



UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

OPTIMIZACIÓN DE LA OPERACIÓN DEL SISTEMA EMBALSE PUCLARO  
INCORPORANDO EL OBJETIVO DE GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

IGNACIO NICOLÁS BEYÁ MARSHALL

PROFESOR GUÍA:  
MARCELO OLIVARES ALVEAL

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
JAMES MCPHEE TORRES  
ERWIN HOEHMANN FRERK

NOVIEMBRE 2010

Resumen de la memoria para optar al Título de  
Ingeniero Civil

Por : Ignacio Nicolás Beya Marshall

Prof. Guía : Marcelo Olivares

Fecha : 25 de Noviembre de 2010

## **OPTIMIZACIÓN DE LA OPERACIÓN DEL SISTEMA EMBALSE PUCLARO INCORPORANDO EL OBJETIVO DE GENERACIÓN HIDROELÉCTRICA**

En la cuenca del río Elqui, región de Coquimbo, están ubicados los Embalses La Laguna y Puclaro. Recientemente en el año 2008 al embalse Puclaro se le integró la central hidroeléctrica del mismo nombre concebida como central de pasada, manteniéndose las decisiones de operación del embalse dominadas por el uso del agua para riego. El esquema de operación actual, considerado como conservador, apunta principalmente a tener los embalses, La Laguna y Puclaro, llenos al inicio de la temporada de riego. Tal esquema resulta a menudo en vertimientos desde los embalses durante la época de deshielo, con la consiguiente pérdida de energía generable.

El objetivo del presente trabajo es explorar posibles mejoras de la operación actual de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui que no solamente consideren el uso del agua en riego, sino que también la generación hidroeléctrica. Específicamente, se busca un esquema de operación que permita incrementar la generación eléctrica sin perjuicio de la producción agrícola.

Se desarrolló una herramienta capaz de proponer una política y secuencia de operación que maximiza la producción eléctrica considerando las demandas de riego. Se utilizó el programa computacional de modelamiento algebraico GAMS para modelar el sistema y optimizar la operación en base a un pronóstico de caudales afluentes a la cuenca.

La herramienta desarrollada utiliza dos modelos acoplados, donde el primero de ellos, denominado *Modelo de Valor Futuro del Agua Embalsada* entrega, mediante el método *Value iteration* (programación dinámica), entrega una aproximación de las funciones de valor futuro del agua embalsada. Los resultados de este primer modelo son utilizados por el segundo modelo, de *Re-optimización*, el que tiene el objetivo de generar una secuencia óptima de operación en el periodo de simulación, a partir de un pronóstico de caudales afluentes a la cuenca y las funciones de valor futuro.

El análisis de los resultados obtenidos permite concluir que se desarrolló una herramienta de apoyo a la toma de decisiones que optimiza el recurso hídrico disponible en la cuenca y se espera que el trabajo realizado sea un aporte real al mejoramiento de la operación de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui.

Los modelos generados en este trabajo están ajustados para ser utilizados en la cuenca del río Elqui. Sin embargo, pueden ser implementados en otras cuencas que posean uno o más embalses y centrales hidroeléctricas, y que además no necesariamente tengan como objetivo principal suplir las demandas de riego.

## **Agradecimientos**

En primer lugar quiero agradecer a mi familia, por ser un pilar fundamental en mi desarrollo como persona y alumno. Les agradezco en forma especial a mis padres Marilyn y Francisco por su preocupación en mis estudios, por entregarme los elementos necesarios para cumplir en la universidad y por la herencia más valiosa, mi educación. A mis hermanos favoritos: Víctor, José y Rocio, que si bien no me ayudaron en nada en este trabajo, me entretuve molestándolos.

Le agradezco al profesor Marcelo Olivares, por haberme dado la oportunidad de realizar este proyecto y ser mi guía en él. Destaco el compromiso y las gestiones para con este proyecto y los conocimientos que me transmitió desde un comienzo, su apoyo fue fundamental para terminar con éxito este trabajo.

También quiero agradecer a Jordi Dagá, ingeniero civil de GPE a cargo de este proyecto, quien siempre estuvo disponible y mostrar gran interés en realizar comentarios que fueron importantes en el desarrollo de este trabajo.

Al profesor James McPhee, al Sr. Erwin Hoehmann y al profesor Fernando Ordoñez por sus valiosos comentarios respecto a este trabajo.

A GPE quienes financiaron este proyecto, gestionaron una visita a terreno y mostraron gran disposición a aportar con datos y material.

Agradecimientos especiales merecen mis grandes amigos, Josefo y los miembros del Club Atlético Tigres Suelto C.A.T.S., institución que tengo el honor de formar parte. Chama, Colombiano, Reish, Gato, Erosh, Chico, Luci, Castroelasco, Promis, Samisam, Showman, Paco, Gratza, Leo Lupi, Mac, Chavé, Doc-Lucas y Josgodoy, por haber sido parte importante de mi vida durante todos estos años en Beauchef y espero lo sigan siendo.

Por último y no por eso menos importante, agradecer a Bárbara por acompañarme en este proceso y por la ayuda que me brindo en la redacción.

