

**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL**

DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA DE ASIGNACIÓN DE ACTIVOS ENTRE  
INSTRUMENTOS DE RENTA FIJA Y VARIABLE COMO APOYO A LA GESTIÓN ACTIVA  
DE CARTERAS DE UNA ADMINISTRADORA GENERAL DE FONDOS

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL

MIGUEL ANGEL ACEITUNO AVILA

PROFESOR GUÍA:  
WILLIAM BAEZA LOPEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
FRANCISCO ERRANDONEA TERAN  
VIVIANA FERNANDEZ MATURANA

SANTIAGO DE CHILE  
SEPTIEMBRE 2008

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL INDUSTRIAL  
POR: MIGUEL ACEITUNO A.  
FECHA: 13/10/2008  
PROF. GUIA: Sr. WILLIAM BAEZA

“DESARROLLO DE UNA HERRAMIENTA DE ASIGNACIÓN DE ACTIVOS ENTRE INSTRUMENTOS DE RENTA FIJA Y VARIABLE COMO APOYO A LA GESTIÓN ACTIVA DE CARTERAS DE UNA ADMINISTRADORA GENERAL DE FONDOS”

El objetivo de este trabajo es desarrollar una herramienta de asignación de activos, para apoyar la gestión activa de inversiones. Para ello se obtiene un modelo analítico que permite estimar las posiciones de acciones y bonos a incluir en una cartera de inversiones, sobre la cual se requiere una administración dinámica de su composición, con el fin de aumentar el rendimiento de ella en el corto plazo. Esta herramienta utiliza la estimación de retornos relativos entre instrumentos de renta fija y variable nacional, a partir de variables económicas y financieras. Además se complementa con dos modelos alternativos: uno basado en sorpresas de mercado y otro modelo autorregresivo general (ARIMA).

La entidad estudiada es una Administradora General de Fondos (AGF) dentro de la cual semanalmente se realizan comités, donde los integrantes exponen su visión de mercado, para luego llegar a acuerdo en la estrategia de inversión a seguir. Sin embargo, la decisión sobre las posiciones relativas renta fija/renta variable en las carteras no es flexible, salvo ante situaciones de crisis en los mercados, donde se liquidan gran parte de los activos con variaciones esperadas decrecientes, para adquirir otro tipo de instrumentos más seguros. Generalmente, al no aplicar modelos específicos de asignación que indiquen direcciones de cambio o señales de compra o venta de instrumentos, como Markowitz o Black & Litterman, los niveles agregados por tipo de activo se mantienen constantes en el tiempo.

Como benchmark creamos carteras sintéticas, compuestas por dos activos: el IPSA y un índice de renta fija a cinco años. Con ello se intentará replicar el comportamiento de los Fondos del AGF, dejando de lado la participación que tienen los activos internacionales en ellos. Los resultados obtenidos con los diversos modelos de rentabilidad relativa, que de paso involucran una transformación desde retornos relativos a posiciones de inversión, se ajustan significativamente a los valores efectivos. Más aún, al combinar de manera óptima los resultados de cada modelo, minimizando el error de la estimación, se obtiene un conjunto adicional de estimaciones, con buenas propiedades de ajuste a los datos

Para el período muestral estudiado, el modelo de retornos relativos supera a los retornos de los fondos benchmark, por lo que se recomienda utilizar las posiciones entregadas por el modelo en la creación de carteras de comparación. También este modelo ayuda a la planeación de estrategias de inversión, o bien, se pueden utilizar los resultados como señales de compra o venta de instrumentos de renta fija y renta variable. Con ello, se flexibilizan e informan adecuadamente las decisiones de inversión de corto plazo.

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar doy gracias a Dios por darme salud y fuerzas para salir adelante en este largo camino. Además, agradezco a mi familia, en especial a mis padres, y amigos por el apoyo brindado, a María Jesús por su ayuda e incondicional compañía durante este proceso y a las personas del área de inversiones de Santander AGF que confiaron en mí dando su apoyo.

Además, quiero dar las gracias a mi profesor guía William Baeza y co-guía Francisco Errandonea por sus valiosos aportes en el desarrollo de este trabajo.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>RESUMEN DE LA MEMORIA.....</b>	<b>i</b>
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>ii</b>
<b>1. INTRODUCCION .....</b>	<b>1</b>
1.1 ANTECEDENTES Y PUNTO DE PARTIDA DEL TRABAJO.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	6
1.3 ALCANCE Y LIMITACIONES DEL ESTUDIO.....	6
<b>2. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>8</b>
2.1 MODELO DE RETORNOS RELATIVOS.....	8
2.2 EFICIENCIA DEL MERCADO.....	9
<b>3. METODOLOGIA .....</b>	<b>12</b>
3.1 ESTIMACIÓN DE RETORNOS RELATIVOS ENTRE BONOS Y ACCIONES.....	12
3.2 OBTENCIÓN DE LAS POSICIONES AGREGADAS.....	13
3.3 MODELOS ALTERNATIVOS.....	15
3.4 SELECCIÓN DE UNA CARTERA MODELO Y COMPARACIÓN DE RENDIMIENTOS.....	15
<b>4. RETORNOS RELATIVOS.....</b>	<b>17</b>
4.1 TRATAMIENTO DE LA VARIABLE DEPENDIENTE.....	17
4.2 SELECCIÓN DE VARIABLES.....	22
4.3 MODELO DE AJUSTE DE LARGO PLAZO.....	26
4.3.1 <b>Análisis del modelo de largo plazo.</b> .....	27
4.3.2 <b>Análisis del error.</b> .....	33
4.4 MODELO DE CORTO PLAZO.....	36
4.4.1 <b>Análisis del modelo de corto plazo.</b> .....	36
4.4.2 <b>Ecuación resultante del modelo de corto plazo.</b> .....	44
4.4.3 <b>Análisis de error de corto plazo.</b> .....	46
<b>5. MODELOS ALTERNATIVOS.....</b>	<b>48</b>
5.1 MODELO DE SORPRESAS DE MERCADO.....	48
5.2 MODELO AUTORREGRESIVO.....	52
5.2.1 <b>Especificación del modelo.</b> .....	52
5.2.2 <b>Análisis del error.</b> .....	53

5.3	MODELO FINAL DE RETORNOS RELATIVOS.....	54
5.4	POSICIONES RELATIVAS.....	57
<b>6.</b>	<b>APLICACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MODELO.....</b>	<b>59</b>
6.1	FONDOS DE GESTIÓN.....	59
6.2	COMPARACIÓN DE RENDIMIENTOS.....	60
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>63</b>
<b>8.</b>	<b>BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN.....</b>	<b>66</b>
	<b>ANEXO A : PROCESO DE INVERSIÓN.....</b>	<b>68</b>
	<b>ANEXO B : ÍNDICES VARIABLE DEPENDIENTE.....</b>	<b>69</b>
B.1	IPSA.....	69
B.2	ÍNDICE LVAXG5.....	71
	<b>ANEXO C : RETORNO DE CORTO PLAZO.....</b>	<b>72</b>
	<b>ANEXO D : MODELOS ALTERNATIVOS.....</b>	<b>73</b>
D.1	MODELO DE SORPRESAS.....	73
D.2	MODELO ARMA.....	74
	<b>ANEXO E : FONDOS DE GESTIÓN.....</b>	<b>75</b>
	<b>ANEXO F : REGRESIÓN ESPURIA.....</b>	<b>77</b>
	<b>ANEXO G : CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE MODELOS.....</b>	<b>78</b>
G.1	EL CRITERIO $R^2$ .....	78
G.2	$R^2$ AJUSTADA.....	79
G.3	CRITERIO DE INFORMACIÓN DE AKAIKE (CIA).....	79
G.4	CRITERIO DE INFORMACIÓN DE SCHWARZ (CIS).....	80
G.5	COEFICIENTE DE DESIGUALDAD DE THEIL.....	80

<b>ANEXO H : PRUEBAS ESTADÍSTICAS.....</b>	<b>82</b>
H.1 PRUEBA DE DURBIN-WATSON. ....	82
H.2 PRUEBA DE NORMALIDAD DE JARQUE-BERA (JB).....	83
H.3 PRUEBA DE AUTOCORRELACIÓN DE BREUSH-GODFREY. ....	84
H.4 MODELOS ARCH Y GARCH. ....	85
H.5 PRUEBA GENERAL DE HETEROCEDASTICIDAD DE WHITE. ....	85
H.6 PRUEBA RESET DE RAMSEY. ....	87
H.7 PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS. ....	89
<b>ANEXO I : ARIMA.....</b>	<b>91</b>
I.1 PROCESO AUTORREGRESIVO (AR). ....	91
I.2 PROCESO DE MEDIA MÓVIL (MA). ....	92
I.3 PROCESO AUTORREGRESIVO Y DE MEDIA MÓVIL (ARMA). ....	92
I.4 ARIMA. ....	93
<b>ANEXO J : CONCEPTOS BASICOS. ....</b>	<b>94</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1-1: PROCESO DE ASIGNACIÓN DE ACTIVOS. ....	2
FIGURA 1-2: FACTORES QUE EXPLICAN LA VARIACIÓN DEL RENDIMIENTO DE UN PORTAFOLIO. ....	4
FIGURA 3-1: POSICIONES HISTÓRICAS DE BONOS SOBRE ACCIONES A PARTIR DE LA NORMALIZACIÓN DE LOS RETORNOS RELATIVOS.....	14
FIGURA 4-1: RETORNO DE 15, 30 Y 60 DÍAS DE LA RENTA FIJA.....	18
FIGURA 4-2: RETORNO MENSUAL RENTA VARIABLE Y RELATIVO.....	18
FIGURA 4-3: RENTA VARIABLE VERSUS RETORNO RELATIVO.....	19
FIGURA 4-4: RENTA FIJA AJUSTADA POR RIESGO.....	20
FIGURA 4-5: RENTA VARIABLE AJUSTADA POR RIESGO.....	20
FIGURA 4-6: RETORNOS RELATIVOS MENSUALES DE 15, 30 Y 60 DÍAS (DE REZAGO). ....	21
FIGURA 4-7: RENTA VARIABLE VERSUS RETORNO RELATIVO AJUSTADO POR RIESGO. ....	21
FIGURA 4-8: HISTOGRAMA DEL ERROR DE LARGO PLAZO. ....	34
FIGURA 4-9: DISPERSIÓN DEL RETORNO RELATIVO SOBRE EL ERROR DEL MODELO DE LARGO PLAZO. ....	35
FIGURA 4-10: RESULTADO DEL MODELO DE CORTO PLAZO. ....	45
FIGURA 4-11: HISTOGRAMA DEL ERROR DE CORTO PLAZO. ....	46
FIGURA 5-1: AJUSTE DEL MODELO ARMA(4,4) .....	54
FIGURA 5-2: DISPERSIÓN ENTRE RETORNOS RELATIVOS REALES Y ESTIMADOS POR EL MODELO COMBINADO.....	56
FIGURA 5-3: RESULTADO DEL MODELO COMBINADO.....	57
FIGURA 5-4: POSICIONES RELATIVAS ESTIMADAS. ....	58
FIGURA 5-5: RETORNO RESULTANTE A PARTIR DE LA TRANSFORMACIÓN DE LOS RETORNOS RELATIVOS.....	58
FIGURA 6-1: RETORNOS DEL MODELO DE ESTIMACIÓN Y DE LOS FONDOS APROXIMADOS. ....	60
FIGURA 6-2: RETORNOS DEL MODELO DE ESTIMACIÓN Y DE LOS FONDOS APROXIMADOS EN EL PERÍODO DE PROYECCIÓN DEL MODELO.....	61
FIGURA 6-3: RETORNO ACUMULADO. ....	62
FIGURA 6-4: RETORNO ACUMULADO EN EL PERÍODO DE PROYECCIÓN DEL MODELO. ....	62
FIGURA A-1: DIAGRAMA DEL PROCESO DE INVERSIÓN. ....	68
FIGURA C-1: DISPERSIÓN DEL RETORNO RELATIVO SOBRE EL ERROR DEL MODELO DE CORTO PLAZO.....	72

FIGURA C-2: DISPERSIÓN DEL RETORNO RELATIVO REAL SOBRE EL ESTIMADO. ....	72
FIGURA E-1: RETORNO FONDO GESTIÓN PROTEGIDA Y SU APROXIMACIÓN AL MERCADO NACIONAL. ....	75
FIGURA E-2: RETORNO FONDO GESTIÓN DINÁMICA Y SU APROXIMACIÓN AL MERCADO NACIONAL.....	75
FIGURA E-3: RETORNO FONDO GESTIÓN ACTIVA Y SU APROXIMACIÓN AL MERCADO NACIONAL.....	75
FIGURA E-4: RETORNO FONDO AGREGADO Y SU APROXIMACIÓN AL MERCADO NACIONAL.....	76
FIGURA H-1: DIAGRAMA DURBIN-WATSON. ....	83

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 3-1: HERRAMIENTAS DE ANÁLISIS TÉCNICO. ....	14
TABLA 4-1: REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA. ....	22
TABLA 4-2: VARIABLES DEL MODELO DE LARGO PLAZO. ....	24
TABLA 4-3: VARIABLES DEL MODELO DE CORTO PLAZO. ....	25
TABLA 4-4: CORRELACIONES. ....	27
TABLA 4-5: REGRESIONES CON VARIABLES EXÓGENAS. ....	28
TABLA 4-6: PRUEBAS DICKEY-FULLER AUMENTADO. ....	28
TABLA 4-7; CORRELACIONES CON LAS VARIABLES INDEPENDIENTES DIFERENCIADAS. ....	29
TABLA 4-8: ECUACIONES INICIALES CON PU. ....	30
TABLA 4-9: ECUACIONES INICIALES CON PB. ....	31
TABLA 4-10: ECUACIONES PRESELECCIONADAS. ....	32
TABLA 4-11: ESTADÍSTICOS DEL ERROR DE LARGO PLAZO. ....	33
TABLA 4-12: EVALUACIÓN ECONOMETRICA DEL ERROR DE LARGO PLAZO. ....	34
TABLA 4-13: ESTACIONALIDAD DEL ERROR DE LARGO PLAZO. ....	35
TABLA 4-14: PRUEBAS DICKEY-FULLER AUMENTADO PARA EL ERROR DE LARGO PLAZO. ....	35
TABLA 4-15: CORRELACIONES. ....	36
TABLA 4-16: REGRESIONES CON VARIABLES EXÓGENAS. ....	37
TABLA 4-17: SIGNIFICANCIA ESTADÍSTICA DE LOS TÉRMINOS CONSTANTE Y DE TENDENCIA DE LAS VARIABLES. ....	37
TABLA 4-18: PRUEBAS DICKEY-FULLER AUMENTADO. ....	38
TABLA 4-19; CORRELACIONES CON LAS VARIABLES INDEPENDIENTES DIFERENCIADAS. ....	38
TABLA 4-20: ECUACIONES INICIALES. ....	39
TABLA 4-21: PRUEBAS ESTADÍSTICAS DE LAS ECUACIONES INICIALES. ....	40
TABLA 4-22: RANKING ESTADÍSTICO. ....	41
TABLA 4-23: ECUACIONES 5, 9 Y 10 CON CONSTANTE. ....	41
TABLA 4-24: PRUEBAS ESTADÍSTICAS DE ECUACIONES 9 Y 10 CON CONSTANTE. ....	42
TABLA 4-25: RESULTADO DE LA MINIMIZACIÓN DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO. ....	44

TABLA 4-26: ERROR CUADRÁTICO MEDIO DE LAS ECUACIONES SELECCIONADAS. ....	44
TABLA 4-27: ESTADÍSTICOS DEL ERROR DE CORTO PLAZO. ....	46
TABLA 4-28: ESTACIONALIDAD DEL ERROR DE CORTO PLAZO. ....	47
TABLA 4-29: PRUEBAS DICKEY-FULLER AUMENTADO PARA EL ERROR DE CORTO PLAZO. ....	47
TABLA 5-1: CORRELACIONES. ....	49
TABLA 5-2: PRUEBA DE RAÍCES UNITARIAS. ....	49
TABLA 5-3: ECUACIONES PRELIMINARES. ....	50
TABLA 5-4: EVALUACIÓN ESTADÍSTICA DE LOS RESIDUOS DE LAS ECUACIONES PRESELECCIONADAS. ....	51
TABLA 5-5: ESTADÍSTICOS DEL MODELO. ....	52
TABLA 5-6: PRUEBAS DEL ERROR. ....	53
TABLA 5-7: TEST DE RAÍCES UNITARIAS PARA LOS RESIDUOS DEL MODELO. ....	53
TABLA 5-8: COMBINACIÓN OPTIMIZADA DE MODELOS DE ESTIMACIÓN. ....	56
TABLA 5-9: ERROR CUADRÁTICO MEDIO DE LOS MODELOS. ....	56
TABLA 6-1: COMPOSICIÓN DE LOS FONDOS DE GESTIÓN. ....	59
TABLA 6-2: APROXIMACIÓN DE RETORNOS DE LOS FONDOS DE GESTIÓN AL MERCADO NACIONAL. ....	59
TABLA B-1: COMPOSICIÓN DEL IPSA. ....	70
TABLA B-2: COMPOSICIÓN DEL ÍNDICE LVAXG5. ....	71
TABLA D-1: SERIES PARA PROBAR LA ESTACIONALIDAD DE LAS VARIABLES. ....	73
TABLA D-2: PRUEBA DE CAUSALIDAD DE GRANGER CON DOS REZAGOS. ....	73
TABLA D-3: ESTIMACIONES MODELO ARMA. ....	74
TABLA F-1: RESULTADO DE LA REGRESIÓN. ....	77

# 1. INTRODUCCION

## 1.1 Antecedentes y punto de partida del trabajo.

Una cartera de inversión balanceada puede incluir activos de renta fija y renta variable dentro de su composición, los que se comportan de manera diferente en cuanto a sus características de riesgo y retorno. Estas carteras requieren de una gestión activa en la composición para incorporar los efectos del mercado y así manejar de manera eficiente la asignación de activos dentro de éstas.

La asignación de activos (*Asset Allocation*), para la composición de carteras, es el proceso a través del cual se decide la distribución de una inversión en distintos mercados y distintas clases de activos, donde las clases de activos se componen de instrumentos de similar relación riesgo-retorno. Esta decisión forma parte del proceso de inversión.

Las principales clases de activos son:

### A. Acciones

“Son instrumentos de renta variable, emitidos por sociedades anónimas, que representan un título de propiedad sobre una fracción del patrimonio de la empresa, es decir, el comprador de una acción o accionista pasa a ser propietario de una parte de la empresa emisora”<sup>1</sup>. Se pueden considerar como medio de financiamiento para la empresa que las emite y de ahorro o inversión para el que las obtiene.

Las acciones entregan, en valores esperados, un mayor rendimiento a largo plazo. Sin embargo, representan activos con un mayor nivel de volatilidad (riesgo). Dado esto, las carteras que mantienen una gran parte de sus inversiones en acciones son aquellas que tienen una perspectiva de largo plazo, tiene considerables reservas para amortiguar eventuales caídas en los precios o se encuentran muy diversificadas en cuanto a las regiones en donde se está invirtiendo.

### B. Instrumentos de renta fija

“Son títulos representativos de obligaciones de mediano y largo plazo que contrae el emisor con el poseedor del instrumento. En esta categoría se incluyen los Bonos de Bancarios y de Empresas, las Letras de Crédito Hipotecario, instrumentos emitidos por el Banco Central de Chile y por instituciones del Estado, entre otros<sup>2</sup>. Estos instrumentos presentan un menor nivel de riesgo por lo que son más estables, sin embargo proporcionan niveles de rendimiento menores a las acciones. Generalmente se utilizan para reducir la volatilidad total de las carteras.

---

<sup>1</sup> Fuente: Bolsa de Comercio de Santiago.

<sup>2</sup> Fuente: Bolsa de Comercio de Santiago.

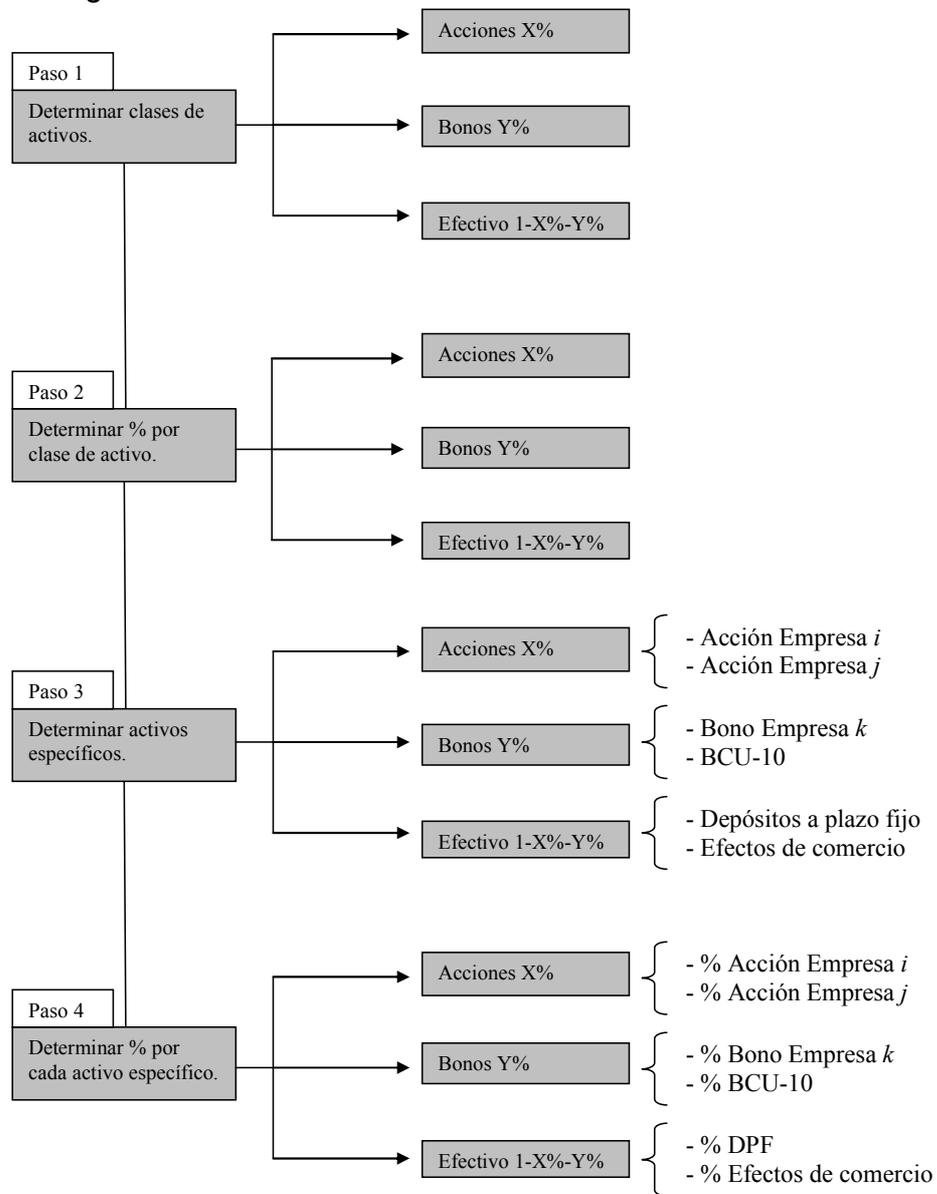
### C. Efectivo

El efectivo se considera como una obligación a muy corto plazo, posee rendimientos bajos y no tienen volatilidad. Son mucho más estables que los instrumentos de renta fija mencionados anteriormente y se consideran para cubrir necesidades de liquidez en las carteras de inversión.

#### Proceso de asignación de activos.

A modo de ejemplo se presenta el siguiente esquema:

Figura 1-1: Proceso de asignación de activos<sup>12</sup>.



<sup>1</sup> Nótese que la figura representa una de las formas de llevar a cabo la asignación de activos.

<sup>2</sup> Efectos de comercio: Títulos de deuda de corto plazo.

*Paso 1: Seleccionar las clases de activos sobre las cuales se va a invertir.*

Las clases de activos a incluir dentro de las carteras dependen del tipo de fondo a constituir y del perfil de riesgo del cliente, sin embargo para los fondos dinámicos se pueden incluir diversas clases. La principal restricción en la composición de estas carteras es el riesgo asumido, calculado mediante el VaR<sup>1</sup>. En este paso los administradores se rigen por decisiones gerenciales.

*Paso 2: Determinar las posiciones agregadas a mantener dentro de las carteras.*

A partir de índices para cada clase de activo se elabora una regresión para obtener las posiciones a mantener dentro de una cartera sujeto al riesgo asumido (VaR). Estas posiciones sirven como parámetro de referencia al momento de analizar las posiciones por clase de activo dentro de una cartera. Las variaciones de estas posiciones se justifican mediante los retornos relativos esperados ajustados por riesgo. Si éste es mayor para renta variable respecto a renta fija se compran activos de la primera clase y se venden de la segunda siempre ajustando respecto al VaR. Sin embargo, no se poseen modelos analíticos para la estimación de los retornos, por lo que esta decisión no varía con mucha frecuencia. A pesar de lo anterior, se puede actuar mediante la predicción de variaciones abruptas en el mercado como sería una caída de la bolsa, para lo cuál se liquidaría parte de la inversión en bolsa y se comprarían instrumentos de renta fija.

*Pasos 3 y 4: Selección de activos y constitución final de carteras.*

Semanalmente se realizan comités de inversiones para analizar las distintas clases de activos, principalmente renta fija y variable. En éstos se analizan las empresas emisoras de instrumentos financieros y se llega a un consenso en cuanto a la compra o venta de activos de las empresas analizadas. Para los instrumentos del gobierno se compara el rendimiento de instrumentos en pesos respecto a UF, seleccionando bajo este criterio la compra o venta de estos activos.

Dentro del proceso anteriormente mencionado se destaca, para el ámbito del presente trabajo, la asignación táctica de activos, que corresponde al paso 2 de la figura anterior. En la literatura se define como el proceso mediante el cual se otorgan rangos por clase de activo, permitiendo al administrador de la cartera en cuestión realizar un manejo activo dentro de los márgenes establecidos. La manera en que se asignen los activos tiene un impacto significativo en el logro de sus objetivos financieros.

Algunos antecedentes que justifican la asignación de activos son:

- Las acciones han entregado mayores rendimientos a lo largo de la historia, pero con mucha variabilidad, es decir, rendimientos elevados en algunos períodos y muy bajos en otros.
- Los bonos han proporcionado rendimientos elevados en algunos períodos y bajos en otros. Pero con una menor variabilidad que las acciones.

---

<sup>1</sup> Valor en riesgo (*Value at Risk*).

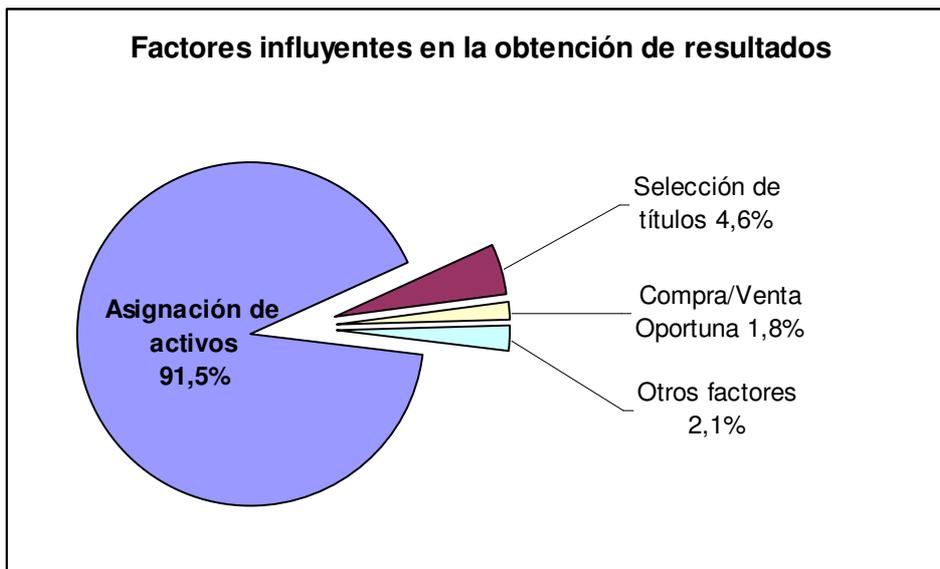
- Los equivalentes a efectivo proporcionan rendimientos más bajos, pero con mayor estabilidad.

Otro antecedente es la influencia de las tasas de interés y las utilidades de las empresas. Ante un escenario de tasas altas y utilidades bajas, es muy probable que los rendimientos accionarios sean menores que para los bonos.

Generalmente, dada la incertidumbre de los agentes sobre el mercado, se mantienen todas las clases de activos dentro de una cartera. Sin embargo, lo esencial es encontrar un balance entre las posiciones a mantener para satisfacer las necesidades del inversionista.

El estudio realizado por Brinson, Hood & Beebower determinó que el 91,5% de la variación de rendimiento de un portafolio se atribuye a las políticas de asignación de activos.

**Figura 1-2: Factores que explican la variación del rendimiento de un portafolio<sup>1</sup>.**



“Los defensores de la hipótesis de eficiencia de mercados creen que la gestión activa es un esfuerzo enorme desperdiciado y que probablemente justifica poco los gastos en los que incurre”<sup>2</sup>. Dada la información disponible, no tiene sentido comprar y vender activos con frecuencia ya que los costos transaccionales generan pérdidas, sin aumentar el retorno esperado de las carteras. Por lo tanto, se prefiere una estrategia de inversión pasiva que no intente ganarle al mercado, sino que establezca una cartera diversificada que intente seguirlo. Dado esto se proponen algunas estrategias pasivas, como lo es la creación de un fondo indexado a largo plazo, el cual está diseñado para reflejar el comportamiento de un índice accionario representativo del mercado. Sin embargo, a menudo existen inversores o empresas inversoras que tienen rendimientos altos, cuyas rentabilidades pueden cuestionar

<sup>1</sup> Fuente: [http://www.santander.com.mx/bancaPrivada/portafolios/diversificacion\\_asignacion.html](http://www.santander.com.mx/bancaPrivada/portafolios/diversificacion_asignacion.html)

<sup>2</sup> Fuente: “Principios de inversiones”, Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus, p-195.

la eficiencia del mercado. Esto puede deberse a la habilidad del inversor. Por ello, una estrategia activa de corto plazo puede justificarse.

Ante rentabilidades exitosas puede haber la duda si se trata del reflejo de la habilidad o del factor suerte. Por ejemplo, si se considera un concurso en el que se lanza una moneda y el que obtiene más veces cara en 50 lanzamientos gana, si son 10.000 participantes el número esperado de participantes que obtendría cara un 75% o más de las veces es dos<sup>1</sup>. Pero esto no se debe a que los dos afortunados sean hábiles lanzando monedas.

