17 de mayo de 2010 hasta el 28 de abril de 2023. Por lo que ya se tiene un amplio periodo de información. Esta tasa (TAB nominal) es reportada diariamente (días hábiles) con un horizonte de 30, 90, 180 y 360 días.

A partir del 2010, también se cuenta con una tasa TAB en UF que podría ser interesante de analizar. No obstante dado que la tasa nominal ha existido por un período más extenso y fue la tasa a la que estuvieron indexados los MTvT durante el 2005-2006, se ha decidido seleccionar la tasa nominal TAB360 como la tasa de estimación.

Es relevante destacar que, al emplear una tasa nominal, cualquier dato expresado en UF debe convertirse a pesos antes de su utilización, lo que incluye la necesidad de llevar a valor presente en pesos los flujos futuros. Sin embargo, dado que la comparación entre modelos se realizará en unidades de tasa, los resultados no se verán afectados por esta consideración. Cabe mencionar que esta conversión sí incidirá en la tasa de descuento.

### 5.2.2.2. Simulación

Siguiendo lo mencionado en el marco teórico, se procedió en primer lugar a unir todos los datos disponibles en una base con unidades consistentes, puesto que entre 2002 y 2010 la tasa anual a 1 año era expresada mensualmente y desde 2010 a la fecha es expresada anualmente. De esta manera se creó una tabla con la tasa TAB360 nominal expresada en composición anual reportada diariamente desde enero del 2002 hasta abril de 2023.

Con los datos de aquella tabla se procedió a calcular los parámetros necesarios para realizar las simulaciones de tipo MBG.

El capítulo 14.3 del libro “Introducción a los mercados de futuros y opciones” menciona que el proceso que siguen las acciones es el siguiente, el cual es un tipo de proceso de Wiener generalizado conocido como movimiento browniano geométrico (MBG) (Hull, 1996)

$$\begin{aligned} dS &= \mu S dt + \sigma S dz \\ \frac{dS}{S} &= \mu dt + \sigma dz \\ z &\sim \mathcal{N}(0, 1) \end{aligned} \tag{5.1}$$

Donde  $\mu$  y  $\sigma$  son el retorno y volatilidad de la serie histórica de retornos de la acción.

Luego, aplicando el lema de Ito (Casparri et al., 2013), se puede describir el proceso para la variable S de manera como:

$$\begin{aligned} \ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) &= (\mu - \sigma^2/2)(T - t) + \sigma z \sqrt{T - t} \\ S_T &= S_{T-1} e^{(\mu - \sigma^2/2)(T-t) + \sigma z \sqrt{T-t}} \end{aligned} \tag{5.2}$$

De esta manera, se aplicará el mismo principio para la generación de las simulaciones de tasa. Las cuales ahora se pueden expresar a partir del valor  $S_0$  y los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ .

A diferencia de los modelos MBG/MBA, los modelos de tasa CIR y Vasicek permiten la realización de simulaciones directamente a partir de las tasas históricas. En otras palabras, no es necesario calcular los retornos; solo se requiere determinar los parámetros de los modelos.

Para la estimación de dichos parámetros, se empleara el código propuesto en el artículo “CIR Modeling of Interest Rates” (Miao, 2018). Este artículo incluía en anexo un código en

MATLAB diseñado para calcular los parámetros de cada uno de los métodos. El proceso de estimación utiliza la metodología de maximización de la función de verosimilitud, junto con el método de mínimos cuadrados ordinarios, con el fin de encontrar valores iniciales para los parámetros. En particular se utilizó la primera para estimar dichos valores.

Una vez obtenidos los parámetros, de estos modelos se utilizará la aproximación Euler Marayuma (ref A.3) para generar las simulaciones numéricas de tasas (Hurn et al., 2019).

La simulación se llevó a cabo empleando el lenguaje de programación Python en conjunto con el módulo Pandas, dada su eficiencia en el manejo de datos tabulares. Además, se emplearon diversos paquetes adicionales para análisis estadístico y visualización, entre ellos: “statistics”, “seaborn”, “matplotlib”, “mpl\_toolkits.mplot3d”, y “scipy” (optimize y stats).

A partir del módulo Pandas, se generó una matriz o DataFrame de dimensiones 10000 x 30. Esta matriz contiene resultados de variables aleatorias distribuidas normalmente con media cero y desviación estándar uno, siguiendo un proceso de Wiener. De este modo, cada fila  $i$  de la matriz representa un camino aleatorio de un proceso de Wiener, mientras que cada columna  $j$  representará la tasa simulada para un año específico del crédito en consideración.

Utilizando estos caminos aleatorios y tomando en cuenta los parámetros de los modelos establecidos, así como la tasa inicial, se procedió a simular los caminos que podrían seguir las tasas en cada uno de los caminos aleatorios predefinidos. De esta manera, se generaron tres simulaciones de tasas, cada una contemplando 10,000 posibles escenarios para cada año.

### 5.3. Aplicación de las Metodologías

Para la aplicación de las valorizaciones, se diseñarán funciones específicas que recibirán como parámetro las columnas que contienen las tasas simuladas de un DataFrame de Pandas. Estas funciones se encargarán de aplicar las distintas metodologías de valoración sobre cada columna respectiva, generando así una nueva columna que contendrá los valores estimados por el método de valoración seleccionado.

Posteriormente, estas funciones serán ejecutadas de manera iterativa sobre cada columna del DataFrame original. Como resultado de esta iteración, se obtendrá un DataFrame completo que contendrá las valorizaciones calculadas para cada una de las columnas de tasas simuladas. Esta matriz resultante representará una herramienta fundamental para el análisis de las metodologías de valoración.

### 5.4. Tasa de Descuento

Las metodologías de valoración mencionadas en el marco conceptual hacen uso de una tasa libre de riesgo para poder traer a valor presente el flujo de dinero estimado.

Dado que el objetivo es la comparación entre los distintos métodos de valoración del techo, es que se va a considerar que la tasa de descuento a utilizar es la equivalente a la de un flujo de dinero libre de riesgo. En consecuencia, se omite la consideración de otros riesgos inherentes al pago de una cuota de crédito. Este enfoque permite aislar la variable de la tasa

de descuento y evaluar de manera más precisa y directa los métodos de valoración en estudio, sin la influencia de factores externos que podrían distorsionar los resultados.

Por lo cual se va a considerar que la tasa libre de riesgo es similar la de valoración de un bono en pesos emitido por el Banco Central y/o la Tesorería General de la República (Habash, 2023).

La Bolsa de Santiago genera un indicador que contabiliza en su cálculo a las transacciones efectuadas en rueda de los “Bonos del Banco Central de Chile en Pesos” (BCP) y los “Bonos de la Tesorería General de la República de Chile en Pesos” (BTP) <sup>2</sup>. Dicho indicador permite entonces conocer cuál es el valor de mercado actual de los flujos libre de riesgo.

<b>FIXU0930</b> Valor 2,68      1:20 PM 0,00	<b>FIXU930</b> Valor 2,68      1:20 PM 0,00	<b>PESOS-02</b> Valor 5,43      1:20 PM 0,00
<b>PESOS-03</b> Valor 5,84      1:20 PM 0,00	<b>PESOS-04</b> Valor 7,85      1:20 PM 0,00	<b>PESOS-05</b> Valor 5,42      1:20 PM 0,00
<b>PESOS-07</b> Valor 5,48      1:20 PM 0,00	<b>PESOS-10</b> Valor 5,58      1:20 PM 0,00	<b>PESOS-20</b> Valor 5,46      1:20 PM 0,00
<b>PESOS-30</b> Valor 5,45      1:20 PM 0,00	<b>UF-02</b> Valor 3,22      1:20 PM 0,00	<b>UF-03</b> Valor 3,04      1:20 PM 0,00

Figura 5.2: Valores indice tasa libre de riesgo

Luego con esta información se puede realizar una curva de descuento, generando una curva de rendimientos de bonos, utilizando el método de Nelson Siegel (Habash, 2023).

<sup>2</sup> [https://servicioscms.bolsadesantiago.com/Corporativo/Documentos/Relacionado/Notas\\_RESB.html](https://servicioscms.bolsadesantiago.com/Corporativo/Documentos/Relacionado/Notas_RESB.html)

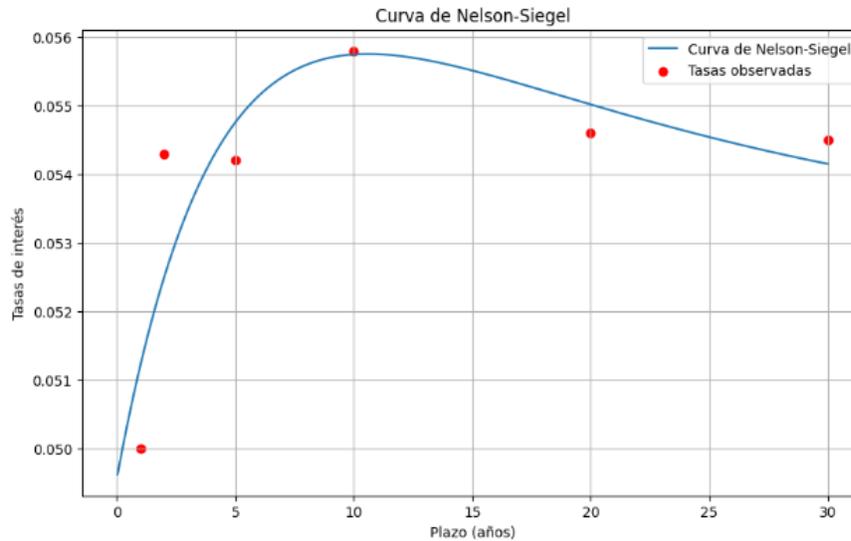


Figura 5.3: Curva de tasa libre de riesgo

De esta manera, dado que contamos con los parámetros que describen la curva de Nelson-Siegel, es posible determinar la tasa de descuento para cada uno de los años de los caplets.

Tabla 5.1: Tasas de descuento

Año	Tasa	Año	Tasa	Año	Tasa
0	5,00 %	X	X	X	X
1	5,12 %	11	5,58 %	21	5,49 %
2	5,25 %	12	5,57 %	22	5,48 %
3	5,35 %	13	5,57 %	23	5,47 %
4	5,42 %	14	5,56 %	24	5,46 %
5	5,48 %	15	5,55 %	25	5,45 %
6	5,51 %	16	5,54 %	26	5,45 %
7	5,54 %	17	5,53 %	27	5,44 %
8	5,56 %	18	5,52 %	28	5,43 %
9	5,57 %	19	5,51 %	29	5,42 %
10	5,57 %	20	5,50 %	30	5,42 %

## 5.5. Herramientas de análisis

### 5.5.1. Estadística Descriptiva

Se llevará a cabo un análisis de los resultados de los diferentes métodos mediante el uso del módulo “seaborn”. Este análisis se centrará en examinar cómo se comportan los métodos individuales en relación con cada tipo de simulación de tasa, utilizando estadística descriptiva, especialmente a través de la representación gráfica mediante diagramas de bigotes.

Los diagramas de bigotes permiten visualizar el primer cuartil, la mediana, el segundo cuartil, así como valores teóricos máximos y mínimos razonables si es que se asume una distribución normal. Los valores que se encuentran fuera de la caja son denominados *outliers* o valores atípicos.

Se considera un outlier cuando el valor sobrepasa 1.5 diferencias intercuartiles, lo que dentro de una distribución normal es aproximadamente una distancia de 2 sigmas en ambos sentidos respecto al promedio.

### 5.5.2. Sensibilidad

El análisis de sensibilidad tiene como objetivo evaluar cómo responden los métodos ante cambios en las estimaciones de las tasas futuras, ya sea un aumento o una disminución con respecto a las previsiones basadas en datos históricos. Se trata entonces de comparar el caso base, que se representa mediante el valor esperado calculado con los parámetros actuales, con las variaciones (aumentos o disminuciones) en las tasas proyectadas. Este análisis ofrece una comprensión detallada de la capacidad de los modelos para adaptarse a diferentes escenarios, lo que permite evaluar su robustez y confiabilidad.

Para esto se multiplicarán las tasas simuladas por los factores de la tabla siguiente:

Tabla 5.2: Tabla de Factores de Sensibilidad

Factores de multiplicación de tasas								
0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99
1,01	1,02	1,03	1,04	1,05	1,10	1,15	1,20	1,25

De esta manera se calculará el DataFrame  $S$  que contendrá la diferencia promedio para cada factor  $f$ , para cada *caplet*  $i$  y para cada método  $m$ , respecto al valor base.

$$\bar{S} = \frac{V_{f,i,m}^- - V_{base,i,m}^-}{V_{base,i,m}^-} \quad (5.3)$$

### 5.5.3. Escenarios de Perturbación

En el numeral 5 del anexo 1 del capítulo 21-13 de la RAN (CMF RAN 21-13, 2020) se detallan seis pruebas de tensión destinadas a aplicarse a las posiciones comprendidas en el libro de banca. Dada la valorización del MTvT a partir de una curva de tasas y la asignación de las opciones automática al RMLB, resulta relevante someter las tasas simuladas a estas pruebas de tensión para comparar el desempeño de los distintos métodos de valoración ante tales escenarios.

Para determinar las perturbaciones, la normativa parte definiendo parámetros a utilizar en los escenarios. Estos son  $R_{paralelo}$ ,  $R_{corto}$  y  $R_{largo}$ , y, para el caso de los MTvT hay que utilizar los valores de la categoría UR (unidades reajustables). Estos valores son 2%, 2,5% y 1,5% respectivamente.

A continuación se detallaran los escenarios de perturbación.

Las perturbaciones 1 y 2 corresponden a alzas y bajas paralelas de tasa, es decir, todas las tasas cortas o largas suben y bajan un mismo porcentaje.

**Perturbación en paralelo (escenario 1 y 2):** consiste en una perturbación constante paralela al alza o a la baja en todas las bandas temporales. Es decir:

$$r_{i,c}(t_k) - r_{0,c}(t_k) = \pm R_{paralelo,c}$$

En la ecuación anterior para la subida en paralelo (escenario 1) se considera la suma, mientras que para la bajada en paralelo (escenario 2) se considera la resta.

Figura 5.4: Perturbaciones 1 y 2 Normativa

Las perturbaciones 3 y 4 corresponden a perturbaciones de pendientes.

**Perturbaciones de pendientes (escenarios 3 y 4):** conllevan inclinación (escenario 3) o aplanamiento (escenario 4) de la pendiente de la curva de tasas de interés, en las cuales tanto las tasas a largo como a corto plazo se ven perturbadas. La modificación de la curva de tasas de interés se obtiene mediante las siguientes fórmulas:

$$r_{3,c}(t_k) - r_{0,c}(t_k) = -0.65 \cdot R_{corto,c} \cdot e^{-\frac{t_k}{x}} + 0.9 \cdot R_{largo,c} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_k}{x}}\right)$$

$$r_{4,c}(t_k) - r_{0,c}(t_k) = 0.80 \cdot R_{corto,c} \cdot e^{-\frac{t_k}{x}} - 0.6 \cdot R_{largo,c} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t_k}{x}}\right)$$

Figura 5.5: Perturbaciones 3 y 4 Normativa

Las perturbaciones 5 y 6 corresponden a perturbaciones en las tasas de corto y largo plazo.

**Perturbación de la tasa a corto plazo (escenarios 5 y 6):** la subida de tasas a corto plazo es mayor para los vencimientos más cortos, y menor para los más largos. Para la bajada de tasas a corto plazo, se plantea el efecto inverso. La perturbación se ajusta de acuerdo con el escalar  $S_{corto}(t_k) = e^{-\frac{t_k}{x}}$ , donde  $x=4$ , mediante la siguiente fórmula:

$$r_{i,c}(t_k) - r_{0,c}(t_k) = \pm R_{corto,c} \cdot S_{corto}(t_k) = \pm R_{corto,c} \cdot e^{-\frac{t_k}{x}}$$

De manera consistente, en la ecuación anterior para la subida de tasas a corto plazo (escenario 5) se considera la suma, mientras que para la bajada de tasas a corto plazo (escenario 6) se considera la resta. Por ejemplo, para calcular la bajada a corto plazo en la banda temporal 10, el valor medio de dicha banda temporal es  $t_k=3,5$  años, por lo tanto, el ajuste escalar para la perturbación a corto plazo sería  $S_{corto}(3,5) = e^{-\frac{3,5}{4}} = 0,417$ . Luego, el banco debe multiplicar esta cifra por la perturbación de corto plazo para obtener la cantidad que debe añadir a la curva de tasas en dicho punto de vencimiento. Si la perturbación de tasas a corto plazo fuera de 100 pb, el ajuste a las tasas a corto plazo para  $t_k=3,5$  años sería de 41.7 pb.

Consistentemente, se define el escalar para ajustes en las tasas de interés de largo plazo, mediante la siguiente fórmula:

$$S_{largo}(t_k) = 1 - S_{corto}(t_k)$$

Figura 5.6: Perturbaciones 5 y 6 Normativa

Correlativo (k)	Plazo	Intervalos de tiempo (M: meses; A: años)	$t_k$
1	Tasas a corto plazo	Overnight	0.0028
2		Overnight <t≤1M	0.0417
3		1M<t≤3M	0.1667
4		3M<t≤6M	0.3750
5		6M<t≤9M	0.6250
6		9M<t≤1A	0.8750
7		1A<t≤1,5A	1.2500
8		1,5A<t≤2A	1.7500
9	Tasas a medio plazo	2A <t ≤3A	2.5000
10		3A < t ≤ 4A	3.5000
11		4A<t ≤ 5A	4.5000
12		5A < t ≤ 6A	5.5000
13		6A < t≤7A	6.5000
14	Tasas a largo plazo	7A <t ≤8A	7.5000
15		8A < t ≤ 9A	8.5000
16		9A<t≤10A	9.5000
17		10A<t≤15A	12.5000
18		15A<t≤20A	17.5000
19		t>20	25.0000

Figura 5.7: Valor índice  $t_k$  según horizonte temporal de tasas

# Capítulo 6

## Resultados

### 6.1. Simulaciones de Tasa

Los valores encontrados para los parámetros de cada método y se pueden encontrar resumidos en la siguiente tabla:

Tabla 6.1: Parámetros de simulación

	MBG	CIR	Vasicek
$\alpha$	x	0.0287	0.0301
$\mu$	0.009926	7.6389	7.5061
$\sigma$	0.26072	0.4435	0.9466

A continuación se pueden ver como distribuyeron las tasas a través de diagramas de bigotes por año. Para cada una de las simulaciones se cuenta con 2 gráficos, el primero que no incluye los outliers y el segundo que sí los incorpora.

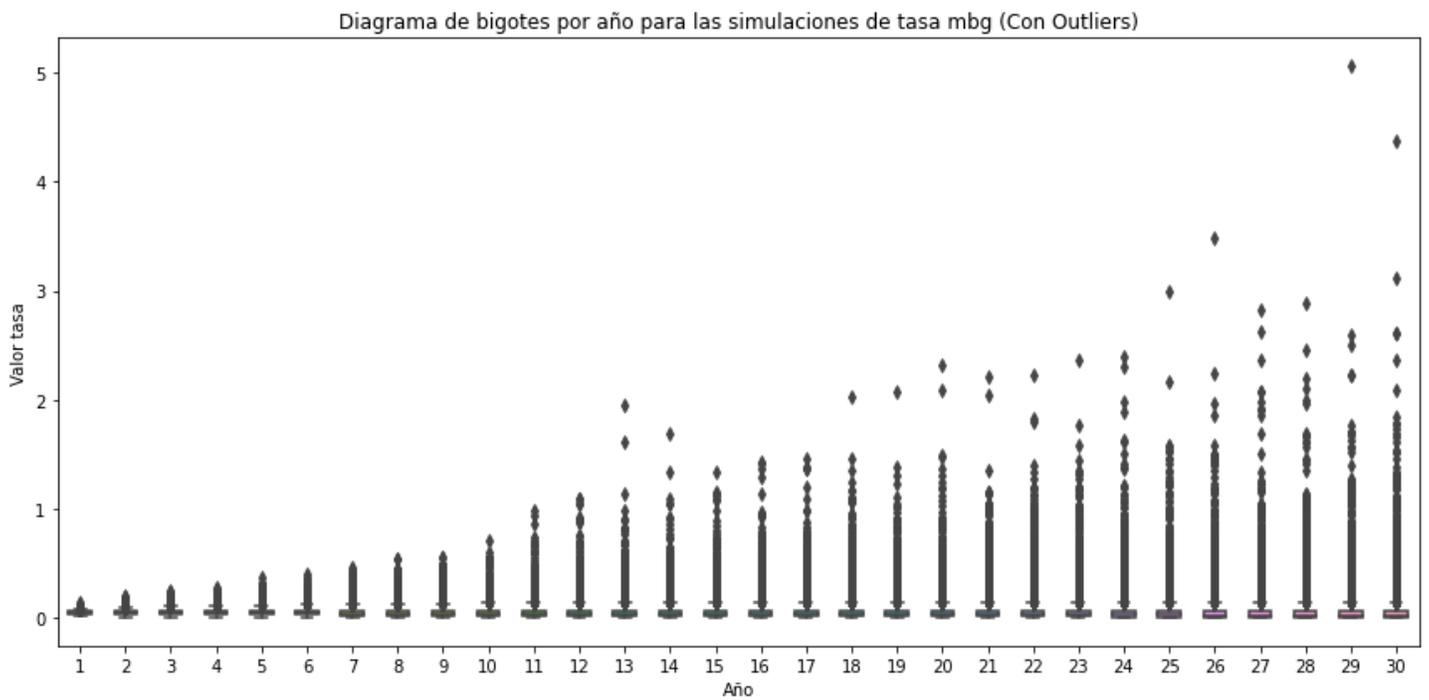
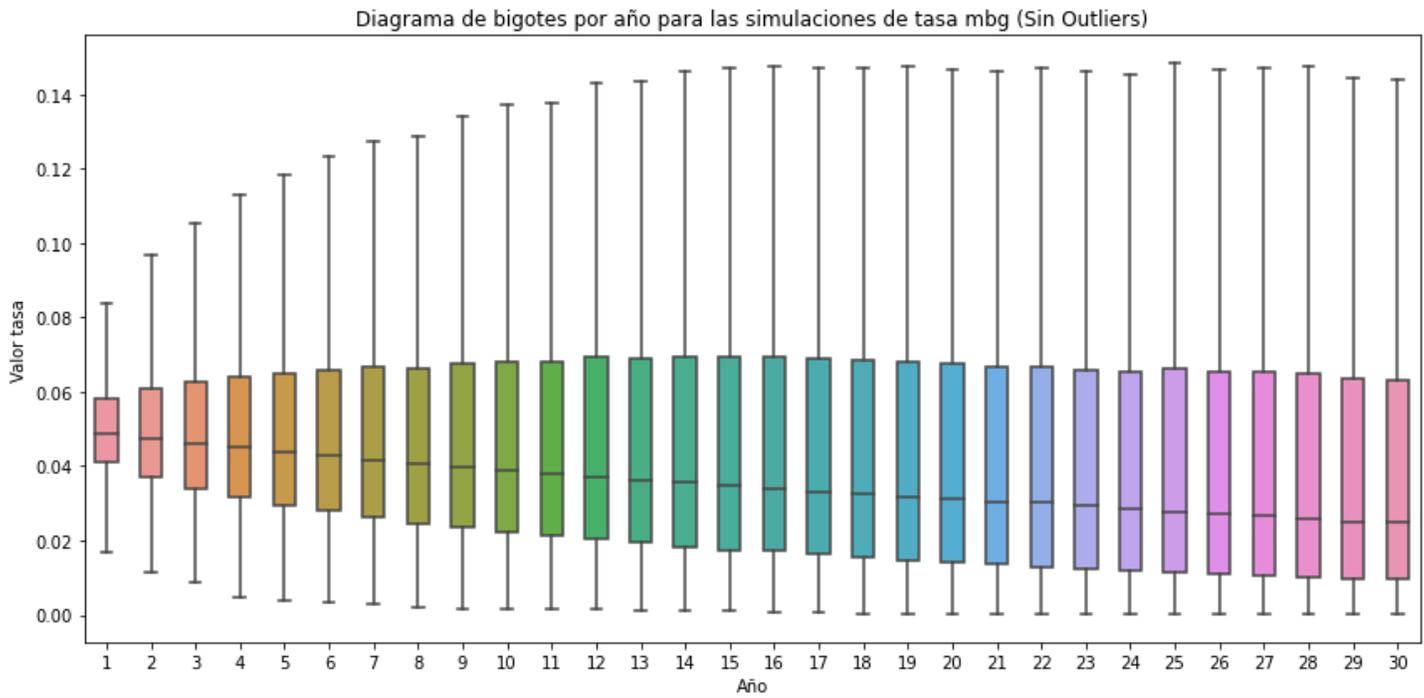


