



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

AVANCES EN LA DEFINICIÓN DE INDICADORES DE INCERTIDUMBRE EN EL CÁLCULO DEL VS_{30} BASADO EN MÉTODOS DE ONDAS SUPERFICIALES

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

FABIÁN ANDRÉS OLIVERAS CISTERNAS

PROFESOR GUÍA:
CÉSAR PASTEN PUCHI

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FELIPE LEYTON FLOREZ
ESTEBAN SÁEZ ROBERT

ESTE TRABAJO FUE FINANCIADO POR EL PROYECTO FONDEF IDEA I+D ID22I
10032

SANTIAGO DE CHILE
2024

**RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR
AL TÍTULO DE:** Ingeniero Civil

ESTUDIANTE: Fabián Andrés Oliveras Cisternas

FECHA: 2024

PROFESOR GUÍA: César Pastén Puchi.

AVANCES EN LA DEFINICIÓN DE INDICADORES DE INCERTIDUMBRE EN EL CÁLCULO DEL V_{S30} BASADO EN MÉTODOS DE ONDAS SUPERFICIALES

Los métodos de ondas superficiales (MOS) son comúnmente empleados en la práctica para determinar perfiles de velocidad de onda de corte de un sitio y para, a partir de ellos, calcular el promedio armónico de la velocidad de onda de corte en los primeros 30 m (V_{S30}), el cual se utiliza para la clasificación sísmica de sitios en diversas normas sísmicas. Los MOS resuelven un problema inverso no lineal que entrega como solución un conjunto de múltiples perfiles unidimensionales de V_s con distintos ajustes de sus curvas de dispersión teóricas a una curva empírica estimada de mediciones en terreno. Usualmente, se selecciona el perfil con menor desajuste como el más representativo del sitio y a partir de él se calcula el V_{S30} , pero sin establecer una medida de la incertidumbre de su valor. Este trabajo presenta una metodología para estimar el V_{S30} y su desviación estándar a partir de modelos de V_s cuyas curvas de dispersión teóricas reproducen razonablemente la incertidumbre de la curva de dispersión empírica del sitio. El uso de esta metodología se ilustra con el análisis de siete perfiles sintéticos con variabilidad de V_s y/o el espesor de sus capas. Posteriormente, se aplica la metodología a diversos sitios ubicados en las ciudades de Valdivia, Chillán, Talca y La Serena, recientemente explorados por el proyecto FONDEF ID22I 10032. Los resultados indican que a través de la metodología implementada es factible establecer un indicador de incertidumbre que sea compatible con la variabilidad originada por la incertidumbre epistémica y aleatoria en la estimación de la curva de dispersión empírica de un sitio. Sin embargo, estos resultados también advierten sobre posibles sesgos significativos en los valores del V_{S30} , los cuales pueden surgir tanto de la parametrización de la velocidad de onda P (V_p) en el proceso de inversión como de los parámetros utilizados en el algoritmo de inversión. Lo anterior destaca la necesidad de una cuidadosa elección y validación de los rangos del espacio de parámetros, acorde a la información aportada por la curva de dispersión y propiedades esperadas de los materiales geológicos.

A mi queridísima Abuela, por su amor incondicional

ALIDA VALENCIA ANDRADES

☆15/08/1951 †16/10/2023

Agradecimientos

Agradezco a mi familia: mi querida madre, mi padre y mi gran hermano Luciano, por su apoyo y motivación constante para seguir adelante. A mi hermanito Enzo por ser tan tierno y alegrarse tanto al verme cada vez que voy a Chillán. A mis familiares, por brindar su apoyo y compartir aquellos momentos que nos mantienen unidos, incluso estando tanto tiempo sin hablar.

Al profesor César por su orientación y dedicación durante todo el proceso de investigación, asimismo, a los profesores y compañerxs del proyecto y del grupo de investigación, por compartir su conocimiento y experiencia.

A mi polola Vikita, por su paciencia, comprensión y apoyo diario. A mis amigxs, quienes comparten los ideales de un mundo mejor, al lector y a los que se me quedan en el tintero que saben que son parte importante de mi vida.

Este trabajo fue financiado por el proyecto IDeA I+D ID22I-10032, Guía de caracterización dinámica de sitios y Anteproyecto de Norma “Obtención de parámetro V_s y T_0 basado en técnicas de ondas de superficie para clasificación sísmica de sitios”, desarrollado por la Pontificia Universidad Católica, la Universidad de Concepción, la Universidad de Chile, RyV Ingenieros y Ferrara.

Tabla de Contenido

Capítulo 1 : Introducción	1
1.1. Objetivo general	2
1.2. Objetivos específicos	2
1.3. Estructura del trabajo	3
Capítulo 2 : Metodología	4
2.1. Perfiles sintéticos y curvas de dispersión.....	4
2.2. Sensibilidad del V_{S30} a la parametrización del espacio de búsqueda.....	11
2.3. Indicadores de incertidumbre	16
Capítulo 3 : Resultados	20
3.1. Sensibilidad del V_{S30} a la estrategia de parametrización.....	20
3.2. Indicadores de incertidumbre	23
Capítulo 4 : Aplicación a casos de estudio	31
4.1. Obtención de la CD experimental	31
4.2. Adquisición y procesamiento de datos.....	33
4.2.1. Valdivia 1 (VL1).....	33
4.2.2. Valdivia 3 (VL3).....	35
4.2.3. Valdivia 4 (VL4).....	38
4.2.4. Chillán 1 (CH1).....	40
4.2.5. Talca 1 (TL1)	42
4.2.6. La Serena 1 (LS1)	44
4.3. Inversión de las CDs experimentales y estadísticas del V_{S30}	47
4.3.1. Valdivia 1 (VL1).....	47
4.3.2. Valdivia 3 (VL3).....	49
4.3.3. Valdivia 4 (VL4)	51
4.3.4. Chillán 1 (CH1).....	53
4.3.5. Talca 1 (TL1)	54
4.3.6. La Serena 1 (LS1)	56
Capítulo 5 : Discusión.....	59
5.1. Una variación a la parametrización de V_p	59

5.2. Parametrización de la densidad del suelo	61
Capítulo 6 : Conclusiones	64
Bibliografía.....	65
ANEXOS.....	68
Anexo A: Variaciones en la inclusión de una capa rígida entre suelos blandos (S7)...	68
Anexo B: Variabilidad en la CD inducido por la variación del coeficiente de Poisson.	71
Anexo C: Estimación del error en el cálculo analítico del V_{s30}	72

Índice de Tablas

Tabla 1 - Parámetros de estratos de perfil S1.....	5
Tabla 2 - Parámetros de estratos de perfil S2.....	6
Tabla 3 - Parámetros de estratos de perfil S4.....	7
Tabla 4 - Parámetros de estratos de perfil S6.....	7
Tabla 5 - Parámetros de estratos de perfil S7.....	8
Tabla 6 – Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para los perfiles sintéticos.....	11
Tabla 7 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S1.	18
Tabla 8 – Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas tras la inversión de S1.....	18
Tabla 9 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S2.	24
Tabla 10 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S3.	25
Tabla 11 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S4.	26
Tabla 12 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S5.	27
Tabla 13 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S6.	28
Tabla 14 - Comparación del CoV entre las CDs invertidas y objetivo para S7.....	29
Tabla 15 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas tras la inversión de los perfiles sintéticos.....	30
Tabla 16 – Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL1.33	
Tabla 17 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.....	34
Tabla 18 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL3.36	
Tabla 19 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.....	37
Tabla 20 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL4.39	
Tabla 21 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.....	39
Tabla 22 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio CH1.41	
Tabla 23 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio TL1. 43	
Tabla 24 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio LS1. 45	
Tabla 25 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio VL1.47	

Tabla 26 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL1.....	48
Tabla 27 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio VL3.	49
Tabla 28 - Estadísticas del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL3.	50
Tabla 29 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio VL4.	51
Tabla 30 - Estadísticas del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL4.	52
Tabla 31 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio CH1.	53
Tabla 32 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para CH1.	54
Tabla 33 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio TL1.	55
Tabla 34 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para TL1.	56
Tabla 35 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio LS1.	57
Tabla 36 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LS1.	58
Tabla 37 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas tras la inversión de la CD experimental de LS1, diferencias entre parametrizaciones.	59
Tabla 38 - Parámetros fijos en el análisis de la variabilidad inducida por la densidad del suelo	62
Tabla 39 - Valores de densidad para cada capa de modelos Di	62

Índice de Figuras

Figura 1 – Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de Vs generados para S1.....	5
Figura 2 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de espesores generados y calculados para S2.	6
Figura 3 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de Vs generados para S6.....	7
Figura 4 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de Vs generados para S7.....	8
Figura 5 – Perfiles de Vs con su valor medio y desviación estándar para a) S1 y S4, b) S2 c) S3, d) S5, e) S6 y f) S7. Cada perfil sintético considera la generación aleatoria de 5000 modelos de Vs para la construcción de las CDs con variabilidad.	9
Figura 6 – Curvas de dispersión con su valor medio y desviación estándar para a) S1, b) S2, c) S3, d) S4, e) S5 y f) S6. Cada perfil sintético considera la generación aleatoria de 5000 modelos de Vs para la construcción de las CDs con variabilidad.	10
Figura 7 - Parametrización del espacio de búsqueda, interfaz gráfica de dinver. a) Parametrización tipo SW y b) Parametrización simplificada.	12
Figura 8 - Espacio de parámetros, ejemplo de: a) parámetro sesgado. b) parámetro que sugiere acotar dominio. c) Visión más general del espacio de búsqueda.	12
Figura 9 – Diferencias en la variabilidad del V_{S30} parámetros de inversión. En la figura se muestran los resultados de 25 inversiones de la CD del S1 con parametrización tipo SW y parámetros del algoritmo de inversión: a) $It_{m\acute{a}x}=50$; $ns_0=50$; $ns=50$ y $nr=50$. B) $It_{m\acute{a}x}=1000$; $ns_0=50$; $ns=50$ y $nr=50$. C) $It_{m\acute{a}x}=50$; $ns_0=1000$; $ns=50$ y $nr=50$. D) $It_{m\acute{a}x}=50$; $ns_0=50$; $ns=1000$ y $nr=50$. E) $It_{m\acute{a}x}=50$; $ns_0=50$; $ns=50$ y $nr=1000$. F) Búsqueda tipo Montecarlo: $It_{m\acute{a}x}=1$; $ns_0=200000$; $ns=0$ y $nr=0$	14
Figura 10 – Resultados de inversiones para el perfil S1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	15
Figura 11 – Resultados de inversiones para el perfil S2. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	16
Figura 12 – Resultados de inversiones para el perfil S3. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	16

Figura 13 - Modelos invertidos para S1. Parametrización tipo SW: a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos con método r100.....	17
Figura 14 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S1.	18
Figura 15 - Estabilidad del indicador r100	19
Figura 16 - Resultados de inversiones para el perfil S4. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	20
Figura 17 - Resultados de inversiones para el perfil S5. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	21
Figura 18 - Resultados de inversiones para el perfil S6. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	21
Figura 19 - Resultados de inversiones para el perfil S7. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	22
Figura 20 – Modelos invertidos para S2. Parametrización tipo SW: a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos con método r100.....	23
Figura 21 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S2.	23
Figura 22 – Modelos invertidos para S3. Parametrización tipo SW: a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos con método r100.....	24
Figura 23 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S3.	25
Figura 24 - Modelos invertidos para S4 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.	26

Figura 25 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S4.	26
Figura 26 - Modelos invertidos para S5 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.	27
Figura 27 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S5.	27
Figura 28 - Modelos invertidos para S6 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.	28
Figura 29 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S6.	28
Figura 30 - Modelos invertidos para S7 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.	29
Figura 31 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S7.	29
Figura 32 – Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL1 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4 y f) A5	33
Figura 33 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M1.	34
Figura 34 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL1.	35
Figura 35 – Campaña de exploración. A) Arreglos 2D Trominos. b) Instalación de sensores banda ancha. c) Esquema en planta de localización de equipos banda ancha.	35
Figura 36 – Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL3 en arreglos a) A1, b) A2, c) A3, d) A4 e) A5 y f) A6.	36
Figura 37 – Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M637	
Figura 38 – CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL3.	38
Figura 39 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL4 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4.....	38
Figura 40 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M4.	39

Figura 41 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL4.	40
Figura 42 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio CH1 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4.....	40
Figura 43 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M1.	41
Figura 44 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio CH1.	42
Figura 45 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio TL1 en arreglos a) A1, b) A2, c) A3.....	42
Figura 46 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M1.	43
Figura 47 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio TL1.....	44
Figura 48 - Campaña de exploración. Esquema en planta de localización de equipos banda ancha.	44
Figura 49 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio LS1 en arreglos a) A1.a, b) A1.b, c) A3, d) A2 y e) A4.....	45
Figura 50 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M0.	46
Figura 51 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio LS1.	46
Figura 52 - Resultados de inversiones para el sitio VL1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	47
Figura 53 - Modelos invertidos en sitio VL1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.	48
Figura 54 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL1.	48
Figura 55 - Resultados de inversiones para el sitio VL3. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	49
Figura 56 - Modelos invertidos en sitio VL3 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.	50
Figura 57 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL3.	50

Figura 58 - Resultados de inversiones para el sitio VL4. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	51
Figura 59 - Modelos invertidos en sitio VL4 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.	51
Figura 60 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL4.	52
Figura 61 - Resultados de inversiones para el sitio CH1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	53
Figura 62 - Modelos invertidos en sitio CH1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.....	53
Figura 63 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para CH1.	54
Figura 64 - Resultados de inversiones para el sitio TL1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	55
Figura 65 - Modelos invertidos en sitio TL1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.	55
Figura 66 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para TL1.....	56
Figura 67 - Resultados de inversiones para el caso LS1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	57
Figura 68 - Modelos invertidos en sitio LS1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.	57
Figura 69 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LS1.....	58
Figura 70 – Comparación de resultados de inversiones para el caso LS1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.	59
Figura 71 - Modelos invertidos para caso LS1. Parametrización tipo SW, v_{Sat} : a) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos del conjunto b100, c) Perfiles de V_s y d) CDs	

obtenidos del conjunto r100. Parametrización tipo SW, ν_{Unsat} : e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos del conjunto r100. 60

Figura 72 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LS1..... 60

Figura 73 – Modelos invertidos para caso LS1. Parametrización tipo SW, ν_{Sat} : Perfiles promedio en profundidad de: a) ν , c) V_p , e) V_s , y CoV en profundidad de: b) ν , d) V_p , f) V_s . Parametrización tipo SW, ν_{Unsat} : Perfiles promedio en profundidad de: g) ν , h) V_p , i) V_s , y CoV en profundidad de: j) ν , k) V_p , l) V_s 61

Figura 74 - Variabilidad en la CD inducida por la densidad. a) Perfiles de densidad. b) Curvas de dispersión. 62

Capítulo 1: Introducción

Los métodos de ondas superficiales se utilizan ampliamente en la práctica para determinar perfiles de velocidad de onda de corte de un sitio y obtener, a partir de ellos, el promedio armónico de la onda de corte en los primeros 30 m (V_{S30}), el cual se utiliza para la clasificación sísmica de sitios en diversas normas sísmicas.

Los métodos de ondas superficiales se ejecutan en tres etapas: i) registro de ondas en terreno, ii) procesamiento de registros para la obtención de una curva de dispersión representativa del medio y iii) inversión para la obtención de un perfil de velocidad de ondas de corte V_s que se ajuste a los resultados de ii) (Foti et al., 2014). A partir del perfil de V_s hasta 30 metros de profundidad se puede calcular el parámetro V_{S30} .

Existen dos fuentes de incertidumbre en la determinación de un perfil de V_s , una asociada a la variabilidad aleatoria y otra a la incertidumbre epistémica. La variabilidad aleatoria resulta de la variabilidad inherente de las propiedades de las capas del subsuelo, tanto en las direcciones vertical como horizontal. Por otro lado, la incertidumbre epistémica resulta de la incertidumbre de los datos y/o la falta de conocimiento científico. La incertidumbre epistémica en el perfil de V_s de un sitio existe debido a factores como el muestreo espacial y el método de análisis e interpretación de datos (Griffiths et al., 2016; Teague & Cox, 2016; Vantassel & Cox, 2021a, 2022; Yust et al., 2018).

Actualmente, la incertidumbre epistémica en V_s rara vez es cuantificada por quienes realizan ensayos invasivos o no invasivos. Por el contrario, normalmente se proporciona un único perfil V_s determinista para un sitio sin tener en cuenta la incertidumbre de los resultados (Griffiths et al., 2016). El valor de V_{S30} que se puede obtener a partir del perfil de V_s puede resultar en una clasificación sísmica errónea de acuerdo a los rangos de clasificación. Por otro lado, las guías y normas internacionales enfatizan la importancia de considerar la incertidumbre del perfil de V_s cuando se realizan análisis de respuesta de sitio (por ejemplo, ASCE 2010; AASHTO 2011). Si se dispone de abundantes datos de V_s en un sitio, se pueden obtener los parámetros estadísticos necesarios para limitar la incertidumbre epistémica y la variabilidad aleatoria. De lo contrario, se tiende a optar por el perfil de menor V_s . La incertidumbre epistémica se puede considerar mediante el desarrollo de un perfil V_s promedio, o base, junto con perfiles de V_s alternativos relacionados con los límites que representan una variante más rígida y una más flexible del perfil del caso base. Estas perturbaciones pueden oscilar entre el 20 a 30%. La variabilidad aleatoria en V_s se puede incorporar a través de un proceso de aleatorización sobre los perfiles de V_s de límite superior (más rígido) e inferior (más flexible) del caso base (Griffiths et al., 2016). No obstante, autores reportan que se obtienen estimaciones más precisas de la respuesta de sitio al considerar un conjunto de 350 perfiles obtenidos a partir de múltiples inversiones de una curva de dispersión, siempre y cuando sus datos teóricos de dispersión se ajusten bien a los datos experimentales de dispersión (Teague & Cox, 2016).

La incertidumbre en el proceso de estimación de un perfil de V_s en un sitio puede estar asociada con cada paso del proceso de cálculo, es decir, registro de ondas en terreno, que pueden ser de superficie o de cuerpo, obtención de la curva de dispersión e inversión de un perfil de V_s . Durante el proceso de adquisición de datos, el origen de los frentes de ondas que son registrados, el tipo y la disposición del arreglo de sensores y la variabilidad natural de la rigidez de las capas de suelo puede repercutir en el registro de las ondas. La incertidumbre en el proceso de obtención de la curva de dispersión representativa de un sitio depende de la metodología activa o pasiva que se considere (Griffiths et al., 2016). En el estudio de Vantassel & Cox (2022), se abordan detalladamente las distintas fuentes razonables de incertidumbre, tanto epistémica como aleatoria, que surgen en la aplicación de métodos de ondas superficiales. Además, el artículo presenta una

propuesta para la transformación de las mediciones experimentales de ondas superficiales en estimaciones de datos de dispersión con medidas robustas de incertidumbre.

Las curvas de dispersión se pueden obtener a partir de distintos tipos de arreglos de sensores, ya sean metodologías activas o pasivas. Para cada frecuencia de análisis, empleando distintos criterios dependiendo del método, se puede definir una banda de incertidumbre para el valor de la velocidad de fase. Por ejemplo, utilizando un mismo set de datos, se han reportado coeficientes de variación (definido como la razón entre la desviación estándar y la media del parámetro) en la curva de dispersión que fluctúan generalmente entre 5 y 10% dependiendo de la metodología de procesamiento (Garofalo et al., 2016), alcanzando valores de hasta el 20% a bajas frecuencias al comparar resultados de distintos analistas (Cox et al., 2014).

La inversión es la etapa en donde se buscan soluciones al problema no lineal, existen diversas metodologías para llevar a cabo este proceso, entre las cuales se incluyen enfoques basados en modelos directos de prueba y error, inversiones linealizadas, algoritmos de búsqueda local automatizados y algoritmos de búsqueda global como simulaciones Monte Carlo (Foti et al., 2014). Para el caso de los algoritmos de búsqueda estocástica, el proceso de inversión no es unívoco y se pueden obtener múltiples perfiles V_s cuyas curvas de dispersión teóricas son igualmente similares al conjunto de dispersión empírico. Luego, es necesario considerar un conjunto de perfiles de V_s para evaluar la incertidumbre en el proceso de inversión. Si bien, la fuente de incertidumbre en el proceso de inversión es estrictamente epistémica, hereda las fuentes de incertidumbre aleatorias de los procesos de registro de ondas y obtención de curvas de dispersión (Vantassel & Cox, 2021a). A partir de la incertidumbre del perfil de V_s , matemáticamente se puede evaluar la incertidumbre del V_{S30} . Por ejemplo, mediciones de V_{S30} pueden tener coeficientes de variación entre 5 y 6% cuando se miden con ensayos activos como MASW, en comparación a valores entre 1 y 3% cuando se miden con métodos de prospección invasivos, como ensayos *downhole*, sonda de suspensión y penetración de cono sísmico (Moss, 2008), sin embargo, estos pueden ser mucho más propensos a errores de ejecución e interpretación. Otras aproximaciones para cuantificar la incertidumbre epistémica en perfiles de V_s y los valores del V_{S30} han utilizado inversiones conjuntas de los datos de dispersión de ondas de Rayleigh y Love, junto a la consideración de la frecuencia fundamental del sitio inferida a partir de las curvas de relación espectral H/V, dando lugar a la obtención de cientos a miles de perfiles de V_s aceptables (Yust et al. 2018). Por otro lado, estimaciones del CoV del V_{S30} , obtenidas a partir de la incertidumbre de la velocidad de fase asociada a la longitud de onda de 40 y 45 metros recuperan valores incluso por sobre el 30% (Hollender et al., 2018).

1.1. Objetivo general

Desarrollar una metodología que permita estimar la desviación estándar del V_{S30} a partir de la incertidumbre de una curva de dispersión experimental.

1.2. Objetivos específicos

- OE1: Analizar la sensibilidad del V_{S30} a la estrategia de parametrización del espacio de búsqueda de soluciones en la inversión problema.
- OE2: Implementar y comparar indicadores de incertidumbre del V_{S30} calculados a partir de distintos conjuntos de soluciones.

- OE3: Obtener la CD representativa de seis sitios y estimar la desviación estándar del V_{S30} con la metodología desarrollada en este estudio.

1.3. Estructura del trabajo

El presente trabajo se compone de seis capítulos y tres anexos. El capítulo 2 aborda la metodología implementada para completar los objetivos específicos 1 y 2, en este se detallan además los perfiles sintéticos junto a sus curvas de dispersión y se introducen los tres anexos con el propósito de complementar y respaldar los supuestos utilizados. En el capítulo 3 se muestran los resultados de las inversiones de los casos sintéticos, la sensibilidad del V_{S30} a la estrategia de parametrización y los indicadores de incertidumbre para cada uno de ellos. En cuarto capítulo se exponen 6 casos de estudio junto a un breve fundamento teórico sobre los métodos empleados en la estimación de la curva de dispersión experimental de estos, además, en la tercera sección del capítulo 4 se presentan los resultados de las inversiones de los casos experimentales, junto a la sensibilidad del V_{S30} a la estrategia de parametrización y los indicadores de incertidumbre que se obtienen al aplicar la metodología desarrollada en este documento. El quinto capítulo incluye una discusión sobre los parámetros que comúnmente se excluyen en el desarrollo de los MOS y cómo podrían influir en los resultados. Finalmente, el sexto capítulo incluye las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2: Metodología

La metodología desarrollada en este trabajo se centra en establecer la incertidumbre del parámetro V_{S30} compatible con la incertidumbre de la velocidad de fase en las distintas frecuencias de análisis de una curva de dispersión de la Onda Rayleigh. En este trabajo, se analizan siete casos teóricos que corresponden a perfiles de suelo sintéticos con variabilidad en V_s y/o en el espesor de sus capas, a partir de los cuales se plantea una metodología de evaluación del V_{S30} y su desviación estándar. Posteriormente, se aplica la metodología en un set de casos reales, que corresponden a diversos sitios ubicados en las ciudades de Valdivia, Chillán, Talca y La Serena, recientemente explorados por el proyecto FONDEF ID22I 10032.

2.1. Perfiles sintéticos y curvas de dispersión

Teóricamente, la curva de dispersión (CD) de un perfil de capas de suelo homogéneas y horizontales está definida por cuatro parámetros que caracterizan cada estrato, los cuales son, la velocidad de onda de corte (V_s), el espesor, la velocidad de onda primaria o compresional (V_p) y la densidad (ρ), en orden decreciente según su impacto sobre la curva de dispersión (Wathelet, 2005, 2008). V_p y V_s están relacionados entre sí por el coeficiente de Poisson (ν , Ec.(1)) cuyo rango de valores oscila entre 0.2 y 0.5 en la naturaleza (Wathelet, 2005).

$$\nu = \frac{2V_s^2 - V_p^2}{2(V_s^2 + V_p^2)} \quad (1)$$

El primer perfil sintético (S1) tiene variabilidad en V_s y se construyó a partir de los valores de la Tabla 1 siguiendo una distribución log-normal, ya que el $\log(x)$ existe solo cuando $x \geq 0$ y esto permite recuperar la naturaleza positiva de la variable. En la Figura 1 se ilustran los histogramas de los valores generados para las cuatro capas y sus respectivas funciones de densidad de probabilidad teóricas. El perfil tiene tres capas sobre un semi-espacio, estas tienen la misma densidad y coeficiente de Poisson, pero distinto espesor. Se estableció un coeficiente de variación de V_s (CoV_{V_s}) de cada una de las capas creciente en profundidad, con el propósito de reproducir una CD con una distribución de velocidades de fase (V_R) más realista, en la cual el coeficiente de variación de V_R (CoV_{V_R}) aumenta con la longitud de onda. Sin embargo, es importante destacar que, en la práctica, este incremento en los valores de CoV_{V_R} , que pueden variar desde un 1% en altas frecuencias hasta un 20% en frecuencias bajas (Comina et al., 2010; Cox et al., 2014; Foti et al., 2014, 2018), está influenciado por múltiples factores adicionales, como la pérdida de resolución a grandes profundidades, por ejemplo. Los valores de V_p de las capas se determinaron a partir la Ec. (1). El perfil sintético promedio y su desviación estándar se ilustra en la Figura 5a.

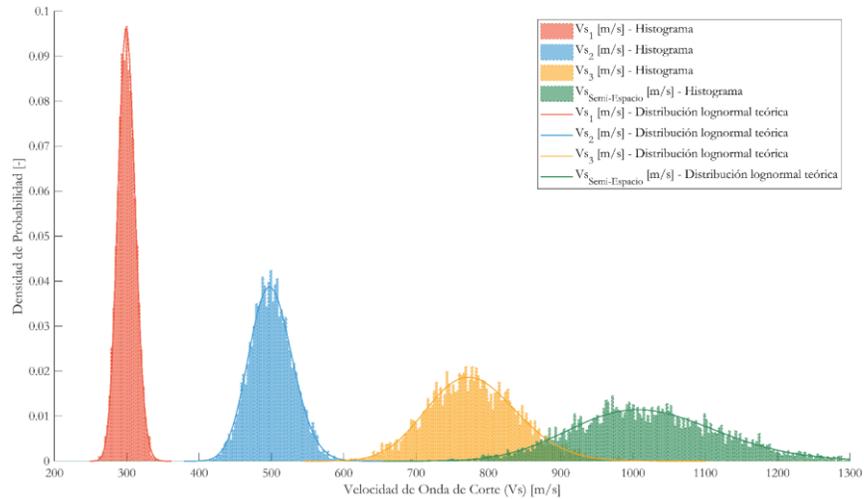


Figura 1 – Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de V_s generados para S1.

Tabla 1 - Parámetros de estratos de perfil S1.

Capa	Espesor [m]	Coef. Poisson	V_s [m/s]	σ_{V_s} [m/s]	CoV_{V_s}	Densidad [kg/m ³]
1	7	0.30	300	12.0	0.04	1850
2	11	0.30	500	30.0	0.06	1850
3	13	0.30	780	62.4	0.08	1850
Semi-espacio	-	0.30	1020	102.0	0.10	1850

El segundo perfil sintético (S2) tiene variabilidad en el espesor de sus capas, siguiendo una distribución lognormal, y se construyó a partir de los valores de la Tabla 2. En contraste con S1, V_s se mantuvo fijo (tomando para cada capa los valores medios del caso anterior) y la variabilidad se vinculó al espesor de cada estrato. El coeficiente de variación del espesor en profundidad se consideró constante $CoV_{Espesor} = 10\%$. Con el propósito de no incluir la influencia de la variabilidad de la profundidad del depósito de suelos como un factor adicional en el estudio, se fijó la profundidad del semi-espacio en 31 metros. Esto se logró definiendo el espesor de la tercera capa como la diferencia entre la profundidad del depósito de suelo y la suma de los espesores de las dos primeras capas. En la Figura 2 se ilustran los histogramas de los valores generados y calculados para los espesores de los estratos 1, 2 y 3 respectivamente, junto a la curva teórica de su densidad de probabilidad. Por último, la densidad y el coeficiente de Poisson se consideraron constantes, mientras que los V_p de las capas se determinaron a partir la Ec. (1). La Figura 5.b muestra el perfil sintético promedio y su desviación estándar.

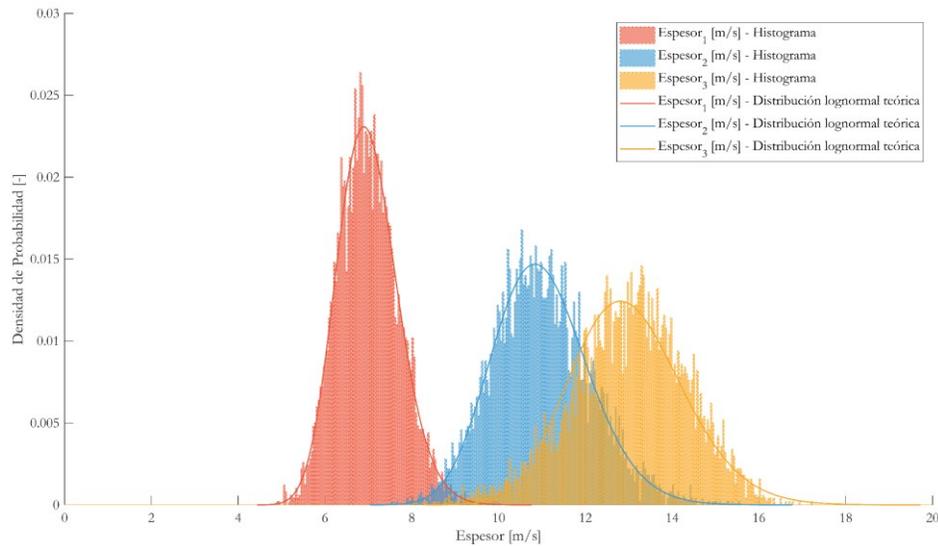


Figura 2 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de espesores generados y calculados para S2.

Tabla 2 - Parámetros de estratos de perfil S2.

Capa	Espesor [m]	σ_{Espesor} [m]	CoV_{Espesor}	Coef. Poisson	Vs [m/s]	Densidad [kg/m ³]
1	7	0.70	0.10	0.30	300	1850
2	11	1.14	0.10	0.30	500	1850
3	13	1.33	0.10	0.30	780	1850
Semi-espacio	-	-	-	0.30	1020	1850

El tercer perfil sintético (S3) tiene variabilidad tanto en Vs como en el espesor de sus capas y se deriva de la combinación de los perfiles sintéticos S1 y S2. La Figura 5.c muestra los perfiles de Vs generados, junto al perfil promedio. El caso S3 representaría un sitio geológico con variabilidad tanto en el espesor de cada estrato como en su Vs, considerándose el espesor y Vs como variables independientes.

El cuarto perfil sintético (S4) comparte el mismo set de datos de Vs y espesores con S1 por ende su perfil de Vs es idéntico al de S1. La diferencia para este caso radica en el valor de Vp que toman las capas 2 y 3. Recientes pruebas de laboratorio han demostrado que cuando un suelo arenoso aumenta su grado de saturación a valores superiores al 95%, el agua se vuelve predominante frente a la estructura del suelo como vía de propagación de la onda P, aumentando su Vp a valores entre 1400 y 1500 m/s (Astuto et al., 2023). Dado lo anterior, este caso representaría un depósito de suelo arenoso con nivel freático a 7 metros de profundidad. Como se observa en la tabla 4, las capas saturadas toman el valor máximo entre la Vp_{H_2O} igual a 1482 m/s y la Vp calculada con la Ec. (1) y coeficiente de Poisson igual a 0.3. Es importante señalar que esta aproximación es un primer acercamiento hacia la consideración del nivel freático en el estudio de la curva de dispersión. Se debe tener en cuenta que, en condiciones naturales, el agua presente no es desaireada ni destilada, por lo tanto no es incompresible, lo que podría afectar a la vía de propagación de la onda P.

