

# UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

## MODELAMIENTO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS

## MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

## GONZALO ANDRÉS VIU GARCÍA

PROFESOR GUÍA: LEONARDO MASSONE SANCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: FERNADO YAÑEZ URIBE GILBERTO LEIVA HENRIQUEZ

> SANTIAGO DE CHILE ABRIL 2009

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL								
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL								
: GONZALO VIU GARCÍA								
: 18 de Junio de 2009								
: SR. LEONARDO MASSONE								

#### MODELAMIENTO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS

Debido a la naturaleza sísmica de nuestro país, el desempeño de los muros estructurales de edificios es de suma importancia para el buen funcionamiento frente a solicitaciones sísmicas. Por esto, esta memoria tiene como objetivo principal verificar y estudiar la capacidad de corte de muros cortos de hormigón armado, a través de un modelo puntal tensor. A pesar que este método nace de la necesidad de mejorar el detallamiento de la armadura presente en el hormigón, su uso no solo se restringe a esto, si no que también puede utilizarse para el diseño y modelamiento de estructuras.

El modelo que se utiliza en esta memoria encuentra su base en el modelo de Hwang et al. (2001). A pesar de que el modelo propuesto se basa en los conceptos de estos autores, éste es completamente diferente en la manera en que determina el esfuerzo último de corte de los muros cortos de hormigón armado, ya que éste basa su búsqueda del esfuerzo de corte en las deformaciones promedio que los muros tienen tanto horizontal como verticalmente, las que dependen del desplazamiento entre pisos ("*drift*") que presenta el muro, en vez de basarse en una distribución de fuerzas. Estos parámetros fueron calibrados a través de un modelo de elementos finitos, para caracterizar las condiciones de los muros que se pretendían modelar en esta memoria. Esta modificación definiría el mecanismo vertical u horizontal cuando éstos no presenten armadura distribuida en su configuración. De esta manera queda definida la deformación unitaria cuando los tensores (vertical u horizontal) alcancen su capacidad.

Los resultados del modelo propuesto fueron comparados respecto de distintos parámetros de los muros de hormigón armado, para de esta manera, determinar la dependencia del modelo con los parámetros. Además los resultados fueron comparados de manera específica con los resultados de los ensayos, para verificar si la tendencia del modelo era similar a la de los ensayos. El comportamiento del modelo fue similar al de los ensayos, lo que valida el análisis realizado, a pesar de que estos sobreestimaran la capacidad del esfuerzo de corte último de los muros de hormigón armado.

Un padre es un tesoro, un hermano es un consuelo: un amigo es ambos. Benjamin Franklin.

Dedicada a mis padres.

# ÍNDICE DE CONTENIDO

1	INTRODUCCIÓN	1
	1.1 ANTECEDENTES GENERALES	1
	1.2 MODELO PUNTAL TENSOR	2
	1.3 OBJETIVOS	4
	1.3.1 Objetivo General	4
	1.3.2 Objetivos Específicos	4
2	METODOLOGÍA	5
3	MODELO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS	8
	3.1 GENERAL	8
	3.1.1 Presentación	8
	3.2 RESUMEN DEL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)	8
	3.2.1 Modelo Geométrico	9
	3.2.2 Condiciones de Equilibrio	11
	3.2.3 Leyes Constitutivas	14
	3.2.4 Condiciones de Compatibilidad	15
	3.2.5 Procedimiento Numérico	16
	3.3 VERIFICACIÓN DEL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)	17
4	MUROS DE DOBLE CURVATURA	23
	4.1 MODIFICACIONES AL MODELO GEOMÉTRICO	23
	4.1.1 Muros de Doble Curvatura	23
	4.1.2 Verificaciones al Modelo	25
	4.2 MODIFICACIONES AL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)	28
	4.2.1 Características de la Modelación a través de Deformaciones	29
	4.3 MODELO ANALÍTICO	31
	4.3.1 Leyes Constitutivas del Modelo	32
	4.3.2 Calibración de las Deformaciones y Desplazamiento Lateral	34
	4.4 METODO ANALITICO DE LA IMPLEMENTACION AL MODELO DE HWANG ET AL. (2001) DE DUNITAL TENSOD	1 26
_		
5	ANALISIS DE RESULTADOS	44
	5.1 RESULTADOS DE LA MODELACIÓN IMPLEMENTADA	44
	5.2 TENDENCIAS DE LOS RESULTADOS	48
	5.2.1 Tendencias Generales	48
	5.2.2 Tendencias Específicas	51
6	COMENTARIO Y CONCLUSIONES	57
7	REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	60
A	NEXOS	61

# ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. RESULTADOS EXPERIMENTALES DE HWANG ET AL 2001	19
TABLA 2. VERIFICACIÓN DEL MODELO IMPLEMENTADO	
TABLA 3. CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DE LOS MUROS ENSAYADOS POR HIDALGO ET AL. (2002)	25
TABLA 4. COMPARACIÓN DE FUERZAS VERTICALES.	27
TABLA 5. COMPARACIÓN DE FUERZAS HORIZONTALES	
TABLA 6. RESULTADOS DEL POLINOMIO DE TERCER GRADO.	
TABLA 7. RESULTADOS DE LA MODELACIÓN IMPLEMENTADA Y DEL MODELO DE BALI Y HWANG (2007)	44
TABLA 8. RESULTADOS OBTENIDOS POR LA MODELACIÓN IMPLEMENTADA.	45

# ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 MARCO CON REGIONES B Y REGIONES D (SCHLAICH ET AL $(1987)$ )	2
FIGURA 2 ACCIONES INTERNAS Y EXTERNAS DE MUROS CORTOS DE HORMIGÓN ARMADO (HWANG ET AL. (2001))	9
FIGURA 3 MECANISMOS RESISTENTES AL COPTE EN MUROS CORTOS: (A) DIAGONAL (B) HORIZONTAL (C) VERTICAL	,) I
TIOURA 5. MIECANISMOS RESISTENTES AL CORTE EN MOROS CORTOS. (A) DIAGONAL, (B) HORIZONTAL, (C) VERTICA	L. 11
FIGURA A MODELO DUNTAL TENSOR DE MUROS CORTOS	12
FIGURA 5. ALCORITMO DEL DIAGRAMA DE ELUIO DE LA SOLUCIÓN DEL MODELO DE HWANG ET AL (2001)	17
FIGURA 6. FI EMENTOS DE CORTE DE MUROS DE DORI E V SIMPLE CURVATURA	24
FIGURA 7. PROMEDIO DE LA DEGORMACIÓN NORMAL HORIZONTAL (A) DISTRIBUCIÓN DE LA DEGORMACIÓN NORM	л <u>-</u>
HODIZONTAL · DISTRIBUCIÓN DEL DECOMPACIÓN NORMAL HORIZONTAL. (A) DISTRIBUCIÓN DE LA DECOMPACIÓN NORMA	
$(MODELO) \times (B)$ PROMEDIO DE LA DECORMACIÓN NORMAL HORIZONITAL VERSUS EL DESDI AZAMIENTO LA TER	
(MODELO), I (B) I ROMEDIO DE LA DEI ORMACION NORMAL HORIZONTAL VERSUS EL DESI LAZAMIENTO LATER (DRIFT) (MASSONE ET AL (2008))	.AL 30
FIGURA 8 ALARGAMIENTO AXIAL DEL MURO VERSUS DESPLAZAMIENTO LATERAL MASSONE (2006)	31
FIGURA 9. MODELAMIENTO DEL PANEL DE HORMIGÓN ARMADO MASSONE ET AL (2006)	32
FIGURA 10 MODELAMIENTO DEET ANEE DE FIORMIGON ARMADO, MASSONE ET AL. (2000)	33
FIGURA 11. MODELO CONSTITUTIVO PARA EL HORMIGÓN EN TRACCIÓN MASSONE ET AL (2006)	3/
FIGURA 12 MODELO CONSTITUTIVO PARA EL HORMIGÓN EN COMPRESIÓN MASSONE ET AL (2006)	34
FIGURA 12. MODELO CONSTITUTIVO I ARA EL HORMIGON EN COMI RESIÓN, MASSONE EL AL (2000)	.34
FIGURA 14. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES DI VILSI/VIII. ENSATOS 11, 12, 13 1 14	/11
FIGURA 15 DIAGRAMA DE LA SOLUCIÓN A TRAVÉS DE LA CALIRRACIÓN DE DECORMACIONES V EL DESDIAZAMIENTO	<del>.</del>
I ATED AL CON DESDECTO A LA ALTUDA (DDIET)	ر ار
FIGURA 16 ENSAVO MURO 1 KOU (1995)	.45
FIGURA 17 ENSAVO MURO 6 KOU (1995).	.40
FIGURA 18 ENSAVO MURO 23 I EDEZMA (1999)	
FIGURA 10 ENSATO MURO 28. LEDEZMA (1999).	
FIGURA 19. ENSATO MORO 20. EEDEZMA (1999)	<del>-</del> 0 СТО
A LA DEL ACIÓN DE ASDECTO	10
FIGURA 21 COMPARACIÓN DEL CUOCIENTE DEL ESEUERZO DE CORTE DEL ENSAVO Y DEL MODELO CON RESPECTO A	ΙA
CUANTÍA VERTICAI	50
FIGURA 22 COMPARACIÓN DEL CUOCIENTE DEL ESEUERZO DE CORTE DEL ENSAVO Y DEL MODELO CON RESPECTO A	ΙΔ
CUANTÍA HORIZONTAL.	51
FIGURA 23 COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFLIERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA RELACIÓN DE ASPECTO	
FINSAVOS 2 8 9 10 13 v 16	, 52
FIGURA 24. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFLIERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA RELACIÓN DE ASPECTO	
ENSAYOS 1, 6, 23 Y 27.	, 
FIGURA 25. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA RELACIÓN DE ASPECTO.	
ENSAYOS 24 Y 28	, 53
FIGURA 26. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA CUANTÍA HORIZONTAL.	
ENSAYOS 1. 2 Y 4. $(H/\ell_w = 1.0)$ .	54
FIGURA 27. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA CUANTÍA HORIZONTAL.	
ENSAYOS 6 Y 8. $(H/\ell_w = 0.69)$	55
FIGURA 28. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA CUANTÍA HORIZONTAL.	
ENSAYOS 11 Y 13. $(H/\ell_w=0.50)$	55
FIGURA 29. COMPARACIÓN DE LA VARIACIÓN DEL ESFUERZO DE CORTE CON RESPECTO A LA CUANTÍA HORIZONTAL.	
ENSAYOS 14 Y 16. $(H/\ell_w = 0.35)$	56
FIGURA 30. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES D Y VTEST/VWH. ENSAYOS 1. 2. 4 Y 6.	62
FIGURA 31. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES D Y VTEST/VWH, ENSAYOS 7, 8, 9 Y 10.	62
FIGURA 32. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES D Y VTEST/VWH. ENSAYOS 15, 16, 21 Y 22.	63
FIGURA 33. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES D Y VTEST/VWH. ENSAYOS 23, 24, 25 Y 26.	63
FIGURA 34. ESTABILIZACIÓN DE LAS VARIABLES D Y VTEST/VWH. ENSAYOS 31, 32.	64
FIGURA 35. ENSAYO MURO 2. KOU (1995).	65
FIGURA 36. ENSAYO MURO 4. KOU (1995).	65
FIGURA 37. ENSAYO MURO 7. KOU (1995).	66
FIGURA 38. ENSAYO MURO 8. KOU (1995).	66
FIGURA 39. ENSAYO MURO 9. KOU (1995)	67

FIGURA 40. ENSAYO MURO 10. KOU (1995)	67
FIGURA 41. ENSAYO MURO 11. KOU (1995)	
FIGURA 42. ENSAYO MURO 12. KOU (1995).	
FIGURA 43. ENSAYO MURO 13. KOU (1995).	
FIGURA 44. ENSAYO MURO 14. KOU (1995).	
FIGURA 45. ENSAYO MURO 15. KOU (1995).	
FIGURA 46. ENSAYO MURO 16. KOU (1995).	
FIGURA 47. ENSAYO MURO 21. LEDEZMA (1999)	71
FIGURA 48. ENSAYO MURO 22. LEDEZMA (1999).	71
FIGURA 49. ENSAYO MURO 24. LEDEZMA (1999).	72
FIGURA 50. ENSAYO MURO 25. LEDEZMA (1999)	72
FIGURA 51. ENSAYO MURO 26. LEDEZMA (1999)	73
FIGURA 52. ENSAYO MURO 27. LEDEZMA (1999).	73
FIGURA 53. ENSAYO MURO 29. LEDEZMA (1999)	74
FIGURA 54. ENSAYO MURO 30. LEDEZMA (1999)	74
FIGURA 55. ENSAYO MURO 31. LEDEZMA (1999)	75
FIGURA 56. ENSAYO MURO 32. LEDEZMA (1999)	75

## 1 INTRODUCCIÓN

#### **1.1 ANTECEDENTES GENERALES**

En la construcción de edificios, parte importante del buen desempeño que éstos tienen frente a solicitaciones, tanto en condiciones de uso como ante solicitaciones eventuales, se debe al buen comportamiento que los muros estructurales tienen frente a estas solicitaciones, especialmente en países sísmicos como Chile.

Debido a la naturaleza sísmica de nuestro país, es de gran importancia que los elementos estructurales de los edificios tengan un buen comportamiento frente a acciones sísmicas, tanto para el control de daño en sismos leves, como para evitar el colapso en sismos de gran magnitud. Es por eso que el correcto diseño de muros estructurales es parte importante de este buen comportamiento.

Dentro de la tipología de muros, existen los llamados muros cortos. Los muros cortos de hormigón armado, cuya esbeltez (relación alto versus largo) no es mayor a 1.5 ó 2, se encuentran comúnmente en niveles de estacionamiento, o en fachadas con grandes aberturas, que resultan en muros horizontales o verticales contiguos a las aberturas.

