



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE MINAS

**EVALUACIÓN ECONÓMICA BAJO UN MODELO PROBABILÍSTICO DE DISEÑO
DE ESTABILIDAD DE PILARES PARA REDUCIR EL RIESGO Y OPTIMIZAR LA
RENTABILIDAD DE UNA MINA SUBTERRÁNEA**

TESIS PARA OPTAR AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA

ROY ARTURO ORLANDO LAZO LAURA

PROFESOR GUÍA:
JOSÉ MUNIZAGA ROSAS

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
BRIAN TOWNLEY CALLEJAS
JAVIER VALLEJOS MASSA
DAVID VARGAS NUÑEZ

SANTIAGO DE CHILE

2024

RESUMEN DE LA TESIS PARA OPTAR
AL GRADO DE MAGÍSTER EN MINERÍA
POR : ROY ARTURO ORLANDO
LAZO LAURA
FECHA : 2024
PROF. GUÍA: JOSÉ MUNIZAGA

RESUMEN

Los desafíos que enmarca la ingeniería en minas subterráneas son de suma importancia a tomar en cuenta, dada por su complejidad de extracción y su rentabilidad acotada por distintos factores económicos, de riesgo y operacionales. Uno de los métodos de minado aplicados a yacimientos de oro con gran interés de desarrollo es el de cámaras y pilares, ya que nos permite profundizar en la mejora de su rentabilidad, aumento de recuperación y reducción de valor de riesgo. Para alcanzar maximizar el valor de la operación para este tipo de infraestructura minera, el presente proyecto de estudio plantea una metodología de evaluación del caso de estudio, análisis de probabilidad de falla, creación de modelos técnico-financieros y la determinación de parámetros de diseño y recuperación que permita obtener la mayor rentabilidad a menor riesgo.

Actualmente, la unidad productiva ejecuta actividades de explotación a una profundidad de 700 m con anchos de pilar de 3.6 m, un ancho de cámara de 4.4 m, un área tributaria de 8 m x 8 m, recuperación del pilar del 80% y un ritmo de producción de producción del 300 ton/día. Asimismo, el macizo rocoso es principalmente de roca dura del tipo volcánica con un UCS promedio de 145 MPa, un esfuerzo vertical de 19 MPa y un factor de seguridad promedio de 1.48.

Dentro de la metodología se desarrollan distintos escenarios de anchos de pilar y distintos tiempos de exposición en años para poder entender el comportamiento de la probabilidad de falla del pilar, tanto en función del tiempo como en función del ancho del pilar. Se obtuvo que, para cierto periodo de tiempo, por un lado, a menor ancho de pilar la probabilidad de falla es muy alta (30 – 70%), la cual posee, a su vez, un alto nivel de variabilidad e influye en el valor de riesgo; mientras que, para un ancho de pilar mayor, la probabilidad de que falle es muy baja (0 – 15%) y en consecuencia posee menor variabilidad en comparación al otro caso.

En base a lo anterior, se construyó un modelo técnico-financiero, mediante un código abierto, con la información de estabilidad geomecánica, valorización de un proyecto y la valoración de riesgo con el fin de obtener representaciones gráficas de las tendencias de los parámetros de diseño (ancho de pilar y ancho de la cámara) con respecto al valor de un proyecto. Como resultados se evidenció que a menor ancho de pilar se obtiene mejor balance de valor de proyecto, valor de riesgo, máxima recuperación, así como el menor tonelaje y el valor dejado por no llegar a minarlo.

Se determinaron, en función a lo anterior, que los anchos de pilar a escoger serían de 3.3 m y de 3.5 m, sin embargo, se consideró el mínimo FS requerido en este tipo de operaciones (1.3) y un menor coeficiente de variación, por lo que, se escogió un ancho de pilar igual a 3.4 m, alcanzando una ganancia mínima de 24.4 MM\$, una recuperación de 82%, bajo una confiabilidad del 95%.

THESIS SUMMARY TO APPLY FOR THE
DEGREE OF MASTER IN MINING

BY : ROY ARTURO ORLANDO
LAZO LAURA

DATE : 2024

ADVISOR: JOSÉ MUNIZAGA

SUMMARY

The challenges of underground mine engineering are extremely important to take into account, given the complexity of extraction and its profitability, which is limited by different economic and operational factors. One of the mining methods applied to gold deposits with great development interest is that of chambers and pillars, as it allows us to improve its profitability and reduction of risk value. In order to maximise the value of the operation for this type of mining infrastructure, this study project proposes a methodology for evaluating the case study, failure probability analysis, the creation of technical-financial models and the determination of design and recovery parameters to obtain the highest profitability at the lowest risk.

Currently, the production unit is mining at a depth of 700 m with pillar widths of 3.6 m, a chamber width of 4.4 m, a tributary area of 8 m x 8 m, 80% pillar recovery and a production rate of 300 tonnes/day. Also, the rock mass is mainly volcanic hard rock with an average UCS of 145 MPa, a vertical stress of 19 MPa and an average factor of safety of 1.48.

Within the methodology, different scenarios of pillar widths and different exposure times in years are developed in order to understand the behaviour of the probability of pillar failure, both as a function of time and as a function of pillar width. It was obtained that, for a certain period of time, on the one hand, the smaller the column width, the probability of failure is very high (30 - 70%), which in turn has a high level of variability and influences the risk value; while, for a larger column width, the probability of failure is very low (0 - 15%) and consequently has less variability compared to the other case.

Based on the above, a technical-financial model was built, using an open source code, with information on geomechanical stability, project value and risk assessment in order to obtain graphical representations of the trends of the design parameters (pillar width and chamber width) with respect to the value of a project. The results showed that the smaller the pillar width, the better the balance of project value, risk value, maximum recovery, as well as the lower the tonnage and the value left for not mining it.

Based on the above, it was determined that the pillar widths to be chosen would be 3.3 m and 3.5 m, however, the minimum FS required in this type of operation (1.3) and a lower coefficient of variation were considered, so a pillar width equal to 3.4 m was chosen, achieving a minimum profit of 24.4 MM\$, a recovery of 82%, with a reliability of 95%.

RESUMÉ

Les défis de l'ingénierie des mines souterraines sont de la plus haute importance, étant donné la complexité de l'extraction et sa rentabilité, qui est limitée par différents facteurs économiques, de risque et opérationnels. L'une des méthodes d'exploitation appliquées aux gisements d'or présentant un grand intérêt pour le développement est celle des chambres et des piliers, car elle permet d'améliorer la rentabilité, d'augmenter la récupération et de réduire la valeur du risque. Afin de maximiser la valeur de l'opération pour ce type d'infrastructure minière, ce projet d'étude propose une méthodologie d'évaluation des études de cas, une analyse des probabilités de défaillance, la création de modèles technico-financiers et la détermination des paramètres de conception et de récupération afin d'obtenir la plus grande rentabilité au moindre risque.

Actuellement, l'unité de production fonctionne à une profondeur de 700 m avec une largeur de pilier de 3,6 m, une largeur de chambre de 4,4 m, une zone d'affluent de 8 m x 8 m, une récupération de pilier de 80 % et un taux de production de 300 tonnes/jour. En outre, la masse rocheuse est principalement constituée de roches volcaniques dures, avec une NGC moyenne de 145 MPa, une contrainte verticale de 19 MPa et un facteur de sécurité moyen de 1,48.

Dans le cadre de la méthodologie, différents scénarios de largeur des piliers et différentes durées d'exposition en années sont élaborés afin de comprendre le comportement de la probabilité de défaillance des piliers, à la fois en fonction du temps et en fonction de la largeur des piliers. Il a été constaté que, pour une certaine période de temps, d'une part, plus la largeur du pilier est faible, plus la probabilité de défaillance est élevée (30-70 %), ce qui entraîne un niveau élevé de variabilité et influence la valeur du risque ; d'autre part, pour une largeur de pilier plus importante, la probabilité de défaillance est très faible (0-15 %) et présente donc une variabilité moindre par rapport à l'autre cas.

Sur la base de ce qui précède, un modèle technico-financier a été construit, à l'aide d'un code source ouvert, avec les informations relatives à la stabilité géomécanique, à l'évaluation d'un projet et à l'évaluation des risques afin d'obtenir des représentations graphiques des tendances des paramètres de conception (largeur de la colonne et largeur de la chambre) par rapport à la valeur d'un projet. Les résultats ont montré que plus la largeur du pilier est faible, meilleur est l'équilibre entre la valeur du projet, la valeur du risque et la récupération maximale, et plus le tonnage et la valeur laissée pour ne pas l'exploiter sont faibles.

Sur la base de ce qui précède, il a été déterminé que les largeurs de piliers à choisir seraient de 3,3 m et 3,5 m. Cependant, le SF minimum requis dans ce type d'opération (1,3) et un coefficient de variation plus faible ont été pris en compte, de sorte qu'une largeur de pilier égale à 3,4 m a été choisie, ce qui a permis d'obtenir un bénéfice minimum de 24,4 millions de dollars, un taux de récupération de 82 %, sous une fiabilité de 95 %.

DEDICATORIA

A mis padres, quienes me alientan a perseguir y alcanzar mis metas, así como otorgarme el bien más valioso: la Educación.

A mis hermanas, quienes me acompañan en este proceso de aprendizaje continuo, me motivan a seguir creciendo y ser ejemplo para ellas.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por protegerme e iluminarme durante todo mi camino.

A mi profesor guía: José Munizaga, quien me brindó la oportunidad y confió en mi esfuerzo para llevar a cabo esta investigación de suma importancia en la minería, así como me orientó en el camino para ahondar en la economía de minerales.

A mis profesores del magíster, quienes, con su paciencia, templanza y conocimiento otorgado durante cada una de sus clases, contribuyeron a mi aprendizaje.

TABLA DE CONTENIDO

1.	Introducción	1
1.1.	Definición del contexto	1
1.2.	Objetivos	1
1.3.	Hipótesis de la investigación	2
1.4.	Alcances de la investigación.....	2
1.5.	Estructura de actividades	2
2.	Revisión crítica de la literatura	4
2.1.	Estabilidad geomecánica y análisis numérico de cámaras y pilares.....	4
2.1.1.	Parámetros de diseño de las dimensiones de las cámaras y pilares de una mina subterránea. 4	
2.1.2.	Optimización de las dimensiones de diseño de cámaras y pilares.....	13
2.1.3.	Análisis y evaluación numérico de la estabilidad de cámaras y pilares	15
2.2.	Evaluación y valorización financiera de un proyecto minero	19
2.2.1.	Técnicas de simulación para la evaluación de proyectos mineros.....	19
2.2.2.	Análisis de incertidumbre en la evaluación de proyectos mineros	22
2.2.3.	Evaluación económica y de costos en la gestión de proyectos mineros	23
2.3.	Valor en riesgo de un proyecto minero.....	28
2.3.1.	Enfoque y definición del valor en riesgo	28
2.3.2.	Evaluación y estimación del valor en riesgo.....	29
2.3.3.	Métodos para calcular el valor de riesgo	33
3.	Metodología de trabajo.....	36
3.1.	Etapas 1: Evaluación del caso de estudio	36
3.2.	Etapas 2: Análisis de la probabilidad de falla de un pilar.....	36
3.3.	Etapas 3: Valorización del proyecto.....	37
3.4.	Etapas 4: Construcción del modelo técnico-financiero	37
3.5.	Etapas 5: Determinación de los parámetros óptimos de diseño y recuperación.....	37
4.	Resultados y discusión	38
4.1.	Resultados	38
4.1.1.	De la evaluación del caso de estudio	38
4.1.2.	Del análisis de probabilidad de falla	46
4.1.3.	De la valorización del proyecto	55
4.1.4.	De la construcción del modelo técnico-financiero	57

4.1.5.	De la determinación de los parámetros de diseño óptimos	63
4.2.	Discusión.....	68
5.	Conclusiones y recomendaciones	75
5.1.	Conclusiones	75
5.2.	Recomendaciones.....	76
6.	Bibliografía	78

LISTA DE TABLAS

Tabla 1:	Constantes adimensionales para determinar la resistencia del pilar.....	8
Tabla 2:	Ecuaciones empíricas para determinar la resistencia del pilar.....	10
Tabla 3:	Factores de seguridad sugeridos.....	12
Tabla 4:	Comparación de métodos para la evaluación de proyectos mineros.....	21
Tabla 5:	Valores de los parámetros actuales de las cámaras y pilares.....	38
Tabla 6:	Valores de la estabilidad geomecánica del material in-situ.....	39
Tabla 7:	Principales indicadores de producción mina.....	39
Tabla 8:	Valores geométricos del nivel de explotación.....	40
Tabla 9:	Data de los parámetros de estabilidad geomecánica-Ancho pilar=3.6m.....	41
Tabla 10:	Media de los parámetros de estabilidad y recuperación.....	47
Tabla 11:	Desviación estándar de los parámetros de estabilidad y recuperación.....	47
Tabla 12:	Probabilidad de falla del pilar para distintos anchos.....	51
Tabla 13:	Porcentaje de resistencia del pilar para distintos anchos de pilar.....	51
Tabla 14:	Nuevos anchos de pilar para distintos tiempos (años).....	52
Tabla 15:	Probabilidad de falla para distintos anchos de pilar y tiempos.....	52
Tabla 16:	Probabilidad de falla de anchos de pilar en función al tiempo.....	54
Tabla 17:	Probabilidad de confiabilidad de anchos de pilar en función al tiempo.....	55
Tabla 18:	Valores de los principales parámetros de valorización.....	57
Tabla 19:	Probabilidad de confiabilidad de anchos de pilar por rango de tiempo.....	60
Tabla 20:	Valores de los indicadores de rentabilidad para distintos anchos de pilar.....	68
Tabla 21:	Valores de la ganancia mínima, tonelaje y tiempo de minado.....	69
Tabla 22:	Valor de mineral y tonelaje dejados de percibir por ancho de pilar.....	69
Tabla 23:	Indicadores del ancho de pilar seleccionado.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Arreglo del área tributaria y del área del pilar (Vista planta).	6
Figura 2: Arreglo de las dimensiones de las cámaras y pilares (Vista planta).	7
Figura 3: Arreglo de las cámaras y pilares tipo muro (Vista planta).	7
Figura 4: Representación del área para hallar la probabilidad de falla.	18
Figura 5: Probabilidad de falla en función del ancho de minado (w/h) y el tiempo (t).	19
Figura 6: Representación del área para hallar la probabilidad de falla.	40
Figura 7: Comparación entre W/H y Resistencia/UCS.....	46
Figura 8: Comparación entre la profundidad y el Esfuerzo sobre el pilar.....	46
Figura 9: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3m.	48
Figura 10: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.3m.....	48
Figura 11: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.5m.....	49
Figura 12: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.8m.....	49
Figura 13: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=4m.....	50
Figura 14: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=4.5m.....	50
Figura 16: Probabilidad de falla en función del tiempo para distintos anchos.	54
Figura 17: Probabilidad de confiabilidad de ancho de pilar en función al tiempo.	55
Figura 18: Inputs y celdas de cálculo para la estabilidad geomecánica.	57
Figura 19: Inputs y celdas de cálculo para la valorización del proyecto.....	59
Figura 20: Inputs y celdas de cálculo para el valor de riesgo del proyecto.	59
Figura 21: Interfaz del modelo técnico-financiero del proyecto.	60
Figura 22: Valorización del proyecto en función a los parámetros de diseño.....	61
Figura 23: Valorización de riesgo del proyecto.....	62
Figura 24: Modelo de la Máxima recuperación del proyecto.	62
Figura 25: Modelo de la Ganancia mínima esperada del proyecto.	63
Figura 26: Vista Planta del Modelo de la Valorización del proyecto.	64
Figura 27: Vista Planta del Modelo de la Valoración de riesgo del proyecto.	64
Figura 28: Vista Planta del Modelo de la Ganancia mínima del proyecto.	65
Figura 29: Vista Planta del Modelo de la Recuperación máxima del proyecto.....	65
Figura 30: Comparación de los isovalores de la valoración del proyecto.	66
Figura 31: Comparación de los isovalores de la recuperación y ganancia mínima.....	66
Figura 32: Valoración del proyecto por ancho de pilar y ancho de cámara.	67
Figura 33: Valor de la recuperación y de la ganancia mínima por ancho de pilar y ancho de cámara.....	68

Figura 34: Comportamiento del valor esperado, ganancia mínima y VaR.	70
Figura 35: Comportamiento de la recuperación máxima y ganancia mínima.	70
Figura 36: Comportamiento de la ganancia mínima y el FS.....	71
Figura 37: Comportamiento del tonelaje y el valor de mineral dejado.	71
Figura 38: Ecuación matemática del comportamiento del VaR.....	73
Figura 39: Ecuación matemática del comportamiento del Coef. de Variación.	73

LISTA DE ECUACIONES

<i>Ecuación 1: Determinación del esfuerzo sobre el pilar (σ_p).</i>	4
<i>Ecuación 2: Determinación del esfuerzo sobre un pilar (σ_p) considerando largo de pilar.</i>	5
<i>Ecuación 3: Determinación del esfuerzo sobre el pilar (σ_p) con consideraciones adicionales.</i>	5
<i>Ecuación 4: Cálculo de la Carga litostática.</i>	5
<i>Ecuación 5: Determinación del esfuerzo inducido sobre el pilar (σ_p).</i>	5
<i>Ecuación 6: Determinación del esfuerzo sobre un pilar cuadrado.</i>	6
<i>Ecuación 7: Determinación del esfuerzo sobre un pilar rectangular.</i>	6
<i>Ecuación 8: Determinación del esfuerzo sobre un pilar tipo muro.</i>	7
<i>Ecuación 9: Determinación de la resistencia del pilar (σ_{pf}).</i>	8
<i>Ecuación 10: Determinación de la resistencia del pilar por Bieniaswski (S_p).</i>	9
<i>Ecuación 11: Determinación de la resistencia de un pilar rectangular (S_p).</i>	9
<i>Ecuación 12: Determinación de la resistencia del pilar por Lunder&Pakalnis.</i>	10
<i>Ecuación 13: Cálculo del confinamiento y el término de fricción del pilar.</i>	11
<i>Ecuación 14: Cálculo del ancho equivalente del pilar.</i>	11
<i>Ecuación 15: Determinación de la resistencia del pilar por el Criterio de falla empíricos.</i>	11
<i>Ecuación 16: Cálculo del Factor de Seguridad (FS)</i>	12
<i>Ecuación 17: Cálculo de la recuperación minera (r)</i>	12
<i>Ecuación 18: Cálculo del remanente dejado en insitu.</i>	13
<i>Ecuación 19: Cálculo de la recuperación minera para un Pilar ectangular.</i>	13
<i>Ecuación 20: Cálculo de la recuperación minera para un Pilar tipo muro.</i>	13
<i>Ecuación 21: Cálculo de la resistencia de partición del pilar en función del tiempo..</i>	17
<i>Ecuación 22: Cálculo del Flujo de Caja Libre (FCF).</i>	24
<i>Ecuación 23: Cálculo del Valor Presente Neto (NPV) en función del FCF.</i>	24
<i>Ecuación 24: Cálculo del Flujo de Caja Descontado (DCF).</i>	25
<i>Ecuación 25: Cálculo del DCF con Opciones Reales (RO).</i>	25
<i>Ecuación 26: Cálculo del Valor de venta de mineral.</i>	26
<i>Ecuación 27: Cálculo del Valor Presente Neto en función al flujo de caja (CF).</i>	26
<i>Ecuación 28: Cálculo del DCF bajo esceneraios de incertidumbre.</i>	27
<i>Ecuación 30: Suma de distintos Valores Presenets Netos.</i>	27
<i>Ecuación 31: Cálculo del DCF bajo esceneraios de incertidumbre.</i>	30
<i>Ecuación 32: Cálculo del DCF bajo esceneraios de incertidumbre.</i>	30
<i>Ecuación 33: Determinación de la desviación estándar de un proyecto.</i>	31
<i>Ecuación 34: Cálculo de la desviación estándar bajo observaciones pasadas.</i>	32
<i>Ecuación 35: Cálculo de la desviación estándar considerando factores de caída.</i>	32
<i>Ecuación 36: Cálculo del VaR bajo una confiabilidad del 95%.</i>	34

<i>Ecuación 37: % Resistencia del pilar en función al ancho y al tiempo.</i>	51
<i>Ecuación 38: Cálculo del Flujo de Caja Libre para un tonelaje t.</i>	55
<i>Ecuación 39: Fórmula para hallar el Flujo de Caja Descontado.</i>	56
<i>Ecuación 40: Fórmula para hallar el Flujo de Caja Descontado + Inversión.</i>	56
<i>Ecuación 41: Fórmula para hallar la resistencia del pilar.</i>	58
<i>Ecuación 42: Fórmula para hallar el esfuerzo sobre el pilar.</i>	58
<i>Ecuación 43: Fórmula para hallar el factor de Seguridad de un pilar.</i>	58
<i>Ecuación 44: VaR bajo un 95% de confiabilidad.</i>	60

1. Introducción

1.1. Definición del contexto

Actualmente la unidad minera se encuentra en un proceso de crecimiento e incremento de producción, debido a la cantidad de reservas probadas y medidas. Esto involucra un planeamiento estratégico en todos los ejes para poder extraer el mineral de manera eficaz y eficiente. De este modo, se podrá proyectar nuevos proyectos de desarrollo, exploración y preparación para generar nuevos tajos que sean económicamente rentables y se puedan explotar.

La presente mina explota bajo el método de cámaras y pilares que extrae minerales de oro y como subproducto plata. Este método implica la creación de cámaras (espacios abiertos) donde se extrae el mineral, y la construcción de pilares (columnas de material intacto) para soportar el techo de la mina.

Las características geológicas que favorecen la explotación de la mina bajo el método en mención son: la presencia de una estructura geológica estable, la mineralización es extensa y continua con un espesor de veta considerable para su extracción, la resistencia del macizo rocoso es buena y alta, el yacimiento evidencia una inclinación casi plana, no se presencian estructuras mayores importantes y su litología es de roca intrusiva y volcánica.

Las estructuras mineralizadas presentan altas leyes de oro, alta recuperación en los procesos y que tiene la capacidad de ampliar su planta de tratamiento. Por ello, se pretende realizar una evaluación económica bajo un modelo estocástico que permita proyectar para la vida de la mina los programas de producción y de tratamiento de forma más real, en función a las principales variables de incertidumbre en la rentabilidad de la empresa y a las dimensiones de diseño y criterios de la estabilidad del método de cámaras y pilares

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Determinar los parámetros de diseño de las cámaras y pilares de una mina subterránea, que permita reducir el riesgo y optimizar la rentabilidad de la empresa.

1.2.2. Objetivos específicos

- a. Evaluar y analizar la probabilidad de falla de un pilar, relacionando el tiempo de falla y el ancho del pilar.
- b. Determinar el valor de riesgo del proyecto en función a la probabilidad de falla en la operación y el valor esperado del proyecto, bajo un análisis de sensibilidad.

- c. Maximizar la rentabilidad de la empresa, en función al valor esperado de la operación, la reducción del valor de riesgo y el diseño operativo.
- d. Estimar los parámetros de diseño óptimos, sea ancho de pilar y de cámara que permitan la máxima recuperación de mineral y menor variación de la rentabilidad.

1.3. Hipótesis de la investigación

- a. La rentabilidad de un proyecto minero se sujeta a la evaluación del valor de riesgo del proyecto, el valor esperado y la probabilidad de falla de los pilares.
- b. La ejecución de un modelo técnico-financiero facilitará el análisis; la comprensión del valor esperado y el valor de riesgo, y la determinación de las dimensiones de los pilares a ejecutar.
- c. El tiempo de exposición y el ancho del pilar determinan la probabilidad de falla del mismo, la cual influye en la valoración del riesgo para cada ancho de pilar.
- d. A mayor ancho de pilar, la valoración del proyecto se reduce significativamente y el valor de riesgo disminuye favorablemente, bajo un cierto nivel de confiabilidad.

1.4. Alcances de la investigación

El presente estudio abarca la aplicación de investigación y metodología de trabajo para una mina subterránea hipotética que produce mineral de oro, bajo el método de cámaras y pilares. Las principales áreas que se abordan en informe de investigación son: Estabilidad geomecánica, Valorización de proyectos, Valorización de riesgo y la Construcción de un modelo técnico-financiero con ayuda de la programación de un código abierto.

Además, la base de datos con la que se trabaja en este estudio proviene de datos aleatorios y/o sintéticos, en función de parámetros alineados a una mina subterránea con delimitadas configuraciones geológicas, geomecánicas y de minado. El periodo de elaboración del informe de investigación y de tesis comprende un periodo de 18 meses.

1.5. Estructura de actividades

La estructura de actividades del presente informe de investigación se detalla de la siguiente manera:

- 1. **Trabajos preliminares**
 - 1.1. Recopilación bibliográfica
 - 1.2. Elaboración de objetivos, alcance e hipótesis del proyecto
 - 1.3. Construcción de la revisión crítica de la literatura
- 2. **Caso de estudio**
 - 2.1. Estudio geomecánico y de valoración minera de una mina subterránea
- 3. **Metodología de trabajo**
 - 3.1. Evaluación del caso de estudio

- 3.2. Análisis de la probabilidad de falla de un pilar
- 3.3. Construcción y simulación de un modelo técnico-financiero (NPV, VaR)
- 3.4. Estimación de los parámetros de diseño y recuperación óptimos
- 4. **Análisis de resultados**
 - 4.1. Interpretación de los resultados del modelo técnico-financiero
 - 4.2. Análisis de la relación de la rentabilidad, valor de riesgo y los parámetros de diseño
- 5. **Conclusiones y recomendaciones**
 - 5.1. Desarrollo de las conclusiones
 - 5.2. Elaboración de las recomendaciones sobre los resultados obtenidos

2. Revisión crítica de la literatura

2.1. Estabilidad geomecánica y análisis numérico de cámaras y pilares

2.1.1. Parámetros de diseño de las dimensiones de las cámaras y pilares de una mina subterránea.

Para el diseño correcto de las dimensiones de cámaras y pilares es crucial considerar ciertos parámetros de diseño. Principalmente son: la resistencia del pilar (S^p), la cual se puede determinar con fórmulas empíricas o modelos numéricos; el esfuerzo sobre el pilar (σ^p), la aceptabilidad del diseño, el cual se mide con el Factor de Seguridad, que es igual a S^p/σ^p y la recuperación minera. Asimismo, se debe tomar en cuenta otros factores que son importantes para el análisis de estabilidad y modelamiento numérico: las características de carga-desplazamiento de los pilares y del sistema de carga, las características geológicas de la mina, geometría del yacimiento, modo de falla del pilar y los efectos por la voladura. A continuación, se desarrollan los principales parámetros.

