



**UNIVERSIDAD DE CHILE**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS**

**SIMULACIÓN GEOESTADÍSTICA DE VARIABLES  
CATEGÓRICAS: COMPARACIÓN ENTRE MÉTODOS  
PLURIGAUSSIANOS Y MULTIPUNTOS**

**TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA**

**FELIPE ALEJANDRO CÁCERES CARO**

**PROFESOR GUÍA:**

XAVIER EMERY

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:**

NADIA MERY GUERRERO

FABIÁN SOTO FERNÁNDEZ

MOHAMMADALI MALEKITEHRANI

Este trabajo ha sido financiado por el proyecto ANID PIA AFB230001

SANTIAGO DE CHILE

2024

# RESUMEN

En las últimas décadas, se han desarrollado una gran variedad de enfoques de simulación para modelar dominios espaciales, ejemplo de ello es la simulación plurigaussiana que permite modelar relaciones de contacto complejas y puede adaptarse a una gama amplia de entornos geológicos, además de reproducir las proporciones y las estructuras de correlación espacial de estos dominios. De la misma manera han surgido varios algoritmos basados en estadísticas multipuntos, ejemplo de ello es la simulación de ecuación normal única (SNESIM), la cual se basa en una imagen de entrenamiento (TI por sus siglas en inglés), que proporciona un diseño representativo de los dominios geológicos a simular.

El objetivo de este trabajo es investigar la aplicabilidad de métodos de simulación de variables categóricas que considere una simulación plurigaussiana de referencia y estadísticas multipuntos. A partir de esto, se genera una realidad ficticia a partir del modelo de alteración de pórfido cuprífero de Sillitoe. Siguiendo una regla de contacto entre las alteraciones se construyeron 100 simulaciones plurigaussianas con una diversidad de contacto entre alteraciones en dos grillas bidimensionales, una de 200 x 200 y otra de 1000 x 1000 nodos. Estas simulaciones constituyen un punto de referencia para comparar los resultados del algoritmo SNESIM.

Para aplicar el algoritmo SNESIM se utilizaron las imágenes de entrenamiento o TI obtenidas de las simulaciones plurigaussianas, y una vecindad de búsqueda de 10 y 60 nodos. Con ello se obtuvieron 800 realizaciones no condicionales, 100 por cada configuración de vecindad, tamaño de TI (200 x 200 o 1000 x 1000 nodos) y cantidad de TI (1 ó 100). Luego, se comparan los resultados obtenidos de las simulaciones multipuntos con el modelo plurigaussiano de referencia, considerando las estadísticas, variogramas directos y cruzados de indicadores, gráficos de proporciones, mapas de alteraciones y las probabilidades de contacto entre las alteraciones, así como las fluctuaciones esperadas de estas características en las realizaciones.

Finalmente, esta investigación argumenta a favor del algoritmo de simulación SNESIM, con una vecindad móvil de 60 puntos y 100TI de gran tamaño (1000 x 1000 nodos), para reproducir de manera realista la regularidad de los dominios de alteración, las relaciones de contacto y la estructura de correlación espacial de los variogramas de indicadores. Al usar una sola imagen de entrenamiento, o imágenes de entrenamiento más pequeñas, surgen algunos sesgos y fluctuaciones inexactas en las estadísticas de realización (como es el ejemplo de los gráficos de proporciones, y los variogramas directos y cruzados de indicadores). Por otro lado, las simulaciones implementadas con una vecindad sobrerestringida producen los resultados más pobres.

# ABSTRACT

In recent decades, a variety of simulation approaches have been developed to model spatial domains, an example of which is the plurigaussian simulation that allows complex contact relationships and can be adapted to a wide range of geological environments, while reproducing the proportions and spatial correlation structures of these domains. In the same way, several algorithms based on multipoint statistics have emerged, an example of which is the single normal equation simulation (SNESIM), which is based on a training image that provides a representative design of the geological domains to be simulated.

The objective of this work is to investigate the applicability of categorical variable simulation methods that consider a reference plurigaussian simulation and multipoint statistics. From this, a fictitious reality was created from the Sillitoe porphyry copper alteration model. Following a contact rule between alterations, 100 plurigaussian simulations with a diversity of contact between alterations were constructed on two two-dimensional grids, one of 200 x 200 and the other of 1000 x 1000 nodes. These simulations constitute a benchmark to compare the results of the SNESIM algorithm.

To apply the SNESIM algorithm, the training images or TI obtained from the plurigaussian simulations and search neighborhoods of 10 and 60 nodes were used. This yielded 800 unconditional realizations, 100 for each neighborhood configuration, TI size (200 x 200 or 1000 x 1000 nodes) and number of TIs (1 or 100). Then, the results obtained from the multipoint simulations are compared with the reference plurigaussian model, considering statistics, direct and cross-indicator variograms, ratio plots, alteration maps and contact probabilities between alterations, as well as the expected fluctuations of these features in the realizations.

Finally, this research pleades for the SNESIM simulation algorithm, with a 60-point moving neighborhood and 100 TI (1000 x 1000 nodes), to realistically reproduce the regularity of alteration domains, contact relationships, and spatial correlation structure of indicator variograms. By using a single training image, or smaller training images, some biases and inaccurate fluctuations in the realization statistics arise (as is the example of the ratio plots, and the indicator direct and cross variograms). On the other hand, simulations implemented with an overconstrained neighborhood produce the poorest results.

# AGRADECIMIENTOS

Me gustaría comenzar agradeciendo enormemente al profesor Xavier Emery por confiar en mi desde un principio, además del apoyo, guía y la dedicación entregados al desarrollo de la presente tesis. Agradezco la contribución y el tiempo dedicado, por parte de Nadia Mery, Fabián Soto y Mohammadali Maleki para construir este trabajo de una manera más sólida y entendible.

Me gustaría agradecer al profesor Luis Álvarez por motivarme a ingresar a este programa de magíster, sin duda fue la mejor decisión. Por otro lado, me gustaría agradecer a Sebastián Ávalos quien me ayudó y me motivo a elegir mi tema de tesis, muchas gracias Seba.

También quiero agradecer enormemente a MAG, muchas gracias por tenderme la mano cuando lo necesite y por continuar día a día guiando y apoyando para ser un mejor profesional, estaré eternamente agradecido contigo.

Quiero también dedicarles unas palabras a mis compañeros de trabajo de Dassault a José, Lukas y Nico, gracias por hacer de la oficina o el zoom ajajaj un gran entorno laboral, me motivan y ayudan a superarme todos los días. Por otro lado, agradecer al equipo de Colombia, Esteban, Catalina e Isabella, muchas gracias por su ayuda y paciencia en este tiempo de constante formación y crecimiento profesional.

Muchas gracias a la Agencia Nacional de Investigación y Desarrollo, mediante el proyecto ANID PIA AFB230001, por brindar los recursos necesarios durante la realización de este trabajo y al Laboratorio ALGES, por acogerme para participar de proyectos geoestadísticos.

Finalmente, quiero agradecer a mi familia (Ivonne - Juan - Oween) y novia (Milenka) quienes son mi tesoro y doy gracias todos los días por tenerlos conmigo, muchas gracias por cada palabra consejo y comentario para ser mejor persona, novio, hijo y hermano, infinitamente gracias y los amo con todo mi corazón!

# TABLA DE CONTENIDO

1.	INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.	Hipótesis .....	2
1.2.	Objetivos .....	2
1.1.1.	Objetivo general.....	2
1.1.2.	Objetivos específicos .....	2
1.3.	Alcances .....	2
2.	ESTADO DEL ARTE .....	4
2.1.	Generalidades.....	4
2.2.	Geoestadística .....	4
2.3.	Variable regionalizada .....	4
2.4.	Función aleatoria.....	5
2.4.1.	Hipótesis de estacionaridad.....	5
2.4.2.	Esperanza .....	6
2.4.3.	Varianza .....	6
2.4.4.	Covarianza .....	6
2.4.5.	Variograma .....	6
2.5.	Kriging .....	8
2.6.	Simulación geoestadística .....	9
2.7.	Métodos determinísticos para modelar dominios geológicos .....	9
2.8.	Métodos de simulación estocásticos de dominios geológicos .....	10
2.10.1.	Simulación gaussiana truncada.....	10
2.10.2.	Simulación plurigaussiana .....	11
2.10.3.	Simulación multipuntos .....	13
3.	METODOLOGÍA.....	17
3.1.	Simulación plurigaussiana (PLURISIM).....	17
3.2.	Simulación de ecuación normal única .....	17
3.3.	Procesamiento de los resultados .....	18
4.	RESULTADOS .....	19
4.1.	Entorno geológico .....	19
4.2.	Configuración de la simulación plurigaussiana .....	20
4.2.1.	Definición de bandera y umbrales de truncamiento .....	21

4.2.2.	Confección de grillas .....	22
4.2.3.	Parámetros de la simulación plurigaussiana .....	22
4.3.	Aplicación de simulación plurigaussiana.....	23
4.3.1.	Gráficos de proporciones .....	24
4.3.2.	Variogramas directos y cruzados .....	25
4.3.3.	Mapas de alteración .....	28
4.4.	Configuración de la simulación multipuntos .....	30
4.5.	Parámetros de simulación multipunto.....	30
4.6.	Aplicación simulación multipuntos .....	30
4.6.1.	Gráficos de proporción .....	31
4.6.2.	Variogramas directos y cruzados .....	33
4.6.3.	Mapas de alteración .....	35
5.	ANÁLISIS Y DISCUSIÓN.....	37
5.1.	Estado del arte.....	37
5.2.	Confección caso base.....	37
5.3.	Comparando simulación plurigaussiana y multipuntos .....	38
5.3.1.	Gráficos de proporción .....	40
5.3.2.	Variogramas directos de indicador .....	41
5.3.3.	Variogramas cruzados de indicador.....	42
5.3.4.	Mapas de alteración .....	42
5.3.5.	Probabilidades de contacto .....	43
5.3.6.	Tabla comparativa.....	45
6.	CONCLUSIONES.....	47
7.	BIBLIOGRAFÍA .....	49
	ANEXOS .....	51
	Anexo A. Tablas de frecuencia estadística.....	51
	Anexo B. Gráficos de proporción.....	54
	Anexo C. Variogramas directos de indicador.....	55
	Anexo D. Variogramas cruzados de indicador.....	57
	Anexo E. Mapas de alteraciones.....	59

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Modelos elementales de variogramas, (Emery, 2021) .....	7
Figura 2. kriging vs realidad, aplicado a leyes de sondajes, (Cáceres, 2010) .....	9
Figura 3. Ejemplo de regla de truncamiento de la variables categóricas. (Emery, 2022) .....	12
Figura 4. Ejemplo, determinación del evento condicionante. (a) Vecindad móvil; (b) grilla de simulación; (c) evento condicionante .....	14
Figura 5. Resumen de la aplicación del algoritmo SNESIM.....	14
Figura 6. Parámetros requeridos para la elaboración de la simulación multipunto bajo el algoritmo SNESIM. ....	15
Figura 7. Esquema simplificado de la metodología antes planteada.....	18
Figura 8. Modelo conceptual de zonación de alteración-mineralización para yacimientos tipo pórfido de Cu (Sillitoe, 2010).....	19
Figura 9. Modelo conceptual de las relaciones de contacto entre alteraciones.....	20
Figura 10. Regla de truncamiento tridimensional plurigaussiano que proporciona las relaciones de contacto entre 6 alteraciones geológicas que se encuentran en contacto entre sí. Cada eje de esta bandera corresponde a una función aleatoria Gaussiana subyacente. ....	21
Figura 11. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200 nodos. ....	24
Figura 12. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000 nodos.....	25
Figura 13. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 200 x 200. ....	26
Figura 14. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 1000 x 1000. ....	26
Figura 15. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 200 x 200. ....	27
Figura 16. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 1000 x 1000. ....	28
Figura 17. Imagen de entrenamiento (TI) sobre la grilla de 200 x 200 (realización no.1).....	29
Figura 18. Imagen de entrenamiento (TI) sobre la grilla de 1000 x 1000 (realización no.1).....	29
Figura 19. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas con SNESIM, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 200 x 200.....	32
Figura 20. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas con SNESIM, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 1000 x 1000.....	32
Figura 21. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 200 x 200. ....	33
Figura 22. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 1000 x 1000. ....	34
Figura 23. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de 100TI pequeñas (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 60 nodos.....	34
Figura 24. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de 100TI grandes (de 1000 x 1000 nodos) y una vecindad de 60 nodos.....	35

Figura 25. Realizaciones no condicionales obtenidas de la simulación SNESIM. A) 1TI pequeña (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 60 nodos. B) 100TI (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 10 nodos.....	36
Figura 26. Gráfico de proporciones de alteraciones acumuladas sobre 100 realizaciones obtenidas con cada algoritmo y parámetro de simulación considerado TI de 200 x 200 nodos. A) 1TI y 10 nodos. B) 1TI y 60 nodos. C) 100TI y 10 nodos. D) 100TI y 60 nodos. ....	54
Figura 27. Gráfico de proporciones de alteraciones acumuladas sobre 100 realizaciones obtenidas con cada algoritmo y parámetro de simulación considerado TI de 1000 x 1000 nodos. A) 1TI y 10 nodos. B) 1TI y 60 nodos. C) 100TI y 10 nodos. D) 100TI y 60 nodos. ....	54
Figura 28. Variogramas directos de indicador bajo el algoritmo SNESIM para la alteración 1 considerando TI de 200 x 200 nodos.....	55
Figura 29. Variogramas directos de indicador bajo el algoritmo SNESIM para la alteración 1 considerando TI de 1000 x 1000 nodos.....	56
Figura 30. Variogramas cruzados de indicador bajo el algoritmo SNESIM para las alteraciones 1&4 considerando TI de 200 x 200 nodos.....	57
Figura 31. Variogramas cruzados de indicador bajo el algoritmo SNESIM para las alteraciones 1&4 considerando TI de 1000 x 1000 nodos.....	58
Figura 32. Imagen de entrenamiento (derecha) y primeras cuatro realizaciones no condicionales obtenidas con el algoritmo de simulación SNESIM considerando TI de 200 x 200 nodos .....	59
Figura 33. Imagen de entrenamiento (izquierda) y primeras cuatro realizaciones no condicionales obtenidas con el algoritmo de simulación SNESIM considerando TI de 1000 x 1000 nodos .....	60

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Dominios de alteración.....	19
Tabla 2. Parámetros del variograma de las funciones aleatorias Gaussianas utilizados en la simulación plurigaussiana.....	20
Tabla 3. Grilla de 200 x 200 nodos. ....	22
Tabla 4. Grilla de 1000 x 1000 nodos. ....	22
Tabla 5. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200 nodos	23
Tabla 6. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000 nodos .....	23
Tabla 7. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre 100TI y grilla de 200 x 200, con 10 puntos. ....	31
Tabla 8. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre 100TI y grilla de 1000 x 1000 nodos con 60 puntos. ....	31
Tabla 9. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos .....	38
Tabla 10. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos .....	39
Tabla 11. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos .....	39
Tabla 12. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos .....	39
Tabla 13. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos .....	40
Tabla 14. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos.....	40
Tabla 15. Probabilidades de contacto entre alteraciones.....	43
Tabla 16. Probabilidades de contacto entre alteraciones.....	44
Tabla 17. Comparativa de ambos métodos.....	46
Tabla 18. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200.....	51
Tabla 19. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000....	51
Tabla 20. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos .....	51
Tabla 21. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos .....	52
Tabla 22. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos .....	52
Tabla 23. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos .....	52
Tabla 24. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos .....	52
Tabla 25. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos.....	53
Tabla 26. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 60 puntos .....	53

Tabla 27. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 60 puntos.....	53
---	----

# 1. INTRODUCCIÓN

En la industria minera es de real importancia cuantificar los recursos minerales en un yacimiento con la menor incertidumbre posible, siendo este último uno de los factores que más contribuyen al riesgo en los proyectos mineros. Debido a esto, es de vital importancia una correcta caracterización de los recursos minerales de interés, incluyendo factores como la litología, dominios geológicos, asociaciones de minerales, alteraciones, leyes, densidad, recuperación, etc. Como cualquier negocio, se busca maximizar los beneficios de la extracción.

En la actualidad, los modelos geológicos en su mayoría se elaboran mediante métodos determinísticos (Pérez et al., 2011), los cuales corresponden a modelos interpretados por un/a geólogo/a experto/a, donde una mala interpretación puede derivar en un grave problema en el negocio minero.

Otras técnicas para generar modelos probabilísticos consisten en simulaciones estocásticas. Estas técnicas interpretan las variables en estudio como una o varias realizaciones de una función aleatoria proporcionando un conjunto de escenarios alternativos que imitan la distribución real, siendo considerada como una herramienta fundamental para la cuantificación de la incertidumbre geológica. Dado que los límites de las unidades geológicas son generalmente inciertos, los modelos espaciales estocásticos se utilizan cada vez más en lugar o en complemento de los modelos determinísticos. Estos modelos estocásticos se basan en el uso de técnicas de simulación que ya no proporcionan un diseño único de los dominios, sino un conjunto de escenarios alternativos que imitan la distribución real de los dominios en el espacio (Guardiano and Srivastava, 1993).

Como se menciona anteriormente, los límites de los dominios geológicos son generalmente inciertos. Sin embargo, el modelado probabilístico permite cuantificar la incertidumbre en estos límites a través de la construcción de múltiples realizaciones que pueden verse como resultados con la misma probabilidad. Ejemplo de ello son las estadísticas multipuntos, que en las últimas décadas han surgido varios algoritmos, como la simulación de ecuación normal única (SNESIM). Este algoritmo de simulación se basa en una imagen de entrenamiento, proporcionando un diseño representativo de los dominios a simular. Asimismo, (Madani et al., 2019) determinó que, al utilizar una vecindad de búsqueda restringida, los algoritmos multipunto son capaces de reproducir las proporciones de las facies, pero no son capaces de recrear la geometría de los límites de las facies simuladas, junto con la estructura de correlación espacial.

Debido a esto en la presente tesis, interesa poder comparar los métodos de simulación plurigaussiano y multipunto, agregando un mayor número de alteraciones para la regla de truncamiento del modelo plurigaussiano de referencia, así como, una vecindad de búsqueda mucho más amplia y una cantidad mayor de imágenes de entrenamiento sobre dos grillas de interés, con el fin de sensibilizar los resultados de la simulación multipuntos y mejorar la confiabilidad en estos.

## 1.1. Hipótesis

A partir de los resultados obtenidos de las simulaciones, se espera obtener iguales estadísticas y fluctuaciones sobre las realizaciones de la simulación multipuntos que sobre las realizaciones plurigaussianas, consideradas como la referencia que representa la "realidad" de los dominios geológicos.

## 1.2. Objetivos

### 1.1.1. Objetivo general

Investigar la aplicabilidad de los métodos estocásticos multipuntos para la simulación de variables categóricas a partir de casos sintéticos.

### 1.1.2. Objetivos específicos

- Estudiar los métodos de simulación plurigaussiano y multipuntos identificando ventajas y desventajas.
- Confeccionar un caso de estudio sintético a partir del modelo conceptual de alteraciones de Sillitoe (2010), utilizando una realidad modelada con el algoritmo plurigaussiano bajo un escenario ideal.
- Implementar el modelo multipuntos mediante el algoritmo SNESIM, respetando los mismos parámetros de la simulación plurigaussiana de referencia.
- Comparar los resultados obtenidos en las estadísticas y fluctuaciones sobre las realizaciones al utilizar los métodos de simulación plurigaussiana y multipuntos.
- Analizar la calidad de los resultados obtenidos.

## 1.3. Alcances

De la presente tesis se establecen como alcances los siguientes puntos:

- Presentar los antecedentes bibliográficos en relación con la simulación plurigaussiana y multipuntos.
- Fijar los parámetros de entrada adecuados para el desarrollo de simulaciones plurigaussianas de variables categóricas, que representen un modelo de referencia y comparación para procesos posteriores.
- Confeccionar 100 simulaciones sobre grilla de interés de 200 x 200 nodos y 1000 x 1000 nodos respectivamente a partir del modelo plurigaussiano.

- Confeccionar 800 simulaciones bajo el algoritmo SNESIM sobre ambas grillas de interés, considerando 1 y 100 imágenes de entrenamiento, además de una vecindad de búsqueda de 10 y 60 puntos, este último es recomendado por la industria.
- Comparar y validar los modelos a partir de las estadísticas promedio, variografía, mapas de alteraciones y probabilidad de contacto entre alteraciones, sobre las realizaciones y las fluctuaciones obtenidas.

## 2. ESTADO DEL ARTE

### 2.1. Generalidades

Una de las etapas iniciales para el proceso de exploración corresponde a la estimación de recursos, que busca caracterizar la cantidad de tonelaje, la calidad de las leyes y la ubicación de los recursos para poder determinar el potencial técnico económico del mineral de interés. Los resultados obtenidos permiten la toma de decisión respecto a su explotación y rentabilidad del proyecto minero.

### 2.2. Geoestadística

La geoestadística corresponde a una rama de las estadísticas cuyo origen se remonta a principios de 1950 por los ingenieros de minas D. G. Krige y el estadístico H. S. Sichel, quienes desarrollaron un nuevo método de estimación con el propósito de mejorar los existentes para poder calcular las reservas de minas de oro en Sudáfrica. Posteriormente en 1960 G. Matheron, formalizó y generalizó matemáticamente un conjunto de técnicas desarrolladas anteriormente por D. G. Krige, introduciendo el concepto de geoestadística como la aplicación del formalismo de las funciones aleatorias al reconocimiento y estimación de fenómenos naturales regionalizados (Lantuéjoul, 2002).

El objetivo de la geoestadística consiste en describir la distribución espacial de una variable en estudio, además de poder predecir sectores con valores ausentes a partir de los datos disponibles considerando la continuidad espacial local y global de la variable. Esto permite poder caracterizar las variables en el espacio y con ello poder cuantificar la incertidumbre asociada a los sectores no muestreados. Su principal campo de aplicación corresponde a la evaluación de recursos naturales: minerales, hidrocarburiíferos, hídricos, geotérmicos, forestales, etc.