Tabla 3 - Parámetros de estratos de perfil S4.

Capa	Espesor [m]	Vp [m/s]	ν [-]	Vs [m/s]	σ_{Vs} [m/s]	CoV _{Vs}	Densidad [kg/m ³]
1	7	$Vp_{\nu=0.3}$	0.30	300	12.0	0.04	1850
2	11	$Máx\{Vp_{H_2O} ; Vp_{\nu=0.3}\}$	$0.30 < \nu < 0.496$	500	30.0	0.06	1850
3	13	$Máx\{Vp_{H_2O} ; Vp_{\nu=0.3}\}$	$0.30 < \nu < 0.496$	780	62.4	0.08	1850
Semi-espacio	-	$Vp_{\nu=0.3}$	0.30	1020	102.0	0.10	1850

Para el perfil S5 se eliminó el tercer estrato del caso S1 con la finalidad de representar un sitio con roca basal somera, a menos de 30 metros de profundidad. El resto de los parámetros se mantuvo igual que el S1, el perfil de Vs del S5 se ilustra en la Figura 5.d.

El perfil S6 corresponde a un sitio más profundo, en este se consideró como estrato el semi-espacio del caso S1 y se agregó un nuevo semi-espacio con $Vs=1650$ [m/s] y $\sigma_{Vs} = 198$ [m/s], como indica la Tabla 4 y el histograma de los valores aleatorios en la Figura 3. Lo anterior se desarrolla para analizar si influyese al valor del Vs_{30} la existencia de otra capa profunda en el caso S1.

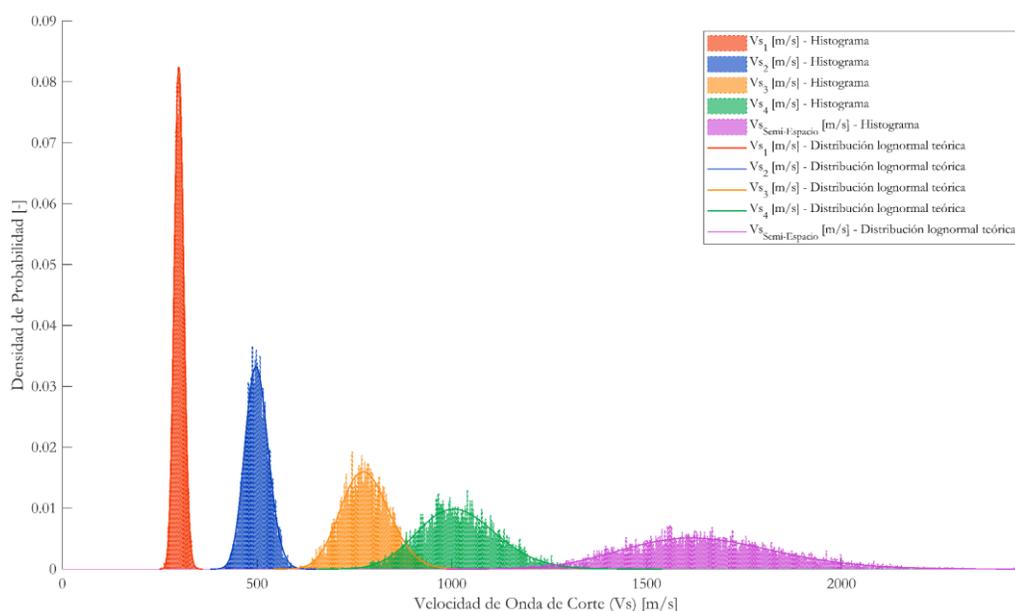


Figura 3 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de Vs generados para S6.

Tabla 4 - Parámetros de estratos de perfil S6.

Capa	Espesor [m]	Coef. Poisson	Vs [m/s]	σ_{Vs} [m/s]	CoV _{Vs}	Densidad [kg/m ³]
1	7	0.30	300	12.0	0.04	1850
2	11	0.30	500	30.0	0.06	1850
3	13	0.30	780	62.4	0.08	1850
4	25	0.30	1020	102.0	0.10	1850
Semi-espacio	-	0.30	1650	198.0	0.12	1850

El perfil S7 busca representar un sitio con una inclusión de una capa rígida a 4 metros de profundidad, como muestra la Tabla 5 y el histograma de los valores aleatorios de la Figura 4. En particular, para este caso, se desarrollaron cinco variaciones del perfil con la finalidad de analizar el efecto que genera la profundidad y espesor de la capa rígida sobre la CD, los resultados se pueden observar en el Anexo A. Los perfiles de V_s aleatorios de S7 se muestran en la Figura 5.f

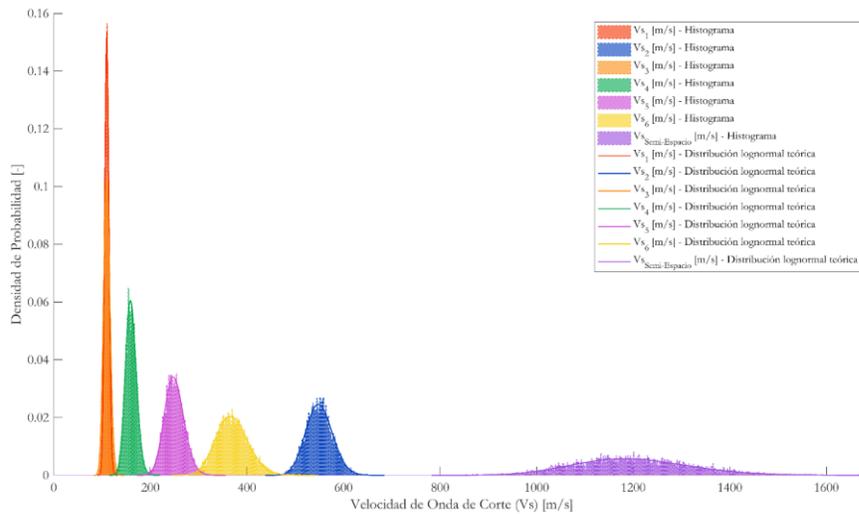


Figura 4 - Histogramas normalizados y función de densidad de probabilidad de los valores aleatorios de V_s generados para S7.

Tabla 5 - Parámetros de estratos de perfil S7.

Capa	Espesor [m]	Coef. Poisson	V_s [m/s]	σ_{V_s} [m/s]	CoV_{V_s}	Densidad [kg/m ³]
1	4	0.30	110	4.4	0.04	1850
2	6	0.30	550	27.5	0.05	1850
3	3	0.30	110	6.6	0.06	1850
4	8	0.30	160	11.2	0.07	1850
5	10	0.30	250	20	0.08	1850
6	8	0.30	370	33.3	0.09	1850
Semi-espacio	-	0.30	1200	120	0.10	1850

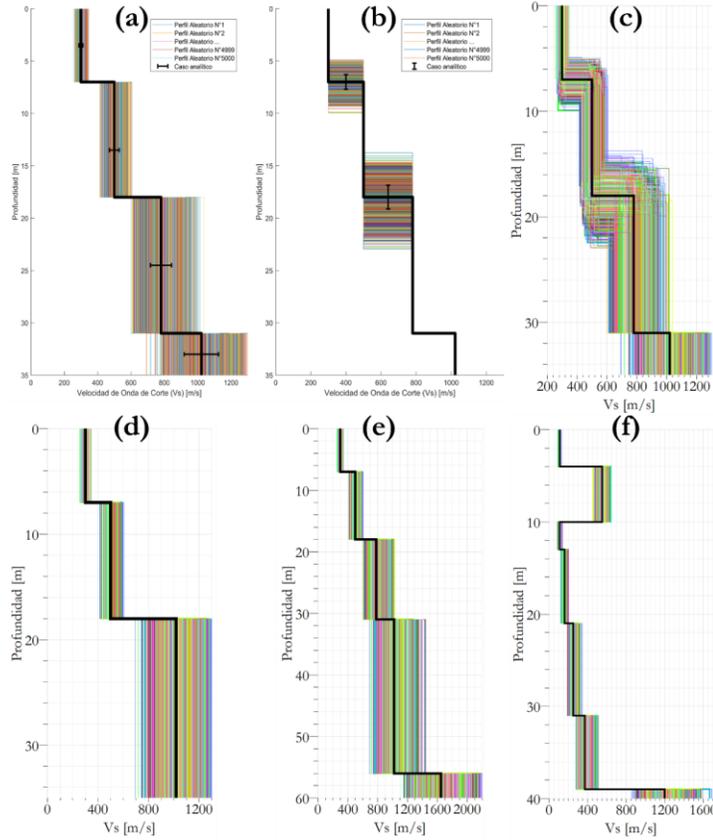


Figura 5 – Perfiles de V_s con su valor medio y desviación estándar para a) S1 y S4, b) S2 c) S3, d) S5, e) S6 y f) S7. Cada perfil sintético considera la generación aleatoria de 5000 modelos de V_s para la construcción de las CD con variabilidad.

Para simular las CD de los siete perfiles sintéticos, se generaron aleatoriamente 5000 modelos de V_s para cada caso satisfaciendo la variabilidad respectiva, ya sea en términos de V_s y espesor. Estos modelos se muestran en la Figura 5 a, b, c, d, e y f. Para cada uno de los modelos, se calculó una CD teórica utilizando el módulo *gpcd* del software de uso libre Geopsy, el cual utiliza la formulación matricial de Dunkin para el cálculo de la CD del modo fundamental de una onda Rayleigh (Dunkin, 1965; Wathelet, 2005). Como input se especifican los cuatro parámetros de cada estrato del perfil más un semi-espacio. Como output, esta función entrega un valor de la V_R asociada a cada frecuencia discretizada en un rango de interés. La frecuencia mínima de una CD queda definida por la longitud de onda máxima esperada, la cual corresponde habitualmente a dos o tres veces la profundidad de investigación deseada (Foti et al., 2018). La discretización utilizada para el rango de frecuencias corresponde a 45 puntos espaciados logarítmicamente según recomendaciones en (Vantassel & Cox, 2021b) entre $\lambda_{\min} \in [2 - 4] [m]$ y $\lambda_{\max} \approx 90 [m]$.

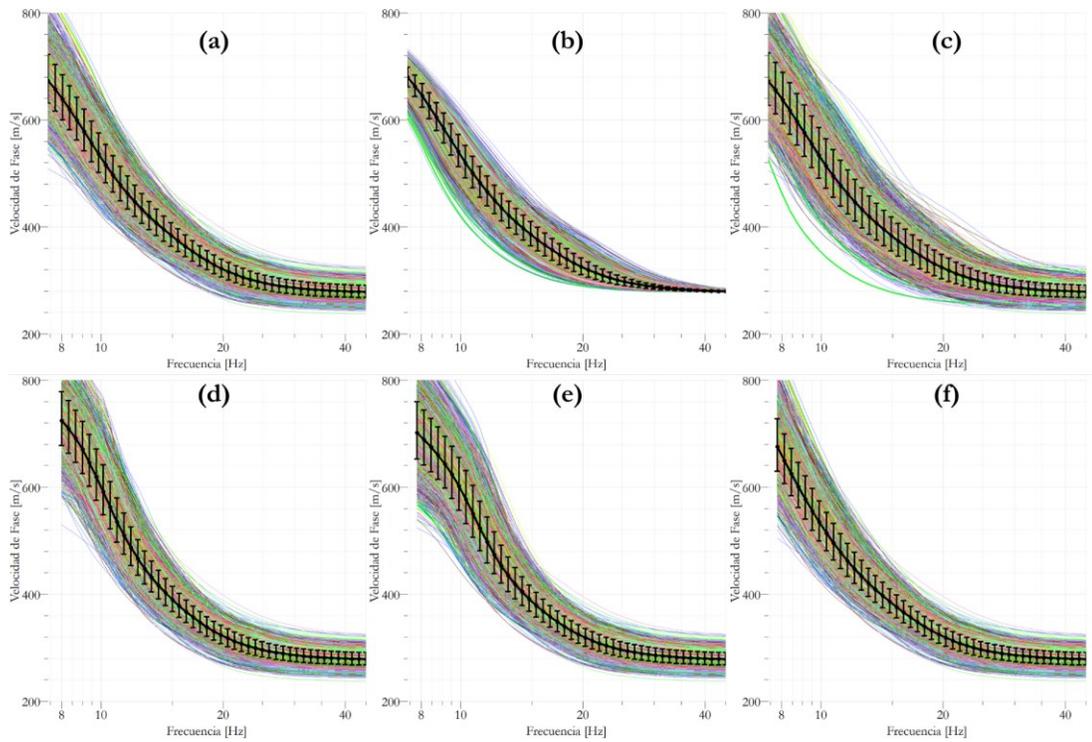


Figura 6 – Curvas de dispersión con su valor medio y desviación estándar para a) S1, b) S2, c) S3, d) S4, e) S5 y f) S6. Cada perfil sintético considera la generación aleatoria de 5000 modelos de V_s para la construcción de las CDs con variabilidad.

La variabilidad de la CD de cada perfil sintético se calculó a partir de las CDs teóricas de los 5000 modelos de V_s en cada caso. Para cada frecuencia se obtuvo el valor medio y desviación estándar de la V_R . Las CDs se acotaron a un rango de frecuencias de interés con longitudes de onda máxima de 90 m. Finalmente, las CDs de cada perfil sintético, que se considerarán como CDs objetivo durante la siguiente etapa de inversión, se muestran en las Figura 6 a, b, c, d, e y f. y en la Figura A. 1 la CD del perfil S7 junto a sus variaciones.

A modo de análisis, en la Figura 6.b se observa que, a bajas y altas frecuencias, el caso S2 tiende a converger a un valor, a diferencia del resto de casos sintéticos. Lo anterior confirma el comportamiento esperado en que el parámetro que más influye sobre la CD es la velocidad de onda de corte y luego el espesor. Sin embargo, el aumento de V_R de 674 a 724 m/s a bajas frecuencias, al comparar los casos S1 y S4, debido al cambio en los valores de V_p , resulta ser significativo, lo que conduce a un análisis del efecto del coeficiente de Poisson sobre la CD detallado en el anexo B.

A partir de los valores de las Tablas 1, 2, 3, 4 y 5 se pueden obtener analíticamente los valores medios y las desviaciones estándar de V_{s30} para cada perfil sintético, para más detalle del cálculo revisar Anexo C. Por otra parte, se puede calcular el V_{s30} promedio y la desviación estándar de los 5000 modelos generados por cada caso. Los resultados se comparan en la Tabla 6, en donde se observa que los perfiles S1, S4 Y S6 comparten los mismos 30 metros superficiales. Además, los valores medios y desviaciones estándar, analíticos y simulados, se aproximan bastante para todos los casos.

Tabla 6 – Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} obtenidas para los perfiles sintéticos.

Perfil Sintético	Analítico		Simulaciones	
	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]
S1	<u>493,22</u>	<u>16,49</u>	<u>492,98</u>	<u>16,62</u>
S2	494,09	13,28	494,52	13,31
S3	494,11	21,18	493,42	21,37
S4	<u>493,22</u>	<u>16,49</u>	<u>492,98</u>	<u>16,62</u>
S5	524,34	18,35	524,17	18,36
S6	<u>493,22</u>	<u>16,49</u>	<u>492,98</u>	<u>16,62</u>
S7	186,48	5,88	186,27	5,87

2.2. Sensibilidad del V_{s30} a la parametrización del espacio de búsqueda.

Con el propósito de optimizar los recursos computacionales, comúnmente se simplifica la complejidad del problema otorgándole una mayor atención al parámetro V_s debido a su influencia en la CD. Esta práctica conlleva una parametrización de variadas capas para V_s , seguido de una menor cantidad de capas para V_p y una cantidad aún más acotada para la densidad y coeficiente de Poisson (Humire et al., 2015; Xia et al., 1999). Sin embargo, varios estudios han resaltado la influencia del coeficiente de Poisson sobre la CD y han recomendado considerar V_s y V_p como parámetros libres, compatibles con la relación de Poisson (Foti et al., 2018; Vantassel & Cox, 2021b; Wathelet, 2008). Además, se recomienda que el coeficiente de Poisson no se asuma constante, dado que tal suposición podría sesgar fuertemente los resultados. Por otro lado, para reducir la complejidad de la parametrización, se recomienda utilizar el mismo número de capas para V_p y V_s y vincular sus espesores (Vantassel & Cox, 2021b). Cabe destacar que al vincular espesores (“linked to” en la parametrización de *dinver*), el algoritmo genera valores independientes para V_p y V_s en el rango elegido y luego verifica si el coeficiente de Poisson que cumple con la Ecc (1) para esos valores de V_p y V_s se encuentra dentro del rango definido, de no cumplirse esto último se generan nuevos valores (Wathelet, 2005).

Dado lo anterior, en este estudio se realizan inversiones con dos tipos de dominios de búsqueda: un dominio simplificado, que considera una capa de V_p uniforme para el suelo y otra para el semi-espacio; y un dominio que ofrece una representación más coherente con estructuras geológicas reales, considerando V_p distintos para cada capa, consistentes con valores del coeficiente de Poisson (Figura 7). El primer caso se denomina inversión simplificada y el segundo se denomina inversión SW.

Para establecer los rangos de valores que toma cada capa, se obtiene información preliminar a través del pseudo perfil de V_s (Foti et al., 2014) con su variabilidad respectiva. Cada punto de la CD experimental se transforma en un punto del pseudo perfil de V_s asociando, para cada longitud de onda, un V_s levemente superior a V_R a una profundidad igual a una fracción de la longitud de onda (Profundidad $\approx \lambda/3$, para este caso). Luego mediante un proceso iterativo, llevando a cabo inversiones de prueba, se verifica si el espacio de parámetros definido en la parametrización inicial es acorde a la CD objetivo. En la interfaz gráfica de *dinver* este proceso se puede realizar viendo la opción “parameter space”, esta entrega gráficos como los ilustrados en la Figura 8, los cuales son empleados como ejemplo y no están asociados con la inversión de S1. Los resultados de la Figura 8.a sugieren que el espacio definido para V_{s2} se podría modificar a $V_{s2} \in [200 - 360][m/s]$. De la misma manera, al analizar los resultados de la Figura 8.b, se deduce que el espacio para V_{s3} puede ser redefinido manteniendo la cota inferior y disminuyendo la cota superior a 400 [m/s]

dato que para valores superiores los modelos buscados se evalúan con misfit mayor a 1. Finalmente, cuando en una iteración los resultados no sugieran modificar el dominio de búsqueda, la parametrización se considera acorde a la CD objetivo. Otra vista más general del espacio de búsqueda se puede generar graficando dos parámetros de interés, como muestra la Figura 8.c, en ella se observan cómo las soluciones generan curvas de nivel en torno a los modelos mejor ajustados a la CD objetivo.

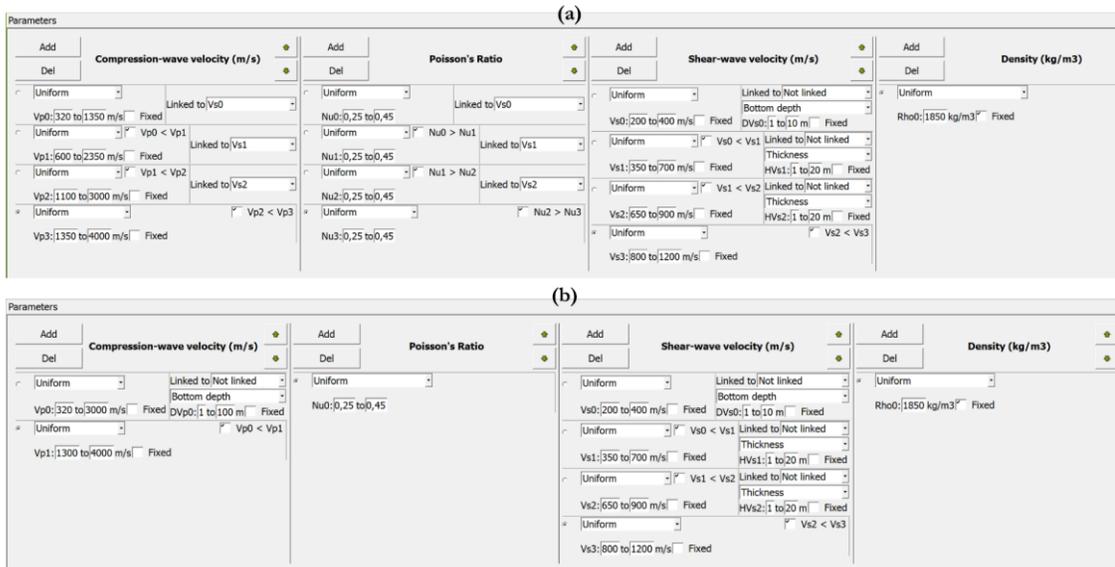


Figura 7 - Parametrización del espacio de búsqueda, interfaz gráfica de dinver. a) Parametrización tipo SW y b) Parametrización simplificada.

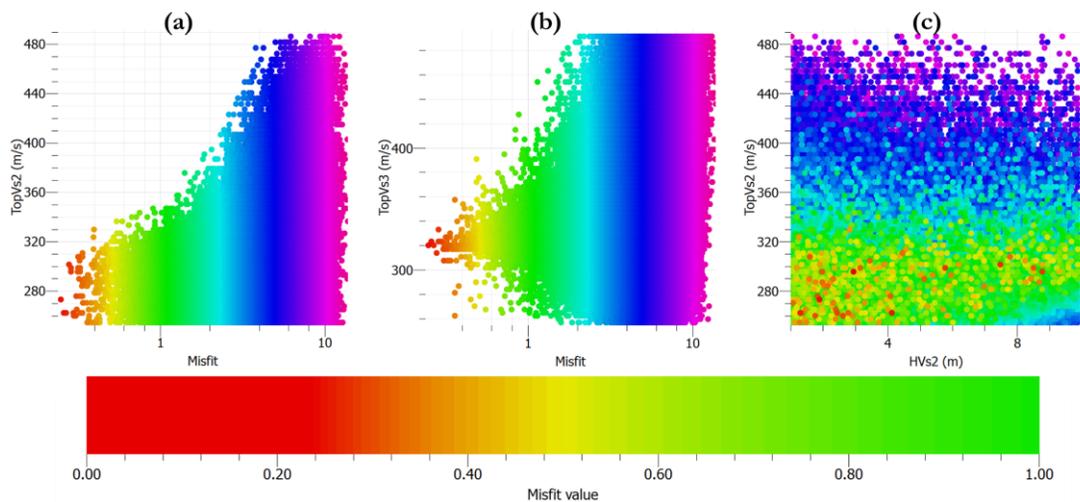


Figura 8 - Espacio de parámetros, ejemplo de: a) parámetro sesgado. b) parámetro que sugiere acotar dominio. c) Visión más general del espacio de búsqueda.

Para la inversión se utilizó el módulo *dinver* del software Geopsy, considerando una búsqueda de tipo Monte Carlo con la generación estocástica de 200000 modelos (número de modelos iniciales elegidos aleatoriamente, $ns0= 200000$; número de iteraciones a realizar, $itmax=1$; número de modelos generado por cada iteración, $ns=0$; número de mejores celdas con menor desajuste donde son generados los nuevos modelos, $nr=0$). Además, con la finalidad de aumentar la representatividad de la muestra y abarcar de manera más exhaustiva el dominio de búsqueda, se reiteró la inversión 25 veces a través de la línea de comandos utilizando la misma CD objetivo y el mismo dominio de búsqueda. De esta forma se aumenta la diversidad de resultados mejorando la variabilidad del modelo. Cabe destacar que el procedimiento es análogo a utilizar $ns0 = 25*200000$, sin embargo, no se optó por esta configuración debido a la alta exigencia del proceso computacional.

Los modelos resultantes de cada una de las 25 inversiones se extrajeron utilizando el módulo *gpdcreport*, el cual permite acceder a la información almacenada en los archivos de extensión “*.report”. Por otro lado, el módulo *gpprofile* permite obtener directamente el valor del V_{s30} de cada modelo junto a su misfit asociado. El misfit es una función que calcula la distancia entre una CD teórica y una CD experimental, esta se define en la Ec. (2), donde x_{di} y σ_i son la media y desviación estándar de la V_R de datos experimentales a cierta frecuencia f_i , x_{ci} es la V_R teórica calculada en la misma frecuencia f_i y nF es el número de puntos de frecuencia que tiene la CD experimental (Wathelet, 2005).

$$Misfit = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_f} \frac{(x_{di}-x_{ci})^2}{\sigma_i^2 n_F}} \quad (2)$$

La Figura 9 muestra en distintos colores los grupos de mejores soluciones asociados a cada una de las 25 inversiones realizadas. Cada color corresponde a una inversión específica, evidenciando la influencia que tienen las distintas combinaciones de parámetros de búsqueda en el algoritmo de inversión sobre el valor del V_{s30} y su variabilidad. Los datos con los que fueron generados estos gráficos se extraen al invertir una misma curva de dispersión, correspondiente al S1 con una parametrización tipo SW. Cabe destacar que las soluciones mostradas en esta figura corresponden a los 1500 modelos mejor evaluados de cada inversión, pero representan un porcentaje del total distinto dentro de cada inversión.

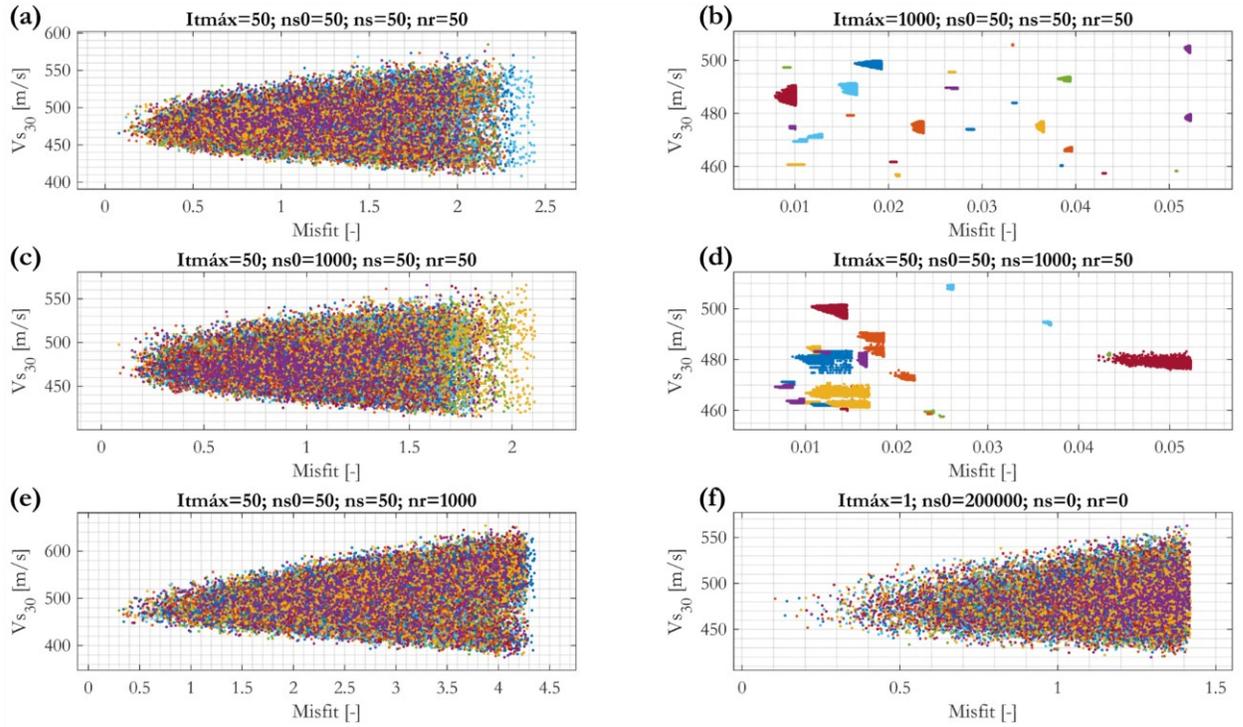


Figura 9 – Diferencias en la variabilidad del V_{S30} parámetros de inversión. En la figura se muestran los resultados de 25 inversiones de la CD del S1 con parametrización tipo SW y parámetros del algoritmo de inversión: a) $Itmáx=50$; $ns0=50$; $ns=50$ y $nr=50$. B) $Itmáx=1000$; $ns0=50$; $ns=50$ y $nr=50$. C) $Itmáx=50$; $ns0=1000$; $ns=50$ y $nr=50$. D) $Itmáx=50$; $ns0=50$; $ns=1000$ y $nr=50$. E) $Itmáx=50$; $ns0=50$; $ns=50$ y $nr=1000$. F) Búsqueda tipo Montecarlo: $Itmáx=1$; $ns0=200000$; $ns=0$ y $nr=0$.

Para ilustrar la variabilidad de los modelos obtenidos, se seleccionó un conjunto de V_{S30} correspondientes al 0.75% de modelos evaluados con menor misfit por cada una de las inversiones realizadas (mejores 1500 de 200000). El conjunto final (es decir, los $0.0075 \cdot 200000 \cdot 25 = 37500$ valores de V_{S30}) se ordenó en función de su misfit y luego la banda total de misfit se discretizó en intervalos de 0.02. Para cada uno de estos intervalos, se calculó el valor medio, desviación estándar y CoV de los valores de V_{S30} dentro de los límites del intervalo. Gráficamente, por ejemplo, para el caso S1 con parametrización tipo SW, el conjunto de 37500 valores de V_{S30} obtenidos mediante una búsqueda tipo Montecarlo, se puede observar en la Figura 9.f, luego, la discretización del conjunto y posterior cálculo del valor medio y desviación estándar del V_{S30} sobre cada intervalo de misfit se observa en los puntos azules y cruces rojas de la Figura 10.a, respectivamente.

Los modelos de V_s obtenidos de las inversiones de las CDs de cada perfil sintético permiten calcular V_{S30} . La Figura 10 muestra el V_{S30} promedio y la desviación estándar de los modelos de V_s obtenidos para el perfil sintético S1 en distintos rangos de misfit, considerando las dos estrategias de parametrización descritas (SW y simplificada), donde también se incluye información sobre el número de modelos que forman parte de cada intervalo. Como se puede ver en la Figura, a medida que el misfit disminuye, el V_{S30} promedio se acerca a valores entre 450 y 480 m/s, que son menores al valor medio teórico del perfil (aproximadamente 493 m/s en Tabla 6). En particular, si se eligiera el modelo de V_s con menor misfit de las inversiones, el valor sería menor que el teórico. Por otro lado, la desviación estándar del V_{S30} tiende a disminuir al disminuir el misfit, pero su dispersión aumenta a bajos valores de misfit por el escaso número de modelos a partir de

la cual se calcula (Figura 10c). La desviación estándar obtenida a partir de los modelos invertidos con la parametrización SW tiende a ser mayor que la obtenida con el método simplificado, por otro lado, considerando el porcentaje de modelos dentro de la muestra que se encuentra evaluado con un misfit menor a 1, la parametrización tipo SW tiene un mayor porcentaje, por ende, los modelos se ajustan mejor a la CD objetivo con la parametrización SW, lo cual puede ser atribuido a que esta última presenta más grados de libertad. La Figura 11 y Figura 12 muestran los resultados de las inversiones para los perfiles sintéticos S2 y S3, respectivamente.

