



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**REDES DE COMUNICACIÓN EN EL LÍMITE DIFUSIVO DE TRÁFICO PESADO:
DESEMPEÑO EN RÉGIMEN ESTACIONARIO CON MEDIDA INVARIANTE PRODUCTO**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

CÉSAR PATRICIO TORRES GONZALEZ

**PROFESOR GUÍA:
FRANCISCO PIERA UGARTE**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
NICOLAS BELTRAN MATURANA
HELMUTH THIEMER WILCKENS**

**SANTIAGO DE CHILE
ENERO 2008**

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA
POR: CÉSAR TORRES G.
FECHA: ENERO 2008
PROF. GUÍA: Sr. FRANCISCO PIERA

“REDES DE COMUNICACIÓN EN EL LÍMITE DIFUSIVO DE TRÁFICO PESADO:
DESEMPEÑO EN RÉGIMEN ESTACIONARIO CON MEDIDA INVARIANTE PRODUCTO”

En esta memoria se han modelado redes de telecomunicaciones a través de la aproximación de éstas en tráfico pesado, utilizando los procesos difusivos reflejados. Se han considerado las condiciones que permiten tratar estas redes de la forma invariante producto, en cuyo caso la función de probabilidad que representa el estado de la red es igual al producto de las probabilidades marginales del estado de cada nodo que componga a ésta.

En Matlab se implementó una plataforma computacional que resuelve el modelo utilizado, para lo cual se ideó e implementó un algoritmo que resuelve este problema. Una vez probado vía simulaciones que el algoritmo converge efectivamente a la solución correcta del problema, se dispuso a simular distintas topologías de redes de telecomunicaciones analizando su desempeño frente a distintos escenarios.

La principal utilidad de la herramienta desarrollada es que permite estudiar y simular el desempeño de la red bajo condiciones que sean de interés. La plataforma implementada recibe como parámetros las capacidades de los equipos, la topología de red, el número de equipos en la red y las tasas de llegada exógenas de paquetes, además de simular un protocolo de control de tráfico exógeno el cual es flexible para distintas tasas de rechazos.

Al término de la memoria se concluye que la plataforma computacional implementada es una herramienta válida para resolver el difícil problema de dimensionar redes, con el fin de cumplir con ciertos requisitos de calidad de servicio, permitiendo la simulación de éstas para distintos valores de los parámetros de interés y poder tomar así la mejor decisión para obtener el comportamiento deseado.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a todos los que ayudaron a ser posible esta memoria. En primer lugar, a mi familia, a mis padres, hermanos, sobrinos, por su preocupación, su apoyo y confianza depositada en mi.

También me gustaría agradecer a todos mis amigos por todos los buenos momentos, por sus apoyos y por todos estos años.

Gracias a mi polola Valeria por estar junto a mí, por su preocupación, apoyo y por estar atenta a mis avances y logros.

Agradezco a todos los profesores de la facultad, especialmente a mi profesor guía, Francisco Piera, por su dedicación, su disposición y por toda la ayuda prestada durante este trabajo.

Gracias a todos.

INDICE GENERAL

INDICE DE FIGURAS	5
1. INTRODUCCIÓN.....	6
2. MODELO DE RED.....	17
2.1- Forma Producto.....	17
2.2- Parámetros de la Red.....	19
3. PLATAFORMA COMPUTACIONAL	23
3.1- Algoritmo de Resolución	23
3.2- Pruebas de Verificación	26
3.3- Características de la Plataforma	27
4. TOPOLOGÍAS DE RED.....	30
4.1- Red Simétrica	30
4.2- Configuración Estrella.....	32
4.3.- Modelación de Redes	35
5. RESULTADOS Y ANALISIS	38
5.1.- Red Simétrica.....	40
5.2.- Configuración Estrella.....	47
5.3.- Modelación de Redes	52
6. CONCLUSIONES.....	60
BIBLIOGRAFÍA	66
A PROBABILIDADES Y TEORIA COLAS	67
A.1 Probabilidad.....	67
A.2 Variable Aleatoria.....	67
A.3 Teoría de Colas	69

B PROCESOS ESTOCASTICOS	70
B.1 Procesos Estocásticos	70
B.2 Movimiento Browniano o Procesos de Wiener	71
B.3 La integral de Ito.....	72
B.4 Ecuaciones diferenciales Estocásticas	72
 ANEXOS	 74
A.-Resultados Red simétrica	74
B.-Resultados Configuración estrella.....	76
C.-Modelos de Redes.....	77

INDICE DE FIGURAS

Figura 1: Nodo Característico	7
Figura 2: Ejemplo Red simétrica	31
Figura 3: Configuración Estrella	32
Figura 4: Ejemplo Configuración estrella con 6 nodos	33
Figura 5: Modelo de Red	35
Figura 6: Protocolo controlador de Tráfico frente a distintas tasa de rechazo	39
Figura 7: Densidades de Probabilidad	41
Figura 8: Tamaño de Colas vs Tasa de Rechazo	42
Figura 9: Tiempo de espera a la entrada de los buffers vs Tasa de Rechazo	42
Figura 10: Tamaño Colas vs Tasa de rechazo	43
Figura 11: Intensidades de Trafico vs Tasa de Rechazo	43
Figura 12: Tamaño de colas vs tasa de Rechazo de nodo N.....	44
Figura 13: Tamaño de colas vs Tasa de servicio	45
Figura 14: Intensidad de Trafico vs _Tasa de servicio.....	45
Figura 15: Numero de paquetes vs Tasa de llegada exógena en nodo 1	46
Figura 16: Intensidad de trabajo vs tasa de llegada	47
Figura 17: Tamaño de colas vs Tasa de Rechazo.....	48
Figura 18: Intensidad de Trafico vs Tasa de Rechazo.....	48
Figura 19: Comparación congestión en casos con tasa de rechazo de 1% y 10%.....	49
Figura 20: Intensidad de trafico vs Tasa de Rechazo	50
Figura 21: Tamaño de colas vs Tasa de servicio de nodos.....	51
Figura 22: Intensidades de trafico vs tasa de servicio	51
Figura 23: Tamaño de colas en nodos vs Tasa de rechazo.....	53
Figura 24: Tamaño de colas en routers vs Tasa de rechazo	53
Figura 25: Intensidad de Trafico vs Tasa de Rechazo.....	54
Figura 26: Intensidad de Trafico de routers, para distintas tasas de servicio	55
Figura 27: Comparación entre red de 10 y 100 nodos.....	56
Figura 28: Intensidad de trafico vs tasa de rechazo.....	56
Figura 29: Intensidad de trafico vs Tasa servicio red A.....	57
Figura 30: Tamaño de colas vs Tasa servicio Red A	57
Figura 31: Intensidad de Trafico vs Tasa de servicio.....	59

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

Con el creciente aumento de la utilización de las telecomunicaciones para las distintas actividades cotidianas, desde conversaciones interactivas, videos conferencias y envío de datos, entre otras aplicaciones, se hace cada vez más imprescindible tener un buen método para poder dimensionar estas redes y con esto proveer un servicio sin problemas, siendo fundamental cumplir con requerimientos de calidad de servicio necesarios para las distintas necesidades y haciéndose importante tener una herramienta que permita simular distintas redes, asegurando, una vez estudiado los parámetros de interés, un buen servicio.

Las colas son un aspecto importante de la actualidad, ya que están presentes continuamente en la cotidianidad, ya sea en supermercados, en bancos, en telecomunicaciones, etc. Las colas son formadas por “clientes” quienes buscan que algún servicio les sea otorgado. El fenómeno de las colas surge cuando recursos compartidos son accedidos para dar servicio a un elevado número de trabajos o clientes.

En telecomunicaciones este fenómeno ocurre por ejemplo en redes que presentan conmutación de paquetes para la transmisión de los distintos tipos de datos. Los “clientes” son los paquetes que se envían de un punto a otro, en donde, estos al ir viajando a través de la red, son servidos por los distintos nodos pertenecientes a ésta.

Un nodo característico se observa en la figura 1:

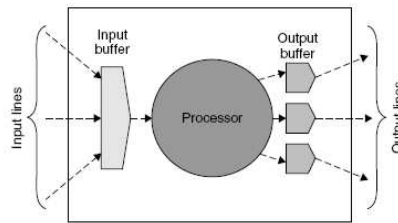


Figura 1: Nodo Característico

Los paquetes pasan por distintos nodos para recibir cierto tipo de servicio. Si a la llegada de un nuevo paquete el nodo se encuentra ocupado, éste debe esperar para ser servido, pasando a formar parte de la cola del buffer de entrada al nodo. Los servicios que este nodo puede proporcionar a los paquetes pueden ser de distintos tipos, como por ejemplo el procesamiento para la detección y corrección de errores, servicios de enrutamiento, etc.

El estudio de las colas es importante, ya que proporciona una base teórica para el estudio del desempeño de redes conformadas por diversos nodos intercomunicados entre sí. En este trabajo de memoria se estudió el nivel de congestión presente en la red, a través del tamaño de las colas de paquetes presentes en los buffers de los equipos. El tamaño de las colas, además de tener una relación directa con la congestión en la red, influye en los retardos provocados por la espera que deben realizar los paquetes para ser atendidos y que repercute fuertemente en el nivel de calidad de servicio otorgado. Otro parámetro importante a estudiar es la intensidad de tráfico en los nodos, la cual da la proporción de tiempo en que los nodos están ocupados sirviendo a los paquetes. La intensidad de tráfico se define como:

$$\rho = \frac{\Lambda}{\mu}$$

siendo Λ y μ las tasas de llegadas efectivas de paquetes y de servicio, respectivamente. La condición de estabilidad del sistema es que $\rho < 1$, lo que significa que la capacidad de dar servicio de un nodo, representado por su tasa de servicio, sea mayor que la tasa de llegadas de paquetes a éste, de lo contrario las colas crecerán infinitamente saliéndose de la zona estable. Un punto de interés es estudiar las redes en tráfico pesado, donde $\rho \approx 1$, ya que al aumentar ρ acercándose a 1

el nodo es forzado hasta su límite de capacidad, aumentando el tamaño de sus colas y por ende el retardo provocado en la espera para ser atendido. Trabajar en tráfico pesado nos da una idea del tamaño de las colas de los buffers de cada nodo en la red cuando estos se fuerzan al máximo de su capacidad. Además, es importante mencionar que trabajar en tráfico pesado permite la aproximación de este modelo por procesos difusivos reflejados, lo cual es la base para este trabajo de memoria, en donde se desarrolló una plataforma que proporciona las estadísticas para dicho modelo.

El desarrollo de esta plataforma permite el estudio del desempeño de redes bajo diversas condiciones de interés, facilitando el dimensionamiento de éstas, ya que dado un nivel de intensidad de tráfico, de tamaño de las colas y/o de retardo deseado, se puede calcular, vía simulaciones, la tasa de servicio necesaria para tener ese comportamiento requerido.

Como se mencionó anteriormente, la base de esta memoria es la teoría de colas explicada largamente en [4], [5] y [8], y el uso de procesos difusivos reflejados para la modelación de las redes de telecomunicaciones [1], [3] y [6]. Para el estudio de lo antes mencionado, existe una importante cantidad de fundamentos teóricos para modelar redes de telecomunicaciones, requiriéndose desarrollar métodos para estimar en forma explícita los parámetros importantes de la red.

En esta memoria no se calculó en forma explícita los parámetros de la red, ya que no es posible, sino que el trabajo realizado tuvo como objetivo general el implementar métodos numéricos para solucionar este problema bajo régimen permanente, en donde se buscó obtener soluciones para las densidades de probabilidad del número de paquetes en la red para luego derivar los parámetros de interés.

Es importante señalar que ya se han realizado una gran cantidad de trabajos previos sobre este tema. Por ejemplo, en [5], [7] y [8] se describe en forma detallada un modelo, en donde bajo las condiciones descritas a continuación, las redes tienen una solución bien conocida. Las condiciones requeridas son:

- 1.- Llegadas de paquetes externos según proceso de Poisson e independiente del estado de la red.
- 2.- Tiempos de servicio siguiendo distribución exponencial.
- 3.- Los tiempos de servicios independientes de la tasa de llegada.
- 4.- Ruteo Markoviano.

Bajo estas condiciones se está en presencia de una red de Jackson, la cual tiene una solución bien conocida, en donde en [5], [7] y [8] se demuestra que la distribución del número de paquetes del sistema es representada como la multiplicación de las distribuciones marginales de cada nodo, es decir se puede expresar de la siguiente forma:

$$p(x) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i) \quad (1)$$

La ecuación (1) muestra que la red sigue la forma producto, en donde el término $p(x)$ corresponde a la probabilidad conjunta de $x = (x_1, \dots, x_N)$ paquetes en la red, esto es, x_i en el nodo i -ésimo respectivo, y cada $p_i(x_i)$ representa la probabilidad de que hayan x_i paquetes en el nodo i , siendo ésta igual a:

$$p_i(x_i) = (1 - \rho_i) * \rho_i^{x_i}$$

con ρ_i la intensidad de tráfico del nodo i . De esta forma, las colas pueden ser tratadas en forma separada, para luego obtener la distribución de probabilidad global de la red.

Se observa que el problema para las redes de Jackson está totalmente resuelto, sin embargo las condiciones necesarias para tener este tipo de redes son muy restrictivas y no representan las redes de telecomunicaciones reales, debido principalmente a la hipótesis Poissoniana sobre los diversos flujos.

Es por esto que en esta memoria se trabajó con redes generalizadas de Jackson, las cuales pueden representar de mejor forma las redes de telecomunicaciones reales al considerar el relajamiento de la hipótesis Poissoniana antes mencionada. El problema que surge en estas redes es que, a diferencia

de las redes de Jackson clásicas, no se conoce una solución explícita para éstas y en general no es posible que esta red sea expresada por la forma de la ecuación (1).

En [2] se dan las condiciones necesarias y suficientes para que, en tráfico pesado, el límite difusivo de redes generalizadas de Jackson puedan expresarse de la forma descrita por la ecuación (1), es decir, para que la red sea representada por la forma producto. Las expresiones encontradas para las densidades de probabilidad de cada nodo en la red son complicadas y no pueden ser resueltas explícitamente por los métodos analíticos, y mucho menos ser expresadas de una forma tan simple como se tiene en las redes de Jackson clásicas. En este trabajo de memoria se propuso un algoritmo que soluciona este modelo en particular y se demostró vía simulaciones la convergencia de éste, para luego estudiar el desempeño de distintas redes bajo distintas condiciones de interés.

En [6] se caracteriza una red generalizada de Jackson como una red que tiene procesos de llegadas externas con tiempos entre llegadas sucesivas independientes e idénticamente distribuidas siguiendo una distribución general, e independientes además entre los distintos nodos (i.e., sin la necesidad de que sea de naturaleza Poissoniana), con tiempos de servicios independientes e idénticamente distribuidos, también independientes entre los distintos nodos, siguiendo una distribución general (i.e., no necesariamente exponencial) y con un ruteo Markoviano, representado por una matriz P de NxN, siendo N el número total de nodos de la red. La matriz de enrutamiento P tiene la siguiente forma:

$$P = \begin{bmatrix} p_{12} & p_{12} & p_{13} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{2N} \\ \cdot & \cdot & p_{33} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & p_{44} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \cdot \\ p_{N1} & p_{N2} & p_{N3} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & p_{NN} \end{bmatrix}$$

en donde el elemento p_{ij} representa la probabilidad de que, estando en el nodo i, el paquete vaya inmediatamente al nodo j. Controlando esta matriz de ruteo es posible simular distintas topologías de redes. En esta matriz la suma por fila es tal que:

$$\sum_{j=1}^N p_{ij} \leq 1$$

siendo $1 - \sum_{j=1}^N p_{ij}$ la probabilidad de que el paquete salga del sistema.

En esta memoria la base del modelo a utilizar para simular las redes generalizadas de Jackson son los procesos difusivos reflejados en el límite de tráfico pesado.

Los procesos difusivos reflejados son aplicados en una gran variedad de áreas, como pueden ser la teoría de colas, redes estocásticas y finanzas, entre otras aplicaciones. Reflexiones aparecen al modelar procesos que en principio pueden tomar cualquier valor sin restricción alguna, pero que, por consideraciones particulares de la aplicación a modelar, se deben tomar en cuenta restricciones manteniendo el proceso en una determinada región. Particularmente, en redes se trabaja con procesos que representan el contenido de los buffers de los distintos nodos de la red, y naturalmente para estos procesos se impone una barrera de tal forma que el contenido de los buffers no tomen valores negativos. Para entender mejor esta idea, a continuación se analizará un ejemplo tomado de [1].

Sea $A(t)$ una función continua representando el número acumulado de paquetes que han llegado a un nodo al tiempo t . De igual forma se define $B(t)$ como una función continua que representa el número acumulado de paquetes, que luego de haber sido servidos por el nodo, han salido de éste al tiempo t . Se define entonces la variable $U(t)$ como:

$$U(t) = U_o + A(t) - B(t) \quad (2)$$

representando el contenido en el buffer al tiempo t , suponiendo que inicialmente habían U_o paquetes. La ecuación (2) está bien definida si el buffer nunca está vacío, sin embargo, si éste está vacío y $B(t)$ aumenta (“salen” paquetes del buffer), habrán contenidos negativos en éste, perdiendo el modelo toda validez sobre la realidad. Por esta razón, surge la necesidad de utilizar reguladores, cuya función es la de mantener un proceso dentro de un conjunto de salidas deseado, siendo en este caso en particular, el conjunto de los reales positivos. De esta forma, y con $U(t)$ de la ecuación (2), se define el proceso reflejado $X(t)$, el cual representa el contenido real de los buffers, como:

$$X(t) = U_o + A(t) - B(t) + Z(t) = U(t) + Z(t) \quad (3)$$

siendo $Z(t)$ el regulador del proceso, esto es, una función no decreciente con $Z(0)=0$ y que sólo crece cuando $X(t)=0$, compensando así la salida de paquetes del buffer y evitando que se tengan contenidos negativo en éste. De [1], $Z(t)$ queda únicamente definido por $Z(t) = \sup X(s)^-$ con $0 \leq s \leq t$, en donde $X(s)^-$ se refiere a la parte negativa del proceso $X(t)$. Con la ecuación (3) se asegura que $X(t) \geq 0$.

Una forma de interpretar la reflexión es que cuando el proceso tiene un valor cero, lo que en este caso significa que el buffer está vacío, ocurre una pérdida de la salida potencial de paquetes de éste, con $Z(t)$ la medida de esta cantidad, siendo igual al número acumulado de paquetes que al fin y al cabo no salen del buffer.

Los procesos reflejados multidimensionales son una generalización del ejemplo mostrado anteriormente, en donde esta vez $U(t)=[U_1(t), U_2(t), \dots, U_N(t)]$ es el proceso que representa el contenido de todos los elementos de la red, con la componente i de este proceso representando el contenido del buffer del elemento i -ésimo de la red en cuestión. En general este proceso libre (llamado así porque puede tomar cualquier valor) es utilizado como primitiva para obtener el proceso que efectivamente representa el contenido del buffer de los N elementos de una Red, y en donde estos no puedan tomar valores negativos. De manera análoga al ejemplo unidimensional, se deben utilizar reguladores para obtener el proceso reflejado multidimensional $x(t)=[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]$, tal que $x_i(t) \geq 0$ para todo i y en todo instante de tiempo.

La generalización de la reflexión para procesos multidimensionales se indica en la ecuación (4):

$$X(t) = U(t) + RZ(t) \quad (4)$$

donde $Z(t)$ es el regulador multidimensional y R es la matriz de reflexión, que indica la dirección en que se regula el proceso. Específicamente, la columna j -ésima de R contiene la dirección de reflexión del proceso cuando su coordenada j -ésima se hace nula.

Cuando la componente $X^j(t)$ se hace cero, sólo $Z^j(t)$ (referida a la componente j-ésima de $Z(t)$) regula al proceso en la dirección indicada por la columna j-ésima de la matriz R . Por [6] se sabe que en redes de telecomunicaciones la matriz de reflexión depende directamente de la matriz de enrutamiento P explicada anteriormente, siendo $R = (I - P^T)$. En este caso la reflexión multidimensional se hace camino a camino, es decir, se van regulando todas las componentes del vector $[x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]$, manteniéndolo dentro del rango deseado. Es importante recalcar que la existencia y unicidad del regulador $Z(t)$, con una matriz de reflexión $R = (I - P^T)$, está asegurada por [6].

En telecomunicaciones este modelo se utiliza de la siguiente forma: sea una red compuesta por N nodos, entonces el proceso $U(t) = [U_1(t), U_2(t), \dots, U_N(t)]$ es escrito de la siguiente forma:

$$U(t) = U_0 + C(t) - (I - P^T) * r(t) \quad (5)$$

en donde $C = [C_1, C_2, \dots, C_N]$ es un vector estocástico que representa las llegadas exógenas de paquetes a la red, $r = [r_1, r_2, \dots, r_N]$ es un vector estocástico que representa la tasa de servicio de los N nodos y P la matriz de enrutamiento de la red. Tomando $U(t)$ de la forma de la ecuación (5) se representa el contenido de los buffers en el tiempo t , el cual no está limitado a ningún subconjunto de salidas. El proceso que representa el contenido real de los buffers, en donde se deshabilita la salida cuando éste está vacío, es:

$$X(t) = U(t) + (I - P^T) * Z(t) \quad (7)$$

En el límite difusivo de tráfico pesado, y cuando todas las tasas de llegadas externas y servicios son constantes, el proceso $U(t)$ puede ser aproximado por un movimiento browniano con drift θ y covarianza Γ , en donde el drift es una función que mueve la media del proceso y Γ da cuenta de las estadísticas del proceso en torno a su media. X_t queda entonces definida por:

$$X_t = U_t + RZ_t \quad (8)$$

incorporando los reguladores y reflexiones de la manera antes descrita, X_t se comporta como un movimiento browniano con drift θ y varianza Γ en el interior del octante de los reales positivos.

Cuando las tasas de llegada y servicios dependen del estado de la red, entonces el correspondiente límite difusivo de tráfico pesado es una ecuación diferencial estocástica de la forma:

$$dX_t = b(X_t)dt + \sigma(X_t)dW_t + RdZ_t \quad (9)$$

siendo b y σ las funciones que representa el drift y desviación estándar respectivamente, W_t un movimiento browniano y Z_t el correspondiente regulador del proceso. En términos de los ejemplos anteriores se tiene que $dU_t = bdt + \sigma * dW_t$.

La resolución explícita de (9) no es, en general, posible. Sin embargo, bajo condiciones generales, la evolución de la densidad de probabilidad de X_t denotada por $P_t(x)$, y por tanto de las estadísticas a ella relacionadas, satisface una ecuación conocida como de Fokker-Planck. En régimen estacionario dicha ecuación toma la forma:

$$0 = -\sum_{j=1}^N \frac{\partial(b_j P)(x)}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^N \frac{\partial^2(a_{jk} P)(x)}{\partial x_j \partial x_k} \quad (10)$$

con $P(x)$ la densidad estacionaria respectiva y a_{jk} el elemento (j,k) de la llamada matriz de difusión $a(x) = \sigma(x) * \sigma(x)^T$ (σ^T denota la transpuesta de σ).