2.1.1.1. *Esfuerzo sobre el pilar*

Si bien este parámetro puede ser calculado de manera empírica o numérica, originalmente, Farmer I. (1985) postula que el esfuerzo sobre el pilar es distribuido e igual al esfuerzo geostático vertical dividido por el área del pilar y que la falla del pilar ocurre cuando el esfuerzo excede la resistencia compresiva de la roca del pilar. Este concepto aplica mayormente con ratios altos de w/h . Otra teoría abordada es la del área tributaria, la cual asume que, cada uno de los pilares dejados durante la excavación, apoya a todos los estratos suprayacentes que son tributarios a la ubicación. Entonces el esfuerzo promedio sobre el pilar para pilares cuadrados con determinados anchos de cámara es igual a la siguiente fórmula:

$$\sigma^p = \sigma_v * \left(\frac{B + \frac{B_o}{2}}{B^2} \right)^2 = \frac{\sigma_v}{1 - R}$$

Ecuación 1: Determinación del esfuerzo sobre el pilar (σ^p).

, donde B es el ancho del pilar, B_o es el ancho de la cámara, R es el ratio de extracción y σ_v es el esfuerzo vertical. Y para pilares rectangulares, en donde L es el largo del pilar, la expresión es como sigue:

$$\sigma_p = \frac{\sigma_v * B_o^2}{B_o^2 - (B + B_o)(L + B_o)}$$

Ecuación 2: Determinación del esfuerzo sobre un pilar (σ_p) considerando largo de pilar.

Lo anterior aplica básicamente para pilares equidimensionales y para el cuerpo mineralizado horizontalmente estratificado. Sin embargo, ignora el grado de profundidad del pilar, las propiedades de deformación relativa, roca caja y piso y la posición de los pilares en el área de la mina. Tomando en cuenta todo lo anterior, se generaliza una fórmula que aplica adecuadamente a ello.

$$\sigma_p = \sigma_2 \left\{ \frac{\left[2R - K_0 \frac{H(1-2\nu_w)}{L(1-\nu_w)} - \frac{\nu_p}{(1-\nu_p)} K_0 \frac{H E_w}{L E_p} \right]}{\left[\frac{H E_w}{L E_p} + 2(1-R) \left(1 + \frac{1}{N} \right) + \frac{2RB(1-2\nu_w)}{L(1-\nu_w)} \right]} \right\}$$

Ecuación 3: Determinación del esfuerzo sobre el pilar (σ_p) con consideraciones adicionales.

, en donde H es la altura de la veta, L es el grado del área minada, K_o es el ratio de σ_h y σ_z . E_w , E_p y ν_w , ν_p son las constantes elásticas de la pared (techo y caja) y material del pilar. Sin embargo, esta ecuación es una solución de 2 dimensiones en la deformación del plano, por ello, se requiere otro ratio como el largo/ancho para poder modelarlo numéricamente.

De igual forma, algunas fórmulas se determinan para distintas configuraciones: Cuadrada, Rectangular y Tipo muro, las cuales se basan esencialmente en el ancho del pilar, el ancho de la cámara y la carga litostática. Para ello, primero se debe estimar la carga litostática sobre el pilar y luego estimar el esfuerzo inducido sobre el pilar, a partir del área tributaria. Ver Figura 1.

- Carga litostática (σ_v):

$$\sigma_v = \lambda * Z \text{ (MPa)}$$

Ecuación 4: Cálculo de la Carga litostática.

- Estimación del esfuerzo inducido sobre el pilar:

$$\sigma_p = \sigma_v * \left(\frac{1}{1 - \rho} \right)$$

Ecuación 5: Determinación del esfuerzo inducido sobre el pilar (σ_p).

$$\rho = \frac{\text{área extraída}}{\text{área total}}$$

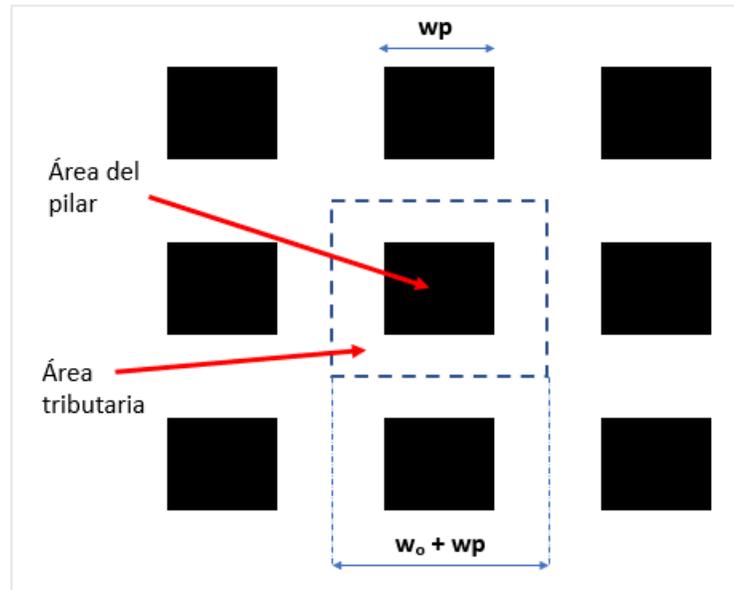


Figura 1: Arreglo del área tributaria y del área del pilar (Vista planta).

El esfuerzo sobre el pilar para el caso de un pilar cuadrado es como sigue, en donde w_p es el ancho del pilar y w_o es el ancho de la cámara.

$$\sigma_p = \sigma_v * \left(1 + \frac{w_o}{w_p}\right)^2$$

Ecuación 6: Determinación del esfuerzo sobre un pilar cuadrado.

Para un pilar de forma rectangular aplicaría la siguiente fórmula:

$$\sigma_p = \sigma_v * \frac{(w_o + w_p)(L_o + L_p)}{(W_p * L_p)}$$

Ecuación 7: Determinación del esfuerzo sobre un pilar rectangular.

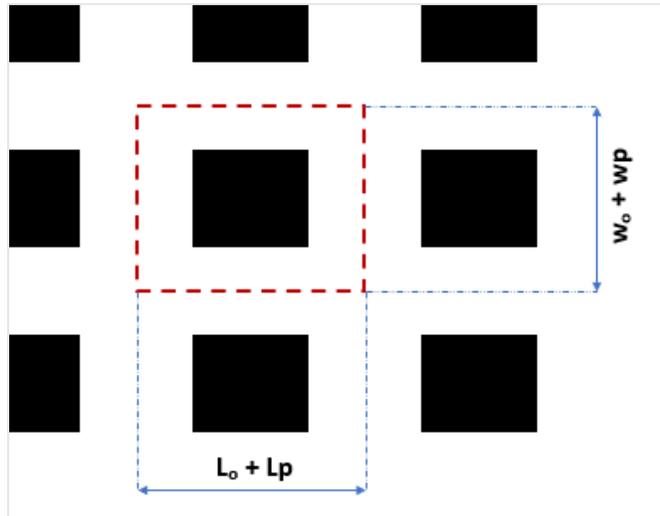


Figura 2: Arreglo de las dimensiones de las cámaras y pilares (Vista planta).

, en donde L_p es el largo del pilar y L_o es el largo de la cámara. Y para pilares tipo muro se tiene la siguiente expresión:

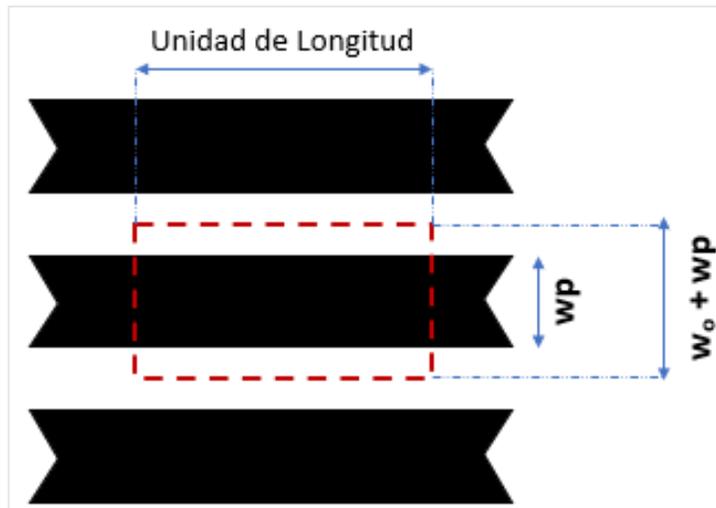


Figura 3: Arreglo de las cámaras y pilares tipo muro (Vista planta).

$$\sigma_p = \sigma_v * \left(1 + \frac{w_o}{w_p}\right)$$

Ecuación 8: Determinación del esfuerzo sobre un pilar tipo muro.

De igual forma, existen metodologías de diseño por modelamiento numérico que permiten hallar el esfuerzo sobre el pilar. Estos son los modelos de elementos finitos,

modelos de diferencia finita, modelos de elementos límite de discontinuidad de desplazamiento, modelos híbridos, etc.

2.1.1.2. Resistencia del pilar

La resistencia del pilar determinado empíricamente depende esencialmente de 3 cosas: el tamaño del pilar, la forma del pilar y el UCS del material del pilar (Farmer I, 1985). La forma más común en la cual puede ser representada es a través de la siguiente fórmula:

$$\sigma_{pf} = \sigma_{cf} * (a + b * \frac{B}{H})$$

$$\sigma_{pf} = K * \frac{B^\alpha}{H^\beta}$$

Ecuación 9: Determinación de la resistencia del pilar (σ_{pf}).

, donde σ_{pf} es la resistencia del pilar, σ_{cf} es la resistencia de compresión uniaxial. B, H son el ancho y la altura del pilar, respectivamente; a, b, α y β son constantes adimensionales.

Tabla 1: Constantes adimensionales para determinar la resistencia del pilar.

Fuente	a	b	α	β	Comentarios
Bunting (1911)	0.7	0.3	-	-	Laboratorio
Obert, Windes and Duvall (1946)	0.78	0.22	-	-	Laboratorio
Bieniawski (1968)	0.64	0.36	-	-	Sudáfrica
Van Heerden (1974)	0.7	0.3	-	-	Sudáfrica
Wang, Skelley and Wolgamott (1977)	0.78	0.22	-	-	Estados Unidos
Sorensen and Pariseau (1978)	0.69	0.31	-	-	Estados Unidos
Greenwald, Howarth y Hartman (1939)	-	-	0.5	0.83	Estados Unidos
Streat (1964)	-	-	0.5	1	Sudáfrica
Holland (1964)	-	-	0.5	1	Estados Unidos

Fuente	a	b	α	β	Comentarios
Salamon and Monro (1967)	-	-	0.46	0.66	Sudáfrica
Bieniawski (1968)	-	-	0.16	0.55	Sudáfrica
Hazen and Artler (1972)	-	-	0.5	0.5	Estados Unidos
Zern (1926)	-	-	0.5	0.5	Estados Unidos
Morrison, Corlett and Rice (1975)	-	-	0.5	0.5	Canadá

Más adelante, Fahrman B. (2016) lleva a cabo el modelamiento del pilar para determinar la resistencia del pilar. El procedimiento fue el siguiente:

Primero, se toman en cuenta las propiedades de la roca de los materiales a testear, tanto del piso como del techo de las labores, las cuales son obtenidas a partir de los laboratorios: Módulo de Young, UCS, ángulo de fricción, cohesión, resistencia a la tracción. Se modelan, se simulan pilares de tamaño cuadrado como rectangulares y, considerando un ambiente elástico, se realiza el modelamiento en Flac 3D. Los pilares siguen el criterio de falla de Hoek-Brown en el modelo. La respuesta de esfuerzo-deformación se registra mientras se realizan las cargas, la cual muestra cuál es la resistencia máxima del pilar, en función a determinados ratios de w/h y el comportamiento del macizo rocoso (deformación plástica o deformación suave). Por otra parte, empíricamente, Bieniawski propone la siguiente fórmula:

$$Sp = Si * (0.64 + 0.36 * \frac{Wp}{Hp})$$

Ecuación 10: Determinación de la resistencia del pilar por Bieniawski (Sp).

, donde si es la resistencia a la compresión simple (UCS), Wp es el ancho del pilar y Hp es la altura del pilar. Hay un % de diferencia entre los resultados de la resistencia del macizo rocoso usando el modelo numérico con respecto a la fórmula establecida por Bieniawski, pero los valores pueden estar dentro de rangos razonables. Para pilares rectangulares Mark-Bieniawski propone la siguiente fórmula:

$$Sp = Si * (0.64 + 0.54 * \frac{Wp}{Hp} - 0.18 * (\frac{Wp^2}{Lp * Hp}))$$

Ecuación 11: Determinación de la resistencia de un pilar rectangular (Sp).

, en donde L_p es el largo del pilar. Asimismo, en la Tabla 2 se precisan varias fórmulas para la estimación de la resistencia del pilar en minas de roca dura, que fueron testeados por distintos autores:

Tabla 2: Ecuaciones empíricas para determinar la resistencia del pilar.

Autor	Ecuación de la resistencia del pilar	UCS (Mpa)	# Pilares testeados
Hedley and Grant (1972), Pritchard and Hedley (1993)	$\sigma = 133 * \frac{Wp^2}{h^{0.75}}$	230	28
Von Kimmelmann et al. (1984)	$\sigma = 65 * \frac{Wp^{0.46}}{h^{0.66}}$	94.1	57
Krauland and Soder (1987)	$\sigma = 35.4 * (0.778 + 0.222 * \frac{Wp}{h})$	100	287
Sjoberg (1992)	$\sigma = 74 * (0.778 + 0.222 * \frac{Wp}{h})$	240	9

Del mismo modo, utilizando constantes empíricas adicionales para el cálculo de la resistencia del pilar, Lunder & Pakalnis (1997) desarrolla otra fórmula basada en una serie de constantes y el UCS, la cual se ajusta mayormente a pilares de roca dura.

$$Sp = K\sigma_i(C1 + C2k)$$

$$Sp = 0.44\sigma_i(0.68 + 0.52k)$$

Ecuación 12: Determinación de la resistencia del pilar por Lunder&Pakalnis.

K: factor de reducción (0.44).

k: Término de fricción del pilar.

σ_i : Resistencia a la compresión de la roca intacta (MPa).

C1 y C2: Constantes derivadas empíricamente (C1=0.68, C2=0.52).

Cp_{av} : Confinamiento promedio del pilar.

Wp: ancho del pilar (m).

h: Altura del pilar (m).

$$\kappa = \tan \left[\cos^{-1} \left(\frac{1 - C_{pav}}{1 + C_{pav}} \right) \right]$$

$$C_{pav} = 0.46 \left[\log_{10} \left(\frac{w_p}{h} + 0.75 \right) \right] \left(\frac{1.4}{w_p/h} \right)$$

Ecuación 13: Cálculo del confinamiento y el término de fricción del pilar.

Complementando a lo anterior, por medio del método de Lunder & Pakalnis (1996), se estima el ancho equivalente del pilar (w_e) para pilares no cuadrados e irregulares, en donde se considera el área del pilar (A) y el perímetro del pilar (P). La fórmula es como sigue:

$$w_e = 4A/P$$

Ecuación 14: Cálculo del ancho equivalente del pilar.

Adicionalmente, se puede estimar la resistencia del pilar bajo los criterios de falla empíricos, bajo la siguiente fórmula:

$$S_p = S_o * [A + B \left(\frac{w_p^a}{h^\beta} \right)]$$

Ecuación 15: Determinación de la resistencia del pilar por el Criterio de falla empíricos.

Sp: Resistencia del pilar.

So: resistencia del material del pilar.

Wp: Ancho del pilar.

h: Altura del pilar.

A, B, a, β : Constantes derivadas del ajuste

2.1.1.3. Factor de seguridad

La estabilidad de un pilar se mide con SF (Resistencia del pilar/Esfuerzo sobre el pilar), donde investigadores afirman que el esfuerzo sobre el pilar está en función de ratio de forma (w/h), UCS, la profundidad del pilar (H) e inclusive el índice GSI. (Li C. et al, 2020). En función de los apartados anteriores el Factor de Seguridad se calcula del siguiente modo:

$$FS = \frac{Sp}{\sigma p}$$

Ecuación 16: Cálculo del Factor de Seguridad (FS)

, en donde Sp es la resistencia del pilar y σp es el esfuerzo sobre el pilar. En efecto, para determinar la estabilidad del pilar, el factor de seguridad debe tener valores mayores a 1. Estadísticamente, dentro de las minas de roca dura, el rango de factor de seguridad para los casos estables está entre 1.3 y 1.8, y una media de 1.6 (Salamon & Munro, 1967). De acuerdo, a algunos autores estas serían las condiciones de estabilidad para pilares:

Tabla 3: Factores de seguridad sugeridos.

Condición del pilar	Factor de Seguridad	Referencia
Estable	$FS > 1.4$	Lunder & Pakalnis (1997)
Aceptable	$FS > 1.6$	Hoek (1996)
Estable	$FS > 1.6$	Salamon (1964)

2.1.1.4. Recuperación minera

De acuerdo con Napa-Garcia et al. (2019), considerando un yacimiento tabular con un espesor constante, un macizo rocoso isotrópico y pilares cuadrados equidimensionales, la cantidad de material recuperado puede ser estimado bajo la siguiente expresión.

$$r = \frac{(wp + w_o)^2 - wp^2}{(wp + w_o)^2}$$

Ecuación 17: Cálculo de la recuperación minera (r).

Y el remanente puede ser calculado como:

$$remanente = 1 - \frac{(wp + w_o)^2 - wp^2}{(wp + w_o)^2}$$

Ó

$$remanente = \frac{wp^2}{(wp + w_o)^2}$$

Ecuación 18: Cálculo del remanente dejado en situ.

También, se disponen de las siguientes fórmulas para estimar la recuperación del mineral en cámaras y pilares para distintas configuraciones de pilares.

Pilar rectangular:

$$r = \frac{(wp + w_o)(Lp + L_o) - wp * Lp}{(wp + w_o)(Lp + L_o)}$$

Ecuación 19: Cálculo de la recuperación minera para un Pilar rectangular.

Pilar tipo muro:

$$r = \frac{w_o}{(wp + w_o)}$$

Ecuación 20: Cálculo de la recuperación minera para un Pilar tipo muro.

2.1.2. Optimización de las dimensiones de diseño de cámaras y pilares

La influencia de las dimensiones del pilar (ancho, largo y alto) y dimensiones de la cámara (largo y ancho) en la estabilidad de las cámaras y pilares es examinada a través de análisis usando el método experimental y numérico. Para ello, se evalúa el tipo del macizo rocoso, los parámetros geomecánicos y se desarrollan modelos numéricos para simular el proceso de excavación. De acuerdo con Zhang Y. (2018), dada la altura del pilar como input, se podría calcular los máximos valores de ancho de cámara y mínimo ancho de pilar; así como, estimar la estabilidad del *spam* de la excavación, a través del *Stability Graph Method* (SGM).

Igualmente, Kun M. (2013) plantea una metodología para diseñar pilares bajo compresión y modelamiento numérico, basados en fórmulas empíricas y de modelamiento numérico, donde el SF es calculado bajo fórmulas empíricas. No obstante, la selección del método de minado y el planeamiento debe ser gestionado simultáneamente con los resultados de los estudios numéricos y empíricos.

En otros estudios, Aksoy C. & Onargan T. (2006) enuncian que el *Laminated displacement discontinuity method* (LDDM) es uno de los métodos más adecuados para el diseño de cámaras y pilares y estimación de subsidencia. Este asocia parámetros como las dimensiones de los pilares, las dimensiones de las cámaras, el ratio de ancho/altura (w/h), la profundidad del pilar y los ratios de extracción. Y estima resultados como la resistencia del pilar, el esfuerzo sobre el pilar, la clasificación de estabilidad de la roca y, bajo simulaciones, se puede optimizar los parámetros de diseño de cámaras y pilares.

Complementariamente, Napa-García G. et al (2019) proponen una metodología que optimiza la configuración de las cámaras y pilares, considerando restricciones de seguridad y operaciones, mientras se recupera lo máximo de mineral. Se presenta un software llamado *Optimine* usado para realizar los cálculos automatizados y se realiza el análisis de diferencia finita en Flac 3D, en el cual se consideran factores de seguridad y de convergencia de cámara. Los resultados de este análisis pueden mostrar que una mina puede incrementar su recuperación de mineral de una manera segura y eficiente. En este análisis los pilares deben ser lo bastante robustos y al mismo tiempo permitir maximizar la recuperación de mineral. Las cámaras deben ser lo más anchas, pero que no afecte la estabilidad. En base a todas las simulaciones que se debe hacer para obtener las dimensiones geométricas de las cámaras y pilares, se presenta una herramienta computacional que te permite obtener dichos datos; a partir de un SF conocido, una configuración ortogonal de cámaras y secciones cuadradas de pilares. Se usa el Flac 3d para calcular el SF.

Luego, en cuestión a la optimización de las dimensiones del ancho del pilar y de la cámara, se desea maximizar el área excavada que satisfaga el SF. La recuperación y el remanente se obtienen con fórmula. El objetivo es minimizar el remanente y que se cumplan 2 restricciones para garantizar la integridad del pilar: 1) $SF > SF_{\text{diseño}}$ y 2) la convergencia de cámara $<$ la convergencia límite. También, se debe considerar el ancho mínimo de cámara y el ancho mínimo de pilar por temas operacionales. Asimismo, el modelamiento de los parámetros geomecánicos son configurados previo a la optimización con el programa *Optimine*, se setean las dimensiones iniciales de cámara y pilares en el *Flac 3D* para evaluar la respuesta mecánica y finalmente se ingresan los resultados a la herramienta hasta obtener las dimensiones requeridas (proceso de iteración).

2.1.3. Análisis y evaluación numérico de la estabilidad de cámaras y pilares

2.1.3.1. Metodologías de evaluación numérica de estabilidad

Para el análisis de estabilidad de pilares se debe considerar los parámetros geotécnicos: esfuerzos *in-situ*, resistencia del macizo rocoso y el módulo de deformación; así como la incertidumbre de las propiedades del macizo rocoso, bajo un enfoque probabilístico. Además, el espesor de la sobrecarga del pilar y las dimensiones del pilar poseen un efecto sustancial sobre la probabilidad de falla del pilar y la variabilidad de los esfuerzos *in-situ*. (Adebayo M. et al, 2015). En esa misma línea, se sabe que la estabilidad de un pilar se mide con SF (Resistencia del pilar/Esfuerzo sobre el pilar), donde investigadores afirman que el esfuerzo sobre el pilar está en función de ratio de forma (w/h), UCS, la profundidad del pilar (H) e inclusive el índice GSI. (Li C. et al, 2020).

Comúnmente se usa fórmulas empíricas; sin embargo, los modelamientos numéricos son muy útiles, desde su habilidad de representar grandes rangos de simulaciones hasta simular el comportamiento del material, aunque estimar el SF suele ser un gran desafío, dada la cantidad de simulaciones. (Napa-Garcia G. & Navarro V. 2017). A continuación, se detallan distintas metodologías para abordar el análisis de estabilidad de cámaras y pilares por distintos autores:

- I. Adebayo M. et al (2015) exponen el modelo de Artificial Neural Network, el cual relaciona el módulo de deformación, los esfuerzos *in-situ* y la tensión axial que ocurre en el pilar, bajo un análisis estocástico. El enfoque es hallar las dimensiones óptimas del pilar, en función del mínimo riesgo aceptable de falla del pilar.
- II. Li C. et al (2020) evidencian el análisis de estabilidad basados en la estimación del GSI, el cual fue desarrollado combinando el software de simulación (FLAC 3D) y el *backpropagation neural network* (BPNN). Esto ayuda a determinar el esfuerzo sobre el pilar. Los métodos usados son el análisis determinístico, de sensibilidad (UCS, GSI, w/h, H) y la simulación de Monte Carlo. Después, se estima el SF, en función al esfuerzo estimado y al GSI, donde se determina que el pilar es más inestable cuando UCS + GSI decrecen.
- III. El método propuesto es la falla por deformación (Sakurai, 1981), usando modelamiento numérico. En este método la deformación crítica se da bajo el ratio de UCS y el módulo de deformación (E); sin embargo, esta relación se ajusta con la resistencia a la falla. De los estudios se determina que, los esfuerzos verticales tienen una relación inversa a la deformación crítica. Los esfuerzos picos verticales tienden a incrementar con pequeños valores del w/h, los esfuerzos verticales son casi 6 veces más los valores de la resistencia del macizo rocoso y la deformación crítica se incrementa con el w/h, pero decrece con el aumento de la resistencia del macizo rocoso (Napa-Garcia G & Navarro V, 2017).