Análogamente, en el espacio de las inversiones financieras, puede ocurrir algo similar sin que los gestores sean hábiles. En un mercado eficiente el comprar una acción o no, para un inversor, es similar lanzar una moneda dado que toda la información está disponible. Por esto generalmente la decisión de asignación táctica de activos (posiciones de acciones y bonos, a nivel agregado, dentro de una cartera) tiende a ser constante con el fin de monitorear de mejor forma la habilidad del encargado de gestionar las carteras y, por consecuencia, reducir el espacio disponible al azar.

Con el presente trabajo se obtiene una herramienta analítica que permite estimar las posiciones de acciones y bonos a incluir en una cartera balanceada, dando señales de compra o venta de las clases de instrumentos señalados para apoyar la toma de decisiones operacionales en la gestión activa de los Fondos Dinámicos de la Administradora relacionada y, a la vez, flexibilizar la decisión de asignación táctica de activos en horizontes de tiempo cortos.

Lo anteriormente planteado justifica el desarrollo del presente trabajo, el cual se centrará en la asignación táctica de activos, realizando un análisis de las señales que indica el mercado y de las variables que afectan a los retornos. Para esto se aplicará un modelo de estimación de los retornos relativos entre acciones y bonos (renta variable y renta fija respectivamente) para luego encontrar las posiciones a seleccionar dentro de una cartera balanceada.

La entidad estudiada es una Administradora General de Fondos, dentro de la cual semanalmente se conforman comités, donde los integrantes exponen su visión de mercado para luego llegar a acuerdo en la estrategia a seguir. Sin embargo, la decisión sobre las posiciones relativas entre instrumentos de renta fija y de renta variable a mantener no es flexible, ya que no cuentan con modelos específicos que indiquen direcciones de cambio o señales de compra o venta, por lo cual se fijan los parámetros de las posiciones a mantener sólo en casos especiales. Actualmente los fondos se monitorean a través de estrategia espejo, la cual plantea que todas las carteras deben tener posiciones similares en los distintos grupos. Sin embargo, la creación de la sub-gerencia de *Asset Allocation*, justifica la necesidad del desarrollo de este trabajo para apoyar en la toma de decisiones dentro del mercado nacional.

---

<sup>1</sup> Fuente: "Principios de inversiones", Zvi Bodie, Alex Kane, Alan J. Marcus, p-197.

## 1.2 Objetivos.

- Objetivo General

Desarrollar una herramienta de asignación de activos entre instrumentos de renta fija y variable como apoyo a la gestión activa de carteras de una administradora general de fondos.

- Objetivos Específicos

- Modelar los retornos relativos de acciones y bonos utilizando variables pertinentes.
- Obtener las posiciones agregadas de acciones y bonos a incluir dentro de una cartera balanceada.
- Confeccionar modelos alternativos y ponderar las soluciones obtenidas.
- Seleccionar una cartera modelo comparar su rendimiento con el entregado por el modelo.

## 1.3 Alcance y limitaciones del estudio.

El trabajo se realiza tomando en cuenta sólo el mercado nacional, debido al tiempo de desarrollo del trabajo de título, sin embargo, se incluyen variables de ámbito internacional en el modelo siempre y cuando sea pertinente su utilización.

La periodicidad del modelo es mensual, dado los períodos de publicación de las variables de mayor significancia.

La variable principal a estimar es el retorno relativo, el cuál se considera tomando en cuenta el diferencial de retornos de activos de renta variable y fija. Los activos libres de riesgo, como depósitos o efectivo, no se consideran en el modelo debido a la baja volatilidad que poseen y a que aumenta considerablemente el grado de dificultad del planteamiento de la variable dependiente al incorporar una dimensión adicional, ya que la confección de una variable mediante la composición de los tres retornos (de renta variable, fija y libre de riesgo) no indica una predilección por algún tipo de activo según el valor de ésta y no así como al considerar dos variables, ya que el signo de la diferencia entre ambas indica si el retorno de una es mayor que el de la otra.

Para conformar los retornos relativos se corrigen los rendimientos de renta variable y fija por riesgo, obteniéndose variables con magnitudes comparables. Esta corrección se realiza utilizando la desviación estándar como indicador de riesgo. Alternativamente se puede corregir con el factor beta, sin embargo, no se dispone de esta información, especialmente para la renta variable, por conformarse con IPSA. Obtener un índice beta del

IPSA, relativo al mercado internacional, se contrapone a la restricción del marco nacional de este trabajo.

Como activos de renta variable y renta fija se utilizarán acciones y bonos respectivamente. A su vez se tomará como activo representativo de acciones el Índice de Precios Selectivo de Acciones (**IPSA**) y para bonos se utilizará el índice de renta fija de Larraín Vial para bonos gubernamentales y de duración cinco años, dado que este tipo de bonos son los que más se transan según la Administradora en cuestión, por lo que sus variaciones de precios son mayores y tiene una mayor relación retorno/riesgo<sup>1</sup> que los índices de diferente duración. Para las muestras de activos en la obtención de carteras se procederá bajo el mismo fundamento.

Los modelos alternativos para la obtención de los retornos relativos son dos:

- Modelo en base a sorpresas del mercado.
- Modelo ARIMA.

Se trabaja con datos desde el 01 de Enero de 2001 hasta el 31 de Diciembre de 2007. Sin embargo la comparación con los Fondos de Gestión se realiza desde el 31 de Octubre de 2005, debido a la disponibilidad de datos.

---

<sup>1</sup> Razón obtenida en análisis exploratorio de datos tomando el promedio de los retornos diarios y, como medida de riesgo, la desviación estándar de los retornos diarios sobre la raíz del tamaño de la muestra para cada índice.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 Modelo de retornos relativos

Se utilizará la metodología de Engle y Granger (1987), la cuál plantea que el comportamiento de corto plazo de una serie de tiempo está definido por<sup>1</sup>:

- a) Un mecanismo de corrección del error obtenido de un modelo de largo plazo.
- b) El conjunto de variables que se consideren relevantes en la explicación de la variable dependiente en el corto plazo, incluyendo las variables del modelo de largo plazo.
- c) Las diferencias de la variable dependiente.
- d) Un término de error estacionario.

El modelo que se propone es:

**Ecuación 2-1: Retorno relativo de corto plazo.**

$$\Delta r_t = \alpha + \beta Z_{t-1} + \sum_{i=0}^p \Gamma \Delta X_{t-i} + \sum_{i=0}^q \Pi \Delta r_{t-i} + \varepsilon_t$$

Donde:

$\Delta r_t$  es el retorno relativo entre la renta variable y fija en el período t.

$Z_{t-1}$  es la diferencia del error de equilibrio de largo plazo.

$\alpha$  es una constante.

X es una matriz de variables que explican el retorno del activo.

$\Delta r_{t-i}$  son las diferencias del retorno relativo.

$\varepsilon_t$  es una variable aleatoria del error.

El error de equilibrio de largo plazo se obtiene mediante una estimación basada en el fundamento eficientista de largo plazo, suponiendo que los activos se encuentran en equilibrio. Así se obtiene la diferencia entre los resultados de la estimación y los valores reales.

La estructura del modelo de largo plazo es:

---

<sup>1</sup> Esta metodología fue utilizada por profesores de la Universidad Autónoma Metropolitana – Azcapotzalco de México para estimar el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores.

## Ecuación 2-2: Retorno relativo de largo plazo.

$$\Delta r_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_t + \alpha_2 i_t + \mu$$

Donde:

$\Delta r_t$  es el retorno relativo de largo plazo.

$D_t$  son los dividendos esperados.

$i_t$  es la tasa de interés.

$\mu_t$  es la variable aleatoria del error.

## 2.2 Eficiencia del mercado.

En el análisis del mercado bursátil existen dos corrientes principales; efficientista e inefficientista.

Un mercado eficiente es aquel donde los precios de los títulos negociados reflejan toda la información disponible y se ajustan total y rápidamente a la nueva información, por lo que cambios en los precios de los valores son imprevisibles, siguiendo un camino aleatorio<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Otra definición de eficiencia es en base a las formas en que se puede clasificar.

Forma débil de la hipótesis de la eficiencia del mercado:

- No es posible hallar estrategias de inversión basadas en precios históricos de las acciones u otros datos financieros para lograr rendimientos que superen a los del mercado.
- La forma débil de la hipótesis implica que el análisis técnico no es útil.
- La mejor predicción para el valor de un activo mañana es utilizar el valor que tuvo hoy. El único factor que afecta a los precios es la llegada a los mercados de noticias desconocidas. Como se supone que las noticias ocurren aleatoriamente, el cambio de los precios también debe ser aleatorio.

Forma semifuerte de la hipótesis de la eficiencia del mercado:

- Los precios de los activos se ajustan instantáneamente a toda información que se hace pública y no puede lograrse un rendimiento superior al del mercado utilizando dicha información.
- La hipótesis semifuerte implica que las técnicas del análisis fundamental no serán capaces de lograr rendimientos superiores a los del mercado.

Forma fuerte de la hipótesis de la eficiencia del mercado:

- El precio de los activos refleja toda la información y nadie puede obtener un rendimiento superior al del mercado. La información privilegiada parece negar la hipótesis fuerte. Estudios en el mercado de EE. UU. han demostrado que especular utilizando este tipo de información es habitual. No obstante, el seguimiento que los inversores que no poseen dicha información hacen de los que si la poseen reduce el posible beneficio a obtener. El hecho de que algunos fondos de inversión consistentemente superen el rendimiento del mercado no invalida la hipótesis. Los resultados de los fondos siguen una distribución normal con fondos que superan, fondos que igualan y fondos que tienen un resultado inferior al del mercado.

([http://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis\\_de\\_eficiencia\\_de\\_los\\_mercados](http://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis_de_eficiencia_de_los_mercados))

Esta corriente pone énfasis en la racionalidad de los agentes económicos, tomando como base de cálculo para los precios de las acciones el valor presente de la corriente de dividendos futuros. Es así como se obtiene la siguiente fórmula:

**Ecuación 2-3: Valor presente de una acción.**

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DIV_t}{(1+r)^t}$$

Donde:

$P_0$  = Precio del activo en  $t=0$

$DIV_t$  = Dividendos esperados

$r$  = Tasa de rentabilidad esperada

La fórmula más general de esta corriente es:

**Ecuación 2-4: Fórmula general del valor presente de una acción.**

$$P_0 = \left[ \left( \sum_{s=t}^{\infty} \frac{Div_s}{(1+r)^{s-t}} \right) \middle| I_t \right]$$

$P_t$  = Precio esperado del activo

$E$  = Esperanza condicional

$DIV_s$  = Dividendos esperados

$r$  = Rentabilidad esperada

$I_t$  = conjunto de información disponible

La ecuación anterior tiene la misma interpretación que la primera, pero es la pieza central de los eficientistas.

Los supuestos de la corriente eficientista son los siguientes:

1. Todos los agentes económicos tienen acceso al mercado de capitales.
2. Ningún agente tiene suficiente poder para influir en la determinación del precio de las acciones.
3. El acceso al mercado es libre y no tiene costo.
4. en el mercado hay libre negociación de títulos.
5. La información relevante se encuentra libremente disponible.

Así, en un mercado eficiente todos los inversores tienen el mismo grado de información y, por tanto, las mismas posibilidades de ganar o perder. Además cuanto mayor es la eficiencia de un mercado. Menor es la probabilidad de obtener un beneficio extraordinario en la especulación bursátil.

Las corrientes ineficientistas plantean que las variaciones de los precios de los activos dependen de expectativas y conductas de corto plazo. Además distinguen entre inversionistas ordinarios y profesionales<sup>1</sup>.

Keynes (1977) postula que el comportamiento del mercado bursátil se ve afectado por factores psicológicos de los negocios y por las expectativas de las variables reales de la economía.

---

<sup>1</sup> Séller (1984) propone un modelo alternativo para los precios de los activos. En este modelo agrega a los inversionistas ordinarios, los cuáles reaccionan por la psicología de masas, haciendo que los precios varíen ante cambios en la moda, acontecer político, ciclo económico, política, entre otros factores.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1 Estimación de retornos relativos entre bonos y acciones.

El modelo planteado en la sección 2.1 se utilizará separándolo en dos procesos:

##### Modelo de largo plazo.

Esta estimación se realizará tomando en cuenta que en el equilibrio el precio de la acción depende de los dividendos esperados y de la tasa de interés, además los bonos del gobierno dependerán de la tasa de interés y de alguna variable por definir.

Como se planteó anteriormente, la serie a estimar es:

##### **Ecuación 3-1: Modelo de largo plazo.**

$$\Delta r_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_t + \alpha_2 i_t + \mu$$

Donde las variables fueron definidas anteriormente.

Luego de una revisión bibliográfica se seleccionarán variables que sirvan como entrada para los dividendos y la tasa de interés. Para testearlas se realizarán las pruebas estadísticas de raíces unitarias (Dickey-Fuller), cointegración (Johansen) para luego probar el comportamiento del error. Para este modelo se debe cumplir que los errores no estén autocorrelacionados, es decir:

$$E[\mu_i \cdot \mu_j] = 0$$
$$\forall i \neq j$$

Además los errores deben ser homocedásticos, es decir, que la varianza sea constante a través del tiempo. Para esto se realizan las pruebas de ARCH y White, además del test de normalidad de Jarque-Bera.

##### Modelo de corto plazo.

Una vez estimado el rezago de la ecuación de equilibrio se procede a la confección del modelo general, es decir, el siguiente:

### **Ecuación 3-2: Modelo de corto plazo.**

$$\Delta r_t = \alpha + \beta Z_{t-1} + \sum_{i=0}^p \Gamma \Delta X_{t-i} + \sum_{i=0}^q \Pi \Delta r_{t-i} + \varepsilon_t$$

Donde la variable Z es la anteriormente estimada y las X son variables macroeconómicas y de mercado que afectan las decisiones de los agentes y, por ende, a los retornos.

Para encontrar estas variables se realizará una revisión bibliográfica y un testeo estadístico, para discriminar las variables pertinentes y que puedan modelar los retornos relativos. Además, las variables utilizadas en el modelo de equilibrio también se incluyen dentro de éstas.

### **3.2 Obtención de las posiciones agregadas.**

Para obtener las posiciones agregadas de bonos y acciones se utilizará, de manera preliminar, la normalización simple de los resultados anteriormente obtenidos en base a la siguiente fórmula:

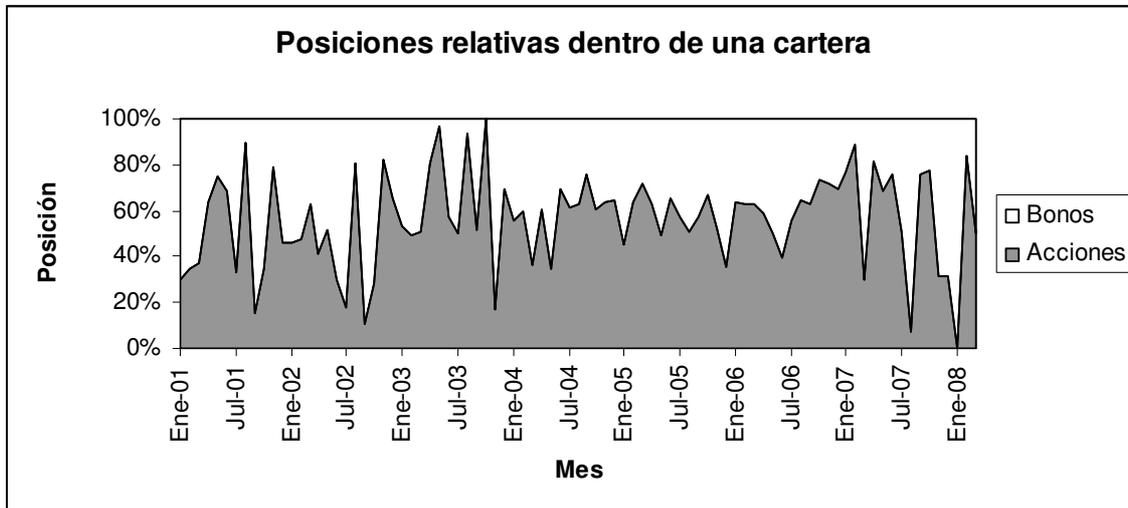
### **Ecuación 3-3: Normalización de los retornos relativos.**

$$\omega_t = \frac{\Delta r_t - \min(\Delta r_t)}{\max(\Delta r_t) - \min(\Delta r_t)}$$

Donde  $\Delta r_t$  corresponde al resultado de la estimación de la parte anterior.

La ecuación anterior normaliza los datos a valores ente 0 y 1, los cuales pueden ser interpretados como posiciones relativas. Para esto se realizará un análisis histórico de datos teniendo en cuenta posibles variaciones dependiendo del grado de ajuste de los datos, por ejemplo, se debe analizar que sucede cuando el retorno de acciones sea negativo y el de renta fija sea positivo; es posible liquidar todas las acciones para mantener sólo renta fija en la cartera, ya que hay casos en que las posiciones no serán 0% y 100% respectivamente.

**Figura 3-1: Posiciones históricas de bonos sobre acciones a partir de la normalización de los retornos relativos.**



Alternativamente se muestran en la Tabla 3-1 medidas adicionales para indicar señales de compra o venta<sup>1</sup> de activos:

**Tabla 3-1: Herramientas de análisis técnico.**

Técnica	Fórmula	Nomenclatura	Criterio
%K	$\%K = \frac{(U-B)}{(A-B)} * 100$	A: Precio más alto del período. B: Precio más bajo del período. U: Último precio de cierre del período.	Si %K > 80, entonces señal de venta. Si %K < 20, entonces señal de compra.
%R de Williams	$\%R = \frac{(U-B)}{(A-B)} * 100$	A: Precio más alto del período. B: Precio más bajo del período. U: Último precio de cierre del período.	Si %R > 80, entonces señal de compra. Si %R < 20, entonces señal de venta.
Momentum 7	$M7 = P_t - P_{t-7}$	$P_t$ : Último precio de cierre. $P_{t-7}$ : Precio de cierre de 7 días atrás.	Si M7 aumenta, entonces señal de compra. Si M7 disminuye, entonces señal de venta. Si M7 permanece constante, entonces puede haber cambio de tendencia.
Media Móvil 2 días	$MM2 = \frac{(P_t - P_{t-2})}{2}$	$P_t$ : Último precio de cierre. $P_{t-2}$ : Precio de cierre de 2 días atrás.	Si la serie de precios corta la MM2 de arriba hacia abajo, entonces vender. Si la serie de precios corta la MM2 de abajo hacia arriba, entonces comprar.

<sup>1</sup> Fuente: “Prediciendo Precios Accionarios en Mercados Turbulentos”, Antonino Parisi F.

Para utilizar las técnicas mencionadas se utilizarán los retornos relativos estimados en lugar de precios, por lo que una señal de venta indica vender renta variable y comprar renta fija.

Con las aplicaciones anteriores se procederá a la transformación de los retornos relativos a posiciones relativas.

### **3.3 Modelos alternativos.**

Se confeccionarán dos modelos de estimación de los retornos relativos entre acciones y bonos.

- a) Modelo en base a sorpresas del mercado: Modelo basado en el documento de trabajo del Banco Central de Chile "*Factores macroeconómicos en retornos accionarios chilenos*" se confecciona un modelo cuyas variables independientes son crecimiento e inflación diferenciadas según la expectativa sobre estas variables, además de la variación porcentual del precio del cobre y petróleo. Adicionalmente se agrega la variable TPM diferenciada sobre su valor esperado como complemento por el hecho de estimar retornos relativos, por lo cuál se espera que esta variable sea informativa del efecto de la renta fija, al poder ser considerada como el costo de oportunidad de la inversión en este tipo de activos.
- b) Modelo autorregresivo: Siguiendo la metodología Box-Jenkins se confecciona un modelo ARIMA( $p,d,q$ ). Esta cuenta con los siguientes pasos;
  1. Identificación de los valores adecuados de  $p$ ,  $d$  y  $q$ .
  2. Estimación de los coeficientes asociados a los términos autorregresivos y de media móvil incluidos en el modelo. Se realizará utilizando el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios.
  3. Verificación de diagnóstico, es decir, ver si el modelo seleccionado se ajusta de manera razonable a los datos. Se puede identificar mediante la comprobación de la estacionalidad del error de estimación.
  4. Predicción del modelo resultante.

Finalmente se ponderan los modelos con el de corto plazo a través de una minimización del error cuadrático medio de las estimaciones agregadas.

### **3.4 Selección de una cartera modelo y comparación de rendimientos.**

Se compararán las posiciones y rendimientos con los de tres fondos de la Administradora. En general los fondos comparables en cuanto a la gestión activa utilizan activos internacionales, por lo que se aplicará Mínimos Cuadrados Ordinarios para estimar

las posiciones relativas entre acciones y bonos a partir del IPSA y el índice de renta fija<sup>1</sup>. Con esto se comparará el retorno estimado del fondo con el entregado por el modelo planteado.

$$r_c = \omega_{cIPSA} \cdot r_{IPSA} + \omega_{cRF} \cdot r_{RF} + \mathcal{E}_c$$

$$MCO \Rightarrow \tilde{r}_c$$

Donde:

$r_c$  es el retorno de la cartera de comparación.

$\omega_{cIPSA}$  es la posición de renta variable a estimar.

$\omega_{cRF}$  es la posición de renta fija a estimar.

$r_{IPSA}$  es el retorno del IPSA.

$r_{RF}$  es el retorno de la renta fija.

Este retorno se comparará con los resultados del modelo desarrollado en este trabajo, el cual se corregirá mediante una ponderación con los modelos alternativos y así mejorar la estimación.

---

<sup>1</sup> LVAXG5 de Larraín Vial.

## 4. RETORNOS RELATIVOS.

### 4.1 Tratamiento de la variable dependiente.

Al considerar la diferencia entre el retorno de la renta variable y fija (en adelante retorno relativo) se debe considerar el factor riesgo, pues un retorno relativo positivo se puede deber a factores como:

- Aumento en el retorno de las acciones.
- Disminución del retorno de los bonos.
- Disminución en el riesgo de las acciones.
- Aumento en el riesgo de la renta fija.

Los datos de la variable dependiente se tratan como retornos logarítmicos con distintas longitudes de rezago.

#### Ecuación 4-1: Retorno logarítmico.

$$r_{t,T} = \ln(P_t/P_{t-T})$$

Donde:

$P_t$  = Precio de cierre del día t.  
T = 15, 30, 60.

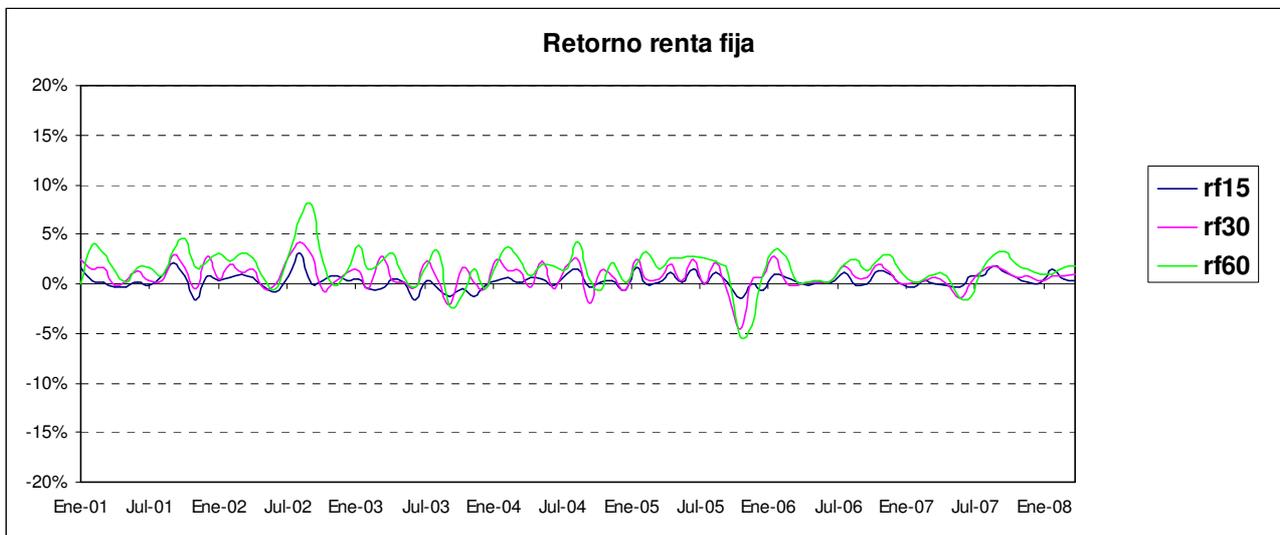
#### Ecuación 4-2: Retorno relativo.

$$Rrel_{t,T} = rv_{t,T} - rf_{t,T}$$

Se denota rf como retorno de la renta fija y rv como variable, por ejemplo,  $rf_{t,15}$  corresponde al retorno de la renta fija en base 15 días en el instante t.

Las observaciones son mensuales, específicamente tomadas el último día del mes. Esto se debe a que la periodicidad de la mayoría de las variables que se consideran explicativas del retorno relativo son mensuales. Además se considera una manera de suavizar la curva de retorno, disminuyendo el “ruido” en las observaciones, dado que al observar los datos diarios en la Figura 4-1 se puede apreciar la alta volatilidad (en este caso de la renta fija).

Figura 4-1: Retorno de 15, 30 y 60 días de la renta fija.



Al observar la Figura 4-2 y la Figura 4-3 se puede apreciar la alta correlación entre el retorno de la renta fija y el retorno relativo, esto se debe a que los rangos de variación de la renta variable son mucho más amplios que los de la renta fija, por lo cual estos últimos son absorbidos por la renta variable al tomar la diferencia relativa entre ambos.

Figura 4-2: Retorno mensual renta variable y relativo.

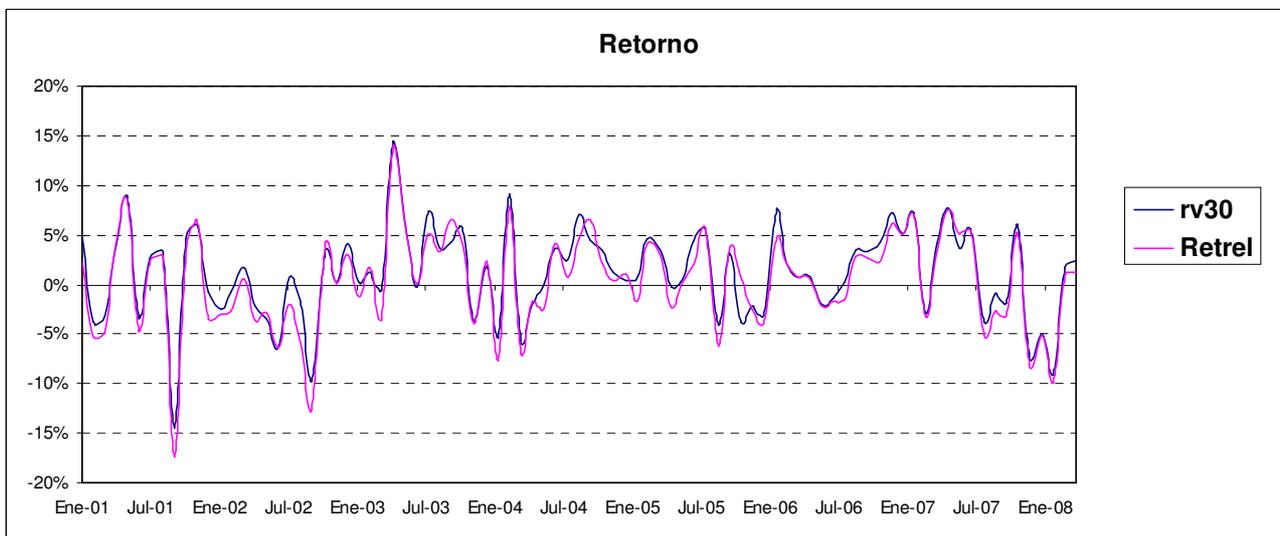
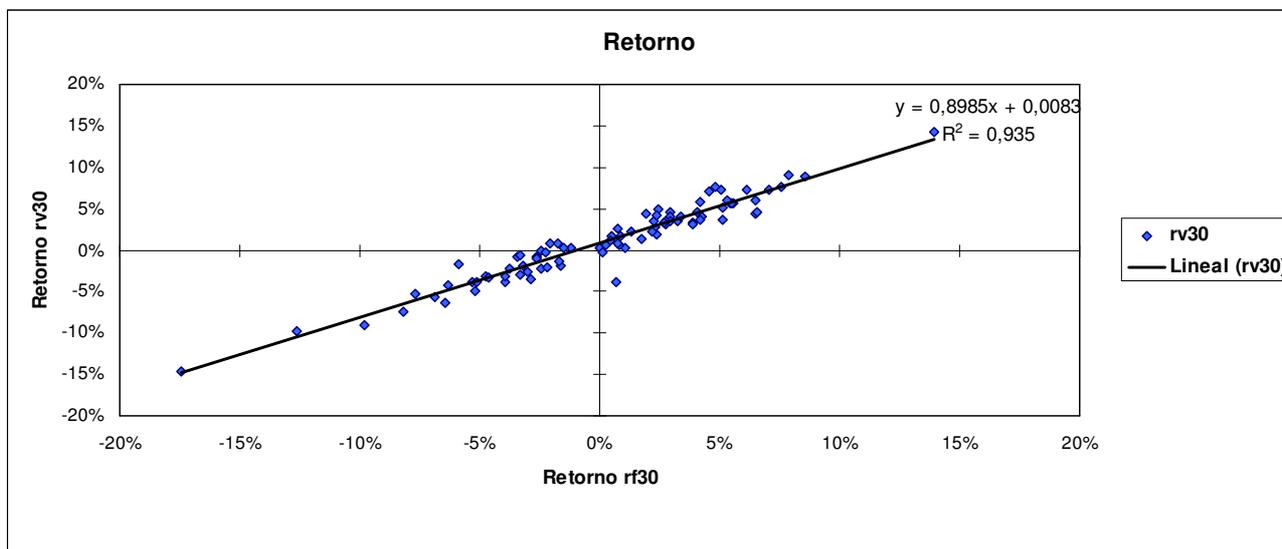


Figura 4-3: Renta variable versus retorno relativo.