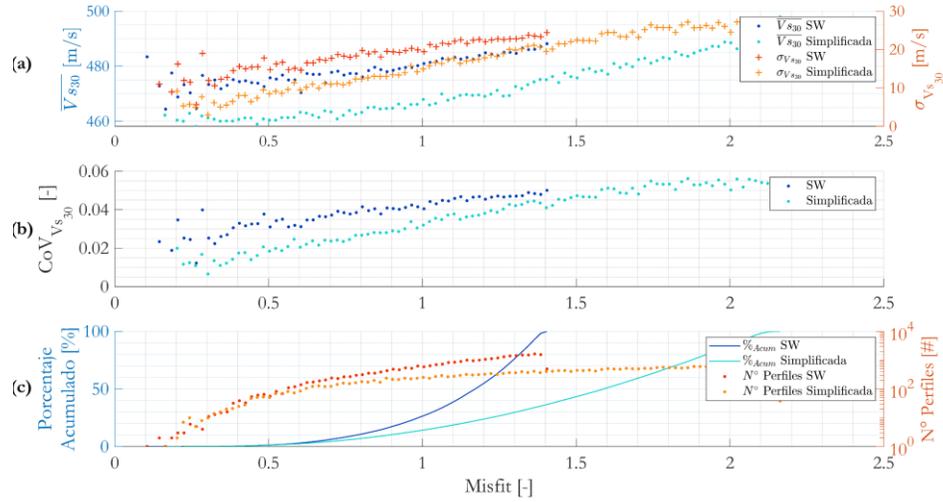


Figura 10 – Resultados de inversiones para el perfil S1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Para efectos de análisis, se define un conjunto de modelos evaluados con misfit menor o igual a 1 ($M^{Misfit \leq 1}$). Los resultados de las inversiones muestran que para S2, existen pocos modelos en $M_{S2}^{Misfit \leq 1}$, esto es debido a que la variabilidad de V_R está relacionada con el valor del misfit, matemáticamente según la Ec. 2. Para este tipo de búsqueda en particular, una CD con baja variabilidad en V_R , como S2 a altas frecuencias, implicará modelos evaluados con valores altos de misfit, mientras que una CD con alta variabilidad en V_R permitirá una gama más amplia de modelos con bajo misfit, como sucede con el conjunto $M_{S3}^{Misfit \leq 1}$. Cabe destacar que para una inversión tipo vecindario esto último no siempre será cierto ya que el algoritmo buscará modelos similares a los mejor evaluados, eligiendo aquellos que más se ajustan a la CD objetivo en zonas con variabilidad de V_R baja, ya que son las que mayor valor aportan al misfit.

Lo anterior se puede observar en los resultados de los casos sintéticos: al ordenar la variabilidad mínima de manera descendente (S3, S1 Y S2), se correlaciona con mayores valores de misfit alcanzados dentro del conjunto de estudio. De manera inversa, al ordenar la variabilidad máxima de manera descendente (S3, S1 y S2), se relaciona con un mayor porcentaje de modelos dentro del conjunto $M^{Misfit \leq 1}$.

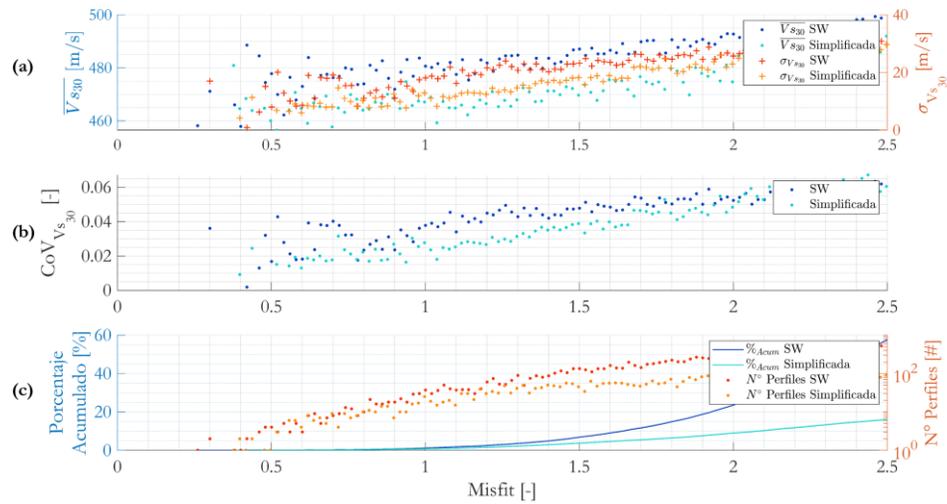


Figura 11 – Resultados de inversiones para el perfil S2. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

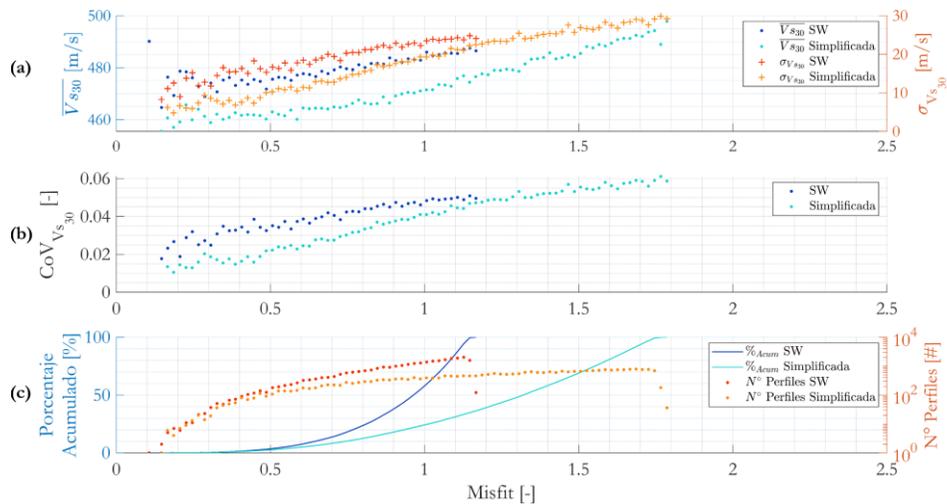


Figura 12 – Resultados de inversiones para el perfil S3. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

2.3. Indicadores de incertidumbre

Dadas las limitaciones de elegir directamente los modelos de V_s con mínimo misfit, se propone utilizar un subconjunto representativo del conjunto general de soluciones, de tal manera de que el V_{s30} promedio y su desviación estándar obtenidos a partir de él, sean compatibles con la incertidumbre de las CDs. Los métodos de selección de perfiles para obtener este subconjunto siguen el lineamiento planteado en el trabajo de Vantassel & Cox (2021^a). El primer método (b100) elige los 100 modelos de V_s con menor misfit de las

inversiones para calcular V_{S30} promedio y su desviación estándar. El segundo método (r100) elige en forma aleatoria 100 modelos que tengan un misfit $< 1,0$. Es decir, 100 modelos aleatorios del conjunto $M^{Misfit \leq 1}$. El valor 1 es debido a que la función misfit representa en promedio, para todas las frecuencias, cuántas desviaciones estándar se aleja una curva de dispersión teórica de los datos de dispersión experimentales, entonces, un modelo evaluado con misfit igual a 1 representa una curva que en promedio se encuentra a una desviación estándar de la media (Vantassel & Cox, 2021^a).

La Figura 13 muestra los modelos seleccionados con ambas metodologías para el perfil sintético S1 y las CDs de cada modelo, a partir de las cuales se puede estimar una CD para el sitio con su respectiva incertidumbre. Independiente del tipo de inversión (tipo SW o simplificada), el método b100 resulta en una curva de dispersión con muy poca incertidumbre a frecuencias mayores a 15 Hz comparada con la incertidumbre de la CD teórica del perfil. En cambio, el método r100 permite reproducir tanto a bajas como a altas frecuencias una incertidumbre más compatible con la CD objetivo. Lo anterior se corrobora con la Figura 14, donde se comparan los CoV entre las CDs invertidas y objetivo, además se resumen los valores del CoV en la Tabla 7. Los valores medios y las desviaciones estándar del V_{S30} obtenido en cada caso se detallan en la Tabla 8. Los V_{S30} promedio son inferiores al valor teórico y sistemáticamente menores al considerar la inversión simplificada. La desviación estándar máxima estimada con el método r100 es de 17 m/s. Los resultados para los otros casos sintéticos se muestran en la sección de resultados.

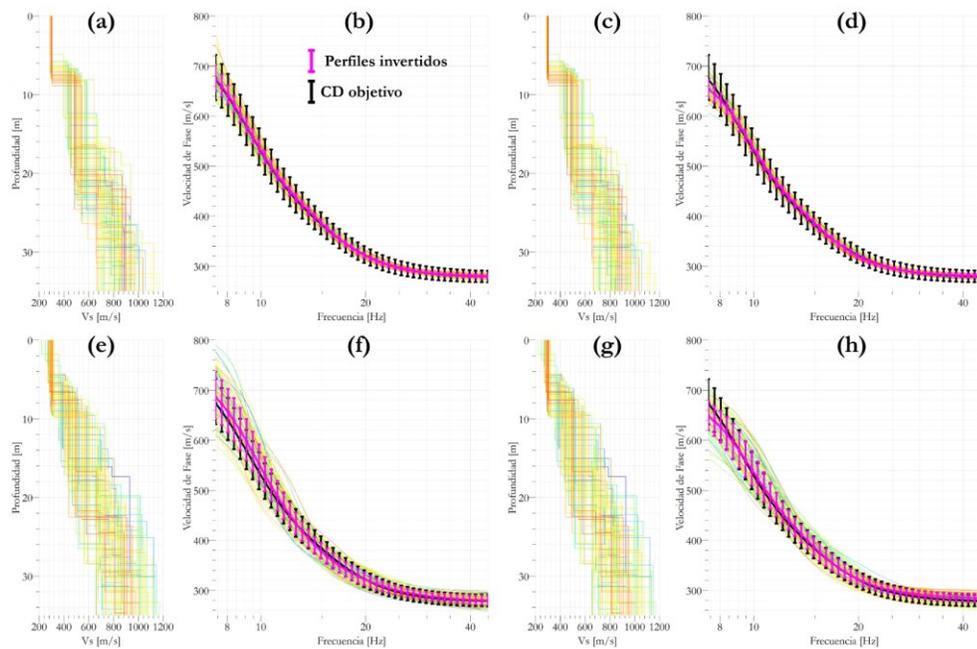


Figura 13 - Modelos invertidos para S1. Parametrización tipo SW: a) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de V_s y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de V_s y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de V_s y h) CDs obtenidos con método r100.

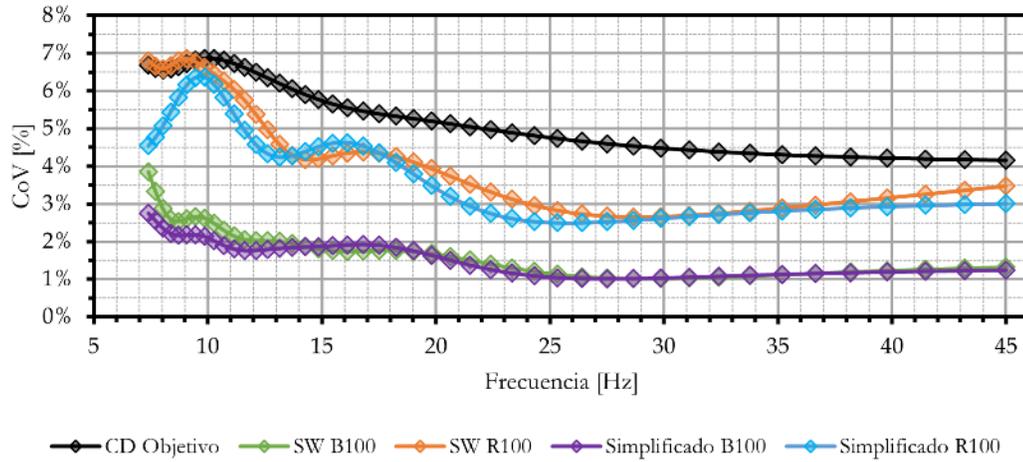


Figura 14 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para SI.

Tabla 7 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para SI.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100	CD Simplificada B100	CD Simplificada R100
CoV _{Mín}	4.16%	1.01%	2.65%	1.01%	2.50%
CoV _{Máx}	6.86%	3.85%	6.85%	2.75%	6.36%
\overline{CoV}	5.46%	1.78%	4.36%	1.62%	3.96%
σ_{CoV}	0.97%	0.67%	1.48%	0.47%	1.24%

Tabla 8 – Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas tras la inversión de SI.

Método de selección	Parametrización SW		Parametrización Simplificada	
	\overline{V}_{S30} [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]	\overline{V}_{S30} [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]
b100	472	12	460	5.5
r100	479	17	462	12

Con la finalidad de establecer si las estadísticas del subconjunto r100 son representativas del conjunto total ($M_{S1SW}^{Misfit \leq 1}$), se desarrolló un análisis de estabilidad utilizando este último conjunto de soluciones, el cual consistió en variar el número de perfiles aleatorios del subconjunto sobre el cual se calculan las estadísticas (r50, r100, r150...) y se iteró la elección de cada subconjunto para evaluar el comportamiento de los valores medios y desviaciones estándar obtenidas. La Figura 15 muestra los resultados de este análisis, en donde se puede apreciar que independiente de la cantidad de perfiles del subconjunto elegido aleatoriamente, el valor medio para el promedio y desviación estándar del V_{S30} ($\overline{V}_{S30} \approx 478$ [m/s] y $\sigma_{\overline{V}_{S30}} \approx 18.6$ [m/s] respectivamente) son estables. Las barras de error incluidas en ambos gráficos se relacionan con la probabilidad que existe de obtener tales valores medios. Por ejemplo, al elegir el subconjunto r100 una única vez, se obtuvieron los valores de la Tabla 8, sin embargo, estos valores difieren levemente con las tendencias presentadas (\overline{V}_{S30} y $\sigma_{\overline{V}_{S30}}$). De haber elegido una cantidad de perfiles aleatorios mayor para el cálculo de estadísticas, probablemente estos valores se habrían acercado más a las tendencias. No obstante, para el resto de los casos sintéticos se utilizan los r100 ya que se considera que esta diferencia es despreciable frente al gasto computacional que surgiría al elegir una mayor cantidad de perfiles.

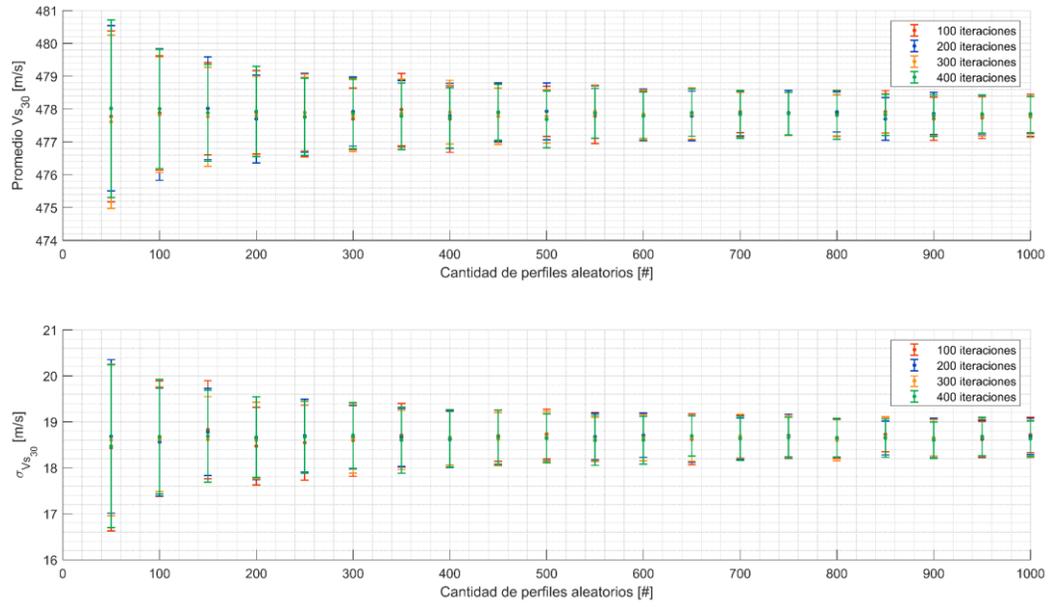


Figura 15 - Estabilidad del indicador r100

Capítulo 3: Resultados

Los resultados de la metodología aplicada a los casos sintéticos restantes son expuestos en el presente capítulo. En la primera sección se ilustra la sensibilidad del V_{S30} a la parametrización mientras que la segunda muestra los indicadores de incertidumbre correspondientes a cada caso.

3.1. Sensibilidad del V_{S30} a la estrategia de parametrización

Debido a que la estrategia de parametrización simplificada recupera resultados con menores desajustes, los casos sintéticos S4, S5, S6 y S7 se invirtieron utilizando solo la parametrización tipo SW. En las siguientes figuras se muestran los resultados para estos casos.

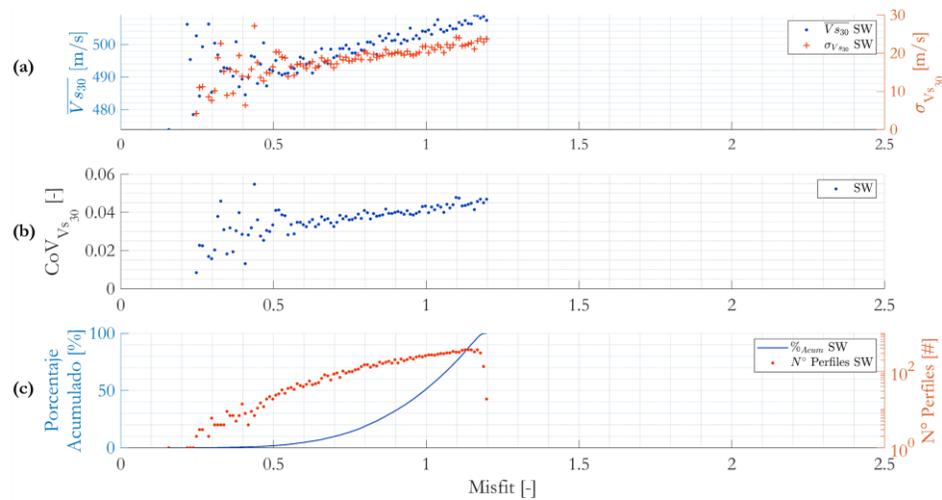


Figura 16 - Resultados de inversiones para el perfil S4. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

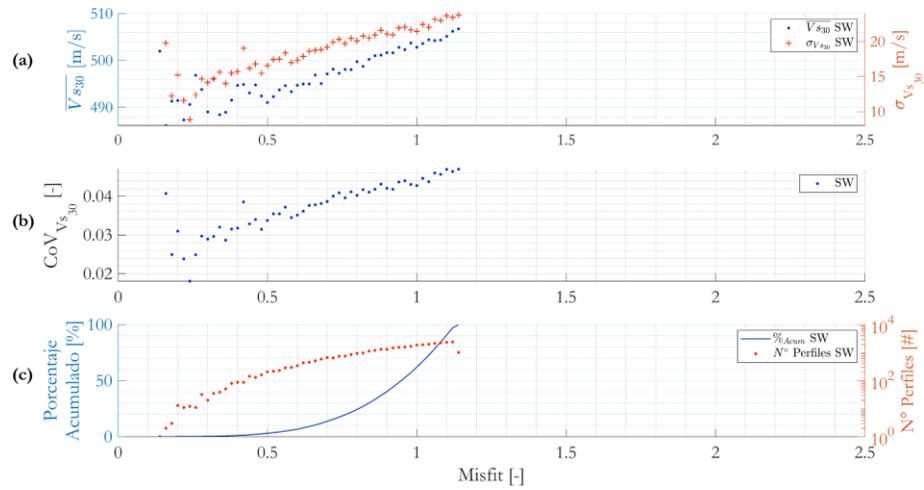


Figura 17 - Resultados de inversiones para el perfil S5. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

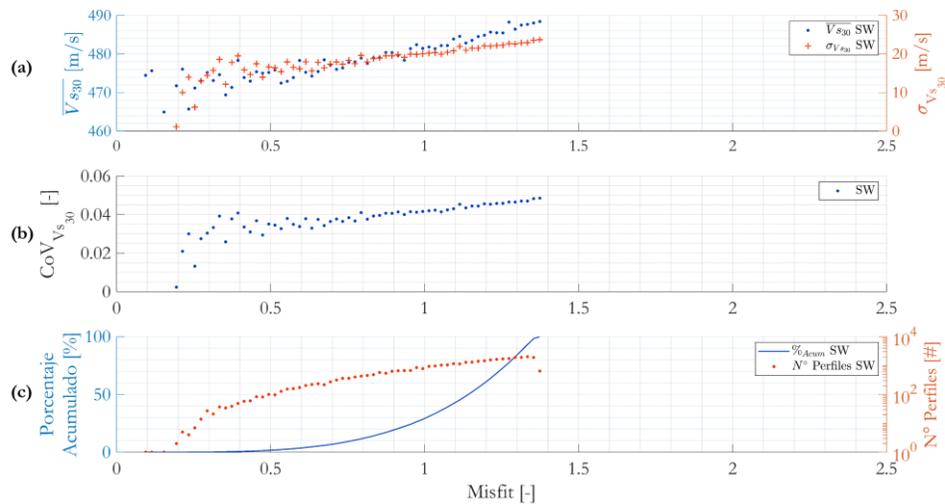


Figura 18 - Resultados de inversiones para el perfil S6. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

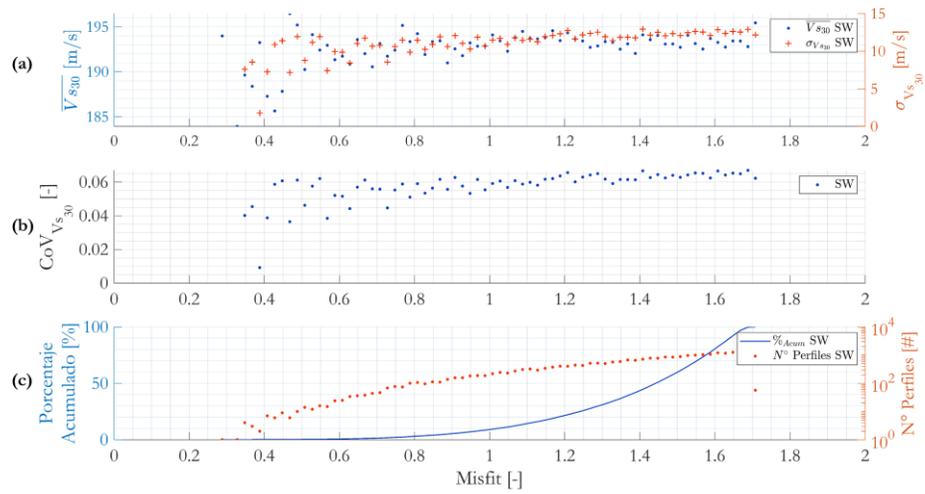


Figura 19 - Resultados de inversiones para el perfil S7. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

3.2. Indicadores de incertidumbre

En la presente sección se muestran los resultados de los indicadores de incertidumbre para las inversiones de los casos S2, S3, S4, S5, S6 y S7. En la Tabla 15 se resumen los valores medios y desviaciones estándar obtenidas para cada uno de los casos sintéticos.

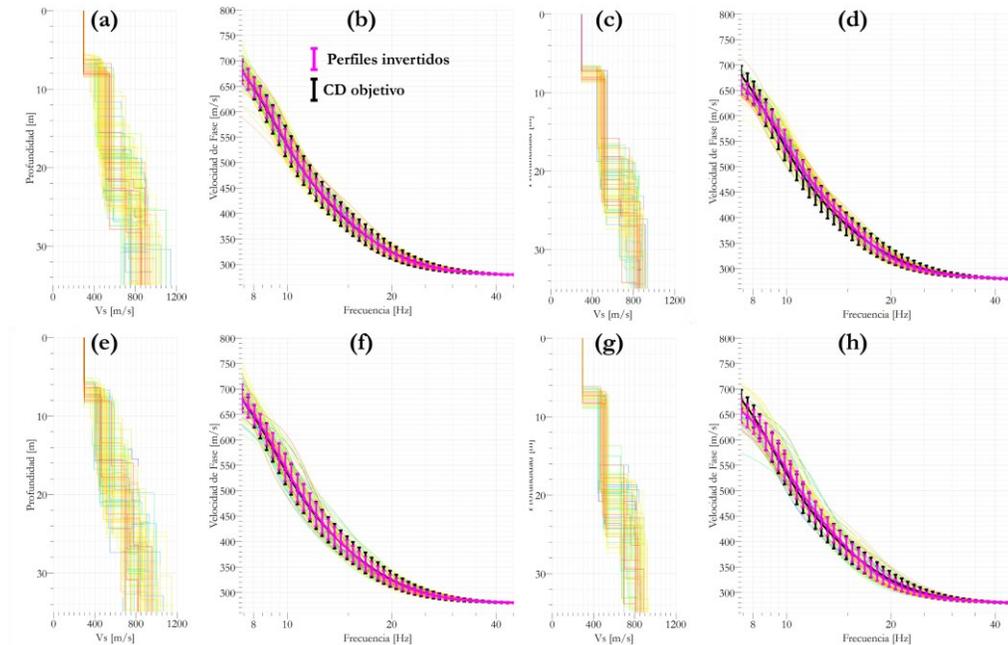


Figura 20 – Modelos invertidos para S2. Parametrización tipo SW: a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos con método r100.

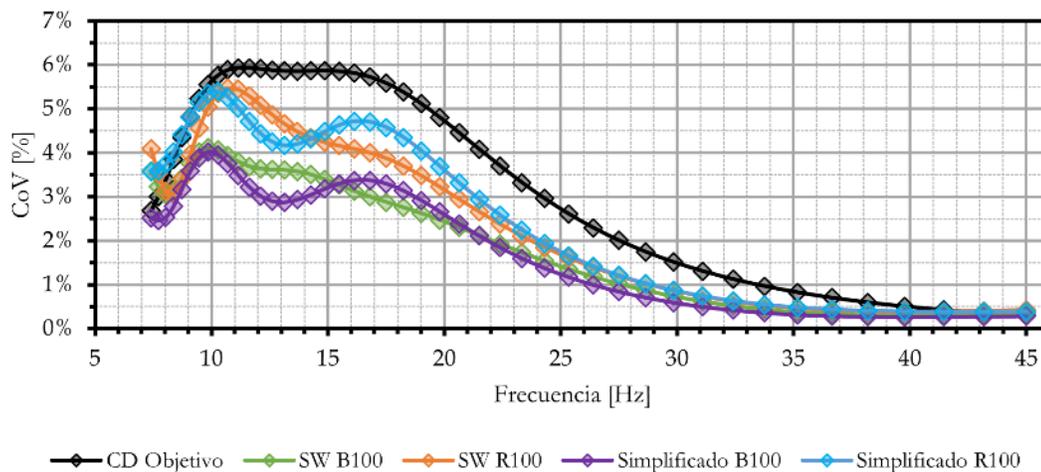


Figura 21 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S2.

Tabla 9 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S2.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100	CD Simplificada B100	CD Simplificada R100
CoV _{Mín}	0.29%	0.30%	0.38%	0.26%	0.38%
CoV _{Máx}	5.94%	4.12%	5.47%	4.01%	5.39%
\overline{CoV}	3.68%	2.31%	2.87%	2.14%	3.01%
σ_{CoV}	2.06%	1.36%	1.75%	1.29%	1.80%

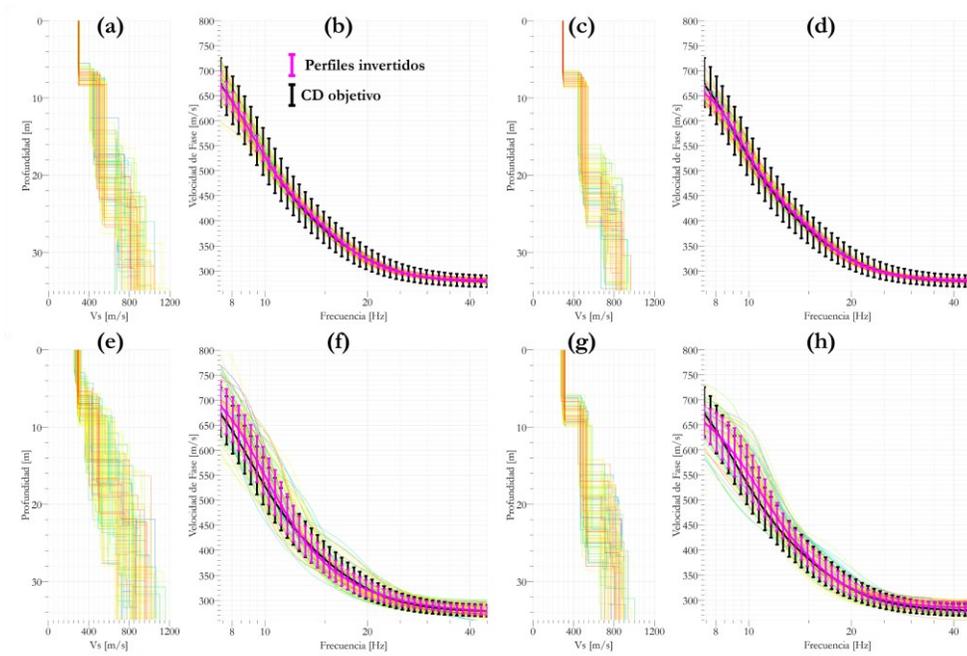


Figura 22 – Modelos invertidos para S3. Parametrización tipo SW: a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización simplificada: c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos con método b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos con método r100.

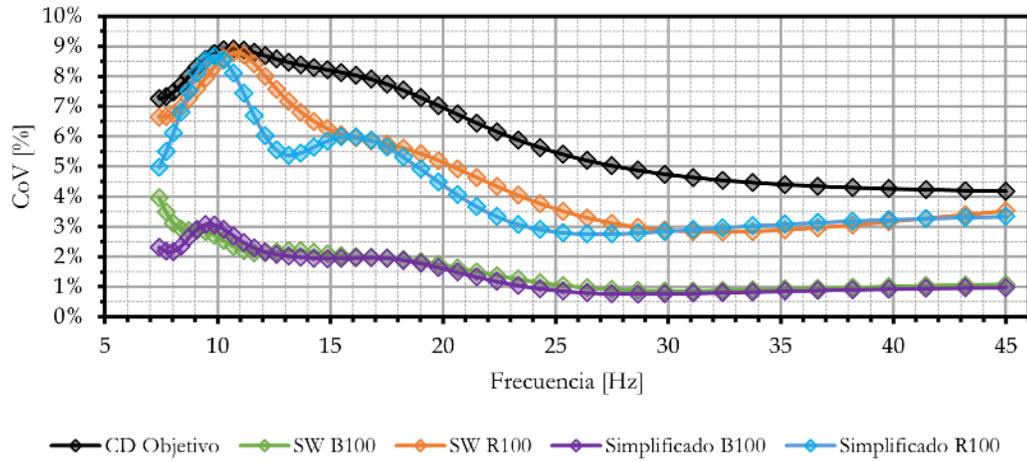


Figura 23 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S3.

Tabla 10 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S3.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100	CD Simplificada B100	CD Simplificada R100
$CoV_{\text{Mín}}$	4.18%	0.86%	2.82%	0.76%	2.76%
$CoV_{\text{Máx}}$	8.91%	3.96%	8.77%	3.06%	8.68%
\overline{CoV}	6.73%	1.81%	5.40%	1.67%	4.92%
σ_{CoV}	1.72%	0.80%	2.02%	0.74%	1.88%

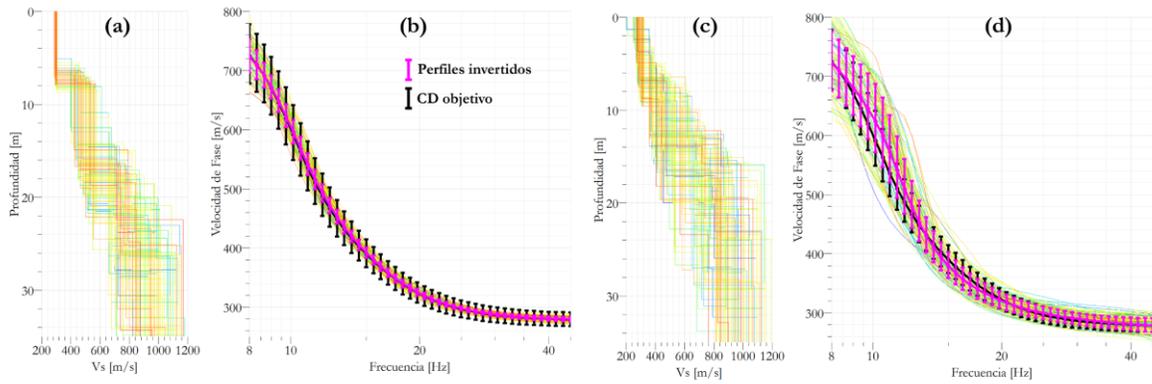


Figura 24 - Modelos invertidos para S4 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

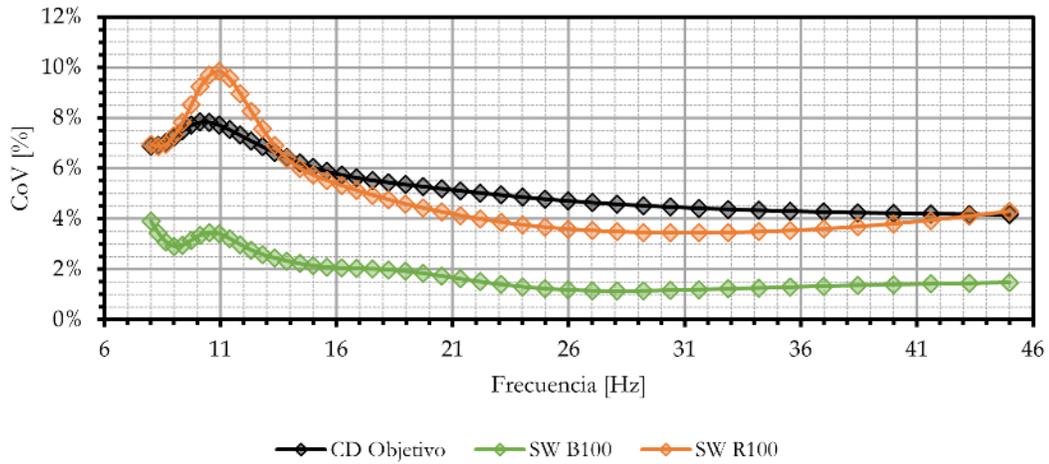


Figura 25 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S4.