A esta ecuación general se le debe dar una interpretación para las redes de telecomunicaciones, por lo que fue necesario definir al drift y matriz de difusión de forma adecuada, lo que en los capítulos posteriores se explicará en mayor detalle.

De acuerdo a lo planteado, el objetivo general de este trabajo de memoria es implementar una plataforma computacional que obtenga las densidades de probabilidad del estado de la red en forma robusta, considerando estado estacionario y la forma invariante producto. A través de esta plataforma se pretende simular distintas topologías de redes, obteniendo información sobre el

desempeño de éstas, y permitiéndonos así tomar decisiones sobre las dimensiones necesarias de los equipos de la red para obtener un comportamiento deseado.

Para poder cumplir este objetivo general se definieron 4 objetivos específicos. En primer lugar, utilizar las herramientas matemáticas descritas anteriormente para las redes de comunicaciones, para lo cual es necesario interpretar los parámetros de la ecuación general (9) como parámetros en las telecomunicaciones. En segundo lugar, y una vez definido estos parámetros, implementar un algoritmo que resuelva dicho modelo. En tercer lugar, implementar una forma de simular las distintas topologías de redes e implementar la plataforma computacional con los suficientes grados de libertad que sean de interés. Por último, simular un protocolo que controle el tráfico exógeno de la red.

De acuerdo a lo mencionado, la estructura de la memoria consta de 6 capítulos cuyos contenidos se resumen a continuación. En el capítulo 2 se explican las condiciones necesarias y suficientes para que el modelo utilizado tenga la forma producto en régimen estacionario, es decir, para que la densidad de probabilidad del sistema respectiva sea igual a la multiplicación de las densidades marginales de cada nodo perteneciente a ésta. Bajo esta suposición, se detalla entonces la forma general de dicha densidad estacionaria, la que se resuelve con el algoritmo implementado. Además, se interpretan todos los parámetros de la ecuación estocástica (9), dándole el significado adecuado para modelar redes de telecomunicaciones.

En el capítulo 3 se explica el funcionamiento del algoritmo implementado para la resolución del modelo utilizado y se definen todos los grados de libertad que sean de interés, quedando la plataforma computacional totalmente definida. Además, en este capítulo se explica la forma en que se simuló el protocolo de control de tráfico.

En el capítulo 4 se definen las topologías de redes para las cuales se realizaron las pruebas, recalcando que las definiciones de estas topologías se hicieron a través de la matriz de ruteo P .

En el capítulo 5 se dan a conocer los resultados obtenidos en las distintas simulaciones, mostrando las gráficas que representen de mejor forma la información relevante, como lo son por ejemplo el nivel de congestión y la intensidad de tráfico de los nodos. A través de estos resultados obtenidos se analiza el desempeño de la red frente a distintas condiciones.

El trabajo de memoria concluye en el capítulo 6, en donde en primer lugar se centra la atención en el modelo utilizado. Luego se concluye sobre el algoritmo implementado para resolver dicho modelo, recalcando la utilidad de la herramienta diseñada e implementada durante este trabajo de memoria. Finalmente, y a partir de los resultados obtenidos, se llevan a cabo conclusiones generales para las distintas topologías de redes utilizadas.

El cuerpo central del trabajo de memoria es complementado con 2 apéndices y un anexo. En el apéndice A se explican en forma breve algunos elementos de probabilidades y de teoría de colas, y en el apéndice B se explican algunas propiedades fundamentales de procesos estocásticos y movimientos brownianos, dando una breve introducción a las ecuaciones diferenciales estocásticas y a la ecuación de Fokker-Planck. Finalmente, en el anexo se muestran las tablas de todos los resultados obtenidos durante este trabajo.

Capítulo 2

MODELO DE RED

En este capítulo se darán las bases del presente tema de memoria. Así, se discutirán las condiciones generales bajo las cuales la densidad de estacionaria $p(x)$ queda representada por la forma producto respectiva. Además, se interpretan todos los parámetros generales del modelo para su utilización en las redes de telecomunicaciones.

2.1- Forma Producto

Como fué discutido en el capítulo 1, en forma producto se tiene que:

$$p(x) = \prod_{i=1}^n p_i(x_i)$$

con $p(x)$ y $p_i(x)$ las densidades estacionarias de la red y de cada nodo, respectivamente. En general, $p(x)$ satisface la ecuación de Fokker-Planck:

$$0 = -\sum_{i=1}^N \frac{\partial(b_i p)}{\partial x_i}(x) + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^N \frac{\partial^2(a_{i,j} p)}{\partial x_i \partial x_j}(x) \quad (11)$$

En [2] se demuestra que es posible que $p(x)$ quede expresada en forma producto, y se dan las condiciones necesarias y suficientes para poder realizarlo. Bajo esta suposición, en [2] se resuelve la ecuación (11), por lo que ésta referencia es la base de este trabajo de memoria. Cabe mencionar

que, para forma producto, las dependencias con x (estado de la red) deben ser de la forma $b_i(x) = b_i(x_i)$ y $a_{ij}(x) = a_{ij}(x_i, x_j)$, i.e. $b(x) = (b_1(x_1), \dots, b_N(x_N))$ y $a(x) = (a_{ij}(x_i, x_j))_{i,j=1..N}^N$.

Suponiendo que la densidad de probabilidad del sistema es separable según la forma de la ecuación (1), se prueba que para cada densidad marginal se cumple lo siguiente:

$$-\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{R_{i,j}}{R_{j,j}} a_{j,j}(0) p_j(0) = \int_{R_+} b_i(x_i) * p_i(x_i) dx_i \quad (12)$$

siendo $a_{j,j}(x_j)$ el elemento j -ésimo en la diagonal de la matriz de difusión a , b_i la componente i -ésima del drift, y $R_{i,j}$ y $R_{i,i}$ los elementos correspondientes de la matriz de reflexión. Escribiendo la ecuación (12) en forma matricial se obtiene:

$$\Phi * \overrightarrow{p(0)} = \overrightarrow{E[b]} \quad (13)$$

en donde el lado derecho de la ecuación representa a la esperanza del drift, i.e.,

$E[b] = \int_0^{\infty} b_i(x) p_i(x) dx$, y en que cada elemento de la matriz Φ tiene la siguiente forma:

$$\Phi_{ij} = -\frac{1}{2} \frac{R_{ij} a_{jj(0)}}{R_{jj}}$$

En las condiciones anteriores, esto es, cuando se tiene la forma producto, la ecuación (11) puede ser expresada para cada coordenada por la ecuación (14).

$$0 = \frac{1}{2} \frac{d(a_{i,i} p_i)}{dx}(x) + p_i(x) \left\{ \int b_i(\xi) p_i(\xi) d\xi - b_i(x) + \frac{1}{2} a_{i,i}(0) p_i(0) \right\} \quad (14)$$

en donde se tiene la expresión para la densidad de probabilidad marginal de cada nodo en la red.

Por [2] la condición que se debe cumplir para tener la forma producto es que los elementos fuera de la diagonal de la matriz de difusión a deben satisfacer:

$$a_{i,j} = g_{i,j}(x_i) + g_{j,i}(x_j)$$

con $g_{k,l}(x_k)$ una función definida de la siguiente forma:

$$g_{k,l}(x_k) = \frac{R_{l,k}}{2 * R_{k,k}} \frac{a_{k,k}(0) p_k(0)}{p_k(x_k)} \int_{x_k}^{\infty} p_k(\xi) d\xi \quad (15)$$

siendo $R_{l,k}$ el elemento (l,k) de la matriz de reflexión, $a_{k,k}$ el elemento k en la diagonal de la matriz de difusión y p_k la densidad de probabilidad del nodo k-ésimo de la red. Durante esta memoria siempre se asumió que esta condición se cumple.

2.2- Parámetros de la Red

Todas las ecuaciones utilizadas hasta ahora pueden ser ocupadas para cualquier problema general en que se pueda realizar la aproximación por un modelo difusivo. Como en este trabajo se modelaron redes de telecomunicaciones, se interpretaron los parámetros de tal modo.

Las tasas de llegadas de paquetes externos de la red representan la generación de tráfico desde el exterior hacia el sistema. Las tasas de servicio representan las capacidades que tienen los nodos para dar un determinado servicio a los paquetes. Es mucho más común hablar de estos parámetros en términos de bits, siendo por ejemplo $C=10000$ b/s la capacidad del enlace en donde se transmiten paquetes de 1000 bits y dando entonces que la tasa de paquetes transmitidos es de 10 paq/s. En esta memoria se trabajó en términos de paquetes/segundo. Tanto las tasas de llegadas exógenas de paquetes, como las tasas de servicio fueron representadas por su valor medio y varianza, dándosles de esta forma el carácter fluctuante del tráfico real.

El drift es una función que mueve la media de un proceso. Como en esta memoria se estudió el número de paquetes en una red, a esta función se le debió dar un significado acorde con esto. Para este trabajo se adoptó la definición dada en [6]:

$$\overrightarrow{b(x_i)} = \overrightarrow{\lambda[x_i]} - R\overrightarrow{\mu} \quad (16)$$

con $\lambda(x) = (\lambda_1(x_1), \dots, \lambda_N(x_N))$ y $\mu(x) = (\mu_1(x_1), \dots, \mu_N(x_N))$ las tasas respectivas de llegadas exógenas y servicio, y N el número de nodos en la red. A lo largo de esta memoria se consideraron tasas de servicios constantes, i.e. $\mu(x) = \mu$.

La ecuación (16) establece que el drift es igual a la diferencia entre las tasas de llegadas exógenas de paquetes y el vector de las tasas de servicio de los nodos, debidamente multiplicado por R para incorporar las reflexiones y/o enrutamientos (recordar que $R = (I - P^T)$ con P la matriz de ruteo).

Desarrollando la ecuación (16) se obtiene:

$$\overrightarrow{b(x)} = \overrightarrow{\lambda(x)} + P^t * \overrightarrow{\mu} - \overrightarrow{\mu}$$

en donde los términos $\overrightarrow{\lambda(x)} + P^t * \overrightarrow{\mu}$ representan la tasa de entrada efectiva de paquetes a los nodos, siendo igual a la suma de la tasa de entrada de paquetes externas e internas¹. El término $\overrightarrow{\mu}$ representa la capacidad de dar servicio de cada nodo. En términos simples, el drift es igual a la tasa efectiva de llegada de paquetes menos la tasa de salida. Por [2] y [6] se sabe que para asegurar que el sistema sea estable se debe cumplir la condición suficiente de estabilidad $\sup_x \{R^{-1}b(x)\} < 0$. Por simplicidad en esta memoria, para asegurar la estabilidad del sistema, se tomó la condición $R^{-1} \sup_x \{b(x)\} < 0$. Además, por lo general $\overrightarrow{\lambda[x]}$ es una función vectorial decreciente con respecto al estado de la red, lo que se logra mediante estrategias de control adecuadas. De esta forma, de la ecuación (16) se tiene que el drift es una función decreciente con respecto a x, por lo que la condición de estabilidad se resume a $R^{-1}b(0) < 0$, siendo en aplicaciones a redes $R^{-1} \geq 0$ (elemento

¹ Provocado por el ruteo interno.

a elemento). De acá en adelante para referirse a esta condición de estabilidad solo se utilizará $R^{-1}b < 0$. De no cumplirse la condición $R^{-1}b < 0$ puede tenerse que $\overrightarrow{p(0)} < 0$, lo que es incompatible con una densidad de probabilidad.

Desarrollando el término $R^{-1}b < 0$, con el drift de la forma (16), se obtiene que la condición de estabilidad se resume a que $R^{-1}\vec{\lambda} < \vec{\mu}$, refiriéndose a $R^{-1}\vec{\lambda(0)} < \vec{\mu}$ (término a término).

De [7] y [9] se tiene que la ecuación de tráfico en un modelo de redes para cada nodo i es:

$$\Lambda_i = \lambda_i + \sum_{j=1}^N p_{ji} \Lambda_j \quad (17)$$

siendo N el número total de nodos en la red, λ_i la tasa de llegada externa en el nodo i , p_{ji} elemento de la matriz de ruteo, y Λ_i y Λ_j las tasas de llegadas totales de paquetes en el nodo i y j , respectivamente. La ecuación (17) dice que la tasa efectiva de llegada a un nodo es igual a la suma de la tasa de arribo externa mas la interna. Representando la ecuación (17) en forma matricial, se obtiene trivialmente que la ecuación tiene la siguiente solución:

$$\vec{\Lambda} = R^{-1} \vec{\lambda}$$

siendo $\vec{\Lambda}$ el vector de la tasa efectiva de llegada a todos los nodos de la red. De esta forma, la condición de estabilidad $R^{-1}\vec{\lambda} < \vec{\mu}$, se simplifica a que la tasa máxima de llegada efectiva de paquetes sea menor que su tasa de servicio, es decir, que la intensidad de tráfico máxima de cada nodo sea menor que 1.

Siguiendo a [6], tomamos la matriz de difusión como:

$$a_{k,l}(x) = \sum_{j=1}^N \mu_j [p_{jk} (\delta_{kl} - p_{jl}) + c_{s,j}^2 * (p_{jl} - \delta_{jl})] + \lambda_k(x) * c_{a,k}^2 \delta_{kl} \quad (18)$$

siendo N el número total de nodos en la red y p_{jk} elemento de la matriz de enrutamiento. Además μ , $c_{s,j}^2$ y $\lambda, c_{a,j}^2$ son las tasas y los coeficientes de variación² de los procesos de dar servicio a un paquete y de llegada externa, respectivamente. Con μ se conoce el valor medio del proceso de salida en cada nodo y luego con $c_{s,j}^2$ se calcula la varianza de éste. De igual forma, para el proceso de llegadas exógenas de paquetes se tiene su valor medio $\lambda(x)$ dependiente del estado de la red y con $c_{a,j}^2$ se calcula la varianza de este proceso. Por último, $\delta_{jk} = 1$ si $j=k$ y de lo contrario $\delta_{jk} = 0$.

Habiendo descrito la interpretación de cada parámetro del modelo difusivo en términos de redes de telecomunicaciones, pasamos entonces al siguiente capítulo cuya finalidad es encontrar una forma de resolución del modelo y realizar las posteriores pruebas.

² Equivale a la razón entre la varianza y la media del proceso al cuadrado.

Capítulo 3

PLATAFORMA COMPUTACIONAL

En este capítulo se describirá el algoritmo de resolución implementado para el modelo descrito anteriormente. Luego se describirán una serie de pruebas realizadas para verificar que el algoritmo converge efectivamente a la solución correcta del problema.

Además, se describirá la plataforma computacional implementada, explicando las distintas opciones de las cuales dispone. Esta plataforma fue desarrollada en su totalidad durante este trabajo de memoria y fue implementada en Matlab.

3.1- Algoritmo de Resolución

Es importante mencionar que el algoritmo implementado durante este trabajo de memoria es propio para formas productos, es decir, para la resolución de (14).

Al resolver la ecuación (14) se obtiene que cada densidad de probabilidad marginal puede ser descrita por la siguiente expresión:

$$p_i(x_i) = \frac{a_{i,i}(0)p_i(0)}{a_{i,i}(x_i)} \exp \left\{ -2 \int_0^{x_i} \frac{E[b_i] - b_i(\xi) + \frac{1}{2} a_{i,i}(0)p_i(0)}{a_{i,i}(\xi)} d\xi \right\} \quad (19)$$

siendo $a_{i,i}(0)$ y $a_{i,i}(x_i)$ el elemento i -ésimo en la diagonal de la matriz de difusión a , evaluado en 0 y x_i , respectivamente, $p_i(0)$ la densidad de probabilidad del nodo i evaluado en 0, y $b_i(x_i)$ y $E[b_i]$ el valor del drift y su esperanza, respectivamente. Al ser $b_i(x)$ una función dependiente del estado de la red se tiene que $E[b_i]$ es igual a:

$$E[b_i] = \int_R b_i(x) p_i(x) dx$$

La ecuación (19) no puede ser resuelta en general, porque los valores de $p_i(0)$ y $E[b_i]$ no son conocidos a priori ya que ambos parámetros son dependientes de $p_i(x)$, el cual es la incógnita del problema.

Es por esta razón que se ideó e implementó un algoritmo iterativo que resuelve este problema, el cual consta de 3 pasos principales que se describen a continuación:

Paso 1:

Definir valores iniciales arbitrarios para las densidades de probabilidad en cero en cada nodo de la red y con esto calcular los valores de la esperanza del drift para cada elemento a través de la ecuación (12) o (13).

Paso 2:

Con los valores de las densidades de probabilidad en cero y de la esperanza del drift conocidos, ir a la ecuación (19) y calcular la densidad de probabilidad para cada uno de los nodos. Una vez calculadas todas las densidades marginales de la red, éstas son normalizadas de forma que para todo nodo i se cumpla:

$$\int_0^{\infty} p_i(x) dx = 1$$

siendo esta normalización obligatoria, en el sentido que cada p_i sea efectivamente una densidad de probabilidad.

Paso 3:

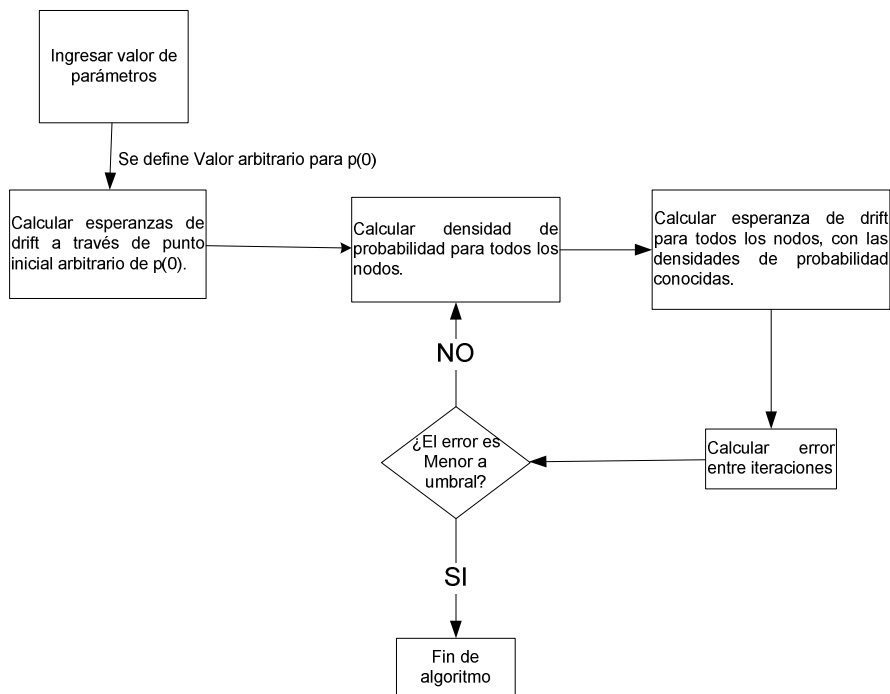
Con los valores obtenidos de las densidades de probabilidad de todos los nodos y para todos los estados posibles, se calcula la esperanza del drift a través de la forma tradicional:

$$E[b_i] = \int_R b_i(x) p_i(x) dx$$

Conocidos los nuevos valores de la esperanza del drift, se actualiza entonces el valor del vector $\vec{p}(0)$ a través de la ecuación (13).

Se repite iterativamente el paso 2 y 3, hasta que el algoritmo converja a la solución del modelo. Para determinar si el algoritmo convergió o no, se comparan los valores de la esperanza del drift entre iteraciones sucesivas. Al trabajar con múltiples nodos se tiene un vector de esperanzas del drift, por lo que es necesario calcular el error máximo del vector de diferencias. Cuando este valor máximo es menor que cierto umbral, se terminan las iteraciones ya que se asume que el algoritmo convergió a la solución del problema. El Diagrama de flujo del algoritmo implementado es el siguiente:

Diagrama de flujo



3.2- Pruebas de Verificación

El algoritmo implementado asigna en el paso 1 un valor inicial a las densidades de probabilidad en cero para cada nodo de la red. Se probó con distintos valores iniciales y se obtuvo que el algoritmo siempre convergía a la misma solución, variando únicamente la velocidad de convergencia de éste. Obviamente el algoritmo converge más rápido en el caso que se elige un punto inicial cercano a la solución del problema.

Una vez comprobado que independientemente de las condiciones iniciales asignadas el algoritmo convergía a la misma solución, se dispuso a probar que esta solución es efectivamente la correcta. Para esto se realizó lo siguiente.

Si se trabaja con valores de drift constantes, es decir con tasas de llegada exógenas de paquetes constantes, se obtiene de la ecuación (19) la siguiente expresión analítica para la densidad de probabilidad en cada nodo:

$$p_i(x_i) = \frac{a_{i,i}(0) p_i(0)}{a_{i,i}(x_i)} \exp \left\{ - a_{i,i}(0) p_i(0) \int_0^{x_i} \frac{d\xi}{a_{i,i}(\xi)} \right\} \quad (20)$$

Trabajar con valores de drift constantes no tiene interés práctico, debido a que la solución analítica del sistema se puede calcular fácilmente, obteniendo de la ecuación (13) el valor del vector $\overline{p(0)}$ ya que el valor de $E[b_i]$ es conocido³. De ahí que la solución (20) es fácilmente calculable ya que todos los parámetros son conocidos.

Es fácil demostrar que en este escenario se cumple la relación mostrada en la ecuación (21), donde los elementos del vector γ_0 son definidos como $(a_{ii}(0)/R_{ii}) * p_i(0)$:

$$R\gamma_0 = -2b \quad (21)$$

³ En una función constante, su esperanza es igual a este valor constante.

Además, en una red con parámetros constantes, es sabido que el número medio de paquetes para cada nodo de la red es igual a $\frac{1}{p(0)}$, cumpliéndose lo siguiente:

$$\frac{1}{p(0)} = \int_0^{\infty} xp(x)dx \quad (22)$$

Para verificar que el algoritmo converge a la solución correcta del problema, se realizaron pruebas con la ecuación general (19) para distintos valores iniciales del vector $\overrightarrow{p(0)}$ y distintos valores constantes del drift. En todas las pruebas realizadas siempre se obtuvieron los resultados esperados analíticamente, descritos por las ecuaciones (21) y (22) respectivamente.

Así, se concluyó vía simulaciones que el algoritmo converge a una única solución (independiente de la condición inicial del algoritmo iterativo), y que esta solución es la correcta.