# Índice general

1	Introducción.....	12
2	Objetivos .....	15
2.1	Objetivo general.....	15
2.2	Objetivos específicos .....	15
3	Revisión bibliográfica .....	16
3.1	Operación óptima de sistemas de embalses .....	16
3.2	Value iteration .....	18
3.3	Aproximación de funciones .....	21
3.4	Uso de información hidrológica en modelos operacionales .....	24
4	Antecedentes relativos al sistema embalse Puclaro .....	26
4.1	Medición de Caudales.....	26
4.2	Operación actual de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui.....	27
4.3	Sectores de riego.....	30
4.4	Antecedentes relativos a los embalses La Laguna y Puclaro .....	30
4.4.1	Embalse Puclaro.....	30
4.4.2	Embalse La Laguna.....	34
4.5	Antecedentes relativos a la central hidroeléctrica Puclaro .....	35
5	Formulación del problema de optimización .....	40
5.1	Variables y parámetros del modelo.....	44
5.1.1	Variables de decisión.....	44
5.1.2	Variables de estado .....	45
5.1.3	Variables auxiliares, parámetros fijos y modificables.....	46
5.2	Restricciones .....	46
5.3	Función objetivo.....	52
5.4	Estrategia de solución.....	56
6	Modelo de valor futuro del agua embalsada .....	59
6.1	Asignación de valores a los parámetros .....	61
6.1.1	Parámetros fijos .....	62
6.1.2	Parámetros modificables .....	63
6.2	Resultados y análisis .....	70

6.2.1	Resultados.....	70
6.2.2	Análisis .....	77
7	Modelo de Re-optimización.....	78
7.1	Asignación de valores a los parámetros .....	80
7.1.1	Parámetros fijos.....	80
7.1.2	Parámetros modificables .....	81
7.2	Resultados y análisis .....	85
8	Conclusiones.....	89
9	Bibliografía y referencias.....	92
10	Anexos.....	94
10.1	A1.....	94
10.2	A2.....	96
10.3	B1.....	99
10.4	C1 .....	118

## Índice de figuras

Figura 1.1: Ubicación de los embalses La Laguna y Puclaro en la cuenca del río Elqui. .....	13
Figura 3.1: Algoritmo del método <i>value iteration</i> (fuente: Value iteration and policy iteration algorithms for Markov decision problem, 1996). .....	20
Figura 3.2: Bases de Chebyshev hasta orden 7.....	24
Figura 4.1: Ubicación de las estaciones fluviométricas de la <i>Dirección General de Aguas</i> en la cuenca del río Elqui. ....	26
Figura 4.2: Esquema del sistema hídrico y sectores de riego en la cuenca del río Elqui. .....	27
Figura 4.3: Promedios ponderados por las acciones de agua pronosticada e histórica en los sectores de riego aguas arriba al embalse Puclaro durante los años 2000 al 2009. 29	
Figura 4.4: Promedios ponderados por las acciones de agua pronosticada e histórica en los sectores de riego aguas abajo al embalse Puclaro durante los años 2000 al 2009. 29	
Figura 4.5: Muro y evacuador de crecidas del embalse Puclaro. ....	31
Figura 4.6: Curva de embalse Puclaro (Fuente: <i>Dirección de Riego. MOP 1994</i> ). ....	32
Figura 4.7: Espejo de agua embalse Puclaro (fuente: <i>Estudio de la energía generable. Central hidroeléctrica, 2007</i> ). ....	32
Figura 4.8: Tasa de evaporación diaria promediada mensualmente registrada en la estación meteorológica ubicada a los pies del embalse Puclaro desde el año 2000 hasta el 2006. ....	33
Figura 4.9: Infiltración diaria en el embalse Puclaro (fuente: <i>Estudio de la energía generable. Central hidroeléctrica, 2007</i> ). ....	34
Figura 4.10: Muro, canal de descarga y aforador del embalse La Laguna.....	35
Figura 4.11: Casa de maquinas de la central hidroeléctrica Puclaro.....	36
Figura 4.12: Curvas de rendimiento para turbinas de la central Puclaro.....	37
Figura 4.13: Distribución de caudales entre turbinas para una altura neta $H_n \geq 67$ m. .38	
Figura 4.14: Distribución de caudales entre turbinas para una altura neta $67 > H_n > 50$ m. ....	39
Figura 5.1: Esquema del sistema hídrico y sectores de riego en la cuenca del río Elqui. .....	40
Figura 5.2: Diagrama general del modelo matemático.....	42
Figura 5.3: Comparación de las curvas reales y ajustadas del rendimiento conjunto turbina - generador de la central hidroeléctrica Puclaro. ....	43
Figura 5.4: Esquema del funcionamiento de la herramienta de apoyo a la toma de decisiones desarrollada en este trabajo. ....	57