Para predecir los esfuerzos en los muros en general, se han generado modelos que siguen las hipótesis de Bernoulli, considerando que los esfuerzos internos en los elementos son uniformes y los flujos de carga son idealizados por una serie de puntales a compresión ubicados en forma paralela, lo que ha dado buenos resultados en muros esbeltos. Sin embargo, los flujos de los esfuerzos internos en muros cortos está lejos de ser uniforme, por el contrario, dada su geometría y los esfuerzos aplicados sobre estos, los flujos son altamente distorsionados. Así, se hace necesario un método de modelamiento especializado para este tipo de elementos, conocer sus modos de falla y las fuerzas que los afectan es imperativo para un diseño que se base en el completo entendimiento del comportamiento que sostienen estos elementos.

En esta memoria se analiza e implementa un modelo puntal tensor que satisfaga las condiciones y requerimientos de los muros cortos, donde la distribución de los esfuerzos internos se representa

a través de puntales de compresión, para los esfuerzos que toma el hormigón y tensores, que representan los esfuerzos que toma el acero en estos elementos.

### **1.2 MODELO PUNTAL TENSOR**

Este método nace de la necesidad de mejorar el detallamiento del refuerzo en el hormigón, particularmente en regiones de las estructuras donde las secciones planas no permanecen planas una vez aplicadas las solicitaciones, lo que en ocasiones puede provocar diseños precarios, dando como resultado malos comportamientos e incluso la falla de algunas estructuras.

El método del puntal tensor distingue dos regiones en su análisis: las regiones B, cuyas secciones siguen la hipótesis de Bernoulli, esto es, secciones planas permanecen planas, y las regiones D, cuyas secciones no permanecen planas luego de aplicar las solicitaciones y se provocan distorsiones en los flujos de esfuerzos. La figura 1 muestra una estructura con sus respectivas regiones B y regiones D. Las distorsiones de flujos de esfuerzos se observan en zonas cercanas a cargas, reacciones puntuales o variaciones abruptas de la geometría de un elemento estructural.



Figura 1. Marco con regiones B y regiones D. (Schlaich et al. (1987))

Los modelos de puntal tensor consisten en representar las principales acciones dentro de un elemento estructural como fuerzas uniaxiales de tracción y compresión. Las gran diferencia de capacidad del hormigón en compresión y tracción, donde la capacidad a tracción es

aproximadamente un décimo de la capacidad a compresión, se traduce en que las acciones de tracción sean representadas por el refuerzo de acero, llamadas tensores, mientras que las acciones de compresión son representadas por puntales de hormigón. Estos elementos uniaxiales son usados para modelar el comportamiento del hormigón armado en distintos elementos estructurales. Esta herramienta permite el seguimiento aproximado de los flujos de las solicitaciones al interior del elemento en cuestión. Esta distribución de los esfuerzos internos se puede establecer para satisfacer equilibrio, compatibilidad de deformaciones y las leyes constitutivas del hormigón armado.

En la historia del diseño de estructuras de hormigón armado, gran dedicación se ha referido al desarrollo de métodos y procedimientos para las regiones B, sin embargo, estos procedimientos no siempre son aplicables a las regiones D. Es así como el método puntal tensor encuentra su principal aplicación en estas regiones y es importante mencionar que esta metodología también es aplicable a las regiones B, resultando en una fuerte herramienta para el modelamiento y diseño de estructuras y elementos estructurales de hormigón armado.

El modelo de Hwang et al. (2001), basado en el método puntal tensor, se aplica sobre muros cortos de hormigón armado. Este modelo presenta características en su configuración en el que en ocasiones las deformaciones que se producen en los tensores no quedan definidas, debido a que no considera la no existencia del refuerzo horizontal o vertical. La no existencia del refuerzo indicaría que la fuerza asociada al mecanismo de puntal-tensor donde no existe armadura es cero (0), quedando indefinida la deformación unitaria relacionada con ese refuerzo (tensor). Incluso en los casos que existiera refuerzo en estas direcciones, el modelamiento requiere definir la deformación unitaria de estos refuerzos a partir de las fuerzas determinadas , que para el caso del material elastoplástico queda unívocamente definido dentro del rango lineal, pero no así en el rango plástico.

Inicialmente se analizarán muros cortos de hormigón armado en los que el extremo superior esta libre, es decir, se permite el desplazamiento lateral de la zona superior del muro (muro cantiléver). Una vez que se ha analizado e implementado el modelo puntal tensor para estos muros, se modificará la geometría para analizar muros de doble curvatura, esto es, muros que presenten doble empotramiento en sus apoyos inferior y superior, pero que permitan el desplazamiento lateral del extremo superior. Es en este análisis donde se pretende modificar el modelo original basado en fuerzas a un modelo basado en deformaciones.

### **1.3 OBJETIVOS**

### 1.3.1 Objetivo General

El objetivo principal que persigue esta memoria es estudiar y verificar la capacidad de corte obtenida por medio de un modelo puntal tensor en muros cortos con falla de corte.

## 1.3.2 Objetivos Específicos

- Análisis y comparación de resultados experimentales existentes serán usados para determinar la factibilidad del método.
- Análisis de los distintos parámetros de las calibraciones para determinar su dependencia con los resultados finales del modelo.

## 2 METODOLOGÍA

Inserta en el marco del objetivo principal de este trabajo de título, la metodología de desarrollo a utilizar es la siguiente:

#### 1. Capítulo I. Introducción.

En este primer capítulo la principal tarea a realizar es recopilar información sobre modelos similares a los que se pretende implementar y ahondar sobre la metodología que sigue el método puntal tensor para muros cortos de hormigón armado y todas sus aplicaciones para lograr un conocimiento completo de lo que significa este método, de las aplicaciones que tiene en el diseño y cálculo de estructuras y de cómo relaciona al hormigón y al acero con los puntales de compresión y los tensores respectivamente.

#### 2. Capítulo II. Modelo Puntal Tensor para Muros Cortos.

Se selecciona el Modelo de Hwang et al. (2001), y se describen las características del modelo, esto es, los supuestos, características geométricas, condiciones de equilibrio, leyes constitutivas, condiciones de compatibilidad y el procedimiento numérico que se pretende emular en esta memoria.

Se comparan los resultados del modelo de Hwang et al. (2001), con el modelo implementado en esta memoria. Ambos métodos son iterativos, la diferencia esta en la manera de búsqueda del esfuerzo de corte, mientras el modelo de Hwang es a través del incremento gradual de esfuerzo de corte, la emulación propuesta lo hace a través del método de la bisección.

#### 3. Capítulo III. Muros de Doble Curvatura.

Se compara el modelo con muros de doble empotramiento en donde el giro no esta permitido en ninguno de los dos extremos, pero el extremo superior puede desplazarse lateralmente. Estos resultados se analizarán y compararán con los resultados experimentales expuestos por Hidalgo et al. (2002). Dado que las condiciones de apoyo de los muros cambian, el modelo también debe adecuarse a estas, para eso se siguen las condiciones expuestas en el modelo de muros de doble curvatura de Bali y Hwang (2007).

Debido a que Bali y Hwang (2007) solo modelan muros de doble curvatura en los que exista armadura distribuida en ambas direcciones debido a que el modelo no soporta, en su análisis, que en alguno de los mecanismos relacionados con el refuerzo horizontal o vertical no existan en la formulación de las ecuaciones, puesto que la deformación unitaria asociada a alguno de los puntales no queda definida. Además de esto, Hwang et al. (2001) y Bali y Hwang (2007) no incorporan el endurecimiento del acero en sus modelos, por lo que si los esfuerzos que toma el acero, superan el rango elástico de la curva tensión-deformación, la deformación tampoco queda unívocamente definida. Por estas razones se modificará el modelo de Bali y Hwang (2007), de un modelo basado en fuerzas a un modelo que se base en deformaciones unitarias y así sobrellevar los inconvenientes descritos anteriormente.

Para esto, a través de un modelo de elementos finitos, se utilizaron calibraciones de las deformaciones en la dirección horizontal y vertical y el desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*). Con esto y siguiendo las condiciones y supuestos de Bali y Hwang (2007) y Hwang et al. (2001), el método de búsqueda del esfuerzo de corte deja de ser iterativo y pasa a tener solución única, dependiente directamente del desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*).

#### 4. Capítulo IV. Análisis de Resultados.

En este capítulo se analizarán los resultados del modelo implementado y se compararán con los expuestos por Bali y Hwang (2007), los ensayos que no posean en su configuración armadura distribuida horizontal, vertical o ambas se compararán con los resultados expuestos por Hidalgo et al. (2002). Además se utilizarán las curvas histeréticas de los ensayos de Hidalgo para comparar la resistencia máxima de corte de los muros modelados. Además de realizar las comparaciones descritas anteriormente, se analizarán y compararán la tendencia de los resultados con respecto a los distintos parámetros de los que depende la modelación a través de deformaciones, este análisis y comparación de los ensayos nos permitirá conocer la dependencia de la modelación a través de deformaciones con respecto de los distintos parámetros de diseño de los muros cortos de hormigón armado y como se relaciona con la calibración de las deformaciones y del desplazamiento horizontal con respecto de la altura.

### 5. Capítulo V. Comentarios y Conclusiones.

Se comparan los resultados, indicando similitudes y diferencias. En este capítulo se analizan las posibles razones del por que el modelo y el ensayo no presentan los mismos resultados y de cómo afecta esto al modelo.

## 6. Capítulo VI. Bibliografía.

En este capítulo se encuentra la bibliografía y referencias de esta memoria.

## **3 MODELO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS**

#### **3.1 GENERAL**

#### 3.1.1 Presentación

En este capítulo se entrega una base teórica de los conceptos y procedimientos que involucra la implementación de un modelo puntal tensor para muros cortos de hormigón armado.

Como antecedentes se tiene el trabajo realizado por Hwang et al. (2001), donde se describe un modelo analítico para predecir la capacidad lateral de muros cortos. El modelo consiste de tres mecanismos de distribución de cargas al interior del muro, que aunque representa un enrejado hiperestático, asume una distribución de cargas entre los distintos enrejados principales. Esta distribución de cargas resulta en un estado de tensiones de compresión máxima en la diagonal principal del muro, que en conjunto con las leyes constitutivas de los materiales y compatibilidad de deformaciones, caracterizan al modelo.

### **3.2 RESUMEN DEL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)**

Hwang et al. (2001) presenta un modelo puntal tensor de compresión reducida para muros cortos que predice la resistencia al corte asociada a una falla de compresión diagonal. Este modelo, además de conceptualmente basarse en la idea del modelamiento de puntal tensor, satisface equilibrio, compatibilidad de deformaciones y las leyes constitutivas del hormigón fisurado.

El término "de compresión reducida" enfatiza la importancia del fenómeno de reducción de la curva de compresión versus deformación uniaxial del hormigón, producto de la acción perpendicular (al eje principal de compresión) que puede tender a deformar el hormigón en tracción, fisurándolo, lo que degrada la capacidad del hormigón en la dirección en compresión. Así, esta compresión reducida incorpora el comportamiento biaxial (compresión-tracción) en el modelo, entendido como la acción de cargas uniaxiales ortogonales en un elemento tipo panel.

Según el modelo, en los muros cortos de hormigón armado cuya esbeltez (relación alto vs. largo) sea menor a 2, se puede establecer la siguiente relación (Hwang et al. (2001)).

$$\frac{V_{wv}}{V_{wh}} \approx \frac{H}{\ell} \qquad \qquad \text{Ec. 1}$$

Donde  $V_{wv}$  y  $V_{wh}$  = fuerzas vertical y horizontal en el muro respectivamente, donde  $V_{wh}$  es una fuerza externa y  $V_{wv}$  una fuerza interna; H = distancia desde el punto de aplicación de  $V_{wh}$  hasta la base;  $\ell$  = brazo de palanca interior de la pareja de fuerzas en la base del muro (Fig. 2).



Figura 2. Acciones internas y externas de muros cortos de hormigón armado (Hwang et al. (2001))

#### 3.2.1 Modelo Geométrico

Una vez que el hormigón empiece a fisurarse, las barras de acero serán sometidas a tensión y el hormigón actuará como un puntal de compresión. Tres son las trayectorias que se proponen para modelar la transferencia de esfuerzos en muros cortos, estos son: el mecanismo diagonal, el horizontal y el vertical (Fig. 3).

El mecanismo diagonal (Fig. 3a) consiste en un único puntal de compresión, cuya dirección se asume coincide con la dirección del esfuerzo principal del hormigón. El ángulo de inclinación esta dado por la siguiente expresión:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{H}{\ell}\right)$$
 Ec. 2

El mecanismo horizontal (Fig. 3b) consiste en un tensor horizontal y dos puntales planos. El tensor horizontal esta compuesto por el refuerzo horizontal de corte. Al procesar el área transversal del tensor, se asume que el refuerzo de corte de la mitad central es completamente efectivo mientras que el acero restante, se asume con una efectividad del 50% (Hwang y Lee 1999, 2000).

El mecanismo vertical (Fig. 3c) se compone de un tensor vertical y dos puntales empinados. El tensor vertical incluye solo el refuerzo vertical del alma del muro y excluye el refuerzo vertical de los elementos extremos. Para muros sin elementos extremos o de borde, se considerará un largo efectivo de  $0.8 \cdot \ell_{w}$  para construir el tensor vertical.

El modelo asume una falla de compresión diagonal en la dirección del puntal diagonal, es decir, a través de la diagonal del muro. De esta forma las fuerzas obtenidas por los tres mecanismos de falla proyectados en la dirección diagonal entregan la máxima solicitación actuando en el muro. La capacidad se define cuando esta solicitación alcanza la capacidad de compresión del hormigón, para un ancho del puntal diagonal conocido.



Figura 3. Mecanismos resistentes al corte en muros cortos: (a) Diagonal, (b) horizontal, (c) vertical.

## 3.2.2 Condiciones de Equilibrio

El equilibrio de fuerzas de los tres mecanismos resistentes propuestos por el modelo de Hwang permite obtener las resultantes de fuerzas verticales y horizontales. Estas resultantes son:

$$V_{wv} = -D \cdot \sin \theta + F_h \cdot \tan \theta + F_v \qquad \text{Ec. 3}$$
$$V_{wh} = -D \cdot \cos \theta + F_h + F_v \cot \theta \qquad \text{Ec. 4}$$

Donde D = fuerza de compresión en el puntal diagonal (positiva para tensión);  $F_h$  y  $F_v$  son las fuerzas de tensión de los puntales horizontales y verticales respectivamente (positivos para tensión).



