



**UNIVERSIDAD DE CHILE**  
**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA**

**ANÁLISIS DINÁMICO DE MOLINO SAG**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL  
MECÁNICO**

**WALTER MATIAS TEJADA ESTAY**

PROFESOR GUÍA:

BRUNO LERTORA DI DOMENICO

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

ROGER BUSTAMANTE PLAZA

ALEJANDRO FONT FILAX

SANTIAGO DE CHILE

ENERO 2010

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL  
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL MECÁNICO  
POR: WALTER TEJADA E.  
FECHA: 24/03/2010  
PROF. GUÍA: DR. ING. SR. BRUNO LÉRTORA DI  
DOMENICO

## “ANÁLISIS DINÁMICO DE MOLINO SAG”

El principal objetivo del presente trabajo de título es evaluar, mediante simulación, la respuesta dinámica de un molino tipo SAG con motor de anillo, en distintas situaciones operacionales. La tarea fue desarrollada bajo condiciones lineales de rigidez y el método de elementos finitos, utilizando la plataforma computacional ANSYS. En particular, se buscó la caracterización de los puntos críticos del equipo, tanto en el plano estructural como dinámico, es decir, fueron definidas las combinaciones de variables mecánicas, como deformaciones, esfuerzos, rigideces, velocidades de rotación del molino, frecuencias naturales y modos normales, que en conjunto denotan potenciales anomalías operacionales o fallas, con un enfoque especial en la variación del espacio de aire presente entre el estator y el rotor del equipo. Para esto se efectuó un análisis estructural, de rigidez, modal y finalmente un análisis de colapso de entrehierro. Paralelamente fue planteada una metodología de análisis clara y reproducible, mediante un protocolo de etapas e implementaciones técnicas utilizadas.

La importancia de la realización de un análisis de estas características, se funda en la reducida oferta que este tipo de estudios posee a nivel mundial y la presente situación de la industria minera nacional, en donde un número considerable de molinos SAG con motor tipo anillo, ha sufrido fallas en su operación.

El principal fenómeno mecánico estudiado en este trabajo son los denominados esfuerzos radiales excéntricos, generados por la interacción magnética entre el rotor y el estator del molino. Los factores predominantes en la existencia de estos esfuerzos, son inevitables fallas de montaje del equipo y las deformaciones que este sufre en operación. Éste último factor se refiere directamente a la magnitud de la rigidez global del sistema y a la de sus componentes.

Los resultados finales del trabajo mostraron una disminución del 51% de la rigidez horizontal global respecto de la vertical. Particularmente se observa una notable asimetría de la rigidez del estator e importantes deformaciones. En términos cuasi-estáticos el espacio de aire estator-rotor no alcanza variaciones alarmantes, sin embargo, incorporando los resultados obtenidos en el análisis modal, existen dos modos normales del sistema (#4 y #5) que perjudican notablemente esta dimensión, cuyas frecuencias naturales se encuentran cercanas a dos fuentes excitatorias del sistema, en condiciones nominales de operación.

Se concluye que los puntos críticos del equipo están directamente relacionados con dos modos normales del sistema, los que alteran directamente el espacio de aire estator-rotor. Especial énfasis como potencial de falla se le entrega al modo #5, dada su reducida capacidad de amortiguamiento. En términos estructurales el protagonista de las mayores debilidades y asimetrías en su rigidez, es el estator. Sin pretender asegurar que estas son las causas de las fallas de los equipos en faena, se pretende acotar el problema y establecer estos focos críticos como hipótesis de estudios de mayor complejidad. En términos generales, también se concluye que la simulación es una herramienta potente, que en buen uso, entrega información valiosa en estudios ingenieriles.

# Agradecimientos

---

Este documento simboliza el final de una larga etapa de mi vida, de la cual siento un gran orgullo, responsabilidad y esperanza. No hubiese ocurrido sin la determinación de mis padres, que pese a muchos obstáculos, avanzaron en el proyecto educativo de sus hijos, y no dudaron en el beneficio futuro. Les doy gracias de corazón, con sinceridad, porque lo que he aprendido, y que considero es de mayor relevancia, es luchar por ser un padre que haga lo mismo con sus hijos, que los impulse a desarrollar sus capacidades, cuáles sean, y que los haga tener confianza en sí mismos. A ti mamá te agradezco el ser un pilar incondicional, lleno de amor y completamente entregado. A ti papá te doy las gracias por ser un padre cariñoso, preocupado y responsable. La vida ha cambiado, pero estas impresiones han quedado como una hermosa herencia.

A mis queridos hermanos, por impulsarme a madurar, por estar conmigo de una manera cariñosa y de mucho apoyo. Han sido motivación de mi trabajo y responsabilidad. En la relación con ustedes he formado un lazo para toda la vida, del que estoy orgulloso. Siempre estaremos el uno para el otro, somos el equipo que nuestra familia engendró.

A mi hermosa Vivi, con la que he avanzado pasos gigantes en mi vida. Tú aguantaste el lado cansador y complicado de este trabajo, y siempre estaré agradecido de tu paciencia y confianza en mí. Eres parte de toda esta tarea de muchas maneras, siendo la más especial para mí, el valor que tu compañía le da a este paso y la fuerza que me entregas para llevar cada vez más lejos nuestro amor. El que hayas llegado a mi vida hizo que todo este proceso tomara forma, futuro y amor. Te amo mucho y quiero seguir avanzando con tu mano tomada.

A mis abuelos y tíos por estar presentes, preocupados de mis avances como nieto, sobrino, hombre e ingeniero. Les agradezco sus cariños cálidos y sus consejos. Una dedicatoria especial a mi abuelo Walter, por todo el amor que depositó en mí desde niño.

Un agradecimiento especial a mi Tío Fernando, quien pavimentó este recorrido académico de una manera sutil, pero que en este momento en mi se ha convertido en una oportunidad de vida. Aprecio mucho su actitud preocupada y desinteresada, que siempre me ayudo en los momentos complicados y en las dudas del camino.

Gracias primo Ricardo por estar presente en un momento delicado en mi vida, tu apoyo hizo que mis prioridades no cambiaran, y que mi esfuerzo en la universidad no cesara.

A mi primo Sebastián y todos mis amigos, que de alguna manera han hecho este proceso ameno, que me acompañaron en el aprendizaje que hizo posible este trabajo. Los llevo en mi corazón a todos.

# Tabla de contenidos

---

Tabla de contenidos .....	I
Índice de figuras .....	IV
Índice de gráficos.....	VI
Índice de tablas .....	VII
Índice de anexos .....	IX
Lista de definición de símbolos .....	X
1. Resumen Ejecutivo.....	1
2. Introducción .....	2
3. Objetivos .....	3
4. Antecedentes Generales .....	4
4.1. Molino SAG.....	4
4.1.1. Parámetros operacionales .....	6
4.1.2. Elementos internos .....	7
4.1.3. Descansos hidrostáticos.....	8
4.2. Mecánica del suelo.....	9
4.3. Análisis dinámico lineal.....	9
4.4. Cargas magnéticas excéntricas .....	12
4.5. Fenómenos vibratorios.....	13
4.5.1. Modos normales .....	13
4.5.2. Resonancia .....	14
4.6. Interacción elástica de resortes .....	14
4.7. Análisis dinámico mediante MEF.....	14
4.7.1. Análisis estructural.....	15

4.7.2.	Análisis modal.....	15
4.7.3.	Análisis de colapso de entrehierro .....	16
5.	Metodología .....	17
5.1.	Recopilación de antecedentes del equipo (Molino SAG).....	17
5.2.	Desarrollo de modelo CAD 3D .....	17
5.2.1.	Molino (Rotor) .....	18
5.2.2.	Descansos .....	20
5.2.3.	Estator.....	21
5.2.4.	Fundación .....	22
5.2.5.	Suelo.....	23
5.3.	Análisis MEF en ANSYS .....	24
5.3.1.	Ensamblaje .....	24
5.3.2.	Malla de elementos.....	25
5.3.3.	Cargas.....	26
5.3.3.1.	Material de molienda .....	26
5.3.4.	Condiciones de borde .....	28
5.3.4.1.	Elasticidad del suelo .....	28
5.3.4.2.	Resortes de descansos .....	28
5.3.5.	Análisis de estabilidad.....	29
5.3.6.	Análisis global de rigidez.....	29
5.3.7.	Análisis de colapso de entrehierro .....	34
5.3.8.	Análisis modal.....	36
5.3.9.	Resumen general de simulaciones.....	39
6.	Resultados .....	40
6.1.	Análisis de estabilidad .....	40
6.2.	Análisis global de rigidez.....	42

6.3. Análisis de colapso de entrehierro .....	44
6.4. Análisis Modal .....	47
7. Análisis y discusiones .....	52
7.1. Análisis de estabilidad .....	52
7.2. Análisis global de rigidez.....	52
7.3. Análisis de entrehierro .....	54
7.4. Análisis modal .....	56
8. Recomendaciones.....	59
9. Conclusiones .....	60
10. Bibliografía.....	62

# Índice de figuras

---

Figura 1. Esquema general del diseño de un molino tipo SAG. Fuente: URL oficial de ABB. ....	5
Figura 2. Magnitud de la carga excéntrica neta no nula en situación de máxima excentricidad en eje vertical, lado superior.....	13
Figura 3. Isométrica del modelo CAD 3D general.....	18
Figura 4. Isométrica del modelo CAD 3D del rotor.....	19
Figura 5. Hendidura del trunnion de entrada para soporte axial. ....	19
Figura 6. Isométrica del modelo CAD 3D del descanso de entrada.....	20
Figura 7. Isométrica del modelo CAD 3D del descanso de salida. ....	21
Figura 8. Isométrica del modelo CAD 3D correspondiente al estator del molino SAG. ....	22
Figura 9. Isométrica del modelo CAD 3D de la fundación del equipo. ....	23
Figura 10. Moldaje exterior de la fundación. Elemento que rigidiza el comportamiento del concreto y agrega masa al sistema.....	23
Figura 11. Isométrica del elemento tipo malla que simula las propiedades mecánicas del suelo. ....	24
Figura 12. Isométrica del mallado aplicado.....	26
Figura 13. Superficie cargada y magnitud de las iso-presiones. ....	27
Figura 14. Esquema de cargas en el rotor. Excentricidad vertical con mínimo gap a 0°. Carga fija en cuadro izquierdo. Carga variable en cuadro derecho.....	32
Figura 15. Esquema de cargas en el estator. Excentricidad vertical con mínimo gap a 0°. Carga fija en cuadro izquierdo. Carga variable en cuadro derecho. ....	33
Figura 16. Sistemas de coordenadas solidarios a los polos eléctricos. Los orígenes de los sistemas enfrentados corresponden a los extremos de los resortes negativos.....	35
Figura 17. Vista frontal de la deformación total del molino sin carga de molienda en presencia de gravedad.....	40
Figura 18. Detalle de la variación del gap en el eje vertical. Molino sin carga de molienda. ....	40
Figura 19. Detalle de la deformación del soporte elástico del rotor.....	41
Figura 20. Plano lateral del estanque del molino sometido a peso propio y presión de carga de molienda. ....	41

Figura 21. Plano frontal de la deformación total del molino en presencia de gravedad y presión de carga de molienda..... 42

Figura 22. Detalle de la variación del gap en el eje vertical. Molino con carga de molienda..... 42

# Índice de gráficos

---

Gráfico 1. Curvas de fuerzas atractivas presentes entre los polos. Medición realizada por el proveedor. ....	12
Gráfico 2. Distribución de cargas fijas en polos del estator y rotor. ....	30
Gráfico 3. Distribución de cargas variables (excéntricas) en los polos del estator y rotor. ....	31
Gráfico 4. Distribución general de cargas. Datos aplicables al estator y rotor.....	32
Gráfico 5. Recurso utilizado para la correcta definición de los resortes negativos entre polos. Se muestra solamente el intervalo manipulado. En el resto del intervalo las curvas siguen la tendencia del Grafico 1.....	35
Gráfico 6. Resultados de rigidez mecánica global en función de la dirección angular de la excentricidad inicial. Elasticidad magnética utilizada 610,81 [kN/mm]. Excentricidad inicial de 2 [mm]. ....	43
Gráfico 7. Excentricidad final asociada a la dirección angular de la excentricidad inicial.....	44
Gráfico 8. Gap máximo y mínimo para las tres condiciones operacionales propuestas. Datos recopilados para orientaciones de excentricidad inicial de 1 [mm] de 0° a 180°.....	45
Gráfico 9. Magnitud del gap de aire en Arranque con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 54°.....	46
Gráfico 10. Magnitud del gap de aire en Velocidad Máxima con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 0°.....	46
Gráfico 11. Magnitud del gap de aire en Aceleración con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 0°.....	47
Gráfico 12. Diagrama de Campbell. Set de modos incluidos hasta 14 [Hz]. ....	50
Gráfico 13. Comportamiento de las frecuencias naturales de los modos #4 y #5 en presencia de una variación de la rigidez de los descansos en +/- 25%.....	54
Gráfico 14. Factor de amplificación de la excentricidad inicial de 1 [mm]. ....	55
Gráfico 15. Fuerzas entre polos del modelo para las simulaciones de entrehierro. ....	56

# Índice de tablas

---

Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales incluidos en el análisis.....	6
Tabla 2. Pesos relevantes Liners.....	8
Tabla 3. Densidades de la carga de molienda.....	8
Tabla 4. Variables físicas calculadas de la carga de molienda.....	8
Tabla 5. Coeficientes elásticos de la interfaz Suelo – Fundación. ....	9
Tabla 6. Propiedades mecánicas del suelo. ....	9
Tabla 7. Rigidez de los componentes de los descansos hidrostáticos. Fuente experimental. ....	21
Tabla 8. Espesores de las superficies que componen el moldaje de hierro nodular.....	23
Tabla 9. Conexiones utilizadas en la generación del ensamblaje ANSYS.....	24
Tabla 10. Datos del mallado del modelo.....	25
Tabla 11. Condiciones del material de molienda. *Porcentaje del volumen calculado sobre la capacidad volumétrica total del molino.....	26
Tabla 12. Condiciones de la carga generada por el material de molienda. ....	27
Tabla 13. Datos extras necesarios para modelo de densidad de carga de publicación referenciada. .....	27
Tabla 14. Condición de borde elástica de la interfaz suelo – fundación. ....	28
Tabla 15. Constantes elásticas del par de descansos. ....	29
Tabla 16. Esfuerzos fijos y variables presentes en distintas situaciones operacionales del equipo. .....	30
Tabla 17. Datos de Fuerza-Deformación de los resortes configurados en la simulación.....	34
Tabla 18. Resumen de simulaciones y sus características operativas. ....	36
Tabla 19. Masas del modelo.....	36
Tabla 20. Simulaciones modales realizadas. ....	37
Tabla 21. Fuentes mecánicas de excitación consideradas. ....	37
Tabla 22. Frecuencias de excitación de las fuentes consideradas. ....	38

Tabla 23. Resumen de simulaciones efectuadas.....	39
Tabla 24. Rigidez de cada uno de los componentes en direcciones cartesianas. ....	43
Tabla 25. Resumen de la magnitud amplificadora de las excentricidades iniciales por efecto de deformaciones.....	44
Tabla 26. Factores de amplificación máximos encontrados.....	45
Tabla 27. Resumen de modos normales encontrados y sus principales características (modos locales descartados). ....	48
Tabla 28. Descripción de los modos encontrados (modos locales descartados). ....	49
Tabla 29. Combinaciones de condiciones simuladas para los modos de interés en posibles resonancias.....	51
Tabla 30. Factores de simetría calculados para cada componente del modelo. ....	53

# Índice de anexos

---

Anexo A – Memoria de cálculo

Anexo B – Imágenes de modos normales del modelo

# Lista de definición de símbolos

---

$\omega$  Velocidad angular de rotación del molino [rad/s]

$g$  Aceleración de gravedad [mm/s<sup>2</sup>]

$R$  Radio del molino

$F_{final}$  Fuerza de equilibrio mecánico-magnético en el estado final cuasi-estático de análisis.

$K_{mecánico}$  Rigidez mecánica del sistema

$K_{magnético}$  Rigidez magnética del sistema

$e_{final}$  Excentricidad de equilibrio en el estado final cuasi-estático de análisis.

$e_{inicial}$  Excentricidad a priori en el estado inicial cuasi-estático de análisis.

$e_{alarma}$  Excentricidad de alarma en el análisis 4 [mm]. Aviso de funcionamiento anómalo.

$e_{crítico}$  Excentricidad crítica en el análisis 5 [mm]. Aviso de funcionamiento anómalo.

$A$  Factor amplificador de la excentricidad inicial.

$K_{rotor}$  Rigidez del componente rotor.

$K_{molino}$  Rigidez del subcomponente molino.

$K_{descansos}$  Rigidez del par de subcomponente descansos.

$K_{estator}$  Rigidez del componente estator.

$K_{fundación}$  Rigidez del componente fundación.

$K_{fundación\_rotor}$  Rigidez del subcomponente fundación en conexión con el rotor.

$K_{fundación\_estator}$  Rigidez del subcomponente fundación en conexión con el estator.

# 1. Resumen Ejecutivo

---

El trabajo de título presentado en este documento tiene como objetivo analizar, mediante el método de elementos finitos y un modelo de rigidez lineal, la respuesta dinámica estructural de un molino SAG provisto de motor tipo anillo, equipo crítico de los procesos mineros. El trabajo se desarrolló con el apoyo de la Gerencia de Ingeniería de la Vicepresidencia Corporativa de Proyectos de CODELCO Chile, en un periodo de cuatro meses.

Este tema es de interés para la industria minera dada la restringida oferta que este tipo de análisis posee en términos de consultoría ingenieril. En nuestro país no se ofrece este estudio, y solamente dos consultoras de ingeniería en el mundo lo realizan. El guía de este trabajo de título es el Dr. Ing. Sr. Bruno Lértora Di Domenico, quien posee acabados conocimientos sobre el tema y espera promover este tipo análisis tanto en las operaciones de CODELCO como en las de otras empresas mineras nacionales e internacionales.

La importancia de un estudio lineal de la respuesta estructural dinámica de un molino tipo SAG con motor tipo anillo, se funda en la existencia de fuerzas radiales excéntricas generadas por la interacción magnética entre el rotor y el estator del motor eléctrico del sistema motriz. En un montaje ideal estas fuerzas, que actúan tanto en el rotor como en el estator, se componen en una resultante externa nula; sin embargo, en condiciones reales de cuerpos deformables y montajes imperfectos, se observan importantes sollicitaciones estáticas y dinámicas. Este fenómeno no es despreciable en los análisis de funcionamiento, dado que puede generar vibraciones y oscilaciones estructurales que, bajo ciertas condiciones de operación, pueden poseer frecuencias cercanas a las naturales del sistema motor-molino-fundación-suelo o de algunos de sus componentes; de esta manera se pueden producir fenómenos resonantes, generando condiciones anormales de operación e incluso fallas en el equipo y componentes.

En este trabajo de título, previa recopilación de antecedentes específicos sobre diseño, fabricación, montaje y operación de un molino tipo SAG, se creará un modelo sólido CAD 3D de éste, incorporando las fundaciones, los componentes del motor y los parámetros de balasto del suelo. Luego, este modelo se someterá a un análisis de diseño, incluyendo análisis de rigidez, análisis estructural, análisis modal, y análisis de colapso de entrehierro, mediante la herramienta computacional de elementos finitos ANSYS. Con estos resultados, se definirá si el diseño de los componentes satisface las condiciones de operación definidas por el proceso metalúrgico de conminución, de modo tal de asegurar la integridad estructural estática y dinámica del sistema. Se espera caracterizar el diseño mecánico-estructural del sistema y cada uno de sus componentes principales, de tal manera que sea posible validar el diseño y garantizar que su comportamiento estructural sea compatible con las condiciones de operación aplicadas en la vida útil del sistema. Por otra parte, será de gran valor consolidar en el ámbito nacional una metodología para el desarrollo de este tipo de análisis.

## 2. Introducción

---

En el presente documento se da a conocer el desarrollo del trabajo de título propuesto por el alumno Walter Tejada Estay, realizado en la Vicepresidencia Corporativa de Proyectos (VCP) de CODELCO Chile, guiado por el Dr. Ing. Sr. Bruno Lértora Di Domenico, Gerente de Ingeniería de la VCP. La información aquí presentada precisa la consolidación final del trabajo, sujeta a revisión.

El trabajo de título consiste en el estudio dinámico lineal de un molino tipo SAG provisto de motor tipo anillo, mediante el método numérico de elementos finitos (MEF), usando el software computacional ANSYS. El estudio se realizará para evaluar si el conjunto molino-motor-fundación-suelo, posee la suficiente rigidez para mantenerse estable en el proceso de conminución del material, bajo el esfuerzo radial excéntrico producido por la interacción magnética heterogénea en la interfaz estator-rotor del sistema motriz, el que podría excitar algún modo normal de la estructura. En condiciones ideales de montaje, estos esfuerzos netos serían nulos; sin embargo, en montajes reales y elementos deformables, siempre existe alguna pérdida de concentricidad entre el centro magnético del estator y el centro de rotación del rotor (molino), lo que genera oscilaciones y vibraciones estructurales en el equipo. Estas últimas podrían, bajo ciertas condiciones de operación, resonar en algún modo normal del sistema y afectar el funcionamiento, e incluso, generar fallas en la máquina.

Mediante el análisis MEF se cuantificará la resistencia estructural del molino y sus modos normales, valores clave que permiten analizar el equipo y caracterizar posibles focos de anomalías.

Este tipo de análisis lo realizan a nivel comercial solamente dos consultoras en el mundo, ambas extranjeras. Bajo este escenario, la metodología que se aplicará en el análisis posee gran valor, en especial en industrias del ámbito minero, en donde la utilización de este equipo es crítica en la línea de producción. Es así como, en particular, CODELCO se muestra interesado en guiar el trabajo de título presente.

# 3. Objetivos

---

De ésta manera se obtienen los siguientes objetivos específicos del trabajo de título:

- Estudio en profundidad del equipo de molienda tipo SAG. Análisis de su diseño y principales componentes.
- Obtener una comprensión completa del fenómeno generador de oscilaciones y vibraciones, producto de las desviaciones mecánicas y los esfuerzos magnéticos ex-céntricos.
- Desarrollo de un modelo computacional (CAD 3D), capaz de entregar información mecánica relevante para el análisis al ser estudiado mediante MEF ANSYS. Los parámetros claves a cuantificar son la resistencia estructural (rigidez), modos normales estructurales y deformaciones.
- Identificar puntos críticos del modelo y caracterizarlos con el fin de evaluar si son capaces de producir alguna irregularidad operacional, bajo las condiciones particulares impuestas en este modelo.
- Generación de un protocolo metodológico para este tipo de análisis. Este punto tiene gran valor dado que la reproductibilidad del procedimiento es de importancia para el desarrollo profesional del alumno y de CODELCO.

Se aclara que la designación de punto crítico del equipo, tiene relación con la cuantificación, en distintas condiciones operacionales, de variables mecánicas como deformaciones, esfuerzos, rigideces, velocidades de rotación del molino, frecuencias naturales y modos normales, cuyas numerosas combinaciones, pueden contener algunas potencialmente perjudiciales para el buen funcionamiento del equipo. Se otorgará especial énfasis en ciertas dimensiones del equipo, cuyas características serán entregadas en el documento.

## 4. Antecedentes Generales

---

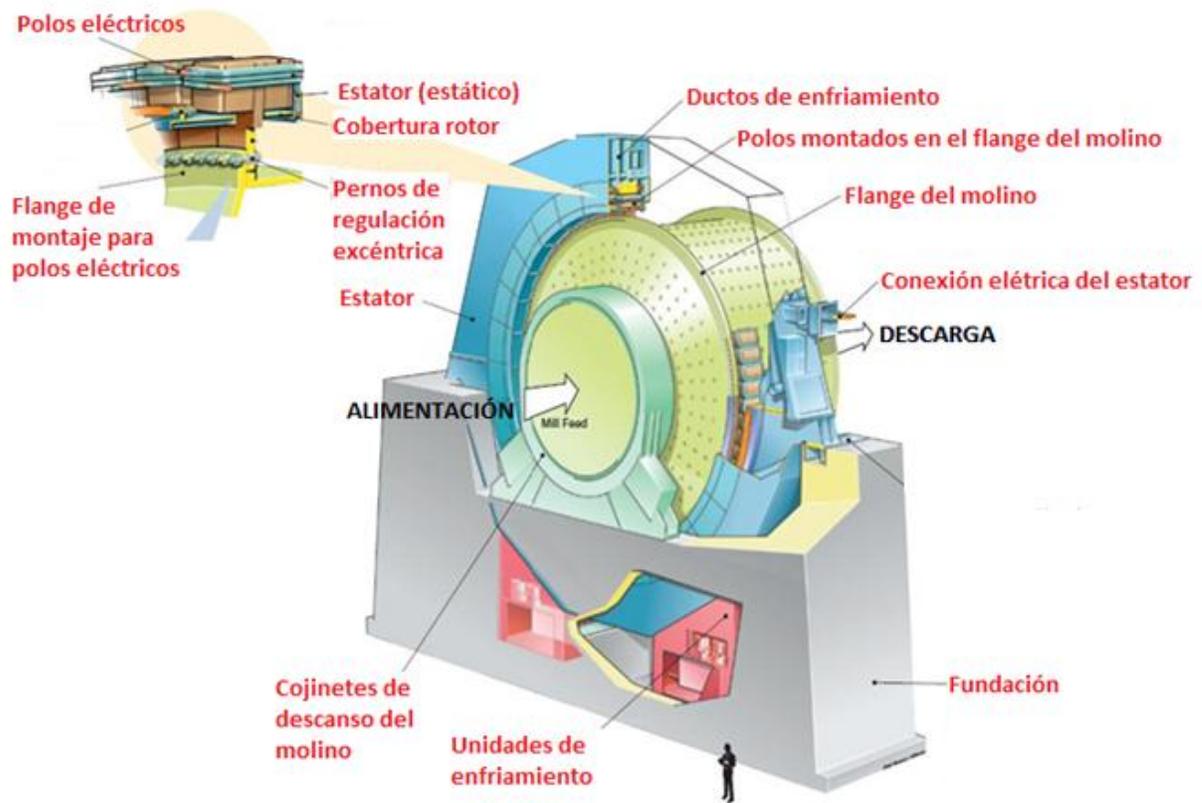
El trabajo de título desarrolla un análisis dinámico lineal, mediante el método de elementos finitos (MEF), a un modelo CAD 3D de un molino tipo SAG (Semi-Autogenous-Grinding) impulsado por un motor tipo anillo. En ese sentido, los antecedentes recopilados se refieren, en primer lugar, a las principales características del equipo en estudio, y posteriormente a las condiciones lineales de elasticidad que serán utilizadas, el modelo de cargas, las condiciones de borde a utilizar y las principales herramientas de análisis requeridas para realizar el estudio. También se incluyen ciertos conceptos de la teoría de vibraciones, los que serán citados en el desarrollo de este trabajo. Paralelamente se agregan otros antecedentes con la intención de fundamentar, en un marco teórico completo, cada una de las aplicaciones incorporadas a la simulación.

Se precisa que gran parte de la información técnica a disposición de este trabajo, es de naturaleza confidencial, respetando derechos intelectuales de información perteneciente exclusivamente a CODELCO y al Sr. Bruno Lértora. Sin embargo, en beneficio del desarrollo de este trabajo, y al convenio de memorista establecido, se ha facilitado una variada cantidad de documentos acordes a este análisis. De estos documentos han sido rescatados planos, datos operacionales, estudios geotécnicos y propiedades mecánicas de la fundación del equipo modelado, cuyos valores han sido publicados, mas sus fuentes no pueden ser adosadas como anexos.

### 4.1. Molino SAG

Un molino semiautógeno (SAG) es un equipo creado para conminuir material mediante impacto. Es utilizado en operaciones mineras con gran flujo másico (hasta 130.000 [tpd] en Minería Escondida) y grandes potencias de accionamiento (hasta 21[MW] en Compañía Minera Doña Inés de Collahuasi). En términos generales, la molienda que utiliza como principio de conminución solamente el impacto del mismo material aledaño, se denomina molienda autógena (AG), sin embargo al incorporar una porción de bolas de acero (porcentualmente menor que en un molino de bolas), se llega a la categoría de molienda semiautógena (SAG). Estas bolas de acero, comúnmente de 5 pulgadas de diámetro, aportan a la trituración del material y a la eficiencia global del equipo. En el proceso de molienda SAG, el material centrifuga y es elevado por las paredes internas del molino mediante elementos levantadores en rotación (lifters), hasta el punto en que la gravedad lo despega y impulsa en una caída parabólica, produciendo así una ola continua que impacta con el mineral en la zona inferior del molino. El golpe conjunto de las bolas de acero y el mismo material aledaño, disminuyen continuamente el tamaño de las rocas, hasta el momento de su expulsión a través de las parrillas adosadas a la tapa de descarga. La necesidad de generar una caída libre suficiente, para una correcta molienda, determina el gran diámetro del equipo, actualmente 40 pies. El porcentaje de capacidad utilizado por bolas de acero es de un 12% aproximadamente, menor al 35% que normalmente es utilizado en molinos de bolas. Recibe material directamente del chancador primario (no del terciario como en la molienda clásica), lo que ofrece un importante incremento del rendimiento global sobre las tecnologías alternativas de molienda. La granulometría de entrada posee un diámetro típico de 8 a 10 pulgadas. En la salida del molino se obtienen granulometrías entre 12 y 19 [mm], dimensión que sigue siendo disminuida en etapas

posteriores de molienda, hasta alcanzar los 25 [ $\mu\text{m}$ ] necesarios para el proceso de flotación, responsable de la obtención del concentrado de Cobre.



**Figura 1. Esquema general del diseño de un molino tipo SAG. Fuente: URL oficial de ABB.**

En la Figura 1 se muestra un esquema con los principales elementos de un molino tipo SAG con motor de anillo. Se aprecia que el rotor es precisamente el cilindro de conminución del material (en verde claro), soportado por descansos hidrostáticos que permiten su rotación. Perimetralmente es rodeado por el estator (estructura en azul) responsable de la generación del torque necesario para la operación, transmitido mediante un campo magnético en una interfaz de polos, observables en detalle en la esquina superior izquierda de la Figura 1. Este sistema motriz es denominado *Gearless*. Las fundaciones (en gris) son de gran envergadura, pues si bien el equipo rota a bajas revoluciones por minuto (nominalmente de 9 a 13 [rpm] aprox.), los esfuerzos generados en el proceso son de gran magnitud. En la Figura 1 también se pueden observar otros elementos como los ductos de enfriamiento del estator (que lo hacen una estructura hueca) y las unidades de enfriamiento, fundamentales en estudios de eficiencia energética del equipo dada la gran cantidad de calor generada en los embobinados eléctricos, expelida finalmente al ambiente.

La dimensión crítica en estos equipos es el espacio de aire (gap) que existe entre los polos del rotor y el estator (ver Figura 1). Esta distancia varía dado que inevitablemente existen desviaciones en la concentricidad del sistema rotor-estator, producto de la imposibilidad de ejecutar un montaje perfecto (desviaciones iniciales) y las deformaciones mecánicas de los elementos (factor

amplificador). Estas desviaciones producen esfuerzos excéntricos<sup>1</sup> del tipo resorte de tracción (resorte negativo<sup>2</sup>), dada la ausencia de un campo magnético totalmente homogéneo. El principal componente que debe contrarrestar las vibraciones y esfuerzos críticos producidos por este fenómeno, es la fundación del equipo. Como parámetro de diseño, para el molino de grandes dimensiones estudiado en este trabajo (40 pies de diámetro), se establece que un gap de 16 [mm] entre polos, permite evitar contactos producto de las variaciones en operación. La variación que lanza la alarma de peligro en el equipo es de 4 [mm], por lo tanto en un correcto funcionamiento el gap debe estar siempre sobre 12 [mm] (en zonas de acercamiento entre polos) y 20 [mm] (en zonas de separación entre polos). El equipo cancela la operación al alcanzar una variación límite de 5 [mm] (nivel de emergencia).

Las dimensiones detalladas del equipo son obtenidas de planos facilitados por CODELCO. De estos documentos se desprende la información para la generación del modelo CAD 3D. Se aclara de antemano que el nivel de detalle de los planos permite una modelación general del equipo, sin embargo un enfoque complejo, considerando todos los componentes del equipo, queda fuera de los límites de este trabajo.

Los materiales de confección que el equipo posee son variados. Para realizar una modelación estándar, y no detallar en materiales utilizados por distintos proveedores en sus diseños, se clasificaron los elementos en tres tipos: acero, hierro nodular y concreto. También es incorporado un material conceptual, necesario para modelar elementos superficiales, que si bien aportan masa al modelo, no agregan rigidez. Este material fue denominado Material Genérico Flexible (MGF), cuya única variable relevante es la densidad, definida en distintas zonas del modelo de acuerdo a la masa requerida y espesores de la superficie. Las características mecánicas de éstos son entregadas en la Tabla 1.

**Tabla 1. Propiedades mecánicas de los materiales incluidos en el análisis.**

Propiedad	Acero	Hierro nodular	Concreto	MGF
Módulo de Young [MPa]	2,00E+05	1,73E+05	2,60E+04	1,0E-09
Coefficiente de Poisson	0,290	0,275	0,200	0
Densidad [Kg/mm <sup>3</sup> ]	7,83E-06	7,20E-06	2,50E-06	Variable

## 4.1.1. Parámetros operacionales

Las variables necesarias para el análisis están principalmente relacionadas con las cargas del molino, las velocidades de operación, y las características geométricas y cinemáticas de la molienda. Para todos estos datos fue incorporada al estudio la publicación *Inferential Measurements of SAG mill parameters*<sup>3</sup>, donde se recopilan una serie de modelos analíticos que dimensionan por ejemplo, la densidad equivalente de la carga en función de los porcentajes volumétricos

<sup>1</sup> Fuerzas magnéticas características de este tipo de motores eléctricos, denominados de anillo. En el capítulo 4.4 se desarrolla el tema en detalle.

<sup>2</sup> Este concepto es un tipo de modelación de fuerzas magnéticas en simulaciones mecánicas. Su explicación es dada en el capítulo 0.

<sup>3</sup> T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Minerals Engineering, Vol 14, N°6, pp 575 - 591. 2001.

de bolas y pulpa, sus respectivas densidades y otros factores. Éste y otros cálculos son entregados en el anexo A de memoria de cálculos.

Un concepto fundamental, presente en los parámetros de operación, es la denominada velocidad crítica. Ésta corresponde a la velocidad angular a la cual las partículas centrifugan en todo el perímetro del molino. Es de gran importancia en diseño, pues dimensiona el molino y la red interna de liners<sup>4</sup> (de aquí en adelante llamados Corazas), para una correcta geometría de molienda. En las publicaciones *Inferential Measurements of SAG mill parameters III: Inferential models*<sup>5</sup> y *Design parameters affecting tumbling mill natural frequencies*<sup>6</sup> se entrega información al respecto, de la cual es pertinente rescatar la ecuación de la velocidad introducida.

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \quad (1)$$

En la ecuación (1)  $\omega$  es la velocidad de rotación en [rad/s],  $g$  es la aceleración de gravedad y  $R$  el radio interno del molino. Los molinos de 40 pies operan entre un 60% a 80% de esta velocidad. En este caso particular se define que la operación nominal se realiza a un 74% de la velocidad crítica, equivalente a 9,02 [rpm]. Con una potencia aproximada de 30.000 [HP], equivalentes a 22.371 [kW], estos valores generan un torque nominal de 23.683,74 [kNm].

## 4.1.2. Elementos internos

Una medida práctica que será incluida en el modelo, es tomar como no significativo el diseño geométrico 3D de los elementos presentes en el interior del molino. Estos son las corazas y la ola de molienda. Ambos aportan una rigidez despreciable sobre el sistema en términos globales, sin embargo poseen una gran masa que debe ser incorporada. En la práctica esta determinación elimina la creación de un complejo modelo dinámico para la geometría de molienda en el interior del equipo, la que varía la posición de su centro de masa debido a la rotación (torque) y la granulometría del material (fricción). Conceptualmente no es necesario incurrir en este detalle, ya que en este tipo de análisis no se pretende simular el equipo en movimiento, si no su respuesta estática en ciertas condiciones de operación, donde se incluyen fuerzas, torques, condiciones de borde y un posterior análisis modal (vibraciones), simulando así, distintos escenarios particulares, que en suma entregan la respuesta dinámica del equipo. Es preciso comentar que la carga efectivamente aporta rigidez local sobre las zonas de contacto en las que interactúa, sin embargo no afecta globalmente los modos normales del sistema, solamente lo hace de manera puntual a muy bajas frecuencias.

Más en detalle, las corazas son perfiles con secciones transversales minuciosamente diseñadas, adosadas a la pared interna del molino y responsables de dirigir el material dentro del equipo, para generar la geometría de molienda requerida. La publicación *Modification of SAG mill*

---

<sup>4</sup> Elemento mecánico que protege el interior del molino y permite elevar el material dentro del molino. Mayor detalle en el capítulo 4.1.2.

<sup>5</sup> T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Minerals Engineering, Vol 15, pp 1055 – 1071. 2002.

<sup>6</sup> P. Radziszewski, Y. Y. Quan, J. Poirier. Department of Mechanical Engineering, McGill University.

*liner shape based on 3-D liner wear profile measurements*<sup>7</sup> entrega una descripción acerca de las dimensiones y pesos utilizados en molinos SAG de 9,75 x 4,88 [m]. Si bien el molino incluido en este estudio posee un tamaño mayor, es posible deducir el peso de los liners instalados en el interior del equipo, considerando que posee 54 filas de estos. La Tabla 2 entrega los datos asociados a este análisis.