- IV. Distintas investigaciones han surgido en la comparación entre el análisis de estabilidad de un diseño tradicional y uno selectivo. Navarro V. et al (2011) indica que el diseño selectivo provee un SF menor al tradicional; sin embargo, el selectivo te permite obtener mejor calidad de mineral y mayor ratio de extracción. Esta metodología aplica mayormente para minas con vetas subhorizontales de cuarzo y de oro. Las dimensiones de las secciones del pilar y de la cámara del diseño tradicional son (3mx3m) y (5mx5m), respectivamente. Mientras, las del diseño selectivo son de (4mx4m) y de (4mx4m), donde a la mitad de la altura del pilar se hacen cortes de 0.5 m en cada lado del pilar.
- V. Se desarrolla una metodología Board M. et al, (2007) para examinar el potencial colapso de paneles de cámaras y pilares, donde se toma en cuenta las respuestas del esfuerzo-deformación y los GRC (*Ground Response Curve*) de la sobrecarga de los paneles. La metodología involucra el desarrollo de las curvas de esfuerzo-deformación usando calibraciones numéricas de falla, así como el desarrollo de los GRC. El potencial colapso se obtiene intersectando la curva de GRC con las curvas del esfuerzo-deformación. Las curvas de esfuerzo-deformación pueden ser generados para varios ratios de extracción y los GRC son generados a partir de distintos anchos de pilar. Superponiendo estas curvas se puede estimar el SF para distintos ratios de extracción. Altos ratios de extracción y una violenta falla de deformación de las sobrecargas del pilar causan los colapsos.
- VI. Yu Y. et al (2017) presentan estudios de estabilidad de largo plazo en minas de carbón. Considerando fallas progresivas del pilar y el efecto de falla pilares alrededor, se propone un modelo de descascaramiento (*Peeling model*) para evaluar la estabilidad a largo plazo de minas con cámaras y pilares. La validación del modelo fue verificada, a través de simulaciones numéricas y la recopilación de 500 casos de pilares en China, Sudáfrica e India. Se concluye que, el nivel de daño del pilar es afectado por el ángulo de descascaramiento (*peeling*), la altura del pilar y es controlado por el ratio w/h .

2.1.3.2. Predicción de la estabilidad de cámaras y pilares

La predicción de la estabilidad de un pilar es importante; para ello, Li N. et al (2022) presentan un modelo logístico de árboles para predecir la estabilidad. Los parámetros que emplea para construir este modelo son: ancho (w), altura (h), el ratio w/h , UCS, esfuerzo sobre el pilar promedio, profundidad del pilar (H), ancho de la sobrecarga. Este utiliza el algoritmo *LogitBoost*, en el cual se modela y se valida la data de casos históricos. Este modelo es uno de los más precisos entre los métodos de *machine learning*. El análisis de sensibilidad indica que los parámetros que más influyen en los resultados es el esfuerzo sobre el pilar promedio y el ratio w/h . Este modelo aplica para minas de roca dura y de carbón.

De la misma manera, la predicción de la estabilidad en cámaras y pilares es importante en la reducción del riesgo de falla del pilar, por lo que, desarrollan modelos predictivos para predecir la estabilidad. Ghasemi E. et al (2014) expone 2 técnicas conocidas: análisis de regresión logística y la lógica difusa. Ambos modelos pueden predecir la estabilidad, sin embargo, la lógica difusa provee mejores resultados de índices estadísticos. Estos modelos ayudan a identificar la susceptibilidad de falla de pilares y pueden ayudar a reducir las causas de inestabilidad. Un análisis de sensibilidad muestra que el parámetro más importante para determinar la estabilidad es el ancho del pilar, mientras que la profundidad es el menos importante. Este modelo aplica para minas de roca dura y de carbón.

2.1.3.3. *Análisis de probabilidad de falla en cámaras y pilares*

La subsidencia residual es causada por el incremento gradual del esfuerzo sobre el pilar, debido a la disminución de la resistencia del pilar y/o las dimensiones del pilar que suelen desmoronarse a lo largo del tiempo. La subsidencia puede ocurrir inmediatamente o puede tomar muchos años. La subsidencia está en función a muchos factores como la geometría de la mina, propiedades de la roca, deterioro de separación de fracturas y ratio de extracción.

Biwas et al. (1999) determinan una relación de dependencia entre la resistencia del pilar y el tiempo por periodo de hasta 50 años. Se ejecuta una regresión no lineal *in-situ*, donde la variable dependiente sería la resistencia a la reparación (*Parting strength*) y las variables independientes serían la profundidad en el pilar (D: desde el borde al núcleo del pilar) y el tiempo (t).

$$\% \text{ parting strength} = 100 * (1.01 - e^{-0.5D}) - 0.45 * t$$

Ecuación 21: Cálculo de la resistencia de partición del pilar en función del tiempo..

Dado que la resistencia de separación se reduce con el tiempo, Cain (1999) recomienda que, para mantener la estabilidad de la resistencia del pilar, este debería ser al menos 70% del de la resistencia inicial del pilar. Este criterio de reducción de la resistencia del pilar es usado para determinar la relación de tiempo con el ancho del pilar.

Por otra parte, se precisa conocer la probabilidad de falla de este ancho de pilar en el tiempo. Para ello, el método de Monte Carlo es usado para evaluar y predecir la probabilidad de confiabilidad y/o de falla con respecto al tiempo, bajo muchas iteraciones. El método es una herramienta práctica para evaluar el potencial riesgo de la subsidencia en cámaras y pilares. Asimismo, las distribuciones del tipo normal de la

resistencia del pilar y del esfuerzo sobre el pilar se sobreponen para determinar la zona que representa falla para un caso particular.

La probabilidad de falla de un pilar se cumple cuando el factor de seguridad es menor a 1 o cuando el esfuerzo sobre el pilar es mayor a la resistencia del pilar. Estas últimas variables son aleatorias e independientes; por lo que, se puede asumir una distribución normal. La probabilidad de falla se calcula como la región que se superponen las distribuciones de esfuerzo sobre el pilar y de la resistencia del pilar, tal como se visualiza en la Figura 4 (Song et al., 2017).

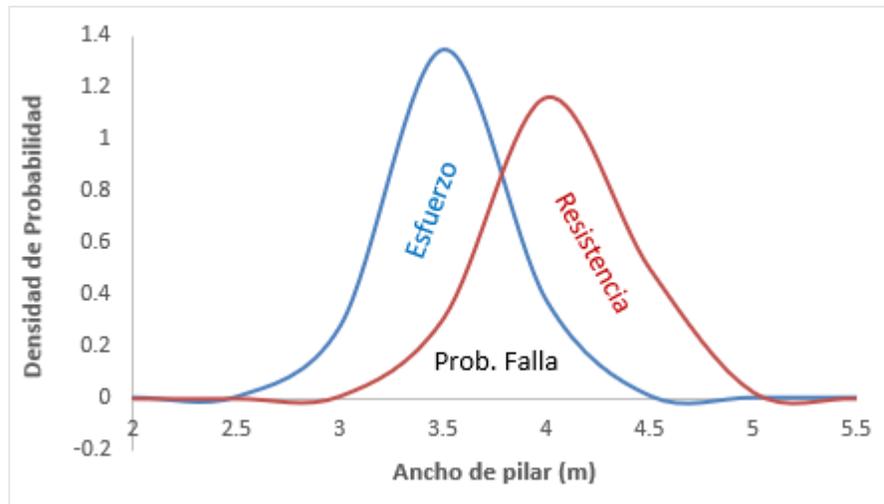


Figura 4: Representación del área para hallar la probabilidad de falla.

El desarrollo del análisis de la probabilidad de falla de los pilares se basa en el uso de herramientas simples como las simulaciones de Monte Carlo. De esta forma, se obtendrían n iteraciones de posibles casos de falla de un pilar, en función a los valores de ancho de pilar, altura de pilar, ancho de la cámara, UCS, esfuerzo vertical definidos para elaborar dichas simulaciones, bajo una distribución log-normal, ya que no se admiten valores negativos.

De acuerdo con Song et al. (2017), un factor de confiabilidad mucho mayor a 50% significaba que la probabilidad de la estabilidad de un pilar es mucho mayor que la de falla. Entonces, se entiende que la confiabilidad de estabilidad es 1 menos la probabilidad de falla. Mientras más es el valor de la confiabilidad, mayor es la estabilidad de un pilar. El comportamiento de las curvas de dependencia entre el tiempo, la probabilidad de falla y los anchos de pilar se muestra en la siguiente figura.

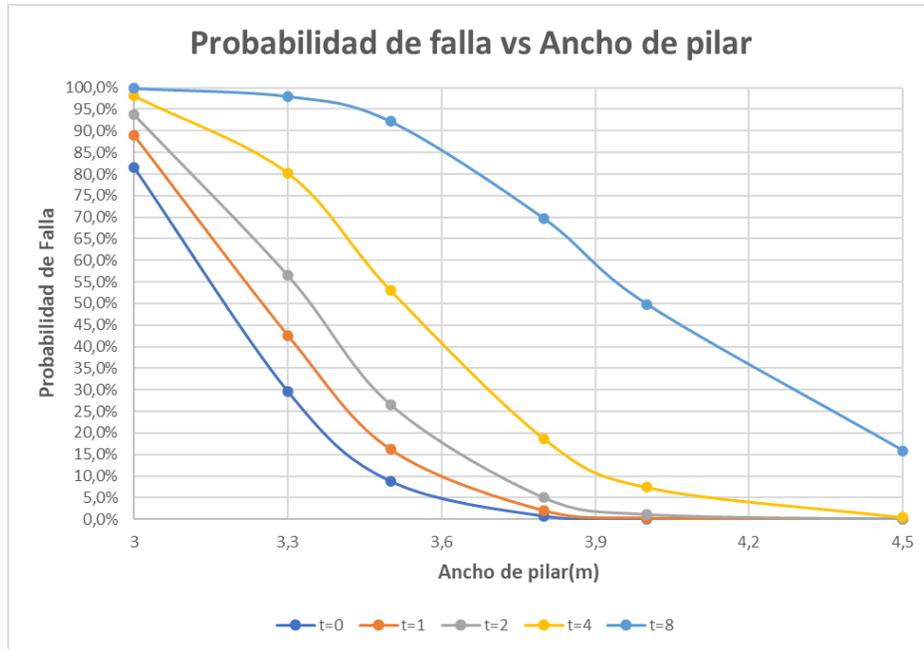


Figura 5: Probabilidad de falla en función del ancho de minado (w/h) y el tiempo (t).

2.2. Evaluación y valorización financiera de un proyecto minero

2.2.1. Técnicas de simulación para la evaluación de proyectos mineros

Las inversiones en minería son muy riesgosas y el mayor desafío es cómo lidiar con la incertidumbre envuelta en la inversión de capital. El Flujo de Caja Descontado (DCF), el Árbol de Decisiones (DT), la Simulación de Monte Carlo (MCS) y las Opciones Reales (RO) son métodos comúnmente usados para evaluar proyectos. A continuación, Topal (2008) detalla la funcionalidad de los cuatros métodos:

Simulación de Monte Carlo (MCS): Usado para analizar en proyectos con incertidumbre como es el caso minero. Primero, se debe desarrollar un modelo analítico para evaluar. Segundo, generar la distribución probabilística de data histórica para cada variable en el modelo. MCS calcula el resultado del proyecto usando una distribución marginal de todos los parámetros en la ecuación del NPV. Este método se basa en distribuciones estadísticas como log-normal, normal u otros para evaluar el nivel de incertidumbre de los parámetros dentro del proyecto. En cada simulación, los valores de los parámetros son escogidos al azar para cada distribución y cada periodo de tiempo y sustituido en la ecuación del NPV para generar un posible resultado. Así se realizan miles de simulaciones hasta obtener un promedio. La mayor cantidad de estas simulaciones, la mayor precisión de los resultados del proyecto. Las variables pueden ser independientes o pueden estar correlacionadas (ej. Ley se correlaciona con la recuperación ó precio de metales está correlacionado entre periodo de tiempos. Sin embargo, Rodriguez (2013)

no duda de las características de MCS en su habilidad de mostrar una amplia gama de posibles resultados, pero hay algunos horizontes que se debe explorar en los inputs simulados, la interacción entre ellos y los resultados generados de la data ingresada, ya que puede haber información oculta producto de la superposición global de los resultados. Para afrontar ello, se debe adaptar los resultados a cómo y cuándo los resultados deben ser considerados. Además, en orden de desarrollar un MCS útil es vital considerar suficiente funcionalidad que permita analizar los resultados globales de manera profunda cada vez que sea necesario y obtener el máximo provecho de ellos. Asimismo, los modelos simulados y los procesos internos deben estar orientados a tratar la información separadamente, dada la existencia de interacción entre estos.

Opciones Reales (RO): la valoración se basa en la flexibilidad del proyecto. Lo más flexible es el proyecto, lo más valioso es, pues esto permite responder a futuros eventos en formas que incrementarán el valor de la compañía. El valor de un proyecto puede aumentar con incrementos graduales de la flexibilidad gestora futura, usando análisis de RO, debido a que los proyectos mineros poseen gran cantidad de incertidumbre y requieren de flexibilidad para generar una estrategia óptima de proyecto. El valor del proyecto incrementa cuando el riesgo se reduce usando flexibilidad gestora. Una de las dificultades cuando se evalúan proyectos mineros es encontrar un procedimiento numérico apropiado para realizar el análisis de distintas metodologías. Actualmente hay distintas técnicas numéricas que pueden ayudar a la valoración de un proyecto.

Flujo de Caja Descontado (DCF): técnica ampliamente usada para tomar decisiones de inversión. La técnica evalúa el proyecto por ajuste o descontando el valor neto para efectos de riesgo y tiempo. Mientras más alto sea el riesgo, más alta la tasa de descuento. En esa línea, el NPV y el TIR son los indicadores más usados para la evaluación de proyectos.

Árbol de decisiones (DT): análisis del árbol viene de investigaciones operacionales. El método estima la probabilidad de posibles resultados de un proyecto, generando distintos escenarios que tienen cierta probabilidad de ocurrencia. Es un flujograma que representa un modelo probabilístico. El árbol es estructurado como una serie de simple preguntas, donde los valores son obtenidos a partir de cada resultado posible en el análisis. Para ello se deben considerar todas las posibilidades de ocurrencia. El árbol de decisiones consiste en nudos y ramificaciones. Hay 2 tipos de nudos: el primero se refiere a si se debe realizar o no una inversión, el segundo representa los eventos de incertidumbre (precio, mineral recuperado, inversión). Al final de cada ramificación se genera un NPV. Este método permite desglosar grandes problemas en pequeños. El tomador de decisiones puede ver el proyecto a nivel global y los resultados de las posibles rutas con respecto al NPV y se puede visualizar qué variables impactan más en el NPV del proyecto. Es más usado en el análisis de sensibilidad probabilístico de un proyecto.

Los 4 métodos son usados para análisis de inversiones, pero no hay método que por sí solo haga toda la evaluación. Para la evaluación de proyectos mineros es importante la flexibilidad gestora. El valor de la flexibilidad gestora es evaluado a partir de los precios, costos, tasas de descuento, leyes, extracción y el metal output (Gligloric *et al.* 2011). Particularmente, RO usa modelos como el de *Black & Scholes* para la evaluación del comportamiento de las variables. En este caso el valor del proyecto suele ser más alto, que en los otros métodos y permite al gerente tomar decisiones más flexibles ante variación del precio de los metales.

Tabla 4: Comparación de métodos para la evaluación de proyectos mineros.

Métodos	DCF	DT	MCS	RO
Input de las variables del proyecto conocido	Asume todo conocido	Incertidumbre (Usa valores discretos de probabilidad)	Incertidumbre (Usa distribuciones de probabilidad)	Usa ajustes de riesgo y patrón de variables (precio) en los cálculos.
Flexibilidad gestora	No hay flexibilidad. Inversiones toman lugar en una fecha determinada	Parcialmente flexible, analiza distintas estrategias gestoras.	Parcialmente flexible, brinda histogramas de resultados posibles.	Flexible, estudia estrategias gestoras, según la información.
Manejo del valor del dinero en el tiempo	Uso de la tasa de descuento	Uso de la tasa de descuento	Uso de la tasa de descuento	Usa la tasa libre de riesgo
Complejidad de los métodos	Fácil de calcular	Se hace más complejo a medida que incrementan las probabilidades.	Uso de software sofisticado para su cálculo	Variable, depende del tipo de evaluación.

Fuente: Gligloric et al. 2011.

Usando los métodos de valorización como DCF, RO ó DT se calcula el NPV y TIR. Los análisis muestran que las simulaciones ayudan a determinar si los parámetros financieros son apropiados y si se pueden alterar para perfilar mejor el riesgo del proyecto. Los modelos de valorización DCF y RO pueden ser evaluados bajo los modelos estáticos y de Monte Carlo. MCS permite el análisis de la probabilidad técnica de cumplimiento, debido a los altos costos y baja ley del mineral en ciertos periodos del proyecto, sin embargo, el modelo estático bajo la predicción de 1 solo precio no podría cuantificar lo

anterior y se tendría que realizar un análisis cualitativo para evaluar los efectos de riesgo y valor. Los análisis de MCS combinado con RO es una herramienta poderosa para entender como el valor y el nivel de riesgo se distribuye financieramente entre los proyectos de los interesados (empresa/gobierno/banco) (Samis, 2014).

2.2.2. Análisis de incertidumbre en la evaluación de proyectos mineros

Hoy en día se precisa que se opten por estrategias de mitigación de riesgo, incluyendo metales y cobertura de moneda para responder a la incertidumbre económica, ya sea la fluctuación del precio de los metales, la volatilidad de la tasa de intercambio u otros, con el objetivo de reducir el riesgo y evitar las pérdidas mineras. Por tanto, modelos estocásticos y ecuaciones diferenciales parciales (PDE) existen para ayudar a estimar la valoración de proyectos que minimicen el nivel de riesgo económico. (Topal, 2016).

Por un lado, la fluctuación del precio de los metales y su asociada volatilidad es crucial para la evaluación de proyectos mineros, así como la tasa de intercambio no siempre refleja la venta de los metales. Los modelos estocásticos pueden tomar valores financieros, estrategias de cobertura y, los PDE serían solucionados usando 2 métodos: método de diferencia finita (FDM) y softwares de simulación. Por otro lado, Gligloric *et al.* (2011) puntualizan la habilidad para planificar las incertidumbres para proyectos a largo plazo, donde las correlaciones entre las variables controlables, las que no se pueden controlar y los resultados económicos son generalmente complejas y no-lineales.

Igualmente, mediante el modelo de Monte Carlo, la incertidumbre del precio del metal es descrita sobre la vida del proyecto por el movimiento Browniano geométrico discretizado. El precio de los metales está sujeto a un ajuste de riesgo o a expectativas de riesgo (Samis, 2014). MCS es usado para predecir ganancias basado en un precio inicial, usando volatilidad anualizada y a partir del movimiento geométrico Browniano se puede predecir los costos operativos. Para cuantificar la incertidumbre del resto de parámetros se puede usar distribuciones estadísticas (normal, triangular, uniforme).

El uso de MCS combinado con la evaluación de riesgos ha permitido realizar análisis de riesgos en los proyectos y comunicar los resultados de una manera más concisa. MCS no solo te permite calcular el valor del NPV, sino los límites de los NPV estimados. Estos se proyectan, a través de gráficos estadísticos como histogramas que nos dan a conocer potenciales ganancias o pérdidas, así como cómo la flexibilidad gerencial o estrategias financieras que puedan limitar estas pérdidas e impulsar las ganancias. De igual forma, la información puede servir para simular probabilidades de ocurrencia, tal como el cierre temprano por el bajo precio del metal o el desarrollo de recurso sub-económico por el alza de los precios; en función de los inputs ingresados al modelo de flujo de caja. Por ende, el uso de conceptos gerenciales de riesgo financiero durante la evaluación de un proyecto sigue siendo una novel aplicación en la minería.

A su vez, Topal E. (2016) precisa que el método DCF no concibe la flexibilidad gestora para manejar las incertidumbres económicas y que falla en incorporar estrategias para reducir riesgos y maximizar ingresos. Por ello, en la literatura, el concepto de valoración de RO fue introducido como un modelo estocástico continuo en el tiempo. Este modelo fue implementado en varios proyectos mineros, pero solo para analizar la incertidumbre del precio de los metales y en algunos casos la incertidumbre geológica, debido a la gran complejidad de los modelos y de su resolución matemática.

En base a lo anterior, Samis M. et al. (2012) mencionan que el DCF dinámico y análisis de RO pueden complementar los análisis convencionales. Modelos estáticos de DCF tienen dificultades para comunicar la incertidumbre y las características de riesgo del proyecto, por lo que, el uso de DCF dinámico y RO proveen una gama más completa de herramientas para realizar análisis económicos. Una gran diferencia entre ambos métodos (convencional y dinámico) es cómo cambia el NPV con la introducción de modelos estocásticos del precio del metal, el efecto del flujo de caja no lineal, ajustes de riesgo con RO y el valor de impacto de varios tipos de flexibilidad, que impacten la extracción económica, que a su vez consideran, impuestos, regalías y la reversión del precio. Asimismo, existen diferencias en el ajuste de riesgo entre el DCF dinámico y el RO, lo cual nos permite entender el cambio de valor generado entre ambos métodos.

En cierto modo, la diferencia entre DCF y RO es pequeña, pero tienen implicaciones importantes para la evaluación de proyectos. El beneficio del RO es su habilidad de reconocer las variaciones complejas de riesgo en el flujo de caja, tanto a los parámetros con incertidumbre, la flexibilidad gestora y los términos de finanzas e impuestos. En cambio, un DCF enfoca su incertidumbre incrementándola a lo largo del proyecto, pero no concibe otras evaluaciones. Esto puede causar lo siguiente: 1) precio de metales fluctúan en un nivel equilibrado en el largo plazo, 2) proyectos sin reversión de los precios de los metales, no fluctúan como en los mercados, 3) impuestos y regalías cambian significativamente con los resultados de los precios o dependen de precios pasados. Aunque la evaluación de riesgos con DCF ha sido limitado en los análisis de sensibilidad, el análisis de sensibilidad permite recalcular el valor del NPV bajo distintas alternativas, cambiando un particular input a lo largo del proyecto.

2.2.3. Evaluación económica y de costos en la gestión de proyectos mineros

A continuación, se presentan cuatro formas de abordar la evaluación económica de un proyecto minero, considerando lo visto en los dos apartados anteriores:

Primero, Dehghani H. (2013) precisa que los resultados de métodos de evaluación convencionales de proyectos mineros como el DCF son conservativos y no representan el valor real de los mismos. Para resolver ese problema es necesario usar técnicas más precisas como la valoración de RO y la determinación del NPV bajo el escenario de precio y costos operativos inciertos. Adicionalmente, el árbol binomial es usado para investigar la incertidumbre de precio y costos operativos. Este mapea todas las posibles trayectorias del precio y los costos a través del tiempo. Este árbol está compuesto por nodos y ramificaciones, donde los nodos son probabilidades transversales y corresponden a un potencial precio o costo. Los inputs básicos para estimar las probabilidades son la volatilidad del precio o costo, la tasa libre de riesgo y el tiempo. A continuación, se explican los pasos para determinar el valor real del proyecto.

- 1) Determinación del NPV bajo el escenario de precio y costos operativos conocidos: en este escenario el NPV es calculado usando el DCF convencional. Como primer paso se determina el Flujo de Caja Libre (FCF).

$$FCF = [(P - C) * Q - FC - D - T] + D$$

Ecuación 22: Cálculo del Flujo de Caja Libre (FCF).

FCF: Flujo de caja libre del proyecto en el tiempo n.

P: Precio del mineral en el tiempo n.

C: Costo variable en el tiempo n.

Q: Ratio de producción en el tiempo n.

FC: Costo fijo en el tiempo n.

D: Depreciación en el tiempo n.

T: Impuesto corporativo.

n: Periodo de tiempo.

Luego, se determina el NPV, en función del FCF, la tasa de descuento y el tiempo.

$$NPV = -IC + \sum_{n=1}^N \frac{FCF_n}{(1+i)^n}$$

Ecuación 23: Cálculo del Valor Presente Neto (NPV) en función del FCF.

, en donde i es la tasa de descuento para el proyecto minero e IC es el costo de inversión.

- 2) Determinación del NPV bajo el escenario de precio y costos operativos inciertos: el árbol binomial fue hecho usando la data histórica y es utilizado para estimar el precio del metal y los costos operativos. El FCF binomial será construido usando ambos

parámetros (un árbol binomial por parámetro). Finalmente, el DCF bajo condiciones de incertidumbre sería la siguiente ecuación:

$$DCF_{n,k} = FCF_{n,k} + \frac{P_r \cdot DCF_{n+1,k} + (1 - P_r) \cdot DCF_{n+1,k+1}}{(1 + rf)}$$

Ecuación 24: Cálculo del Flujo de Caja Descontado (DCF).

, en donde:

DCF(n,k): Flujo de caja descontado en el nodo k en el tiempo n.

K: número de nodo en el tiempo n.

Rf: Tasa libre de riesgo.

Pr: Probabilidad de ocurrencia.

- 3) Después de ello se introduce el modelo de RO valoración. Este modelo contempla costos de expansión, costos de cierre temporal, costos de cierre permanente y costos de reapertura de mina. Estos costos se encuentran en funciones que deberían estimarse para la vida entera del proyecto. La fórmula es como sigue:

$$ROV_{n,k} = \text{MAX}\{-D_1O_1, -D_2O_2, -D_3O_3, -D_4O_4, \} + \frac{P_r \cdot DCF_{n+1,k} + (1 - P_r) \cdot DCF_{n+1,k+1}}{(1 + rf)} - D_1O_1 - D_2O_2 - D_3O_3$$

Ecuación 25: Cálculo del DCF con Opciones Reales (RO).

ROV (n,K): es la valoración RO en el tiempo n y el nodo k.

FCF(n,k): Flujo de caja libre en el node k en el tiempo n.

D1= 1, si la mina va a cerrar permanentemente en el tiempo n, sino D1 = 0.

D2= 1, si la mina va a cerrar temporalmente en el tiempo n, sino D2 = 0.

D3= 1, si la mina va a reabrir en el tiempo n, sino D3 = 0.

D4= 1, si la mina va a expandirse en el tiempo n, sino D4 = 0.

O1 es el costo de mina de un cierre permanente.

O2 es el costo de mina de un cierre temporal.

O3 es costo de mina de reabrirlo.

O4 es el costo de expansión.

Usando las opciones en el tiempo correcto puede ayudar a la gestión de proyectos a tomar correctas decisiones de cara a situaciones impredecibles.