Figura 4. Modelo puntal tensor de muros cortos.

Los tres mecanismos se superponen para formar un enrejado hiperestático, que en conjunto representa las rutas de carga del alma del muro. Dado que el esfuerzo de corte debe repartirse entre estos tres mecanismos resistentes, se define la proporción de participación del corte horizontal  $V_{wh}$  en los mecanismos de resistencia como (Hwang y Lee 1999, 2000):

$$-D \cdot \cos \theta : F_h : F_v \cot \theta = R_d : R_h : R_v \qquad \text{Ec. 5}$$

Donde  $R_d$ ,  $R_h$  y  $R_v$  = coeficientes de corte del muro resistidos por el mecanismo diagonal, horizontal y vertical, respectivamente. Estos coeficientes reparten el esfuerzo de corte entre los tres mecanismos y, como consecuencia de esto, el enrejado pasa a ser isostático. La distribución del corte horizontal  $V_{wh}$  entre los tres mecanismos existentes es en función de las rigideces relativas de éstos. La relación de rigidez entre el tensor horizontal y el puntal diagonal para transferir el corte horizontal es  $\gamma_h /(1 - \gamma_h)$ , donde  $\gamma_h$  es la fracción del corte horizontal que se trasfiere a través del tensor horizontal en ausencia del tensor vertical. Los valores de  $\gamma_h$  se definen como (Jennewein y Schäfer 1992; Schäfer 1996)

$$\gamma_h = \frac{2 \tan \theta - 1}{3}$$
 para  $0 \le \gamma_h \le 1$  Ec. 6

De manera similar la relación de rigidez entre el tensor vertical y el puntal diagonal para transferir corte vertical es  $\gamma_{\nu}/(1-\gamma_{\nu})$ , donde  $\gamma_{\nu}$  es la fracción del corte vertical llevado por el tensor vertical en ausencia del tensor horizontal. El valor de  $\gamma_{\nu}$  se define como (Jennewein y Schäfer 1992; Schäfer 1996)

$$\gamma_{\nu} = \frac{2\cot\theta - 1}{3}$$
 para  $0 \le \gamma_{\nu} \le 1$  Ec.7

Debido a que el corte horizontal  $V_{wh}$  es proporcional al la fuerza vertical  $V_{wv}$ , la relación de rigidez entre el tensor vertical y el puntal diagonal para transferir el corte horizontal es también  $\gamma_h / (1 - \gamma_h)$ .

Luego, la relación entre el mecanismo horizontal y diagonal debiese ser la misma con o sin la participación del mecanismo vertical, es decir

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{\gamma_h}{1 - \gamma_h}$$
 Ec. 8

De manera similar existe una relación ente el mecanismo vertical y el diagonal

$$\frac{R_{v}}{R_{d}} = \frac{\gamma_{v}}{1 - \gamma_{v}}$$
 Ec. 9

De esta forma, forzando la suma de  $R_d$ ,  $R_h$ , y  $R_v$  a la unidad, estos factores entregan directamente la fracción de la carga lateral tomada por cada mecanismo. Así,

$$R_d + R_h + R_v = 1$$
 Ec. 10

Resolviendo las ecuaciones 8, 9 y 10 los valores de  $R_d$ ,  $R_h$ , y  $R_v$  se pueden combinar como

$$R_{d} = \frac{(1 - \gamma_{h})(1 - \gamma_{v})}{1 - \gamma_{v}\gamma_{h}}$$
Ec. 11  
$$R_{h} = \frac{\gamma_{h}(1 - \gamma_{v})}{1 - \gamma_{v}\gamma_{h}}$$
Ec. 12  
$$R_{v} = \frac{\gamma_{v}(1 - \gamma_{h})}{1 - \gamma_{v}\gamma_{h}}$$
Ec. 13

Dado que la compresión diagonal es principalmente transferida en la dirección -d, el esfuerzo de compresión máxima  $\sigma_{d,\max}$  actuando en la zona nodal, se asume es el que gobierna la falla. El esfuerzo  $\sigma_{d,\max}$  resultante de la suma de las fuerzas de compresión del puntal diagonal, el plano y el empinado (Fig. 3) en la zona nodal se puede calcular como

$$\sigma_{d,\max} = \frac{1}{A_{str}} \left\{ D - \frac{\cos\left(\theta - \tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)} \cdot F_h - \frac{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right) - \theta\right)}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right)\right)} \cdot F_v \right\} \quad \text{Ec. 14}$$

#### 3.2.3 Leyes Constitutivas

Tal como se indicó, el modelo considera la acción biaxial presente en el hormigón. Esta condición biaxial viene caracterizada por una tensión de compresión en una dirección principal y otra acción que genera una deformación unitaria de tracción en la dirección ortogonal, reduciendo la capacidad a compresión del hormigón al compararla con la respuesta uniaxial. La curva ascendente de compresión versus deformación unitaria del hormigón viene dada por la siguiente expresión (Hwang et al. (2001)),

$$\sigma_{d} = -\zeta \cdot f_{c} \left[ 2 \left( \frac{-\varepsilon_{d}}{\zeta \cdot \varepsilon_{0}} \right) - \left( \frac{-\varepsilon_{d}}{\zeta \cdot \varepsilon_{0}} \right)^{2} \right] \text{ para } \frac{-\varepsilon_{d}}{\zeta \cdot \varepsilon_{0}} \le 1$$

$$\zeta = \frac{5.8}{\sqrt{f_{c}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_{r}}} \le \frac{0.9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_{r}}}$$
Ec. 15
Ec. 15

$$\varepsilon_0 = 0.002 + 0.001 \left( \frac{f_c - 20}{80} \right)$$
 para  $20 \le f_c \le 100 MPa$  Ec. 17

donde  $\sigma_d$  = tensión principal media del hormigón en la dirección d (positiva para tensión);  $\zeta$  = coeficiente de reducción;  $f_c^{'}$  = tensión máxima de compresión de un cilindro estándar de hormigón (MPa);  $\varepsilon_d$  y  $\varepsilon_r$  = deformación principal media en la dirección d y r, respectivamente (positiva para tensión); y  $\varepsilon_0$  = deformación de un cilindro de concreto correspondiente a una tensión cilíndrica de  $f_c^{'}$ .

Se asume que el acero de refuerzo vertical y horizontal es perfectamente elastoplástico y las relaciones de tensión deformación están definidas por

$$f_s = E_s \varepsilon_s$$
 para  $\varepsilon_s \le \varepsilon_y$  Ec. 18  
 $f_s = f_y$  para  $\varepsilon_s \ge \varepsilon_y$  Ec. 19

Donde  $E_s =$  módulo de elasticidad de las barras de acero;  $f_s$  y  $\varepsilon_s$  son la tensión y deformación del acero, respectivamente.

En términos de fuerza, la relación anterior se puede escribir como

$$F_{h} = A_{th} E_{s} \varepsilon_{h} \leq F_{yh} \qquad \text{Ec. 20}$$
$$F_{v} = A_{tv} E_{s} \varepsilon_{v} \leq F_{yv} \qquad \text{Ec. 21}$$

Donde  $A_{th}$  y  $A_{tv}$  son las áreas de los tensores horizontales y verticales respectivamente;  $F_{yh}$  y  $F_{yv}$  las fuerzas de fluencia de los tensores horizontales y verticales respectivamente.

#### 3.2.4 Condiciones de Compatibilidad

El modelo propuesto por Hwang asume compatibilidad de las deformaciones, considerando que las deformaciones medias tanto en las direcciones vertical, horizontal, y principal de compresión y tracción cumplen con las reglas del primer invariante. Esto es,

$$\varepsilon_r + \varepsilon_d = \varepsilon_h + \varepsilon_v$$
 Ec. 22

Donde  $\varepsilon_h$  y  $\varepsilon_v$  deformación normal media en la dilección *h* y *v*, respectivamente (positiva para tensión). Esta igualdad establece que la suma de las deformaciones normales en las direcciones perpendiculares es constante.

#### 3.2.5 Procedimiento Numérico

El procedimiento para encontrar el esfuerzo de corte en muros cortos comienza con la selección de un valor del corte horizontal  $V_{wh}$  con el que se verifican las condiciones de compatibilidad, equilibrio y leyes constitutivas. En caso de no cumplirse estas condiciones dentro de una tolerancia aceptable, se procede con el análisis para un nuevo valor del corte horizontal. El método numérico contempla:

- 1. Se define la distribución de fuerzas en los tres mecanismos resistentes.
- 2. Las ecuaciones de equilibrio se emplean para encontrar  $\sigma_{d,\max}$  que actúa en la zona nodal.
- 3. Asumiendo que el esfuerzo del puntal de hormigón se alcanza, se obtiene un valor inicial del coeficiente de reducción como  $\zeta = -\sigma_{d,\max} / f_c$ . Luego, se calculan las deformaciones de los puntales y tensores con ayuda de las correspondientes leyes constitutivas.
- 4. Se calcula un nuevo valor de  $\zeta$  aplicando las ecuaciones de compatibilidad. Si el valor de  $\zeta$  que se asumió en el paso 3 esta cercano al nuevo  $\zeta$ , entonces el valor del corte  $V_{wh}$  seleccionado es el esfuerzo de corte del muro, sino se renueva el procedimiento de iteración.

En la Fig. 5, se describe el diagrama de flujos del procedimiento iterativo. Allí se aprecia paso a paso la descripción del algoritmo de la solución del modelo implementado.



Figura 5. Algoritmo del diagrama de flujo de la solución del Modelo de Hwang et al. (2001)

## 3.3 VERIFICACIÓN DEL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)

La búsqueda del esfuerzo último de corte  $V_{wh}$ , según se indica en el diagrama de flujo de la Fig. 5, se encuentra mediante el incremento gradual del esfuerzo de corte, elegido previamente. La implementación numérica del método iterativo ha sido levemente modificada para la verificación de la implementación del modelo. En la iteración propuesta, la búsqueda del esfuerzo último de corte se realiza mediante el proceso de la bisección. El método de la bisección se basa en el teorema del valor intermedio, este teorema dice principalmente que, sea f(x) una función continua en el intervalo [a, b] y suponiendo que f(a) < f(b). Entonces para cada z talque f(a) < z < f(b) existe un  $x_0$  tal que  $f(x_0) = z$ . La misma conclusión se puede obtener para f(a) > f(b). En particular si f(a)y f(b) tienen signos opuestos entonces un valor intermedio es precisamente z = 0. En particular, para la verificación de la implementación del modelo, se inicia el proceso a través de dos valores iniciales del esfuerzo de corte, tal que estos valores generen errores tanto positivo como negativo. De esta manera se puede suponer que la solución esta entre el intervalo de los valores seleccionados para el esfuerzo de corte. Posteriormente se itera utilizando el valor medio de estas posibles soluciones. Basados en este valor medio se estima nuevamente el error que en caso de ser negativo o positivo reemplaza la solución asociada al error previamente estimado como positivo o negativo. Se procede hasta que el error este dentro de las tolerancias aceptadas.

Para la implementación de este proceso, se utilizaron los ensayos recopilados por Hwang et al. (2001), que se muestran en la tabla 1. Los ensayos que se presentan en esta tabla son aquellos que presentan exclusivamente falla de corte.