**Tabla 2. Pesos relevantes Liners.**

Peso lineal Liner	1,10	[Kg/mm]
Peso total Liners	8,83E+05	[Kg]

La carga de molienda utiliza nominalmente un 25% del volumen interno total del molino. En este porcentaje coexiste una porción de bolas de acero y otra de pulpa (material de molienda más agua y cal). Las bolas de acero en este tipo de molinos generalmente utilizan un 12% del volumen interno total. Con estos dos datos se deduce que el porcentaje de pulpa, con respecto al volumen total del molino, es igual a un 13%. Las densidades de estos elementos se entregan en la Tabla 3. Del volumen interior total del molino es calculado el porcentaje utilizado, el peso de bolas y de pulpa, el peso total de carga y la densidad equivalente (densidad conjunta de bolas y pulpa). Esta última, es fundamental para la modelación, ya que es input directo en la adición de masa al modelo. En la

Tabla 4 se muestran los datos calculados e incluidos en la simulación.

**Tabla 3. Densidades de la carga de molienda.**

Densidad bolas de acero	7,83E-06	[kg/mm <sup>3</sup> ]
Densidad pulpa	5,17E-07	[kg/mm <sup>3</sup> ]

**Tabla 4. Variables físicas calculadas de la carga de molienda.**

Volumen interno molino	8,47024E+11	[mm <sup>3</sup> ]
Volumen de carga	2,11756E+11	[mm <sup>3</sup> ]
Peso bolas de acero	7,96E+05	[Kg]
Peso pulpa	5,69E+04	[Kg]
Peso total carga	8,53E+05	[Kg]
Densidad equivalente	4,03E-06	[Kg/mm <sup>3</sup> ]

Todos los cálculos asociados a estos resultados se entregan en el anexo A de memoria de cálculo.

### 4.1.3. Descansos hidrostáticos

Este par de elementos son de suma importancia, ya que posibilitan el soporte axial (cartesiano) y la rotación del rotor, sin embargo son en parte los responsables de que las perturbaciones magnéticas y de molienda generen vibraciones y oscilaciones, dada su naturaleza flexible. Como dato general, se apunta que están compuestos por una estructura base de acero, cuatro pads (ensamblajes de bronce responsables de la inyección de aceite y del soporte en reposo) y aceite in-

<sup>7</sup> M. Yahyaei, S. Banisi, M. Hadizadeh. International Journal of Mineral Processing 91 (2009).

yectado a gran presión. Este lubricante es inyectado a presiones cercanas a los 800 [psi] y posibilitan el soporte hidrostático en la rotación del molino. En el capítulo 5.2.2 se agregan los datos relevantes para la simulación.

## 4.2. Mecánica del suelo

La interacción del equipo con el suelo es fundamental, ya que se busca evaluar la respuesta dinámica del molino considerando las variaciones elásticas que experimenta su suelo de apoyo. Los datos que serán incorporados se entregan en la Tabla 5.

**Tabla 5. Coeficientes elásticos de la interfaz Suelo – Fundación.**

Grado de libertad	Coeficiente de elasticidad	
Traslación Vertical (Y)	1,93E+08	[N/mm]
Traslación Horizontal (X - Z)	1,43E+08	[N/mm]
Rotación Transversal (X)	5,07E+16	[N-mm/rad]
Rotación Vertical (Y)	6,26E+16	[N-mm/rad]
Rotación Longitudinal (Z)	5,73E+16	[N-mm/rad]

Los parámetros de la Tabla 5 son las elasticidades de la interfaz de contacto entre el suelo y la fundación, en los 6 grados de libertad posibles, es decir traslaciones y rotaciones en el eje cartesiano. Estos valores tienen especial importancia en el análisis modal, dado que su incorporación varía notablemente la distribución de las frecuencias naturales de la estructura.

En la Tabla 6 también son entregados dos valores efectivos incluidos en el análisis. Con estos datos es posible determinar completamente la condición de borde de la fundación, ya que determinan el comportamiento de las deformaciones del suelo.

**Tabla 6. Propiedades mecánicas del suelo.**

Propiedad	Valor
Módulo de corte [MPa]	1.396
Coefficiente de Poisson	0,42

## 4.3. Análisis dinámico lineal

Este estudio será realizado fundamentalmente mediante un análisis matemático lineal. Esto implica que las principales propiedades mecánicas involucradas en el estudio son las elasticidades, en el rango lineal, y las masas de los componentes del sistema. Este criterio es establecido considerando los siguientes fundamentos:

- Un completo análisis no lineal incorpora otros fenómenos mecánicos de menor relevancia en los resultados necesarios.

- Las consultoras de ingeniería que desarrollan estos análisis, también incorporan esta linealización del problema, y los resultados obtenidos poseen una gran correlación con las situaciones reales.
- Los tiempos de cálculo aumentan ostensiblemente respecto a simulaciones realizadas utilizando las opciones de no linealidad y grandes deformaciones activadas (150% a 200% en aumento del tiempo, en los casos más rápidos), arriesgando la conclusión del estudio dentro de los tiempos de análisis disponibles.

El principal efecto no lineal descartado, es el amortiguamiento mecánico que poseen los componentes del equipo. Este efecto es generalmente de segundo orden e inherente a los materiales. El que sea catalogado como término de segundo orden tiene relación con su dependencia de la velocidad vibratoria del sistema, por lo tanto en un modelo linealizado respecto de la longitud de vibración, lo consideraría en un orden mayor. Otra razón del porque es posible obviarlo en este tipo de estudios, es debido a que el suelo, en un fenómeno denominado amortiguamiento radiativo<sup>8</sup>, absorbe casi la totalidad de la energía de amortiguación del sistema, sin devolverla al equipo, e irradiándola en todas direcciones y finalmente disipándola. Al no existir reacción sobre el equipo, sus componentes solamente transfieren energía al suelo, y la cantidad de amortiguamiento generada en sí mismo es mínima.

Luego, en términos elásticos, se tiene que la fuerza final (estado estacionario de operación), producida por las desviaciones excéntricas del sistema rotor-estator, se define en función de la excentricidad inicial (montaje) y la final, cuya magnitud es función de las condiciones de operación. La excentricidad del sistema y los esfuerzos mecánicos y magnéticos son directamente proporcionales, cuyas pendientes son los coeficientes elásticos respectivos. El coeficiente elástico mecánico está dado por las propiedades mecánicas de los componentes del equipo, mientras que el coeficiente elástico magnético, es una modelación de la interacción magnética radial (atracción) que existe entre el estator y el rotor.

En simulación mecánica, una interacción magnética, se puede modelar utilizando un resorte conceptual con elasticidad negativa, el que incorpora la curva de atracción magnética respectiva. Este recurso es también llamado resorte negativo. Es una condición de borde elástica (fuerza/distancia) con pendiente negativa, en donde una compresión genera una fuerza de atracción (comportamiento opuesto al de un resorte normal). Esto permite modelar la situación en que, a medida que dos elementos se acercan, con mayor intensidad se atraen, comportamiento físico que existe entre los polos del rotor y el estator del molino SAG.

La ecuación (2) relaciona lo estipulado anteriormente:

$$F_{final} = K_{mecánico} * (e_{final} - e_{inicial}) = K_{magnético} * e_{final} \quad (2)$$

Donde  $K_{mecánico}$  es el coeficiente elástico mecánico y  $K_{magnético}$  el coeficiente elástico magnético.

Despejando la excentricidad final de la ecuación (2) se obtiene:

---

<sup>8</sup> Fenómeno recién en etapa de estudio.

$$e_{final} = A * e_{inicial} \leq e_{alarma} \quad (3)$$

En donde el factor A corresponde a la constante de amplificación de la excentricidad inicial, dadas ciertas condiciones de operación. Como se muestra en la ecuación (3), se busca que este valor amplifique la excentricidad inicial bajo un valor de alarma asociado al equipo en cuestión. Esta dimensión de alarma en este estudio será 4 [mm], valor que se encuentra programado en el sistema de control del equipo, de tal forma que, si se llegase a alcanzar, se comunica una alarma al operador. De llegar a una magnitud crítica (5 [mm] para este estudio), la operación es suspendida.

El factor de amplificación está definido entonces:

$$A = \frac{K_{mecánico}}{K_{mecánico} - K_{magnético}} \quad (4)$$

Por lo tanto para evitar llegar al valor crítico de excentricidad se debe cumplir:

$$K_{mecánico} \geq \frac{e_{alarma} * K_{magnético}}{e_{alarma} - e_{inicial}} \quad (5)$$

Utilizando la analogía eléctrica, la elasticidad de un ensamblaje es la suma en serie de las elasticidades de sus componentes, dado que las deformaciones de un componente afectan a los componentes aledaños directamente, por lo tanto:

$$K_{mecánico} = \frac{1}{\frac{1}{K_{rotor}} + \frac{1}{K_{estator}} + \frac{1}{K_{fundación}}} \quad (6)$$

$$K_{rotor} = \frac{1}{\frac{1}{K_{molino}} + \frac{1}{K_{descansos}}} \quad (7)$$

$$K_{fundación} = \frac{1}{\frac{1}{K_{fundación\_molino}} + \frac{1}{K_{fundación\_estator}}} \quad (8)$$

Cada uno de los términos K son los respectivos coeficientes elásticos (o rigideces) de los elementos indicados en los subíndices.

La rigidez del estator será una componente única, por lo tanto su coeficiente elástico no tiene subcoeficientes que lo compongan. La fundación interactúa elásticamente con el estator y el rotor, en las áreas de soporte respectivas.

## 4.4. Cargas magnéticas excéntricas

La operación del molino SAG se debe al torque transmitido magnéticamente hacia el rotor, generado por el sistema motriz electromagnético Gearless. Esta interacción magnética también produce una atracción radial entre el rotor y el estator, cuya componente global se anula completamente cuando el alineamiento es perfecto, entre el centro magnético del estator y el eje de rotación del rotor. Lógicamente, en montajes reales, aplican tolerancias que introducen pérdidas iniciales de concentricidad, las que sometidas a deformaciones mecánicas en operación, generan variaciones aún mayores en el sistema rotor-estator. Al generarse estas desviaciones, el campo magnético pierde homogeneidad y se traduce en una fuerza neta no nula, con cierta orientación definida por la coordenada angular en donde los polos alcanzan una desviación máxima. Esta situación genera una carga pulsante sobre el equipo, que determina una rotación excéntrica del molino.

Estas cargas, denominadas excéntricas, serán modeladas de dos maneras distintas en etapas consecutivas del análisis. En una primera etapa, correspondiente a un análisis de rigidez global, se modelarán explícitamente como distribuciones sinusoidales, actuando sobre el perímetro externo del rotor e interno del estator. Esto quiere decir que serán calculadas y aplicadas directamente sobre cada uno de los polos del modelo geométrico. Se notifica que los valores de estos esfuerzos, para distintas condiciones de operación, se encuentran catalogados y a disposición de este estudio, bajo condiciones de confidencialidad. En una segunda etapa, correspondiente a un análisis de colapso de entrehierro, se definirán resortes no lineales con características elásticas negativas, entre cada uno de los pares de polos eléctricos (rotor-estator) que se enfrentan en el modelo geométrico. De esta manera, las cargas excéntricas se generarán implícitamente producto de una desviación inicial y las deformaciones del equipo. Estos resortes en particular generarán una mayor atracción cada vez que disminuya el gap entre polos, y disminuirá la fuerza en el caso de distanciamiento. Las curvas de fuerza magnética en función del gap entre polos se encuentran a disposición para este estudio y se muestran a continuación en el Gráfico 1.

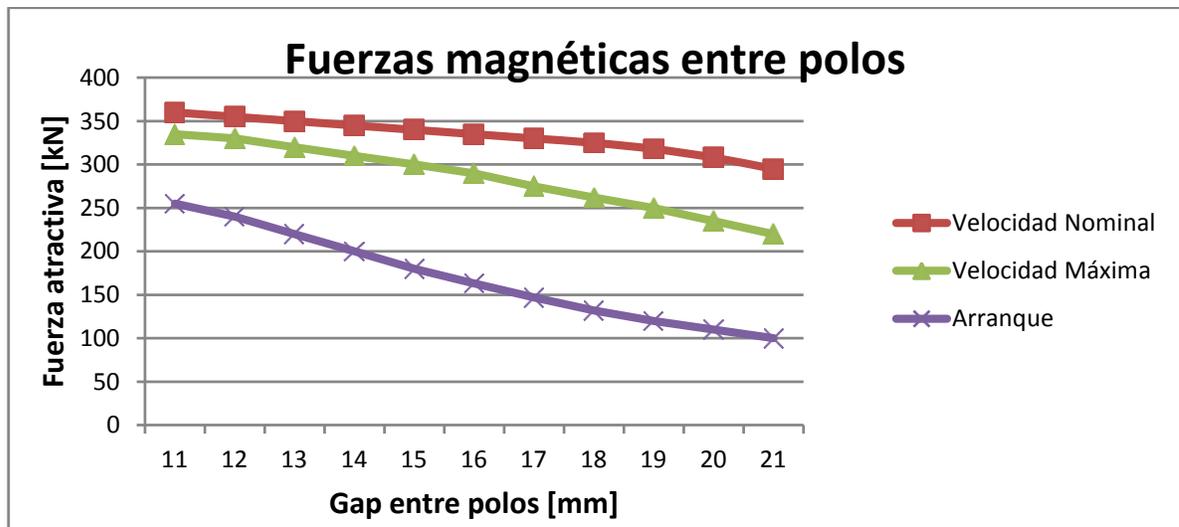
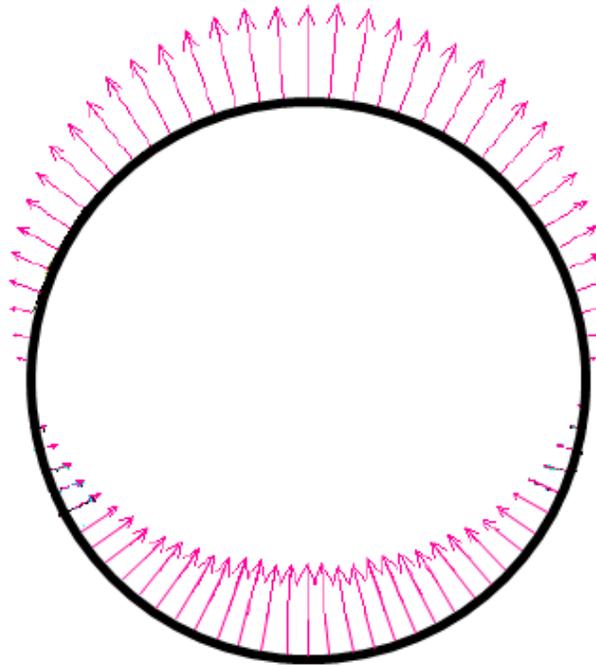


Gráfico 1. Curvas de fuerzas atractivas presentes entre los polos. Medición realizada por el proveedor.

En el anexo A de memoria de cálculo se da una completa explicación del procedimiento de cálculo de las cargas excéntricas, utilizadas en el análisis global de rigidez.

Un ejemplo esquemático de las cargas sinusoidales aplicadas, se muestra en la Figura 2. En esta situación es asumida una excentricidad inicial en el sentido vertical y máxima en la coordenada angular  $0^\circ$ , es decir, el punto más cercano entre el rotor y el estator está en el extremo vertical superior. Bajo estas condiciones se obtendría la distribución de carga visualizada en la Figura 2, la que integrada, corresponde a una fuerza magnética neta vertical no nula, generada por esta desviación. Se observa que este recurso es netamente matemático, ya que en la situación real, las cargas entre polos siempre son atractivas, dada su naturaleza electromagnética de polos opuestos, sin embargo, así es posible simular la fuerza neta distinta de cero que se genera, con el fin práctico de calcular linealmente las deformaciones. Más adelante, en el capítulo 5.3.6 se retomará esta importante consideración.



**Figura 2. Magnitud de la carga excéntrica neta no nula en situación de máxima excentricidad en eje vertical, lado superior.**

## 4.5. Fenómenos vibratorios

En este estudio se manejarán ciertos conceptos fundamentales de la teoría de vibraciones. A continuación se desarrollan introductoriamente los más importantes de ellos, como fundamento del análisis en términos de caracterización de sistemas e importancia en la Ingeniería Mecánica.

### 4.5.1. Modos normales

Los modos normales son configuraciones de vibración caracterizadas cada una por una frecuencia específica, denominada frecuencia natural. El conjunto de modos normales y sus correspondientes frecuencias naturales forman una base, de modo que cualquiera forma de vibrar

puede construirse mediante una combinación lineal de los modos normales. Cada modo normal está asociado a un nivel de energía y posee ciertas características de rigidez (elasticidad) e inercia (masa) definidos por sus materiales constitutivos y diseño geométrico. Estas características físicas definen los modos normales de vibración, es decir, la configuración geométrica de la vibración y la frecuencia a la que vibrarán natural y libremente de ser excitados (armónicamente en ausencia de amortiguamiento).

## 4.5.2. Resonancia

Es el fenómeno de crecimiento de la amplitud de vibración, que se produce cuando la frecuencia de excitación coincide con una de las frecuencias naturales de un sistema. La energía de la fuente excitatoria es absorbida en su totalidad por el sistema en cada uno de los ciclos de excitación. Este fenómeno puede ser destructivo en los materiales rígidos ya que desde una cierta amplitud el material entra en deformación plástica o fractura por fatiga.

## 4.6. Interacción elástica de resortes

Un concepto importante dentro de los ensamblajes de resortes es si estos interactúan en serie o en paralelo, y estas distinciones se hacen presentes en este trabajo de título. En forma concisa lo que se quiere obtener es la constante elástica equivalente del grupo de resortes. Para el caso de un par de resortes actuando en serie se tiene que:

$$K_{eq} = \frac{K_1 * K_2}{K_1 + K_2} \quad (9)$$

Y para dos resortes trabajando en paralelo:

$$K_{eq} = K_1 + K_2 \quad (10)$$

En la publicación *Resortes en paralelo y en serie*<sup>9</sup> se muestra la demostración de estas relaciones. En este análisis es utilizada la ecuación ( 9 ) fundamentalmente, ya que se trata de un ensamblaje de componentes donde cada uno interactúa con el continuo.

## 4.7. Análisis dinámico mediante MEF

Los análisis incluidos en el trabajo de título serán ejecutados con la herramienta cálculo numérico computacional ANSYS (MEF). Las definiciones de cada uno de ellos bajo esta plataforma son las que se entregan a continuación.

---

<sup>9</sup> Laboratorio de vibraciones mecánicas. Departamento de Ingeniería Mecánica. Tecnológico de Monterrey.

## 4.7.1. Análisis estructural

Un análisis estructural determina los desplazamientos, esfuerzos, deformaciones y fuerzas generadas por condiciones de carga. En un análisis estructural estático se considera que estas cargas se aplican en forma cuasi-estática, de modo que no son inducidos fenómenos vibratorios transientes. En un análisis estructural dinámico las cargas y condiciones de borde poseen naturaleza variable por lo tanto la inercia, amortiguamientos y coeficientes elásticos poseen gran importancia. En la categoría de análisis dinámico es posible desarrollar estudios bajo dos métodos distintos, análisis dinámico flexible y análisis dinámico rígido.

El análisis estructural dinámico flexible (también llamado análisis de historia de tiempo) es una técnica usada para determinar la respuesta dinámica estructural de un elemento bajo la acción de una carga dependiente del tiempo. Es posible determinar desplazamientos en el tiempo, deformaciones, esfuerzos y fuerzas en una estructura cargada cuasi-estáticamente, armónicamente o de forma transiente. La escala de tiempo de la carga es tal que la inercia o el amortiguamiento son considerados importantes. En síntesis se entiende que este análisis permite determinar la deformación de los elementos finitos del modelo en función del tiempo.

El análisis estructural rígido también es una técnica que estudia la respuesta dinámica de una estructura, sin embargo restringe la deformación de los elementos finitos del modelo, o sea se definen como cuerpos rígidos. Es posible determinar esfuerzos, desplazamientos e incluso deformaciones (virtuales). Es muy usado en estudios cinemáticos de brazos robóticos por ejemplo.

Todos estos análisis pueden ser ejecutados para ensamblajes de varios componentes, en este caso deberán ser definidas condiciones de borde de juntas e interacciones entre ellos.

Las condiciones de carga que comúnmente son aplicadas al modelo en un análisis estructural estático son:

- Fuerzas o presiones externas.
- Fuerzas inerciales de estado estacionario (gravedad o velocidad de rotación).
- Imposición de desplazamientos.
- Deformaciones termales.

## 4.7.2. Análisis modal

Un análisis modal determina las características vibratorias intrínsecas que un elemento material posee, tales como frecuencias normales de vibración y formas modales. Es un primer paso hacia la ejecución de otros análisis más detallados, como análisis armónico o análisis espectrales. Las frecuencias naturales y las formas modales son parámetros fundamentales en el diseño de elementos materiales que interactúan en medios donde son cargados dinámicamente. En este tipo de análisis el amortiguamiento no es considerado y no es necesario definir condiciones de carga, ya que solamente la geometría del elemento, las propiedades físicas y mecánicas del material que lo compone, caracterizan los resultados.

### 4.7.3. Análisis de colapso de entrehierro

Este análisis se desprende de los anteriores. En concreto revisa que el gap entre el estator y el rotor del motor eléctrico del molino, se mantenga estable dentro de ciertas tolerancias admisibles. Esta condición asegura el buen funcionamiento del equipo y descarta inestabilidad vibratoria.

# 5. Metodología

---

El procedimiento del trabajo se realizó siguiendo el siguiente esquema general:

- Obtención de información para la creación de un completo marco teórico. El propósito es obtener una correcta conceptualización del problema, creación del modelo, configuración de las simulaciones, análisis de datos y creación de conclusiones.
- Creación del modelo CAD 3D. Para esto se seguirá un riguroso procedimiento, que valide la estabilidad y correcta representatividad del modelo, con respecto al equipo real. Además se establecerán claramente los recursos utilizados del programa ANSYS, con el fin de asegurar una correcta reproducción futura.
- Simulación. Considera la configuración de propiedades y condiciones de borde, acordes a la información recopilada.
- Análisis de resultados y generación de conclusiones respecto a las hipótesis propuestas del trabajo de título. Lo fundamental es caracterizar puntos críticos encontrados en el modelo.

En lo que sigue se detallan cada uno de estos puntos.

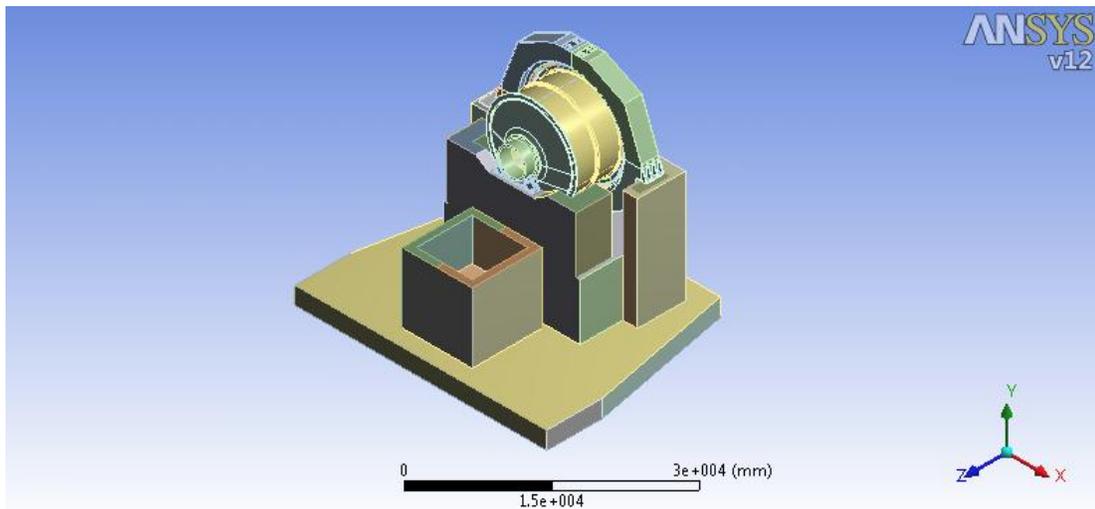
## 5.1. Recopilación de antecedentes del equipo (Molino SAG)

Los aspectos considerados son: diseño, fabricación (materiales), montaje (tolerancias) y condiciones de operación. En términos de diseño se han utilizado planos de un molino SAG, operando en las faenas de CODELCO. Estos documentos son de naturaleza confidencial. Paralelos a estos documentos han sido consultadas bibliotecas virtuales de publicaciones relacionadas. En conjunto, se han cubierto teóricamente los principales datos que deben ser incluidos como datos de entrada en la simulación.

El resultado de este ítem metodológico es presentado sustancialmente en el capítulo anterior, Antecedentes Generales, y ciertos datos puntuales se entregarán en el transcurso de este capítulo, según sea considerado pertinente.

## 5.2. Desarrollo de modelo CAD 3D

Considerados como los componentes elementales del equipo, y fundamentales en este estudio, fueron modelados en tres dimensiones los siguientes componentes: molino (rotor), descansos, estator y fundación. Una imagen general del modelo se aprecia en la Figura 3.



**Figura 3. Isométrica del modelo CAD 3D general.**

Estos componentes suman un más del 90% de la masa total del equipo. La plataforma de dibujo computacional es SolidEdge.

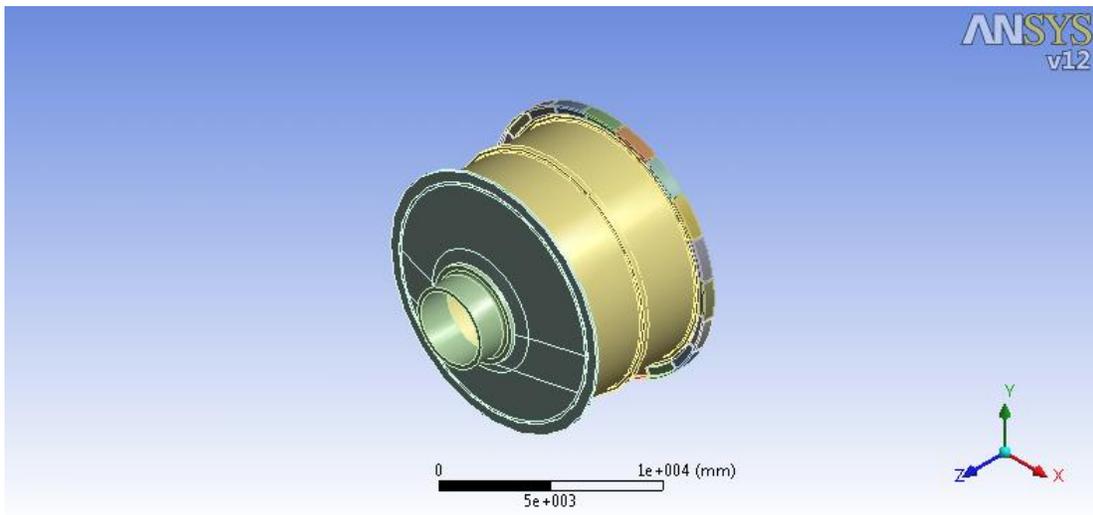
Varios componentes irrelevantes del equipo, en términos de protagonismo en mecánica de sólidos y fenómenos vibratorios, serán descartados. Por ejemplo; los cableados eléctricos, instrumentos electrónicos, y cualquier otro componente de baja masa (sin relevancia mecánica), externos al sistema motor-molino-fundación-suelo. Por otro lado los empotramientos y anclajes serán simplificados a contactos fijos entre caras.

El modelo posee un sistema de coordenadas cartesiano global, cuyo origen se encuentra ubicado en el centro magnético del estator, precisamente en el centro de la circunferencia que describen los polos eléctricos. El eje Y está orientado en la dirección vertical (sentido positivo desde el centro hasta el extremo superior del equipo), el eje X describe la horizontal (sentido positivo hacia el extremo derecho del equipo, mirando de frente la entrada del molino) y el eje Z está orientado axialmente, es decir, siguiendo el movimiento del material en molienda (las orientaciones del eje de referencia se pueden observar en el extremo inferior derecho de la Figura 3).

## 5.2.1. Molino (Rotor)

Fue diseñado considerando cinco elementos extruidos por revolución. Cada elemento fue unido a sus adyacentes mediante la conexión de pegado *bonded*, que entrega ANSYS y permite interrelacionar dos elementos con mallas disímiles. Esta unión de componentes permite interrelacionar nodos presentes en las zonas de contacto. Los cinco componentes corresponden al cilindro central (Manto), las tapas de entrada y de salida, y los *trunnion*<sup>10</sup> de entrada y de salida. El elemento utilizado en ANSYS es el SOLID187. En la Figura 4 se muestra el modelo especificado. A estos cinco elementos les fue asignado el material fundición nodular.

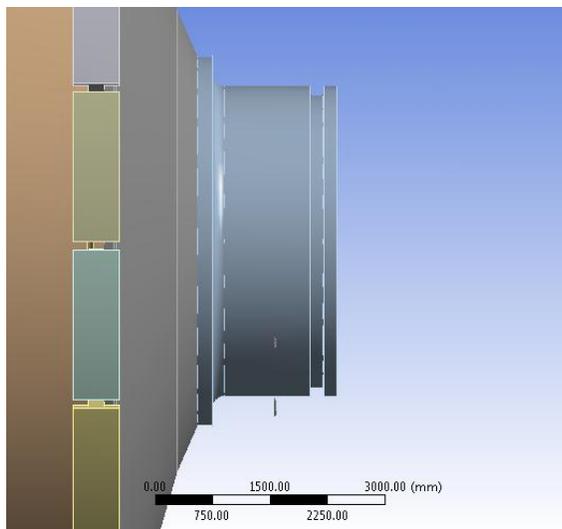
<sup>10</sup> Nombre técnico inglés de los soportes mecánicos rotatorios del molino (rotor). Estos son los elementos en contacto directo con los dos descansos.



**Figura 4. Isométrica del modelo CAD 3D del rotor.**

Adosados al flange circundante de la tapa de alimentación del molino, se posicionan los polos eléctricos del rotor. Estos son elementos discontinuos (como son en la realidad), de tal forma que no agreguen rigidez perimetral extra al modelo (ver Figura 4). El elemento ANSYS utilizado en los polos es el SOLID186.

Los Trunnions se diferencian solamente en una hendidura presente en el perímetro del componente de entrada, donde actúa el soporte axial, responsable de mantener al rotor en posición estable en la dirección Z (ver Figura 5).



**Figura 5. Hendidura del trunnion de entrada para soporte axial.**

En el manto interior del rotor es definido un elemento superficial SURF154, que modela las corzas presentes en el equipo real. A esta topología virtual se le aplica la masa del grupo de corzas presentes en el equipo (54 filas). La carga del material en molienda también se define como un elemento superficial del mismo tipo, que describe la posición de la carga en reposo. Estas superficies agregan masa al modelo pero no inciden en la rigidez del equipo. A ambas superficies les fue asignado el material genérico flexible, mencionado en los antecedentes del trabajo, con distintas densidades. Es preciso indicar que, localmente, sí existirán modos inducidos por

la interacción de nodos en la unión de la superficie modelada para la carga y el molino, pero no afectarán el comportamiento global de la simulación.

## 5.2.2. Descansos

Para un análisis estructural detallado, es necesario introducir la mayor cantidad de elementos reales al modelo geométrico del descanso, y a esto sumar una malla fina de elementos finitos, de tal forma que los esfuerzos y deformaciones sean evaluados con precisión. En el análisis presentado en este trabajo se toma el diseño ya analizado tanto estructuralmente como de película de lubricante predominantemente hidrostática de los descansos, y se modelan sus principales componentes, fundamentalmente en términos de rigidez. Es así como fueron considerados cuatro elementos: el soporte estructural del descanso (SOLID186), el ensamblaje que compone el soporte axial (caso del descanso de entrada), la rigidez de los *pad's*<sup>11</sup> de soporte radial (cuatro fuentes) y la rigidez de la película de aceite que permite un apoyo hidrostático. Para el soporte axial fue utilizado el elemento ANSYS SOLID187. El material asociado al soporte estructural y axial es acero. Los *pad's* y el lubricante son considerados resortes deformables, cuyos valores de rigidez son asignados en función de datos de operación entregados por CODELCO. A continuación en la Figura 6 y la Figura 7, se muestran los modelos descritos anteriormente.

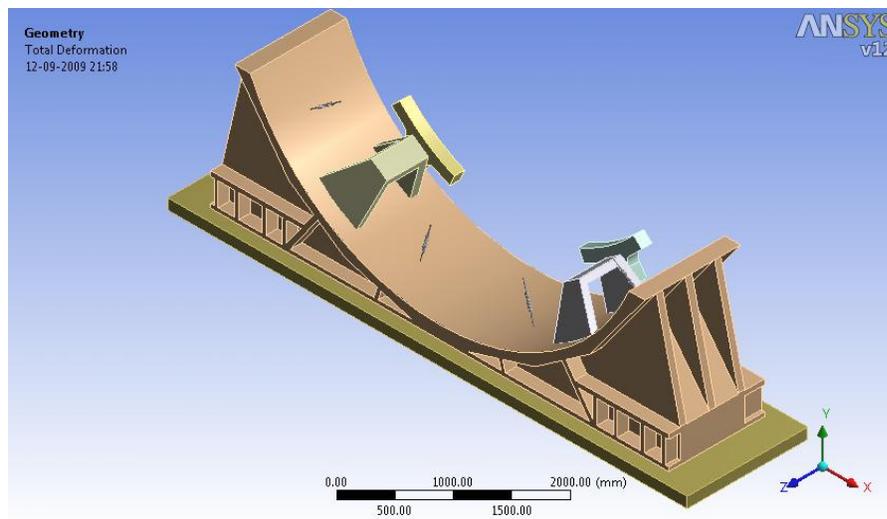
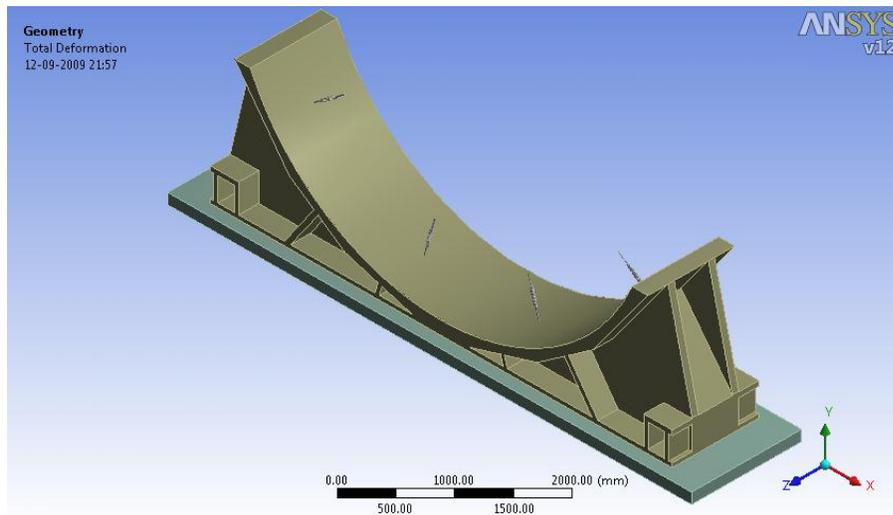


Figura 6. Isométrica del modelo CAD 3D del descanso de entrada.

<sup>11</sup> Nombre técnico en inglés con que se denomina el ensamblaje estructural que soporta una lámina de bronce por donde es inyectado el aceite de lubricación y soporte hidráulico.



**Figura 7. Isométrica del modelo CAD 3D del descanso de salida.**

En ambos modelos están adosadas en la superficie inferior (bonded) las *soleplates*<sup>12</sup>, que fijan los descansos a la fundación. Estos elementos fueron diseñados en su totalidad en SOLID186 y asignado el material acero.

Los valores de rigidez para el análisis se observan en la Tabla 7. Los cálculos asociados se encuentran disponibles en el anexo A de memoria de cálculo.

**Tabla 7. Rigidez de los componentes de los descansos hidrostáticos. Fuente experimental.**

Rigidez pad's	5,36E+03	[kN/mm]
Rigidez película de aceite	6,33E+04	[kN/mm]

Es preciso indicar que el resorte de pad, debe estar en contacto en su base con la estructura de soporte, y superiormente, con el resorte de película de aceite, el que a su vez está en contacto con el rotor. Al estar alineados radialmente, generan una situación de resortes actuando en serie bajo cierta carga. Como se discutió en los antecedentes del trabajo, estos dos resortes, por simplicidad del modelo, son condensados en uno solo, con una rigidez equivalente. El valor de este elemento será mencionado más adelante, cuando sean desarrolladas las condiciones elásticas del modelo.