Se hace necesario aplicar una corrección por riesgo, para así obtener magnitudes comparables. Esta corrección se realiza utilizando la siguiente fórmula:

**Ecuación 4-3: Retorno corregido por riesgo<sup>1</sup>.**

$$r_{t,T} = \frac{\ln(P_t/P_{t-T})}{\sigma_{P_t \in \theta_{t,T}} \cdot \sqrt{n_{\theta_{t,T}}}}$$

$$\theta_{t-T} = \{P_t, P_{t-1}, \dots, P_{t-T}\}$$

$$n_{\theta_{t,T}} = \text{Dim}_{\theta_{t,T}}$$

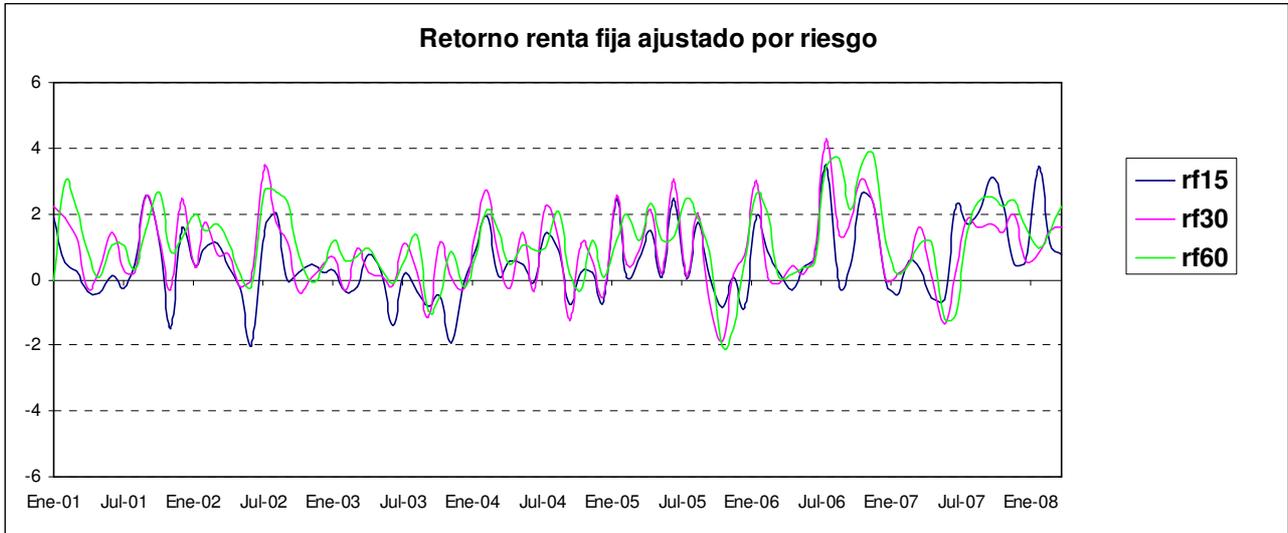
$$T \in \{15, 30, 60\}$$

La corrección por riesgo, en este caso tomado como la desviación estándar de la variable retorno, permite construir el retorno relativo según la diferencia entre la renta variable y fija incorporando los efectos de ambas en la composición. Al tener magnitudes comparables, la construcción del retorno relativo hace que sus variaciones sean explicativas de cambios en los rendimientos reales de una clase de activos respecto a la otra.

En la Figura 4-4 y Figura 4-5 se puede ver que los rangos de los retornos de la renta fija y variable tienen magnitudes similares, lo que hace sus retornos comparables.

<sup>1</sup> Rodrigo Alfaro y Carmen Gloria Silva, en el documento de trabajo del Banco Central “Medidas de volatilidad de índices accionarios: El caso del IPSA”, muestran en su análisis empírico que en períodos de turbulencias las series se alejan de sus parámetros históricos haciendo relevante sólo la información de más corto plazo

**Figura 4-4: Renta fija ajustada por riesgo.**



**Figura 4-5: Renta variable ajustada por riesgo.**

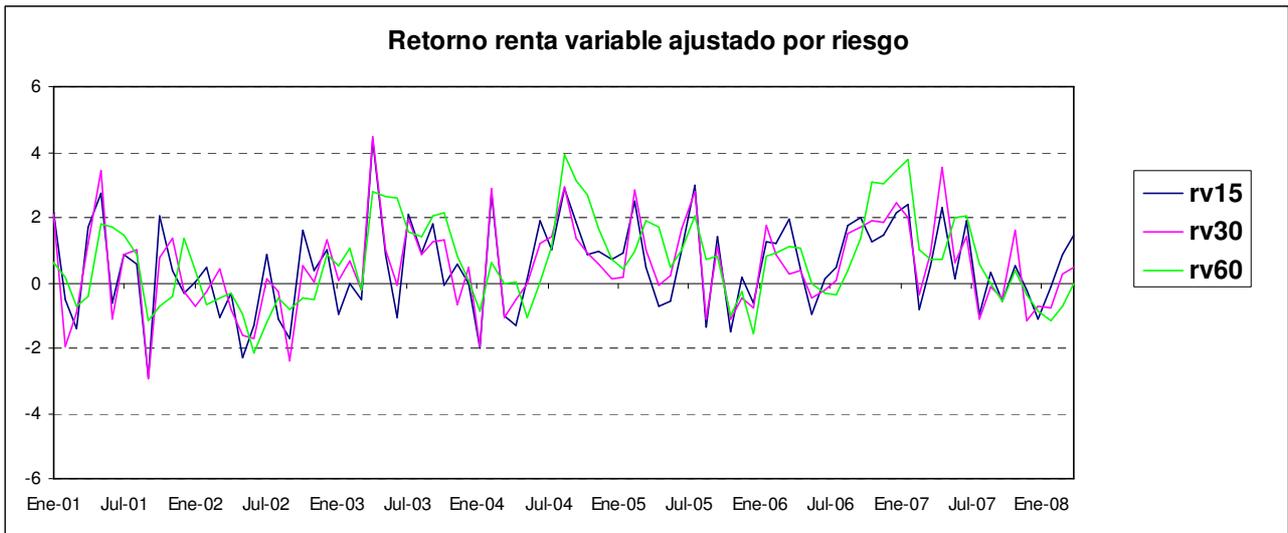
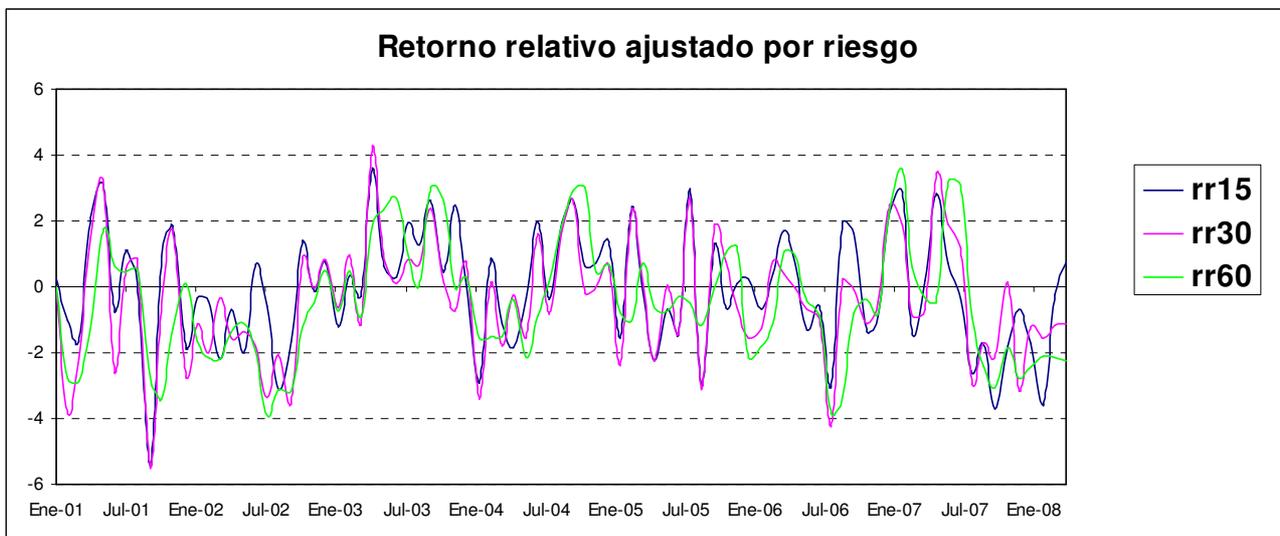
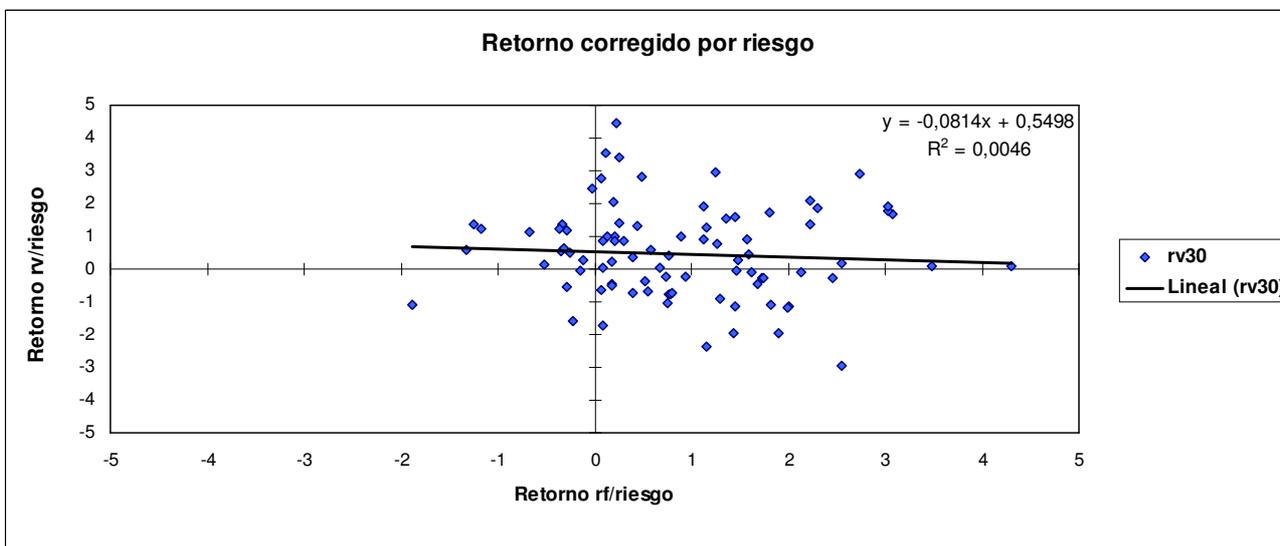


Figura 4-6: Retornos relativos mensuales de 15, 30 y 60 días (de rezago).



El retorno relativo posee una baja correlación con la renta variable, como se muestra en la Figura 4-7, así se eliminó el sesgo que podría haber afectado al modelo por el hecho de estar estimando sólo la renta variable, ya que el efecto de la renta fija resultaba ser casi nulo.

Figura 4-7: Renta variable versus retorno relativo ajustado por riesgo.



Finalmente, como se mencionó con anterioridad, se escoge rr30 dado que la periodicidad de las variables independientes es mensual y que la volatilidad de corto plazo explica de mejor manera las situación actual de los retornos y el comportamiento del mercado en general en cuanto a las decisiones de inversión.

## 4.2 Selección de variables.

A través de una investigación bibliográfica se seleccionan las variables que se utilizan en los modelos de predicción, a pesar de no encontrar trabajos que traten de estimación de retornos relativos ni de decisiones de inversión a partir de la estimación de posiciones agregadas de instrumentos de renta fija y variable dentro de carteras balanceadas, se tomó información de estudios enfocados a la predicción de retornos accionarios y de activos en general, considerando que la decisión a tomar es adquirir un tipo de activo en desmedro de otro, por lo que una caída en las acciones podría indicar la adquisición de renta fija y viceversa.

Entre los modelos de predicción basados en fundamentos teóricos se incluyen modelos de valor presente neto y de variables macroeconómicas fundamentales para el pronóstico de rendimiento de los índices bursátiles. Tanto las corrientes eficientistas e ineficientistas se encargan de realizar estimaciones para así encontrar el origen de la variación de los retornos esperados de un activo. Los primeros postulan que las variaciones se deben al carácter racional de los agentes y los últimos dicen que se debe a aspectos psicológicos irracionales. Sin embargo, ambas aceptan la predictibilidad del mercado bursátil, concluyendo en general que las variables más explicativas de los retornos de los activos son del tipo razones financieras, tasas de interés y macroeconómicas.

**Tabla 4-1: Revisión bibliográfica.**

<b>Autores</b>	<b>Variable dependiente</b>	<b>Variables explicativas</b>
Shiller (1981 y 1984) y Summers (1986).	Rendimientos esperados.	Volatilidad, modas, burbujas especulativas y sobrerreacciones del mercado.
Fama (1991).	Rendimientos esperados.	Consumo, inversión y ahorro. Volatilidad (riesgo).
Grossman y Shiller (1981).	Precios de los activos.	Consumo y la tasa de interés real.
Balvers, Cosimano y McDonald (1990).	Variabilidad intertemporal de los rendimientos.	Producto del período corriente y sus rezagos.

<b>Autores</b>	<b>Variable dependiente</b>	<b>Variabes explicativas</b>
Chen, Roll y Ross (1986).	Dividendos y tasa de descuento de un activo.	Diferencial de la tasa de interés, la inflación no esperada, la producción industrial y los precios del petróleo.
Bekaert y Hodgrik (1992).	Rendimiento en exceso de los activos.	Dividendos, el rendimiento futuro en el mercado de cambios extranjero y los rendimientos en exceso rezagados.
Goetzman y Jorion (1993).	Rendimientos de los activos.	Dividendos.
Kothari y Shanken (1997).	Rendimientos de los activos.	Razón financiera valor en libros/valor de mercado (L/M).
Rantiff y Scholl (1998).	Rendimientos de los activos.	L/M, diferencias en la tasa de interés de corto plazo; la tasa de interés de corto y largo plazo y la diferencia entre la tasa corporativa; y la tasa libre de riesgo.
Tono y Veronesi (2001).	Variación en los rendimientos esperados.	Razón ingreso laboral a consumo.
Rodrigo Fuentes, Jorge Gregoire y Salvador Zurita (2005).	IGPA (Índice general de precios de acciones).	Inflación, tasa de crecimiento de la economía, precio del cobre y precio del petróleo.
Basilio Sanz, Pedro Pérez, Mariano Matilla y Pablo Rayego.	IGBM (Índice general de la bolsa de Madrid).	Actividad económica.
Antonino Parisi.	IPSA.	Rezagos del IPSA, Dow Jones, tipo de cambio, Bovespa y Nikkei.
Fama y French (1988).	Rendimientos esperados.	Razones Precio/Utilidad y Precio/Valor Libro, valor de mercado y tasas de interés.

<b>Autores</b>	<b>Variable dependiente</b>	<b>Variabes explicativas</b>
Nelson y Kim (1993).	Rendimientos esperados.	Índice de la producción industrial.

Además, siguiendo la línea de trabajos de investigación matemática de comportamiento del mercado bursátil se encuentra a Salas (2003), quien analiza la linealidad de los índices bursátiles de 15 países, concluyendo que en la mayoría de éstos pueden modelar los índices de manera forma lineal.

Tomando las variables mencionadas, se seleccionan las que se pueden obtener libremente en el mercado nacional o mediante la empresa estudiada, obteniéndose las siguientes variables para aplicar en los modelos de estimación y pronóstico de este trabajo:

**Tabla 4-2: Variables del modelo de largo plazo.**

<b>MODELO DE LARGO PLAZO</b>			
<b>Variable</b>	<b>Variable explicativa</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Fuente</b>
Dividendos	Dividendos entregados Empresas IPSA	DIV	SVS <sup>1</sup>
Razones financieras	Precio/Utilidad Empresas IPSA	PU	SVS
	Dividendo/Utilidad Empresas IPSA	DU	Construcción a partir de datos de la SVS
	Dividendo/Patrimonio bursátil Empresas IPSA	DP	Construcción a partir de datos de la SVS
Tasa de corto plazo	Tasa de interés promedio del sistema financiero	TIP	Banco Central
	Tasa de política monetaria	TPM	Banco Central
Tasa de largo plazo	Tasa de colocación del Pagaré Descontable del Banco Central a 90 días	PDBC90	Banco Central
Valor de mercado	Patrimonio bursátil de Empresas IPSA	PB	SVS

<sup>1</sup> Superintendencia de Valores y Seguros.

**Tabla 4-3: Variables del modelo de corto plazo.**

<b>MODELO DE CORTO PLAZO</b>			
<b>Variable</b>	<b>Variable explicativa</b>	<b>Nomenclatura</b>	<b>Fuente</b>
Actividad económica	Índice mensual de actividad económica	IMACEC	Bloomberg
	Índice de la producción industrial	PRON_IND	Bloomberg (CHIPYOY Index)
Commodities	Cobre (Generic 1st 'HG' Future)	COBRE	Bloomberg (HG1 Comdty)
	Petróleo (Generic 1st 'CL' Future)	PETRO	Bloomberg (CL1 Comdty)
Consumo	Índice de precios al consumidos	IPC	Bloomberg
Índice internacional de acciones	Dow Jones	IDJ	Yahoo finanzas
Tasa de corto plazo	Tasa de interés promedio del sistema financiero.	TIP	Banco Central
	Tasa de política monetaria	TPM	Banco Central
Tasa de largo plazo	Tasa de colocación del Pagaré Descontable del Banco Central a 90 días.	PDBC90	Banco Central
Tipo de Cambio	Dólar observado	DOLAR	Banco Central
Volatilidad (riesgo)	Volatilidad implícita	VIX	Bloomberg
	Spread soberano	SSOB	Banco Central
	Reservas internacionales del Banco Central <sup>1</sup>	RES	Banco Central

Además, en el modelo de corto plazo se pueden utilizar las variables de largo plazo.

<sup>1</sup> A mayores reservas internacionales se genera una mayor confianza ente los inversionistas financieros, lo que aumenta la inversión en el país, por lo que se puede tomar como un indicador de riesgo de mercado.

### 4.3 Modelo de ajuste de largo plazo.

Como se ha mencionado, en el largo plazo los activos de renta variable se comportan según la fórmula:

$$P_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{DIV_t}{(1+i)^t}$$

Suponiendo que la corriente de dividendos en el equilibrio es constante, la fórmula anterior se puede interpretar como una perpetuidad:

$$P = \frac{E(DIV)}{i}$$

Aplicando logaritmo natural se obtiene:

$$\ln(P) = \ln(E(DIV)) - \ln(i)$$

Al diferenciar y escribir como serie de tiempo se obtiene la ecuación de retornos relativos:

$$\Delta r_t = \alpha_0 + \alpha_1 D_t + \alpha_2 i_t + \mu$$

Con  $\Delta r_t = \ln(IPSA_t / IPSA_{t-1}) - \ln(Rf_t / Rf_{t-1})$ , retorno relativo (logarítmico).

$D_t$  variación logarítmica de los dividendos esperados.

$i_t$  variación logarítmica de la tasa de interés.

$\mu$  término de error aleatorio.

Se modeló con datos mensuales desde Enero de 2001 hasta Junio de 2007.

### 4.3.1 Análisis del modelo de largo plazo.

El modelo de largo plazo se utiliza como una medida de ajuste al equilibrio de la variable dependiente en términos de su error, por esto se debe encontrar una serie cuyo factor aleatorio sea estacionario. A continuación se presenta la serie de pasos para obtener un modelo que se ajuste a las necesidades mencionadas.

El primer paso para la selección de variables es el análisis de las correlaciones entre las mismas y la variable dependiente, de manera de obtener un modelo explicativo, cuyo error sea mínimo.

**Tabla 4-4: Correlaciones.**

	Rrel	ln(PB)	ln(DU)	ln(DIV)	ln(DP)	ln(PU)	ln(TIP)	ln(TPM)	ln(PDBC90)
Rrel	1,00								
ln(PB)	0,25	1,00							
ln(DU)	0,15	0,10	1,00						
ln(DIV)	0,18	0,31	0,97	1,00					
ln(DP)	0,11	0,02	0,99	0,96	1,00				
ln(PU)	0,35	0,52	0,21	0,23	0,08	1,00			
ln(TIP)	-0,02	0,10	-0,14	-0,04	-0,08	-0,34	1,00		
ln(TPM)	-0,13	0,12	-0,14	-0,02	-0,06	-0,49	0,77	1,00	
ln(PDBC90)	-0,09	-0,04	-0,13	-0,05	-0,04	-0,48	0,80	0,90	1,00

Se observa en la Tabla 4-4 que las variables que poseen una mayor correlación con la variable dependiente son Patrimonio Bursátil (PB) y Precio-Utilidad (PU) (como variables de dividendo), sin embargo se debe testear la estacionalidad para identificar si es necesario diferenciar las variables en base a la presencia de raíces unitarias.

A continuación se modelan las variables en base a una constante, la variable rezagada en un período y una tendencia según se explicita en la Ecuación 4-4. Los resultados se muestran en la Tabla 4-5, donde se puede observar que la variable Rrel posee una constante significativa, por lo que se debe probar si es estacionaria alrededor de una constante. La variable ln(PB) posee el coeficiente del rezago significativo y cercano a uno, por lo que se espera que posea una raíz unitaria.

**Ecuación 4-4: Estacionalidad.**

$$X_t = c + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + \varepsilon_t$$

**Tabla 4-5: Regresiones con variables exógenas.**

	Rrel	ln (PB)	ln (DU)	ln (DIV)	ln (DP)	ln (PU)	ln (TIP)	ln (TPM)	ln (PDBC90)
Constante	-1,0000	1,0875	1,4631	11,7610	-6,8370	0,7560	-1,2040	-0,1990	-0,2590
<i>Estadístico t</i>	(-1,99)	(1,434)	(5,453)	(8,523)	(-7,84)	(2,940)	(-1,82)	(-1,35)	(-1,52)
Rezago Variable Dependiente	-0,0330	0,9367	-0,0640	-0,0760	-0,0920	0,7407	0,5188	0,9704	0,9626
<i>Estadístico t</i>	(-0,31)	(21,26)	(-0,48)	(-0,60)	(-0,71)	(8,561)	(1,843)	(41,39)	(31,36)
Tendencia	0,01886	0,00133	0,00533	0,01759	0,00063	0,00070	0,00091	0,00069	0,00093
<i>Estadístico t</i>	(1,819)	(1,889)	(0,894)	(2,716)	(0,112)	(1,897)	(0,375)	(1,052)	(2,274)
R <sup>2</sup> Ajustado	0,022	0,991	-0,010	0,065	-0,010	0,652	0,254	0,943	0,946
Error Estándar de la Regresión	1,864	0,034	1,213	1,211	1,202	0,070	0,452	0,090	0,102
Estadístico D.W.	1,94	1,80	1,95	1,95	1,95	1,82	2,39	1,50	1,81

A continuación se procede a aplicar la prueba de raíces unitarias Dickey-Fuller aumentado, incluyendo como variables exógenas un intercepto (constante), tendencia, ambas o ninguna según corresponda en base a los resultados de la Tabla 4-5.

**Tabla 4-6: Pruebas Dickey-Fuller Aumentado.**

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
Rrel	***-8,5273	***-8,5553
ln(PB)	1,3868	1,19214
ln(DU)	-1,5445	***-9,3652
ln(DIV)	-2,0857	***-10,177
ln(DP)	-2,3775	***-13,400
ln(PU)	*-2,8240	*-2,8240
ln(TIP)	-1,9616	***-5,2819
ln(TPM)	-1,2932	-1,3757
ln(PDBC90)	-1,5131	-1,4444

\*(\*\*)[\*\*\*] Valor crítico al 0%(5%)[1%].

En la Tabla 4-6 se observa que sólo la variable dependiente es estacionaria, es decir, no posee raíces unitarias. Dado esto, es necesario diferenciar las variables independientes para que no se produzca el fenómeno de la regresión espuria<sup>1</sup>.

Al observar las correlaciones de la Tabla 4-7 se concluye que efectivamente las variables Patrimonio Bursátil (PB) y Precio-Utilidad (PU) poseen una mayor correlación con la variable dependiente, pero tomadas como diferencias de logaritmo.

<sup>1</sup> Ver ANEXO F.

**Tabla 4-7; Correlaciones con las variables independientes diferenciadas.**

	$\Delta R_{rel}$	$\Delta \ln$ (PB)	$\Delta \ln$ (DU)	$\Delta \ln$ (DIV)	$\Delta \ln$ (DP)	$\Delta \ln$ (PU)	$\Delta \ln$ (TIP)	$\Delta \ln$ (TPM)	$\Delta \ln$ (PDBC90)
Rrel	1,00								
$\Delta \ln$ (PB)	0,74	1,00							
$\Delta \ln$ (DU)	0,01	-0,04	1,00						
$\Delta \ln$ (DIV)	0,02	-0,03	0,99	1,00					
$\Delta \ln$ (DP)	0,01	-0,05	0,99	1,00	1,00				
$\Delta \ln$ (PU)	0,30	0,30	-0,05	-0,08	-0,08	1,00			
$\Delta \ln$ (TIP)	0,12	0,06	-0,14	-0,14	-0,14	0,07	1,00		
$\Delta \ln$ (TPM)	0,24	0,16	-0,21	-0,20	-0,20	-0,10	0,18	1,00	
$\Delta \ln$ (PDBC90)	0,35	0,11	-0,11	-0,11	-0,11	0,002	0,53	0,51	1,00

Existe una correlación del 30% entre las variables de diferencias logarítmicas de PB y PU, por lo que no se utilizarán ambas en una misma ecuación de largo plazo. Así se evita que el modelo se encuentre demasiado ajustado y se posibilita la aplicación de Mínimos Cuadrados Ordinarios.

Las variables de tasa de interés que poseen mayor correlación con la variable dependiente son la Tasa Política Monetaria mensualizada<sup>1</sup> (TPM) y la tasa de colocación del Pagaré Descontable del Banco Central a 90 días mensualizada (PDBC90).

La generación de ecuaciones se muestra en la Tabla 4-8 y Tabla 4-9. Se utilizaron todas las combinaciones de variables de tasa junto con PU u PB respectivamente.

Para probar la significancia estadística de los coeficientes se analizan los estadísticos t y F de las regresiones. El estadístico-t propone como hipótesis nula que el coeficiente asignado a la variable en cuestión es igual a cero, por lo que se debe rechazar ésta para probar la significancia del coeficiente asignado a dicha variable. El Estadístico-F proviene de una prueba conjunta o prueba de significancia global, la cual posee como hipótesis nula que todos los coeficientes de la regresión son iguales a cero.

Como primer criterio de selección se preseleccionaron las ecuaciones que poseen la totalidad de sus coeficientes con significancia estadística, esta se puede ver en el estadístico-t mostrado bajo cada variable, pues al ser mayor al valor crítico 1,96 (en valor absoluto) se tiene que el coeficiente es significativo. Los resultados se muestran en la Tabla 4-10.

<sup>1</sup> Para mensualizar las tasas se utiliza la siguiente fórmula:  $(1 + r_{anual}) = (1 + r_{mensual})^{12}$

**Tabla 4-8: Ecuaciones iniciales con PU.**

	Ec.1	Ec.2	Ec.3	Ec.4	Ec.5	Ec.6	Ec.7
C	-0,279	-0,285	-0,237	-0,284	-0,231	-0,247	-0,241
<i>Estadístico t</i>	-(1,208)	-(1,305)	-(1,187)	-(1,295)	-(1,164)	-(1,211)	-(1,185)
$\Delta \ln(\text{PU})$	7,315	8,203	7,471	8,092	7,676	7,811	7,961
<i>Estadístico t</i>	(2,134)	(2,321)	(2,241)	(2,264)	(2,295)	(2,227)	(2,266)
$\Delta \ln(\text{TIP})$	0,362			0,182	-0,436		-0,387
<i>Estadístico t</i>	(2,171)			(0,771)	-(2,183)		-(1,783)
$\Delta \ln(\text{TPM})$		5,611		5,419		2,646	2,401
<i>Estadístico t</i>		(3,562)		(3,437)		(2,455)	(2,099)
$\Delta \ln(\text{PDBC90})$			6,217		7,350	5,048	6,161
<i>Estadístico t</i>			(5,868)		(5,508)	(3,924)	(3,788)
R <sup>2</sup>	0,097	0,161	0,207	0,163	0,217	0,219	0,227
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,073	0,138	0,186	0,129	0,185	0,187	0,184
Error estándar	1,816	1,751	1,702	1,760	1,702	1,700	1,703
Suma error cuadrático	243,938	226,783	214,292	226,146	211,563	211,037	208,919
Estadístico D-W	1,833	1,800	1,976	1,830	1,925	1,935	1,891
Akaike	4,069	3,996	3,939	4,019	3,952	3,950	3,966
Schwarz	4,160	4,087	4,031	4,141	4,074	4,072	4,118
Estadístico F	3,991	7,092	9,662	4,746	6,750	6,827	5,284
<i>Probabilidad</i>	0,023	0,002	0,000	0,004	0,000	0,000	0,001

**Tabla 4-9: Ecuaciones iniciales con PB.**

	Ec.1	Ec.2	Ec.3	Ec.4	Ec.5	Ec.6	Ec.7
C	-0,845	-0,835	-0,792	-0,832	-0,787	-0,792	-0,787
<i>Estadístico t</i>	-(6,160)	-(6,271)	-(5,924)	-(6,222)	-(5,811)	-(5,882)	-(5,767)
$\Delta \ln(\text{PB})$	39,471	38,660	38,113	38,567	38,110	38,182	38,241
<i>Estadístico t</i>	(11,511)	(10,570)	(10,646)	(10,690)	(10,435)	(10,514)	(10,306)
$\Delta \ln(\text{TIP})$	0,276			0,205	-0,329		-0,340
<i>Estadístico t</i>	(1,841)			(1,110)	-(1,437)		-(1,451)
$\Delta \ln(\text{TPM})$		2,558		2,358		-0,260	-0,494
<i>Estadístico t</i>		(1,672)		(1,570)		-(0,338)	-(0,612)
$\Delta \ln(\text{PDBC90})$			4,790		5,644	4,903	5,886
<i>Estadístico t</i>			(6,097)		(5,464)	(5,657)	(5,048)
R <sup>2</sup>	0,557	0,567	0,622	0,570	0,628	0,622	0,628
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,545	0,555	0,612	0,552	0,612	0,606	0,607
Error estándar	1,271	1,258	1,175	1,262	1,174	1,183	1,182
Suma error cuadrático	119,598	117,071	102,208	116,257	100,650	102,176	100,538
Estadístico D-W	2,149	2,205	2,168	2,221	2,118	2,163	2,108
Akaike	3,356	3,335	3,199	3,354	3,210	3,225	3,234
Schwarz	3,447	3,426	3,290	3,476	3,331	3,346	3,387
Estadístico F	46,607	48,412	60,833	32,231	41,003	40,027	30,385
<i>Probabilidad</i>	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

**Tabla 4-10: Ecuaciones preseleccionadas.**

	Ec.1	Ec.2	Ec.3	Ec.4	Ec.5	Ec.6
C						-0,792
<i>Estadístico t</i>						-(5,924)
$\Delta \ln(\text{PB})$						38,113
<i>Estadístico t</i>						(10,646)
$\Delta \ln(\text{PU})$	7,140	8,023	7,324	7,541	7,638	
<i>Estadístico t</i>	(2,073)	(2,285)	(2,201)	(2,261)	(2,203)	
$\Delta \ln(\text{TIP})$	0,367			-0,453		
<i>Estadístico t</i>	(2,164)			-(2,185)		
$\Delta \ln(\text{TPM})$		5,587			2,491	
<i>Estadístico t</i>		(2,904)			(2,181)	
$\Delta \ln(\text{PDBC90})$			6,370	7,543	5,276	4,790
<i>Estadístico t</i>			(5,340)	(5,033)	(4,098)	(6,097)
R <sup>2</sup>	0,075	0,138	0,191	0,202	0,202	0,622
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,063	0,126	0,180	0,180	0,180	0,612
Error estándar	1,825	1,763	1,707	1,707	1,707	1,175
Suma error cuadrático	249,927	233,017	218,592	215,650	215,699	102,208
Akaike	4,067	3,997	3,933	3,946	3,946	3,199
Schwarz	4,128	4,058	3,994	4,037	4,037	3,290
Estadístico D-W	1,793	1,754	1,943	1,892	1,902	2,168
Estadístico F	3,991	7,092	9,662	6,750	6,827	60,833
<i>Probabilidad</i>	0,023	0,002	0,000	0,000	0,000	0,000

Al analizar los estadísticos de las regresiones se observa que la Ec.6 posee un mayor R<sup>2</sup>, lo que indica un mayor ajuste del resultado de la regresión a los valores de la variable dependiente. Además posee el menor error cuadrático medio.