Figura 6.1: Distribución simulaciones MBG

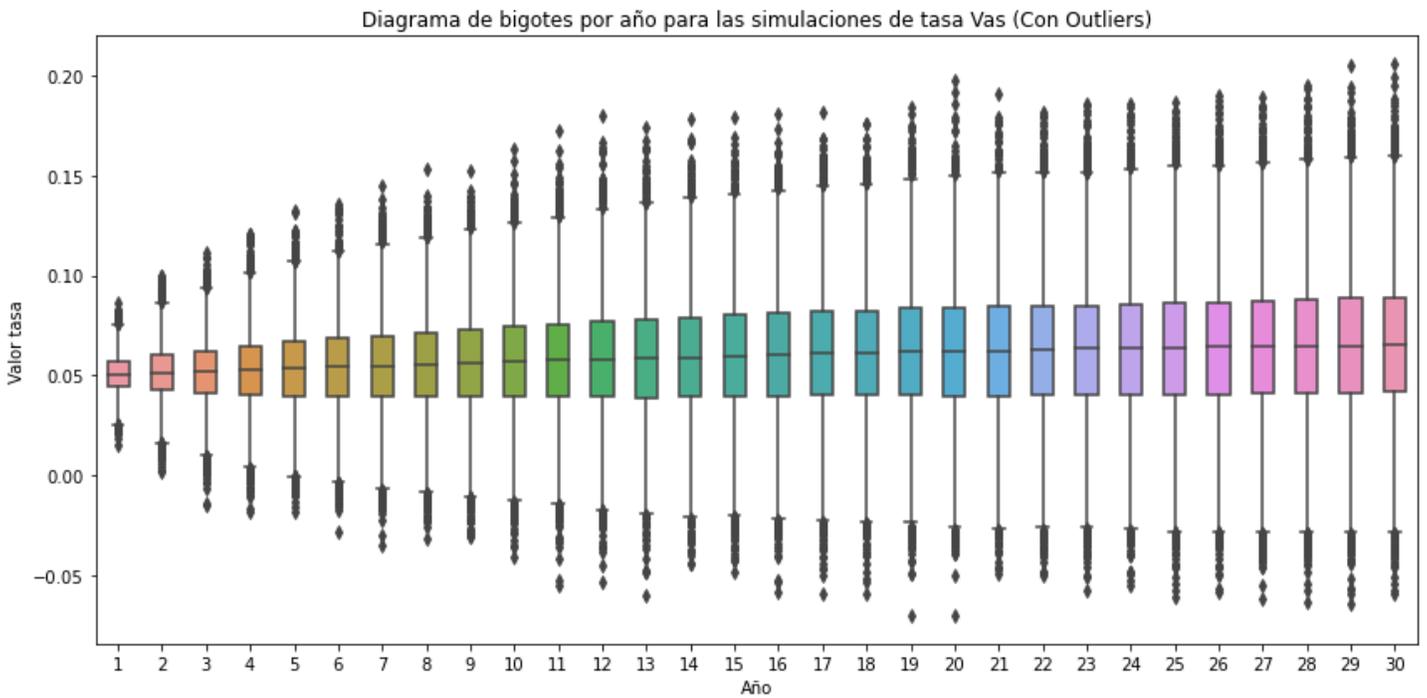
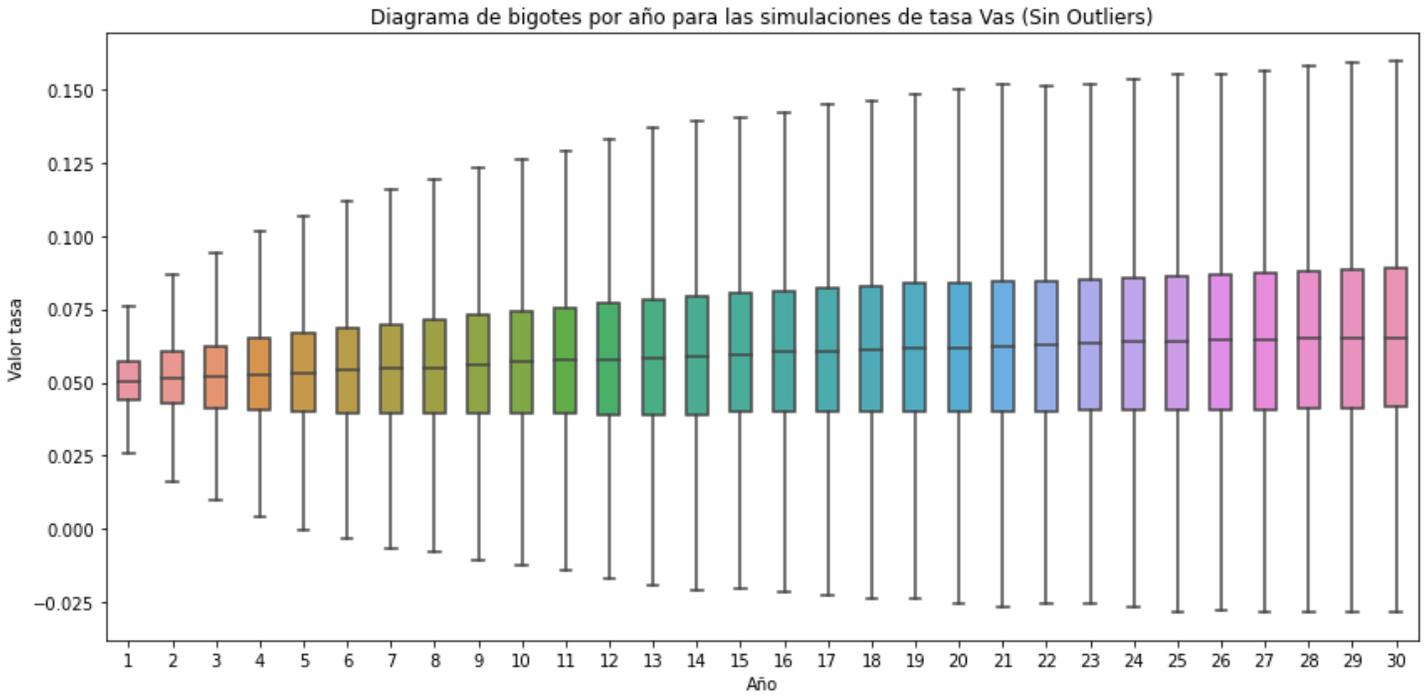


Figura 6.2: Distribución simulaciones Vasicek

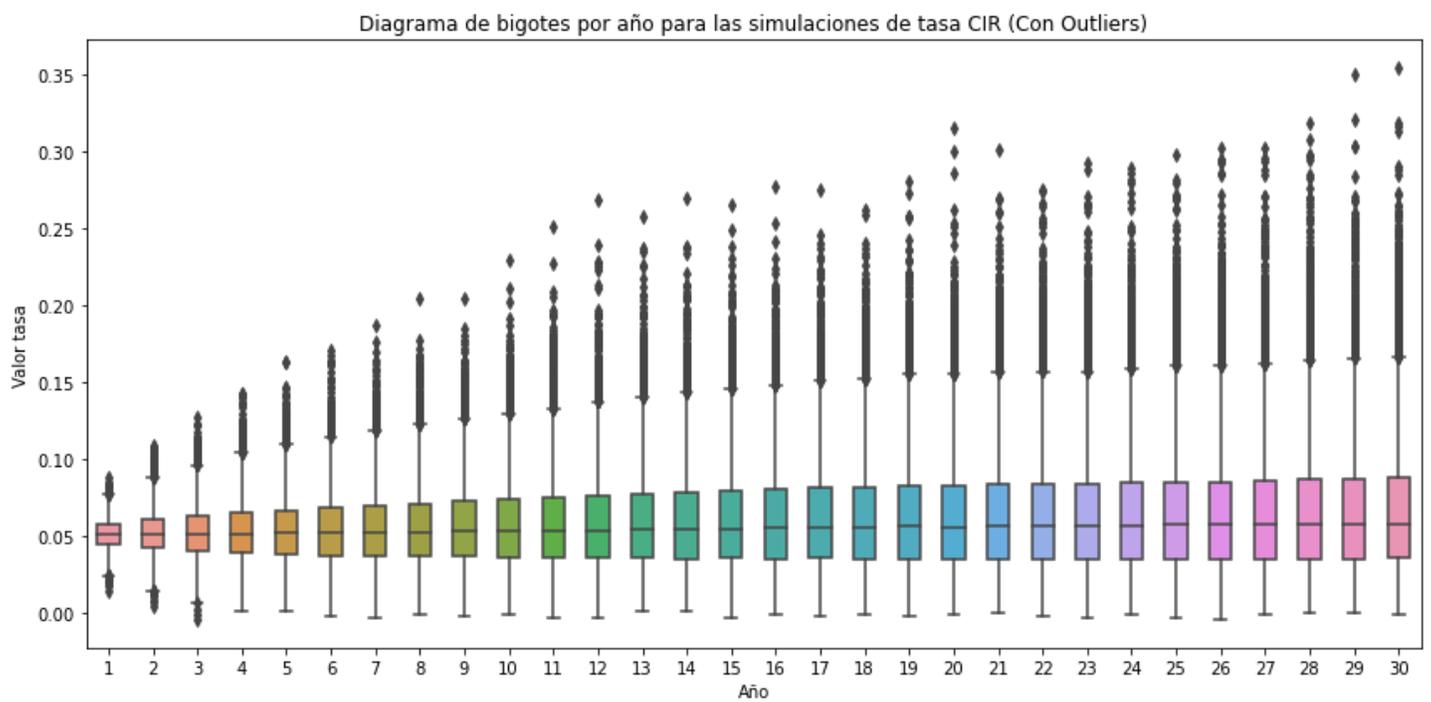
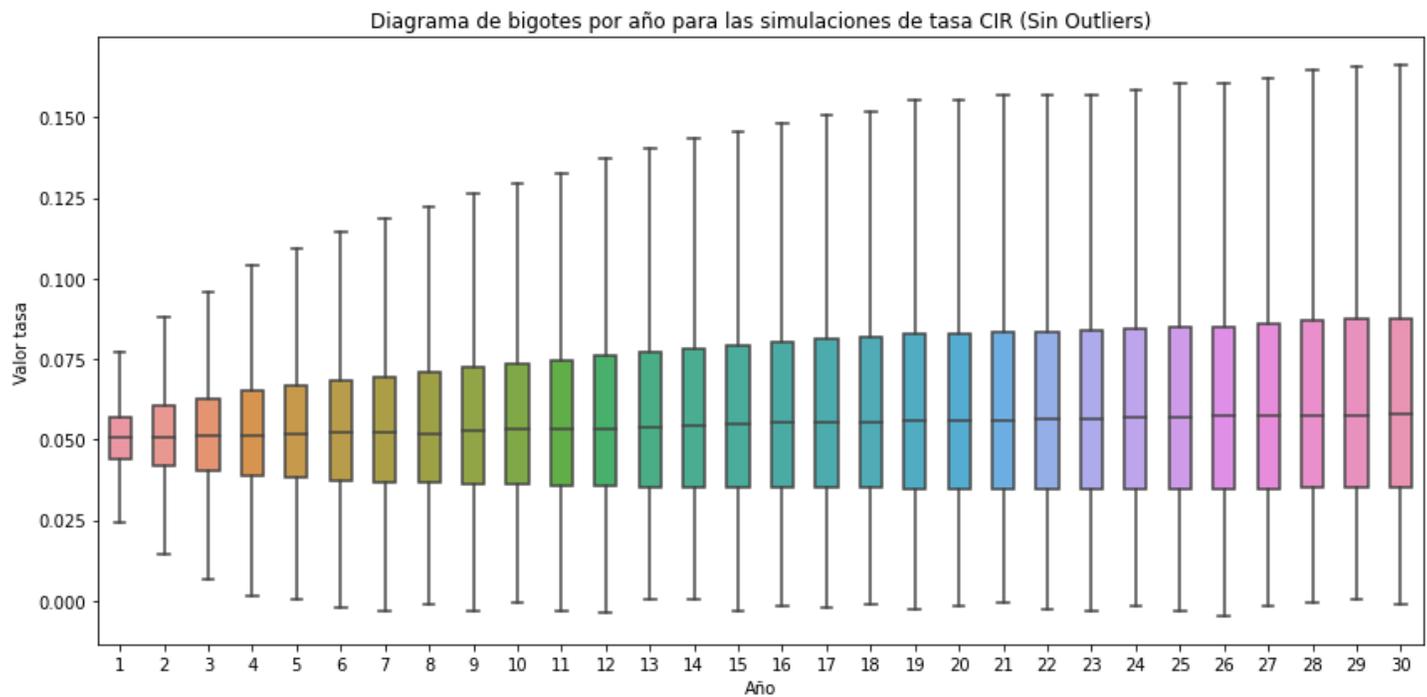


Figura 6.3: Distribución simulaciones CIR

Las tres formas de simulación propuestas presentan diferencias interesantes.

La simulación de CIR está minorada por el 0 y aumenta su variabilidad conforme pasa el tiempo, su media se mantiene estable alrededor del 5 % para todos los *caplets*.

Respecto al modelo de Vasicek, una de sus características es que puede entregar tasas negativas, lo cual se confirma a partir del 5to año. (los modelos de valoración no toman en cuenta los casos en que las tasa son negativas). Es posible observar que hay mayor variabilidad que el modelo CIR en los datos pero que la media también se mantienen constante.

Tradicionalmente, se prefiere utilizar los modelos de Vasicek y CIR para la modelización de tasas, ya que el modelo MBG sub entiende un aumento constante de la variable que modelan. Esto se adecua de mejor manera para los fenómenos relativos a acciones. Aun así, dada la facilidad de su implementación, resulta interesante para comparar los modelos de valoración del MTvT y adicionalmente permite observar cómo se desempeña en simulaciones atípicas.

Respecto a esta última, la simulación de tipo MBG tiene una tendencia a presentar tasas menores conforme pasa el tiempo y su variabilidad se estabiliza a partir del decimoquinto año. Se observa que su promedio disminuye constantemente, lo que se puede explicar debido a que el factor  $\sigma^2/2$  es mayor al  $\mu$ . Aun así, este pareciera estar minorado por el cero y no poseer valores negativos.

## 6.2. Valorizaciones

### 6.2.1. Promedios por Año

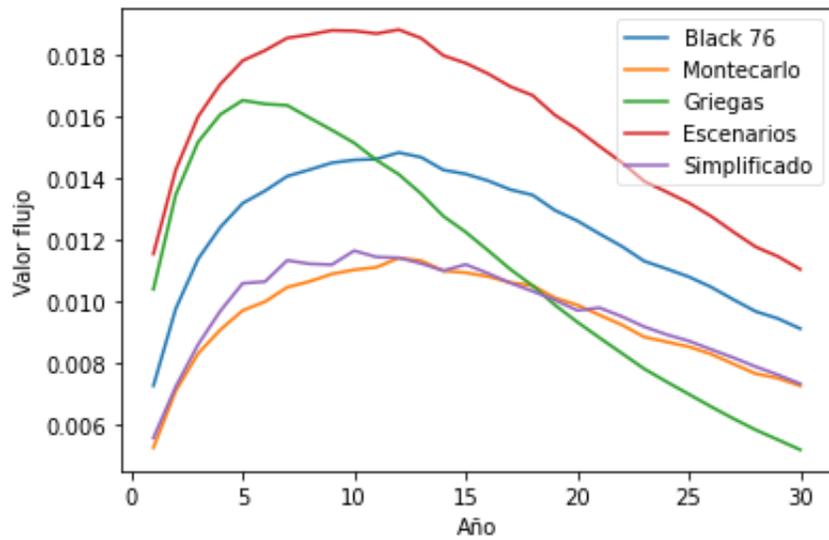


Figura 6.4: Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (MBG)

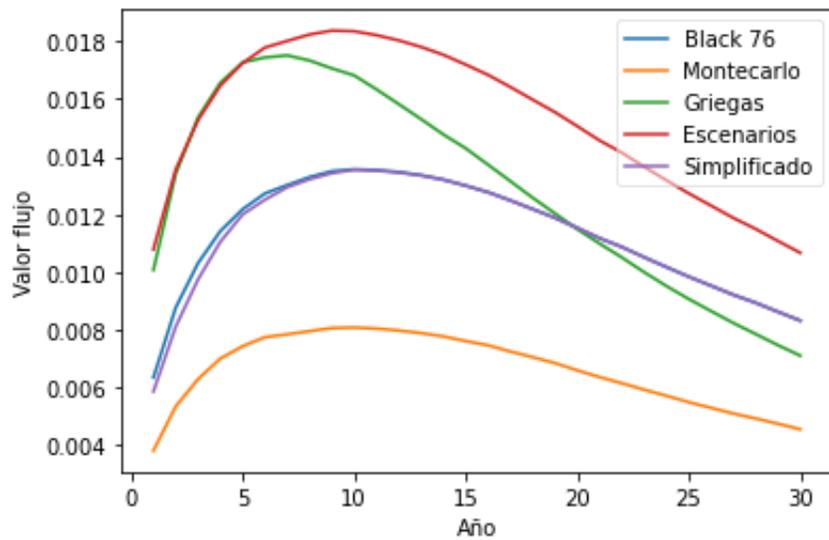


Figura 6.5: Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (Vas)

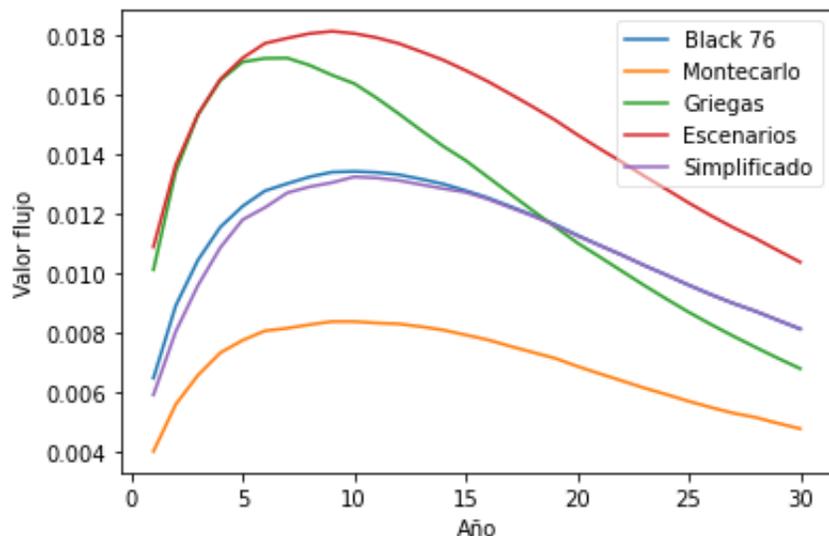


Figura 6.6: Valor promedio del flujo en porcentaje para cada metodología por año (CIR)

Al examinar exclusivamente la distribución del promedio de las diversas valoraciones, se observa que esta sigue una tendencia similar en los tres tipos de simulaciones, lo que indica que, en promedio, las diferencias entre las formas de simulación son mínimas.

La principal disparidad surge en el método Simplificado, el cual, para las simulaciones Vas y CIR, se asemeja a los valores proporcionados por el modelo de Black, mientras que para las simulaciones tipo MBG se equipara al método de Monte Carlo.

En términos generales, las cinco metodologías de valoración tienden a otorgar un mayor valor a los techos generados entre los 5 y 15 años, y un valor menor para las tasas más cortas y más largas.

En cuanto a los métodos de valoración, se destaca que el método de Escenarios asigna el mayor valor al techo. Por otro lado, el método de Monte Carlo y las Griegas estiman un valor menor, aunque no de manera constante. Inicialmente, el método de Monte Carlo otorga el menor valor al techo, hasta los años 5 y 10, momento en el cual el método de Griegas asume su posición como el generador de las valoraciones más bajas.

El método de Black se mantiene estable entre estos métodos, representando una

suerte de punto intermedio o curva media entre ambos.