### 5.2.3. Estator

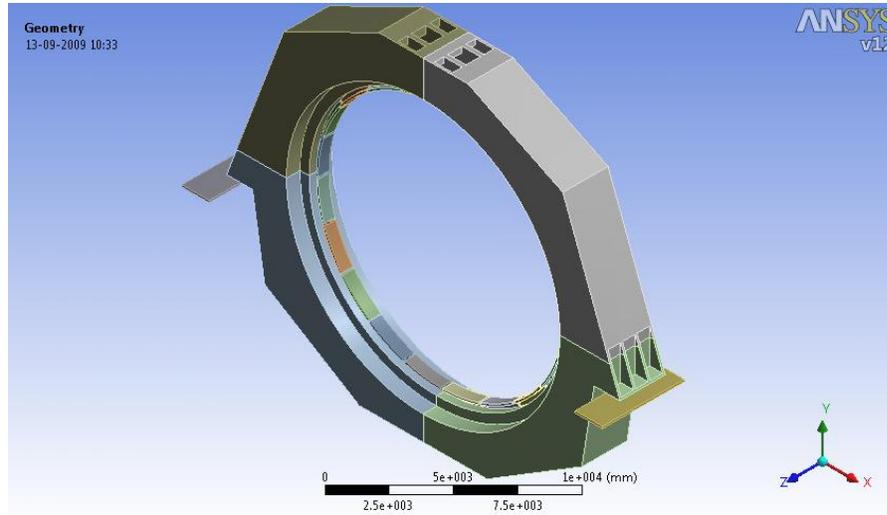
Este ensamblaje circunferencial posee cuatro partes principales, de casi noventa grados cada una. El elemento ANSYS utilizado es el SOLID186 y el material asignado es acero. En sus extremos laterales se encuentran adosadas las Soleplates, que lo empotran a la fundación. Como característica más importante, se comenta que el estator posee conductos internos que lo hacen en gran porcentaje hueco. Estos conductos son diseñados para conducir el aire de enfriamiento en las zonas de embobinados internos. Se recuerda que el proceso de generación de potencia, mediante motores gearless, genera una alta temperatura en los polos y embobinados de cobre. El aire que

<sup>12</sup> Plural de *soleplate*. Nombre técnico inglés con que se denominan las planchas de acero montadas sobre la fundación y que son base de soporte para el equipo.

disipa esta temperatura circula dentro del estator forzadamente, inducido por ventiladores ubicados en varios puntos perimetrales. Estos componentes no fueron considerados explícitamente en el modelo.

En el perímetro interior del estator son adosados los polos respectivos. Estos componentes, al igual que en el rotor, son elementos discontinuos, de tal manera que no agregan rigidez excesiva al modelo. También fueron creados a partir de elementos ANSYS SOLID187 y su material asignado es acero. Son 20 elementos idénticos.

En la Figura 8 se muestra el resultado obtenido para este componente del molino SAG.



**Figura 8. Isométrica del modelo CAD 3D correspondiente al estator del molino SAG.**

Se precisa que el estator realmente se compone de una carcasa hueca de acero, que incorpora en su interior un núcleo estructural, el que a su vez soporta los embobinados de cobre y una variedad de componentes eléctricos y de transferencia de calor. En el análisis modal, estos componentes fueron considerados ponderando en serie la rigidez del acero con una rigidez 50% menor, equivalente a una aleación de cobre utilizada en estos sistemas eléctricos. De esta manera, la rigidez del estator no queda exagerada, y se acerca, mediante un recurso simple, al comportamiento real del componente. La masa no es variada, dado que se conocen los pesos aproximados del estator en cuestión.

## 5.2.4. Fundación

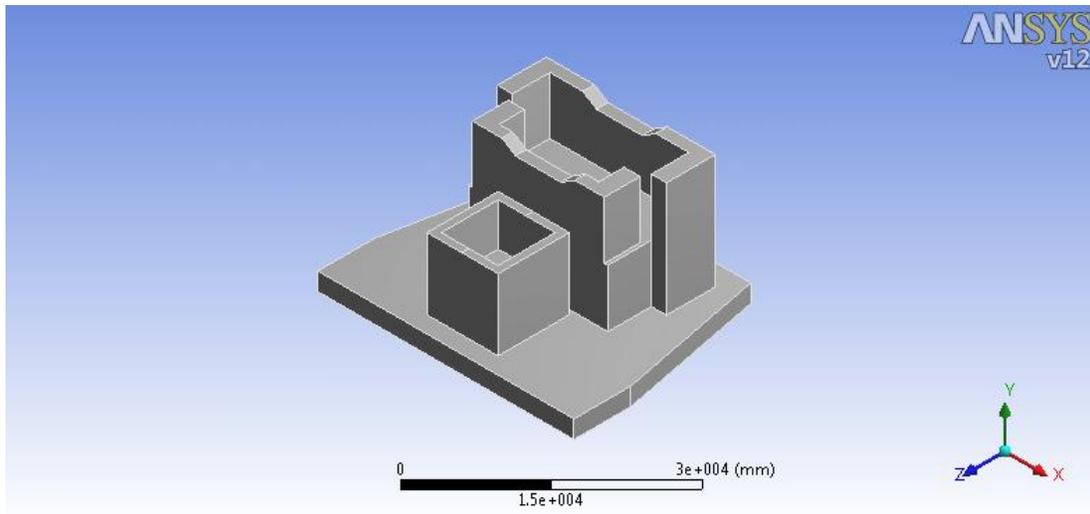
Este elemento es un solo bloque sólido, generado con el elemento ANSYS SOLID186. El material asignado es concreto. Las armaduras, comunes en este tipo de estructuras, son modeladas como mallas del tipo SHELL181, pegadas a las caras de la fundación. Se les asigna cierto espesor, de tal forma que su rigidez global iguale la información disponible sobre las propiedades estructurales de la fundación, configurando así una cobertura de toda el área exterior de la fundación. Esta incorporación busca representar el material concreto armado y es comúnmente utilizada en la simulación estructural de fundaciones. Se le denomina piel o *moldaje*.

Los espesores del moldaje incorporado se entregan en la Tabla 8 a continuación:

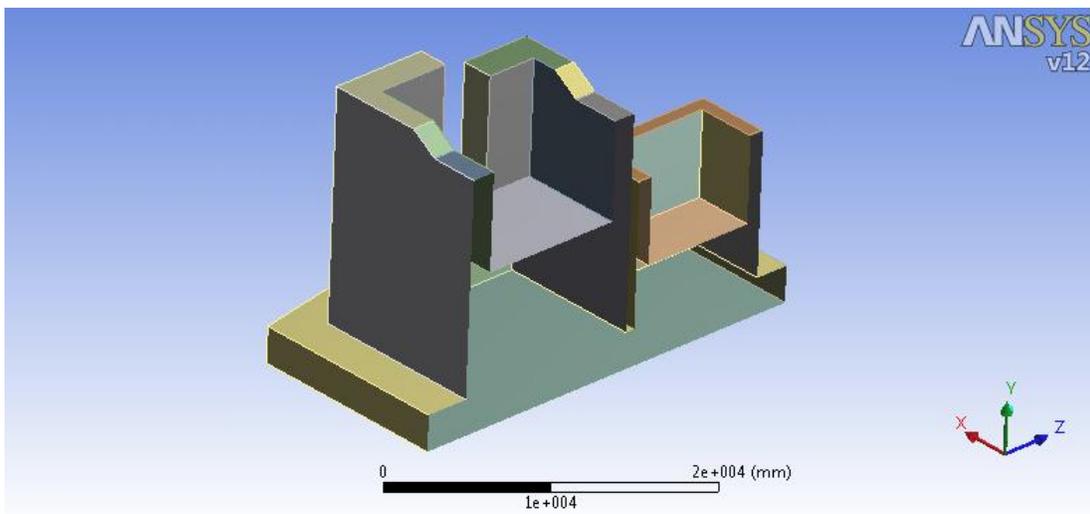
**Tabla 8. Espesores de las superficies que componen el moldaje de hierro nodular.**

Locación del moldaje	Espesor [mm]
Paredes Verticales	2,45
Paredes Horizontales	4,02

El modelo final se muestra en la Figura 9. En la zona trasera del molino (siguiendo el sentido de alimentación según la coordenada Z) existe una estructura cúbica, que soporta el receptor del material ya conminuido. En la simulación, la fundación es montada sobre otro elemento superficial, que posee las propiedades mecánicas del suelo y será definido a continuación.



**Figura 9. Isométrica del modelo CAD 3D de la fundación del equipo.**



**Figura 10. Moldaje exterior de la fundación. Elemento que rigidiza el comportamiento del concreto y agrega masa al sistema.**

## 5.2.5. Suelo

Este elemento es una malla de 100 [mm] de espesor, creada a partir del elemento ANSYS SHELL181. Su función es incorporar las propiedades mecánicas del suelo entregadas en la Tabla

6, sin agregar masa. Se precisa que otras condiciones de borde incorporan los coeficientes elásticos del suelo, factores preponderantes en los resultados de la simulación. Este elemento proporciona una componente tangencial en la deformación de la base de la fundación, que si bien no es despreciable, es mínima respecto a las componentes normales, fundamentales en los comportamientos globales del modelo. La Figura 11 entrega una impresión visual del elemento.

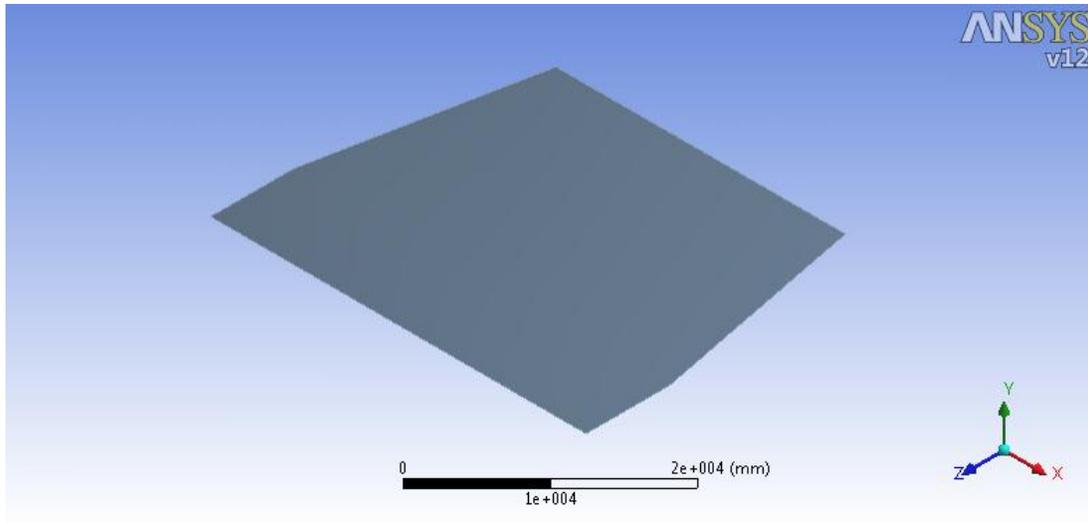


Figura 11. Isométrica del elemento tipo malla que simula las propiedades mecánicas del suelo.

## 5.3. Análisis MEF en ANSYS

El procedimiento de análisis se llevó cabo en la plataforma Workbench de ANSYS, cuya ventaja es una interfaz de menús intuitivos y aplicaciones visuales sobre el modelo. Las etapas para la obtención de resultados se entregan a continuación.

### 5.3.1. Ensamblaje

En esta etapa del estudio, en primer lugar deben ser ingresadas las conexiones entre elementos y la aplicación de ecuaciones de borde, según sea necesario, de tal manera que se generen las correctas interacciones mecánicas. Finalizado este proceso, los cuatro componentes quedarán correctamente ensamblados para los posteriores análisis.

Las conexiones utilizadas y sus principales características son las mostradas en la Tabla 9.

Tabla 9. Conexiones utilizadas en la generación del ensamblaje ANSYS.

Tipo de unión	Modo	Comportamiento
Pegado	simétrico	Deformable
Pegado	Asimétrico	Deformable-Rígido
General	simétrico	Deformable
Fija	simétrico	Deformable
Elástica tipo resorte de acción longitudinal	simétrico	Deformable
Elástica tipo soporte	simétrico	Deformable

En términos generales las conexiones descritas fueron utilizadas en las siguientes situaciones:

- Pegado simétrico: Unión de dos o más elementos cuyo comportamiento en la interfaz de unión es equivalente. No existe movimiento relativo en esta zona de contacto. La zona permite deformación.
- Pegado asimétrico: unión de dos o más elementos cuyo comportamiento en la interfaz de unión no es equivalente. No existe movimiento relativo en la zona de contacto. La zona permite la deformación de solamente uno de los elementos. Esta conexión fue particularmente utilizada en la unión de la fundación y el suelo, en condiciones de suelo rígido.
- General: Se permite liberar o fijar, a criterio del usuario, cada uno de los 6 grados de libertad cartesianos y rotacionales. Fue utilizado para fijar la rotación del rotor con respecto al estator, en el análisis de estabilidad. Dejar libre este grado de libertad incurre en una rotación sin pérdida de energía (no existen roces ni viscosidades en la simulación), por lo tanto se genera grandes deformaciones radiales, no relevantes en el análisis.
- Fija: Permite unir dos cuerpos, caras, bordes o nodos, según sea conveniente para la simulación. Solucionan divergencias numéricas en ciertos lugares puntuales del modelo. Mediante ensayo y error, aplicando este recurso, se fueron corrigiendo numerosas zonas de comportamiento numérico erróneo.
- Elástica de resortes longitudinales: Esta conexión permitió definir los elementos mecánicos conceptualizados como resortes, con cierta constante elástica representativa y orientación de trabajo. En ciertos casos es necesario un trabajo unidireccional y en otras, en algún plano de acción.
- Elástica tipo soporte: conexión del tipo condición de borde. Permite la definición de áreas sometidas a ciertas condiciones elásticas homogéneas. Requerida en la definición de balastos.

### 5.3.2. Malla de elementos

Las variables relevantes en el mallado del modelo son entregadas en la Tabla 10.

**Tabla 10. Datos del mallado del modelo.**

Distancia máxima entre nodos	3.000	[mm]
Distancia mínima entre nodos	2,80E-03	[mm]
Tipo de elemento	Mixto	
Número de nodos	52.312	
Número de elementos	27.227	

Este mallado fue definido para realizar las pruebas con una rapidez y precisión suficiente, bajo juicio del autor. Fueron iteradas distintas configuraciones de malla y comparados los resul-

tados con respecto a los tiempos de cálculo. Considerando una tolerancia de 0,001 [mm] suficiente para el análisis, se convergió a la configuración mostrada en la Tabla 10. El tiempo promedio de cálculo son 20 minutos por análisis, aproximadamente. En los polos eléctricos fue necesaria una malla más fina, con distancia máxima entre nodos de 1.000 [mm].

Finalmente se muestra en la Figura 12 la malla definida.

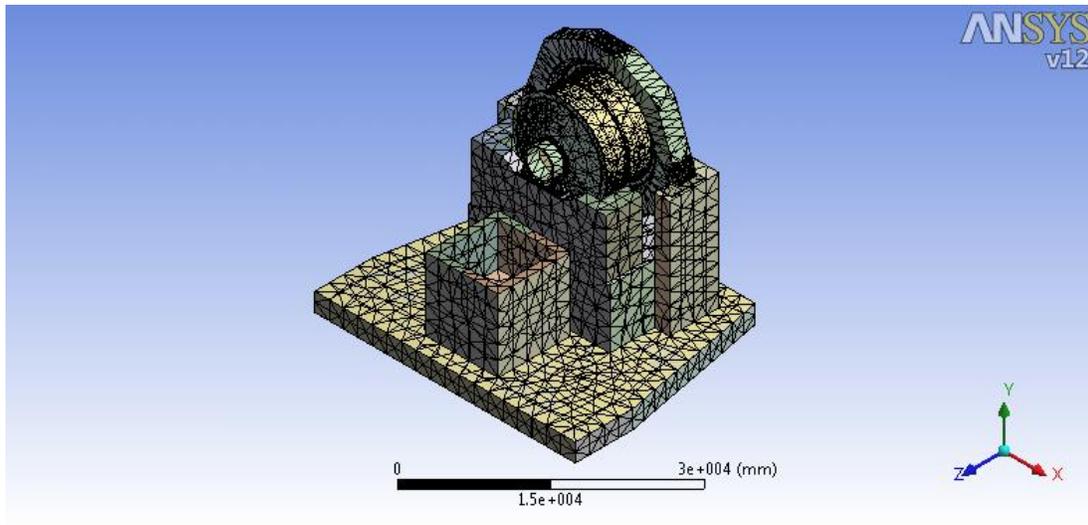


Figura 12. Isométrica del mallado aplicado.

### 5.3.3. Cargas

En este punto se dejarán momentáneamente fuera las cargas excéntricas, las que serán expuestas en detalle en la metodología de cada uno de los análisis donde fueron incorporadas, y su respectiva forma de aplicación.

#### 5.3.3.1. Material de molienda

Las condiciones de carga utilizadas se muestran en la Tabla 11. Los porcentajes volumétricos ahí mencionados se calculan con respecto a la capacidad volumétrica total del molino.

Tabla 11. Condiciones del material de molienda. \*Porcentaje del volumen calculado sobre la capacidad volumétrica total del molino.

Volumen de carga*	25%	
Volumen de bolas de acero*	12%	
Densidad de bolas de acero	7,83E-06	[kg/mm <sup>3</sup> ]
Densidad de pulpa de molienda	5,17E-07	[kg/mm <sup>3</sup> ]

Con estos valores, y la geometría del molino, es posible calcular los volúmenes utilizados en bolas de acero y pulpa. Para este fin fue realizado un estudio másico y volumétrico estándar, cuyos cálculos se encuentran disponibles en la memoria de cálculo del estudio, específicamente en la sección de densidad y peso del material de molienda. Los resultados son entregados en la Tabla 12, de que se destaca el valor denominado densidad equivalente de la carga, cuya magnitud es un valor de incorporación directa al modelo de cargas de la simulación.

**Tabla 12. Condiciones de la carga generada por el material de molienda.**

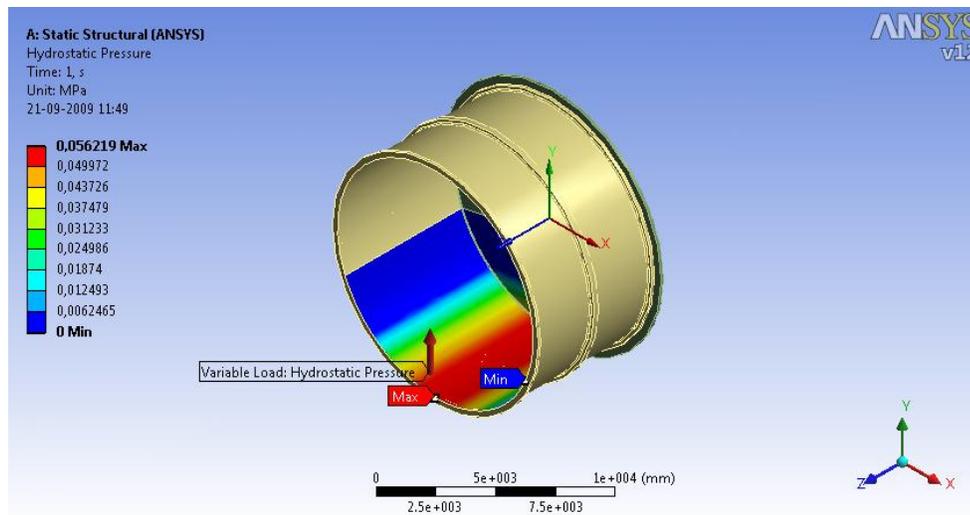
Capacidad volumétrica del molino	2,12E+11	[mm <sup>3</sup> ]
Volumen de bolas de acero	1,02E+11	[mm <sup>3</sup> ]
Volumen de pulpa	1,10E+11	[mm <sup>3</sup> ]
Peso bolas de acero	7,96E+05	[Kg]
Peso pulpa	5,69E+04	[Kg]
Peso total carga	8,53E+05	[Kg]
Densidad equivalente de la carga	4,03E-06	[Kg/mm <sup>3</sup> ]

Las ecuaciones de los modelos publicados en *Inferential Measurements of SAG mill parameters*, permitieron realizar un análisis paralelo, que validará el cálculo. Los datos extras de relevancia, que deben ser incluidos a la simulación, se entregan en la Tabla 13. Los resultados son prácticamente iguales en ambos análisis. Mayor detalle en el anexo A de memoria de cálculo.

**Tabla 13. Datos extras necesarios para modelo de densidad de carga de publicación referenciada.**

Densidad del material en molienda	2,4	[ton/m <sup>3</sup> ]
Porosidad (% de huecos)	0,3	
Porcentaje de sólidos en la pulpa	75,0	[%]

La densidad equivalente entregada en la Tabla 12, corresponde al dato de mayor importancia en este ítem. La modelación de esta carga se realizó a través un elemento superficial tipo SURF154, que considera la masa antes expuesta y no genera rigidez extra en el modelo, al utilizar el material MGF. El comportamiento de este elemento fue cotejado con una presión hidrostática que actúa sobre la misma superficie, calculada en función de los volúmenes antes mencionados, es decir, sobre la parte inferior del interior del molino. La Figura 13 muestra gráficamente lo mencionado. Se observan las presiones en colores aplicando sobre el interior del molino, tanto en el manto como en las tapas. La dirección de la flecha es incoherente netamente por el software. Los valores de la escala corroboran el máximo en la zona inferior.



**Figura 13. Superficie cargada y magnitud de las iso-presiones.**

Mediante los dos mecanismos implementados se llegaron a las mismas deformaciones, por lo tanto, los elementos superficiales se consideran como un recurso válido para agregar masa

al sistema sin alterar la rigidez global. Este mismo recurso será utilizado en la incorporación de la masa aportada por las corazas internas. Se aclara que no tiene sentido incorporar solamente la presión presentada en la Figura 13, ya que no incrementa la masa requerida para los análisis posteriores, especialmente en el análisis modal, donde el porcentaje de masa por este ítem, puede variar notablemente los resultados.

## 5.3.4. Condiciones de borde

Fundamentalmente son condiciones de elasticidad impuestas al modelo, de tal manera que, distintas zonas de contacto, cumplan con la mayor aproximación posible el comportamiento real. También se desarrollan las características del suelo. El detalle se da a conocer en los siguientes puntos.

### 5.3.4.1. Elasticidad del suelo

Los datos ingresados a la simulación se muestran en la Tabla 14 y corresponden a los entregados en la Tabla 5, en antecedentes del trabajo, con un formato específico.

**Tabla 14. Condición de borde elástica de la interfaz suelo – fundación.**

	Por X [mm]	Por Y [mm]	Por Z [mm]	Por $\theta X$ [rad]	Por $\theta Y$ [rad]	Por $\theta Z$ [rad]
Fuerza X [N]	1,43E+08	0	0	0	0	0
Fuerza Y [N]	0	1,93E+08	0	0	0	0
Fuerza Z [N]	0	0	1,43E+08	0	0	0
Momento X [N-mm]	0	0	0	5,07E+16	0	0
Momento Y [N-mm]	0	0	0	0	6,26E+16	0
Momento Z [N-mm]	0	0	0	0	0	5,73E+16

Todos los nodos (puntos de cálculo del modelo de elementos finitos) distribuidos en la superficie inferior de la fundación, poseen libertad de desplazamientos normales y rotacionales (según la regla de la mano derecha) en las tres coordenadas del sistema cartesiano utilizado. Estas condiciones, denominadas grados de libertad, deben ser definidas explícitamente en el modelo, asignando coeficientes elásticos a cada uno de ellos, de tal forma que las deformaciones encuentren una respuesta con cierta rigidez característica. Es así como esta matriz diagonal, determina las elasticidades en los seis grados de libertad posibles para la base de la fundación. Cada variación lineal ([mm]) o angular ([rad]) tiene asociada una fuerza o momento en su coordenada nativa. En este análisis no fueron incluidos coeficientes con mezcla de coordenadas. ANSYS entrega la posibilidad de ingresar estos datos en este formato (matriz), mediante la conexión entre suelo y cuerpo, denominada *Bushing*. Esta propiedad permite seleccionar una superficie y aplicar una matriz de elasticidad en cada uno de los nodos que esta posea. Es estrictamente necesario determinar el sistema de coordenadas acorde a los requerimientos y factores ingresados.

### 5.3.4.2. Resortes de descansos

Como ya se había discutido en los antecedentes, es necesario concentrar la elasticidad de los 4 pad's y la película de aceite, presente en el soporte hidrostático, en 4 resortes por descanso,

orientados radialmente hacia el eje de rotación del rotor. La Tabla 15 entrega el módulo de elasticidad equivalente aplicado.

**Tabla 15. Constantes elásticas del par de descansos.**

Rigidez pads	5,36E+03	[kN/mm]
Rigidez película de aceite	6,33E+04	[kN/mm]
Resorte equivalente	4,94E+03	[kN/mm]

Es preciso remarcar que estos resortes solamente actúan en su dirección longitudinal. Por otro lado son definidos de tal forma que ejercen esfuerzos solamente en el plano XY (atracción pura), de tal manera que la coordenada Z sea regulada solamente por los soportes axiales del descanso de entrada.

Por cada soporte axial también es definido un resorte, cuyos extremos unen la pared interna del soporte axial y el interior de la hendidura del trunnion de entrada, diseñada precisamente para este fin. Estos resortes actúan longitudinalmente y restringidos a la dimensión Z. Emulan el esfuerzo elástico que se generaría en la película de aceite que, perimetralmente, inundaría la hendidura de apoyo en condiciones de operación. La constante elástica incluida corresponde a la mostrada en la Tabla 15, despreciando la componente estructural de los descansos en esta dirección. Los extremos de estos resortes se pueden deformar tanto el trunnion de entrada, como el soporte axial respectivo.

### 5.3.5. Análisis de estabilidad

Se evaluará la correcta estabilidad del modelo en presencia de gravedad. El análisis se enfoca en evitar deformaciones sin sentido físico, o que generen una inconsistencia global. El equipo debe ser capaz de sustentar su propio peso dentro de desviaciones aceptadas empíricamente. Se evalúan ciertas magnitudes claves, como la variación del gap. Se apunta que en una primera etapa no es considerada la carga de molienda. En una segunda etapa se incorpora la carga de molienda y se evalúa la deformación asociada. Estos pasos consecutivos permiten validar el modelo, aumentando paulatinamente la complejidad de interacciones entre componentes.

### 5.3.6. Análisis global de rigidez

Este análisis tiene la finalidad de verificar si el sistema modelado posee la rigidez suficiente para mantener, dentro de límites aceptables, las variaciones del gap entre polos, en distintas condiciones de operación. De aquí se desprenderá la rigidez mecánica ( $K_{\text{mecánico}}$ ) y se fijaran distintos valores operacionales de la rigidez magnética ( $K_{\text{magnético}}$ ). Estos valores derivarán en la amplificación de una excentricidad inicial arbitraria, mediante el uso de las ecuaciones del capítulo 4.3.

El valor de la excentricidad inicial debe ser asumido a priori. Comentarios experimentados de el guía de este trabajo, corroborados por los resultados asociados al análisis de estabilidad, indican que 1,5 a 1,6 [mm] de variación excéntrica entre el rotor y el estator por efectos gravitatorios, corresponde a las tolerancias mínimas alcanzadas en el equipo con las tecnologías actuales. Asumiendo un factor de seguridad, para este análisis fue fijada una excentricidad inicial de 2

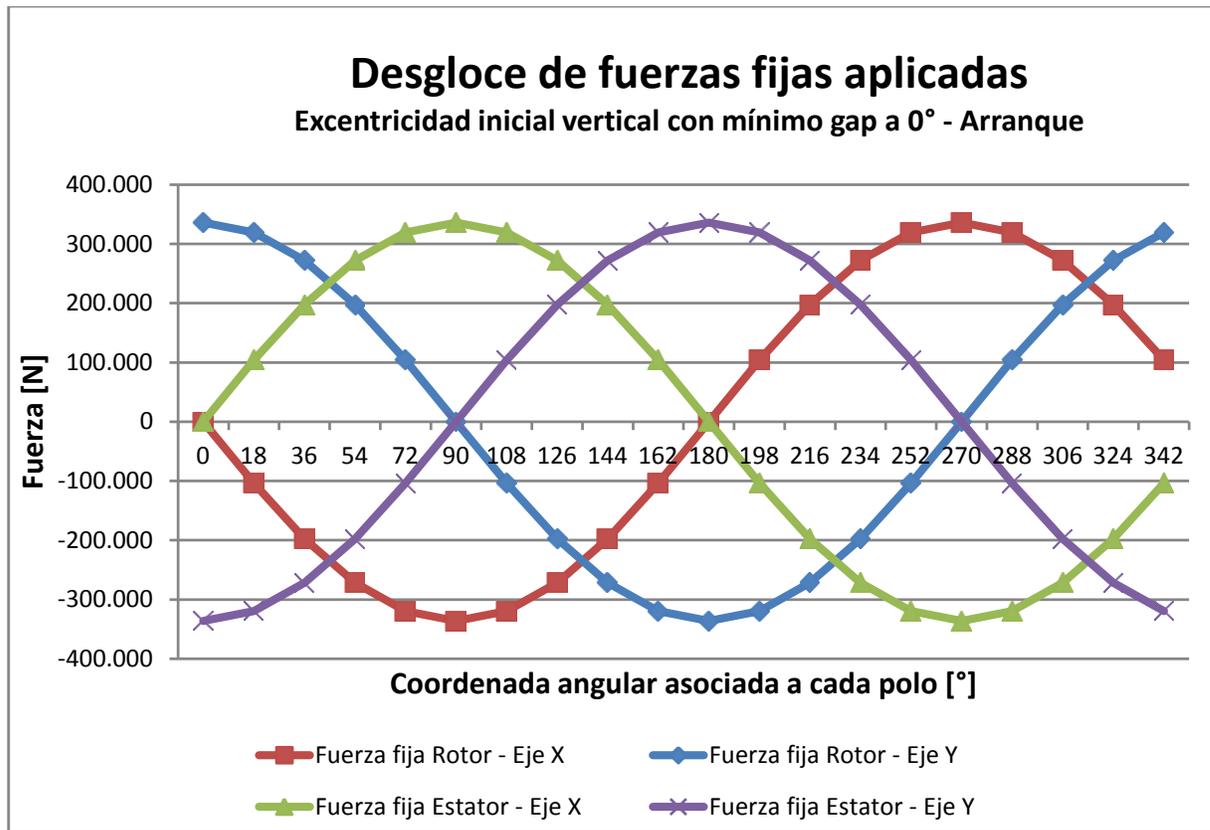
[mm]. La excentricidad final será comparada con el valor de alarma de 4 [mm], fijada por el proveedor del equipo como margen en la operación.

Las cargas electromagnéticas, aplicadas en los polos del rotor y estator, son separadas en dos componentes. Una fija, correspondiente a las fuerzas presentes bajo un campo magnético homogéneo (montaje perfecto), y otra variable, que se desprende de las variaciones excéntricas. Éstas serán modeladas sinusoidalmente y aplicadas explícitamente en los polos del rotor y del estator. La Tabla 16 resume los esfuerzos a modelar. Estos datos fueron medidos y catalogados por el proveedor del equipo, realizadas en pruebas a niveles críticos.

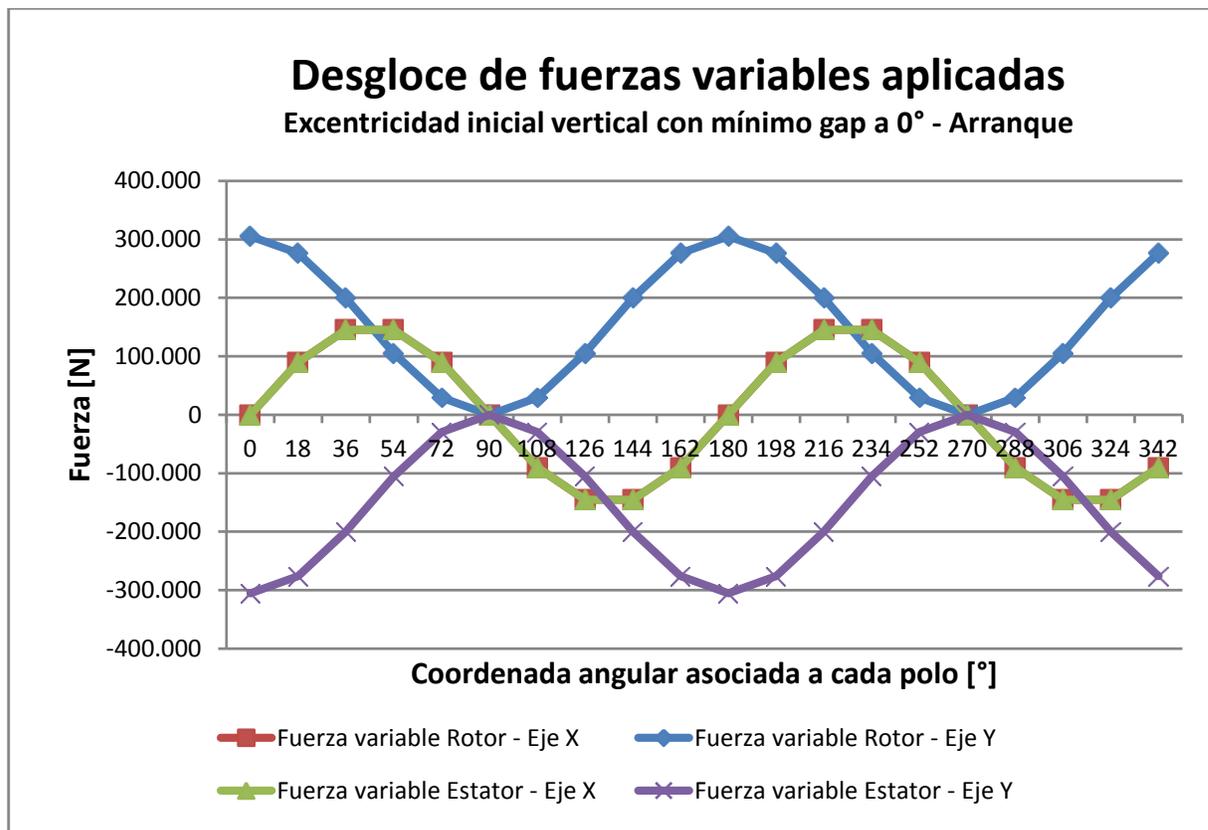
**Tabla 16. Esfuerzos fijos y variables presentes en distintas situaciones operacionales del equipo.**

	Componente Fija por polo	Componente Variable Neta		
	Nominal	Arranque	Velocidad Máxima	Velocidad Nominal
Fuerza [kN]	336,00	3.054,10	2.212,60	1.192,80

Conocidos los esfuerzos que deben ser modelados (entregados en la Tabla 16), se realiza la distribución sinusoidal sobre cada polo. Un caso particular de lo aplicado se entrega como ejemplo en los Gráfico 2 y Gráfico 3.



**Gráfico 2. Distribución de cargas fijas en polos del estator y rotor.**



**Gráfico 3. Distribución de cargas variables (excéntricas) en los polos del estator y rotor.**

La configuración de cargas que se muestra en los Gráfico 2 y Gráfico 3, corresponde a una excentricidad inicial vertical, con mínimo gap en los polos del extremo superior del rotor y estator (coordenada angular 0°).

Al integrar las fuerzas del Gráfico 2, a lo largo de todas las coordenadas angulares, se obtiene una carga neta nula en la dirección horizontal y vertical, para el estator y el rotor, valor consistente con la condición de campo magnético homogéneo. Por el contrario, al integrar las fuerzas del estator y el rotor en el Gráfico 3, solamente se anula la componente horizontal, mientras que la vertical entrega para el rotor un valor neto de 3.054,10 [kN], y para el estator de -3.054,10 [kN]. Estos valores son consistentes con la modelación de la situación entregada como ejemplo, en donde el rotor es atraído por el estator en la dirección vertical hacia arriba, y este último, simultáneamente, sufre la consecuente reacción.

Esta modelación de cargas, se aplica considerando que las excentricidades pueden orientarse en cada una de las 20 direcciones angulares a lo largo de todo el perímetro de polos. Mayor detalle de los datos aplicados en el anexo A de memoria de cálculo.

En ANSYS conviene ingresar estos datos como presiones homogéneas sobre áreas. Estas son las caras internas de los polos, que en el modelo, tienen un área de 1,19E+06 [mm<sup>2</sup>]. Las cargas con valor negativo actúan hacia afuera del área. El Gráfico 4 muestra el resumen de los datos aplicados desarrollada en la situación de ejemplo.

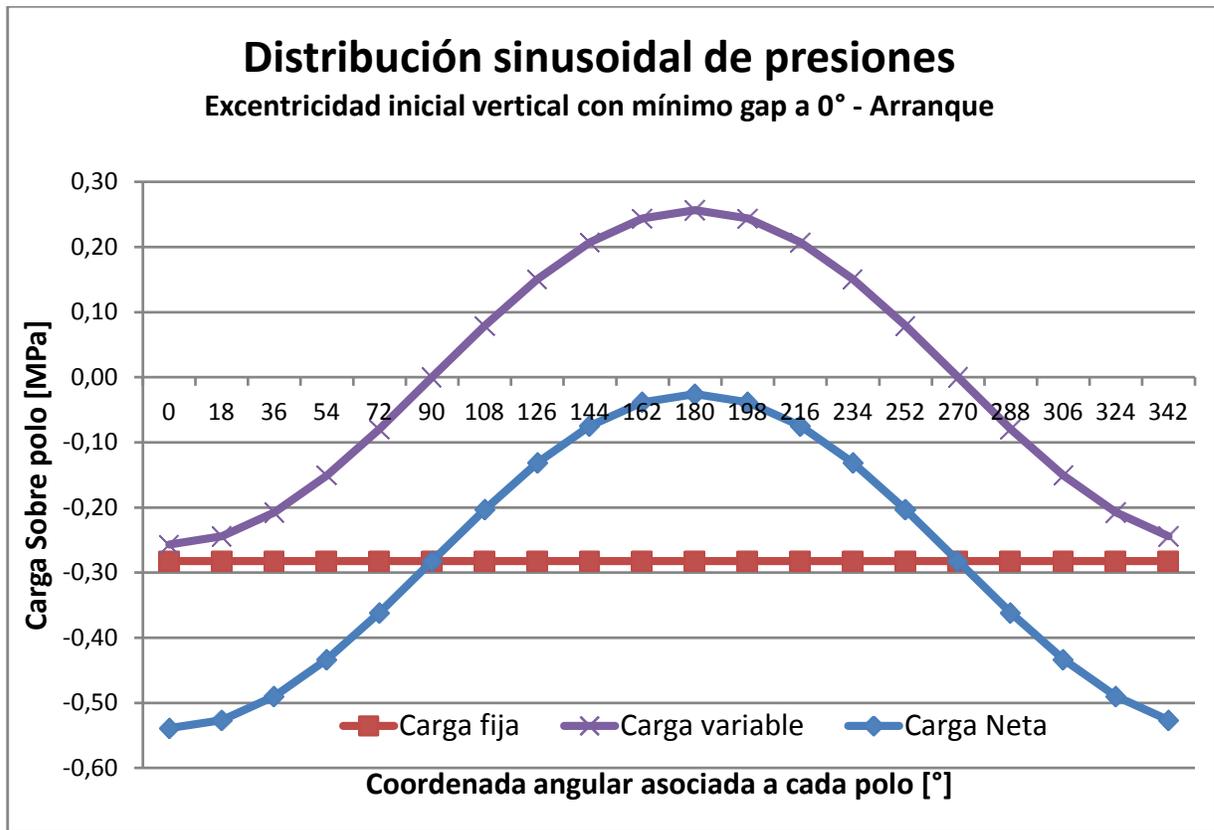


Gráfico 4. Distribución general de cargas. Datos aplicables al estator y rotor.