A partir de esto, es necesario poder definir variable regionalizada y función aleatoria, para un mayor entendimiento del estudio.

### 2.3. Variable regionalizada

Corresponde a una variable numérica que representa un fenómeno regionalizado, que se distribuye en una región  $D$  del espacio.

Cualquier trabajo geoestadístico se basa en estimar el valor  $z(x_0)$  de una variable regionalizada en un sitio  $x_0$  a partir de datos disponibles del campo  $D$ . El propósito consiste en determinar las relaciones existentes entre los datos y con ello poder caracterizar la incertidumbre presente en los

sectores donde no se tiene información. De esta manera, las variables regionalizadas se subdividen en:

- Variables regionalizadas continuas: Corresponden al conjunto de valores numéricos medidos en una escala continua, como por ejemplo leyes de mineral, pH, conductividad eléctrica, etc.
- Variables regionalizadas categóricas: Permiten codificar un conjunto de dominios geológicos, ejemplo de ello son los tipos de rocas, facies, alteraciones, etc.

## 2.4. Función aleatoria

Corresponde a una descripción probabilística de una variable regionalizada que puede tomar una serie de posibles valores de acuerdo con una cierta distribución de probabilidad o frecuencia de ocurrencia.

Se interpreta cada valor de la variable regionalizada  $z(x)$  como una realización de una variable aleatoria  $Z(x)$ . El conjunto de variables aleatorias  $\{Z(x): x \in D\}$  constituye una función aleatoria. Esta función se caracteriza por una distribución espacial, que consiste en el conjunto de funciones de distribución de la forma:

$$F(z_1, \dots, z_n; x_1, \dots, x_n) = \text{Prob}\{Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_n) < z_n\} \quad (2.1)$$

para todo conjunto de sitios  $x_1, \dots, x_n$  y de umbrales  $z_1, \dots, z_n$ .

Para facilitar la inferencia de la función aleatoria, a menudo se asume una hipótesis de estacionaridad que se detallará más adelante. La función aleatoria también puede ser caracterizada por sus momentos de primer y segundo orden, los cuales resumen la información más relevante (Chilès and Delfiner, 2012) tal como se presenta a continuación:

### 2.4.1. Hipótesis de estacionaridad

La estacionaridad permite postular que la distribución espacial no varía por traslación en el espacio

$$F(z_1, \dots, z_n; x_1, \dots, x_n) = F(z_1, \dots, z_n; x_1 + h, \dots, x_n + h), \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ y } x \in D \quad (2.5)$$

Esto lleva a que la distribución univariable no dependa de la posición del dato considerado (es decir no dependen de  $x$ ), por otro lado, la distribución bivariable sólo depende de la distancia entre el par de datos considerados.

La hipótesis de estacionaridad permite aplicar de manera rigurosa las técnicas de simulación condicional de la geoestadística que se detallan más adelante.

### 2.4.2. Esperanza

Sea  $Z(x)$  una variable aleatoria en un punto en el cual se asume que su momento de primer orden existe. Este valor corresponde a la esperanza matemática, o media, alrededor de la cual se distribuyen los valores, que en general es en función aleatoria de la posición  $x$ .

$$m = E[Z(x)] \quad (2.2)$$

### 2.4.3. Varianza

La varianza corresponde a una medida de dispersión de los valores de la función aleatoria:

$$\sigma^2(x) = \text{var}[Z(x)] \quad (2.3)$$

### 2.4.4. Covarianza

La covarianza mide la relación entre los valores de la función aleatoria  $Z(x_1)$  y  $Z(x_2)$  en los puntos  $x_1$  y  $x_2$ , entonces la covarianza entre estos puntos queda definida según la siguiente ecuación:

$$C(h) = \text{cov}[Z(x+h), Z(x)] \quad (2.4)$$

### 2.4.5. Variograma

El semivariograma, más conocido como variograma, corresponde a una medida de la variabilidad de una correlación espacial, la cual considera la varianza de los incrementos. A partir del supuesto de estacionaridad la expresión del variograma teórico se define como:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} \text{var}[Z(x+h) - Z(x)] \quad (2.6)$$

El variograma es la herramienta por excelencia en los estudios geoestadísticos, dado que es una herramienta que investiga y cuantifica la variabilidad espacial del fenómeno regionalizado, y porque la mayoría de las técnicas de estimación requieren de un modelo variográfico (Gringarten and Deutsch, 1999).

Para el caso multivariable, el variograma cruzado se define entre dos funciones aleatorias  $Z_i$  y  $Z_j$  como:

$$\gamma_{ij}(h) = \frac{1}{2} \text{cov}[Z_i(x+h) - Z_i(x), Z_j(x+h) - Z_j(x)] \quad (2.7)$$

$$= \frac{1}{2} E\{[Z_i(x+h) - Z_i(x)][Z_j(x+h) - Z_j(x)]\} \quad (2.8)$$

Los variogramas anteriores se obtienen de manera experimental considerando determinadas distancias y orientaciones de acuerdo con el vector  $h$ . Posteriormente es necesario modelar los variogramas a partir de ciertos modelos o variogramas anidados entre los que se encuentran: modelo esférico, exponencial, gaussiano, pepitico. Los variogramas típicos descritos anteriormente se ilustran en la Fig. 1:

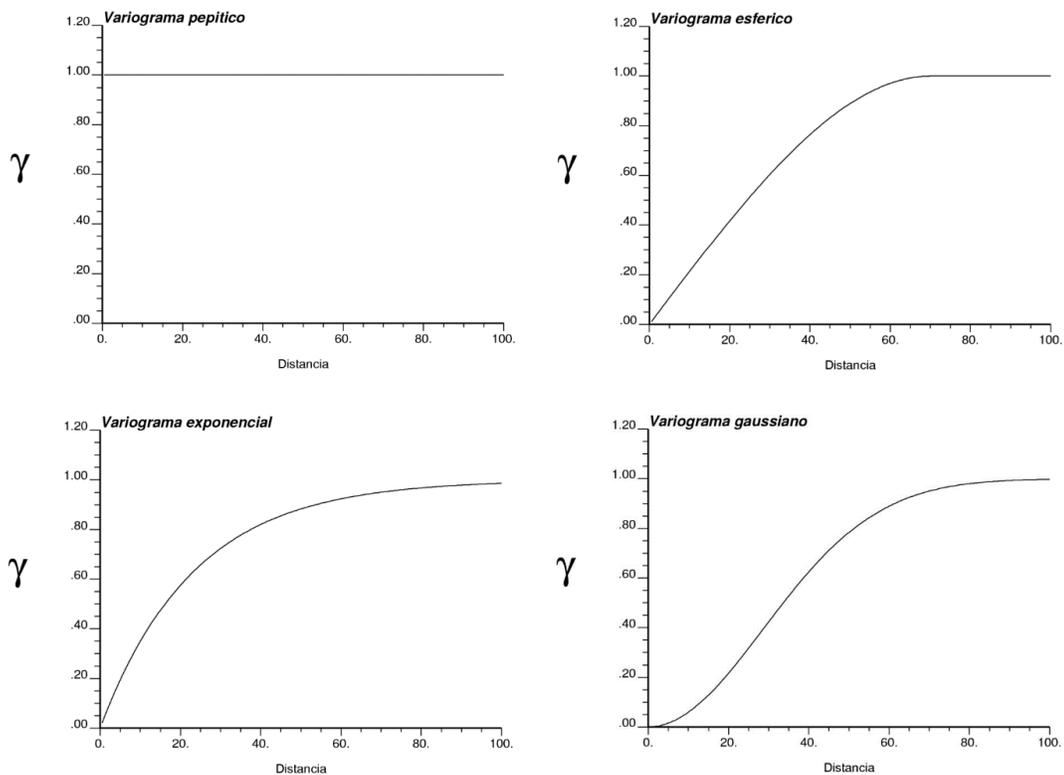


Figura 1. Modelos elementales de variogramas, (Emery, 2021)

## 2.5. Kriging

El Kriging considera la variable regionalizada a estimar como una realización de una función aleatoria, la cual es descrita por su variograma. Este método busca generar una estimación en base a una combinación lineal ponderada de los datos ubicados en una vecindad de este sitio. Todos los estimadores por Kriging son variantes del estimador  $z^*(x)$  definido como:

$$z^*(x) - m(x) = \sum_{\alpha=1}^{n(x)} \lambda_{\alpha}(x) [Z(x_{\alpha}) - m(x_{\alpha})] \quad (2.9)$$

donde  $z^*(x)$  es el valor estimado en la ubicación no muestreada  $x$ ,  $m(x)$  es el valor de la esperanza (media) en la ubicación  $x$ ,  $\lambda_{\alpha}, \alpha = 1, \dots, n$  son los ponderadores aplicados a los  $n$  datos,  $z(x_{\alpha}), \alpha = 1, \dots, n$  son los  $n$  valores de los datos, y  $m(x_{\alpha}), \alpha = 1, \dots, n$  son los  $n$  valores de la media en las ubicaciones de los datos. Todos los valores de la media podrían ser igualados a una media constante  $m(x) = m(x_{\alpha}) = m$  si no hay información de tendencias disponibles asumiendo una hipótesis de estacionaridad.

Por otro lado, la vecindad de estimación corresponde al espacio del dominio que contiene la posición del valor a estimar y las muestras con las cuales se estimará el sitio.

Esta vecindad puede ser única o móvil:

- Vecindad única: En esta vecindad se decide utilizar todo el dominio para estimar los puntos en su interior.
- Vecindad móvil: Corresponde al sector geométrico y centrado en el punto a estimar que sólo toma en consideración los valores cercanos que están al interior de esta vecindad. A esta última, se le denomina móvil ya que al ir variando el punto a estimar varían también los datos considerados en la estimación. La forma y tamaño de la vecindad queda a decisión del usuario.

El kriging es el mejor estimador lineal insesgado ya que:

- Corresponde a una combinación lineal ponderada de los datos para la estimación.
- Es insesgado, porque el error de estimación tendrá una media (esperanza) igual a cero.
- Es “mejor” en el sentido de una varianza mínima del error para un modelo dado de covarianza/variograma.

Sin embargo, el principal problema que surge de este método corresponde al suavizamiento de las leyes estimadas. El problema surge como una contrapartida, donde el kriging minimiza la varianza del error de estimación.

## 2.6. Simulación geoestadística

Una simulación geoestadística permite construir múltiples modelos numéricos a partir de una variable regionalizada, siendo capaz de reproducir la distribución espacial de la variable en estudio, permitiendo cuantificar la incertidumbre y poder tomar decisiones.

Estos métodos surgen por las limitaciones presentes en el kriging, donde su principal efecto es el suavizado, provocando que el modelo predicho no refleje realmente la variabilidad de los datos (Fig. 2). Esta variabilidad sumado al conocimiento parcial de un depósito, son los responsables de la incertidumbre, la cual afecta a diferentes procesos como al diseño de mina, clasificación de recursos y reservas, evaluación de riesgos financieros, planificación y producción.

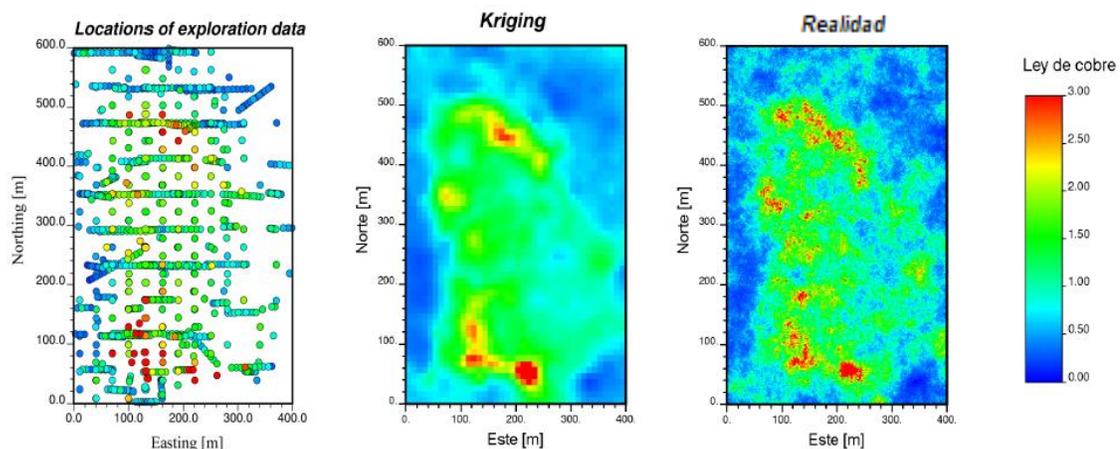


Figura 2. kriging vs realidad, aplicado a leyes de sondajes, (Cáceres, 2010)

## 2.7. Métodos determinísticos para modelar dominios geológicos

Dentro de los métodos determinísticos es posible distinguir:

- Modelamiento interpretado por geólogo/a: Consiste en el modelado de plantas y secciones a partir de sólidos o triangulaciones tridimensionales que respeta las interpretaciones de los sondajes y el conocimiento geológico experto. Sin embargo, este método en general es muy dependiente de la persona que modela y no es reproducible.
- Modelamiento numérico: Esta metodología se subdivide en modelos implícitos, que considera una serie de interpolaciones de distancia a las fronteras más cercanas de modo de obtener el borde de los dominios geológicos, y métodos geoestadísticos como el kriging de indicadores.

Finalmente, estos métodos se basan principalmente en la experiencia operacional, métodos manuales, métodos numéricos, técnicas gráficas e interpretaciones de vista y secciones.

## 2.8. Métodos de simulación estocásticos de dominios geológicos

Los enfoques de simulación estocástica consisten en obtener realizaciones sintéticas (simuladas) a partir de una función aleatoria categórica, de manera que éstas posean las mismas propiedades estadísticas de la función aleatoria. Estos enfoques de simulación estocástica generan múltiples resultados a partir de los cuales se puede evaluar la incertidumbre en los límites geológicos y su impacto en el modelado de recursos (Lantuéjoul, 2002). Dentro de los métodos podemos encontrar los modelos de simulación gaussiano truncado, plurigaussiano y de múltiples puntos, métodos que se detallan más adelante.

Este tipo de simulaciones surgen como alternativa para cuantificar la incertidumbre geológica, debido a los altos costos que implica las estimaciones deterministas, donde se requieren tener muchos datos de sondajes para lograr resultados cercanos a los reales.

### 2.10.1. Simulación gaussiana truncada

El modelo Gaussiano Truncado no simula directamente las variables categóricas, sino que se simula una función aleatoria Gaussiana primero y luego ésta se transforma en la variable categórica, donde el número de categorías y sus proporciones tienen directa relación con el número de umbrales de truncamiento y valores de estos (Armstrong et al., 2011).

Por ejemplo, en el caso de dos dominios geológicos (1 y 2), es posible considerar un umbral de truncamiento ( $y$ ) y plantear la siguiente ecuación:

$$I(x; y) = \begin{cases} 1 & \text{si } Y(x) < y \\ 2 & \text{si } Y(x) \geq y \end{cases} \quad (2.12)$$

donde  $x$  indica la posición espacial e  $Y(x)$  representa la función aleatoria Gaussiana.

La determinación del umbral depende de la proporción espacial ocupada por un dominio geológico. Por lo tanto, si  $y = 0$ , ambos dominios ocupan el mismo volumen espacial. En general, para determinar el umbral  $y$ , se considera que el dominio, ocupa una proporción del espacio igual a  $G(y)$  (con  $G$ , función de distribución de la Normal) y el dominio 2 ocupa la proporción complementaria (Emery and Lantué Joul, 2006).

Un aspecto interesante de este modelo de simulación corresponde a la relación existente entre las funciones de covarianza de la función aleatoria Gaussiana y del indicador del dominio. En la práctica basta con determinar el variograma de indicador  $\gamma_{I,y}(h)$  con los datos de muestreo y mediante la siguiente relación determinar el variograma  $\gamma(h)$  de la función aleatoria Gaussiana.

$$\gamma_{I,y}(h) = G(y)[1 - G(y)] - \left(\frac{1}{2\pi}\right) \int_0^{\arcsen[1-\gamma(h)]} \exp\left(-\frac{y^2}{1 + \sen \theta}\right) d\theta \quad (2.13)$$

La expresión anterior resulta compleja de desarrollar y, por lo tanto, se suele considerar la siguiente integración numérica.

$$\gamma_1(h) = G(y)[1 - G(y)] - g(y)^2 \sum_{p=1}^{+\infty} \frac{1}{p} H p_{p-1}^2(y) [1 - \gamma(h)]^p \quad (2.14)$$

Donde  $H_p$  corresponde al polinomio de Hermite normalizado de grado  $p$ .

Las etapas de simulación son las siguientes (Armstrong, et al., 2011; Emery and Lantuéjoul, 2006):

- Simular  $Y(x)$  en los sitios con datos. Esta etapa se resuelve mediante un algoritmo iterativo conocido como muestreador de Gibbs.
- Simular  $Y(x)$  en los sitios donde se busca simular la variable indicador, condicionalmente a los datos obtenidos de la etapa anterior (con cualquier algoritmo de simulación Gaussiana: bandas rotantes, secuencial, espectral, etc.).
- Truncar la variable  $Y(x)$  simulada, para obtener una simulación de  $I(x;y)$ .

## 2.10.2. Simulación plurigaussiana

La simulación plurigaussiana que consiste en la truncación de dos o más funciones aleatorias Gaussianas, las cuales pueden o no estar correlacionadas entre sí (Armstrong, et al., 2011). Es una extensión de la simulación gaussiana truncada que permite relaciones de contacto más complejas entre dominios y puede adaptarse a una gama más amplia de entornos geológicos. Se basa en la especificación de varias funciones aleatorias Gaussianas y en una regla de truncamiento para convertir estas funciones aleatorias en dominios.

Para una mayor flexibilidad la idea es trabajar con una mayor variedad de funciones aleatorias Gaussianas:

$$I(x; y_1; y_2) = \begin{cases} 0 & \text{si } Y_1(x) < y_1 \\ 1 & \text{si } Y_1(x) \geq y_1 \text{ e } Y_2(x) < y_2 \\ 2 & \text{si } Y_1(x) \geq y_1 \text{ e } Y_2(x) \geq y_2 \end{cases} \quad (2.16)$$

Con esta construcción, al utilizar más dominios geológicos hay una jerarquización, el usuario tiene varios parámetros libres: número de funciones aleatorias Gaussianas subyacentes, sus variogramas directos y cruzados y la definición de umbrales de truncamiento. De esta forma se obtiene una gran familia de modelos categóricos.

En la práctica, para restringir el número de parámetros y facilitar su inferencia, a menudo se trabaja con dos funciones aleatorias Gaussianas independientes (Emery, 2007). Con esta simplificación, el modelo requiere definir:

- La regla de truncamiento (bandera): tiene un impacto en las relaciones de contacto entre dominios geológicos.
- Los umbrales: tienen un impacto en la proporción de espacio cubierto por cada dominio
- Los variogramas de las funciones aleatorias Gaussianas: tienen un impacto en los variogramas indicadores de los dominios.

Una de las limitaciones actuales de este modelo plurigaussiano es el diseño de una bandera bidimensional que representa la regla de truncamiento Figura 3. La elección de esta regla tiene implicaciones en las relaciones espaciales entre dominios geológicos, en particular, con respecto a los contactos permitidos y prohibidos.

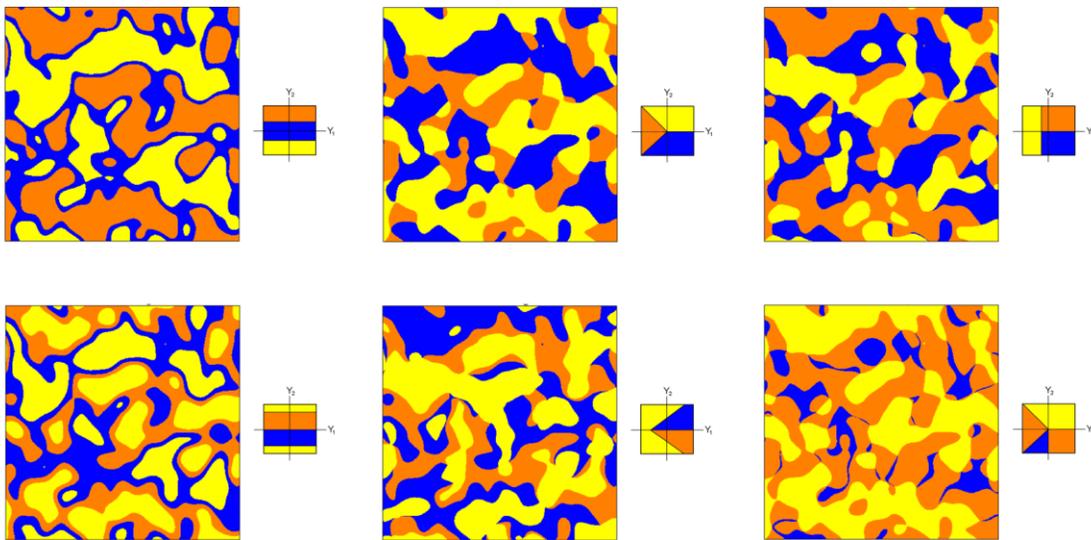


Figura 3. Ejemplo de regla de truncamiento de las variables categóricas. (Emery, 2022)

Debido a esto, para sortear esta deficiencia, en las últimas décadas han surgido varios algoritmos basados en estadísticas de multipuntos, como la simulación de ecuación normal única (SNESIM) (Madani y Emery, 2015) pudiendo obtener geometrías y patrones espaciales más complejos.