Tabla 11 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S4.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
CoV _{Mín}	4.16%	1.14%	3.44%
CoV _{Máx}	7.83%	3.89%	9.84%
\overline{CoV}	5.66%	2.04%	5.46%
σ_{CoV}	1.25%	0.82%	2.06%

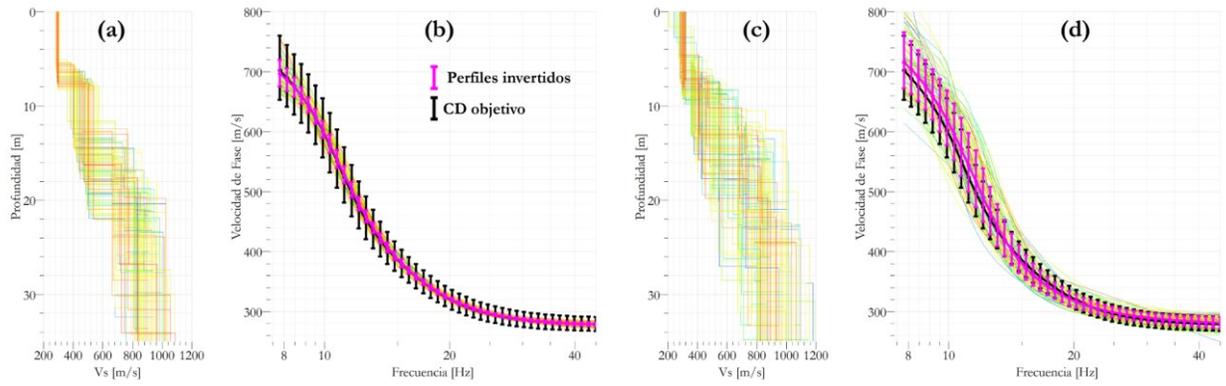


Figura 26 - Modelos invertidos para S5 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

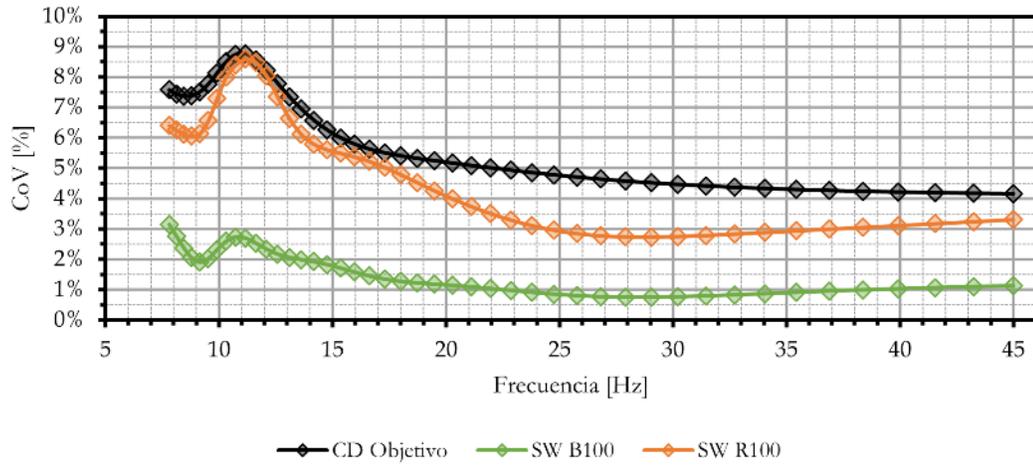


Figura 27 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S5.

Tabla 12 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S5.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	4.16%	0.75%	2.73%
$CoV_{\text{Máx}}$	8.76%	3.15%	8.59%
\overline{CoV}	5.89%	1.53%	4.83%
σ_{CoV}	1.55%	0.69%	1.90%

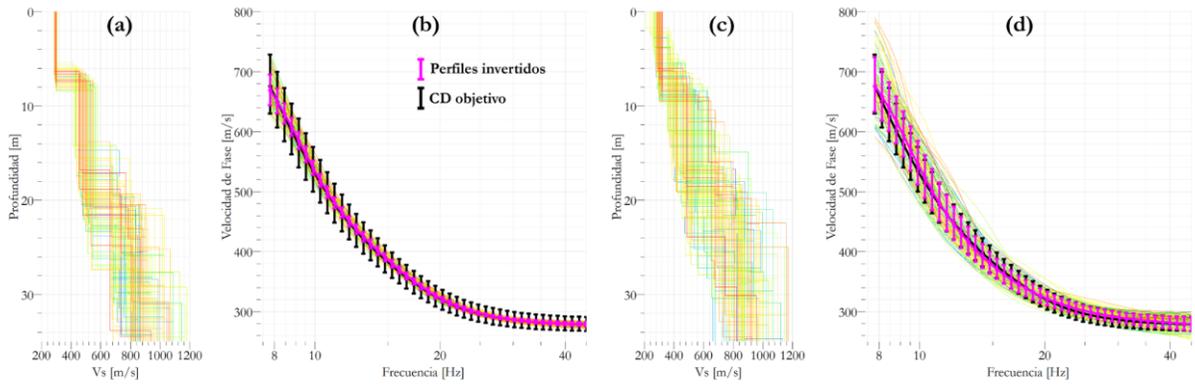


Figura 28 - Modelos invertidos para S6 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

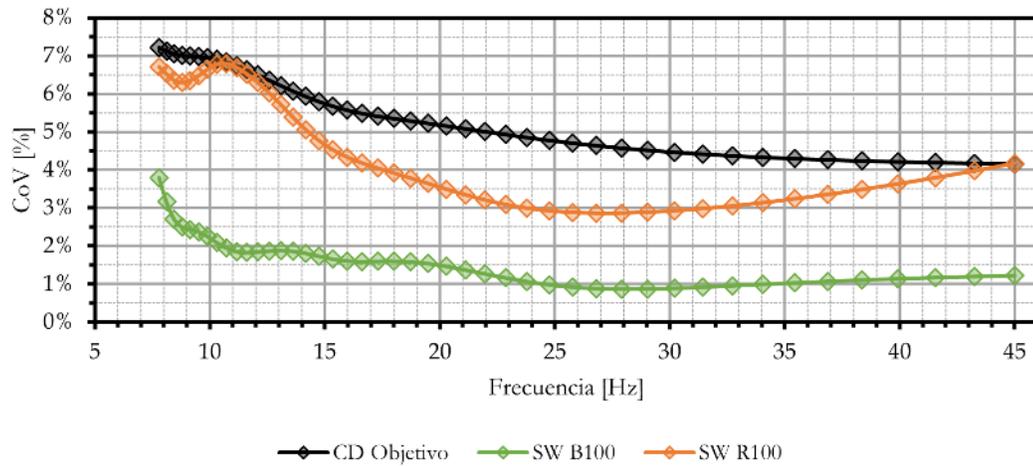


Figura 29 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S6.

Tabla 13 - Comparación del CoV entre la CDs invertidas y objetivo para S6.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
CoV _{Mín}	4.16%	0.86%	2.86%
CoV _{Máx}	7.22%	3.80%	6.79%
\overline{CoV}	5.48%	1.59%	4.49%
σ_{CoV}	1.04%	0.64%	1.45%

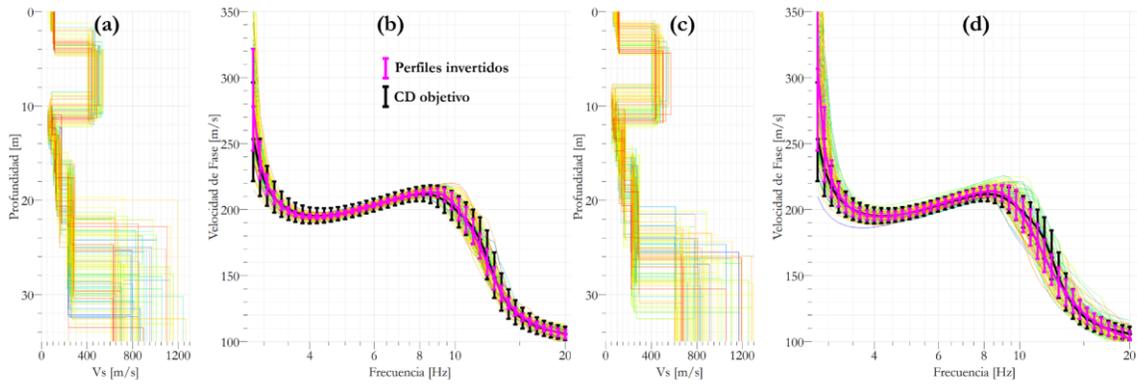


Figura 30 - Modelos invertidos para S7 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

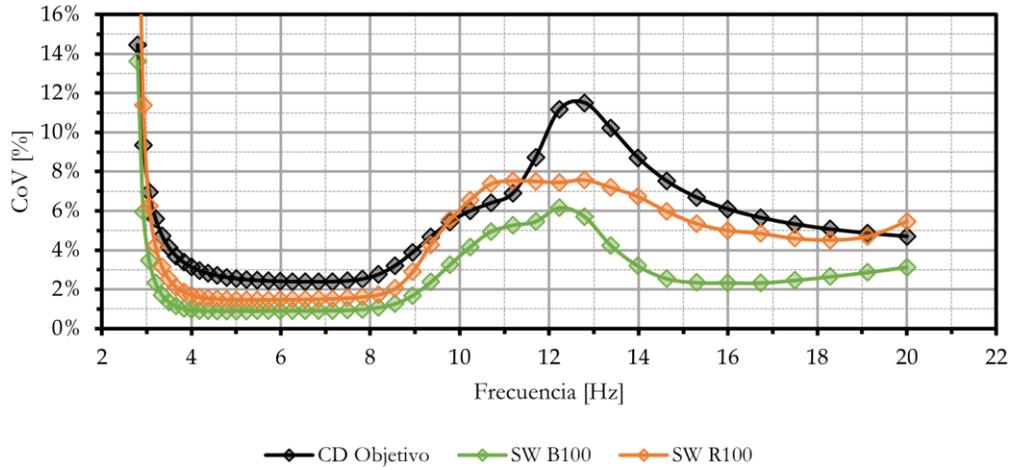


Figura 31 - Comparación del CoV de la velocidad de fase en la curva de dispersión teórica y de modelos invertidos para S7.

Tabla 14 - Comparación del CoV entre las CDs invertidas y objetivo para S7.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
CoV _{Mín}	2.39%	0.90%	1.47%
CoV _{Máx}	14.44%	13.61%	25.34%
\overline{CoV}	5.09%	2.55%	4.36%
σ_{CoV}	2.92%	2.33%	4.06%

Tabla 15 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} obtenidas tras la inversión de los perfiles sintéticos.

Perfil Sintético	Valores Analíticos		Método de selección	Parametrización SW		Parametrización Simplificada	
	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]		$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]
S2	494,09	13,28	b100	475	15	465	9
			r100	477	15	463	11
S3	494,11	21,18	b100	472	12	461	7
			r100	481	21	468	16
S4	493,22	16,49	b100	491	13	-	-
			r100	504	21	-	-
S5	524,34	18,35	b100	491	13	-	-
			r100	496	20	-	-
S6	493,22	16,49	b100	474	14	-	-
			r100	478	19	-	-
S7	186,48	5,88	b100	191	9	-	-
			r100	193	11	-	-

Capítulo 4: Aplicación a casos de estudio

La metodología previamente desarrollada en las secciones anteriores se emplea en este capítulo para calcular el V_{S30} y su desviación estándar en 6 sitios recientemente explorados por el proyecto FONDEF ID22I-10032 en las ciudades de Valdivia, Chillán, Talca y La Serena. En la primera sección se presentan los diferentes enfoques utilizados en este trabajo para la estimación de las características dispersivas de cada sitio. A continuación, se exponen los sitios de estudio junto a los arreglos de sensores utilizados en la adquisición de datos y su procesamiento para la obtención de la CD representativa del sitio en análisis. Finalmente, en la tercera parte del capítulo se muestran los resultados de las inversiones y estimación del V_{S30} junto a su desviación estándar de cada sitio. 4 de estos casos de estudio se analizan en detalle en (Leyton et al., 2023).

4.1. Obtención de la CD experimental

La adquisición de datos experimentales fue desarrollada por distintos equipos de trabajo en simultáneo. Cada uno de ellos ejecutó la exploración geofísica de acuerdo con sus conocimientos, instrumentos y personal. En ella se realizaron ensayos pasivos y activos, con distintas configuraciones espaciales entre sensores, duración y frecuencia de registro. En este apartado se detallan los métodos empleados en el procesamiento de cada uno de estos registros, cuyos resultados aportan información en distintos rangos de frecuencias a la estimación de la CD experimental de cada sitio en estudio.

La etapa de acondicionamiento de señales, esencial para la preparación de registros crudos previo a la aplicación de los diversos métodos, fue realizada mediante el uso del menú *waveform* implementado en Geopsy. Entre las herramientas empleadas en este proceso se encuentran *decimate time* y *oversample*, utilizadas para igualar las frecuencias de muestreo de registros procedentes de instrumentos de adquisición distintos. Adicionalmente, con la finalidad de eliminar el ruido asociado a frecuencias que no se encuentran en el rango de interés, se implementó un *filtro Butterworth* de orden 3, cuyas frecuencias de corte fueron ajustadas en función de cada instrumento y tipo de ensayo, generalmente comprendidas entre 0.5 Hz y 55 Hz.

En la estimación de la CD experimental se procesaron los registros complementando distintos métodos, principalmente agrupados en dos familias: métodos basados en el dominio de la frecuencia-número de onda FK (Lacoss et al., 1969) y métodos de autocorrelación espacial SPAC (Aki, 1957). Para los datos de ensayos pasivos se utilizaron los métodos HRFK (Capon, 1969), MSPAC (Bettig et al., 2001) y de correlaciones cruzadas de ruido sísmico (Ekström et al., 2009) en particular para la aplicación de este último método fueron empleadas las rutinas desarrolladas por Sáez (2016).

El método FK supone que el arreglo de sensores es atravesado por ondas planas horizontales (Lacoss et al., 1969). Si se considera una onda con frecuencia, dirección de propagación y velocidad dada, los tiempos relativos de llegada de la onda a cada sensor se pueden calcular en todas las ubicaciones, luego, corrigiendo las fases de acuerdo con los retardos de tiempo producto de la propagación de la onda, se puede obtener la salida de la matriz mediante la suma estas señales desplazadas en el dominio de la frecuencia. Si las ondas viajan efectivamente con la dirección y la velocidad dadas, todas las contribuciones se apilarán de forma constructiva, lo que dará como resultado una salida de matriz máxima. La salida de la matriz dividida por la potencia espectral se denomina semblanza. La ubicación del máximo de semblanza en el plano (kx, ky) proporciona una estimación de la velocidad y de la dirección de las ondas que viajan a través del conjunto. (Lacoss et al., 1969; Wathelet, 2005)

La técnica FK implementada en Geopsy, utilizada en este trabajo, se basa en la idea de retardo y suma en el dominio de la frecuencia para la estimación de la velocidad aparente en función de la frecuencia. Es decir,

probar iterativamente los retrasos de tiempo para todas las direcciones posibles y calcular la salida de la matriz para cada uno de ellos. Luego para cada ventana de análisis y banda de frecuencia, se realiza una búsqueda en una grilla del dominio del número de onda (plano k_x, k_y) para encontrar peaks y con ello las propiedades de propagación de la llegada de onda plana más coherente y/o potente. Luego, dada la suposición de que las ondas superficiales dominan el campo ondulatorio, la velocidad aparente es igual a la velocidad de fase de la onda superficial a cada frecuencia particular (Wathelet, 2005).

El método HRFK (High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis) es una modificación al FK convencional. Asume que las vibraciones ambientales son un proceso aleatorio estacionario pudiendo caracterizarse por medio de una función de densidad espectral en el espacio frecuencia-número de onda. Esta función entrega información asociada a la potencia en función de la frecuencia junto a las velocidades y direcciones de las ondas que se propagan (Capon, 1969). El método asume que el arreglo de sensores es atravesado por un solo frente de onda plano dominante, el cual representa a una combinación ponderada de múltiples frentes de ondas (Capon, 1969). Aplicaciones del método en la geofísica para la determinación del V_{s30} en suelos chilenos se pueden ver en (Humire, 2013; Humire et al., 2015).

Para el procesamiento de registros de ensayos activos se utilizó el método MASW (Multichannel Analysis of Surface Waves) popularizado en el trabajo de Park et al., (1999) el cual está basado en el registro de señales sísmicas a lo largo de un perfil lineal unidimensional producidas por una fuente controlada, como un golpe de martillo o caída sobre el suelo de una gran masa. Las ondas generadas por la fuente son captadas por los sensores con un cierto desfase de tiempo. El método consiste en calcular el tiempo de viaje de distintas ondas entre los sensores, con ello la V_R dado que las distancias entre sensores son conocidas, para ello, los datos recolectados en dominio espacio-temporal se transforma a otros dominios como Frecuencia-Número de onda (FK) o frecuencia-Lentitud en los cuales resulta más fácil encontrar peaks de energía que se relacionan con las propiedades dispersivas del medio (Foti, 2000; Foti et al., 2001).

El método de autocorrelación espacial (SPAC) propuesto por Aki (1957), asume que las vibraciones ambientales son un proceso estocástico estacionario en el espacio y tiempo. El desarrollo del método se basa en estudiar la relación de las señales registradas por sensores desplegados en un arreglo semicircular con un sensor en el centro de la circunferencia. Posteriormente, para determinar el grado de similitud de las señales registradas entre pares de sensores se calculan las funciones de correlación espacial y potencia espectral de estas. El método concluye en que para la componente vertical de la onda Rayleigh, el promedio azimutal del espectro de correlación normalizado se puede describir mediante la función de Bessel de orden cero (J_0) dependiente de las propiedades dispersivas del medio (Aki, 1957). Esta función J_0 es una función matemática conocida que tiene un comportamiento sinusoidal con un decaimiento exponencial.

Dada la dificultad de realizar arreglos semicirculares que involucran una gran cantidad de sensores, el método MSPAC modifica la formulación propuesta en Aki (1957) para su uso en arreglos irregulares (Bettig et al., 2001). Posteriormente, resultados tras la aplicación de SPAC en arreglos lineales 1D con tiempos largos de medición, sugieren que el método no se limita a un arreglo particular de sensores, siempre y cuando se cumpla el requisito básico de estacionariedad y aleatoriedad del campo de ondas (Chávez-García et al., 2006).

La metodología espectral de correlaciones cruzadas empleada en este trabajo utiliza la formulación descrita por Ekström et al., (2009) e implementada por Sáez (2016). Esta propone estudiar los cruces por cero de la parte real del espectro de correlación ya que supone que estos son insensibles al ruido espectral y al filtrado de la señal original. Aplicaciones del método de correlaciones cruzadas se pueden ver en (Acevedo, 2021; Grand, 2019; Salomón, 2017).

4.2. Adquisición y procesamiento de datos

Dada la variabilidad geográfica del conjunto de sitios explorados, en cada uno de ellos se utilizaron distintos tipos de sensores y se adoptaron distintas configuraciones entre estos, adecuándose al contexto y materiales esperados de cada sitio. A continuación, se detallan las mediciones realizadas en cada uno de ellos y los resultados del procesamiento de estos registros junto a la CD objetivo estimada del sitio.

4.2.1. Valdivia 1 (VL1)

El primer sitio de estudio se encuentra aledaño al río Callecalle, en la isla Teja, frente a la ciudad de Valdivia. En la Figura 32.a se observa una imagen satelital del sitio junto a las ubicaciones de los equipos banda ancha, el resto de los literales de la Figura 32 muestran las distintas configuraciones de sensores cuyos registros fueron procesados para estimar la CD experimental del sitio. El detalle de estos registros, como la duración, el tipo y número de equipos utilizados en la campaña de adquisición de datos en el sitio VL1 se encuentra en la Tabla 16.

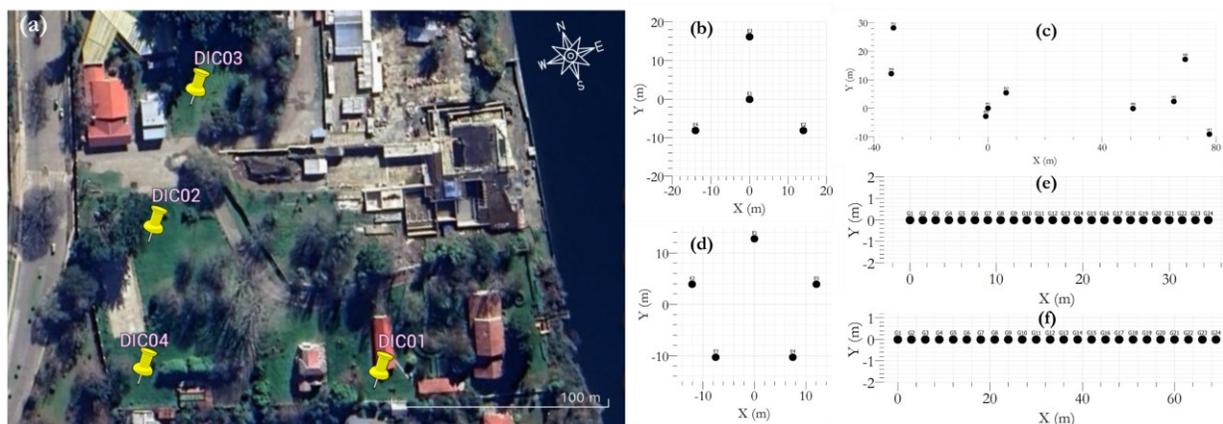


Figura 32 – Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL1 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4 y f) A5

Tabla 16 – Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL1.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M1	Guralp 40TDE+Certimus	4	2:24:33	100	A0
M2	Tromino	4	00:30:00	128	A1
M3	Tromino	4	00:30:00	128	A1
M6	Geofonos + Geode	24	18 x 00:00:02	8000	A4
M7	Geofonos + Geode	24	17 x 00:00:02	8000	A5
M7b	Geofonos + Geode	24	6 x 00:04:00	64.4	A5
M10	Tromino	5	00:25:26	128	A3
M11	Tromino	5	00:28:20	128	A3
M12	Tromino	9	00:29:32	128	A2

Los resultados de las correlaciones cruzadas para VL1 se muestran en la Figura 33, para cada par de sensores se muestra: i) la correlación cruzada de ruido sísmico en ventanas de 10 [s], ii) espectro de correlación promedio y iii) velocidad de fase para distintos valores de m , el cual toma valores enteros positivos o negativos y representa la cantidad de cruces por cero que faltan o sobran, respectivamente, antes del primer cruce por cero detectado en ii).

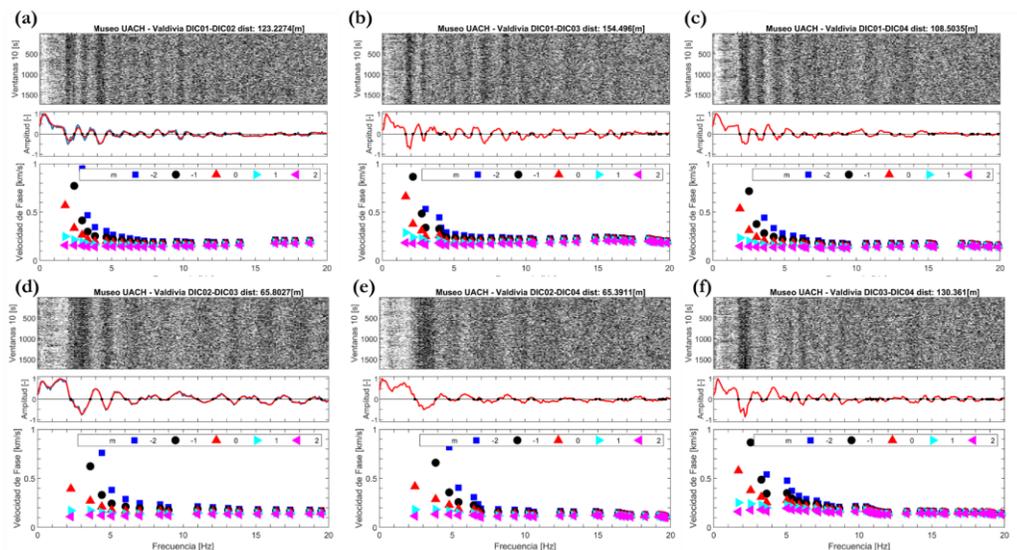


Figura 33 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M1.

En la Tabla 17 se incluye información con respecto a la distancia entre pares de sensores, el valor de m y el cruce por cero máximo considerado en la estimación de la CD.

Tabla 17 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.

C.C entre pares:	Distancia	m	Cruce por cero máximo
DIC01-DIC02	123.22	0	15
DIC01-DIC03	154.49	0	15
DIC01-DIC04	108.5	0	18
DIC02-DIC03	65.8	0	16
DIC02-DIC04	65.39	0	5
DIC03-DIC04	130.36	0	4

Finalmente, las CD de cada medición y la CD objetivo del sitio VL1 se ilustra en la Figura 34. El CoV de la velocidad de fase de la CD se observa en la Figura 54 junto a los resultados de las inversiones.

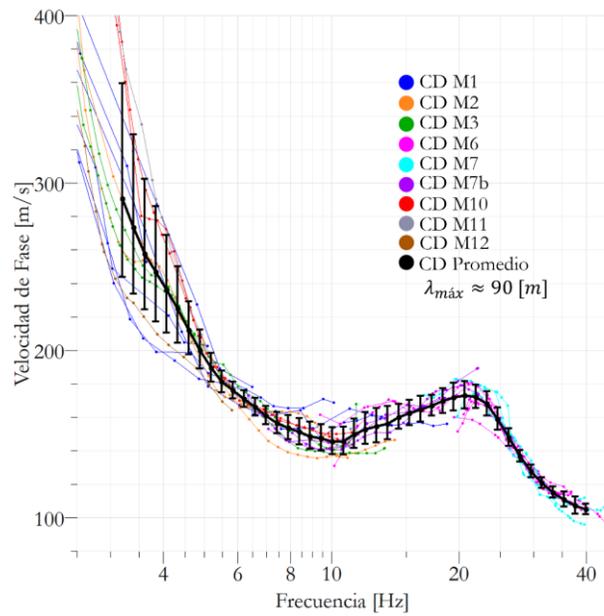


Figura 34 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL1.

4.2.2. Valdivia 3 (VL3)

El segundo sitio de estudio se encuentra a la orilla del río Callecalle en el sector Las Ánimas, Valdivia. Para la estimación de la CD se procesaron los registros de las mediciones de la Tabla 18. La Figura 35 muestra una imagen satelital junto a la configuración en planta de los sensores banda ancha y la instalación de estos. Los distintos arreglos utilizados en las mediciones se exponen en la Figura 36.



Figura 35 – Campaña de exploración. A) Arreglos 2D Trominos. b) Instalación de sensores banda ancha. c) Esquema en planta de localización de equipos banda ancha.

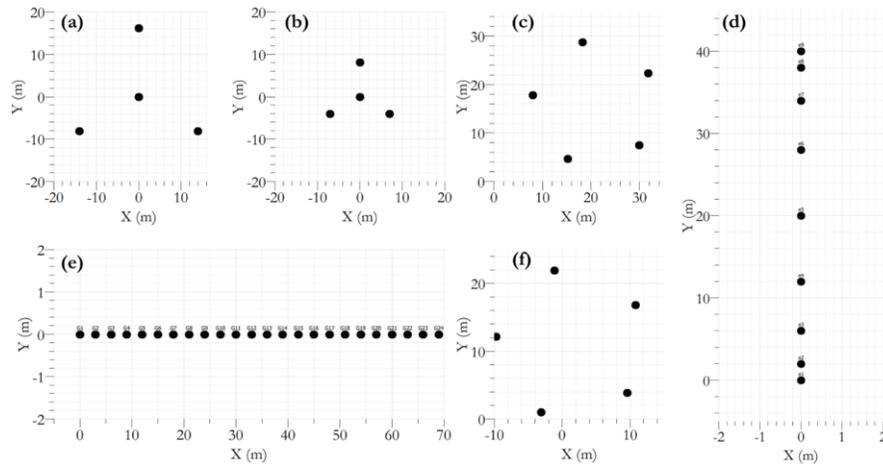


Figura 36 – Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL3 en arreglos a) A1, b) A2, c) A3, d) A4 e) A5 y f) A6.

Tabla 18 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL3.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M1	Tromino	4	00:30:00	128	A1
M2	Tromino	4	00:40:00	128	A2
M3	Tromino	4	00:30:00	128	A2
M4	Tromino	9	00:20:00	128	A4
M6	Guralp 40TDE+Certimus	4	3:05:00	100	A0
M9b	Geode +geófonos	24	0:32:00	250	A5
M11	Tromino	5	0:39:41	128	A3
M2	Tromino	5	0:29:49	128	A6

Los resultados de las correlaciones cruzadas entre los distintos pares de sensores para VL3 se muestran en la Figura 37. En la Tabla 19 se incluye información con respecto a la distancia entre pares de sensores, el valor de m y el cruce por cero máximo considerado en la estimación de la CD.

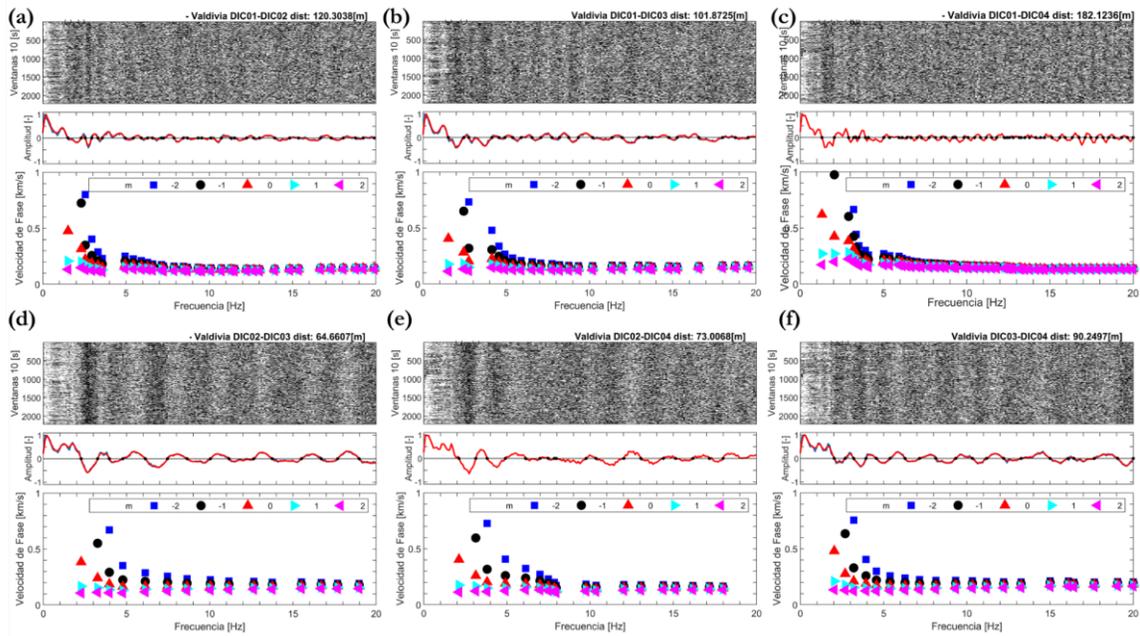


Figura 37 – Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M6

Tabla 19 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.