Figura 6.1: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007. ....	63
Figura 6.2: <i>Desmarques</i> en los sectores de riego N° 1 y N° 2 utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> . ....	64
Figura 6.3: Caudales naturales afluentes al río Elqui asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> para los meses de Otoño e Invierno. ....	67
Figura 6.4: Caudales naturales afluentes al río Elqui asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> para los meses de Primavera y Verano. ....	68
Figura 6.5: Caudales afluentes al embalse La Laguna asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> para los meses de Otoño e Invierno. ....	68
Figura 6.6: Caudales afluentes al embalse La Laguna asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> para los meses de Primavera y Verano. ....	69
Figura 6.7: Errores en la convergencia para las distintas combinaciones de parámetros subjetivos $wv_1$ y $wv_2$ . ....	71
Figura 6.8: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos $wv_1 = 0$ y $wv_2 = 0$ . ....	72
Figura 6.9: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos $wv_1 = 1$ y $wv_2 = 1$ . ....	72
Figura 6.10: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos $wv_1 = 2$ y $wv_2 = 2$ . ....	73
Figura 6.11: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos $wv_1 = 3$ y $wv_2 = 3$ . ....	73
Figura 6.12: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos $wv_1 = 0$ y $wv_2 = 0$ . ....	74
Figura 6.13: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos $wv_1 = 1$ y $wv_2 = 1$ . ....	74
Figura 6.14: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos $wv_1 = 2$ y $wv_2 = 2$ . ....	75
Figura 6.15: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos $wv_1 = 3$ y $wv_2 = 3$ . ....	75
Figura 6.16: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro para un volumen medio en La Laguna y distintos valores de los parámetros subjetivos. ....	76
Figura 6.17: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna para un volumen medio en Puclaro y distintos valores de los parámetros subjetivos. ....	76
Figura 7.1: Diagrama explicativo de los modelos de optimización desarrollados. ....	80

Figura 7.2: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007. ....	82
Figura 7.3: Volúmenes finales de cada mes en el embalse Puclaro durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008. ....	85
Figura 7.4: Volúmenes finales de cada mes en el embalse La Laguna durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008. ....	86
Figura 7.5: Demandas históricas y entregas para riego durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008. ....	87
Figura 7.6: Energía que pudo haberse generado con la operación actual y energía generada en los modelos de optimización durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008. ....	88
Figura 10.1: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Enero, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009. ....	99
Figura 10.2: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Febrero, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009. ....	99
Figura 10.3: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Marzo, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009. ....	100
Figura 10.4: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Abril, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009. ....	100
Figura 10.5: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Mayo, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	101
Figura 10.6: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Junio, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	101
Figura 10.7: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Julio, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	102
Figura 10.8: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Agosto, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	102
Figura 10.9: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Septiembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	103
Figura 10.10: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Octubre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	103
Figura 10.11: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Noviembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	104
Figura 10.12: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Diciembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008. ....	104



Figura 10.13: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Enero, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	105
Figura 10.14: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Febrero, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	106
Figura 10.15: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Marzo, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	106
Figura 10.16: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Abril, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	107
Figura 10.17: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Mayo, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	107
Figura 10.18: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Junio, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	108
Figura 10.19: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Julio, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	108
Figura 10.20: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Agosto, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	109
Figura 10.21: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Septiembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	109
Figura 10.22: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Octubre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	110
Figura 10.23: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Noviembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	110
Figura 10.24: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Diciembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	111
Figura 10.25: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Enero, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	112
Figura 10.26: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Febrero, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	112

Figura 10.27: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Marzo, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	113
Figura 10.28: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Abril, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009. ....	113
Figura 10.29: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Mayo, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	114
Figura 10.30: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Junio, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	114
Figura 10.31: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Julio, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	115
Figura 10.32: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Agosto, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	115
Figura 10.33: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Septiembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	116
Figura 10.34: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Octubre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	116
Figura 10.35: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Noviembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	117
Figura 10.36: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Diciembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008. ....	117

## Índice de tablas

Tabla 4.1: Eficiencia conjunta del sistema generador - turbina en la central hidroeléctrica Puclaro [%].	37
Tabla 6.1: Parámetros fijos utilizados.	62
Tabla 6.2: Combinación de parámetros fijos subjetivos utilizados para el análisis de sensibilidad de $wv_1$ y $wv_2$ .	62
Tabla 6.3: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.	63
Tabla 6.4: <i>Desmarques</i> en los sectores de riego N° 1 y N° 2 utilizados en el <i>modelo de valor futuro del agua embalsada</i> .	65
Tabla 6.5: Número de iteraciones y error final en la última iteración para los distintos parámetros simulados.	70
Tabla 6.6: Parámetros subjetivos recomendados para el modelo de Re-optimización.	77
Tabla 7.1: Parámetros fijos utilizados.	81
Tabla 7.2: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.	81
Tabla 7.3: Serie de parámetros utilizados en los modelo de optimización.	83
Tabla 7.4: Volúmenes iniciales utilizados en los modelo de optimización.	84
Tabla 7.5: Volúmenes medios mensuales históricos durante los periodos de simulación de los modelos de optimización.	84
Tabla 7.6: Volúmenes finales utilizados en el <i>modelo de optimización N° 3</i> .	84
Tabla 10.1: Ficha técnica del embalse Puclaro (Fuente: <a href="http://www.riodelqui.cl/">http://www.riodelqui.cl/</a> ).	94
Tabla 10.2: Ficha técnica del embalse Puclaro (Fuente: <a href="http://www.riodelqui.cl/">http://www.riodelqui.cl/</a> ).	95
Tabla 10.3: Ficha técnica del embalse La Laguna (Fuente: <a href="http://www.riodelqui.cl/">http://www.riodelqui.cl/</a> ).	96
Tabla 10.4: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 74.3 metros.	96
Tabla 10.5: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 67 metros.	97
Tabla 10.6: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 50 metros.	97
Tabla 10.7: Coeficientes del polinomio eficiencia conjunta generador - turbina ajustado para la central hidroeléctrica Puclaro.	98