### 2.10.3. Simulación multipuntos

Las técnicas multipuntos fueron introducidas por primera vez por (Guardiano and Srivastava, 1993). En está la función aleatoria, es generada a partir de una interpretación previa a la realidad, conocida como imagen de entrenamiento (TI). Los autores proponen a partir de la imagen de entrenamiento, generar la función aleatoria como una inferencia probabilística al recorrer la TI, a través de un patrón específico y no como lo hace el modelo plurigaussiano mediante un modelo teórico matemático. Posteriormente, Strebelle, (2002) implementa un algoritmo llamado SNESIM, esto con la intención de disminuir el tiempo de CPU al ejecutar el algoritmo original. Propone utilizar árboles de búsqueda con la finalidad de almacenar todas las distribuciones de probabilidad condicional inferidas de la TI. El problema de este algoritmo surge al implementar tamaños finitos de vecindad móvil y de imagen de entrenamiento.

Muchos otros algoritmos se han desarrollado en el último tiempo (Lantuéjoul, 2002), en base a la reducción de demanda de memoria y aumento en la velocidad de cómputo entre otras ventajas, sin embargo, estos algoritmos quedan fuera de los alcances del presente trabajo.

#### **SNESIM**

Fue desarrollado por (Strebelle, 2002), optimizando la velocidad de búsqueda del proceso original. Se caracteriza principalmente por ser un algoritmo secuencial, es decir, trabaja sobre una frecuencia de nodos o imagen de entrenamiento predefinida. Esta imagen de entrenamiento es escaneada por una plantilla de búsqueda (patrón), desde donde son obtenidas las estadísticas de múltiples puntos y almacenadas en un árbol de búsqueda.

La imagen de entrenamiento (TI) corresponde a una imagen pixelada (nodos) en 2 o 3 dimensiones, que contiene una distribución espacial de dominios o categorías geológicas. Desde esta imagen el algoritmo SNESIM obtiene la información sobre la distribución espacial del modelo geológico. Dentro del proceso de simulación genera un árbol de condiciones, lo que lleva a SNESIM a ser altamente demandante de memoria RAM y lento en su proceso global (Ávalos, 2014).

#### **Implementación del algoritmo SNESIM**

Strebelle (2002), detalla los principales pasos de aplicación (Fig. 5) del algoritmo SNESIM:

1. El primer paso consiste en escanear la imagen de entrenamiento para poder construir un árbol de búsqueda que contenga las frecuencias de eventos junto con la ocurrencia por cada categoría.
2. Posteriormente, se deben asignar los datos originales de la muestra, al nodo más cercano de la grilla de búsqueda creada. Se define un camino aleatorio el que visita una vez y sólo una vez todos los nodos (evento condicionante).

3. Luego, se procede a simular, en donde se genera un valor al nodo visitado, el cual debe ser almacenado, de forma que el valor simulado es añadido a los datos a fin de ser utilizado para condicionar la simulación en todos los nodos siguientes Fig. 4.

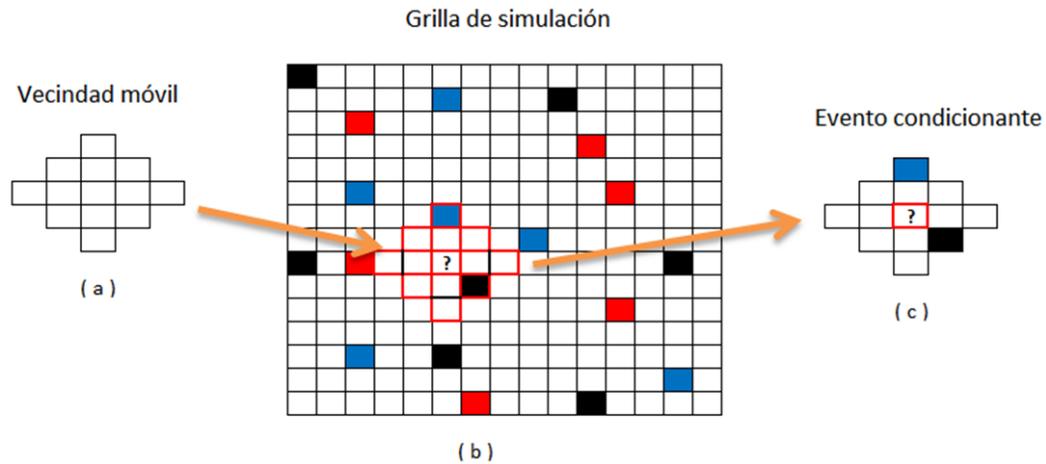


Figura 4. Ejemplo, determinación del evento condicionante. (a) Vecindad móvil; (b) grilla de simulación; (c) evento condicionante

4. Se mueve el patrón al siguiente nodo del camino aleatorio y se repite el paso 3.
5. Finalmente, una vez recorrido todos los nodos de la grilla, se obtiene una imagen estocástica. Se reitera el proceso entero desde el paso 2 con un camino aleatorio distinto o igual para generar otra realización, donde las simulaciones de Monte Carlo generan otros resultados.

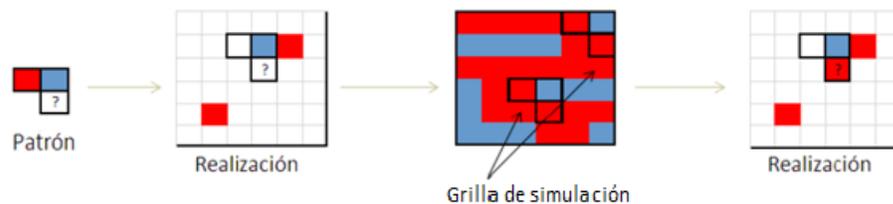


Figura 5. Resumen de la aplicación del algoritmo SNESIM

## Parámetros utilizados

Para la confección de las simulaciones SNESIM se utilizó el programa SGeMS (Stanford Geostatistical Modeling Software), software de código abierto desarrollado por la Universidad de Stanford, aplicado principalmente a la modelización y simulación geoestadística. SGeMS cuenta

con una interfaz gráfica de usuario que facilita la entrada y manipulación de datos, así como la configuración de modelos geoestadísticos.

A continuación, se presenta cada uno de los parámetros de entrada solicitados por la interfaz gráfica bajo el algoritmo SNESIM, siendo algunos de carácter necesario y otros optativos.

Figura 6. Parámetros requeridos para la elaboración de la simulación multipunto bajo el algoritmo SNESIM.

1. Nombre de la grilla en la que se va a realizar la simulación [obligatorio].
2. Prefijo de salida de la simulación [obligatorio].
3. Número de realizaciones a simular [obligatorio].
4. Semilla (Seed) corresponde a un número entero muy grande para inicializar el generador de números pseudoaleatorios [obligatorio].
5. Imagen de entrenamiento corresponde al objeto o conjunto de datos que se utilizan para calibrar el modelo de simulación [obligatorio].
6. Propiedad de la imagen de entrenamiento, que debe ser una variable categórica cuyo valor debe estar entre 0 y  $K - 1$ , donde  $K$  es el número de categorías [obligatorio].

7. Número de categorías contenidas en la imagen de entrenamiento [obligatorio].
8. Distribución marginal de las proporciones de la categoría objetivo, deben darse en secuencia nominal desde la categoría 0 hasta la categoría  $N - 1$ . La suma de todas las proporciones objetivo debe ser 1 [obligatorio].
9. Número de nodos en la grilla de búsqueda, cuanto mayor sea el valor, mejor será la calidad de la simulación si la imagen de entrenamiento es correspondientemente grande, pero mayor será la demanda de memoria RAM [obligatorio].
10. Geometría de la grilla de búsqueda, los rangos y ángulos van a definir el elipsoide utilizado para buscar los nodos vecinos más cercanos [obligatorio].

### 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se detallan los principios y procedimientos a desarrollar a partir de los objetivos antes planteados:

#### 3.1. Simulación plurigaussiana (PLURISIM)

Se confeccionó una realidad ficticia, bajo escenarios ideales a partir del modelo simplificado de alteración de Sillitoe (2010). Para esto se generó una regla de truncamiento respetando las relaciones de contacto entre 6 alteraciones.

Posteriormente se confeccionaron 3 variogramas de funciones aleatorias Gaussianas e independientes, con alcances de 300m y de 600m, y luego se modelaron dos de ellos con estructuras del tipo cubica y uno con estructura esférica.

A continuación, se elaboraron dos grillas, una de 200 x 200 nodos y otra de 1000 x 1000 nodos, para poder obtener imágenes de entrenamiento pequeñas y grandes, las cuales son empleadas más adelante en la simulación multipuntos.

Con ello, se generaron 100 simulaciones plurigaussianas por cada una de las grillas confeccionadas sin datos condicionantes, además de proporciones globales para cada alteración. Seguido de esto, se realiza un One Hot Encoding sobre las simulaciones plurigaussianas, con el fin de generar una columna indicador para cada valor sobre las 200 simulaciones, en otras palabras consiste en asignar un valor de 1 a la variable indicador que estamos codificando, y en valor 0 el resto de las variables. El propósito de esto es poder procesar los datos y generar variogramas acumulados de indicador directos y cruzados sobre las 200 simulaciones.

#### 3.2. Simulación de ecuación normal única

Para la simulación multipuntos bajo el algoritmo SNESIM, se utilizaron las imágenes de entrenamiento antes confeccionadas por el algoritmo PLURISIM en la simulación plurigaussiana sobre las grillas de 200 x 200 nodos y 1000 x 1000 nodos. Las imágenes confeccionadas para entrenar el algoritmo SNESIM, son 1 imagen de entrenamiento pequeña, 1 imagen de entrenamiento grande, 100 imágenes pequeñas y 100 imágenes grandes de entrenamiento.

Se considera una vecindad móvil con 10 y 60 nodos (siendo este último parámetro el recomendado por la guía de usuario de SGeMS (Remy et al., 2009), esto con el propósito de realizar un análisis de sensibilidad de los resultados a partir del tamaño de nodos seleccionados. De esta manera se generaron 400 simulaciones con 10 nodos y 400 simulaciones con 60 nodos.

### 3.3. Procesamiento de los resultados

Finalmente, se procesan los datos sobre la grilla de 200 x 200 nodos, correspondientes a las 200 simulaciones plurigaussianas y 800 simulaciones SNESIM, y se comparan los resultados considerando las estadísticas, variogramas directos y cruzados de indicador, gráficos de proporciones, mapas de alteraciones y las probabilidades de contacto entre las alteraciones.

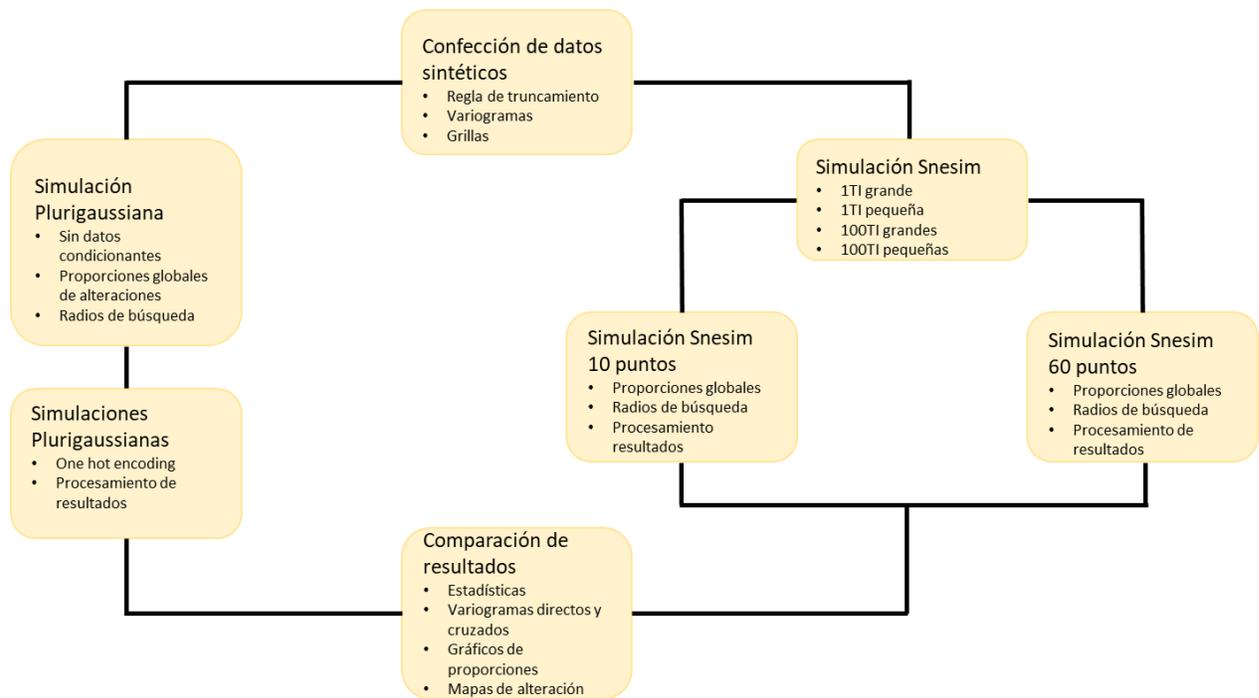


Figura 7. Esquema simplificado de la metodología antes planteada.

## 4. RESULTADOS

### 4.1. Entorno geológico

El estudio de caso sintético está inspirado en el modelo estocástico de pórfido cuprífero de Sillitoe (2010), Figura 8. A partir de esto, se confecciona una regla de truncamiento, respetando una relación de contacto entre los diferentes dominios de alteración, tomando como referencia la codificación que observamos en la Tabla 1.

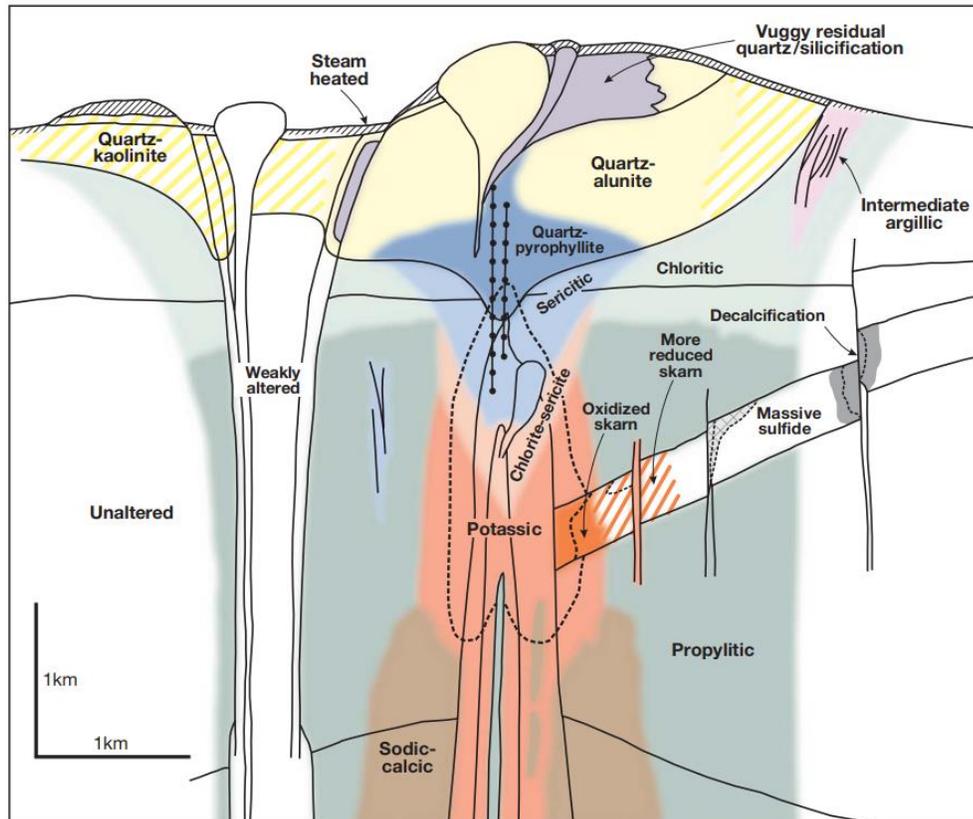


Figura 8. Modelo conceptual de zonación de alteración-mineralización para yacimientos tipo pórfido de Cu (Sillitoe, 2010).

Tabla 1. Dominios de alteración.

Dominios de alteración	
Código	Alteraciones
1	Argílica
2	Sericita
3	Clorita
4	Propíltica
5	Sódica-Calcica
6	Potásica

A partir de los dominios de alteración, se definen las relaciones de contacto entre las diferentes alteraciones, según el modelo conceptual de la Figura 9.

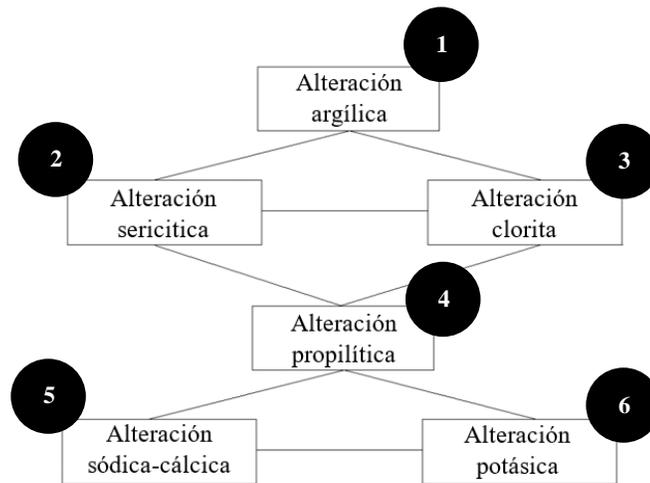


Figura 9. Modelo conceptual de las relaciones de contacto entre alteraciones.

De acuerdo con la figura 9, podemos observar que la alteración argílica se encuentra en contacto con la alteración sericitica y clorita, estas dos a su vez se encuentran en contacto con la alteración propilítica y finalmente, ésta presenta un contacto regular entre la alteración sódica-cálcica y potásica. Esta configuración exhibe dos contactos prohibidos, uno entre las alteraciones argílica y propilítica, y otro entre las alteraciones sericitica – clorita con sódica-cálcica y potásica.

A partir de este mapa conceptual, se propone una serie de parámetros óptimos condicionando los resultados de la simulación plurigaussiana. De esta manera, se busca controlar la realidad de la simulación para obtener un modelo perfecto en condiciones ideales.

## 4.2. Configuración de la simulación plurigaussiana

Para aplicar la simulación plurigaussiana se consideraron tres funciones aleatorias Gaussianas estacionarias independientes, dos con modelos cúbicos y una con modelo esférico, para una mayor flexibilidad de poder generar una variedad más amplia de contacto entre dominios simulados, ver Tabla 2. Posteriormente, estas métricas se adoptan para definir la bandera y umbrales de truncamiento.

Tabla 2. Parámetros del variograma de las funciones aleatorias Gaussianas utilizados en la simulación plurigaussiana.

Función aleatoria Gaussiano	Variogramas teóricos	Alcance	Meseta
$Y_1$	Modelo cubico isotrópico	300	1
$Y_2$	Modelo esférico isotrópico	300	1
$Y_3$	Modelo cubico anisotrópico	600x200	1

El modelo de variograma cubico es suave en el origen y se encuentra asociado con un límite regular, (Emery 2007).

#### 4.2.1. Definición de bandera y umbrales de truncamiento

Para definir la bandera de truncamiento, es necesario tener consideraciones especiales, debido a que se cuenta con 6 alteraciones geológicas, por lo que hay que asignar un orden apropiado. Debido a esto, se consideró el modelo conceptual Figura 9, a partir de las relaciones de contacto descritas por Sillitoe (2010). La Figura 10 muestra la regla de truncamiento tridimensional obtenida proporcionando las relaciones de contacto entre las alteraciones.

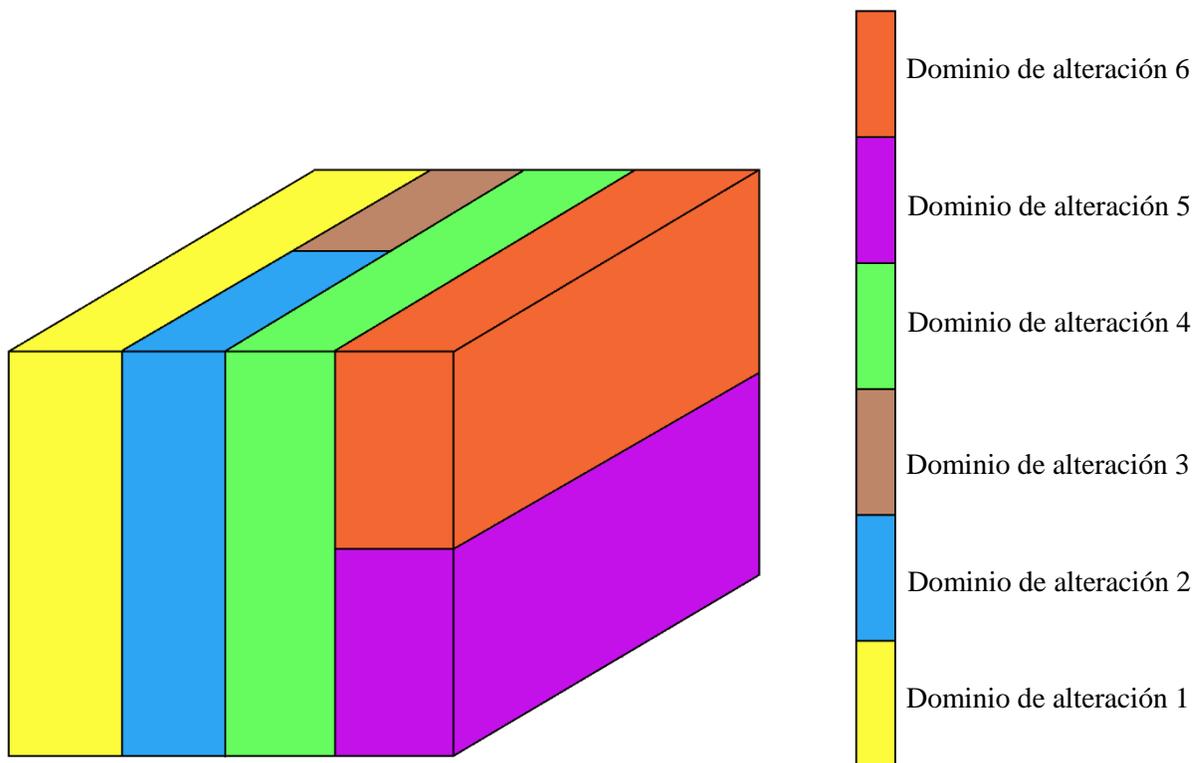


Figura 10. Regla de truncamiento tridimensional plurigaussiano que proporciona las relaciones de contacto entre 6 alteraciones geológicas que se encuentran en contacto entre sí. Cada eje de esta bandera corresponde a una función aleatoria Gaussiana subyacente.