En las Figura 14 y Figura 15 se muestran esquemáticamente las cargas aplicadas sobre el modelo, para la situación desarrollada como ejemplo. Las anotaciones recortadas corresponden a visualizaciones irrelevantes. Los vectores en color rojo apuntan los polos en los cuales existe una carga asociada, con el módulo entregado en el Gráfico 4.

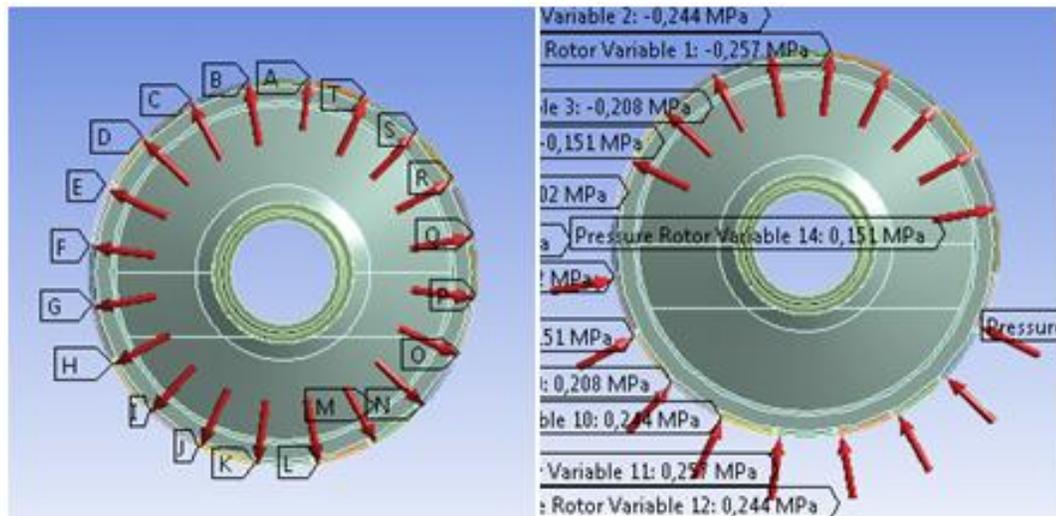
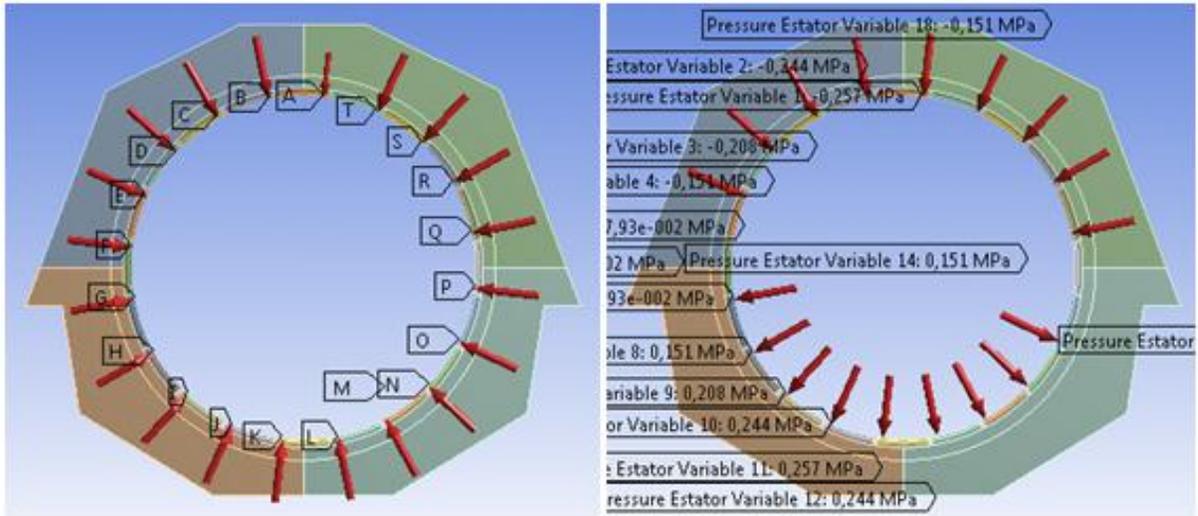


Figura 14. Esquema de cargas en el rotor. Excentricidad vertical con mínimo gap a 0°. Carga fija en cuadro izquierdo. Carga variable en cuadro derecho.



**Figura 15. Esquema de cargas en el estator. Excentricidad vertical con mínimo gap a 0°. Carga fija en cuadro izquierdo. Carga variable en cuadro derecho.**

Si bien esta es solo una implementación matemática que permite la modelación de cargas excéntricas del sistema, satisface en términos netos los esfuerzos excéntricos y considera el fenómeno atractivo en todo el perímetro de polos, al considerar la carga total como la suma de la componente fija y la variable (excéntrica), disminuyendo y aumentando la intensidad de atracción en proporcionalidad indirecta respecto a la magnitud del gap de aire entre polos. En esta situación particular, se presenta una menor atracción en la zona inferior del rotor y estator, característica observable en las Figura 14 y Figura 15 en sus cuadros derechos (cargas variables). De todas formas se considera un instrumento práctico, válido para realizar esta etapa del análisis.

Las rigideces de los componentes son calculadas dividiendo la fuerza neta excéntrica por la deformación que el elemento presenta, con respecto al centro magnético del equipo. El centro magnético es un sistema de coordenadas situado en el centro de la circunferencia delimitada por los polos del equipo. Este cálculo será realizado cartesianamente, considerando los esfuerzos y las deformaciones en los ejes X (horizontal) e Y (vertical).

El sistema de coordenadas angular será definido de la siguiente forma:

- El cero corresponde a una excentricidad inicial vertical hacia arriba.
- Los 90 grados corresponden a una excentricidad horizontal hacia la derecha, observando al equipo desde la alimentación del mineral.
- Los 180 grados definen una excentricidad vertical hacia abajo.
- Los 270 grados corresponden a una excentricidad horizontal hacia la izquierda, observando al equipo desde la alimentación del material.

Los cálculos serán realizados en 20 direcciones angulares, cada una separada por 18 grados. Estas orientaciones se definen geoméricamente de acuerdo a los 20 pares de polos modelados.

### 5.3.7. Análisis de colapso de entrehierro

Este análisis busca determinar en detalle, las variaciones del gap entre polos, producto de los esfuerzos excéntricos y las deformaciones del equipo. En esta ocasión las cargas excéntricas son modeladas mediante elementos ANSYS COMBIN39, un tipo de resorte no lineal capaz de trabajar longitudinalmente en base a una curva de Fuerza/deformación ingresada por el usuario. Esta curva considera que los polos se atraen mutuamente. En caso de acercamiento la intensidad de la fuerza atractiva aumenta y en caso de repulsión, disminuye. Con este recurso fue creado un resorte con constante elástica negativa, siguiendo las curvas de fuerzas en función del gap que sufre los polos del equipo en distintas circunstancias operativas, entregadas en el Gráfico 1. Sin embargo existen varias consideraciones que fueron incluidas en la aplicación de estos resortes:

- Las curvas de esfuerzo son relativas a cada uno de los polos del equipo real, por lo tanto aplicables a un total de 76 pares de polos (estator-rotor). El modelo posee 20 polos, con su respectivo diseño geométricos y, por lo tanto, serán definidos 20 resortes negativos. Para satisfacer la semejanza, los datos ingresados a las curvas de fuerza/deformación de cada resorte, deberán ser amplificados por un factor 3,8; igual al cociente entre el número de polos real y el modelado.
- ANSYS no permite que en el origen (deformación 0 [mm]) exista un valor distinto de cero en la fuerza asociada. Esto fue resuelto considerando un pequeño intervalo circundante al cero, con una caída abrupta de fuerzas. El intervalo escogido es de [-0,01,0,01] [mm]. La Tabla 17 muestra la totalidad de los datos utilizados. El Gráfico 5 refuerza visualmente el recurso adoptado.
- Los extremos de los resortes fueron definidos en polos enfrentados, desde sistemas de coordenadas solidarios a los polos del estator hasta otros solidarios a los polos del rotor. La Figura 16 muestra los sistemas mencionados.

**Tabla 17. Datos de Fuerza-Deformación de los resortes configurados en la simulación.**

Variación del gap [mm]	Tipo de operación - Fuerzas en [kN]		
	Arranque	Velocidad Máxima	Velocidad Nominal
-5	969,0	1273,0	1368,0
-4	912,0	1254,0	1349,0
-3	836,0	1216,0	1330,0
-2	760,0	1178,0	1311,0
-1	684,0	1140,0	1292,0
-0,01	620,0	1102,4	1273,2
0	0,0	0,0	0,0
0,01	559,2	1045,6	1254,2
1	558,6	1045,0	1254,0
2	501,6	995,6	1235,0
3	456,0	950,0	1208,4
4	418,0	893,0	1170,4
5	380,0	836,0	1121,0

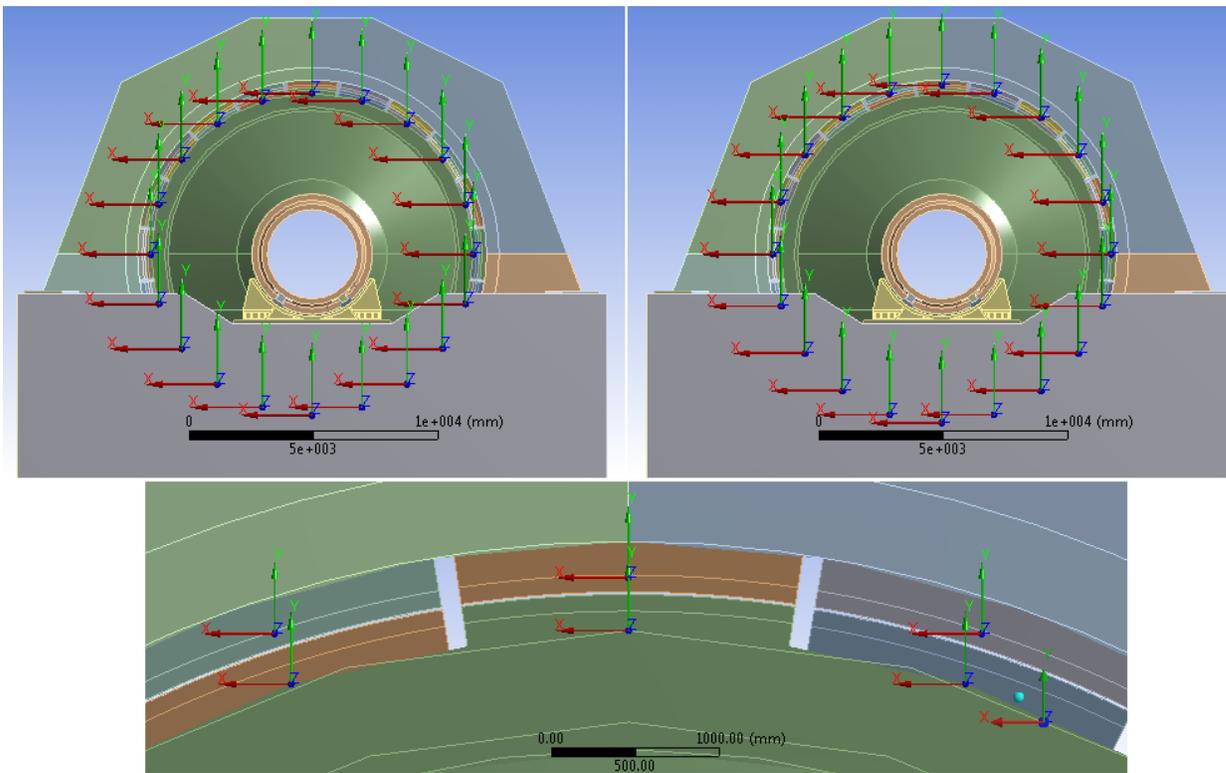


Figura 16. Sistemas de coordenadas solidarios a los polos eléctricos. Los orígenes de los sistemas enfrentados corresponden a los extremos de los resortes negativos.

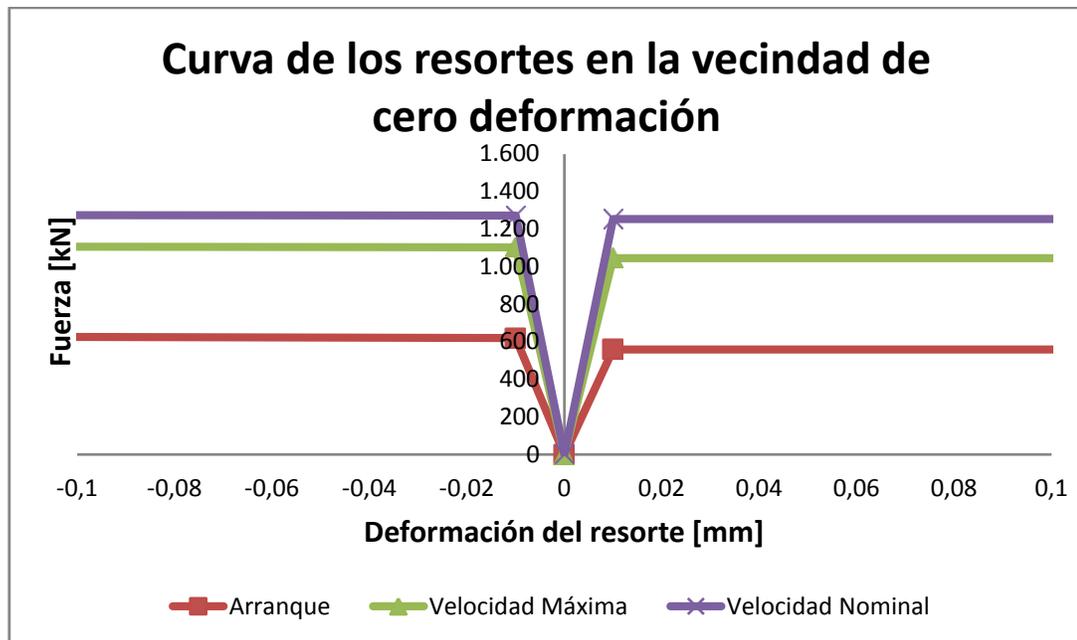


Gráfico 5. Recurso utilizado para la correcta definición de los resortes negativos entre polos. Se muestra solamente el intervalo manipulado. En el resto del intervalo las curvas siguen la tendencia del Gráfico 1.

En este análisis también es incorporado el torque que actúa sobre el rotor del equipo. De esta manera, se definen tres tipos de operación que resumen la dinámica del equipo. La Tabla 18 muestra las definiciones utilizadas en las simulaciones y sus principales características.

**Tabla 18. Resumen de simulaciones y sus características operativas.**

	Torque nominal = 23.683,7377 [kNm]		
Situación operativa	Factor x Torque nominal	Valor [kNm]	Curva de Fuerza/Deformación en resortes
Encendido	0	0	Arranque
Aceleración	1,3	30788,85901	Velocidad Nominal
Máx. Velocidad	0,93	22025,87606	Velocidad Máxima

El torque es aplicado en el perímetro externo de los polos eléctricos del rotor. Actúa en el sentido  $-Z$  según la regla de la mano derecha.

La simulación se desarrolla en la práctica de la siguiente forma. Una vez configurados los resortes, es aplicada una excentricidad inicial forzada sobre el rotor. Luego se libera al modelo de esta condición forzada y se estudia el nuevo equilibrio que este adopta. En este procedimiento se genera implícitamente la fuerza neta excéntrica, producida por la excentricidad inicial forzada, por lo tanto las deformaciones derivan automáticamente al estado amplificado final de excentricidades. La excentricidad inicial utilizada es de 1 [mm] (valor que permite obtener directamente el factor de amplificación) y las simulaciones se desarrollan en todas las direcciones angulares en que esta puede generarse. El sistema de coordenadas angular es el mismo definido en el estudio anterior. Las variaciones son recopiladas y es calculado el factor amplificador asociado.

En ANSYS es posible configurar un análisis en *steps* o pasos consecutivos, donde pueden ser definidas distintas condiciones, como por ejemplo, los desplazamientos forzados mencionados en el procedimiento anterior. Una evaluación de los pasos de cálculo, necesaria para una correcta convergencia del estado amplificado de excentricidades, se llevó a cabo mediante iteraciones y optimización de parámetros de control de convergencia. En resumen, fueron necesarios dos pasos de cálculo para generar el desplazamiento forzado, y otros dos para evaluar el nuevo estado de deformaciones.

### 5.3.8. Análisis modal

En este análisis es fundamental el correcto ingreso de las masas y módulos de elasticidad de los elementos del modelo. La Tabla 19 resume las masas de los componentes y sus subcomponentes. Los módulos de elasticidad corresponden a los materiales asignados a cada elemento. No se incluyen cargas explícitas de ninguna naturaleza en este análisis. Las condiciones de borde incluidas son el soporte elástico de la fundación y los resortes negativos entre polos. Estas condiciones serán modificadas para evaluar efectos en los modos normales del equipo. El detalle de las simulaciones contempladas se resume en la Tabla 20.

**Tabla 19. Masas del modelo.**

Componente	Subcomponente	Masa [Kg]	Masa Total [Kg]
Molino	Trunnion de alimentación	65.044	2.562.352
	Trunnion de salida	63.908	
	Estanque	290.210	
	Tapa de entrada	179.960	
	Tapa de salida	179.970	

Componente	Subcomponente	Masa [Kg]	Masa Total [Kg]
	Corazas	883.140	
	Carga de molienda	853.350	
	Polos Eléctricos	46.770	
Descansos	Soporte estructural entrada	25.155	45.659
	Soporte estructural salida	19.507	
	Soportes axiales	997	
Estator	Segmento superior izquierdo	95.771	417.998
	Segmento superior derecho	95.771	
	Segmento inferior izquierdo	96.470	
	Segmento inferior derecho	96.470	
	Polos eléctricos	33.516	
Fundación	Fundación concreto	23.042.000	23.169.304
	Soleplates	28.365	
	Moldaje	98.939	

En suma el modelo posee una masa de 26.195.313 [Kg], suma totalmente representativa.

**Tabla 20. Simulaciones modales realizadas.**

Simulaciones	Mecánica del suelo	Aplicación de resortes negativos**
1	Rígida	Si
2	Elástica*	Si
3	Rígida	No
4	Elástica*	No
* Módulo de corte del suelo entregado en antecedentes		
** Curva nominal de Fuerza/Deformación		

La recopilación de las frecuencias naturales, y las formas o deformaciones estructurales que estos conllevan (modos normales), se enfocarán en la determinación de cuáles de ellos tienen potencial influencia sobre la alteración de gap de aire entre polos. Se pondrá especial hincapié al momento de evaluar la posibilidad de resonancia con alguna fuente excitatoria. Las principales fuentes incorporadas al análisis se entregan en la Tabla 21.

**Tabla 21. Fuentes mecánicas de excitación consideradas.**

Fuente excitatoria	Parámetro
Número de polos del motor	76
Número de Corazas en cada tapa	36
Número de Corazas en Manto	60
Frecuencia de línea de alimentación	50 [Hz]
Velocidad nominal motriz	9,02 [rpm]

Las fuentes excitatoria incluidas son, por comentario profesional el Sr. Bruno Lértora, las de mayor importancia mecánica, y generalmente incluidas en estudios de esta naturaleza. La Tabla 22 resume las frecuencias asociadas a las fuentes excitatorias mecánicas consideradas.

**Tabla 22. Frecuencias de excitación de las fuentes consideradas.**

Fuente excitatoria	Frecuencia [Hz]
Rotación nominal del molino	0,15
Paso Nominal por Corazas en tapas	5,41
Salida nominal fuente motriz	5,71
Paso nominal por Corazas en estanque	9,02
Paso nominal por polos	11,43
Línea de alimentación eléctrica	50

Importancia especial se da a la denominada salida nominal de la fuente motriz, la cual trabaja a 5,71 [Hz] mientras el equipo opera a 9,02 [rpm] (74% de la velocidad crítica del equipo), velocidad de rotación nominal para el equipo simulado.

Todas estas frecuencias varían en función de las rpm de funcionamiento del equipo. Mayor detalle de las relaciones utilizadas se entrega en el anexo A de memoria de cálculo.

Se evaluarán los primeros modos normales existentes en el modelo hasta un máximo de 50, dentro de un rango de 0 a 50 [Hz].

Cada modo encontrado será clasificado según criterios generales, que permitirán catalogar la magnitud y forma del efecto que dicha frecuencia natural ejerce sobre el equipo. Los criterios son:

- Modo tipo I: Corresponden a frecuencias naturales que excitan movimientos del tipo sólido rígido en el modelo. No poseen importancia en el análisis y serán descartados. Tienen solamente una importancia técnica en la modelación, ya que denotan elementos sin condiciones de borde suficientes o erróneas.
- Modo tipo II: Corresponde a un modo global que aplica sobre algún componente del modelo y genera un movimiento relativo de este en alguno de sus seis grados de libertad. No genera mayores efectos en los componentes aledaños. Poseen gran importancia en el análisis.
- Modo tipo III: Corresponde a un modo global que aplica principalmente sobre un componente del modelo y lo excita en alguno de los seis grados de libertad, sin embargo también altera el comportamiento de los componentes aledaños. Tienen importancia en el análisis.
- Modo tipo IV: Corresponde a un modo normal local, cuya influencia es muy focalizada y principalmente se desencadenan en las interfaces de componentes superficiales del modelo. No presentan especial interés en la obtención de conclusiones generales y serán descartados del análisis.

Para evaluar la forma de cada modo, se entregan las imágenes de cada uno en el anexo B.

Los modos encontrados serán resumidos en tablas, descritas sus formas y evaluadas sus cercanías a la fuente excitatoria inmediatamente aledaña. También serán incluidos los porcentajes de masa total que estos involucran por eje cartesiano de libertad (no se considerarán rotaciones),

los cuales deberán acumular al menos el 90% de la masa para satisfacer la condición de representatividad del equipo real.

El análisis para velocidades distintas a la nominal, será realizado mediante un diagrama de Campbell, en el cual se evalúan las intersecciones de los modos normales y las fuentes excitatoria, en función de las rpm del equipo. Especial cuidado se dará al rango entre un 60% y 80% de la velocidad crítica del equipo, velocidades comunes de operación.

El análisis de estos resultados se enfocará en determinar los posibles puntos críticos del modelo en cuestión, y serán considerados como una respuesta particular exclusivamente al escenario simulado en este trabajo. Para una extrapolación de este modelo, serán necesarias las características particulares del equipo a evaluar. De utilizar este modelo para la búsqueda o corroboración de posibles causas de una falla real, deberán ser incluidos los datos operacionales respectivos. En presencia de esta información extra es viable aplicar esta metodología y poder garantizar resultados fidedignos.

### 5.3.9. Resumen general de simulaciones

Las simulaciones realizadas en este estudio se resumen en la Tabla 23.

**Tabla 23. Resumen de simulaciones efectuadas.**

Detalle	Fuerzas excéntricas (Kmag)		Torque	Excentricidad inicial
	Componente fija	Componente variable		
Rigidez Global - Arranque	336 [kN/polo]	610,81 [kN/mm]	-	2
Rigidez Global - Velocidad Máxima	336 [kN/polo]	442,51 [kN/mm]	-	2
Rigidez Global - Velocidad Nominal	336 [kN/polo]	238,55 [kN/mm]	-	2
Entrehierro (gap) - Arranque	Curva de Arranque		-	1
Entrehierro (gap) - Velocidad Máxima	Curva de Velocidad Máxima		0,93 x Tn	1
Entrehierro (gap) - Aceleración	Curva de Velocidad Nominal		1,30 x Tn	1
Modal - Con resortes negativos	Curva de Velocidad Nominal		-	-
Modal - Sin resortes negativos	-	-	-	-

# 6. Resultados

A continuación se presentan los resultados de los análisis propuestos.

## 6.1. Análisis de estabilidad

En términos globales, la Figura 17 muestra los resultados asociados al análisis. La Figura 18 por su parte, aporta mayor detalle respecto de la variación del gap superior.

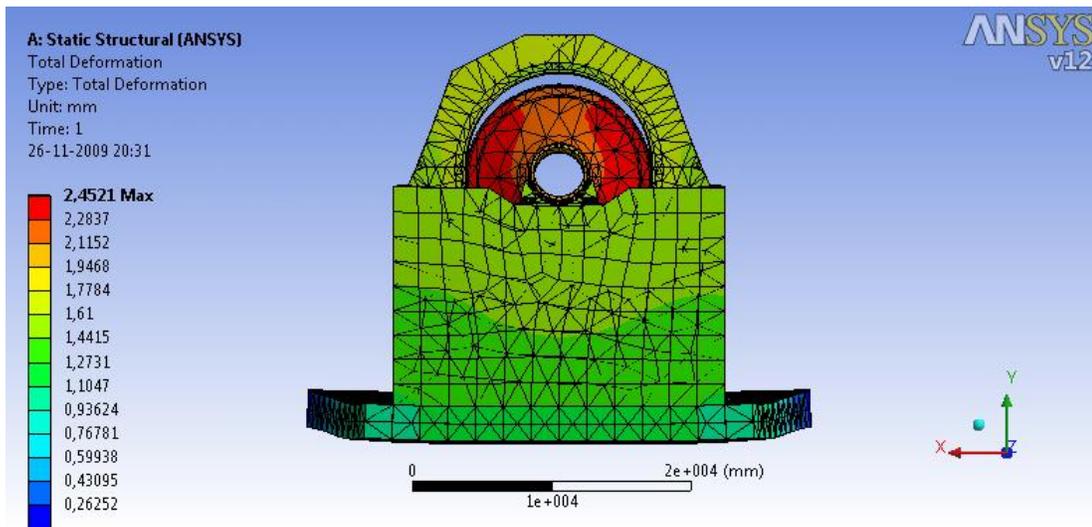


Figura 17. Vista frontal de la deformación total del molino sin carga de molienda en presencia de gravedad.

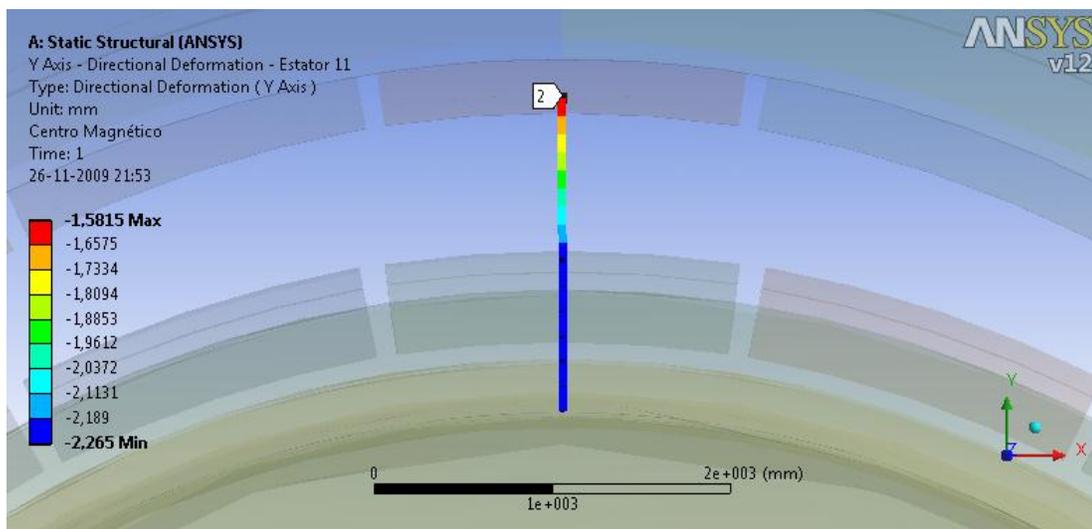


Figura 18. Detalle de la variación del gap en el eje vertical. Molino sin carga de molienda.

La Figura 19 muestra en detalle la deformación que sufre el descanso de entrada del modelo. Esta imagen está ampliada, lo que permite distinguir notablemente la compresión de los 4 resortes y la deformación de los soportes axiales.

Las figuras antes expuestas y las posteriores en la presentación de resultados, poseen una ampliación con una escala de 1100:1 en milímetros. Esta ampliación es aplicada para entregar una clara apreciación de las deformaciones milimétricas.

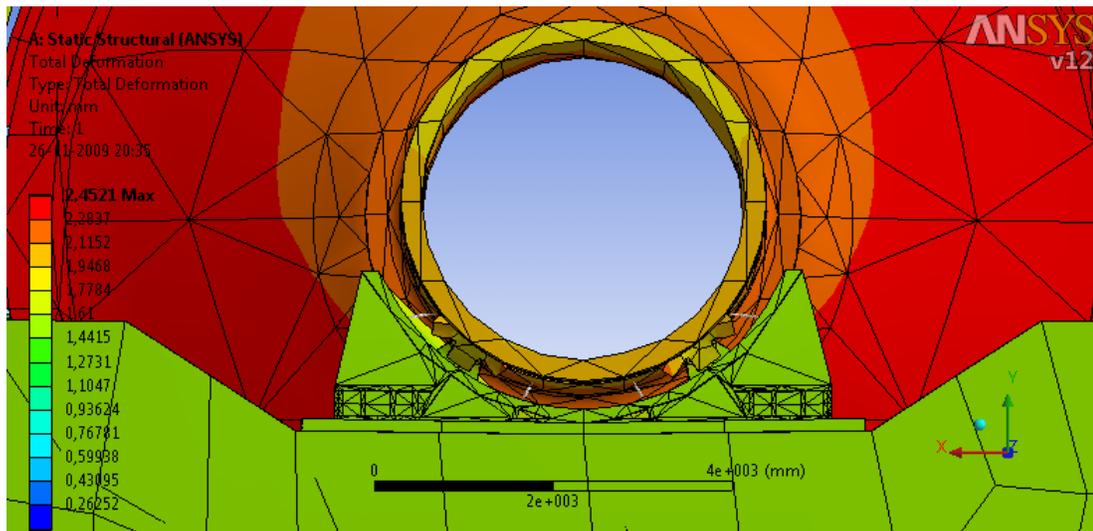


Figura 19. Detalle de la deformación del soporte elástico del rotor.

Incluyendo la carga de molienda, se obtienen variaciones mayores por efecto gravitatorio. La Figura 20 muestra primero la deformación total asociada al manto y tapas del molino.

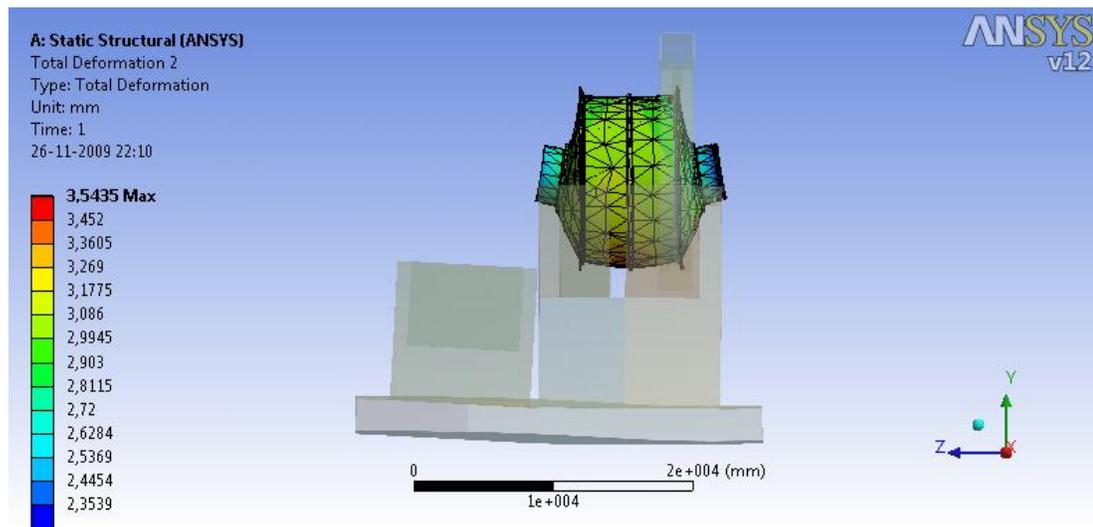


Figura 20. Plano lateral del estanque del molino sometido a peso propio y presión de carga de molienda.

Esta imagen es relevante, ya que bajo estas condiciones el manto es el que presenta la deformación máxima en todo el equipo, específicamente en la zona donde se apoya la carga de molienda.

La Figura 21 muestra el nuevo comportamiento global de las deformaciones por efecto de la incorporación de la carga de molienda. La Figura 22 otorga detalle del gap superior.

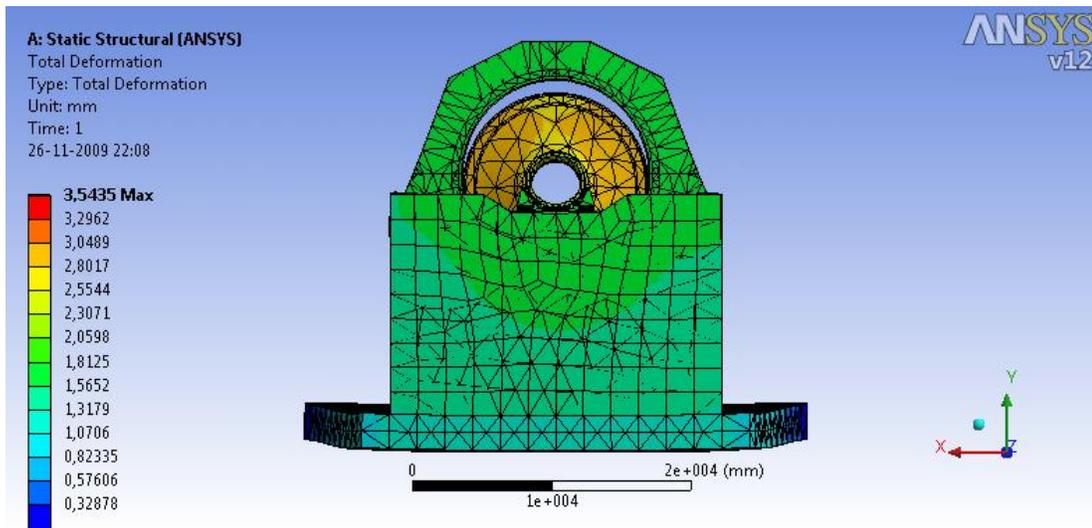


Figura 21. Plano frontal de la deformación total del molino en presencia de gravedad y presión de carga de molienda.

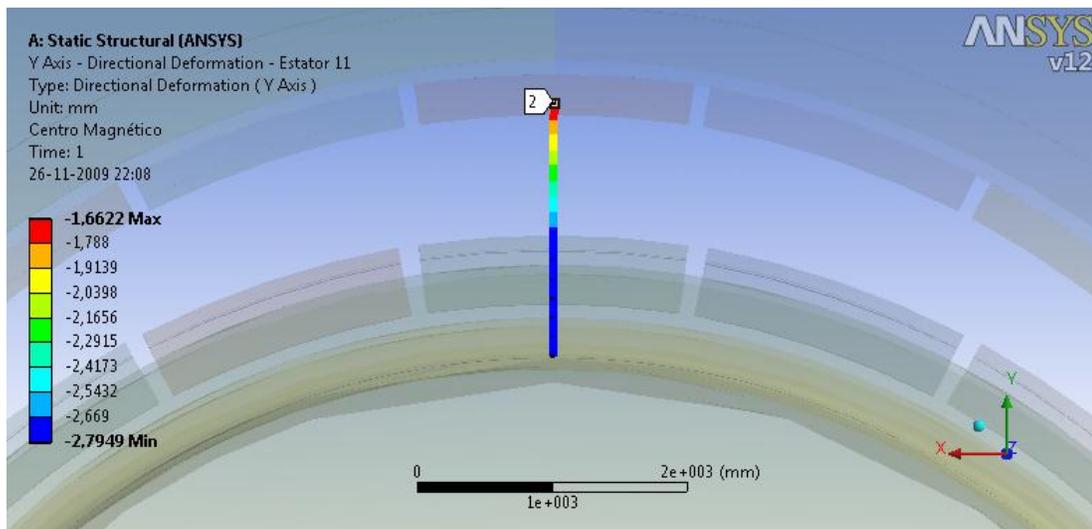


Figura 22. Detalle de la variación del gap en el eje vertical. Molino con carga de molienda.