3.3- Características de la Plataforma

La plataforma implementada en Matlab resuelve el modelo de redes con la forma invariante producto, a través del algoritmo explicado anteriormente. En la plataforma se dejaron diversos grados de libertad, lo que permite una mayor flexibilidad para simular distintas topologías de redes y bajo distintas condiciones que sean de interés.

Esta plataforma recibe como parámetro la matriz de ruteo de la red, con lo se obtiene fácilmente la matriz de reflexión según la expresión descrita anteriormente, y con lo que se puede simular la topología de red deseada. Además, está permitido un número variable de nodos en el sistema y en las distintas subredes que pueden estar intercomunicadas entre sí.

La plataforma recibe además como parámetro la función $\overrightarrow{\lambda[x]}$ que representa las tasas de llegada exógenas de paquetes a la red, en donde en general es permitida cualquier forma de esta función. En esta memoria se adoptó para $\overrightarrow{\lambda[x]}$ la forma de la ecuación (23), con objeto de que ésta tenga

una cierta dependencia con el estado de la red. Así las tasas de llegada exógenas de paquetes a la red quedan dadas por:

$$\lambda_i(x) = \alpha_i * \lambda_i + \frac{\lambda_i * (1 - \alpha_i)}{1 + x_i} \quad (23)$$

siendo λ_i y α_i constantes, las cuales regulan el valor máximo y mínimo permitido para cada una de estas funciones. Se observa que cada $\lambda_i[x]$ es una ecuación decreciente de x_i (es decir del número de paquetes), controlando el tráfico proveniente del exterior. En otras palabras, tomar cada $\lambda_i[x]$ como en la ecuación (23) es una forma de modelar algún protocolo que regule el tráfico en la red, modulando la entrada de paquetes externos con cierta tasa de rechazo. El valor mínimo de la tasa externa de llegada respectiva ocurre cuando x_i es muy grande (es decir el nodo muy congestionado), en cuyo caso la función tiende asintóticamente a $\alpha_i * \lambda_i$. Similarmente, el valor máximo ocurre cuando el nodo está vacío, es decir no está sirviendo a ningún paquete, y en este caso la tasa de llegada respectiva es igual a λ_i . De aquí hacia adelante, al referirse al valor de λ_i de la tasa de llegada exógena, se refiere a este valor máximo.

De la ecuación (23) se observa además que con cada α_i se controla la tasa de rechazo respectiva que tiene el protocolo modelado para el control de tráfico. En el caso extremo de α_i igual a cero, se tiene la siguiente tasa de llegada exógena:

$$\lambda_i(x) = \frac{\lambda_i}{1 + x}$$

observándose que para un x_i muy grande, la tasa externa de llegada disminuye asintóticamente a cero, por lo que se bloquea el 100% de los paquetes externos que entran al nodo i . Con α_i igual a 1, la tasa de llegada externa es constante e igual a λ_i , por lo que independiente del estado del nodo, se permite la llegada de todos los paquetes externos sin bloqueo alguno, teniendo una tasa de rechazo de 0%.

Entonces, para un valor dado de α_i , se tiene una tasa de rechazo igual a $(1 - \alpha_i) * 100 \%$, siendo este valor al que se hará referencia en las diferentes simulaciones de este trabajo. Seleccionando $\lambda_i(x_i)$ de la forma en que se indica en (23), es posible modelar un protocolo que regule el tráfico en los nodos de la red, con tasa de rechazo de paquetes variable controlado por los distintos α_i .

Como ya se mencionó, la plataforma implementada llama a las funciones que representan el drift, matriz de difusión y $\lambda_i(x_i)$, por lo que es bastante flexible para cambiar las expresiones de los parámetros recién mencionados.

Además, la plataforma recibe como parámetro el umbral de decisión para determinar si el algoritmo convergió o no, y la tasa de servicio de cada uno de los elementos de la red.

Capítulo 4

TOPOLOGÍAS DE RED

En este capítulo se mostrarán las topologías de redes utilizadas para realizar las diferentes pruebas, las cuales fueron implementadas a través de la matriz de ruteo P explicada anteriormente. A través de esta matriz es posible simular cualquier topología de red deseada, implementándose en este trabajo en particular tres topologías de redes distintas que son explicadas a continuación.

4.1- Red Simétrica

El primer escenario de estudio es la red simétrica, en donde un paquete que está en un nodo cualquiera puede ir a cualquier otro nodo con igual probabilidad sin preferencia alguna.

Así, en una red de N nodos como ésta la matriz de ruteo tiene la siguiente forma:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 1/N & 1/N & \dots & \dots & 1/N \\ 1/N & 0 & 1/N & \dots & \dots & 1/N \\ \cdot & 1/N & 0 & \dots & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1/N & 0 & \dots & \cdot \\ 1/N & \cdot & \cdot & \cdot & 0 & 1/N \\ 1/N & \cdot & \cdot & \cdot & 1/N & 0 \end{bmatrix}$$

lo que es equivalente a tener $p_{ij} = \frac{1}{N} \forall i \neq j$ y $p_{ij} = 0$ si $i=j$. En el esquema implementado no es permitido el feedback, de ahí que la probabilidad en la diagonal es cero. Además, se impone una

probabilidad igual a $\frac{1}{N}$ de que un paquete salga del sistema, lo se puede interpretar como paquetes que alcancen su destino. Así tenemos que:

$$\frac{1}{N} = 1 - \sum_{j=1}^N p_{ij}$$

Un diagrama básico de una red simétrica de 3 nodos es la siguiente:

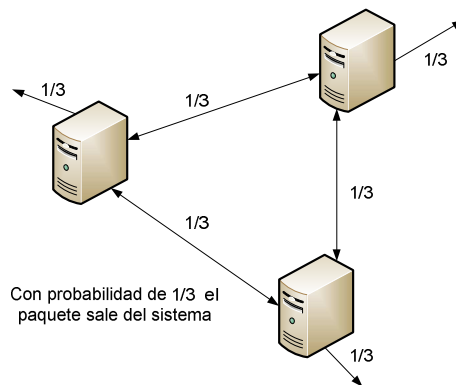


Figura 2: Ejemplo Red simétrica

la cual tiene una matriz de ruteo igual a:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \end{bmatrix}$$

La condición de estabilidad del sistema explicada anteriormente en el capítulo 2 es asegurar que $R^{-1}\vec{\lambda} < \vec{\mu}$. Es de gran importancia asegurar esta condición de estabilidad para las diferentes pruebas a realizar, por lo que se calcula la región de estabilidad de esta topología de red.

Al calcular analíticamente R^{-1} para cualquier valor de N , siendo éste el número de nodos en la red, y tras realizar la correspondiente multiplicación matricial suponiendo una tasa de llegada

exógena y de servicio igual a λ_i y μ_i , respectivamente, para cada nodo i , se prueba que la condición de estabilidad del sistema se traduce a la siguiente:

$$\frac{2N}{N+1} * \lambda_j + \frac{N}{N+1} * \sum_{i \neq j}^N \lambda_i < \mu_j \quad (24)$$

$$\forall i, j = 1 \dots N$$

Esta condición está referida a la estabilidad para cada nodo j , en donde se ve que, a causa del ruteo interno, la condición de estabilidad de este nodo depende de las tasas de llegadas exógenas en el resto de la red. Se recuerda que la condición de estabilidad encontrada es para los valores máximos de la tasa de llegada exógena.

4.2- Configuración Estrella

La configuración estrella puede ser la modelación de un ISP o de un servidor, en donde todos los nodos de la red rutean los paquetes a un solo nodo. Bajo esta suposición se espera que este nodo sea sobrecargado. Un ejemplo de esta configuración se observa en la siguiente figura:

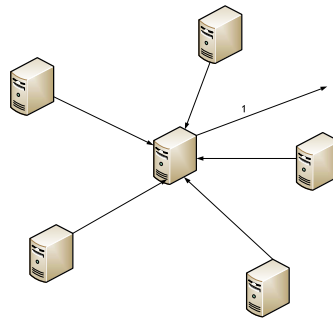


Figura 3: Configuración Estrella

Considerando una red de N nodos e imponiendo una probabilidad igual a $\frac{1}{N}$ de que un paquete salga del sistema en cada nodo, se tiene que la matriz de enrutamiento de este esquema es:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 1 - \frac{1}{N} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 - \frac{1}{N} \\ 0 & \dots & \dots & 0 & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{N} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Un ejemplo de esta configuración para una red de 6 nodos es la siguiente:

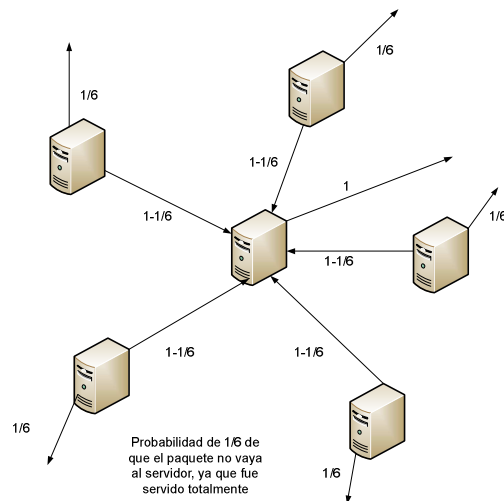


Figura 4: Ejemplo Configuración estrella con 6 nodos

el cual tiene una matriz de ruteo igual a:

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 - \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para este trabajo de memoria, el nodo N corresponde al nodo servidor o ISP de la red, es decir, todos los nodos de esta red rutean sus paquetes al nodo N-ésimo con probabilidad $1 - \frac{1}{N}$ (con probabilidad $\frac{1}{N}$ dejan la red en ese nodo) y éste a su vez rutea con probabilidad 1 los paquetes

hacia fuera del sistema. De esta forma, los demás nodos de la red sólo observan el tráfico proveniente del exterior.

Al igual que en el caso simétrico, una condición que asegura la estabilidad del sistema es $R^{-1} \vec{\lambda} < \vec{\mu}$. Teniendo una red de N nodos, en que todos los nodos a excepción del nodo N-ésimo tienen la misma tasa de llegada exógena máxima λ y el nodo N-ésimo con una tasa de llegada exógena máxima λ_N , suponiendo además que todos los equipos de la red tienen la misma capacidad siendo μ sus tasas de servicio, se demuestra que la condición de estabilidad anterior se reduce a:

$$\lambda < \mu^* \left[\frac{N}{(N-1)^2} \right] \quad \lambda = \lambda_i, \forall i = 1 \dots N - 1 \quad (25)$$

$$\lambda_N < \mu - \lambda^* \frac{(N-1)^2}{N}$$

Intuitivamente se creería que la condición de estabilidad para los demás nodos de la red, sin contar el N-ésimo, es $\lambda < \mu$, sin embargo, en la ecuación (25) se observa que la tasa de llegada exógena de paquetes debe ser menor que su tasa de servicio multiplicada por el factor:

$$\left[\frac{N}{(N-1)^2} \right]$$

Este factor está relacionado con la estabilidad del nodo N-ésimo, ya que un mayor tráfico exterior sobre el resto de los nodos produce un aumento del tráfico interno en dirección al nodo N-ésimo, perdiendo éste entonces estabilidad. Se observa entonces que este nodo es el “cuello de botella” de la red.

4.3.- Modelación de Redes

Este modelo busca representar redes de telecomunicaciones con topologías más cercanas a la realidad, en donde distintas áreas apartadas pueden interconectarse entre sí. Un esquema simplificado de esta topología puede observarse en la figura 5:

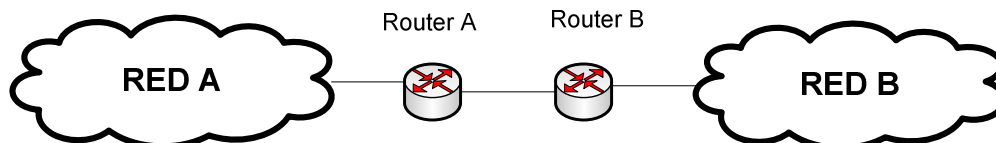


Figura 5: Modelo de Red

En el interior de cada subred, en este caso RED A y RED B, se tiene una red simétrica de la forma explicada en el punto 4.1. Para que un nodo presente en la RED A pueda comunicarse con otro de la RED B, tendrá que utilizar su gateway (router A), comunicándose éste a su vez con el router B y logrando así la conectividad entre ambas subredes. La plataforma implementada permite un número variable de subredes, cada una con un tamaño a elección.

La interrogante más importante que surge en esta topología es estimar las capacidades de los routers con el fin de cumplir con un adecuado desempeño de la red.

Los criterios utilizados para confeccionar la matriz de ruteo de esta topología fueron los siguientes.

Sea una red compuesta por M subredes, donde la subred i tiene N_i nodos. Se tiene que el número total de nodos en la red es:

$$N = \sum_{i=1}^M N_i \quad (26)$$

Se impone que un paquete que esté en el nodo i pueda ir a otro con igual probabilidad sin preferencia alguna, por lo que se tiene que esta probabilidad es igual a $\frac{1}{N}$.

Para ir hacia afuera de su subred actual, un paquete debe pasar por su respectivo gateway, siendo la probabilidad de que esto ocurra:

$$P_{router} = 1 - P_{out} - P_{In} \quad (27)$$

Con P_{router} la probabilidad de que el paquete salga de la subred interna en dirección al router (con lo que se requiere conectividad con otro nodo fuera de la red interna), P_{out} la probabilidad de que el paquete salga del sistema, porque ya fue servido totalmente, y P_{In} la probabilidad de que el paquete se quede en la red interna actual. Como las probabilidades de que un paquete vaya de un nodo a otro son equiprobables, y considerando que la subred i tiene N_i nodos, se tiene entonces que la probabilidad de que un paquete que está en un nodo perteneciente a la red interna i sea ruteado hacia otro nodo de esta misma red es:

$$\frac{N_i - 1}{N}$$

Además, imponiendo que la probabilidad de que el paquete salga del sistema sea igual a $\frac{1}{N}$, se llega a que el P_{router} de la subred i es igual a:

$$P_{router} = 1 - \frac{1}{N} - \frac{N_i - 1}{N}$$

El ruteo entre routers es simplemente construido en base a la proporción del número de hosts de cada red interna, concluyendo así que la probabilidad de que el router i le envíe un paquete al j es igual a $\frac{N_j}{N}$.

Debido a la gran complejidad de la matriz de ruteo resultante, y dada la dificultad de encontrar una expresión general para R^{-1} , no se derivó una expresión analítica para la región de estabilidad de esta red. Sin embargo, a través de una función implementada en Matlab, la cual calcula $R^{-1}b$, fue

posible notar que una tasa de llegada igual a $\frac{1}{N}$ y una tasa de servicio igual a 1 para todos los nodos de la red es bastante razonable.

Para este modelo se asignará una tasa de llegada externa igual a cero para los routers de la red, por lo que el único tráfico que estos observarán es el interno. Bajo estos supuestos, se estudió el desempeño de los routers en distintos escenarios.

Capítulo 5

RESULTADOS Y ANALISIS

En este capítulo se discutirán los resultados más importantes obtenidos durante este trabajo de memoria, enfatizando los resultados que contengan mayor información sobre el desempeño de la red y que permitan tomar decisiones acorde con los requerimientos deseados. Estas pruebas fueron realizadas para las tres topologías de redes detalladas en el capítulo anterior. La totalidad de los resultados obtenidos se pueden observar en el anexo de este trabajo de memoria.

Los parámetros de interés estudiados con objeto de analizar el desempeño de las redes son: tamaños de las colas de los buffers, intensidades de tráfico y retardos producidos en la entrada de los buffers (provocados por la espera que deben realizar los paquetes para ser atendidos). Al resolver el modelo utilizado se obtuvieron las densidades de probabilidad del número de paquetes en las colas para cada nodo perteneciente a la red. Luego, a través de estas densidades, se estimaron los parámetros de interés ya mencionados en términos de valores medios.

El número de paquetes esperado en la cola de cada nodo fue calculado por la ecuación (28) descrita a continuación:

$$E[x] = \int_0^{\infty} xp_i(x)dx \quad (28)$$

La intensidad de tráfico se define como:

$$\rho = \frac{\Lambda}{\mu}$$

siendo Λ y μ la tasa de llegada efectiva de paquetes y de servicio, respectivamente. La tasa de servicio de cada nodo fue designada como parámetro de la plataforma implementada y Λ , como se vio anteriormente, fue calculada a través de $R^{-1}\bar{\lambda}$ con $\bar{\lambda}$ el vector de la tasa de llegada externa promedio, el cual simplemente se calculó nodo a nodo con la siguiente ecuación:

$$E[\lambda_i] = \int_0^{\infty} \lambda_i(x) p_i(x) dx \quad (29)$$

donde $\lambda_i(x)$ y $p_i(x)$ es la tasa de llegadas exógenas y densidad de probabilidad del número de paquetes del nodo i , respectivamente. Para calcular el retardo provocado por la espera realizada en la cola de cada nodo se utilizó la fórmula de Little explicada y demostrada en detalle en [4], [5], [8] y [11]. La formula de Little es:

$$E[x] = \Lambda T \quad (30)$$

donde $E[x]$ es el número esperado de paquetes en el nodo respectivo, Λ es la tasa efectiva de llegada de paquetes en el nodo y T el tiempo de espera promedio en la cola, es decir, el retardo.

Como ya se mencionó anteriormente, a través de la ecuación (23) se simuló un protocolo de control de tráfico externo a la red. Un ejemplo de la acción de este controlador de tráfico puede observarse en la figura a continuación, la cual fue obtenida evaluando dicha ecuación para distintos valores de α y x , sin realizar simulación alguna:

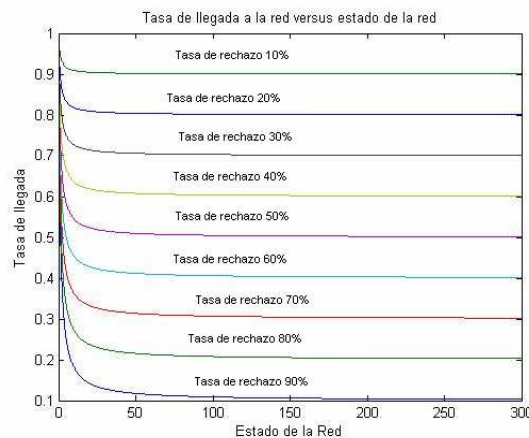


Figura 6: Protocolo controlador de Tráfico frente a distintas tasa de rechazo

En la figura 6 se observa un ejemplo de la tasa de llegada exógena versus el estado de la red, en donde el estado de la red se refiere al número de paquetes en ésta. En esta figura se tiene que la tasa de llegada exógena tiende a disminuir a medida que la red esta más congestionada, es decir para valores mayores de x . Además, se observa el efecto que tiene la tasa de rechazo del protocolo a modelar sobre esta tasa de llegada, notándose que a mayor tasa de rechazo se realiza un mayor control de tráfico, por lo que se tienen tasas de llegadas menores.

Trabajar en tráfico pesado es de gran interés ya que representa un escenario en el cual la red se encuentra sobrecargada, y por lo tanto es en estas circunstancias donde es de mayor urgencia asegurar un adecuado desempeño de ésta. Además, es importante recalcar que bajo estas circunstancias es válido el modelo difusivo considerado. Por esto, en todas las pruebas realizadas se trabajó en el borde de la región de estabilidad, por lo que de acá en adelante todos los valores de parámetros utilizados son tales que se está en el borde de esta región de interés, asegurando así estar lo más cercano posible a las condiciones de tráfico pesado.

En los resultados obtenidos durante las diferentes pruebas, al referirse al número de paquetes o retardo, siempre fue referido a los buffers de entrada de los nodos, en donde el número de paquetes representa el tamaño de las colas a la entrada de éstos y el retardo es el tiempo de espera en dichas colas. Además, de acá hacia adelante, la tasa de rechazo siempre será tratada en términos porcentuales y será referida a la tasa de rechazo del protocolo de control de tráfico emulado por la ecuación (23).

5.1.- Red Simétrica

Del capítulo anterior se tiene que la región de estabilidad del sistema es:

$$\frac{2N}{N+1} * \lambda_j + \frac{N}{N+1} * \sum_{i \neq j}^N \lambda_i < \mu_j \quad \forall i, j = 1 \dots N$$

Imponiendo que la tasa de servicio sea igual para todos los nodos e igual a 1 paq/s, y que la tasa de llegada exógena sea igual en todos los nodos de la red, se puede demostrar que la condición de

estabilidad del sistema es $\lambda < \frac{1}{N}$.

siendo N el número total de nodos en la red. Cabe recordar que el λ encontrado es el valor máximo de $\lambda(x)$.

En primer lugar se simuló una pequeña red de 10 nodos, tomando la tasa de llegada exógena de la forma de la ecuación (23) con λ igual a 0.1 paq/s y α variable para estudiar el desempeño de la red frente a distintas tasas de rechazo. Las simulaciones arrojan como resultado las densidades de probabilidad de cada nodo perteneciente a la red. En la siguiente figura se muestra un ejemplo de las densidades de probabilidad obtenidas:

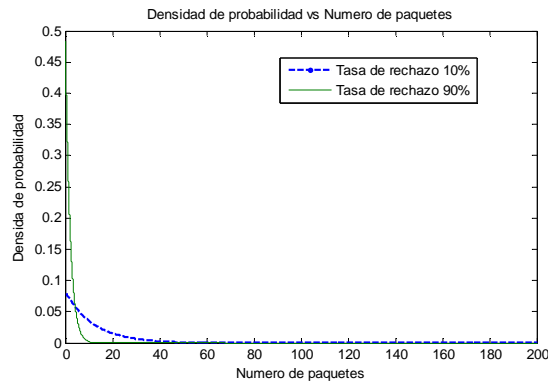


Figura 7: Densidades de Probabilidad vs estados de la red

Es de esperar que la congestión en la red sea menor al tener mayor tasa de rechazo, que es precisamente lo que se observa en la figura 7. En el caso de la tasa de rechazo de 90%, la densidad de probabilidad tiene valores muchos mayores en torno a cantidades pequeñas, teniendo un peak en 0. En cambio, en la otra curva con tasa de rechazo menor, se observa que ésta es mucho más suave y que no tiene ningún peak significativo, teniendo una mayor probabilidad de tener una cantidad importante de paquetes.