### **6.2.2. Distribuciones por Método y por Año**

A continuación se muestran las distribuciones del valor del techo para cada uno de los 5 métodos aplicados a cada una de las simulaciones de tasas. Como se mencionó en la sección de estadística descriptiva, para visualizar dichos resultados se usarán diagrama de bigotes. Estos gráficos considerarán la *data* sin outliers. Los gráficos con outliers estarán disponibles en el anexo.

Al final de esta sección también se incluirá un gráfico que muestra la cantidad de outliers que tiene cada diagrama de bigotes.

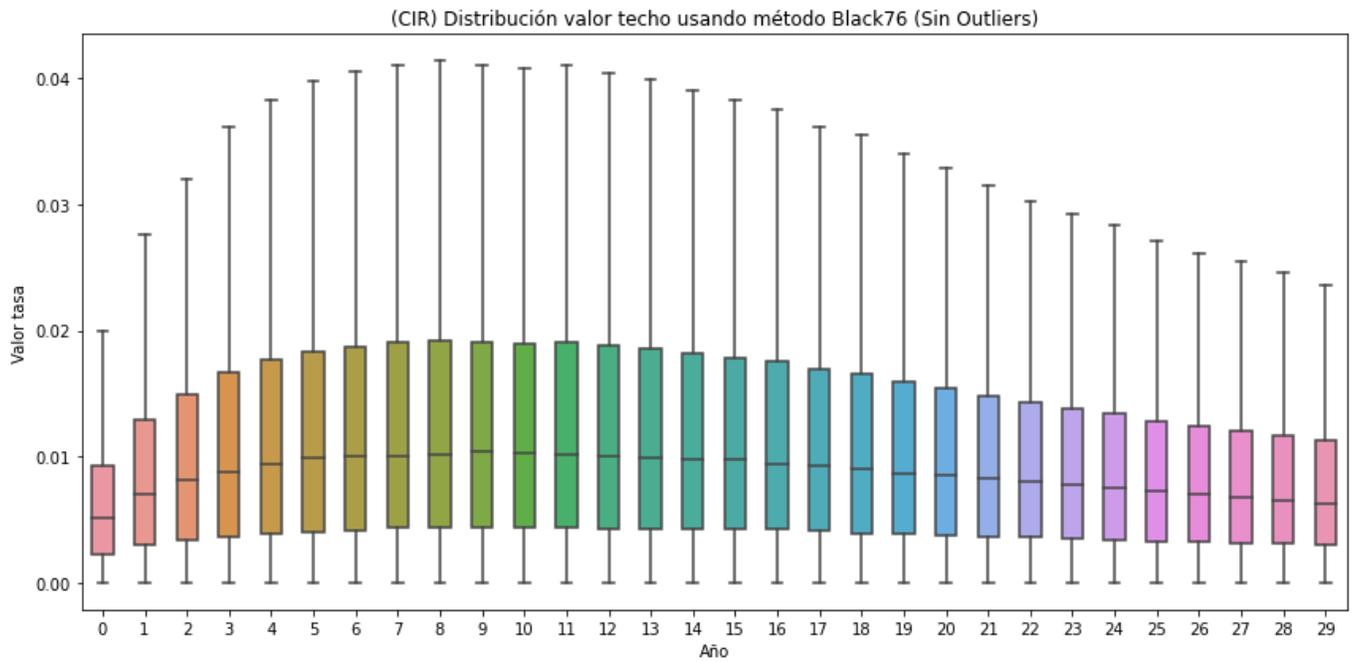


Figura 6.7: Black76 CIR s/n outliers

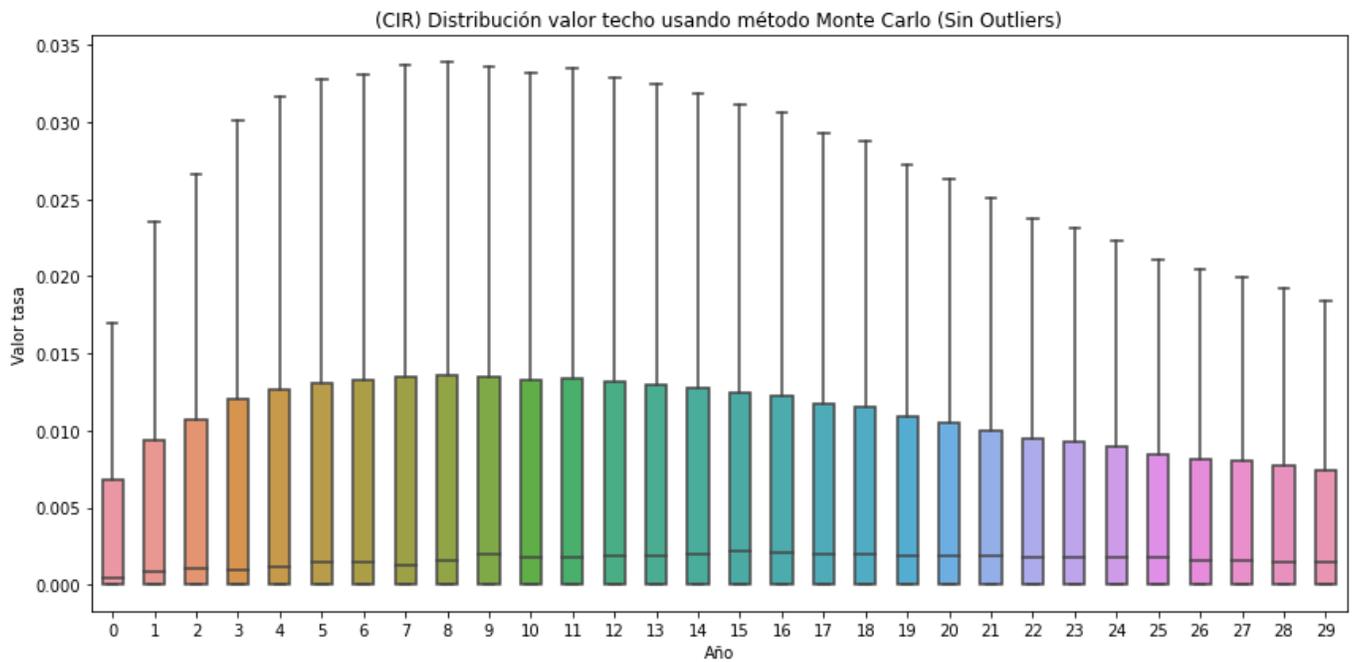


Figura 6.8: Monte Carlo CIR s/n outliers

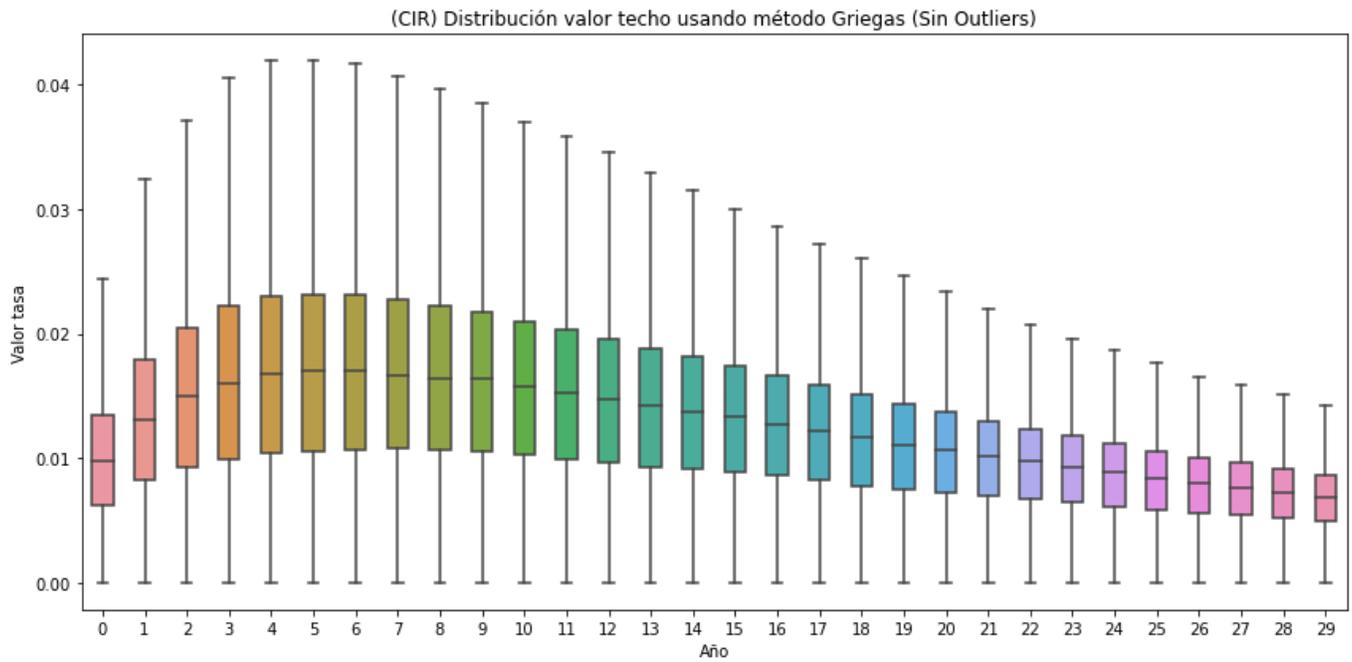


Figura 6.9: Griegas CIR s/n outliers

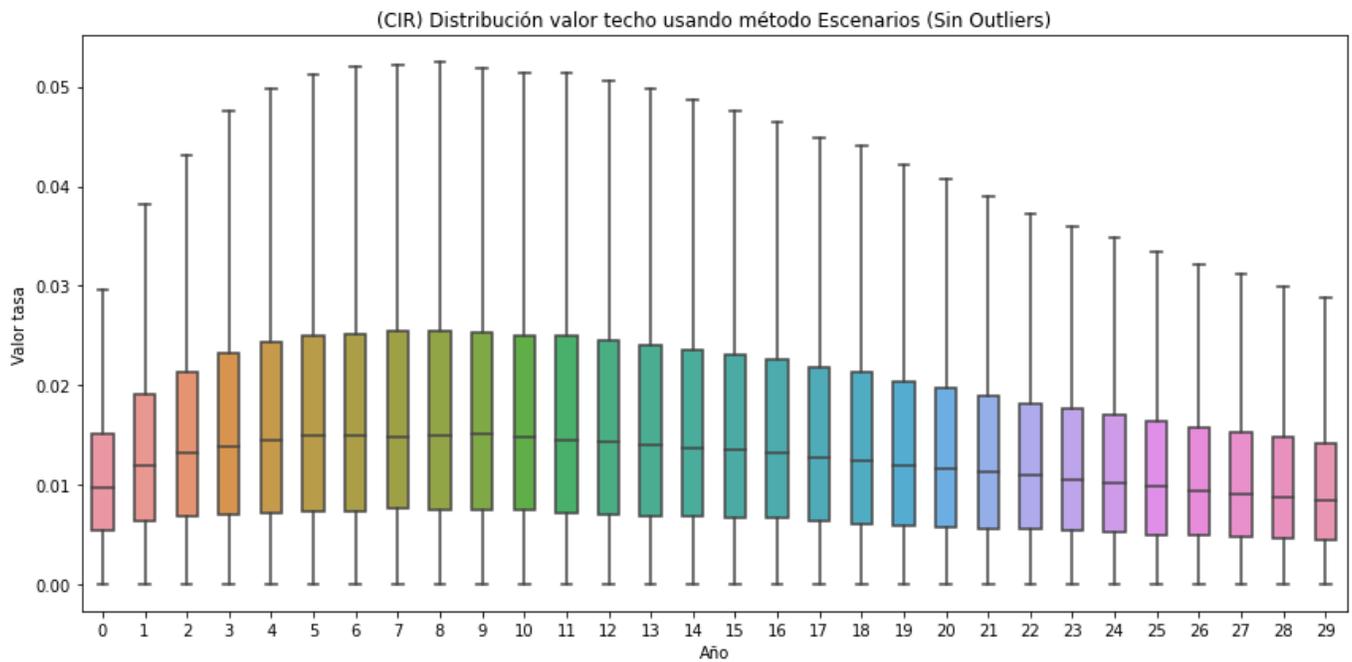


Figura 6.10: Escenarios CIR s/n outliers

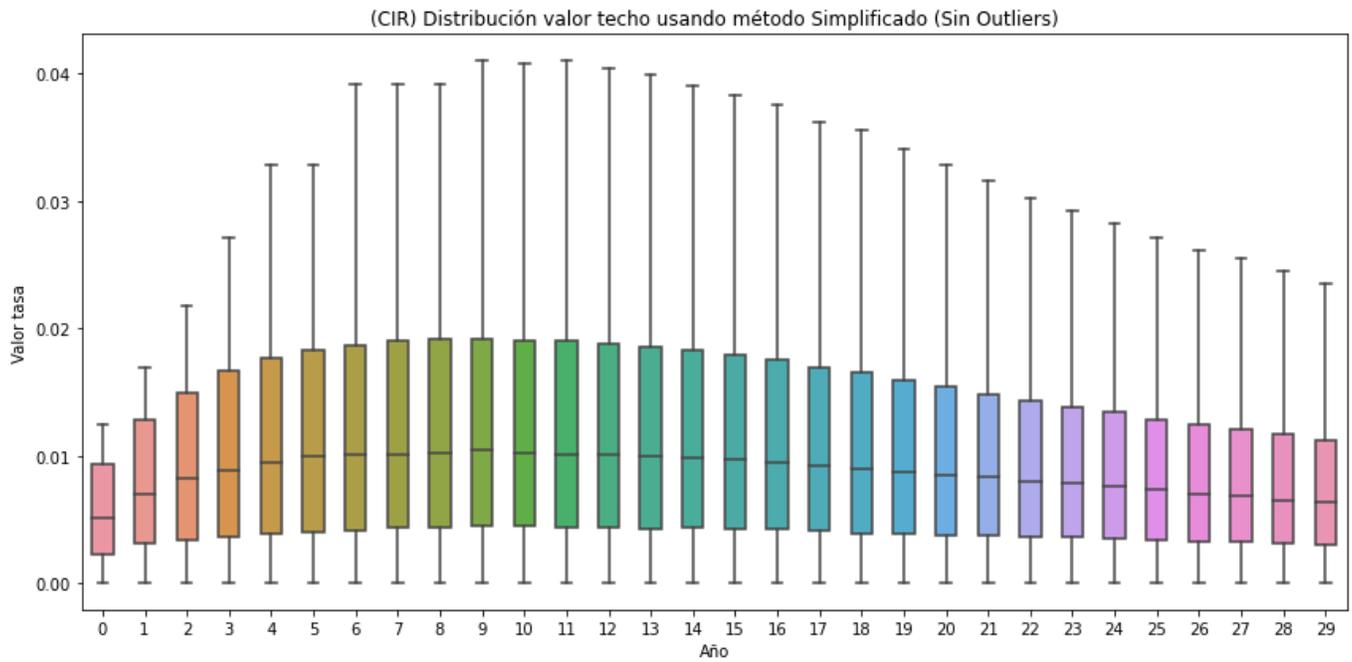


Figura 6.11: Simplificado CIR s/n outliers

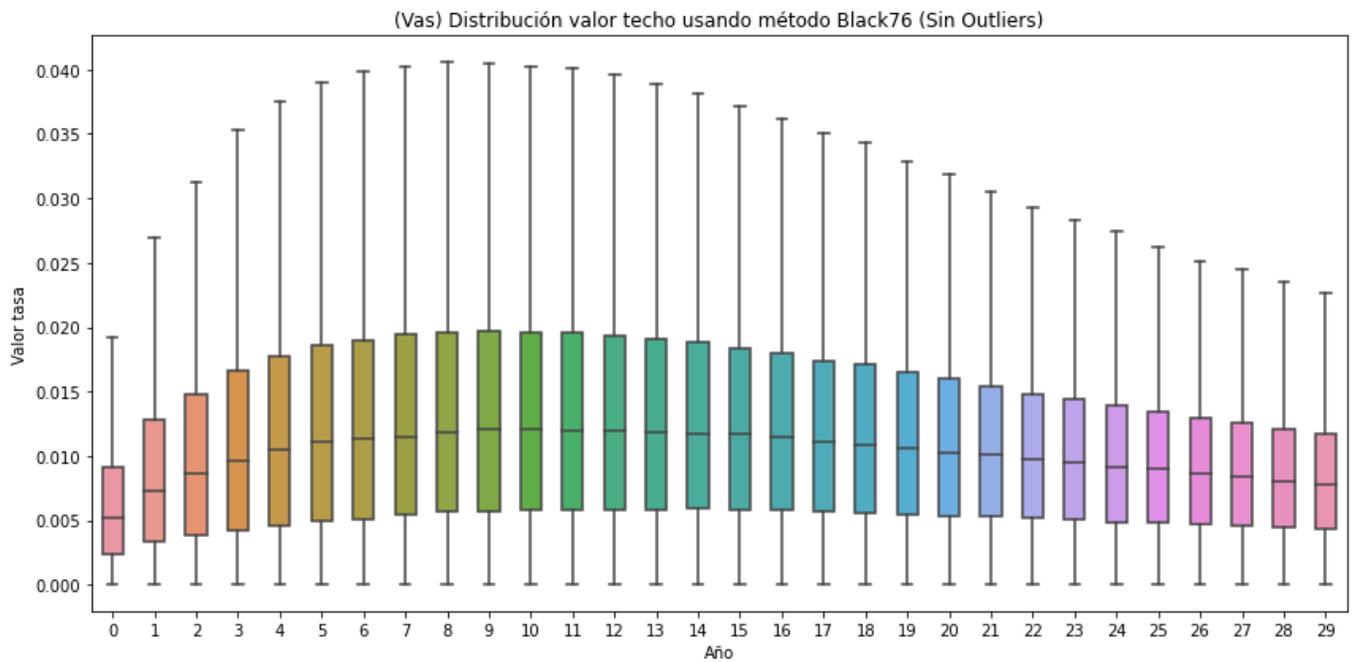


Figura 6.12: Black76 Vas s/n outliers

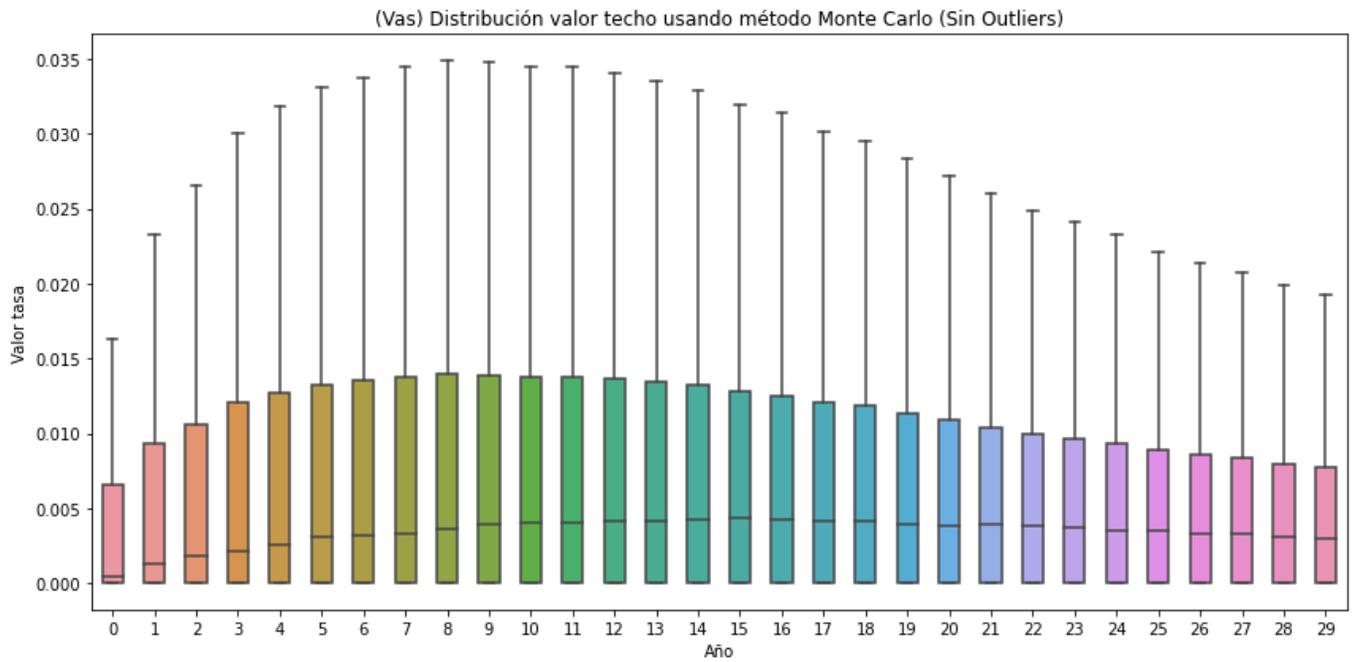


Figura 6.13: Monte Carlo Vas s/n outliers

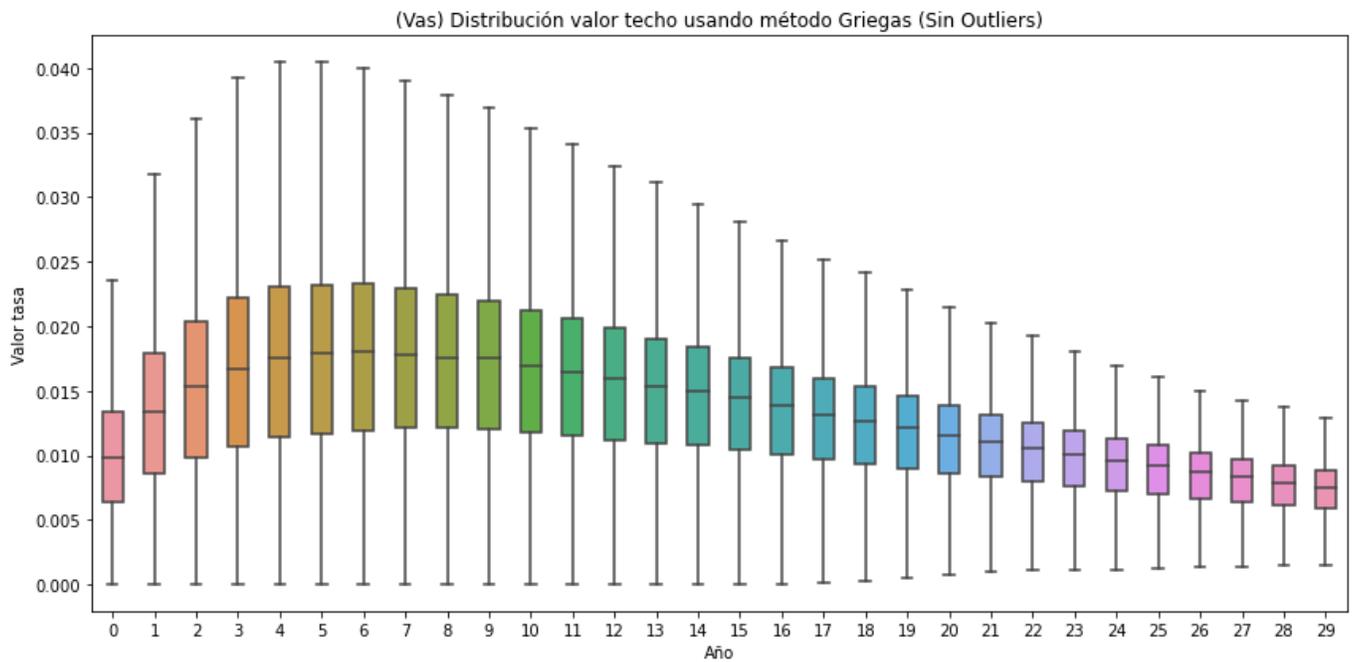


Figura 6.14: Griegas Vas s/n outliers

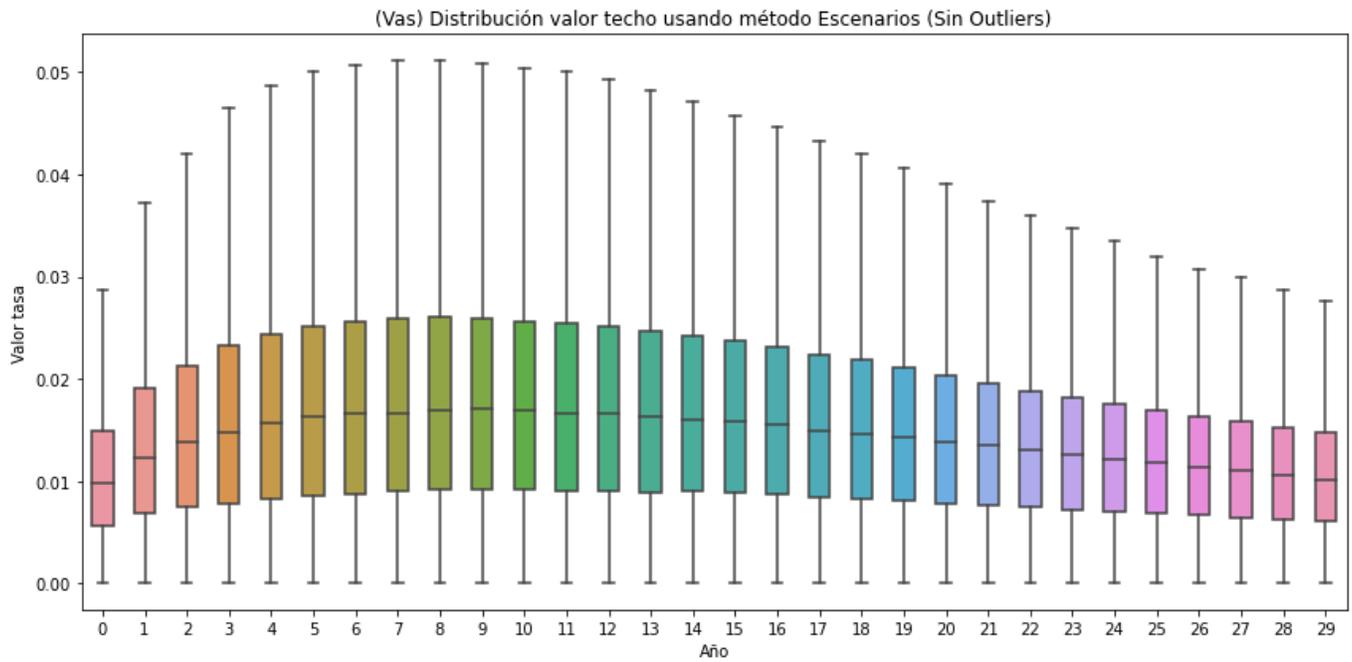


Figura 6.15: Escenarios Vas s/n outliers

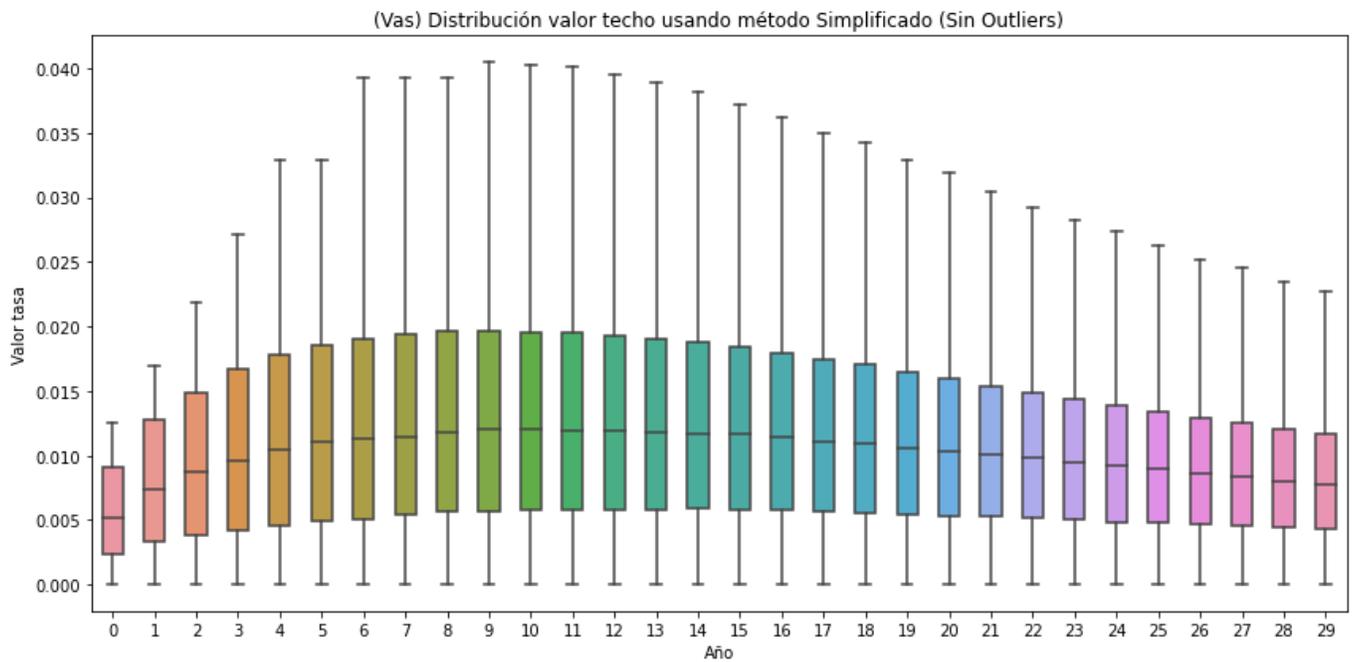


Figura 6.16: Simplificado Vas s/n outliers

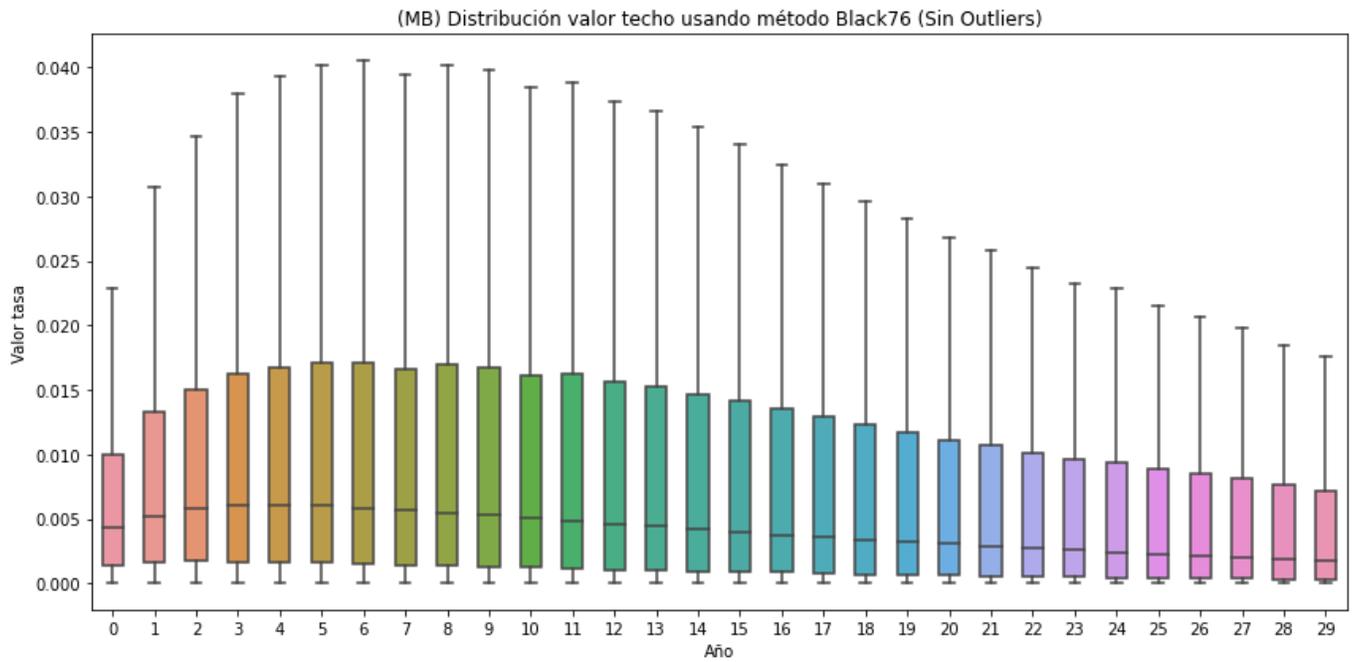


Figura 6.17: Black76 MBG s/n outliers

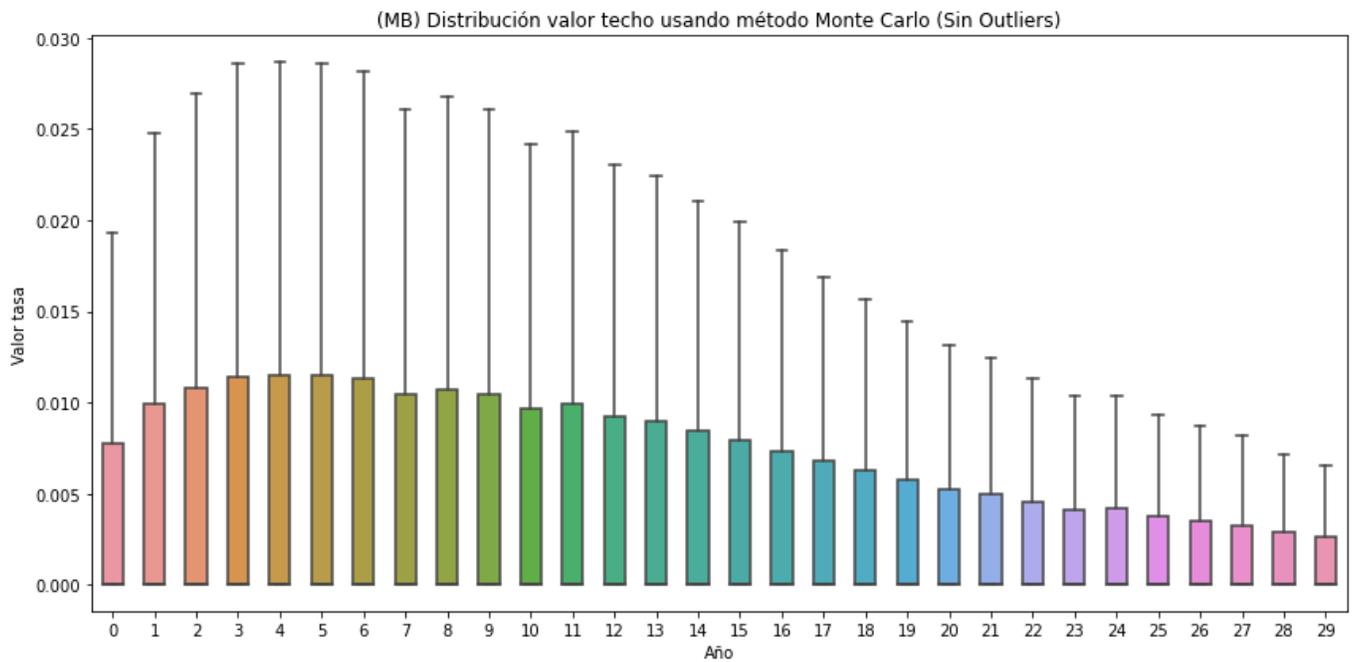


Figura 6.18: Monte Carlo MBG s/n outliers

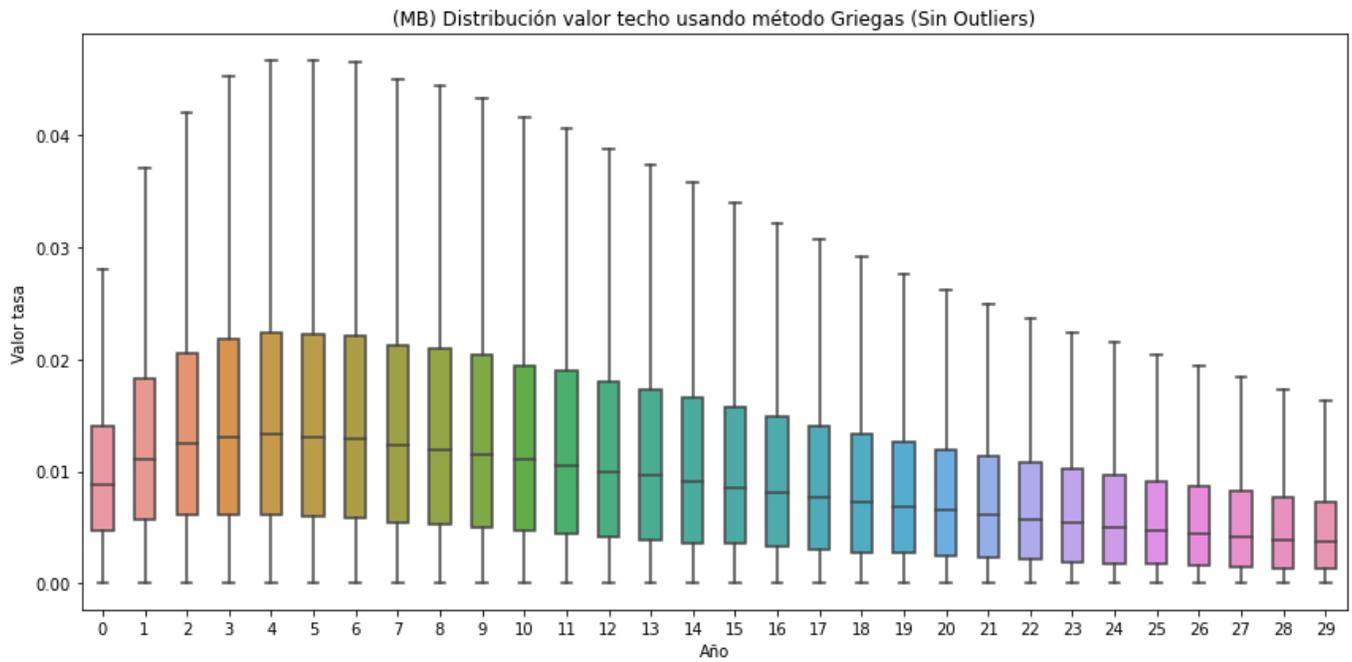


Figura 6.19: Griegas MBG s/n outliers

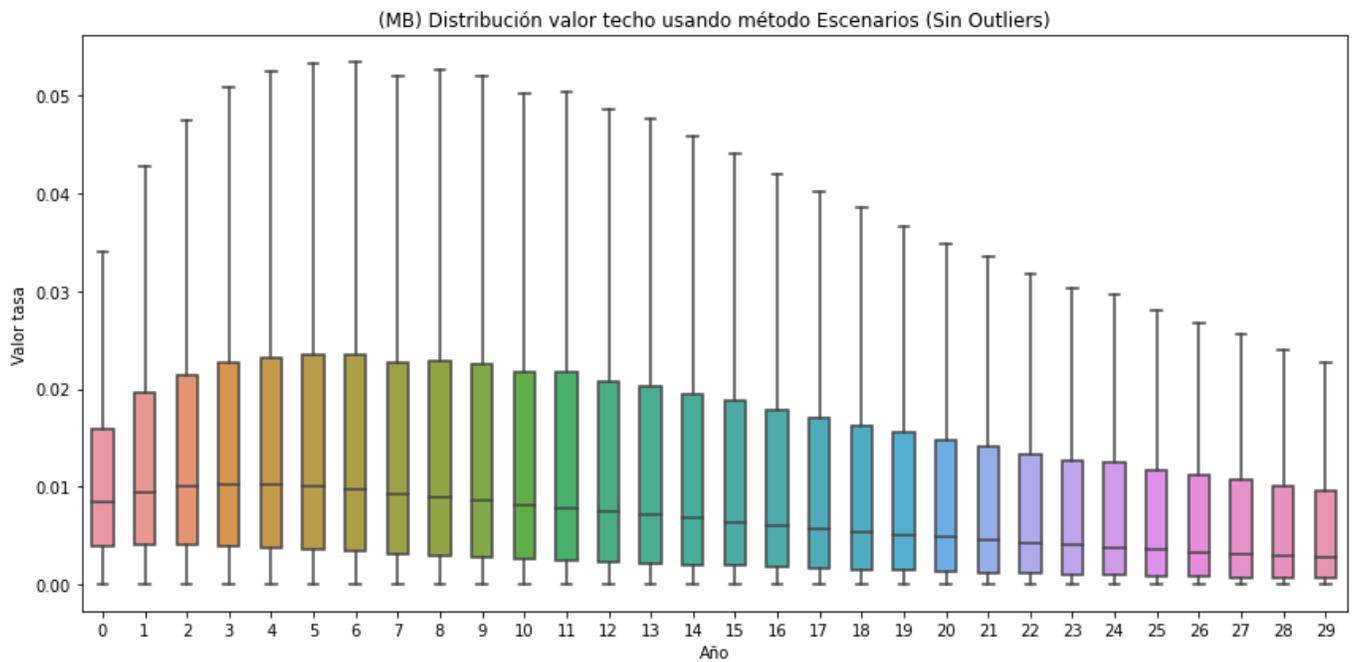


Figura 6.20: Escenarios MBG s/n outliers

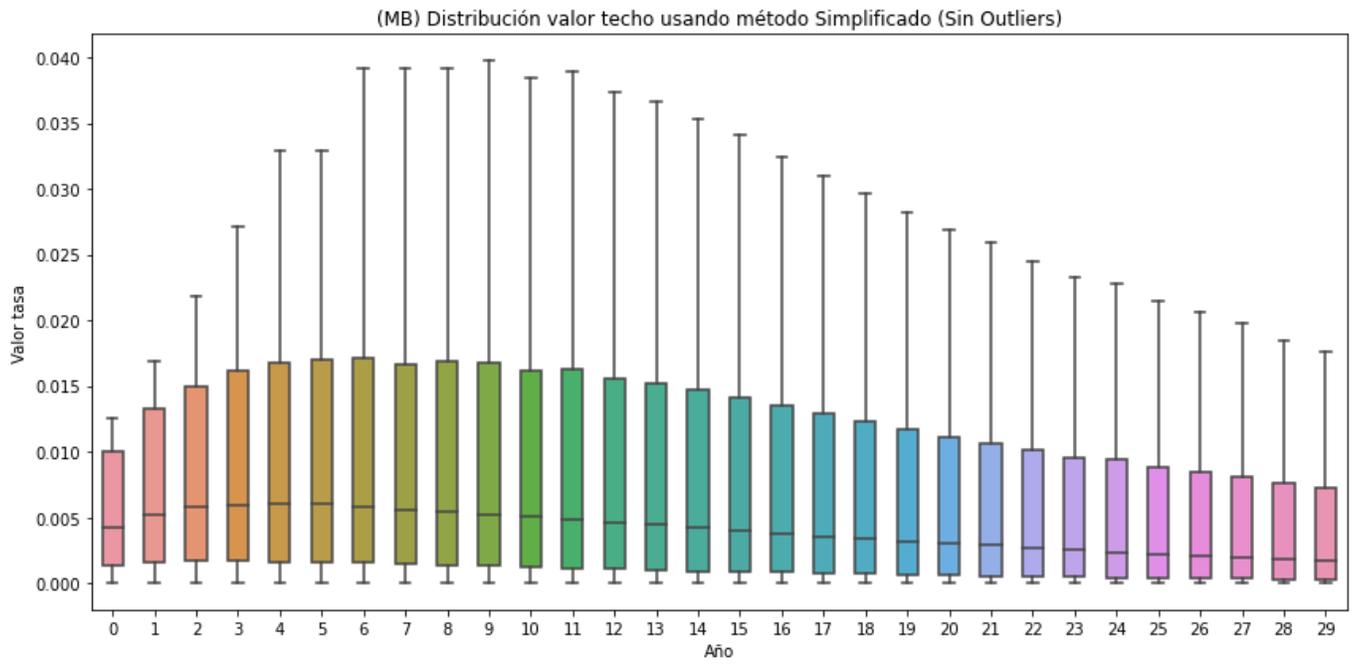


Figura 6.21: Simplificado MBG s/n outliers

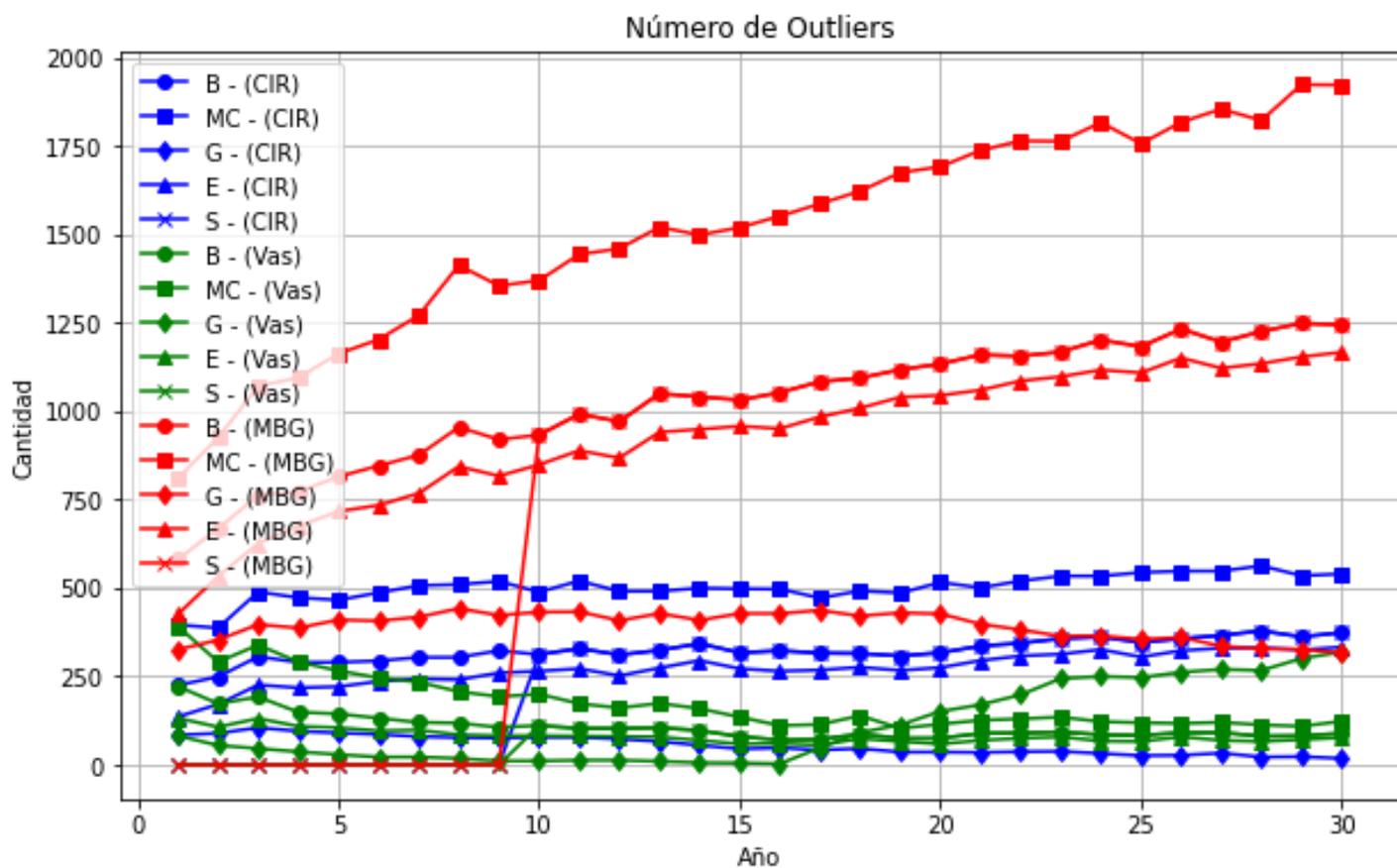


Figura 6.22: Cantidad outliers para cada método y cada simulación por año (Total de datos: 10.000)

### 6.2.2.1. Análisis de las valorizaciones

En lo que concierne a las valorizaciones, se advierte una similitud entre las simulaciones de tipo Vasicek (Vas) y Modelo de Movimiento Browniano Geométrico (MBG) en términos de las metodologías de valoración empleadas. En contraste, la simulación de tipo Cox–Ingersoll–Ross (CIR) muestra una mayor variabilidad aparente en los resultados de valoración para todos los métodos y para todos los años. Sin embargo, las otras dos modalidades de simulación exhiben una menor variabilidad al valorar los caplets a largo plazo. Respecto al número de valores atípicos, se aprecia que el modelo CIR muestra una menor volatilidad en la valoración del techo.

El modelo de Black produce resultados similares en forma y escala tanto para los modelos Vasicek como CIR. En el caso de MBG, los resultados son similares en forma, pero la mediana y el primer cuartil son menores en comparación con los otros dos métodos de simulación.

En cuanto al modelo de Escenarios, presenta un comportamiento similar a Black, aunque las diferencias con la simulación MBG son menores.

En términos de las griegas, se observan las mayores disparidades entre las simulaciones. Las simulaciones CIR muestran resultados más centrados alrededor de la mediana y con una variabilidad más simétrica en comparación con las demás. En el caso de Vas, los valores tienden a ser menores y globalmente sus resultados son inferiores a los de CIR. En cuanto a MBG, los resultados muestran tendencias aún menores que las de Vas, con una variabilidad central menor.

En relación al método Monte Carlo, este sigue un patrón similar aunque menos pronunciado que el de las griegas. Son bastante similares en forma y escala, con la única diferencia en la mediana que varía entre los tres métodos. Para CIR y Vas, tiende al 0.025, mientras que para MBG tiende al 0.