## 6.2. Análisis global de rigidez

Los resultados presentados en este análisis, cuantifican la rigidez mecánica global del equipo para las distintas posibles orientaciones de los esfuerzos excéntricos. De la simulación se desprenden las rigideces mecánicas por componente, las que son relacionadas mediante las ecuaciones (6), (7) y (8) respectivamente, de donde se obtiene el valor de rigidez mecánica global que el Gráfico 6 resume.

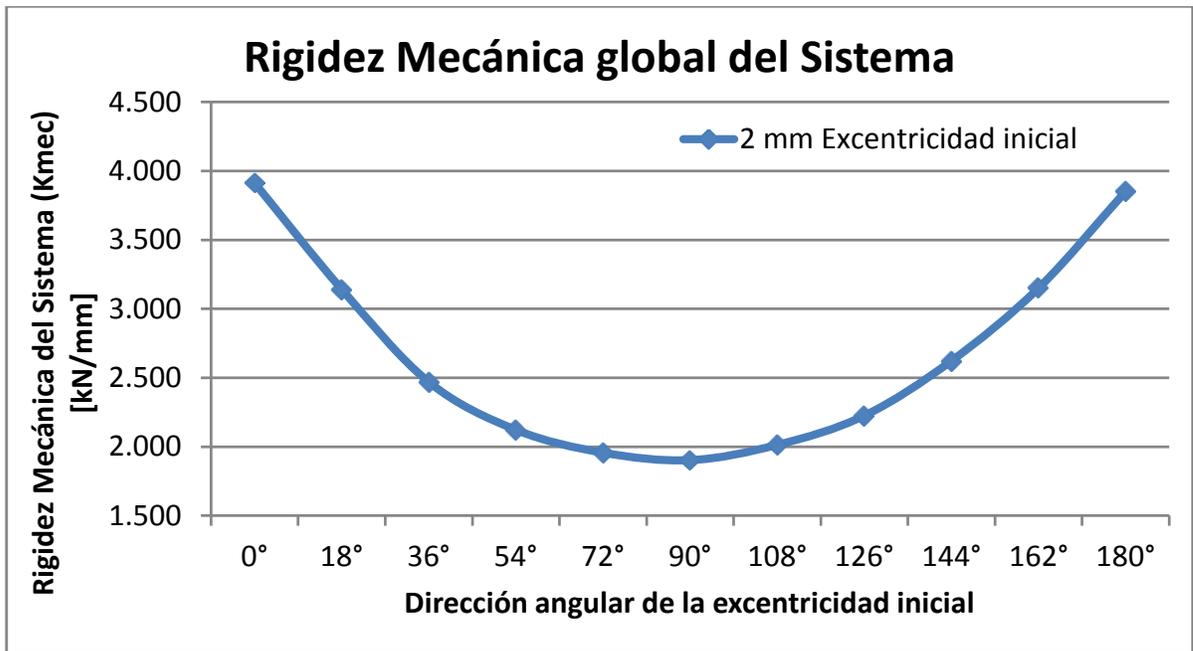


Gráfico 6. Resultados de rigidez mecánica global en función de la dirección angular de la excentricidad inicial. Elasticidad magnética utilizada 610,81 [kN/mm]. Excentricidad inicial de 2 [mm].

El mínimo es de 1.902,72 [kN/mm], presente en una dirección de los esfuerzos excéntricos completamente horizontal (90°). El máximo de 3.913,50 [kN/mm], se obtiene bajo un esfuerzo neto completamente vertical, con una distancia mínima entre polos en el extremo superior (0°). En los 180° se presenta un valor muy similar de 3.851,65 [kN/mm], correspondiente a una dirección vertical con espacio mínimo entre polos en el extremo inferior.

Los respectivos valores de rigidez de los componentes del equipo, en direcciones verticales y horizontales, se resumen en la Tabla 24.

Tabla 24. Rigidez de cada uno de los componentes en direcciones cartesianas.

Componente	Rigidez horizontal [kN/mm]	Rigidez Vertical [kN/mm]
Rotor	19.603,07	21.521,39
Estator	4.273,08	8.015,80
Descansos	10.924,16	15.825,17
Fundación Rotor	58.865,14	82.546,59
Fundación Estator	9.108,56	53.492,49

Los valores entregados, si bien fueron calculados bajo la mayor elasticidad magnética posible en la operación (610,81 [kN/mm], correspondiente a la situación de arranque del equipo), es una característica inherente a los componentes, por lo tanto estos datos son válidos también en otras condiciones dinámicas, fundamento principal en la obtención de excentricidades finales.

La Tabla 25 muestra los resultados críticos (dirección horizontal) obtenidos al utilizar los datos de la Tabla 24, en el modelo de ecuaciones previamente establecido como análisis de elasticidad lineal (capítulo 4.3). La ecuación (4) permite calcular el factor de amplificación asociado a la situación operativa y finalmente la ecuación (3) relaciona este factor y la excentricidad final.

Tabla 25. Resumen de la magnitud amplificadora de las excentricidades iniciales por efecto de deformaciones.

	Arranque	Velocidad Máxima	Velocidad Nominal
Excentricidad inicial [mm]	2,00	2,00	2,00
Coeficiente de elasticidad magnética [kN/mm]	610,81	442,51	238,55
Factor de amplificación	1,47	1,31	1,16
<b>Excentricidad final [mm]</b>	<b>2,95</b>	<b>2,63</b>	<b>2,33</b>

El efecto amplificador para la situación de arranque (la más crítica de las tres estudiadas) se entrega en detalle en el Gráfico 7, donde se deduce el factor amplificador en función de la magnitud de la excentricidad inicial.

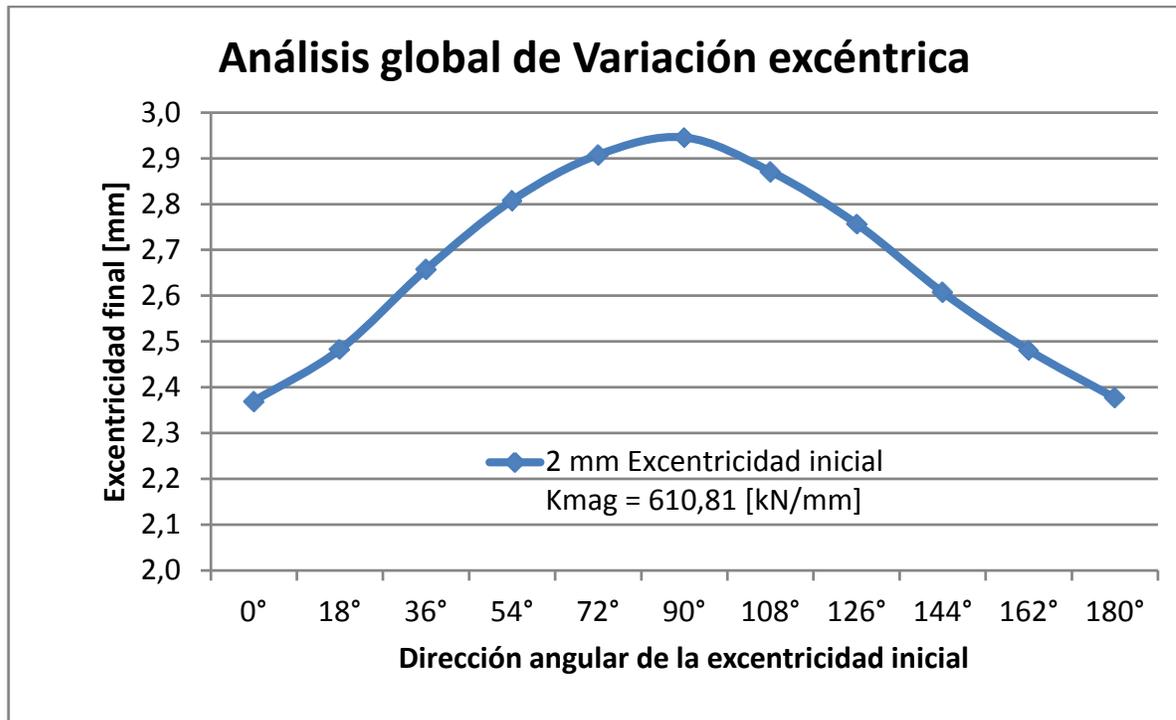


Gráfico 7. Excentricidad final asociada a la dirección angular de la excentricidad inicial.

### 6.3. Análisis de colapso de entrehierro

Los resultados de esta etapa de análisis entregan el comportamiento del gap de aire entre polos en presencia de esfuerzos excéntricos implícitos (resortes negativos) y deformaciones del equipo. El Gráfico 8 resume los valores máximos y mínimos encontrados al variar la excentricidad inicial angularmente, desde 0° a 180°. De este gráfico se desprenden los valores críticos encontrados:

- En situación dinámica de arranque en la orientación de 54°. Se obtiene el gap mínimo de 14,53 mm.
- En situación dinámica de Velocidad Máxima en la orientación de 0°. Se obtiene el gap mínimo de 14,20 mm.

- En situación dinámica de Aceleración en la orientación de 0°. Se obtiene el gap mínimo de 14,08 mm.

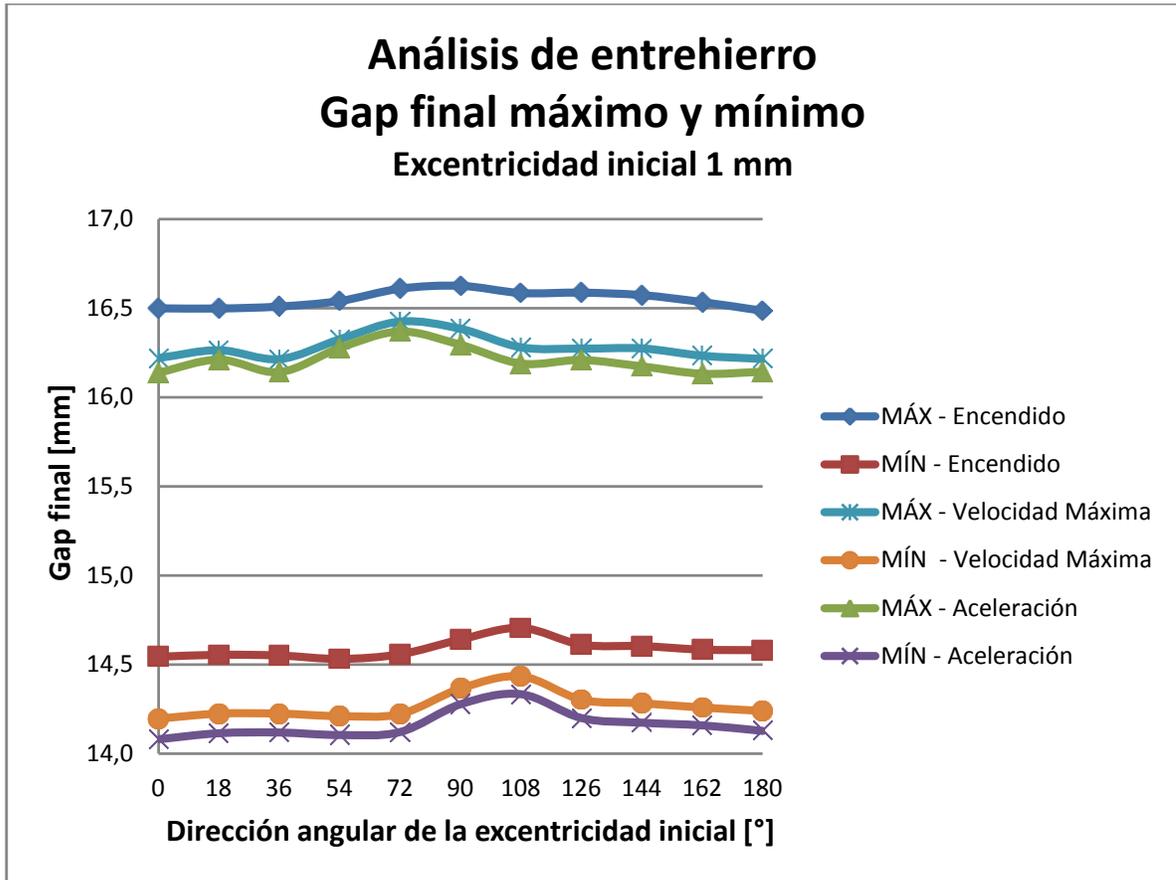


Gráfico 8. Gap máximo y mínimo para las tres condiciones operacionales propuestas. Datos recopilados para orientaciones de excentricidad inicial de 1 [mm] de 0° a 180°.

Los factores críticos de amplificación de excentricidad encontrados se resumen en la Tabla 26.

Tabla 26. Factores de amplificación máximos encontrados.

Simulación	Factor de Amplificación Máximo
Arranque	1,47
Velocidad Máxima	1,80
Aceleración	1,92

El Gráfico 9, Gráfico 10 y Gráfico 11 muestran en detalle las orientaciones críticas en cada situación dinámica, cuyos factores amplificadores fueron entregados en la Tabla 26.

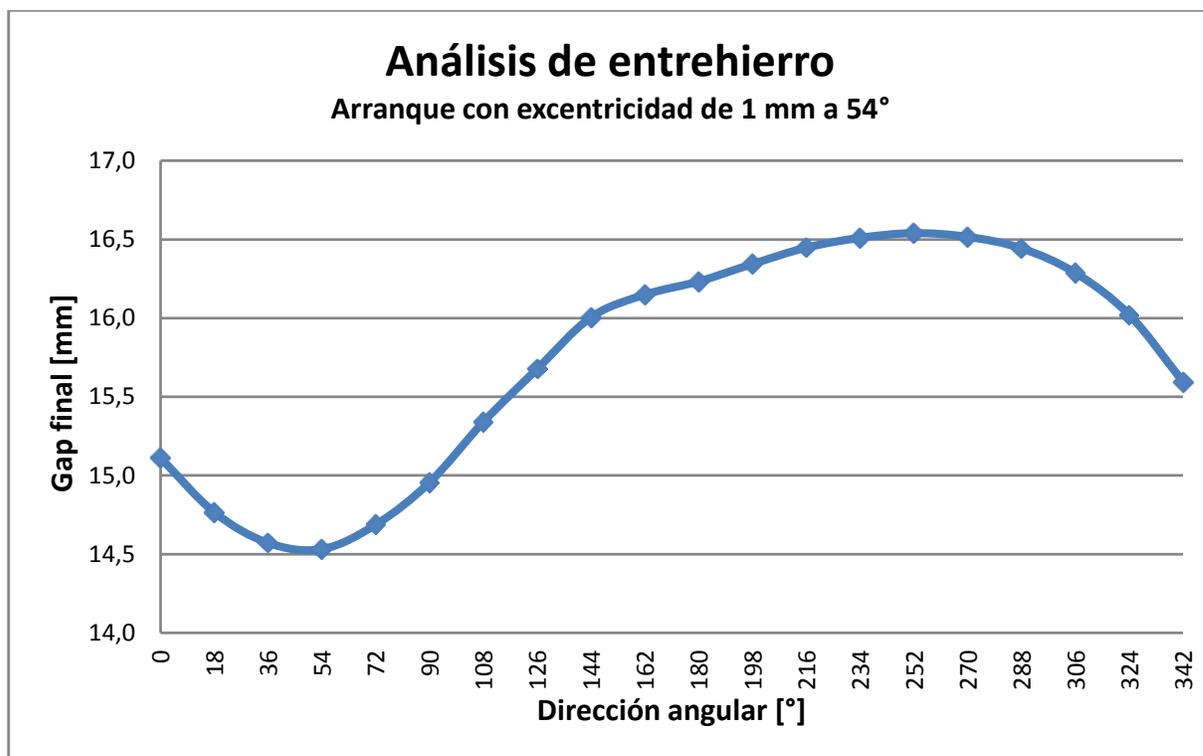


Gráfico 9. Magnitud del gap de aire en Arranque con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 54°.

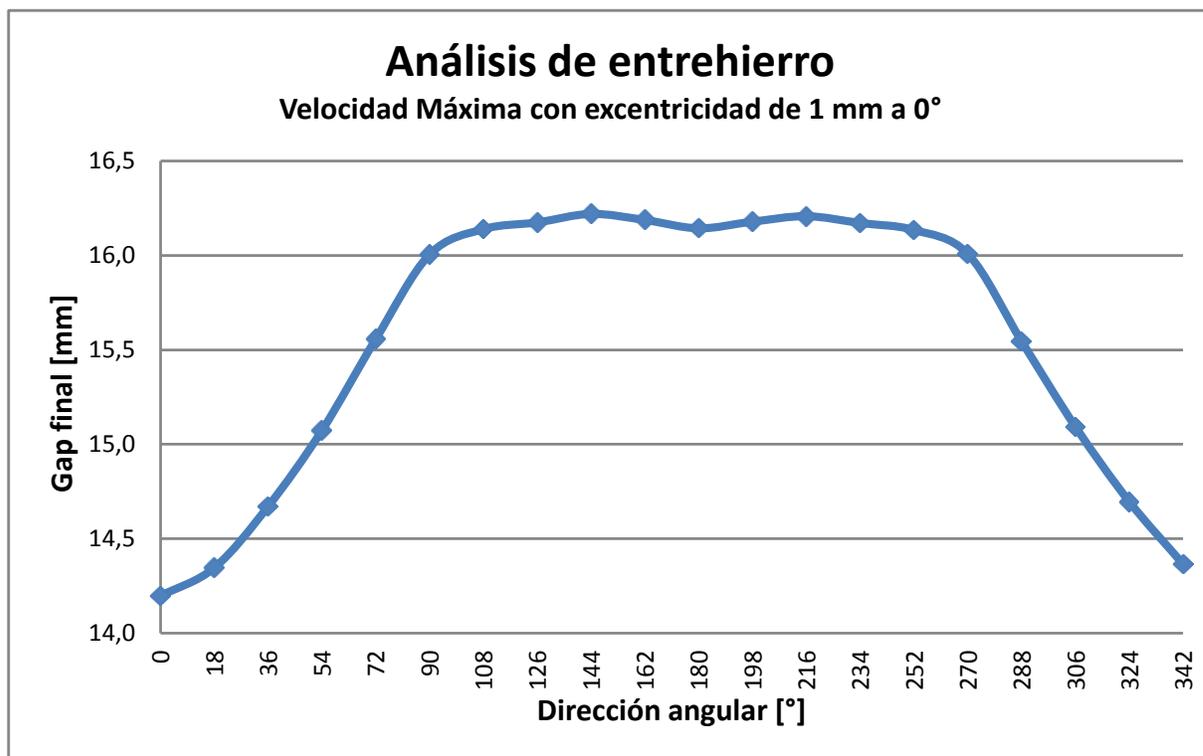


Gráfico 10. Magnitud del gap de aire en Velocidad Máxima con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 0°.

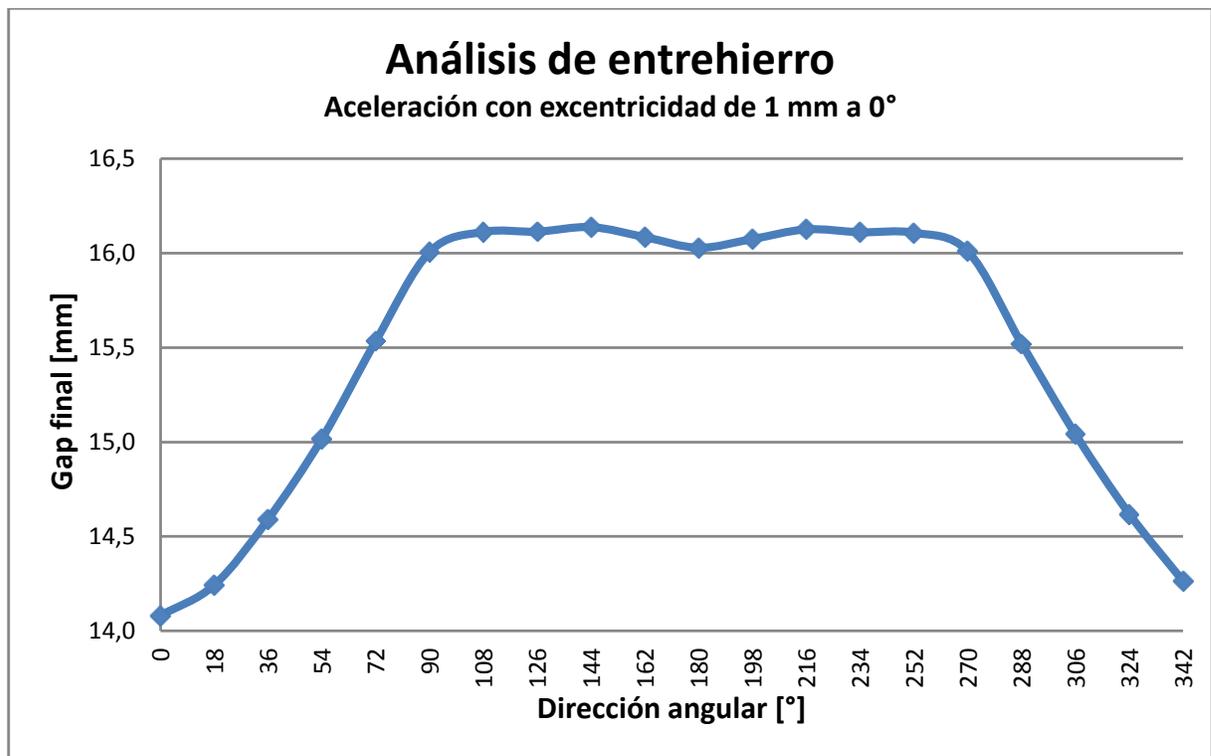


Gráfico 11. Magnitud del gap de aire en Aceleración con excentricidad inicial de 1 mm con dirección angular de 0°.

## 6.4. Análisis Modal

Fueron encontrados 36 modos normales, partiendo de los 2,8 [Hz] hasta los 39,28 [Hz]. La Tabla 27 agrupa los valores encontrados y sus principales características, descartando los modos locales, los cuales no aportan información al estudio. La Tabla 28 entrega la forma o naturaleza de la deformación que cada uno de estos modos efectúa en el modelo. Con esta información a disposición, es posible determinar en primera aproximación los modos que presentan clara relevancia en la variación del gap entre polos. Estos son los modos #2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 18, 19, 24, 25, 26, 27, 31, 33, 34 y 36, cuyas variaciones en el modelo mueven significativamente, en alguno de los 6 grados de libertad, la interfaz de polos del modelo. Si solamente seleccionamos los modos cuya forma afecta al modelo en el plano XY, tenemos los siguientes modos: #4, 5, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 18, 19, 24, 27, 31, 34 y 36. El siguiente paso es cotejar las frecuencias naturales de estos modos con las fuentes excitatoria propuestas en el análisis, y evaluar la diferencia porcentual respecto a la fuente más cercana en frecuencia.

**Tabla 27. Resumen de modos normales encontrados y sus principales características (modos locales descartados).**

Modos Normales							Potencial frecuencia de excitación [Hz]	Diferencia porcentual	Tipo de modo
Suelo Elástico				Suelo Fijo					
Modo #	Frecuencia [Hz]	Masa X [%]	Masa Y [%]	Masa Z [%]	Modo #	Frecuencia [Hz]			
1	2,80	0%	0%	12%	1	2,80	5,41	48,27%	II
2	5,15	0%	0%	0%	2	5,15	5,41	4,79%	II
3	7,66	0%	0%	3%	3	7,68	9,02	15,12%	II
4	9,10	35%	0%	0%	4	9,51	9,02	0,93%	III
5	11,82	0%	77%	0%	6	14,39	11,43	3,31%	III
6	13,37	0%	0%	0%	5	13,38	11,43	14,53%	II
7	14,01	0%	0%	62%			11,43	18,43%	III
8	16,70	15%	0%	0%	7	16,70	11,43	31,59%	II
9	17,19	45%	0%	0%	8	16,85	11,43	33,54%	III
10	17,53	0%	23%	0%			11,43	34,81%	III
11	19,73	0%	0%	1%	9	19,79	11,43	42,10%	III
12	21,44	0%	0%	1%	10	21,39	11,43	46,72%	II
13	21,61	0%	0%	19%			11,43	47,13%	III
14	24,86	0%	0%	0%	11	24,33	11,43	54,04%	III
17	26,35	0%	0%	1%	15	26,09	11,43	56,63%	II
18	26,71	1%	0%	0%	12	25,54	11,43	57,22%	III
19	27,91	0%	0%	0%	16	27,89	11,43	59,06%	III
20	29,14	1%	0%	0%	17	28,31	11,43	60,79%	III
24	31,14	0%	0%	0%	21	34,03	50,00	37,72%	III
25	32,05	0%	0%	0%	22	31,05	50,00	35,90%	III
26	33,10	0%	0%	0%	24	32,85	50,00	33,80%	II
27	33,20	0%	0%	0%			50,00	33,60%	III
28	33,41	0%	0%	0%	25	33,33	50,00	33,17%	III
31	34,90	0%	0%	0%	28	34,42	50,00	30,20%	II
33	36,86	0%	0%	0%	31	36,67	50,00	26,28%	III
34	36,97	1%	0%	0%	33	38,72	50,00	26,07%	II
36	39,28	0%	0%	0%	43	39,70	50,00	21,44%	III
<b>TOTALES</b>		<b>99%</b>	<b>100%</b>	<b>99%</b>					

Como se aprecia en la columna de diferencia porcentual en la Tabla 27, solamente los modos #2, 4 y 5 poseen cercanía considerable a alguna fuente excitatoria del sistema. El criterio utilizado es estar a menos de 10% de distancia porcentual. Recordamos que estos modos alteran el gap de aire en el plano XY. Se considera que esta muestra es representativa, dado los altos porcentajes de masa trasladada.

**Tabla 28. Descripción de los modos encontrados (modos locales descartados).**

Modo #	Forma
1	Desplazamiento del molino en eje Z
2	Rotación de la zona superior e inferior del estator en eje X
3	Desplazamiento de la zona inferior del estator en eje Z
4	Desplazamiento del molino en eje X - Rocking de la fundación en eje X
5	Desplazamiento del molino en eje Y
6	Torsión de la zona superior del estator en eje Y
7	Rocking de la fundación en eje X - Desplazamiento de la zona inferior y superior del estator en eje Z
8	Torsión de la zona inferior del estator en eje Y
9	Desplazamiento del molino en eje X - Torsión de la zona inferior del estator en eje Y - Flexión de la fundación en eje Z
10	Desplazamiento del molino y la fundación en el eje Y (desfasados)
11	Rocking de la fundación en eje X - Desplazamiento de la zona inferior y superior del estator en eje Z
12	Torsión de la fundación adosada al descanso de salida en eje Y
13	Flexión de la fundación en descanso de salida X - Desplazamiento de la zona inferior y superior del estator en eje Z
14	Torsión de la zona superior e inferior del estator en eje Y
17	Arqueo del estator en eje X
18	Torsión de la zona superior del estator en eje Y - Desplazamiento de esta misma zona en eje X
19	Arqueo del estator en eje X - Flexión de la fundación en soportes del estator y descanso de entrada
20	Torsión del estator en eje Y - Flexión de la fundación en la zona de descarga
24	Torsión del estator en eje Z
25	Arqueo del estator en eje Y - Flexión de del cubo de la fundación
26	Arqueo del estator en eje Y
27	Torsión del estator en eje Y - Flexión de la fundación en la zona de descarga
28	Torsión del estator en eje Y - Flexión de la fundación en la zona de descarga
31	Torsión y arqueo del estator en el eje Y
33	Arqueo del estator en eje X - Flexión de la fundación en soportes del estator y descanso de entrada
34	Desplazamiento de la zona superior del estator en eje X
36	Flexión de la fundación en soportes del estator en eje X

Del Gráfico 12 es posible extender el análisis sobre posibles resonancias. Los modos que interceptan alguna fuente de excitación, en el rango de 60% a 80% de la velocidad crítica, son el #2, 3, 4 y 5. Un completo análisis y discusión de estos resultados será realizado en el capítulo siguiente.

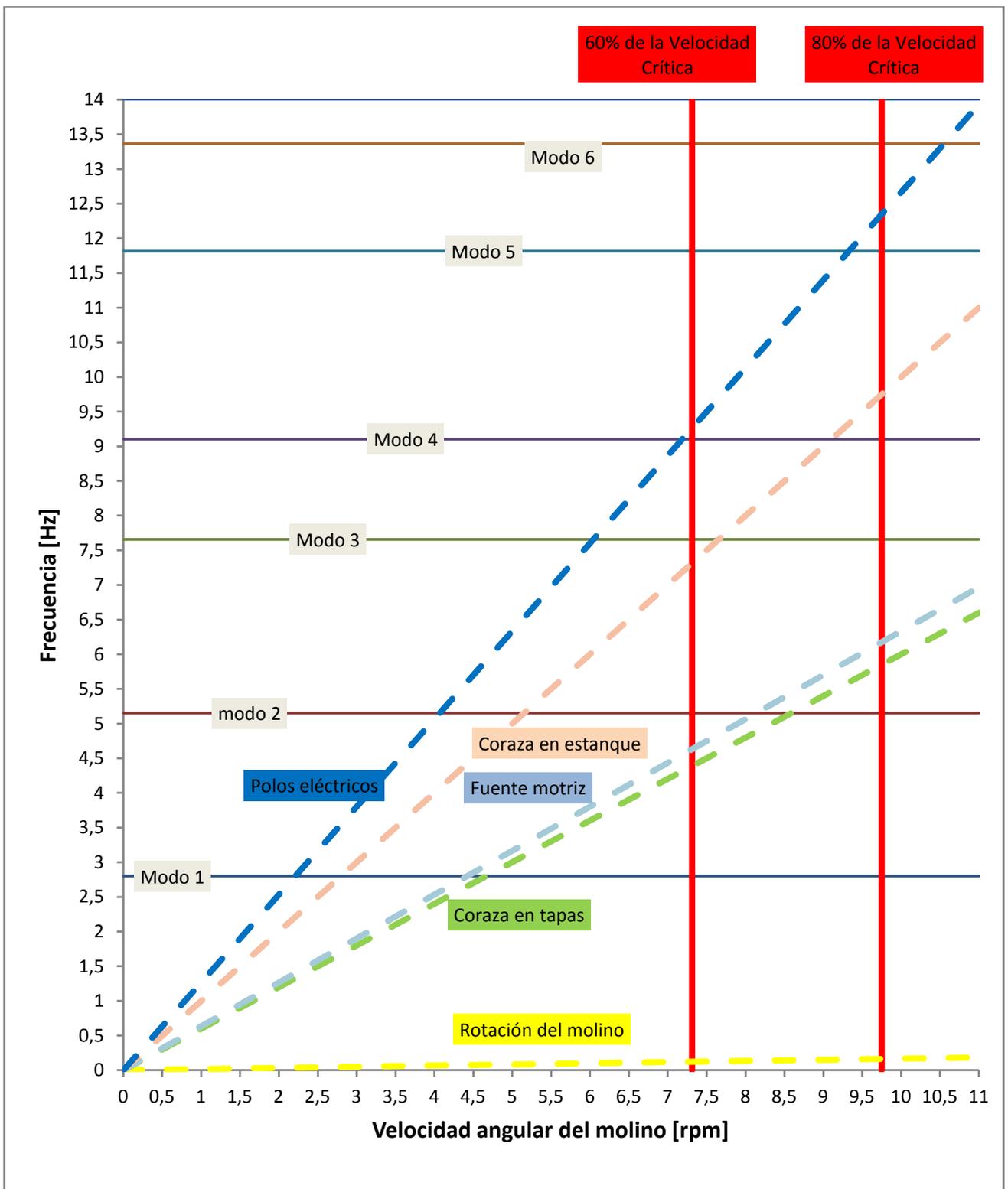


Gráfico 12. Diagrama de Campbell. Set de modos incluidos hasta 14 [Hz].

Para los modos #2, 3, 4 y 5 fueron realizadas las simulaciones modales propuestas en la Tabla 23. Los resultados de la simulación son entregadas a continuación en la Tabla 29.

**Tabla 29. Combinaciones de condiciones simuladas para los modos de interés en posibles resonancias.**

Con Resortes Negativos				Sin Resortes Negativos			
Suelo Elástico		Suelo Fijo		Suelo Elástico		Suelo Fijo	
Modo #	Frecuencia [Hz]	Modo #	Frecuencia [Hz]	Modo #	Frecuencia [Hz]	Modo #	Frecuencia [Hz]
2	5,15	2	5,15	2	5,15	2	5,15
3	7,66	3	7,68	3	7,65	3	7,67
4	9,10	4	9,51	4	8,68	4	8,98
5	11,82			5	11,41		
		5	13,38			5	13,41

## 7. Análisis y discusiones

---

De los resultados obtenidos se abren los siguientes puntos de discusión detallada.

### 7.1. Análisis de estabilidad

En primer lugar se comentan los resultados correspondientes al análisis de estabilidad del modelo sin carga de molienda. En las Figura 17 y Figura 19 se observa que el rotor sufre aproximadamente 2,45 [mm] de caída total, estos es considerando la deformación de todos los componentes. Si descontamos la caída del descanso, igual a 1,27 [mm] aproximadamente, tenemos que la caída neta del rotor ronda el valor de 1,18 [mm]. Estos análisis siempre consideran los valores críticos de cada componente. Por comentarios expertos, se acepta esta deformación como válida y común en equipos reales montados.

Respecto al gap de aire se tiene la Figura 18, donde se observa una caída del rotor de -2.27 [mm] y una caída del estator de -1,58 [mm], lo que se traduce en una variación neta de 0,68 [mm]. Este valor también concuerda con cifras conocidas en montajes reales, por lo tanto valida el funcionamiento del ensamblaje.

En segundo lugar se tienen los resultados correspondientes al modelo cargado con material de molienda. Este nuevo máximo se observa en la Figura 21 y alcanza los 3.54 [mm]. También se estima que la caída neta del rotor, restando los 1,57 [mm] correspondiente a la variación de los descansos. Esta nueva caída neta del rotor asciende a 1,97 [mm]. Este resultado también es considerado apto para validar el modelo.

Realizando la diferencia entre la desviación del estator y el rotor para esta nueva situación, que son entregadas en la Figura 22, se obtiene el valor exacto de la variación del gap neto, igual a 1,13 [mm]. Este valor es aceptable para un molino montado y cargado a capacidad nominal.

Estas variaciones deben ser consideradas en el montaje y puesta en marcha del equipo, en beneficio de una correcta calibración. El no contemplar este efecto conllevaría a una excentricidad inicial, en la orientación de la aceleración de gravedad, potencialmente perjudicial para la operación.

### 7.2. Análisis global de rigidez

El valor mínimo de rigidez global encontrado es igual a 1.902,72 [kN/mm]. Este valor debe ser cotejado con los criterios de diseño del equipo y así corroborar si esta condición presta la suficiente estabilidad requerida. En opinión experta, para un molino de estas características, este valor está razonablemente por encima del mínimo requerido. Sin embargo, considerando la gran variación en las distintas direcciones estudiadas, es necesaria la incorporación de este valor en un análisis exhaustivo de diseño, sobretodo en presencia de inestabilidades estructurales.

Otro comportamiento interesante, como se puede apreciar notablemente en el Gráfico 6, es que la rigidez del modelo decae sustancialmente en la dirección horizontal. Esto denota una fuerte predisposición en el diseño de este equipo a resistir esfuerzos en la dirección vertical, fundamentada en las grandes masas trabajando en la operación. Sin embargo, genera una asimetría perjudicial en el momento de resistir los esfuerzos excéntricos magnéticos, estudiados en este trabajo de título, los cuales podrían perfectamente actuar en esa dirección constantemente. En la Tabla 30 se muestra un factor de simetría calculado a partir de los datos de la Tabla 24. Este factor denota un comportamiento totalmente simétrico cuando es igual a 1, y completamente asimétrico cuando es igual a 0. El estator y la zona de la fundación correspondiente al empotrado de este, son los componentes de mayor variación en cuanto a rigidez vertical y horizontal, con factores iguales 0,53 y 0,17 respectivamente.

**Tabla 30. Factores de simetría calculados para cada componente del modelo.**

Componente	Factor de simetría
Rotor	0,91
Estator	0,53
Descansos	0,69
Fundación Rotor	0,71
Fundación Estator	0,17

Este análisis no es menor, ya que la mayor cantidad de fallas sufridas por este tipo de quipos nacen precisamente en el estator. Estadísticamente éste es el componente que presenta mayores problemas en la operación, precisamente relacionadas con deformaciones y vibraciones no contempladas en la etapa de diseño.

Respecto a los factores amplificadores mostrados en la Tabla 25, se manifiesta el comportamiento esperado para las distintas condiciones operacionales simuladas, considerando la forma de simulación de cargas excéntricas. La situación de arranque considera la mayor rigidez magnética (constante elástica asociada a la atracción magnética), por lo tanto la distribución sinusoidal, aplicada para la obtención de los esfuerzos, genera las cargas máximas, mínimas y netas de mayor intensidad. La excentricidad final máxima de 2,95 [mm] está dentro de los parámetros seguros de operación, por lo tanto, solamente bajo este criterio de evaluación, el gap no sufriría variaciones potencialmente perjudiciales y el modelo asegura una estabilidad estática del equipo.