													V <sub>wb t</sub>	st/ <b>V</b> wb.cal	0
Muestra	H[cm]	l <sub>w</sub> [cm]	t <sub>w</sub> [cm]	b <sub>b</sub> [cm]	h <sub>b</sub> [cm]	f´c[Mpa]	ρ.[%]	f <sub>w</sub> [Mpa]	ρ <sub>h</sub> [%]	f <sub>vh</sub> [Mpa]	N/(A <sub>w</sub> f <sub>c</sub> )	V <sub>wh,test</sub>	General	Simple	ACI
					(	a) Benjar	nin and \	Villiams (	1957)					. <u> </u>	
4BII-1	56	61	5	13	10	20.1	0.5	359	0.5	359	0	89	1.45	1.28	1
3A2-3	56	91	5	13	10	21.5	0.5	359	0.5	359	0	155	1.32	1.06	1.15
4BII-3	56	122	5	13	10	19.5	0.5	359	0.5	359	0	201	1.17	0.95	1.14
				(t	o) Hirosa	wa (1965)	) as repo	irted by H	irosawa	a (1975)					
9-40-WI-1	70	60	З	10	10	25.7	0.23	293	0.21	293	0.271	86	1.48	1.21	2.54
				I	(c) Suga	no (1973)	as repo	ted by Hi	rosawa	(1975)					
140-1	180	396	12	36	36	20.6	0.66	572	0.66	572	0.12	2.354	1.32	0.9	1.31
141-2	180	396	12	36	36	20.8	0.66	572	0.66	572	0.228	2.942	1.43	0.96	1.64
142-3	180	396	12	36	36	21.3	0.66	572	0.66	572	0.155	3.138	1.62	1.12	1.72
143-4	180	396	12	36	36	19.6	0.33	572	0.33	572	0.097	1.814	1.31	0.91	1.27
144-5	180	396	12	36	36	20.8	0.33	572	0.33	572	0.097	1.912	1.32	0.92	1.32
145-6	180	396	12	36	36	20.5	0.69	284	0.66	284	U.11	2.138	1.31	0.92	1.49
146-7	180	396	12	36	36 00	19.6	0.69	284	0.66	284	0.106	1.981	1.27	0.89	1.39
147-8	180	396	12	36	36	20.9	0.77	397	0.74	397	0.116	2.305	1.25	0.9	1.28
400.4.50.0		00	0		(d) Yo:	snizaki (1	973) as Lo 70	reported t	y Hiros	sawa	0	4.47	4.4	4.40	4.00
100-1-50-0	86	80	6			23.5	0.73	433	0.82	433	0	147	1.1	1.16	1.08
107-1-00-4	00		6			23.5 13.5	0.44	433	1 1 17	433	0	135	1.15	1.10	0.94
172-2/3-52-4	86	120	6			23.5	0.44	433	0.41	433	0	220	1.00	1.02	1.01
173-2/3-52-4	86	120	6			24.5	0.44	433	0.41	433	0	220	1.05	1.00	0.88
174-2/3-52-12	86	120	6			24.5	1 17	433	1 17	433	n	200	1.00	1.16	0.00
176-1/2-27-8	86	160	6			25.5	0.8	433	0.82	433	n	322	0.92	0.88	0.80
177-1/2-42-4	86	160	6			25.5	0.36	433	0.41	433	0	319	0.99	0.95	1.09
178-1/2-42-8	86	160	6			25.5	0.8	433	0.82	433	0	382	0.99	1.01	0.95
179-1/2-42-12	86	160	6			25.5	1.17	433	1.17	433	0	422	1.09	1.1	1.05
						(e) Ya	amada e	tal. (1974	9						
ρ <sub>w</sub> =0,003	60	133	4	13	13	35.6	0.31	286	0.31	286	0.186	373	1.02	0.83	2.95
p=0.006	60	133	4	13	13	30.4	0.63	286	0.63	286	0.201	370	1.08	0.88	2.19
o=0.012	60	133	4	13	13	31.5	1.26	286	1.26	286	0.218	438	1.07	0.89	1.78
t=30: o=0.008	60	133	3	13	13	32.8	0.84	286	0.84	286	0.221	276	0.98	0.76	1.81
t=20: p;;=0.006	60	133	2	13	13	30.1	0.63	286	0.63	286	0.305	211	1.32	0.85	25
t=20: p_=0.012	60	133	2	13	13	33.7	1.26	286	1.26	286	0.000	213	1.02	0.00	1.67
1 20. pw 0,012	00	1.00	2	10	10	00.1 (f) E	arda at -	1 (1977)	1.20	200	0.200	213	1.00	0.70	1.01
B1-1	95	191	10	61	10	29		543	0.5	496	Ω	1276	1.73	1 38	1.75
B2-2	95	191	10	61	10	16.3	0.5	552	0.5	499	n	965	1.13	1.69	1.51
B3-2	95	191	10	61	10	27	0.5	545	0.5	513	0	1112	1.25	1.28	1.51
B6-4	95	191	10	61	10	21.2	0.25	496	0.5	496	0	872	1.31	1.38	1.26
B7-5	48	191	10	61	10	25.7	0.5	531	0.5	501	0	1140	0.9	0.93	1.58
B8-5	191	191	10	61	10	23.4	0.5	527	0.5	496	0	889	1.64	1.73	1.26
						(g) Ca	irdenas e	et al. (198	O)						
SW-7	206	191	8	-		43	0.94	448	0.27	414	0	519	0.93	0.92	1.3
SW-8	206	191	8			42.5	2.93	448	0.27	465	0	569	0.95	1	1.36
							(h) Mo (	1993)							
HN6-1	65	86	7	17	8	29.5	0.724	443.2	0.81	302.3	0.007	255	1.42	1.08	1.11
HN6-2	65	86	7	17	8	29.5	0.724	443.2	0.81	302.3	0.007	204	1.13	0.86	0.89
HN6-3	65	86	7	17	8	31	0.724	443.2	0.81	302.3	0.007	205	1.1	0.83	0.89
LIN4-1	65	86		17	8	18	0.5795	302.3	0.81	302.3	0.012	193	1.57	1.27	1.03
LIN4-2	65	00	7	17	8	18	0.5795	302.3	0.81	302.3	0.012	217	1.76	1.43	1.15
	00	00	7	17	0 0	30.7	0.5795	443.2	0.01	302.3	0.007	246	1.30	1.03	1.06
	20	88	7	17	0 8	30.2	0.0790	443.2	0.01	302.3	0.007	200	1.13	0.00	0.07
L M6-3	65	86	7	17	8	34.5	0.5795	443.2	0.01	302.3	0.007	210	1.13	0.05	0.51

## Tabla 1. Resultados Experimentales de Hwang et al 2001.

De esta tabla se obtienen los valores experimentales del esfuerzo de corte del muro y estos valores se pueden utilizar como una primera aproximación de la solución del esfuerzo de corte máximo. En este caso se consideró un valor superior igual a cinco veces su valor experimental. La segunda adivinanza considera un valor inferior a este definido como el 10% del valor del esfuerzo de corte experimental. Una vez obtenido el valor inferior y superior, comienza el proceso de la bisección hasta obtener una tolerancia menor que 0.01% del error asociado al factor de reducción,  $\zeta$ .

Los resultados obtenidos a través de este proceso, verifica que el modelo propuesto entregue valores satisfactorios, es decir, similares a los obtenidos por Hwang et al. (2001) y además cercanos a los valores experimentales. En la tabla 2, se comparan los valores obtenidos del cuociente entre el esfuerzo de corte experimental y el valor del esfuerzo de corte obtenido mediante el modelo usando el método de la bisección, y el cuociente entre el esfuerzo de corte experimental y el valor del esfuerzo de corte experimental y el modelo presentado por Hwang et al. (2001) donde se estimó el esfuerzo de corte en forma incremental.

Muestre	Vwh Modelo	Vwh test	Hwang et	Modelo
Maestra	kN	kN	al. (2001)	Modificado
4BII-1	72	89	1.28	1.26
3A2-3	150	155	1.06	1.04
4BII-3	234	201	0.95	0.93
9-40-WI-1	77	86	1.21	1.15
140-1	2882	2354	0.90	0.90
141-2	3367	2942	0.96	0.96
142-3	3105	3138	1.12	1.11
143-4	2136	1814	0.91	0.91
144-5	2230	1912	0.92	0.92
145-6	2482	2138	0.92	0.92
146-7	2382	1981	0.89	0.89
147-8	2799	2305	0.90	0.90
166-1-56-8	130	147	1.16	1.13
167-1-88-4	119	135	1.16	1.12
168-1-88-8	130	159	1.24	1.22
169-1-88-12	134	175	1.32	1.29
171-2/3-36-8	236	235	1.05	1.01
172-2/3-52-4	217	220	1.06	1.04
173-2/3-52-8	236	260	1.13	1.12
174-2/3-52-12	245	275	1.16	1.13
176-1/2-27-8	400	322	0.88	0.83
177-1/2-42-4	351	319	0.95	0.93
178-1/2-42-8	400	382	1.01	0.99
179-1/2-42-12	417	422	1.10	1.04
ρw=0,003	458	373	0.83	0.83
ρw=0,006	440	370	0.88	0.87
pw=0,012	528	438	0.89	0.88
t=30: pw=0,008	379	276	0.76	0.76
t=20: pw=0,006	257	211	0.85	0.85
t=20: pw=0,012	310	213	0.73	0.73
B1-1	1036	1276	1.38	1.35
B2-2	655	965	1.69	1.54
B3-2	990	1112	1.28	1.23
B6-4	673	872	1.38	1.33
B7-5	1318	1140	0.93	0.90
B8-5	533	889	1.73	1.65
SW-7	605	519	0.92	0.86
SW-8	605	569	1.00	0.93
HN6-1	247	255	1.08	1.05
HN6-2	247	204	0.86	0.84
HN6-3	258	205	0.83	0.81
LN4-1	160	193	1.27	1.23
LN4-2	160	217	1.43	1.39
LN6-1	251	246	1.03	1.01
LN6-2	247	200	0.85	0.83
LN6-3	247	210	0.89	0.88
LM6-3	276	210	0.80	0.79

Tabla 2. Verificación del Modelo Implementado.

Para proseguir con el estudio, y ya habiendo verificado que el modelo a implementar es concordante con los resultados expuestos por Hwang, ahondaremos ahora en el estudio de muros cuya condición ya no es con el extremo superior libre (cantiléver), si no que serán muros cuya condición estructural es de doble empotramiento, es decir, el giro no esta permitido en ninguno

de sus extremos. Para esto, se realizará un chequeo numérico del modelo para ver su comportamiento con este tipo de muros, comparando los resultados del modelo, con los ensayos experimentales expuestos por Hidalgo et al. (2002).

## **4 MUROS DE DOBLE CURVATURA**

## 4.1 MODIFICACIONES AL MODELO GEOMÉTRICO

#### 4.1.1 Muros de Doble Curvatura

La condición común de los muros cortos es que se comporten como si sus dos extremos estuviesen empotrados, es decir, como muros de doble curvatura cuyos extremos superior e inferior están conectados a elementos que impiden el giro.

Dado que el comportamiento de los muros de curvatura simple es diferente a los muros de doble curvatura, lo es también el modelamiento de estos últimos. La mayor diferencia entre el modelamiento de muros de simple y doble curvatura está en la definición del elemento de corte. Según Bali y Hwang (2007), el elemento de corte de un muro corto de hormigón armado tiene una altura  $\ell_v$  y un largo  $\ell_h$ . (Fig. 6). Para muros de curvatura simple, como definimos con anterioridad, se considera  $\ell_v = H$ , donde H es la distancia medida desde el centro de la viga superior a la base del muro, donde se aplica la carga lateral, y  $\ell_h$  es la distancia horizontal entre la fuerza de tensión y la resultante de compresión del muro (Fig. 6a). Por otra parte, para muros de doble curvatura la viga superior esta condicionada para no permitir el giro del elemento, es decir, para producir la condición de empotramiento en la parte superior del muro, que se considerara como un elemento que contribuye con un momento flector. En este se puede asumir que el momento flector genera un par de fuerzas de compresión y tracción, donde es la resultante de compresión la que define el inicio o fin del puntal de compresión del muro. Por lo tanto, la altura  $\ell_v$  del elemento de corte para muros empotrado-empotrado será la altura libre del alma del muro y  $\ell_h$  se podrá estimar como la distancia horizontal entre los puntos de las resultantes de la fuerza de compresión de la zona inferior y superior del muro (Fig. 6b) debido a suponer que el flujo de esfuerzos a través del puntal diagonal finaliza en esas zonas de compresión.





(b) Muro de curvatura doble

Figura 6. Elementos de corte de muros de doble y simple curvatura.

Con estas variaciones, el ángulo del puntal diagonal de compresión de muros de doble curvatura quedará definido a través de la siguiente expresión:

$$\theta = \tan^{-1} \left( \frac{\ell_v}{\ell_h} \right)$$
 Ec. 23

Con  $\ell_v = H_n$ , y  $\ell_h \approx \ell_w - 2(a_w/3)$ , donde  $\ell_w$  denota la distancia del muro en su totalidad en la dirección de la fuerza de corte, y  $a_w$  es la distancia de la fibra más comprimida al eje neutro.

Junto con el cambio en la definición del elemento de corte y el ángulo de inclinación del puntal de compresión diagonal, cambian también las condiciones de equilibrio de la estructura y con esto la relación de la ecuación 1.

Debido al cambio en las condiciones de equilibrio, las resultantes  $V_{wv}$  y  $V_{wh}$  son redefinidas para muros de doble curvatura de la siguiente manera

$$V_{wv} = \frac{1}{2} \cdot \left( -D \cdot \sin \theta + F_h \cdot \tan \theta + F_v \right) \qquad \text{Ec. 24}$$
$$V_{wh} = -D \cdot \cos \theta + F_h + F_v \cot \theta \qquad \text{Ec. 25}$$

Por otra parte, debido a que la configuración del muro es ahora de doble empotramiento en sus apoyos, la relación que se establecía en la ecuación 1 queda definida como

$$\frac{V_{wv}}{V_{wh}} = \frac{H}{2\ell}$$
 Ec. 26

A continuación se presenta los ensayos realizados por Hidalgo et el. (2002), junto con sus características geométricas, detalladas en la tesis de magíster de Ledezma (1999) y Kou (1995).

Muro	tw	l <sub>w</sub>	Hw	f'c	$\rho_{\rm u}$	Arm	i. Ve	rtical	f <sub>ye</sub>	Ah	Arm.	Hori	zontal	f <sub>yh</sub>	N	$V_{\text{wh, lest}}$
Muro	mm	mm	mm	MPa	%			mm	MPa	%			mm	MPa	Aw•f'c	kN
1	120	1000	2000	19.4	0.251	4	φ	8	392.3	0.131	11	φ	6	392.3	0.0	198
2	120	1000	2000	19.6	0.251	4	φ	8	402.1	0.246	12	φ	8	402.1	0.0	270
4	120	1000	2000	19.5	0.251	4	φ	8	402.1	0.381	18	φ	8	402.1	0.0	324
6	120	1300	1800	17.7	0.259	6	ø	8	313.8	0.131	10	φ	6	313.8	0.0	309
7	120	1300	1800	17.8	0.125	6	φ	8	470.7	0.246	11	φ	8	470.7	0.0	364
8	120	1300	1800	15.7	0.259	6	φ	8	470.7	0.246	11	φ	8	470.7	0.0	374
9	100	1300	1800	17.6	0.255	9	φ	6	366.5	0.255	17	φ	6	366.5	0.0	258
10	80	1300	1800	16.4	0.25	7	φ	6	366.9	0.25	13	φ	6	366.9	0.0	187
11	100	1400	1400	16.3	0.255	10	φ	6	362.2	0.127	7	φ	6	362.2	0.0	235
12	100	1400	1400	17.0	0.127	5	φ	6	366.5	0.255	13	φ	6	366.5	0.0	304
13	100	1400	1400	18.1	0.255	10	ø	6	370.4	0.255	13	φ	6	370.4	0.0	289
14	80	1700	1200	17.1	0.25	5	φ	6	366.5	0.125	5	φ	6	366.5	0.0	255
15	80	1700	1200	19.0	0.125	10	φ	6	366.5	0.25	9	φ	6	366.5	0.0	368
16	80	1700	1200	18.8	0.25	10	ø	6	366.5	0.25	9	ø	6	366.5	0.0	362
21	100	1300	1800	24.2	0		φ		0.0	0		φ		0.0	0.0	258
22	100	1300	1800	17.2	0		φ		0.0	0		φ		0.0	0.0	222
23	100	1300	1800	24.2	0		ø		0.0	0.25	16	ø	6	430.5	0.0	333
24	100	1300	1800	23.9	0.25	9	ø	6	430.5	0		φ		0.0	0.0	323
25	100	1400	1400	23.9	0		φ		0.0	0		φ		0.0	0.0	352
26	100	1400	1400	17.7	0		φ		0.0	0		φ		0.0	0.0	262
27	100	1400	1400	23.9	0		ø		0.0	0.25	13	φ	6	430.5	0.0	491
28	100	1400	1400	23.3	0.25	10	φ	6	430.5	0		φ		0.0	0.0	258
29	80	1500	1050	23.2	0		φ		0.0	0		φ		0.0	0.0	400
30	80	1500	1050	17.9	0		ø		0.0	0		φ		0.0	0.0	356
- 31	80	1500	1050	23.1	0		φ		0.0	0.25	8	φ	6	430.5	0.0	391
32	80	1500	1050	23.3	0.25	9	ø	6	430.5	0		φ		0.0	0.0	344

Tabla 3. Características geométricas de los muros ensayados por Hidalgo et al. (2002)

#### 4.1.2 Verificaciones al Modelo

Es importante notar que Bali y Hwang (2007) no incorporan en sus resultados los muros que no presenten armadura de refuerzo en los sentidos vertical y horizontal ni tampoco los ensayos que presentan carga axial. Esto se debe a que la configuración del modelo de Bali y Hwang (2007), el que se basa en las características del modelo de Hwang et al. (2001), no considera la no existencia del refuerzo vertical u horizontal. La no existencia de estos refuerzos indicaría que la fuerza asociada al mecanismo de puntal-tensor donde no existe armadura es cero, y de esa forma indefine la deformación unitaria relacionada con ese refuerzo (tensor). Incluso en los casos que

existiera refuerzo en estas direcciones, el modelamiento requiere definir la deformación unitaria de estos refuerzos a partir de las fuerzas determinadas, que para el caso de material elastoplástico queda unívocamente definido dentro del rango lineal, pero no así en el rango plástico. Así, nuevamente se requiere de algún supuesto respecto de la deformación unitaria para tales tensores cuando se alcanza su capacidad.