En cuanto al método Simplificado, se comporta de manera similar para Vas y CIR, mostrando una alta variabilidad en las tasas medias (4-15 años), que luego se reduce para el resto de los caplets. En el caso de MBG, los datos tienden hacia valores menores.

Al analizar los valores atípicos (outliers) para las tasas de valoración, se observa que con el método Vas se mantienen en el rango de 150-200, mientras que con CIR se sitúan entre 250-500, lo que representa un 1.5 % a 2 % y un 2.5 % a 5 %, respectivamente, en comparación con la muestra total. El método Simplificado sigue una tendencia similar para los tres métodos; para esta metodología, los outliers son 0 hasta el año 9 y luego siguen la misma curva que el modelo Black. Esto podría explicarse debido a que el método Simplificado corresponde al valor mínimo entre el valor de la opción utilizando Black y los PRM. Entonces, a partir de cierto monto, los valores que son mayores al PRM y, por consiguiente, son valorados con Black, son de por sí valores atípicos.

No obstante, al utilizar simulaciones MBG en las valorizaciones, se observan valores

atípicos que van desde el 5 % hasta el 12 % para Escenarios, Black y Simplificado, e incluso hasta el 20 % para el método de Monte Carlo. El único método que no sigue esta tendencia es el método de griegas, que mantiene una cantidad de valores atípicos menor al 5 %.

Debido a lo anterior, el análisis de las metodologías de valorización individuales se llevará a cabo teniendo en cuenta los métodos que mantienen un 5 % de outliers o menos.

Posteriormente, en relación a los métodos utilizados, se observa una constancia en sus características en las simulaciones tanto de Vas como de CIR. Sin embargo, es importante destacar que dichas características pueden ser acentuadas o disminuidas dependiendo de la metodología empleada.

En el análisis del modelo de Black, se observa que presenta ciertas características en cuanto a su forma, escala y mediana de los valores, la cual se refleja de manera consistente en la simulación de tipo Vas.

En cuanto a la forma, se evidencia que la variabilidad de los valores experimenta un incremento progresivo hasta alcanzar el primer tercio de la vida del crédito. Posteriormente, dicha variabilidad comienza a disminuir de manera continua hasta el término del período considerado.

En lo que respecta a la escala, las cajas de bigotes muestran un rango de valores que se extiende desde 0 hasta 0.02 para el primer año. Este rango alcanza su punto máximo en el octavo año (0-0.04), para luego descender de forma gradual hasta prácticamente retornar al valor del primer año hacia el final del período analizado, con un rango que varía entre 0 y 0.025.

Por otro lado, en relación con la mediana, se registra un ligero aumento desde 0.005 para el primer año hasta 0.01 para el octavo año. Posteriormente, esta mediana se mantiene constante para el resto de los años contemplados en el análisis. Cabe destacar que estas mismas tendencias se observan también en la simulación tipo Vas.

En relación con otros métodos de valoración, como el método Escenarios, se observa una forma y movimiento muy similar al modelo de Black, con la salvedad de que todos los valores son ligeramente superiores en aproximadamente 0.005. Esto resulta coherente dado que el método de Escenarios toma el valor máximo generado por la matriz que altera los parámetros de valorización del instrumento utilizando el método Black76 como base.

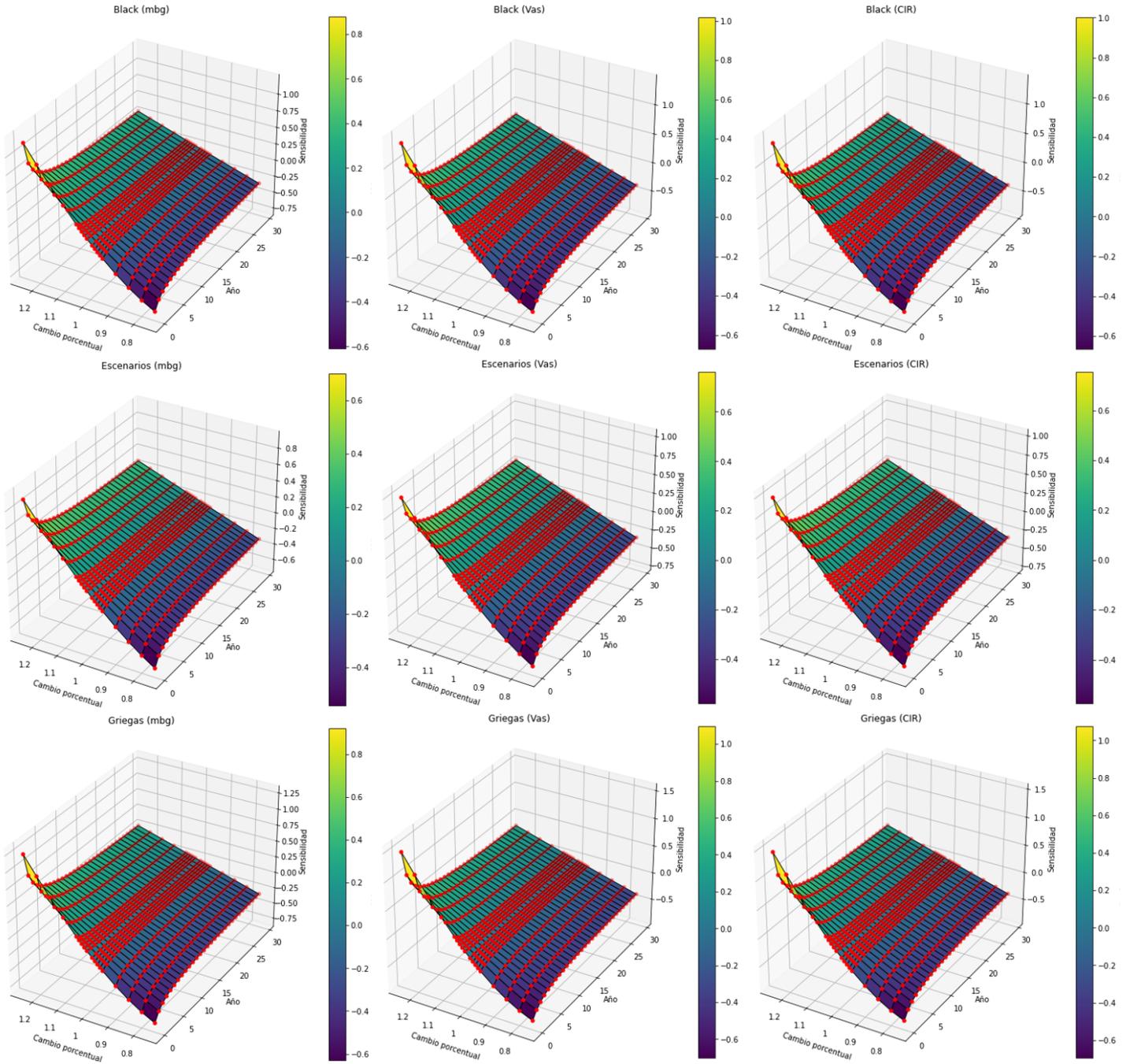
Por su parte, el método Delta Plus muestra una forma similar bajo las tres simulaciones de tasa, siendo además el método con menor cantidad de valores atípicos. Si bien sigue una estructura similar al modelo de Black, los valores son más simétricos respecto a la mediana y no están tan concentrados en los extremos inferiores. Se evidencia

una marcada sensibilidad a la fecha del caplet, ya que a mayor horizonte temporal la variabilidad del techo es considerablemente menor.