# 1 Introducción

Debido a las modificaciones a la ley eléctrica chilena que favorecen la incorporación de energías renovables no convencionales a la red, existe actualmente un auge en el desarrollo de proyectos hidroeléctricos que aprovechan la infraestructura de riego ya existente. La Comisión Nacional de Riego (CNR) junto con la Comisión Nacional de Energía (CNE) han identificado 290 oportunidades de instalar centrales asociadas a obras de riego, cuya potencia total alcanza a más de 860 MW (CNR, 2010). Bajo este marco, se construyó la central hidroeléctrica Puclaro, asociada al embalse del mismo nombre, ubicada en el valle del Elqui, región de Coquimbo.

La central hidroeléctrica Puclaro entró en funcionamiento en mayo del año 2008 con una potencia instalada de 5,6 MW entregada por sus dos unidades generadoras, cada una trabajando con su caudal de diseño de 4,4 m<sup>3</sup>/s. De esta forma se aprovecha la energía potencial del agua acumulada en el embalse Puclaro, obra destinada a mejorar la seguridad de riego en el valle del Elqui. Ésta central fue concebida como una central de pasada, de tal manera de no interferir con la operación del embalse, que privilegia el uso del agua para riego. La energía producida en esta central es vendida a la central termoeléctrica Guacolda a un precio fijo y desde ahí se inyecta al Sistema Interconectado Central.

Las operaciones del embalse Puclaro se realizan en forma coordinada con el embalse La Laguna, que comenzó a operar normalmente en 1941 y está ubicado en la zona alta de la cuenca del río Elqui, con una capacidad de aproximadamente 40 millones de metros cúbicos.

Con el paso de los años se habilitaron nuevos suelos agrícolas en la zona, incrementando la demanda de agua para riego. Por esta razón y dado que es esencial mantener cada año una cantidad adecuada de agua disponible para asegurar la permanencia del negocio agrícola, fue necesaria la construcción del embalse Puclaro, que comenzó a operar en 1999 y tiene una capacidad de 210 millones de metros cúbicos aproximadamente. Con Puclaro, se estableció una seguridad de riego del 85% a todos los propietarios de acciones de agua representados por *La Junta de Vigilancia del Río Elqui y sus afluentes* (JVREA). La JVREA es la encargada de administrar el agua disponible en la cuenca y es responsable de la operación de ambos embalses.

En la Figura 1.1 se muestra la ubicación referencial de los embalses La Laguna y Puclaro dentro de la cuenca del río Elqui.