Una vez vista la forma de las densidades de probabilidad, se dispuso a realizar un análisis mucho más acabado sobre el desempeño de esta red. En la figura 8 se observa la curva que relaciona el número de paquetes en la cola en cada nodo versus la tasa de rechazo:

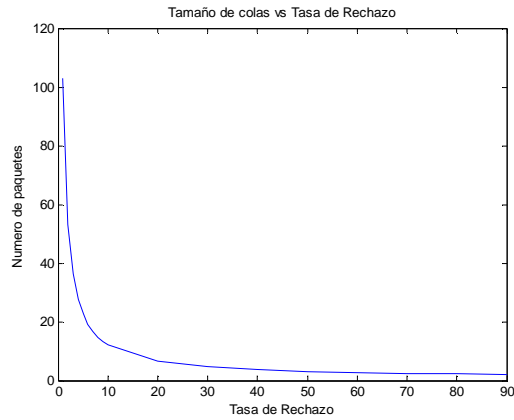


Figura 8: Tamaño de Colas vs Tasa de Rechazo

Como era de esperar, a mayor tasa de rechazo se tiene una menor congestión en cada uno de los nodos. Esta congestión tiene una clara repercusión en el tiempo de retardo en la red, ya que al ser más largas estas colas, un paquete en promedio debe esperar más tiempo para ser atendido. Para el caso de una tasa de rechazo de 1%, se tienen tamaños de colas del orden de 100 paquetes. En cambio, al ir aumentado esta tasa hasta un rechazo de 90%, se tienen colas mucho menores llegando a tener un largo de 2 paquetes en promedio. El retardo en cada nodo de la red se puede observar en la figura 9, en donde se ve el retardo frente a distintos controles de tráfico:

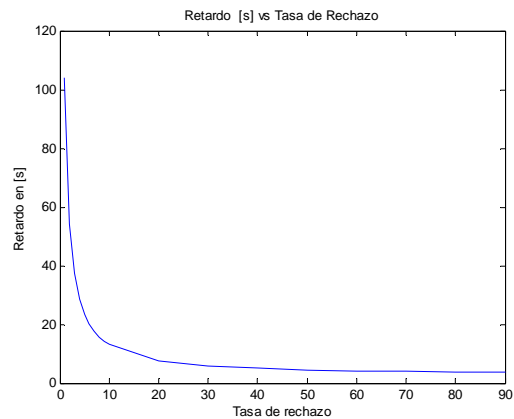


Figura 9: Tiempo de espera a la entrada de los buffers vs Tasa de Rechazo

Con esta curva se puede tomar una decisión que permita manejar los retardos medios de la red y con esto proveer una calidad de servicio deseada.

Con la próxima prueba realizada, se observó que en una red con 100 nodos se tiene un comportamiento muy similar al obtenido en la pequeña red de 10 bajo las mismas condiciones, es decir, al estar en una región equivalente de estabilidad.

Al ser una red más grande aumenta el ruteo interno, por lo que para estar en la región estable del sistema las tasas de llegadas externas deben disminuir. Bajo las mismas suposiciones que para la red de 10 nodos, se obtuvo que el límite para λ en la red de 100 nodos es de 0.01 paq/s. Así, con λ igual a este valor, se tiene un escenario similar al con λ igual a 0.1 paq/s para la red de 10 nodos. En la figura 10 se representa el número de paquetes en cada nodo individual frente a las distintas tasas de rechazo:

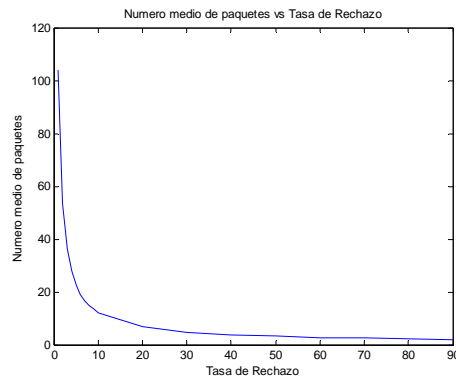


Figura 10: Tamaño Colas vs Tasa de rechazo

A simple vista se hace visible una característica muy similar a los resultados obtenidos con la red de 10 nodos, obteniéndose prácticamente los mismos tamaños de colas en ambos casos. Un parámetro que aporta mayor información sobre el estado de los nodos es la intensidad de tráfico en ellos para distintas tasas de rechazo, lo cual se observa en la siguiente figura:

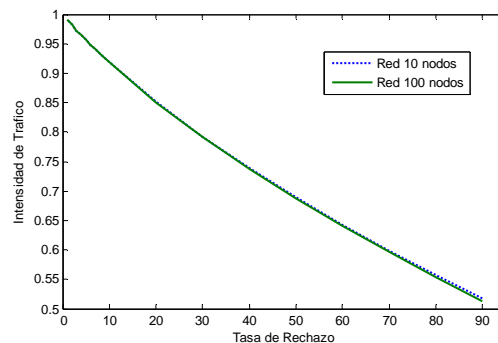


Figura 11: Intensidades de Tráfico vs Tasa de Rechazo

Esta curva es de suma importancia, ya que la intensidad de tráfico da información sobre la proporción de tiempo en que los equipos se encuentran efectivamente trabajando. Se ve que tanto para la red de 10 como de 100 nodos se tiene un comportamiento muy similar estando frente a las mismas condiciones, por lo que se concluye que es posible escalar entre redes de distintos tamaños que estén frente a los mismos escenarios. Esto permite extender todos los análisis de comportamiento obtenidos a redes más grandes que estén bajo escenarios comparables.

Es de interés estudiar el efecto que puede provocar el colapso de un nodo sobre el resto de la red. En la figura 12 se observa el desempeño de una red de N nodos, con $N-1$ muy forzados y el restante relajado en términos del tráfico externo entrando a la red en ellos. La tasa de rechazo de los nodos más recargados se mantuvo constante e igual a 10% y se varió dicha tasa para el nodo menos exigido entre 10% y 1%, por lo que en la figura 12 se ve el efecto que tiene un aumento del tráfico externo en este nodo, provocado por la disminución del bloqueo de paquetes provenientes desde el exterior, sobre el resto de la red. La tasa máxima de llegadas externas para el nodo relajado es de 0.01 paq/s y en el resto de la red es de 0.12 paq/s, estando al borde de la región de estabilidad.

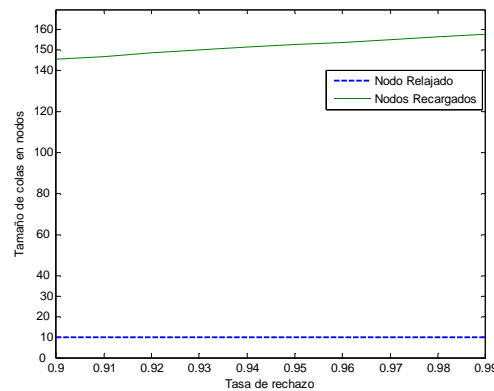


Figura 12: Tamaño de colas vs tasa de rechazo de nodo N

Se aprecia una importante diferencia en el nivel de congestión entre el nodo relajado y el resto de la red. Se observa que al ir aumentando el tráfico externo hacia este único nodo la congestión sobre el resto de la red aumenta en forma importante, hecho que no es observable para este nodo debido a que básicamente aún sigue estando muy relajado, teniendo en todos los casos una cola de 10 paquetes en promedio. Se nota que aún estando al borde de la región de estabilidad, no todos los nodos están forzados a su máxima capacidad, por lo que estar al borde de esta región no es garantía de trabajar en tráfico pesado.

Luego se dispuso a forzar aún más este único nodo para observarlo en tráfico pesado. Para realizar esto hay distintas alternativas. Una de ellas es aumentar la tasa de llegada externa hacia él. Otra es disminuir su tasa de servicio. Como se observará más tarde, las dos alternativas provocan efectos muy distintos sobre la red.

Al bajar la tasa de servicio de este nodo relajado se espera que éste se sobrecargue al tener menor capacidad de servir paquetes, comenzando así a rutear en menor cantidad hacia el resto de la red. Se realizaron pruebas con tasa de rechazo de 1% sobre este equipo y se mantuvo la tasa de rechazo del resto de la red en 10%. En la figura 13 y 14 se observan los tamaños de las colas y las intensidades de tráfico de este nodo y del resto de la red, respectivamente, al ir disminuyendo la tasa de servicio de este único nodo hasta el valor 0.91 paq/s:

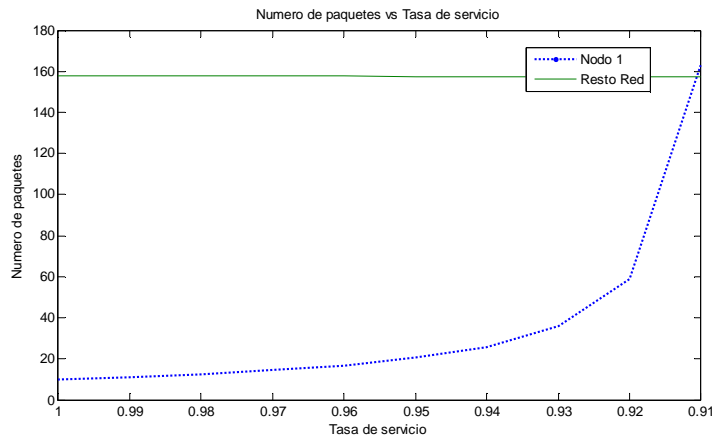


Figura 13: Tamaño de colas vs Tasa de servicio

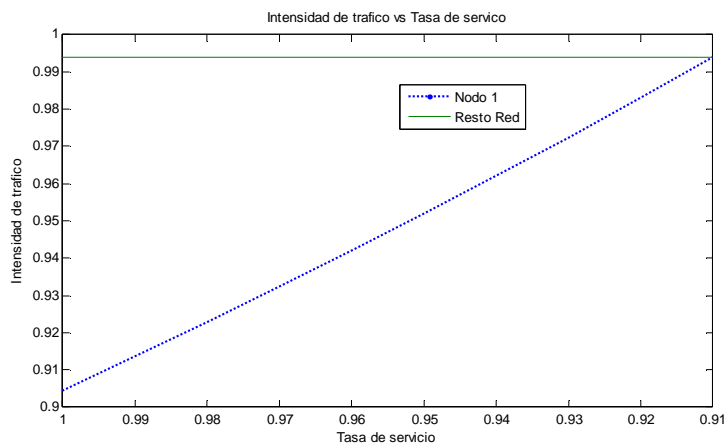


Figura 14: Intensidad de Tráfico vs Tasa de servicio

Tanto en la figura 13 como en la 14 se observa que el bajarle la tasa de servicio a este único nodo no provoca gran efecto sobre el resto del sistema, obteniéndose en la red una intensidad de tráfico de 0.9939 y un tamaño de las colas de 157 paquetes en todos los casos. Sin embargo, éste único nodo, referido al nodo 1 inicialmente relajado, sufre una fuerte congestión llegando a estar en las mismas condiciones que el resto de la red, aumentando su intensidad de tráfico de 0.9 a 0.9939 y el tamaño de su cola de 10 a 160 paquetes. La pérdida de estabilidad del sistema ocurriría al colapsar éste único nodo, al seguir disminuyéndole su tasa de servicio. Un pequeño aumento en la intensidad de tráfico, de 0.9 a 0.9939, provoca un aumento bastante significativo en la congestión, lo que evidencia la no-linealidad entre estos parámetros y que estar en la cercanía del valor unitario provoca una fuerte explosión del tamaño de las colas.

Por otro lado, si a este nodo se le inyecta más tráfico desde el exterior, ciertamente va a tender a estar más forzado al igual que el resto de la red. El comportamiento en este caso se observa en las figuras 15 y 16:

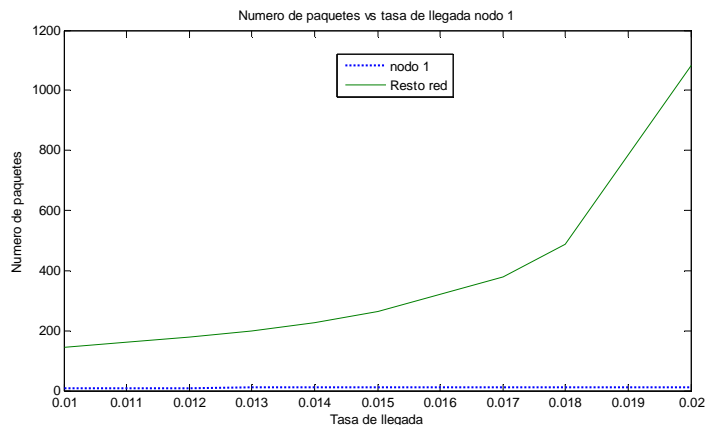


Figura 15: Numero de paquetes vs Tasa de llegada exógena en nodo 1

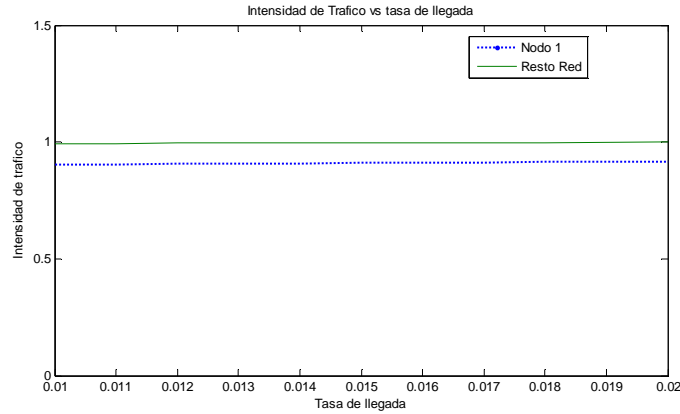


Figura 16: Intensidad de tráfico vs tasa de llegada

Se observa que al inyectarle más tráfico a este único nodo, éste sigue estando muy relajado, por lo que la inyección de tráfico sobre éste no repercute mayormente sobre su desempeño, ya que su tasa de llegada de paquetes sigue siendo muy menor a su tasa de servicio. Este a su vez, al recibir más tráfico externo, rutea más paquetes hacia el resto de la red y, en consecuencia, aumenta la congestión en el sistema. En los demás nodos de la red se tiene un aumento de la intensidad de tráfico de 0.9934 a 0,9991, lo que provoca un aumento de 145 a 1080 paquetes en las colas, observándose una fuerte explosión en su tamaño y por ende en la congestión de éstos.

5.2.- Configuración Estrella

Como ya se mencionó, esta topología emula lo que podría ser un ISP o un servidor, en donde todos los nodos de la red rutean únicamente hacia un solo nodo, en donde en estas simulaciones fue referido como el nodo N-ésimo.

Del capítulo anterior se tiene que la región de estabilidad del sistema es:

$$\lambda < \mu * \left[\frac{N}{(N-1)^2} \right] \quad \lambda = \lambda_i, \forall i = 1 \dots N - 1$$

$$\lambda_N < u_i - \lambda * \frac{(N-1)^2}{N}$$

Para una red de 10 nodos, e imponiendo que la tasa de servicio sea igual a 1 paq/s para todos los nodos de la red, se obtuvo que para estar al borde de la región de estabilidad los valores de λ y λ_N deben ser igual a 0.12 paq/s y 0.028 paq/s, respectivamente. Bajo estas condiciones se varió la tasa de rechazo desde 1% a 90% en el nodo N-ésimo, dejando en el resto de la red una tasa constante de rechazo igual a 10%. Para estudiar el desempeño de la red se observa la intensidad de tráfico y el tamaño de las colas versus la tasa de rechazo, en la figuras 17 y 18 respectivamente:

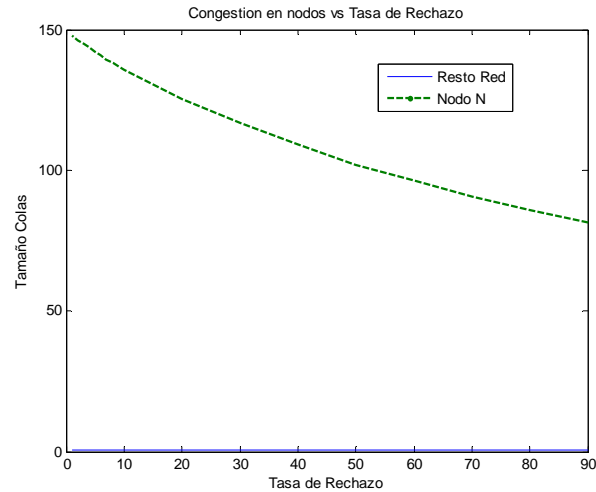


Figura 17: Tamaño de colas vs Tasa de Rechazo

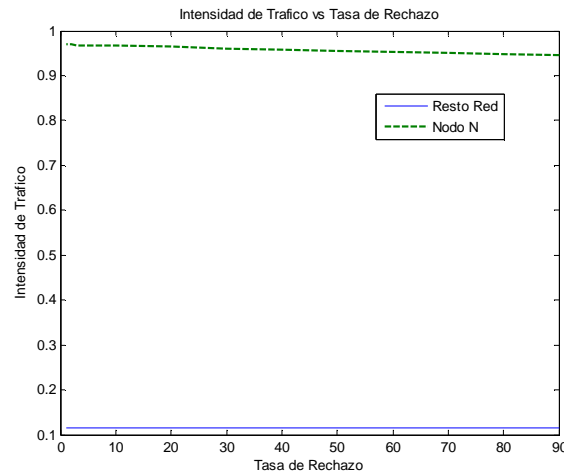


Figura 18: Intensidad de Tráfico vs Tasa de Rechazo

Observando las curvas de las figuras 17 y 18, se aprecia que el tráfico al cual se ve expuesto el nodo N-ésimo es muy superior al resto de la red. Principalmente esta mayor congestión se debe al ruteo interno, ya que todos los nodos de la red rutean sus paquetes hacia éste. Al resto de la red sólo

le llega el tráfico proveniente desde el exterior, el cual llega a una tasa muy pequeña en comparación con su tasa de servicio, por lo que éstos tienen una pequeña intensidad de tráfico igual a 0.11 y un tamaño promedio en la cola de sus buffers igual 0.624 paquetes, estando la mayor cantidad del tiempo desocupados. Además, como a estos nodos no les llegan paquetes provenientes del ruteo interno, no se ven afectados por el aumento del tráfico externo en dirección al nodo N-ésimo. En el nodo N-ésimo se tiene una importante congestión, llegando a tener una intensidad de tráfico igual a 0.96 y un tamaño en las colas del orden de 150 paquetes. Claramente este nodo es el “cuello de botella” de la red.

Luego se bajó la tasa de rechazo a 1% en el resto de los nodos de la red, esperando aumentar la congestión en la red en general. Para observar cuantitativamente este aumento se hizo una comparación entre ambos casos, lo cual se ve en las siguientes figuras:

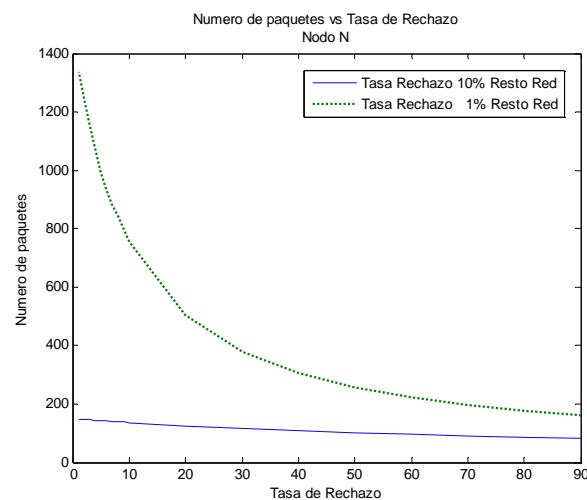


Figura 19: Comparación congestión en casos con tasa de rechazo de 1% y 10%

Al disminuir la tasa de rechazo de 10% a 1%, el aumento del tráfico en los demás nodos de la red es casi imperceptible, subiendo de un promedio de 0.624 a 0.6306 paquetes en sus colas. Este aumento es menor porque estos nodos tienen una tasa de servicio mucho mayor que su tasa de llegada efectiva de paquetes, la cual es igual a la tasa de llegada exógena, por lo que es casi insensible a un cambio en la tasa de rechazo.

Básicamente lo que ocurre es que el resto de los nodos de la red están muy relajados y, al aumentarles el tráfico externo, no son forzados mayormente. Todo este aumento es ruteado hacia el

nodo N-ésimo, el cual ya está muy forzado por lo que se incrementa fuertemente su congestión. Se observa que el nodo N-ésimo llega a tener un tamaño en las colas de sus buffers de 1337 paquetes. Además, en la figura 20 se aprecia que su intensidad de tráfico en su caso crítico llega a tomar un valor igual a 0.9966.

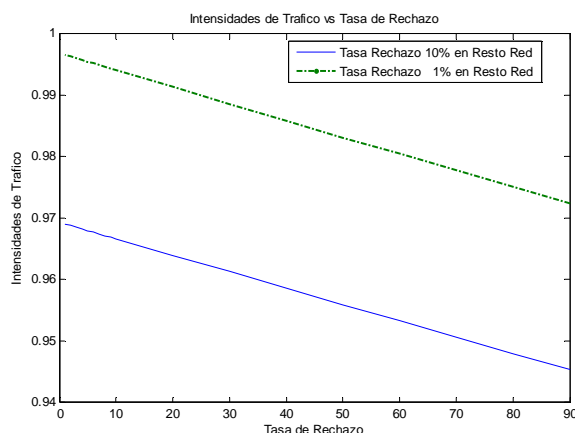


Figura 20: Intensidad de tráfico vs Tasa de Rechazo

De la figura 20 se observa que al disminuir la tasa de rechazo en el resto de la red, la congestión en el nodo N-ésimo aumenta considerablemente, estando las curvas de la intensidad de tráfico y de tamaño de las colas muy por arriba que en el caso anterior.

Con las pruebas realizadas anteriormente, es claro que el tráfico del resto de la red tiene un efecto significativo en el desempeño del nodo N-ésimo. Evidentemente, el nodo N-ésimo es el “cuello de botella” de la red, ya que aún cuando el resto de la red está muy relajada, el sistema puede salir de la zona de estabilidad debido a la saturación de este único nodo. El desempeño del sistema depende directamente con el de este nodo, por lo que aumentar la capacidad del resto de la red sería un error, ya que sólo haría colapsar más a este nodo y por ende a la red.