Debido al cambio en las condiciones de apoyo y geometría que se han considerado en los muros de doble curvatura, es importante comprobar que sea el mecanismo diagonal el que falle primero. Para que esto ocurra, los tensores de los elementos de borde que estuviesen a tracción, no pueden fallar antes que el puntal de compresión diagonal alcance la tensión máxima.

El valor máximo de los elementos a tracción se obtiene multiplicando la tensión de fluencia de las barras de la armadura de borde, por el área de ésta. Este valor se compara con el valor que se obtiene de la ecuación 24, junto con las variables D,  $F_v$  y  $F_h$  que se obtienen del modelo de Hwang et al. (2001). De esta forma se puede verificar que la falla se produzca por compresión del puntal diagonal y no por fluencia de las barras del tensor que se encuentra sometido a tracción.

La tabla 4 muestra los resultados de la comparación de la fuerza vertical con los tensores de borde traccionados.

Muro	Armadura	rhoB	As <sub>b</sub>	Fуь	$As_bFy_b$	Vwv, modelo	Vwv, modelo
IVIGIO	de borde	%	$mm^2$	MPa	kN	kN	As <sub>b</sub> Fy <sub>b</sub>
1	4 ø18	8.5	1020	382.60	390.3	224	0.57
2	4 ø18	8.5	1020	382.60	390.3	282	0.72
4	2 ø22 + 2ø18	10.6	1270	382.60 <sup>b</sup>	485.9	296	0.61
6	4 ø18	6.5	1020	480.70	490.3	208	0.42
7	4 ø18	6.5	1020	480.70	490.3	244	0.50
8	4 ø18	6.5	1020	480.70	490.3	218	0.45
9	2 ø18 + 2ø16	7.0	910	485.60 + 482.70	441.9	198	0.45
10	3 ø18	7.3	760	485.60	369.1	150	0.40
11	4 ø16	5.7	800	482.70	386.2	141	0.36
12	4 ø16	5.7	800	482.70	386.2	150	0.39
13	4 ø16	5.7	800	482.70	386.2	166	0.43
14	3 ø16	4.4	600	482.70	289.6	119	0.41
15	3 ø16	4.4	600	482.70	289.6	129	0.44
16	3 ø16	4.4	600	482.70	289.6	135	0.46
21ª	3 ø16	4.6	600	482.70	289.6	241	0.83
22ª	3 ø16	4.6	600	482.70	289.6	172	0.59
23ª	3 ø16 + 2ø18	8.5	1110	482.70 <sup>b</sup>	535.8	257	0.48
24ª	3 ø16	4.6	600	482.70	289.6	235	0.81
25ª	3 ø16	4.3	600	482.70	289.6	230	0.79
26ª	3 ø16	4.3	600	482.70	289.6	171	0.59
27ª	2 ø16 + 2ø18	6.5	910	482.70 <sup>b</sup>	439.3	216	0.49
28ª	3 ø16	4.3	600	482.70	289.6	209	0.72
29ª	3 ø16	5.0	600	482.70	289.6	160	0.55
30ª	3 ø16	5.0	600	482.70	289.6	124	0.43
31ª	4 ø16	6.7	800	482.70	386.2	147	0.38
32ª	3 ¢16	5.0	600	482.70	289.6	147	0.51

Tabla 4. Comparación de fuerzas verticales.

<sup>a</sup> Los datos de la fluencia de la armadura de borde no se encuentran en la literatura. Se suponen valores iguales a los del ensayo 16.

<sup>b</sup> No hay datos disponibles de la fluencia de ambas armaduras.

En esta tabla se aprecia que los valores obtenidos del cuociente entre la resistencia máxima de la armadura de borde y la fuerza vertical obtenida del modelo son siempre menores a 1. Como consecuencia, se puede suponer que la falla de los muros de doble curvatura no será controlada por la fluencia de la armadura de borde. Con esto se puede decir que el supuesto de Hwang et al. (2001) que asume falla por compresión diagonal en la dirección del puntal diagonal es concordante con el modelo propuesto.

Además de esta comparación entre la fuerza vertical obtenida mediante el modelo y la resistencia máxima de la armadura de borde, es necesario comparar el modelo con los resultados obtenidos por Bali y Hwang (2007), para verificar resultados. A continuación en la tabla 5 se muestra esta comparación:

Muro	Armadura distrit	ouida en el alma	Vwh, modelo	V <sub>wh, test</sub>	$V_{wh,  test}$	Modelo Bali y
INIGIO	Horizontal	Vertical	kN	kN	Vwh, modelo	Hwang (2007)
1	11 ø6@ 18 cm	4 ø8 @ 16.7 cm	186	198	1.06	1.14
2	12 ø8@ 17 cm	4 ¢ 8 @ 16.7 cm	235	270	1.15	1.29
4	18¢6@(11 cm	4 ø8 @ 16.7 cm	247	324	1.31	1.35
6	10¢6@(18cm	6 ø6 @ 16.2 cm	250	309	1.24	1.32
7	11 ø8@ 17 cm	6 ø6 @ 18.9 cm	294	364	1.24	1.28
8	11 ø8@ 17 cm	6 ø8 @ 16.2 cm	262	374	1.43	1.41
9	17¢6@(11 cm	9¢6@(11 cm	239	258	1.08	1.16
10	13¢6@(14 cm	7¢6@(14 cm	181	187	1.04	1.09
11	7 ¢6@ 22 cm	10 ¢6@ 11 cm	236	235	1.00	0.99
12	13¢6@(11 cm	5¢6@(22 cm	250	304	1.21	1.22
13	13¢6@(11 cm	10 ¢6@211 cm	276	289	1.05	1.08
14	5¢6@28cm	5¢6@28cm	280	255	0.91	0.96
15	9¢6@(14 cm	10 ¢6@ 14 cm	304	368	1.21	1.4
16	9¢6@(14 cm	10¢6@(14 cm	318	362	1.14	1.26
21			?	258	?	
22			?	222	?	
23	16¢6@(12 cm		?	333	?	
24		9¢6@(11 cm	?	323	?	
25			?	352	?	
26			?	262	?	
27	13¢6@(11 cm		?	491	?	
28		10¢6@(11 cm	?	258	?	
29			?	400	?	
30			?	356	?	
31	8¢6@(15cm		?	391	?	
32		9¢6@(13cm	?	344	?	

Tabla 5. Comparación de fuerzas horizontales.

En la tabla 5 se aprecia que los resultados obtenidos a través del modelo de la bisección implementado son una buena representación de los posibles valores del esfuerzo de corte máximo en muros de doble curvatura. Es importante indicar que Bali y Hwang (2007) se basaron en un modelo levemente modificado de Hwang et al. (2001), lo que estaría asociado a las pequeñas diferencias observadas. Sin embargo, dada la naturaleza de los muros, el modelo no está orientado a predecir la capacidad de muros que no tienen armadura distribuida en las direcciones verticales y/u horizontales. Es así que es necesario modificar el modelo para predecir el comportamiento de muros en estos casos.

#### 4.2 MODIFICACIONES AL MODELO DE HWANG ET AL. (2001)

Las modificaciones que se contemplan implementar al modelo de Hwang et al. (2001) tienen relación con el proceso de búsqueda del esfuerzo de corte del muro, es decir, como el modelo de Hwang inicia este proceso mediante un mecanismo iterativo en el que va incrementando el valor del esfuerzo de corte hasta alcanzar el máximo, en el modelo propuesto pretende iniciar este
proceso de búsqueda del esfuerzo de corte mediante el cálculo de las deformaciones verticales y horizontales. Al hacer esto y dada la naturaleza de las ecuaciones de equilibrio, el modelo deja de ser iterativo y queda determinado por el desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*).

La incorporación de esta metodología se debe principalmente a que el modelo propuesto por Bali y Hwang (2007), que se basa en el modelo de Hwang et al. (2001), no incorpora aquellos ensayos de Hidalgo et al. (2002) en los que no existe acero de refuerzo horizontal o vertical en el alma de los muros de doble curvatura. Esto debido a que los modelos que ellos proponen no soportan, en su análisis, que en alguno de los mecanismos relacionados con el refuerzo horizontal o vertical no existan en la formulación de las ecuaciones, puesto que la deformación unitaria asociada a alguno de los puntales no queda definida. Además de esto, Hwang et al. (2001) y Bali y Hwang (2007) no incorporan el endurecimiento del acero en sus modelos, por lo que si los esfuerzos que toma el acero, superan el rango elástico de la curva tensión-deformación, la deformación tampoco queda unívocamente definida.

Modificando el modelo, de uno basado en fuerzas a uno basado en deformaciones unitarias, se puede sobrellevar el inconveniente de las deformaciones en los puntales, y así incorporar en el análisis aquellos muros en los que no halla presencia de armadura en los sentidos vertical, horizontal o ambos.

#### 4.2.1 Características de la Modelación a través de Deformaciones

Para incorporar al modelo el análisis a través de deformaciones, es necesario conocer la deformación normal transversal ( $\varepsilon_x$ ) y la deformación normal longitudinal ( $\varepsilon_y$ ) del muro, para luego obtener los esfuerzos en estas direcciones.

Investigaciones experimentales anteriores han estimado deformaciones en muros cortos de hormigón armado. En el trabajo de Massone et al. (2006) se ensayaron catorce muros (14), de entre los cuales se consideran dos tipos, seis (6) muros machones (WP) y ocho (8) muros dintel (WS). Los muro dintel tenían las siguientes dimensiones, 152 cm (60 in) de alto, 152 cm (60 in) de largo y 15 cm (6 in) de espesor, mientras que las de los muros machón tenían 122 cm (48 in) de alto, 137 cm (54 in) de largo y 15 cm (6 in) de espesor. Estos muros presentan una configuración de doble empotramiento en sus apoyos, restringiendo el giro en la interfase de la

viga superior y apoyo inferior, pero permitiendo el desplazamiento transversal en la parte superior del muro de hormigón armado, específicamente, en el punto en donde es aplicada la fuerza horizontal  $V_{wh}$ .

Los resultados experimentales de estos ensayos indican que el promedio de la deformación normal horizontal generalmente alcanza su máximo valor a la mitad de la altura del muro, y disminuye progresivamente hasta llegar a un valor cercano a cero en la parte superior e inferior de los bordes del muro (interfase de la viga superior y apoyo inferior, (Fig. 7(a))), así como también, la magnitud del promedio de la deformación normal transversal incrementa con la aplicación del desplazamiento lateral en los muros (Fig. 7(b)). El desplazamiento lateral es usualmente descrito en términos de "distorsión", es decir, como la relación entre el desplazamiento lateral del punto en donde es aplicada la fuerza lateral, con respecto a la altura del muro, (*drift*). La figura 7(a) representa el promedio de las deformaciones normales horizontales unitarias medidas en 7 puntos diferentes en la altura del muro, donde el promedio corresponde tanto al ancho total del muro como a un valor medio observado entre todos los ensayos de muros tipo machón o dintel.



Figura 7. Promedio de la Deformación Normal Horizontal. (a) Distribución de la deformación normal horizontal: distribución del promedio experimental (exp) y distribución de la función Calibrada (modelo), y (b) Promedio de la deformación normal horizontal versus el desplazamiento lateral (drift). (Massone et al. (2008))

Por otra parte, para determinar los cambios en la altura del muro, se consideró el promedio de los desplazamientos verticales obtenidos de los ensayos antes mencionados, específicamente el desplazamiento entre la viga superior y el pedestal inferior en la zona exterior del muro

(elementos extremos o de borde), y el desplazamiento lateral del muro. En la figura 8, se grafica el cambio de la altura del muro versus el desplazamiento lateral de este.



Figura 8. Alargamiento axial del Muro versus Desplazamiento Lateral. Massone (2006)

#### 4.3 MODELO ANALÍTICO

A pesar de que los resultados experimentales nos entregan una noción del comportamiento de los muros, estos resultados, y las calibraciones que se puedan obtener de ellos, son dependientes directamente de las características específicas de los ensayos. Así, es necesario generalizar las curvas o valores para las deformaciones unitarias que se requieren en el modelo.