C.C entre pares:	Distancia	m	Cruce por cero máximo
DIC01-DIC02	120.3	0	6
DIC01-DIC03	101.87	0	4
DIC01-DIC04	182.12	0	7
DIC02-DIC03	64.66	0	15
DIC02-DIC04	73	0	7
DIC03-DIC04	90.24	0	16

Finalmente, la CD objetivo a invertir para el sitio VL3 se muestra en la Figura 38, en donde además se incluyen las CDs obtenidas a partir del procesamiento de cada medición con la que fue generada. El CoV de la velocidad de fase de la CD se observa en la Figura 57 junto a los resultados de las inversiones.

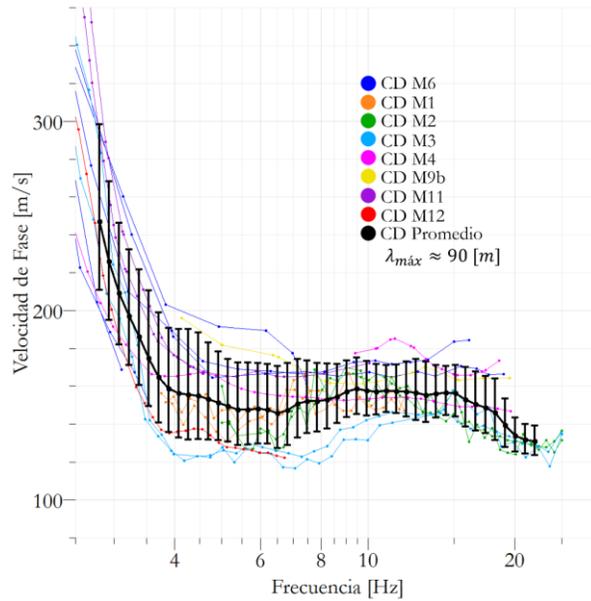


Figura 38 – CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL3.

4.2.3. Valdivia 4 (VL4)

El tercer sitio de estudio se ubica en el sector Caucau en la ciudad de Valdivia. En la Figura 39.a se observa una imagen satelital del sitio junto al arreglo en planta de los sensores banda ancha el resto de los literales de la Figura 39 muestran las distintas configuraciones de sensores cuyos registros fueron procesados para estimar la CD experimental del sitio VL4. El detalle de estos registros, como la duración, el tipo y numero de equipos utilizados en la campaña de adquisición de datos se encuentra en la Tabla 20.

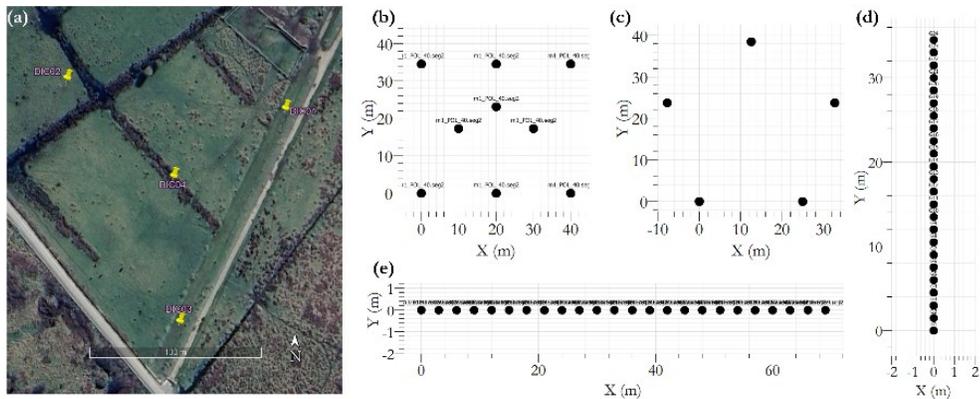


Figura 39 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio VL4 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4.

Tabla 20 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio VL4.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M1	Tromino	9	00:39:46	128	A1
M4	Guralp 40TDE+Certimus	4	02:44:19	100	A0
M5	Geode +geófonos	24	15 x 00:00:02	8000	A3
M6a	Geode +geófonos	24	15 x 00:00:02	8000	A4
M6b	Geode +geófonos	24	6 x 00:04:00	62.5	A4
M8	Tromino	5	00:39:20	128	A2

Los resultados de las correlaciones cruzadas entre los distintos pares de sensores para VL4 se muestran en la Figura 40. En la Tabla 21 se incluye información con respecto a la distancia entre pares de sensores, el valor de m y el cruce por cero máximo considerado en la estimación de la CD.

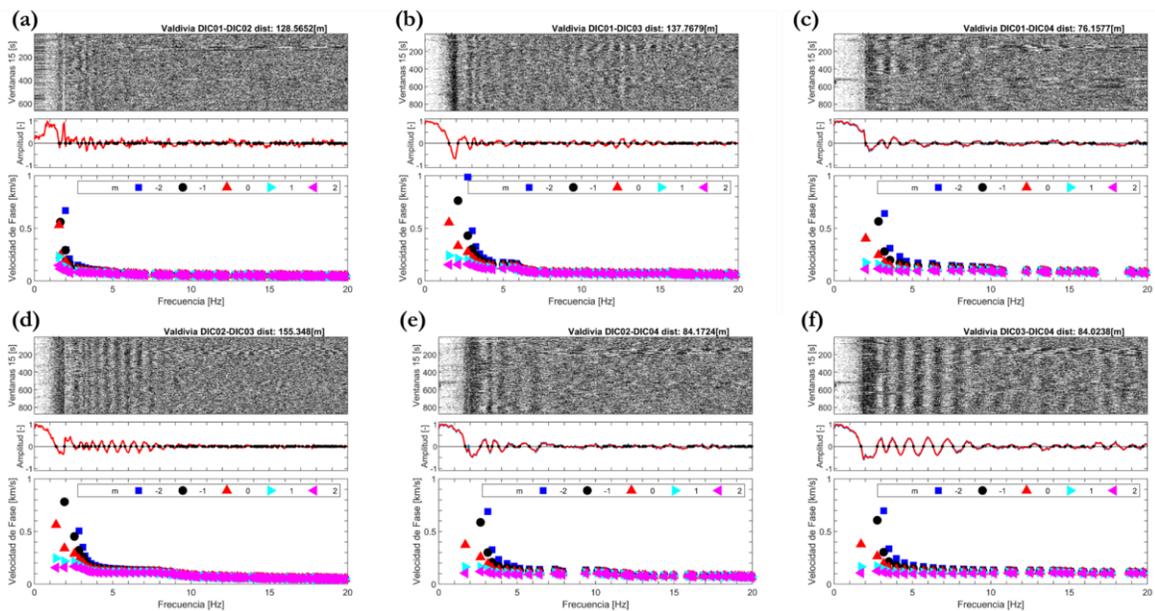


Figura 40 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores banda ancha de M4.

Tabla 21 - Cruces por cero máximos considerados para el cálculo de la CD.

C.C entre pares:	Distancia	m	Cruce por cero máximo
DIC01-DIC02	128.56	0	1
DIC01-DIC03	137.76	0	9
DIC01-DIC04	76.15	0	14
DIC02-DIC03	155.34	0	20
DIC02-DIC04	84.17	0	10
DIC03-DIC04	84.02	0	14

Finalmente, la CD objetivo estimada para el sitio VL4 se observa en la Figura 41 en donde además se aprecian las CD de cada medición.

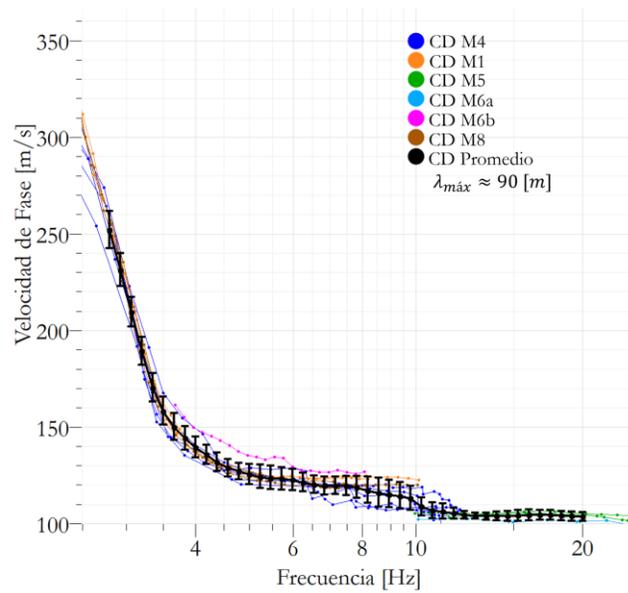


Figura 41 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio VL4.

4.2.4. Chillán 1 (CH1)

El cuarto sitio de estudio corresponde a la plaza La Victoria en el centro de Chillán. Para la estimación de la CD se procesaron los registros de las mediciones de la Tabla 22. La Figura 42 muestra una imagen satelital junto a la configuración en planta de los sensores banda ancha y los distintos arreglos geométricos utilizados en las mediciones.

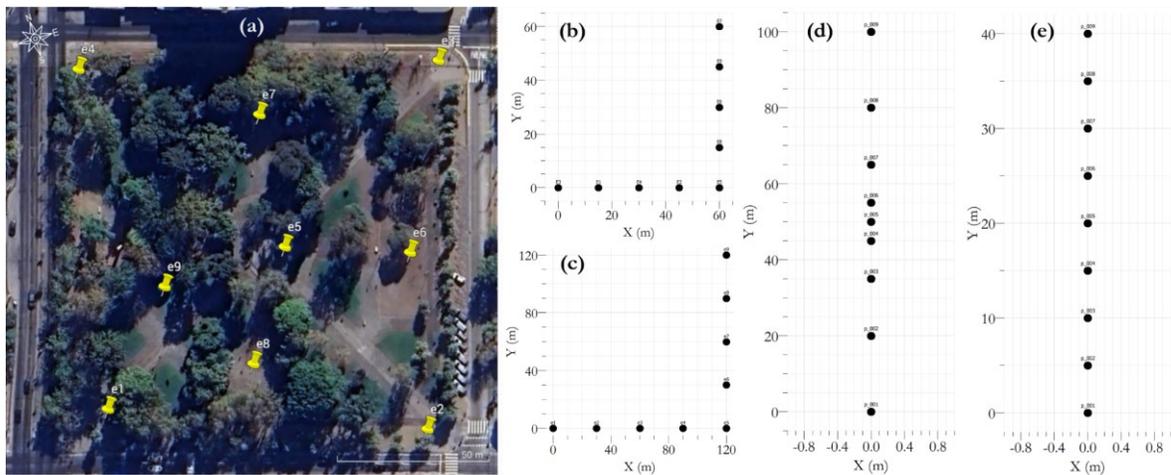


Figura 42 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio CH1 en arreglos a) A0, b) A1, c) A2, d) A3 e) A4.

Tabla 22 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio CH1.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M1	Tromino	9	00:59:18	128	A0
M2	Tromino	9	00:33:17	128	A1
M3	Tromino	9	00:29:40	128	A2
M4	Tromino	9	00:29:46	128	A3
M6	Tromino	9	00:29:29	128	A4

Los resultados de las correlaciones cruzadas entre los distintos pares de sensores para CH1 se muestran en la Figura 43.

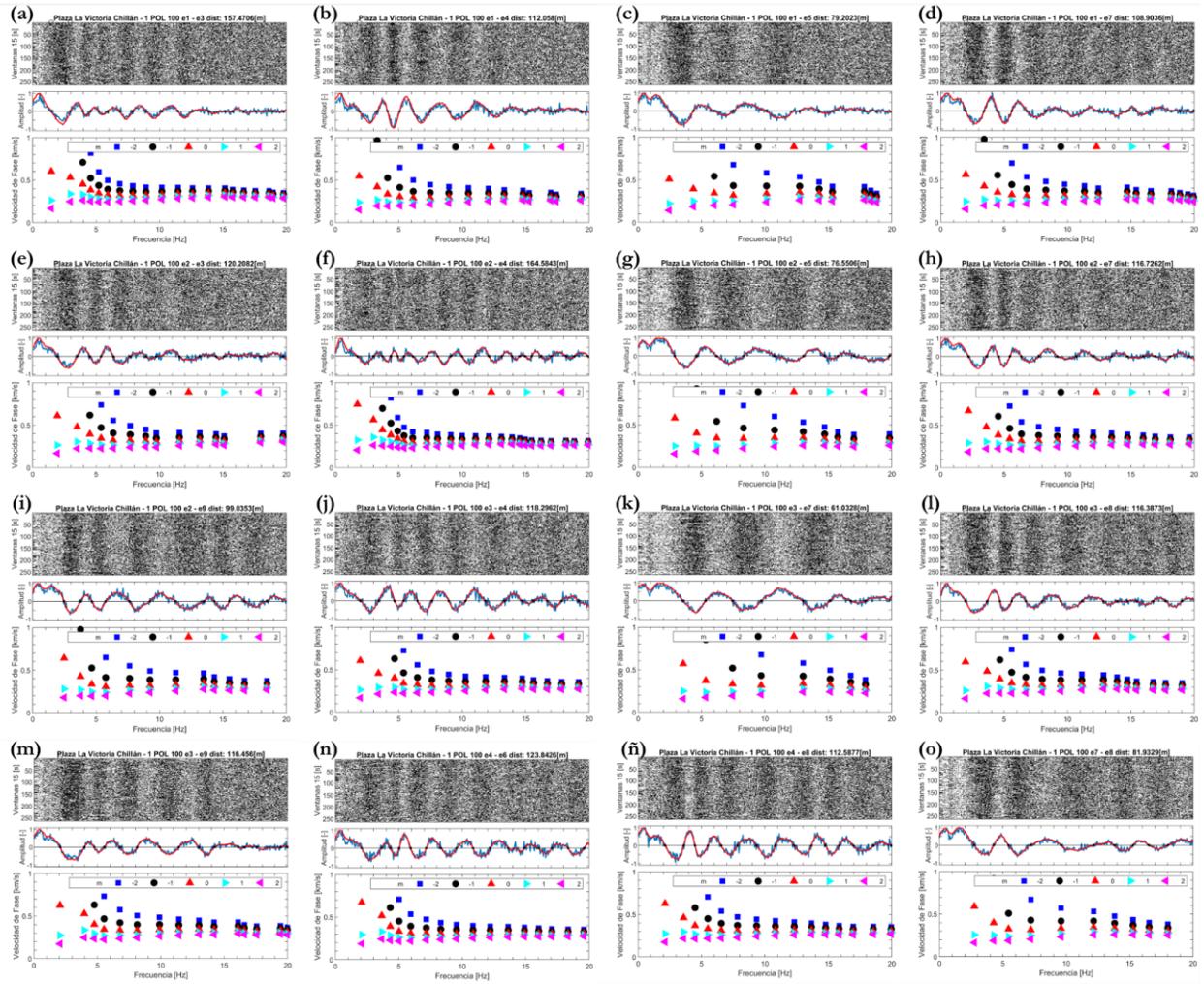


Figura 43 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M1.

Finalmente, la CD estimada para CH1 se ilustra en la Figura 44 junto a las CD medias provenientes del procesamiento de cada medición.

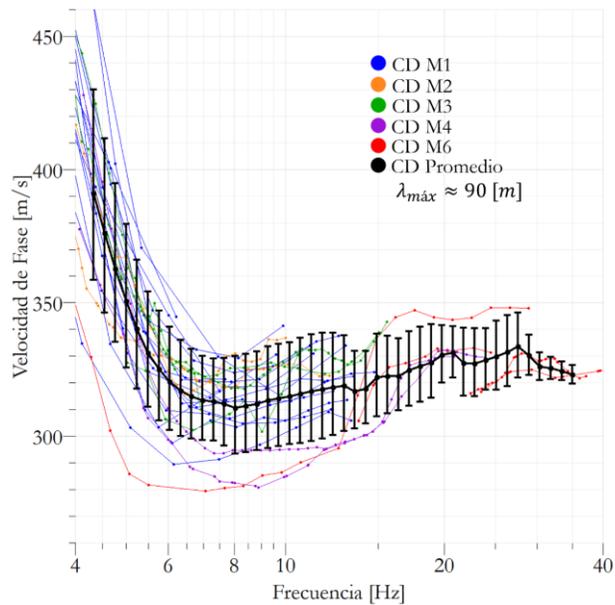


Figura 44 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio CH1.

4.2.5. Talca 1 (TL1)

El quinto sitio de estudio corresponde a la Alameda Bernardo O'Higgins en la ciudad de Talca. Para la estimación de la CD se procesaron los registros de las mediciones de la Tabla 23. La Figura 45 muestra una imagen satelital junto a la configuración en planta del arreglo A1 y los distintos arreglos geométricos utilizados en las otras mediciones.

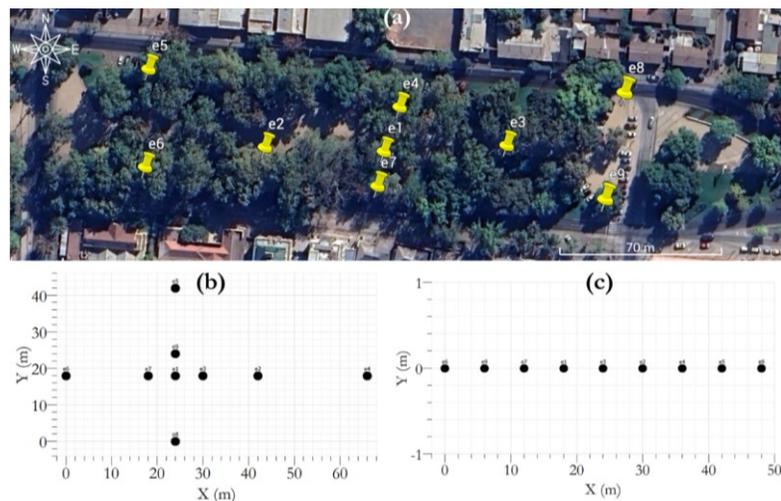


Figura 45 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio TL1 en arreglos a) A1, b) A2, c) A3.

Tabla 23 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio TL1.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M1	Tromino	9	1:28:51	128	A1
M2	Tromino	9	00:39:38	128	A2
M3	Tromino	9	00:32:42	128	A3
M4 - Activo	Tromino	9	20 x 00:00:02	128	A3

Los resultados de las correlaciones cruzadas entre los distintos pares de sensores para CH1 se muestran en la Figura 46.

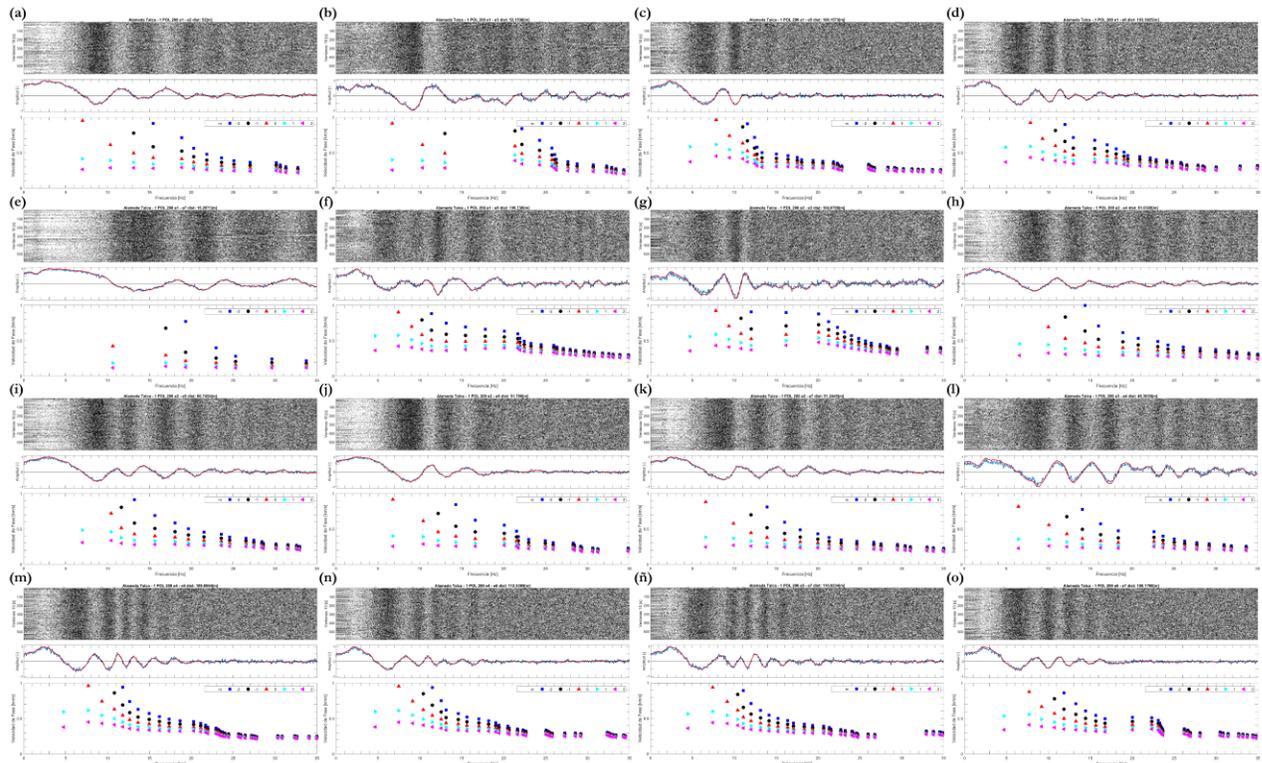


Figura 46 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M1.

Finalmente, la CD estimada para TL1 se ilustra en la Figura 47 junto a las CD medias provenientes del procesamiento de cada medición.

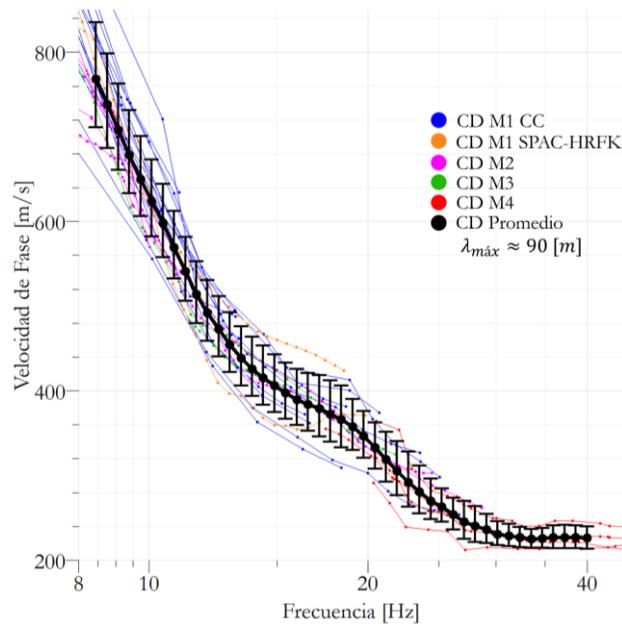


Figura 47 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio TL1.

4.2.6. La Serena 1 (LS1)

El sexto sitio de estudio se ubica en la costa cercano al faro de la ciudad de La Serena. En la Figura 48 se observa una imagen satelital del sitio junto a las ubicaciones de los equipos banda ancha. La Figura 49 muestra además las distintas configuraciones de sensores cuyos registros fueron procesados para estimar la CD experimental del sitio. El detalle de estos registros, como la duración, el tipo y numero de equipos utilizados en la campaña de adquisición de datos en el sitio LS1 se encuentra en la Tabla 24.



Figura 48 - Campaña de exploración. Esquema en planta de localización de equipos banda ancha.

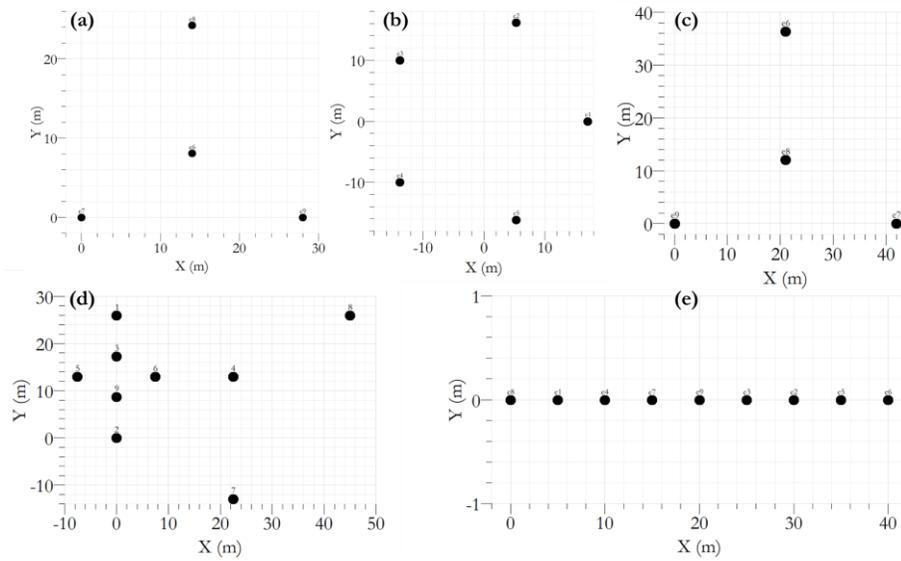


Figura 49 - Configuraciones de sensores utilizadas en el sitio LSI en arreglos a) A1.a, b) A1.b, c) A3, d) A2 y e) A4.

Tabla 24 - Mediciones utilizadas en la estimación de la CD experimental del sitio LSI.

Medición	Instrumentación	Nº de equipos	Duración [hh:mm:ss]	Frecuencia de registro [Hz]	Arreglo
M0	Guralp 40TDE+Certimus	4		100	A0
M1.a	Tromino	4	00:39:54	128	A1.a
M1.b	Tromino	5	00:39:54	128	A1.b
M2	Tromino	9	00:39:54	128	A2
M3.a	Tromino	4	00:19:50	128	A3
M3.b	Tromino	5	00:19:50	128	A3
M4	Tromino	9	20 x 00:00:02	128	A4
M5	Tromino	9	20 x 00:00:02	128	A4

Los resultados de las correlaciones cruzadas entre los distintos pares de sensores para LS1 se muestran en la Figura 50.

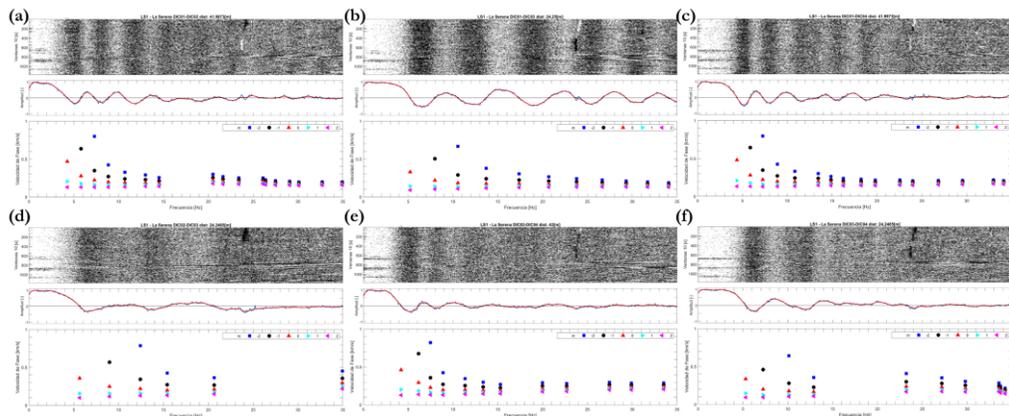


Figura 50 - Resultados de correlaciones cruzadas entre los sensores de M0.

Finalmente, la CD estimada para LS1 se ilustra en la Figura 51 junto a las CD medias provenientes del procesamiento de cada medición.

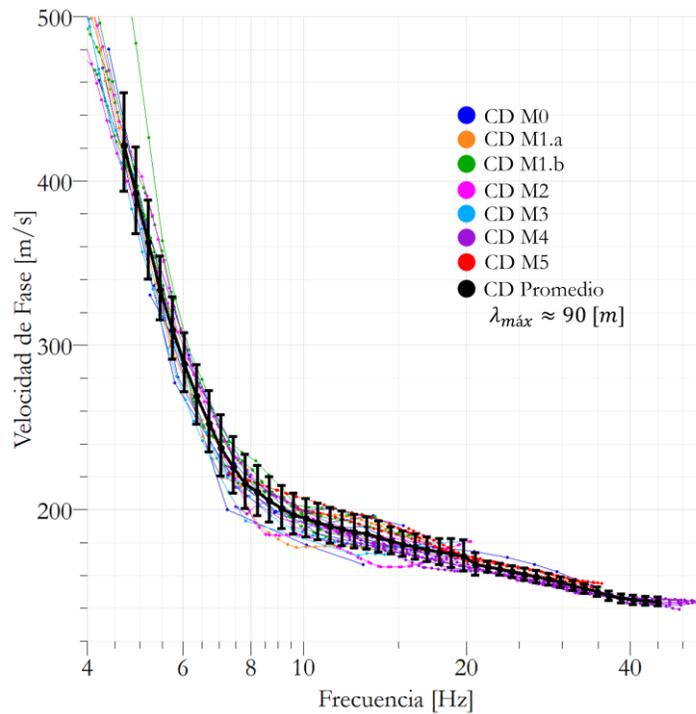


Figura 51 - CD media de cada medición junto a la CD objetivo con variabilidad del sitio LS1.

4.3. Inversión de las CDs experimentales y estadísticas del V_{S30} .

4.3.1. Valdivia 1 (VL1)

Al igual que en los casos teóricos analizados, el conjunto r100 entrega una CD con una variabilidad más cercana a la de la CD estimada en comparación con el conjunto b100, esto se comprueba comparando los CoV obtenidos para los distintos conjuntos de selección en la Figura 54. Los V_{S30} promedio y las respectivas desviaciones estándares y coeficientes variación del sitio se muestran en la Tabla 25. Del conjunto de selección r100 es posible obtener la clasificación sísmica de cada uno de los 100 modelos. El resultado de lo anterior sugiere que existiría una probabilidad cercana al 98% que el sitio tenga un $V_{S30} \geq 180$ m/s y clasifique como Tipo D según la norma NCh 433.

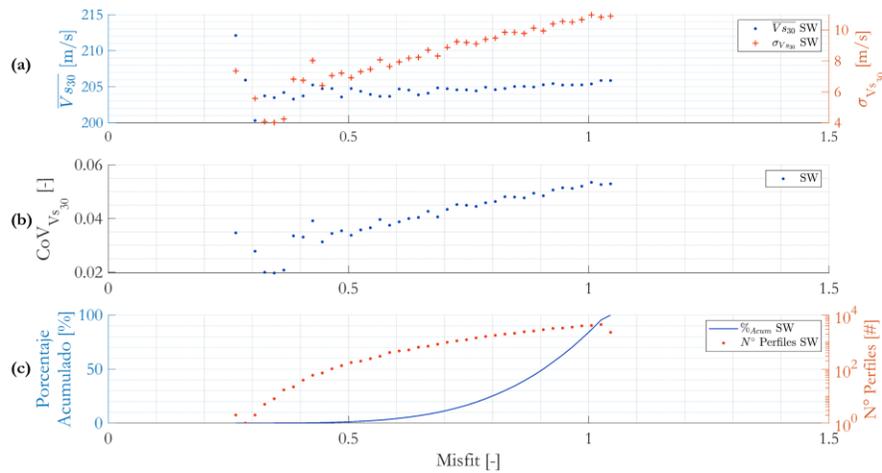


Figura 52 - Resultados de inversiones para el sitio VL1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 25 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio VL1.

Método de selección	$\overline{V_{S30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	203	6	2.96
r100	204	11	5.39

Los perfiles invertidos junto a las CD consideradas en el cálculo de ambos indicadores de incertidumbre se ilustran en la Figura 53. La comparación de coeficientes de variación de las CD promedio asociadas a ambos indicadores de incertidumbre se muestran en la Figura 54.