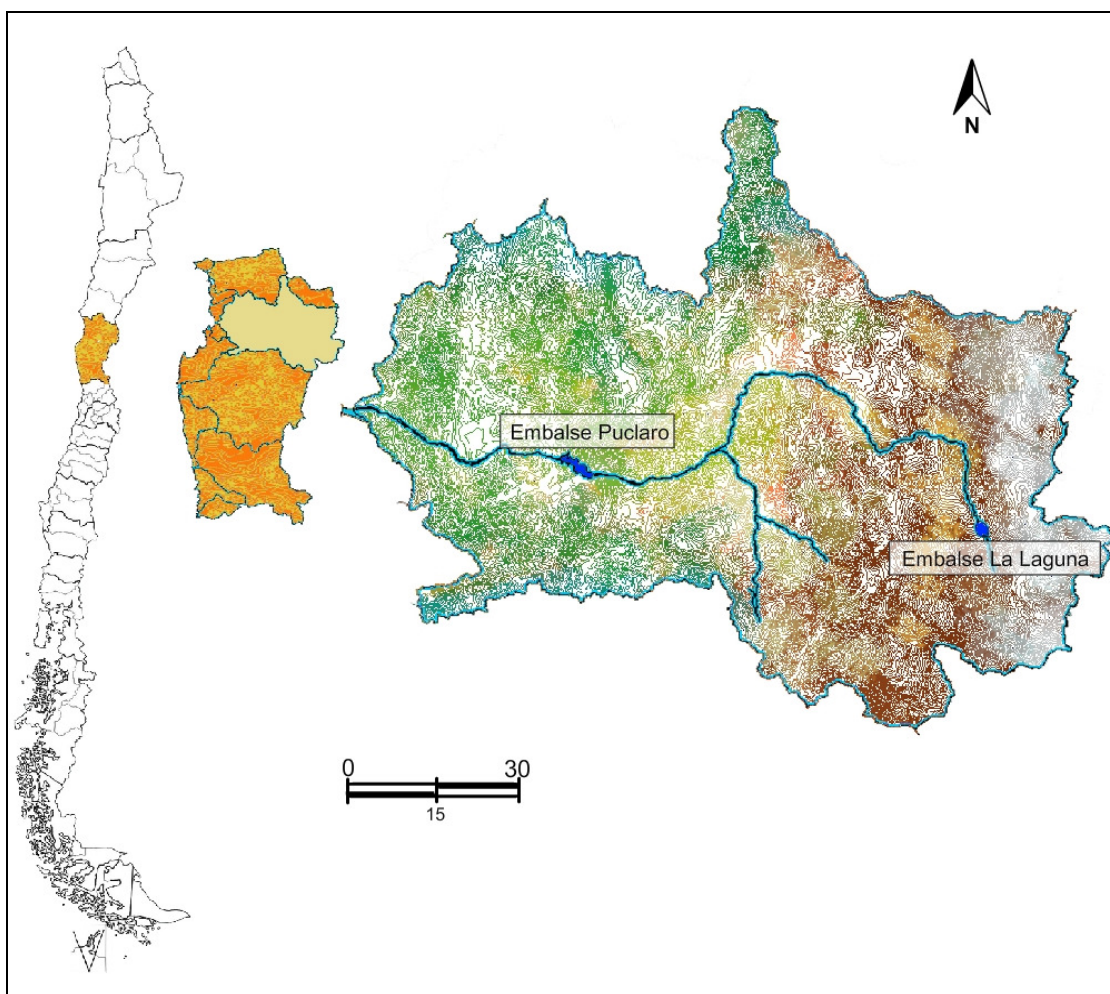


Figura 1.1: Ubicación de los embalses La Laguna y Puclaro en la cuenca del río Elqui.

Históricamente la operación de los embalses Puclaro y La Laguna ha sido conservadora, tratando de mantener un alto volumen de agua almacenada al inicio de la temporada de riego. En ocasiones, y debido a caudales afluentes mayores a los esperados y producidos principalmente en la temporada de deshielo, sumado a que el volumen en los embalse se encuentra generalmente alto, se supera el nivel de operación máximo y la capacidad de evacuar aguas oportunamente por medio de la central Puclaro. Esta situación ha producido vertimientos, que no son controlables y no contribuyen al caudal de generación hidroeléctrica. Esta situación podría ser indicio de una operación deficiente en el sentido que no considera los beneficios asociados a la generación eléctrica.

Dado que la JVREA administra los embalses La Laguna, Puclaro y el sistema de distribución de las aguas, representa a la mayor parte de los dueños de las acciones de agua de la cuenca del río Elqui y es dueña del 42% de la central hidroeléctrica Puclaro, resulta viable realizar un cambio en la operación actual.

Por las razones mencionadas, el interés de este estudio se fundamenta en mejorar el aprovechamiento del recurso hídrico disponible para generar energía eléctrica y satisfacer las demandas de riego. Para realizar esta tarea se generó un modelo de

optimización basado en un pronóstico de caudales afluentes a la cuenca con una discretización mensual.

El modelo de optimización propondrá la secuencia óptima de operación de los sistemas de control de aguas en la cuenca para el pronóstico simulado, maximizando la energía producida por la central hidroeléctrica Puclaro y considerando la satisfacción de las demandas de riego como el objetivo más importante dentro de la optimización.

## **2 Objetivos**

### **2.1 Objetivo general**

El Objetivo general de este trabajo es explorar posibles mejoras en la operación del sistema de recursos hídricos en la cuenca del río Elqui, que permitan eventualmente, aumentar la generación de energía en la central hidroeléctrica Puclaro sin perjuicio de la actividad agrícola.

### **2.2 Objetivos específicos**

- Desarrollar una herramienta (modelo matemático) de apoyo a la toma de decisiones del sistema de control de aguas de la cuenca del río Elqui, capaz de proponer una política de operación que optimice el uso del recurso hídrico disponible.
- Validar el modelo utilizando datos históricos de la operación de los sistemas de control de aguas de la cuenca.

## 3 Revisión bibliográfica

### 3.1 Operación óptima de sistemas de embalses

La operación de un sistema de embalses consiste en un conjunto de decisiones que se toman respecto a los mecanismos de control de aguas en la cuenca que afectan al embalse como; los sistemas de evacuación del embalse (válvulas y compuertas), el manejo de bocatomas, etc.

La operación óptima de un embalse consiste en realizar de la mejor forma posible las acciones de manejo de agua que conciernen a éste y dependerá de cuáles son los objetivos operacionales que se busca optimizar. Por esto, la adecuada definición de indicadores de desempeño es muy importante para determinar el grado de eficiencia en la operación.

Existe gran cantidad de literatura que aborda el problema de optimización de operación de embalses y varían en diversos aspectos como: el tiempo de evaluación, objetivos a optimizar, representación de la incertidumbre, tamaño y configuración del sistema hídrico, etc. Estos aspectos determinan la técnica de optimización más apropiada (Olivares, 2008).