En un análisis paralelo, realizado bajo la recomendación del profesor integrante de este trabajo de título, el Dr. Ing. Sr. Alejandro Font, fue variada la rigidez equivalente de los descansos del equipo, simulando una desviación porcentual total de los resortes modelados de +/- 25%. Este porcentaje se acerca a las desviaciones reales que se presentan en operaciones reales, dependiendo de la calidad del diseño y materiales de los descansos. Como se aprecia en el Gráfico 13, el modo #4 se aleja de su fuente excitatoria más cercana, lo que permite asegurar que la situación no podría empeorar en presencia de variaciones de este orden. Conclusión contraria se obtiene para el modo #5, donde una disminución de la rigidez de un 25% de la rigidez equivalente nominal, entrega una diferencia porcentual casi nula con la fuente excitatoria potencialmente resonante. Esta situación es preocupante y abre una ventana hacia una simulación detallada de estos elementos. De presentarse en alguna situación real, el caso crítico de un descanso con una deficiencia en rigidez de estos márgenes, a juicio del autor sería muy probable un comportamiento perjudicial para el equipo.

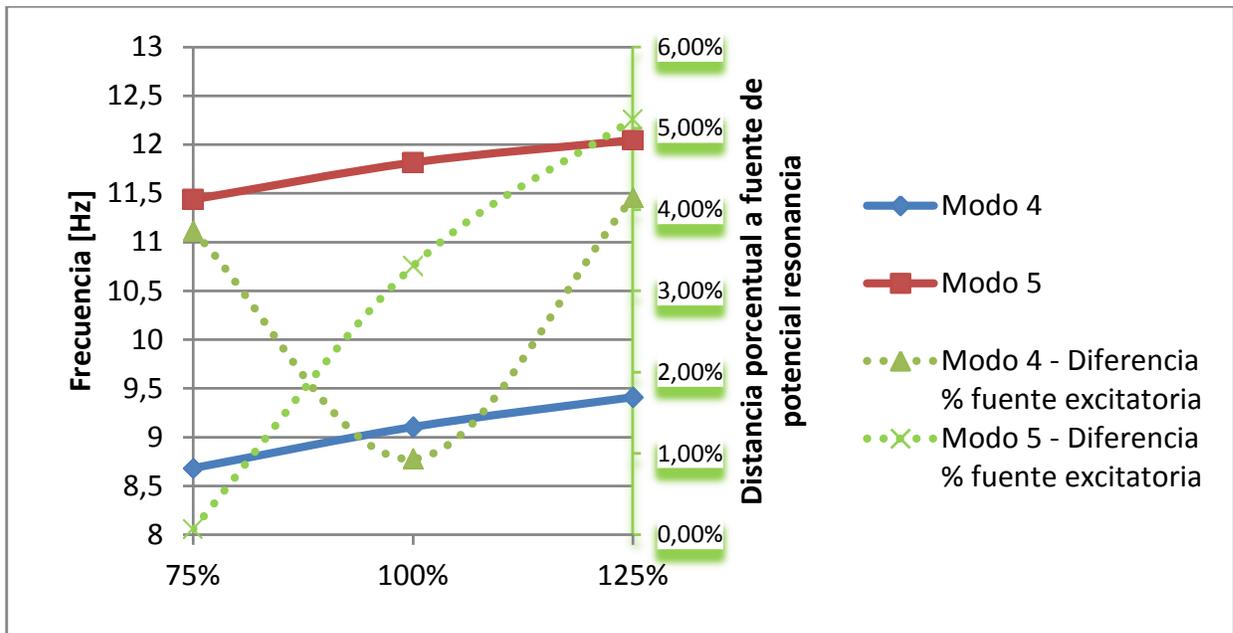


Gráfico 13. Comportamiento de las frecuencias naturales de los modos #4 y #5 en presencia de una variación de la rigidez de los descansos en +/- 25%.

### 7.3. Análisis de entrehierro

En este análisis, donde la gestación de los esfuerzos excéntricos se genera implícita y localmente en el modelo por la incorporación de resortes negativos, se desprenden deformaciones de los componentes con mayor focalización y detalle.

El Gráfico 8 muestra que el comportamiento del gap máximo en cada una de las orientaciones de excentricidades posibles, sigue la tendencia obtenida en el análisis global, en donde la orientación de  $90^\circ$  es débil estructuralmente. Se apunta que, debido al torque aplicado en sentido anti horario, la desviación de este valor máximo en las situaciones de Velocidad Máxima y Aceleración se desplaza hacia la orientación de  $72^\circ$  (sentido del torque aplicado). Sin duda los factores amplificadores del gap máximo, son menores que los correspondientes al gap mínimo, fundamentalmente por la magnitud creciente de los esfuerzos, a menor distancia entre polos.

En los valores mínimos del gap (acercamiento máximo entre el rotor y estator), se obtiene un comportamiento más complejo, donde la dirección más resistente o rígida es la de  $108^\circ$  y la menos resistente varía según la situación dinámica modelada. Para el arranque corresponde a  $54^\circ$  y para la Velocidad Máxima y Aceleración es  $0^\circ$ . Estos valores apuntan a que, en términos de rigidez local, el estator posee menor resistencia en su zona superior. De todas formas este fenómeno puede ser resultado del modelo particular utilizado del estator. Esto se puede observar en el Gráfico 14, donde se resumen los factores amplificadores de la excentricidad inicial en las orientaciones estudiadas. Notablemente, el factor amplificador decrece en la vecindad de  $108^\circ$ , y posee una llanura de altos valores en las orientaciones correspondientes a la zona superior del estator, efecto que se repite en las tres simulaciones.

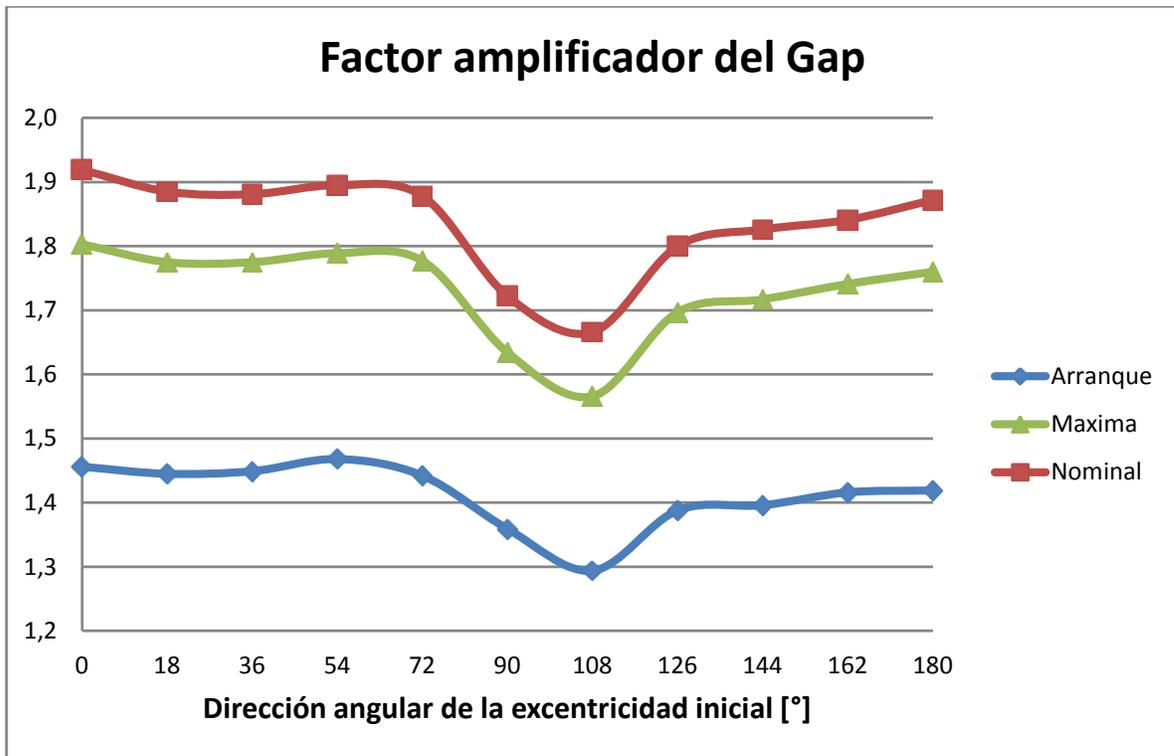


Gráfico 14. Factor de amplificación de la excentricidad inicial de 1 [mm].

Los resultados de este análisis no arrojan la dirección horizontal como la más débil estructuralmente, en presencia de compresión del gap. Esto se debe a que las deformaciones del estator y el rotor se distribuyen a lo largo de toda la interfaz de polos, creando un equilibrio en donde, no necesariamente la compresión máxima del gap estará orientada en la dirección de la excentricidad inicial, sino por el contrario, esta convergerá a las zonas más débiles de la estructura, creando un disipación de energía hasta alcanzarlas. Esta situación es evitada en una simulación con fuerzas aplicadas explícitamente, cuyo sentido es global.

Se estima que este comportamiento debe ser ratificado con un modelo CAD 3D del estator de mayor complejidad, considerando más elementos estructurales y mayor detalle en las uniones mecánicas.

Resumiendo las variaciones del gap obtenidas en este análisis, incluidas en la Tabla 26, en términos de factores de amplificación máximos, se tiene que bajo 1 [mm] de excentricidad inicial, la excentricidad final máxima será de 1,97 [mm]. Este máximo corresponde a la situación de Aceleración, donde es utilizada la curva nominal de esfuerzos magnéticos atractivos entre polos. En el Gráfico 15 son multiplicados los valores entregados en el Gráfico 1 por el factor 3,8, necesario por geometría del modelo. Se puede apreciar en este gráfico que la curva nominal, si bien es la que posee la menor pendiente, es la curva con que alcanza los mayores módulos de fuerza magnética, razón por la cual el equipo sufre mayores deformaciones. Sin perjuicio de lo anterior, este valor está bajo la frontera de alarma, por lo tanto se afirma que el modelo asegura una estabilidad estática del molino.

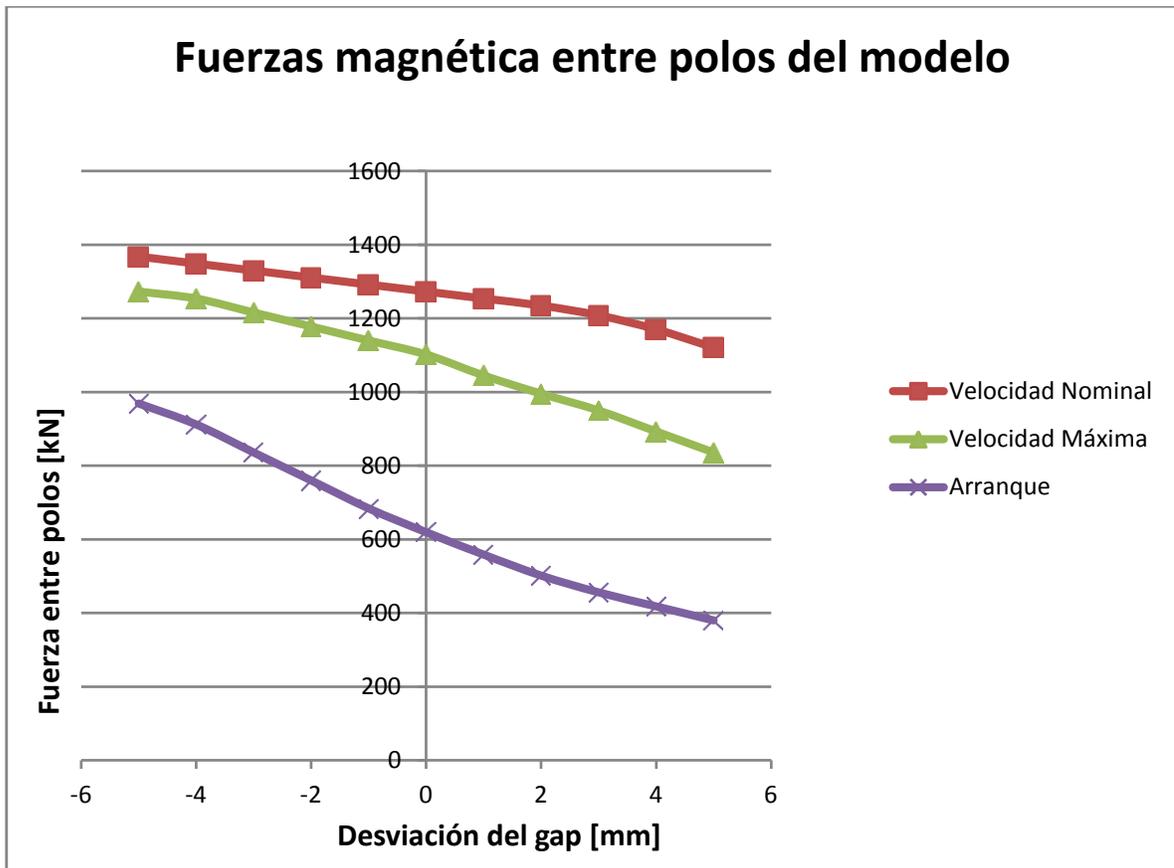


Gráfico 15. Fuerzas entre polos del modelo para las simulaciones de entrehierro.

## 7.4. Análisis modal

Los resultados obtenidos permiten establecer la respuesta dinámica del equipo. Los análisis anteriores determinan una serie de equilibrios estáticos en distintas condiciones dinámicas de operación. Cotejando dichos valores con los resultados de este análisis, es posible determinar el análisis dinámico postulado.

Como ya se ha mencionado en los resultados de este análisis, los modos normales encontrados que presentan alguna relevancia dinámica son el #2, 3, 4, 5 y 6, esto fundamentado en el Gráfico 12, donde se observan sus intersecciones con distintas fuentes excitatorias, por lo tanto solamente estos se incluirán en este estudio detallado.

El autor pretende caracterizar estos modos críticos, para afirmar o descartar potenciales causas de falla. Para analizar alguna situación específica en algún equipo en particular, es necesaria la incorporación de los datos operacionales a este modelo, y evaluar si alguno de los puntos que serán comentados en lo que sigue, posee responsabilidad en los comportamientos anómalos.

El modo #2 involucra movimientos del estator tendientes a la rotación, específicamente en el eje X. Con 5,15 [Hz] de frecuencia natural, está a 4,79% de distancia de la fuente excitatoria relacionada con el paso de las corazas en las tapas del molino y a 9,8% de la fuente motriz, principal fuente de excitación del equipo. La velocidad angular teórica de resonancia con la primera

fuentes son 8,59 [rpm] (70,45% de la velocidad crítica) y con la segunda 8,14 [rpm] (66,74% de la velocidad crítica). La fuente motriz se encuentra a distancia suficiente para evitar una posible resonancia. Dado que la operación nominal está sobre este punto crítico, en condiciones de velocidad máxima el equipo se encontraría a más de 10% de distancia porcentual en frecuencia. Solamente se transitaría en encendidos y apagados del equipo. Con respecto a la fuente de paso de corazas de tapas, el equipo no presenta movimientos de masa en los ejes cartesianos normales. Esto permitiría amortiguar fácilmente esta vibración y es una razón para estimar que no se desencadenarían problemas. En segundo lugar, la alteración en la interfaz de polos es casi paralela, lo que descarta un colapso de entrehierro, sin embargo, queda abierta la posibilidad de fracturas en la estructura del estator, cuya validación debe ser considerada incorporando nuevos datos al modelo. En consideración a lo anterior, los empotramientos del estator en la fundación, no fueron modelados al detalle, condición requerida para validar alguna posibilidad de deformación excesiva o fractura. Al observar la forma de este modo, se aprecia que la fundación no presenta desviaciones conjuntas con el estator, por lo tanto el modelo de unión pudiese ser causa de la tendencia a rotar. Finalmente, en referencia a una falla por variación excesiva del gap, esta fuente no es empíricamente considerada como causal potente de resonancias; típicamente es disipada su energía por el equipo y la carga de molienda. Bajo estas premisas se descartan anomalías.

El modo #3 desplaza la zona superior del estator en el eje Z. Su frecuencia natural es 7,66 [Hz] y se intersepta con la fuente relacionada con el paso de las corazas en el interior del molino. La velocidad teórica de resonancia es 7,66 [rpm] (62,81% de la velocidad crítica), menor a la velocidad nominal de operación. Esta característica es favorable ya que el equipo pasa solamente en arranque y parada sobre este punto, y no lo hace en velocidades perdurables en largos periodos de trabajo. Este modo está a 15,12% de diferencia porcentual en frecuencia de su fuente potencial excitatoria y altera solamente un 3% de la masa total del equipo. Estas condiciones son suficientes para concluir que no se presenta una situación crítica debido a este modo y la excitación producida por el paso momentáneo a 7,66 [rpm] será muy fácilmente disipada.

El modo #4 mueve estator y rotor en la coordenada X. Este modo presenta un interés especial ya que afecta a la estructura en la orientación donde su rigidez global es mínima. Su frecuencia natural es 9,1 [Hz] y se encuentra a 0,93% (en régimen nominal) de la fuente excitatoria producida por la coraza interna del manto, el material de molienda y la rotación del equipo. La velocidad angular teórica de resonancia es 9,10 [rpm]. Este modo normal afecta un 35% de la masa total del equipo en la dirección X del sistema de coordenadas. Si bien la fuente excitatoria se encuentra a una cercanía suficiente para poner atención a este modo normal, no se considera como un punto crítico de potencial falla, ya que esta fuente excitatoria es amortiguada casi por completo por la carga de molienda. El golpe de las corazas internas del manto al introducirse en la carga, genera este pulso excitatorio, sin embargo esta gran masa de pulpa posee una capacidad amortiguadora suficiente como para disipar completamente el efecto resonante. Sin embargo, dada que trabaja en la orientación débil del equipo, no se descarta completamente alguna incidencia negativa menor.

El modo #5 involucra movimientos del estator, el rotor y la fundación en la dirección vertical Y, variación que altera el gap directamente. Su frecuencia natural es de 11,82 [Hz]. Se intersepta con la fuente excitatoria relacionada con el paso de los polos eléctricos del equipo a una velocidad de rotación de 9,33 [rpm] (76,53% de la velocidad crítica del equipo). La máxima velocidad a la que opera el molino está definida en 9,75 [rpm] (79,99% de la velocidad crítica), por lo tanto sigue dentro del régimen probable de funcionamiento. Posee una importante variación de masa (77% de la masa total). Por estas razones, y considerando que este modo, a diferencia del

modo #4, no posee una masa amortiguadora inmediata, es catalogado como un punto crítico y probablemente causal de inestabilidades de este sistema mecánico. La eventual corroboración de la potencialidad de falla específica de este modo normal, debe ser realizada en un modelo CAD 3D mejorado, junto con las condiciones operacionales y de borde específicas. Si es necesaria la evaluación de una falla real, además deberá ser incluida la información específica del tipo de falla y sus características, esto con el fin de focalizar el estudio y la configuración del modelo en aquella zona específica.

El modo #6 involucra una torsión del estator en el eje Y. Intercepta a la fuente excitatoria relacionada con los polos eléctricos del equipo a las 10,55 [rpm] (86,58% de la velocidad crítica del equipo). Esta velocidad está sobre la cota máxima de operación del equipo, igual al 80% de la velocidad crítica. Por esta razón queda descartada alguna posibilidad de falla.

## 8. Recomendaciones

---

Como recomendaciones generales y técnicas se resume lo siguiente:

- Todos los análisis indican que el estator es el componente crítico del equipo, sin embargo es necesaria una modelación CAD 3D de este componente con un grado de complejidad mayor, para poder generalizar este comportamiento y dirigir el trabajo a una optimización de diseño. Para este fin, se debe contar con información detallada del diseño actual. Esta información es muy valiosa y difícil de obtener, considerando el desarrollo tecnológico que hoy en día este tipo de equipos sufre. Los proveedores manejan competitivamente cualquier mejora y queda muy poca información para el conocimiento público. Sin embargo, mediante la incorporación sucesiva de conocimiento experto interesado, se puede llegar a producir, en un plazo mayor al considerado para este trabajo, un modelo capaz de asegurar comportamientos más cercanos a los reales.
- Respecto a los cálculos computacionales, para obtener resultados con mayor número de nodos, es estrictamente necesario mayor poder de hardware que un procesador dual-core y 4 Gb de RAM.
- Del análisis de estabilidad se obtienen resultados con un nivel práctico muy importante en términos de calibración del montaje. Esta implementación puede ser mejorada, y eventualmente, utilizar este tipo de metodologías no solamente para caracterizar puntos críticos estructurales y dinámicos, sino también para evaluación de montajes y fiscalización periódica de tolerancias claves, utilizadas como entrada en el modelo y estudiadas sus variaciones posteriores.
- Pueden ser validados directamente los resultados del análisis modal mediante la monitorización y control de las frecuencias críticas obtenidas.
- La realización de una simulación dinámica que incorpore el movimiento explícito del molino, con sus comportamientos transientes, corresponde al paso siguiente en complejidad en técnicas de simulación. La herramienta AUTODYN de ANSYS permite realizar este tipo de estudios, sin embargo requieren una fuerte capacidad computacional de cálculo, recursos no disponibles para este trabajo. Con la implementación de un estudio transiente sería posible evaluar detalladamente el paso del equipo, en encendidos y apagados, por las frecuencias naturales encontradas.

## 9. Conclusiones

---

En primer lugar considerar que, si bien la simulación realizada posee ciertos condicionantes y simplificaciones, abre una metodología a nivel académico capaz de evaluar un equipo de esta magnitud. En ese sentido, este conjunto de etapas y elementos, configurados con cierta lógica ingenieril, pueden ser adoptados y enfocados a una gran gamma de problemáticas ingenieriles en el área mecánica, cuyas soluciones pueden comenzar a vislumbrarse mediante simulación.

En este estudio particular del molino SAG, quedan en evidencia ciertos comportamientos mecánicos del diseño, cuyos fundamentos ingenieriles pueden ser perfectamente sometidos a discusión. Sin pretender que los resultados de este modelo corroboren fallas ocurridas en el pasado, sin lugar a dudas permite distinguir características mecánicas particulares que podrían derivar en estudios focalizados en el futuro.

Los resultados obtenidos en los análisis realizados permiten generar una imagen global del equipo y caracterizar ciertas zonas puntualmente críticas, las cuales probablemente, son causas de las frecuentes fallas que estos equipos han presentado desde la adopción de grandes dimensiones, producto de las exigentes tasas de producción operando en la industria minera actual.

Observando los análisis aisladamente, el modelo presenta valores preocupantes en el caso de los dos modos críticos encontrados. Sin embargo, considerando el paquete de resultados, se presenta, a juicio del autor, una fuerte posibilidad de inestabilidades en la operación.

Globalmente el equipo presenta una disminución del 51% de la rigidez mecánica en la dirección horizontal respecto del valor máximo, perteneciente a la dirección vertical, llegando a un mínimo de 1.902,72 [kN/mm]. Esta variación de 2.010,78 [kN/mm] denota una fuerte preponderancia en el diseño del equipo hacia las reacciones gravitatorias de la gran masa que mueve, sin embargo, los esfuerzos magnéticos excéntricos pudiesen afectar la dirección rígidamente débil. Y finalmente perjudicar el comportamiento del equipo. Estáticamente este valor mínimo satisface los requerimientos estructurales del equipo, sin embargo, en presencia de modos normales asociados y fuentes excitatorias cercanas, puede ser probable una acumulación de factores negativos que sí desencadenen una respuesta dinámica fallida.

Localmente el comportamiento del estator es el que presenta mayor importancia. Es notable como la zona superior del estator posee una debilidad estructural apreciable. Si bien, en términos de rigidez, no posee una desviación exagerada respecto a la zona inferior, si muestra una variación suficiente como para concentrar las mayores desviaciones del gap, particularmente en la situación de acercamiento de polos.

En razón precisamente de lo anterior, es que fueron seleccionados dos modos normales obtenidos del análisis respectivo, cuyas posibilidades de resonancia con algunas de las fuentes excitatorias incluidas en este análisis, no son completamente descartables, y por tanto se vislumbran como posibles focos de anomalías. El de menor importancia es el modo normal #4 (9,1 [Hz]), que actúa precisamente en la dirección horizontal del equipo. Afecta notablemente el rotor y estator, trasladándolos horizontalmente y flexionándolos producto de la resistencia de la fundación. Este comportamiento afecta principalmente al estator, perdiendo su homogeneidad geométrica interna, y en consecuencia, afecta el gap de aire entre polos. Este modo moviliza una masa

equivalente al 35% del total considerado en el modelo. Es excitado por la fuente relacionada con el paso de las corazas internas del manto de molienda, de la que se encuentra, en condición nominal de operación, a 0,93% de diferencia en frecuencia. Si bien la cercanía en frecuencia es notable, la capacidad de amortiguamiento que introduce la carga de molienda en esta fuente de excitación, se considera suficiente para disipar el efecto resonante. El otro foco crítico seleccionado es el modo normal #5 (11,82 [Hz]), cuya forma afecta al rotor, estator y fundación, deformándolos en la dirección vertical. Este modo afecta un 77% de la masa total del modelo y es excitado por la fuente que deriva del paso de los polos eléctricos en rotación. Presenta una distancia porcentual en frecuencia de 3,31% con respecto a su potencial fuente, porcentaje calculado en la condición nominal de operación. Este modo normal no posee una fuente disipadora inmediata y por lo tanto se convierte en el principal punto crítico del equipo.

Fundamentando en todos los resultados antes mencionados, se considera que el estator es el principal responsable de comportamientos mecánicos estructurales discutibles, debido a que participa protagónicamente en todas las características inestables de este modelo. Queda dentro de las conclusiones de este trabajo que, con el fin de determinar fehacientemente los efectos perjudiciales de estos puntos críticos en la realidad, debe ser implementado un modelo de mayor complejidad, tanto en términos de los componentes incluidos, como en las relaciones mecánicas entre ellos y también en la variedad de materiales presentes en el diseño real.

Si perjuicio de lo anterior, este tipo de análisis genera una focalización de particulares zonas del equipo que deben ser analizadas en detalle. Así se pasa de una especulación global, a un conjunto de características con mayor probabilidad de ser responsables de las problemáticas que estos equipos sufren en faenas reales. Los requerimientos para hacer esto efectivo son los datos operacionales específicos de la situación que se quiere estudiar. Si se trata de una falla real, de la cual se quiere obtener la causa más probable, entonces deberán ser incluidas de manera extra monitorizaciones del sistema de control, propiedades mecánicas específicas de los componentes afectados y cualquier conjunto de datos mecánicamente relevantes, pues es en este escenario informativo en donde se puede descartar la mayor cantidad de probables causas y dejar las que se acoplan conceptualmente a los datos recopilados.

Finalmente, corroborar que la aplicación de simulación en problemas ingenieriles actuales, es una herramienta con un gran potencial, capaz de convertirse en un fundamento importante para la toma de decisiones, fiscalización y optimización de diseños, mejoramiento de procesos y capacidad de desarrollo de alto nivel tecnológico. En situaciones donde la experiencia queda un paso atrás por causa de problemáticas muy complejas, la academia e industria debe fomentar el uso de este recurso, de tal forma que eventualmente un ingeniero pueda focalizar su bagaje teórico eficientemente.

# 10. Bibliografía

---

- Gearless Mill Drive, catálogo ABB.
- <http://www.codelco.cl/educa/divisiones/definiciones/m.html>
- [www.wikipedia.cl](http://www.wikipedia.cl)
- Laboratorio de vibraciones mecánicas. Departamento de Ingeniería Mecánica. Tecnológico de Monterrey. Resortes en paralelo y en serie.
- Goldstein, Herbert. Mecánica Clásica. España: Aguilar, segunda edición, 1966. 820 p.
- Chandrupatla T., Belegundu A. Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería. México: Prentice Hall, segunda edición, 1999. 462 p.
- Klaus-Jürgen, Bathe. Finite Element Procedures in Engineering Analysis. Germany: University of Stuttgart: Prentice Hall, 5th edition, 1982. 736 p.
- Chen, Yu. Vibrations, Theoretical Methods. Adisson: Reading Mass, 1966. 310 p.
- Informes confidenciales de publicación reciente. Permiso de revisión exclusiva por parte del señor Bruno Lertora Di Domenico.
- T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Measurements of SAG mill parameters I. Minerals Engineering, 14 (6). p. 575-591.
- T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Measurements of SAG mill parameters II: State Estimation. Minerals Engineering, 15 (12). p. 1043-1053.
- T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Measurements of SAG mill parameters III: Inferential models. Minerals Engineering, 15 (12). p. 1055-1071.
- T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Measurements of SAG mill parameters IV: Inferential Model Validation. Minerals Engineering, 22 (12). p. 1032-1044.
- T.A. Apelt, S.P. Asprey, N.F. Tornhill. Measurements of SAG mill parameters V: MPC Simulation. Minerals Engineering, 22 (12). p. 1045-1052.
- P. Radziszewski, Y. Y. Quan, J. Poirier. Design parameters affecting tumbling mill natural frequencies. Quebec, Canada: Department of mechanical Engineering, McGill university.
- M. Yahyaei, S. Banisi, M. Hadizadeh. Modification of SAG mill liner shape based on 3-D liner wear profile measurements. International journal of Mineral Processing, 91 (3 – 4). p. 111-115.

## ANEXOS

## ANEXO A – MEMORIA DE CÁLCULO

## Densidades y peso del material de molienda

El parámetro de partida es el volumen interno del molino, cuya magnitud es rescatada del modelo CAD 3D realizado. Este volumen es igual a  $8,47E+11$  [ $mm^3$ ]. Considerando un 25% de carga nominal, se tiene lo siguiente:

$$V_{Carga} = 8,47E + 11 * 0,25 = 2,12E + 11 [mm^3]$$

Las bolas de acero utilizan el 12% de la capacidad total volumétrica del molino, por lo tanto:

$$V_{Bolas} = 8,47E + 11 * 0,12 = 1,02E + 11 [mm^3]$$

El volumen de pulpa se desprende como sigue:

$$V_{Pulpa} = V_{Carga} - V_{Bolas} = 2,12E + 11 - 1,02E + 11 = 1,10E + 11 [mm^3]$$

Conocida la densidad de las bolas de acero, igual a  $7,83E-06$  [ $kg/mm^3$ ] y estimada inicialmente la densidad equivalente de la carga en  $5,00E-07$  [ $Kg/mm^3$ ], es calculada la masa de carga como sigue:

$$\begin{aligned} m_{Carga} &= V_{Bolas} * d_{Bolas} + V_{Pulpa} * d_{Pulpa} \\ m_{Carga} &= 1,02E + 11 * 7,83E - 06 + 1,10E + 11 * 5,00E - 07 \\ m_{Carga} &= 8,53E + 05 [Kg] \end{aligned}$$

Y dividiendo por el volumen de carga se obtiene la densidad equivalente asociada:

$$\rho_{equivalente} = \frac{m_{Carga}}{V_{Carga}} = 4,03E - 06 \left[ \frac{Kg}{mm^3} \right]$$

Esta solución preliminar será iterada conociendo los valores que se obtendrán por el segundo método aplicado. Este proviene del paper incluido en la Bibliografía llamado *Inferential Measurement of SAG Mill Parameters* y requiere los siguientes datos de entrada:

Fracción de volumen cargado ( $J_t$ )	25%	
Fracción de volumen bolas ( $J_0$ )	12%	
Fracción de pulpa ( $J_{pm}$ )	13%	
Porcentaje de sólidos en la pulpa ( $s$ )	75%	
Densidad del material en molienda ( $\rho_0$ )	2,4	[ton/m3]
Porosidad ( $\epsilon$ )	0,3	
Densidad bolas ( $J_b$ )	7,8	[ton/m3]

Con estos datos son utilizadas las siguientes ecuaciones:

$$\rho_{equivalente} = \frac{[J_t * \rho_0 * (1 - \epsilon + \epsilon * U * \frac{s}{100}) + J_b * (\rho_b - \rho_0) * (1 - \epsilon) + J_t * \epsilon * U * (1 - \frac{s}{100})]}{J_t}$$

$$U = \frac{J_{pm}}{\varepsilon * J_t}$$

Se obtiene una densidad equivalente:

$$\rho_{equivalente} = 4,02 \left[ \frac{ton}{m^3} \right]$$

Valor muy cercano al encontrado en el análisis anterior, por lo tanto el procedimiento y los datos estimados tiene valides teórica. Los comentarios expertos aprueban los resultados obtenidos.

### Densidad y peso de los liners

Los datos de entrada, obtenidos en el paper *3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills*, son los siguientes:

Peso Liner	2.372,53	[Kg]
Largo Liner	2.084,00	[mm]

Con este valor se calcula el peso lineal de los liners:

$$P_{lineal-liners} = \frac{P_{liners}}{L_{liners}} = 1,14 \left[ \frac{Kg}{mm} \right]$$

Considerando 54 filas internas de liners en el molino y obteniendo las dimensiones del modelo en donde deben ser aplicados, tenemos las siguientes longitudes:

	Largo superficie con liners [mm]
Tapa	3.697,25
Estanque	6.972,00

Luego multiplicamos estas dimensiones por el  $P_{lineal-liners}$ , y se tiene:

	Masa por Liner [kg]
Tapa	4.209,14
Estanque	7.937,28

Y luego se amplifica por el número de filas aplicadas:

El resultado final es:

	Peso superficie [kg]
Tapa	227.293,44
Estanque	428.613,12

Y luego la carga de liners total se calcula como sigue (considerando dos tapas y un estanque):

$$Carga_{liners} = 2 * 227.293,44 + 428.613,12 [Kg]$$

$$Carga_{liners} = 8,83E + 05 [Kg]$$

### Modelo explícito de cargas excéntricas – Análisis global de rigidez

Los parámetros de entrada utilizados con los siguientes:

Componente Magnética Elástica Fija	336,00	[kN]
componente Magnética Elástica Variable Arranque ( $K_{mag}$ )	610,81	[kN/mm]
componente Magnética Elástica Variable Velocidad Nominal ( $K_{mag}$ )	442,51	[kN/mm]
componente Magnética Elástica Variable Velocidad Máxima ( $K_{mag}$ )	238,55	[kN/mm]
Número de polos (p)	20	
Delta angular ( $\delta$ )	18	[°]
Área de aplicación de esfuerzos (A)	1,19E+06	[mm <sup>2</sup> ]

La componente magnética fija es obtenida bajo el criterio de valor crítico máximo de las curvas de fuerzas entre polos, en la condición de montaje perfecto (16 [mm] de gap). Las componentes variables son deducidas de los datos operacionales del equipo, en tablas del proveedor suministradas confidencialmente, de las cuales fueron obtenidos los gráficos de esfuerzo entre polos en función del gap.

Con estos valores fue definida una distribución sinusoidal como sigue:

$$F_{neta\ variable} = \frac{K_{mag}}{2} * \sin\left(\frac{\theta * \pi}{180} - \frac{(P_i - 1) * \delta * \pi}{180} + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$F_{neta\ variable - x} = F_{neta} * \sin\left(\frac{(i - 1) * \delta * \pi}{180}\right)$$

$$F_{neta\ variable - y} = F_{neta} * \cos\left(\frac{(i - 1) * \delta * \pi}{180}\right)$$

Con  $i = 1..p$ .

Los cálculos angulares fueron tratados en radianes.

Las presiones aplicadas en las superficies de los modelos son:

$$P_{fija} = \frac{F_{neta\ fija}}{A}$$

$$P_{variable} = \frac{F_{neta\ variable}}{A}$$

## Rigidez de los resortes en descansos

$$\begin{aligned}\frac{1}{K_{equivalente}} &= \frac{1}{K_{pads}} + \frac{1}{K_{lubricante}} \\ K_{equivalente} &= \frac{1}{\frac{1}{K_{pads}} + \frac{1}{K_{lubricante}}} \\ K_{equivalente} &= \frac{1}{\frac{1}{5.363} + \frac{1}{63.280}} \left[ \frac{kN}{mm} \right] \\ K_{equivalente} &= 4.943,995 \left[ \frac{kN}{mm} \right]\end{aligned}$$

## Fuentes excitatorias

A continuación las frecuencias excitatorias incluidas en este estudio en función de las rpm del equipo y sus parámetros fundamentales.

Rotación nominal del molino:

$$F = \frac{rpm}{60} [Hz]$$

Paso de las corazas en las tapas:

$$F = \frac{rpm * \#liners\ tapa}{60} [Hz]$$

Fuente motriz:

$$F = \frac{rpm * p}{120} [Hz]$$

Con p número de polos del equipo.