Segundo, Dehghani H. *et al.* (2014) valorizan 4 escenarios para determinar el NPV: 1) precio de metal y costos conocidos usando DCF convencional. 2) precio de metal y costos inciertos usando MCS, 3) precio de metal y costos inciertos usando árbol binomial y 4) precio de metal y costos inciertos usando la técnica piramidal. La diferencia entre la técnica piramidal y el árbol binomial es que el primero considera precios y costos poseen cambios no alineados y estudia todos los posibles escenarios de precio y costo y, el segundo, considera cambios en la misma dirección, más no puede investigar situaciones críticas o las mejores situaciones, en donde los precios y los costos puedan estar en direcciones opuestas.

En detalle, en el primer escenario, el NPV es calculado usando el tradicional DCF, en donde se determina el valor de venta (V) y el flujo de caja (CF), en función del precio del metal (P), costos de tratamiento y refinación (r), costo variable (C), cantidad de tonelaje producido (Qr), cantidad de mineral tratado (Qm), costo fijo (F), la depreciación (D), la tasa de impuesto (T) y la tasa de descuento (i). Todo en un tiempo n. Las fórmulas se mencionan a continuación.

$$V = (P - r) * Qr - C * Qm - F - D$$

Ecuación 26: Cálculo del Valor de venta de mineral.

$$\text{Si } V > 0, \quad CF = V * (1 - T) + D$$

$$\text{Si } V \leq 0, \quad CF = V + D$$

Después de calcular el CF, el NPV será determinado usando la siguiente ecuación:

$$NPV = -IC + \sum_{n=1}^N \frac{FCF_n}{(1 + i)^n}$$

Ecuación 27: Cálculo del Valor Presente Neto en función al flujo de caja (CF).

Para el escenario 2 se usó un software de simulación de distribución probabilística, que permite obtener resultados bajo cierta probabilidad de ocurrencia.

En el escenario 3, los precios del metal y los costos operativos son inciertos y estos son modelados con el método del árbol binomial. El flujo de caja binomial se estimará en función a la fórmula de escenario 1 y el DCF se calcula como sigue:

$$DCF_{n,k} = CF_{n,k} + \frac{P_r DCF_{n+1,k} + (1 - P_r) DCF_{n+1,k+1}}{(1 + rf)}$$

Ecuación 28: Cálculo del DCF bajo escenarios de incertidumbre.

Y en el escenario 4, es similar al anterior escenario, pero se aplica, en este caso, el método piramidal. El DCF se determina usando la siguiente fórmula:

$$DCF_{n,k} = CF_{n,k} + \frac{P_{r_{uu}} DCF_{n-1,k-1} + P_{r_{ud}} DCF_{n-1,k+1} + P_{r_{du}} DCF_{n+1,k-1} + P_{r_{dd}} DCF_{n+1,k+1}}{(1 + rf)}$$

Ecuación 29: Cálculo del DCF bajo escenarios de incertidumbre_Método piramidal.

Tercero, de acuerdo con Kudelko J. (2013), en la etapa de explotación hay distintos periodos: 1) preparación de labores para la explotación, 2) la explotación en sí misma y 3) la liquidación de labores. El periodo inicial está caracterizado por altos niveles de inversiones y el periodo de liquidación por largos gastos, pero con bajos ingresos. El Valor Presente Neto fue propuesto para la evaluación económica de los distintos periodos de explotación, lo cual finalmente representa la suma de los valores actualizados de los 3 periodos. Para ello se propone un algoritmo de evaluación económica:

$$NPV = NPVr + NPVe + NPVq$$

Ecuación 30: Suma de distintos Valores Presentes Netos.

, en donde:

NPV: es el valor presente del proyecto (preparación, explotación y liquidación).

NPVr: valor presente neto del periodo de la preparación.

NPVe: valor presente neto del periodo de explotación.

NPVq: valor presente neto para el periodo de liquidación.

Cuarto, Dehghani H. et al. (2012) muestra cómo el método de Análisis de Costo Beneficio (CBA) puede ser aplicado en proyectos mineros. El principal objetivo del CBA es estimar los efectos netos del beneficio. Algunos impactos deben ser asignados a más categorías. CBA se puede dirigir a varios interesados. Ciertos beneficios o costos pueden ser para otros sectores. Hay efectos directos (para los que están involucrados directamente en la operación) y efectos indirectos (impactos socio-ambientales, otros sectores). Ambos efectos están en la primera ronda. Y en la segunda ronda existen efectos está relacionado con las ganancias de la primera ronda. CBA incluye la primera ronda y

rara vez la segunda ronda. Asimismo, los costos a considerarse se presentan a continuación a mayor detalle:

a. Costo neto de infraestructura pública: gastos públicos (agua, drenaje y caminos). Servicios proveen beneficios a usuarios no mineros. Estos costos deberían ser prorrateados con los beneficios de mina + beneficios a otros usuarios. (No deberían incluirse colegios, casas, hospitales).

b. Valorando impactos socio-ambientales: calidad de agua, aire, emisiones de carbono, ruido, vibraciones, tráfico, impactos en la biodiversidad, etc. Para valorizar estos impactos se deben considerar los siguientes pasos: 1) estimar impactos físicos en el ambiente, 2) estimar los impactos en los negocios (productividad de la agricultura) o la salud en la población y 3) monetizar dichos impactos.

c. Otros impactos económicos: excedentes en el trabajador minero, excedentes económicos de proveedores mineros, pérdida económica de las operaciones mineras, pérdidas asociadas en actividades base desplazadas (negocios locales) y cambios de excedentes económicos por cambios de los visitantes en el área, que antes era para turismo.

2.3. Valor en riesgo de un proyecto minero

2.3.1. Enfoque y definición del valor en riesgo

Valor en riesgo (VaR) puede ser definido como una medida del nivel de riesgo ó como el percentil o cuantil (α) de la pérdida o ganancia futura de forma aleatoria, bajo cierto horizonte de tiempo (Luciano & Kast, 2001). Por ende, el VaR de un proyecto es la máxima pérdida de un proyecto que sufrirá en un determinado periodo de tiempo, bajo cierto nivel de probabilidad, conocido como nivel de confianza del VaR. Hendricks D. (1996) define que un modelo de VaR mide el riesgo del mercado determinando cuánto el valor de un proyecto podría declinar a lo largo de un periodo de tiempo con cierta probabilidad como el resultado de cambios en el mercado. Por ejemplo, si el periodo es de 1 día y la probabilidad es de 1 %, la medida VaR sería una estimación de la declinación del valor del proyecto que podría ocurrir con un 1% de probabilidad en el siguiente día. Es decir, si el VaR es preciso, pérdidas más grandes que la medida del VaR deberían ocurrir menos del 1 % en el periodo de tiempo.

Mayormente, las aplicaciones del VaR se relacionan con la medición del riesgo para pérdidas financieras. Si se realizan predicciones imprecisas e incorrectas del VaR puede implicar en la capitalización de un proyecto, dado que se subestima los valores del VaR y esto puede conllevar a impactos negativos sobre las ganancias de un proyecto (Huang Ch, 2014).

Otras aplicaciones son para medir riesgos de flujos de cajas y riesgos operacionales bajo periodos con riesgos sobre un tiempo relativamente corto, aunque la estimación del VaR a largo plazo tiende a ser más difícil que el VaR de corto plazo. Si bien el VaR depende de la volatilidad, la volatilidad es más difícil para predecir en horizontes de largo plazo (Cairns *et al.* 2004). Para ello, algunos autores como Cairns & Blake (2004) proponen aplicar una fórmula cuantil estándar sobre el horizonte de largo plazo y luego estimar el VaR usando valores promedio de parámetros de los cuales depende el VaR. Este enfoque no requiere predecir las volatilidades en horizontes de largo plazo y evita dificultades de enfoques de predicción de volatilidad estándar. Tanto las estimaciones del VaR de largo plazo como el VaR de corto plazo están sujetos a modelos considerables y parámetros de riesgo; sin embargo, en términos de variabilidad sobre el tiempo, VaR en largos periodos de observación tienden a producir menos variabilidad que aquellas que se usan periodos cortos de observación, de acuerdo a Hendricks D. (1996).

Adicionalmente, Glasserman (2001) puntualiza que se estime la probabilidad de pérdida del valor de un proyecto, lo cual es requisito para calcular los cuantiles, así como se requiere de cierta información histórica de la data del mercado, lo cual influye en los cambios de los factores de riesgo en el futuro para la estimación del VaR.

El valor de riesgo es una medida estadística resumida del riesgo del mercado normal. El VaR resume la información en la distribución de probabilidad de posibles cambios en el valor de un proyecto, bajo un contexto en específico. Es decir, el valor de riesgo de un proyecto es la pérdida máxima con cierta probabilidad X% (Pearson, D, 2000).

Del mismo modo, D. Pearson (2000) indica que el valor de riesgo es un valor estimado del riesgo que se basa en un rango de supuestos, a veces, en la data histórica, que predice los resultados del futuro en función a los obtenidos del pasado. Sin embargo, esto ha sido criticado por lo que alguien quien estima este valor no tenga la información suficiente o idónea. Así que se debe considerar que este valor de riesgo sea una estimación de algunas alternativas viables de valoración de un proyecto.

2.3.2. Evaluación y estimación del valor en riesgo

En la literatura se encuentran distintas maneras de afrontar el valor en riesgo de un proyecto. A continuación, se detallan las formas de cómo se estiman y examinan los VaR de un proyecto:

Primero, Luciano & Kast (2001) propone estimar el VaR, a partir de la probabilidad de pérdida ó ganancia (α), la distribución acumulativa de la pérdida/ganancia $F_x(x)$. Ahora, si denotamos a X como pérdida y su función de distribución acumulativa con $F_x(x)$, el VaR de X toma la siguiente forma: $F_x(\text{VaR})=\alpha$. Si asumimos que hay una pérdida con una pequeña probabilidad (α), esto significa que $\text{VaR}<0$. Para dado nivel de caja N, se debe escoger un proyecto con pérdida más pequeña que N con una probabilidad más

pequeña o igual a α . Las pérdidas finales serían $X+X'$, en donde X son ajustadas a X' para reducir el riesgo; de esta forma:

$$F_{X+X'}(N) \leq \alpha$$

Ecuación 31: Cálculo del DCF bajo escenarios de incertidumbre.

Si $VaR \geq N$, no es necesario revisar el proyecto, ya que $F_x(N) < \alpha$ y la máxima pérdida debido a X ya está cubierta por N con una probabilidad más grande que $1 - \alpha$. Por otro lado, si $VaR < N$, X puede causar una pérdida más grande que N ; por eso es necesario mirar por una cobertura con pérdida X' , de tal forma que la condición sea satisfecha.

Segundo, una de las fórmulas más usadas en la valoración de riesgo en el largo plazo es $VaR(h) = VaR(1) \cdot \sqrt{h}$ (Cairns et al. 2004). Se analiza la información en base a la media, de la desviación estándar (volatilidad), el nivel de confianza (cl), el horizonte del proyecto (h). Para ilustrar el método, asumimos que el log-normal diario son distribuidos normalmente. Este log-normal estimado es muy conveniente para el análisis de VaR . La fórmula es como la que sigue:

$$VaR(h) = P - P_{cl} = P(1 - \exp[\mu h + \alpha_{cl} \sigma \sqrt{h}])$$

Ecuación 32: Cálculo del DCF bajo escenarios de incertidumbre.

, en donde P es el actual valor del proyecto, P_{cl} es el percentil del valor final del proyecto, después de un periodo h y α es la variante normal estándar asociado a un nivel de confianza. Además, se debe considerar cómo el VaR se altera con el horizonte del tiempo y el nivel de confianza. Cairns et al. (2004) menciona ciertas generalidades: Si la media es baja y la desviación estándar es alta, entonces el VaR se incrementa ligeramente hacia su pico y permanece en ese valor durante mucho tiempo. Y si la media es alta y la desviación estándar es baja, entonces el VaR se incrementa y luego cae rápidamente y permanece en el horizonte. Esto nos dice que el cambio de la media en el corto plazo no es tan sensible, más sí lo es en el largo plazo. Y el efecto de cambio de la volatilidad del VaR depende básicamente de la longitud del horizonte del tiempo. En base a lo anterior, se pretende derivar estos parámetros del VaR en el largo plazo. Para ello, se divide el tiempo en series de periodos cortos como días y predecir la media y la volatilidad para cada día, convirtiendo en un análisis complejo de multiperiodo como la simulación de Monte Carlo. Sin embargo, se recomienda un enfoque simplista y promediar los valores de largo plazo de los parámetros relevantes.

Tercero, se considera funciones de distribución hiperbólicas para estimar el VaR de cierta data histórica. Una de las que presenta mejor precisión en la información es la HG

skew t-student distribución, la cual se implementó exitosamente en minas sudafricanas de roca dura (Huang Ch, 2014). Usando la función de distribución se puede obtener la información referida a la frecuencia de datos (histograma de densidad), la log-densidad y la comparación estadística de cuantiles.

Cuarto, de acuerdo con Hendricks D. (1996) hay numerosas examinaciones para modelar el VaR. Los modelos intentan evaluar el riesgo del mercado, del precio y del proyecto para medir las potenciales pérdidas en un periodo de tiempo. Los 2 componentes más importantes de los modelos de VaR es la longitud de tiempo y el nivel de confianza sobre los cuales el riesgo es medido. Estos componentes grandemente afectan la naturaleza del modelo del VaR. El VaR asume que la composición del proyecto no cambia a largo del tiempo en pequeños periodos de retención. Estos enfoques de VaR se basan en 1 día de periodo de retención. Además, medidas de VaR son expresados en percentiles que corresponden a niveles de confianza. Por ejemplo, un estimado de riesgo al nivel de confianza del 99 % es la cantidad de pérdida que un proyecto es esperado para exceder solo 1 % del tiempo. Es también conocido como la medida de VaR del 99° percentil, pues la cantidad es el 99° percentil de la distribución de las potenciales pérdidas de un proyecto. En práctica, VaR son calculados entre 90 y 99 percentil, más común aún usan rangos de 95 a 99 percentil.

Por un lado, muchos modelos de VaR usan data del pasado para estimar cambios potenciales del valor de un proyecto en el futuro. Hendricks D. (1996) propone 2 enfoques de la medición del VaR con característica de varianza-covarianza: la Media móvil igualmente ponderada y la Media móvil exponencialmente ponderada. Por un lado, **el primer enfoque** calcula la varianza de un proyecto usando una cantidad determinada de data. La gran diferencia con el segundo enfoque es el marco de tiempo, algunos usan 50 días y otros hasta 5 años. La desviación estándar de un proyecto se calcula de la siguiente forma:

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{(k-1)} \sum_{s=t-k}^{t-1} (X_s - \mu)^2}$$

Ecuación 33: Determinación de la desviación estándar de un proyecto.

, en donde σ denota la desviación estándar estimada del proyecto al inicio del día t. El parámetro K especifica el número de días incluidas en el periodo observado, X_s es el cambio del valor del proyecto en el día s, y μ es la media del valor del proyecto. Se recomienda una μ igual a cero. Además, se considera 5 sets de medidas de VaR con periodos de 50, 125, 250, 500 y 1250 días de data histórica. Los periodos de 50 días son propensos a rápidos cambios y 1250 días son más estables en el tiempo.

Por otra parte, **el segundo enfoque** adjunta diferentes pesos a las observaciones pasadas contenidas en el periodo de observación. Si bien los pesos declinan exponencialmente, las observaciones más recientes reciben mayor peso que las más tempranas. La fórmula para la desviación estándar del proyecto bajo este enfoque es:

$$\sigma_t = \sqrt{(1 - \lambda) \sum_{s=t-k}^{t-1} \lambda^{t-s-1} (X_s - \mu)^2}$$

Ecuación 34: Cálculo de la desviación estándar bajo observaciones pasadas.

, en donde, λ es el factor de caída, el cual determina la tasa en el que el peso de las observaciones pasadas cae a medida que ellos se vuelvan más distantes. Este enfoque tiene como objetivo capturar movimientos de corto plazo en volatilidades. Otra fórmula sugiere una comprensión más intuitiva del rol del factor de caída. Como se muestra la desviación estándar en cierto día es una combinación de 2 componentes: 1) el promedio ponderado del día anterior (λ) y 2) la desviación cuadrada de ayer ($1 - \lambda$). El más bajo valor del factor de caída es la más rápida caída en la influencia de una observación dada.

$$\sigma_t = \sqrt{\lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda)(X_{t-1} - \mu)^2}$$

Ecuación 35: Cálculo de la desviación estándar considerando factores de caída.

En base a lo anterior, confiar en eventos pasados parece crucial cuando se trata de capturar movimientos de corto plazo en la actual volatilidad, pero confiar en observaciones muy cercanas generarían medidas altamente variables y propensas al error.

Igualmente, existe **un tercer enfoque**, que trata la simulación histórica. Es similar al primer enfoque que yace sobre una cantidad específica de observaciones pasadas. En lugar de calcular la desviación estándar de un proyecto, este enfoque usa los percentiles del periodo de observación como medida del VaR. Por ejemplo, para un periodo de observación de 500 días, la medida de VaR del 99vo percentil histórico es la sexta pérdida más larga observada de una muestra de 500 resultados (pues el 1 % de 500 que debería exceder la medida del riesgo es igual a 5 pérdidas) (Hendricks D. 1996).

Por último, **la cuarta forma** de afrontar es mediante la técnica de la simulación de Monte Carlo, la cual es aplicable con cualquier cambio en los factores de riesgo y cualquier

mecanismo para determinar el valor del proyecto en cada escenario del mercado (Glasserman, 2001). Pero reevaluando un proyecto en cada escenario puede presentar una carga sustancial computacional y genera desafíos en mejorar la eficiencia de los métodos MCS para estimar el VaR. Esto implica reevaluar rápidamente los escenarios o probar en pocos escenarios. Glasserman (2001) discute métodos para reducir el número de evaluaciones requeridos a través de muestras estratégicas de escenarios, que combinan la importancia de muestra y la muestra estratificada que generan cambios en los factores de riesgo. Este enfoque usa la técnica de la aproximación delta-gamma para guiar el muestreo de los escenarios. Asimismo, la fórmula para estimar el VaR mediante la técnica de Monte Carlo se basa en los siguientes inputs:

$S = \text{vector de factores de riesgo}$

$\Delta t = \text{Horizonte del VAR (i. e. 1 día o 1 semana)}$.

$\Delta S = \text{Cambio de los factores de riesgo sobre un } \Delta t$.

$L = \text{Pérdida del valor del proyecto como resultado del } \Delta S \text{ y el } \Delta t$.

La pérdida L es la diferencia entre el valor actual del proyecto y el valor del proyecto al final en el horizonte del VaR, dado que los factores de riesgo lo mueven desde S a $S+\Delta S$. El cálculo de probabilidades de pérdida es un prerrequisito para hallar cuantiles, aunque hay 2 problemas asociados a la distribución de L . El primero se refiere a la estimación de la probabilidad de pérdida $P(L>x)$ dado un límite de pérdida. El segundo problema es el inverso de encontrar el cuantil x_p para la cual $P(L>x_p) = p$, dada una probabilidad p . Además, esto requiere ciertas suposiciones acerca de la data del mercado. En simulaciones históricas, los ΔS son cambios observados del mercado en N periodos pasados de longitud Δt . Esto asume que los cambios en el futuro de los factores de riesgos se asemejan a los del pasado. Los cambios de ΔS sobre un pequeño horizonte es descrito por una multivariable de distribución normal. La condicional covarianza es comúnmente estimada de cambios pasados (o retornos) usando una muestra de matriz de covarianza, usando el promedio móvil exponencialmente ponderado.

2.3.3. Métodos para calcular el valor de riesgo

De acuerdo con D. Pearson (2000), se proponen 3 métodos para calcular el valor de riesgo de una empresa: Simulación histórica, Enfoque delta-normal y la simulación Montecarlo.

La simulación histórica es llevada a cabo en los siguientes pasos:

- Paso 1: identificar los factores del mercado y obtener una fórmula para determinar el valor del proyecto en términos de los factores del mercado.
- Paso 2: es obtener los valores históricos de los factores del mercado de un periodo de tiempo determinado.

- Paso 3: se calcula el valor del proyecto (ganancias o pérdidas) en función a los cambios de valores de los factores del mercado del periodo evaluado (100 días). Para calcular los valores del proyecto, primero debemos calcular 100 set de valores hipotéticos de los factores de mercado. En ese sentido, se calcula los % de cambios históricos de los factores de mercado y luego se combina con los valores de los factores de mercado actual para computar otros 100 set de valores hipotéticos para el siguiente día. Por tanto, al computar 100 nuevos set hipotéticos de los factores de mercado, se podrá hallar 100 valores hipotéticos del proyecto para un día en particular.
- Paso 4: es ordenar las ganancias y pérdidas del valor del mercado de mayor a menor (100 valores).
- Paso 5: finalmente, seleccionamos la pérdida que equivale o excede el 5% del tiempo, dado que se usaron 100 días (100 valores distintos), el valor de riesgo es la pérdida que se ubica en la posición 96, o que el 95% del tiempo ocurran pérdidas menores al valor que se ubica en la posición 96.

El enfoque delta-normal se basa en la suposición de que los factores de mercado tienen multivariadas distribuciones. Bajo esta suposición, uno puede determinar la distribución de las ganancias y pérdidas del proyecto, las cuales también son distribución normal. Una vez se obtengan las distribuciones posibles de estas ganancias y pérdidas, la desviación estándar calculada a partir de lo anterior es usada para hallar la pérdida máxima que sucedería en un X% del tiempo. Para ilustrar, en una distribución normal, los resultados menores o igual a 1.65 veces la desviación estándar debajo de la media ocurrirá solo el 5% del tiempo.

$$VaR = -(Valor\ esperado\ del\ proyecto - 1.65 * (desviación\ estándar\ del\ valor\ del\ proyecto))$$

Ecuación 36: Cálculo del VaR bajo una confiabilidad del 95%.

Finalmente, la simulación Monte Carlo es una metodología que posee muchas similitudes con la simulación histórica. La principal diferencia radica que en lugar de llevar a cabo simulaciones usando cambios en los factores de mercado en los últimos N periodos, uno escoge una distribución estadística que se adecúe convenientemente a los posibles cambios del mercado. Los pasos para estimar el valor de riesgo son los siguientes:

- Paso 1: es identificar los factores del mercado y obtener una fórmula que exprese el valor del proyecto.
- Paso 2: es determinar o asumir una distribución específica para los cambios en los factores del mercado para estimar estos parámetros.

- Paso 3: una vez se tenga la distribución seleccionada, se usa un generador pseudo-random para generar N valores hipotéticos de cambios de los factores del mercado (N = 10000 aprox.) Estos factores de mercado se usan para calcular N valores del proyecto.
- Paso 4 y 5: En este escenario se ordenan los valores del proyecto de mayor a menor. El VaR es la pérdida que es igual o exceda 5% del tiempo.

3. Metodología de trabajo

La metodología del presente proyecto se basa en la investigación del tipo cuantitativa, ya que se pretende usar un método estructurado en base a la recolección de datos para probar las hipótesis planteadas. En este y en el siguiente apartado se presentarán mediciones numéricas y análisis estadístico con el objetivo de establecer pautas de comportamiento y obtener los resultados que se espera desde los objetivos planeados. La presente metodología pretende desarrollar modelos precisos y eficientes con data generada de forma sintética con el propósito de que se pueda implementar en escenarios del mundo real, bajo las condiciones presentadas.

3.1. Etapa 1: Evaluación del caso de estudio

En esta etapa se pretendió describir y cuantificar las principales características del caso aplicativo, tales como el método de minado, tipo de mineralización, tipo de roca, los parámetros geomecánicos y los parámetros de diseño que actualmente se encuentran ejecutando: profundidad, potencia de la veta, ley del mineral, resistencia de compresión uniaxial y esfuerzo vertical.

Por un lado, dado que el caso de estudio comprende data sintética se precisó la configuración del nivel de minado, considerando las variables operativas, geológicas y geomecánicas. Se puntualizó el área tributaria (el ancho de pilar y el ancho de la cámara), el ritmo de producción para extraer el mineral, la recuperación, lo que permitió hallar el tonelaje total extraer del nivel de minado.

Por otra parte, se llevaron a cabo 100 simulaciones con valores aleatorios del ancho de cámara, esfuerzo vertical y el UCS; considerando la realidad de la mina, los cuales variarían según el ancho del pilar asignada. Ello permitió obtener una amplia base de datos diversos para poder hacer análisis estadístico bajo distintos escenarios de ancho de pilar.

3.2. Etapa 2: Análisis de la probabilidad de falla de un pilar

Primero, de la base de datos se obtuvieron los valores de la resistencia del pilar, el esfuerzo sobre el pilar y factor de seguridad para cada uno de los datos aleatorios. Esto nos permitió hacer la estadística y se obtuvo la media y la desviación estándar de los parámetros de resistencia del pilar, esfuerzo sobre el pilar, factor de seguridad y recuperación; los cuales sirvieron para determinar la distribución probabilística y calcular la probabilidad de falla para distintos anchos de minado. Para este análisis se analizaron 6 anchos de pilar específicos: 3.0 m, 3.3 m, 3.5 m, 3.6 m, 4.0 m y 4.5 m.

Segundo, se calculó la probabilidad de falla en el tiempo para distintos anchos de pilar. Para ello, en primer lugar, se debe determinó el comportamiento de la resistencia del pilar a lo largo de varios periodos t . Se empezó a con los $t=0, 1, 2, 4, 8$ y 32 años.

Tercero, para cada ancho de pilar en cada tiempo (años), se simuló la probabilidad de falla en función al desgaste a través de los años, lo cual nos permitió obtener un cuadro más amplio de información del comportamiento de la probabilidad de falla en función del tiempo y del ancho del pilar.