Surge la interrogante sobre el desempeño de la red cuando la capacidad de los otros nodos disminuye. Intuitivamente se espera que la congestión en estos nodos aumente y que se relaje el nodo N-ésimo. El comportamiento del desempeño de la red queda cuantizado en las figuras 21 y 22, en donde se observa el tamaño de las colas e intensidades de tráfico tanto para el nodo N-ésimo como para el resto de la red:

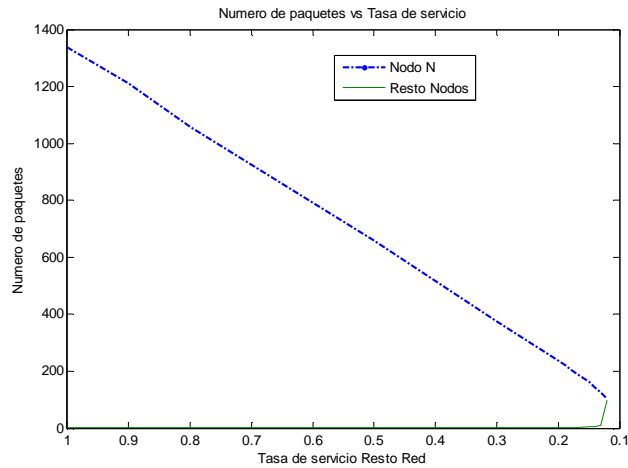


Figura 21: Tamaño de colas vs Tasa de servicio de nodos

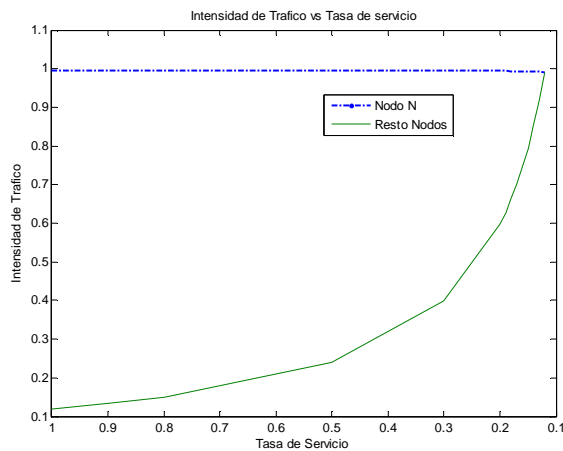


Figura 22: Intensidades de tráfico vs tasa de servicio de nodos

A través de estas figuras se observa que, al bajar la tasa de servicio de los nodos de la red, el nodo N-ésimo se relaja enormemente, ya que estos al tener una menor capacidad de servir a los paquetes comienzan a rutear más lentamente hacia éste. Se aprecia una baja del tamaño de las colas desde 1337 a 104 paquetes y una baja en la intensidad de trabajo desde 0.9966 a 0.9904. Una pequeña baja en la intensidad de tráfico provoca una inmensa baja en el tamaño de las colas, por lo que nuevamente se observa en forma clara la explosión del tamaño de la cola al acercarse la intensidad de tráfico a la unidad.

El nodo N-ésimo se descongestiona porque la tasa con que los demás nodos le rutean paquetes disminuye. Esto es producido porque a una menor tasa de servicio de estos nodos, las colas en sus buffers comienzan a crecer, por lo que $\lambda(x)$, siendo una función decreciente con respecto a x , disminuye. Recordando que a estos nodos no les llega tráfico por ruteo interno, se concluye que la

tasa efectiva de llegada de paquetes sobre estos nodos disminuye. Por conservación, se sabe que la tasa de salida en cada nodo es igual a su tasa de entrada, por lo que esta también decae, disminuyendo la tasa con estos nodos rutean paquetes al nodo N-ésimo.

Se repitieron pruebas con redes más grandes en escenarios similares a las recién mencionadas, obteniéndose los mismos comportamientos, por lo tanto estos resultados pueden ser extendidos para redes de mayor tamaño. Todos los resultados pueden ser observados en la sección de anexos.

5.3.- Modelación de Redes

En esta sección se realizaron distintas pruebas, siendo el principal interés el de estimar una capacidad adecuada en los routers de las redes. El desempeño de los equipos fue estudiado a través de sus intensidades de tráfico.

En primer lugar se estudió una red compuesta por dos subredes independientes y de igual tamaño (igual número de nodos). Se estudió el desempeño de esta red frente a distintas tasas de servicio de los routers, lo que dio la información necesaria para dimensionar estos equipos con tal de tener un comportamiento esperado.

Luego se consideró una red compuesta por distintas subredes de distintos tamaños y se estudió el efecto que produce este desbalance sobre los niveles de congestión en la red. Estas pruebas se realizaron para distintos valores de la tasa de servicio de routers y tasas de servicio igual a 1 paq/s en todos los nodos de la red.

Para los nodos de la red se tomó $\lambda(x)$ descrito por la ecuación (23) con:

$$\lambda = \frac{1}{N}$$

siendo N el número total de hosts en la red y α variable con tal de simular distintas tasas de rechazos. La tasa de entrada exógena de paquetes en los routers es igual a 0, ya que estos sólo reciben el tráfico interno.

En primer lugar se simuló una red compuesta por dos subredes con 10 nodos cada una y se definieron 3 capacidades de routers distintas, las cuales son 10 paq/s, $10^{1.3}$ paq/s y $10^{1.5}$ paq/s⁴. Para estos valores se obtuvo el nivel de congestión en los nodos y routers de la red, mostradas en las figuras 23 y 24, respectivamente:

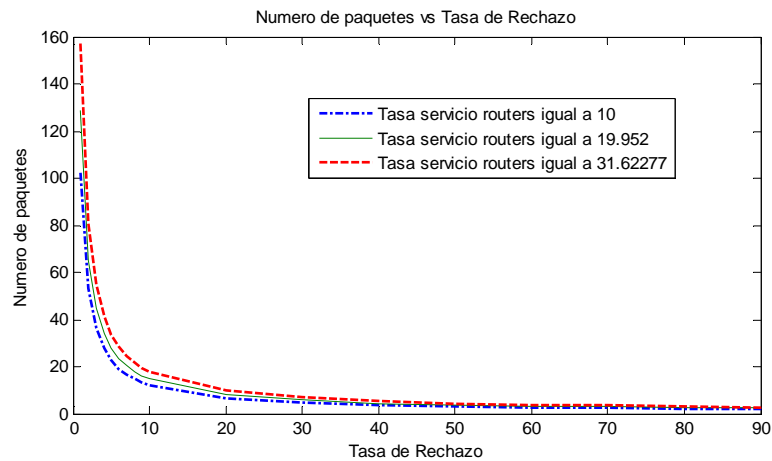


Figura 23: Tamaño de colas en nodos vs Tasa de rechazo

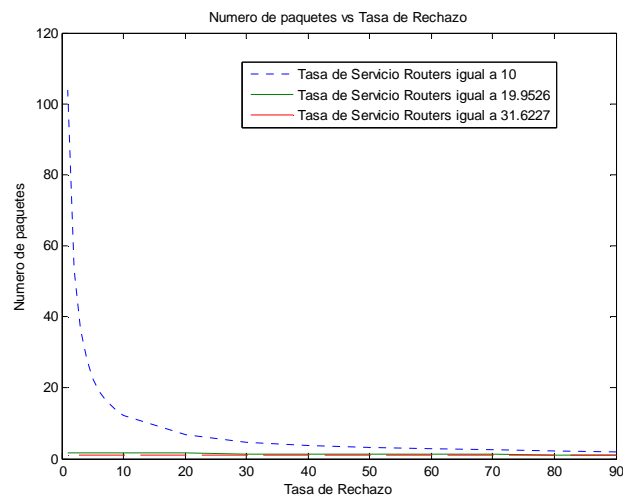


Figura 24: Tamaño de colas en routers vs Tasa de rechazo

Observando el nivel de congestión en los routers para las distintas tasas de rechazos, se aprecia una gran diferencia en sus desempeños para las distintas tasas de servicio, teniendo para el caso $\mu = 10$ paq/s un nivel de congestión importante para tasas de rechazo pequeñas. Para tasas de servicios mayores, los routers están sumamente relajados en todos los casos.

⁴ $10^{1.3} = 19.952$ y $10^{1.5} = 31.62277$

Analizando el desempeño de los nodos de la red, se observa que en todos los casos se tiene un comportamiento similar, notando que a mayor tasa de servicio de los routers el nivel de congestión en los nodos es mayor debido a que los routers atienden paquetes más rápido y por ende se demoran menos tiempo en direccionarlos al nodo que corresponda. Aún cuando la congestión en los nodos es mayor para mayores tasas de servicios de los routers, no se notan mayores diferencias, por lo que el punto importante en el dimensionamiento para esta red está en los routers.

Para realizar un análisis más acabado, en la siguiente figura se grafican las intensidades de tráfico de los routers para las mismas pruebas anteriores:

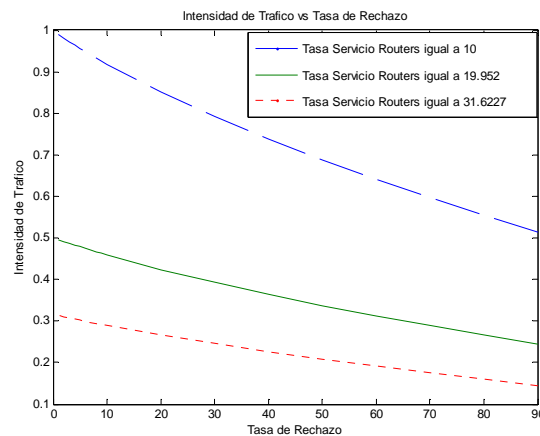


Figura 25: Intensidad de Tráfico vs Tasa de Rechazo

En la figura 25 se observa que para distintas tasas de servicios existe una gran diferencia entre los desempeños de los routers. De las figuras anteriores, se observa que a una mayor tasa de servicio de los routers la proporción de tiempo en que estos están atendiendo paquetes es menor, y que esto no repercute mayormente en el desempeño de los nodos pertenecientes en la red. Por esto, el principal objetivo es el de estudiar el comportamiento de la red bajo distintas capacidades de los routers, teniendo que a una mayor congestión de estos hay una baja importante en el desempeño de la red.

Se hicieron pruebas con redes pequeñas de 10 nodos, en donde se midieron los valores de las intensidades de tráfico en los routers para distintas tasas de servicio de éstos, observándose en la tabla 1 los valores de tasas de servicio utilizados:

Tasa de servicio	
$10^{0,8}$	6,30957344
$10^{0,9}$	7,94328235
10^1	10
$10^{1,1}$	12,5892541
$10^{1,2}$	15,8489319
$10^{1,3}$	19,9526231
$10^{1,4}$	25,1188643
$10^{1,5}$	31,6227766

Tabla 1: Tabla Valores de tasas de servicio

En la figura 26 se muestran los resultados obtenidos para el estudio del desempeño de la red, observándose las curvas de intensidades de tráfico de los routers para distintas tasas de servicios y de rechazo:

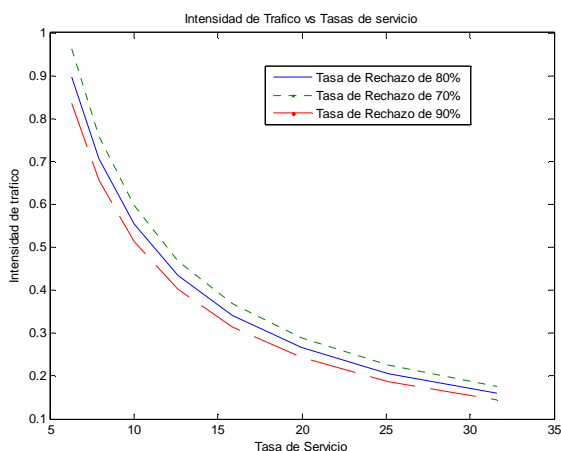


Figura 26: Intensidad de Tráfico de routers, para distintas tasas de servicio

En esta figura se aprecia que a una mayor tasa de rechazo se obtienen curvas con valores menores, lo que es esperable al tener un mayor control de tráfico, sin haber grandes diferencias entre las curvas obtenidas. Las mayores diferencias se observan para las distintas tasas de servicios, concluyendo entonces que éste es el parámetro de red más significativo a tomar en cuenta en el dimensionamiento de red.

Dados requerimientos de desempeño deseados, a través de las curvas obtenidas es fácilmente calculable el valor de la tasa de servicio necesaria para cumplir con dichos requisitos.

Para comparar la red recién mencionada con otra red más grande, compuesta por dos subredes de 100 nodos, se realizaron pruebas en que ambas redes estuvieran bajo la misma de zona de estabilidad.

En la figura 27 se observan las curvas del número de paquetes de los nodos para ambas redes frente a distintas tasas de servicio, en donde se observa que en ambos casos se tiene exactamente el mismo comportamiento, por lo que se concluye que todos los resultados obtenidos son extensibles a redes más grandes que estén en escenarios equivalentes.

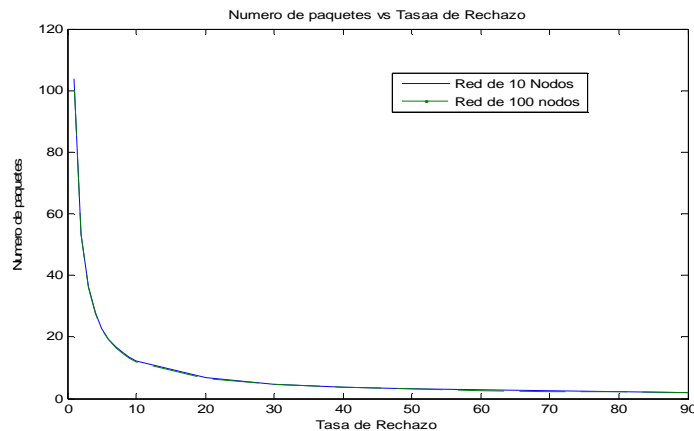


Figura 27: Comparación entre red de 10 y 100 nodos

Una vez terminadas las pruebas anteriores, se dispuso a simular una red compuesta por dos subredes de distintos tamaños, con 10 y 100 nodos, respectivamente. El objetivo de realizar este estudio es el de entender el efecto provocado en el desempeño de la red al tener este desbalance.

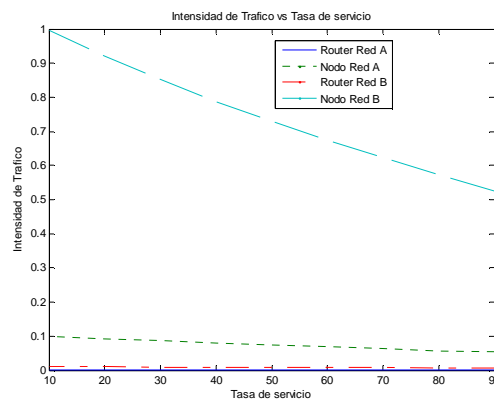


Figura 28: Intensidad de tráfico vs tasa de rechazo

En la figura 28 se observan los resultados obtenidos, donde la red A y red B se refieren a las subredes de 10 y 100 nodos, respectivamente. Se observa que al tener una red mucho más grande que la otra, la mayor cantidad del tráfico está concentrada dentro de la red interna más grande, esto

es, la Red B. De ahí la baja intensidad de tráfico de los routers, los cuales llegan a tener un valor máximo igual 0.1.

Se observa que la red A está muy relajada, no estando en tráfico pesado. Para forzar más a esta red, y así llevarla a este estado, se dispuso a bajar las tasas de servicio de sus nodos. Entonces surge la interrogante sobre la repercusión que tiene esta acción sobre la red B. Esto se puede observar en la figura 29:

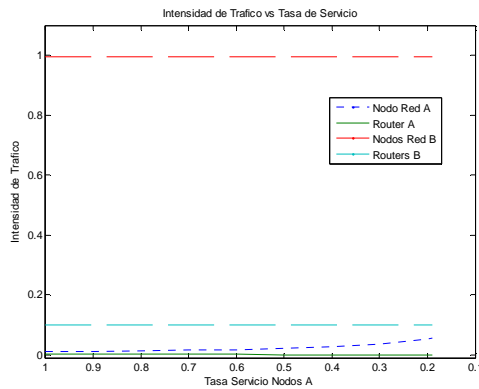


Figura 29: Intensidad de tráfico vs Tasa servicio red A

Se observa que efectivamente los nodos de la red A empiezan a verse más forzados, aumentando su intensidad de tráfico de 0.0107 a 0.058, y que la congestión en los nodos de la red B comienza a descender, disminuyendo su intensidad de tráfico desde 0.9965 a 0.9947. Este hecho queda mucho más claro al graficar la curva que representa el número de paquetes en los buffers de los nodos pertenecientes a esta red:

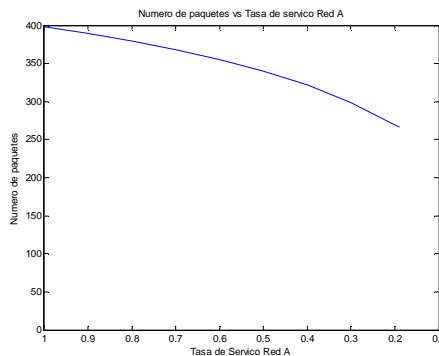


Figura 30: Tamaño de colas red B vs Tasa servicio Red A

En la figura 29 se observa que los nodos de la red A siguen estando muy relajados, sin poder llevarlos a tráfico pesado todavía. Además, de las figuras 29 y 30, se aprecia una importante baja

del nivel de congestión en los nodos de la red B, bajando el tamaño de sus colas de 398 a 266 paquetes.

Luego se realizaron pruebas con una red compuesta por 3 subredes distintas, de dimensiones iguales a 10, 100 y 1000 nodos, y llamadas Red A, B y C, respectivamente. Surge la pregunta sobre cuál es la tasa de servicio óptima para los routers, en donde el caso más crítico es el router asociado a la red de 1000 nodos, ya que es de esperar que ésta sea la que reciba la mayor cantidad de tráfico.

Para entender el desempeño de la red se realizaron diferentes pruebas, en donde el router asociado a la red A tiene una tasa de servicio igual a 10 paq/s, el de la red B de 100 paq/s y el de la red C variable, por lo que se obtuvieron curvas que resumen el desempeño de la red para distintos valores de la tasa de servicio del router C. El parámetro estudiado es la intensidad de tráfico, la que nos dirá que tan cerca de tráfico pesado está la red.

En la tabla 2 se observan los valores de la tasa de servicio del router C con que se realizaron las diferentes pruebas:

Tasa de servicio	
$10^{1,9}$	79,432823
10^2	100
$10^{2,1}$	125,89254
$10^{2,2}$	158,48932
$10^{2,3}$	199,52623
$10^{2,4}$	251,18864
$10^{2,5}$	316,22777
$10^{2,6}$	398,10717
$10^{2,7}$	501,18723
$10^{2,8}$	630,95734
$10^{2,9}$	794,32823
10^3	1000

Tabla 2: Tasas de servicio router C

Al término de las pruebas, se observó que para distintas tasas de servicios del router C no hubo cambios significativos en el desempeño de los nodos y routers pertenecientes a la red A y B. Es algo esperable, ya que la mayor parte del tráfico está concentrado en la red interna C. En los nodos de la red C tampoco se evidenció un cambio importante en su desempeño, por lo que se concluye que el único elemento en que ocurre un real cambio es precisamente en el router C. Este elemento

será el “cuello de botella” de la red, determinando mayormente el desempeño de todo el sistema en general.

En la figura 31 se observan las intensidades de tráfico del router C versus distintas tasas de servicios y para distintas tasas de rechazos.

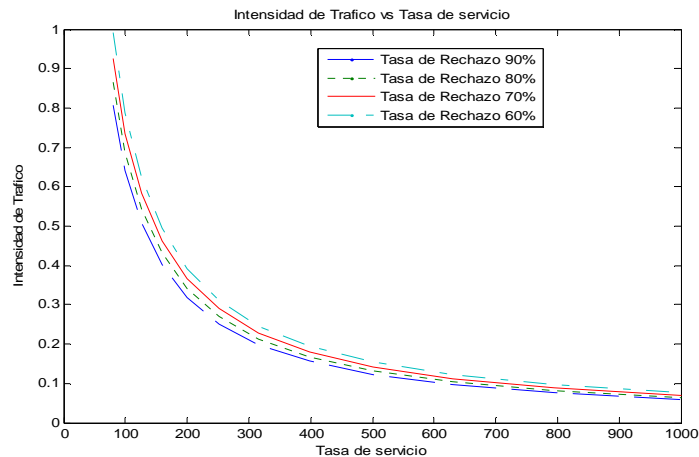


Figura 31: Intensidad de Tráfico vs Tasa de servicio

De la gráfica se observa que todas las curvas siguen el mismo comportamiento y que a tasas de rechazo mayores las curvas tienden a bajar. Sin embargo, tener una tasa de rechazo excesivamente grande, no es un gran beneficio para el desempeño de la red ya que no se aprecian grandes diferencias entre los valores de las curvas obtenidas.

Las mayores diferencias se observan al moverse a través del eje de la tasa de servicio, en donde por ejemplo para una tasa de rechazo igual a 60%, se tiene que, para una tasa de servicio igual a 100 paq/s, el equipo llega a tener una intensidad de tráfico igual a 0.99, estando muy próximo de la unidad. De igual forma, para una tasa de servicio de 1000 paq/s, el nodo tiene una intensidad de tráfico igual a 0.07, estando notoriamente relajado.

Se concluye que la mejora en el desempeño de la red se obtiene mayormente mejorando las capacidades de los equipos en vez de aumentar la tasa de rechazo o de bloqueo de la red. A través de las curvas obtenidas en la figura 31 es posible determinar una tasa de rechazo y/o tasa de servicio adecuada para tener un desempeño requerido.

Capítulo 6

CONCLUSIONES

En el presente trabajo de memoria se desarrolló una plataforma computacional que permite evaluar el desempeño de redes de telecomunicaciones en el límite difusivo de tráfico pesado, considerando además a dichas redes en régimen estacionario y con distribución estacionaria respectiva en forma producto. Dicha plataforma numérica fue aplicada en el contexto de diversas topologías de red.

En la primera parte de la memoria, Capítulo 2, se definió el modelo a utilizar para las redes de telecomunicaciones, el cual se basa en redes que tengan la forma producto. Las fases específicas de este capítulo fueron:

- Definición del modelo general a utilizar durante este trabajo de memoria.
- Interpretación de parámetros del modelo general, llevándolo a términos de redes de telecomunicaciones.
- Definición de la forma producto y especificación de requisitos necesarios para tratar las redes en dicha forma.

En la segunda parte, capítulo 3, se encontró numéricamente la solución al modelo definido anteriormente, para lo cual se implementó un algoritmo de resolución apropiado. Para este efecto se llevaron a cabo las siguientes fases:

- Bajo la suposición de la forma producto en las redes, encontrar la solución del modelo en estado estacionario.
- Idear una metodología para resolver este problema.
- Implementar el algoritmo de resolución propuesto.
- Definir mecanismos para comprobar que el algoritmo funciona correctamente.

En la tercera parte, Capítulo 4, se definieron los escenarios en los cuales se realizaron las pruebas correspondientes a este trabajo de memoria, para lo cual se realizaron las siguientes labores específicas:

- Definición de topologías de redes para las cuales se simularon y estudiaron sus desempeños.
- Implementación de la matriz de ruteo, con el fin de poder simular las topologías de redes definidas anteriormente.
- Con las topologías ya implementadas, se realizaron pruebas en tráfico pesado, para lo cual se obtuvieron las regiones de estabilidad asociadas, con objeto de trabajar en su borde.

En la cuarta parte, Capítulo 5, se realizaron las pruebas para los diferentes escenarios definidos en el capítulo anterior y se definieron los parámetros de interés para estimar el desempeño de la red.