En general, la planificación del uso de los recursos hídricos se considera a largo plazo y las decisiones con respecto a estos son tomadas en forma discreta en el tiempo (anual, mensual, semanal, etc), lo cual depende del uso del agua (hidroelectricidad, riego, agua potable, etc.) y condiciones específicas del sistema y de los resultados que se quieran obtener.

Bajo estas condiciones, las técnicas de optimización más utilizadas son la programación lineal (PL) y la programación dinámica (PD), pero debido que la mayoría de los problemas de manejo de recursos hídricos son inherentemente dinámicos y estocásticos en su evolución en el tiempo, PD con su variante estocástica (PDE) proporciona un marco unificador para el análisis económico del manejo de recursos naturales (Yakowitz, 1982). Esta técnica se basa en el principio de optimalidad de Bellman en la que se afirma: 'Una política óptima tiene la propiedad de que, cualquiera sea el estado inicial del sistema, las decisiones que se tomen a partir de ahí constituyen una política óptima respecto a ese estado inicial' (Bellman, 1957). Basado en este principio, PD es un método de resolución de problemas de optimización con decisiones secuenciales en etapas sucesivas, el cual es dividido en sub-problemas sucesivos interrelacionados y se resuelve mediante un procedimiento recursivo. De esta forma se reduce notablemente la dimensión del problema y el esfuerzo computacional en resolverlo. PD y en específico PDE permite además la utilización de relaciones no lineales, frecuentes cuando se considera la hidroelectricidad en el sistema, por lo que PDE parece una técnica apropiada a utilizar en este tipo de estudios (Olivares, 2008).

PDE utiliza la ecuación de Bellman enunciada en la Ecuación 3.1, la cual emplea dos tipos de variables, variables de estado y variables de decisión. Los estados representan una situación específica en un tiempo dado en el sistema, y las variables de decisión,



las acciones que se pueden realizar a partir de un estado (en PDE existe una probabilidad asociada de llegar a algún estado siguiente mediante cualquier acción realizada).

Ecuación 3.1, ecuación de Bellman para PDE:

$$VF_t(s_t) = \text{Max}_a \sum_n P^n \cdot [U_{a,s_t,s_{t+1}^n} + \beta \cdot VF_{t+1}(s_{t+1}^n)]$$

Donde:

$\vec{a}$  : Vector de acciones posibles de realizar.

$n$  : Número discreto de eventos inciertos.

$s_t$  : Estado inicial.

$s_{t+1}^n$  : Estado de término al haber realizado la acción  $a$  desde el estado  $s_t$  con una probabilidad  $P^n$  asociada.

$P^n$  : Probabilidad de terminar en el estado  $s_{t+1}^n$  al realizar la acción  $a$  desde el estado  $s_t$ .

$U_{a,s_t,s_{t+1}^n}$  : Utilidad inmediata de realizar la acción  $a$  desde el estado  $s_t$  y terminando en el estado  $s_{t+1}^n$ .

$VF_t(s_{t+1}^n)$  : Valor de las utilidades futuras que se originan a partir del estado inicial  $s_{t+1}^n$ .

$\beta$  : Factor de descuento del valor futuro.

PDE ha sido aplicada ampliamente en optimización de recursos hídricos y operación de embalses en el mundo con notables mejoras en las políticas de operación (ej: Yakowitz, 1982; Mariño y Mohammadi, 1983; Howitt, 2002). Por lo general, PDE ha sido implementada considerando un conjunto de estados y acciones discretos reduciendo el problema en una búsqueda de las mejores decisiones. Bajo este esquema, no es posible utilizar una técnica de búsqueda continua, y al aumentar la malla de estados y variables de decisión discretizados, el esfuerzo computacional crece considerablemente. Este problema ha sido ampliamente estudiado y es conocido como *la maldición de la dimensionalidad* (curse of dimensionality). Debido que los estados y acciones posibles en la operación de embalses son variables continuas, que las relaciones entre las variables son no lineales al considerar hidroelectricidad y que típicamente la planificación del uso de recursos hídricos es a largo plazo, el método denominado *Value iteration* puede ser aplicado para reproducir estas condiciones en PDE, donde no aplica la maldición de la dimensionalidad ya que no es necesario discretizar las variables de estado y decisión.

*Value iteration* es un método iterativo que se basa en PD y consiste en aproximar el segundo término de la ecuación de Bellman ( $VF_t(s)$ ), que representa el valor de las decisiones futuras utilizando un periodo de evaluación infinito. Este método, combinado con técnicas de aproximación de funciones, puede utilizarse para encontrar una aproximación continua de la función de valor futuro (en términos de los estados posibles en el sistema) y de esta forma encontrar una política de operación cercana a la óptima utilizando estados y variables de decisión continuas, y optimizando la ecuación aproximada de Bellman encontrada.

*Value iteration* ha sido aplicado en una gran cantidad de problemas económicos y puede ser una importante contribución en la solución de problemas inter-temporales relacionados con el manejo de recursos naturales y específicamente hídricos. (Howitt, Msangi, Reynaud & Knapp, 2002).