Las regresiones que contienen PU poseen un menor R<sup>2</sup>, por lo cuál el error se encuentra altamente correlacionado con la variable dependiente. Esto indica que toda la información del retorno relativo se explica por el error de la estimación, lo cual implica que la estimación es insuficiente.

Por lo tanto la ecuación resultante del modelo de largo plazo es la siguiente:

**Ecuación 4-5<sup>1</sup>: Modelo de largo plazo.**

$$Y_t = -0,792 + 38,113 \cdot \Delta \ln(PB_t) + 4,79 \cdot \Delta \ln(PDBC90 m_t) + \varepsilon_t$$

-(5,924)
(10,646)
(6,097)

Donde el error  $\varepsilon_t$  corresponde a la variable  $Z_t$  que se utilizará en el modelo de corto plazo.

<sup>1</sup> Corresponde a Ec.6 de la Tabla 4-10.

Destaca la alta relación explicativa del patrimonio bursátil, la cual indica que un alza de este valor implica un mejor rendimiento de las acciones respecto a los bonos, por lo que la inversión bursátil se centraría en los instrumentos de renta variable.

#### 4.3.2 Análisis del error.

Según lo planteado en la definición del modelo, la variable  $Z_t$  correspondiente al error de largo plazo debe ser estacionaria. Para esto se probará que es ruido blanco<sup>1</sup>.

En la Tabla 4-11 se observa que el test de Jarque-Bera indica que se acepta la hipótesis nula de normalidad del error de largo plazo con un 95% de confianza. Además el error tiene media cercana a cero, solo queda probar que es estacionario y que posee varianza constante (homocedástico). A modo de ilustración se muestra el histograma del error de largo plazo en la Figura 4-8.

**Tabla 4-11: Estadísticos del error de largo plazo.**

	<i>error_lp</i>
Media	-1,83E-16
Mediana	0,080
Máximo	2,362
Mínimo	-3,844
Desviación estándar	1,160
Asimetría	-0,516
Curtosis	3,305
Jarque-Bera	3,712
Probabilidad	0,156

Se puede concluir que el error es un ruido blanco estacionario, el cual se puede utilizar en el modelo de corto plazo como variable explicativa de los retornos relativos.

---

<sup>1</sup> Término aleatorio no correlacionado con media cero y varianza constante.

Figura 4-8: Histograma del error de largo plazo.

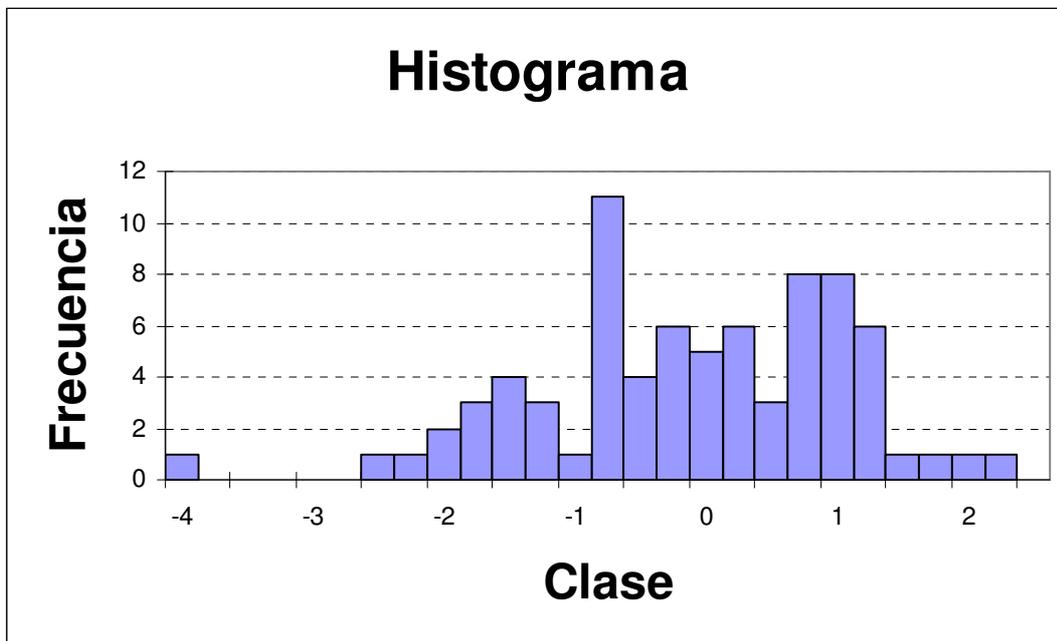


Tabla 4-12: Evaluación econométrica del error de largo plazo.

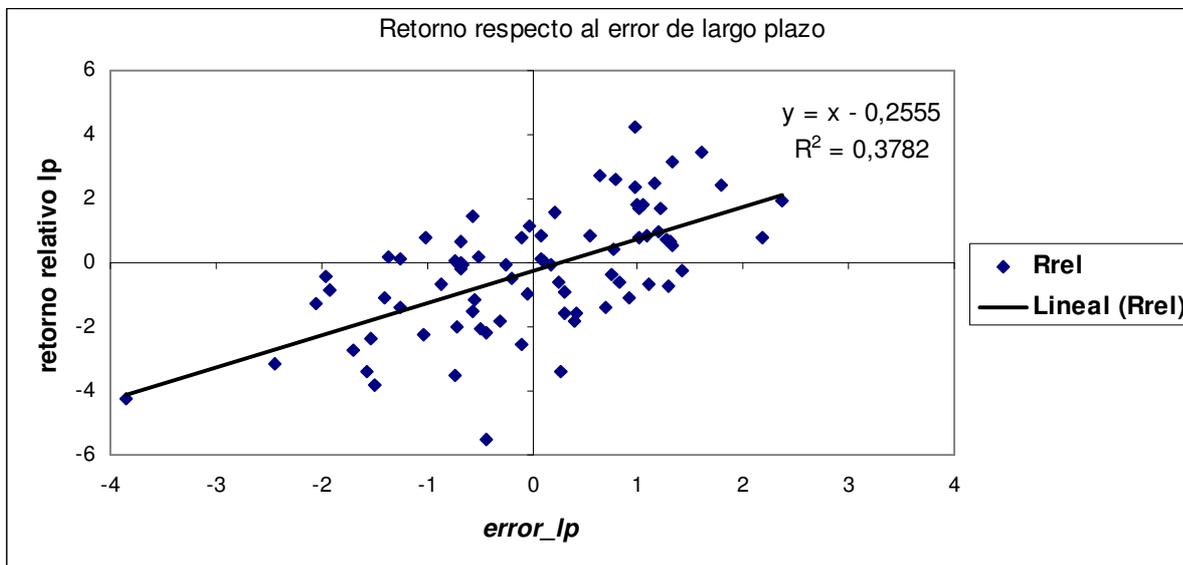
Prueba	Autocorrelación	Heterocedasticidad			Forma Funcional
	Autocorrelación	ARCH	White	White <sup>1</sup>	RESET
Estadístico F	0,595	1,089	0,618	1,151	0,033
Probabilidad	0,554	0,300	0,651	0,342	0,856

La evaluación econométrica del error indica que no presenta autocorrelación, es homocedástico y presenta una forma funcional correcta.

Además el error no posee una excesiva correlación con la variable dependiente, por lo cual el modelo es un buen predictor del comportamiento del retorno relativo.

<sup>1</sup> Corresponde al test White con términos cruzados.

Figura 4-9: Dispersión del retorno relativo sobre el error del modelo de largo plazo.



A continuación se muestran las pruebas de estacionalidad realizadas sobre el error, al igual que en la Tabla 4-5. Luego se presenta la prueba ADF<sup>1</sup>, la cual prueba la no existencia de raíces unitarias.

Tabla 4-13: Estacionalidad del error de largo plazo.

	<i>error_lp</i>
Constante	0,0914
<i>Estadístico t</i>	+'(0,436)
Rezago Variable Dependiente	-0,094
<i>Estadístico t</i>	+ '(-0,95)
Tendencia	-0,00181
<i>Estadístico t</i>	+ '(-0,26)
R <sup>2</sup> Ajustado	-0,01
Error Estándar de la Regresión	1,163
Estadístico D.W.	2,03

Se tiene que ninguna de las variables exógenas de la Tabla 4-13 es significativa, por lo que se espera, ex-ante al test de raíces unitarias, que el error de largo plazo no sea una serie  $I(1)$ , es decir, no es necesario diferenciar para su utilización en modelos regresivos.

Tabla 4-14: Pruebas Dickey-Fuller Aumentado para el error de largo plazo.

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
<i>error_lp</i>	***-9.5683	***-9.6700
*(**)[***] Valor crítico al 10%(5%)[1%].		

<sup>1</sup> Dickey-Fuller Aumentada.

#### 4.4 Modelo de corto plazo.

##### 4.4.1 Análisis del modelo de corto plazo.

Se realizó una proyección para el error desde 2007.7 a 2008.3 a partir del modelo resultante de largo plazo mostrado en la Ecuación 4-5.

Dada las variables se considerarán tres criterios de selección preliminar de las ecuaciones:

- Seleccionar las variables que posean significancia estadística,
- Incluyendo las variables de largo plazo.
- Incluyendo el operador de rezago de largo plazo.

**Tabla 4-15: Correlaciones.**

	Rrel	IMACEC	IPC	ln(COBRE)	ln(DÓLAR)	ln(IDJ)	ln(PETRO)	ln(RES)	ln(SSOB)	ln(VIX)	PROD_IND
Rrel	1,00										
IMACEC	0,25	1,00									
IPC	0,03	0,08	1,00								
ln(COBRE)	0,14	0,44	0,09	1,00							
ln(DÓLAR)	-0,09	-0,42	0,02	-0,89	1,00						
ln(IDJ)	0,20	0,33	-0,04	0,80	-0,88	1,00					
ln(PETRO)	0,16	0,54	0,19	0,94	-0,84	0,66	1,00				
ln(RES)	0,20	0,43	0,10	0,79	-0,60	0,51	0,77	1,00			
ln(SSOB)	-0,22	-0,60	0,00	-0,77	0,77	-0,61	-0,84	-0,62	1,00		
ln(VIX)	-0,26	-0,49	0,11	-0,81	0,82	-0,76	-0,80	-0,61	0,91	1,00	
PROD_IND	0,21	0,70	0,04	0,12	-0,08	-0,02	0,23	0,20	-0,39	-0,25	1,00

A continuación se analiza la estacionalidad de las variables a partir de una serie simple que cuenta con un término constante, la variable rezagada en un período y una tendencia. Esto se realiza con el fin de determinar como se ejecutará el test de Dickey-Fuller Aumentado para encontrar raíces unitarias.

##### Ecuación 4-6: Estacionalidad.

$$X_t = c + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + \varepsilon_t$$

**Tabla 4-16: Regresiones con variables exógenas<sup>1</sup>.**

	Rrel	IMACEC	IPC	ln(COBRE)	ln(DÓLAR)	ln(IDJ)	ln(PETRO)	ln(RES)	ln(SSOB)	ln(VIX)	PROD_IND
Constante	-1,00	1,17	0,09	0,47	0,83	1,03	0,59	5,03	0,29	1,02	2,09
<i>Estadístico t</i>	(-1,99)	(3,21)	(1,22)	(3,45)	(3,89)	(2,45)	(3,81)	(5,01)	(1,48)	(3,70)	(2,91)
Rezago Variable Dependiente	-0,03	0,57	0,41	0,88	0,87	0,89	0,80	0,48	0,94	0,69	0,32
<i>Estadístico t</i>	(-0,31)	(5,69)	(5,22)	(26,43)	(26,56)	(19,05)	(16,07)	(4,54)	(25,29)	(8,21)	(3,41)
Tendencia	0,02	0,02	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,02
<i>Estadístico t</i>	(1,82)	(2,84)	(0,70)	(5,59)	(-4,57)	(2,66)	(4,05)	(4,35)	(-0,94)	(-3,05)	(1,41)
R <sup>2</sup> Ajustado	0,02	0,49	0,14	0,98	0,95	0,90	0,96	0,73	0,96	0,82	0,13
Error Estándar de la Regresión	1,86	1,35	0,36	0,07	0,03	0,04	0,08	0,03	0,09	0,15	3,16

A partir de los resultados mostrados en la Tabla 4-16 se observa la significancia estadística de los términos constante y de tendencia para las variables, los términos cuyo estadístico-t superan el valor crítico 1,96 en su valor absoluto indican esta significancia.

**Tabla 4-17: Significancia estadística de los términos constante y de tendencia de las variables.**

Variable	Constante	Tendencia
Rrel	SI	NO
IMACEC	SI	SI
IPC	NO	NO
ln(COBRE)	SI	SI
ln(DÓLAR)	SI	SI
ln(IDJ)	SI	SI
ln(PETRO)	SI	SI
ln(RES)	SI	SI
ln(SSOB)	NO	NO
ln(VIX)	SI	SI
PROD_IND	SI	SI

Lo anterior se utiliza para conocer las variables exógenas a incluir en la prueba de raíces unitarias de la Tabla 4-18, donde las variables que resultaron ser estacionarias son Rrel, IPC y ln(RES). El resto de las variables poseen una raíz unitaria, por lo que deben ser diferenciadas para luego utilizarlas en el modelo.

<sup>1</sup> Valores entre paréntesis corresponden al estadístico t-student.

**Tabla 4-18: Pruebas Dickey-Fuller Aumentado.**

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
Rrel	***-8,66	***-8,69
IMACEC	-2,3	***-4,72
IPC	***-6,39	***-4,86
$\ln(\text{COBRE})$	-2,8	-2,84
$\ln(\text{DÓLAR})$	** -3,48	** -3,47
$\ln(\text{IDJ})$	-2,2	-2,23
$\ln(\text{PETRO})$	-3,0	-2,99
$\ln(\text{RES})$	***-5,09	***-4,76
$\ln(\text{SSOB})$	-1,5	-1,4
$\ln(\text{VIX})$	*-3,29	*-3,17
PROD_IND	-2,51	***-6,46

(\*) [\*\*] [\*\*\*] Valor crítico al 10% (5%) [1%].

En la Tabla 4-18 se observa que las variables estacionarias son Rrel, IPC y  $\ln(\text{RES})$  mientras que el resto poseen raíces unitarias. A continuación se presentan las correlaciones entre las variables corregidas por estacionalidad, es decir, diferenciadas según corresponda.

**Tabla 4-19; Correlaciones con las variables independientes diferenciadas.**

	$\Delta Rrel$	$\Delta IMACEC$	IPC	$\Delta \ln(\text{COBRE})$	$\Delta \ln(\text{DÓLAR})$	$\Delta \ln(\text{IDJ})$	$\Delta \ln(\text{PETRO})$	$\ln(\text{RES})$	$\Delta \ln(\text{SSOB})$	$\Delta \ln(\text{VIX})$	$\Delta PROD\_IND$
Rrel	1,00										
$\Delta IMACEC$	-0,10	1,00									
IPC	0,03	0,02	1,00								
$\Delta \ln(\text{COBRE})$	0,19	-0,08	-0,05	1,00							
$\Delta \ln(\text{DÓLAR})$	-0,32	-0,02	0,13	-0,28	1,00						
$\Delta \ln(\text{IDJ})$	0,56	-0,26	-0,17	0,34	-0,56	1,00					
$\Delta \ln(\text{PETRO})$	-0,05	-0,11	-0,10	0,22	0,12	-0,15	1,00				
$\ln(\text{RES})$	0,20	0,10	0,10	0,05	-0,12	0,13	-0,01	1,00			
$\Delta \ln(\text{SSOB})$	-0,29	-0,03	0,28	0,07	0,33	-0,25	-0,14	0,11	1,00		
$\Delta \ln(\text{VIX})$	-0,35	0,20	0,09	-0,21	0,35	-0,62	0,10	0,04	0,23	1,00	
$\Delta PROD\_IND$	-0,13	0,68	0,09	-0,12	0,00	-0,21	-0,05	0,01	0,06	0,19	1,00

Según los criterios mencionados al comienzo de esta sección se encontraron 10 ecuaciones iniciales para el modelo general de corto plazo.

**Tabla 4-20: Ecuaciones iniciales.**

Variable	Ec. 1	Ec. 2	Ec. 3	Ec. 4	Ec. 5	Ec. 6	Ec. 7	Ec. 8	Ec. 9	Ec. 10
C	-0,722			-0,370						
<i>Estadístico t</i>	-(5,45)			-(2,14)						
$\Delta \ln(\text{DOLAR})$						-16,705	-20,436	-17,644	-16,150	
<i>Estadístico t</i>						-(2,83)	-(3,66)	-(3,09)	-(2,88)	
$\Delta \ln(\text{IDJ})$	9,856	25,072	22,981	0,003	0,001					
<i>Estadístico t</i>	(3,32)	(5,43)	(5,28)	(6,82)	(5,01)					
$\Delta \ln(\text{VIX})$						-2,440				-3,303
<i>Estadístico t</i>						-(2,03)				-(2,87)
$\Delta \ln(\text{TPM})$		5,530	6,077	6,220					4,197	5,109
<i>Estadístico t</i>		(4,10)	(5,83)	-(7,81)					(4,60)	(5,33)
$\Delta \ln(\text{PDBC90})$	5,678				5,163					
<i>Estadístico t</i>	(5,51)				(3,87)					
error_lp(-1)		-0,280	-0,306		-0,407	-0,339	-0,394	-0,705	-0,688	-0,681
<i>Estadístico t</i>		-(2,21)	-(2,41)		-(2,81)	-(2,30)	-(2,96)	-(4,04)	-(4,52)	-(4,17)
$\Delta \ln(\text{PU})$			7,500	6,481	6,144		8,132	9,865	10,410	10,050
<i>Estadístico t</i>			(3,03)	-(2,29)	(2,71)		(2,76)	(3,59)	(3,72)	(3,64)
$\Delta \ln(\text{TIP})$	-0,483				-0,473	0,458	0,426	0,373		
<i>Estadístico t</i>	-(2,39)				-(2,73)	(3,71)	(3,71)	(3,01)		
$\Delta \ln(\text{PB})$	31,966				16,728					
<i>Estadístico t</i>	(8,00)				(3,18)					
Rrel(-1)					0,253			0,313	0,288	0,346
<i>Estadístico t</i>					(2,84)			(2,32)	(2,44)	(3,06)
R <sup>2</sup>	0,66	0,38	0,47	0,47	0,60	0,19	0,26	0,32	0,35	0,37
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,64	0,37	0,45	0,45	0,57	0,16	0,23	0,28	0,32	0,33
Error estándar	1,14	1,47	1,37	1,40	1,22	1,70	1,62	1,57	1,53	1,51
Suma EC <sup>1</sup>	92,92	158,32	135,92	142,62	102,01	207,48	189,40	174,30	166,49	162,17
Estadístico D-W	2,09	1,63	1,43	1,83	1,79	1,78	1,65	2,07	2,00	2,05
Akaike	3,16	3,65	3,52	3,56	3,32	3,95	3,86	3,80	3,75	3,73
Schwarz	3,31	3,74	3,65	3,68	3,53	4,07	3,98	3,95	3,91	3,88
Estadístico F	34,4	16,7	17,7	21,8	20,7	4,7	6,9	6,9	7,9	8,5
<i>Probabilidad</i>	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Al analizar el indicador R<sup>2</sup> ajustado se observa que la Ec.1 posee el mayor valor, por lo que el modelo explica de mejor manera a la variable dependiente, sin embargo no incluye la información del modelo de largo plazo. La Ec.5 posee un alto valor de R<sup>2</sup> ajustado e incluye el modelo de largo plazo entre sus variables.

El sentido de las estadísticas de cada ecuación es el siguiente:

- R<sup>2</sup>-Ajustado: Cercano a 1.
- Error estándar: Minimizar.
- Error cuadrático: Minimizar.

<sup>1</sup> Error cuadrático.

- Durbin Watson: Cercano a 2.
- Akaike: Minimizar a 3.
- Schwartz: Minimizar a 3.
- Estadístico F: Significativo.

En base a esto se muestra la Tabla 4-22, donde se realizó un ranking de las ecuaciones para cada estadístico. Los primeros estadísticos entregan resultados iguales en ranking, por lo que la columna “Promedio” indica el ranking medio que tuvo cada ecuación, ponderando con un 50% al estadístico Durbin-Watson y 50% para el resto. Este promedio se toma como orden definitivo de preferencia, considerando una preselección de las ecuaciones con orden 1° a 4°, es decir, las Ec.1, Ec.5, Ec.9 y Ec.10, sin embargo en la Tabla 4-21 se observa que los residuos de la Ec.1 no pasan la prueba de normalidad, por lo cual esta ecuación se elimina de la preselección. Las ecuaciones restantes (5, 9 y 10) poseen residuos normales, no autocorrelacionados, homocedásticos y una forma funcional correcta, ya que los valores de Probabilidad de los estadístico son todos mayores que 0,05 y, por lo tanto, indican aceptación de las hipótesis nulas con un 95% de confianza en cada caso.

**Tabla 4-21: Pruebas estadísticas de las ecuaciones iniciales.**

	Ec. 1	Ec. 2	Ec. 3	Ec. 4	<b>Ec. 5</b>	Ec. 6	Ec. 7	Ec. 8	Ec. 9	Ec. 10
Normal	7,04	0,43	0,55	0,14	5,49	0,69	0,06	0,25	0,07	0,22
<i>Probabilidad</i>	0,03	0,81	0,76	0,93	0,06	0,71	0,97	0,88	0,97	0,89
Autocorrelación	0,21	2,31	5,47	0,34	1,59	0,90	2,03	0,36	0,03	0,25
<i>Probabilidad</i>	0,81	0,11	0,01	0,71	0,21	0,41	0,14	0,70	0,97	0,78
Homocedasticidad	0,68	1,91	0,07	0,25	0,09	0,69	0,04	0,76	0,02	0,00
<i>Probabilidad</i>	0,41	0,17	0,80	0,62	0,76	0,41	0,84	0,39	0,88	0,96
White	0,60	0,39	1,15	2,75	0,63	0,45	1,04	1,00	1,15	1,22
<i>Probabilidad</i>	0,77	0,89	0,35	0,02	0,83	0,88	0,42	0,45	0,34	0,30
White*	0,68	0,31	0,73	1,82	0,56	0,86	1,15	1,22	0,93	0,56
<i>Probabilidad</i>	0,78	0,97	0,74	0,08	0,96	0,60	0,33	0,27	1,10	0,38
Reset	0,56	2,14	3,03	0,02	2,76	0,04	0,20	0,03	0,09	0,04
<i>Probabilidad</i>	0,46	0,15	0,09	0,90	0,10	0,85	0,66	0,86	0,76	0,85
Theil	0,32	0,51	0,46	0,45	0,38	0,64	0,59	0,55	0,53	0,51
S	0,00	0,08	0,10	0,01	0,17	0,06	0,07	0,04	0,05	0,04
V	0,10	0,21	0,15	0,19	0,10	0,33	0,26	0,23	0,21	0,20
C	0,90	0,71	0,75	0,81	0,72	0,61	0,67	0,72	0,74	0,76

**Tabla 4-22: Ranking estadístico.**

Ecuación	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> - Ajustado	Error estándar	Suma EC	Akaike	Schwarz	Estadístico D-W	Promedio
Ec.1	1°	1°	1°	1°	1°	1°	4°	1°
Ec.2	5°	5°	5°	5°	5°	5°	9°	8°
Ec.3	3°	3°	3°	3°	3°	3°	10°	7°
Ec.4	4°	4°	4°	4°	4°	4°	5°	5°
<b>Ec.5</b>	2°	2°	2°	2°	2°	2°	6°	2°
Ec.6	10°	10°	10°	10°	10°	10°	7°	9°
Ec.7	9°	9°	9°	9°	9°	9°	8°	10°
Ec.8	8°	8°	8°	8°	8°	8°	3°	6°
<b>Ec.9</b>	7°	7°	7°	7°	7°	7°	1°	3°
<b>Ec.10</b>	6°	6°	6°	6°	6°	6°	2°	4°

Para dar mayor estabilidad a los resultados se puede agregar una constante a las ecuaciones, forzando la existencia de ésta, sin embargo al agregarla en Ec.5 el coeficiente asociado al rezago de la variable dependiente pierde significancia, por lo que Ec.5 no se modificará.

**Tabla 4-23: Ecuaciones 5, 9 y 10 con constante.**

Variable	Ec. 5	Ec. 9	Ec. 10
C	-0,596	-0,176	-0,169
<i>Estadístico t</i>	-(4,60)	-(0,89)	-(0,87)
$\Delta \ln(\text{DOLAR})$		-16,552	
		-(2,94)	
$\Delta \ln(\text{IDJ})$	0,001		
<i>Estadístico t</i>	(3,56)		
$\Delta \ln(\text{VIX})$			-3,346
<i>Estadístico t</i>			-(2,87)
$\Delta \ln(\text{TPM})$		4,258	5,186
<i>Estadístico t</i>		(4,86)	(5,51)
$\Delta \ln(\text{PDBC90})$	4,986		
<i>Estadístico t</i>	(4,99)		
error_lp(-1)	-0,271	-0,665	-0,659
<i>Estadístico t</i>	-(2,11)	-(4,12)	-(3,80)
$\Delta \ln(\text{PU})$	4,522	10,349	9,994
<i>Estadístico t</i>	(2,09)	(3,68)	(3,59)
$\Delta \ln(\text{TIP})$	-0,437		
<i>Estadístico t</i>	-(2,54)		
$\Delta \ln(\text{PB})$	26,007		
<i>Estadístico t</i>	(5,30)		
Rrel(-1)	0,158	0,264	0,324
R <sup>2</sup>	0,68	0,36	0,38
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,65	0,32	0,33
Error estándar	1,10	1,53	1,51

Variable	Ec. 5	Ec. 9	Ec. 10
Suma EC <sup>1</sup>	82,13	164,22	160,09
Estadístico D-W	2,03	1,99	2,04
Akaike	3,13	3,77	3,74
Schwarz	3,37	3,95	3,92
Estadístico F	20,71	7,9	8,5
<i>Probabilidad</i>	0,00	0,0	0,0

Siguiendo el mismo criterio, se escoge Ec.10; posee menor error, mayor R<sup>2</sup> Ajustado, menores estadísticos Akaike y Schwartz. En la Tabla 4-24 se observa que Ec.10 posee menor coeficiente de desigualdad de Theil en la proyección a datos fuera de muestra.

**Tabla 4-24: Pruebas estadísticas de ecuaciones 9 y 10 con constante.**

	Ecuación 9 <sub>2</sub>	Ecuación 10 <sub>2</sub>
Normalidad	0,04	0,25
<i>Probabilidad</i>	0,98	0,88
Autocorrelación	0,01	0,20
<i>Probabilidad</i>	0,99	0,82
Homocedasticidad	0,10	0,14
<i>Probabilidad</i>	0,76	0,70
White	1,25	1,37
<i>Probabilidad</i>	0,28	0,22
White*	0,88	1,09
<i>Probabilidad</i>	0,61	0,39
Reset	0,14	1,16
<i>Probabilidad</i>	0,71	0,29
Theil <sup>2</sup>	0,52	0,50
S	0,01	0,01
V	0,22	0,21
C	0,76	<b>0,78</b>

Además la Ec.10 posee menores S, V y mayor C, lo que indica una mayor eficiencia en el pronóstico en media, varianza y Covarianza respectivamente.

Por lo tanto las ecuaciones seleccionadas son las siguientes:

<sup>1</sup> Error cuadrático.

<sup>2</sup> Ver Anexo G.5.

**Ecuación 4-7: Primer modelo seleccionado<sup>1</sup>.**

$$Y_t = 0,001 \cdot \Delta \ln(IDJ_t) + 5,163 \cdot \Delta \ln(PDBC90m_t) - 0,407 \cdot Z_{t-1} + 6,144 \cdot \Delta \ln(PU_t) \\ - 0,473 \cdot \Delta \ln(TIPm_t) + 16,728 \cdot \Delta \ln(PB_t) + 0,253 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

(5,01)                      (3,87)                      -(2,81)                      (2,71)                      -(2,73)                      (3,18)                      (2,84)

**Ecuación 4-8 Segundo modelo seleccionado<sup>2</sup>.**

$$Y_t = -0,169 - 3,346 \cdot \Delta \ln(VIX_t) + 5,186 \cdot \Delta \ln(TPMm_t) - 0,659 \cdot Z_{t-1} + 9,994 \cdot \Delta \ln(PU_t) \\ + 0,324 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

-(0,87)                      -(2,87)                      (5,51)                      -(3,80)                      (3,59)                      (2,59)

Aunque los resultados de la Ecuación 4-8 son menos eficientes que los de la Ecuación 4-7, se prefirió incluirla como resultado para incorporar información proveniente de la variable de riesgo ( $\Delta \ln(VIX)$ ) al modelo final.

Al analizar el primer modelo seleccionado se observa que el IDJ, al ser un índice accionario, tiene una correlación positiva con los retornos relativos, al adelantarse en el trabajo hacia la aproximación de posiciones relativas, esto puede ser visto como una tendencia internacional a comprar acciones, al contrario que VIX del segundo modelo, ya que al aumentar el riesgo, los inversionistas preferirán mover su patrimonio a carteras de renta fija.

La TIP posee signo negativo ya que al aumentar, la tendencia del mercado sería adquirir bonos bancarios. En el segundo modelo, el signo positivo de TPM indica que esta variable puede ser vista como un indicador del costo de oportunidad de la renta fija, por lo que al aumentar, obligaría a la renta fija a perder valor.

La razón financiera PU, por construcción, está directamente relacionada con el rendimiento accionario, sin embargo también indica cuan costosas se encuentran las acciones, es decir, a mayor PU menor porción del rendimiento de la acción se está entregando como dividendo (suponiendo dividendos constantes).