## 4.2.2. Confección de grillas

Se requiere la confección de una grilla de estudio, para estandarizar y crear imágenes de entrenamiento grandes y pequeñas, que posteriormente se utilizarán para las simulaciones plurigaussianas y multipuntos. Para esto se confeccionaron dos grillas con nodos de 200 x 200 y bloques de 10 x 10 x 10m, como vemos en la Tabla 3, y también se confeccionó otra grilla con tamaño mayor con nodos de 1000 x 1000 e igual tamaño de bloques (Tabla 4).

Tabla 3. Grilla de 200 x 200 nodos.

Coordenadas	Número de nodos	Coordenadas del 1° nodo	Tamaño de bloques (m)
X	200	0	10
Y	200	0	10
Z	0	0	10

Tabla 4. Grilla de 1000 x 1000 nodos.

Coordenadas	Número de nodos	Coordenadas del 1° nodo	Tamaño de bloques (m)
X	1000	0	10
Y	1000	0	10
Z	0	0	10

## 4.2.3. Parámetros de la simulación plurigaussiana

Los parámetros utilizados en las simulaciones plurigaussianas realizadas en ambas grillas previamente definidas resultaron en 200 realizaciones no condicionales. Estas se generaron según los siguientes parámetros:

- Proporciones globales definidas: Si
- Número de líneas para la simulación de bandas rotantes: 5000
- Subdivisión en octantes: No

Las tres funciones aleatorias Gaussianas se simulan mediante un algoritmo espectral con 5000 líneas, que reproduce con precisión las distribuciones y los variogramas deseados (Emery et al., 2016), una mayor cantidad de líneas para la simulación permite obtener una visión más completa de la variabilidad espacial de la variable indicador a simular. Por lo tanto, las realizaciones plurigaussianas se asumen libres de errores y constituyen un punto de referencia para comparar los algoritmos de simulación multipuntos (SNESIM), particularmente en referencia a la precisión y fluctuaciones de las estadísticas simuladas.

### 4.3. Aplicación de simulación plurigaussiana

A partir de las funciones aleatorias Gaussianas y la regla de truncamiento antes definida, se realizó la simulación plurigaussiana utilizando proporciones definidas para cada alteración y respetando los parámetros descritos. Las simulaciones fueron ejecutadas en la librería XLIB programada en lenguaje MATLAB (Emery, 2013). Con ello se obtuvieron un total de 200 imágenes de entrenamiento que posteriormente se utilizaron para las simulaciones multipuntos.

A partir de los resultados obtenidos, se pudo identificar los rangos de frecuencia Tabla 5, siendo la alteración argílica y potásica las más predominantes a partir de las dos grillas de interés.

Tabla 5. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200 nodos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	806021	20.15
2	Sericita	590878	14.77
3	Clorita	608844	15.22
4	Propilítica	598358	14.96
5	Sodica-Calcica	599120	14.98
6	Potásica	796779	19.92

Tabla 6. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000 nodos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	19813004	19.81
2	Sericita	14920989	14.92
3	Clorita	15108501	15.11
4	Propilítica	15076332	15.08
5	Sodica-Calcica	15019918	15.01
6	Potásica	20070256	20.07

Durante el procesamiento de los resultados para las 200 simulaciones plurigaussianas, se realizó un One Hot Encoding, de tal manera de identificar como 1 los valores de indicador, para poder generar los variogramas directos y cruzados sobre las 100 realizaciones para ambas grillas de interés.

Posteriormente se procede a obtener los gráficos de proporciones, variogramas directos y cruzados, mapas de alteración y las probabilidades de contacto, constituyendo un punto de referencia para las simulaciones multipuntos.

### 4.3.1. Gráficos de proporciones

Se lleva a cabo el procesamiento de los datos derivados de las 200 simulaciones plurigaussianas, lo que permite la obtención de las proporciones correspondientes a las alteraciones acumuladas sobre 100 realizaciones (Figura 11 y 12). Estos gráficos de proporción permiten observar la distribución acumulada de las categorías simuladas, pudiendo facilitar la interpretación y comprensión de la distribución de los datos a partir de las múltiples realizaciones obtenidas. Asimismo, permiten comparar los resultados obtenidos de las simulaciones multipuntos siendo estos gráficos un punto de referencia para evaluar los resultados bajo el algoritmo SNESIM. Por motivos de eficiencia en el uso de memoria se procesan los resultados de las múltiples realizaciones obtenidas de las simulaciones multipunto sobre la grilla de 200 x 200 nodos. Por este motivo, las imágenes utilizadas para evaluar ambos métodos serán analizadas sobre los resultados de la grilla antes mencionada.

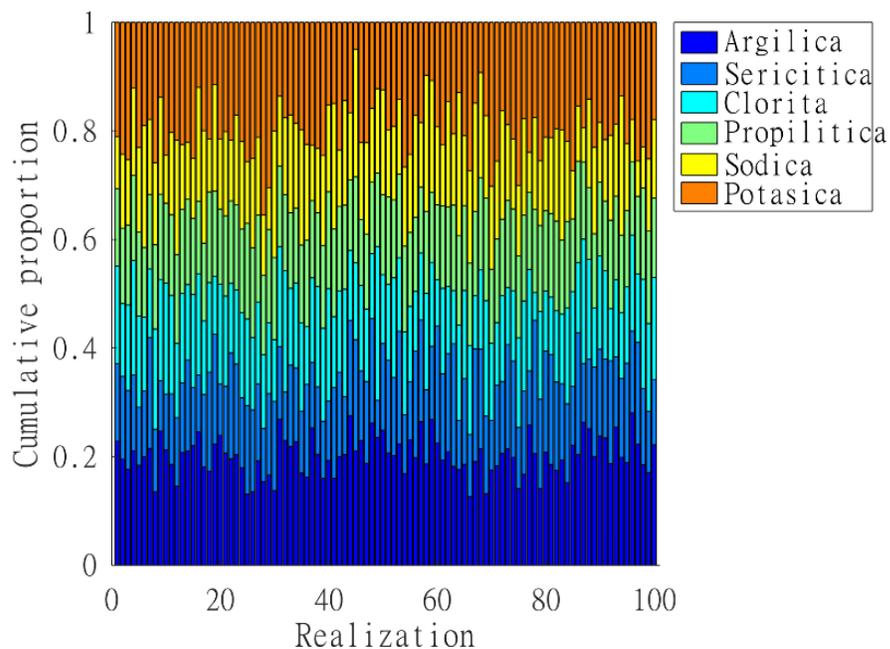


Figura 11. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200 nodos.

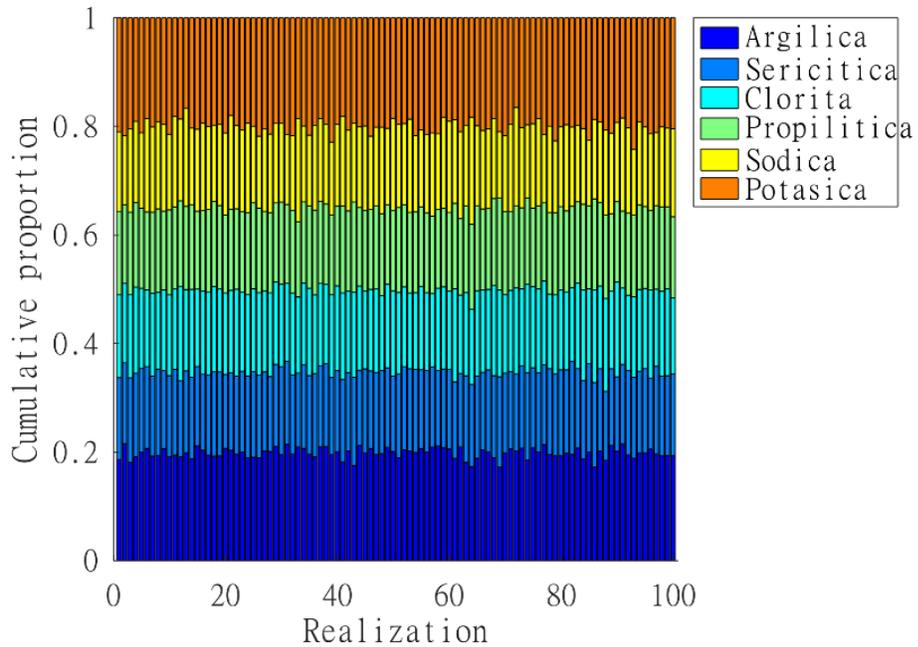


Figura 12. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000 nodos.

### 4.3.2. Variogramas directos y cruzados

#### Variogramas directos

Para validar los resultados, es necesario comprobar que cada una de las realizaciones respeten la correlación espacial de las funciones aleatorias. Para esto es necesario obtener los variogramas directos y cruzados de cada realización.

De esta manera, a partir de los variogramas obtenidos sobre ambas grillas de interés, es posible observar la continuidad espacial a través de las realizaciones obtenidas. Las Figuras 13 y 14 constituyen un punto de referencia para comparar los variogramas directos (en este caso, de la alteración argílica), que se obtendrán de la simulación multipunto (SNESIM). El objetivo es reproducir el valor general, la forma y la dispersión (fluctuaciones) de los variogramas de indicadores, en particular, la pendiente en el origen (Lantuejoul 2002; Emery y Lantuejoul 2011; Dubrule 2017; Maleki et al., 2017).

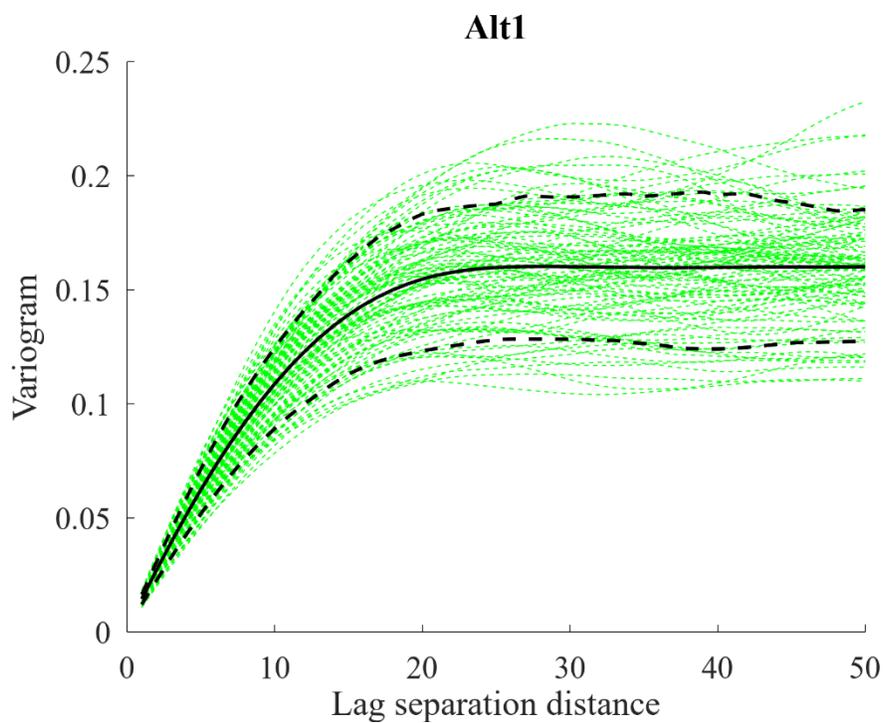


Figura 13. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 200 x 200.

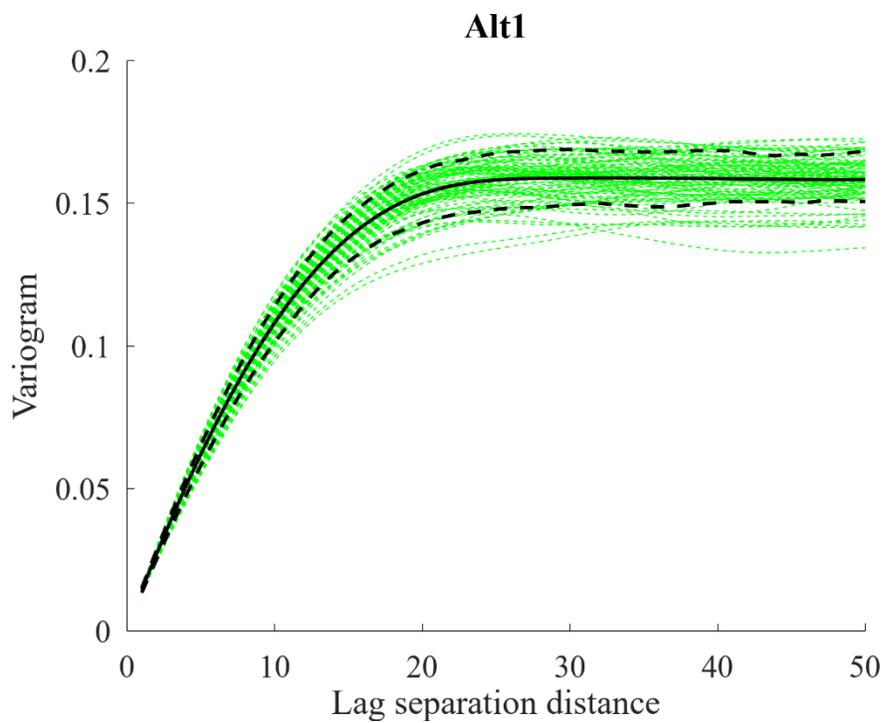


Figura 14. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 1000 x 1000.

De las imágenes anteriores podemos ver los variogramas directos de indicador correspondiente a la alteración argílica sobre ambas grillas de interés (200 x 200 nodos y 1000 x 1000 nodos), donde además en línea negra punteada podemos ver los cuantiles correspondiente al 25% y 75%, calculados sobre las 100 realizaciones. Y la línea negra continua corresponde al variograma directo teórico derivado del modelo plurigaussiano.

## Variogramas cruzados

Los variogramas cruzados de indicador permiten comparar la correlación entre dos alteraciones, proporcionando información a partir de la forma en el origen, sobre la cantidad de contacto existente entre dos dominios de alteración (Figura 15 y 16). Por ejemplo, a partir de la regla de truncamiento, las alteraciones argílica y propilítica para todas las realizaciones, no deben tener un contacto entre sí, por ende, los variogramas cruzados deben presentar una pendiente de cero en el origen, hasta una distancia de lag mayor a 0 m, de tal manera que se cumpla la regla de contacto prohibido para ambas alteraciones.

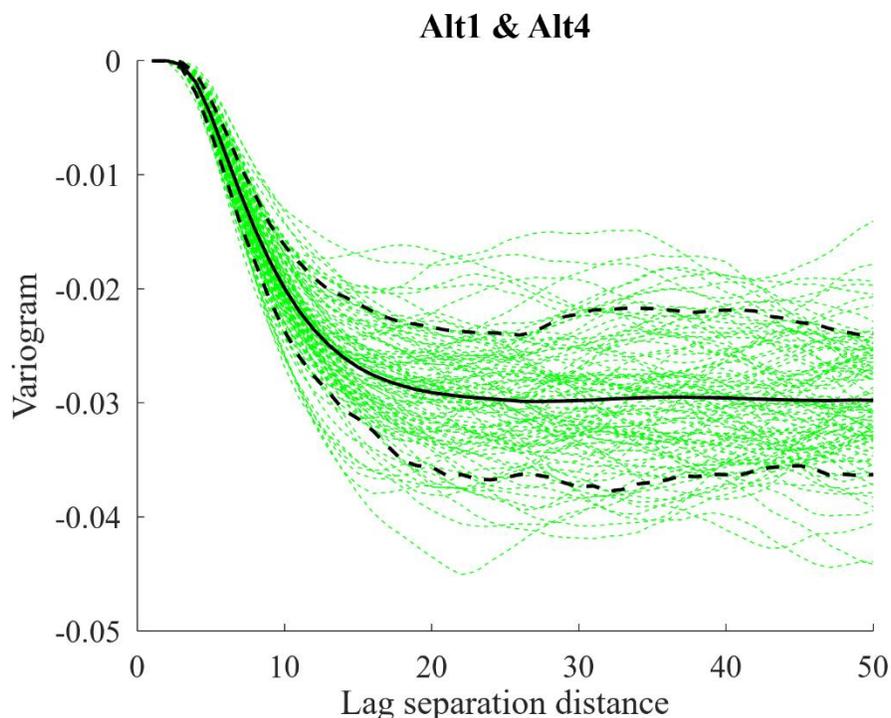


Figura 15. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 200 x 200.

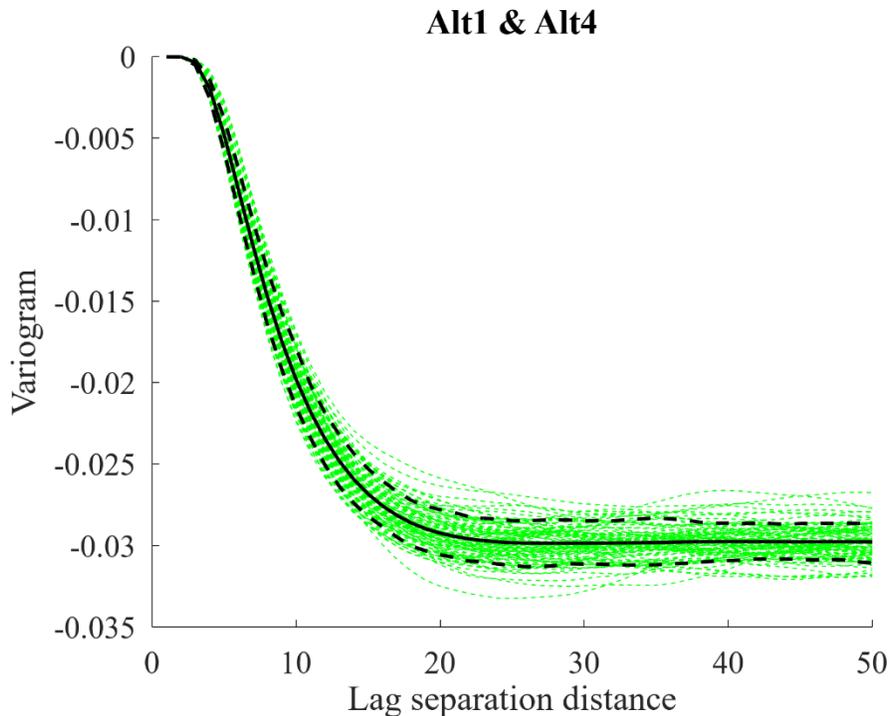


Figura 16. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de la simulación plurigaussiana sobre la grilla de 1000 x 1000.

De las imágenes anteriores podemos ver los variogramas cruzados de indicador correspondiente a la alteración argílica y propilítica sobre ambas grillas de interés (200 x 200 y 1000 x 1000), donde además en línea negra punteada podemos ver los cuantiles correspondiente a 25% y 75%, calculados sobre las 100 realizaciones. Y la línea negra continua corresponde al variograma cruzado teórico derivado del modelo plurigaussiano.

### 4.3.3. Mapas de alteración

Así mismo, se obtuvieron 200 mapas de alteración a partir de cada grilla de interés (Figs. 17 y 18). Estos mapas fueron posteriormente utilizados como imágenes de entrenamiento o TI, con el propósito de llevar a cabo la simulación multipuntos mediante el algoritmo SNESIM. A partir de estos, se identificaron dos factores críticos para evaluar la calidad de los mapas de alteraciones:

- Regularidad de los límites de las alteraciones.
- Relaciones de contacto entre las alteraciones (en particular, el contacto prohibido entre las alteraciones).

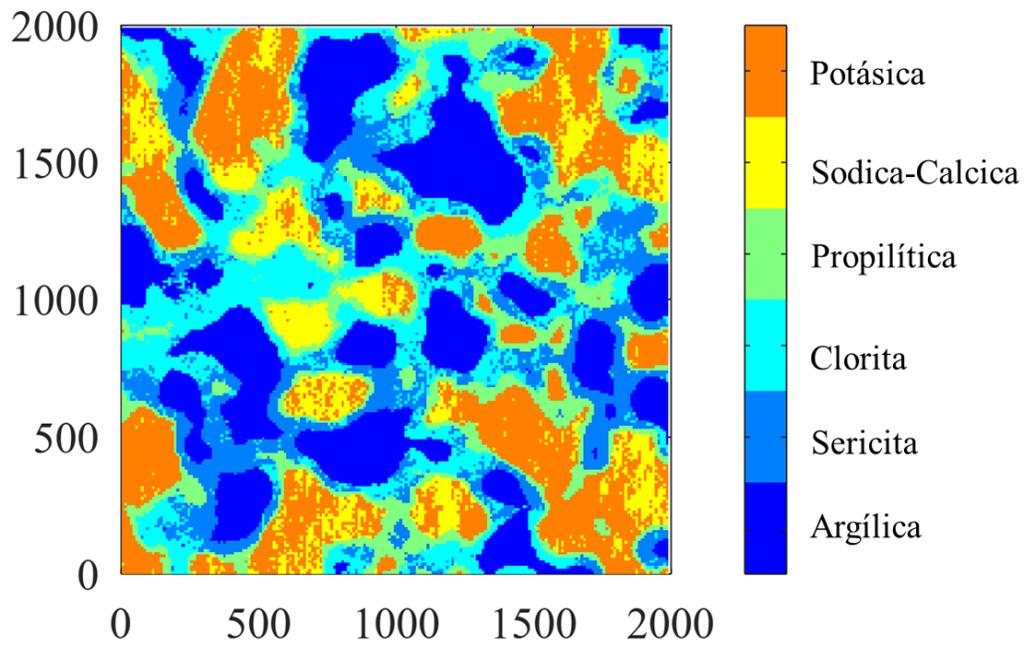


Figura 17. Imagen de entrenamiento (TI) sobre la grilla de 200 x 200 (realización no.1).