Las fases específicas son:

- Definir las pruebas a realizar con cada topología de red.
- Definir los parámetros a estudiar para analizar el desempeño de la red.
- Realizar las pruebas de los distintos escenarios y analizar el desempeño de éstos.

Para comentar en detalle el modelo utilizado, la plataforma implementada y los resultados obtenidos, se seguirá un orden secuencial capítulo a capítulo.

CAPÍTULO 2: MODELO DE REDES

En el capítulo dos, se definió el modelo a utilizar durante este trabajo de memoria, el cual considera la forma invariante producto de redes de telecomunicaciones en el límite difusivo de tráfico pesado.

El modelo utilizado está basado en los procesos reflejados difusivos multidimensionales, en donde cada dimensión del proceso representa el contenido del buffer del elemento respectivo de la red. Las reflexiones aseguran que los procesos no tomen valores fuera de un rango de interés, que en este caso corresponde al octante de los reales positivos.

En este modelo se impusieron las condiciones para poder tratar las redes en forma invariante producto. Dadas estas condiciones, se asume que todas las redes con que se trabaja las cumplen, por lo que toda la memoria se basa en analizar redes de telecomunicaciones con dicha forma.

El modelo utilizado está caracterizado principalmente por 3 parámetros: matriz de reflexión, drift y matriz de difusión. A estos tres parámetros se les interpretó en el contexto de las redes de telecomunicaciones.

CAPÍTULO 3: PLATAFORMA COMPUTACIONAL

En el capítulo 3 se diseñó e implementó la plataforma computacional, desarrollada en Matlab. Dicha plataforma simula y resuelve el modelo utilizado en esta memoria.

Bajo las suposiciones del capítulo dos se tiene una solución del modelo para el estado estacionario, con una correspondiente relación para obtener las densidades de probabilidad del número de paquetes en las colas de cada buffer de la red. Se implementó un algoritmo iterativo que resuelve este problema.

Una vez implementado el algoritmo iterativo, se comprobó, vía simulaciones, que éste converge efectivamente a la única solución del problema, con lo que se concluyó que el algoritmo implementado resuelve correctamente el modelo propuesto.

Se definió completamente la plataforma computacional, la cual tiene como entrada la topología de red, las tasas de llegadas exógenas de paquetes, las tasas de servicio de los equipos, número de nodos en cada red y tasa de rechazo de los paquetes provenientes desde el exterior. Esta plataforma fue implementada en su totalidad durante este trabajo de memoria, lo cual fue realizado en Matlab.

La plataforma llama a las funciones representativas para el drift, para la matriz de difusión y para el protocolo controlador de tráfico emulado. Estas funciones fueron implementadas de acuerdo a las definiciones mencionadas durante este informe y se dejó total libertad para ser fácilmente modificables.

CAPÍTULO 4: TOPOLOGÍAS DE RED

En el capítulo 4 se definieron las topologías de interés, sobre las cuales se realizaron las pruebas en este trabajo de memoria. Las topologías de red simuladas son:

- Red simétrica
- Configuración Estrella
- Modelo de redes

Estas topologías fueron diseñadas a través de la matriz de ruteo, en donde para los dos primeros casos se estimó analíticamente la región de estabilidad del sistema, con el fin de trabajar en el borde de éstas y así estar en condiciones de tráfico pesado.

CAPÍTULO 5: RESULTADOS Y ANALISIS

En el capítulo 5 se realizaron las pruebas que resultaron de interés, para las cuales principalmente se utilizó el valor de la intensidad de tráfico para el estudio del desempeño de las redes. La totalidad de las pruebas se realizaron en el borde de la región de estabilidad, para así trabajar en tráfico pesado. Sin embargo, se observó que aún estando en este límite de estabilidad, no todos los nodos de la red se encuentran en este estado, estando en algunos casos varios elementos de la red muy relajados. Esto ocurre principalmente porque la pérdida de estabilidad del sistema puede ser provocada por sólo algunos elementos pertenecientes a ésta, los cuales son denominados “cuello de botella” de la red.

Se encontraron las curvas de la intensidad de tráfico para distintas condiciones de la red, obteniendo a través de estas curvas el correspondiente desempeño de ésta. Dado cierto tráfico en la red, a través de estas curvas es posible encontrar los valores de los parámetros de interés, ya sea tasa de rechazo y/o capacidad de los equipos, para tener un comportamiento deseado según especificaciones del problema en particular.

En el estudio de la red simétrica se realizaron pruebas para estudiar el efecto provocado en la red al forzar un nodo inicialmente relajado. Se obtuvo que al hacer colapsar a este único nodo,

bajándole su tasa de servicio, no causó gran impacto en la red, ya que la disminución de la congestión en los demás nodos, debido a que éste comienza a rutear en menor cantidad, es insignificante.

Luego a este único nodo se le aumentó el tráfico proveniente del exterior, observándose un importante aumento en la congestión en el resto de la red, hasta el punto en que se podría perder la estabilidad del sistema, aún cuando este único nodo sigue estando muy relajado.

Para la configuración estrella se observó claramente que el “cuello de botella” de la red es el nodo N-ésimo, ya que toda la red rutea en su dirección. Aún cuando el resto de los nodos estaban muy relajados, éste en general está exigido a su máxima capacidad, por lo que el desempeño de la red depende principalmente de este nodo.

Para la modelación de redes se centró la atención en el estudio de las capacidades de los routers, en donde en general se demostró que controlar la capacidad de estos equipos es una mejor alternativa que controlar la tasa de rechazo de la red. Se obtuvieron las curvas de las intensidades de tráfico frente a distintas condiciones, las cuales proporcionan una idea sobre el desempeño de estos elementos frente a distintos escenarios, lo que permite a su vez tomar una decisión correcta con el fin de tener un comportamiento deseado.

A través de todas las pruebas realizadas, se evidenció la no-linealidad existente entre la intensidad de tráfico y el número de paquetes en las colas de los buffers. Cuando el primero se encuentra cercano a la unidad y se produce un pequeño aumento de su valor, se observa una fuerte explosión del tamaño de las colas de paquetes.

Finalmente se concluye que la plataforma desarrollada ofrece la posibilidad de analizar mejor el desempeño de la red, para luego tomar las decisiones asociadas.

ESTUDIOS FUTUROS

En lo que dice relación con posibles extensiones de los estudios realizados durante este trabajo de memoria, es conveniente realizar una extensión a la matriz de ruteo. Durante este trabajo se implementaron diferentes matrices de enrutamiento, considerando que éstas son independientes del estado de la red. Una posible extensión es la de implementar redes con enrutamientos dependientes del estado y analizar cómo se ve afectado el desempeño de la red. Cabe destacar que esta extensión no es trivial, ya que el modelo utilizado en esta memoria no es válido para ese tipo de enrutamiento.

Se deja la libertad de implementar nuevas topologías de redes que sean de interés, como también de realizar nuevas pruebas con las topologías ya existentes frente a nuevos escenarios que sean de interés.

Un elemento importante a considerar en futuros estudios es el de incluir la posibilidad de fallas en los equipos conformantes de la red. Fallas deben ser modeladas incluyendo discontinuidades en los modelos expuestos.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] J. Michael Harrison, *Brownian Motion and Stochastic flow systems*, Krieger Publishing company, 1985.
- [2] Francisco Piera, Ravi R. Mazumdar and Fabrice M. Guillemin, *On Product-Form Stationary Distributions for Reflected Diffusions with jumps in the Positive Orthant*, *Advances in Applied Probability*, Vol. 37, pp. 212-228, 2005.
- [3] David Nualart, *Calculo Estocástico*, Universidad de Barcelona.
- [4] Moshe Zukerman, *An Introduction to Queueing Theory and Stochastic Teletraffic Models*.
- [5] Leonard Kleinrock, *Queueing Systems Volume II*, John Wiley & Sons, 1976.
- [6] David Gamarnik and Assaf Zeevi, *Validity of Heavy Traffic Steady-State Approximations in generalized Jackson Networks*, *Annals of Applied Probability*, Vol.16, pp. 56--90, 2006.
- [7] Mischa Schwartz, *Redes de telecomunicaciones, protocolos, modelado y análisis*, Addison-Wesley Iberoamericana, 1994.
- [8] Jeremiah F. Hayes and Thimma V.J. Ganesh Babu, *Modeling and analysis of telecommunications network*, John Wiley and Sons, 2004.
- [9] Maury Bramson, *Heavy Traffic Limits for some Queueing Networks*, *Annals of Applied Probability*, Vol.11, Nr. 1,49-90, 2001.
- [10] R.J Williams, *Reflecting Diffusions and Queueing Networks*, Extra Volume ICM, pp. 321-330, 1998.
- [11] Andreas Willig, *A short Introduction to Queueing Theory*, Technical University Berlin, 1999.

Apéndice A

PROBABILIDADES Y TEORIA COLAS

A.1 Probabilidad

(Ω, F, P) es el espacio de probabilidad, donde Ω es llamado espacio muestral y representa a todos los resultados posibles de un experimento, P es una medida que dice que tan probable es un evento y F es una medida de los eventos que contienen la información de un experimento dado.

F : σ –álgebra por lo que cumple con las siguientes condiciones:

i) $\Omega \in F$

ii) $F_1 \in F_2 \Rightarrow F_1^c = \Omega \setminus F_1 \in F_2$

iii) (σ –aditiva) $F_n \in F \quad \forall n \in N \Rightarrow \bigcup_{n \in N} F_n \in F$

P es la medida de probabilidad en F , entonces:

i) $P: F \rightarrow [0,1]$

ii) $P(\Omega)=1$

iii) $F_n \in F \quad \forall n \in N, n \neq m \Rightarrow F_n \cap F_m = \emptyset \Rightarrow P\left(\bigcup_{n \in N} F_n\right) = \sum_{n \in N} P(F_n)$

A.2 Variable Aleatoria

Una variable aleatoria es una función que asocia un número real, perfectamente definido, a cada evento del espacio muestral de un experimento aleatorio. Las v.a. definidas sobre espacios muestrales discretos se llaman v.a. discretas, y las definidas sobre espacios muestrales continuos se llaman continuas.

Las variables aleatorias son caracterizadas probabilísticamente por su distribución de probabilidad acumulada, la cual se define como:

$$F_x(x) = P(X \leq x) \quad (\text{A.1})$$

teniendo f_x como su densidad de probabilidad definida por:

$$f_x(x) = \frac{dF_x}{dx}(x) \quad (\text{A.2})$$

En la ilustración 1 se muestra una tabla resumen con las variables aleatoria más comunes con su respectiva distribución, esperanza y varianza.

Discrete Random Variables				
	Distribution	Mean	Variance	Probability Generating Function
Discrete Uniform	$1/m; i = k + 1, k + 2, \dots, k + m$	$k + \frac{(m+1)}{2}$	$\frac{m^2 - 1}{12}$	$\frac{z^{k+1}(1 - z^m)}{1 - z}$
Binomial	$\binom{n}{k} P^k (1 - P)^{n-k}; k = 0, 1, \dots, n$	nP	$nP(1 - P)$	$(1 - P + zP)^n$
Poisson	$\frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}; k = 0, 1, \dots$	λt	λt	$e^{-\lambda(1-z)}$
Geometric-Type 1	$P(1 - P)^k; k = 0, 1, \dots$	$\frac{1 - P}{P}$	$\frac{1 - P}{P^2}$	$P/(1 - z(1 - P))$
Geometric-Type 2	$P(1 - P)^{k-1}; k = 1, 2, \dots$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1 - P}{P^2}$	$zP/(1 - z(1 - P))$
Continuous Random Variables				
	Density	Mean	Variance	Laplace transform
Uniform	$1/(b - a); a < x \leq b$ 0; Elsewhere	$(a + b)/2$	$(b - a)^2/12$	$\frac{e^{-as} - e^{-bs}}{b - a}$
Exponential	$\mu e^{-\mu t}; t \geq 0$	$\frac{1}{\mu}$	$\frac{1}{\mu^2}$	$\frac{\mu}{s + \mu}$
Gaussian	$e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2} / \sigma\sqrt{2\pi}; -\infty < x < \infty$	μ	σ^2	$e^{j\mu\omega - \sigma^2\omega^2/2}$

Ilustración 1: Tabla resumen Variables aleatorias

A.3 Teoría de Colas

La teoría de colas es una herramienta útil para estudiar las colas de espera. Un modelo genérico se observa en la ilustración 2.



Ilustración 2

Se observa que el sistema consta de tres componentes básicos:

1. Proceso de llegada.
2. Capacidad de almacenar o tamaño de buffers.
3. Capacidad de dar servicio.

Los paquetes llegan en forma aleatoria a una cierta velocidad de λ paquetes/segundos, forman una cola de espera de servicio en el área de almacenamiento temporal, y luego con alguna política de servicio especificada son atendidos a una razón promedio de μ paquetes/segundos.

Para cuantificar el desempeño de las redes es necesario estimar la probabilidad de estado en las colas, en donde el estado a su vez se define como el número de paquetes en la cola. Para estimar la probabilidad de estado es requisito conocer lo siguiente:

- Proceso de llegada de paquetes.
- Distribución de tiempos de servicios
- Política de servicios.

Apéndice B

PROCESOS ESTOCÁSTICOS

B.1 Procesos Estocásticos

Un proceso estocástico queda definido como una familia de variables aleatorias reales $\{X_t, t \geq 0\}$, definidas en un espacio de probabilidad (Ω, F, P) . El conjunto de parámetros $[0, \infty)$ representa, por lo general, el tiempo.

Un proceso estocástico no es otra cosa que una función de dos variables, tal que para cada t se tiene la variable aleatoria $X_t(w)$, con una distribución de probabilidad acumulada igual a:

$$F_X(x, t) = P[X(t) \leq x] \quad (\text{B.1})$$

Si se trabaja con procesos estocásticos multidimensionales, siendo este proceso un vector de N componentes, entonces se tendrá el siguiente proceso: $X_t = (X_1, \dots, X_N)$. En este caso la probabilidad conjunta tiene la forma:

$$F_{X_1 X_2 \dots X_N}(x_1, x_2, \dots, x_N; t) = P[X_1(t) \leq x_1, X_2(t) \leq x_2, \dots, X_N(t) \leq x_N] \quad (\text{B.2})$$

Un proceso estocástico $\{X_t\}_{t \in [0, \infty)}$ se dice estacionario si:

$$F_X(x, t) = F_X(x, t + \tau) \quad (\text{B.3})$$

para todo valor de τ , es decir, un proceso estocástico se dice estacionario si su distribución de probabilidad no cambia con el tiempo, por lo que en particular la esperanza y varianza de éste son constantes en el tiempo.

Para cada $\omega \in \Omega$ se tiene que el proceso estocástico es una función del tiempo:

$$X_t = X_t(\omega) \quad t \in T$$

Esta función es llamada realización o trayectoria del proceso X.

Un proceso estocástico $\{X_t\}_{t \in [0, \infty)}$ se dice de incrementos independientes si para cualquier colección $(s_i, t_i]$, con $i=1, \dots, N$, la familia $\{X_{t_i} - X_{s_i}\}_{i=1}^N$ es una colección de variables aleatorias independientes. Si además la familia $\{X_{t_i} - X_{s_i}\}_{i=1}^N$ es tal que la distribución de cada $X_{t_i} - X_{s_i}$ depende sólo de $t - s_i$ y no de t y s_i por separado, entonces se dice que $\{X_t\}_{t \in [0, \infty)}$ es de incrementos independientes y estacionarios.

B.2 Movimiento Browniano o Procesos de Wiener

Un proceso estocástico continuo $\{B_t\}_{t \in [0, \infty)}$ se dice movimiento browniano si:

- i) $B_0 = 0$
- ii) Fijados n instantes $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_N$, los incrementos $B_{t_N} - B_{t_{N-1}}, \dots, B_{t_2} - B_{t_1}$, son variables aleatorias independientes.
- iii) Si $s < t$, el incremento $B_t - B_s$, tiene una ley normal $N(0, t-s)$.
- iv) Las trayectorias del proceso son funciones continuas.

Los punto ii) y iii) establecen que este proceso es de incrementos independientes y estacionarios.

B.3 La integral de Ito

La integral con respecto a movimientos brownianos no puede ser definida en los términos tradicionales, por lo que debe ser cuidadosamente tratada.

La integral $\int_0^t f(t, w) * dB_t(w)$ puede ser aproximada de la siguiente forma:

$$\int_0^t f(t, w) * dB_t(w) = \sum_{i=1}^N f(t_{i-1}, w) * \Delta_i B \quad (\text{B.4})$$

siendo $\{t_i\}_{i=1}^N$ una partición dada de $[0,t]$ y definiéndose $\Delta_i B$ por:

$$\Delta_i B = B(t_i) - B(t_{i-1}) \quad (\text{B.5})$$

Es importante recalcar que cualquier otra elección de esta suma provoca que la integral anterior tenga otro resultado. Una propiedad de estas integrales, llamadas integrales estocásticas de Ito, es que tienen media cero.

B.4 Ecuaciones diferenciales Estocásticas

Una ecuación diferencial estocástica es en realidad una ecuación integral, para un proceso X_t , de la forma:

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(X_s) ds + \int_0^t \sigma(X_s) dW_s \quad (\text{B.6})$$

donde b y σ son funciones determinísticas que representan la función que mueve la media y la desviación estándar del proceso, respectivamente.

Bajo ciertas condiciones de regularidad, dichas ecuaciones poseen una única solución X_t . Bajo condiciones generales, la densidad de probabilidad asociada al proceso satisface la llamada ecuación de Fokker-Planck, que en régimen estacionario toma la forma:

$$0 = -\sum_{j=1}^N \frac{\partial(b_j P)(x)}{\partial x_j} + \frac{1}{2} \sum_{k,j=1}^N \frac{\partial^2(a_{jk} P)(x)}{\partial x_j \partial x_k} \quad (\text{B.7})$$

Con $p(x)$ la densidad estacionara buscada.

ANEXOS

RESULTADOS OBTENIDOS

A.-Resultados Red simétrica

Tasa llegada 0,1	Red 10 nodos	
Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodos	intensidad de trafico nodos
90	1,94769	0,5172
80	2,1311	0,5572
70	2,3623	0,599
60	2,6641	0,6429
50	3,077101	0,6894
40	3,68069	0,739
30	4,6577	0,7926
20	6,54631	0,8514
10	11,97583	0,918
9	13,15741	0,9253
8	14,626	0,9327
7	16,505	0,9403
6	18,9957	0,948
5	22,4617	0,956
4	27,628	0,9642
3	36,182	0,9726
2	53,171	0,9813
1	102,929	0,9904

Red Simétrica 1: Pruebas Red de 10 Nodos

Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodos	intensidad de trafico nodos
90	2,0349	0,5127
80	2,2217	0,5535
70	2,457	0,596
60	2,7637	0,6406
50	3,1828	0,6877
40	3,7944	0,7378
30	4,7827	0,7918
20	6,6888	0,851
10	12,153	0,9179
9	13,3409	0,9252
8	14,8168	0,9326
7	16,7032	0,9402
6	19,203	0,948
5	22,68	0,956
4	27,861	0,9642
3	36,435	0,9726
2	53,453	0,9813
1	104,079	0,9904

Red Simétrica 2: Pruebas Red de 100 nodos

Todos landas iguales , menos nodo 1. Cambio tasa de rechazo de nodo1

N=10

Tasa de llegada nodo 1=0,01					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 10%					
alfa	Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodo1	intensidad de trafico nodos 1	varianza promedio paquetes	intensidad de trafico nodos
0,9	10	9,85442	0,9033	20275,69	0,9934
0,91	9	9,86892	0,9034	20793,48	0,9935
0,92	8	9,88342	0,9036	21568,35	0,9935
0,93	7	9,898	0,9037	22078,27	0,9936
0,94	6	9,91272	0,9038	22422,13	0,9936
0,95	5	9,92744	0,9039	22900,3	0,9937
0,96	4	9,942	0,9041	23349,97	0,9938
0,97	3	9,95702	0,9042	23784,85	0,9938
0,98	2	9,971	0,9043	24179,09	0,9939
0,99	1	9,98679	0,9044	24620,59	0,9939

Red Simétrica 3: Pruebas con nodo relajado

Tasa de llegada nodo 1 variable y tasa de rechazo 10%					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 10%					
tasa de llegada máximo	promedio paquetes nodo1	promedio paquetes nodos	varianza nodo1	intensidad de trafico nodos 1	intensidad de trafico nodos
0,01	9,85442	145,823	97,1273	0,9033	0,9934
0,011	10,008	160,789	100,182	0,9048	0,994
0,012	10,167	177,781	103,375	0,9062	0,9946
0,013	10,33	199,152	106,707	0,9077	0,9952
0,014					
0,015	10,67	262,269	113,818	0,9105	0,9964
0,018	11,215	486,731	125,711	0,9148	0,9981
0,02	11,6028	1083,918	134,5127	0,9176	0,9991

Red Simétrica 4: Aumento tráfico externo a nodo relajado

N=10					
Tasa de llegada nodo 1=0,01 tasa de rechazo 1%					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 10%					
tasa de servicio nodo 1	promedio paquetes nodo1	promedio paquetes nodos	varianza promedio paquetes	intensidad de trafico nodos	
1	9,98679	157,959	24620,59	0,9939	
0,99	11,095	157,879	24595,9	0,9939	
0,98	12,498	157,799	24570,76	0,9939	
0,97	14,328	157,716	24545,08	0,9939	
0,96	16,817	157,631	24518,77	0,9939	
0,95	20,398	157,544	24491,67	0,9939	
0,94	25,9917	157,453	24463,58	0,9939	
0,93	35,957	157,358	24434,15	0,9939	
0,92	58,71091	157,257	24402,77	0,9939	
0,91	162,877	157,1439	24367,82	0,9939	

Red Simétrica 5: Pruebas bajando tasa de servicio de nodo relajado

B.-Resultados Configuración estrella

Todos landas iguales , menos nodo N. Cambio tasa de rechazo de nodo N					
N=10					
de llegada nodo n=0,028					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 10%					
Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodoN	prom paquetes otros nodos	intensidad de trafico nodos N	intensidad de trafico nodos	
90	81,571	0,624	0,9454	0,1162	
80	86,05812	0,624	0,948	0,1162	
70	90,7307	0,624	0,9506	0,1162	
60	96,197	0,624	0,9533	0,1162	
50	102,091	0,624	0,9559	0,1162	
40	108,999	0,624	0,9586	0,1162	
30	116,628	0,624	0,9613	0,1162	
20	125,335	0,624	0,964	0,1162	
10	135,903	0,624	0,9667	0,1162	
9	137,011	0,624	0,9669	0,1162	
8	138,135	0,624	0,9672	0,1162	
7	139,487	0,624	0,9675	0,1162	
6	140,8233	0,624	0,9677	0,1162	
5	142,236	0,624	0,968	0,1162	
4	143,609	0,624	0,9683	0,1162	
3	144,989	0,624	0,9686	0,1162	
2	146,282	0,624	0,9688	0,1162	
1	147,599	0,624	0,9691	0,1162	