El rezago de la variable dependiente afecta positivamente a la predicción de ésta, lo que de alguna manera se justifica por la hipótesis débil de los mercados eficientes, la cual postula que el mejor estimador del precio futuro de un activo es el actual.

<sup>1</sup> Corresponde a Ecuación 5 de la Tabla 4-20.

<sup>2</sup> Corresponde a Ecuación 10 de la Tabla 4-23.

#### 4.4.2 Ecuación resultante del modelo de corto plazo.

Se realizó una proyección estática<sup>1</sup> para el período julio 2007 a marzo 2007 para comparar el error cuadrático medio de la estimación. Posteriormente se realizó una minimización del error cuadrático medio de la combinación de ambas ecuaciones<sup>2</sup>, para utilizar ambas como resultado del modelo desarrollado, además se comparó con el resultado del promedio simple de ambas.

**Tabla 4-25: Resultado de la minimización del Error Cuadrático Medio.**

Ecuación	Ponderación
Segundo Modelo	0,135
Primer Modelo	0,865

**Tabla 4-26: Error Cuadrático Medio de las ecuaciones seleccionadas.**

	Primer Modelo	Segundo Modelo	Promedio	Combinación optimizada
ECM	1,55888055	2,23512276	1,66520193	1,5418995

Con los resultados de la Tabla 4-25 se escoge la combinación optimizada de las ecuaciones anteriores, con lo cual se disminuye el error cuadrático medio. Por lo tanto el modelo final es el siguiente<sup>3</sup>:

#### **Ecuación 4-9: Modelo final de corto plazo<sup>4</sup>.**

$$y_t = 0,135 \cdot \tilde{y}_t^{(1)} + 0,865 \cdot \tilde{y}_t^{(2)} + \varepsilon_t$$

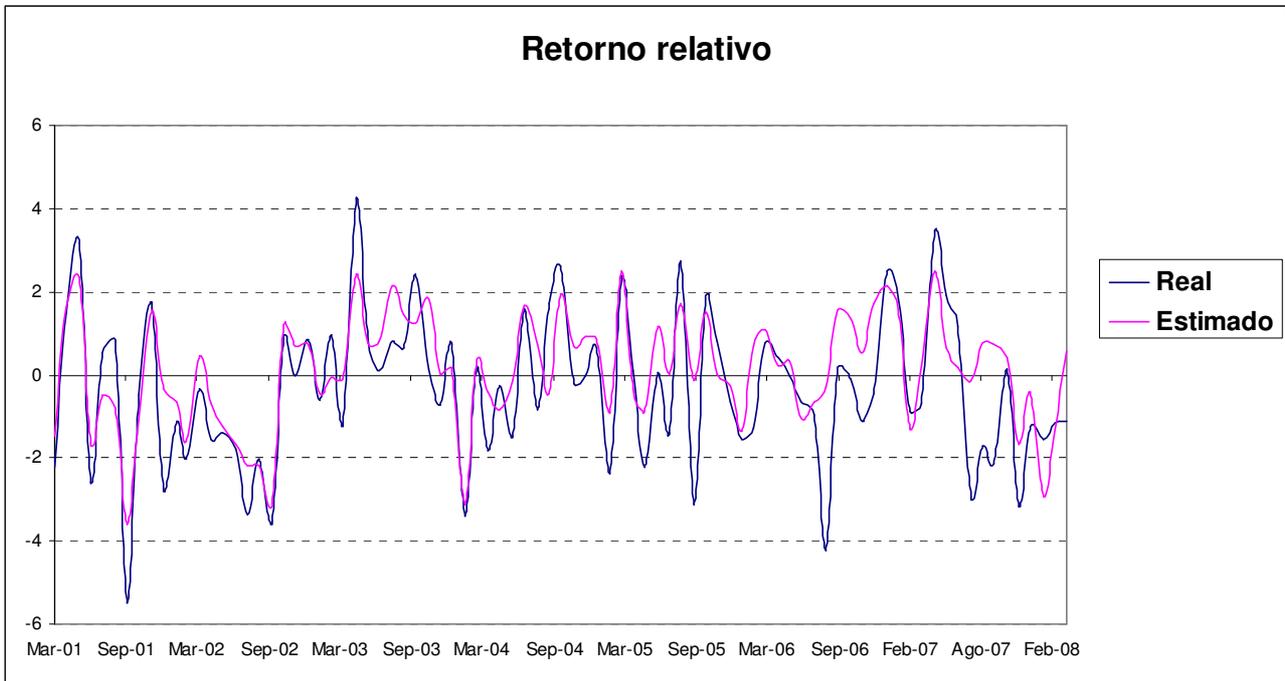
<sup>1</sup> Para obtener  $Y_{t-1}$  se utiliza el valor real de  $Y_t$  y no el estimado por el modelo, así se reduce el error de la proyección.

<sup>2</sup> La minimización se realizó tomando en cuenta el error cuadrático medio del primer y segundo modelo. Luego se obtuvieron las ponderaciones para ambos que minimizan el error mencionado para la composición de éstos.

<sup>3</sup> En ANEXO C se encuentra la gráfica del retorno relativo real versus el estimado por el modelo.

<sup>4</sup> Combinación de variables aleatorias  $\tilde{y}_t^{(1)}, \tilde{y}_t^{(2)}$  correspondientes al resultado de la estimación de la Ecuación 4-7 y Ecuación 4-8 respectivamente.

Figura 4-10: Resultado del modelo de corto plazo.



Se puede ver en la Figura 4-10 que el modelo se ajusta de buena manera a los datos, lo que prueba que es posible modelar los retornos relativos a partir de variables económicas.

### 4.4.3 Análisis de error de corto plazo.

En la Tabla 4-27 se observa que el test de Jarque-Bera indica que se acepta la hipótesis nula de normalidad del error de largo plazo con un 95% de confianza. Los indicadores de asimetría y curtosis son cercanos a valores normales (0 y 3 respectivamente). A modo de ilustración se muestra el histograma del error de largo plazo en el Figura 4-11.

Figura 4-11: Histograma del error de corto plazo.

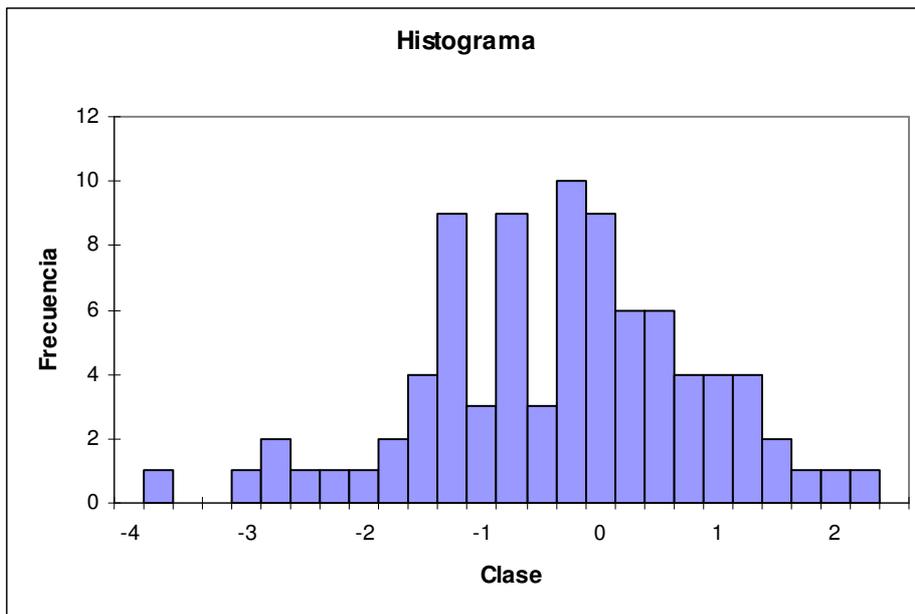


Tabla 4-27: Estadísticos del error de corto plazo.

	<i>error_cp</i>
Media	-0,379
Mediana	-0,303
Máximo	2,167
Mínimo	-3,944
Desviación estándar	1,096
Asimetría	-0,362
Curtosis	3,624
Jarque-Bera	2,896
Probabilidad	0,235

Si bien el error de corto plazo no es demasiado cercano a cero, no se encuentra totalmente correlacionado con la variable dependiente, por lo que el modelo aporta información relevante a la predicción del retorno relativo.<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Ver ANEXO C.

**Tabla 4-28: Estacionalidad del error de corto plazo.**

	<i>error_cp</i>
Constante	-0,218
<i>Estadístico t</i>	(-0,82)
Rezago Variable Dependiente	-0,068
<i>Estadístico t</i>	(-0,55)
Tendencia	-0,00458
<i>Estadístico t</i>	(-0,59)
R <sup>2</sup> Ajustado	-0,01
Error Estándar de la Regresión	1,111
Estadístico D.W.	1,97

Al no poseer variables exógenas significativas se procede a aplicar la prueba de raíces unitarias sin variables exógenas, lo cual resulta en la aceptación de la inexistencia de raíces unitarias.

A partir de los análisis se puede concluir que el error de corto plazo es una variable aleatoria estacionaria.

**Tabla 4-29: Pruebas Dickey-Fuller Aumentado para el error de corto plazo.**

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
<i>error_cp</i>	***-8.9726	***-8.9694
*(**)[***] Valor crítico al 10%(5%)[1%].		

## 5. MODELOS ALTERNATIVOS.

Como se mencionó en la introducción, se aplicarán dos modelos alternativos para complementar la estimación del modelo de corto plazo, uno basado en sorpresas de mercado y otro autorregresivo.

### 5.1 Modelo de sorpresas de mercado.

Tomando en cuenta la estructura económica en Chile y basándose en el análisis de trabajos anteriores<sup>1</sup> se utilizarán cinco factores observados para estimar el retorno relativo de renta variable versus renta fija: inflación, tasa de crecimiento de la economía, estructura de tasas, precio del cobre, precio del petróleo y precio del dólar. La principal motivación para considerar las variables mencionadas es tratar de reflejar los principales factores que afectan la economía del país. Por un lado las primeras tres variables determinan el escenario macroeconómico actual, por otro lado el principal producto exportado por Chile es el cobre, mientras que el principal producto de importación es el petróleo, ya que nuestro país no tiene una producción propia importante. El dólar se considera como indicador comparativo entre la economía nacional y la internacional.

Para la inflación se considerará el Índice de Precios al Consumidor (IPC) mensual, para el crecimiento se utilizará el Índice Mensual de Actividad Económica (IMACEC) y para la estructura de tasas la Tasa de Política Monetaria (TPM). En el caso del precio del cobre y petróleo se tomarán los valores Dólar Observado y la variación logarítmica respecto al período anterior, ya que no se cuenta con información formal mensual de precios esperados. Para el dólar se utilizará el Dólar Observado.

Basándose en la información de expectativas económicas publicada por el Banco Central de Chile, se tomarán las diferencias entre valores efectivos y esperados para las tres primeras variables. En el caso del precio del cobre y petróleo, al igual que para el dólar, se tomará la variación logarítmica respecto al período anterior, ya que no se cuenta con información formal mensual de precios esperados. Por lo tanto, en adelante las variables nombradas corresponden a las sorpresas de expectativas para cada variable.

Siguiendo con la metodología utilizada en la sección anterior, se analizan las series de datos para la confección del modelo.

Las variables que tienen una mayor correlación con el retorno relativo son el crecimiento, la TPM y la variación del precio del dólar. Sin embargo estas correlaciones son bajas, por lo que se espera que el modelo no posea un alto nivel de ajuste con la variable dependiente ( $R^2$  bajo). Las correlaciones entre las variables mencionadas son bajas, excepto

---

<sup>1</sup> FUENTES, R., GREGOIRE, J., ZURITA, S. "Factores macroeconómicos en retornos accionarios chilenos".

entre el crecimiento y la TPM. Ante esto el modelo resultante debiese poseer como variables independientes la TPM y la variación de precios del dólar<sup>1</sup>.

**Tabla 5-1: Correlaciones.**

	RREL	INFLACION	CRECIMIENTO	TPM	COBRE	PETROLEO	DOLAR
RREL	1,00						
INFLACION	0,12	1,00					
CRECIMIENTO	0,24	0,06	1,00				
TPM	-0,29	-0,08	-0,17	1,00			
COBRE	0,14	0,13	-0,02	0,04	1,00		
PETROLEO	-0,19	-0,05	-0,07	-0,03	0,19	1,00	
DOLAR	-0,24	-0,21	0,06	-0,09	-0,23	0,17	1,00

Al realizar la prueba de raíces unitarias se obtiene que todas las variables son estacionarias<sup>2</sup>, lo que es de esperar ya que todas ellas se constituyen de una diferencia de variables, por lo que debiesen ser  $I(0)$ <sup>3</sup>. En la Tabla 5-2 se observa que ninguna de las variables posee raíces unitarias.

**Tabla 5-2: Prueba de raíces unitarias.**

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
RREL	-8,37***	-8,35***
INFLACION	-5,55***	-5,40***
CRECIMIENTO	-6,15***	-6,36***
TPM	-6,36***	-6,20***
COBRE	-8,26***	-8,26***
PETROLEO	-7,49***	-15,0***
DOLAR	-7,81***	-7,82***

(\*\*)[\*\*\*] Valor crítico al 10%(5%)[1%].

La confección de ecuaciones se realiza tomando en cuenta todas las variables independientes mencionadas y luego eliminando las de menor significancia estadística. De esta manera se llega a la Ec.5 de la Tabla 5-3, corroborando lo planteado anteriormente en cuanto a las variables a utilizar y el grado de ajuste del modelo, ya que se obtiene un  $R^2$  igual a 0,24.

Con el fin de no perder la información que puede entregar alguna de las variables, se puede utilizar alguna de éstas con rezago. Al realizar una prueba de causalidad se encuentra que la variable crecimiento rezagada en un período puede aportar información relevante al retorno relativo. Esta información se incorpora en la Ec.6 de la Tabla 5-3.

<sup>1</sup> Ver Tabla 5-1.

<sup>2</sup> Para ver si la estacionalidad es alrededor de alguna variable exógena como una constante o tendencia ir a Tabla D-1 del Anexo D.1.

<sup>3</sup> Grado de integración cero, por ende, estacionarias de nivel.

**Tabla 5-3: Ecuaciones preliminares.**

	Ec.1	Ec.2	Ec.3	Ec.4	Ec.5	Ec.6 <sup>1</sup>
C	-0,05					
<i>Estadístico-t</i>	-(0,21)					
INFLACION	-0,92	-0,92				
<i>Estadístico-t</i>	-(1,11)	-(1,12)				
CRECIMIENTO	0,16	0,15				0,24
<i>Estadístico-t</i>	(1,12)	(1,12)				(2,20)
TPM	-5,23	-5,36	-5,32	-5,18	-5,35	-5,09
<i>Estadístico-t</i>	-(4,81)	-(4,85)	-(4,67)	-(4,49)	-(4,86)	-(4,98)
COBRE	3,15	3,03	2,70			
<i>Estadístico-t</i>	(1,34)	(1,41)	(1,30)			
PETROLEO	-3,61	-3,70	-3,81	-3,07		
<i>Estadístico-t</i>	-(1,59)	-(1,72)	-(1,82)	-(1,50)		
DOLAR	-18,96	-18,84	-17,18	-19,63	-21,76	-20,68
<i>Estadístico-t</i>	-(2,81)	-(2,82)	-(2,49)	-(2,80)	-(3,23)	-(3,19)
R <sup>2</sup>	0,27	0,27	0,24	0,23	0,21	0,24
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,20	0,22	0,21	0,21	0,20	0,22
Error estándar	1,54	1,53	1,54	1,54	1,55	1,53
Suma EC	147,88	147,99	154,36	157,20	161,57	154,98
Akaike	3,80	3,77	3,76	3,75	3,75	3,73
Schwarz	4,03	3,97	3,89	3,85	3,81	3,83
Estadístico D-W	2,08	2,07	1,98	2,02	2,08	2,20

Según lo planteado anteriormente, se preseleccionan Ec.5 y Ec.6. Al realizar una evaluación estadística de éstas, se obtiene que ambas poseen residuos normales, no autocorrelacionados y homocedásticos, además poseen formas funcionales correctas. Esto se observa en la Tabla 5-4, donde los valores de probabilidad para cada prueba son mayores que 0,05, aceptando las hipótesis nulas en cada caso<sup>2</sup>.

También se puede mencionar que la Ec.6 posee un error estándar menor en la estimación.

<sup>1</sup> En esta ecuación, la variable CRECIMIENTO se encuentra rezagada en un período, es decir, corresponde a  $CRECIMIENTO_{t-1}$ .

<sup>2</sup> Ver ANEXO G y ANEXO H.

**Tabla 5-4: Evaluación estadística de los residuos de las ecuaciones preseleccionadas.**

	Ecuación 5	Ecuación 6
Normal	0,22	0,09
<i>Probabilidad</i>	0,90	0,96
Autocorrelación	0,11	0,39
<i>Probabilidad</i>	0,89	0,68
Homocedasticidad	0,04	0,20
<i>Probabilidad</i>	0,84	0,66
White	0,66	0,73
<i>Probabilidad</i>	0,62	0,62
White*	0,54	0,80
<i>Probabilidad</i>	0,75	0,62
Reset	0,15	0,31
<i>Probabilidad</i>	0,70	0,58
<b>Proyección</b>		
Theil	0,63	0,60
S	0,02	0,02
V	0,34	0,33
C	0,64	0,65

Al proyectar el modelo para pronosticar el retorno relativo se tiene que el estadístico de *Theil* es menor para la Ecuación 6, además posee una proporción de varianza menor, lo que indica que las variaciones de los valores proyectados se encuentran más cerca de las variaciones de los valores reales. El error después de haber explicado las variaciones entre el retorno relativo proyectado y el real es de un 35% para la Ecuación 6 y de un 36% para la Ecuación 5, esto se puede ver en el valor C (proporción de Covarianza) de la Tabla 5-4.

Debido a los resultados mencionados y a que el incluir la variable Crecimiento hace más informativo al modelo, se selecciona la Ecuación 6.

**Ecuación 5-1: Modelo final de sorpresas<sup>1</sup>.**

$$Y_t = 0,24 \cdot CRECIMIENTO_{t-1} - 5,09 \cdot TPM_t - 20,68 \cdot DOLAR_t + \varepsilon_t$$

(2,20)
-(4,98)
-(3,19)

La variación del precio del dólar afecta negativamente al retorno relativo, al igual que la sorpresa de tasa de interés, mientras que la sorpresa de crecimiento tiene un efecto positivo.

<sup>1</sup> Corresponde a la Ecuación 6 de la Tabla 5-3.

## 5.2 Modelo Autorregresivo.

Los modelos ARIMA<sup>1</sup> centran su análisis en las propiedades probabilísticas o estocásticas de las series de tiempo económicas por sí mismas, es decir, a diferencia de los modelos convencionales de regresión en que la variable  $Y_t$  puede ser explicada por  $k$  variables  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_k$ , en los modelos de series de tiempo del tipo ARIMA,  $Y_t$  puede ser explicado por valores rezagados de sí misma y por los términos estocásticos del error, dejando que la información hable por sí misma. Es por esto que dichos modelos reciben el nombre de modelos ateóricos, porque no se pueden derivar de la teoría económica.

### 5.2.1 Especificación del modelo.

De las secciones anteriores se sabe que la variable dependiente, en este caso el retorno relativo, corresponde a una serie de tiempo estacionaria, por lo que no es necesario diferenciar.

Siguiendo la metodología de Box-Jenkins, se encuentra que los parámetros  $p$  y  $q$  del modelo ARMA son iguales a 4 en ambos casos (ARMA(4,4)). Estos resultan de aplicar una serie de regresiones de manera progresiva, es decir, aumentando  $p$  y  $q$  hasta obtener coeficientes significativos para todos los factores<sup>2</sup>.

La regresión resultante es la siguiente:

#### Ecuación 5-2: Modelo ARMA.

$$Y_t = \underset{(10,68)}{0,83} \cdot Y_{t-1} - \underset{-(8,49)}{0,89} \cdot Y_{t-2} + \underset{(8,23)}{0,73} \cdot Y_{t-3} + \underset{-(5,69)}{0,57} \cdot Y_{t-4} - \underset{-(38,96)}{0,86} \cdot \varepsilon_{t-1} + \underset{(46,22)}{1,1} \cdot \varepsilon_{t-2} - \underset{-(31,32)}{0,86} \cdot \varepsilon_{t-3} + \underset{-(26,09)}{0,95} \cdot \varepsilon_{t-4} + \varepsilon_t$$

Tabla 5-5: Estadísticos del modelo.

Estadístico	Valor
$R^2$	0,28
$R^2$ - Ajustado	0,20
Error estándar	1,66
Suma EC <sup>3</sup>	180,88
Estadístico D-W	2,02
Akaike	3,95
Schwarz	4,19

Si bien este tipo de modelo se caracteriza por entregar buenos pronósticos, en este

<sup>1</sup> Ver ANEXO I.

<sup>2</sup> Em El Anexo D.2 se muestran los resultados previos a la selección de los parámetros  $p$  y  $q$  definitivos.

<sup>3</sup> Error cuadrático.

caso el grado de ajuste del modelo es menor, por lo que el error de la estimación es mayor que en el modelo de corto plazo.

### 5.2.2 Análisis del error.

Al analizar el error se encuentra que éste es estacionario, por lo que no es necesario buscar otro modelo.

**Tabla 5-6: Pruebas del error.**

	ARMA(4,4)
Normal	0,72
<i>Probabilidad</i>	0,69
Autocorrelación	0,04
<i>Probabilidad</i>	0,96
Homocedasticidad	2,12
<i>Probabilidad</i>	0,15
Reset	1,36
<i>Probabilidad</i>	0,25

Según los resultados de la Tabla 5-6, los residuos del modelo son normales, no autocorrelacionados y homocedásticos. Además el modelo se encuentra en un a forma funcional correcta. Esto se deba a que los valores de probabilidad para las pruebas mencionadas son mayores que 0,05, por lo que se cumplen las propiedades mencionadas con un 95% de certeza.

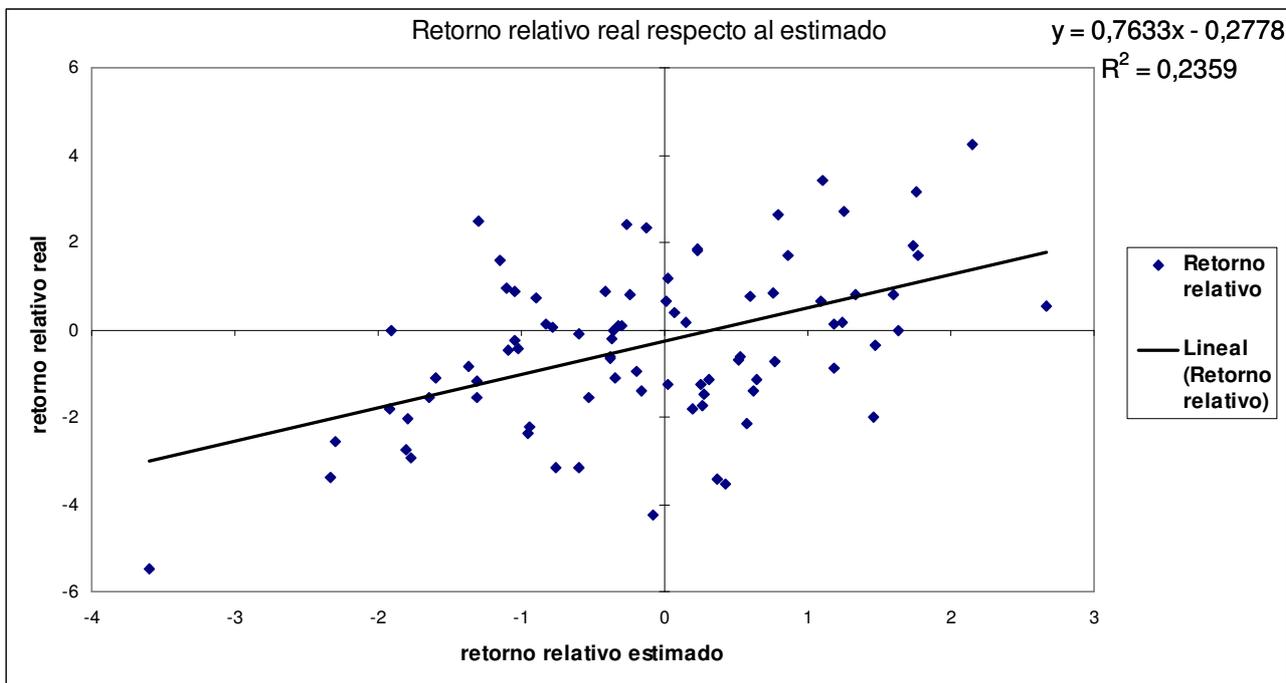
Al realizar la prueba de raíces unitarias para los residuos, se obtiene que la variable corresponde a una serie de tiempo estacionaria.

**Tabla 5-7: Test de raíces unitarias para los residuos del modelo.**

Variable	Valor Crítico	
	ADF	PP
RESIDUO	-8,66***	-8,66***
*(**)[***] Valor crítico al 10%(5%)[1%].		

Sin embargo el valor para  $R^2$  ajustado es de un 28%, por lo que el modelo no se ajusta muy bien a los datos. Se puede ver en el siguiente gráfico:

Figura 5-1: Ajuste del modelo ARMA(4,4)



### 5.3 Modelo final de retornos relativos.

En el transcurso del trabajo se han encontrado tres modelos para estimar el retorno relativo. Sin embargo, es necesario tener un solo modelo de estimación. Para que esto ocurra se debe realizar una comparación y combinación de éstos.

Los modelos desarrollados en los capítulos anteriores son los siguientes.

#### Ecuación 5-3: Corto plazo

$$Y_t = 0,001 \cdot \Delta \ln(IDJ_t) + 5,163 \cdot \Delta \ln(PDBC90m_t) - 0,407 \cdot Z_{t-1} + 6,144 \cdot \Delta \ln(PU_t) - 0,473 \cdot \Delta \ln(TIPm_t) + 16,728 \cdot \Delta \ln(PB_t) + 0,253 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

(5,01)                      (3,87)                      -(2,81)                      (2,71)  
-(2,73)                      (3,18)                      (2,84)

#### Ecuación 5-4: Corto plazo 2.

$$Y_t = -0,169 - 3,346 \cdot \Delta \ln(VIX_t) + 5,186 \cdot \Delta \ln(TPMm_t) - 0,659 \cdot Z_{t-1} + 9,994 \cdot \Delta \ln(PU_t) + 0,324 \cdot Y_{t-1} + \varepsilon_t$$

-(0,87)                      -(2,87)                      (5,51)                      -(3,80)                      (3,59)  
(2,59)



**Tabla 5-8: Combinación optimizada de modelos de estimación.**

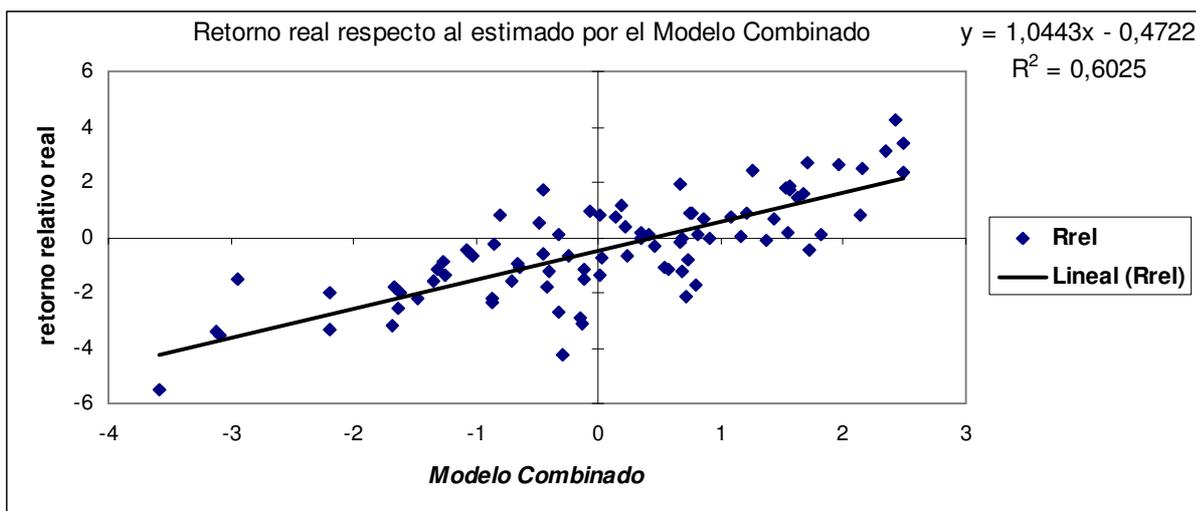
Modelo	Peso
Modelo 1	0,77
Modelo 2	0,05
Modelo 3	0,18

**Tabla 5-9: Error cuadrático medio de los modelos.**

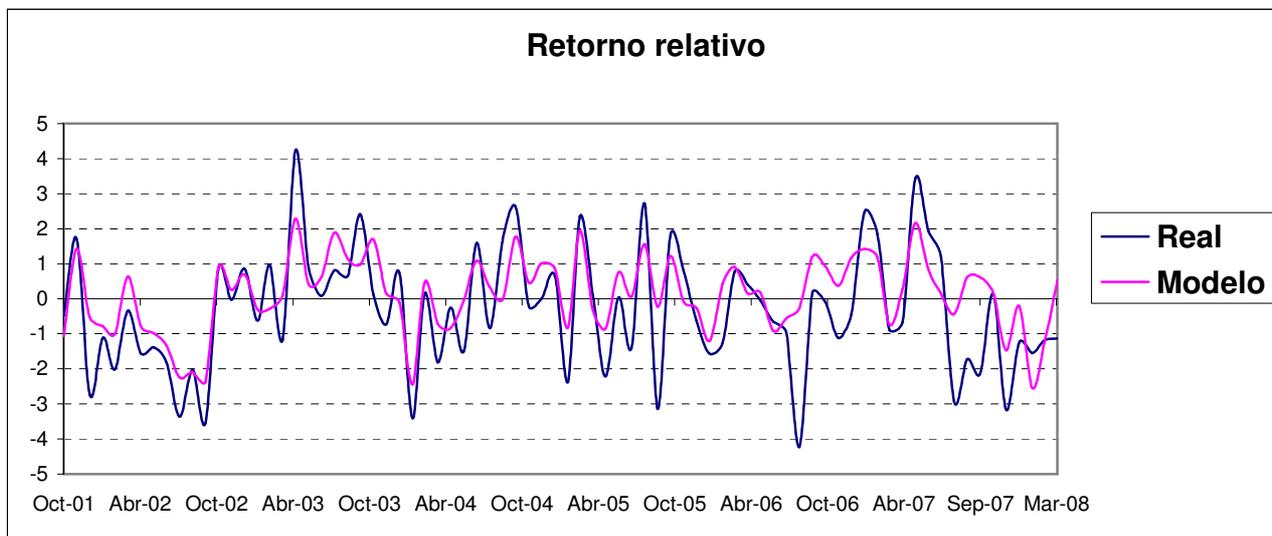
	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo Combinado
ECM	1,56	2,38	2,71	1,48

En el Figura 5-2 se observa que los retornos del Modelo Combinado poseen una alta correlación con los retornos relativos reales. La aproximación lineal de la dispersión Real-Estimado entrega un  $R^2=60\%$ , el cual es un valor aceptable como indicador de la correlación entre el modelo y la realidad.