El método Monte Carlo presenta una distribución particular, con una marcada concentración en los valores bajos. Aunque la variabilidad de la distribución sigue una forma cercana a la de Black, los valores tienden a ser menores. No obstante, la mediana se mantiene relativamente constante a partir del quinto año, con un valor de 0.002.

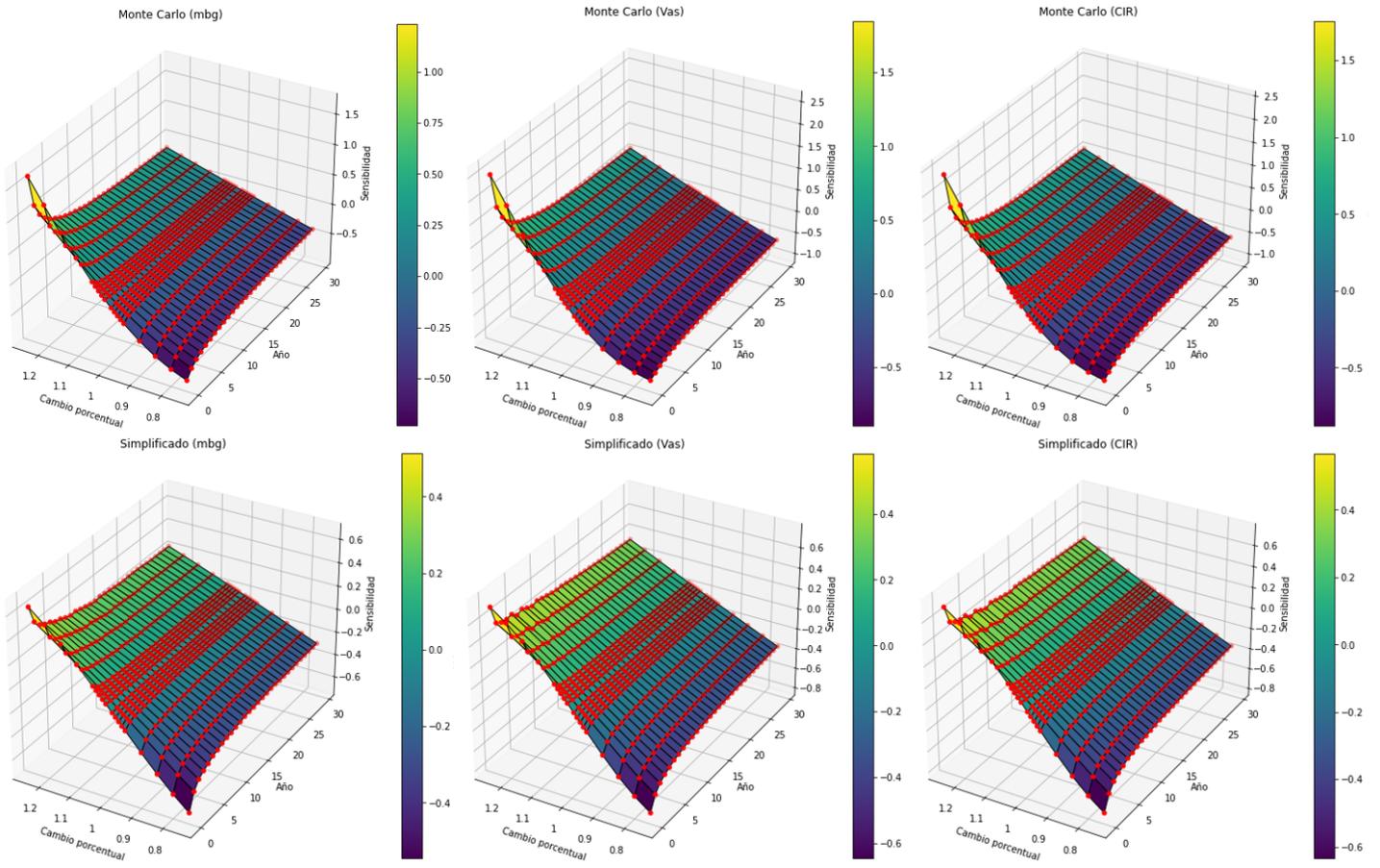
Por último, el método Simplificado exhibe una estructura muy similar a la de Black, con la excepción de los primeros años, donde muestra una variabilidad considerablemente menor. Esto puede explicarse debido a que para esos años, el valor mínimo corresponde a los PRM, lo que influye en que tome dicho valor como referencia. Además, se pueden apreciar los límites (cotas) generados por los PRM en el mismo gráfico.

### **6.3. Sensibilidades**



(a)

Figura 6.23: Sensibilidad (1)



(a)

Figura 6.24: Sensibilidad (2)

Como se mencionó en la metodología, los gráficos exhiben en el eje de las abscisas (eje X) los cambios porcentuales de las tasas, lo que indica las variaciones ascendentes o descendentes de estas respecto a la simulación original. Por otro lado, el eje de las ordenadas (eje Y) representa el año de cada caplet, textitcaplet, es decir sobre que textitcaplet del crédito se está viendo el cambio. Asimismo, el eje de las cotas (eje Z) indica cuánto se altera la valoración promedio ante una alteración de la sensibilidad, es decir, en caso de que se experimente un aumento (o descenso) en las tasas, cuánto se incrementa (o decrece) la valoración de dicho caplet.

Por lo tanto, se constata que ante un incremento en las tasas, se produce un aumento en el valor del instrumento, debido a que si las tasas aumentan, es más probable que se supere el techo inversamente; en contraposición, si las tasas descienden, resulta más improbable superar el techo, lo que dificulta la ejecución de la opción y, en consecuencia, disminuye el valor de la *Call* con respecto al caso base.

Inicialmente, se puede observar que, sin importar la simulación de tasas empleada, los métodos mantienen una coherencia en términos de medidas de sensibilidad, ya que mantienen una forma y escala semejantes. Por ejemplo, tanto el método de Monte Carlo, que oscila entre 1.5 y -0.75, como el método Simplificado, que se desplaza entre 0.6 y -0.6, permanecen consistentes en las tres simulaciones de tasas.

En términos globales, los modelos son más sensibles a las tasas a corto plazo que a las tasas a largo plazo. Esto podría ocurrir debido a que las simulaciones estabilizan su nivel de dispersión en los últimos caplets, lo que reduce la sensibilidad para esas fechas. Por otra parte, para los métodos que dependen de Black76, el factor asociado al tiempo podría adquirir un mayor peso que los otros en los últimos años.

A nivel individual, en lo que respecta a las comparaciones entre modelos, se destaca que el método de Escenarios es el menos sensible de todos. Sus valores apenas experimentan cambios significativos ante variaciones en las tasas. Se observa que durante el último año, sus valores oscilan entre 0.25 y -0.25, con pocos valores de colores extremos y una escala reducida. Esto concuerda con el hecho de que el método calcula, por sí mismo, escenarios de incremento y disminución de tasas, por lo que ya captura dichos fenómenos.

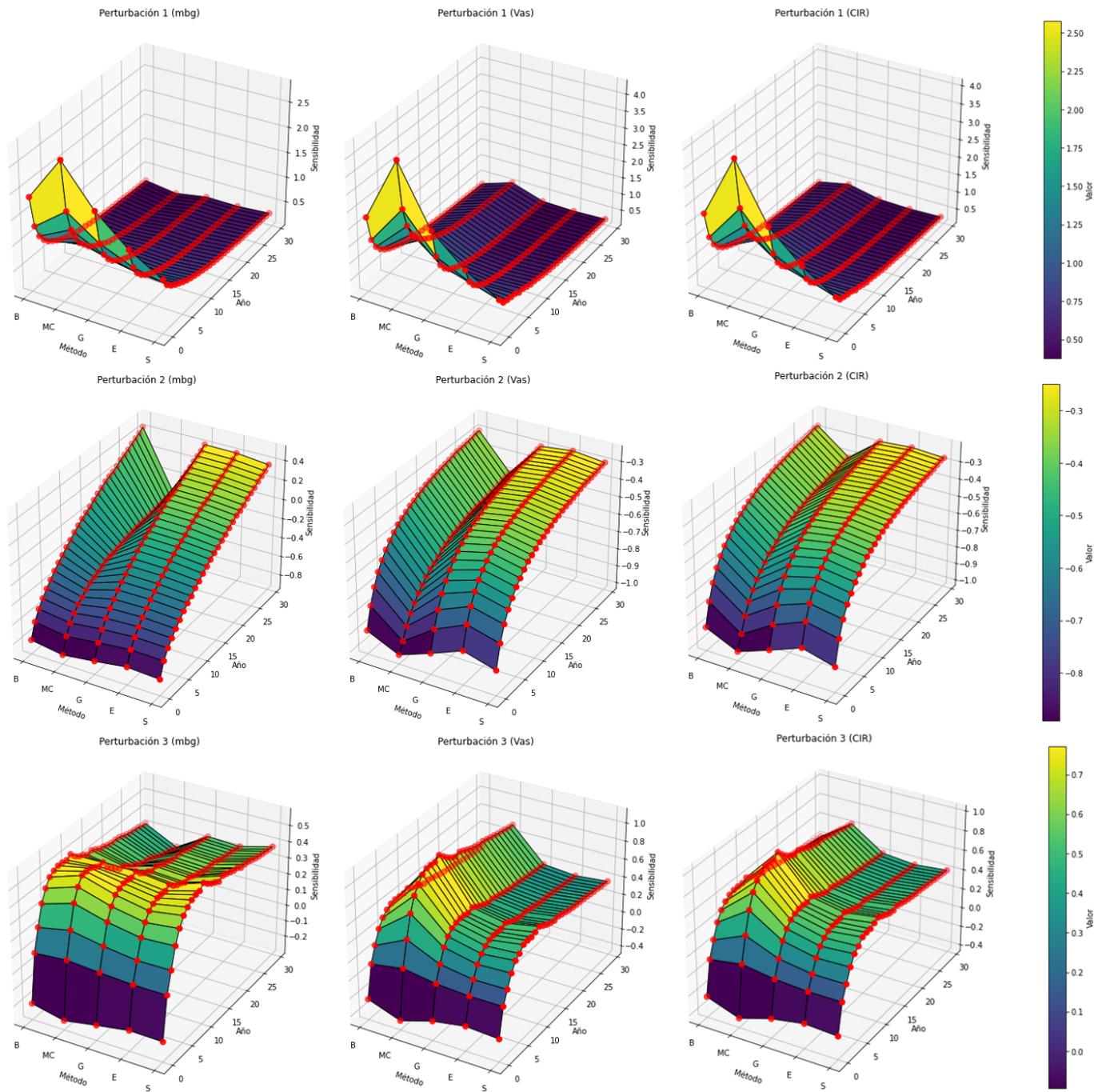
En el extremo opuesto, los métodos de Monte Carlo y Griegas son los más sensibles. El método de Monte Carlo muestra una escala que va desde +2 hasta -1. En cuanto a las tasas a corto plazo, el método de Monte Carlo es extremadamente sensible a los aumentos en las tasas, duplicando su valor en comparación con el va-

lor base. Por otro lado, para las tasas a largo plazo, este método es más sensible a las disminuciones en las tasas. El método de las Griegas refleja un comportamiento similar, aunque menos pronunciado que el de Monte Carlo, siendo particularmente sensible a los movimientos de las tasas a corto plazo.