3.3. Etapa 3: Valorización del proyecto

Para efectos de la valorización del proyecto, se procedió con el cálculo del DCF (Flujo de Caja Descontado). Primero, determinamos el FCF (flujo de caja libre) con los parámetros de valorización del mineral: Precio; Costo de refinación; Ley de mineral; Recuperación y Costo Operativo. Luego, se halló el DCF, en función al FCF y variables financieras como la tasa ponderada del costo de capital, duración del proyecto y la tasa de riesgo. Ello nos mostrará el Valor del proyecto para distintos tiempos de duración, lo cual se relacionó con los tiempos de la probabilidad de falla de los pilares, bajo distintos escenarios de diseño.

3.4. Etapa 4: Construcción del modelo técnico-financiero

Se ejecutó un modelo técnico-financiero, donde se consideraron 4 apartados: Estabilidad geomecánica, Valorización del proyecto, Valorización del riesgo del proyecto y Análisis de sensibilidad. En esta última sección se generaron 4 gráficas en 3D, en función de los parámetros de diseño a optimizar y con distintos valores en el eje Z: Valor del proyecto, valor de riesgo del proyecto, Recuperación y Ganancia mínima, bajo una confiabilidad del 95 %. Para la ejecución de estos espacios se usó el lenguaje de programación abierta (Python).

3.5. Etapa 5: Determinación de los parámetros óptimos de diseño y recuperación

Con el propósito de obtener los parámetros de diseño óptimos que nos pueda dar el mejor balance de valorización, de recuperación y de menor riesgo se realizaron comparaciones entre las gráficas 3D, identificando los isovalores para cada ancho de pilar evaluado. Una vez identificadas las regiones más propicias para conseguir la mayor rentabilidad y producción a menor riesgo posible, se plotearon los valores de los parámetros de diseño y los valores de rentabilidad, de recuperación y de riesgo en gráficas de doble eje para visualizar el comportamiento de los valores para los distintos anchos de pilar. En esta última etapa, se escogieron los parámetros de diseño óptimos, relacionándolos con el mínimo factor de seguridad esperado y los parámetros de valoración y recuperación de los pilares.

4. Resultados y discusión

4.1. Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones ejecutadas en el modelo para distintas alternativas de anchos de minado que, por cuestiones operativas, estabilidad geomecánica y de rentabilidad de la empresa serían los más idóneos para proponer los parámetros de diseño óptimos.

4.1.1. De la evaluación del caso de estudio

La mina subterránea ejecuta el método de minado cámaras y pilares, donde se encuentra operando a una profundidad de 300 m y posee una configuración mineralizada semihorizontal con una potencia aproximada de 0.3 m y ley de mineral de 11 g/t. Dada la información geomecánica, la roca es intrusiva con una resistencia de compresión uniaxial de 145 MPa y esfuerzo vertical de 7,9 MPa. En la siguiente tabla se muestran las dimensiones de las cámaras y pilares con el cual se encuentra operando, donde se indican valores máximos, mínimos y promedios:

Tabla 5: Valores de los parámetros actuales de las cámaras y pilares.

Parámetro	Prom	Máx	Mín	Unid
Altura Cámara (Ho)	4	4	4	M
Ancho Cámara (Wo)	4,4	5,5	3	M
Largo Cámara (Lo)	4,4	5,5	3	M
Altura Pilar (Hp)	4	4	4	M
Ancho Pilar (Wp)	3,6	5,5	2,5	M
Largo Pilar (Lp)	3,6	5,5	2,5	M
UCS	145	160	130	Mpa
Esfuerzo vertical	7,89	7,91	7,81	Mpa

Tabla 6: Valores de la estabilidad geomecánica del material in-situ.

Dimensión	Valor	Unid
Densidad in-situ	2,75	t/m ³
GSI	75	
Cohesión	10	Mpa
Ángulo fricción	32	°

La mina actualmente posee una producción promedio de 300 t/día y un ratio de extracción del 80%. A continuación, se presentan los principales indicadores de explotación y geometría del nivel en donde se ubican las cámaras y pilares. Sobre la geometría de los pilares, el área tributaria es de 8 m de largo por 8 m de ancho. Asimismo, todo el nivel de minado posee una configuración cuadrangular de 120 m x 200 m. Este nivel con dichas dimensiones puede ser minado en 2 años calendario, extrayendo un total de 210540 toneladas con una recuperación del 80%, bajo la premisa de mantener un ancho de pilar igual a 3.6 m. En el cuadro de abajo se mencionan los principales indicadores de explotación y de geometría del área a minar.

Tabla 7: Principales indicadores de producción mina.

Indicador	Valor
Recuperación	80%
Ton/pilar	561
Ton/día	300
Ton/disp	131
Disp/día	2,3
Días/año	351
Disparos/año	806
Ton/mes	8773
Ton/año	105270

Tabla 8: Valores geométricos del nivel de explotación.

Dimensión	Valor	Unid
Ancho_Nivel	120	m
Largo_Nivel	200	m
Ancho AT	8	m
Largo AT	8	m
Tonelaje total	210540	t
Tiempo de minado	2	años

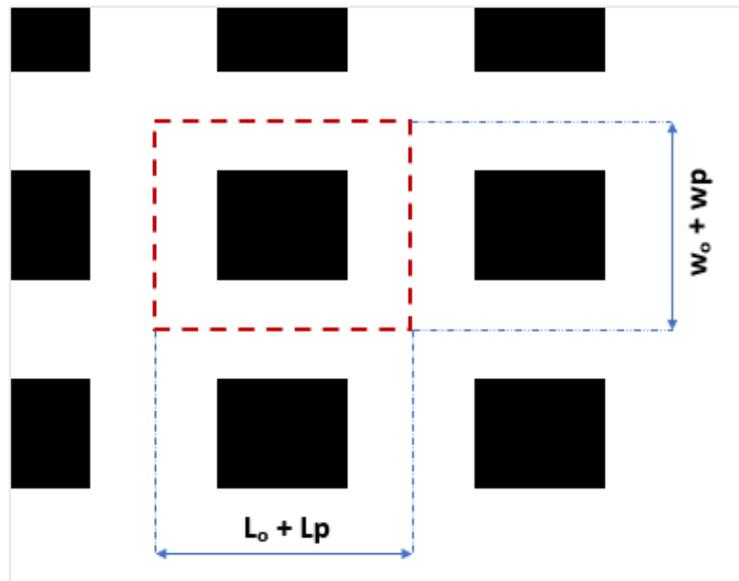


Figura 6: Representación del área para hallar la probabilidad de falla.

Se llevaron a cabo 100 simulaciones con valores aleatorios del ancho de cámara, esfuerzo vertical y el UCS; considerando valores límites (Máximo y mínimo) para cada variable de acuerdo con la realidad de la mina. El ancho del pilar será la variable independiente para asignar y el ancho de la cámara es igual al ancho de cámara aleatorio más 4 menos el ancho del pilar. Se asumirá una altura del pilar constante igual a 4 m, mientras que el largo del pilar será igual al ancho, ya que se trata de un área tributaria cuadrada. A continuación, se muestran los valores obtenidos para el caso de estudio base, considerando un ancho de pilar igual a 3.6 m (Tabla 9).

Tabla 9: Data de los parámetros de estabilidad geomecánica-Ancho pilar=3.6m.

Ancho Pilar (m)	Largo Pilar (m)	Altura pilar (m)	Ancho cámara (m)	Esf. Vertical (MPa)	UCS (Mpa)
3.6	3.6	4.0	3.5	7.85	130
3.6	3.6	4.0	5.3	7.83	139
3.6	3.6	4.0	5.3	7.89	139
3.6	3.6	4.0	4.6	7.85	149
3.6	3.6	4.0	4.8	7.84	141
3.6	3.6	4.0	4.8	7.86	142
3.6	3.6	4.0	3.9	7.88	150
3.6	3.6	4.0	3.5	7.85	139
3.6	3.6	4.0	4.2	7.83	133
3.6	3.6	4.0	3.6	7.84	151
3.6	3.6	4.0	4.8	7.82	160
3.6	3.6	4.0	5.4	7.88	156
3.6	3.6	4.0	4.3	7.87	159
3.6	3.6	4.0	3.5	7.82	149
3.6	3.6	4.0	4.9	7.86	155
3.6	3.6	4.0	3.6	7.83	130
3.6	3.6	4.0	4.0	7.83	136
3.6	3.6	4.0	4.3	7.83	133
3.6	3.6	4.0	3.8	7.82	149
3.6	3.6	4.0	5.2	7.82	157
3.6	3.6	4.0	4.8	7.82	160

Ancho Pilar (m)	Largo Pilar (m)	Altura pilar (m)	Ancho cámara (m)	Esf. Vertical (MPa)	UCS (Mpa)
3.6	3.6	4.0	3.7	7.85	156
3.6	3.6	4.0	5.4	7.85	148
3.6	3.6	4.0	4.5	7.87	134
3.6	3.6	4.0	3.5	7.85	150
3.6	3.6	4.0	4.0	7.83	145
3.6	3.6	4.0	3.6	7.85	135
3.6	3.6	4.0	4.5	7.83	156
3.6	3.6	4.0	4.6	7.83	130
3.6	3.6	4.0	4.9	7.88	149
3.6	3.6	4.0	3.5	7.83	147
3.6	3.6	4.0	5.1	7.85	139
3.6	3.6	4.0	4.7	7.83	136
3.6	3.6	4.0	4.3	7.82	133
3.6	3.6	4.0	4.3	7.88	148
3.6	3.6	4.0	3.5	7.88	145
3.6	3.6	4.0	4.4	7.88	150
3.6	3.6	4.0	4.2	7.84	141
3.6	3.6	4.0	4.8	7.81	137
3.6	3.6	4.0	4.6	7.86	137
3.6	3.6	4.0	5.2	7.82	131
3.6	3.6	4.0	3.9	7.88	148
3.6	3.6	4.0	3.4	7.83	146

Ancho Pilar (m)	Largo Pilar (m)	Altura pilar (m)	Ancho cámara (m)	Esf. Vertical (MPa)	UCS (Mpa)
3.6	3.6	4.0	5.0	7.85	144
3.6	3.6	4.0	5.2	7.86	152
3.6	3.6	4.0	3.5	7.81	135
3.6	3.6	4.0	3.5	7.86	136
3.6	3.6	4.0	3.5	7.84	151
3.6	3.6	4.0	3.6	7.82	160
3.6	3.6	4.0	4.1	7.86	150
3.6	3.6	4.0	4.3	7.85	144
3.6	3.6	4.0	4.2	7.88	137
3.6	3.6	4.0	5.3	7.88	159
3.6	3.6	4.0	4.0	7.81	152
3.6	3.6	4.0	5.0	7.81	136
3.6	3.6	4.0	5.2	7.85	132
3.6	3.6	4.0	5.4	7.84	151
3.6	3.6	4.0	4.7	7.82	132
3.6	3.6	4.0	5.0	7.87	136
3.6	3.6	4.0	5.4	7.88	131
3.6	3.6	4.0	4.0	7.87	143
3.6	3.6	4.0	5.2	7.83	138
3.6	3.6	4.0	4.9	7.83	140
3.6	3.6	4.0	4.4	7.81	143
3.6	3.6	4.0	3.4	7.83	148

Ancho Pilar (m)	Largo Pilar (m)	Altura pilar (m)	Ancho cámara (m)	Esf. Vertical (MPa)	UCS (Mpa)
3.6	3.6	4.0	5.4	7.86	133
3.6	3.6	4.0	4.3	7.84	141
3.6	3.6	4.0	3.8	7.86	130
3.6	3.6	4.0	3.5	7.84	158
3.6	3.6	4.0	3.5	7.88	136
3.6	3.6	4.0	4.2	7.84	146
3.6	3.6	4.0	4.2	7.86	160
3.6	3.6	4.0	5.1	7.83	153
3.6	3.6	4.0	3.9	7.84	152
3.6	3.6	4.0	3.4	7.84	145
3.6	3.6	4.0	4.0	7.83	140
3.6	3.6	4.0	3.9	7.81	142
3.6	3.6	4.0	4.4	7.88	160
3.6	3.6	4.0	4.2	7.87	132
3.6	3.6	4.0	4.1	7.87	152
3.6	3.6	4.0	5.0	7.82	156
3.6	3.6	4.0	4.2	7.82	158
3.6	3.6	4.0	4.3	7.86	141
3.6	3.6	4.0	5.1	7.83	144
3.6	3.6	4.0	3.8	7.82	136
3.6	3.6	4.0	4.5	7.89	141
3.6	3.6	4.0	4.6	7.84	149

Ancho Pilar (m)	Largo Pilar (m)	Altura pilar (m)	Ancho cámara (m)	Esf. Vertical (MPa)	UCS (Mpa)
3.6	3.6	4.0	4.4	7.86	158
3.6	3.6	4.0	3.5	7.88	153
3.6	3.6	4.0	4.1	7.85	156
3.6	3.6	4.0	4.0	7.84	155
3.6	3.6	4.0	3.7	7.84	135
3.6	3.6	4.0	3.8	7.87	152
3.6	3.6	4.0	3.4	7.88	137
3.6	3.6	4.0	5.3	7.89	154
3.6	3.6	4.0	4.0	7.84	131
3.6	3.6	4.0	5.3	7.84	147
3.6	3.6	4.0	4.2	7.84	144
3.6	3.6	4.0	4.0	7.82	141
3.6	3.6	4.0	3.5	7.84	157

De igual forma, se determinaron los valores de resistencia de pilar, el esfuerzo de pilar y el factor de seguridad para el caso base de $w = 3.6$ m, sin embargo, considerando anchos de pilar de 3 a 5 m, se evaluó el comportamiento de w/h y la resistencia de pilar/UCS, bajo la premisa del cálculo de Lunder & Pakalnis (1997), tal como se ve en la Figura 7, donde se entiende que los valores de resistencia son conservadores para un tipo de roca dura. Asimismo, de la data se comparó la relación del esfuerzo sobre el pilar y la profundidad de la zona de minado, que actualmente se encuentra hasta 700 m bajo superficie, no obstante, para el caso de estudio la profundidad con la cual se evaluará será de 300 m, con valores de esfuerzo que varían entre 30 MPa y 50 MPa, dada que las condiciones geomecánicas y geológicas se complican a medida que se profundiza en la mina. Ver Figura 8.

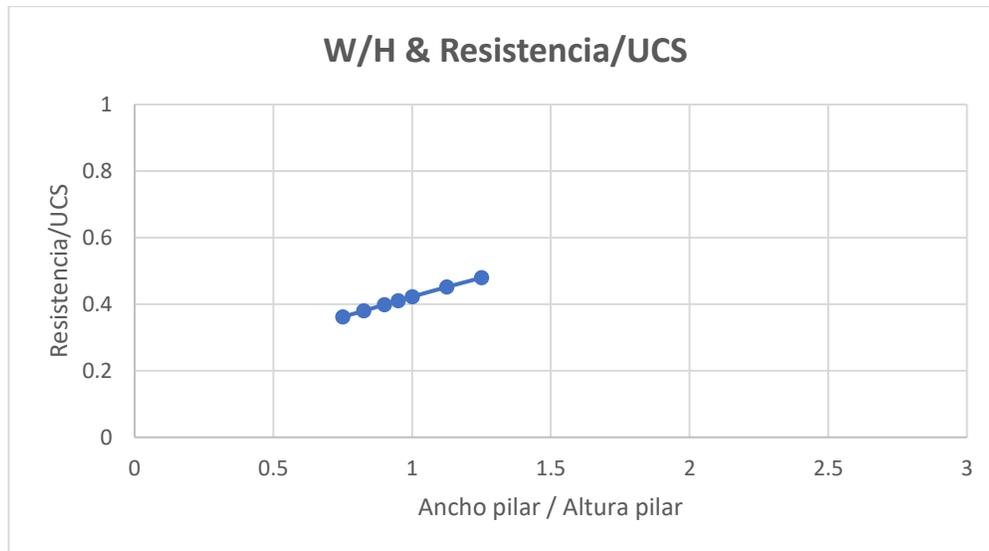


Figura 7: Comparación entre W/H y Resistencia/UCS.

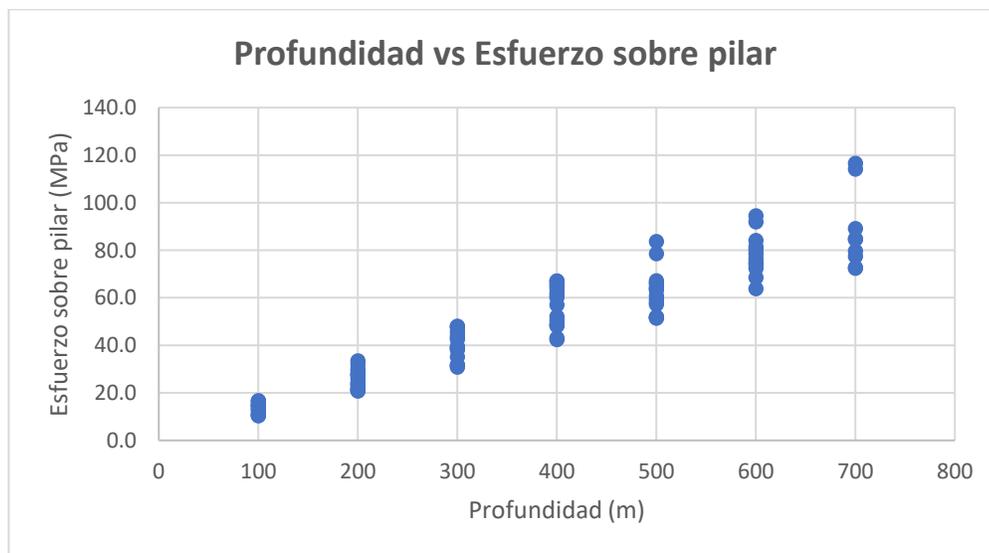


Figura 8: Comparación entre la profundidad y el Esfuerzo sobre el pilar.

4.1.2 Del análisis de probabilidad de falla

Primero, de las simulaciones realizadas en el apartado anterior para obtener los parámetros a evaluar, en función a un ancho de minado, se ejecutaron 6 simulaciones para distintos anchos de pilar: 3 m, 3.3 m, 3.5 m, 3.8 m, 4 m y 4.5 m. En la Tabla 10 y la Tabla 11 se muestran los valores obtenidos de la media y la desviación estándar de la resistencia del pilar, el esfuerzo sobre el pilar, factor de seguridad y recuperación del pilar para cada uno de los datos aleatorios. Esto nos sirvió para determinar la distribución probabilística y calcular la probabilidad de falla para distintos anchos de minado.

Tabla 10: Media de los parámetros de estabilidad y recuperación.

Ancho pilar (m)	Esfuerzo (MPa)	Resistencia (MPa)	Factor de Seguridad	Recuperación
3,0	55,1	54,4	1,0	85%
3,3	45,5	56,0	1,3	82%
3,5	40,5	57,1	1,4	80%
3,8	34,3	58,7	1,8	77%
4,0	31,0	59,8	2,0	74%
4,5	24,5	62,5	2,6	67%

Tabla 11: Desviación estándar de los parámetros de estabilidad y recuperación.

Ancho pilar (m)	Esfuerzo (MPa)	Resistencia (MPa)	Factor de Seguridad	Recuperación
3.0	8.6	3.4	0.2	2.2%
3.3	7.1	3.5	0.2	2.7%
3.5	6.3	3.5	0.2	3.1%
3.8	5.4	3.6	0.3	3.6%
4.0	4.8	3.7	0.3	4.0%
4.5	3.8	3.9	0.4	5.1%

Con la información de la media y desviación estándar de los parámetros de resistencia y esfuerzo se procede a construir la distribución de probabilidad, en este caso se visualizan las siguientes gráficas, las cuales poseen un comportamiento del tipo Normal. En cada figura se muestran tanto la curva de esfuerzo sobre el pilar como la resistencia del pilar, las cuales se llegan a superponer con claridad para ancho de pilar menores, mientras que, para los anchos mayores, la superposición es más pequeña. Esto quiere decir que, a menor ancho de pilar la probabilidad de falla es mayor y viceversa.



Figura 9: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3m.



Figura 10: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.3m.



Figura 11: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.5m.



Figura 12: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=3.8m.

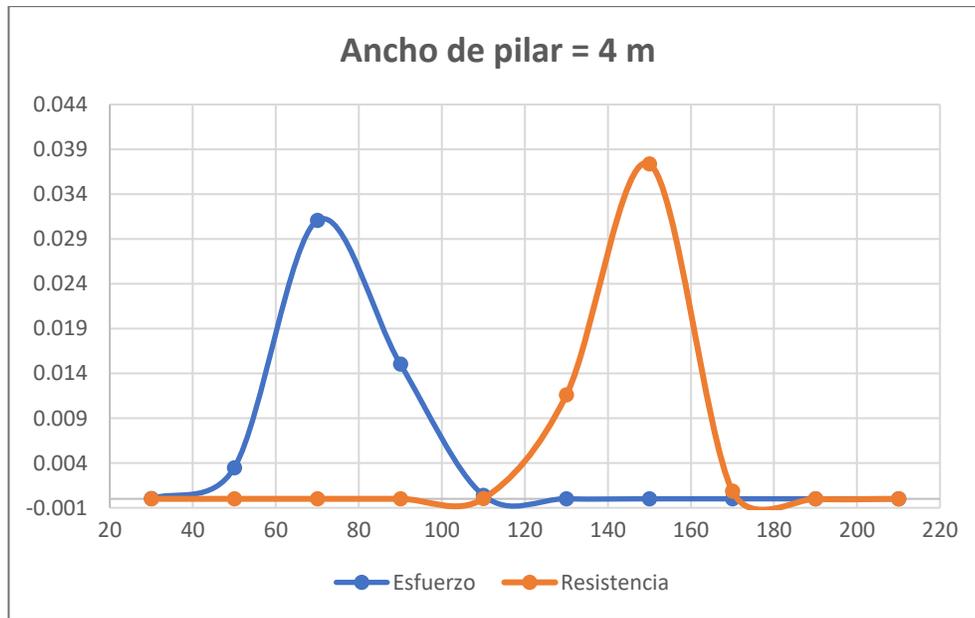


Figura 13: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=4m.

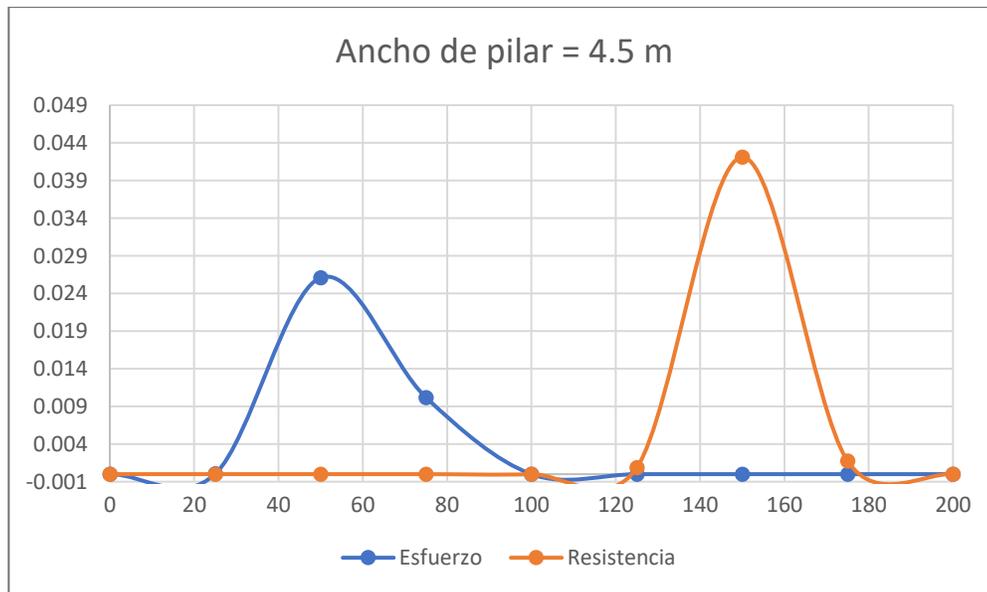


Figura 14: Esfuerzo y resistencia del pilar-Ancho de pilar=4.5m.

Los resultados obtenidos se muestran en el siguiente cuadro (Tabla 12), cabe precisar que estas probabilidades de falla aplican para un tiempo $t = 0$ años, sin embargo, se sabe el tiempo de minado dura algunos años para un cierto ancho y largo de nivel a minar.

Tabla 12: Probabilidad de falla del pilar para distintos anchos.

Ancho (m)	t=0
3	81.5%
3.3	29.5%
3.5	8.8%
3.8	0.7%
4	0.1%
4.5	0.0%

Segundo, se relacionó la probabilidad de falla con el tiempo para distintos anchos de pilar. Para ello, en primer lugar, se determinó el comportamiento de la resistencia del pilar a lo largo de varios periodos t (Biwas et al.,1999). Se empezó a con los t=0, 1, 2, 4, 8 y 32 años. La fórmula a usar es la siguiente y los resultados se muestran en la Tabla 13.

$$\% \text{ parting strength} = 100 * (1.01 - e^{-0.5D}) - 0.45 * t$$

Ecuación 37: % Resistencia del pilar en función al ancho y al tiempo.

, donde: D: la profundidad en el pilar (desde el borde al núcleo del pilar) y t: el tiempo.

Tabla 13: Porcentaje de resistencia del pilar para distintos anchos de pilar.

Años	3 m	3.3 m	3.5 m	3.8 m	4 m	4.5 m
0	92,46	94,32	95,33	96,57	97,24	98,51
1	92,01	93,87	94,88	96,12	96,79	98,06
2	91,56	93,42	94,43	95,67	96,34	97,61
4	90,66	92,52	93,53	94,77	95,44	96,71
8	88,86	90,72	91,73	92,97	93,64	94,91
16	85,26	87,12	88,13	89,37	90,04	91,31
32	78,06	79,92	80,93	82,17	82,84	84,11

Si por ejemplo para un ancho de pilar de 3 m, su % de resistencia es del 92.46, en el año 1 baja a 92.01, en el año 2 baja a 91.56 y así sucesivamente. Esto se traduce a que el pilar se va desgastando y desmoronándose o sufriendo el fenómeno “peeling”; esto significa

que el ancho del pilar se va reduciendo a lo largo del tiempo. Entonces, se podría relacionar el desgaste del ancho del pilar con el tiempo. Para un periodo de 1 a 8 años, considerando que en el año 0 se mantiene el mismo ancho del pilar, se detallan en el siguiente cuadro los nuevos anchos del pilar en cada periodo de tiempo.