**Figura 5-2: Dispersión entre retornos relativos reales y estimados por el Modelo Combinado.**



**Figura 5-3: Resultado del Modelo Combinado.**



Se observa una leve mejora respecto a los resultados del modelo de corto plazo desarrollado en el capítulo anterior.

#### 5.4 Posiciones relativas.

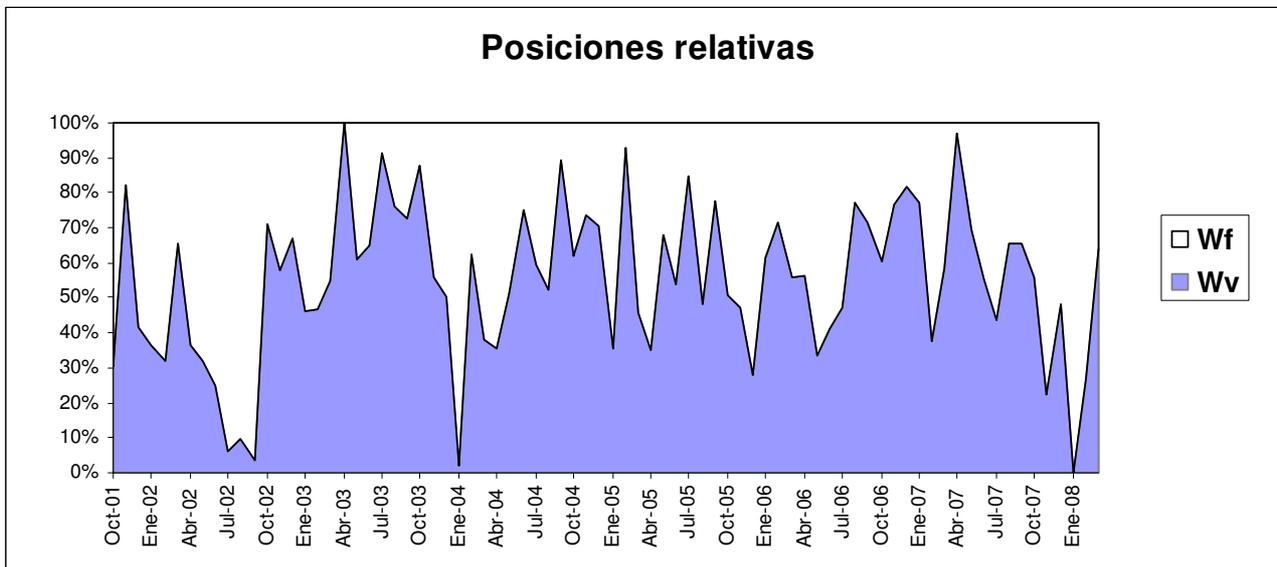
Como se mencionó anteriormente, los retornos relativos son útiles para la toma de decisiones en cuanto a la asignación de activos y al presentarse corregidos por riesgo hacen más realista la aplicación de una transformación simple en posiciones relativas. Dicha transformación es la siguiente:

**Ecuación 5-9: Transformación de retornos relativos a posiciones relativas.**

$$\omega_i = \frac{\Delta r_i - \min(\Delta r_i)}{\max(\Delta r_i) - \min(\Delta r_i)}$$

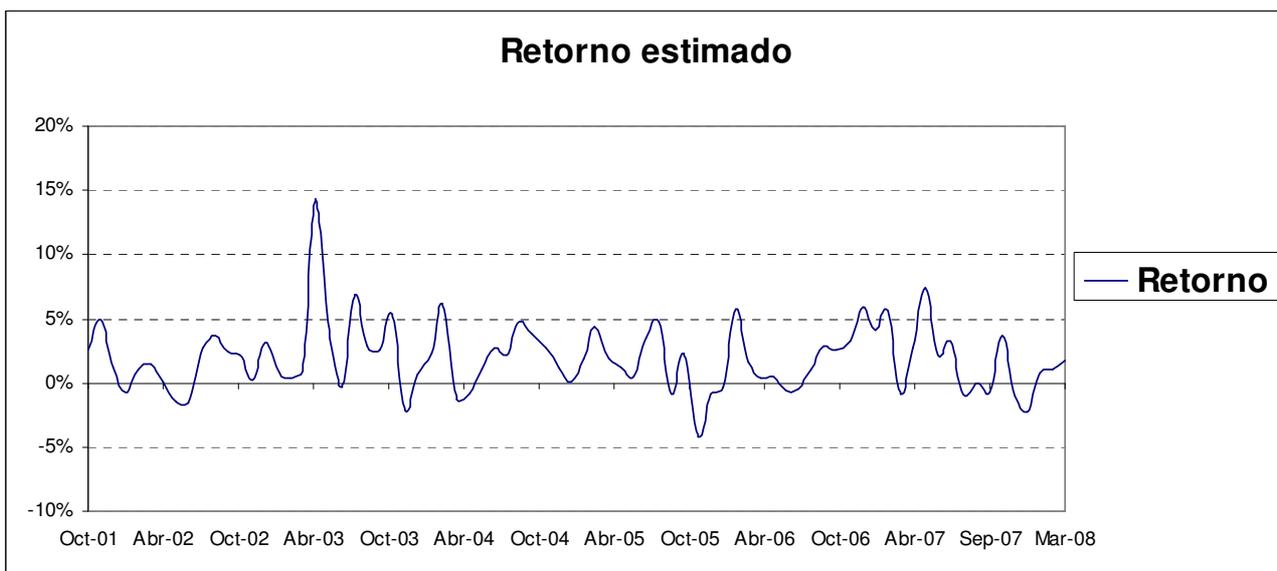
Al aplicar la transformación mostrada en la Ecuación 5-9, se obtienen las posiciones relativas de acciones y bonos que se deben tener en una cartera balanceada compuesta por activos del mercado nacional. A partir de éstas se conforma una cartera ficticia entre acciones y bonos para evaluar el rendimiento respecto a los Fondos de Gestión de la Administradora General de Fondos a la cual se propone este sistema de asignación de activos en cartera como apoyo a la toma de decisiones del *Asset Allocation* táctico.

**Figura 5-4: Posiciones relativas estimadas.**



Al componer la cartera de IPSA y LVAXG5 se obtiene la siguiente serie de retornos. Esta se compara en la sección siguiente con los retornos de los Fondos de Gestión, éstos se toman incluyendo la remuneración, ya que el modelo propuesto es para el uso del administrador de carteras, además se disminuye el sesgo que tendría el modelo a la sobreestimación de los retornos por no restar los costos de mantenimiento y transacción de los activos.

**Figura 5-5: Retorno resultante a partir de la transformación de los retornos relativos.**



## 6. APLICACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL MODELO.

### 6.1 Fondos de Gestión.

Los fondos por analizar poseen libertad para invertir en diversos instrumentos, renta fija y variable, nacional y extranjera, estos son los siguientes:

- Gestión Activa: Mantiene una gestión agresiva de la cartera.
- Gestión Dinámica: Responde a un perfil de riesgo moderado.
- Gestión Protegida: Mantiene una gestión conservadora.

**Tabla 6-1: Composición de los Fondos de Gestión<sup>1</sup>.**

Fondo	Renta Fija	Renta Variable
Protegida	92,02%	7,98%
Dinámica	87,36%	12,64%
Activa	73,35%	26,65%

En la Tabla 6-1 se muestran las posiciones de renta fija y variable de los Fondos de Gestión, sin embargo corresponden a instrumentos nacionales e internacionales, por lo que no es correcto utilizar estas posiciones para la aproximación de los retornos a partir de una composición de instrumentos del mercado nacional, en específico de IPSA y del índice de renta fija utilizado en este trabajo (LVAXG5).

La aproximación de los retornos de los Fondos de Gestión se realizó a través de Mínimos Cuadrados Ordinarios, la cual entregó los siguientes resultados:

**Tabla 6-2: Aproximación de retornos de los Fondos de Gestión al mercado nacional.**

Variable	Protegida	Dinámica	Activa	Fondo Agregado <sup>2</sup>
C	0,0032	0,0017	-0,0003	0,0018
RVN	0,0263	0,0991	0,2375	0,1044
RFN	0,0834	0,0878	0,0405	0,0753
R <sup>2</sup> - Ajustado	0,23	0,39	0,46	0,41
Estadístico-F	5,13	9,78	12,66	10,26
Probabilidad (F)	0,01	0,00	0,00	0,00

<sup>1</sup> Fuente: Serie Ejecutiva de Fondos de Gestión Protegida, Dinámica y Activa Julio 2008 de Santander Asset Management.

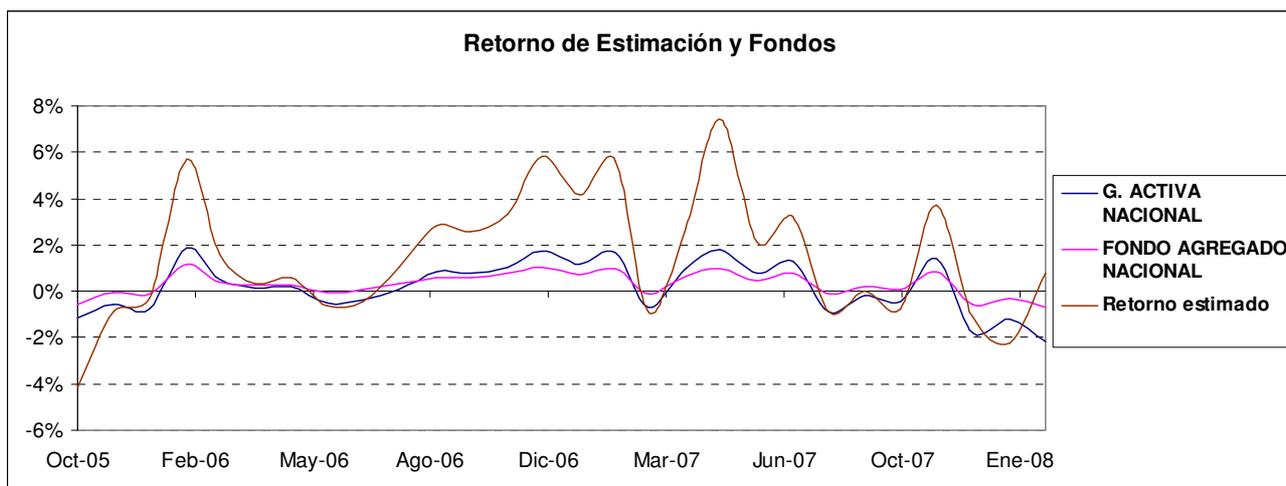
<sup>2</sup> Corresponde a una agregación de los fondos según su patrimonio total; 23% Activa, 40% Dinámica y 37% Protegida.

Se observa que los valores de  $R^2$  son bajos, sin embargo, el error de las regresiones absorbe el efecto internacional de los activos. Por ello no se da un mayor énfasis al análisis del error.

## 6.2 Comparación de rendimientos.

Debido al grado de ajuste de las regresiones de la Tabla 6-2 y al perfil de riesgo de cada fondo, se toma en cuenta para la comparación al Fondo Gestión Activa. Si bien todos son fondos de libre inversión, este último posee una mayor porción de renta variable, la composición interna de su cartera es mucho más volátil y su serie de retornos es menos plana que el resto de los fondos<sup>1</sup>. Como segundo fondo de comparación se utiliza el Fondo Agregado, ya que incorpora la información de comportamiento de los retornos de los tres fondos mencionados.

Figura 6-1: Retornos del modelo de estimación y de los fondos aproximados.



Se observa que los retornos entregados por el modelo de estimación desarrollado en este trabajo son superiores a los fondos en casi todo el período muestral, mientras que fuera de muestra existen dos ventanas de tiempo en que el retorno del modelo es menor, sin embargo este aumenta rápidamente, como se muestra en el Figura 6-2.

Para una mejor visualización del rendimiento de las carteras se calcula el retorno acumulado, así se evalúa el retorno que tendría una inversión realizada al inicio del período.

<sup>1</sup> Ver ANEXO E.

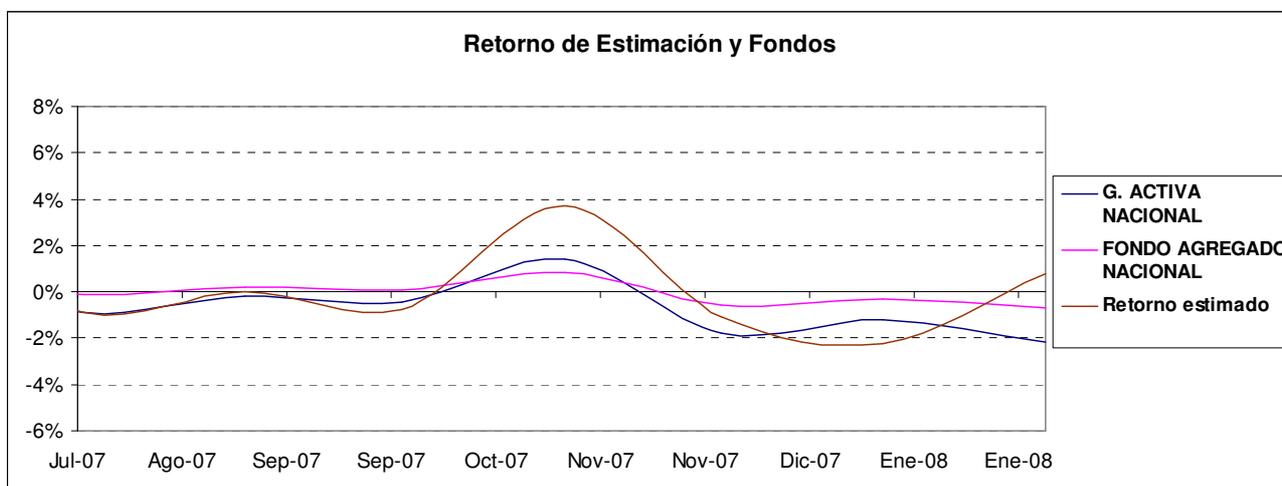
**Ecuación 6-1: Retorno Acumulado.**

$$R.Acum_t = \left[ \prod_{s=t_0}^t (1 + r_s) \right] - 1$$

En el Figura 6-3 se muestra el retorno acumulado desde Octubre de 2005 y en el Figura 6-4 desde el inicio de la proyección realizada con el modelo de estimación de retornos relativos, es decir, Julio de 2007. Con esto se puede ver que al mantener una inversión de largo plazo y siguiendo las señales entregadas por el modelo, se puede obtener un rendimiento muy superior (alrededor de un 50%).

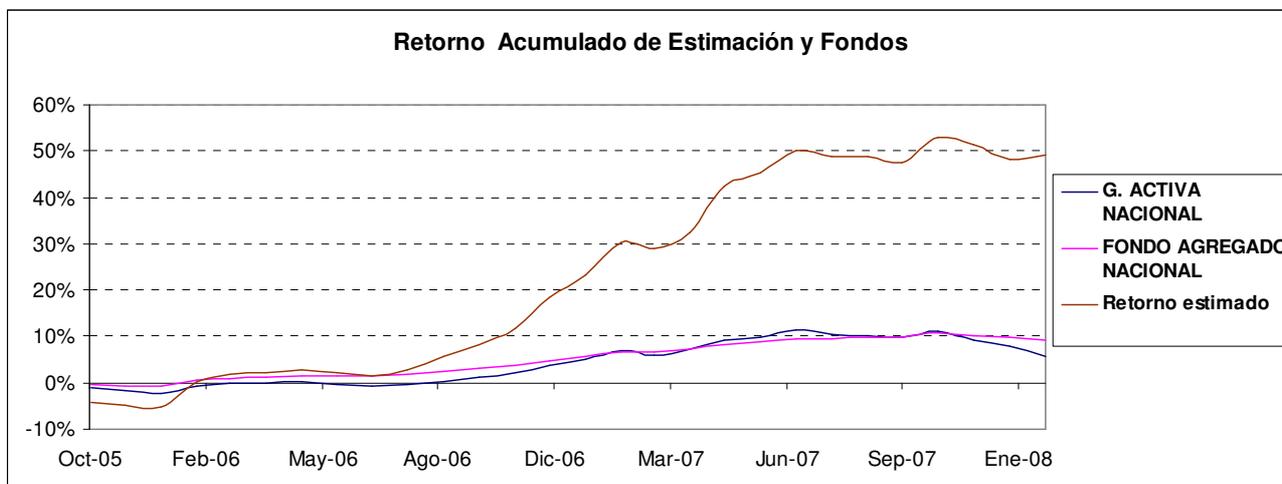
En el Figura 6-4 se observa que el retorno acumulado desde el inicio de la proyección de retornos relativos es menor que el Fondo Agregado al final del período, llegando a igualarlo en el último mes, esto se debe principalmente a la desacumulación provocada por los bajos retornos del período Diciembre-Enero de 2008 mostrados en el Figura 6-2, sin embargo, este fondo posee una gran influencia de los fondos Protegida y Dinámica, los cuales manejan pocos niveles de renta variable al apuntar a perfiles de riesgo más bajos, lo cual hace que los retornos sean más bajos y cercanos a cero, además las aproximaciones de éstos al mercado nacional entregan curvas más planas<sup>1</sup> que el otro fondo en cuestión, por lo que no refleja mayormente la volatilidad real de las carteras. El fondo Gestión Activa posee un menor rendimiento acumulado, siendo superado por el modelo propuesto.

**Figura 6-2: Retornos del modelo de estimación y de los fondos aproximados en el período de proyección del modelo.**

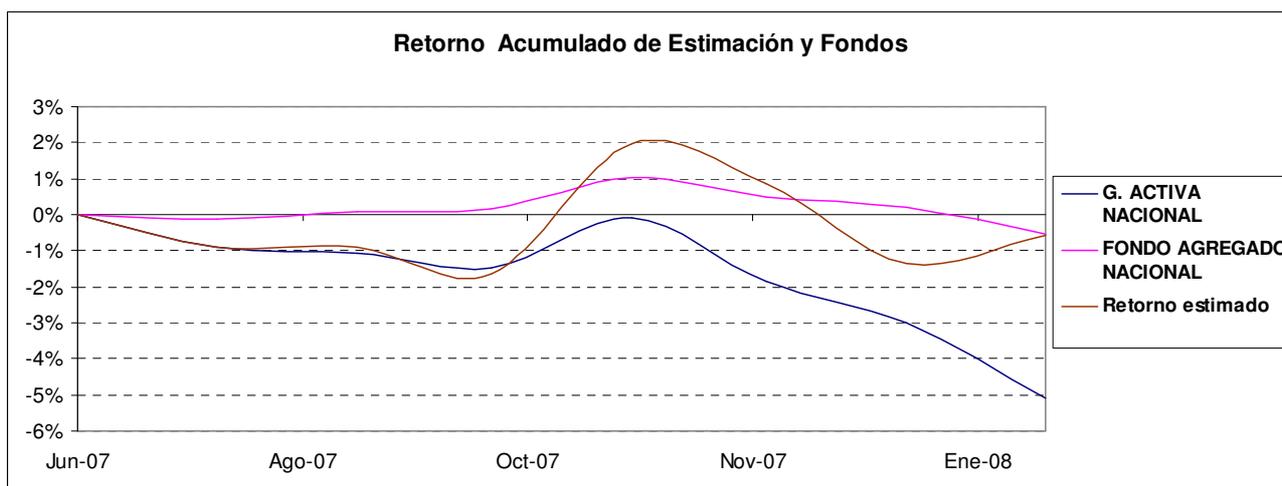


<sup>1</sup> Ver ANEXO E.

**Figura 6-3: Retorno acumulado.**



**Figura 6-4: Retorno acumulado en el período de proyección del modelo.**



Se puede concluir que el modelo propuesto cumple satisfactoriamente las metas de rendimiento esperadas, lo cual refleja la posible utilidad en la toma de decisiones en la gestión de fondos.

## 7. CONCLUSIONES.

En este trabajo de investigación se desarrolló una metodología basada principalmente en la estimación de los retornos relativos corregidos por riesgo entre instrumentos de renta variable e instrumentos de renta fija como variable explicativa y de decisión de las posiciones relativas de acciones y bonos que compondrán una cartera balanceada, utilizándose como apoyo a la toma de decisiones dentro de la asignación táctica de activos para una Administradora General de Fondos.

Se estimaron los retornos relativos, corregidos por riesgo, a través de un modelo basado en variables económico-financieras para el cual se confeccionó un modelo de equilibrio de largo plazo formado por las variables Patrimonio Bursátil y tasa de colocación del Pagaré Descontable del Banco central a 90 días como variable de tasa de largo plazo. El error de la estimación se transformó en una variable de entrada al modelo general de corto plazo como operador de corrección del error. El análisis se realizó en base a regresiones lineales, a través de la estimación de la significancia de los coeficientes asociados a éstas y al análisis estadístico de regresiones. Encontrándose dos ecuaciones resultantes, las cuales fueron ponderadas, a través de una minimización del error cuadrático medio de las estimaciones, resultando en una regresión agregada con un menor error de estimación. Las variables explicativas resultantes del modelo general de corto plazo para los retornos relativos corregidos por riesgo incluyen tasas de interés, razón financiera, índice internacional y variable de riesgo, además del retorno relativo del período anterior y las utilizadas en el modelo de largo plazo.

Basándose en un estudio anterior se confeccionó un modelo de sorpresas de mercado, el cual considera variables como diferencias entre su valor real y el valor esperado, de manera de complementar los resultados obtenidos por el modelo anterior, resultando en un modelo compuesto por sorpresas de crecimiento y tasa de interés, además de la variación del dólar observado. Además se estimaron los retornos relativos a través de una herramienta autorregresiva, integrada y de media móvil (ARIMA) como segundo modelo alternativo, el cuál resultó en un modelo ARMA(4,4), tratando así de incorporar efectos provenientes de distintos sistemas en la estimación final, por consiguiente, reduciendo el error de estimación. Sin embargo estos últimos resultaron tener un ajuste mucho menor a los datos reales de la variable dependiente.

Como se propuso, la variable retornos relativos es explicativa de la decisión de compra o venta de activos financieros, por lo que se realizó una transformación de ésta a través de una normalización para obtener posiciones relativas de activos de renta variable y fija, las que luego se utilizaron en la composición de una cartera, a nivel agregado, compuesta por IPSA y por el índice de renta fija LVAXG5 utilizado en la estimación, para luego comparar los retornos de esta cartera con retornos de los Fondos de Gestión de la Administradora General de Fondos.

A los Fondos de Gestión se les extrajo el efecto internacional de sus activos a través de una aproximación al mercado nacional mediante una regresión compuesta por los índices

que componen la cartera estimada (IPSA y LVAXG5), quedando en el error de estimación el efecto de la diversidad regional de activos, haciendo comparables los retornos de las carteras.

Los retornos entregados por el modelo desarrollado en este trabajo superaron a los Fondos de Gestión y al calcular el retorno acumulado en el período de proyección se obtuvo que el modelo supera al fondo Gestión Activa, el cual tiene un perfil de riesgo mayor. Al compararlo con un fondo agregado según la composición patrimonial de cada uno de los tres fondos utilizados, en el período proyectado el modelo es superado por este fondo en un período, logrando alcanzarlo al final del horizonte. Sin embargo si se acumula el retorno desde el comienzo de la ventana temporal, se tiene que el modelo supera con creces a todos los fondos.

Cabe mencionar que se cumplió con el objetivo principal del trabajo, al desarrollar una herramienta de asignación de activos entre instrumentos de renta fija y variable como apoyo a la gestión activa de carteras, por lo que se considera el trabajo como aplicable para el pronóstico de los retornos y posiciones relativas, pudiendo constituir una cartera de comparación para medir el rendimiento de los Fondos de Gestión. Esto se logró a través del desarrollo y cumplimiento de los objetivos específicos y actividades propuestas en este trabajo.

La principal limitación de este trabajo es que, al incluir la variable dependiente rezagada como explicativa de la misma, el período de proyección no debe alejarse demasiado del período de estimación, pues el error aumenta de manera exponencial.

La información con la que se conformaron los distintos modelos es de uso público, por lo que el método desarrollado tiene la ventaja de ser extensible a cualquier organización que lo requiera, considerando que los modelos se enfocan a su aplicabilidad en la gestión de carteras balanceadas.

Otra ventaja del modelo es que, al conformarse principalmente por variables económicas, es explicativo de la situación del mercado y de las influencias sobre los retornos relativos, volviendo menos abstracta la explicación y el aprendizaje para su posterior implementación. Sin embargo, un punto en contra (en el mismo contexto) es la composición de más de un modelo para proponer una estrategia de asignación, lo que hace menos accesible la incorporación de esta metodología para un agente que no tenga una base estadística considerable para manipular las regresiones en su uso periódico.

Si bien la decisión de asignación agregada de activos en cartera no es demasiado flexible en el corto plazo, sin embargo, la periodicidad mensual del modelo desarrollado hace factible la aplicación de cambios considerables de un período a otro en la conformación de portafolios que propone el resultado de la investigación de este trabajo.

Se recomienda que la Administradora utilice los resultados entregados por el modelo, además de apoyar las decisiones de inversión, para la creación de carteras de comparación y así realizar monitoreos de rendimiento para los Fondos de Gestión, dentro de la porción nacional de las carteras.

Al finalizar este trabajo de investigación es posible proponer las siguientes tareas de aplicación y desarrollo futuro:

- Análisis de riesgo de las carteras propuestas. Para facilitar la aplicación de los resultados se puede realizar un modelo discreto, que para un nivel de riesgo potencial dado (Valor en Riesgo) entregue una estimación distinta y así servir como portafolio de comparación efectivo para carteras de distintos niveles de riesgo, sobre todo con los Fondos de Gestión analizados, por el hecho de ser fondos que se constituyen según el VaR de la cartera.
- Incorporación de activos libres de riesgo. La mantención de caja es común en las carteras de inversión, por lo que al incorporar esta variable, se posibilita la minimización de períodos con retornos negativos dentro del horizonte de estimación, mejorando el rendimiento acumulado de las carteras propuestas.

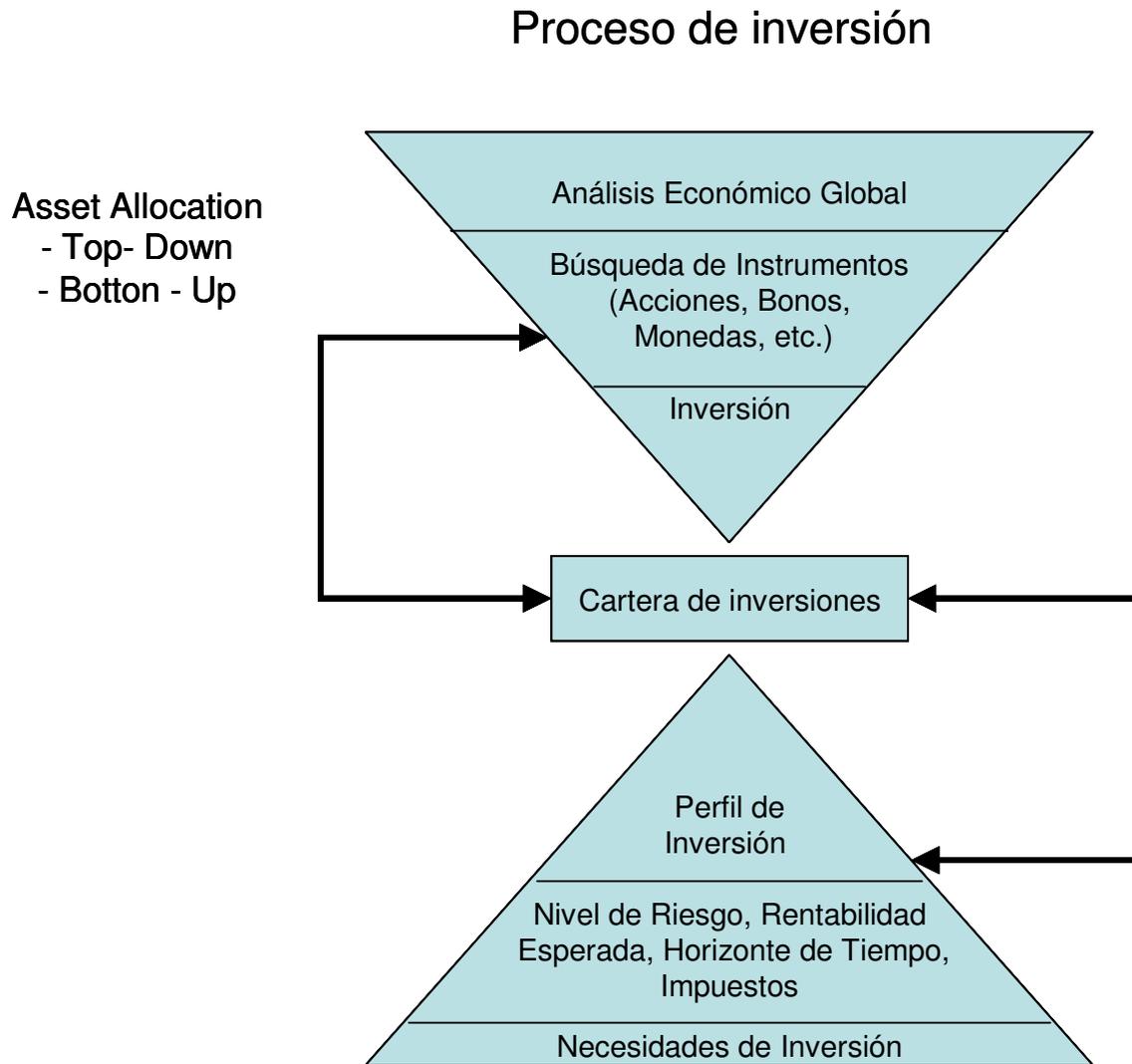
## 8. BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN.