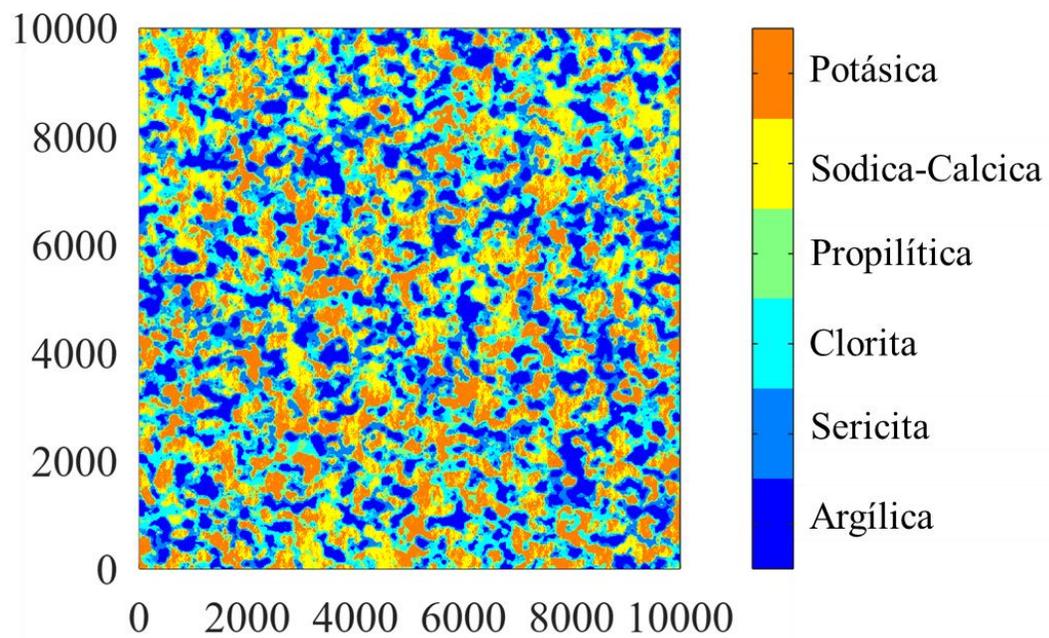


Figura 18. Imagen de entrenamiento (TI) sobre la grilla de 1000 x 1000 (realización no.1).

## 4.4. Configuración de la simulación multipuntos

Para ejecutar el algoritmo SNESIM, es necesario definir una imagen de entrenamiento (TI). En este caso se utilizaron 100 TI grandes y 100 TI pequeñas correspondientes a las grillas de 200 x 200 y 1000 x 1000 respectivamente, obtenidas a partir de las simulaciones plurigaussianas. Además, se incluyeron 1 TI grande y 1 TI pequeña, tanto para 10 y 60 nodos de vecindad de búsqueda. Este enfoque nos permite capturar la variabilidad de la distribución de los datos en función del tamaño, cantidad de la TI y la vecindad de búsqueda.

De esta manera, se utilizaron proporciones globales y se estableció un radio de búsqueda de elipsoide de tamaño 150 x 150 x 100 nodos, esto con el fin de sensibilizar los resultados al tamaño de la TI y la cantidad de nodos.

Este enfoque no sólo enfatiza la importancia de una cuidadosa selección de parámetros, sino que también resalta la importancia de las estadísticas geoespaciales obtenidas para mejorar la confiabilidad de los resultados.

## 4.5. Parámetros de simulación multipunto

Los parámetros utilizados en las simulaciones bajo el algoritmo SNESIM en ambas grillas de interés definidas previamente, además, de las imágenes de entrenamiento antes mencionadas, resultaron en 800 realizaciones no condicionales. Estas se generaron según los siguientes parámetros:

- Proporciones globales definidas: Si
- Radio de búsqueda: 150 x 150 x 100 nodos
- Número de nodos para la vecindad de búsqueda: 10 – 60 nodos o puntos

La variabilidad en el número de nodos, la cantidad de imágenes de entrenamiento y la diferencia en el tamaño de las TI, permite realizar un estudio de sensibilidad de los resultados. La cantidad y tamaño de imágenes de entrenamiento influyen en la diversidad de patrones que el algoritmo es capaz de capturar y replicar a partir de las simulaciones, siendo esta última un parámetro crucial para garantizar la robustez de los resultados.

## 4.6. Aplicación simulación multipuntos

A partir de los parámetros antes descritos, se realizó la simulación bajo el algoritmo SNESIM utilizando proporciones definidas para cada alteración y respetando los parámetros descritos. Las simulaciones fueron ejecutadas en el software SGeMS. Con ello se obtuvieron un total de 800 realizaciones.

A partir de los resultados obtenidos, se pudo identificar los rangos de frecuencia para cada parámetro ingresado (Tablas 7 y 8), siendo las alteraciones sericita, clorita y propilítica las más predominantes para la grilla de 200x 200. Por otro lado, para las realizaciones bajo el algoritmo SNESIM sobre la grilla de 1000 x 1000 las alteraciones predominantes corresponden a la argílica y potásica.

Tabla 7. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre 100TI y grilla de 200 x 200, con 10 puntos.

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	597372	14.934
2	Sericita	709784	17.745
3	Clorita	724709	18.118
4	Propilítica	785434	19.636
5	Sodica-Calcica	502441	12.561
6	Potásica	680260	17.007

Tabla 8. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre 100TI y grilla de 1000 x 1000 nodos con 60 puntos.

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	742924	18.573
2	Sericita	592089	14.802
3	Clorita	607187	15.180
4	Propilítica	632803	15.820
5	Sodica-Calcica	610297	15.257
6	Potásica	814700	20.368

#### 4.6.1. Gráficos de proporción

A continuación, se procesan los datos correspondientes a las 800 simulaciones bajo el algoritmo SNESIM a través de la técnica de One Hot Encoding, pudiendo obtener una representación numérica de las variables categóricas convertidas en un vector binario, a partir de esto se obtienen las proporciones de las alteraciones acumuladas sobre cada parámetro simulado, como es posible observar en las Figuras 19 y 20.

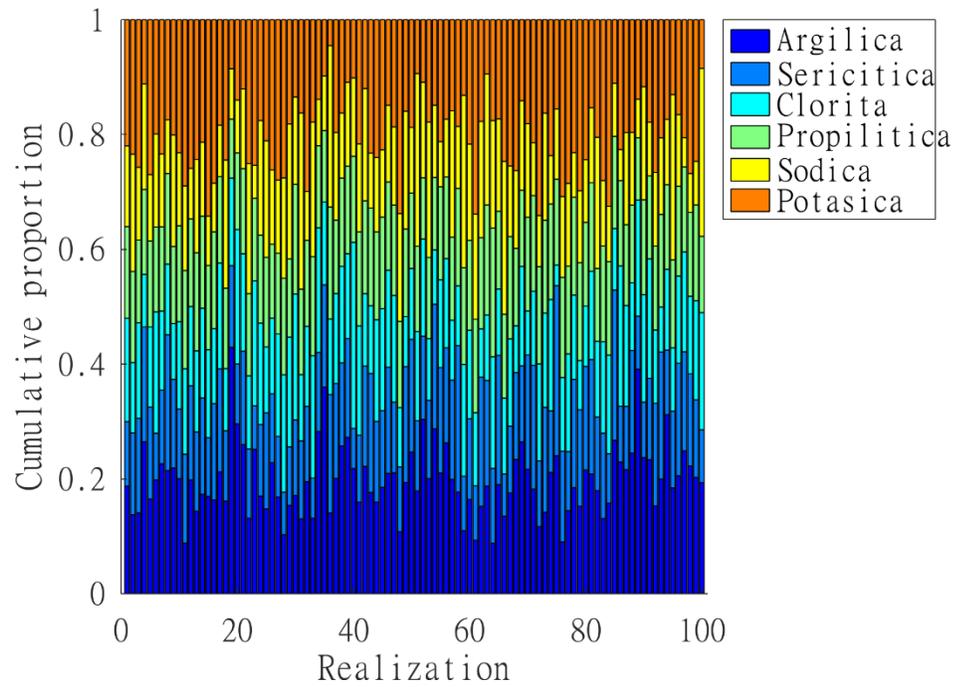


Figura 19. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas con SNESIM, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 200 x 200.

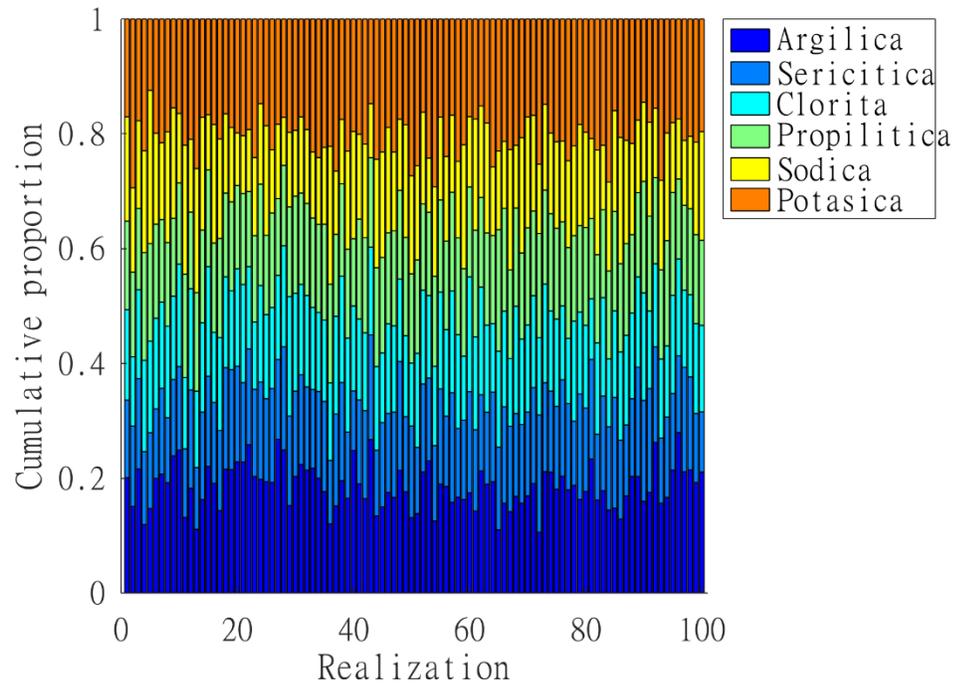


Figura 20. Gráfico de proporciones de las alteraciones simuladas con SNESIM, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 1000 x 1000.

## 4.6.2. Variogramas directos y cruzados

### Variogramas directos

En las Figuras 21 a la 24 podemos ver los variogramas directos y cruzados de indicador correspondiente a la alteración argílica sobre la grilla de interés de 200 x 200, donde en línea negra punteada podemos ver los cuantiles correspondiente al 25% y 75%, calculados sobre las 100 realizaciones. Y la línea negra continua corresponde al variograma directo teórico derivado del modelo SNESIM.

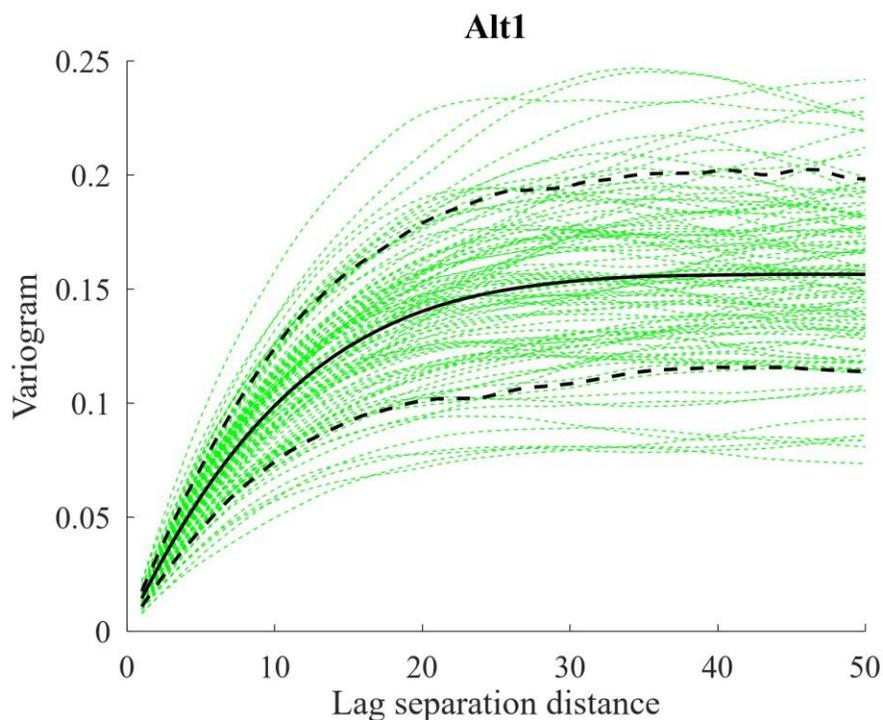


Figura 21. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 200 x 200.

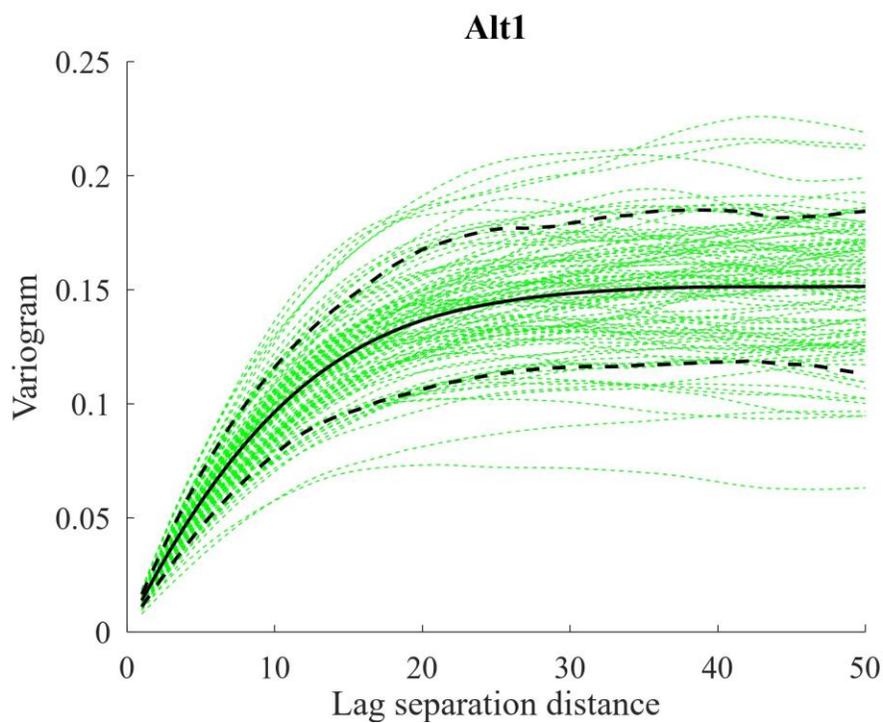


Figura 22. Variograma directo de indicador de la alteración 1, obtenidos de 100TI y una vecindad de 60 nodos sobre la grilla de 1000 x 1000.

### Variogramas cruzados

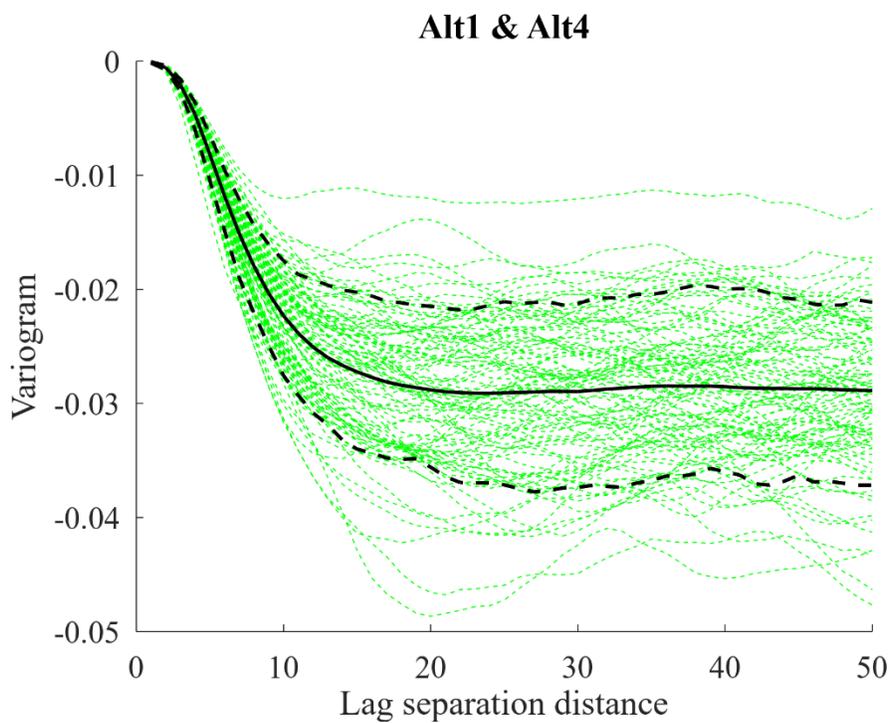


Figura 23. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de 100TI pequeñas (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 60 nodos.

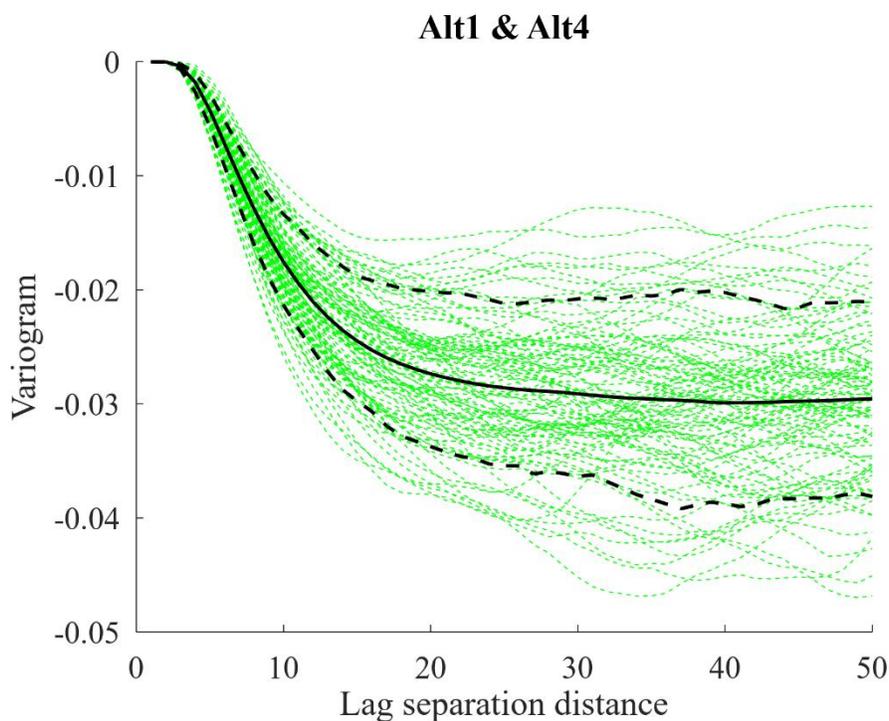


Figura 24. Variograma cruzado de indicador de la alteración 1 & 4, obtenidos de 100TI grandes (de 1000 x 1000 nodos) y una vecindad de 60 nodos.

### 4.6.3. Mapas de alteración

Como se mencionó anteriormente, fueron considerados dos factores críticos para evaluar la calidad de los mapas de alteración obtenidos de las múltiples realizaciones. El primero es la regularidad de los límites de las alteraciones y el segundo son las relaciones de contacto entre las alteraciones (en particular, el contacto prohibido entre las alteraciones argílica – propilítica y sericita/clorita – sódica-cálcica/potásica). Al igual los gráficos de proporción y variogramas, estas imágenes fueron confeccionadas a partir de la grilla de 200 x 200.