Tabla 14: Nuevos anchos de pilar para distintos tiempos (años).

Ancho (m)	t=1 año	t=2 años	t=4 años	t=8 años
3	2,94	2,88	2,77	2,57
3,3	3,22	3,15	3,01	2,77
3,5	3,41	3,32	3,16	2,90
3,8	3,68	3,57	3,38	3,07
4	3,86	3,74	3,52	3,18
4,5	4,30	4,12	3,84	3,41

Tercero, los nuevos anchos de pilar, para cada tiempo (1 al 8), se simularon como en apartado anterior para determinar la probabilidad de falla en dichos casos. Las probabilidades de falla de los anchos de pilar base más los nuevos anchos de pilar, originados por el desgaste en el tiempo se figuran en la siguiente Tabla 15.

Tabla 15: Probabilidad de falla para distintos anchos de pilar y tiempos.

Ancho (m)	t=0 años	t=1 años	t=2 años	t=4 años	t=8 años
3	81,5%	88,9%	93,7%	98,1%	99,8%
3,3	29,5%	42,6%	56,5%	80,2%	98,0%
3,5	8,8%	16,3%	26,6%	53,1%	92,2%
3,8	0,7%	2,0%	5,0%	18,6%	69,6%
4	0,1%	0,4%	1,2%	7,4%	49,8%
4,5	0,0%	0,0%	0,0%	0,5%	15,8%

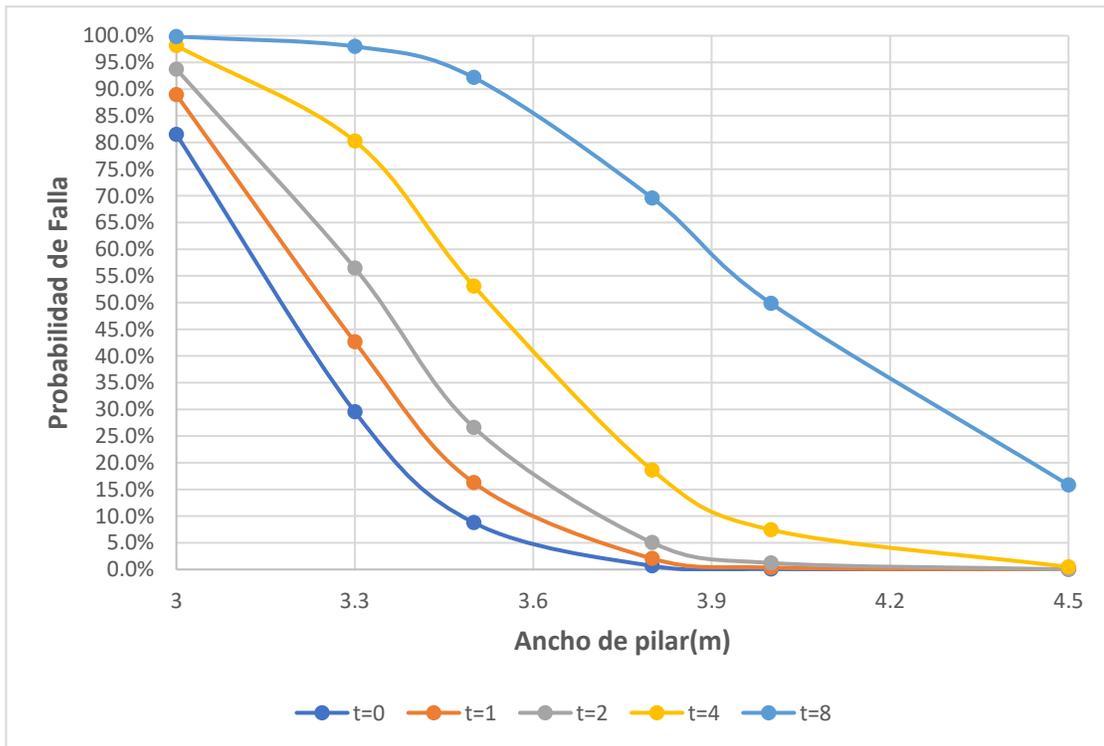


Figura 15: Probabilidad de falla en función del ancho del pilar para distintos tiempos.

Se desprende de la gráfica anterior que la probabilidad de falla para el ancho de pilar de 3 m supera el 80%, lo cual significa un alto riesgo en el diseño de los pilares; mientras que para anchos de pilar mayores a 4 m tienden a tener una probabilidad de falla cercana a cero. Después, se pretendió simular la misma gráfica con el eje de las abscisas el tiempo (de 0 a 3 años, ya que el tiempo de minado del nivel evaluado se toma 2 años en explotarse en promedio), y en las ordenadas la probabilidad de falla. De esta forma, se obtuvo la siguiente gráfica, en este caso, se omitió la curva para un ancho de 3 m y se consideran 5 anchos de pilar: 3.3 m, 3.5 m, 3.6 m, 3.8 m y 4 m.

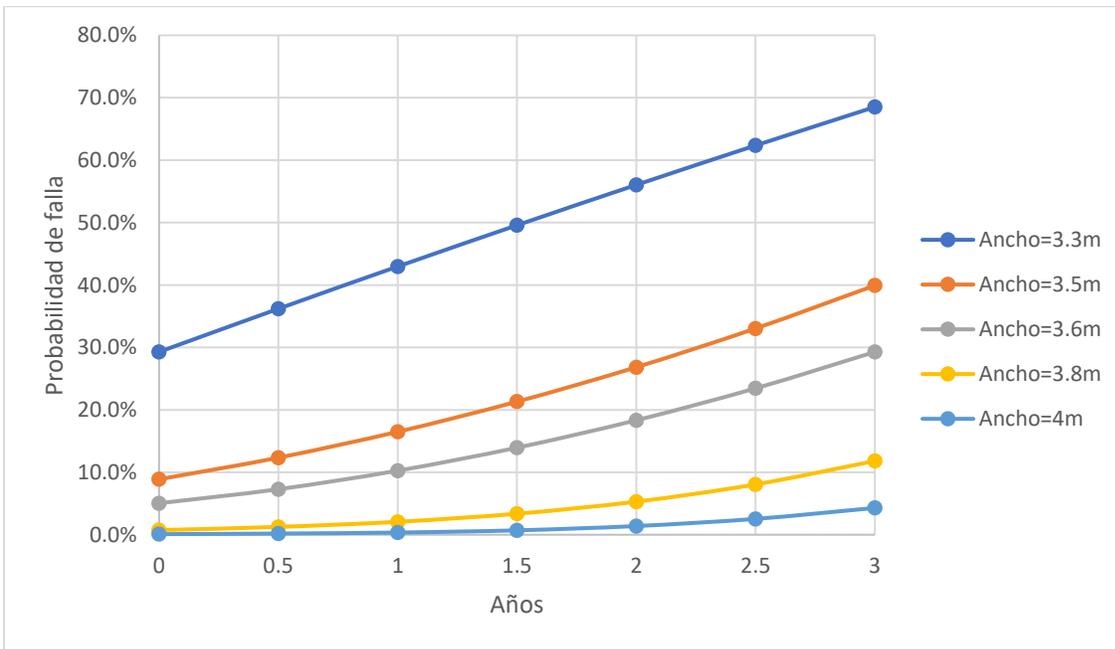


Figura 16: Probabilidad de falla en función del tiempo para distintos anchos.

Tabla 16: Probabilidad de falla de anchos de pilar en función al tiempo.

Tiempo (años)	Ancho=3.3m	Ancho=3.5m	Ancho=3.6m	Ancho=3.8m	Ancho=4m
0	29,3%	8,9%	5,0%	0,7%	0,1%
0,5	36,2%	12,3%	7,3%	1,3%	0,2%
1	43,0%	16,5%	10,3%	2,1%	0,4%
1,5	49,6%	21,3%	13,9%	3,4%	0,7%
2	56,0%	26,8%	18,3%	5,3%	1,4%
2,5	62,4%	33,0%	23,5%	8,1%	2,5%
3	68,5%	39,9%	29,3%	11,8%	4,3%

Asimismo, se pudo determinar la probabilidad de confiabilidad de que no falle o de que ocurra el sostenimiento esperado para cada periodo de tiempo. En la Tabla 16 y Figura 17 se muestran los valores de la probabilidad y las curvas de tendencia de probabilidad de confiabilidad, respectivamente.

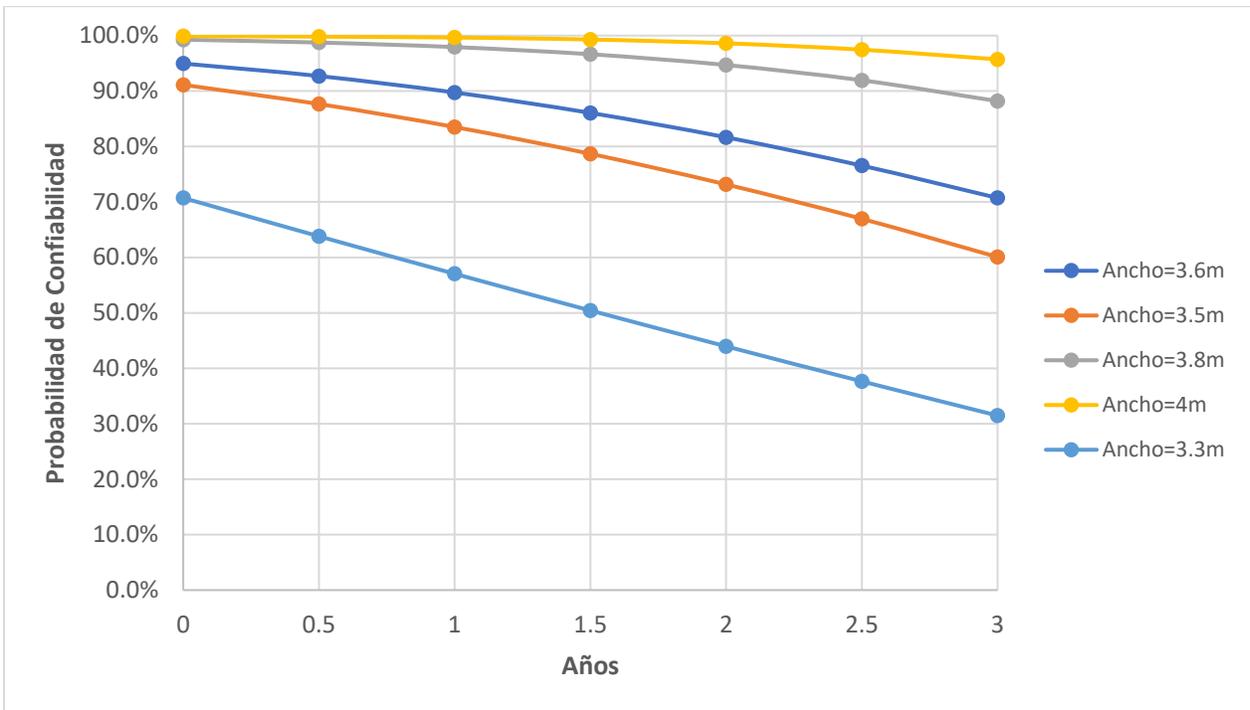


Figura 17: Probabilidad de confiabilidad de ancho de pilar en función al tiempo.

Tabla 17: Probabilidad de confiabilidad de anchos de pilar en función al tiempo.

Tiempo (años)	Ancho=3.3m	Ancho=3.5m	Ancho=3.6m	Ancho=3.8m	Ancho=4m
0	70,7%	91,1%	95,0%	99,3%	99,9%
0,5	63,8%	87,7%	92,7%	98,7%	99,8%
1	57,0%	83,5%	89,7%	97,9%	99,7%
1,5	50,4%	78,7%	86,1%	96,6%	99,3%
2	44,0%	73,2%	81,7%	94,7%	98,6%
2,5	37,6%	67,0%	76,5%	91,9%	97,5%
3	31,5%	60,1%	70,7%	88,2%	95,7%

4.1.3 De la valorización del proyecto

Para efectos de la valorización del proyecto, se procedió con el cálculo del DCF (Flujo de Caja Descontado). Primero, se determinó el flujo de caja libre con los parámetros de valorización del mineral: Precio (US\$/oz); Costo de refinación (US\$/oz); Ley (g/t); Recuperación (%) y Costo Operativo, el cual incluye mina y planta (US\$/t). La fórmula para usar es como la que sigue:

$$FCF = ((P - Crf) * Ley * Rec - Cop) * t$$

Ecuación 38: Cálculo del Flujo de Caja Libre para un tonelaje t.

$$DCF = \left(\sum_{n=1}^N \frac{FCF}{(1+i)^n} \right) / (1+rf)$$

Ecuación 39: Fórmula para hallar el Flujo de Caja Descontado.

$$NPV = -IC + \left(\sum_{n=1}^N \frac{FCF}{(1+i)^n} \right) / (1+rf)$$

Ecuación 40: Fórmula para hallar el Flujo de Caja Descontado + Inversión.

,donde:

NPV: Valor presente del proyecto.

IC: Inversión del proyecto.

DCF: Flujo de caja descontado.

FCF: Flujo de caja libre.

N: Periodo del proyecto.

I: Tasa de descuento.

Rf: Tasa libre de riesgo.

P: Precio del mineral.

Crf: Costo de refinación.

Ley: Ley del mineral.

Rec: Recuperación.

Cop: Costo operativo (mina + planta).

T: Tonelaje.

Los parámetros de valoración existentes, bajo incertidumbre del caso de estudio se muestran en la siguiente tabla con los datos estadísticos recopilados de la mina subterránea.

Tabla 18: Valores de los principales parámetros de valorización.

Parámetro	Media	Desv. Estan.	Unidad
Precio	1805,2	49,9	\$/oz
Ley	11,3	2,8	g/t
Recuperación	97,1	0,3	%
Costo Operativo	543,9	64,5	\$/t
Costo refinación	189,6	0,2	\$/oz

Asimismo, se considerará una tasa de descuento WACC del 12% y una tasa libre de riesgo del 3.5%.

4.1.4. De la construcción del modelo técnico-financiero

Para la construcción del modelo técnico-financiero se consideraron 4 apartados: Parámetros de estabilidad geomecánica, Parámetros de valorización del proyecto, Valorización del riesgo del proyecto y el análisis de sensibilidad. Para la ejecución de estos espacios se usó el lenguaje de programación abierta (Python). Las celdas con color de fondo crema son los espacios que se calcularán (variables dependientes) y las celdas con color de fondo blanco pertenecen a los inputs (variables independientes). Las tablas se muestran con los datos se muestran a continuación:

4.1.4.1. Estabilidad geomecánica

1. Estabilidad geomecánica:

Ancho pilar (m):	<input type="text"/>	UCS (MPa):	<input type="text"/>
Altura pilar (m):	<input type="text"/>	Esfuerzo vertical (MPa):	<input type="text"/>
Largo pilar (m):	<input type="text"/>	Resistencia del pilar (MPa):	<input type="text"/> Calcular
Ancho cámara (m):	<input type="text"/>	Esfuerzo sobre el pilar (MPa):	<input type="text"/> Calcular
Largo cámara (m):	<input type="text"/>	Factor de seguridad:	<input type="text"/> Calcular

Figura 18: Inputs y celdas de cálculo para la estabilidad geomecánica.

En esta sección se detallaron las dimensiones de las cámaras y pilares: Ancho de pilar, altura del pilar, largo del pilar, ancho cámara y lago de cámara. Asimismo, se consideraron los valores de la resistencia a la compresión simple del material y el esfuerzo vertical, el cual depende de la profundidad y la densidad del material. En consecuencia, se determinaron con los inputs mencionados la Resistencia del pilar, el Esfuerzo del pilar y el factor de seguridad. Las fórmulas usadas son las siguientes:

$$\sigma_p = \sigma_v * (w_o + wp)(L_o + Lp) / (Wp * Lp)$$

Ecuación 41: Fórmula para hallar la resistencia del pilar.

$$Sp = Si * (0.64 + 0.54 * \frac{Wp}{Hp} - 0.18 * \left(\frac{Wp^2}{Lp * Hp} \right))$$

Ecuación 42: Fórmula para hallar el esfuerzo sobre el pilar.

$$FS = \frac{Sp}{\sigma_p}$$

Ecuación 43: Fórmula para hallar el factor de Seguridad de un pilar.

4.1.4.2. Valorización del proyecto

En este apartado, en primer lugar, se calcularon el tonelaje obtenido de minar todo el nivel de mineral, considerando el ancho de pilar precisado en la sección anterior. Los parámetros de precio, costo de refinación, costo operativo, recuperación y ley fueron determinados aleatoriamente de una distribución normal, el cual considera una media y una desviación estándar, según el caso de estudio. Por otra parte, el horizonte, la tasa de descuento y la tasa libre de riesgo son variables que se ingresan. Finalmente, se calculan el valor anual del proyecto y el valor total del proyecto en M\$. Nótese que no se precisa algún costo de inversión (*Capital cost*). El cálculo del valor del proyecto sigue con la fórmula del NPV descrito en la sección 3.3.

2. Valorización del proyecto:

Ton total:	<input type="text"/>	Calcular	Horizonte (años):	<input type="text"/>
Precio (\$/oz):	<input type="text"/>	+	Tasa de descuento (%):	<input type="text"/>
Crf (\$/oz):	<input type="text"/>	+	Tasa libre de riesgo (%):	<input type="text"/>
Cm+Cp (\$/t):	<input type="text"/>	+	Valor anual (M\$/año):	<input type="text"/> Calcular
Ley (g/t):	<input type="text"/>	+	Valor proyecto (M\$):	<input type="text"/> Calcular
Rec.(%):	<input type="text"/>	+		

Figura 19: Inputs y celdas de cálculo para la valorización del proyecto.

4.1.4.3. Valor de riesgo del proyecto

Dado que en el análisis se previó la probabilidad de falla del pilar en función al tiempo con el propósito de hallar el valor de riesgo del proyecto, se establecieron 6 celdas para digitar la probabilidad de confiabilidad para distintos periodos de tiempo y 6 celdas para proyectar el valor esperado para cada uno de los tiempos. Los tiempos usados en el presente estudio son: 0.25, 0.75, 1.25, 1.75, 2.25 y 2.75 años; los cuales abarcan el rango de 0 a 3 años.

3. Valor de riesgo del proyecto:

Prob. Confiabilidad (%):	<input type="text"/>					
Valor del proyecto (M\$):	<input type="text"/>					
	+	+	+	+	+	+
Valor esperado (M\$):	<input type="text"/>	Calcular	Value-at-risk (M\$):	<input type="text"/>	Calcular	
Desv. estándar (M\$):	<input type="text"/>	Calcular	Min.Ganancia (M\$):	<input type="text"/>	Calcular	

Figura 20: Inputs y celdas de cálculo para el valor de riesgo del proyecto.

Tabla 19: Probabilidad de confiabilidad de anchos de pilar por rango de tiempo.

Tiempo (años)	Ancho=3.3m	Ancho=3.5m	Ancho=3.6m	Ancho=3.8m	Ancho=4m
0 - 0,5	67,3%	89,4%	93,8%	99,0%	99,9%
0,5 - 1,0	60,4%	85,6%	91,2%	98,3%	99,7%
1,0 - 1,5	53,7%	81,1%	87,9%	97,3%	99,5%
1,5 - 2,0	47,2%	75,9%	83,9%	95,7%	99,0%
2,0 - 2,5	40,8%	70,1%	79,1%	93,3%	98,0%
2,5 - 3,0	34,6%	63,5%	73,6%	90,1%	96,6%

Luego, se introdujo en la programación la herramienta aleatoria *Roulette Selection*, la cual nos ayudará a mostrar n posibles resultados, en este caso, n posibles Valores Esperados para un determinado ancho de pilar y probabilidades de falla, de acuerdo con el tiempo de operación de la mina. Después de ello, con todos los potenciales valores esperados se calculó la media, la cual se sitúa en la celda de Valor Esperado (M\$) y la desviación estándar. Con esta información, se halló el Valor de riesgo del proyecto para un ancho de pilar en específico, considerando un porcentaje de confiabilidad del 95%. Este valor se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Valor de riesgo} = -1.65 * (\text{desviación estándar})$$

Ecuación 44: VaR bajo un 95% de confiabilidad.

Finalmente, se calculó la ganancia mínima que se espera del proyecto bajo un nivel de confiabilidad. Esta ganancia es la suma del valor esperado y el valor de riesgo, ya que este último siempre será negativo. La Figura 21 muestra la interfaz del modelo técnico-financiero.

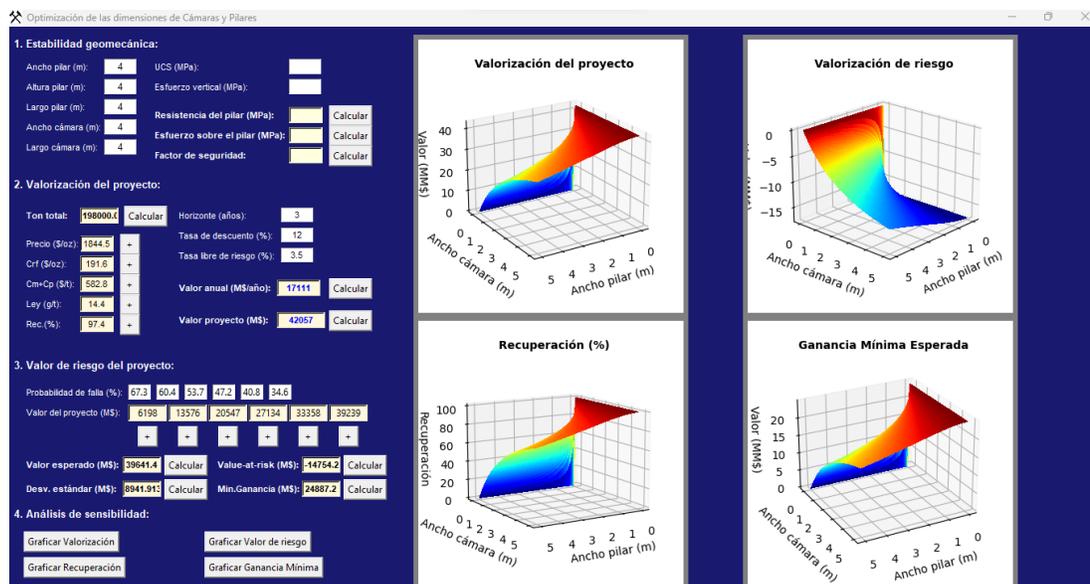


Figura 21: Interfaz del modelo técnico-financiero del proyecto.

4.1.4.4. Análisis de sensibilidad

Para el análisis de sensibilidad se proyectaron 4 modelos o gráficas 3D que nos permitió visualizar, analizar y tomar decisiones respecto cuál es el diseño de las cámaras y pilares que optimicen el valor del proyecto y reduzca el riesgo. Cada gráfica posee 3 ejes, el eje x es el del ancho del pilar, el eje y es el ancho de la cámara y el eje z variaría según el propósito de evaluar la gráfica con las dimensiones x e y. El primer gráfico proyecta el valor esperado; el segundo, muestra el valor de riesgo; el tercero representa la ganancia mínima esperada y el cuarto, la recuperación del mineral.

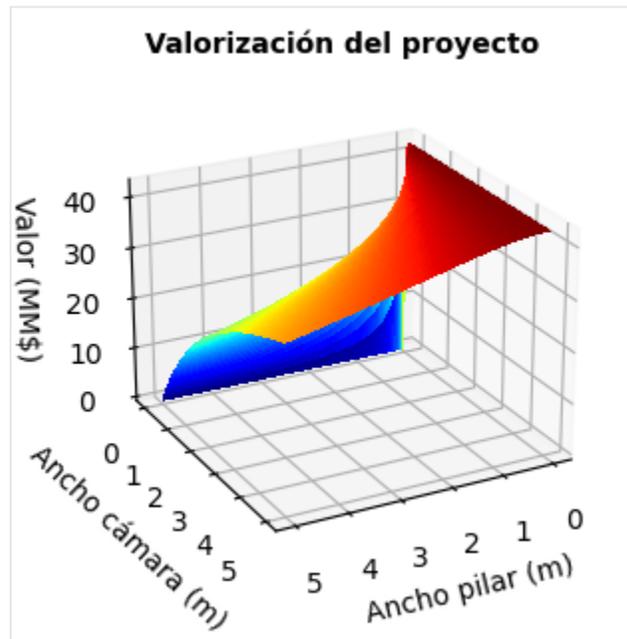


Figura 22: Valorización del proyecto en función a los parámetros de diseño.

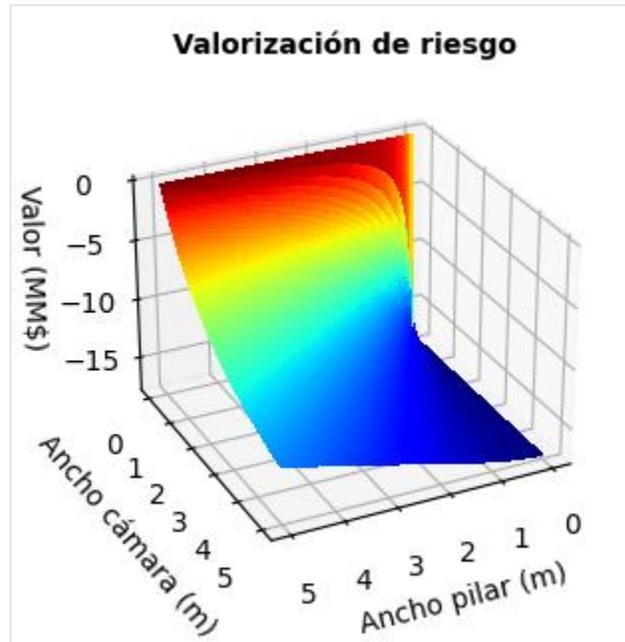


Figura 23: Valorización de riesgo del proyecto.