El método Simplificado mantiene un nivel de sensibilidad constante a lo largo de los años, es decir, no muestra sensibilidad respecto a la fecha. Es menos sensible que los otros modelos ante las tasas a corto plazo, pero mucho más sensible ante las tasas a largo plazo. No presenta una concavidad o convexidad como los otros métodos.

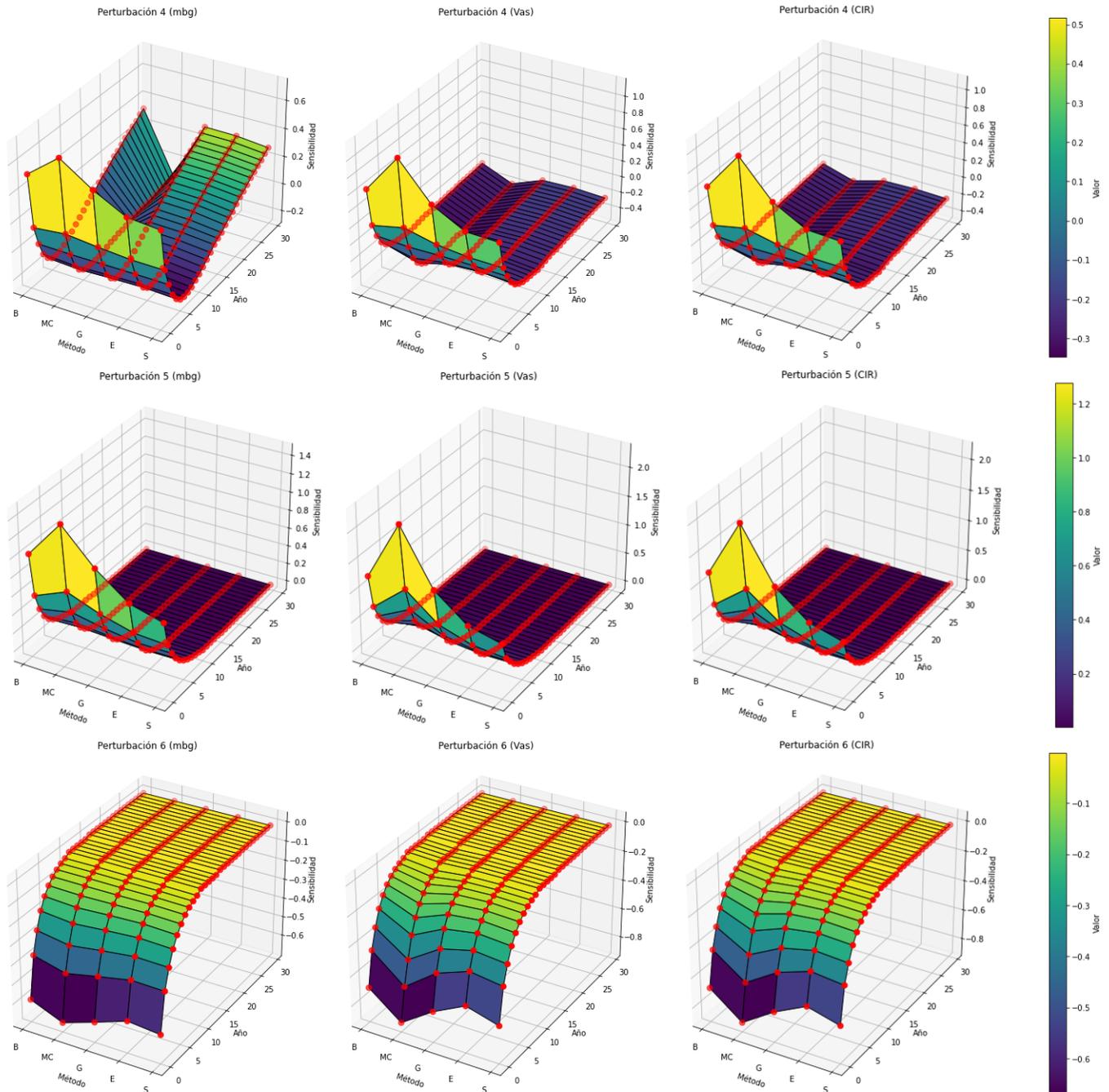
Finalmente, el modelo de Black exhibe sensibilidades más equilibradas, siendo también más sensible a las tasas a corto plazo (especialmente a los aumentos) y en menor medida a las tasas a largo plazo, siendo afectado casi simétricamente ante incrementos y descensos

## **6.4. Escenarios de Perturbación**



(a)

Figura 6.25: Perturbaciones 1 2 y 3



(a)

Figura 6.26: Perturbaciones 4 5 y 6

Salvo algunas excepciones como las perturbaciones tipo 3 y tipo 4 para la simulación MBG, los resultados de las perturbaciones exhiben similitudes independientes del tipo de simulación de tasa.

El comportamiento de las metodologías se mantiene coherente con lo observado previamente.

En el caso de subidas y bajadas paralelas (perturbaciones tipo 1 y 2), el método de Monte Carlo demuestra mayor sensibilidad a las subidas de tasa y menor sensibilidad a las bajadas. Por otro lado, los demás métodos muestran una mayor sensibilidad a las subidas de tasa corta y una sensibilidad nula a las subidas de tasa larga. Respecto a las bajadas de tasa está sigue una pendiente constante en donde se evidencia una alta sensibilidad tanto a las tasas cortas como a las tasas largas, manteniéndose nula para las tasas de mediano plazo.

Respecto a las perturbaciones 3 y 4, el método de Monte Carlo continúa presentando una mayor sensibilidad que los demás. Globalmente, en el caso de la inclinación de tasas (perturbación 3), esta afecta principalmente a las tasas cortas y se observa que los demás métodos responden de manera similar. Esta respuesta implica una disminución en la valorización de tasas cortas y un aumento en la valorización de tasas largas. Por su parte, en la perturbación 4, se observa un fenómeno similar pero inverso en cuanto a las direcciones del valor de la sensibilidad. En particular, para la simulación MBG, se observa que las tasas de largo plazo aumentan ante una bajada de tasa, lo que podría explicarse por la fuerte presencia de valores atípicos.

Finalmente, en relación con las perturbaciones 5 y 6, estas afectan de manera similar a todos los métodos para las tres simulaciones. Los métodos responden de manera similar a las perturbaciones. En el escenario 5, con un aumento mayor de tasa corta y un aumento menor de tasa larga, se observa una gran sensibilidad a la tasa corta (llegando a ser 1.2 veces más grande el valor del techo en estos casos) pero una sensibilidad nula a los cambios de tasa larga. Por otro lado, en el escenario 6 se observa un fenómeno similar pero en la dirección opuesta. Es decir una disminución mayor en magnitud en tasa corta y una disminución menor en magnitud en tasa larga producen una mayor sensibilidad en la tasa corta que en la larga. Así, se reafirma la sensibilidad a la tasa corta de los métodos.

# Capítulo 7

## Conclusiones

La exhaustiva comparación de metodologías llevada a cabo ha proporcionado una comprensión más completa del comportamiento inherente a cada una de ellas, lo que ha facilitado significativamente la tarea de selección entre las opciones disponibles. A pesar de las variaciones observadas en las simulaciones de tasas, se ha constatado que las metodologías de valorización mantienen una coherencia y estabilidad en sus resultados, que permanecen consistentes independientemente de la técnica de simulación aplicada. Esta consistencia se evidencia tanto en las valorizaciones individuales como en los análisis de sensibilidad y perturbación, lo que sugiere la existencia de una sólida fundamentación subyacente en dichas metodologías.

Es importante destacar que la sensibilidad de las valoraciones se encuentra principalmente concentrada en los caplets iniciales, lo que, paradójicamente, proporciona un margen de maniobra para la implementación de medidas correctivas. La posibilidad de actualizar de manera continua los datos, por ejemplo, mediante una frecuencia de actualización mensual, representa un elemento esencial para garantizar una mayor precisión en las valoraciones a medida que se desembolsan las cuotas del crédito. Por consiguiente, el análisis promedio de las simulaciones adquiere un papel crucial al proporcionar una visión dinámica y evolutiva de la estimación del techo por palet a lo largo de la vida del crédito, permitiendo una mejor comprensión de la evolución de estos valores en diferentes contextos y escenarios.

A partir del exhaustivo análisis global de los métodos, se han identificado tres enfoques distintos en función de su grado de conservadurismo y su sensibilidad ante cambios en la tasa. Un enfoque conservador, ejemplificado por el método de Escenarios, asigna un mayor valor al techo del caplet y exhibe una mayor robustez ante variaciones en la tasa. Por otro lado, un enfoque especulativo, representado por el método de Monte Carlo y Griegas, otorga un valor menor a los techos, pero muestra una mayor sensibilidad ante cambios en la tasa. En contraposición, el método Black76 se posiciona en un punto intermedio entre estos dos extremos, manifestando un equilibrio entre conservadurismo y sensibilidad.

Es necesario resaltar que el método Simplificado, si bien ofrece una aproximación más accesible, ha mostrado cierta irregularidad en sus resultados, lo que dificulta su clasificación en alguna de las categorías previamente mencionadas.

Adicionalmente, se descartan las simulaciones MBG para generar valoraciones del instrumento, ya que su aporte no resultó tan significativo en comparación con otras las metodologías de simulación utilizadas, no obstante sí permite contrastarlas y entender de mejor manera las metodologías de valorización.

Esta investigación contribuye en la apertura de nuevas áreas de interés. Por un lado, sería interesante profundizar en el estudio de la “tasa teaser” en las ofertas de crédito de consumo en Chile, con el fin de evaluar tanto su efectividad como su capacidad para atraer a potenciales clientes. Por otro lado, se podrían investigar los posibles sesgos asociados a la tasa TAB en las ofertas de crédito, especialmente considerando que los mismos bancos que ofrecen los créditos también participan en la fijación de esta tasa. Finalmente, analizar el fenómeno de la tasa máxima referencial puede brindar una comprensión más completa de las dinámicas y prácticas en el mercado crediticio chileno, lo que permitiría identificar áreas potenciales para mejoras o intervención regulatoria.

# Bibliografía

- ASOCIACIÓN DE BANCOS E INSTITUCIONES FINANCIERAS ABIF. Acuerdo s/n, Jan 2004. URL <https://www.leychile.cl/navegar?idNorma=220284>.
- Banco Central de Chile. Informe de estabilidad financiera, 2021. URL <https://www.bcentral.cl/web/banco-central/areas/politica-financiera/ief>.
- Banco Central de Chile. Informe de estabilidad financiera primer semestre 2023, 2023. URL [https://www.bcentral.cl/documents/33528/4205087/IEF\\_2023\\_S1.pdf.pdf/ee75e039-aa70-6e3f-69a0-754248cdd3e3?t=1698244853973](https://www.bcentral.cl/documents/33528/4205087/IEF_2023_S1.pdf.pdf/ee75e039-aa70-6e3f-69a0-754248cdd3e3?t=1698244853973).
- Banco-Mundial. Data bank, 2023. URL <https://datos.bancomundial.org/pais/chile>.
- BIS. The bank for international settlements, Oct 2019. URL <https://www.bis.org/bcbs/history.htm>.
- Basel Committee on Banking Supervision BIS. *Riesgo de tasas de interés en la cartera de inversión*, 2016. URL [https://www.bis.org/bcbs/publ/d368\\_es.pdf](https://www.bis.org/bcbs/publ/d368_es.pdf).
- Fischer Black. The pricing of commodity contracts. *Journal of financial economics*, 3(1-2): 167–179, 1976.
- María Teresa Casparri et al. *Introducción a los procesos estocásticos en la valuación de proyectos de inversión de riesgosos*. PhD thesis, Facultad de Ciencias Económicas. Universidad de Buenos Aires, 2013.
- Carlos Pulgar, Gabriela Aguilera CMF. Incorporación de archivo “riesgo de mercado del libro de banca” (r13) y “riesgo de concentración crediticia” (r14) al sistema de riesgos del manual de sistemas de información para bancos. Agosto 2022. URL [https://www.cmfchile.cl/sitio/aplic/serdoc/ver\\_sgd.php?s567=23cf9c5a0067711fa6b6f0b254f3800fVFDwQmVVMXFRVfJOUkUxNFQxUk5lVTISUFQwPQ==&secuencia=-1&t=1660675296](https://www.cmfchile.cl/sitio/aplic/serdoc/ver_sgd.php?s567=23cf9c5a0067711fa6b6f0b254f3800fVFDwQmVVMXFRVfJOUkUxNFQxUk5lVTISUFQwPQ==&secuencia=-1&t=1660675296).
- COMISION PARA EL MERCADO FINANCIERO CMF. Circular bancos 2270. Sep 2020. URL <https://www.leychile.cl/navegar?idNorma=1154383>.
- Comisión para el mercado financiero CMF Educa. Créditos hipotecarios, 2023. URL [https://www.cmfchile.cl/educa/621/w3-propertyvalue-45015.html#i\\_\\_cmfEd\\_pa\\_FichaProdBancarios\\_1\\_49522\\_C2BFCon20quiC3A9n20se20contrata3F](https://www.cmfchile.cl/educa/621/w3-propertyvalue-45015.html#i__cmfEd_pa_FichaProdBancarios_1_49522_C2BFCon20quiC3A9n20se20contrata3F).
- Comisión para el mercado financiero CMF RAN 21-13. Evaluación de la suficiencia de patrimonio efectivo de los bancos. Noviembre 2020. URL <https://www.cmfchile.cl/portal/principal/613/w3-article-29808.html>.

- Comisión para el mercado financiero CMF RAN 21-7. Determinación de los activos ponderados por riesgo de mercado, Nov 2020. URL [https://www.cmfchile.cl/portal/principal/613/articles-38827\\_doc\\_pdf.pdf](https://www.cmfchile.cl/portal/principal/613/articles-38827_doc_pdf.pdf).
- Vicente Vera Diario Financiero. tasa para créditos hipotecarios sube y alcanza su mayor nivel en lo que va del año, 2023. URL <https://www.df.cl/mercados/banca-fintech/tasa-para-creditos-hipotecarios-sube-y-alcanza-su-mayor-nivel-en-lo-que>.
- Francisca Espinoza Gonzalo Valdés Espinoza, Valdés. El mercado inmobiliario en Chile. *Sexta Edición*, 2023. URL [https://noticias.unab.cl/assets/uploads/2023/11/20231123-IPP-UNAB\\_Informe-Mercado-Inmobiliario-en-Chile.pdf](https://noticias.unab.cl/assets/uploads/2023/11/20231123-IPP-UNAB_Informe-Mercado-Inmobiliario-en-Chile.pdf).
- Alfredo Habash. Estructura de tasas de interés: Impactos económicos sobre el mercado de renta fija en Chile, 2023. URL <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/193425>.
- John Hull. Introducción a los mercados de futuros y opciones. *Sexta Edición*, 1996.
- Stan Hurn, Kenneth A Lindsay, and Lina Xu. Revisiting the numerical solution of stochastic differential equations. *China Finance Review International*, 9(3):312–323, 2019.
- El Mercurio J.P Palacios. Alzas en las tasas hipotecarias es la variable que más ha dificultado la compra de propiedades, 2023. URL <https://noticias.unab.cl/el-mercurio-alzas-en-las-tasas-hipotecarias-es-la-variable-que-mas-ha-dificultado-la-compra-de-propiedades/>.
- Patricio San Juan La Tercera. Tasas de interés de los créditos hipotecarios alcanzan nuevo máximo en más de 14 años, 2023a. URL <https://www.latercera.com/pulso/noticia/tasas-de-interes-de-los-creditos-hipotecarios-alcanzan-nuevo-maximo-en-mas-de-14-anos/ED122RRMPREEVBMYPCHQ26KSAM/?outputType=amp>.
- Sofía Aravena La Tercera. Se complica el sueño de la casa propia: tasas hipotecarias escalan a nuevos máximos de 2023, 2023b. URL <https://www.latercera.com/pulso/noticia/tasas-hipotecarias-escalan-a-nuevos-maximos-de-2023/AHCME6G7YBHMLN4NPCTMMZYTFY/>.
- Zan Miao. Cir modeling of interest rates, 2018. URL <https://lnu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1270329/FULLTEXT01.pdf>.
- Enzo Mondello. *Applied Fundamentals in Finance: Portfolio Management and Investments*. Springer Nature, 2023.
- Sheilagh Ogilvie and André W Carus. Institutions and economic growth in historical perspective. *Handbook of economic growth*, 2:403–513, 2014.
- Comisión para el mercado financiero CMF. Stocks de créditos hipotecarios para la vivienda - 2023/01, 2023/01. URL <https://www.cmfchile.cl/portal/estadisticas/617/w3-article-28985.html>.
- SUPERINTENDENCIA DE BANCOS E INSTITUCIONES FINANCIERAS SBIF. Circular bancos 2409; circular financieras 798, Diciembre 1988. URL <https://www.leychile.cl/navegar?idNorma=1077207>.
- Schwartz, Eduardo S and Torous, Walter N. Caps on adjustable rate mortgages: Valuation, insurance, and hedging. In *Financial markets and financial crises*, pages 283–304. University of Chicago Press, 1991.

Richard Stanton and Nancy Wallace. Anatomy of an arm: The interest-rate risk of adjustable-rate mortgages. *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 19:49–67, 1999.

# Anexos

## Anexo A. Metodología

### A.1. Datos y Supuestos

#### A.1.1. Mutuo con Tasa Variable y Techo

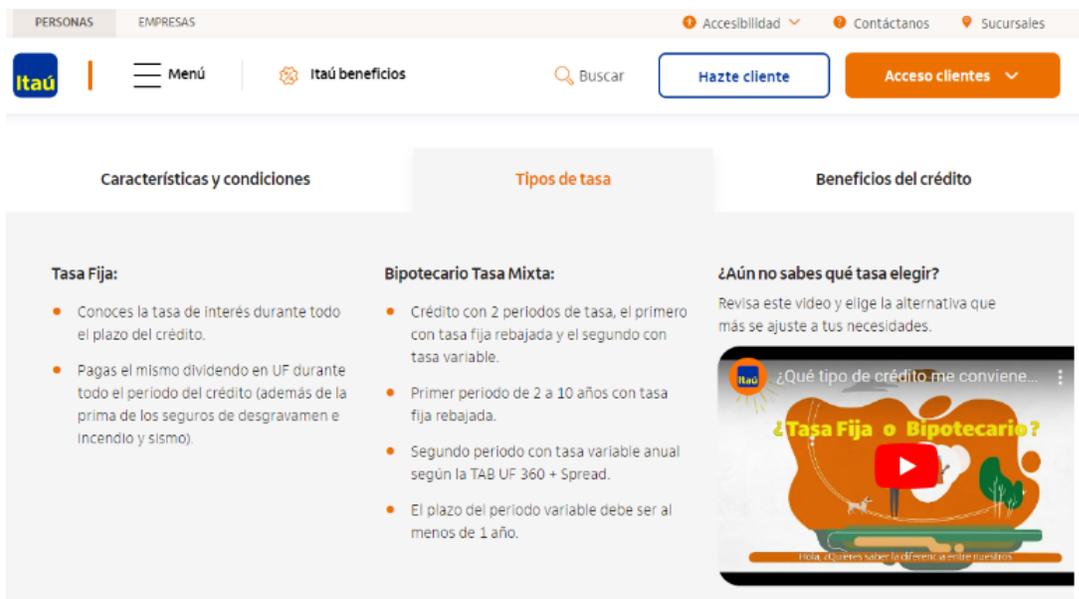


Figura A.1: <https://banco.santander.cl/informacion/tutoriales/detalles/que-opciones-de-credito-hipotecario-existen>

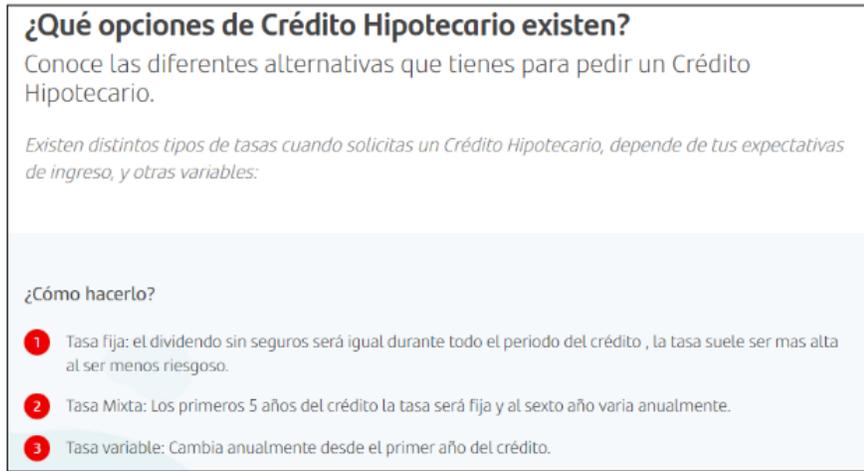


Figura A.2: <https://ww2.italu.cl/personas/creditos/credito-hipotecario-italu>

## A.1.2. Tasa TAB

### A.1.2.1. Simulación

#### *Euler-Maruyama scheme*

This method is often called Euler's method and is the simplest and the most commonly used numerical scheme for the integration of SDEs. In the case of the aforementioned GBM, Vasicek and CIR models, Euler's scheme gives:

$$\begin{aligned}
 \text{(GBM)} \quad X_{t+h} &= X_t + \mu X_t h + \sigma X_t \Delta W_t \\
 \text{(Vasicek)} \quad X_{t+h} &= X_t + \alpha(\beta - X_t)h + \sigma \Delta W_t \\
 \text{(CIR)} \quad X_{t+h} &= X_t + \alpha(\beta - X_t)h + \sigma \sqrt{X_t} \Delta W_t, \tag{13}
 \end{aligned}$$

where  $h$  is the temporal step size used in the approximation and  $\Delta W_t$  is the increment of the Wiener process over the interval  $[t, t+h]$ .