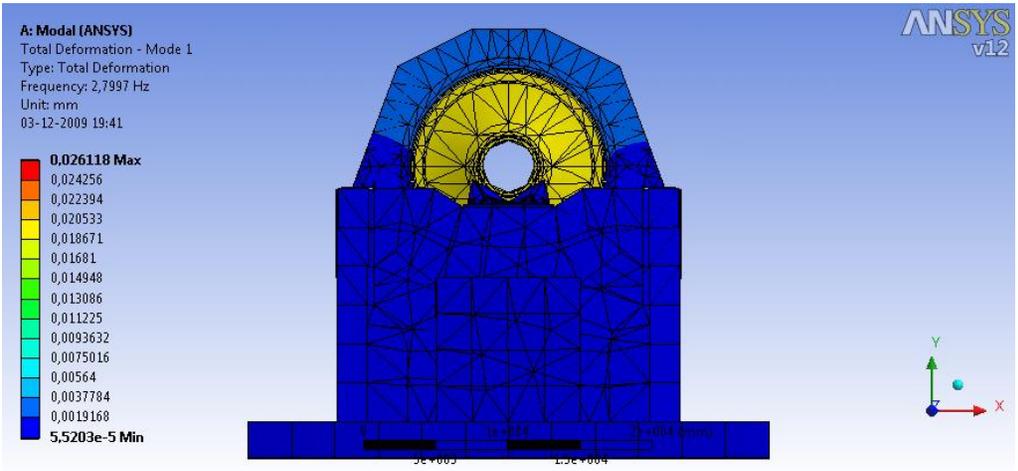
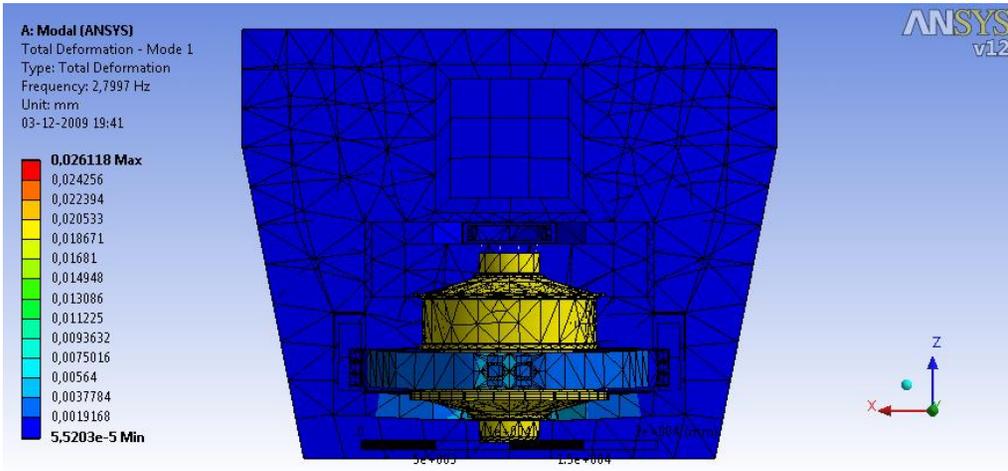
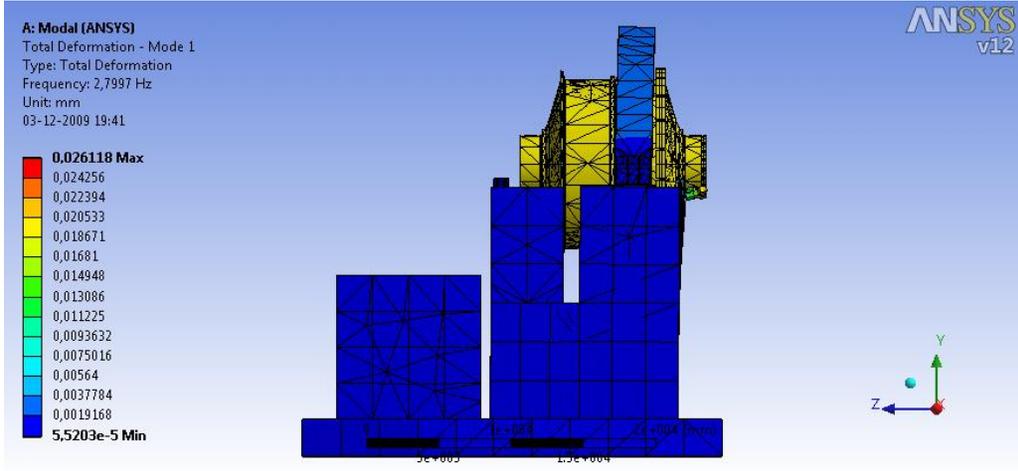
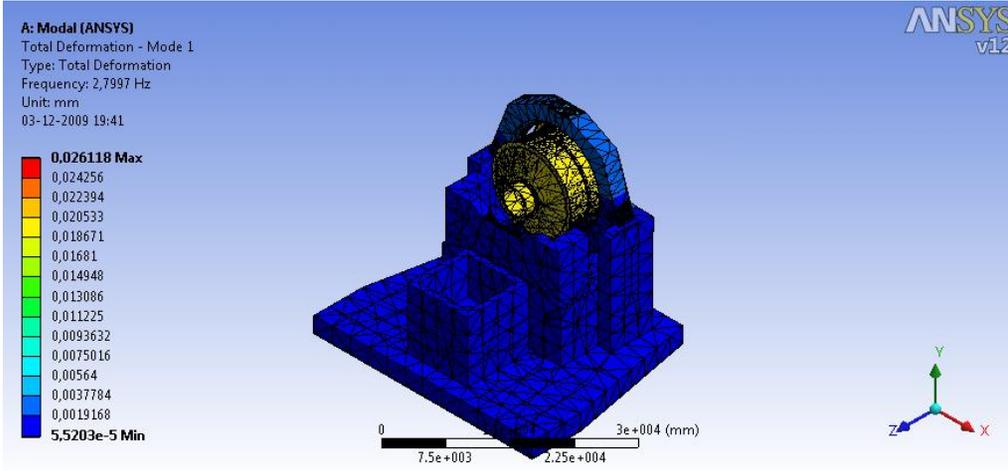
Paso de las corazas en el estanque:

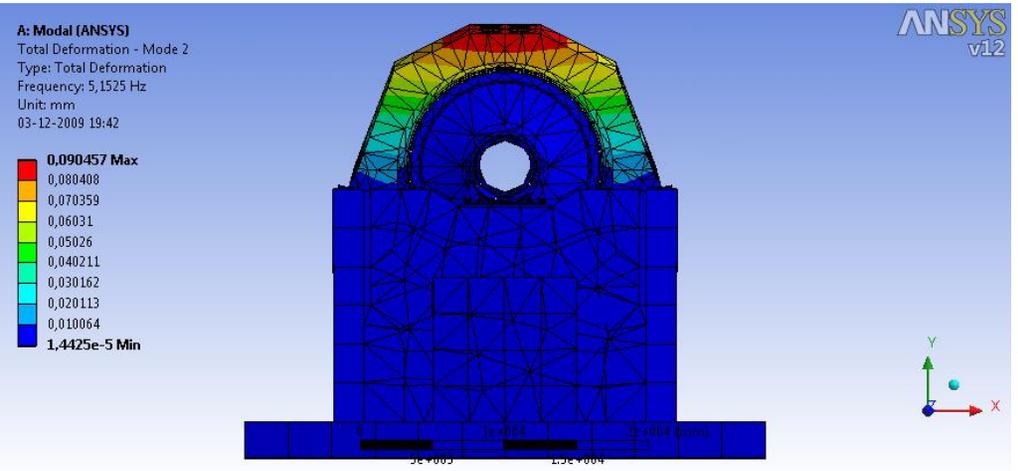
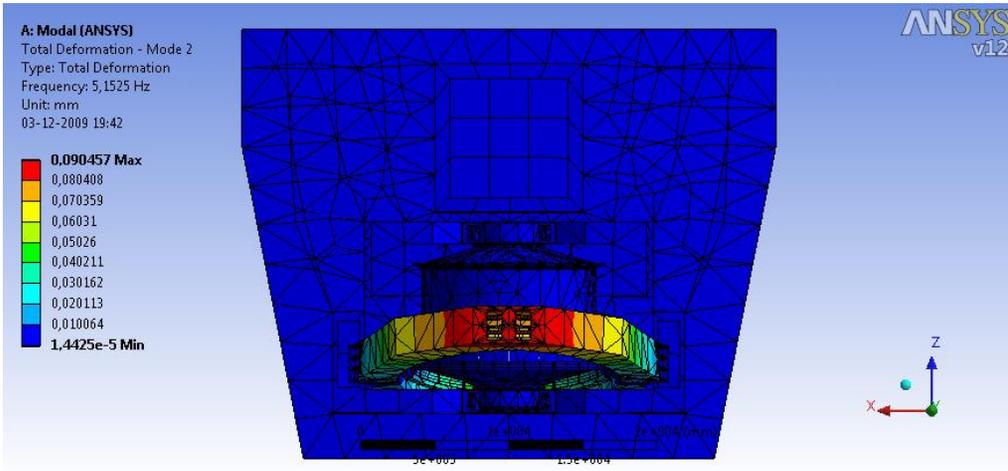
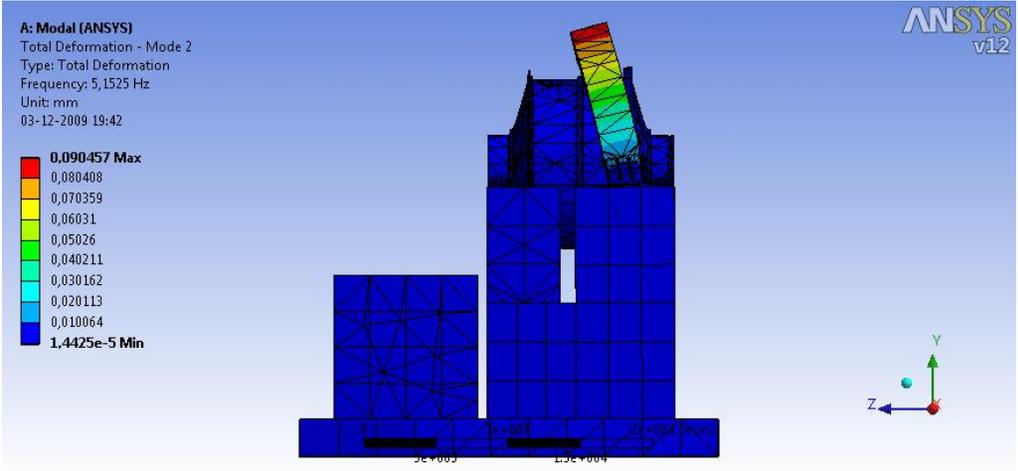
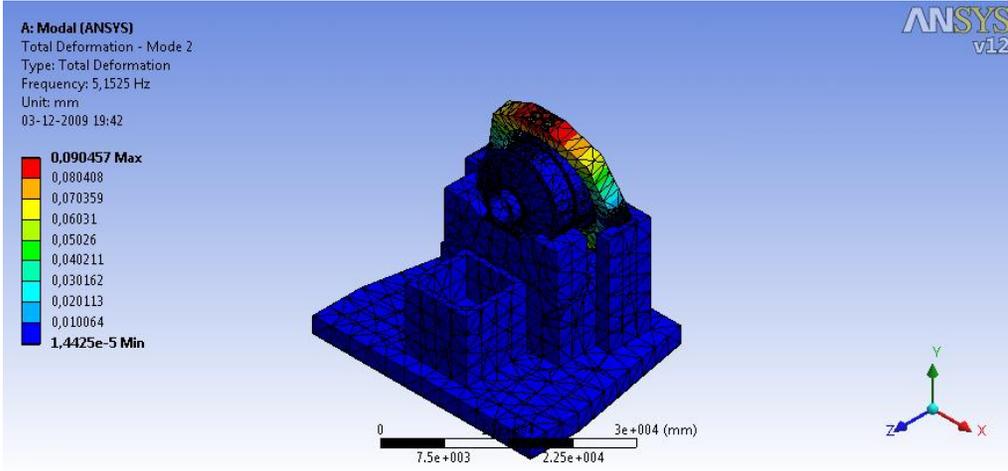
$$F = \frac{rpm * \#liners\ estanque}{60} [Hz]$$

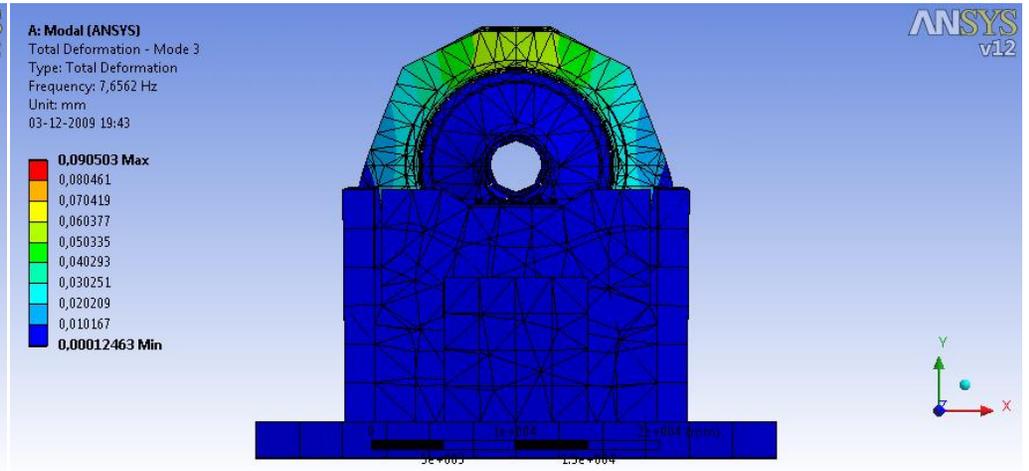
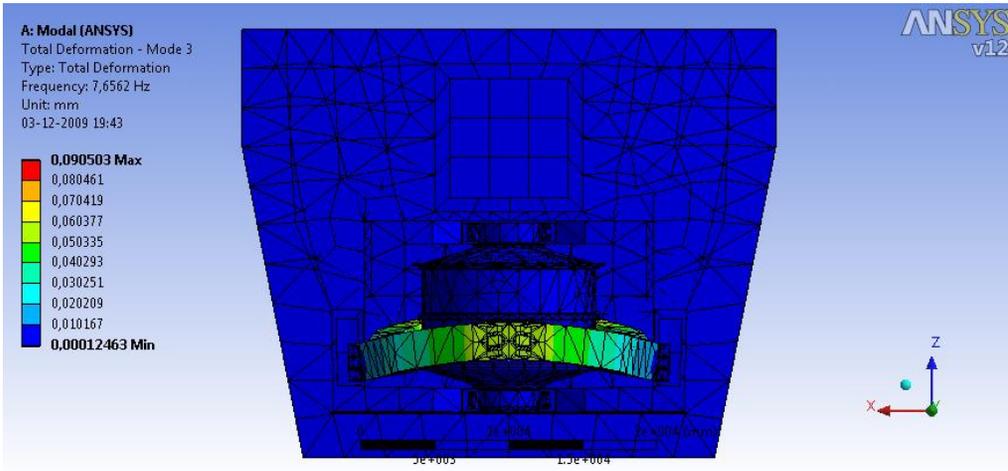
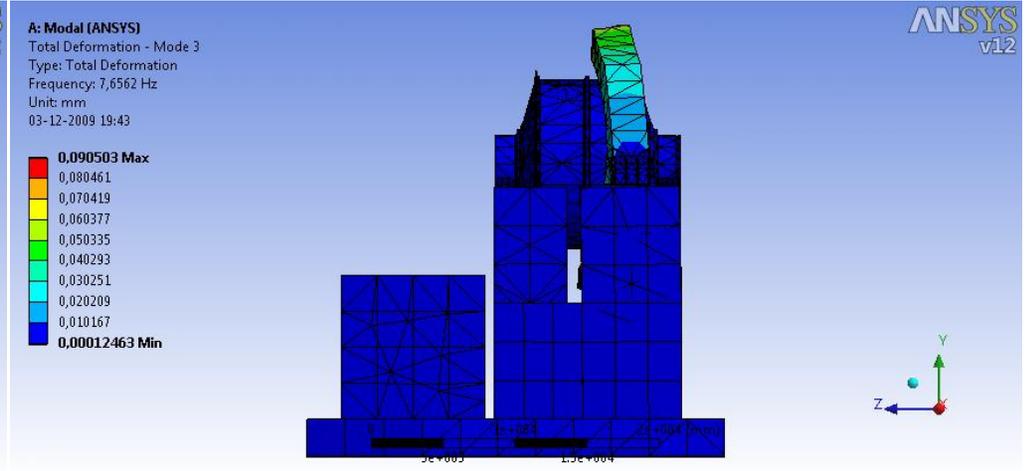
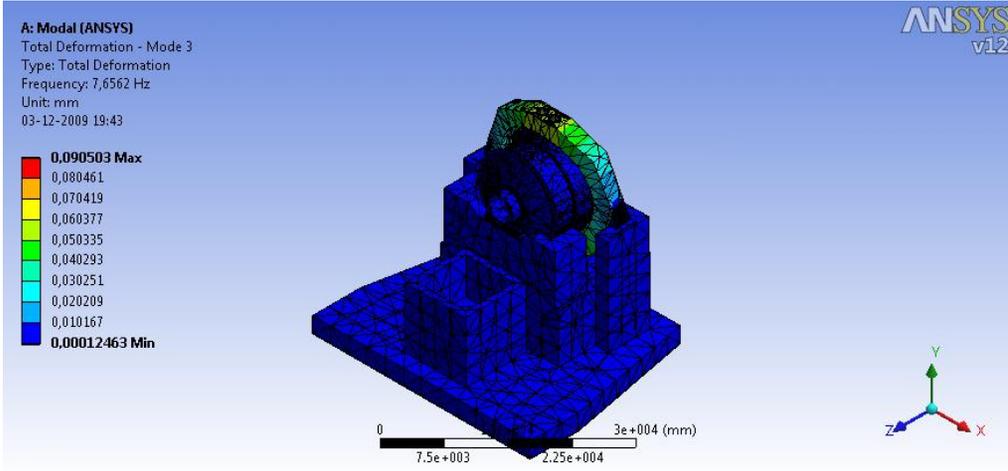
Paso de los polos eléctricos:

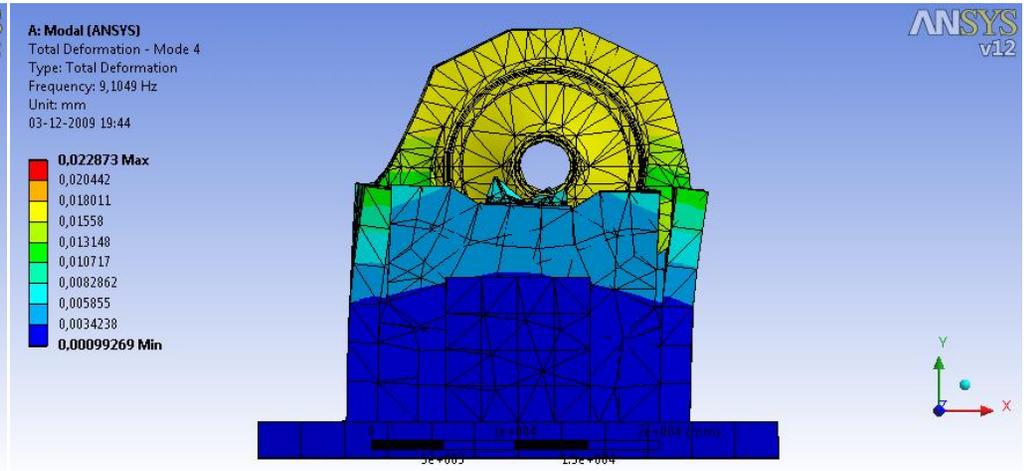
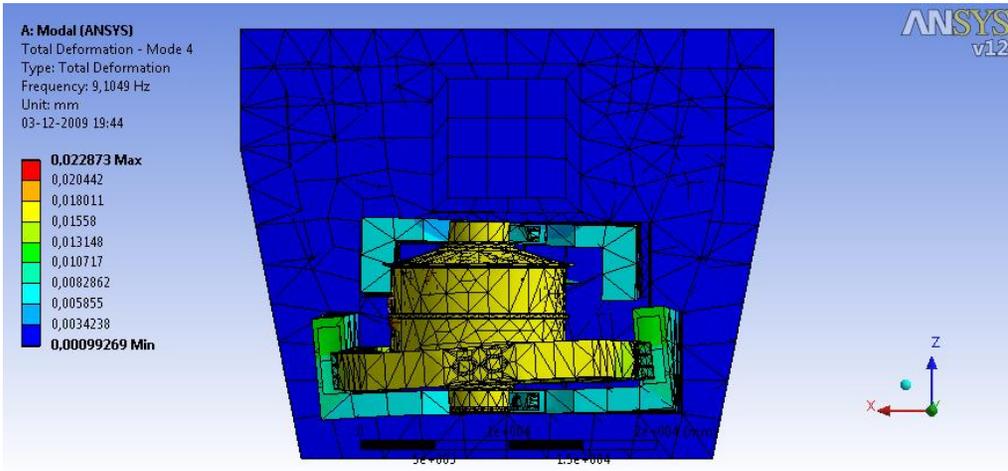
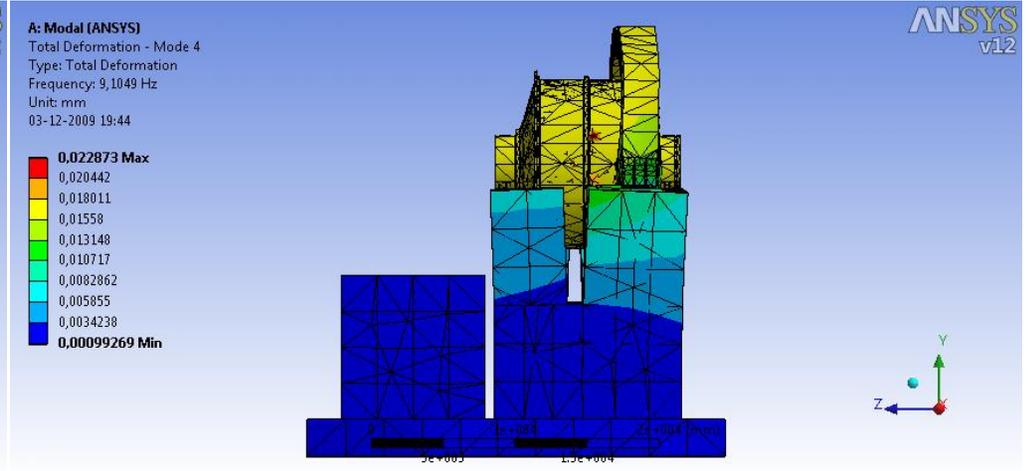
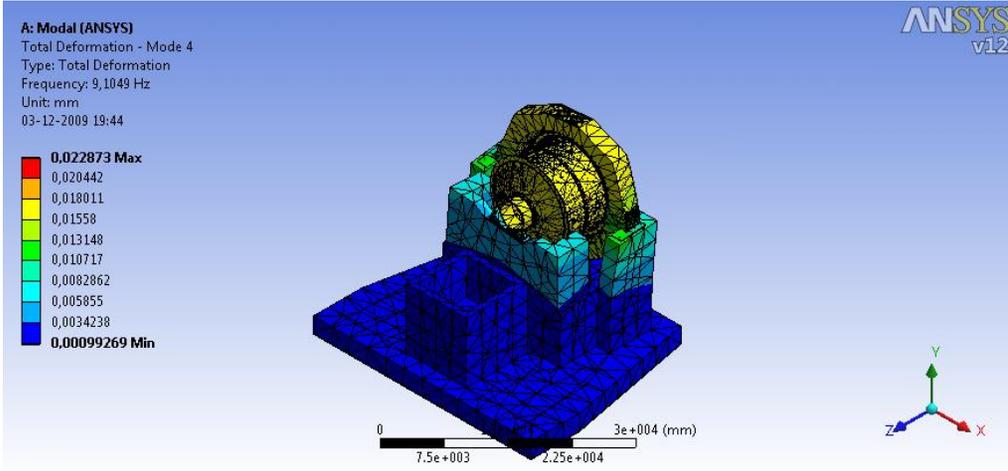
$$F = \frac{rpm * p}{60} [Hz]$$

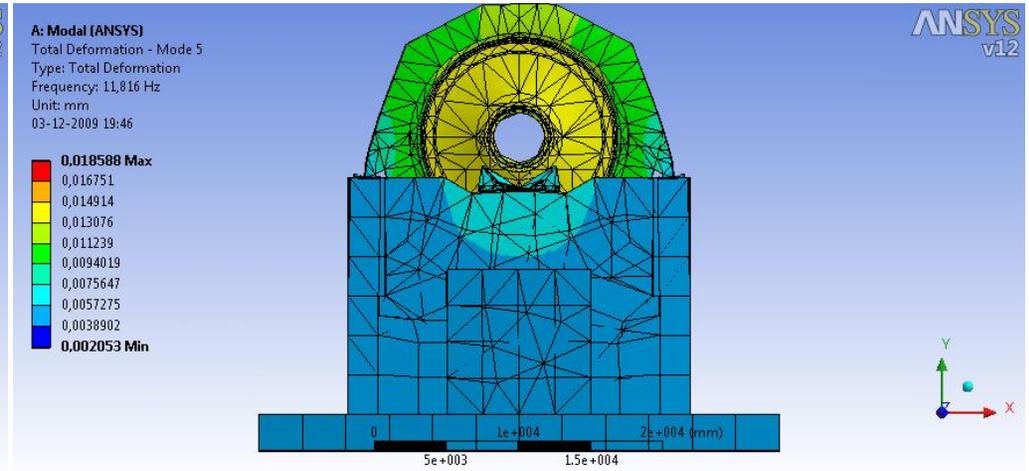
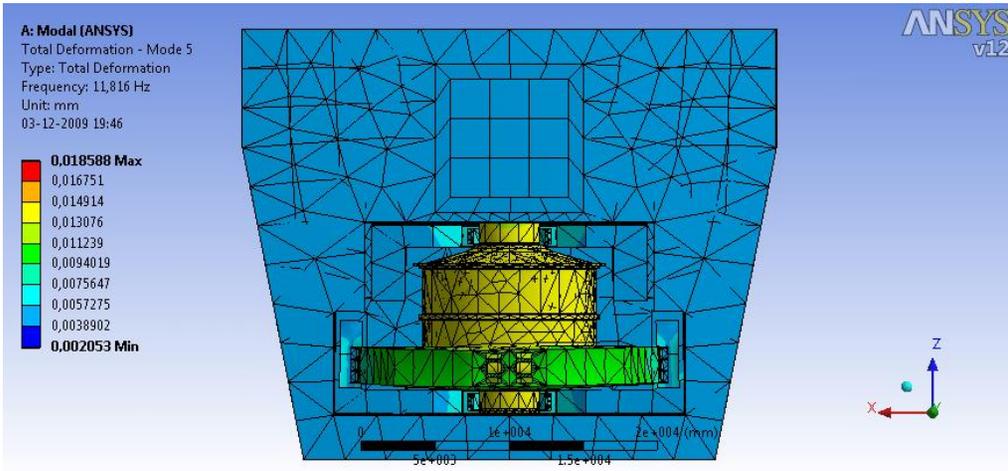
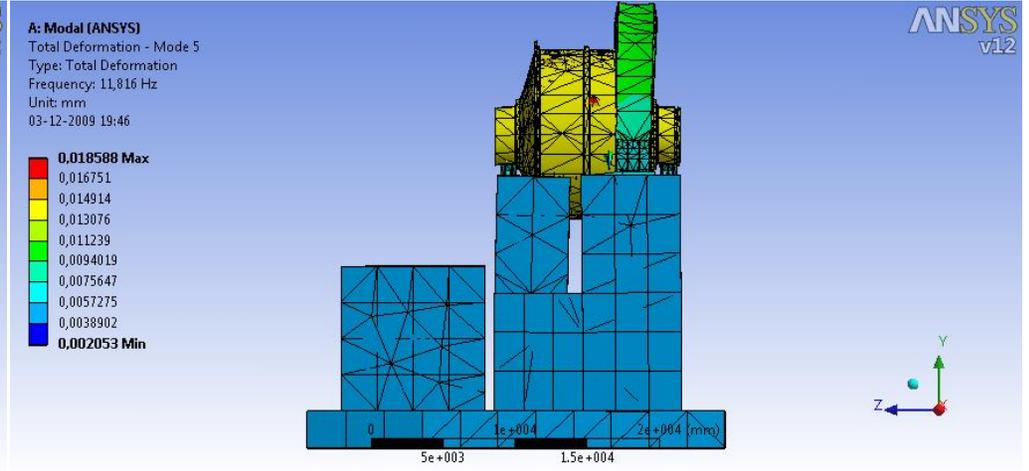
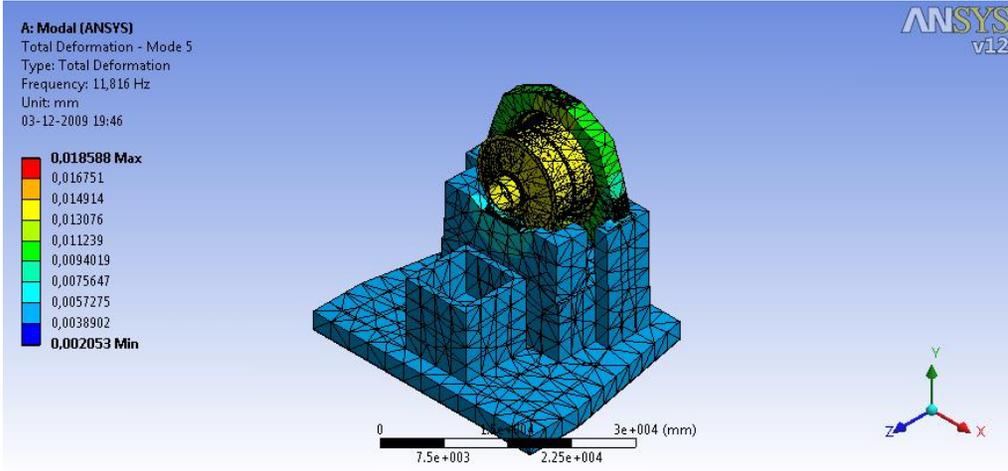
## ANEXO B – IMÁGENES DE MODOS NORMALES

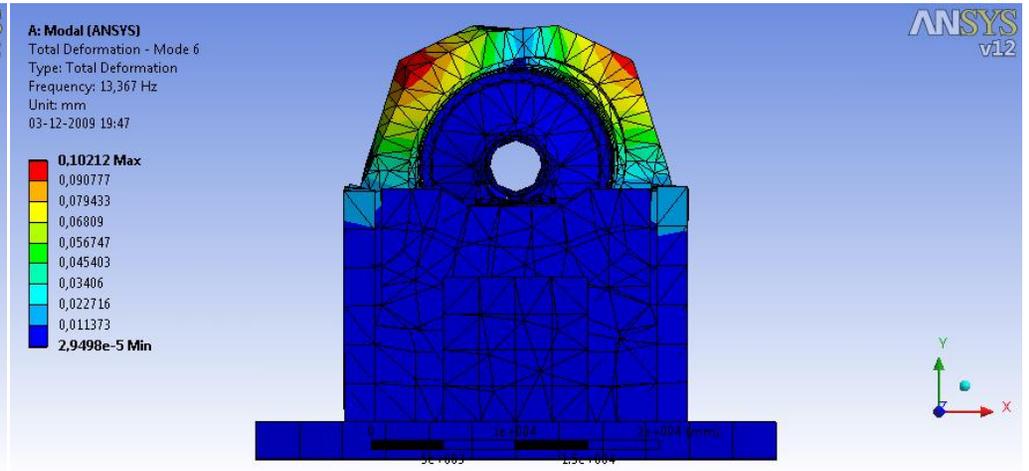
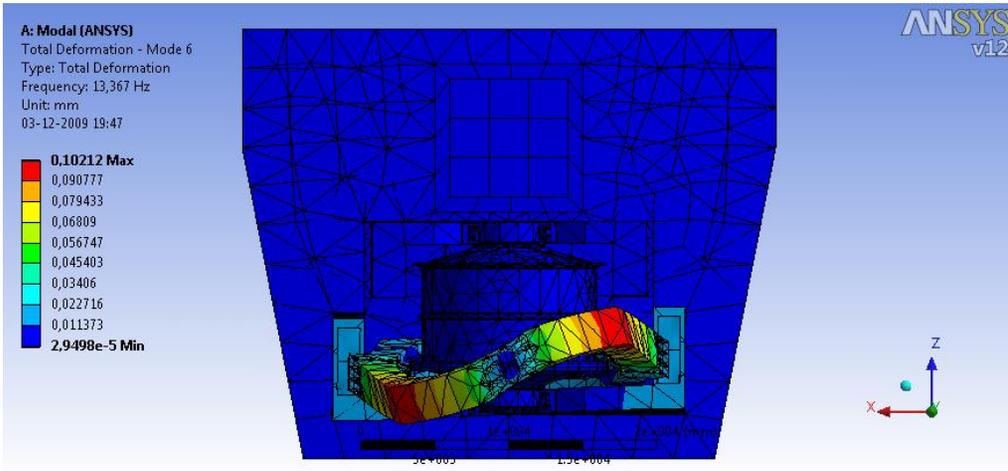
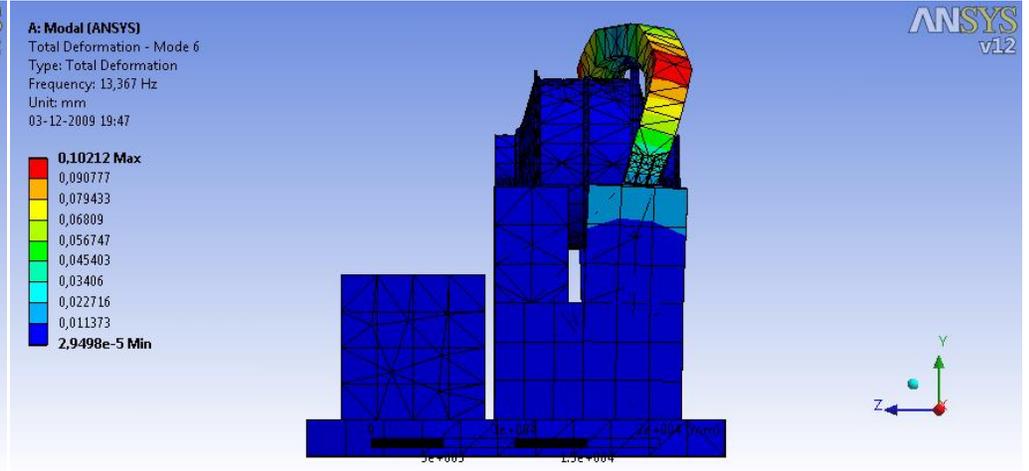
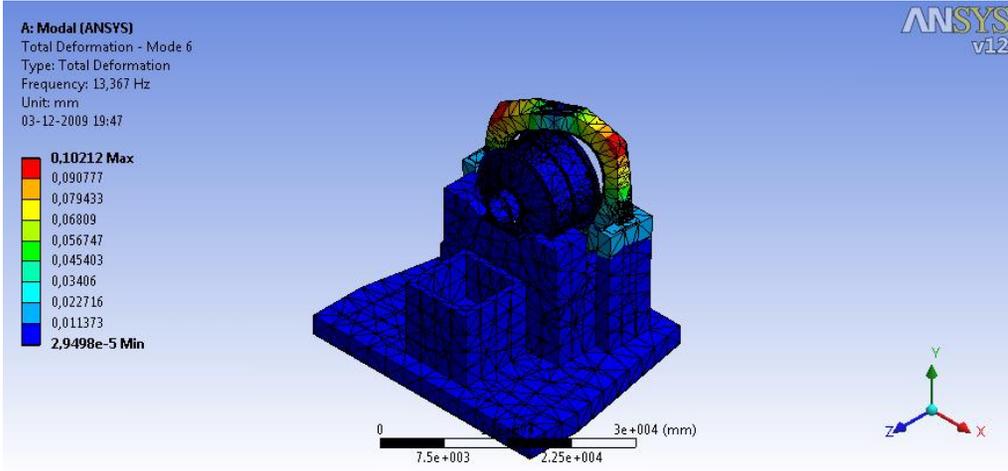