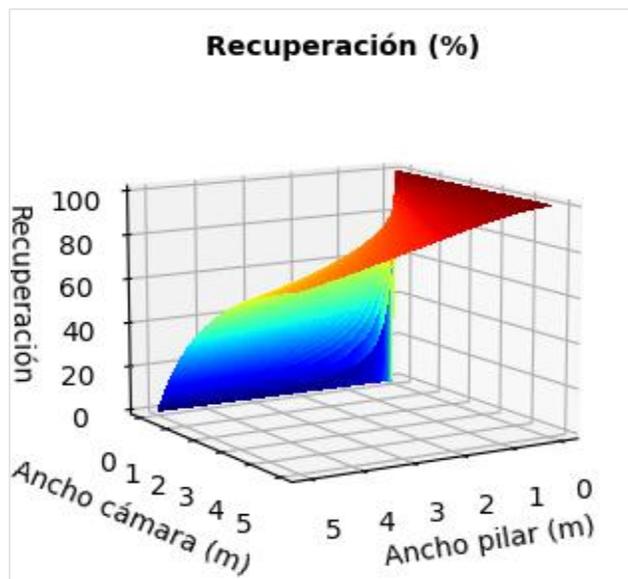


Figura 24: Modelo de la Máxima recuperación del proyecto.

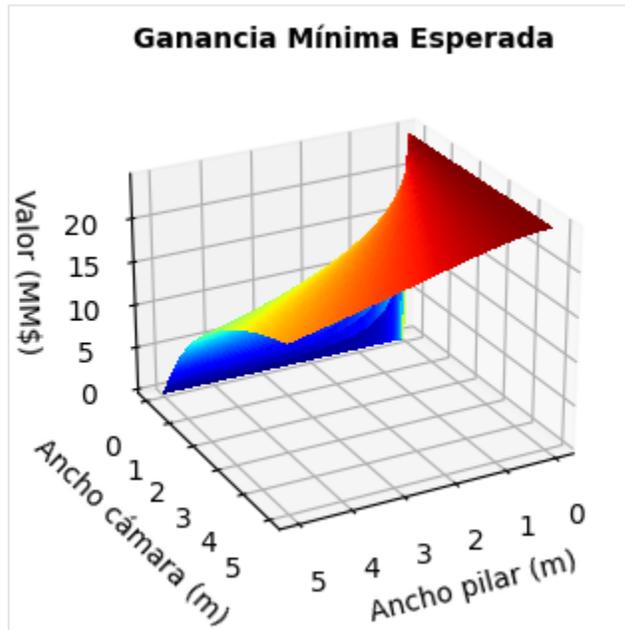


Figura 25: Modelo de la Ganancia mínima esperada del proyecto.

4.1.5. De la determinación de los parámetros de diseño óptimos

Se determinaron los parámetros de diseño óptimos, tal como se muestran en los gráficos generados por el modelo técnico-financiero, ejecutado para distintos anchos de pilar y de cámara. Para ello, se plotearon las gráficas en vista en planta para evaluar el comportamiento de los isovalores.

Para la determinación de los parámetros óptimos de diseño y de recuperación se van a comparar las gráficas generadas, con el fin de obtener la región que nos permita identificar y analizar los valores de Valor esperado de proyecto, Valor de riesgo del proyecto, Ganancia mínima y Máxima recuperación para distintos anchos de pilar y anchos de cámara. Una vez identificada la región más propicia para conseguir la mayor rentabilidad y producción a menor riesgo posible, se plotearán los valores de los parámetros de diseño y los valores de rentabilidad, de recuperación y de riesgo en las regiones evaluadas.

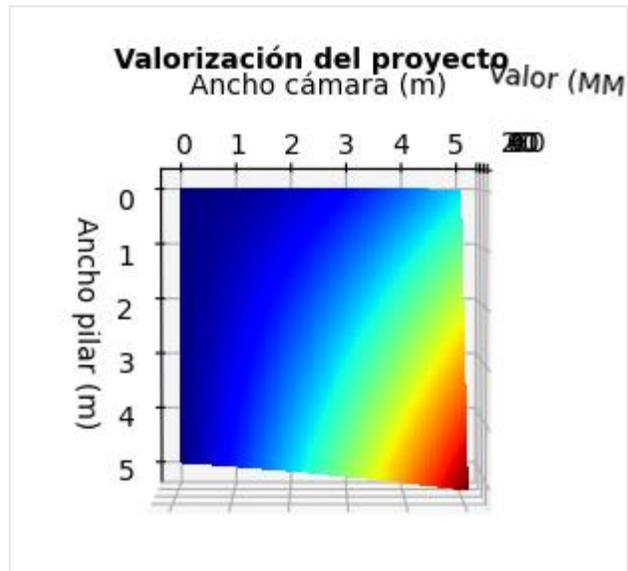


Figura 26: Vista Planta del Modelo de la Valorización del proyecto.

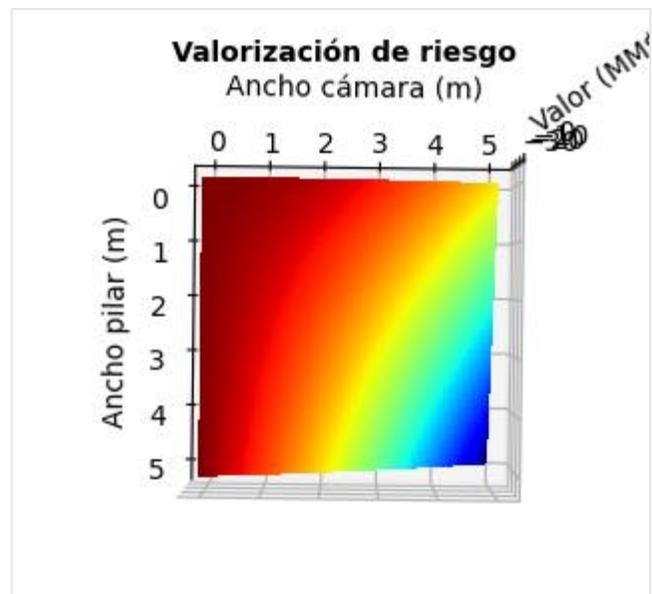


Figura 27: Vista Planta del Modelo de la Valoración de riesgo del proyecto.

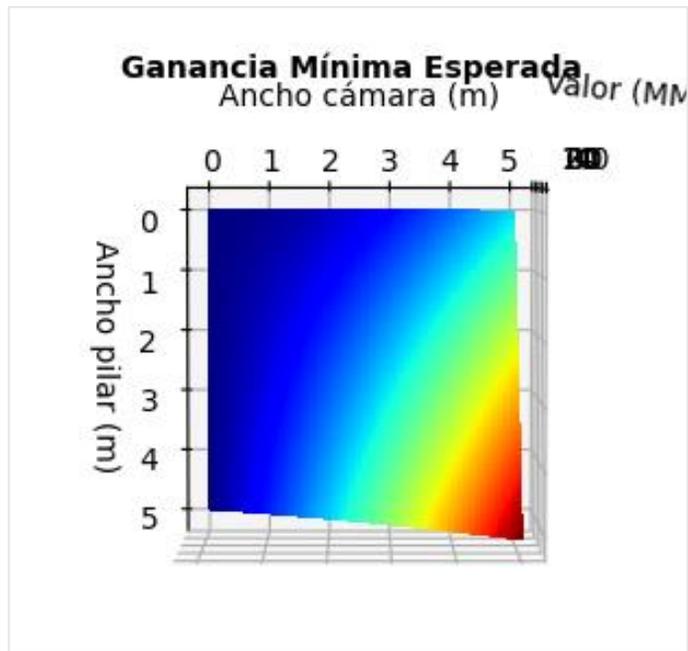


Figura 28: Vista Planta del Modelo de la Ganancia mínima del proyecto.

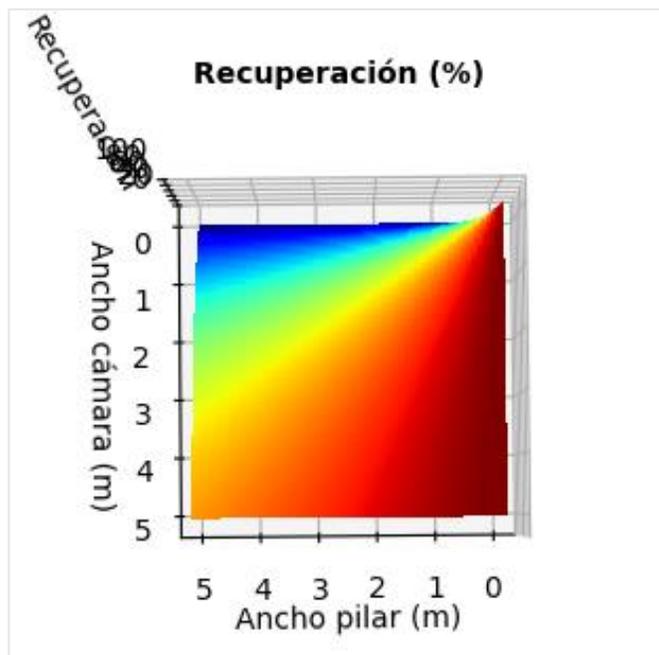


Figura 29: Vista Planta del Modelo de la Recuperación máxima del proyecto.

La leyenda para dichos colores se entiende como los valores más bajos de color azul y como los valores más altos de color rojo. Ver la franja de colores de abajo.



Primero, se procede a comparar los modelos de Valor esperado del proyecto, Valor de riesgo del proyecto y Ganancia mínima. Cabe resaltar que, la ganancia mínima es el Valor esperado menos el valor de riesgo. Para ello, las gráficas se perfilan en la vista planta con el propósito de visualizar el comportamiento de la variabilidad de distintas combinaciones de ancho de pilar y ancho de cámara.

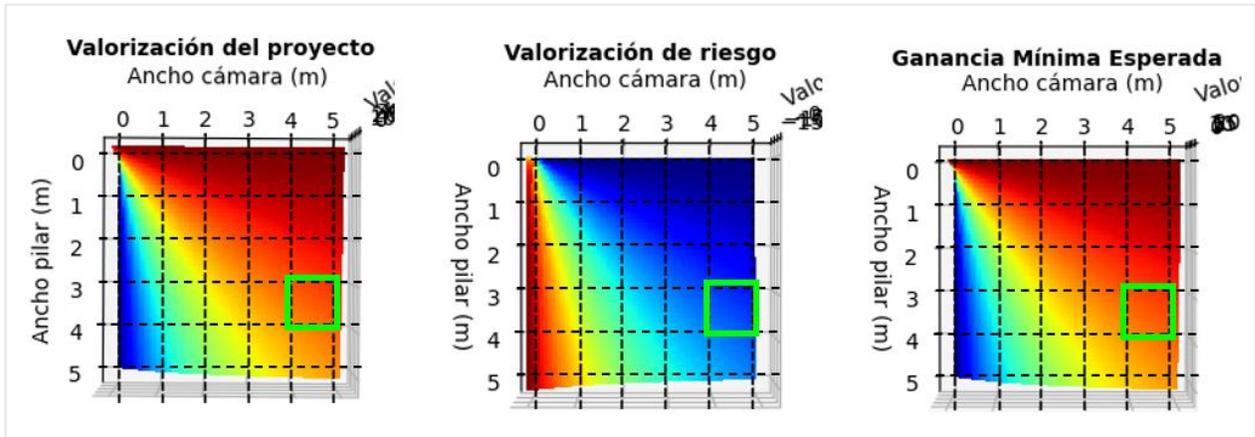


Figura 30: Comparación de los isovalores de la valoración del proyecto.

Segundo, se procede a comparar los modelos de Ganancia mínima y Recuperación. Cabe resaltar que, la ganancia mínima es el Valor esperado menos el valor de riesgo. Para ello, las gráficas se perfilan en la vista planta con el propósito de visualizar el comportamiento de la variabilidad de distintas combinaciones de ancho de pilar y ancho de cámara.

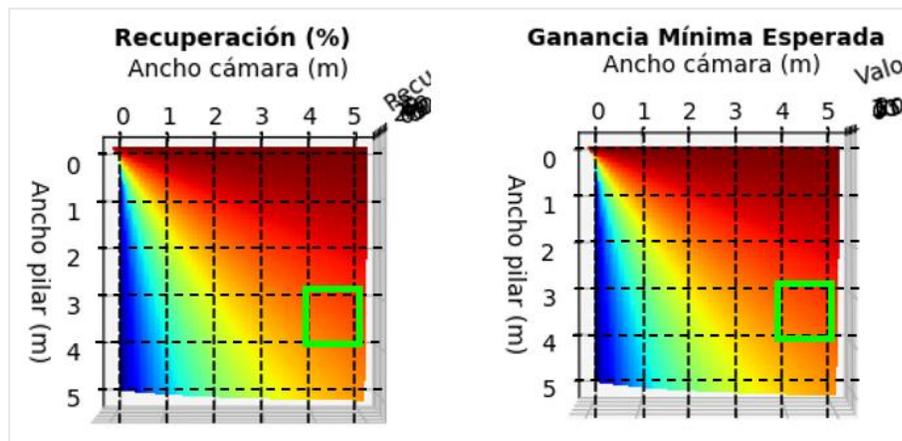


Figura 31: Comparación de los isovalores de la recuperación y ganancia mínima.

Tercero, se amplía la imagen de la región con los anchos de minado potenciales para obtener la mayor rentabilidad a menor riesgo de cada uno de los modelos y se procede a compararlas con el mismo criterio que los puntos anteriores. En primer lugar, se visualiza

un comportamiento ascendente en la coloración que va de verde a rojo para el caso de la Valoración esperada del proyecto, la cual es muy similar a la gráfica de la Ganancia mínima, que va de verde a naranja, y esto es porque la ganancia mínima queda afecta a la valoración de riesgo, en la que la variabilidad de colores va de verde a azul. En segundo lugar, en el modelo de la Recuperación se muestra la variabilidad de colores de un naranja claro a un naranja rojizo.

Luego se traza una recta para entender el comportamiento de la valoración, eso quiere decir que todos los puntos que se encuentren en la línea recta de coloración poseen la misma valoración o valor. Por ejemplo, para un ancho de pilar de 3.3 m habrá un ancho de cámara de 4.7 m, luego se proyecta una línea a lo largo de la zona de misma coloración. En la Figura 30 se muestra este y el del resto de anchos de pilar.

Por un lado, la valoración va de menos a más, a medida que el ancho del pilar se va reduciendo, para los casos de Valorización del proyecto y Ganancia Mínima. La diferencia de valores entre el mínimo y el máximo ancho de pilar es de aproximadamente 20 millones de dólares. Por otro lado, los valores de riesgo, que representa la máxima pérdida del proyecto bajo cierto nivel de confianza, tienden a ser muy similar, sin embargo, se puede apreciar que a medida que aumenta el ancho del pilar, el valor de riesgo se reduce gradualmente. La diferencia del mínimo valor y el máximo valor de riesgo asciende a aproximadamente 1 millón de dólares.

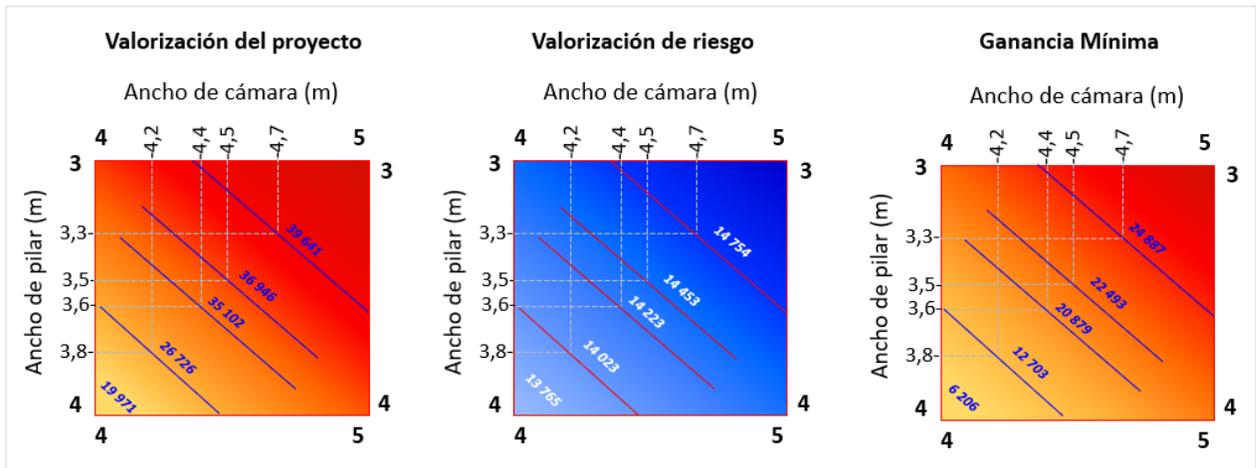


Figura 32: Valoración del proyecto por ancho de pilar y ancho de cámara.

Además, se visualiza en la gráfica de la Recuperación con la Ganancia mínima en un mismo plano para relacionar la ganancia mínima esperada con la recuperación máxima de tonelaje de los pilares que se pueda producir. Para un ancho de pilar de 3.3 m se consigue una recuperación de hasta 83% con una ganancia mínima de casi 25 millones, sin embargo, si se ejecutan las labores con un ancho de minado de 4 m, la recuperación cae al 75% y la ganancia se desploma en la cuarta parte, cerca a 6 millones.

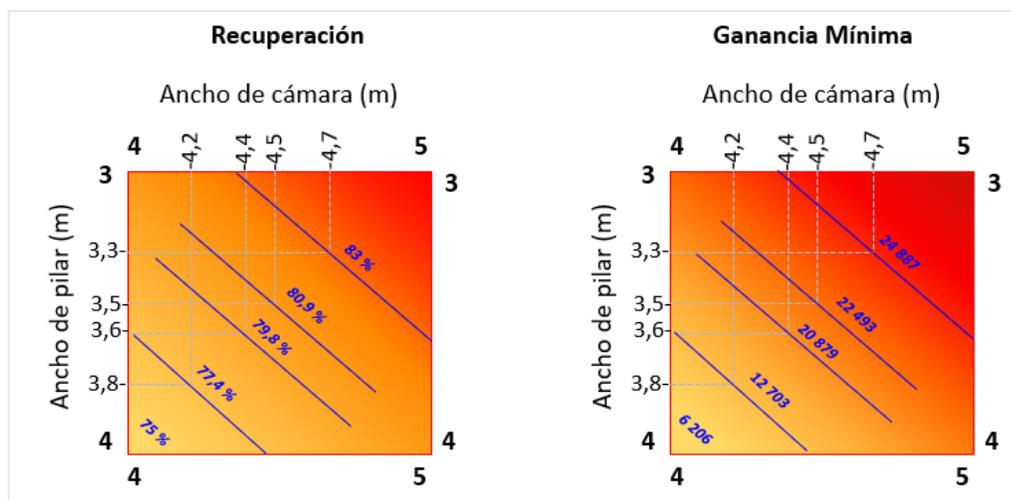


Figura 33: Valor de la recuperación y de la ganancia mínima por ancho de pilar y ancho de cámara.

4.2. Discusión

Primero, en la Tabla 20 se muestran los resultados de Valor esperado, Valor de riesgo, Mínima ganancia y Máxima recuperación del Caso base y de las distintas alternativas de ancho de minado con la finalidad de comparar los resultados y tomar la decisión de cuál sería la de mayor rentabilidad y de menor riesgo para la operación. También se precisan los coeficientes de variación que muestran el nivel de dispersión de la data para cada ancho de pilar evaluado

Tabla 20: Valores de los indicadores de rentabilidad para distintos anchos de pilar.

Indicador	Ancho = 3.3 m	Ancho = 3.5 m	Ancho = 3.6 m	Ancho = 3.8 m	Ancho = 4.0 m
Valor Esperado (M\$)	39641	36946	35102	26726	19971
Valor de riesgo (M\$)	14754	14453	14223	14023	13765
Mínima Ganancia (M\$)	24887	22493	20879	12703	6206
Máxima Recuperación (%)	83.0%	80.9%	79.8%	77.4%	75.0%
FS	1.21	1.39	1.48	1.68	1.89
Coefficiente de Variación	37%	39%	41%	52%	69%

Segundo, se calcularon las potenciales pérdidas en tonelaje y MUS\$ dejadas de percibir para distintos anchos de pilar. Para cada ancho de pilar se tiene un potencial de tonelaje a extraer, un tiempo de minado del mineral y una Ganancia mínima (Tabla 21).

Tabla 21: Valores de la ganancia mínima, tonelaje y tiempo de minado.

Ancho pilar (m)	Tonelaje Total	Tiempo Minado (años)	Mín. Ganancia (000) US\$
3.3	219,079	2.08	24,887
3.5	213,469	2.03	22,493
3.6	210,540	2.00	20,879
3.8	204,435	1.94	12,703
4	198,000	1.88	6,206

Luego, se sabe que el cuerpo de minado posee un tonelaje total de 264000 toneladas y en función a los datos de la Tabla 21 se determinó el indicador US\$/ton, lo cual permitió hallar el Tonelaje dejado, bajo una confiabilidad del 95 % como valor de riesgo (Ver Tabla 22).

Tabla 22: Valor de mineral y tonelaje dejados de percibir por ancho de pilar.

Ancho pilar (m)	Tonelaje Total	Mín. Ganancia (000) US\$	US\$/ton	Tonelaje dejado	Valor de mineral perdido (000) US\$
3.3	219,079	24,887	114	44,921	5,103
3.5	213,469	22,493	105	50,531	5,694
3.6	210,540	20,879	99	53,460	5,985
3.8	204,435	12,703	62	59,565	6,364
4	198,000	6,206	31	66,000	6,566

Tercero, se graficaron ciertas comparaciones entre los resultados para los anchos de pilar mostrados, incluyendo el ancho del caso base (3.6 m). En líneas abajo se muestran distintas combinaciones de indicadores con el propósito de entender cuánto implica en sus valores respecto a los demás valores. Para ello, se proyectarán y luego analizarán 4 comportamientos destacados: Valor esperado + Mín. ganancia + VaR, Mínima ganancia + Máxima Recuperación, Mínima ganancia + Factor de seguridad y Tonelaje dejado + Valor mineral perdido.

- **Comportamiento del Valor esperado, Ganancia mínima y VaR.**

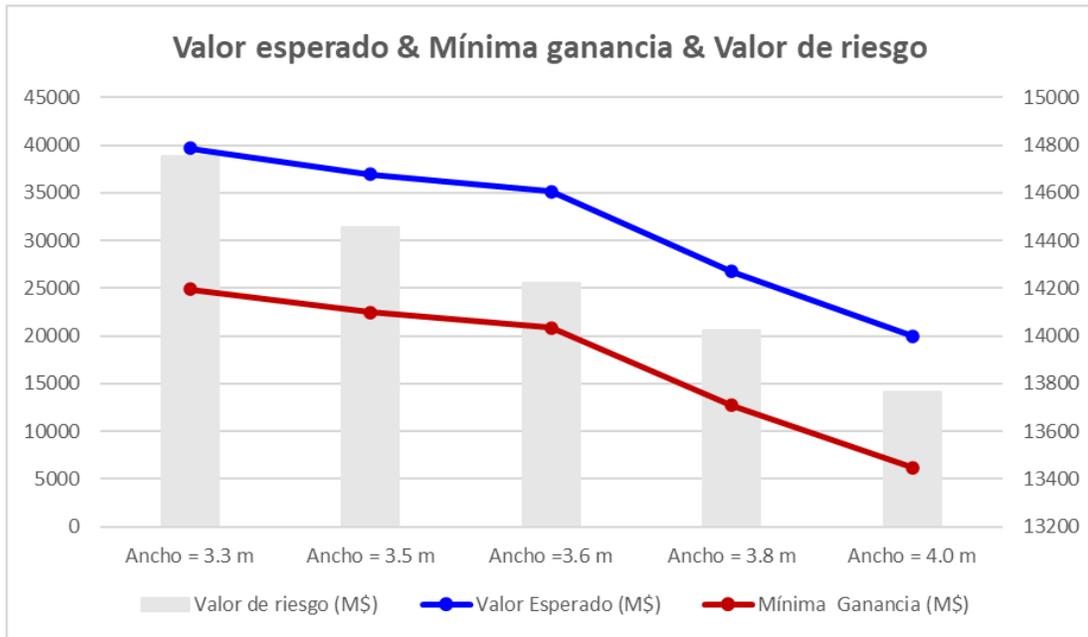


Figura 34: Comportamiento del valor esperado, ganancia mínima y VaR.

- **Comportamiento entre la Mínima ganancia y la Máxima Recuperación.**

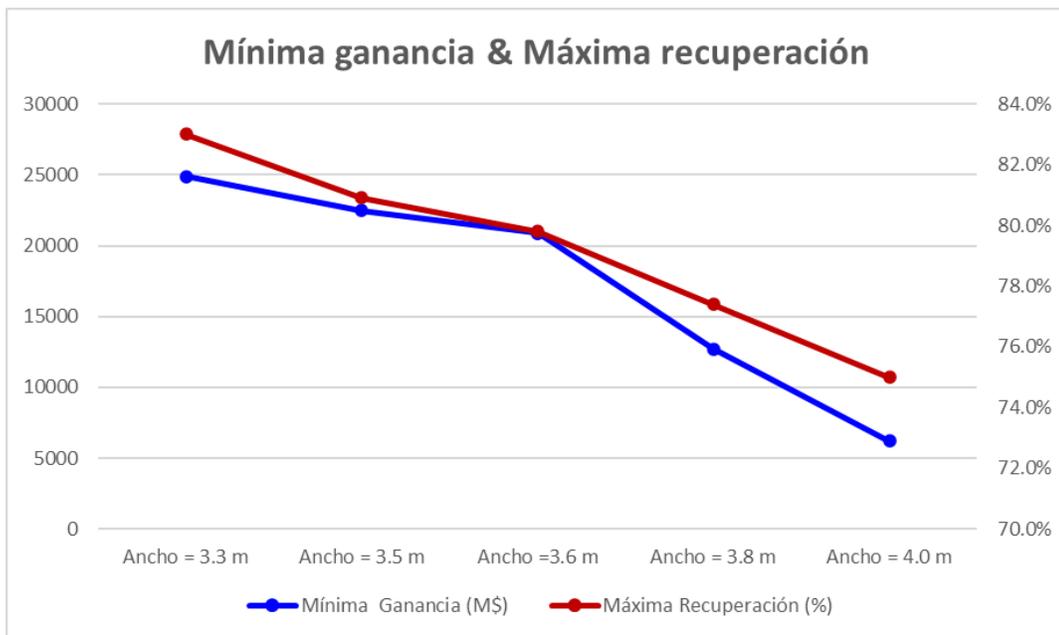


Figura 35: Comportamiento de la recuperación máxima y ganancia mínima.