Figura A.3: Ejemplo de aplicación del método Euler-Maruyama (Hurn et al., 2019)

El método se aplicó para un paso  $h = 1$  medido en años.

## Anexo B. Resultados

### B.1. Valorizaciones

#### B.1.1. Distribuciones por Año

##### B.1.1.1. Distribuciones por Año (outlier)

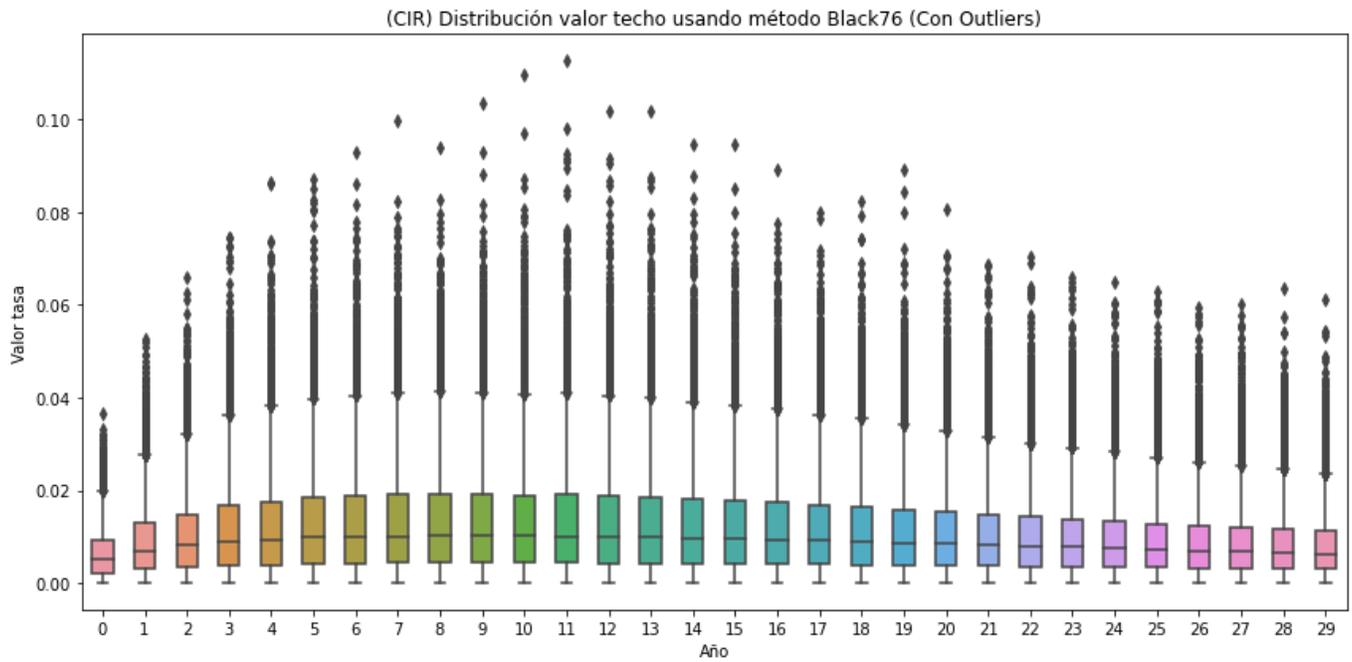


Figura B.1: Black76 CIR outliers

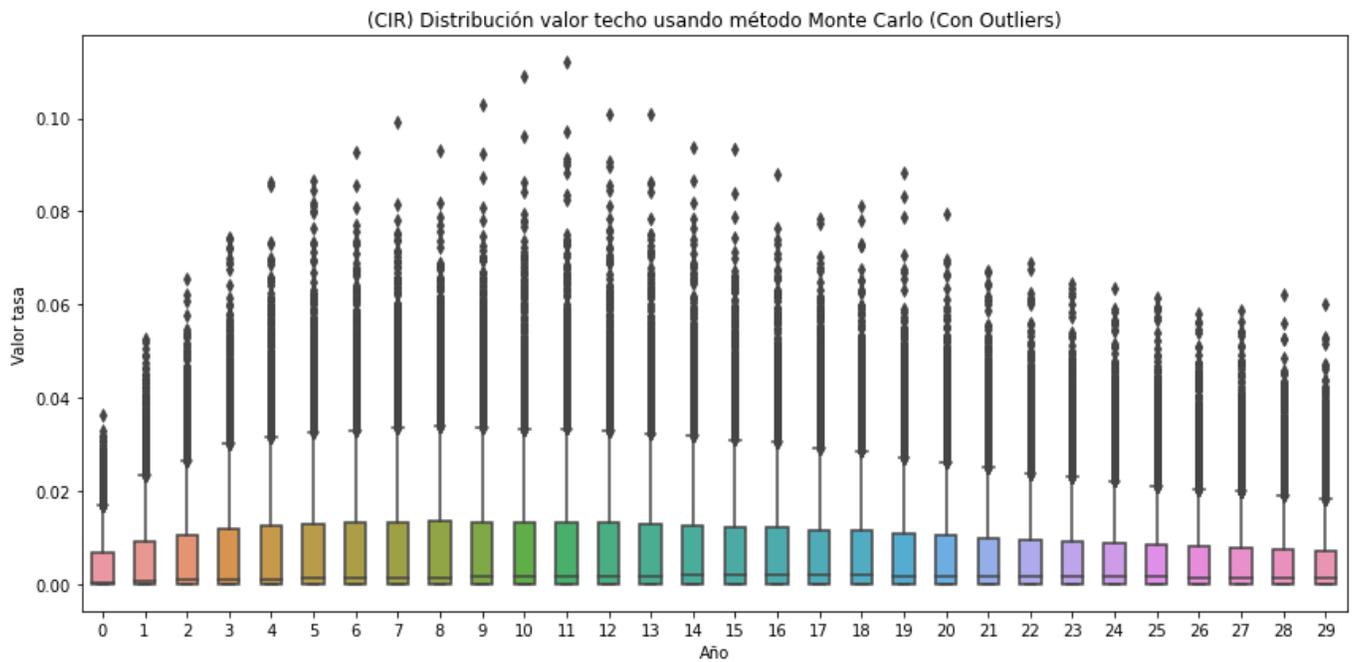


Figura B.2: Monte Carlo CIR outliers

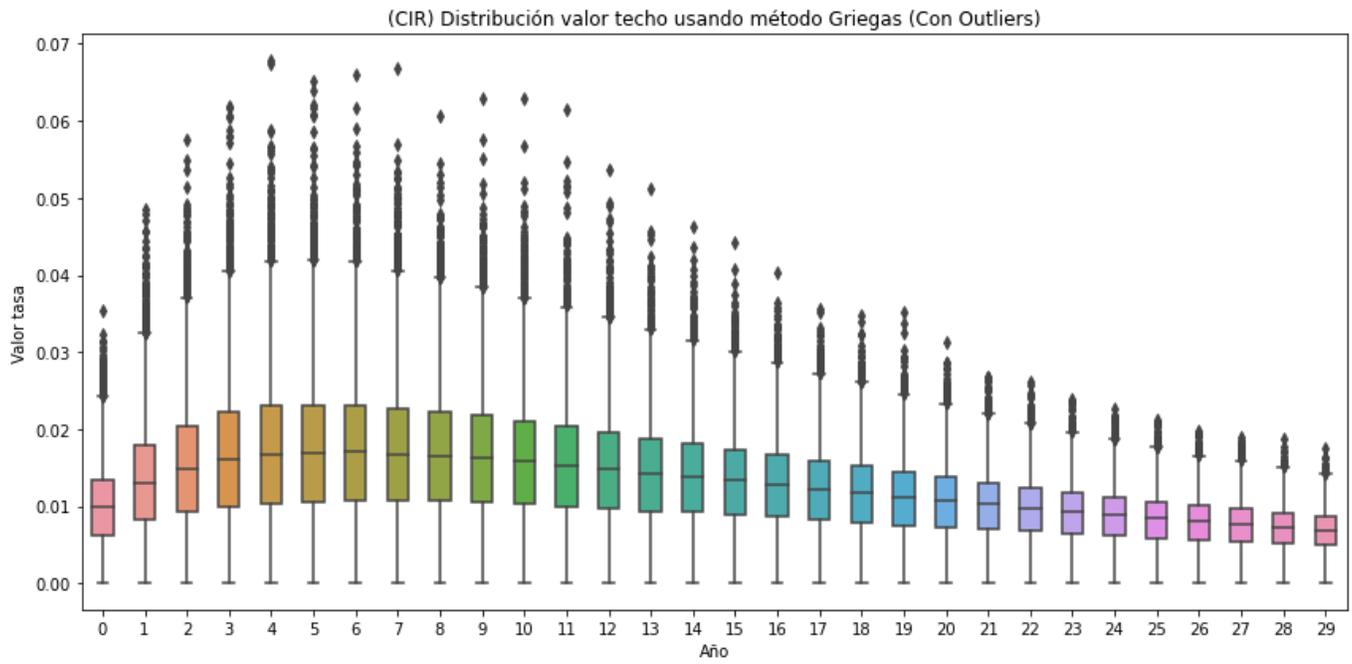


Figura B.3: Griegas CIR outliers

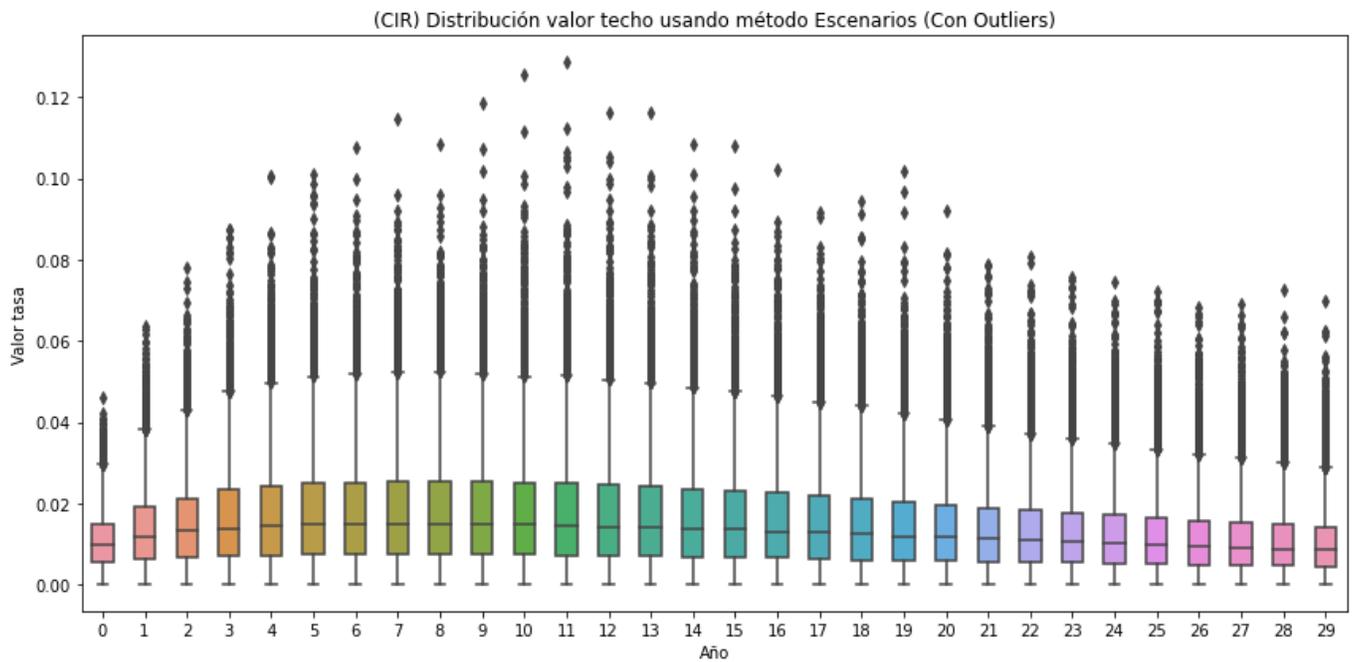


Figura B.4: Escenarios CIR outliers

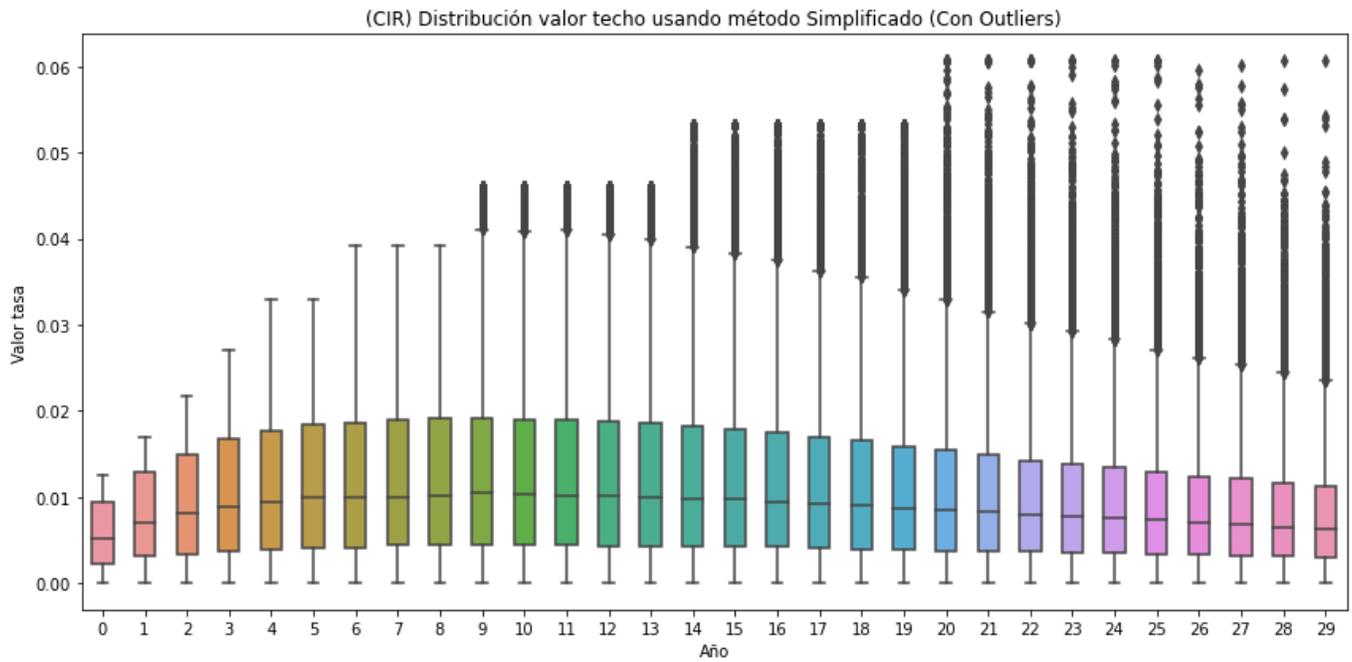


Figura B.5: Simplificado CIR outliers

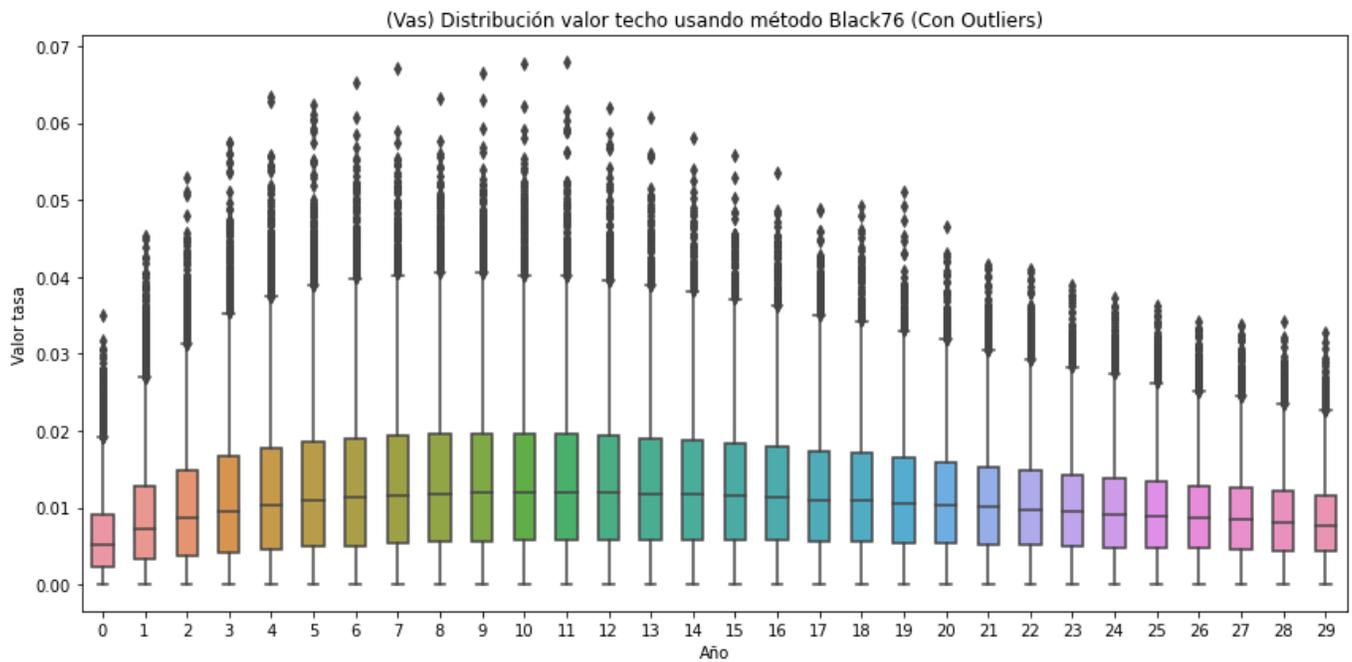


Figura B.6: Black76 Vas outliers