De esta forma, y no como parte de esta tesis, se han considerado los resultados obtenidos por Massone (2008) (comunicación personal) para la implementación de un modelo de elementos finitos donde el muro se ha subdividido en 8 por 8 paneles, apoyados en los extremos para reproducir las condiciones de ensayo de muros con doble curvatura, es decir, empotramiento perfecto a nivel de base y en la parte superior del muro, permitiendo el desplazamiento lateral y vertical. Los paneles corresponden a elementos rectangulares de cuatro nodos conectados entre si para formar la malla que representa el muro. Para imponer la condición de apoyo superior se supuso gran rigidez del pedestal superior, lo que se modeló imponiendo el mismo desplazamiento lateral y vertical de los nodos superiores.

Los elementos de panel son tratados como elementos de hormigón armado, sometido a acciones de esfuerzos normales y de corte en el plano (Fig. 9). Para representar el comportamiento constitutivo de cada panel, se considera un modelo que permite la rotación de la dirección principal de deformaciones unitarias y tensiones, la que puede modelarse a través de distintos modelos constitutivos como la Teoría del Campo Modificado de Compresión (MCFT), o el Ángulo de Rotación del Modelo Reducido (RA-STM), entre otros.

Para este análisis se consideró que el modelo constitutivo de tensión-deformación del material constituyente de hormigón se aplica a lo largo de las direcciones principales del campo de deformaciones (es decir, dirección principal de deformación 1 y 2), para luego obtener el campo de tensiones asociado a las direcciones principales, asumiendo que las direcciones principales de la tensión y de la deformación coinciden. En el caso del acero de refuerzo, comúnmente las direcciones vertical y horizontal corresponden a los ejes longitudinales del refuerzo, y así las deformaciones se determinan en esos ejes asumiendo perfecta adherencia con el hormigón, para así estimar las tensiones asociadas al acero.



Figura 9. Modelamiento del Panel de Hormigón Armado. Massone et al. (2006)

#### 4.3.1 Leyes Constitutivas del Modelo

La implementación de las leyes constitutivas de los materiales varía con respecto al modelo de Hwang et al. (2001), principalmente la del hormigón. El acero, por otra parte, se basa en el modelo constitutivo uniaxial de Mennegotto y Pinto (1973). El modelo representa una transición curva entre dos rectas asíntotas (Fig. 10), con pendiente  $E_0$  (módulo de elasticidad) y pendiente  $E_1 = bE_0$ , donde el parámetro b es la relación de endurecimiento de la tensión.



Figura 10. Modelo Constitutivo para el Acero de Refuerzo. Massone et al (2006)

En el hormigón, la relación constitutiva implementada al modelo analítico del hormigón considera el efecto biaxial de compresión reducida (reducción en la tensión principal de compresión debido a una fisura por tracción en la dirección ortogonal del puntal de compresión), y el endurecimiento de tracción (aumento de la tensión post-peak debido a la unión del hormigón y el acero entre las fisuras).

Para incorporar el efecto del endurecimiento de tracción en la curva de tensión-deformación en el comportamiento a tracción del hormigón, se implementa la relación de tensión-deformación propuesta por Belarbi y Hsu (1994) (Fig. 11). Para describir el comportamiento de la curva de tensión-deformación del hormigón a compresión, la curva base de Thorenfeldt, calibrada por Collins y Porasz (1989), Wee et al. (1996) y Carreira y Kuang-Han (1985), y actualizada por la introducción del parámetro de compresión reducida propuesto por Vecchio y Collins (1993) (Fig. 12) es considerada.

Es importante decir que el cambio de las leyes constitutivas de los materiales cambia solo para la calibración de las ecuaciones características de deformación horizontal y deformación vertical del modelo analítico. Al aplicar estas ecuaciones calibradas al modelo puntal tensor, las leyes constitutivas de los materiales serán las expuestas por Hwang et al. (2001), para mantener el modelo similar al original, y así observar la modificación a la respuesta basado exclusivamente en la formulación basada en deformaciones en vez de fuerzas.



Figura 11. Modelo Constitutivo para el Hormigón en Tracción. Massone et al (2006)



Figura 12. Modelo Constitutivo para el Hormigón en Compresión. Massone et al (2006)

#### 4.3.2 Calibración de las Deformaciones y Desplazamiento Lateral

La respuesta del modelo de elementos finitos fue analizada para diferentes configuraciones y propiedades de los materiales. Los principales parámetros estudiados fueron:  $h_w/\ell_w$  (relación de aspecto),  $\rho_{wh}$  (cuantía de refuerzo distribuido horizontal),  $\rho_{wv}$  (cuantía de refuerzo distribuido vertical),  $\rho_b$  (cuantía de refuerzo de borde), N (nivel de carga axial),  $f'_c$  (capacidad a compresión del hormigón),  $f_y$  (tensión de fluencia del acero de refuerzo). Para cada uno de estos parámetros se usaron dos valores extremos ( $H_w/\ell_w = 1$ , 1/3;  $\rho_{wh} = 0.25$ , 1%;  $\rho_{wv} = 0.25$ , 1%;  $\rho_b = 3$ , 6%; N =

0,  $0.2f'_cA_g$ ;  $f'_c = 30$ , 50 MPa;  $f_y = 280$ , 420 MPa), como un análisis preliminar, lo que resultó en 128 casos a comparar. Adicionalmente, se consideraron casos de muros sin armadura distribuida vertical y/u horizontal. En cada uno de estos casos se estudió cómo varía la deformación normal horizontal promedio a lo ancho de los muros respecto de la deformación lateral del muro. Tal como se observó experimentalmente, esta deformación es máxima en el centro del muro y disminuye en la medida que nos acercamos a los extremos superior e inferior. Adicionalmente, se estudió como varía la deformación normal vertical promedio de la altura total del muro respecto del desplazamiento lateral del muro. Por ultimo, se estudió el desplazamiento lateral del muro para el momento en que se alcanza la capacidad lateral máxima de este, con respecto a la geometría y materiales que lo componían, esto debido a que ambas deformaciones, horizontal y vertical, son dependientes de este parámetro, y con esto y los supuestos que realizó Hwang et al. (2001), el valor de la solución del modelo modificado es única.

Para la deformación normal horizontal, esta se calibró según el valor máximo de la deformación transversal que se obtuvo al centro de la altura del muro. La calibración, para los parámetros encontrados más importantes, se representa a través de la siguiente fórmula:

$$\varepsilon_{h} = 0.00236 (100\rho_{h} + 0.25)^{-0.63} \left(\frac{H}{\ell_{w}} + 0.5\right)^{0.69} \left(\frac{100N}{f_{c}t_{w}\ell_{w}} + 5\right)^{0.3} \cdot (100 \cdot \delta)^{1.28}$$
 Ec. 27

Donde  $\rho_h$  es la cuantía del refuerzo horizontal, H es la altura del elemento de corte,  $\ell_w$  es le largo del elemento de corte,  $t_w$  es el espesor del muro,  $f_c$  es el valor de máxima compresión del hormigón, N es la fuerza axial aplicada sobre el muro y  $\delta$  o "drift" ( $\Delta/H$ ) es el desplazamiento lateral del muro ( $\Delta$ ) con respecto a la altura (H).

Por otra parte, para la deformación normal vertical, estimada como el desplazamiento vertical del muro sobre la altura de este, queda calibrada, para los parámetros encontrados más importantes, de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{v} = 0.0241 \left( \frac{100N}{f_{c} t_{w} \ell_{w}} + 5 \right)^{-0.48} \left( \frac{H}{\ell_{w}} + 0.5 \right)^{-0.51} (100 \cdot \delta)^{1.27} + eN$$
 Ec. 28

Donde  $eN = \frac{-N}{t_w \ell_w E_c}$  es la deformación normal vertical estimada (elástica) producto de la aplicación de la carga axial. Donde *N* es la carga axial aplicada sobre el muro,  $E_c$  es el módulo de elasticidad del hormigón,  $\ell_w$  es le largo del elemento de corte y  $t_w$  es el espesor del muro

Por último, el desplazamiento lateral del muro queda calibrado, para los parámetros encontrados más importantes, de la siguiente forma:

$$\delta = 0.0074 \left( \frac{N}{f_c A_g} \cdot 100 + 5 \right)^{-0.35} \left( \frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{0.45} \left( 100\rho_h + 0.25 \right)^{0.46} \left( 100\rho_v + 0.25 \right)^{-0.12}$$
 Ec. 29

# 4.4 MÉTODO ANALÍTICO DE LA IMPLEMENTACIÓN AL MODELO DE HWANG ET AL. (2001) DE PUNTAL TENSOR

El procedimiento para encontrar el valor del esfuerzo de corte último en los muros de doble curvatura difiere, con respecto a Bali y Hwang (2007) y Hwang et al. (2001), en la manera de enfrentar el problema de la búsqueda del corte último del puntal diagonal. Esto es, dado que conocemos las deformaciones horizontal y vertical de los muros de doble curvatura y además debido a la naturaleza de estas variables que dependen únicamente del desplazamiento lateral, geometría y materiales, es que la solución al problema, además de ser inversa a la propuesta por Hwang et al. (2001), es única. Es decir, para cada desplazamiento lateral existe un único estado de deformaciones en el refuerzo de acero. Es así como, utilizando la calibración del desplazamiento lateral para el punto de máxima capacidad lateral del muro, es posible determinar esta capacidad sin necesidad de un proceso iterativo.

La calibración de la deformación lateral con respecto a la altura entrega una posible solución al problema. Sin embargo, para estudiar los posibles límites que tendría esta formulación, se ha considerado además estimar la máxima y mínima capacidad lateral que podrían tener los muros estudiados para valores diferentes a los obtenidos por esta calibración de la deformación lateral con respecto a la altura.

Todas las soluciones se basan en conocer el desplazamiento lateral del muro al momento de alcanzar la capacidad lateral. Para estimar las capacidades laterales máximas y mínimas simplemente se hará un barrido del desplazamiento lateral tal que estén presentes estos valores extremos. Entonces, como primer paso se conocen las deformaciones medias horizontales y verticales del muro ( $\varepsilon_h$ ,  $\varepsilon_v$ ). Estas calibraciones se representan a través de las ecuaciones 27 y 28. Así, para un desplazamiento lateral dado del muro, y conocidas las propiedades del muro, se pueden estimar tanto la deformación horizontal (al centro del muro) y vertical promedio del muro. Con esto las tensiones y fuerzas asociadas a los tensores del refuerzo vertical y horizontal distribuido son conocidas. Sin embargo, puesto que la deformación horizontal disminuye hacia los extremos del muro, para la estimación de fuerzas se considerará que en el caso de tener deformaciones medias máximas menores a la de fluencia, esta fuerza corresponderá al 75% de la obtenida para la máxima deformación, mientras que en el caso que esta deformación máxima supere cinco veces la de fluencia se asumirá que el 100% del refuerzo alcanza la fluencia. Los casos intermedios serán linealmente interpolados.

Por otra parte, para la deformación en la dirección principal del hormigón -r, esta se representa a través de la siguiente fórmula:

$$400\varepsilon_r^3 + \varepsilon_r^2 - \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2\theta}\right]^2 = 0$$
 Ec. 30

Para esta formulación se ha considerado el comportamiento local. De acuerdo con el primer invariante del campo de deformaciones, por compatibilidad se tiene:

 $\mathcal{E}_d + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_v + \mathcal{E}_h$ 

En este caso la condición de compatibilidad del modelo propuesto por Hwang et al. (2001) (Ec. 22) ya no es a nivel de las deformaciones medias del muro, sino que las deformaciones locales que se observan donde se produce la falla por compresión diagonal. Asumiendo que la falla se produce por compresión diagonal en el extremo inferior del muro, donde el desplazamiento horizontal es cercano a cero, se obtiene:

$$\mathcal{E}_h = 0 \Longrightarrow \mathcal{E}_d + \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_q$$

Con ayuda del círculo de Mohr (compatibilidad), y bajo el supuesto de que el puntal diagonal es siempre de compresión ( $\varepsilon_d < 0$ ), y que localmente la dirección principal de compresión coincide con la dirección del puntal diagonal ( $\theta$ ), obtenemos la siguiente ecuación para la deformación diagonal:

$$\varepsilon_{d} = \frac{\varepsilon_{v}}{2} \left[ 1 - \frac{1}{\cos 2\theta} \right] = -\varsigma \cdot \varepsilon_{0} \Longrightarrow \varepsilon_{v} = \frac{2\varepsilon_{d}}{1 - \frac{1}{\cos 2\theta}}$$
$$\varsigma = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_{r}}}$$

Remplazando estos valores en la ecuación de compatibilidad, obtenemos

$$-\varsigma \cdot \varepsilon_0 + \varepsilon_r = 2 \cdot \frac{-\varsigma \cdot \varepsilon_0}{1 - \frac{1}{\cos 2\theta}} = \frac{2\cos 2\theta}{\cos 2\theta - 1} \cdot -\varsigma \cdot \varepsilon_0$$

Despejando  $\varepsilon_r$  de esta ecuación, obtenemos

$$\varepsilon_r = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 400\varepsilon_r}} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{1}{\tan^2 \theta}$$

Reordenado los términos y elevando al cuadrado se obtiene,

$$400\varepsilon_r^3 + \varepsilon_r^2 - \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2\theta}\right]^2 = 0$$

En la siguiente tabla se mostrarán los resultados de la ecuación 30, en donde además se mostrarán los valores que se obtienen del factor de reducción,  $\zeta$ , y los valores de la deformación en la dirección -r.