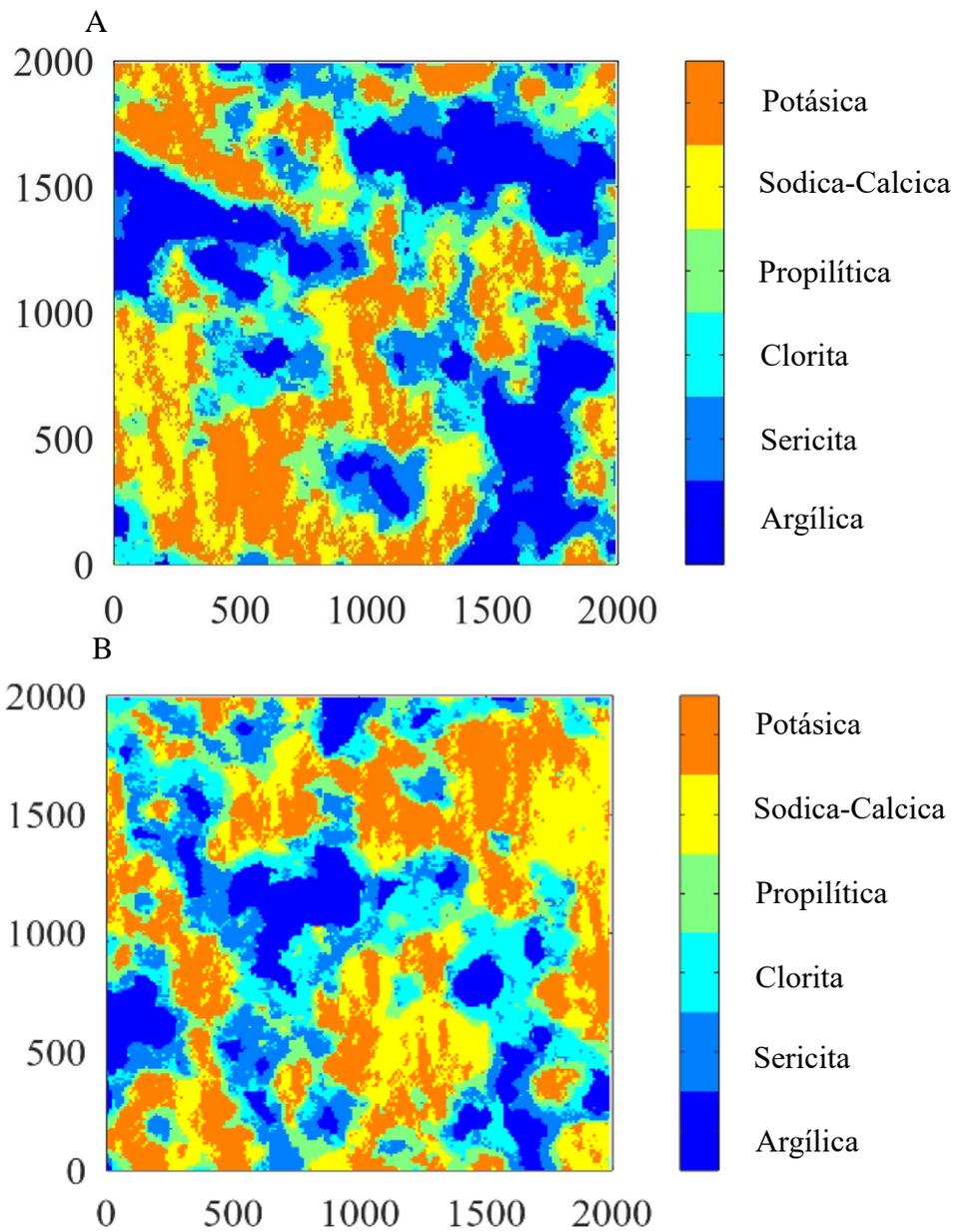


Figura 25. Realizaciones no condicionales obtenidas de la simulación SNESIM. A) 1TI pequeña (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 60 nodos. B) 100TI (de 200 x 200 nodos) y una vecindad de 10 nodos.

## 5. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se procede a comparar, analizar y discutir los resultados obtenidos en el capítulo anterior. Para esto se pueden utilizar diferentes herramientas estadísticas y gráficas para comprender mejor las propiedades de las alteraciones simuladas. Así mismo, a partir de los resultados obtenidos se considera el modelo plurigaussiano como caso de referencia y se intenta determinar si el algoritmo SNESIM es capaz de reproducir correctamente las principales características impuestas a las realizaciones plurigaussianas. Finalmente, el objetivo del presente estudio es tener una idea clara de la eficiencia de estos algoritmos con el propósito de reducir la incertidumbre de los resultados obtenidos.

### 5.1. Estado del arte

Se estudiaron dos algoritmos utilizados en el mercado, pudiendo identificar la simulación plurigaussiana como marco de referencia, ya que tiene un sustento teórico sólido, pudiendo adaptarse a una gama más amplia de entornos geológicos y permite incorporar relaciones de contacto mucho más complejas. Debido a esto, se utiliza para comparar los resultados de las simulaciones multipuntos.

### 5.2. Confección caso base

Para la confección de las simulaciones plurigaussianas, se consideró una diversidad de variogramas para poder generar realizaciones con fronteras suaves para el modelo esférico y fronteras irregulares a partir del modelo cúbico. Posteriormente, estos variogramas se utilizan para definir las 6 alteraciones de acuerdo con la regla de truncamiento.

Posterior a ello, se confeccionó una grilla de 200 x 200 nodos y bloques de 10 x 10 x 10m, y otra grilla más grande con 1000 x 1000 nodos y el mismo tamaño de bloques. Esto con el objetivo de crear imágenes de entrenamiento grandes y pequeñas, las cuales fueron utilizadas como imágenes de entrenamiento para las simulaciones multipuntos a partir del algoritmo SNESIM.

A partir de los variogramas y regla de truncamiento definida, se confeccionan las simulaciones plurigaussianas en el software XLIB, utilizando proporciones globales definidas para cada alteración.

De esta manera se obtuvieron 100 realizaciones a partir de cada grilla, sin usar datos condicionantes. Por lo tanto, las simulaciones plurigaussianas se asumen libres de errores y constituyen un punto de referencia para comparar el algoritmo multipuntos (SNESIM).

Finalmente, se procede a identificar las frecuencias de proporciones pudiendo identificar que la alteración argílica y potásica, son las más predominantes para ambas grillas, como se observa en las tablas del Anexo A.1.

### 5.3. Comparando simulación plurigaussiana y multipuntos

Para aplicar el algoritmo SNESIM fue necesario definir una imagen de entrenamiento (TI) para poder generar patrones óptimos y condicionar las simulaciones, asegurando que los resultados se reproduzcan lo más parecido posible a los datos de entrada. Para esto se utilizaron 100TI pequeñas y 100TI grandes correspondientes a las grillas de 200 x 200 y 1000 x 1000 nodos obtenidas de las simulaciones plurigaussianas. Además, se incluyó una TI grande y una TI pequeña, tanto para 10 y 60 nodos de vecindad de búsqueda al aplicar el algoritmo SNESIM, esto con el fin de sensibilizar los resultados al tamaño de la TI y a la cantidad de nodos, este último influye directamente en la resolución espacial de las realizaciones simuladas. Con esto, se obtuvieron un total de 800 realizaciones no condicionales.

Luego de esto, al igual que en las simulaciones plurigaussianas, se obtuvieron las estadísticas de frecuencia de las alteraciones simuladas bajo el algoritmo SNESIM (Anexo A.2) siendo considerado como representativo un porcentaje mayor al 17.5%. En las Tablas 9, 10 y 11, se puede observar que en imágenes pequeñas de 200 x 200 nodos con vecindad de búsqueda de 10 y 60 nodos no logra replicar con precisión las estadísticas de frecuencia, sobrestimando las alteraciones sericita, clorita y propilítica, subestimando las alteraciones argílica y potásica. Sin embargo, la Tabla 12, se puede observar para 100TI y una vecindad de 60 nodos, logra replicar con precisión las estadísticas obtenidas en las simulaciones plurigaussianas.

Tabla 9. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	358292	8.957
2	Sericita	671733	16.793
3	Clorita	615964	15.399
4	Propilítica	867964	21.699
5	Sodica-Calcica	581062	14.527
6	Potásica	904985	22.625

Tabla 10. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	597372	14.934
2	Sericita	709784	17.745
3	Clorita	724709	18.118
4	Propilítica	785434	19.636
5	Sodica-Calcica	502441	12.561
6	Potásica	680260	17.007

Tabla 11. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	586305	14.658
2	Sericita	583198	14.580
3	Clorita	524768	13.119
4	Propilítica	655909	16.398
5	Sodica-Calcica	626125	15.653
6	Potásica	1023695	25.592

Tabla 12. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	790961	19.774
2	Sericita	598349	14.959
3	Clorita	601790	15.045
4	Propilítica	611329	15.283
5	Sodica-Calcica	593231	14.831
6	Potásica	804340	20.109

Por otro lado, para las realizaciones obtenidas con las imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos se logra apreciar que, en la vecindad de búsqueda de 10 nodos, no logra replicar las estadísticas obtenidas en las simulaciones plurigaussianas, siendo sobreestimadas las alteraciones sericita, clorita, propilítica y potásica (Tablas 13 y 14). Sin embargo, para una vecindad de 60 nodos tanto para 1TI o 100TI sí logra replicar las estadísticas obtenidas en la simulación de referencia (Anexo A.2 – Tablas 25 y 26). Esto se debe principalmente porque, al aumentar la vecindad de búsqueda, el algoritmo logra reproducir variados patrones contenidos en la imagen de entrenamiento, con una alta repetibilidad, lo que me permite tener estadísticas globales cercanas a las de modelo de referencia.

Tabla 13. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	526759	13.169
2	Sericita	719603	17.990
3	Clorita	724746	18.119
4	Propilítica	821950	20.549
5	Sodica-Calcica	489198	12.230
6	Potásica	717744	17.944

Tabla 14. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	565626	14.141
2	Sericita	724494	18.112
3	Clorita	728062	18.202
4	Propilítica	805436	20.136
5	Sodica-Calcica	506721	12.668
6	Potásica	669661	16.742

### 5.3.1. Gráficos de proporción

A partir de la configuración plurigaussiana, podemos observar que las proporciones de los datos simulados sobre la grilla de 1000 x 1000 nodos, fluctúan en un rango menor en comparación con las simulaciones sobre la grilla de 200 x 200 nodos. Esto es coherente a partir de la cantidad de valores simulados, donde la imagen es mucho mayor generando mayor ergodicidad en los resultados (Figura 11 y 12).

Por otro lado, de los gráficos de proporción de las múltiples realizaciones generadas mediante el algoritmo SNESIM con una imagen de entrenamiento de 200 x 200 nodos (Anexo B – Figuras 26), es posible apreciar que para 1TI pequeña y para una vecindad de 10 puntos o nodos, las proporciones fluctúan en un rango menor en comparación a las otras imágenes, lo que significa que se está subestimando la incertidumbre en las proporciones de las alteraciones. Lo contrario pasa con el gráfico de proporción de 100TI y 60 puntos, el cual presenta una mayor fluctuación en comparación a la simulación plurigaussiana de referencia, lo que indica que está sobreestimando la incertidumbre en las proporciones de las alteraciones. Los otros gráficos de proporción (1TI-60 puntos y 100TI-10 puntos) fluctúan en un rango muy parecido a la simulación plurigaussiana de referencia sobre la grilla de 200 x 200.

Para los gráficos obtenidos del algoritmo SENSIM con imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos, con una vecindad de búsqueda de 1TI y 10 puntos no se logra replicar la fluctuación en comparación con el gráfico de referencia subestimando la incertidumbre en las proporciones de las alteraciones, y lo mismo ocurre con el gráfico de 1TI y 60 puntos. El gráfico que fluctúa en un

rango muy cercano al real es de 100TI y 60 puntos (Figura 27.D - Anexo B), y le sigue de cerca el gráfico de 100TI y 60 puntos.

### 5.3.2. Variogramas directos de indicador

Los variogramas directos de indicador proporcionan información sobre la regularidad de los límites (pendiente del variograma en el origen), la proporción (meseta del variograma) y la estructura de correlación espacial (la forma del variograma y el alcance de correlación) de las alteraciones. También permiten medir las fluctuaciones de estas características en las realizaciones (Anexo C).

A partir de los variogramas obtenidos para las simulaciones construidas con imágenes de entrenamiento de 200 x 200 nodos, se puede observar a la alteración argílica (Figura 28 y 29-Anexo C). Los variogramas obtenidos con una vecindad móvil de 10 puntos y 1TI, no logra reproducir el valor general, la forma y la dispersión (correspondiente a las fluctuaciones) de los variogramas indicadores de referencia. En particular, la pendiente del variograma en el origen resulta ser menor que la proporcionada por PLURISIM, lo que implica que los límites de las alteraciones obtenidos por SNESIM son ligeramente más suaves y regulares que los obtenidos con PLURISIM. En particular, un aumento más pronunciado de estos variogramas cerca del origen refleja límites de alteraciones más irregulares (Maleki et al., 2017).

Por otro lado, los demás variogramas con una vecindad móvil de 60 puntos y una mayor cantidad de imágenes de entrenamiento, producen variogramas de indicadores que están más cerca de los obtenidos por PLURISIM, en particular con una pendiente comparable en el origen (por lo tanto, una regularidad comparable de los límites de las alteraciones). Lo anterior es debido a que, al tener una mayor cantidad de imágenes de entrenamiento, debo generar variogramas diversos al recorrer todas las imágenes, lo contrario pasa con una imagen de entrenamiento, se tiene mayor diversidad de patrones que permiten una mejor reproducción del comportamiento a pequeña escala del modelo plurigaussiano de referencia. Sin embargo, se observa que las fluctuaciones de los variogramas están exageradas con respecto al modelo de referencia.

Algo parecido ocurre con las simulaciones construidas con imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos, donde los variogramas directos para una vecindad de 60 puntos y 100TI se ajustan bastante bien al modelo plurigaussiano, donde en promedio se tiene una meseta de 0.15, al igual que el modelo de referencia. No así las otras imágenes que están por debajo de la meseta de referencia. Además, para este caso, las fluctuaciones de los variogramas de indicadores se ajustan más a las fluctuaciones del modelo de referencia.

### 5.3.3. Variogramas cruzados de indicador

Estos variogramas permiten obtener información si ambas alteraciones se encuentran en contacto (pendiente del variograma negativo en el origen) o no (variograma cruzado igual a cero hasta la distancia mínima de separación entre alteraciones), y sobre la estructura de correlación conjunta de estas alteraciones (como la forma del variograma y rango de correlación). En las Figuras 31 y 32-Anexo D, podemos observar los variogramas correspondientes a las alteraciones argílica y propilítica. Para SNESIM con una vecindad de 10 puntos tanto para 1TI y 100TI, el variograma cruzado tiene una pendiente negativa en el origen. Esto indica que las realizaciones permiten que las dos alteraciones estén en contacto, lo que no debería estar ocurriendo. En general para una vecindad de 10 puntos la forma del variograma, el rango de correlación y la pendiente no son comparables con la imagen de referencia.

Por el contrario, para SNESIM con una vecindad de 60 puntos y Ti de 200 x 200 nodos, el variograma cruzado es igual a cero cerca del origen, hasta una distancia de aproximadamente de 3 bloques, esta distancia indica la separación mínima entre las alteraciones argílica y propilítica. En promedio sobre las 100 realizaciones, el variograma cruzado de indicador coincide con el variograma cruzado teórico verdadero derivado del modelo plurigaussiano.

Por otro lado, para una o varias TI de 1000 x 1000 nodos, los variogramas cruzados de indicador correspondiente a una vecindad de búsqueda de 60 puntos son los que mejor se ajustan a la simulación plurigaussiana de referencia, donde en distancias menores a 5 bloques es horizontal en el origen lo que indica que no hay contacto, así mismo la forma y dispersión es coherente con el modelo de referencia y la meseta tiende a -0.03, cumpliendo con el modelo plurigaussiano.

### 5.3.4. Mapas de alteración

Los mapas de alteración permiten una evaluación cualitativa de la regularidad de los límites y las relaciones de contacto entre las alteraciones (Anexo E). Se consideraron dos factores críticos para evaluar estos mapas. El primero es la regularidad de los límites de las alteraciones y el segundo son las relaciones de contacto entre las alteraciones (en particular, el contacto prohibido entre la alteración argílica y propilítica como se explicó anteriormente en los variogramas cruzados de indicador).

Los mapas obtenidos de las simulaciones plurigaussianas reproducen las relaciones de contacto definidas por la regla de truncamiento antes vista, y producen límites suaves y regulares entre las alteraciones a partir de los variogramas cúbicos seleccionados con anterioridad, mientras que el modelo esférico reproduce fronteras rugosas e irregulares. Para SNESIM con una vecindad móvil de 10 puntos no se logra reproducir tanto los límites regulares como las relaciones de contacto y proporcionan mapas irregulares que tienen poca semejanza con los mapas obtenidos de las simulaciones plurigaussianas.

Por el contrario, los mapas de alteración obtenidos con una vecindad móvil de 60 puntos y una mayor cantidad de imágenes de entrenamiento reproducen correctamente los límites regulares y las relaciones de contacto entre las alteraciones (Figura 34 - Anexo E).

### 5.3.5. Probabilidades de contacto

Otra métrica a evaluar es la probabilidad de contacto entre dos alteraciones diferentes. En la Tabla 15, estas probabilidades se han calculado considerando las alteraciones simuladas en dos nodos de cuadrícula adyacentes sobre las 100 realizaciones. Dado que las alteraciones 1 y 4 tienen contactos prohibidos, la probabilidad de contacto debe ser cero en la entrada correspondiente de la tabla, que es el caso real de PLURISIM, lo mismo para los pares de alteraciones 2-3 y 5-6. El algoritmo SNESIM con una vecindad móvil de 10 puntos e imágenes de entrenamiento de 200 x 200 nodos no logra recrear la probabilidad del modelo de referencia. En general, el algoritmo con 60 puntos y 100TI de vecindad de búsqueda es el que arroja probabilidades de contacto más cercanas a las de PLURISIM. Por el contrario, cuando se utilizan solo 10 puntos en la vecindad de búsqueda y 1TI o 100TI, las realizaciones de SNESIM no logran reproducir las relaciones de contacto entre alteraciones (en particular, la ausencia de contacto entre las alteraciones argílica y propilítica). La situación mejora con el uso de imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos (Tabla 16).

Tabla 15. Probabilidades de contacto entre alteraciones

Contacto	Imágenes de entrenamiento de 200 x 200 nodos					
	PLURISIM	SNESIM (10 ptos - 1TI)	SNESIM (10 ptos - 100TI)	SNESIM (60 ptos - 1TI)	SNESIM (60 ptos - 100TI)	
1 → 2	0.497	0.515	0.421	0.493	0.421	
1 → 3	0.503	0.476	0.576	0.504	0.576	
1 → 4	0.000	0.007	0.003	0.003	0.002	
1 → 5	0.000	0.001	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	
1 → 6	0.000	0.002	<b>0.001</b>	<b>0.000</b>	<b>0.001</b>	
2 → 1	0.182	0.140	0.156	0.153	0.157	
2 → 3	0.596	0.522	0.604	0.544	0.620	
2 → 4	0.223	0.336	0.240	0.303	0.223	
2 → 5	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	
2 → 6	0.000	0.001	0.000	0.000	0.000	
3 → 1	0.178	0.134	0.195	0.159	0.173	
3 → 2	0.578	0.541	0.553	0.553	0.501	
3 → 4	0.243	0.322	0.251	0.286	0.326	
3 → 5	0.000	0.001	<b>0.000</b>	0.001	<b>0.000</b>	
3 → 6	0.001	0.002	0.000	0.001	0.000	
4 → 1	0.000	0.001	0.001	0.001	0.001	
4 → 2	0.257	0.266	0.254	0.264	0.184	
4 → 3	0.289	0.246	0.290	0.245	0.332	
4 → 5	0.134	0.219	0.202	0.213	0.128	
4 → 6	0.320	0.268	0.254	0.277	0.356	
5 → 1	0.000	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	
5 → 2	0.000	0.001	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	
5 → 3	0.000	0.001	<b>0.000</b>	0.001	0.000	
5 → 4	0.148	0.284	0.257	0.188	0.135	
5 → 6	0.852	0.714	0.743	0.811	0.865	
6 → 1	0.000	0.001	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	
6 → 2	0.000	0.001	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	
6 → 3	0.001	0.002	0.000	<b>0.001</b>	0.000	
6 → 4	0.293	0.327	0.303	0.231	0.303	
6 → 5	0.706	0.670	0.697	0.768	0.696	

Tabla 16. Probabilidades de contacto entre alteraciones

Imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos					
Contacto	PLURISIM	SNESIM (10 ptos - 1TI)	SNESIM (10 ptos - 100TI)	SNESIM (60 ptos - 1TI)	SNESIM (60 ptos - 100TI)
1 → 2	0.502	0.531	0.498	0.508	0.473
1 → 3	0.498	0.469	0.502	0.492	0.527
1 → 4	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
1 → 5	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
1 → 6	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
2 → 1	0.175	0.152	0.177	0.143	0.188
2 → 3	0.558	0.586	0.564	0.573	0.571
2 → 4	0.267	0.263	0.258	0.284	0.242
2 → 5	0.000	<b>0.000</b>	0.000	0.000	<b>0.000</b>
2 → 6	0.000	<b>0.000</b>	0.001	0.000	<b>0.000</b>
3 → 1	0.176	0.138	0.173	0.143	0.190
3 → 2	0.566	0.604	0.547	0.591	0.519
3 → 4	0.258	0.258	0.280	0.266	0.290
3 → 5	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
3 → 6	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
4 → 1	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
4 → 2	0.264	0.269	0.257	0.279	0.220
4 → 3	0.252	0.256	0.286	0.254	0.291
4 → 5	0.195	0.190	0.196	0.185	0.231
4 → 6	0.289	0.284	0.261	0.283	0.257
5 → 1	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5 → 2	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5 → 3	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
5 → 4	0.176	0.273	0.270	0.179	0.209
5 → 6	0.824	0.727	0.730	0.821	0.791
6 → 1	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
6 → 2	0.000	<b>0.000</b>	0.001	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
6 → 3	0.000	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
6 → 4	0.240	0.360	0.330	0.250	0.227
6 → 5	0.760	0.640	0.669	0.750	0.773

En las tablas 15 y 16, podemos ver las probabilidades de contacto calculadas como las frecuencias de las transiciones entre las alteraciones. Para cada contacto, la probabilidad más cercana a la de PLURISIM se resalta en negra.

Con base en las herramientas estadísticas utilizadas para comparar ambos modelos, SNESIM implementado con imágenes de entrenamiento de 1000 x 1000 nodos y con una vecindad en movimiento de 60 puntos resulta proporcionar las características más cercanas a la del modelo plurigaussiano de referencia, aunque se siguen observando sesgos en algunas estadísticas de simulación o fluctuaciones inexactas a través de las realizaciones. Por el contrario, SNESIM implementado con imágenes pequeñas de 200 x 200 nodos y vecindad de búsqueda restringido a 10 puntos arrojan los peores resultados por lo que se debe desalentar su uso.