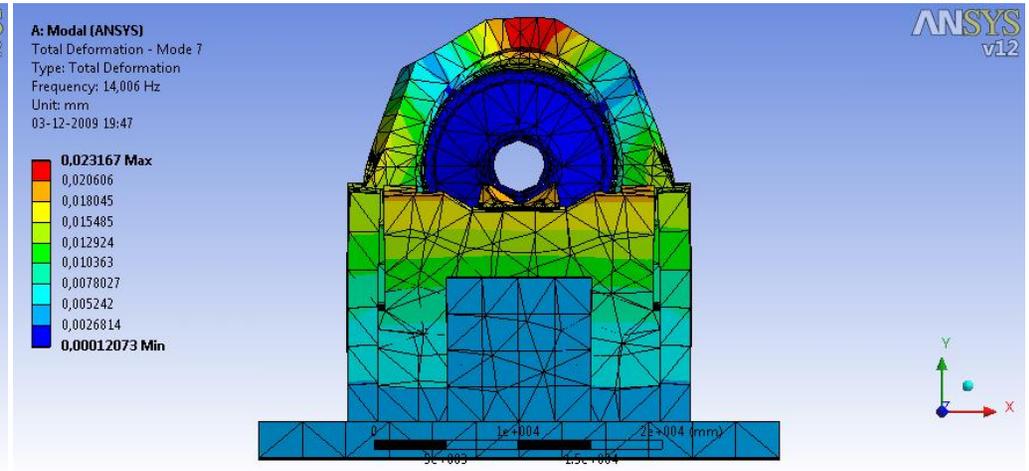
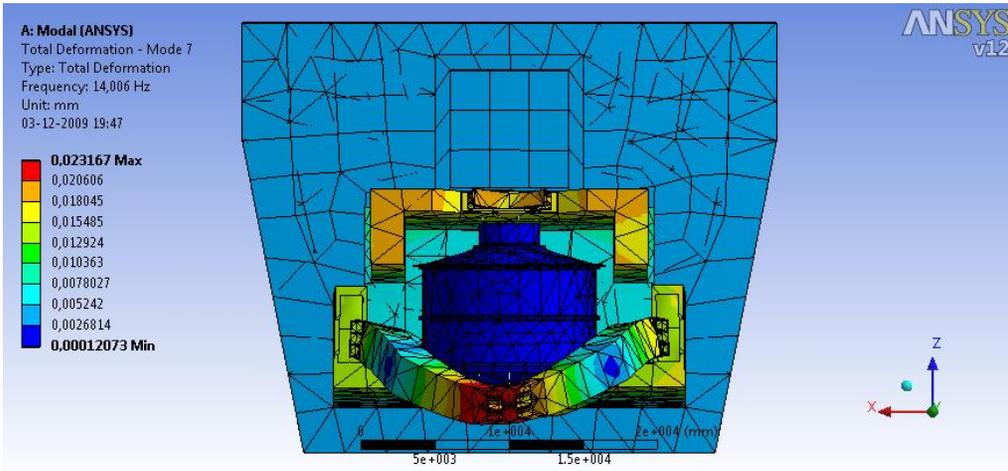
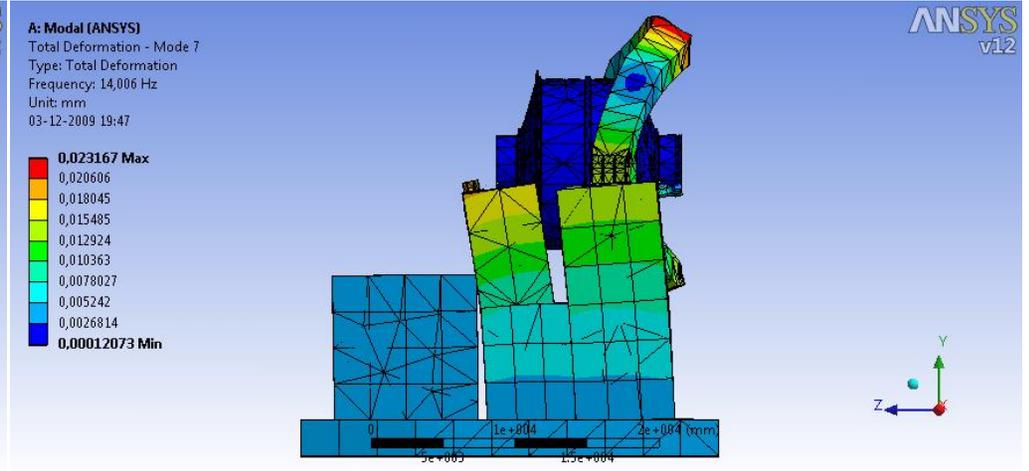
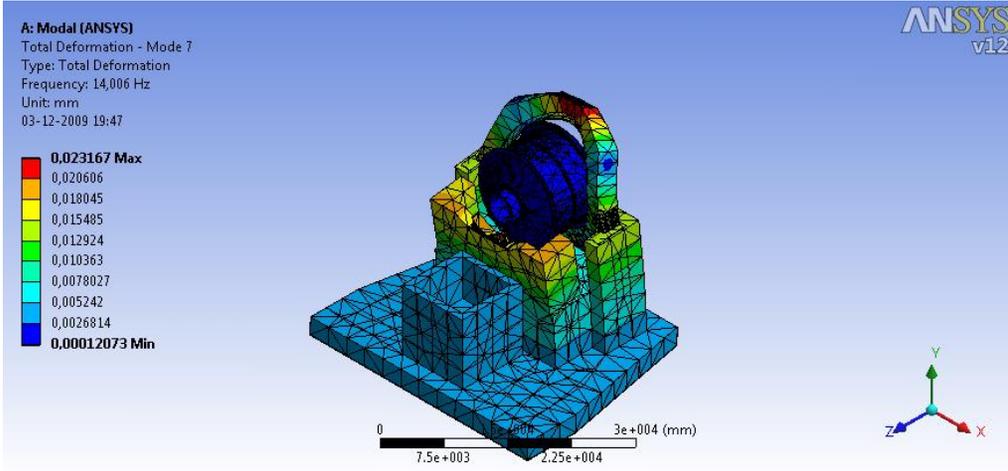


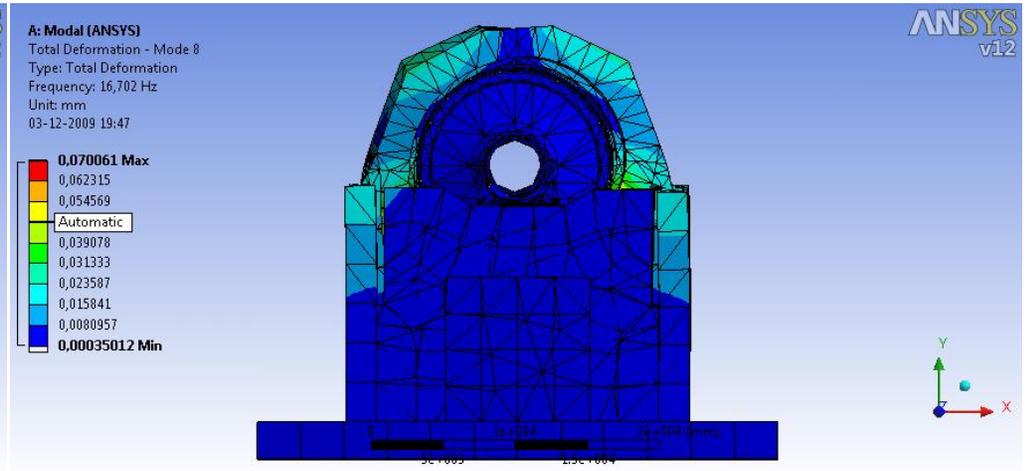
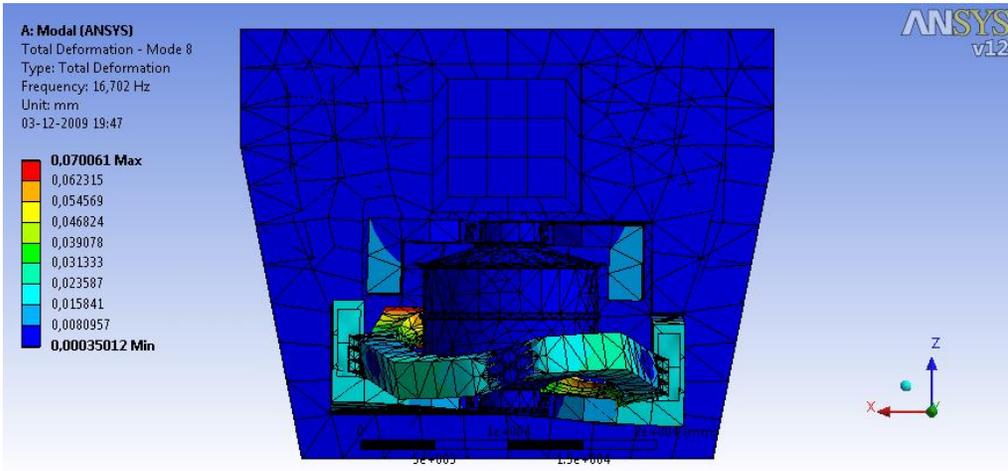
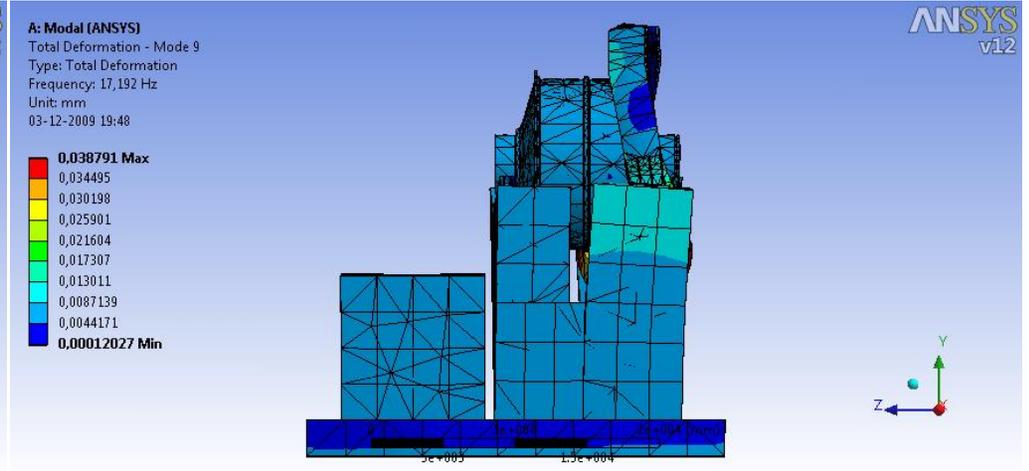
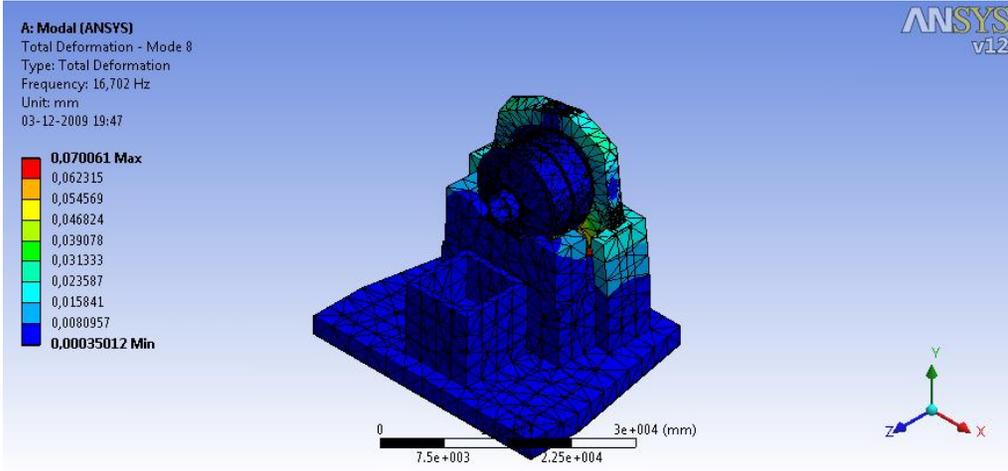


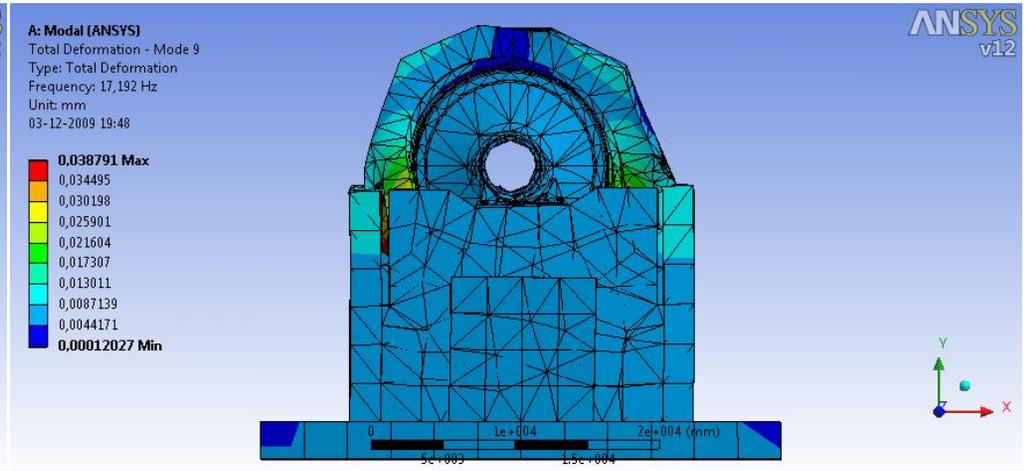
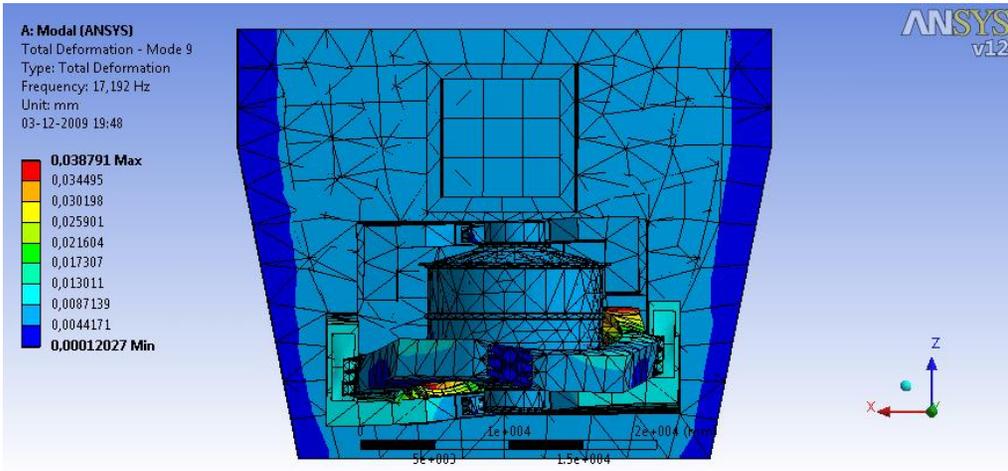
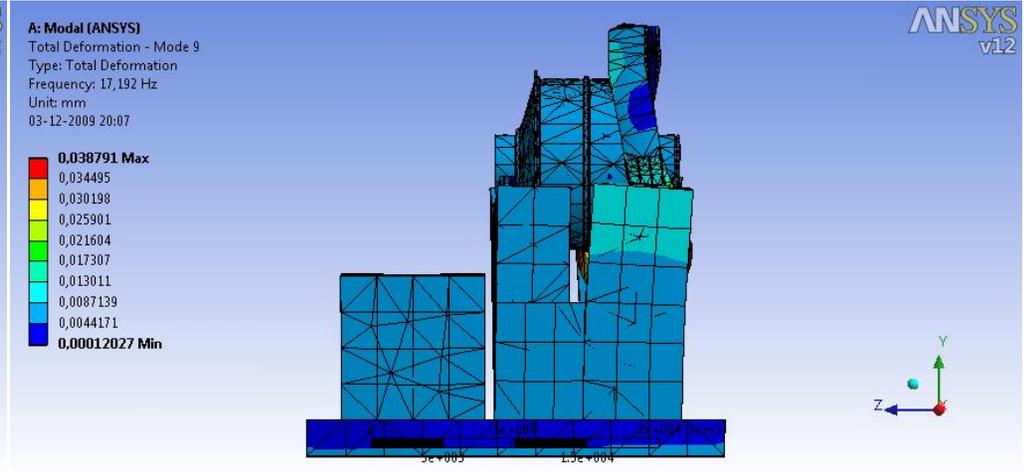
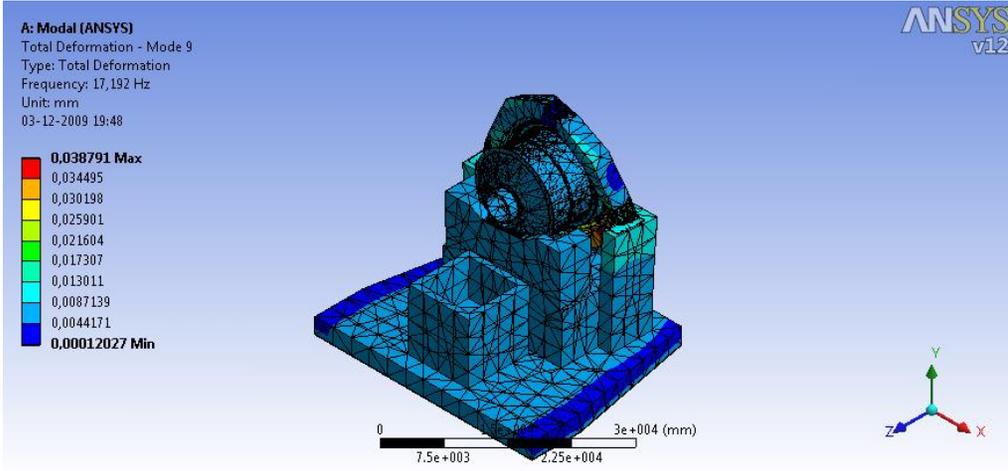


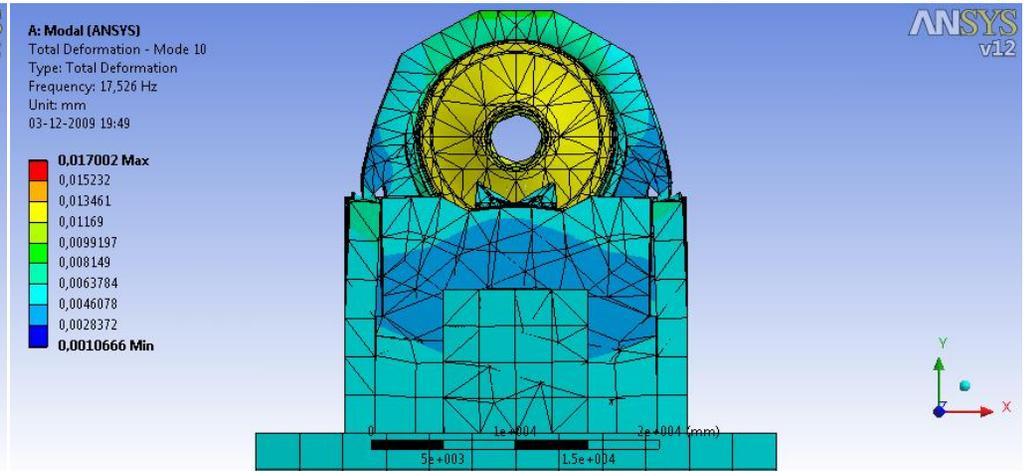
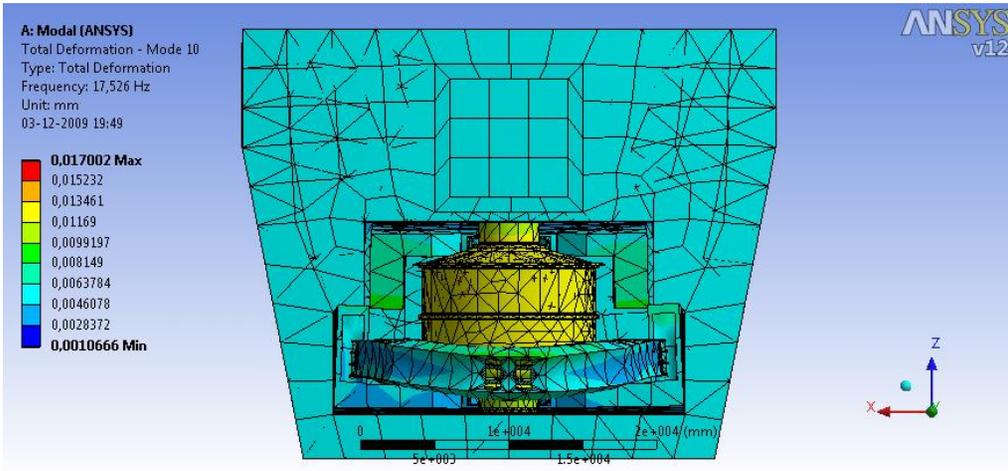
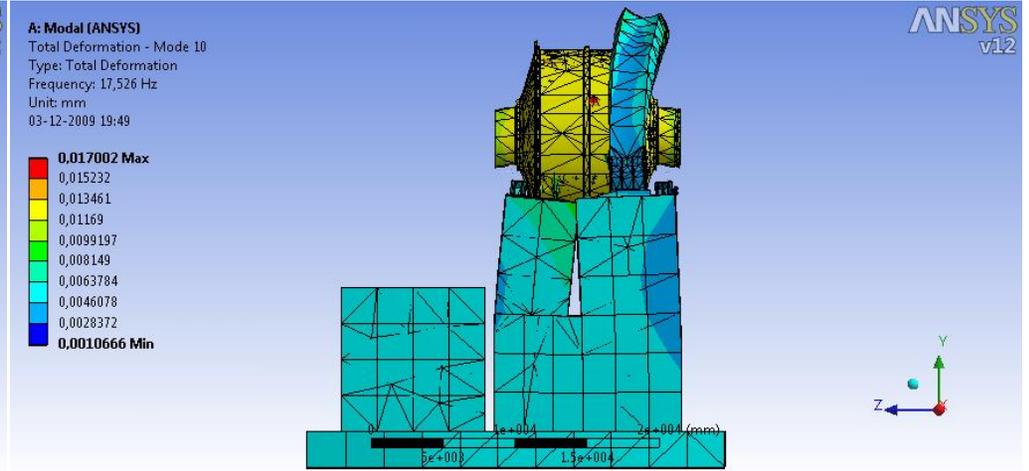
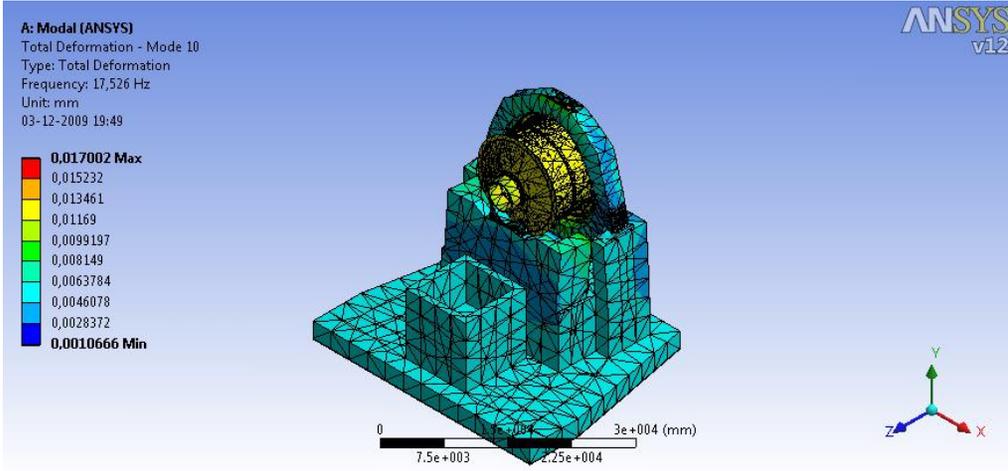


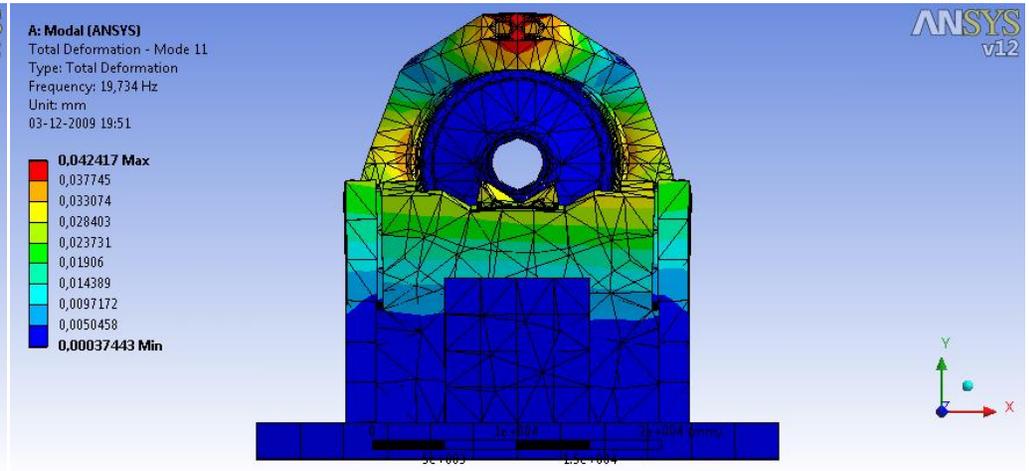
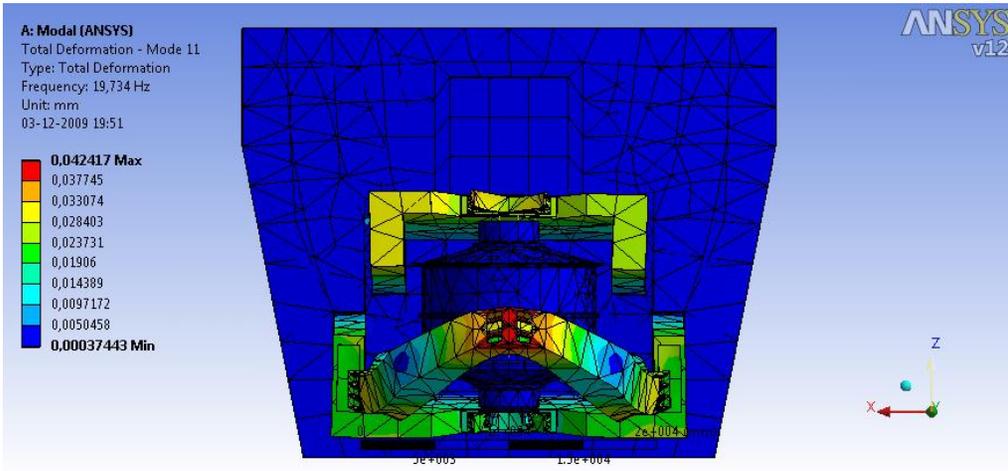
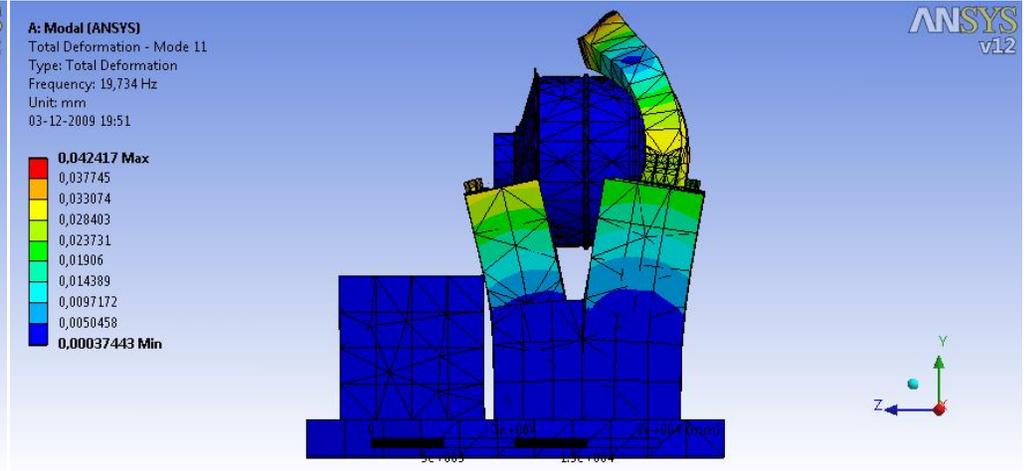
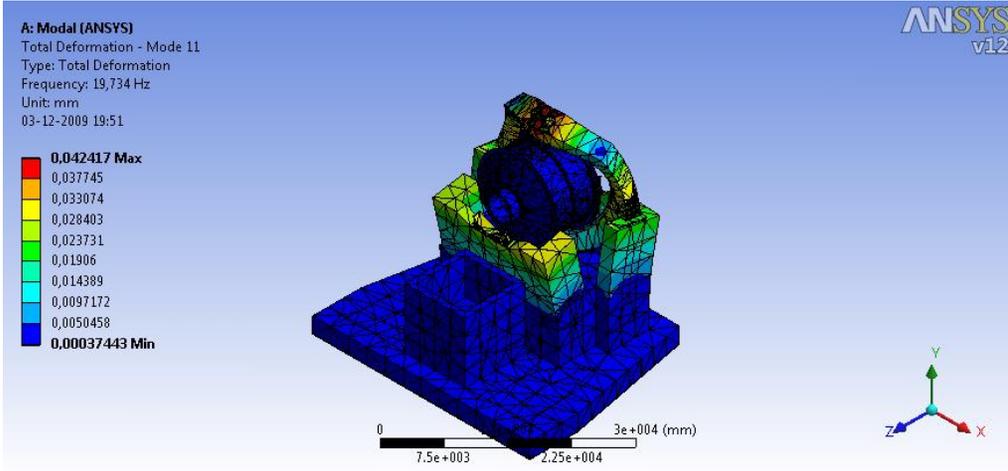


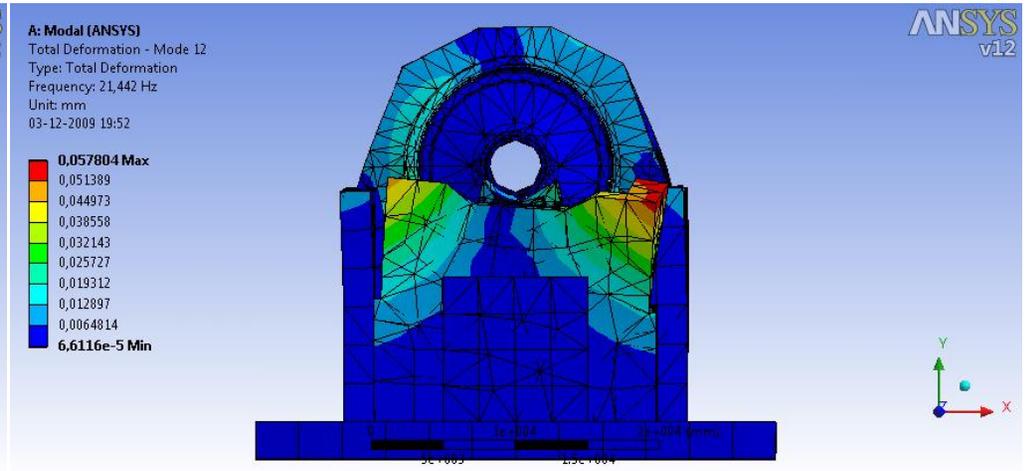
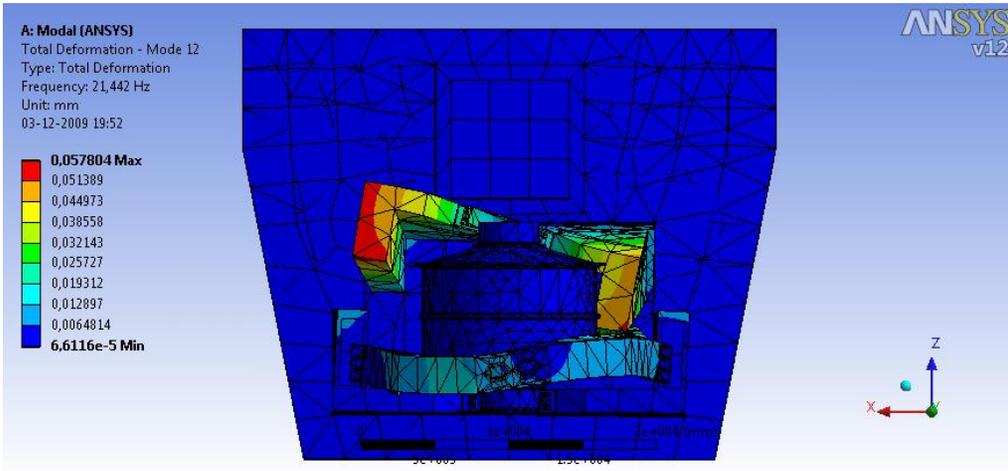
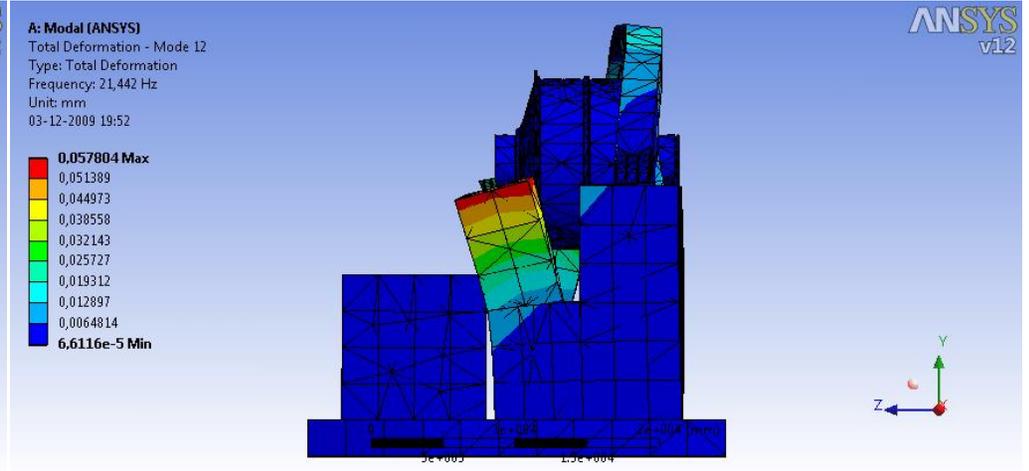
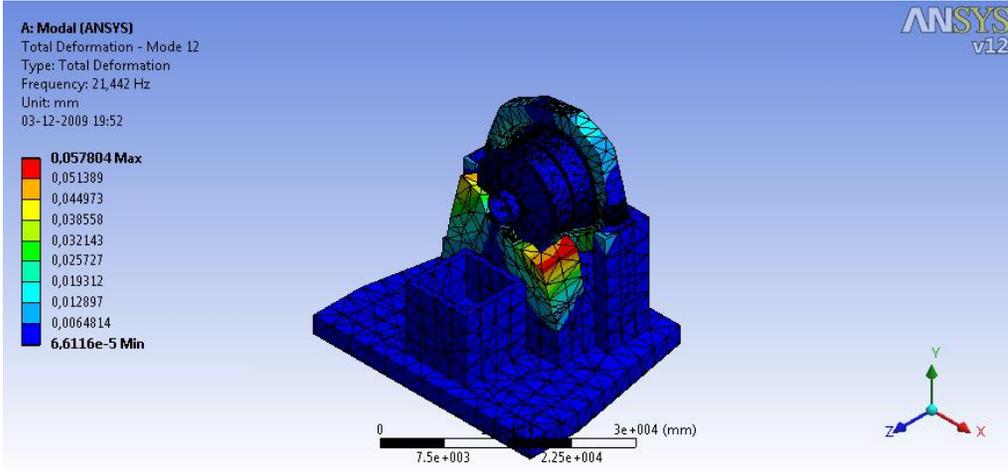






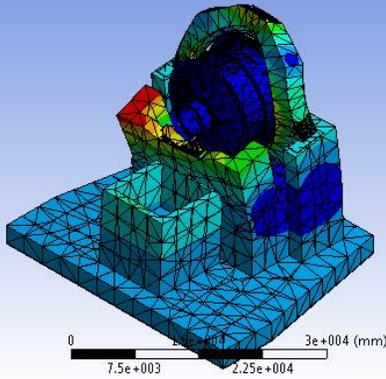






A: Modal (ANSYS)  
Total Deformation - Mode 13  
Type: Total Deformation  
Frequency: 21,61 Hz  
Unit: mm  
03-12-2009 19:52

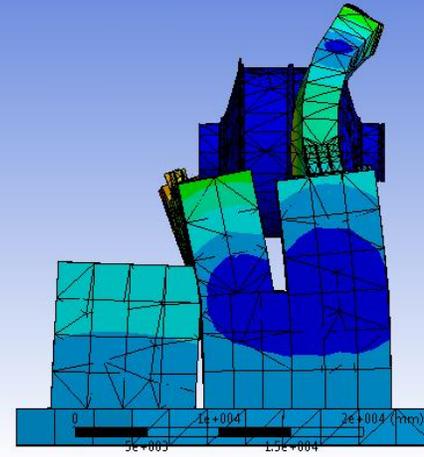
0,037897 Max  
0,033696  
0,029495  
0,025294  
0,021093  
0,016892  
0,012691  
0,0084894  
0,0042883  
8,7145e-5 Min



ANSYS  
v12

A: Modal (ANSYS)  
Total Deformation - Mode 13  
Type: Total Deformation  
Frequency: 21,61 Hz  
Unit: mm  
03-12-2009 19:52

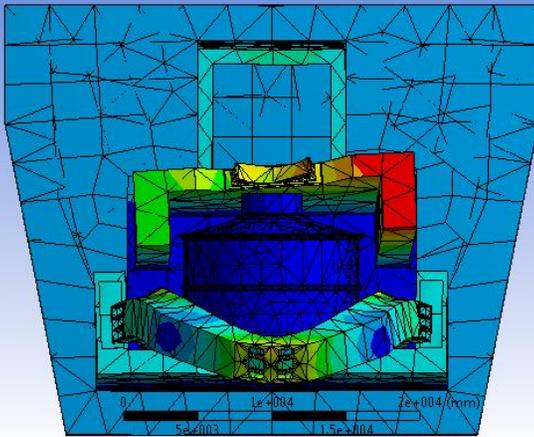
0,037897 Max  
0,033696  
0,029495  
0,025294  
0,021093  
0,016892  
0,012691  
0,0084894  
0,0042883  
8,7145e-5 Min



ANSYS  
v12

A: Modal (ANSYS)  
Total Deformation - Mode 13  
Type: Total Deformation  
Frequency: 21,61 Hz  
Unit: mm  
03-12-2009 19:52

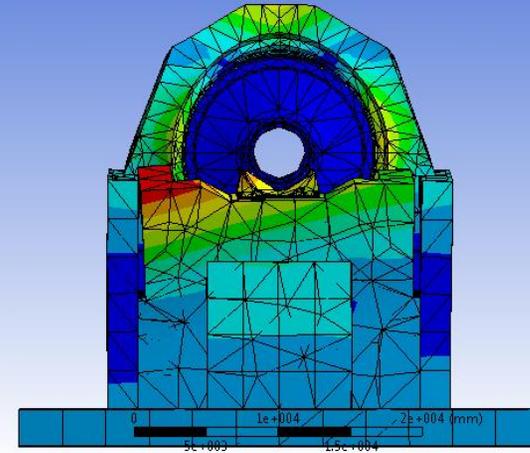
0,037897 Max  
0,033696  
0,029495  
0,025294  
0,021093  
0,016892  
0,012691  
0,0084894  
0,0042883  
8,7145e-5 Min



ANSYS  
v12

A: Modal (ANSYS)  
Total Deformation - Mode 13  
Type: Total Deformation  
Frequency: 21,61 Hz  
Unit: mm  
03-12-2009 19:52

0,037897 Max  
0,033696  
0,029495  
0,025294  
0,021093  
0,016892  
0,012691  
0,0084894  
0,0042883  
8,7145e-5 Min



ANSYS  
v12