Muestra Nº	er	ξ	ed	
1	0.000296	0.851101	-0.001702	
2	0.000296	0.851101	-0.001702	
4	0.000296	0.851101	-0.001702	
6	0.000587	0.809954	-0.001620	
7	0.000587	0.809954	-0.001620	
8	0.000587	0.809954	-0.001620	
9	0.000587	0.809954	-0.001620	
10	0.000587	0.809954	-0.001620	
11	0.001049	0.755358	-0.001511	
12	0.001049	0.755358	-0.001511	
13	0.001049	0.755358	-0.001511	
14	0.001893	0.678973	-0.001358	
15	0.001893	0.678973	-0.001358	
16	0.001893	0.678973	-0.001358	
21	0.000601	0.808118	-0.001659	
22	0.000587	0.809954	-0.001620	
23	0.000601	0.808118	-0.001659	
24	0.000600	0.808249	-0.001656	
25	0.001071	0.753004	-0.001543	
26	0.001049	0.755358	-0.001511	
27	0.001071	0.753004	-0.001543	
28	0.001068	0.753364	-0.001538	
29	0.001950	0.674559	-0.001376	
30	0.001919	0.676955	-0.001354	
31	0.001949	0.674633	-0.001375	
32	0.001951	0.674485	-0.001377	

Tabla 6. Resultados del polinomio de tercer grado.

Esta ecuación de tercer grado, tiene tres soluciones: 2 imaginarias o reales negativas y una real positiva. La solución real positiva será la solución a la deformación en la dirección -r. A continuación mostraremos las tres soluciones del polinomio de tercer grado ( $\varepsilon_r$ ).

$$-\frac{1}{3a_{1}} + \frac{2^{\frac{1}{3}}}{3a_{1}(-2+27a_{1}^{2}a_{2} + \sqrt{-4+(-2+27a_{1}^{2}a_{2})^{2}})^{\frac{1}{3}}}{3a_{1}(-2+27a_{1}^{2}a_{2} + \sqrt{-4+(-2+27a_{1}^{2}a_{2})^{2}})^{\frac{1}{3}}} = \text{Ec. 30.1}$$

$$-\frac{1}{3a_{1}} - \frac{1+i\sqrt{3}}{3a_{1}2^{\frac{2}{3}}(-2+27a_{1}^{2}a_{2} + \sqrt{-4+(-2+27a_{1}^{2}a_{2})^{2}})^{\frac{1}{3}}}{6a_{1}2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1-i\sqrt{3}}{6a_{1}2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1-i\sqrt{3}}{6a_{1}2^{\frac{1}{3}}} = \frac{(1+i\sqrt{3})(-2+27a_{1}^{2}a_{2} + \sqrt{-4+(-2+27a_{1}^{2}a_{2})^{2}})^{\frac{1}{3}}}{6a_{1}2^{\frac{1}{3}}} = \text{Ec. 30.3}$$

Donde 
$$a_1 = 400$$
 y  $a_2 = \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2\theta}\right]^2$ .

Con esta deformación, obtenemos el factor de reducción de la curva del hormigón, es decir, el factor por el cual la tensión del hormigón se reduce para alcanzar la tensión máxima que es capaz de alcanzar el hormigón ( $\zeta f_c$ '). Una vez que se calcula la tensión máxima del hormigón y dado que se conocen las fuerzas de los mecanismos vertical y horizontal, se calcula la fuerza en la dirección del puntal diagonal, *D*. Por último, una vez que se obtienen las fuerzas y deformaciones de los tres mecanismos, es posible calcular el esfuerzo último de corte de los muros cortos de hormigón armado.

Debido a que la solución es única, para encontrar las soluciones máxima y mínima se genera un rango para el desplazamiento lateral del muro con respecto a la altura,  $\delta$ , entre [0.00005, 0.01] el que irá incrementándose en un delta de 0.0001, con esto se obtendrá una única fuerza del mecanismo diagonal, D, la que se estabilizará debido a la condición de fluencia de la armadura, ya sea horizontal o vertical. Con esto, y aunque las deformaciones vertical y horizontal sigan cambiando debido a su dependencia con el desplazamiento lateral, el esfuerzo de corte del muro se estabilizará también.

A continuación se presentarán dos figuras en donde se muestra la estabilización de la fuerza D y la de cuociente entre la fuerza de corte del ensayo y la del modelo ( $V_{test}/V_{wh}$ ). Las unidades de la fuerza D [N] se han dividido por  $1 \times 10^{-6}$  para que el orden de magnitud de ambos parámetros sean de una misma magnitud y sean comparables. Además, la disposición de la fuerza D [N×E-06] en la figura es en la parte inferior de esta, mientras que el del cuociente, es en la parte superior de las figuras.

La figura 13, muestra ensayos en los que existe armadura en ambos sentidos (vertical y horizontal), mientras que la figura 14 muestra aquellos ensayos en los que existe sólo armadura horizontal, vertical o ninguna de estas. La estabilización de las muestras restantes se pueden encontrar en el anexo A.



Figura 13. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 11, 12, 13 y 14.



Figura 14. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 27, 28, 29 y 30.

Una vez que los valores de D y  $V_{wh}$  se estabilizan se obtienen los valores máximos que pueden alcanzar, tanto la fuerza D como el esfuerzo de corte  $V_{wh}$ . Manteniendo los supuestos de que D, será siempre de compresión, por lo que su signo, según la convención establecida, será siempre negativo.

Con estos parámetros establecidos, se puede obtener un esfuerzo de corte máximo y mínimo, el valor máximo se obtendrá, como habíamos dicho, una vez que se estabilice la fuerza D del mecanismo diagonal, y el valor mínimo del esfuerzo horizontal de corte se obtendrá con el menor valor del desplazamiento lateral con respecto a la altura, el que se considero como 0.00005%.

Por otra parte se generará una tercera respuesta a través de la calibración del desplazamiento lateral (Ecuación 29). Esto es, dado que el desplazamiento lateral depende de la geometría y materiales del muro, este será único para cada muro y no se generará un rango de valores para este desplazamiento. Una vez obtenido el valor de  $\delta$ , el procedimiento será igual que el para encontrar los esfuerzos máximos y mínimos de corte del muro (Figura 15).



Figura 15. Diagrama de la solución a través de la calibración de deformaciones y el desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*).

# **5 ANÁLISIS DE RESULTADOS**

De la formulación se obtuvieron 3 (tres) resultados del modelo. El primer resultado seleccionado fue el obtenido a través de la calibración del desplazamiento lateral del muro con respecto a la altura (*drift*). El segundo y tercero, son los resultados obtenidos a través de la calibración de las deformaciones, que proporcionan un rango entre el cual debiese producirse la falla del muro, es decir, estas calibraciones nos entregan un valor mínimo del esfuerzo de corte y uno máximo.

## 5.1 RESULTADOS DE LA MODELACIÓN IMPLEMENTADA

En la siguiente tabla se presentan los resultados del cuociente entre el valor del esfuerzo de corte del ensayo y el obtenido por la modelación implementada, además de los resultados obtenidos por Bali y Hwang (2007). Los valores que tienen relación con los valores mínimos y máximos de la modelación implementada representan solo un rango de fluctuación del valor del esfuerzo de corte  $V_{wh}$ .

Muestra	$\lor_{test}$	$V_{\text{test}}$	V <sub>test</sub> −	$V_{\text{test}}$	V <sub>test</sub>
N°	[kN]	$V_{model,min}$	$V_{model,max}$	$V_{model, \delta}$	$ee_{Bali \ y \ Hwang}$ (2007)
1	198	1.04	0.81	0.81	1.14
2	270	1.40	0.91	0.91	1.29
4	324	1.69	1.04	1.03	1.35
6	309	1.08	0.94	0.94	1.32
7	364	1.23	0.93	0.93	1.28
8	374	1.46	1.04	1.04	1.41
9	258	1.08	0.84	0.84	1.16
10	187	1.05	0.80	0.80	1.09
11	235	0.85	0.75	0.75	0.99
12	304	1.06	0.91	0.91	1.22
13	289	0.94	0.80	0.80	1.08
14	255	0.85	0.74	0.74	0.96
15	368	1.10	0.99	1.00	1.40
16	362	1.09	0.94	0.95	1.26
Pr	omedio	1.14	0.89	0.89	1.21
Desv. Std.		0.24	0.10	0.10	0.14

Tabla 7. Resultados de la modelación implementada y del modelo de Bali y Hwang (2007).

El cuociente entre el ensayo y el resultado obtenido a través de la calibración del desplazamiento lateral, generalmente es menor que uno (1), lo que significa que con la modelación a través de esta calibración se esta sobreestimando el valor del esfuerzo de corte del muro. Aunque la desviación estándar que se obtiene del modelo es pequeña, que se sobreestime el valor del esfuerzo de corte de los muros representa ubicarse en el lado inseguro del diseño. En

comparación con los resultados obtenidos por el modelo de Bali y Hwang (2007), los que tienen diferencias de incluso un 40% con los resultados de los ensayos, los resultados obtenidos presentan una menor dispersión y errores de alrededor de un 25% en comparación con los ensayos.

Una de las razones de esta sobreestimación de la capacidad de muros puede estar asociada al supuesto que tiene relación con la estimación de la deformación local donde se produce la falla por compresión diagonal del puntal. Al asumir que la deformación horizontal es nula en ese punto, lo que es consistente con la deformación media a ese nivel, pero no representa localmente lo que ocurre, podría subestimar las deformaciones de tracción ortogonal, y por ende el factor de reducción de la capacidad podría estar también subestimado.

Puesto que la formulación de Bali y Hwang (2007) se basa en el modelo original de Hwang et al. (2001), esta formulación no está definida para elementos que no presenten armadura distribuida tanto horizontal como vertical. Es así como uno de los resultados más importante de esta nueva formulación basada en desplazamientos y no en fuerzas, es la capacidad de modelar estos casos especiales de muros. A continuación se presentarán, en la siguiente tabla, los muros de Hidalgo et al. (2002) que no presentan armadura en una o ambas direcciones (horizontal y vertical).

Muestra	$\lor_{test}$	$V_{\text{test}}$	$V_{\text{test}}$	$V_{\text{test}}$
N°	[kN]	V <sub>model, min</sub>	V <sub>model, max</sub>	V <sub>model, δ</sub>
21	258	0.79	0.79	0.79
22	222	0.95	0.95	0.95
23	333	1.02	0.83	0.83
24	323	1.00	0.97	0.97
25	352	0.87	0.87	0.87
26	262	0.87	0.87	0.87
27	491	1.22	1.10	1.10
28	258	0.66	0.62	0.63
29	400	1.11	1.11	1.11
30	356	1.28	1.28	1.28
31	391	1.09	1.04	1.05
32	344	0.95	0.87	0.88
Promedio		0.98	0.94	0.95
Desv. Std.		0.18	0.17	0.17

Tabla 8. Resultados obtenidos por la modelación implementada.

La aproximación del modelo propuesto se verificó en términos de la razón de los ensayos con los obtenidos a través de la modelación. El promedio de la razón entre el valor del esfuerzo de corte del ensayo y el modelo de los 26 especimenes es de 0.92, con una desviación estándar de 0.14. Estos valores se consideran razonablemente buenos, a pesar de que los resultados generados por el modelo estén sobreestimados, es decir sean mayores que los valores de los ensayos.

A los resultados del modelo a través de la calibración del desplazamiento lateral con respecto a la altura se le adiciona el desplazamiento lateral con respecto a la altura debido al levantamiento que se produce en el pedestal inferior del muro producto de la aplicación de una fuerza externa horizontal. El levantamiento produce un desplazamiento lateral con respecto a la altura en el pedestal superior, el que depende de la altura del muro  $(H_w)$ , el largo de desarrollo de las barras en el pedestal inferior  $(\ell_d)$ , la fuerza externa horizontal  $(V_{wh})$ , el modulo de elasticidad del hormigón  $(E_c)$  y la inercia fisurada del muro corto de hormigón armado  $(I_f)$ . Este desplazamiento adicional corresponde a alrededor de un 10% adicional del desplazamiento lateral con respecto a la altura producido por la calibración de este parámetro.

A continuación se presentarán algunos de los resultados obtenidos a través de la calibración del desplazamiento lateral con respecto a la altura y se comparará con las curvas histeréticas obtenidas con los ensayos de Hidalgo et al. (2002). Las 2 (dos) primeras figuras (Figura 16, 17) corresponden a muestras que presentan armadura distribuida en ambas direcciones, mientras que las dos (2) últimas corresponden a muestras en cuya configuración existe solamente armadura vertical (Figura 18) y armadura horizontal únicamente en su configuración (Figura 19).



Figura 16. Ensayo muro 1. Kou (1995).



Figura 17. Ensayo muro 6. Kou (1995).



Figura 18. Ensayo muro 23. Ledezma (1999).



Figura 19. Ensayo muro 28. Ledezma (1999).

Como se había dicho anteriormente los valores del esfuerzo de corte están sobreestimados, esto se aprecia claramente en las figuras 16, 17, 18, 19. En estas, se puede apreciar tanto el esfuerzo de corte calculado a través de la calibración del desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*) y la deformación esperada en la capacidad máxima. La comparación de los muros restantes se puede apreciar en el anexo B.

#### 5.2 TENDENCIAS DE LOS RESULTADOS

Para efectos del estudio de las tendencias de los resultados se decidió considerar sólo la respuesta obtenida para el valor del esfuerzo de corte entregado por la calibración del desplazamiento lateral ( $\delta$ ).

#### 5.2.1 Tendencias Generales

Para el análisis de las tendencias con respecto a los distintos parámetros que analizaremos, se compararan los valores del cuociente entre el valor del ensayo y el resultado del esfuerzo de corte obtenido a través de la calibración del desplazamiento lateral con respecto a la altura  $(V_{test} / V_{mod el,\delta})$ . Con esto se pretende tener una idea general del comportamiento del modelo con respecto a los distintos parámetros.



El primer parámetro con el que se analizara el cuociente del ensayo y el modelo será la relación de aspecto de los muros  $(H/\ell_w)$ . En la siguiente figura se representa esta relación:

Figura 20. Comparación entre el cuociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la relación de aspecto.

Como se aprecia en la figura 20, la tendencia del cuociente  $V_{test} / V_{model,\delta}$  es a disminuir a medida que aumenta la relación de aspecto. Esto nos indica que el grado de dependencia que posee el modelo con respecto a este parámetro es significativo, lo que es lógico, ya que a medida que aumenta la esbeltez del muro, la resistencia al corte incrementa y predomina la falla por flexión. Además, y como se vio anteriormente, que el promedio del cuociente entre las fuerzas sea menor que uno (1) nos dice que en la mayoría de los casos se sobreestima la fuerza de corte del muro, lo que no es seguro si es que se utiliza este mecanismo como un método de diseño.