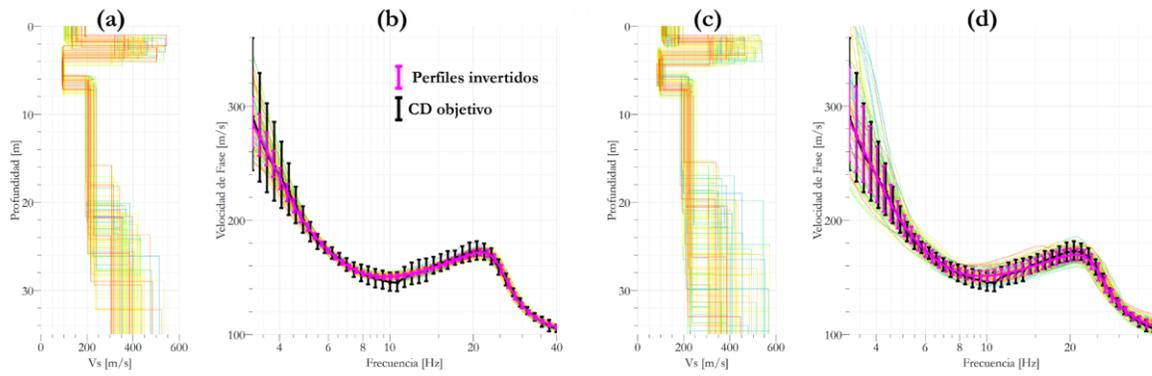


Figura 53 - Modelos invertidos en sitio VL1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

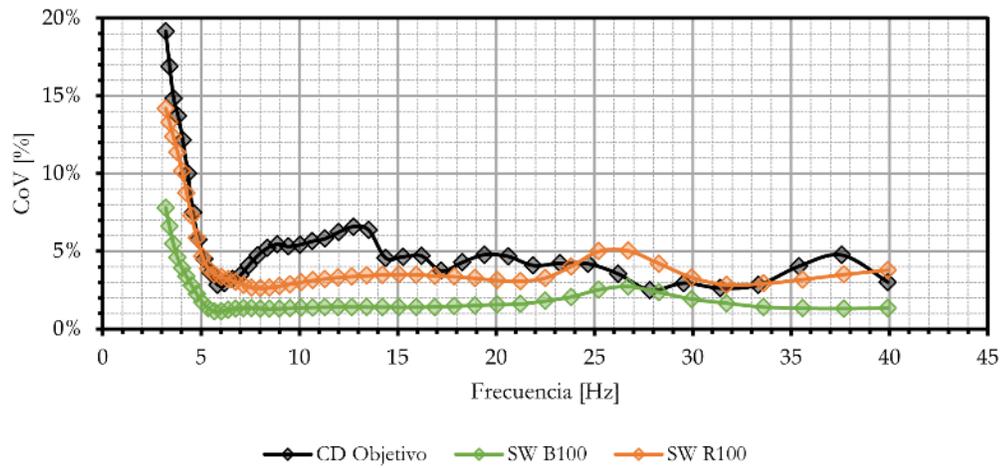


Figura 54 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL1.

Tabla 26 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL1.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	2.51%	1.15%	2.62%
$CoV_{\text{Máx}}$	19.16%	7.80%	14.18%
\overline{CoV}	5.86%	2.08%	4.65%
σ_{CoV}	3.85%	1.45%	3.01%

4.3.2. Valdivia 3 (VL3)

El método r100 entrega una CD con una variabilidad similar a la CD estimada para VL3 sobre todo a bajas frecuencias. El ajuste a frecuencias intermedias no es capaz de reproducir la alta incertidumbre de la CD medida en terreno. Por otro lado, el comportamiento del valor medio del V_{S30} en el análisis de sensibilidad muestra puntos de inflexión aumentando y disminuyendo su valor. Los V_{S30} promedio y las respectivas desviaciones estándares y coeficientes variación del sitio se muestran en la Tabla 25. Del conjunto r100 se obtiene una probabilidad por sobre el 60% que el sitio tenga un $V_{S30} \leq 180$ m/s y clasifique como Tipo E según la norma NCh 433.

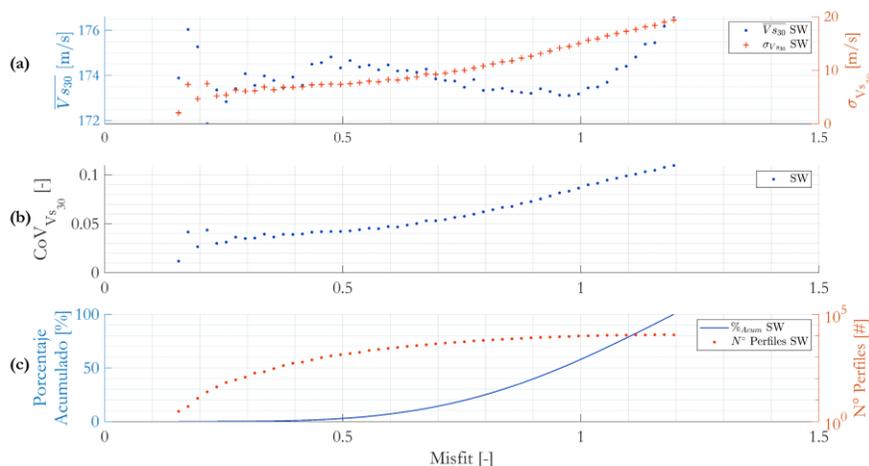


Figura 55 - Resultados de inversiones para el sitio VL3. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 27 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio VL3.

Método de selección	\bar{V}_{S30} [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	173	5.7	3.29
r100	174	12.1	6.95

Los perfiles invertidos junto a las CD consideradas en el cálculo de ambos indicadores de incertidumbre se ilustran en la Figura 56. La comparación de coeficientes de variación de las CD promedio asociadas a ambos indicadores de incertidumbre se muestran en la Figura 57.

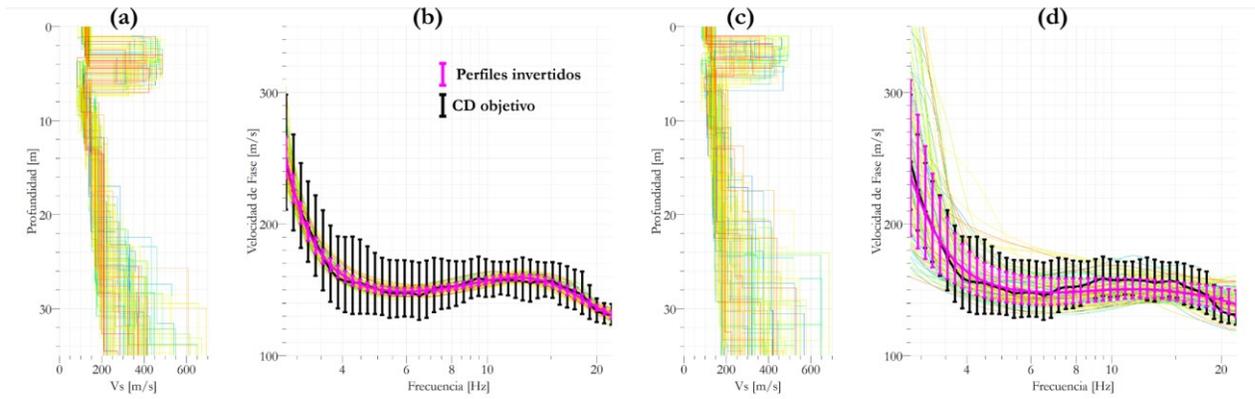


Figura 56 - Modelos invertidos en sitio VL3 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

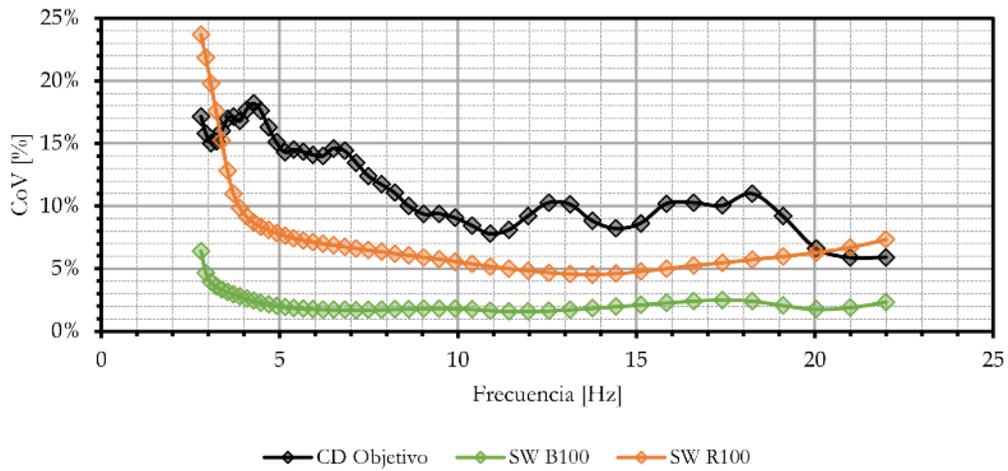


Figura 57 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL3.

Tabla 28 - Estadísticas del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL3.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	5.87%	1.58%	4.53%
$CoV_{\text{Máx}}$	18.19%	6.40%	23.69%
\overline{CoV}	12.22%	2.27%	8.08%
σ_{CoV}	3.58%	0.92%	4.58%

4.3.3. Valdivia 4 (VL4)

Los resultados para VL4 muestran que no se pudo reproducir los valores medios ni la incertidumbre asociada de la CD empírica entre 7 y 9 [Hz]. Sin embargo, la Figura 60 muestra que el método r100 entrega una CD con una variabilidad similar a la CD estimada. Los V_{s30} promedio y las respectivas desviaciones estándares y coeficientes variación del sitio se muestran en la Tabla 29. Del conjunto r100 se obtiene una probabilidad del 98% que el sitio tenga un $V_{s30} \leq 180$ m/s y clasifique como Tipo E según la norma NCh 433.

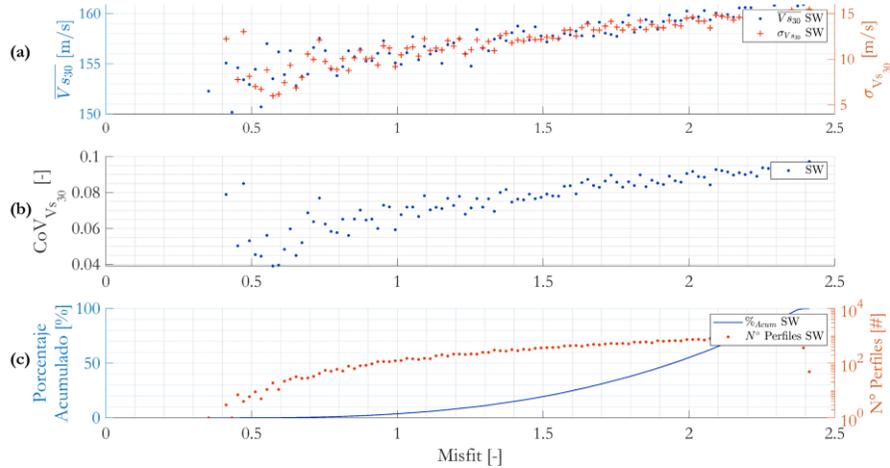


Figura 58 - Resultados de inversiones para el sitio VL4. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 29 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} obtenidas para el sitio VL4.

Método de selección	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	153	7.3	4.77
r100	155	10.4	6.71

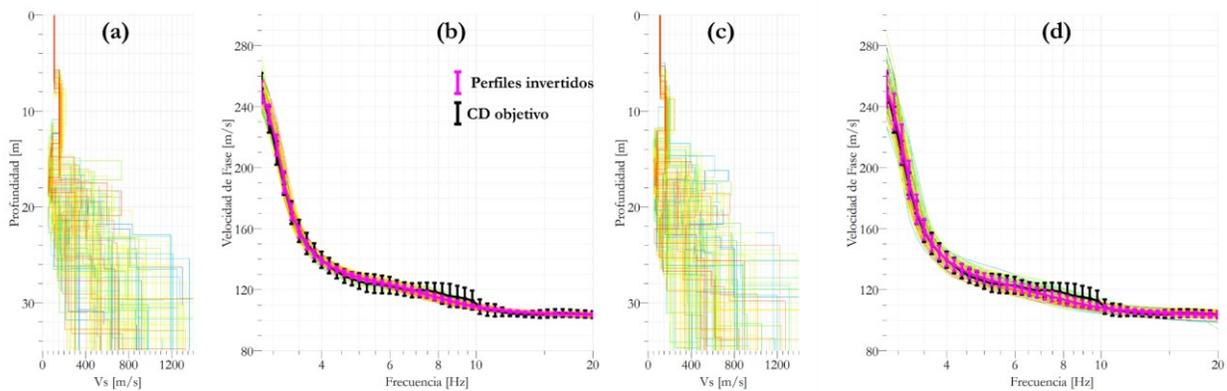


Figura 59 - Modelos invertidos en sitio VL4 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.

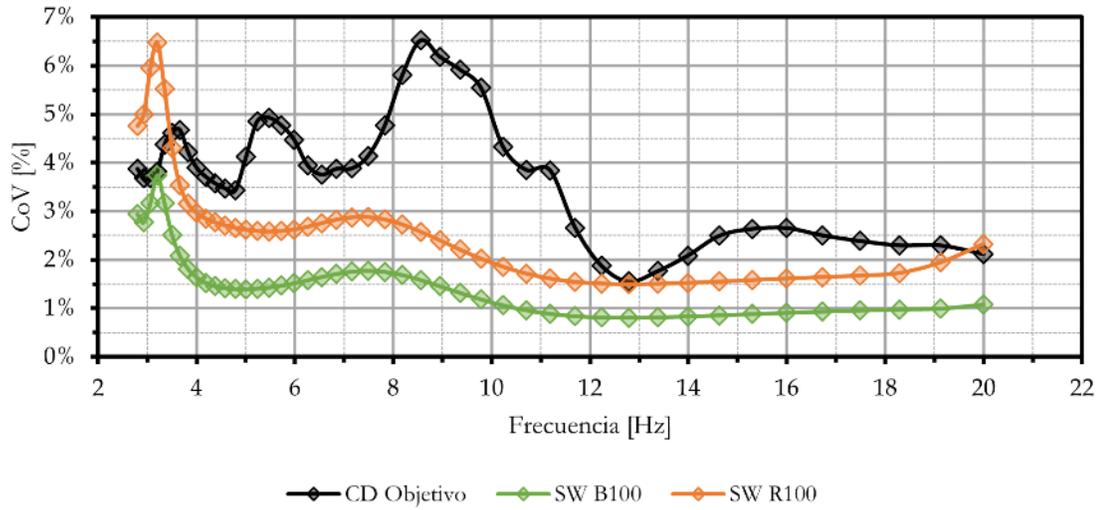


Figura 60 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL4.

Tabla 30 - Estadísticas del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para VL4.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	1.55%	0.81%	1.50%
$CoV_{\text{Máx}}$	6.52%	3.74%	6.48%
\overline{CoV}	3.77%	1.53%	2.69%
σ_{CoV}	1.21%	0.70%	1.21%

4.3.4. Chillán 1 (CH1)

Los resultados para CH1 muestran que la CD promedio del conjunto de 100 perfiles aleatorios (r100) se aleja de la CD objetivo entre 5 y 10 [Hz] aumentando también el valor del V_{S30} reportado en la Tabla 31. Lo anterior puede ser debido a que la parametrización de la capa que las inversiones identifican entre los 15 y 30 metros puede estar sesgada a valores altos. No obstante, la Figura 63 muestra que el método r100 entrega una CD con una variabilidad similar a la CD estimada. Del conjunto r100 se obtiene una probabilidad de 90% que el sitio tenga un $V_{S30} \leq 350$ m/s y clasifique como Tipo D según la norma NCh 433.

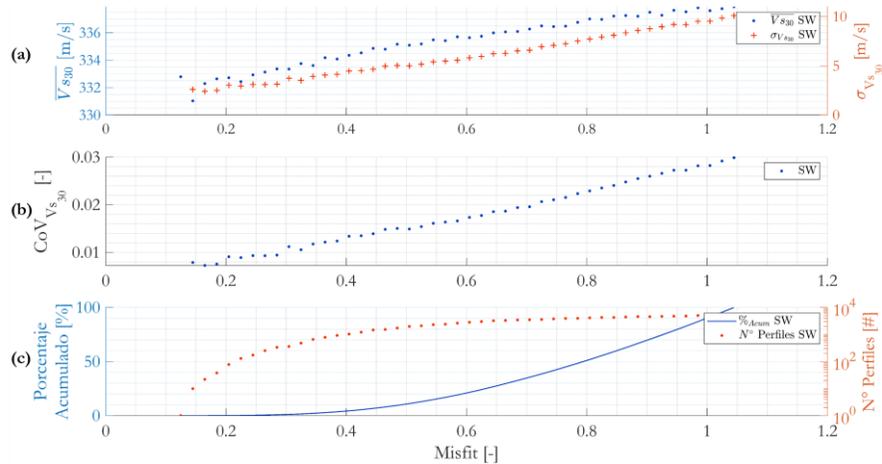


Figura 61 - Resultados de inversiones para el sitio CH1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 31 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas para el sitio CH1.

Método de selección	\bar{V}_{S30} [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	332	3.1	0.93
r100	335	8.5	2.54

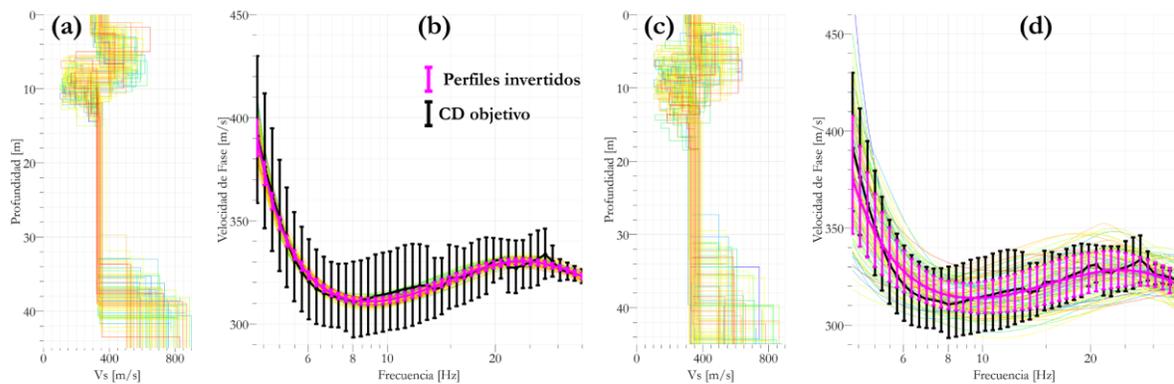


Figura 62 - Modelos invertidos en sitio CH1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de V_s y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de V_s y d) CDs obtenidos con método r100.

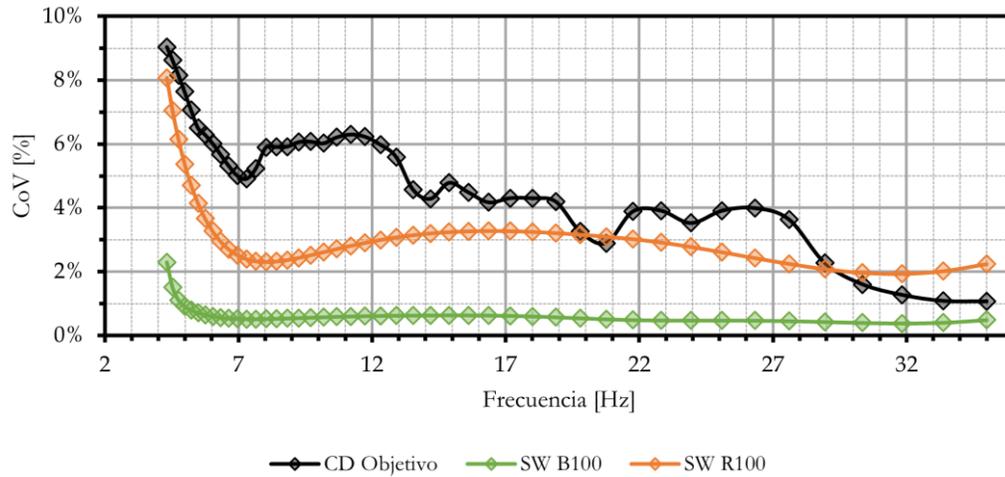


Figura 63 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para CHI.

Tabla 32 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para CHI.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	1.07%	0.38%	1.93%
$CoV_{\text{Máx}}$	9.04%	2.28%	8.06%
\overline{CoV}	4.96%	0.63%	3.17%
σ_{CoV}	1.85%	0.31%	1.27%

4.3.5. Talca 1 (TL1)

Los resultados de sensibilidad para el sitio TL1 muestran que, tanto el valor medio como la desviación estándar del V_{S30} se mantienen estables para un amplio rango de misfit, salvo para valores bajos donde existen muy pocos perfiles considerados en cada discretización de misfit. Los V_{S30} promedio y las respectivas desviaciones estándares y coeficientes variación del sitio obtenidas a partir de ambos conjuntos de selección se muestran en la Tabla 33. Los resultados indican que existiría una probabilidad sobre el 85% que el sitio tenga un $V_{S30} \leq 500$ m/s y clasifique como Tipo C según la norma NCh 433.

Los perfiles invertidos junto a las CD consideradas en el cálculo de ambos indicadores de incertidumbre se ilustran en la Figura 65. La comparación de coeficientes de variación de las CD promedio asociadas a ambos indicadores de incertidumbre se muestran en la Figura 66.

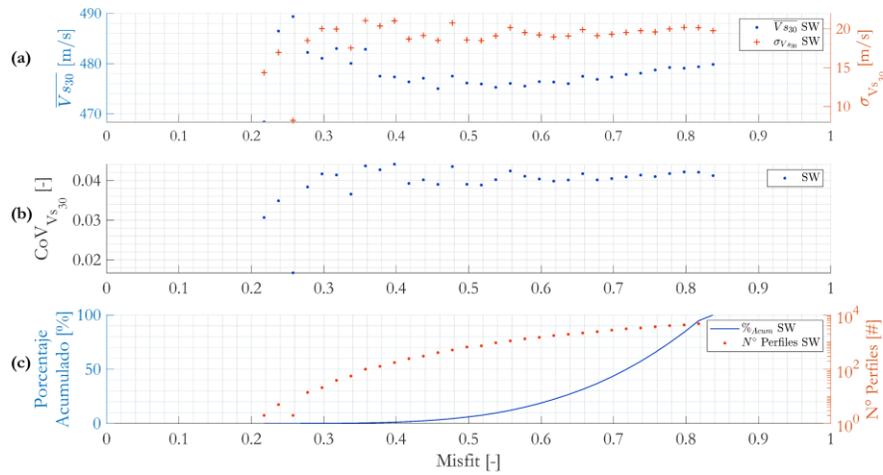


Figura 64 - Resultados de inversiones para el sitio TL1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del Vs_{30} , b) coeficiente de variación del Vs_{30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 33 - Valores medios y desviaciones estándar del Vs_{30} obtenidas para el sitio TL1.

Método de selección	\overline{Vs}_{30} [m/s]	$\sigma_{Vs_{30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	482	19	3.94
r100	476	21	4.41

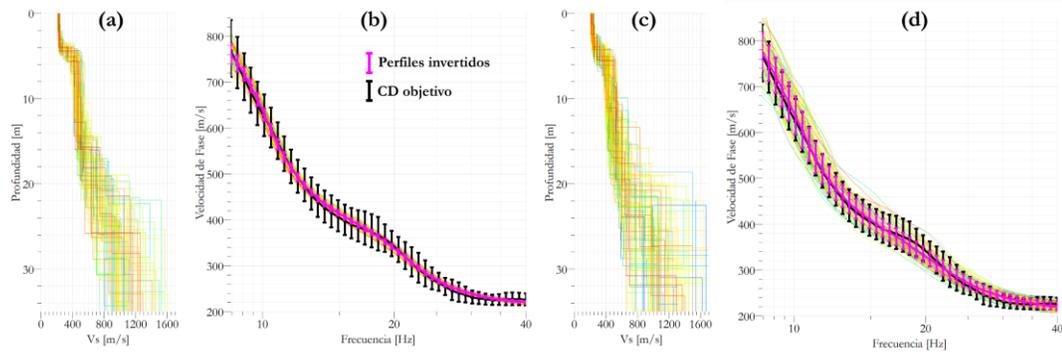


Figura 65 - Modelos invertidos en sitio TL1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

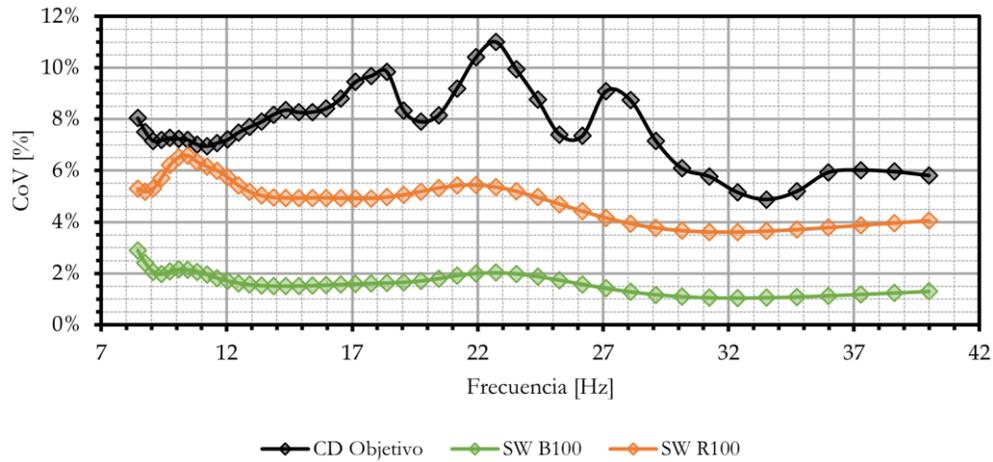


Figura 66 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para TLI.

Tabla 34 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para TLI.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$CoV_{\text{Mín}}$	4.88%	1.03%	3.61%
$CoV_{\text{Máx}}$	11.01%	2.89%	6.59%
\overline{CoV}	7.70%	1.65%	4.93%
σ_{CoV}	1.42%	0.40%	0.83%

4.3.6. La Serena 1 (LS1)

Los V_{S30} promedio y las respectivas desviaciones estándares y coeficientes variación del sitio LS1 obtenidas a partir de ambos conjuntos de selección se muestran en la Tabla 35. Los resultados indican que es 100% probable de que el sitio tenga un $V_{S30} \geq 180$ m/s y clasifique como Tipo D según la norma NCh 433.

Los perfiles invertidos junto a las CD consideradas en el cálculo de ambos indicadores de incertidumbre se ilustran en la Figura 68. La comparación de coeficientes de variación de las CD promedio asociadas a ambos indicadores de incertidumbre se muestran en la Figura 69.

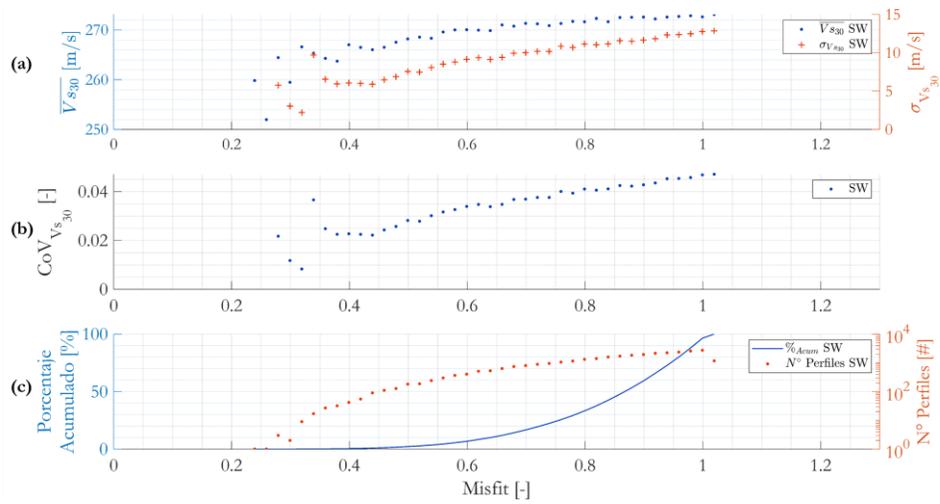


Figura 67 - Resultados de inversiones para el caso LS1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} , b) coeficiente de variación del V_{s30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 35 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{s30} obtenidas para el sitio LS1.

Método de selección	$\overline{V_{s30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{s30}}$ [m/s]	CoV [%]
b100	264	6	2.27
r100	273	12	4.40

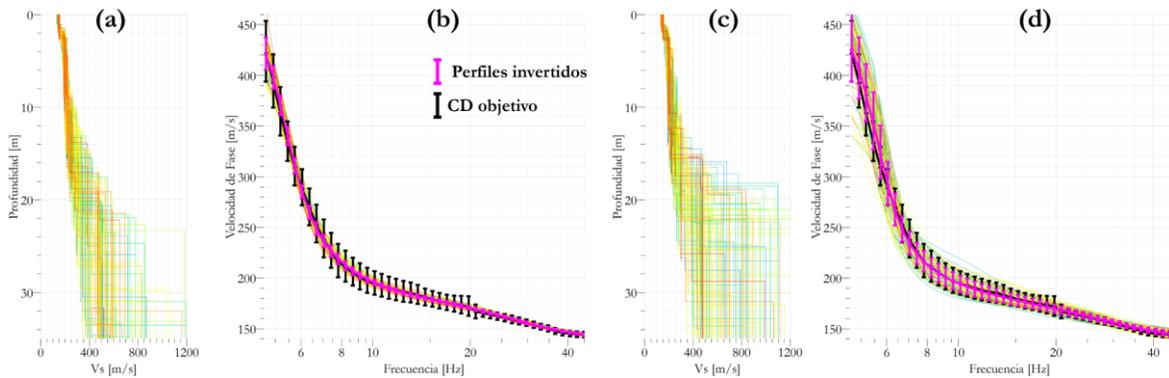


Figura 68 - Modelos invertidos en sitio LS1 con parametrización tipo SW. A) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos con método b100. C) Modelos de Vs y d) CDs obtenidos con método r100.

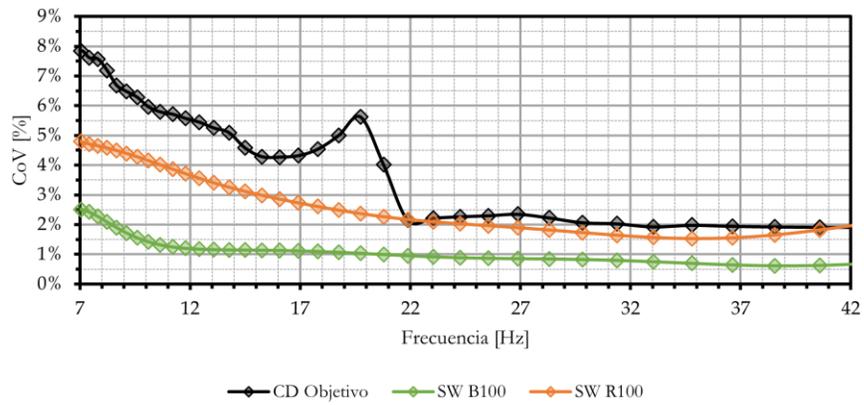


Figura 69 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LSI.

Tabla 36 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LSI.

	CD Objetivo	CD SW B100	CD SW R100
$\text{CoV}_{\text{Mín}}$	1.90%	0.61%	1.53%
$\text{CoV}_{\text{Máx}}$	7.83%	3.78%	8.05%
$\overline{\text{CoV}}$	4.64%	1.44%	3.64%
σ_{CoV}	2.04%	0.76%	1.96%

Capítulo 5: Discusión

5.1. Una variación a la parametrización de V_p

A modo de considerar el efecto de la variabilidad en la CD inducida por ν (ver anexo B), en esta sección, utilizando como CD objetivo la del sitio LS1, se comparan las soluciones de inversiones que consideran dos parametrizaciones tipo SW distintas, las cuales varían en la parametrización del espacio de V_p . En la primera de ellas, los límites para V_p se fijan según la Ec (1), utilizando $\nu_{\min} = 0.2$ y $\nu_{\max} = 0.35$, valores del coeficiente de Poisson esperados para suelos no saturados según Foti et al., (2018). En la segunda parametrización, desde la segunda capa hacia profundidades mayores los límites de V_p se fijan para que tome valores dentro del rango [1400-1600] [m/s] para considerarlos como capas saturadas. Los resultados de la sensibilidad del V_{S30} frente a ambas parametrizaciones se observan en la Figura 70. Los valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} para ambas parametrizaciones se observan en la Tabla 37.