### 3.2 Value iteration

Debido a que generalmente, en los problemas asociados a PD y PDE no se conocen las funciones que representan el valor de las decisiones futuras ( $VF_t(s)$ ), el método *value iteration* es utilizado para encontrar aproximaciones de valores puntuales de estas funciones y combinado con algún método de aproximación de funciones es posible encontrar una aproximación de la función  $VF_t(s)$  continua, de esta forma es posible utilizar PD y PDE con variables de estado y decisión continuas.

Este método maximiza la utilidad inmediata de la ecuación de Bellman descontado por un factor de descuento  $\beta$  que representa el valor de la función utilidad  $U_{a,s,s^m}$  en el tiempo y considera un periodo de evaluación suficientemente grande, el cual asegura un error máximo en la aproximación tan pequeño como se quiera, es decir, el método aproxima el valor de la Ecuación 3.2 que representa el valor presente neto máximo de la función utilidad comenzando desde un estado inicial  $s$  y considerando un tiempo de evaluación infinito lo que equivale al valor futuro del sistema al estar en un estado inicial  $s$ .

Ecuación 3.2, Valor futuro del sistema en el estado inicial del tiempo  $t$ :

$$\text{Max}_a \sum_t \beta^t \cdot U_{a,s,s^m}^t$$

Para utilizar este método, se debe cumplir los siguientes requisitos (Howitt, 2002):

- La función de utilidad inmediata debe ser continua en las variables de estado y de decisión.
- La función de utilidad inmediata debe ser cóncava en las variables de estado y de decisión.

- El problema original debe optimizar la suma de los valores esperados descontados por el factor de descuento  $0 \leq \beta < 1$ .

Con respecto al factor de descuento  $\beta$ , mientras más grande sea, más importante es la función de utilidad en el futuro y típicamente más difícil es el problema de optimización (Dayan,). Además, el número máximo de iteraciones para alcanzar el error máximo requerido  $\lambda$  se incrementa con  $\beta$  como muestra la Ecuación 3.3 (Rust, 1994).

Ecuación 3.3, Número máximo de iteraciones requerido para la convergencia del método Value iteration:

$$N_{Iteracion}^{MAX} = \frac{1}{|\log(\beta)|} \log\left(\frac{1}{(1-\beta) \cdot \lambda}\right)$$

Donde:

$N_{Iteracion}^{MAX}$  : Número máximo de iteraciones requerido para la convergencia del método Value iteration

En problemas en que el factor  $\beta$  esta muy cerca de 1 como en problemas en que los intervalos que discretizan el tiempo son pequeños, se puede ver de la Ecuación 3.3 un número inaceptable de iteraciones máxima requerida para la convergencia (Rust, 1994).

La Figura 3.1 muestra el algoritmo del método *value iteration* implementado en PDE.