Configuración Estrella 1: Pruebas con red de 10 nodos, teniendo tasa de rechazo en resto red 10%

N=10					
Tasa de llegada nodo n=0,028					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 1%					
alfa	Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodoN	prom paquetes otros nodos	intensidad de trafico nodos N	intensidad de trafico nodos
0,1	90	159,8	0,6305724	0,9724	0,1196
0,2	80	175,8002	0,6305724	0,9751	0,1196
0,3	70	194,691	0,6305724	0,9778	0,1196
0,4	60	223,553	0,6305724	0,9805	0,1196
0,5	50	257,562	0,6305724	0,9832	0,1196
0,6	40	306,199	0,6305724	0,9859	0,1196
0,7	30	378,357	0,6305724	0,9886	0,1196
0,8	20	504,587	0,6305724	0,9914	0,1196
0,9	10	753,578	0,6305724	0,9941	0,1196
0,91	9	797,6155	0,6305724	0,9944	0,1196
0,92	8	843,87	0,6305724	0,9947	0,1196
0,93	7	886,241	0,6305724	0,995	0,1196
0,94	6	932,292	0,6305724	0,9953	0,1196
0,95	5	994,636	0,6305724	0,9955	0,1196
0,96	4	1076,502	0,6305724	0,9958	0,1196
0,97	3	1153,426	0,6305724	0,9961	0,1196
0,98	2	1241,506	0,6305724	0,9964	0,1196
0,99	1	1337,492	0,6305724	0,9966	0,1196

Configuración Estrella 2: Pruebas con red de 10 nodos, teniendo tasa de rechazo en resto red 1%

N=10					
Tasa de llegada nodo n=0,028 tasa de rechazo de 1%					
tasa de llegada resto nodos=0,12 tasa de rechazo 1%					
reduco tasa de servicio de nodos					
Tasa de servicio nodos	promedio paquetes nodoN	prom paquetes otros nodos	varianza nodoN	intensidad de trafico nodos N	intensidad de trafico nodos
1	1337,492	0,6305724	1669784	0,9966	0,1196
0,9	1210,419	0,647952	1400939	0,9966	0,1329
0,8	1060,096	0,67043	1031602	0,9965	0,1485
0,5	658,0339	0,80868	405953,5	0,9962	0,2391
0,3	375,631	1,1552	126758,8	0,9955	0,3983
0,2	235,597	1,96936	50514,91	0,9945	0,5968
0,19	222,302	2,17661	45824,45	0,9943	0,6281
0,18	208,414	2,45161	40990,71	0,9941	0,6628
0,17	192,9901	2,83409	35120,46	0,9939	0,7016
0,15	161,02	4,3349	24440,9	0,9931	0,7946
0,14	144,9061	6,14784	20242,13	0,9926	0,8509
0,13	126,875	11,199	15806,12	0,9918	0,9156
0,12	104,0071	100,43	10762,49	0,9904	0,9904

Configuración Estrella 3: Tasas de servicio variable en nodos de la red

N=100						
Tasa de llegada nodo n=0,0199						
tasa de llegada resto nodos=0,01 tasa de rechazo 10%						
Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodoN	prom paquetes otros nodos	varianza nodoN	intensidad de trafico nodos N	intensidad de trafico nodos	
90	1146,23	0,444	1172452	0,9583	0,0098	
80	1218,22	0,444	1368712	0,9603	0,0098	
70	1291,047	0,444	1570325	0,9622	0,0098	
60	1368,084	0,444	1787789	0,9642	0,0098	
50	1451,858	0,444	2031429	0,9662	0,0098	
40	1541,687	0,444	2285983	0,9682	0,0098	
30	1642,939	0,444	2587738	0,9701	0,0098	
20	1761,664	0,444	2965146	0,9721	0,0098	
10	1906,147	0,444	3567691	0,9741	0,0098	
9	1920,585	0,444	3619047	0,9743	0,0098	
8	1935,231	0,444	3671397	0,9745	0,0098	
7	1950,09	0,444	3724763	0,9747	0,0098	
6	1965,164	0,444	3779166	0,9749	0,0098	
5	1980,46	0,444	3834627	0,9751	0,0098	
4	1995,981	0,444	3891168	0,9753	0,0098	
3	2011,731	0,444	3948812	0,9755	0,0098	
2	2027,715	0,444	4007581	0,9757	0,0098	
1	2043,937	0,444	4067498	0,9759	0,0098	

Configuración Estrella 4: Pruebas con red de 100 nodos, teniendo tasa de rechazo en resto red 10%

N=100						
Tasa de llegada nodo n=0,0199						
tasa de llegada resto nodos=0,01 tasa de rechazo 1%						
Tasa de rechazo[%]	promedio paquetes nodoN	prom paquetes otros nodos	varianza nodoN	intensidad de trafico nodos N	intensidad de trafico nodos	
90	2416,683	0,444	5585268	0,9798	0,01	
80	2681,248	0,444	6894368	0,9817	0,01	
70	2986,27	0,444	8340546	0,9837	0,01	
60	3356,47	0,444	10147740	0,9857	0,01	
50	3874,66	0,444	13323050	0,9876	0,01	
40	4473,315	0,444	16577290	0,9897	0,01	

Configuración Estrella 5: Pruebas con red de 100 nodos, teniendo tasa de rechazo en resto red 1%

C.-Modelos de Redes

Redes simetrica de 10 nodos					
Tasa servicio host=1 de routers es 10					
Tasa llegada 0,05					
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router		Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN
90	1,9953		2,0557	0,5147	0,5147
80	2,1806		2,2427	0,5551	0,5551
70	2,4141		2,4783	0,5973	0,5973
60	2,7187		2,7855	0,6416	0,6416
50	3,135		3,205	0,6885	0,6885
40	3,7431		3,8172	0,7384	0,7384
30	4,7265		4,8063	0,7922	0,7922
20	6,6249		6,7138	0,8512	0,8512
10	12,074		12,181	0,9179	0,9179
9	13,2588		13,3688	0,9252	0,9252
8	14,7316		14,8451	0,9327	0,9327
7	16,6137		16,7311	0,9403	0,9403
6	19,105		19,227	0,948	0,948
5	22,5552		22,6817	0,956	0,956
4	27,7518		27,8873	0,9642	0,9642
3	36,2467		36,3897	0,9726	0,9726
2	53,2863		53,4462	0,9813	0,9813
1	103,5701		103,7535	0,9904	0,9904

Modelo de redes 1: Dos redes simétricas de 10 nodos cada una, tasa de servicio en routers igual a 10

Redes simétrica de 100 nodos					
Tasa servicio host=1 de routers es 100					
Tasa llegada 0,005					
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router		Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN
90	2,04		2,0462	0,5125	0,5125
80	2,227		2,233	0,5532	0,5532
70	2,4625		2,469	0,5958	0,5958
60	2,7695		2,7763	0,6405	0,6405
50	3,1889		3,196	0,6876	0,6876
40	3,8009		3,8084	0,7378	0,7378
30	4,7898		4,7979	0,7918	0,7918
20	6,6969		6,7059	0,851	0,851
10	12,1628		12,1735	0,9179	0,9179
9	13,3493		13,3603	0,9252	0,9252
8	14,8215		14,8329	0,9326	0,9326
7	16,7131		16,7249	0,9402	0,9402
6	19,2142		19,2265	0,948	0,948
5	22,6888		22,7016	0,956	0,956
4	27,8746		27,8882	0,9641	0,9641
3	36,45		36,4646	0,9726	0,9726
2	53,4692		53,4853	0,9813	0,9813
1	103,732		103,7507	0,9904	0,9904

Modelo de redes 2: Dos redes simétricas de 100 nodos cada una

Redes simétrica de 10 nodos						
Tasa servicio host=1 de routers es 10^0,8						
Tasa llegada 0,05						
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	intensidad trafico Wan
90	1,856	6,929	6,0645	0,5272	0,8356	0,8356
80	2,027	11,1074	9,7223	0,5662	0,8974	0,8974
70	2,2422	29,9589	26,2685	0,607	0,9621	0,9621

Modelo de redes 3: DOS Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^0,8

Redes simétrica de 10 nodos						
Tasa servicio host=1 de routers es 10^0,9						
Tasa llegada 0,05						
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	intensidad trafico Wan
90	1,918	3,0954	2,9069	0,5216	0,6566	0,6566
80	2,0953	3,6218	3,4016	0,5612	0,7065	0,7065
70	2,3186	4,4019	4,1357	0,6026	0,7586	0,7586
60	2,6098	5,6665	5,3327	0,6462	0,8135	0,8135
50	3,0076	7,9538	7,5372	0,6922	0,8714	0,8714
40	3,5884	15,7488	14,8427	0,7413	0,9332	0,9332

Modelo de redes 4: 2 Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^0,9

Redes simétrica de 10 nodos						
Tasa servicio host=1 de routers es 10^1,1						
Tasa llegada 0,05						
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	intensidad trafico Wan
90	2,0917	1,5823	1,6684	0,5066	0,4024	0,4024
80	2,287	1,6745	1,7656	0,5479	0,4352	0,4352
70	2,5332	1,783	1,8799	0,591	0,4695	0,4695
60	2,8546	1,9129	2,0169	0,6363	0,5054	0,5054
50	3,2942	2,0724	2,185	0,6841	0,5434	0,5434
40	3,9366	2,274	2,3976	0,7349	0,5838	0,5838
30	4,9765	2,54	2,6779	0,7897	0,6273	0,6273
20	6,9865	2,9128	3,071	0,8497	0,6749	0,6749
10	12,7639	3,4909	3,6804	0,9173	0,7287	0,7287
9	14,0225	3,568	3,7617	0,9247	0,7345	0,7345
8	15,5859	3,6501	3,8483	0,9322	0,7405	0,7405
7	17,5837	3,738	3,9409	0,9399	0,7466	0,7466
6	20,2358	3,8323	4,0403	0,9477	0,7528	0,7528
5	23,9192	3,9339	4,1474	0,9558	0,7592	0,7592
4	29,3759	4,044	4,2635	0,964	0,7657	0,7657
3	38,4096	4,164	4,3899	0,9725	0,7725	0,7725
2	56,5459	4,2957	4,5288	0,9813	0,7794	0,7794
1	110,3435	4,4418	4,6829	0,9904	0,7867	0,7867

Modelo de redes 5: Dos Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^1,1

Redes simétrica de 10 nodos							
Tasa servicio host=1 de routers es 10 ^{1,2}							
Tasa llegada 0,05							
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodo	Intensidad Trafico LAN	Intensidad trafico Wan	
90	2,2117	1,3175	1,4519	0,4971	0,3136	0,3136	
80	2,4195	1,3711	1,511	0,5395	0,3404	0,3404	
70	2,6817	1,4319	1,5779	0,5877	0,3683	0,3683	
60	3,0241	1,5016	1,6548	0,63	0,3975	0,3975	
50	3,4927	1,583	1,744	0,6789	0,4284	0,4284	
40	4,1784	1,6797	1,8509	0,7309	0,4612	0,4612	
30	5,2892	1,7977	1,9809	0,7868	0,4965	0,4965	
20	7,4393	1,9471	2,1455	0,8479	0,535	0,535	
10	13,632	2,1478	2,366	0,9166	0,5784	0,5784	
9	14,9808	2,1721	2,3934	0,9241	0,5831	0,5831	
8	16,659	2,1975	2,4213	0,9317	0,5879	0,5879	
7	18,8052	2,2239	2,4505	0,9395	0,5928	0,5928	
6	21,6511	2,2517	2,481	0,9474	0,5978	0,5978	
5	25,6113	2,2807	2,5131	0,9555	0,6029	0,6029	
4	31,5213	2,3113	2,5468	0,9638	0,6081	0,6081	
3	41,2852	2,3437	2,5824	0,9724	0,6135	0,6135	
2	60,6239	2,378	2,6202	0,9812	0,6191	0,6191	
1	118,4571	2,4148	2,6607	0,9904	0,6249	0,6249	

Modelo de redes 6: Dos Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^{1,2}

Redes simétrica de 10 nodos							
Tasa servicio host=1 de routers es 10 ^{1,3}							
Tasa llegada 0,05							
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodo	Intensidad Trafico LAN	Intensidad trafico Wan	
90	2,3609	1,1521	1,317	0,486	0,2436	0,2436	
80	2,5844	1,1865	1,3563	0,5297	0,2655	0,2655	
70	2,8665	1,2247	1,3999	0,5751	0,2883	0,2883	
60	3,2352	1,2674	1,4487	0,6228	0,3121	0,3121	
50	3,7403	1,3158	1,5039	0,673	0,3373	0,3373	
40	4,48	1,3713	1,5674	0,7263	0,364	0,364	
30	5,6799	1,4362	1,6416	0,7836	0,3927	0,3927	
20	8,0059	1,5145	1,731	0,8459	0,424	0,424	
10	14,719	1,6129	1,8434	0,9158	0,459	0,459	
9	16,1826	1,6243	1,8565	0,9234	0,4628	0,4628	
8	18,0021	1,6361	1,8699	0,9311	0,4667	0,4667	
7	20,3252	1,6483	1,8839	0,939	0,4706	0,4706	
6	23,3891	1,661	1,8984	0,947	0,4746	0,4746	
5	27,7274	1,6741	1,9134	0,9552	0,4787	0,4787	
4	34,1115	1,6878	1,929	0,9636	0,4829	0,4829	
3	44,7486	1,7021	1,9453	0,9722	0,4873	0,4873	
2	65,0369	1,717	1,9624	0,9811	0,4917	0,4917	
1	128,5828	1,7328	1,9804	0,9903	0,4963	0,4963	

Modelo de redes 7: Dos Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^{1,3}

Redes simétrica de 10 nodos							
Tasa servicio host=1 de routers es 10 ^{1,4}							
Tasa llegada 0,05							
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodo	Intensidad Trafico LAN	Intensidad trafico Wan	
90	2,5461	1,0417	1,2271	0,4733	0,1884	0,1884	
80	2,7891	1,0654	1,255	0,5184	0,2064	0,2064	
70	3,0962	1,0912	1,2854	0,5654	0,2251	0,2251	
60	3,4978	1,1196	1,3189	0,6146	0,2447	0,2447	
50	4,0485	1,1512	1,356	0,6663	0,2653	0,2653	
40	4,856	1,1866	1,3976	0,7211	0,2871	0,2871	
30	6,1677	1,227	1,4452	0,7799	0,3105	0,3105	
20	8,7144	1,2741	1,5007	0,8437	0,3359	0,3359	
10	16,0816	1,3312	1,5679	0,915	0,3643	0,3643	
9	17,6911	1,3377	1,5755	0,9227	0,3673	0,3673	
8	19,6933	1,3443	1,5833	0,9305	0,3704	0,3704	
7	22,2556	1,3511	1,5914	0,9385	0,3736	0,3736	
6	25,6568	1,3582	1,5997	0,9466	0,3768	0,3768	
5	30,3942	1,3655	1,6082	0,9549	0,3801	0,3801	
4	37,457	1,373	1,6171	0,9634	0,3835	0,3835	
3	49,1698	1,3808	1,6262	0,9721	0,387	0,387	
2	72,4578	1,3889	1,63588	0,981	0,3906	0,3906	
1	141,9419	1,3974	1,6458	0,9903	0,3942	0,3942	

Modelo de redes 8: Dos Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^{1,4}

Redes simétrica de 10 nodos								
Tasa servicio host=1 de routers es 10^1,5								
Tasa llegada 0,05								
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodo	Intensidad Trafico LAN	Intensidad trafico Wan		
90	2,7756		0,9647	1,1647	0,459	0,1452	0,1452	
80	3,0431		0,9818	1,1853	0,5058	0,16	0,16	
70	3,3813		1,0002	1,2076	0,5545	0,1753	0,1753	
60	3,8242		1,0203	1,2317	0,6054	0,1914	0,1914	
50	4,4321		1,0421	1,2581	0,6588	0,2083	0,2083	
40	5,3244		1,0663	1,2873	0,7154	0,2262	0,2262	
30	6,7762		1,0935	1,32	0,7758	0,2453	0,2453	
20	9,6002		1,1245	1,3574	0,8413	0,266	0,266	
10	17,7906		1,161	1,4015	0,914	0,289	0,289	
9	19,5814		1,1651	1,4064	0,9218	0,2915	0,2915	
8	21,8109		1,1693	1,4114	0,9298	0,294	0,294	
7	24,6654		1,1735	1,4166	0,9379	0,2966	0,2966	
6	28,4548		1,1779	1,4219	0,9461	0,2992	0,2992	
5	33,7342		1,1824	1,4273	0,9545	0,3019	0,3019	
4	41,5968		1,1871	1,4329	0,9631	0,3046	0,3046	
3	54,7013		1,1919	1,4387	0,9719	0,3073	0,3073	
2	80,6103		1,1968	1,4446	0,981	0,3102	0,3102	
1	158,2603		1,202	1,4509	0,9903	0,3132	0,3132	

Modelo de redes 9: Dos Redes 10 nodos simétricas, tasa de servicio en routers igual a 10^1,5

Red A con 10 nodos y B con 100 nodos								
Red A								
tasa de llegada 1/110								
Tasa de servicio nodos= 1 y de routers es =100								
Tasa rechazo	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN		
90	0,9454	0,5277	0,9427	0,0073	7,7482E-04	0,0012		
80	0,9462	0,5277	0,9429	0,007	8,21E-04	0,0013		
70	0,947	0,5277	0,9429	0,0081	8,68E-04	0,0014		
60	0,9478	0,5277	0,9429	0,0085	9,15E-04	0,0015		
50	0,9487	0,5278	0,943	0,009	9,62E-04	0,0016		
40	0,9495	0,5278	0,9431	0,0094	1,00E-03	0,0017		
30	0,9503	0,5278	0,9433	0,0098	1,10E-03	0,0018		
20	0,9511	0,5279	0,9434	0,0102	1,10E-03	0,0019		
10	0,9519	0,5279	0,9435	0,0107	0,0012	0,0021		
Red B								
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN			
2,8962	0,9979	0,9475	0,5246	0,0531	0,006			
3,2274	1,0034	0,948	0,5725	0,0579	0,0065			
3,6623	1,0091	0,9485	0,6224	0,063	0,007			
4,2612	1,0152	0,9491	0,6747	0,0682	0,0076			
5,1437	1,0217	0,9497	0,7298	0,0738	0,0082			
6,5852	1,0286	0,9504	0,7884	0,0797	0,0088			
9,3993	1,0362	0,9511	0,8514	0,086	0,0095			
17,5309	1,0446	0,9518	0,9201	0,0929	0,0102			
398,01	1,0541	0,9526	0,9965	0,1006	0,011			

Modelo de redes 10: Red de 10 y 100 nodos

Red A con 10 nodos y B con 100 nodos								
Red A								
tasa de llegada 1/110								
Tasa de servicio nodos red B= 1, de routers es =100 y hosts red A variable								
tasa de rechazo exogena igual a 10% bajo la tasa de servicio de la red A								
Tasa servicio nodos red A	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN			
1	0,9519	0,5279	0,9435	0,0107	0,0012			
0,9	1,0051	0,5232	0,9435	0,0118	0,0012			
0,8	1,0716	0,5186	0,9435	0,0133	0,0012			
0,7	1,1574	0,514	0,9435	0,0152	0,0012			
0,6	1,2722	0,5093	0,9435	0,0177	0,0012			
0,5	1,4337	0,5047	0,9435	0,0212	0,0011			
0,4	1,6778	0,5	0,9435	0,0264	0,0011			
0,3	2,0899	0,4954	0,9435	0,035	0,0011			
0,2	2,9351	0,4907	0,9435	0,0521	0,0011			
0,19	3,0713	0,4902	0,9435	0,0548	0,0011			
Red B								
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN			
398,01	1,0541	0,9526	0,9965	0,1006	0,011			
389,3954	1,0541	0,9526	0,9964	0,1006	0,011			
379,6008	1,054	0,9526	0,9963	0,1006	0,011			
368,3605	1,054	0,9526	0,9962	0,1006	0,011			
355,3171	1,054	0,9526	0,9961	0,1006	0,011			
339,9758	1,054	0,9526	0,9959	0,1005	0,011			
321,6208	1,0539	0,9526	0,9956	0,1005	0,011			
299,147	1,0539	0,9526	0,9953	0,1005	0,011			
269,5043	1,0538	0,9526	0,9948	0,1004	0,011			
266,2996	1,0538	0,9526	0,9947	0,1004	0,011			

Modelo de redes 11: Efecto sobre red B, al bajarle tasa de servicio a nodo de red A.