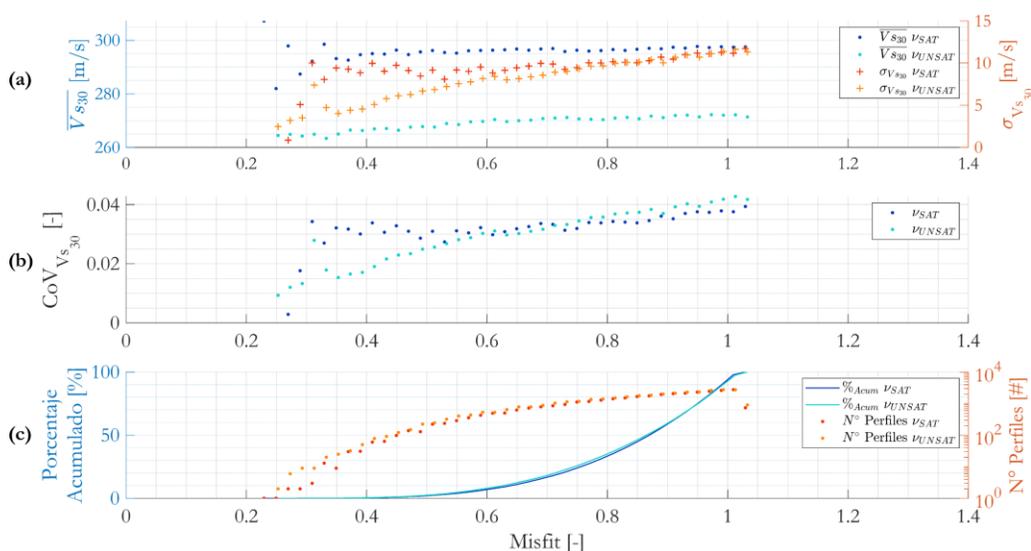


Figura 70 – Comparación de resultados de inversiones para el caso LS1. Para cada discretización del misfit se muestra: a) Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} , b) coeficiente de variación del V_{S30} y c) número de perfiles considerado en el cálculo y su porcentaje acumulado.

Tabla 37 - Valores medios y desviaciones estándar del V_{S30} obtenidas tras la inversión de la CD experimental de LS1, diferencias entre parametrizaciones.

Método de selección	ν_{Sat}		ν_{Unsat}	
	$\overline{V_{S30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]	$\overline{V_{S30}}$ [m/s]	$\sigma_{V_{S30}}$ [m/s]
b100	294	9	265	5
r100	297	10	272	11

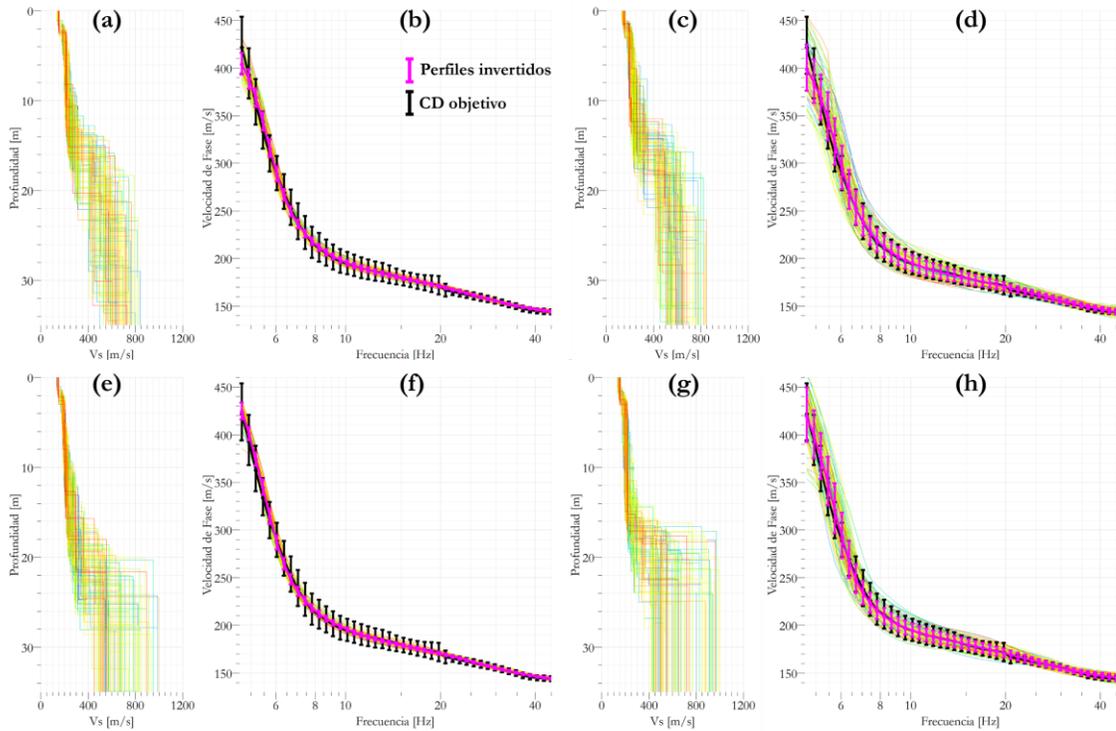


Figura 71 - Modelos invertidos para caso LSI. Parametrización tipo SW, v_{sat} : a) Modelos de Vs y b) CDs obtenidos del conjunto b100, c) Perfiles de Vs y d) CDs obtenidos del conjunto r100. Parametrización tipo SW, v_{Unsat} : e) Perfiles de Vs y f) CDs obtenidos del conjunto b100, g) Perfiles de Vs y h) CDs obtenidos del conjunto r100.

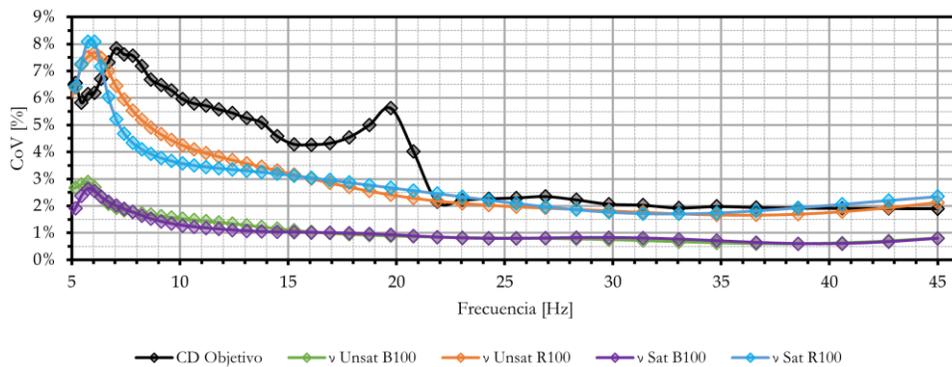


Figura 72 - Comparación del CoV de V_R de las CDs invertidas y objetivo para LSI.

Se puede observar, en las Figuras 71.b y 71.d (ambas mejores 100 pero distintas parametrizaciones) las CD de los perfiles invertidos son idénticas, pero en términos de V_{S30} el cambio es de 294 ± 9 m/s a 265 ± 5 m/s. Las diferencias del conjunto b100 entre ambas parametrizaciones, para los espacios del coeficiente de Poisson, ν_p y ν_s se ilustran en la Figura 73. En ella se aprecia que los valores del espacio de ν para la parametrización del espacio ν_p saturado, aumentan acercándose a los valores reportados para suelos saturados en Foti et al., (2018).

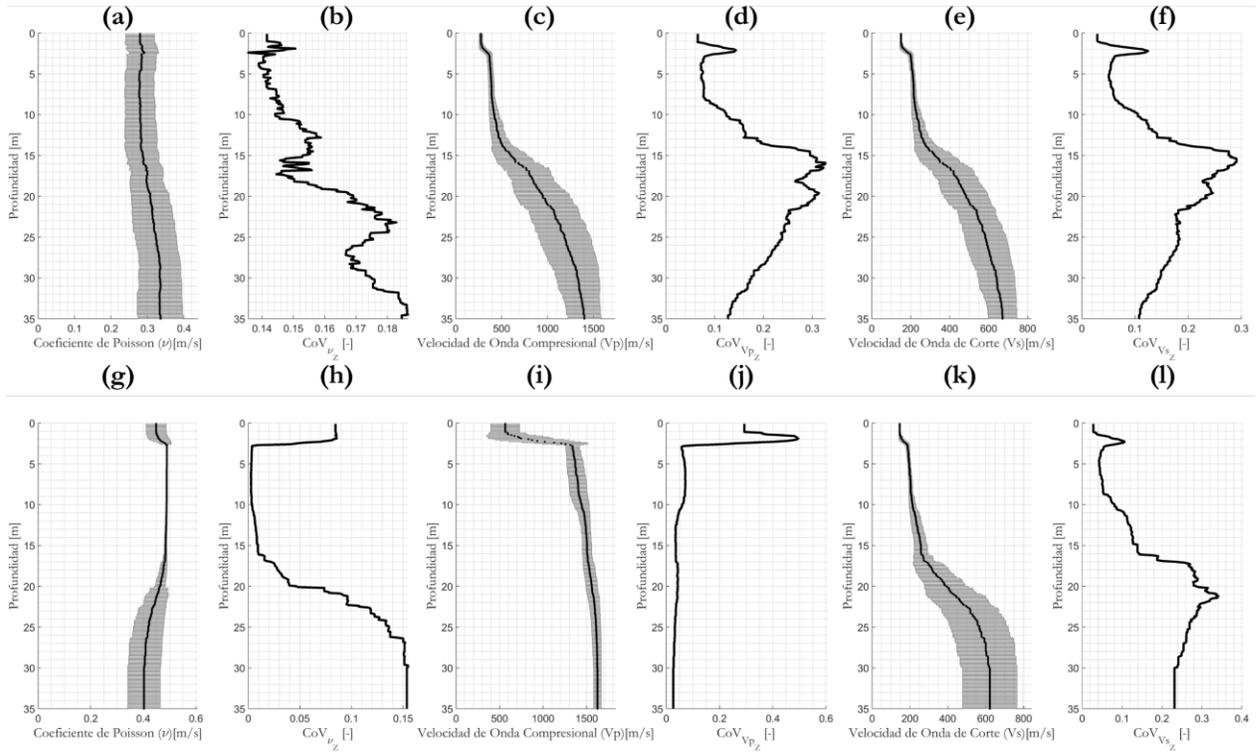


Figura 73 – Modelos invertidos para caso LSI. Parametrización tipo SW, v_{sat} : Perfiles promedio en profundidad de: a) ν , c) V_p , e) V_s , y CoV en profundidad de: b) ν , d) V_p , f) V_s . Parametrización tipo SW, v_{unsat} : Perfiles promedio en profundidad de: g) ν , h) V_p , i) V_s , y CoV en profundidad de: j) ν , k) V_p , l) V_s .

Dada la significativa diferencia en los valores obtenidos del V_{s30} al variar la parametrización del espacio V_p , es importante destacar que una parametrización inadecuada de este espacio podría resultar en la clasificación errónea de un sitio, si se considera únicamente este parámetro en el proceso de clasificación sísmica. Por lo tanto, la parametrización de este espacio debe ser cuidadosamente evaluada. Como se mencionó anteriormente, la aproximación de $V_p \in [1400 - 1600] [m/s]$ para suelos saturados se basa en resultados de laboratorio, por lo cual debe ser estudiada para validarla en terreno.

5.2. Parametrización de la densidad del suelo

En este trabajo, los casos sintéticos fueron modelados con una densidad fija y constante en profundidad con la finalidad de no añadir excesivos grados de libertad al problema y estudiar únicamente el impacto del espesor, V_s y V_p sobre la curva de dispersión. Sin embargo, resultados preliminares que incorporan la densidad como parámetro variable en profundidad, muestran que si tiene influencia sobre la CD. Para examinar lo anterior, se comparan 6 perfiles de suelo junto a sus respectivas curvas de dispersión en la Figura 74. Cada perfil se constituye de tres capas sobre un semi-espacio y todos ellos comparten los parámetros de la Tabla 38. Las diferencias entre los modelos radican en el valor de la densidad que toma cada capa y se pueden observar en la Figura 74.a. Los 6 perfiles de densidad ($D_{i \in [1,6]}$) se detallan en la Tabla 39.

Tabla 38 - Parámetros fijos en el análisis de la variabilidad inducida por la densidad del suelo

Capa	Espesor [m]	Vs [m/s]	Coef. Poisson [-]
1	7	300	0.3
2	11	500	0.3
3	13	780	0.3
Semi-espacio	-	1020	0.3

Tabla 39 - Valores de densidad para cada capa de modelos Di

Capa	Densidad [kg/m ³]					
	D1	D2	D3	D4	D5	D6
1	1600	1600	1600	1600	2350	2000
2	1600	1600	1600	1850	2350	2000
3	1600	1600	2050	2050	2350	2000
Semi-espacio	1600	2350	2350	2350	2350	2000

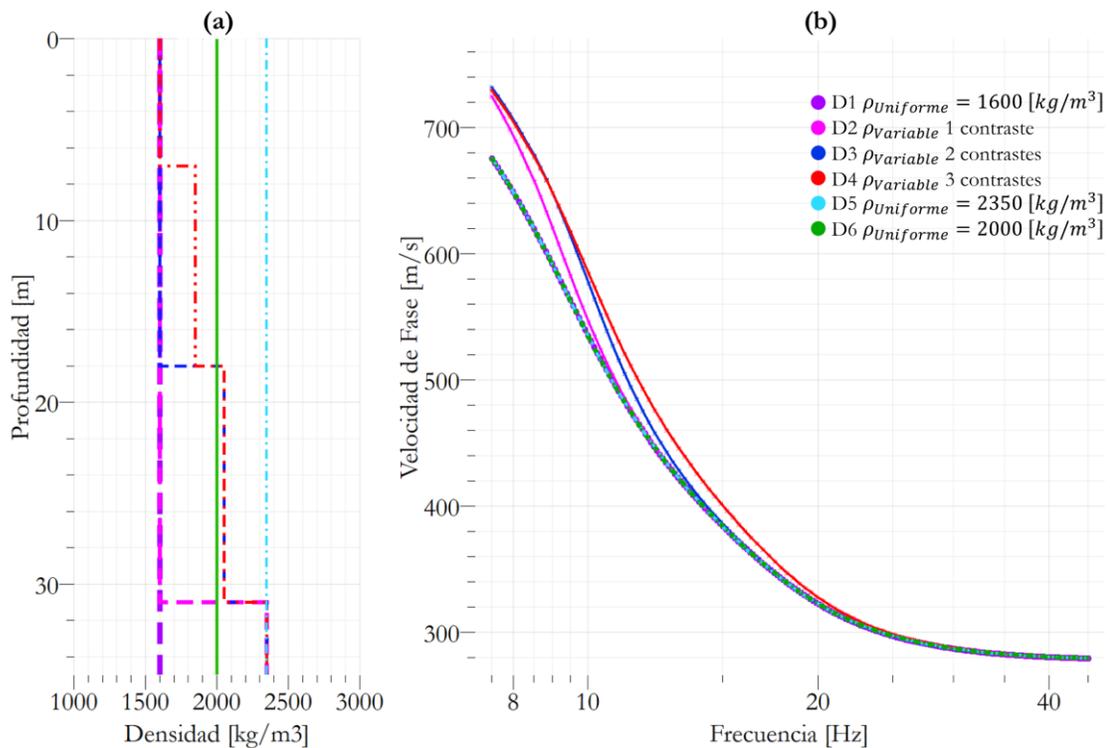


Figura 74 - Variabilidad en la CD inducida por la densidad. a) Perfiles de densidad. b) Curvas de dispersión.

La Figura 74.b muestra las curvas de dispersión asociadas a cada perfil de densidades, en ella se aprecia que existen incrementos en el valor de la velocidad de fase al incluir una variación de la densidad en profundidad. Para este ejemplo en particular, estos incrementos, a bajas frecuencias se acercan al 7% del valor de V_R que es obtenido al considerar la densidad uniforme en profundidad. Las curvas de dispersión obtenidas sugieren que la variabilidad se da debido al aumento en el contraste de impedancia que se genera al incluir la variación

de la densidad en profundidad, esto se puede confirmar al comparar las CDs de los perfiles D1, D5 y D6, que corresponden a los perfiles con densidad uniforme en profundidad. Dichas curvas de dispersión debieron ser discretizadas con distintos números de muestras cada una para que fueran distinguibles en la figura, dado que para cada frecuencia comparten los mismos valores de V_R . Estos resultados sugieren investigar detalladamente el impacto sobre el V_{S30} que tendría incluir una variación de la densidad en profundidad.

Capítulo 6: Conclusiones

Este trabajo propone una metodología para determinar la incertidumbre del parámetro V_{S30} compatible con la incertidumbre de la velocidad de fase en las distintas frecuencias de análisis de una curva de dispersión de la Onda Rayleigh. La metodología se basa en la inversión de tipo Monte Carlo con un dominio de búsqueda que considera distintos V_p para cada capa, consistentes con valores del coeficiente de Poisson y V_s . Los modelos seleccionados de la inversión (100 modelos en este caso) se deben elegir aleatoriamente en un rango de misfit menores a 1, de acuerdo con recomendaciones de Vantassel & Cox (2021a). La metodología se ilustra con el análisis de 7 perfiles sintéticos con distintos tipos de variabilidad y se aplica diversos casos de estudio en el sur de Chile.

En el caso de los perfiles sintéticos, los valores promedio de V_{S30} son menores a los teóricos, pero las desviaciones estándar se ajustan a los valores teóricos y simulados. De manera particular, en el caso de S7, los valores de V_{S30} derivados de los perfiles invertidos exhiben una leve superioridad en comparación a los valores teóricos y simulados. Sin embargo, la variabilidad recuperada resulta ser casi el doble de la teórica, lo cual podría atribuirse a la complejidad intrínseca del sitio. Para los casos de estudio el coeficiente de variación del V_{S30} se mantiene bajo el 8% con la metodología recomendada, lo que resulta ser consistente con los valores típicamente reportados en la literatura. Por otro lado, los CoV obtenidos a partir del conjunto r100 para cada frecuencia en la CD demuestran ser más cercanos a los CoV empíricos en comparación con b100, pero en la mayoría de los sitios de estudio estos valores siguen siendo más optimistas que los CoV empíricos.

Los resultados de la inversión del caso S1 con distintos valores de los parámetros del algoritmo de inversión mostrados en el capítulo 2 indican que la estrategia de búsqueda definida por el algoritmo puede sesgar considerablemente los resultados, implicando en que para algunos casos las soluciones de distintas inversiones se vean clusterizadas. Por otro lado, los resultados de la variación de la parametrización de V_p sugiere realizar inversiones con al menos dos parametrizaciones distintas de este espacio en donde se distingan capas que puedan estar afectadas por la saturación del suelo.

Con respecto a la definición de la CD objetivo, idealmente se debe considerar la información que entrega toda la curva de dispersión al momento de parametrizar el espacio de soluciones, sin embargo, se debe limitar la longitud de onda máxima de la CD a valores cercanos a 90 [m], de lo contrario, incorporar información a bajas frecuencias implicará que se consideren longitudes de onda en el cálculo del misfit que no aporten variabilidad al cálculo del V_{S30} .

Toda la metodología empleada se encuentra implementada en rutinas de Python que serán compartidas a futuro, permitiendo al usuario establecer un indicador de incertidumbre al V_{S30} y estudiar el comportamiento de las inversiones como, por ejemplo, comprobar gráficamente si los resultados se están clusterizando según los parámetros de inversión definidos.

Bibliografía

- Acevedo, M. (2021). *Modelo de velocidades de la Cuenca de Santiago y estimación de su respuesta sísmica*. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/183383>
- Aki, K. (1957). *Space and Time Spectra of Stationary Stochastic Waves, with Special Reference to Microtremors*.
- Astuto, G., Molina-Gómez, F., Bilotta, E., Viana da Fonseca, A., & Flora, A. (2023). Some remarks on the assessment of P-wave velocity in laboratory tests for evaluating the degree of saturation. *Acta Geotechnica*, 18(2), 777–790. <https://doi.org/10.1007/S11440-022-01610-9/FIGURES/23>
- Athanasopoulos, G. A., Pelekis, P. C., & Anagnostopoulos, G. A. (2000). Effect of soil stiffness in the attenuation of Rayleigh-wave motions from field measurements. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 19(4), 277–288. [https://doi.org/10.1016/S0267-7261\(00\)00009-9](https://doi.org/10.1016/S0267-7261(00)00009-9)
- Bettig, B., Bard, P., Scherbaum, F., Riepl, J., Cotton, F., Cornou, C., & Hatzfeld, D. (2001). Analysis of dense array noise measurements using the modified spatial auto-correlation method (SPAC): application to the Grenoble area. *Bollettino Di Geofisica Teorica Ed Applicata*.
- Capon, J. (1969). High-Resolution Frequency-Wavenumber Spectrum Analysis. *Proceedings of the IEEE*, 57(8), 1408–1418. <https://doi.org/10.1109/PROC.1969.7278>
- Chávez-García, F. J., Rodríguez, M., & Stephenson, W. R. (2006). Subsoil Structure Using spac Measurements along a Line. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(2), 729–736. <https://doi.org/10.1785/0120050141>
- Comina, C., Foti, S., Boiero, D., & Socco, L. V. (2010). Reliability of VS₃₀ Evaluation from Surface-Wave Tests. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 137(6), 579–586. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000452](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000452)
- Cox, B. R., Wood, C. M., & Teague, D. P. (2014). *Synthesis of the UTexas1 Surface Wave Dataset Blind-Analysis Study: Inter-Analyst Dispersion and Shear Wave Velocity Uncertainty*. 850–859. <https://doi.org/10.1061/9780784413272.083>
- Dunkin, J. W. (1965). Computation of modal solutions in layered, elastic media at high frequencies. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 55(2), 335–358. <https://doi.org/10.1785/BSSA0550020335>
- Ekström, G., Abers, G. A., & Webb, S. C. (2009). Determination of surface-wave phase velocities across USArray from noise and Aki's spectral formulation. *Geophysical Research Letters*, 36(18). <https://doi.org/10.1029/2009GL039131>
- Foti, S. (2000). Multistation Methods for Geotechnical Characterization using Surface Waves. *Ph.D. Thesis, Politecnico Di Torino, Torino, Italy*.
- Foti, S., Hollender, F., Garofalo, F., Albarello, D., Asten, M., Bard, P. Y., Comina, C., Cornou, C., Cox, B., Di Giulio, G., Forbriger, T., Hayashi, K., Lunedei, E., Martin, A., Mercerat, D., Ohrnberger, M., Poggi, V., Renalier, F., Sicilia, D., & Socco, V. (2018). Guidelines for the good practice of surface wave analysis: a product of the InterPACIFIC project. *Bulletin of Earthquake Engineering*, 16(6), 2367–2420. <https://doi.org/10.1007/S10518-017-0206-7/FIGURES/34>

- Foti, S., Lai, C. G., Rix, G. J., & Strobbia, C. (2014). *Surface wave methods for near-surface site characterization*. CRC press.
- Foti, S., Lancellotta, R., Socco, L., & Sambuelli, L. (2001). Application of FK Analysis of Surface Waves for Geotechnical Characterization. *International Conferences on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*. <https://scholars-mine.mst.edu/icrageesd/04icrageesd/session01/11>
- Garofalo, F., Foti, S., Hollender, F., Bard, P.-Y., Cornou, C., Cox, B. R., Ohrnberger, M., Sicilia, D., Asten, M., & Di Giulio, G. (2016). InterPACIFIC project: Comparison of invasive and non-invasive methods for seismic site characterization. Part I: Intra-comparison of surface wave methods. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, *82*, 222–240.
- Grand, J. (2019). *Estudio de la interacción suelo-estructura de un puente carretero de Chile Central, considerando los efectos de sitio*. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/173927>
- Griffiths, S. C., Cox, B. R., Rathje, E. M., & Teague, D. P. (2016). Surface-Wave Dispersion Approach for Evaluating Statistical Models That Account for Shear-Wave Velocity Uncertainty. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, *142*(11), 04016061. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0001552](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0001552)
- Hollender, F., Cornou, C., Dechamp, A., Oghalaei, K., Renalier, F., Maufroy, E., Burnouf, C., Thomassin, S., Wathelet, M., Bard, P. Y., Boutin, V., Desbordes, C., Douste-Bacqué, I., Fountotos, L., Guyonnet-Benaize, C., Perron, V., Régnier, J., Roullé, A., Langlais, M., & Sicilia, D. (2018). Characterization of site conditions (soil class, VS30, velocity profiles) for 33 stations from the French permanent accelerometric network (RAP) using surface-wave methods. *Bulletin of Earthquake Engineering*, *16*(6), 2337–2365. <https://doi.org/10.1007/S10518-017-0135-5/FIGURES/14>
- Humire, F. (2013). *Aplicación de métodos geofísicos basados en ondas superficiales para la caracterización sísmica de suelos : aplicación a la microzonificación sísmica del norte y poniente de Santiago*. <https://doi.org/10.7764/TESISUC/ING/2877>
- Humire, F., Sáez, E., Leyton, F., & Yañez, G. (2015). Combining active and passive multi-channel analysis of surface waves to improve reliability of VS30 estimation using standard equipment. *Bulletin of Earthquake Engineering*, *13*(5), 1303–1321. <https://doi.org/10.1007/S10518-014-9662-5>
- Lacoss, R. T., Kelly, E. J., & Toksöz, M. N. (1969). Estimation Of Seismic Noise Structure Using Arrays. *Geophysics*, *34*(1), 21–38. <https://doi.org/10.1190/1.1439995>
- Leyton, F., Montalva, G., Pastén, C., Ruz, F., Sáez, E., Taiba, O., & Tiznado, J. C. (2023). *Variabilidad de resultados de la exploración de suelos usando Métodos de Ondas Superficiales*. XII Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Sísmica, Valparaíso, 2023, Chile. <https://www.eabstract.cl/paper/view-proceeding?id=3510>
- Moss, R. E. S. (2008). Quantifying Measurement Uncertainty of Thirty-Meter Shear-Wave Velocity. *Bulletin of the Seismological Society of America*, *98*(3), 1399–1411. <https://doi.org/10.1785/0120070101>
- Park, C. B., Miller, R. D., & Xia, J. (1999). Multichannel analysis of surface waves. *Geophysics*, *64*(3), 800–808. <https://doi.org/10.1190/1.1444590>

- Sáez, M. (2016). *Correlación cruzada de ruido sísmico para la obtención de perfiles profundos de velocidad de onda de corte en la cuenca de Santiago*. <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.22808.24325>
- Salomón, J. (2017). *Tomografía de ruido sísmico de la cuenca de Santiago*. <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/149083>
- Teague, D. P., & Cox, B. R. (2016). Site response implications associated with using non-unique Vs profiles from surface wave inversion in comparison with other commonly used methods of accounting for Vs uncertainty. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, *91*, 87–103. <https://doi.org/10.1016/J.SOILDYN.2016.07.028>
- Vantassel, J. P., & Cox, B. R. (2021a). A procedure for developing uncertainty-consistent Vs profiles from inversion of surface wave dispersion data. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, *145*, 106622.
- Vantassel, J. P., & Cox, B. R. (2021b). SWinvert: a workflow for performing rigorous 1-D surface wave inversions. *Geophysical Journal International*, *224*(2), 1141–1156. <https://doi.org/10.1093/GJI/GGAA426>
- Vantassel, J. P., & Cox, B. R. (2022). SWprocess: a workflow for developing robust estimates of surface wave dispersion uncertainty. *Journal of Seismology*, *26*(4), 731–756. <https://doi.org/10.1007/S10950-021-10035-Y/FIGURES/14>
- Wathelet, M. (2005). Array recordings of ambient vibrations: surface-wave inversion. *PhD Thesis, Université de Liège, Belgium*.
- Wathelet, M. (2008). An improved neighborhood algorithm: parameter conditions and dynamic scaling. *Geophysical Research Letters*, *35*(9).
- Xia, J., Miller, R. D., & Park, C. B. (1999). Estimation of near-surface shear-wave velocity by inversion of Rayleigh waves. *Geophysics*, *64*(3), 691–700. <https://doi.org/10.1190/1.1444578>
- Yust, M. B. S., Cox, B. R., & Cheng, T. (2018). *Epistemic Uncertainty in Vs Profiles and Vs30 Values Derived from Joint Consideration of Surface Wave and H/V Data at the FW07 TexNet Station*. 387–399. <https://doi.org/10.1061/9780784481462.038>

ANEXOS

Anexo A: Variaciones en la inclusión de una capa rígida entre suelos blandos (S7).

En la presente sección se muestran 5 variaciones al caso sintético S7 desarrolladas para comprender y analizar la influencia sobre la CD del sitio tras la inclusión de una capa rígida entre suelos blandos. Para ello, se generaron distintas configuraciones utilizando los datos del caso S7, variando el espesor y la profundidad a la que se encuentra la capa rígida. El caso S7-A, ilustrado en la Figura A. 1.a corresponde al caso S7 detallado en la metodología y en los resultados del presente documento. El caso S7-F es el mismo perfil, pero sin la inclusión de la capa rígida. Los casos S7-B y S7-C son perfiles cuyas capas rígidas tienen la misma profundidad media que el caso S7-A, pero con distintos espesores. Los casos S7-D y S7-E tienen el mismo espesor, pero comparten solo una cota de nivel con el caso S7-A, superior e inferior respectivamente. El detalle de cada profundidad de interés de la capa rígida para todos los casos se encuentra en la Tabla A. 1.

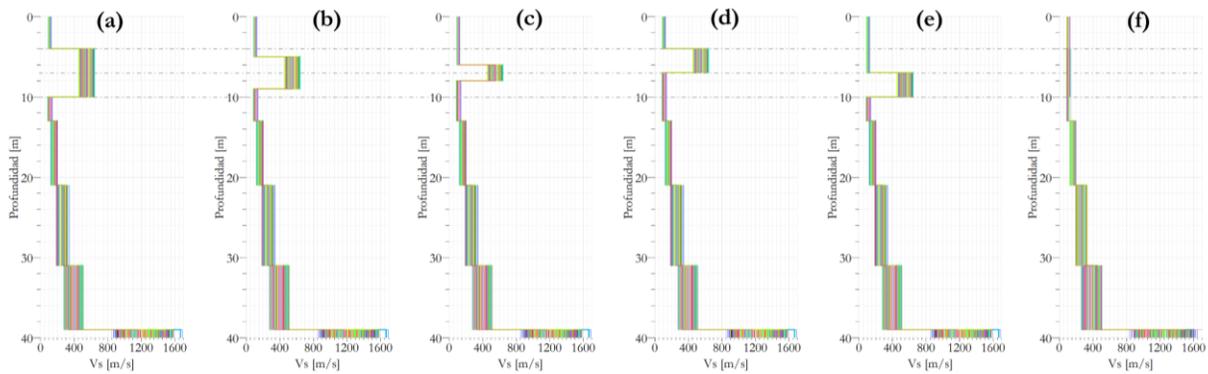


Figura A. 1 - Perfiles de Vs del: a) Caso S7-A, b) Caso S7-B, c) Caso S7-C, d) Caso S7-D, e) Caso S7-E, f) Caso S7-F

Tabla A. 1 - Longitudes de onda asociadas al peak en la CD y su relación con la profundidad de la capa rígida que lo genera.

Caso	Cota superior [m]	Cota inferior [m]	Profundidad media [m]	λ_{Peak} [m]	$Cota_{Sup}/\lambda_{Peak}$ [-]	$Cota_{Inf}/\lambda_{Peak}$ [-]	$Prof_{Med}/\lambda_{Peak}$ [-]
S7-A	4	10	7	25.71	0.16	0.39	0.27
S7-B	5	9	7	21.60	0.23	0.42	0.32
S7-C	6	8	7	20.27	0.30	0.39	0.35
S7-D	4	7	5.5	17.67	0.23	0.40	0.31
S7-E	7	10	8.5	27.26	0.26	0.37	0.31

Como se puede observar en la Figura A. 2, todas las CDs de los casos que incluyen la capa rígida muestran un peak, algunos más pronunciados que otros. Este peak está asociado a cierta longitud de onda (λ_{Peak}), en

la Figura A. 3 se identifican estas λ_{Peak} ilustradas como curvas isoparamétricas junto a la comparación de las seis CDs estudiadas en esta sección. Dado que se conocen las cotas superiores e inferiores y la profundidad media a la que se encuentra la capa rígida, la Tabla A. 1 incluye también la razón entre estos valores y λ_{Peak} para cada caso.