1. ALFARO, R. y SILVA, C. 2008. “*Medidas de volatilidad de índices accionarios: El caso del IPSA*”. Documentos de trabajo N°462, Banco Central de Chile.
2. BALVERS, R., COSIMANO, T., MCDONALD, B. 1990. “*Predicting Stock Returns in an Efficient Market*”. The Journal of Finance, Vol. 45, núm. 4, septiembre, pp. 1109-1128.
3. BEKAERT, G. y HODGRICK, R. 1992. “*Characterizing Predictable components in Excess Returns on Equity and Foreign Exchange Markets*” Journal of Finance, junio, pp. 467-501.
4. BODIE, Z., KANE, A., MARCUS, A. 2004. Principios de inversiones, Madrid, McGraw-Hill.
5. BOU, S. [s.a.]. “*Evaluación de fondos de inversión garantizados por medio de portafolio insurance*”. [En Línea] Universidad Autónoma de Barcelona. Documentos de Treball. <<http://selene.uab.es/dep-economia-empresa/documents/03-8.pdf>> [Consulta 20 de Octubre de 2007].
6. BREALY, R. 2006. Principios de finanzas corporativas. Madrid, Bogotá, Buenos Aires, McGraw-Hill.
7. CHEN, N., ROLL, R., y ROSS, S. 1986. “*Economic Forces and the Stock Market*”, Journal of Business, vol. 59, núm. 3 pp. 383-403.
8. KOTHARI, S.P. y JAY A. SHANKEN 1997. “*Book- to- market, dividend yield and expected market returns: A time- series analysis*” Journal of Financial Economics, núm 44, pp.169-203.
9. FAMA E. y FRENCH, K. 1988. “*Permanent and temporary Components of Stock Prices*”, Journal of political Economics, vol. 96, núm. 2 pp. 246 – 273.
10. FAMA, E. 1991. “*Efficient Capital Markets: II*”, The Journal of Finance, Vol. 45, núm.5, diciembre, pp. 1575-1619.
11. FUENTES, R., GREGOIRE, J. y ZURITA, S. 2005. “*Factores macroeconómicos en retornos accionarios chilenos*”. [En línea] Banco Central. Documentos de trabajo (<<http://www.bcentral.cl/estudios/documentos-trabajo/pdf/dtbc316.pdf>> [Consulta: 16 de septiembre de 2007].
12. GOETZMAN, W. y JORION, P. 1993. “*Testing the Predictive Power of Dividend Yields*”, Journal of Finance, núm. 47, pp. 663-679.
13. GROSSMAN, S. y SHILLER, R. 1981. “*The determinants of the variability of Stock Market Prices*”, The American Economic Review, vol. 71. núm. 2, mayo, pp. 222-227.

14. GUJARATI, D. 2004. *Econometría*. Cuarta edición. United States, Military Academy, West Point. McGraw-Hill.
15. GUZMÁN, M., LEYVA, S., CÁRDENAS, A. 2007. "El futuro del índice de precios y cotizaciones de la bolsa Mexicana de valores". *Revista Análisis Económico*, Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. Primer cuatrimestre, Vol. 22. N.º 49.
16. NELSON, C. y KIM, M. 1993. "Predictable Stock Returns: the Role of Small Sample Bias", *Journal of Finance*, núm. 48, pp. 641-661.
17. OLIVA, L. 1998. "Métodos de evaluación de portafolios aplicado al desempeño de fondos mutuos en Chile". Universidad de Chile, Santiago.
18. PARADA, R. 1987. "El mercado de valores en Chile: Análisis teórico y características". Santiago, Bolsa de Comercio.
19. PARISI, A. [s.a.]. "Predicciendo precios accionarios en mercados turbulentos". *Revista de Economía & Administración*.
20. GOFFEY, R. y SCHOLL, L. 1998. "Book- to- market ratios as predictors of market – returns", *Journal of Financial Economics*, núm. 49, pp.141-160.
21. SALAS, E. 2003." *Evidencia de la linealidad en series financieras*", *Gaceta de Economía ITAM*, año 9, núm. 17, otoño, pp. 209-233.
22. SANZ, B., PÉREZ, P., MATILLA, M. y RAYEGO, P. 2005. "Cotizaciones bursátiles: una alternativa predictiva".
23. SANTOS, T. y VERONESI, P. 2001. "Labor Income and Predictable Stock Returns", NBER, Working Paper 8309.
24. SHILLER, R.J. 1984."Stock Prices and social Dynamics", *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, pp 457-510.
25. SUMMERS, L. 1986. "Does the Stock Market Rationally Reflect Fundamental values?", *The Journal of Finance*, vol. XLI, núm.3, Julio.
26. <[http://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis\\_de\\_eficiencia\\_de\\_los\\_mercados](http://es.wikipedia.org/wiki/Hip%C3%B3tesis_de_eficiencia_de_los_mercados)>. [Consulta 27 de junio de 2008].
27. <<http://www.santandersantiago.cl/canales/ffmm/download/fichas/tecnologico.pdf>> [Consulta: 2 de Mayo de 2007].

## ANEXO A: PROCESO DE INVERSIÓN.

Figura A-1: Diagrama del proceso de inversión.



## ANEXO B: ÍNDICES VARIABLE DEPENDIENTE.

### B.1 IPSA<sup>1</sup>.

El Índice de Precios Selectivo de Acciones (IPSA) considera las 40 acciones con mayor presencia bursátil, las que se seleccionan anualmente. Su finalidad es reflejar las variaciones de precio de los títulos más activos del mercado.

Para su cálculo se seleccionan las 40 sociedades con mayores montos transados en la Bolsa de Comercio de Santiago ponderados trimestralmente y cuya capitalización bursátil supere los USD 200.000.000 (para efectos de conversión de monedas, se considera el valor del Dólar Observado al día de revisión de la cartera). Así, el respectivo monto transado ponderado anual (MTPA) se calcula de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$\text{MTPA} = 0,45 \cdot \text{MT4} + 0,30 \cdot \text{MT3} + 0,15 \cdot \text{MT2} + 0,10 \cdot \text{MT1}$$

Donde:

- MT4 = Monto transado del cuarto trimestre del año de selección
- MT3 = Monto transado del tercer trimestre del año de selección
- MT2 = Monto transado del segundo trimestre del año de selección
- MT1 = Monto transado del primer trimestre del año de selección

Para el cálculo del monto transado de cada trimestre:

- Se consideran sólo transacciones efectuadas en el sistema Telepregón con condición de liquidación contado normal.
- Se excluyen las transacciones de acciones sin derecho a beneficios de capital (nemotécnico-SD).

De existir en la selección más de una serie de un mismo emisor, se considera sólo la serie con mayor monto transado ponderado (MTPA).

Actualmente su composición es la siguiente:

---

<sup>1</sup> Fuente: <http://www.bolsadesantiago.com/>, Bolsa de Comercio de Santiago

**Tabla B-1: Composición del IPSA.**

Nemotécnico	Razón Social	Peso Relativo
ALMENDRAL	ALMENDRAL S.A.	0,5684%
ANDINA-B	EMBOTELLADORA ANDINA S.A.	1,2328%
ANTARCHILE	ANTARCHILE S.A.	4,5571%
BANMEDICA	BANMEDICA S.A.	0,7249%
BCI	BANCO DE CREDITO E INVERSIONES	2,2973%
BSANTANDER	BANCO SANTANDER-CHILE	4,0758%
CAP	CAP S.A.	6,4071%
CCU	COMPANIA CERVECERIAS UNIDAS S. A.	1,5737%
CENCOSUD	CENCOSUD S.A.	5,0582%
CGE	COMPANIA GENERAL DE ELECTRICIDAD S.A.	1,8852%
CHILE	BANCO DE CHILE	2,3409%
CMPC	EMPRESAS CMPC S.A.	5,66%
COLBUN	COLBUN S.A.	2,3843%
CONCHATORO	VINA CONCHA Y TORO S.A.	1,4715%
COPEC	EMPRESAS COPEC S.A.	14,3606%
CORPBANCA	CORPBANCA	1,1755%
CTC-A	CIA. DE TELECOMUNICACIONES DE CHILE S.A.	1,5733%
D&S	DISTRIBUCION Y SERVICIO D&S S.A.	1,6944%
EDELNOR	EMPRESA ELECTRICA DEL NORTE GRANDE S.A.	0,2296%
ENDESA	EMPRESA NACIONAL DE ELECTRICIDAD S.A.	8,8897%
ENERSIS	ENERSIS S.A.	8,3888%
ENTEL	EMPRESA NACIONAL DE TELECOMUNICACIONES S.A.	3,1103%
FALABELLA	S.A.C.I. FALABELLA	2,6473%
FORUS	FORUS S.A.	0,1619%
GENER	AES GENER S.A.	0,4798%
IAM	INVERSIONES AGUAS METROPOLITANAS S.A.	0,9625%
IANSA	EMPRESAS IANSA S.A.	0,1697%
LA POLAR	EMPRESAS LA POLAR S.A.	1,7114%
LAN	LAN AIRLINES S.A.	3,4829%
MADECO	MADECO S.A.	0,6472%
MASISA	MASISA S.A.	1,0744%
MULTIFOODS	MULTIEXPORT FOODS S.A.	0,1934%
PARAUCO	PARQUE ARAUCO SA	1,0603%
RIPLEY	RIPLEY CORP S.A.	0,4307%
SALFACORP	SALFACORP S.A.	0,6287%
SK	SIGDO KOPPERS S.A.	0,2555%
SOCOvesa	SOCOvesa S.A.	0,2906%
SONDA	SONDA S.A.	0,8799%
SQM-B	SOCIEDAD QUIMICA Y MINERA DE CHILE S.A.	4,12%
VAPORES	COMPANIA SUD AMERICANA DE VAPORES S.A.	1,1445%

## B.2 Índice LVAXG5<sup>1</sup>.

Índice creado por la empresa Larraín Vial en el año 2001. Representa los papeles de gobierno de duración cinco años y se compone de los siguientes instrumentos.

Tabla B-2: Composición del índice LVAXG5.

<b>Nemotécnico</b>	<b>Riesgo</b>	<b>Precio</b>	<b>YTM</b>	<b>Peso</b>
BCU0501113	Gob	114,29	2,22	32,134
BCP0800614	Gob	107,58	6,55	30,688
BCP0800615	Gob	108,45	6,57	23,244
PRC-7D0397	Gob	120,74	2,23	0,713
CERO010313	Gob	122,24	2,24	0,639
CERO010813	Gob	122,8	2,48	0,625
PRC-7D0697	Gob	120,57	2,23	0,613
CERO010513	Gob	121,61	2,48	0,589
CERO010113	Gob	121,44	2,24	0,541
PRC-7D1197	Gob	121,22	2,23	0,538
PRC-7D0598	Gob	122,36	2,22	0,518
CERO010913	Gob	123,2	2,48	0,454
PRC-7D0699	Gob	124,97	2,22	0,443
CERO010713	Gob	122,4	2,48	0,43
CERO010213	Gob	121,86	2,24	0,397
CERO011113	Gob	123,99	2,48	0,392
CERO011212	Gob	121,02	2,24	0,371
PRC-7D0198	Gob	122,07	2,23	0,371
PRC-7D1297	Gob	121,65	2,23	0,31
CERO010413	Gob	121,23	2,48	0,29

<sup>1</sup> Fuente: <http://www.lva-indices.cl/>

## ANEXO C: RETORNO DE CORTO PLAZO.

Figura C-1: Dispersión del retorno relativo sobre el error del modelo de corto plazo.

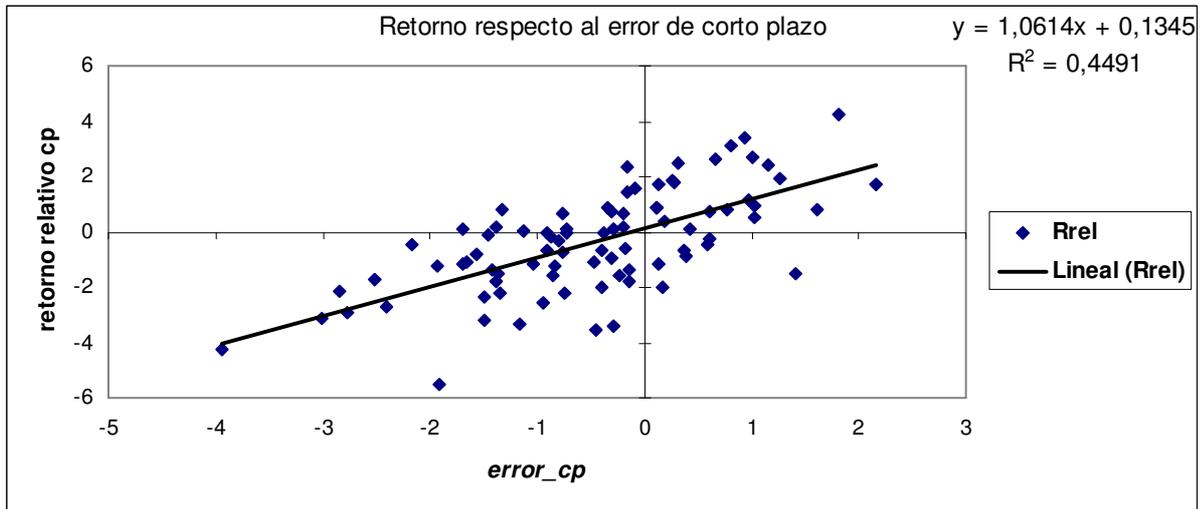
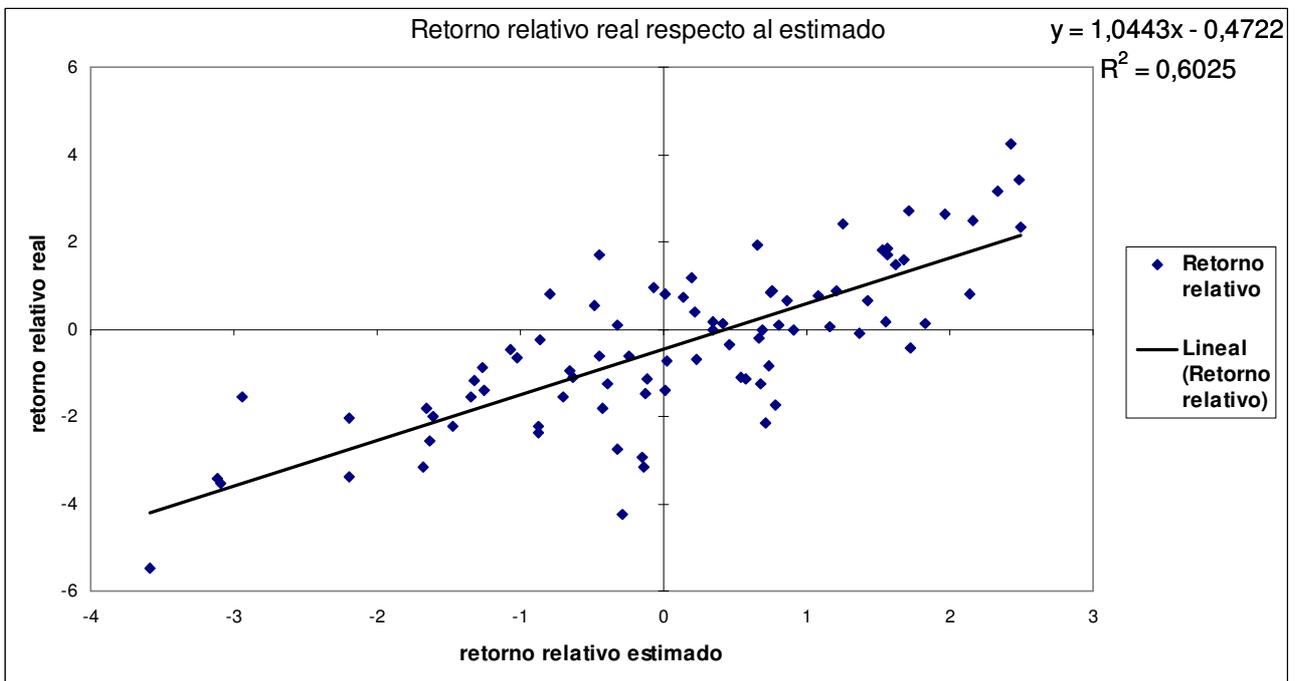


Figura C-2: Dispersión del retorno relativo real sobre el estimado.



## ANEXO D: MODELOS ALTERNATIVOS.

### D.1 Modelo de sorpresas.

Tabla D-1: Series para probar la estacionalidad de las variables.

	RR30	INFLACION	CRECIMIENTO	TPM	DCOBRE	DPETROLEO	DDOLAR
Constante	-0,769	0,067	0,256	0,031	0,020	0,025	-0,005
<i>Estadístico-t</i>	-(1,48)	-(1,04)	-(0,90)	(1,22)	-(1,14)	-(1,38)	-(0,69)
Rezago Variable Dependiente	-0,007	0,340	0,277	0,245	-0,020	0,015	0,042
<i>Estadístico-t</i>	-(0,06)	(4,30)	(2,60)	(2,61)	-(0,12)	(0,14)	(0,43)
Tendencia	0,0171	-0,0018	-0,0036	9,9537	0,0002	-0,0002	2,8617
<i>Estadístico-t</i>	(1,42)	-(1,20)	-(0,47)	(0,18)	(0,31)	-(0,50)	(0,19)
R <sup>2</sup> Ajustado	0,01	0,11	0,05	0,03	-0,02	-0,02	-0,02
Error Estándar de la Regresión	1,72	0,25	1,24	0,11	0,08	0,08	0,03
Estadístico D.W.	1,98	1,75	2,08	1,92	1,92	2,00	1,87

Tabla D-2: Prueba de causalidad de Granger con dos rezagos.

Variable	Estadístico-F	Probabilidad
INFLACION	0,95	0,39
CRECIMIENTO	3,85	0,03
COBRE	0,30	0,74
PETROLEO	0,39	0,68

## D.2 Modelo ARMA.

Tabla D-3: Estimaciones modelo ARMA.

	Ec.1	Ec.2	Ec.3	Ec.4	Ec.5	Ec.6	Ec.7	Ec.8	Ec.9	Ec.10	Ec.11	Ec.12	Ec.13
AR(1)	0,03	0,03	-0,01	-0,02					0,92	0,83	0,42	0,83	0,04
<i>Estadístico-t</i>	(0,28)	(0,26)	-(0,12)	-(0,16)					(22,79)	(18,52)	(9,92)	(10,68)	(0,10)
AR(2)		0,07	0,07	0,09						-0,87	-0,37	-0,90	-0,06
<i>Estadístico-t</i>		(0,56)	(0,56)	(0,79)						-(20,78)	-(4,86)	-(8,49)	-(0,38)
AR(3)			0,16	0,16							0,78	0,73	0,27
<i>Estadístico-t</i>			(1,37)	(1,32)							(14,96)	(8,23)	(2,98)
AR(4)				0,11								-0,57	-0,50
<i>Estadístico-t</i>				(1,12)								-(5,69)	-(3,12)
AR(5)													-0,11
<i>Estadístico-t</i>													-(0,39)
MA(1)					0,03	0,01	0,00	-0,01	-0,98	-0,91	-0,39	-0,86	-0,02
<i>Estadístico-t</i>					(0,25)	(0,12)	-(0,05)	-(0,05)	-(34,03)	-(53,66)	-(20,63)	-(38,96)	-(0,07)
MA(2)						0,06	0,09	0,05		0,97	0,42	1,10	0,21
<i>Estadístico-t</i>						(0,49)	(0,83)	(0,51)		(23,44)	(33,22)	(46,22)	(2,33)
MA(3)							0,17	0,15			-0,97	-0,86	-0,25
<i>Estadístico-t</i>							(1,77)	(1,64)			-(36,32)	-(31,32)	-(2,91)
MA(4)								0,13				0,95	0,85
<i>Estadístico-t</i>								(1,06)				(26,09)	(5,90)
MA(5)													0,31
<i>Estadístico-t</i>													(0,80)
R <sup>2</sup>	-0,02	-0,01	0,02	0,04	-0,02	-0,01	0,01	0,02	0,07	0,10	0,20	0,28	0,30
R <sup>2</sup> -Ajustado	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,02	-0,03	-0,01	-0,02	0,06	0,07	0,15	0,20	0,20
Error estándar de la regresión	1,90	1,87	1,86	1,86	1,89	1,90	1,89	1,89	1,83	1,79	1,71	1,66	1,63
Suma EC <sup>1</sup>	275,01	259,07	247,97	241,53	275,06	274,12	266,71	264,26	250,97	230,37	201,74	180,88	167,85
Akaike	4,14	4,12	4,11	4,13	4,12	4,15	4,14	4,16	4,07	4,05	3,99	3,95	3,94
Schwarz	4,17	4,18	4,21	4,25	4,15	4,21	4,23	4,28	4,13	4,17	4,17	4,20	4,26
Estadístico D-W	1,95	2,06	1,99	1,99	1,99	1,98	1,97	1,98	1,94	1,91	2,06	2,02	2,04

Se observa que la serie con todos sus factores significativos ( $|t| > 1,96$ ) y con un R<sup>2</sup> ajustado mayor es la Ec.12. Cabe mencionar que no se incluyen en los resultados anteriores modelos con  $p \neq q$ , ya que en todos los casos resultaba en regresiones con factores no significativos.

<sup>1</sup> Error cuadrático.

## ANEXO E: FONDOS DE GESTIÓN.

Figura E-1: Retorno Fondo Gestión Protegida y su aproximación al mercado nacional.

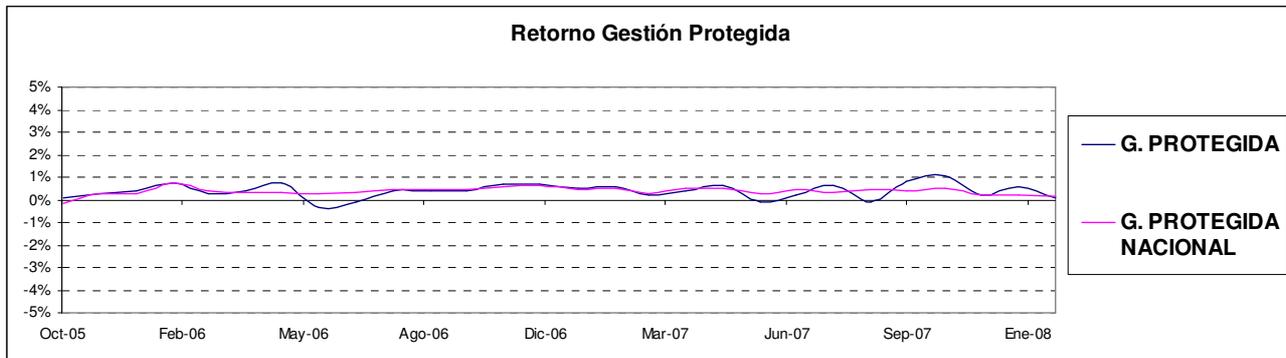


Figura E-2: Retorno Fondo Gestión Dinámica y su aproximación al mercado nacional.

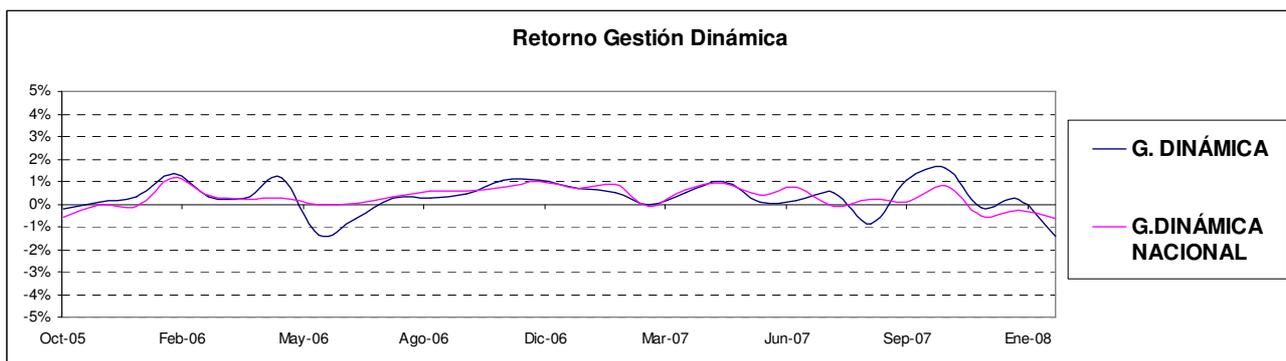
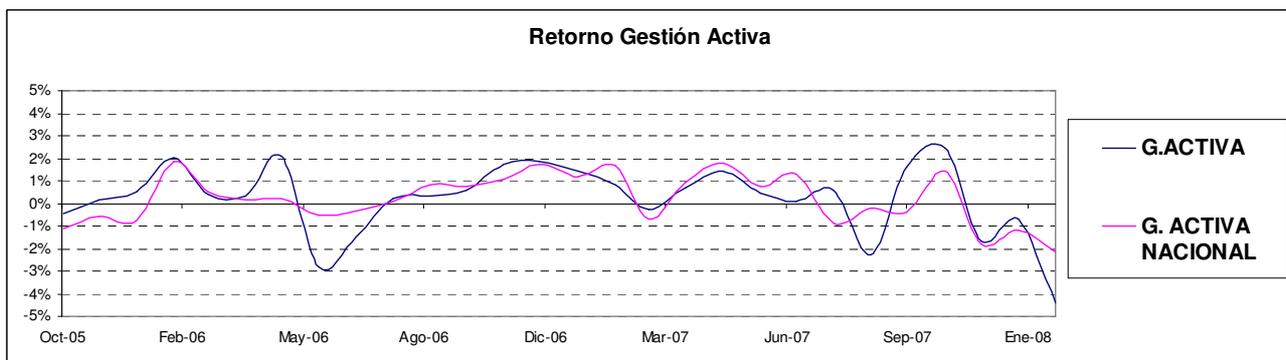
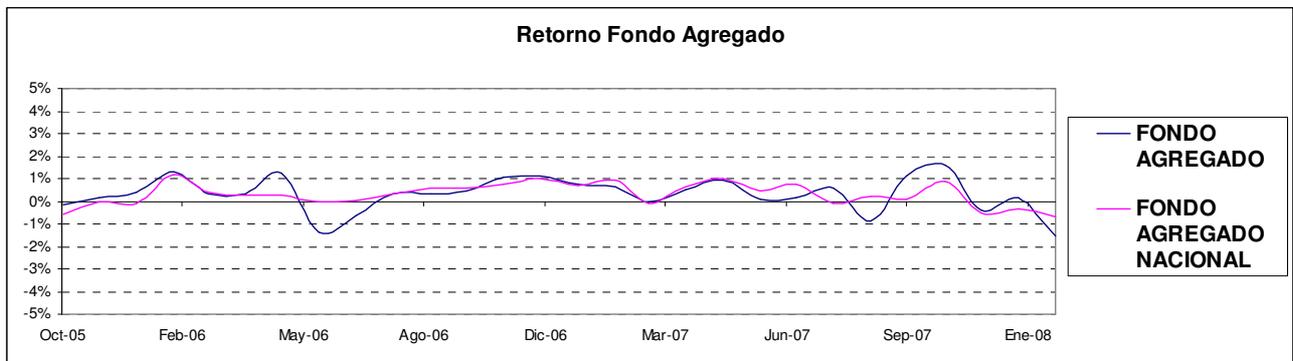


Figura E-3: Retorno Fondo Gestión Activa y su aproximación al mercado nacional.



**Figura E-4: Retorno Fondo Agregado y su aproximación al mercado nacional.**



## ANEXO F: REGRESIÓN ESPURIA<sup>1</sup>.

Para ver por qué las series de tiempo estacionarias son las importantes, considérense los modelos de caminata aleatoria siguientes:

### Ecuación F-1

$$y_t = y_{t-1} + u_t$$

### Ecuación F-2

$$x_t = x_{t-1} + v_t$$

Donde se generaron 500 observaciones de  $u$ , a partir de  $u_t$  sigue una distribución  $N(0,1)$  y 500 observaciones de  $v$ , a partir de  $v_t$  sigue una distribución  $N(0,1)$ , además de que se supuso que los valores iniciales de  $Y$  y  $X$  eran cero. También se supuso que  $u_t$  y  $v_t$  no están serialmente correlacionadas ni mutuamente correlacionadas. Como ya se sabe, ambas series de tiempo son estacionarias; es decir, son  $I(1)$  o exhiben tendencias estocásticas.

Supóngase que se hace la regresión de  $Y_t$ , sobre  $X_t$ . Puesto que  $Y_t$  y  $X_t$  son procesos no correlacionados  $I(1)$ ,  $R^2$  de la regresión de  $Y$  sobre  $X$  debe tender a cero; es decir, no debe hacer ninguna correlación entre las dos variables. Pero véanse los resultados de la regresión:

**Tabla F-1: Resultado de la regresión.**

Variable	Coefficiente	Error estd.	Estadístico $t$
c	-13.2556	0.6203	-21.36856
x	0.3376	0.0443	7.61223
	$R^2 = 0.1044$	$D = 0.0121$	

Como puede observarse, el coeficiente de  $X$  es estadísticamente muy significativo, y aunque el valor de  $R^2$  es bajo, es estadísticamente diferente de cero. A estadística significativa entre  $Y$  y  $X$ , aunque *a priori* se pensara que no habría ninguna. Lo anterior resume el fenómeno de regresión espuria descubierto por primera vez por Yule, quien mostró además que la correlación (espuria) podría persistir en las series de tiempo no estacionarias aún si la muestra fuera muy grande. Que hay algo malo en la regresión anterior, lo sugiere el valor extremadamente bajo de la  $d$  de Durbin-Watson, el cual indica una autocorrelación muy fuerte de primer orden. De acuerdo con Granger y Newbold una espuria, como ejemplo anterior.

<sup>1</sup> Extracto de GUJARATI, D. 2004. Econometría. Cuarta edición. United States, Military Academy, West Point. McGraw-Hill.

## ANEXO G: CRITERIOS PARA LA SELECCIÓN DE MODELOS<sup>1</sup>.

Se plantean diversos criterios que se han empleado para elegir entre modelos rivales y/o comparar modelos con propósitos de pronóstico. Aquí se hace la distinción entre pronóstico dentro de la muestra y pronóstico fuera de la muestra. El primero nos señala esencialmente cómo elegir el modelo que se ajusta a los datos de determinada muestra. El pronóstico fuera de la muestra se refiere a la forma de determinar cómo un modelo ajustado pronostica valores futuros de la regresada, dados los valores de las regresoras.

Se utilizan diversos criterios para este fin. En particular, aquí se examinarán los siguientes criterios:

- $R^2$ .
- $R^2$  ajustada ( $= \bar{R}^2$ ).
- Criterio de información Akaike (CIA).
- Criterio de información Schwarz (CIS).

Sin embargo, salvo por el primer criterio, los demás criterios imponen un castigo por incluir un número creciente de regresoras. Por tanto, existe un dilema entre la bondad del ajuste del modelo y su complejidad (juzgada de acuerdo con el número de regresoras).