Las discrepancias observables entre SNESIM y el modelo de referencia se pueden explicar por las restricciones que afectan la implementación de SNESIM, principalmente el tamaño finito de la vecindad móvil y el tamaño finito de la TI. Aumentar este último para que contenga tantos patrones diferentes como sea posible, con una repetibilidad lo más alta posible, puede evitar que las estadísticas simuladas estén sesgadas globalmente con respecto a las estadísticas del modelo. Por otro lado, la TI también debe ser grande en comparación con la vecindad de búsqueda y con el tamaño de la zona a simular para evitar subestimar las fluctuaciones estadísticas. En consecuencia, en la implementación de SNESIM las estadísticas (tanto en términos de valor esperado como en

términos de fluctuaciones) se reproducen mal cuando la vecindad contiene muy pocos puntos de condicionamiento, o cuando solo se considera 1TI. La solución alternativa la observamos al analizar 100TI de gran tamaño (5 veces el tamaño de la zona a simular en cada dirección) y 60 puntos para el condicionamiento. Este enfoque es exigente para la implementación práctica del método SNESIM, pero esencial para evitar subestimar las fluctuaciones estadísticas, asegurando así una representación más precisa de la variabilidad local en las simulaciones. Cabe señalar que, si bien varios autores han estudiado el método en cuanto a su capacidad a reproducir ciertos patrones y estadísticas (en promedio sobre un conjunto de realizaciones), pocos se han interesado por las fluctuaciones de estas estadísticas a través de estas realizaciones, que son un parámetro relevante al momento de modelar la incertidumbre. En particular, no es deseable un algoritmo de simulación que reproduce las proporciones globales de los dominios de alteración sin ninguna fluctuación (es decir, todas las realizaciones reproducen exactamente las proporciones del modelo), ya que daría una falsa sensación de certeza sobre estas proporciones.

### 5.3.6. Tabla comparativa

A continuación, se presenta una tabla comparativa en donde se detalla las ventajas y desventajas de ambos métodos aplicados:

Tabla 17. Comparativa de ambos métodos

Aspecto	Simulación Plurigaussiana	Algoritmo Snesim
Ventajas	Flexibilidad en la representación de la variabilidad de variables categóricas.	Mayor facilidad de incorporar información auxiliar para mejorar la precisión del modelo.
	Es posible ajustar este modelo a diferentes condiciones geológicas y estructuras, permitiendo ser muy versátil.	No requiere de variografía para ser implementado, ya que toma información de múltiples puntos a partir del vecindario de búsqueda para simular el valor objetivo.
	Los modelos de proporciones no estacionarios permiten un manejo más preciso de las transiciones entre categorías.	Mayor eficiencia computacional. Es relativamente rápido en términos de tiempo de ejecución, lo que lo hace adecuado para grandes conjuntos de datos.
Desventajas	Menor facilidad de integrar información adicional al modelo.	Dependencia de una imagen de entrenamiento o TI para poder aplicar.
	Limitaciones en el diseño de la regla de truncamiento para múltiples categorías.	Limitaciones en la representación de cambios abruptos en la geología local y a corta escala, lo que impacta en una menor captura de detalles finos de distribución espacial.
	Para implementarse requiere de un gran conocimiento del depósito, debido a que necesita información de las tendencias espaciales y las proporciones locales de los dominios geológicos.	Asume que las relaciones espaciales son estacionarias y no considera dependencias más complejas entre las categorías. Esto puede ser una limitación en ciertos contextos geológicos como contactos irregulares, alta variabilidad local, etc.
	Mayor demanda de memoria RAM y tiempo de cálculo.	Aunque SNESIM es relativamente rápido en términos de tiempo de ejecución, puede ser más lento en comparación con otros métodos de simulación. Su demanda computacional puede ser mayor, especialmente para grandes conjuntos de datos.

## 6. CONCLUSIONES

La incertidumbre en la geología de un yacimiento mineral se puede abordar desde la perspectiva de la simulación de variables regionalizadas categóricas, que representan dominios geológicos. El ejemplo estudiado en esta tesis corresponde a dominios de alteración según el modelo conceptual de pórfidos cupríferos de Sillitoe (2010). En este contexto, se ha buscado comparar el desempeño de un algoritmo de simulación multipuntos (SNESIM) con un modelo plurigaussiano de referencia cuyos parámetros están perfectamente conocidos.

SNESIM implementado con una vecindad móvil de 60 puntos y 100TI grandes resulta proporcionar las características más cercanas a la del modelo plurigaussiano, seguido de seleccionar solo 1 imagen de entrenamiento, aunque sigue existiendo sesgos en algunas estadísticas de simulación o fluctuaciones inexactas a través de las realizaciones.

Por el contrario, el SNESIM implementado con una vecindad de búsqueda de 10 puntos arroja los peores resultados donde las fluctuaciones en las proporciones de alteración y / o en los variogramas directos y cruzados de indicador no coinciden con las obtenidas con el modelo plurigaussiano de referencia, lo que indica una reproducción inexacta de la incertidumbre, por lo que se debe desalentar su uso.

Las discrepancias observadas entre SNESIM y el modelo de referencia se pueden explicar por las restricciones que afectan la implementación de SNESIM, principalmente el tamaño finito de la vecindad móvil de búsqueda y el tamaño finito de la TI. Aumentar este último para que contenga tantos patrones diferentes como sea posible, con una repetibilidad lo más alta posible, puede evitar que las estadísticas simuladas estén sesgadas globalmente con respecto a las estadísticas del modelo. La TI también debe ser grande en comparación con la vecindad móvil y, lo que parece más exigente para su implementación práctica, en comparación con el tamaño de la zona a simular para evitar subestimar las fluctuaciones estadísticas.

En consecuencia, las estadísticas (en términos de valor esperado y/o en términos de fluctuaciones) se reproducen mal cuando la vecindad contiene muy pocos puntos de condicionamiento, o cuando la TI es (demasiado) pequeña. Una solución alternativa podría ser el uso de varias TI (idealmente, tantos TI como realizaciones deseadas).

Finalmente, esta investigación argumenta a favor del algoritmo de simulación SNESIM, para este con una vecindad móvil de 60 puntos y 100TI, son los más capaces de reproducir de manera realista la regularidad de las alteraciones, los límites, las relaciones de contacto y la estructura de correlación espacial de los variogramas de indicadores. En cualquier caso, todavía surgen algunos sesgos cuando las estadísticas de la TI difieren localmente, de las estadísticas reales. Además, las fluctuaciones en las proporciones de alteraciones, en los variogramas directos y cruzados de indicador obtenidos con SNESIM pueden no coincidir con las obtenidas con el modelo de referencia, lo que indica una reproducción inexacta de la incertidumbre.

Para trabajos futuros, se recomienda hacer un estudio más exhaustivo incluyendo otro algoritmo multipuntos, considerando los mismos parámetros de entrada utilizados. Además, se pueden utilizar otras herramientas estadísticas para complementar el análisis presentado, que involucren

métricas de múltiples puntos (Boisvert et al., 2010; De Iaco y Maggio 2011; De Iaco 2013) o relacionadas con la geometría de los componentes conexas de las alteraciones simuladas (Renard y Allard 2013; Oriani y Renard 2014; Rongier et al., 2016).

Finalmente, aplicar esta metodología a un estudio de caso real podría corroborar el hallazgo de que SNESIM con una vecindad de búsqueda de 60 puntos y 100TI, reproduce globalmente las características deseadas, así como también, aplicarlo a un yacimiento tipo pórfido para mantener los parámetros de entrada utilizados en el modelo de referencia.

## 7. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Armstrong M, Galli A, Beaucher H, Le Lóch G, Renard D, Doligez B, Eschard R, Geffroy F (2011). *Plurigaussian simulations in geosciences*, Berlín: Springer.
- [2] Ávalos Sotomayor, S. A. (2014). *Simulación multipuntos utilizando el algoritmo filtersim: incorporación de derivadas en la media local*. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas, Chile.
- [3] Boisvert, J. B., Pyrcz, M. J., & Deutsch, C. V. (2010). Multiple point metrics to assess categorical variable models. *Natural Resources Research*, 19, 165–175.
- [4] Cáceres Saavedra, A. (2010). *Simulación Conjunta de Unidades Geológicas y Leyes de Cobre en el Sector Sur-Sur del Depósito Rio Blanco-Los Bronces*.
- [5] Chilés, JP., Delfiner, P., (2012). *Geostatistics: modeling spatial uncertainty*. 2nd edn. Wiley, New York.
- [6] De Iaco, S., & Maggio, S. (2011). Validation techniques for geological patterns simulations based on variogram and multiplepoint statistics. *Mathematical Geosciences*, 43, 483–500.
- [7] De Iaco, S. (2013). On the use of different metrics for assessing complex pattern reproduction. *Journal of Applied Statistics*, 40(4), 808–822.
- [8] Gringarten, E., Deutsch, C. (1999). *Methodology for Variogram Interpretation and Modeling for Improved Reservoir Characterization*. Society of Petroleum Engineers (SPE).
- [9] Emery, Xavier & Lantuéjoul, Christian. (2006). *TBSIM: A computer program for conditional simulation of three-dimensional Gaussian random fields via the turning bands method*. *Computers & Geosciences*.
- [10] Emery, X. (2007). Using the Gibbs sampler for conditional simulation of Gaussian-based random fields. *Computers & geosciences*, 33(4), 522-537.
- [11] Emery, X. (2007). Simulation of geological domains using the plurigaussian model: New developments and computer programs. *Computers & Geosciences*, 33(9), 1189–1201.
- [12] Emery, X., & Lantuéjoul, C. (2011). Geometric covariograms, indicator variograms and boundaries of planar closed sets. *Mathematical Geosciences*, 43(8), 905–927.
- [13] Emery, X. (2021). *Geoestadística*. Departamento de Ingeniería de Minas, Universidad de Chile, Santiago, Chile.
- [14] Emery, X (2022): *Lección 5 - Modelos Gaussiana truncado y plurigaussiano, presentaciones de cátedra*, Santiago: MI6041-1 Simulación Geoestadística
- [15] Guardiano, F., Srivastava, M., 1993, “Multivariate geostatistics: Beyond bivariate moments”, in: Soares, A., ed., *Geostatistics-Troia*: Kluwer Academic, Dordrecht, pp. 133-144.
- [16] Lantuéjoul, C. (2002). *Geostatistical simulation, models and algorithms* (p. 256). Berlin: Springer.
- [17] Madani, N., Maleki, M., Emery, X., (2019). *Nonparametric Geostatistical Simulation of Subsurface Facies: Tools for Validating the Reproduction of, and Uncertainty in, Facies Geometry*.
- [18] Madani, N., y Emery, X., (2015). Simulation of geo-domains accounting for chronology and contact relationships: application to the Río Blanco copper deposit. *Stoch Environ Res Risk Assess* 29, 2173–2191. <https://doi.org/10.1007/s00477-014-0997-x>.

- [19] Maleki, M., Emery, X., & Mery, N. (2017). Indicator variograms as an aid for geological interpretation and modeling of ore deposits. *Minerals*, 7(12), 241.
- [20] Maleki, M., y Emery, X., (2020). *Geostatistics in the presence of geological boundaries: Exploratory tools for contact analysis*. Elsevier.
- [21] Oriani, F., & Renard, P. (2014). Binary upscaling on complex heterogeneities: The role of geometry and connectivity. *Advances in Water Resources*, 64, 47–61.
- [22] Pérez Strutz, C. (2011). *Modelamiento Geológico Estocástico con Simulación Geoestadística*.
- [23] Pernigotti, G., (2014). *Simulación plurigaussiana usando proporciones locales*. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería de Minas, Chile.
- [24] Renard, P., & Allard, D. (2013). Connectivity metrics for subsurface flow and transport. *Advances in Water Resources*, 51, 168–196.
- [25] Remy, N., Boucher, A., & Wu, J. (2009). *Applied geostatistics with SGeMS: A user's guide*. Cambridge University Press.
- [26] Rongier, G., Collon, P., Renard, P., Straubhaar, J., & Sausse, J. (2016). Comparing connected structures in ensemble of random fields. *Advances in Water Resources*, 96, 145–169.
- [27] Sillitoe, R. H. (2010). Porphyry copper systems. *Economic geology*, 105(1), 3-41.
- [28] Strebelle, S., (2002). Conditional Simulation of Complex Geological Structures Using Multiple-Point Statistics. *Mathematical Geology*, 34(1), pp. 3-12.

# ANEXOS

## Anexo A. Tablas de frecuencia estadística

### A.1 Tablas de frecuencia estadística plurigaussiana

Tabla 18. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 200 x 200

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	806021	20.15
2	Sericita	590878	14.77
3	Clorita	608844	15.22
4	Propilítica	598358	14.96
5	Sodica-Calcica	599120	14.98
6	Potásica	796779	19.92

Tabla 19. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas sobre la grilla de 1000 x 1000

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	19813004	19.81
2	Sericita	14920989	14.92
3	Clorita	15108501	15.11
4	Propilítica	15076332	15.08
5	Sodica-Calcica	15019918	15.01
6	Potásica	20070256	20.07

### A.2 Tablas de frecuencia estadística multipuntos

Tabla 20. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	358292	8.957
2	Sericita	671733	16.793
3	Clorita	615964	15.399
4	Propilítica	867964	21.699
5	Sodica-Calcica	581062	14.527
6	Potásica	904985	22.625

Tabla 21. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	597372	14.934
2	Sericita	709784	17.745
3	Clorita	724709	18.118
4	Propilítica	785434	19.636
5	Sodica-Calcica	502441	12.561
6	Potásica	680260	17.007

Tabla 22. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	586305	14.658
2	Sericita	583198	14.580
3	Clorita	524768	13.119
4	Propilítica	655909	16.398
5	Sodica-Calcica	626125	15.653
6	Potásica	1023695	25.592

Tabla 23. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 200 x 200 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	790961	19.774
2	Sericita	598349	14.959
3	Clorita	601790	15.045
4	Propilítica	611329	15.283
5	Sodica-Calcica	593231	14.831
6	Potásica	804340	20.109

Tabla 24. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	526759	13.169
2	Sericita	719603	17.990
3	Clorita	724746	18.119
4	Propilítica	821950	20.549
5	Sodica-Calcica	489198	12.230
6	Potásica	717744	17.944

Tabla 25. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 10 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	565626	14.141
2	Sericita	724494	18.112
3	Clorita	728062	18.202
4	Propilítica	805436	20.136
5	Sodica-Calcica	506721	12.668
6	Potásica	669661	16.742

Tabla 26. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 1 TI de 1000 x 1000 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	720174	18.004
2	Sericita	630350	15.759
3	Clorita	615542	15.389
4	Propilítica	646695	16.167
5	Sodica-Calcica	575099	14.377
6	Potásica	812140	20.304

Tabla 27. Frecuencia estadística de las alteraciones simuladas con 100 TI de 1000 x 1000 nodos, con 60 puntos

Código	Dominio	Número de nodos	Frecuencia (%)
1	Argílica	742924	18.573
2	Sericita	592089	14.802
3	Clorita	607187	15.180
4	Propilítica	632803	15.820
5	Sodica-Calcica	610297	15.257
6	Potásica	814700	20.368

## Anexo B. Gráficos de proporción

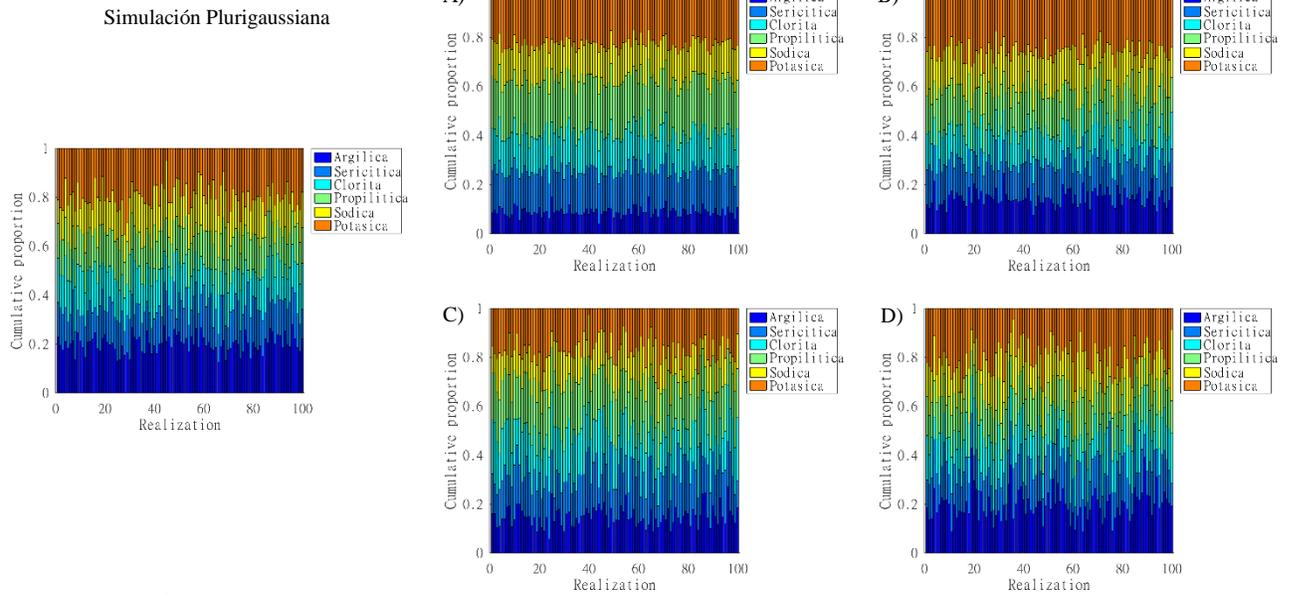


Figura 26. Gráfico de proporciones de alteraciones acumuladas sobre 100 realizaciones obtenidas con cada algoritmo y parámetro de simulación considerado TI de 200 x 200 nodos. A) 1TI y 10 nodos. B) 1TI y 60 nodos. C) 100TI y 10 nodos. D) 100TI y 60 nodos.

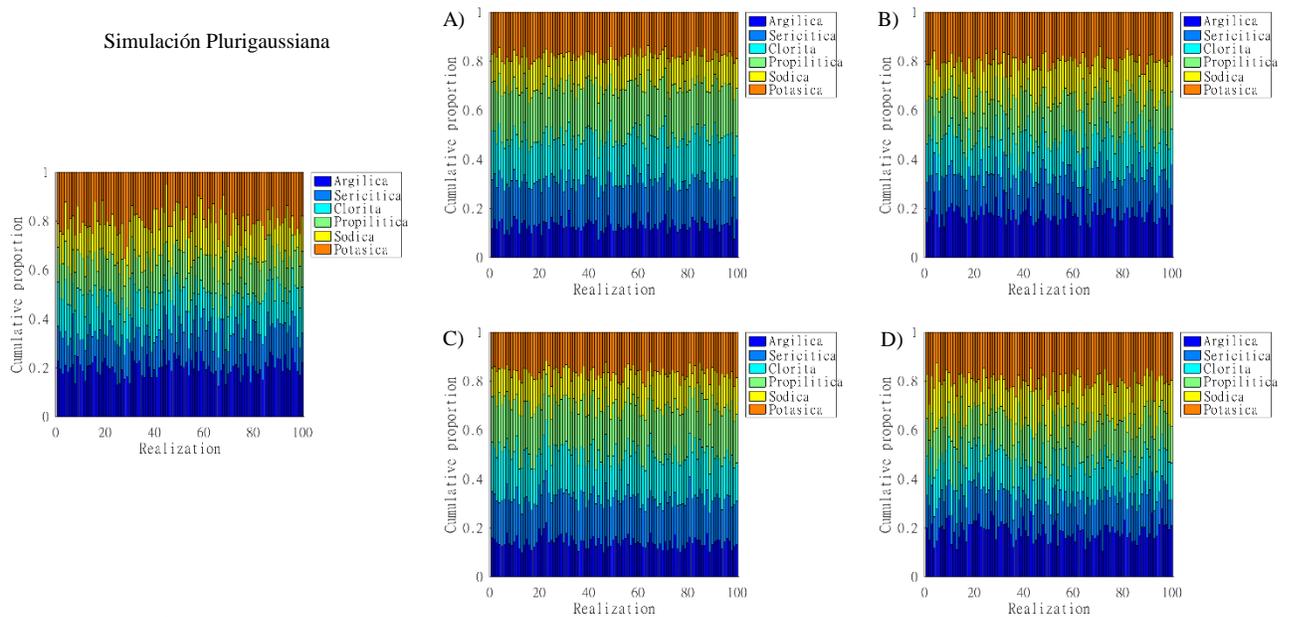


Figura 27. Gráfico de proporciones de alteraciones acumuladas sobre 100 realizaciones obtenidas con cada algoritmo y parámetro de simulación considerado TI de 1000 x 1000 nodos. A) 1TI y 10 nodos. B) 1TI y 60 nodos. C) 100TI y 10 nodos. D) 100TI y 60 nodos.