- **Comparación entre la Mínima ganancia y el Factor de Seguridad.**

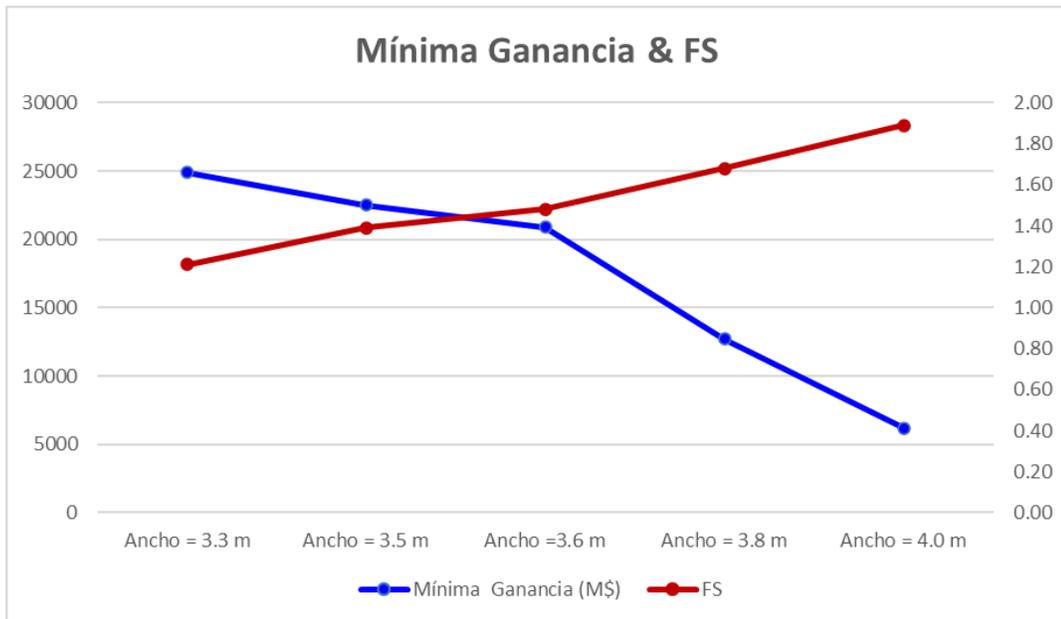


Figura 36: Comportamiento de la ganancia mínima y el FS.

- **Comparación de Tonelaje dejado y valor de mineral dejado.**

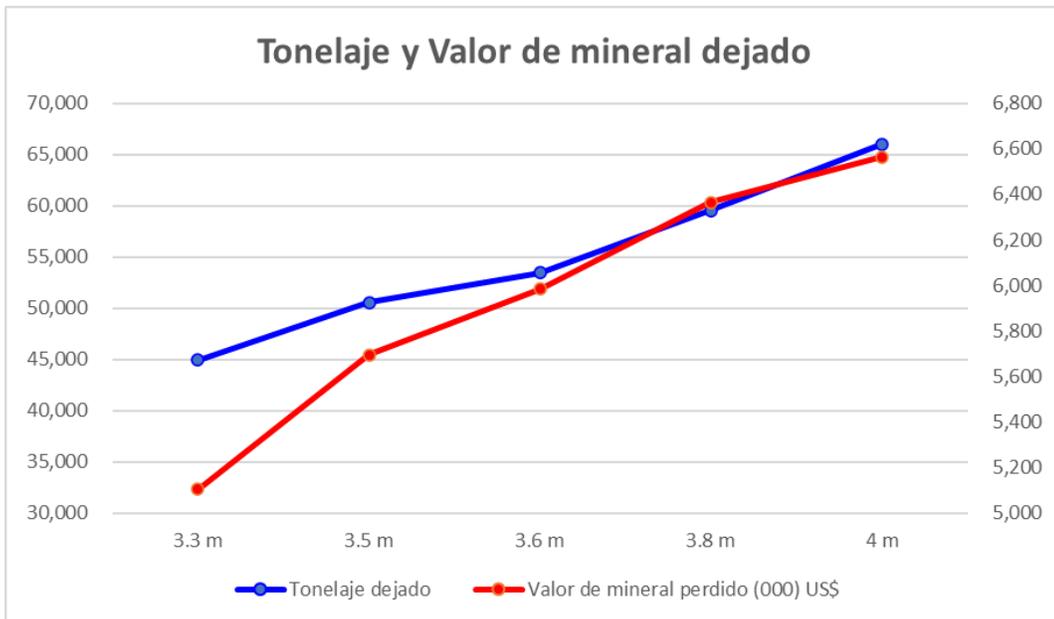


Figura 37: Comportamiento del tonelaje y el valor de mineral dejado.

Cuarto, del análisis de la Tabla 20, de acuerdo con los resultados, se puede entender que bajo ciertas condiciones de confiabilidad (95 %) y de operatividad de la mina, donde, el área tributaria es de 8 m de largo y 8 m de ancho, es decir, la suma de cualquier ancho de pilar y del ancho de la cámara hace 8 metros; que existe una diferencia significativa en las ganancias mínimas esperadas con el valor de riesgo incluido. Además, se contempla factores de seguridad mayores que 1, de este modo, se podría capturar el ancho de pilar que en combinación con los otros resultados en la misma línea satisfagan a la operación en la mayor rentabilidad. Cabe considerar que los valores en la Tabla 20 representan los valores promedios o esperados, bajo ciertas condiciones de diseño y operatividad. Se desprende que, a menor ancho de pilar, mayor rentabilidad, mayor el valor de riesgo, mayor la recuperación, menor dispersión de data, pero con menor factor de seguridad; y viceversa.

Quinto, del análisis de cada una de las gráficas de doble eje, en primer lugar, en el gráfico de Valor esperado, Mínima ganancia y Valor de riesgo se puede apreciar una tendencia inversamente proporcional, es decir, a mayor ancho de pilar, menor ancho de cámara disponible y por ende menor valor de riesgo; aunque esta reducción del valor asciende en 1 millón de pérdida, comparando entre un ancho de pilar de 3.3 m y un ancho de pilar de 4 m. Asimismo, se desprende la gráfica que hay un punto crítico cuando el ancho de pilar es igual a 3.6 m, en donde el valor esperado del proyecto se reduce mucho más. Esto se relaciona directamente con la probabilidad de que no falle el pilar en la operación, en donde esta probabilidad es alta para anchos de pilar mayores y valores bajos cuando los anchos de pilar son menores.

En segundo lugar, en la gráfica de la recuperación máxima se ve que se reduce en 3 %, desde un ancho de pilar de 3.3 m a un ancho de 3.6 m. para anchos de pilar mayores, la recuperación se reduce considerablemente en 5 % para un ancho de pilar de 4.0 m. Tercero, la mínima ganancia se relaciona indirectamente proporcional con el factor de seguridad y esto se cumple claramente cuando se mina a un menor ancho de pilar, el factor de seguridad es menor llegando a 1.2 y para un ancho de pilar de 4 m, el factor de seguridad asciende a 1.9. En ese rango de factores de seguridad se consideran aceptables dentro del contexto operacional, por lo que, sería cuestión de evaluar cuál es el que te da mayor rentabilidad y en qué tipo de labores se pretende minar. Finalmente, en la correlación que guardan el tonelaje dejado y el valor de mineral perdido nos indicó que hay proporcionalidad; a menor ancho de pilar, mayor tonelaje y valor dejado; y viceversa.

Sexto, actualmente, se ejecutan en las operaciones con un ancho de pilar de 3.6 m y dado que se pueden obtener mayores ganancias esperadas con el valor de riesgo incluido se podría ver la posibilidad de ejecutar en las operaciones con los 2 anchos de pilar menores: 3.3 m y 3.5 m, cuyos factores de seguridad son 1.21 y 1.39, respectivamente. Estos datos deben de servir en conjunto con las evaluaciones geomecánicas y de operatividad, de tal forma, que se pueda ver a qué tipo de labores, ya sean temporales o permanente, se les aplicarían dichos anchos de pilar. Sin embargo, estadísticamente (Salamon & Munro, 1967) se conoce que para que los pilares se

mantengan estables debe poseer un factor de seguridad de 1.3, por lo que, tomando esta última variable el ancho de pilar que nos entregaría el mejor balance de rentabilidad, valor de riesgo, recuperación de mineral, dispersión de data y factor de seguridad corresponde al caso de 3.4 m.

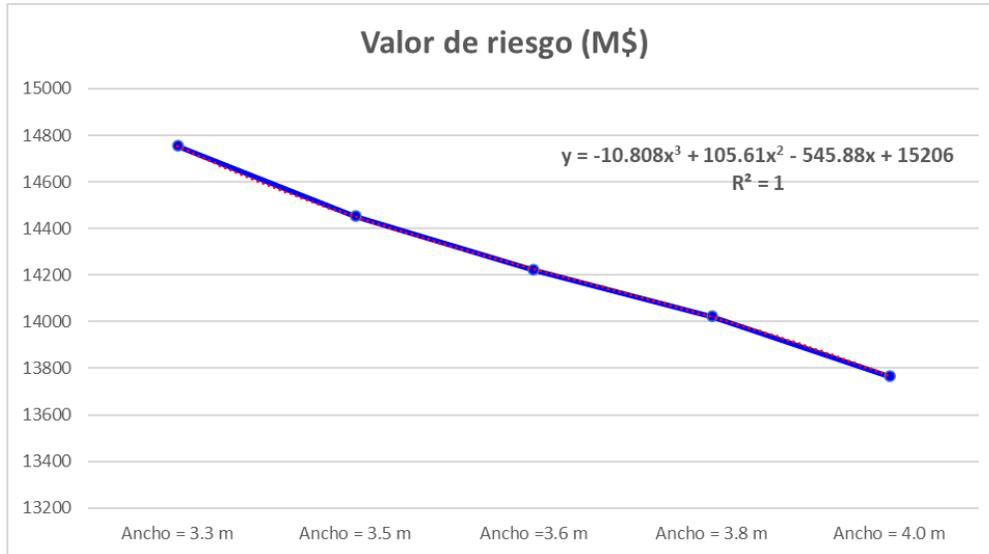


Figura 38: Ecuación matemática del comportamiento del VaR.

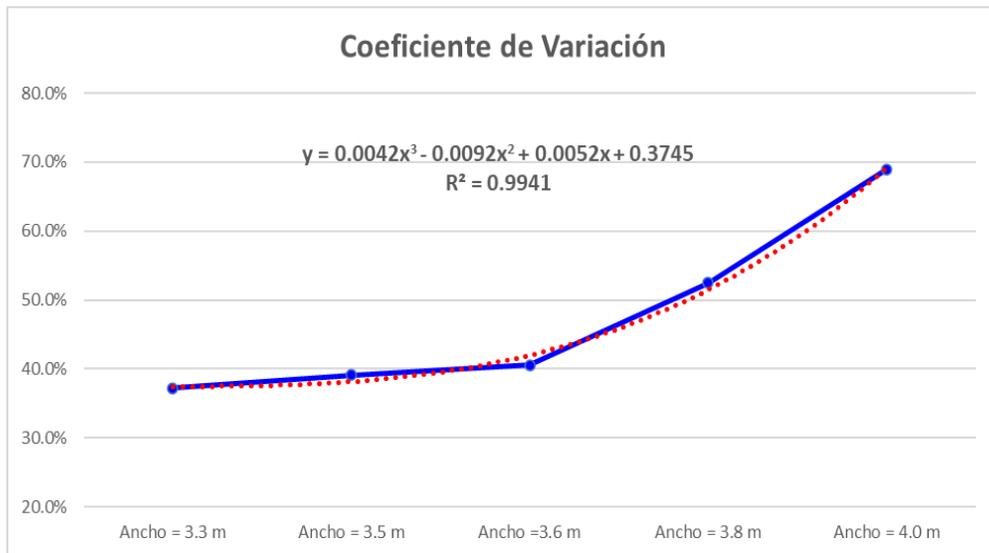


Figura 39: Ecuación matemática del comportamiento del Coef. de Variación.

Las Figuras 38 y 39 nos permitió obtener una relación polinómica entre el ancho del pilar y, tanto el valor de riesgo como el coeficiente de variación, lo cual ayudó a ajustar los valores obtenidos de Valor esperado, Valor de riesgo, Ganancia mínima, máxima recuperación, Coeficiente de variación y, tanto el tonelaje como el valor de mineral dejado para un ancho de pilar de 3.4, tal como se ve en la Tabla 23.

Tabla 23: Indicadores del ancho de pilar seleccionado.

Indicador	Ancho = 3.4 m
Valor Esperado (M\$)	38,822
Valor de riesgo (M\$)	14,588
Mínima Ganancia (M\$)	24,234
Máxima Recuperación (%)	81.9%
FS	1.30
Coefficiente de Variación	38%
Tonelaje dejado	47,685
Valor de mineral perdido (000) US\$	5,413

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

- a) Se concluye que para el presente análisis de valorización de la rentabilidad del proyecto se consideraron distintos escenarios de ancho de pilar, parámetros de estabilidad geomecánica, variables económicas aleatorias (precio, costo de operación y refinación, recuperación, tasa de descuento, tasa libre de riesgo) y un nivel de confiabilidad del 95% para determinar la ganancia mínima que podría obtenerse, a partir del valor esperado del proyecto.
- b) Se comprueba del análisis de probabilidad de falla que esta se interrelaciona con el tiempo, ya que, a mayor tiempo de exposición del pilar, su resistencia se reduce y el esfuerzo sobre el mismo aumenta y esto puede generar que el pilar falle. El comportamiento de la función indica que, a menor ancho de pilar, la probabilidad de falla es muy alto (30% - 70%) y a mayor ancho de pilar, la probabilidad de falla es muy baja (0% - 10%). Estos porcentajes varían de acuerdo al tiempo (0 a 3 años).
- c) Se determina que el valor de riesgo mide la pérdida máxima de un proyecto bajo un cierto nivel de confiabilidad, y se encuentra relacionada con la valoración esperada del proyecto y a la probabilidad de falla para cada ancho de pilar. Este último influirá, según el porcentaje, qué tan probable es que falle un pilar en cierto periodo de tiempo, cuánto sería su recuperación máxima y, por ende, la rentabilidad del proyecto.
- d) Se desprende que, la ejecución de un código abierto permitió obtener un modelo técnico-financiero, el cual facilitó el análisis, la comprensión del valor esperado, el valor de riesgo, la ganancia mínima y la máxima recuperación del pilar, de este modo, el modelo ayudó a la toma de decisiones de las dimensiones de los pilares a escoger para el nivel de minado.
- e) Se concluye que, de los parámetros evaluados previamente se obtuvieron los indicadores de valuación del proyecto: el valor esperado, el valor del riesgo, la recuperación máxima, la mínima ganancia, el coeficiente de variación, el tonelaje dejado, el valor dejado y el factor de seguridad para los anchos de pilar de 3.3 m, 3.5 m, 3.6 m, 3.8 m y 4.0 m.
- f) Se evidencia que la valoración del proyecto varía inversamente proporcional al ancho del pilar, con casi 40 millones de utilidad para un ancho de pilar de 3.3 m y, aproximadamente, 20 millones para un ancho de pilar de 4 m. Mientras que para el caso base de 3.6 m se puede obtener una utilidad de hasta 35 millones. Se entiende claramente que para ancho de pilar mayor a 3.6 m, el margen disminuye mucho más.
- g) Se desprende del valor de riesgo para los anchos de pilar evaluados, que hay un margen mínimo de diferencia, aunque hay una tendencia notoria, a menor ancho de pilar, mayor es el valor de riesgo, bajo un nivel de confianza del 95 %, en el marco de una distribución

probabilística del tipo Normal. Para un ancho de pilar de 3.3 m, la pérdida máxima sería de 14.7 millones, mientras que, para un ancho de 4 m, el VaR sería de 13.7 millones.

- h) Se determina que la ganancia mínima del proyecto para cada ancho de pilar evaluado es, en principio, la diferencia entre la valoración esperada y el valor de riesgo. El comportamiento de este parámetro es muy similar al de la valoración esperada, ya que el valor de riesgo no impacta significativamente en el resultado de la mínima ganancia, por lo que, los valores alcanzan valores en el rango de 25 millones y 6 millones para los anchos de pilar de 3.3 m y 4.0 m, respectivamente.
- i) Se observa que para la recuperación máxima de mineral posee un comportamiento similar a los demás parámetros de valoración, es decir, a menor ancho de pilar, mayor es la recuperación del área tributaria. La mayor recuperación asciende a 85% (ancho pilar = 3.3 m) y la menor alcanza el 75% (ancho pilar = 4.0 m).
- j) Se desprende del análisis que, el tonelaje dejado y el valor de mineral perdido ascienden a los rangos de 45000 t a 66 000 t y de 5000 MUS\$ a 6500 MUS\$, respectivamente. Los valores menores corresponden al ancho de pilar de 3.3 m y viceversa. Por otro lado, el coeficiente de variación es la relación entre el valor de riesgo y el valor esperado, lo cual indicó que, para un ancho de pilar menor, el coeficiente es menor y viceversa (37 % a 69%).
- k) Se concluye que, los anchos que proporcionaban el mejor balance de mayor rentabilidad, recuperación máxima y menor riesgo serían 3.3 m y 3.5 m. Sin embargo, el factor de seguridad mínimo requerido para la operación es de 1.3 para cualquier tipo de labor en interior mina, ya sea temporal o permanente, por lo que, el ancho de pilar que cumple estos indicadores para el balance general es el de 3.4 m y 4.6 m como ancho de la cámara.

5.2. Recomendaciones

- a) Se recomienda evaluar la variable de ritmo de producción para efectos de incrementar la extracción mensual y anual; de este modo, el valor esperado aumentará y habrá un valor de riesgo más reducido, bajo las condiciones de minado y estabilidad del presente proyecto.
- b) Se sugiere para futuras investigaciones complementar lo realizado en este proyecto con simulaciones en el código abierto con diferentes configuraciones del pilar y cámaras para analizar del impacto que puedan tener en el valor esperado y el valor de riesgo del proyecto.
- c) Se recomienda revisar y evaluar con el código de programación la posibilidad de incorporar otros métodos de minado, sea subterráneo o a cielo abierto, de esta forma se podría comparar oportunidades para futuras explotaciones en otros sectores de la mina.

- d) Con el propósito de valorizar proyectos con la incertidumbre y volatilidad del precio de los metales, se sugiere incorporar fórmulas de predicción y probabilidades usando modelos como Opciones reales u Opciones binomiales para calcular más preciso el NPV.
- e) Se recomienda realizar ajustes en las fórmulas de tendencia de las probabilidades de falla y/o confiabilidad del pilar a medida que se van ejecutando las operaciones de minado, de tal forma, que se pueda validar y reajustar el valor y el riesgo del proyecto.

6. Bibliografía

- Napa-Garcia G, Camara T, Navarro V. (2019). Optimization of room-and-pillar dimensions using automated numerical models. *International Journal of Mining Science and Technology*.
- Adebayo M, Saiang D, Nordlund E. (2015). Stochastic assessment of pillar stability at Laisvall mine using Artificial Neural Network. *Tunnelling and Underground Space Technology*.
- Li C, Zhou J, Armaghani D, Li X. (2020). Stability analysis of underground mine hard rock pillars via combination of finite difference methods, neural networks, and Monte Carlo simulation techniques. *School of Resources and Safety Engineering, Central South University*.
- Li N, Zare M, Yi C, Jimenez R. (2022). Stability Risk Assessment of Underground Rock Pillars Using Logistic Model Trees. *International Journal of Environmental Research and Public Health*.
- Navarro V, Dinis da Gama C, y otros. (2011). Comparative stability analyses of traditional and selective room-and-pillar mining techniques for sub-horizontal tungsten veins. *International Journal of Minerals, Metallurgy and Materials*. Volume (18).
- Ghasemi E, Ataei M, Shahriar K. (2014). Prediction of global stability in room and pillar coal mines. *Department of Mining and Metallurgical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran*.
- Yu Y, Chen S, Deng K. y Fan H. (2017). Long-Term Stability Evaluation and Pillar Design Criterion for Room-and-Pillar Mines. *School of Environment Science and Spatial Information, China University of Mining and Technology*.
- Fahrman B. (2016). Numerical Modeling of Room-and-Pillar Coal Mine Ground Response. *Virginia Polytechnic Institute and State University*.
- Board M, Damjanac B, Pierce M. (2007). Development of a Methodology for Analysis of Instability in Room and Pillar Mines. *Itasca Consulting Group, USA*.
- Kun M. (2013). Evaluation and Applications of Empirical Approaches and Numerical Modeling of an Underground Limestone Quarry with Room and Pillar Design. *Department of Mining Engineering, Dokuz Eylül University*.
- Aksoy C, Onargan T. (2006). Sizing room and pillar by numerical modelling for underground marble quarries in Turkey. *Journal of Mining Science*, Vol. 42, No. 5.
- Napa-Garcia G, Navarro V. (2017). Applicability of failure strain for the stability evaluation of square pillars in room and pillar mining. *Australian Centre for Geomechanics, Perth*.
- Zhang Y, Ni P. (2018). Design optimization of room and pillar mines: a case study of the Xianglushan tungsten mine. *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*. Volumen 51, pp.352-364.
- Farmer I. (1985). Design of rooms and pillars. *Coal Mine Structures*. Newcastle. England.
- Samis M, Graham D. (2014). Using Monte Carlo simulation with DCF and real options risk pricing techniques to analyse a mine financing proposal. *International Journal Financial Engineering and Risk Management*, Vol. 1, No. 3.

- Topal E, Lilford E. (2016). Evaluation of a mining project under the joint effect of commodity price and exchange rate uncertainties using real options valuation. *The Engineering Economist*.
- Topal E. (2008). Evaluation of a mining project using Discounted Cash Flow analysis, Decision Tree analysis, Monte Carlo Simulation and Real Options using an example. *International Journal Mining and Mineral Engineering*, Volumen 1, N° 1.
- Gligoric Z, Beljic C, Gluscevic B. (2011). Hybrid model of evaluation of underground lead–zinc mine capacity expansion project using Monte Carlo simulation and fuzzy numbers. *Transactions of the Society for Modeling and Simulation International*. Volumen 87, N° 8, pp. 726–742.
- Rodriguez S. (2013). Advance data mining for Monte Carlo simulation in project management. *International Conference on Health and Social Care Information Systems and Technologies*.
- Dehghani H, Ataee-pour M. (2013). Determination of the effect of economic uncertainties on mining project evaluation using Real Option Valuation. *International Journal Mining and Mineral Engineering*, Volumen 4, N° 4.
- Samis M, Martinez L, Davis G, Whyte J. (2012). Using Dynamic DCF and Real Option Methods for Economic Analysis in NI43-101 Technical Reports.
- Kudelko J, Wanielista K, Wirth H. (2013). Economic evaluation of mineral extraction projects from fields of exploitation during operational periods. *Journal of Sustainable Mining*. Volumen 12, N°1, pp. 41-45.
- Dehghani H, Ataee-pour M, Esfahanipour A. (2014). Evaluation of the mining projects under economic uncertainties using multidimensional binomial tree. *The International Journal of Minerals Policy and Economics*.
- Dehghani H, Ataee-pour M, Esfahanipour A. (2012). Determination of the effect of operating cost uncertainty on mining project evaluation. *The International Journal of Minerals Policy and Economics*.
- Abelson P. (2015). Cost–Benefit Evaluation of Mining Projects. *The Australian Economic Review*. Volumen 48, no. 4, pp. 442–452.
- Kavakh N. (2014). Evaluation of mining investment projects with a new software. *Saudi Society for Geosciences*.
- Luciano E, Kast R. (2001). A Value at Risk Approach to Background Risk. *The Geneva Papers on Risk and Insurance Theory*, Volumen 26, pp. 91–115.
- Cairns A, Blake D, Dowd K. (2004). Long-Term Value at Risk. *The journal of risk finance*.
- Huang Ch, Chinhamu K, Hammujuddy J. (2014). Generalized Hyperbolic Distributions And Value-At-Risk Estimation For The South African Mining Index. *International Business & Economics Research Journal*. Volumen 13, N° 2.
- Hendricks D. (1996). Evaluation of Value-at-Risk Models Using Historical Data. *FRBNY Economic Policy Review*.
- Glasserman P, Heidelberger Ph. (2001). Efficient Monte Carlo methods for value-at-risk.
- Pearson N, Linsmeier T. (2000). Value at Risk. *Financial Analyst Journal*. Vol. 56, N°2, pp. 47 – 67.

- Yang S, Song G. (2017). Probability and reliability analysis of pillar stability in Sout Africa. *International Journal of Mining Science and Technology*, pp. 715 – 719.
- Hegazy Y. (2008). Time-dependent ground surface subsidence due to room and pillar coal mining. *GeoEdmonton '08*. PA 15146, USA.
- Biswas K, Mark C and Peng S. (1999). A unique approach to determining the time-dependent in-situ strength of coal pillars. Proceedings of the Second International Workshop on Coal Pillar Mechanics and Design, IC 9448, NIOSH, Vail, Colorado: 15 - 210