### G.1 El criterio $R^2$ .

Se sabe que una de las medidas de la bondad del ajuste de un modelo de regresión es  $R^2$ , la cual se define como:

**Ecuación G-1**

$$R^2 = \frac{SEC}{STC} = 1 - \frac{SRC}{STC}$$

Así definida,  $R^2$  necesariamente está entre 0 y 1. Mientras más cerca esté de 1, mejor será el ajuste. Pero surgen varios problemas con  $R^2$ . En primer lugar, mide la bondad de ajuste dentro de la muestra, en el sentido de saber qué tan cercano está un valor estimado  $Y$  de su valor real en la muestra dada. En segundo lugar al comparar dos o más valores de  $R^2$ , la variable dependiente, o regresada, debe ser la misma. En tercer lugar, y lo más importante, es que una  $R^2$  no puede disminuir cuando se agregan más variables al modelo. Por consiguiente, existe la tentación de apostar por “maximizar  $R^2$ ” simplemente añadiendo más variables. Por supuesto que al agregar más variables se incrementaría  $R^2$ , pero también aumentaría la varianza del error de predicción.

---

<sup>1</sup> Extracto de GUJARATI, D. 2004. *Econometría*. Cuarta edición. United States, Military Academy, West Point. McGraw-Hill.

## G.2 $R^2$ Ajustada.

Debido a la inconveniencia de aumentar regresoras para incrementar el valor de  $R^2$ , Henry Theil desarrolló la  $R^2$  ajustada, denotada por  $\bar{R}^2$ . Recuérdese que:

### Ecuación G-2

$$R^2 = 1 - \frac{SRC/(n-k)}{STC/(n-1)} = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

Como se puede ver de esta fórmula,  $\bar{R}^2 \leq R^2$ , lo cual muestra cómo la  $R^2$  ajustada penaliza cuando se agregan más regresoras. Como se observó en el capítulo 8, a diferencia de  $R^2$ , la  $R^2$  ajustada se incrementará sólo si el valor absoluto de  $t$  de la variable añadida es mayor que 1. Así pues, para propósitos comparativos,  $\bar{R}^2$  es una mejor medida que  $R^2$ . Pero una vez más, téngase en cuenta que la regresada debe ser la misma a fin de que la comparación sea válida.

## G.3 Criterio de información de Akaike (CIA).

La idea de imponer una penalización por añadir regresoras al modelo se ha desarrollado más en el criterio CIA, el cual se define como:

### Ecuación G-3

$$CIA = e^{2k/n} \frac{\sum \hat{u}_i^2}{n} = e^{2k/n} \frac{SRC}{n}$$

Donde  $K$  es el número de regresoras (incluyendo la intersección) y  $n$  es el número de observaciones. Se expresa como:

### Ecuación G-4

$$\ln CIA = \left( \frac{2k}{n} \right) + \ln \left( \frac{SRC}{n} \right)$$

Donde  $\ln CIA$  = el logaritmo natural de CIA y  $2K/n$  = factor de penalización. Algunos libros de texto y paquetes de software definen al CIA sólo en términos de su transformada logarítmica, por lo que no es necesario escribir  $\ln$  antes de CIA. Como se puede ver la fórmula, CIA impone una mayor penalización que  $\bar{R}^2$  por añadir más regresoras. Al comparar dos o más modelos, se preferirá el que tenga el menor valor CIA. Una ventaja del CIA es que resulta útil no solo para el desempeño de la predicción dentro de la muestra, sino también para el de la predicción fuera de la muestra de un modelo de regresión. Asimismo, es útil para los modelos anidados y no anidados. También se ha utilizado para determinar la longitud del rezago en el modelo AR(p).

#### G.4 Criterio de información de Schwarz (CIS).

Con espíritu similar al criterio CIA, el criterio CIS se define como:

##### Ecuación G-5

$$CIS = n^{k/n} \frac{\sum \hat{u}^2}{n} = n^{k/n} \frac{SRC}{n}$$

O expresado en forma logarítmica:

##### Ecuación G-6

$$\ln CIS = \frac{k}{n} + \ln n + \ln \left( \frac{SRC}{n} \right)$$

Donde  $[(k/n) \ln n]$  es el factor de penalización. CIS impone una penalización mayor que CIA, como resulta obvio al comparar. Al igual que en CIA, mientras más pequeño sea el valor de CIS, mejor será el modelo. De nuevo, al igual que en CIA, CIS puede utilizarse para comparar el desempeño del pronóstico dentro de la muestra y fuera de la muestra de un modelo.

#### G.5 Coeficiente de desigualdad de Theil.

El coeficiente de desigualdad de Theil es un valor comprendido entre cero y uno, en donde cero indica un pronóstico perfecto. Se define como:

$$Theil = \frac{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}}{\sqrt{\sum_{t=T+1}^{T+h} \hat{y}_t^2 / h + \sum_{t=T+1}^{T+h} y_t^2 / h}}$$

La proporción de sesgo indica cuán lejos la media de los pronósticos está de la media de los valores observados. Se define como:

$$S = \frac{((\sum \hat{y}_t / h) - \bar{y})^2}{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}$$

La proporción de varianza mide cuán lejos la variación de los pronósticos está de la variación de los valores observados. Se define como:

$$V = \frac{(s_{\hat{y}} - s_y)^2}{\sum (\hat{y}_t - y_t)^2 / h}, \text{ donde } s_x \text{ es la desviación estándar de } x.$$

La proporción de Covarianza mide el error no sistemático restante del pronóstico (1-error). Se define como:

$$C = \frac{2(1-\tau)s_y s_y}{\sum(\hat{y}_t - y_t)^2/h}, \text{ donde } \tau \text{ es la correlación entre } \hat{y} \text{ e } y.$$

## ANEXO H: PRUEBAS ESTADÍSTICAS<sup>1</sup>.

### H.1 Prueba de Durbin-Watson.

Es una prueba para detectar la autocorrelación serial, comúnmente conocida como el estadístico  $d$  de Durbin-Watson, el cual se define como:

**Ecuación H-1: Estadístico de Durbin-Watson.**

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{t=n} (\hat{u}_t - \hat{u}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{t=n} \hat{u}_t^2}$$

Que es simplemente la razón de la suma de las diferencias al cuadrado de residuos sucesivos sobre la SRC. Obsérvese que en el numerador del estadístico  $d$ , el número de observaciones es  $n-1$  porque se pierde una observación al obtener las diferencias consecutivas.

Una gran ventaja del estadístico  $d$  es que está basado en los residuos estimados, que se calculan de manera rutinaria en los análisis de regresión. Debido a esta ventaja, es frecuente incluir el estadístico  $d$  en los informes de análisis de regresión, junto con otros estadísticos resumen tales como  $R^2$ ,  $R^2$  ajustada,  $t$  y  $F$ . Aunque el estadístico  $d$  es utilizado ahora en forma rutinaria, es importante observar los supuestos en los cuales se basa son:

- El modelo de regresión incluye el término intersección. Si dicho término no está presente, como es el caso de la regresión a través del origen, es esencial efectuar nuevamente la regresión incluyendo dicho término para obtener la SRC.
- Las variables explicativas,  $X$ , son no estocásticas, es decir, son fijas en muestreo repetido.
- Las perturbaciones  $u_t$  se generan mediante el esquema autorregresivo de primer orden:  $u_t = \rho u_{t-1} + \varepsilon_t$ . Por lo tanto, no se pueden utilizar para detectar esquemas autorregresivos de orden superior.
- Se supone que el término de error  $u_t$  está normalmente distribuido.
- El modelo de regresión no incluye valor(es) rezagado(s) de la variable dependiente como una de las variables explicativas. Por tanto, la prueba es inaplicable a modelos del siguiente tipo:

---

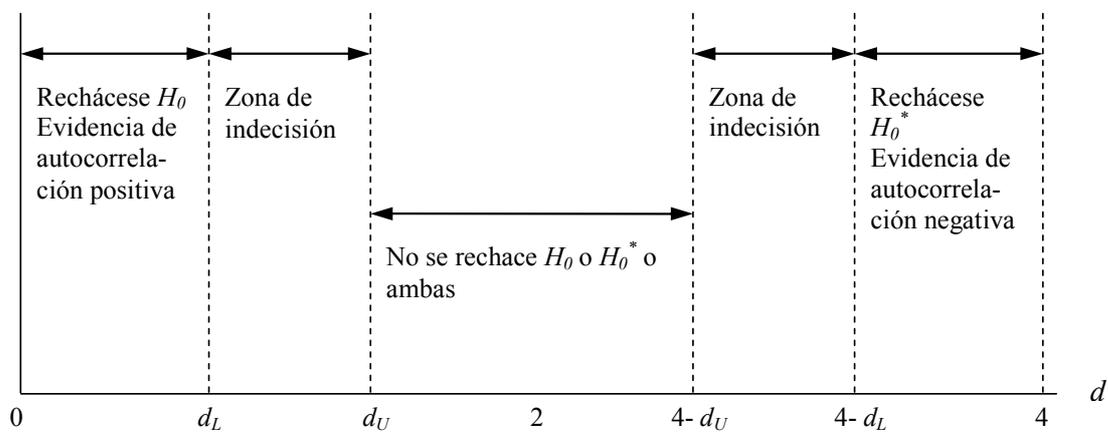
<sup>1</sup> Extracto de GUJARATI, D. 2004. Econometría. Cuarta edición. United States, Military Academy, West Point. McGraw-Hill.

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \theta Y_{t-1} + u_t$$

Donde  $Y_{t-1}$  es el valor de  $Y$  rezagada un período. Tales modelos se conocen como modelos autorregresivos.

- No hay observaciones faltantes en los datos.

**Figura H-1: Diagrama Durbin-Watson.**



Leyendas

$H_0$ : No hay autocorrelación positiva

$H_0^*$ : No hay autocorrelación negativa

Usualmente, el estadístico de Durbin-Watson de una regresión debe ser cercano a 2.

## H.2 Prueba de normalidad de Jarque-Bera (JB).

La prueba de normalidad de JB es una prueba asintótica, o de grandes muestras. También está basada en los residuos MCO. Esta prueba calcula primero la asimetría y la curtosis o apuntalamiento de los residuos MCO y utiliza el siguiente estadístico de prueba:

**Ecuación H-2**

$$JB = n \left[ \frac{S^2}{6} + \frac{(K-3)^2}{24} \right]$$

Donde  $n =$  tamaño de la muestra,  $S =$  coeficiente de asimetría y  $K =$  coeficiente de curtosis. Para una variable normalmente distribuida,  $S = 0$  y  $K = 3$ . Por lo tanto, la prueba JB de normalidad constituye una prueba de la hipótesis conjunta de que  $S$  y  $K$  son  $0$  y  $3$ , respectivamente. En dicho caso, se espera que el valor del estadístico JB sea igual a cero.

De acuerdo con la hipótesis nula, la cual afirma que los residuos están normalmente distribuidos, Jarque y Bera mostraron que asintóticamente (es decir, en muestras grandes) el estadístico JB dado, sigue la distribución ji-cuadrada, con 2 grados de libertad. Si el valor  $p$  calculado del estadístico JB es suficientemente bajo en una aplicación, lo cual sucederá si el valor del estadístico difiere en gran medida de cero, se puede rechazar la hipótesis de que los residuos están normalmente distribuidos. Pero si el valor  $p$  es razonablemente alto, lo cual pasa cuando el valor del estadístico está cercano a cero, no se rechaza la suposición de normalidad.

### H.3 Prueba de autocorrelación de Breush-Godfrey.

También se conoce como la prueba LM, procede de la siguiente manera: se utiliza el modelo de regresión de dos variables para ilustrar la prueba, aunque se pueden añadir el modelo muchas regresoras. Asimismo, se pueden incluir en él valores rezagados de la regresada.

Sea:

#### Ecuación H-3

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_t + u_t$$

Supóngase que el término de error  $u$ , sigue el esquema autorregresivo de orden  $p$ , AR( $p$ ), del siguiente modo:

#### Ecuación H-4

$$u_t = p_1 u_{t-1} + p_2 u_{t-2} + \dots + p_p u_{t-p} + \varepsilon_t$$

Donde  $\varepsilon_t$  es un término de error de ruido blanco.

La hipótesis nula  $H_0$  a ser probada es:

#### Ecuación H-5

$$H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_p = 0$$

#### H.4 Modelos ARCH y GARCH.

Justo como el término de error  $u$  en el tiempo  $t$  puede estar correlacionado con el término de error en el tiempo  $(t - 1)$  en un esquema AR(1), o con varios términos de error rezagados en el esquema general AR(p), ¿puede existir una autocorrelación en la varianza  $\sigma^2$  en el tiempo  $t$ , respecto a sus valores que están rezagados uno o más periodos? Dicha autocorrelación ha sido observada por los investigadores que trabajan en el pronóstico de series de tiempo financieras, como los precios de las acciones, las tasas de inflación y las tasas de cambio de divisas. A tal autocorrelación se le han dado nombres más bien intimidantes como heterocedasticidad condicional autorregresiva (ARCH), si la varianza de error está relacionada con el término de error al cuadrado en término anterior, y heterocedasticidad condicional autorregresiva generalizada (GARCH), si la varianza de error está relacionada con los términos de error al cuadrado en varios periodos anteriores. Ya que este tema pertenece al área general de la econometría de las series de tiempo, se analizará con mayor profundidad en los capítulos correspondientes. El objetivo aquí es señalar que la autocorrelación no se limita a las relaciones entre términos de error actuales y anteriores, sino también a las varianzas de error actuales y anteriores.

#### **Prueba ARCH LM**

Este es una prueba de multiplicadores de lagrange para heterocedasticidad condicional autorregresiva en los residuos. Esta particular especificación de heterocedasticidad fue motivada por la observación de algunas series de tiempo financieras, las magnitudes de los residuos aparentaban estar relacionadas con las magnitudes de residuos recientes. ARCH, en sí mismo, no invalida la inferencia estándar de las series lineales. Sin embargo, ignorar los efectos ARCH puede resultar en una pérdida de eficiencia.

Para probar la hipótesis nula de no existencia de residuos ARCH sobre el orden  $q$  se utiliza la regresión:

#### **Ecuación H-6**

$$\varepsilon_t^2 = \beta_0 + \left( \sum_{s=1}^q \beta_s \varepsilon_{t-s} \right) + v_t$$

Donde  $\varepsilon$  es el residuo. Esta es una regresión de residuos al cuadrado en una constante y residuos al cuadrado rezagados sobre el orden  $q$ .

#### H.5 Prueba general de heterocedasticidad de White.

La prueba general de heterocedasticidad propuesta por White no se apoya en el supuesto de normalidad y es fácil de llevar a cabo. Como ilustración de la idea básica, considérese el siguiente modelo de regresión con tres variables (la generalización al modelo con  $k$  variables es directa).

**Ecuación H-7**

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

Para realizar la prueba de White, se procede de la siguiente forma:

**PASO 1:** Dada la información, estímorese y obténganse los residuos  $\hat{u}_i$ .

**PASO 2:** Efectúese la siguiente regresión (auxiliar):

**Ecuación H-8**

$$\hat{u}_i^2 = \alpha_1 + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{3i} + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{3i}^2 + \alpha_6 X_{2i} X_{3i} + v_i$$

Es decir, con los residuos al cuadrado de la regresión original se hace la regresión sobre las variables o regresoras X originales, sobre sus valores al cuadrado y sobre el (los) producto(s) cruzado(s) de las regresoras. También pueden introducirse potencias más altas de las regresoras. Obsérvese que hay un término constante en esta ecuación aunque la regresión original puede o no contenerlo. Obténgase  $R^2$  de esta regresión(auxiliar).

**PASO 3:** Bajo la hipótesis nula de que no hay heterocedasticidad, puede demostrarse que el tamaño de la muestra(n) multiplicado por  $R^2$ , obtenido de la regresión auxiliar asintóticamente sigue la distribución ji- cuadrada con g de 1 igual al número de regresoras (excluyendo el término constante) en la regresión auxiliar. Es decir,

**Ecuación H-9**

$$n \cdot R^2 \longrightarrow X_{gde1}^2$$

Donde los grados de libertad son iguales a los definidos anteriormente. En el ejemplo hay 5 grados de libertad, puesto que hay 5 regresoras en la regresión auxiliar.

**PASO 4:** Si el valor ji cuadrada obtenido excede al valor ji cuadrada crítico al nivel de significancia seleccionado, la conclusión es que hay heterocedasticidad, lo cual quiere decir que en la regresión auxiliar;

**Ecuación H-10**

$$\alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = \alpha_6 = 0$$

Conviene hacer un comentario relacionado con la prueba White. Si un modelo tiene muchas regresoras, entonces la introducción de todas las regresoras, entonces la introducción de todas las regresoras, de sus términos elevados al cuadrado (o a potencias más elevadas) y de sus productos cruzados pueden consumir grados de libertad rápidamente. Por consiguiente, se debe tener cautela al utilizar la prueba.

En los casos en los cuales el estadístico de prueba White es significativo estadísticamente, la heterocedasticidad puede no necesariamente ser la causa, sino los errores de especificación.

En otras palabras, la prueba White puede ser una prueba de heterocedasticidad (pura) o de error de especificación o de ambos. Se ha argumentado que si no están presentes términos con productos cruzados en el procedimiento de prueba de White, entonces constituye una prueba de heterocedasticidad pura. Si existen tales términos, entonces es una prueba de heterocedasticidad y de sesgo de especificación.

## H.6 Prueba RESET de Ramsey.

Ramsey ha propuesto una prueba general de errores de especificación conocida como RESET (Prueba del error de especificación en regresión). aquí se ilustrará solamente la versión más simple de la prueba. Para establecer los conceptos, se continúa con el ejemplo costo-producción y se supone que la función de costo es lineal en la producción de la siguiente forma:

### Ecuación H-11

$$Y_i = \lambda_1 + \lambda_2 X_i + u_{3i}$$

Donde  $Y = \text{costo total}$  y  $X = \text{producción}$ . Ahora, si se grafican los residuos  $\hat{u}$ , obtenidos de esta regresión frente a  $\hat{Y}_i$ , el estimado de  $Y_i$  de este modelo, se obtiene la gráfica que aparece. Aunque  $\sum \hat{u}_i$  y  $\sum \hat{u}_i \hat{Y}_i$  necesariamente son cero, los residuos en esta figura muestran un patrón en el cual su media cambia sistemáticamente con  $\hat{Y}_i$ . Esto sugeriría que si se introduce  $\hat{Y}_i$  en alguna forma como regresor(as), ésta debe incrementar  $R^2$ . Y si el incremento en  $R^2$  es estadísticamente significativo (con fase en la prueba F), esto sugeriría que la función lineal de costo estaba mal especificada. Ésta es esencialmente la idea que soporta la prueba RESET. Los pasos considerados en RESET son los siguientes:

1. A partir del modelo seleccionado, por ejemplo, obténgase el  $Y_i$  estimado, es decir,  $\hat{Y}_i$ .
2. Nuevamente, efectúese la regresión introduciendo  $\hat{Y}_i$ , en alguna forma, como una o varias regresoras adicionales. Por ejemplo se puede sugerir una relación cuadrática y cúbica; es decir,  $\hat{Y}_i^2$  y  $\hat{Y}_i^3$  como regresoras adicionales. Así se efectúa la regresión:

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \beta_3 \hat{Y}_i^2 + \beta_4 \hat{Y}_i^3 + u_i$$

3. Sea  $R^2$  obtenido de la ecuación anterior y aquel obtenido de Ecuación H-11 sea  $R^2$  entonces, se puede utilizar la prueba F, a saber:

### Ecuación H-13

$$F = \frac{(R_{nueva}^2 - R_{vieja}^2) / \#regresoras\_nuevas}{(1 - R_{nueva}^2) / (n - \#de\_parámetros\_en\_el\_modelo\_nuevo)}$$

Para verificar si el incremento en  $R^2$ , es estadísticamente significativo.

4. Si el valor F calculado es significativo, por ejemplo, al nivel del 5%, se puede aceptar la hipótesis de que el modelo (viejo). Está mal especificado.

Considerando nuevamente el ejemplo ilustrativo, se tienen los siguientes resultados (los errores estándar están entre paréntesis):

### Ecuación H-14

$$\hat{Y}_i = 166,467 + 19,933 X_i$$

(19,021)            (3,066)

$$R^2 = 0,8409$$

### Ecuación H-15

$$\hat{Y}_i = 2140,7223 + 476,6557 X_i - 0,09187 \hat{Y}_i^2 + 0,000119 \hat{Y}_i^3$$

(132,0044)            (33,3951)            (0,00620)            (0,0000074)

$$R^2 = 0,9983$$

Ahora, aplicando la prueba F se encuentra que:

### Ecuación H-16

$$F = \frac{(0,9983 - 0,8409) / 2}{(1 - 0,9983) / (10 - 4)}$$
$$= 284,4035$$

Este valor F es altamente significativo. Por supuesto, se ha llegado a la misma conclusión con base en el examen visual de los residuos como también con el valor d de Durbin-Watson.

Una ventaja de RESET es que es fácil de aplicar, ya que no requiere la especificación del modelo alternativo. En embargo, ésta también es su desventaja, pues saber que el modelo está mal especificado no necesariamente proporciona ayuda en la selección de una alternativa mejor.

## H.7 Prueba de raíces unitarias.

El punto de inicio es el proceso estocástico de raíz unitaria expresado como:

### Ecuación H-17

$$Y_t = \rho Y_{t-1} + u_t \quad -1 \leq \rho \leq 1$$

Donde  $u_t$  es un término de error con ruido blanco.

Se sabe que si  $\rho = 1$ : es decir, en el caso de la raíz unitaria, la Ecuación H-17 se convierte en un modelo de caminata aleatoria sin variaciones, del cual se sabe que es un proceso estocástico no estacionario. Por razones teóricas se manipula la Ecuación H-17 de la siguiente forma:

### Ecuación H-18

$$Y_t - Y_{t-1} = \rho Y_{t-1} - Y_{t-1} + u_t$$

$$Y_t - Y_{t-1} = (\rho - 1)Y_{t-1} + u_t$$

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

Donde  $\delta = (\rho - 1)$  y  $\Delta$  es el operador de la primera diferencia.

Por tanto, en la práctica en vez de estimar la Ecuación H-17, se calcula la Ecuación H-18 y se prueba la hipótesis (nula) de que  $\delta = 0$ . Si  $\delta = 0$ , entonces  $\rho = 1$ ; es decir, se tiene una raíz unitaria, lo cual significa que la serie de tiempo bajo consideración es no estacionaria.

Se puede observar que si  $\delta = 0$ , entonces la Ecuación H-18 se convertirá en:

### Ecuación H-19

$$\Delta Y_t = (Y_t - Y_{t-1}) = u_t$$

Puesto que  $u_t$  es un término de error con ruido blanco, entonces es estacionario, lo cual significa que las primeras diferencias de una serie de tiempo de caminata aleatoria son estacionarias.

Ahora se reconsidera la estimación de la Ecuación H-18, se debe hacer la regresión sobre las primeras diferencias para ver si el coeficiente estimado de la pendiente ( $\delta$ ) es o no igual a cero. Si es cero, entonces se concluye que  $Y_t$  es no estacionaria, pero si es negativa, se infiere que  $Y_t$  es estacionaria. Se podría usar la prueba t usual, el problema es que bajo la hipótesis nula de que  $\delta = 0$  (es decir,  $\rho = 1$ ), el valor t del coeficiente estimado de  $Y_{t-1}$  no sigue una distribución t incluso en muestras grandes, es decir, no sigue una distribución normal asintótica.

Dickey y Fuller probaron que bajo la hipótesis nula de que  $\delta = 0$ , el valor estimado t del coeficiente  $Y_{t-1}$  en la Ecuación H-18 sigue el estadístico  $\tau$  (tau). Estos autores han calculado los valores críticos del estadístico tau con base en las simulaciones de Monte Carlo. El estadístico o prueba tau se conoce como prueba Dickey-Fuller (DF).

La prueba DF se estima bajo tres distintas hipótesis nulas.

$Y_t$  es una caminata aleatoria:

**Ecuación H-20**

$$\Delta Y_t = \delta Y_{t-1} + u_t$$

$Y_t$  es una caminata aleatoria con variaciones:

**Ecuación H-21**

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \delta Y_{t-1} + u_t$$

$Y_t$  es una caminata aleatoria con variaciones alrededor de una tendencia estocástica:

**Ecuación H-22**

$$\Delta Y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \delta Y_{t-1} + u_t$$

Donde t es el tiempo o la variable de tendencia. En cada caso la hipótesis nula es que  $\delta=0$ , es decir, existe una raíz unitaria o la serie de tiempo es no estacionaria.

La hipótesis alternativa es que  $\delta < 0$ , es decir, la serie de tiempo es estacionaria. Si se rechaza la hipótesis nula, en el caso de la Ecuación H-20 significa que  $Y_t$  es una serie de tiempo estacionaria con media cero, en el caso de la Ecuación H-21  $Y_t$  es estacionaria con media distinta de cero [ $= \beta_1 / (1 - \delta)$ ] y que  $Y_t$  es estacionaria alrededor de una tendencia determinista en la Ecuación H-22.

Es importante observar que los valores críticos de la prueba tau son diferentes para cada caso.

La prueba Dickey-Fuller Aumentada (ADF), agrega a las tres ecuaciones anteriores los valores rezagados de la variable dependiente  $\Delta Y_t$ . el número de términos de diferencia rezagados que se debe incluir, con frecuencia se determina de manera empírica, siendo la idea incluir los suficientes para que el error no se encuentre serialmente relacionado.

En la prueba ADF se sigue probando que  $\delta=0$  y además esta prueba sigue la misma distribución asintótica que el estadístico DF, por lo que se utilizan los mismos valores críticos.

## ANEXO I: ARIMA<sup>1</sup>.

Si una serie de tiempo es estacionaria, se puede modelar, de distintas formas:

### I.1 Proceso autorregresivo (AR).

Sea  $Y_t$  el PIB en el periodo  $t$ . Si se modela  $Y_t$  como:

#### Ecuación I-1

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + u_t$$

Donde  $\delta$  es la media de  $Y_t$  y  $u_t$  es un término de error aleatorio no correlacionado con media cero y varianza constante  $\sigma^2$  (es decir, ruido blanco), entonces se dice que  $Y_t$  sigue un proceso estocástico autorregresivo de primer orden, o AR(1). Aquí el valor de  $Y$  en el tiempo  $t$  depende de su valor en el periodo anterior y de un término aleatorio; los valores de  $Y$  están expresados como desviaciones de su valor medio. En otras palabras, este modelo dice que el valor de pronóstico de  $Y$  en el periodo  $t$  es simplemente alguna proporción ( $=\alpha_1$ ) de su valor en el periodo  $(t-1)$  más un “choque” o perturbación en el tiempo  $t$ ; nuevamente los valores de  $Y$  están expresados alrededor del valor de su media. Pero, si se considera este modelo:

#### Ecuación I-2

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + u_t$$

Entonces, se dice que  $Y_t$  sigue un proceso autorregresivo de segundo orden, o AR(2). Es decir, el valor de  $Y$  en el tiempo  $t$  depende de sus valores en los dos periodos anteriores, los valores de  $Y$  expresados alrededor del valor de su media  $\delta$ .

En general, se tiene:

#### Ecuación I-3

$$(Y_t - \delta) = \alpha_1(Y_{t-1} - \delta) + \alpha_2(Y_{t-2} - \delta) + \dots + \alpha_p(Y_{t-p} - \delta) + u_t$$

En cuyo caso,  $Y_t$  es un proceso autorregresivo de orden, o AR(p).

Obsérvese que en todos los modelos anteriores solamente se están considerando los valores actuales y anteriores de  $Y$ ; no hay otros regresores. En este sentido, se dice que los datos hablan por sí mismos. Son una clase de modelos de forma reducida.

---

<sup>1</sup> Extracto de GUJARATI, D. 2004. Econometría. Cuarta edición. United States, Military Academy, West Point. McGraw-Hill.

## I.2 Proceso de media móvil (MA).

El proceso AR recién expuesto no es el único mecanismo que puede haber generado a  $Y$ . Supóngase que se hace un modelo de  $Y$  de la siguiente manera:

Ecuación I-4

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

Donde  $\mu$  es una constante y  $u$ , al igual que antes, es el término de error estocástico con ruido blanco. Aquí,  $Y$  en el periodo  $t$  es igual a una constante más un promedio móvil de los términos de error presente y pasado, Así, en el caso presente, se dice que  $Y$  sigue un proceso de media móvil de primer orden, o MA(1).

Pero, si  $Y$  sigue la expresión:

Ecuación I-5

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2}$$

Entonces, es un proceso MA(q). En forma más general,

Ecuación I-6

$$Y_t = \mu + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \dots + \beta_q u_{t-q}$$

Es un proceso MA(q). En resumen, un proceso de media móvil es sencillamente una combinación lineal de términos de error con ruido blanco.

## I.3 Proceso autorregresivo y de media móvil (ARMA).

Por supuesto, es muy probable que  $Y$  tenga características de AR y de MA a la vez y, por consiguiente, sea ARMA. Así,  $Y_t$  sigue un proceso ARMA (1,1) si éste puede escribirse como:

Ecuación I-7

$$Y_t = \theta + \alpha_1 Y_{t-1} + \beta_0 u_t + \beta_1 u_{t-1}$$

Porque hay un término autorregresivo y uno de media móvil,  $\theta$  representa un término constante.

En general, en un proceso ARMA(p,q), habrá  $p$  términos autorregresivos y  $q$  términos de media móvil.

#### **I.4 ARIMA.**

Los modelos de serie de tiempos analizados se basan en el supuesto de que las series son estacionarias; es decir, la con media constante y varianza invariante en el tiempo. Sin embargo muchas series de tiempo económicas son no estacionarias, o bien, integradas.

Si una serie de tiempo es integrada de orden  $d$  (es decir, es  $I(d)$ ), después de diferenciarla  $d$  veces se obtiene una serie  $I(0)$ .

Por lo tanto, si se debe diferenciar una serie de tiempo  $d$  veces para hacerla estacionaria y luego aplicar a ésta el modelo ARMA( $p, q$ ), se dice que la serie original es ARIMA( $p, d, q$ ); es decir, una serie de tiempo autorregresivas integrada de media móvil.

## ANEXO J: CONCEPTOS BASICOS.

- **Cartera balanceada:** Cartera compuesta por instrumentos de renta variable y renta fija.
- **Retornos relativos:** Se habla de retornos relativos refiriéndose a la diferencia entre el retorno de renta variable y renta fija.
- **Duración:** Indica el plazo promedio de vencimiento de un bono, por lo que expresa el plazo promedio en se recuperará la inversión. A continuación se presenta una fórmula para calcular la duración de un bono con cupones en base 360 días.

**Ecuación J-1: Duración de un bono.**

$$d = \frac{\sum VA_i \cdot \left(\frac{pv_i}{360}\right)}{VA_t}$$

Donde:

$VA_i$  = Valor actual del flujo i.

$pv_i$  = Plazo de vencimiento del flujo i.

$VA_t$  = Valor actual total del bono.

- **Asset Allocation:** Es el proceso a través del cual se decide como distribuir una inversión en distintos mercados y distintas clases de activos. Para efectos del trabajo se propondrá una herramienta de apoyo al *Asset Allocation* táctico, el cual otorga rangos por clase de activo, constituyendo una estrategia activa para mejorar el desempeño por cambios en la distribución de activos.