Red A con 10 nodos y B con 100 nodos		Red A							
tasa de llegada 1/110									
Tasa de servicio nodos= 1 y de routers es variable									
tasa de rechazo exogena igual a 10% bajo la tasa de servicio de la red A									
Tasa servicio routers	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN				
100	0.9519	0.5279	0.9435	0.0107	0.0012				
90	0.9056	0.5331	0.9437	0.0107	0.0013				
80	0.8593	0.5397	0.944	0.0107	0.0014				
70	0.8129	0.5481	0.9444	0.0107	0.0017				
60	0.7665	0.5593	0.9449	0.0107	0.0019				
50	0.72	0.575	0.9456	0.0107	0.0023				
40	0.6735	0.5985	0.9466	0.0107	0.0029				
30	0.6269	0.6378	0.9484	0.0108	0.0039				
20	0.5803	0.7165	0.9519	0.0108	0.0058				
19	0.5756	0.7289	0.9525	0.0108	0.0061				
18	0.5705	0.7427	0.9531	0.0108	0.0065				
17	0.5663	0.7581	0.9538	0.0108	0.0069				
16	0.5616	0.7755	0.9546	0.0108	0.0073				
15	0.5565	0.7952	0.9555	0.0108	0.0078				
14	0.5522	0.8178	0.9565	0.0108	0.0083				
13	0.5475	0.8438	0.9577	0.0108	0.009				
12	0.5429	0.8742	0.9591	0.0108	0.0097				
11	0.5382	0.9101	0.9607	0.0108	0.0106				
10.5	0.5355	0.9307	0.9616	0.0108	0.0111				
10.3	0.5345	0.9395	0.962	0.0108	0.0113				
10.2	0.5344	0.944	0.9622	0.0108	0.0115				
10.1	0.5341	0.9486	0.9624	0.0108	0.0118				
Red B									
Paquetes Hosts									
398,01	1,0541	0.9526	0.9965	0.1006	0.011				
396,4811	1,0739	0.9539	0.9966	0.1118	0.0122				
395,2656	1,0994	0.9555	0.9967	0.1258	0.0138				
394,4158	1,1334	0.9575	0.9968	0.1438	0.0157				
393,9951	1,1809	0.9603	0.9969	0.1677	0.0184				
394,0815	1,2523	0.9641	0.997	0.2013	0.022				
394,7724	1,3713	0.97	0.9971	0.2517	0.0276				
396,1909	1,6095	0.9799	0.9973	0.3356	0.0368				
398,4949	2,3265	1,0002	0.9974	0.5035	0.0552				
398,7814	2,4865	1,0035	0.9974	0.53	0.0581				
399,073	2,6867	1,0072	0.9974	0.5595	0.0613				
399,3873	2,9447	1,0113	0.9974	0.5924	0.0649				
399,7094	3,2897	1,016	0.9975	0.6294	0.0693				
400,0407	3,7745	1,0214	0.9975	0.6714	0.0735				
400,3852	4,5061	1,0276	0.9975	0.7194	0.0788				
400,742	5,7371	1,0348	0.9975	0.7747	0.0849				
401,1113	8,2443	1,0434	0.9975	0.8393	0.0919				
401,4939	16,1511	1,0537	0.9975	0.9156	0.1003				
401,6901	33,9432	1,0597	0.9975	0.9592	0.1051				
401,7695	62,8624	1,0622	0.9975	0.9778	0.1071				
401,8094	111,0817	1,0636	0.9975	0.9874	0.1082				
401,8495	490,5065	1,0649	0.9975	0.9972	0.1092				

Modelo de redes 12: Efecto en la red, debido a una baja de servicio de routers

Red A con 10 nodos , B con 100 nodos red c con 1000 nodos		Red B		Red C					
tasa de llegada 1/110									
Tasa de servicio nodos= 1 y de routers es =1000									
Tasa rechazo									
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN				
90	0.8963	0.4439	0.946	6.12E-04	7.17E-05				
80	0.8963	0.4439	0.946	6.46E-04	7.99E-05				
70	8.9640121112285209e-001	4.439396029034408e-001	9.4603679815497610e-001	6.798069809320005e-004	7.497092205000002e-006	8.438955738974799e-005			
60	8.9646928e-001	4.4393917e-001	9.4604367e-001	7.1377119e-004	7.8948084e-006	9.1175415e-005			
50	8.9653737e-001	4.4393938e-001	9.4605089e-001	7.4774049e-004	8.2956781e-006	9.8305724e-005			
40	8.9660547e-001	4.4393959e-001	9.4605853e-001	7.8171550e-004	8.7003774e-006	1.0585484e-004			
30	8.9667358e-001	4.4393980e-001	9.4606671e-001	8.1569710e-004	9.1099985e-006	1.1393192e-004			
20	8.9674172e-001	4.4394002e-001	9.4607560e-001	8.4968673e-004	9.5257978e-006	1.2270813e-004			
Red B									
Paquetes Hosts									
9.937E-01	0.5269	0.9876	8.87E-04	1.36E-04	7.16E-04				
9.37E-01	5.27E-01	9.88E-01	8.34E-04	1.46E-04	7.79E-04				
9.3750026034577316e-001	5.2690278808908897e-001	9.8768831498527199e-001	8.8135579713891164e-004	1.5617099506513187e-004	8.4332869011270490e-004				
9.3758483e-001	5.2690910e-001	9.8775996e-001	9.2916575e-004	1.6664159e-004	9.1126426e-004				
9.3766976e-001	5.2691561e-001	9.8783524e-001	9.7731624e-004	1.7745349e-004	9.8264436e-004				
9.3775511e-001	5.2692237e-001	9.8791495e-001	1.0258801e-003	1.8868031e-004	1.0582125e-003				
9.3784100e-001	5.2692945e-001	9.8800025e-001	1.0749642e-003	2.0043011e-004	1.1390603e-003				
9.3792760e-001	5.2693694e-001	9.8809293e-001	1.1247363e-003	2.1287236e-004	1.2268995e-003				
Red C									
Paquetes Hosts									
2.93E+00	1.00E+00	1.40E+00	5.31E-01	5.84E-02	6.50E-03				
3.27E+00	1.01E+00	1.40E+00	5.79E-01	6.37E-02	7.10E-03				
3.7207718830202352e+000	1.0163765965216089e+000	1.4056927791636427e+000	6.2888767032029014e-001	6.9258446477104607e-002	7.6992318543542201e-003				
4.3448920e+000	1.0231540e+000	1.4066421e+000	6.8152717e-001	7.5052943e-002	8.3407778e-003				
5.2731014e+000	1.0303897e+000	1.4076438e+000	7.3701314e-001	8.1160552e-002	9.0167664e-003				
6.8120492e+000	1.0381818e+000	1.4087089e+000	7.9596009e-001	8.7648868e-002	9.7346332e-003				
9.9004539e+000	1.0466738e+000	1.4098542e+000	8.5927015e-001	9.4617126e-002	1.0505294e-002				
19,491048	1.0560900e+000	1.4111053e+000	9.2835797e-001	1.0222094e-001	1.1345866e-002				

Modelo de redes 13: Pruebas con 3 redes versus a distintas tasas de rechazos

Red A con 10 nodos_B con 100 nodos red C Red 4000 nodos						
Tasa de llegada 1/1110						
Tasa de servicio nodos=1						
Tasa de rechazo Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
90	4.4366203e-001	9.421984e-001	1.0832160e+000	7.1432086e-004	7.8050206e-004	7.8601228e-003
80	4.4369428e-001	9.4225886e-001	1.0635331e+000	7.3851356e-004	8.0755904e-004	8.4025628e-003
70	4.4372654e-001	9.4225340e-001	1.0642783e+000	7.6089101e-004	8.3483922e-004	8.9691420e-003
60	4.4375881e-001	9.4228120e-001	1.0649564e+000	7.8327256e-004	8.6237753e-004	9.5639240e-003
50	4.4379108e-001	9.4230932e-001	1.0656738e+000	8.0565865e-004	8.9022355e-004	1.0192362e-002
40	4.4382336e-001	9.4233782e-001	1.0664393e+000	8.2804992e-004	9.1844682e-004	1.0882106e-002
30	4.4385565e-001	9.4236680e-001	1.0672661e+000	8.5044731e-004	9.4715061e-004	1.1594514e-002
20	4.4388794e-001	9.4239644e-001	1.0681753e+000	8.7285229e-004	9.7649837e-004	1.2377567e-002
Red B						
Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
5.2667779e-001	9.4294810e-001	9.8070357e-001	8.9728247e-004	1.5224600e-003	7.8367533e-003	
5.2672238e-001	9.4302988e-001	9.8127883e-001	9.3220902e-004	1.6033396e-003	8.3817588e-003	
5.2676712e-001	9.4311409e-001	9.8188205e-001	9.6737459e-004	1.6868114e-003	8.9509377e-003	
5.2681214e-001	9.4320114e-001	9.8251221e-001	1.0028190e-003	1.7726777e-003	9.5482513e-003	
5.2685726e-001	9.4329157e-001	9.8318060e-001	1.0385956e-003	1.8620785e-003	1.0179256e-002	
5.2690260e-001	9.4338616e-001	9.8393688e-001	1.0747793e-003	1.9555708e-003	1.0851565e-002	
5.2694828e-001	9.4348005e-001	9.8466369e-001	1.1114815e-003	2.0542794e-003	1.1576539e-002	
5.2699438e-001	9.4358305e-001	9.8551003e-001	1.1488781e-003	2.1598444e-003	1.2372158e-002	
Red c						
Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
2.3645341e+000	2.0561232e+000	8.4307958e-001	5.7769900e-001	4.0147787e-001	4.4687619e-002	
2.357581e+000	2.1658636e+000	8.4620648e-001	6.2022423e-001	4.3101218e-001	4.7954989e-002	
2.3933331e+000	2.2935325e+000	8.4950209e-001	6.6474424e-001	4.6193013e-001	5.1374855e-002	
3.4887189e+000	2.4449350e+000	8.5299452e-001	7.1159487e-001	4.9446564e-001	5.4972255e-002	
4.2254028e+000	2.6279787e+000	8.5672205e-001	7.6122683e-001	5.2893155e-001	5.8782200e-002	
5.4477787e+000	2.8556853e+000	8.6073776e-001	8.1427225e-001	5.6576659e-001	6.2852749e-002	
7.908316e+000	3.1499236e+000	8.6512040e-001	8.7166995e-001	6.0562233e-001	6.725579e-002	
1.5631270e+001	3.5514783e+000	8.6999445e-001	9.3490587e-001	6.4953012e-001	7.2104134e-002	

Modelo de redes 17: tasa de servicio en router C igual a $10^2.2$

Red A con 10 nodos_B con 100 nodos red C Red 4000 nodos						
Tasa de llegada 1/1110						
Tasa de servicio nodos=1						
Tasa de rechazo Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
90	4.4366203e-001	9.4219829e-001	1.0817344e+000	7.1613762e-004	7.8025342e-004	7.8329915e-003
80	4.4369428e-001	9.4225846e-001	1.0823653e+000	7.3851158e-004	8.0734208e-004	8.3786978e-003
70	4.4372654e-001	9.4225321e-001	1.0830250e+000	7.6088931e-004	8.3465245e-004	8.9485978e-003
60	4.4375881e-001	9.4228105e-001	1.0837181e+000	7.8327144e-004	8.6222144e-004	9.5467549e-003
50	4.4379108e-001	9.4230919e-001	1.0844512e+000	8.0565752e-004	8.9008811e-004	1.0178619e-002
40	4.4382336e-001	9.4233772e-001	1.0852333e+000	8.2804907e-004	9.1835340e-004	1.0851829e-002
30	4.4385565e-001	9.4236674e-001	1.0860778e+000	8.5044675e-004	9.4708889e-004	1.1577252e-002
20	4.4388794e-001	9.4239641e-001	1.0870059e+000	8.7285202e-004	9.7646797e-004	1.2374223e-002
Red B						
Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
5.2667779e-001	9.4294539e-001	9.9944125e-001	8.9701685e-004	1.5197741e-003	7.8096228e-003	
5.2672238e-001	9.4302749e-001	1.0000302e+000	9.3197537e-004	1.6009771e-003	8.3578941e-003	
5.2676712e-001	9.4311203e-001	1.0006458e+000	9.6717345e-004	1.6845776e-003	8.9303597e-003	
5.2681204e-001	9.4319942e-001	1.0012925e+000	1.0026509e-003	1.7709780e-003	9.5310824e-003	
5.2685717e-001	9.4329020e-001	1.0019764e+000	1.0384610e-003	1.8607179e-003	1.0165512e-002	
5.2690254e-001	9.4338514e-001	1.0027058e+000	1.0746787e-003	1.9545535e-003	1.0841289e-002	
5.2694828e-001	9.4348337e-001	1.0034932e+000	1.1114150e-003	2.0536073e-003	1.1561970e-002	
5.2699438e-001	9.4359271e-001	1.0043583e+000	1.1488454e-003	2.1596533e-003	1.2368814e-002	
Red c						
Paquetes Hosts router lan router wan Intensidad Trafico Nodos Intensidad Trafico LAN Intensidad Trafico WAN						
2.3953367e+000	1.7018599e+000	7.6691736e-001	5.7545678e-001	3.1766974e-001	3.5360661e-002	
2.6703159e+000	1.7649938e+000	7.6918787e-001	6.1825191e-001	3.4127780e-001	3.7972394e-002	
3.0328667e+000	1.8369896e+000	7.7157690e-001	6.6304637e-001	3.6598810e-001	4.0705374e-002	
3.5381803e+000	1.9171320e+000	7.7410430e-001	7.1017939e-001	3.9198575e-001	4.3579848e-002	
4.2822142e+000	2.0108485e+000	7.7679868e-001	7.6020101e-001	4.1951908e-001	4.6623480e-002	
5.5218249e+000	2.1213037e+000	7.7969124e-001	8.1342296e-001	4.4893151e-001	4.9874209e-002	
8.0170844e+000	2.2548343e+000	7.8284306e-001	8.7110885e-001	4.8075358e-001	5.3388978e-002	
1.5858195e+001	2.4221302e+000	7.8633909e-001	9.3462951e-001	5.1578775e-001	5.7257590e-002	

Modelo de redes 18: tasa de servicio en router C igual a $10^2.3$

Red A con 10 nodos , B con 100 nodos red c con 1000 nodos						
tasa de llegada 1/1110						
Tasa de servicio nodos= 1						
tasa servicio de routers Red A= 10 de Red b=100 RED C=10^2,8						
Tasa rechazada	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN
90	4.4366202e-001	9.4219592e-001	1.2783127e+000	7.1611624e-004	7.7789900e-004	7.5740028e-003
80	4.4369427e-001	9.4222355e-001	1.2790932e+000	7.3849281e-004	8.0527462e-004	8.1512733e-003
70	4.4372653e-001	9.4225142e-001	1.2799081e+000	7.6087318e-004	8.3287619e-004	8.7532073e-003
60	4.4375880e-001	9.4227955e-001	1.2807628e+000	7.8325769e-004	8.6074048e-004	9.3838468e-003
50	4.4379108e-001	9.4230800e-001	1.2816649e+000	8.0564678e-004	8.8891652e-004	1.0048588e-002
40	4.4382336e-001	9.4233683e-001	1.2826249e+000	8.2804107e-004	9.1747269e-004	1.0754950e-002
30	4.4385563e-001	9.4236516e-001	1.2835804e+000	8.5044149e-004	9.4650290e-004	1.1514036e-002
20	4.4388794e-001	9.4239313e-001	1.2847384e+000	8.7284946e-004	9.7618634e-004	1.2343243e-002
Red B						
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
5.2667626e-001	9.4291947e-001	1.1961801e+000	8.9448127e-004	1.4941349e-003	7.5506369e-003	
5.2672104e-001	9.4300473e-001	1.1969165e+000	9.2974877e-004	1.5784626e-003	8.1304721e-003	
5.2676597e-001	9.4309247e-001	1.1976851e+000	9.6526043e-004	1.6652344e-003	8.7349711e-003	
5.2681108e-001	9.4318310e-001	1.1984912e+000	1.0010558e-003	1.7548504e-003	9.3681759e-003	
5.2685640e-001	9.4327171e-001	1.1993419e+000	1.0371879e-003	1.8478450e-003	1.0035482e-002	
5.2690197e-001	9.4337543e-001	1.2002469e+000	1.0737301e-003	1.9449626e-003	1.0744411e-002	
5.2694786e-001	9.4347899e-001	1.2012206e+000	1.1107914e-003	2.0473022e-003	1.1506061e-002	
5.2699418e-001	9.4358961e-001	1.2022857e+000	1.1485420e-003	2.1565864e-003	1.2337834e-002	
red c						
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
2.7138779e+000	1.0815581e+000	5.7201242e-001	5.5405271e-001	9.6724444e-002	1.0771553e-002	
3.0279542e+000	1.0916976e+000	5.7258498e-001	5.9945647e-001	1.0464475e-001	1.1647482e-002	
3.4423350e+000	1.1024844e+000	5.7318415e-001	6.4689835e-001	1.1292038e-001	1.2562496e-002	
4.0168504e+000	1.1140277e+000	5.7381428e-001	6.9671242e-001	1.2160957e-001	1.3523003e-002	
4.8718144e+000	1.1264730e+000	5.7448119e-001	7.4934460e-001	1.3079007e-001	1.4537553e-002	
6.2912577e+000	1.1400222e+000	5.7519295e-001	8.0541641e-001	1.4057023e-001	1.5618067e-002	
9.1472161e+000	1.1549713e+000	5.7596148e-001	8.6584529e-001	1.5110999e-001	1.6782137e-002	
1.8115913e+001	1.1717833e+000	5.7680543e-001	9.3206920e-001	1.6266005e-001	1.8057340e-002	

Modelo de redes 23: tasa de servicio en router C igual a 10^2,8

Red A con 10 nodos , B con 100 nodos red c con 1000 nodos						
tasa de llegada 1/1110						
Tasa de servicio nodos= 1						
tasa servicio de routers Red A= 10 de Red b=100 RED C=10^2,9						
Tasa rechazada	Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN
90	4.4366201e-001	9.4219511e-001	1.3526680e+000	7.1610903e-004	7.7710497e-004	7.4866589e-003
80	4.4369427e-001	9.4222285e-001	1.3535088e+000	7.3848649e-004	8.0457883e-004	8.0747358e-003
70	4.4372653e-001	9.4225082e-001	1.3543820e+000	7.6086777e-004	8.3227987e-004	8.6876111e-003
60	4.4375880e-001	9.4227905e-001	1.3552996e+000	7.8325319e-004	8.6024473e-004	9.3293139e-003
50	4.4379107e-001	9.4230760e-001	1.3562673e+000	8.0564320e-004	8.8852221e-004	1.0005213e-002
40	4.4382335e-001	9.4233654e-001	1.3572961e+000	8.2803842e-004	9.1718022e-004	1.0722778e-002
30	4.4385564e-001	9.4236596e-001	1.3584021e+000	8.5043975e-004	9.4631878e-004	1.1493012e-002
20	4.4388794e-001	9.4239603e-001	1.3596103e+000	8.7284862e-004	9.7609415e-004	1.2333102e-002
Red B						
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
5.2667574e-001	9.4291073e-001	1.2705809e+000	8.9362614e-004	1.4854881e-003	7.4632937e-003	
5.2672058e-001	9.4299706e-001	1.2713749e+000	9.2899942e-004	1.5708855e-003	8.0539353e-003	
5.2676558e-001	9.4308590e-001	1.2722032e+000	9.6461819e-004	1.6587405e-003	8.6693755e-003	
5.2681076e-001	9.4317764e-001	1.2730714e+000	1.0005219e-003	1.7494518e-003	9.3136435e-003	
5.2685614e-001	9.4327283e-001	1.2739868e+000	1.0367632e-003	1.8435510e-003	9.9921084e-003	
5.2690178e-001	9.4337221e-001	1.2749599e+000	1.0734151e-003	1.9417776e-003	1.0712238e-002	
5.2694774e-001	9.4347689e-001	1.2760057e+000	1.1105855e-003	2.0452209e-003	1.1485038e-002	
5.2699412e-001	9.4358859e-001	1.2771480e+000	1.1484427e-003	2.1555824e-003	1.2327693e-002	
red c						
Paquetes Hosts	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
2.8322828e+000	1.0380475e+000	5.5391542e-001	5.4683418e-001	7.5831322e-002	8.4461891e-003	
3.1610049e+000	1.0457591e+000	5.5436536e-001	5.9313104e-001	8.2246324e-002	9.1555684e-003	
3.5948121e+000	1.0539270e+000	5.5483577e-001	6.4147717e-001	8.8945112e-002	9.8961645e-003	
4.1964060e+000	1.0626266e+000	5.5532999e-001	6.9220556e-001	9.5973800e-002	1.0673050e-002	
5.0918744e+000	1.0719576e+000	5.5585241e-001	7.4575994e-001	1.0339384e-001	1.1492984e-002	
6.5788459e+000	1.0820584e+000	5.5640920e-001	8.0275753e-001	1.1129070e-001	1.2365369e-002	
9.5699429e+000	1.0931315e+000	5.5700939e-001	8.6410782e-001	1.1979032e-001	1.3304058e-002	
1.8962421e+001	1.1054923e+000	5.5766709e-001	9.3123111e-001	1.2908941e-001	1.4330688e-002	

Modelo de redes 24: tasa de servicio en router C igual a 10^2,9

Red A con 10 nodos, B con 100 nodos red h=100 C=10^3						
tasa de llegada 1/1110						
Tasa de servicio nodos= 1						
Tasa rechazo Paquetes Hosts						
	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
904.4366201e-001	9.4219417e-001	1.4462244e+000	7.1610053e-004	7.7616873e-004	7.3836709e-003	
804.4369426e-001	9.4222202e-001	1.4471377e+000	7.3847905e-004	8.0375939e-004	7.9845964e-003	
704.4372653e-001	9.4225011e-001	1.4480900e+000	7.6086140e-004	8.3157853e-004	8.6104634e-003	
604.4375880e-001	9.4227846e-001	1.4490877e+000	7.8324790e-004	8.5966262e-004	9.2652817e-003	
504.4379107e-001	9.4230713e-001	1.4501391e+000	8.0563900e-004	8.8806013e-004	9.9543839e-003	
404.4382335e-001	9.4233619e-001	1.4512557e+000	8.2803531e-004	9.1683832e-004	1.0685169e-002	
304.4385564e-001	9.4236574e-001	1.4524544e+000	8.5043773e-004	9.4609614e-004	1.1468521e-002	
204.4388794e-001	9.4239592e-001	1.4537615e+000	8.7284765e-004	9.7598725e-004	1.2321343e-002	
Red B						
Paquetes Hosts						
	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
5.2667514e-001	9.4290042e-001	1.3641861e+000	8.9261786e-004	1.4752925e-003	7.3603068e-003	
5.2672005e-001	9.4298804e-001	1.3650537e+000	9.2811691e-004	1.5619620e-003	7.9637968e-003	
5.2676513e-001	9.4307818e-001	1.3659583e+000	9.6386286e-004	1.6511030e-003	8.5922286e-003	
5.2681038e-001	9.4317123e-001	1.3669058e+000	9.9989497e-004	1.7431127e-003	9.2496120e-003	
5.2685584e-001	9.4326774e-001	1.3679041e+000	1.0362655e-003	1.8385190e-003	9.9412793e-003	
5.2690156e-001	9.4336844e-001	1.3689641e+000	1.0730469e-003	1.9380544e-003	1.0674630e-002	
5.2694760e-001	9.4347443e-001	1.3701017e+000	1.1103457e-003	2.0427963e-003	1.1460547e-002	
5.2699405e-001001	9.4358741e-001	1.3713420e+000	1.1483276e-003	2.1544183e-003	1.2315935e-002	
red c						
Paquetes Hosts						
	router lan	router wan	Intensidad Trafico Nodos	Intensidad Trafico LAN	Intensidad Trafico WAN	
2.9798599e+000	1.0049212e+000	5.3959436e-001	5.3832275e-001	5.9298704e-002	6.6060584e-003	
3.3269141e+000	1.0108861e+000	5.3995112e-001	5.8568148e-001	6.4511126e-002	7.1823870e-003	
3.7850452e+000	1.0171814e+000	5.4032375e-001	6.3510131e-001	6.9950270e-002	7.7836551e-003	
4.4205552e+000	1.0238602e+000	5.4071480e-001	6.8691363e-001	7.5652587e-002	8.4138726e-003	
5.3667737e+000	1.0309934e+000	5.4112765e-001	7.4155914e-001	8.1666556e-002	9.0783721e-003	
6.9383731e+000	1.0386785e+000	5.4156699e-001	7.9964937e-001	8.8059445e-002	9.7845528e-003	
1.0098227e+001	1.0470584e+000	5.4203973e-001	8.6208376e-001	9.4930191e-002	1.0543298e-002	
2.0021722e+001	1.0563542e+000	5.4255656e-001	9.3025931e-001	1.0243246e-001	1.1371512e-002	

Modelo de redes 25: tasa de servicio en router C igual a 10^3