El la siguiente figura se compara el cuociente de los esfuerzos de corte  $(V_{test} / V_{mod el,\delta})$  con respecto a la cuantía vertical  $(\rho_v [\%])$  de los muros.



Figura 21. Comparación del cuociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía vertical.

Con respecto a este parámetro, el modelo sigue teniendo una dependencia notoria, similar a la dependencia que se tiene con respecto a la relación de aspecto para el rango de valores de los parámetros estudiados. Idealmente estos parámetros no debiesen afectar los resultados del modelo, pero por efectos de la calibración de las deformaciones y del desplazamiento lateral con respecto a la altura, los que dependen de estos parámetros, estos tienen una relación directa con el resultado final del modelo.

A continuación el cuociente de los esfuerzos se compara con la cuantía horizontal ( $\rho_h$  [%]) de los muros.



Figura 22. Comparación del cuociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía horizontal.

En este caso, la cuantía horizontal tiene una menor influencia que en los casos anteriores, la pendiente de la línea de tendencia, es más cercana a cero que los parámetros antes comparados, y aunque de igual manera el promedio del cuociente es menor a 1 (uno), es decir sobreestimamos el valor del esfuerzo de corte del modelo, este parámetro tiene una menor influencia con respecto a los dos anteriores. Entonces se puede decir, que los parámetros más influyentes en las diferencias entre el modelo y los ensayos son la cuantía vertical y la relación de aspecto de los muros, aunque no se puede dejar de lado la influencia de la cuantía horizontal.

#### 5.2.2 Tendencias Específicas

A diferencia de las tendencias generales, en las que se incorporaban todos los ensayos de Hidalgo et al. (2002), y se comparaban con respecto a los diferentes parámetros de los que las calibraciones dependían, las tendencias específicas incorporan aquellos ensayos en los que se mantienen constantes los parámetros geométricos y de materiales y solo uno de estos varía, es decir, aquellos especimenes que mantienen igualdad en todos sus parámetros geométricos y de materiales (la variabilidad estadística de las propiedades de los materiales no se tomó en cuenta),

exceptuando algún parámetro en estudio. Con esto se pretende verificar si existe la misma tendencia en el modelo y en los ensayos.



Figura 23. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la relación de aspecto, ensayos 2, 8, 9, 10, 13 y 16.

En la figura 23 se muestran 6 ensayos, en donde cada pareja de ensayos presenta un espesor de muro,  $t_w$  diferente y una cuantía horizontal  $\rho_h = 0.25\%$  constante para los 6 (seis) ensayos. En estas muestras el modelo y los ensayos siguen la misma tendencia, las pendientes son distintas en algunos casos, pero en todos ellos se aprecia que a medida que aumenta la relación de aspecto  $(H / \ell_w)$ , disminuye el esfuerzo de corte del muro  $(V_{wh})$ .



Figura 24. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la relación de aspecto, ensayos 1, 6, 23 y 27.

Los ensayos 23 y 27, que presentan armadura en un solo sentido (horizontal) mantienen la tendencia de las muestras anteriores, al igual que los ensayos 1 y 6, que presentan armadura en ambos sentidos.



Figura 25. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la relación de aspecto, ensayos 24 y 28.

Los ensayos 24 y 28, que presentan armadura solo en sentido vertical no mantienen la tendencia de los ensayos anteriores (Figura 23 y 24). Esto puede deberse por la ausencia de armadura horizontal, que es lo que diferencia estos ensayos con las muestras anteriores, en la que se sigue una misma tendencia entre el modelo y los ensayos.

A continuación se presentan las figuras del análisis de las tendencias de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal. Estas figuras muestran una tendencia habitual en las distintas muestras, esta tendencia es a aumentar el esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía horizontal del muro. Sin embargo, en general el modelo tiende a disminuir el aumento de capacidad con el aumento de cuantía horizontal para cuantías altas, mientras que en los ensayos, esta disminución no es tan clara.



Figura 26. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal, ensayos 1, 2 y 4.  $(H/\ell_w=1.0)$ 



Figura 27. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal, ensayos 6 y 8.  $(H/\ell_w=0.69)$ 



Figura 28. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal, ensayos 11 y 13.  $(H/\ell_w=0.50)$ 



Figura 29. Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal, ensayos 14 y 16.  $(H/\ell_w=0.35)$ 

## **6** COMENTARIO Y CONCLUSIONES

En este trabajo primeramente se implementó un modelo puntal-tensor con compresión degradada basado en el trabajo de Hwang et al. (2001). El modelo de Hwang considera un sistema de tres mecanismos resistentes para muros de hormigón armado: un mecanismo diagonal constituido por un puntal de hormigón, un puntal poco inclinado constituido por la armadura distribuida horizontal y un puntal más inclinado constituido por la armadura distribuida vertical. Los refuerzos de acero son elastoplásticos, mientras que el hormigón considera el efecto de la carga biaxial (compresión-tracción). La distribución de la fuerza entre los distintos mecanismos se obtiene por medio de factores de distribución obtenidos de la literatura y basados en comportamiento elástico. Así, basado en una distribución de fuerzas, y considerando equilibrio, se obtienen las deformaciones del refuerzo y del hormigón por medio de las relaciones constitutivas de los materiales, considerando compatibilidad de deformaciones promedio en todo el muro.

El modelo de Hwang se implementó y comparó con 14 (catorce) probetas correspondientes a los ensayos de Hidalgo et al. (2001), usando la definición de la dirección del puntal diagonal dada por Bali y Hwang (2007). Bali y Hwang, quienes también entregan resultados analíticos para los 14 (catorce) muros, difieren levemente de la formulación de Hwang. Estos ensayos no incluían probetas en los que no existiese armadura en uno o los dos sentidos (horizontal y vertical).

La formulación de Bali y Hwang, que se basa en el trabajo de Hwang et al. (2001), presenta dos inconvenientes: primero, en caso de alcanzarse la fluencia del refuerzo, la deformación no es definida, puesto que al basarse en fuerzas, cualquier punto del plateau plástico cumple con el nivel de tensiones, y segundo, en caso de no existir refuerzo distribuido, sea este horizontal o vertical, las fuerzas son cero en ese mecanismo, pero nuevamente queda indefinida la deformación.

Es así como se modifica el modelo original para poder evitar estos inconvenientes. La característica principal del modelo implementado en esta memoria es que se basa en las deformaciones, y a través de estas y bajo los supuestos del modelo de Hwang et al. (2001), llega al esfuerzo último de corte. Para basar el modelo en las deformaciones se incorporaron ecuaciones que calibran tanto las deformaciones horizontales y verticales medias del muro en

función de la deformación lateral del muro. Estas calibraciones están basadas en un modelo analítico de elementos finitos. La deformación lateral del muro para el punto de capacidad lateral máxima también calibrada se utilizó en el modelo, además de estudiar los posibles valores máximos y mínimos posibles para otros niveles de deformaciones laterales.

Además de esto, y dado el nuevo formato del modelo implementado en esta memoria el método numérico requerido para el modelo de Hwang (ej.: bisección, Newton-Rapson) ya no es necesario y sólo se requiere la evaluación de las ecuaciones propuestas.

El modelo, así implementado, entrega valores mayores para la capacidad lateral de los muros que lo observado experimentalmente. En general, los resultados obtenidos entregan una razón entre el esfuerzo de corte del ensayo y el modelo  $(V_{test}/V_{mod\,el,\delta})$  de 0.89, mientras que Bali y Hwang (2007) presentan una relación de 1.21. En ambos casos las dispersiones observadas son relativamente pequeñas. Además de esto, la modelación abarca muros que las modelaciones de Bali y Hwang no abarcaban, como son los casos que no presentan armadura horizontal o vertical o ninguna de las dos. El modelo en estos caso presenta un resultado, en relación a los ensayos, bastante buena, el promedio de la razón entre el esfuerzo de corte del ensayo y el modelo  $(V_{test}/V_{model,\delta})$  es de 0.95, pero la dispersión es más alta que la de los ensayos que presentan armadura en ambos sentidos (0.17). El promedio de la razón  $V_{test}/V_{model,\delta}$  de la muestra completa de muros es de 0.92, con una desviación estándar relativamente baja de 0.14. El valor de la desviación estándar verifica que los resultados se encuentran cercanos al promedio, lo que nos dice que el modelo mantiene una constancia en la entrega de sus resultados. Lamentablemente, que el promedio de la razón  $V_{test}/V_{model,\delta}$  sea menor que 1 (uno) nos dice que el modelo sobreestima los valores de los resultados experimentales.

Una de las posibles razones de esta sobreestimación de la capacidad de muros está asociada al supuesto que tiene relación con la estimación de la deformación local donde se produce la falla por compresión diagonal del puntal. Al asumir que la deformación horizontal es nula en ese punto, lo que es consistente con la deformación media a ese nivel, pero no representa localmente lo que ocurre, podría subestimar las deformaciones de tracción ortogonal, y por ende el factor de reducción de la capacidad podría estar también subestimado.

Adicionalmente, se estudió la tendencia de los resultados respecto de diferentes variables. En general se observó que la relación entre el modelo y los ensayos era dependiente de la relación de aspecto, de la cuantía vertical y horizontal, lo que podría ser otra fuente de error en el modelo. A pesar de las diferencias observadas en forma general, al comparar cómo varía la capacidad al corte de algunas series de estos muros, se puede indicar que el modelo es capaz de predecir la tendencia al aumento de capacidad lateral con el aumento de armadura horizontal y a la disminución de la capacidad con el aumento de la relación de aspecto, en términos de la cuantía vertical no existe una tendencia clara con respecto a la tendencia del ensayo, esta diferencia puede deberse a que los muros no presentan armadura horizontal, que sería la única asimilitud con respecto a las muestras que presentan la misma tendencia entre el modelo y los ensayos. Lamentablemente, este estudio de comparaciones es incompleto puesto que el programa de ensayos, aunque numeroso, no contemplaba algunas combinaciones de variables requeridas para el análisis.

## 7 REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Hwang, S. J., Fang, W. H., Lee, H. J. y Yu, H. W. (2001). "Analytical Model for Predicting Shear Strength of Squat Walls." *Journal of Structural Engineering*. ASCE, 127 (1), 43-50.
- Hidalgo, P. A., Ledezma, C. A. y Jordan, R. M. (2002). "Seismic behavior of squat reinforced concrete shear walls." *Earthquake Spectra*. 18 (2), 287-308.
- Jennewein, M. y Schäfer, K. (1992). "Standardisierte nachweise von häufigen D-Bereichein." DAfStb H.430, Beuth, Berlin.
- Schäfer, K. (1996). "Strut and tie models for the design of structural concrete." *Notes of Workshop*, Dept. de Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Cheng Kung, Tainan, Taiwan.
- Schlaich J., Schafer K. y Jennewein, M. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Concrete." *PCI Journal*. 32 (3), 74-151.
- Bali, I., Hwang, S.J. (2007). "Strength and Deflection Prediction of Double-Curvature Reinforced Concrete Squat Walls." *Structural Engineering and Mechanics*. 27 (4), 501-521.
- Ledezma, C. A. (1999). "Resistencia al esfuerzo de corte de muros de hormigón armado." *Tesis de Magíster*, Pontificia Universidad Católica de Chile, Escuela de Ingeniería, 135 pp.
- Massone, L. M., Orakcal, K. y Wallace, J. W, 2006, "Shear Flexure Interaction for Structural Walls", SP-236, ACI Special Publication # Deformation Capacity and Shear Strength of Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading, 236, 127, 150
- Massone, L. M., Orakcal, K. y Wallace, J. W, 2009, "Modeling Of Squat Structural Walls Controlled By Shear", ACI Structural Journal, aceptado.
- Massone, L. M., 2006, "Analytical and experimental responses with shear flexure interaction in RC walls", *Tesis de Doctorado*, Universidad de California, Los Angeles, 398 pp.
- Massone, L. M., 2008. Comunicación Personal.
- Kou, A. E. (1995). "Un Modelo para Muros de Hormigón Armado que fallan por Esfuerzo de Corte." *Tesis de Magíster, Pontificia Universidad Católica de Chile*, Escuela de Ingeniería, 246 pp.

# ANEXOS

ANEXO A Curvas de Estabilización



Figura 30. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 1, 2, 4 y 6.



Figura 31. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 7, 8, 9 y 10.



Figura 32. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 15, 16, 21 y 22.



Figura 33. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 23, 24, 25 y 26.



Figura 34. Estabilización de las variables D y Vtest/Vwh. Ensayos 31, 32.
ANEXO B Ensayos de muros de Hidalgo et al. (2002)



Figura 35. Ensayo muro 2. Kou (1995).



Figura 36. Ensayo muro 4. Kou (1995).



Figura 37. Ensayo muro 7. Kou (1995).



Figura 38. Ensayo muro 8. Kou (1995).



Figura 39. Ensayo muro 9. Kou (1995).



Figura 40. Ensayo muro 10. Kou (1995).



Figura 41. Ensayo muro 11. Kou (1995).



Figura 42. Ensayo muro 12. Kou (1995).



Figura 43. Ensayo muro 13. Kou (1995).



Figura 44. Ensayo muro 14. Kou (1995).



Figura 45. Ensayo muro 15. Kou (1995).



Figura 46. Ensayo muro 16. Kou (1995).



Figura 47. Ensayo muro 21. Ledezma (1999).



Figura 48. Ensayo muro 22. Ledezma (1999).



Figura 49. Ensayo muro 24. Ledezma (1999).



Figura 50. Ensayo muro 25. Ledezma (1999).



Figura 51. Ensayo muro 26. Ledezma (1999).



Figura 52. Ensayo muro 27. Ledezma (1999).



Figura 53. Ensayo muro 29. Ledezma (1999).



Figura 54. Ensayo muro 30. Ledezma (1999).



Figura 55. Ensayo muro 31. Ledezma (1999).



Figura 56. Ensayo muro 32. Ledezma (1999).