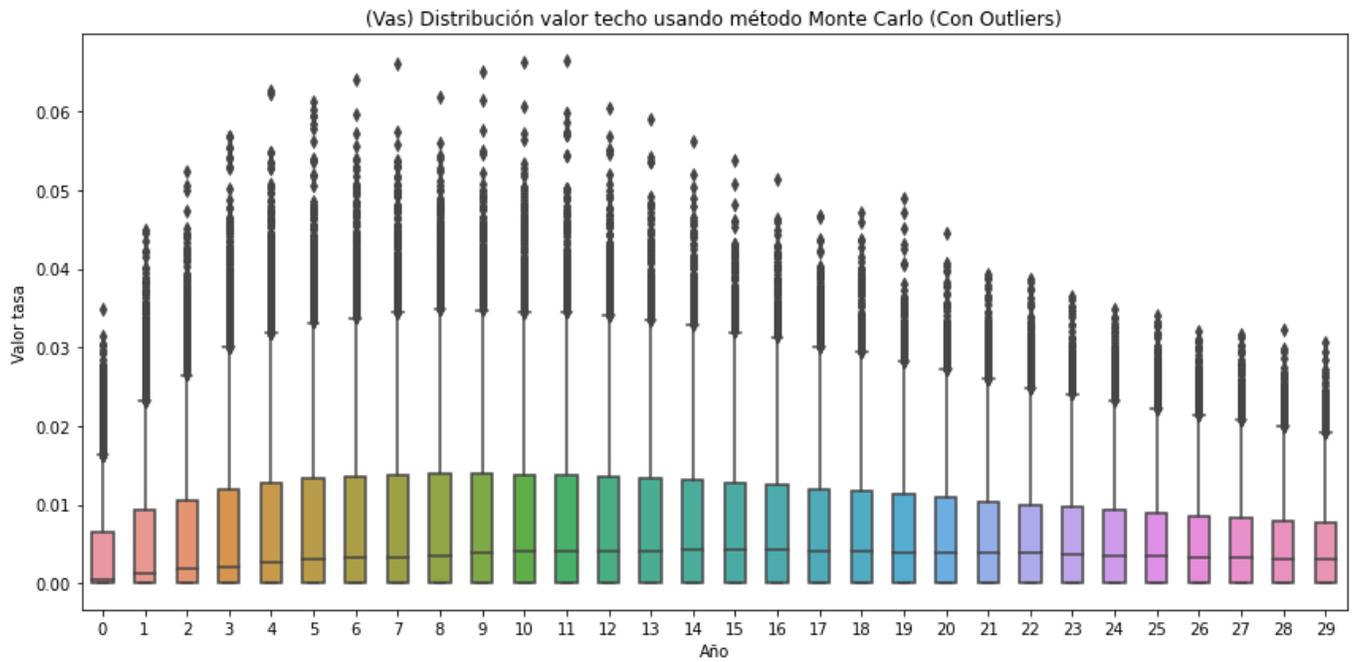


Figura B.7: Monte Carlo Vas outliers

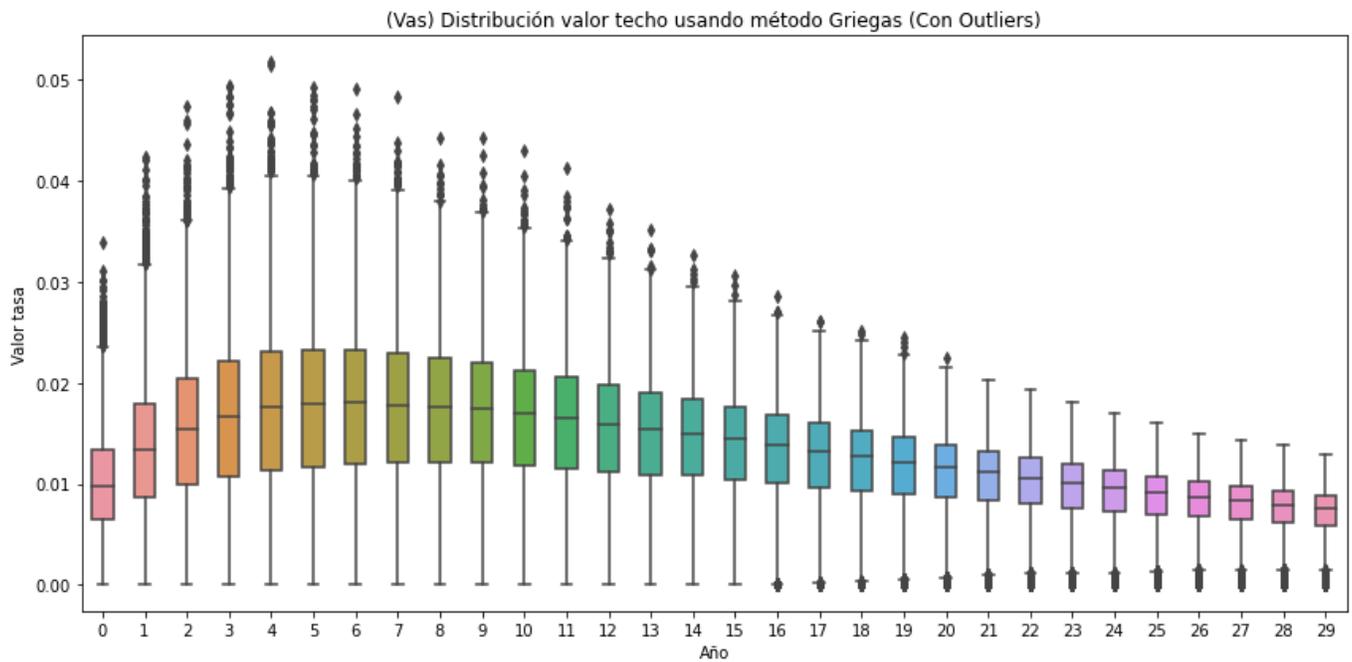


Figura B.8: Griegas Vas outliers

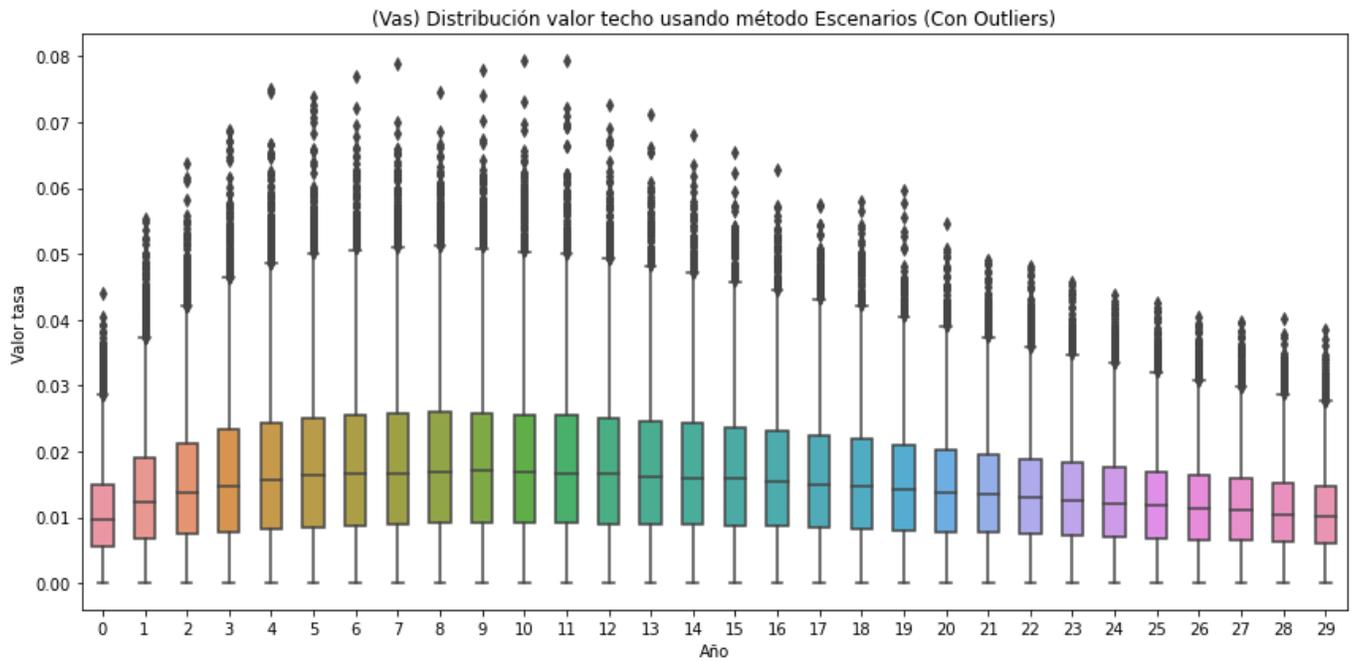


Figura B.9: Escenarios Vas outliers

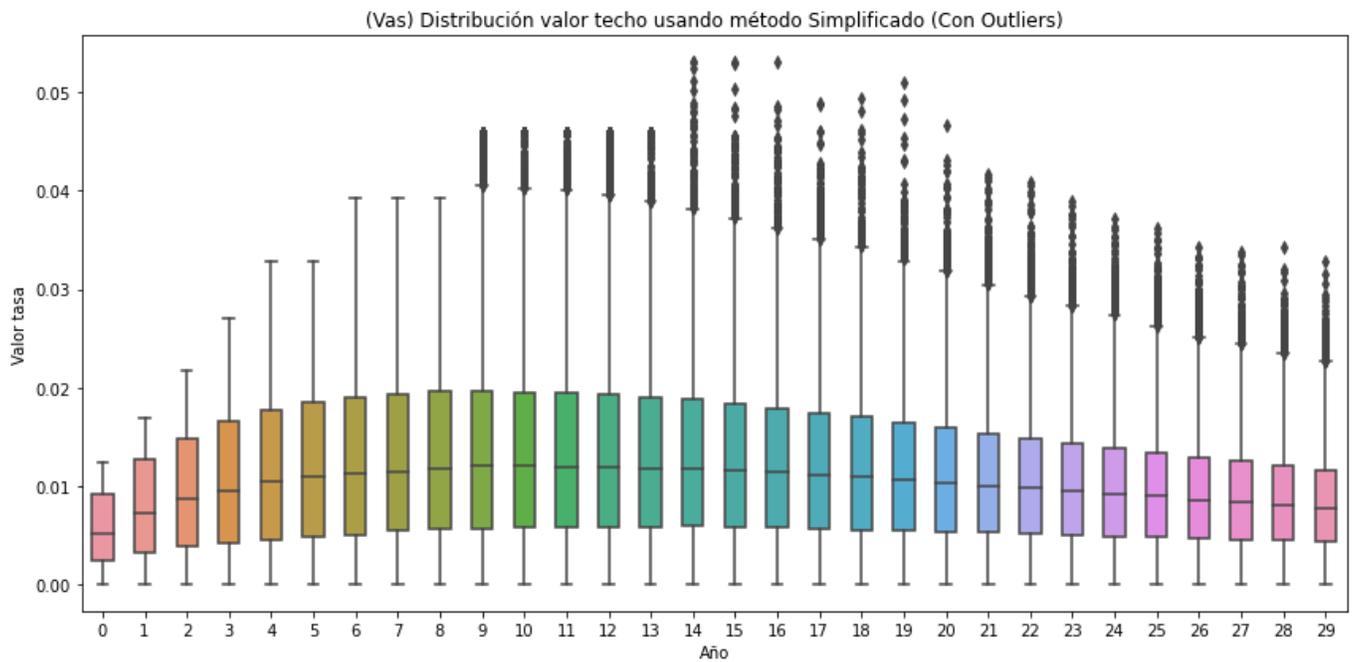


Figura B.10: Simplificado Vas outliers

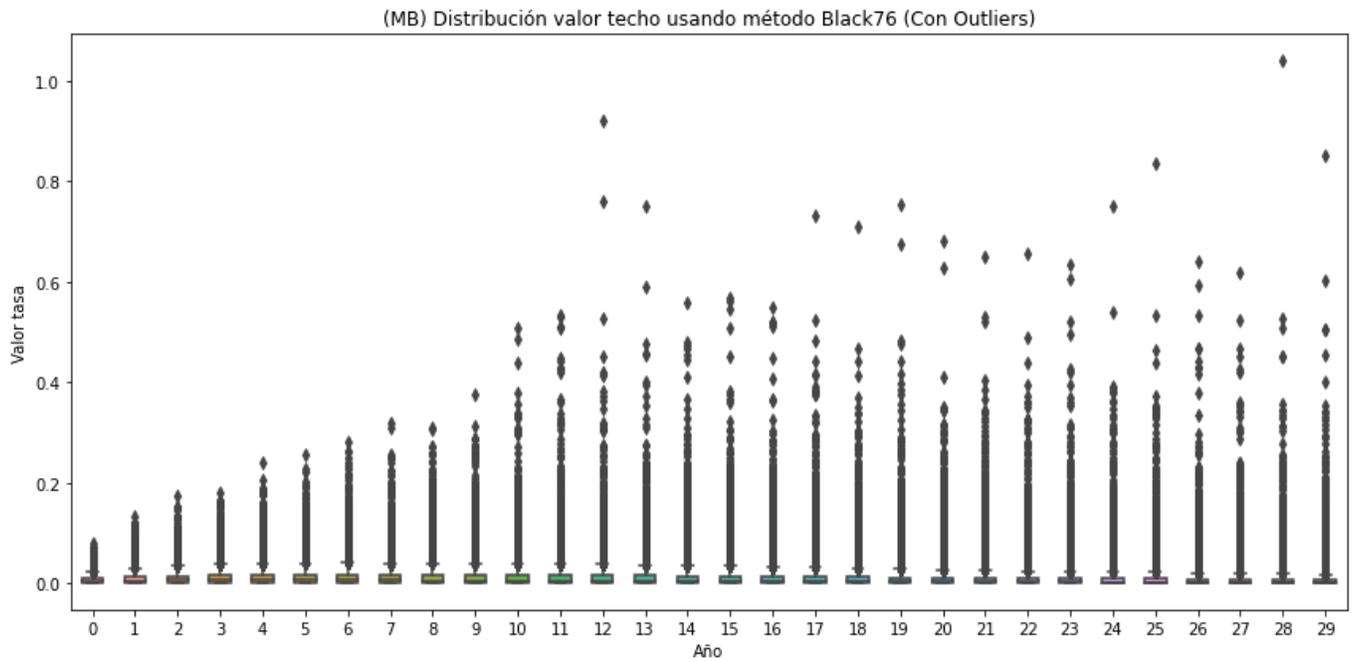


Figura B.11: Black76 MBG outliers

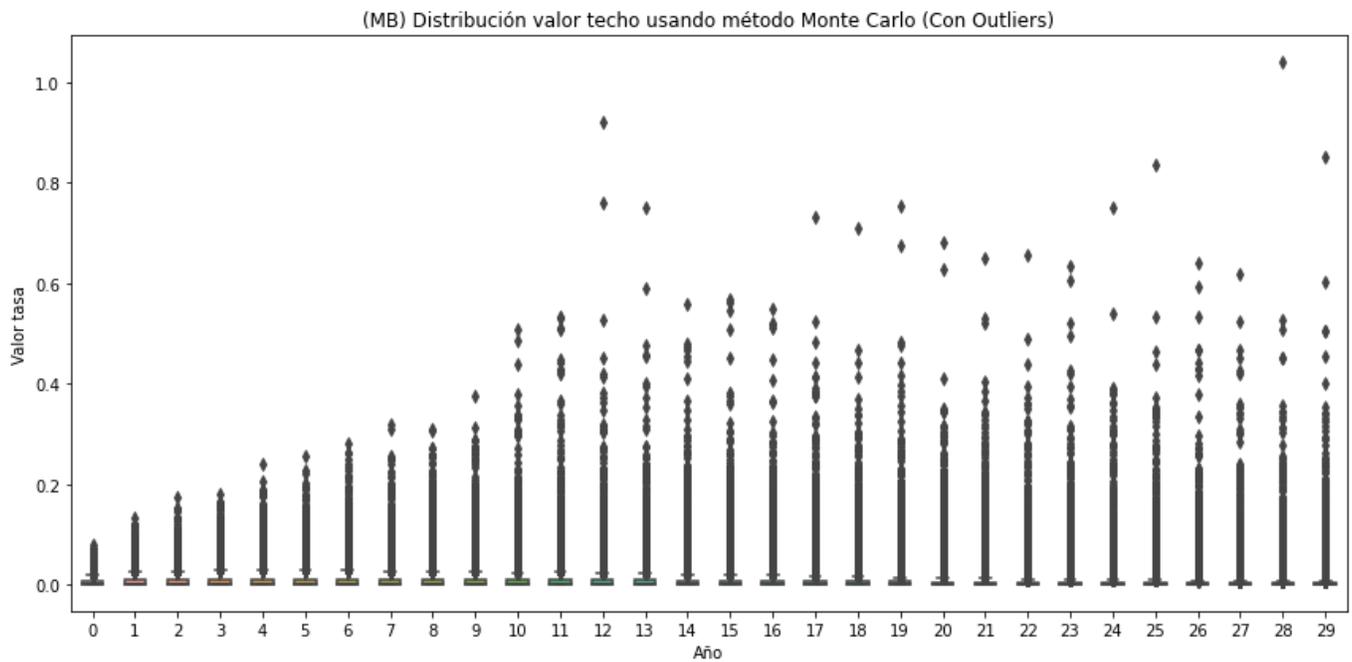


Figura B.12: Monte Carlo MBG outliers

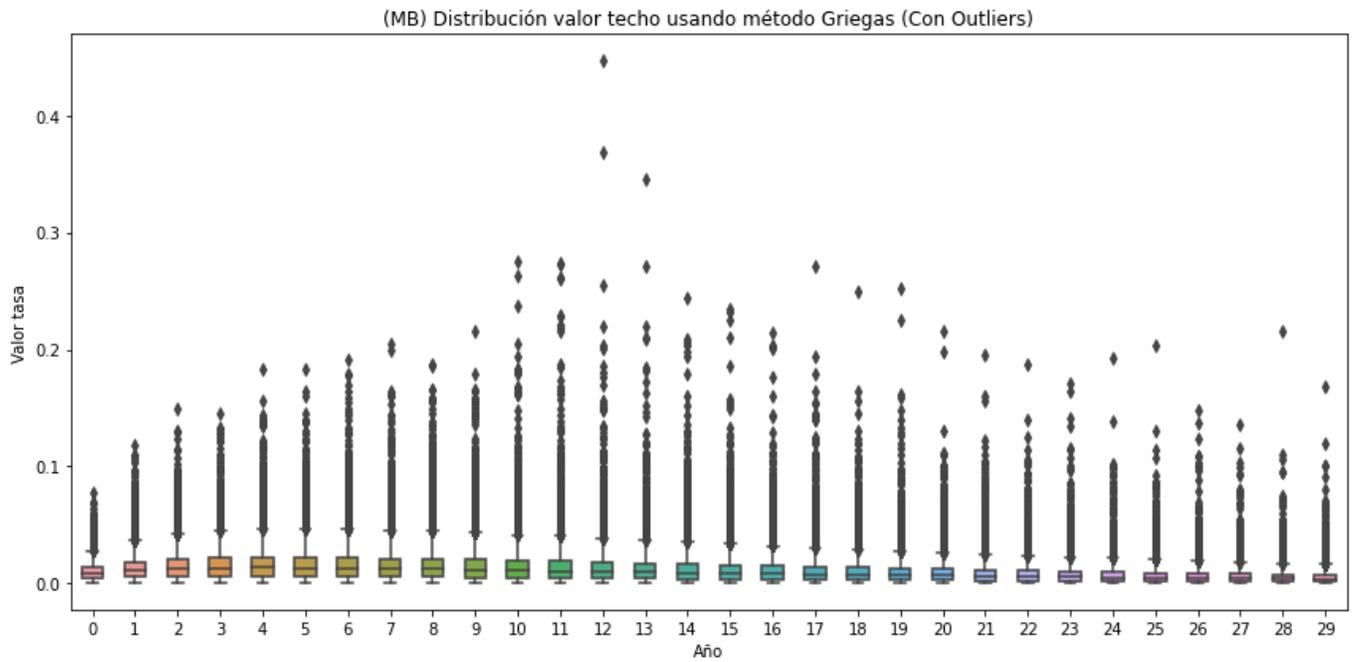


Figura B.13: Griegas MBG outliers

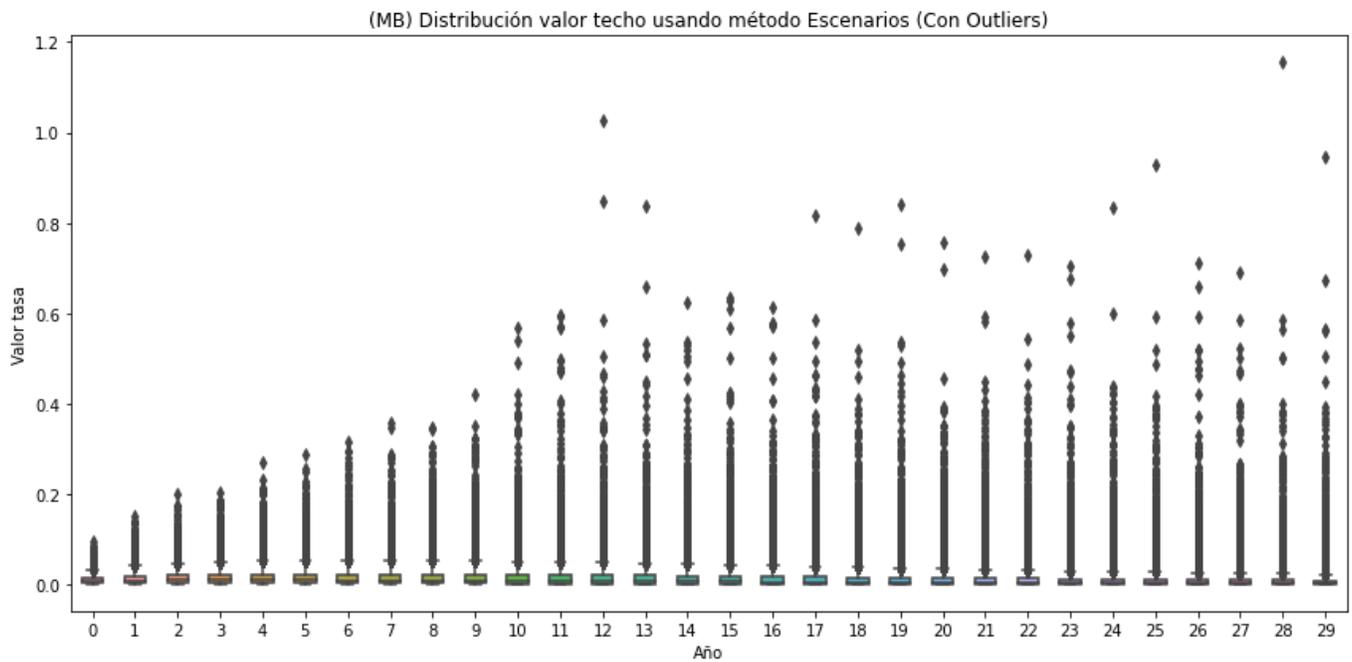


Figura B.14: Escenarios MBG outliers

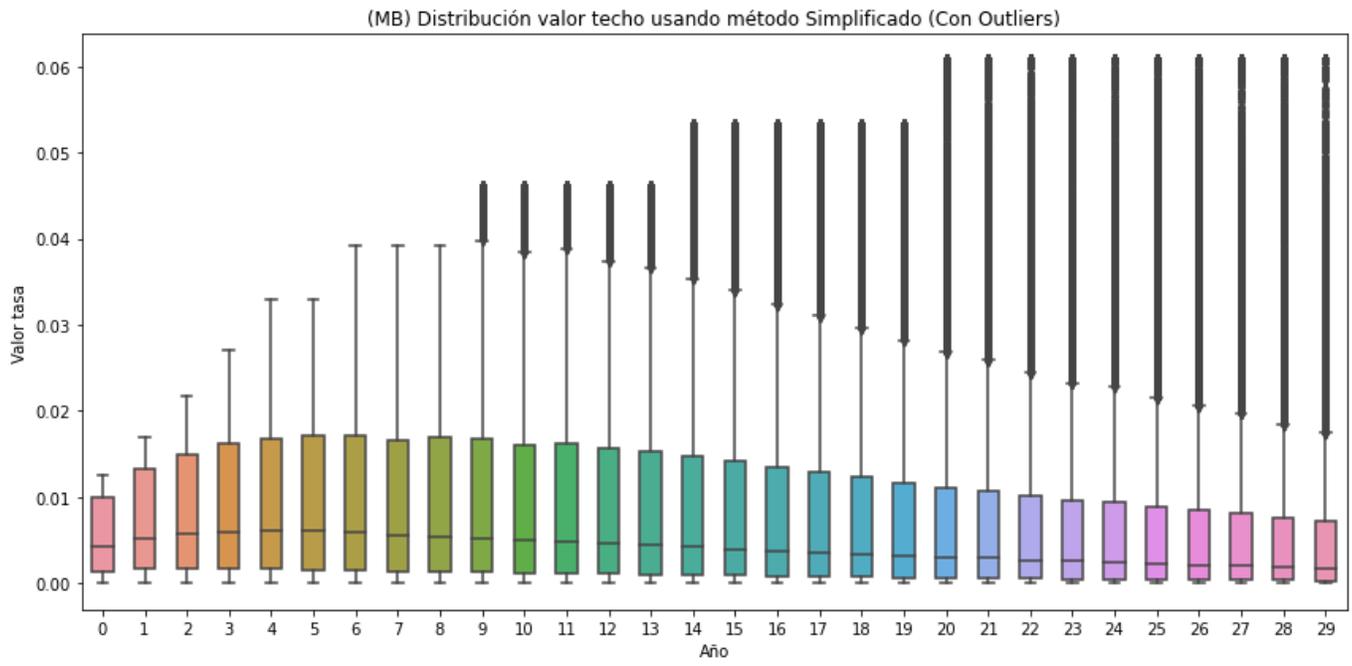


Figura B.15: Simplificado MBG outliers