## Anexo C. Variogramas directos de indicador

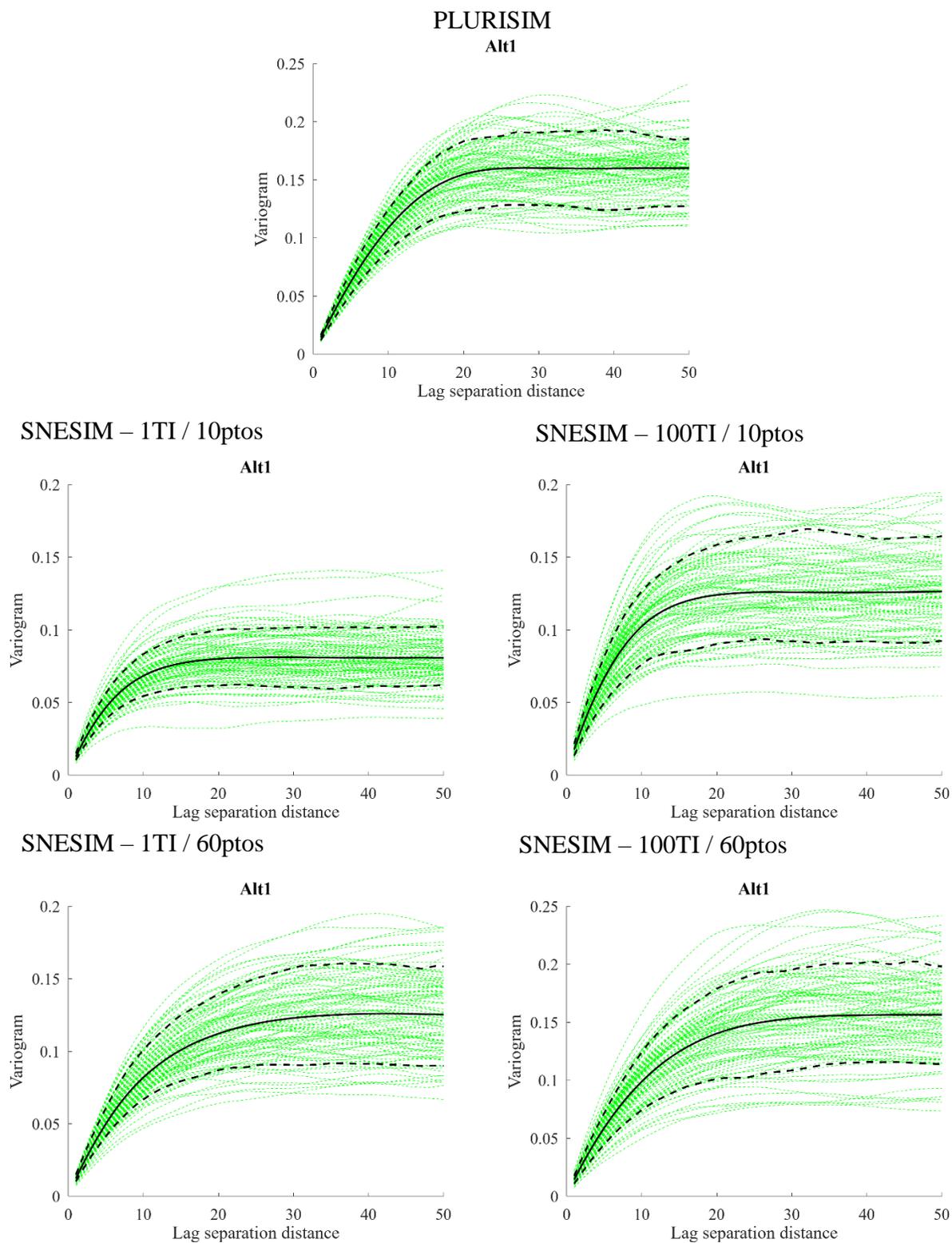
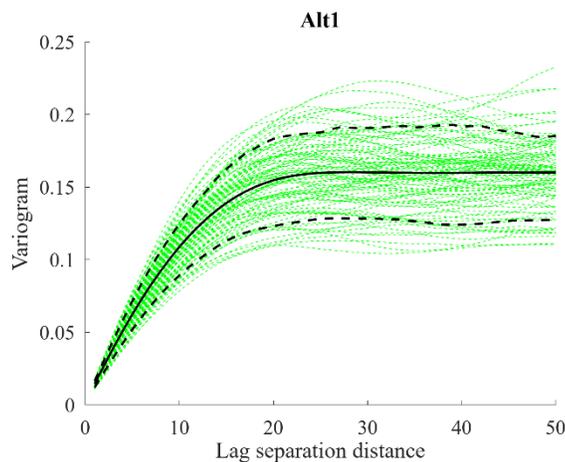


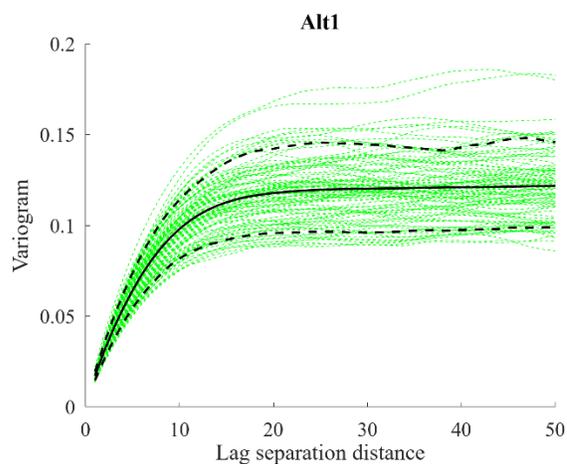
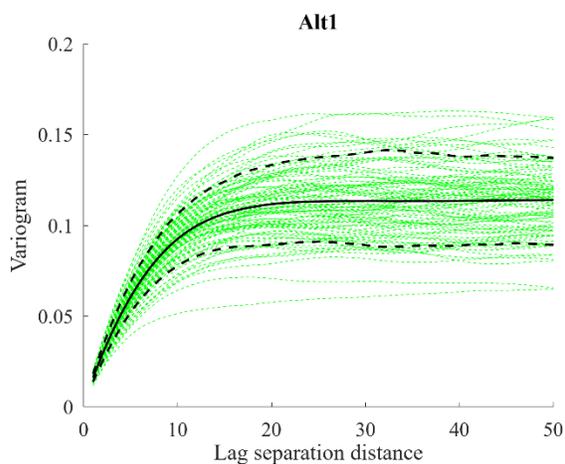
Figura 28. Variogramas directos de indicador bajo el algoritmo SNESIM para la alteración 1 considerando TI de 200 x 200 nodos

# PLURISIM



SNESIM – 1TI / 10ptos

SNESIM – 100TI / 10ptos



SNESIM – 1TI / 60ptos

SNESIM – 100TI / 60ptos

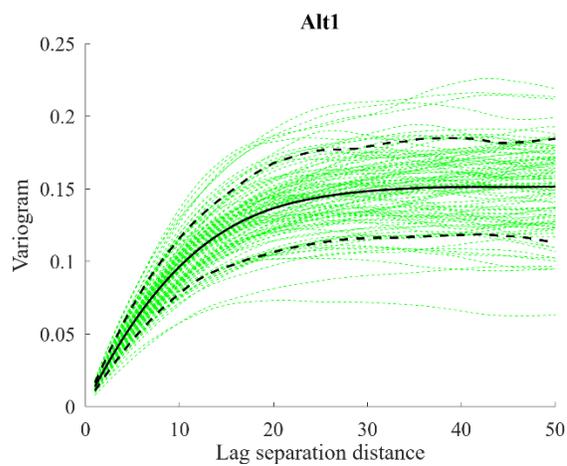
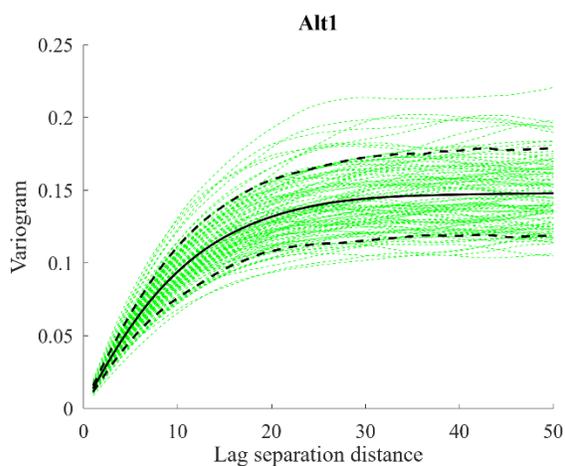


Figura 29. Variogramas directos de indicador bajo el algoritmo SNESIM para la alteración 1 considerando TI de 1000 x 1000 nodos

# Anexo D. Variogramas cruzados de indicador

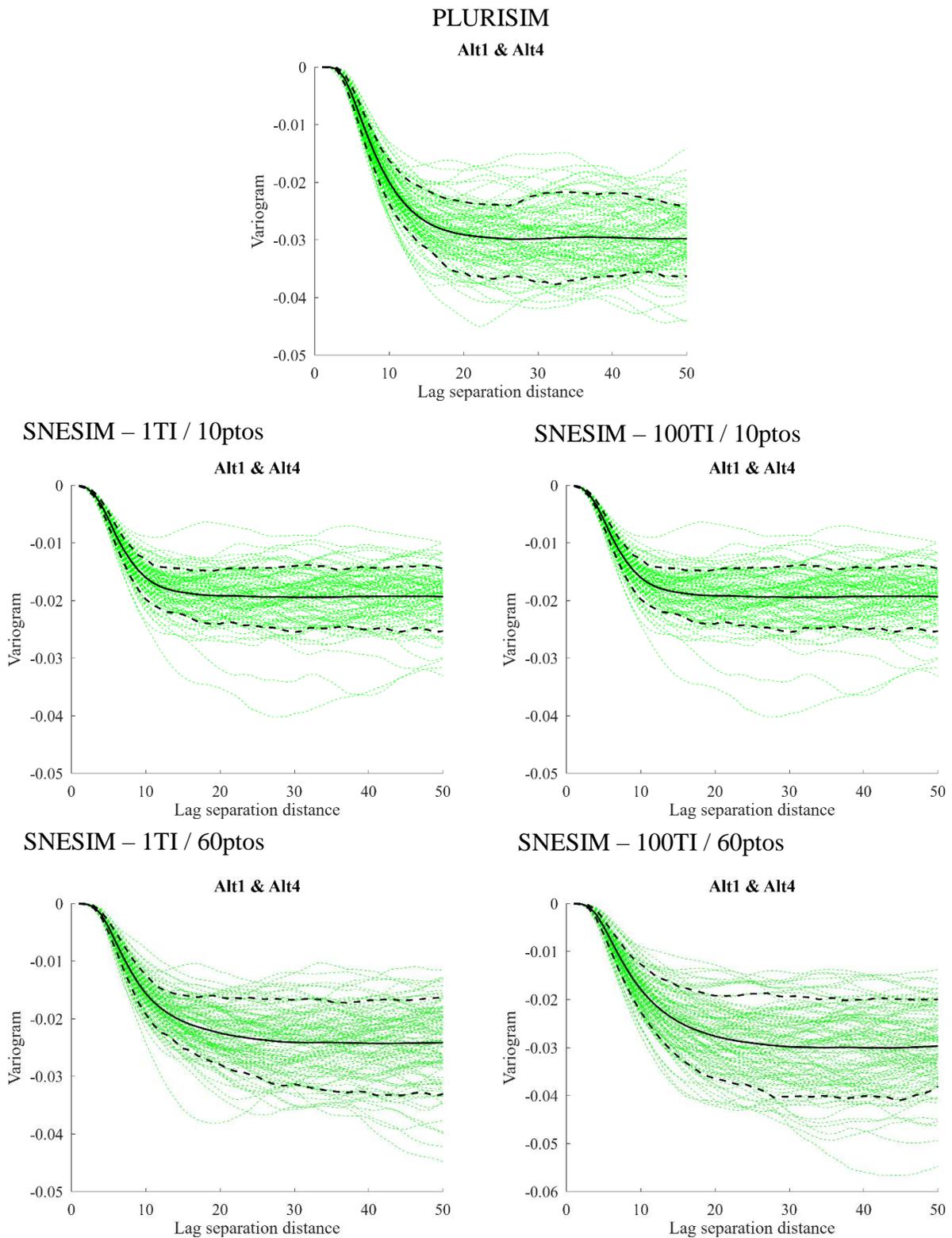
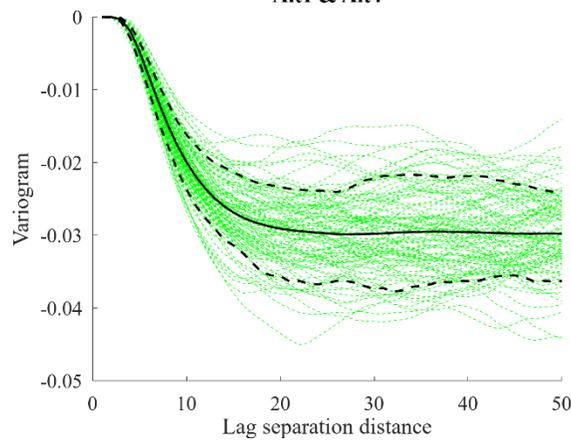


Figura 30. Variogramas cruzados de indicador bajo el algoritmo SNESIM para las alteraciones 1&4 considerando TI de 200 x 200 nodos

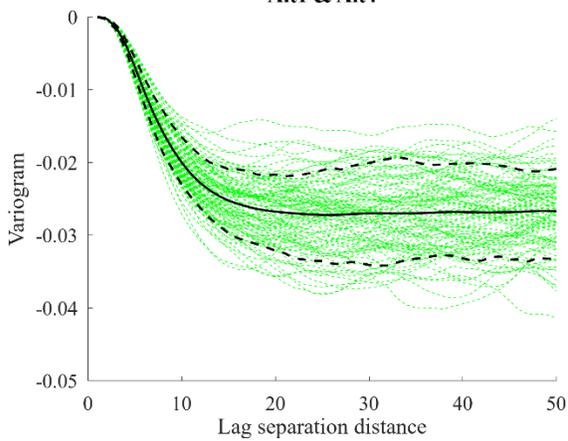
# PLURISIM

Alt1 & Alt4



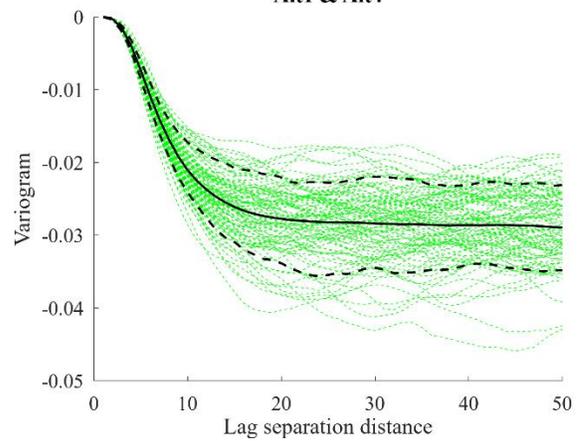
SNESIM – 1TI / 10ptos

Alt1 & Alt4



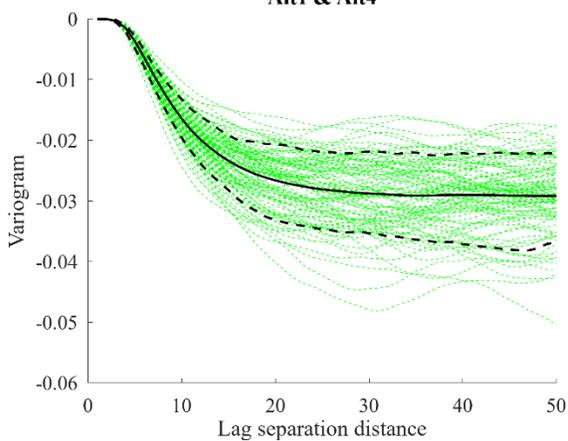
SNESIM – 100TI / 10ptos

Alt1 & Alt4



SNESIM – 1TI / 60ptos

Alt1 & Alt4



SNESIM – 100TI / 60ptos

Alt1 & Alt4

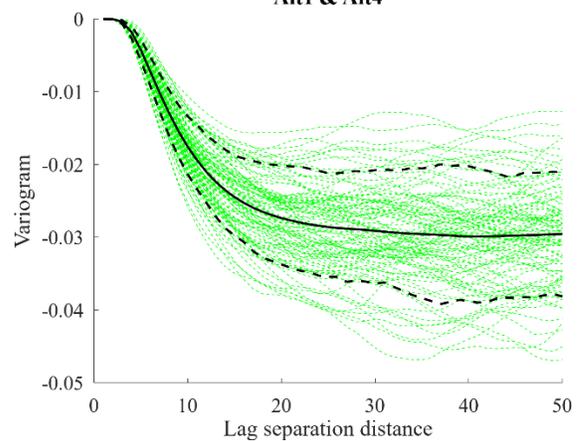


Figura 31. Variogramas cruzados de indicador bajo el algoritmo SNESIM para las alteraciones 1&4 considerando TI de 1000 x 1000 nodos

## Anexo E. Mapas de alteraciones

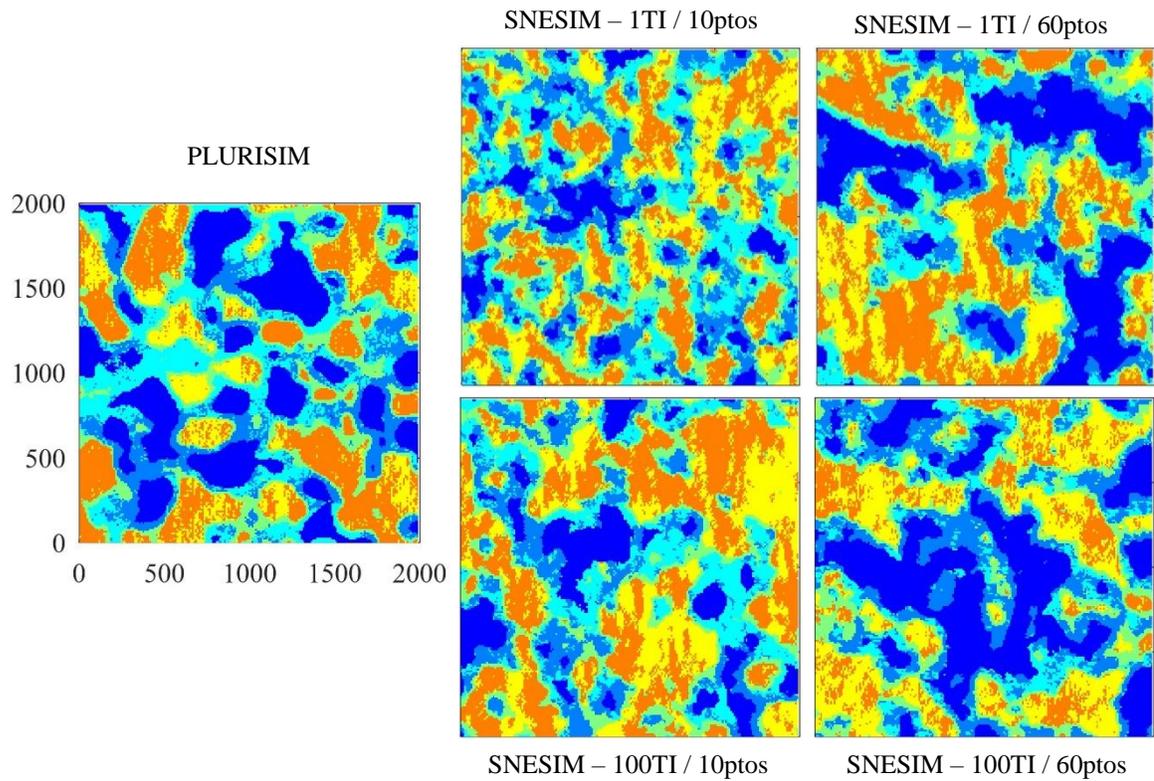


Figura 32. Imagen de entrenamiento (derecha) y primeras cuatro realizaciones no condicionales obtenidas con el algoritmo de simulación SNESIM considerando TI de 200 x 200 nodos

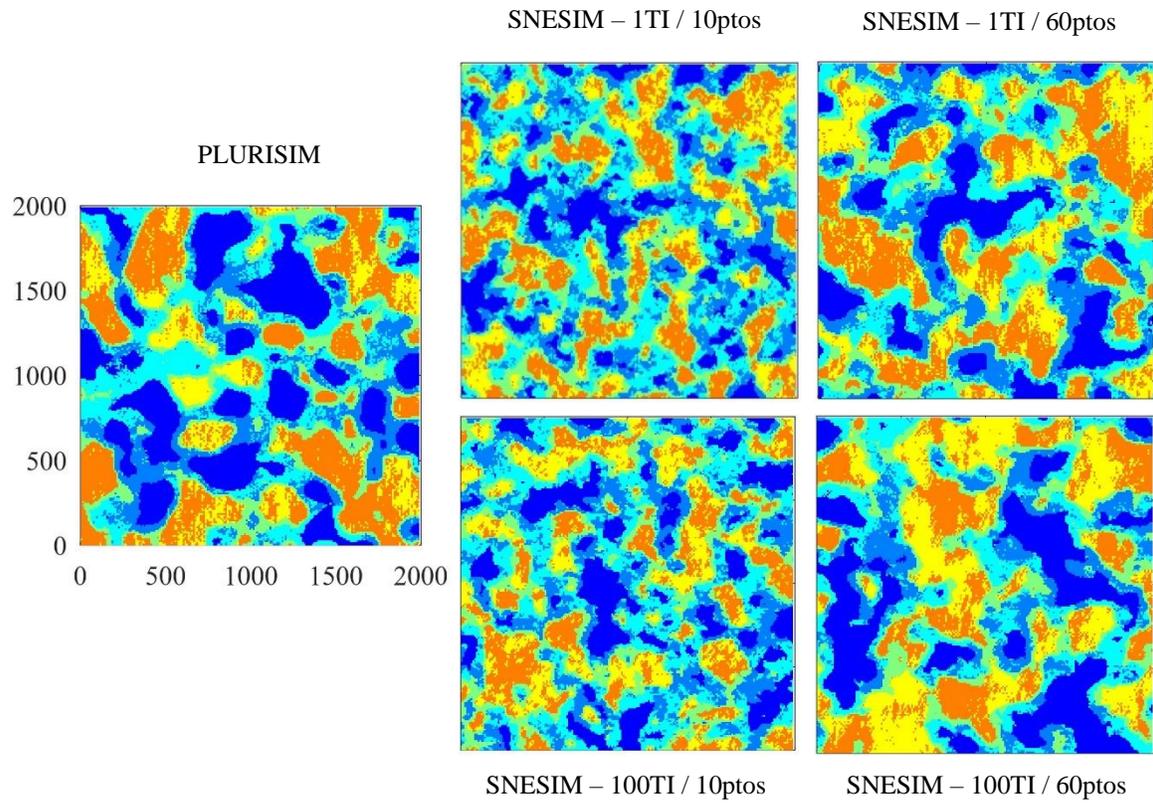


Figura 33. Imagen de entrenamiento (izquierda) y primeras cuatro realizaciones no condicionales obtenidas con el algoritmo de simulación SNESIM considerando TI de 1000 x 1000 nodos