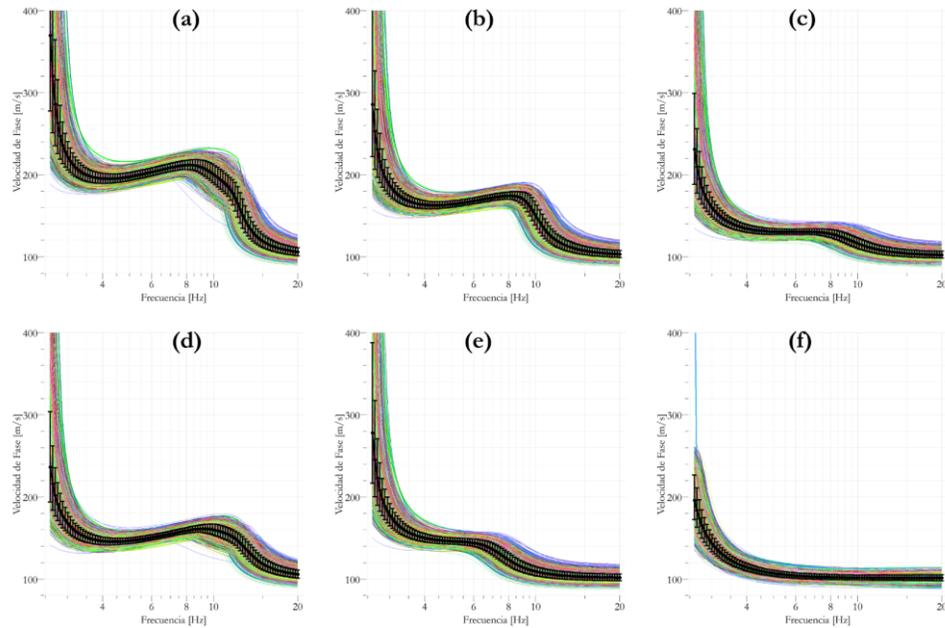


Figura A. 2 – Curvas de dispersión del: a) Caso S7-A, b) Caso S7-B, c) Caso S7-C, d) Caso S7-D, e) Caso S7-E, f) Caso S7-F

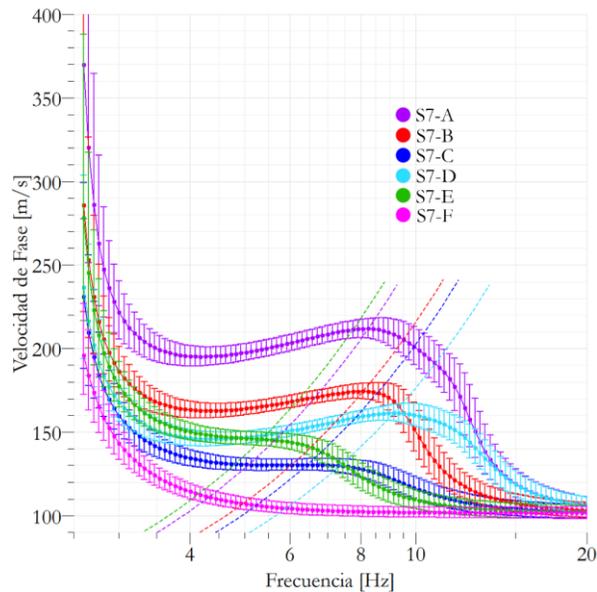


Figura A. 3 – Comparación de resultados para las variaciones del S7. Para cada caso se muestra la CD promedio con variabilidad junto a la curva isoparamétrica de la longitud de onda asociada a la frecuencia en la cual se encuentra el peak dado por la inclusión de la capa rígida.

DISCUSIÓN

Al calcular el inverso de las razones mostradas en la Tabla A. 1 se obtienen valores cercanos a los reportados en la teoría para la razón entre la longitud de onda máxima y la profundidad de prospección. Sin embargo, los resultados muestran que asumir que esta razón es igual para cualquier depósito de suelo puede ser erróneo, de lo contrario las λ_{Peak} asociadas a los casos S7-A, S7-B y S7-C tendrían valores similares.

Por otro lado, el valor de la V_R en el peak no es consistente con el valor de la V_s de la capa rígida en cada caso. Además, los casos S7-A, S7-B y S7-C muestran que tampoco se podría establecer una relación entre estos valores, dado que se ven directamente afectados por el espesor del estrato.

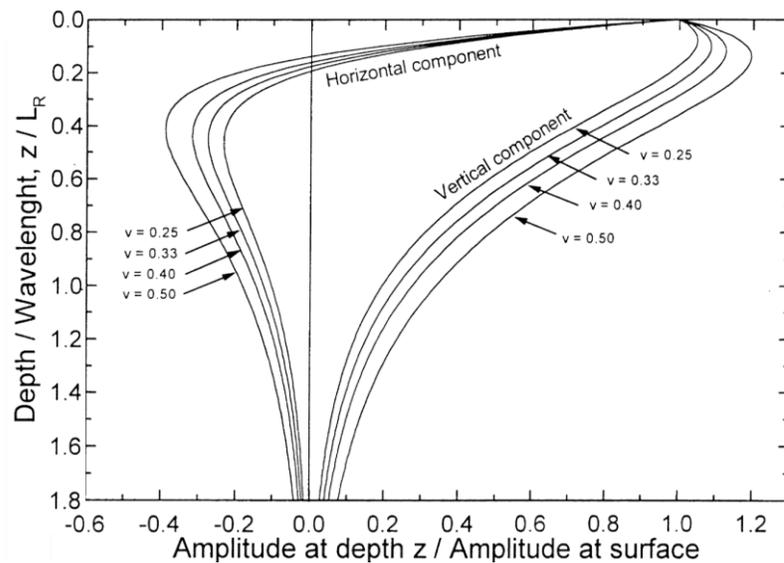


Figura A. 4 – Decaimiento de la Onda Rayleigh. Modificado de (Athanasopoulos et al., 2000).

Si bien la profundidad alcanzada por una onda Rayleigh puede ser mayor que su longitud de onda, como se ilustra en la Figura A. 4, la velocidad predominante a la que se propaga está relacionada con un estrato a una profundidad equivalente a un porcentaje cercano al 30% de su longitud de onda (que varía para cada configuración de suelo) lo cual se puede relacionar con la influencia del aumento de amplitud de la onda Rayleigh a razones entre la profundidad y la longitud de onda cercanas al 30% (Figura A. 4). Además, como se observa en la imagen, esta variación de la amplitud se ve afectada por el coeficiente de Poisson lo que implica en que la relación entre profundidad de prospección y $\lambda_{\text{Máx}}$ sea un valor aún más difícil de determinar.

Estos resultados validan el uso de una longitud de onda de 90m para el cálculo del V_{S30} pero agregan también otro grado de incertidumbre ya que para ciertos sitios se podría incluir información por bajo los 30m de profundidad y para otros podría no llegar a los 30m de profundidad.

Anexo B: Variabilidad en la CD inducido por la variación del coeficiente de Poisson.

Las CDs de la figura corresponden a 26 modelos de suelo. Los parámetros para cada capa que se exponen en la Tabla B. 1 se encuentran fijos. La diferencia entre cada modelo viene dada por el valor de V_p , el cual depende directamente del coeficiente de Poisson (ν) según la ecuación (1). Para cada modelo se varió el ν entre 0.2 y 0.45 en intervalos de 0.1 (26 valores) y se calculó V_p para cada capa con (1), asumiendo ν constante en profundidad. Luego se obtuvieron las CDs de cada modelo y se calculó una CD promedio con variabilidad (Curva Negra). Notar que la variabilidad en V_R es distinta para cada frecuencia.

Tabla B. 1 - Parámetros de estratos fijos para los 26 modelos de suelo de la Figura B. 1

Capa	Espesor [m]	Vs [m/s]	Densidad [kg/m ³]
1	7	300	1850
2	11	500	1850
3	13	780	1850
Semi-espacio	-	1020	1850

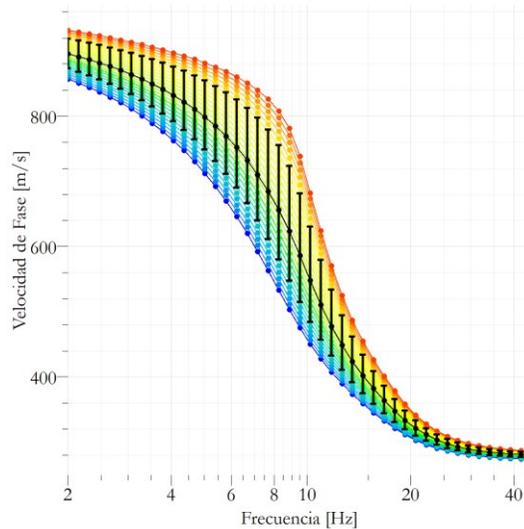


Figura B. 1 - Variabilidad de la CD inducido por la variación del coeficiente de Poisson. Tonos azules para valores de ν cercanos a 0.2 y tonos rojos para valores de ν cercanos a 0.45.

La Figura B. 1 ilustra la variabilidad sobre la CD inducida por el coeficiente de Poisson, lo cual valida la estrategia de emplear una parametrización detallada para el valor de V_p y restringirlo a valores razonables, compatibles mediante ν con V_s en el rango de valores supuestos en cada capa.

Anexo C: Estimación del error en el cálculo analítico del V_{S30} .

En esta sección se desarrolla la formulación matemática aplicada en este estudio para el cálculo de los valores analíticos de la desviación estándar de la Tabla 6. La ecuación que define al V_{S30} , según el D. S. 61 corresponde a:

$$V_{S30} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{h_i}{V_{S_i}}} \quad (C.1)$$

Donde:

V_{S_i} : Velocidad de onda de corte del estrato i, en [m/s].

h_i : Espesor del estrato i, en metros.

n : Número de estratos en los 30 metros superiores del terreno.

Para simplificar, se calcula el V_{S30} para un caso particular en donde se alcanzan los 30 metros de profundidad con 3 estratos (como los casos S1, S2, S3, S4, S5 y S6), para ello defino una función del V_{S30} :

$$V_{S30}(V_{S1}, V_{S2}, V_{S3}, h_1, h_2, h_3) := \left(\frac{h_1 + h_2 + h_3}{\frac{h_1}{V_{S1}} + \frac{h_2}{V_{S2}} + \frac{h_3}{V_{S3}}} \right) = \left(\frac{V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot (h_1 + h_2 + h_3)}{V_{S1} \cdot V_{S2} \cdot h_3 + V_{S1} \cdot V_{S3} \cdot h_2 + V_{S2} \cdot V_{S3} \cdot h_1} \right) \quad (C.2)$$

Dado que las variables h_i y V_{S_i} son de naturaleza positiva, se asume que los valores medios ($\overline{V_{S_i}}$, $\overline{h_i}$, desde ahora definidos como el mismo conjunto: $\overline{M}_i = \overline{V_{S_i}} \cup \overline{h_i}$) y desviaciones estándar ($\sigma_{V_{S_i}}$, σ_{h_i} desde ahora $\delta_i = \sigma_{V_{S_i}} \cup \sigma_{h_i}$) entregados para cada una de las capas en las Tabla 1, 2, 3, 4 y 5 siguen una distribución log normal. Por otro lado, los parámetros que definen una función de distribución log normal, μ_i y σ_i , se relacionan con los valores medios y desviaciones estándar según las siguientes funciones:

$$\mu(\overline{M}_i, \delta_i) := \ln \left(\frac{\overline{M}_i}{\sqrt{\delta_i^2 + \overline{M}_i^2}} \right) \quad (C.3)$$

$$\sigma(\overline{M}_i, \delta_i) := \sqrt{\ln \left(\frac{\delta_i^2}{\overline{M}_i^2} + 1 \right)} \quad (C.4)$$

Dado que las variables aleatorias \overline{M}_i siguen una distribución log normal con parámetros $\mu_i(\overline{M}_i, \delta_i)$ y $\sigma_i(\overline{M}_i, \delta_i)$, entonces $\log(\overline{M}_i)$ sigue una distribución normal con media $\mu_i(\overline{M}_i, \delta_i)$ y desviación estándar $\sigma_i(\overline{M}_i, \delta_i)$. Realizando un cambio de variable conveniente, en donde $x_i = \ln(\overline{M}_i) \rightarrow \overline{M}_i = e^{x_i}$, se puede expresar la función del V_{S30} de la siguiente forma:

$$V_{S30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) := \left(\frac{e^{x_4} + e^{x_5} + e^{x_6}}{\frac{e^{x_4}}{e^{x_1}} + \frac{e^{x_5}}{e^{x_2}} + \frac{e^{x_6}}{e^{x_3}}} \right) = \frac{e^{x_6+x_3+x_2+x_1} + e^{x_5+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2+x_1}}{e^{x_6+x_2+x_1} + e^{x_5+x_3+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2}} \quad (C.5)$$

Se puede observar que, de esta manera, las variables aleatorias x_i distribuyen normal con media $\mu_i(\overline{M}_i, \delta_i)$ y desviación estándar $\sigma_i(\overline{M}_i, \delta_i)$; y se puede propagar el error de la ecuación C.5 con la ecc C.6

$$\sigma_{V_{S30}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial V_{S30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)}{\partial x_i} \cdot \sigma_i(\overline{M}_i, \delta_i) \right)^2} \quad (C.6)$$

Cálculo de derivadas parciales:

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_1} = \frac{e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_4+x_3+x_2+x_1}}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.7)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_2} = \frac{e^{x_5+x_3+x_1} \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1} + e^{x_5+x_3+x_1} \cdot e^{x_5+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_5+x_3+x_1}}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_3} = \frac{e^{x_6+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1}}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_4} = \frac{-(e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} - e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_2+x_1})}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.10)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_5} = \frac{-(e^{x_5+x_3+x_1} \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_5+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_2+x_1} - e^{x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_5+x_3+x_1})}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.11)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6))}{\partial x_6} = \frac{(e^{x_5+x_3+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_3+x_2+x_1} - (e^{x_5+x_3+x_2+x_1} + e^{x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1}}{(e^{x_6+x_2+x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2}) \cdot e^{x_6+x_2+x_1} + (e^{x_5+x_3+x_1})^2 + 2 \cdot e^{x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_5+x_3+x_1} + (e^{x_4+x_3+x_2})^2} \quad (C.12)$$

Caso S1, S4 y S6:

Utilizando las ecuaciones C.3 y C.4, se calcula μ_i y σ_i , con los valores de la Tabla 1 :

$\mu_1 := \mu(300,12) = 5.703$	$\sigma_1 := \sigma(300,12) = 0.04$
$\mu_2 := \mu(500,30) = 6.213$	$\sigma_2 := \sigma(500,30) = 0.06$
$\mu_3 := \mu(780,62.4) = 6.656$	$\sigma_3 := \sigma(780,62.4) = 0.08$
$\mu_4 := \mu(7,0) = 1.946$	$\sigma_4 := \sigma(7,0) = 0$
$\mu_5 := \mu(11,0) = 2.398$	$\sigma_5 := \sigma(11,0) = 0$
$\mu_6 := \mu(12,0) = 2.485$	$\sigma_6 := \sigma(12,0) = 0$

Cálculo del VS_{30} :

Con la ecuación C.5 y los valores μ_i recién calculados:

$$VS_{30}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6) = 493.22$$

Cálculo de Derivadas Parciales:

Evaluando los valores μ_i con las ecuaciones C.7 a C.12:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_1} &= 189.355 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_2} &= 178.713 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_3} &= 125.148\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_4} &= -74.271 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_5} &= 2.133 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4, \mu_5, \mu_6))}{\partial x_6} &= 72.138\end{aligned}$$

Propagación de error:

$$\sigma_{V_{S_{30}S_1}} = \sqrt{\left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_3} \cdot \sigma_3\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_4} \cdot \sigma_4\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_5} \cdot \sigma_5\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_6} \cdot \sigma_6\right)^2} = 16.49$$

Caso S5:

Utilizando las ecuaciones C.3 y C.4, se calcula μ_i y σ_i , con los valores de la Tabla 1 :

$$\begin{aligned}\mu_{1_{S5}} &:= \mu(300,12) = 5.703 & \sigma_{1_{S5}} &:= \sigma(300,12) = 0.04 \\ \mu_{2_{S5}} &:= \mu(500,30) = 6.213 & \sigma_{2_{S5}} &:= \sigma(500,30) = 0.06 \\ \mu_{3_{S5}} &:= \mu(1020,102) = 6.923 & \sigma_{3_{S5}} &:= \sigma(1020,102) = 0.1 \\ \mu_{4_{S5}} &:= \mu(7,0) = 1.946 & \sigma_{4_{S5}} &:= \sigma(7,0) = 0 \\ \mu_{5_{S5}} &:= \mu(11,0) = 2.398 & \sigma_{5_{S5}} &:= \sigma(11,0) = 0 \\ \mu_{6_{S5}} &:= \mu(12,0) = 2.485 & \sigma_{6_{S5}} &:= \sigma(12,0) = 0\end{aligned}$$

Cálculo del $V_{S_{30}}$:

Con la ecuación C.5 y los valores μ_i recién calculados:

$$V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}) = 524.34$$

Cálculo de Derivadas Parciales:

Evaluando los valores μ_i con las ecuaciones C.7 a C.12:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_1} &= 214.006 & \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_4} &= -91.661 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_2} &= 201.979 & \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_5} &= -9.721 \\ \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_3} &= 108.354 & \frac{\partial(V_{S_{30}}(\mu_{1_{S5}}, \mu_{2_{S5}}, \mu_{3_{S5}}, \mu_{4_{S5}}, \mu_{5_{S5}}, \mu_{6_{S5}}))}{\partial x_6} &= 101.382\end{aligned}$$

Propagación de error:

$$\sigma_{VS_{30}S_5} = \sqrt{\left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_3} \cdot \sigma_3\right)^2 + \left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_4} \cdot \sigma_4\right)^2 + \left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_5} \cdot \sigma_5\right)^2 + \left(\frac{\partial(VS_{30})}{\partial x_6} \cdot \sigma_6\right)^2} = 18.35$$

Variabilidad del espesor

El caso S2 en particular tiene una variable aleatoria menos, debido a que el espesor del tercer estrato es linealmente dependiente del espesor de los otros dos, relacionados por la ecuación: $h_1 = 31 - (h_1 + h_2)$
Por lo anterior, se define el VS_{30} :

$$VS_{30}(VS_1, VS_2, VS_3, h_1, h_2) := \left(\frac{h_1 + h_2 + (31 - (h_1 + h_2) - 1)}{\frac{h_1}{VS_1} + \frac{h_2}{VS_2} + \frac{(31 - (h_1 + h_2) - 1)}{VS_3}} \right) \quad (C.13)$$

Realizando el mismo cambio de variable que para los casos anteriores, se puede escribir (C.13) de la siguiente manera:

$$VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) := \left(\frac{e^{x_4 + x_5} + (31 - (e^{x_4} + e^{x_5}) - 1)}{\frac{e^{x_4}}{e^{x_1}} + \frac{e^{x_5}}{e^{x_2}} + \frac{(31 - (e^{x_4} + e^{x_5}) - 1)}{e^{x_3}}} \right) = \frac{30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1}}{e^{x_5 + x_3 + x_1} + (e^{x_4 + x_3 + x_2} + (30 \cdot e^{x_2 + x_1} - e^{x_4 + x_2 + x_1}) - e^{x_5 + x_2 + x_1})} \quad (C.14)$$

Análogo a los casos anteriores, se calculan las derivadas parciales, dada la extensión de las expresiones analíticas se define un factor en común como:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (e^{x_5 + x_3 + x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_4 + x_3 + x_2} + (60 \cdot e^{x_2 + x_1} - 2 \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1}) - 2 \cdot e^{x_5 + x_2 + x_1}) \cdot e^{x_5 + x_3 + x_1} + (e^{x_5 + x_2 + x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1} - 60 \cdot e^{x_2 + x_1} - 2 \cdot e^{x_4 + x_3 + x_2}) \cdot e^{x_5 + x_2 + x_1} + (e^{x_4 + x_3 + x_2})^2 + (60 \cdot e^{x_2 + x_1} - 2 \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1}) \cdot e^{x_4 + x_3 + x_2} + (e^{x_4 + x_2 + x_1})^2 - 60 \cdot e^{x_2 + x_1} \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1} + 900 \cdot (e^{x_2 + x_1})^2$$

Resolviendo las derivadas parciales:

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5))}{\partial x_1} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{-1} \cdot (30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_4 + x_3 + x_2}) \quad (C.15)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5))}{\partial x_2} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{-1} \cdot (30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_5 + x_3 + x_1}) \quad (C.16)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5))}{\partial x_3} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{-1} \cdot [(900 \cdot e^{x_2 + x_1} \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} - 30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1}) - (30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_5 + x_2 + x_1})] \quad (C.17)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5))}{\partial x_4} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{-1} \cdot [-(30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_4 + x_3 + x_2}) + 30 \cdot e^{x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_4 + x_2 + x_1}] \quad (C.18)$$

$$\frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5))}{\partial x_5} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{-1} \cdot [-(30 \cdot e^{x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_5+x_3+x_1}) + 30 \cdot e^{x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_5+x_2+x_1}] \quad (C.19)$$

Caso S2:

Utilizando las ecuaciones C.3 y C.4, se calcula μ_i y σ_i , con los valores de la Tabla 2:

$\mu_{1_S2} := \mu(300,0) = 5.704$	$\sigma_{1_S2} := \sigma(300,0) = 0$
$\mu_{2_S2} := \mu(500,0) = 6.215$	$\sigma_{2_S2} := \sigma(500,0) = 0$
$\mu_{3_S2} := \mu(780,0) = 6.659$	$\sigma_{3_S2} := \sigma(780,0) = 0$
$\mu_{4_S2} := \mu(7,0.7) = 1.941$	$\sigma_{4_S2} := \sigma(7,0.7) = 0.1$
$\mu_{5_S2} := \mu(11,1.1) = 2.393$	$\sigma_{5_S2} := \sigma(11,1.1) = 0.1$

Cálculo del Vs_{30} :

Con la ecuación C.14 y los valores μ_i recién calculados:

$$Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}) = 494.99$$

Cálculo de Derivadas Parciales:

Evaluando los valores μ_i con las ecuaciones C.15 a C.19:

$\frac{\partial(Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}))}{\partial x_1} = 189.62$	$\frac{\partial(Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}))}{\partial x_4} = -116.689$
$\frac{\partial(Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}))}{\partial x_2} = 178.785$	$\frac{\partial(Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}))}{\partial x_5} = -64.179$
$\frac{\partial(Vs_{30}(\mu_{1_S2}, \mu_{2_S2}, \mu_{3_S2}, \mu_{4_S2}, \mu_{5_S2}))}{\partial x_3} = 126.583$	

Propagación de error:

$$\sigma_{Vs_{30}S2} = \sqrt{\left(\frac{\partial(Vs_{30})}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(Vs_{30})}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{\partial(Vs_{30})}{\partial x_3} \cdot \sigma_3\right)^2 + \left(\frac{\partial(Vs_{30})}{\partial x_4} \cdot \sigma_4\right)^2 + \left(\frac{\partial(Vs_{30})}{\partial x_5} \cdot \sigma_5\right)^2} = 13.28$$

Caso S3:

Utilizando las ecuaciones C.3 y C.4, se calcula μ_i y σ_i , con los valores de las tablas anteriores:

$\mu_{1_S3} := \mu(300,12) = 5.703$	$\sigma_{1_S3} := \sigma(300,12) = 0.04$
$\mu_{2_S3} := \mu(500,30) = 6.213$	$\sigma_{2_S3} := \sigma(500,30) = 0.06$
$\mu_{3_S3} := \mu(780,62.4) = 6.656$	$\sigma_{3_S3} := \sigma(780,62.4) = 0.08$
$\mu_{4_S3} := \mu(7,0.7) = 1.941$	$\sigma_{4_S3} := \sigma(7,0.7) = 0.1$
$\mu_{5_S3} := \mu(11,1.1) = 2.393$	$\sigma_{5_S3} := \sigma(11,1.1) = 0.1$

Cálculo del V_{S30} :

Con la ecuación C.14 y los valores μ_i recién calculados:

$$V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}) = 494.11$$

Cálculo de Derivadas Parciales:

Evaluando los valores μ_i con las ecuaciones C.15 a C.19:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}))}{\partial x_1} &= 189.101 & \frac{\partial(V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}))}{\partial x_4} &= -116.196 \\ \frac{\partial(V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}))}{\partial x_2} &= 178.473 & \frac{\partial(V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}))}{\partial x_5} &= -63.908 \\ \frac{\partial(V_{S30}(\mu_{1_{S3}}, \mu_{2_{S3}}, \mu_{3_{S3}}, \mu_{4_{S3}}, \mu_{5_{S3}}))}{\partial x_3} &= 126.539 & & \end{aligned}$$

Propagación de error:

$$\sigma_{V_{S30S3}} = \sqrt{\left(\frac{\partial(V_{S30})}{\partial x_1} \cdot \sigma_1\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S30})}{\partial x_2} \cdot \sigma_2\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S30})}{\partial x_3} \cdot \sigma_3\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S30})}{\partial x_4} \cdot \sigma_4\right)^2 + \left(\frac{\partial(V_{S30})}{\partial x_5} \cdot \sigma_5\right)^2} = 21.18$$

Caso S7:

La propagación de error para el caso S7 se desarrolla análogo a los casos anteriormente vistos, salvo que ahora se alcanzan los 30 m con 5 estratos por lo que se incluyen estas variables aleatorias al cálculo del V_{S30} en forma exponencial (C.21).

$$V_{S30}(V_{S1}, V_{S2}, V_{S3}, V_{S4}, V_{S5}, h_1, h_2, h_3, h_4, h_5) := \left(\frac{h_1 + h_2 + h_3 + h_4 + h_5}{\frac{h_1}{V_{S1}} + \frac{h_2}{V_{S2}} + \frac{h_3}{V_{S3}} + \frac{h_4}{V_{S4}} + \frac{h_5}{V_{S5}}}\right) \quad (C.20)$$

$$V_{S30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}) := \left(\frac{e^{x_6 + x_7 + x_8 + x_9 + x_{10}}}{\frac{e^{x_6}}{e^{x_1}} + \frac{e^{x_7}}{e^{x_2}} + \frac{e^{x_8}}{e^{x_3}} + \frac{e^{x_9}}{e^{x_4}} + \frac{e^{x_{10}}}{e^{x_4}}}\right) \quad (C.21)$$

Análogo a los casos anteriores, se calculan las derivadas parciales, dada la extensión de las expresiones analíticas se define un factor en común como:

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}) &= (e^{x_9 + x_5 + x_3 + x_2 + x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_8 + x_5 + x_4 + x_2 + x_1} + 2 \cdot e^{x_7 + x_5 + x_4 + x_3 + x_1} \\ &+ 2 \cdot e^{x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2} + 2 \cdot e^{x_{10} + x_4 + x_3 + x_2 + x_1}) \cdot e^{x_9 + x_5 + x_3 + x_2 + x_1} + (e^{x_8 + x_5 + x_4 + x_2 + x_1})^2 \\ &+ (2 \cdot e^{x_7 + x_5 + x_4 + x_3 + x_1} + 2 \cdot e^{x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2} + 2 \cdot e^{x_{10} + x_4 + x_3 + x_2 + x_1}) \cdot e^{x_8 + x_5 + x_4 + x_2 + x_1} \\ &+ (e^{x_7 + x_5 + x_4 + x_3 + x_1})^2 + (2 \cdot e^{x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2} + 2 \cdot e^{x_{10} + x_4 + x_3 + x_2 + x_1}) \cdot e^{x_7 + x_5 + x_4 + x_3 + x_1} \\ &+ (e^{x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2})^2 + 2 \cdot e^{x_{10} + x_4 + x_3 + x_2 + x_1} \cdot e^{x_6 + x_5 + x_4 + x_3 + x_2} + (e^{x_{10} + x_4 + x_3 + x_2 + x_1})^2 \end{aligned}$$

Resolviendo las derivadas parciales:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_1} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \\ &\cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \\ &\cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &\cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2}] \end{aligned} \quad (C.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_2} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ (e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1}] \end{aligned} \quad (C.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_3} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + (e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1}] \end{aligned} \quad (C.24)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_4} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ (e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \\ &\cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1}] \end{aligned} \quad (C.25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_5} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [e^{x_4+x_3+x_2+x_1+x_{10}} \cdot (e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1})] \end{aligned} \quad (C.26)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_6} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [-(e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \\ &\cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1} + (e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &\cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} + (e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} + (e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &- e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2}) - e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \\ &- e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}]] \end{aligned} \quad (C.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_7} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [-(e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \\ &\cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1} + (e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &\cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} + ((e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} + e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &- (e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1}) - e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \\ &\cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}]] \end{aligned} \quad (C.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(Vs_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_8} &= F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [-(e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} \\ &\cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1} + ((e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} \\ &+ e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} + e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} - (e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \\ &+ e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1}]] \end{aligned} \quad (C.29)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_9} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [(e^{x_8+x_5+x_4+x_2+x_1} + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} + e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} - (e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) \cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1}] \quad (C.30)$$

$$\frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_{10}} = F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})^{-1} \cdot [-(e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_9+x_5+x_3+x_2+x_1} + (e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} + e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_1} + (e^{x_{10}+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2} - e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_6+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) - e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_7+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}) - e^{x_{10}+x_4+x_3+x_2+x_1} \cdot e^{x_8+x_5+x_4+x_3+x_2+x_1}]] \quad (C.31)$$

Utilizando las ecuaciones C.3 y C.4, se calcula μ_i y σ_i , con los valores de la Tabla 5:

$\mu_{1_S7} := \mu(110,4.4) = 4.7$	$\sigma_{1_S7} := \sigma(110,4.4) = 0.04$
$\mu_{2_S7} := \mu(550,27.5) = 6.309$	$\sigma_{2_S7} := \sigma(550,27.5) = 0.05$
$\mu_{3_S7} := \mu(110,6.6) = 4.699$	$\sigma_{3_S7} := \sigma(110,6.6) = 0.06$
$\mu_{4_S7} := \mu(160,11.2) = 5.073$	$\sigma_{4_S7} := \sigma(160,11.2) = 0.07$
$\mu_{5_S7} := \mu(250,20) = 5.518$	$\sigma_{5_S7} := \sigma(250,20) = 0.08$
$\mu_{6_S7} := \mu(4,0) = 1.386$	$\sigma_{6_S7} := \sigma(4,0) = 0$
$\mu_{7_S7} := \mu(6,0) = 1.792$	$\sigma_{7_S7} := \sigma(6,0) = 0$
$\mu_{8_S7} := \mu(3,0) = 1.099$	$\sigma_{8_S7} := \sigma(3,0) = 0$
$\mu_{9_S7} := \mu(8,0) = 2.079$	$\sigma_{9_S7} := \sigma(8,0) = 0$
$\mu_{10_S7} := \mu(9,0) = 2.197$	$\sigma_{10_S7} := \sigma(9,0) = 0$

Cálculo del VS_{30} :

Con la ecuación C.14 y los valores μ_i recién calculados:

$$VS_{30}(\mu_{1_S7}, \mu_{2_S7}, \mu_{3_S7}, \mu_{4_S7}, \mu_{5_S7}, \mu_{6_S7}, \mu_{7_S7}, \mu_{8_S7}, \mu_{9_S7}, \mu_{10_S7}) = 186.48$$

Cálculo de derivadas Parciales:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_1} &= 42.185 & \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_6} &= -17.321 \\ \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_2} &= 12.661 & \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_7} &= 24.635 \\ \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_3} &= 31.671 & \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_8} &= -13.022 \\ \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_4} &= 58.1 & \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_9} &= -8.372 \\ \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_5} &= 41.863 & \frac{\partial(VS_{30}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}))}{\partial x_{10}} &= 14.081 \end{aligned}$$

Propagación de error:

$$\sigma_{V_{S_{30}S_7}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{\partial(V_{S_{30}})}{\partial x_{iS_7}} \cdot \sigma_{iS_7} \right)^2} = 5.87$$