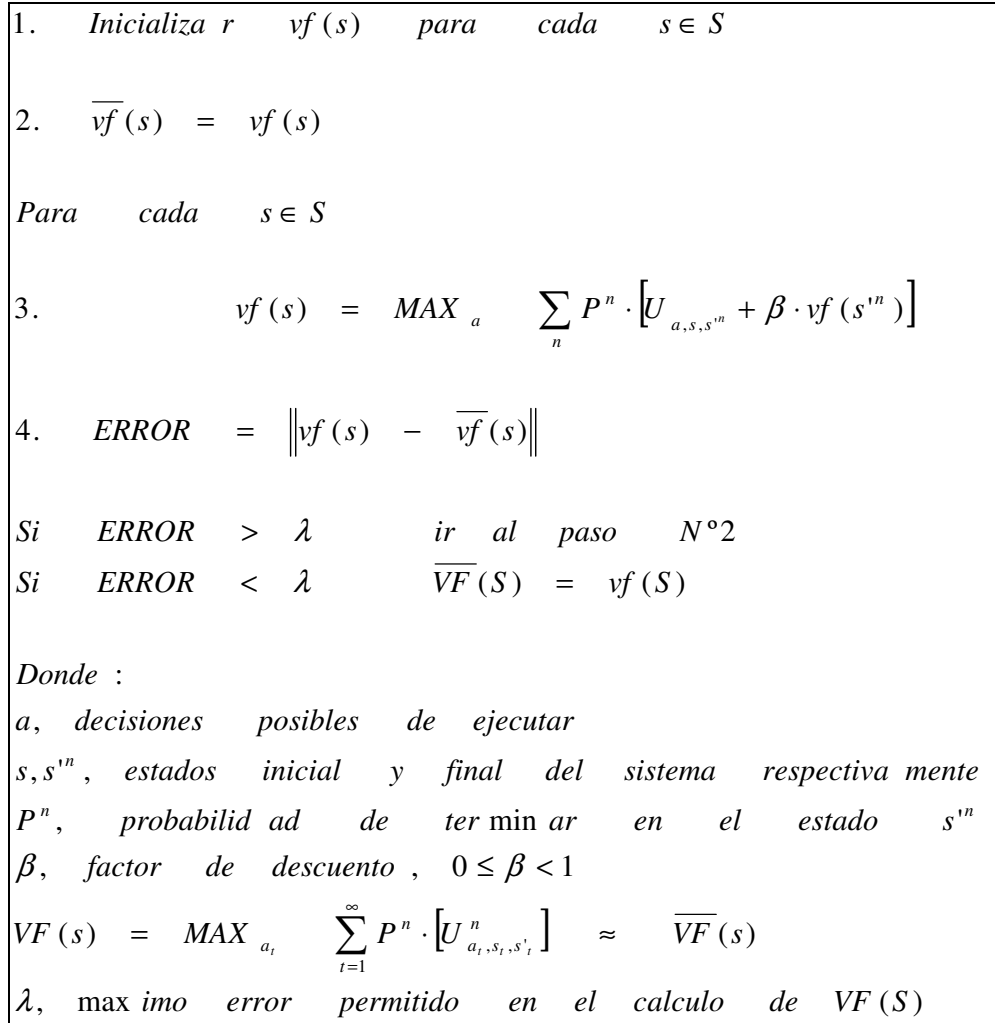


Figura 3.1: Algoritmo del método *value iteration* (fuente: Value iteration and policy iteration algorithms for Markov decision problem, 1996).

### 3.3 Aproximación de funciones

En aproximación de funciones existe una amplia gama de algoritmos y la adecuada utilización de cada uno de ellos depende de cómo se quiera aproximar o de las restricciones que debe poseer la función aproximada, además del tiempo necesario para efectuar los cálculos.

Todos los métodos de aproximación de funciones coinciden en la utilización de un conjunto discreto de valores conocidos de la función y sus variables, pero para el caso de aproximar la función de valor futuro de Bellman, los valores reales no se conocen, por lo que se utilizan los valores aproximados encontrados por algún método (ej: *value iteration*).

Todos los métodos que enfrentan al problema de aproximación de funciones para  $VF(s)$  están sujetos a la llamada maldición de la dimensionalidad por lo que elegir una cantidad adecuada de estados  $s$  es fundamental para obtener buenos resultados en la aproximación en una cantidad de tiempo razonable.

En este capítulo se revisarán algunos de los métodos más usados en aplicaciones prácticas de aproximación de la función de valor futuro  $VF(s)$  en problemas de programación dinámica.

Para explicar estos métodos de aproximación se definirán los siguientes términos.

- $S$  : Espacio vectorial de estados donde se define la función  $VF(s)$ .
- $D$  : Cantidad de sub-estados que definen el estado  $s = \{s_1, \dots, s_d, \dots, s_D\} \in S$
- $N$  : Número de estados utilizados en la discretización de  $S$  los que llamaremos nodos.

De esta forma la grilla o discretización del espacio  $S$  contiene  $N^d$  valores.

#### Interpolación lineal por partes

Este es quizás el método más simple de aproximación de funciones. La idea básica es usar una aproximación lineal en cada coordenada del vector de estados  $s$ . Este método produce una función interpolada que no es suave en los puntos que definen la grilla de estados  $s = (s_1, \dots, s_n, \dots, s_N)$  o nodos, lo que provoca dificultades en la optimización de algoritmos no lineales (Rust, 1994).

La principal ventaja de la interpolación lineal es que en problemas unidimensionales ( $D=1$ ) se preserva las propiedades de monotonidad y la concavidad, propiedades que son importantes de mantener en una variada gama de problemas económicos (Judd & Solnick, 1994). Desafortunadamente para problemas multidimensionales ( $D > 1$ ), estas propiedades no necesariamente se conservan (Rust, 1994).

El hecho de que la interpolación multi-lineal está sujeta a la maldición de la dimensionalidad no es sólo de interés académico: experiencia práctica con el método ha demostrado que la utilización de este método es factible sólo en problemas con relativamente pequeña dimensionalidad (Rust, 1994).

### Interpolación cúbica por tramos (Spline cúbica)

Este método interpola con un polinomio de grado 3 en cada sub-intervalo  $(s_n, s_{n+1})$  y establece condiciones de borde a cada uno de ellos para que la aproximación total sea suave, estas condiciones de borde tienen relación con la igualdad del valor de la función, de la primera y segunda derivada en cada punto discretizado  $s = (s_1, \dots, s_n, \dots, s_N)$ .

Este método resulta frecuentemente en una muy superior aproximación a la aproximación lineal por partes al necesitar una menor cantidad de nodos para lograr el mismo grado de precisión, pero debido que para definir cada polinomio cúbico son necesarios cuatro coeficientes, por lo que el tiempo de cálculo en comparación con el método de interpolación lineal por partes es considerablemente mayor para el mismo número de nodos (Rust, 1994).

En la práctica, debido que con este método, la cantidad de nodos es menor para lograr un mismo nivel de precisión que con el método lineal, el tiempo requerido para efectuar la aproximación es también menor, pero la preservación de las propiedades de monotonidad y concavidad tampoco se garantiza (Rust, 1994).

### Aproximación por polinomios de Chebyshev

La aproximación polinomial de Chebyshev es un caso especial de aproximación por series polinómicas, que considera una combinación lineal de los primeros  $I_d$  términos de las funciones bases de Chebyshev  $\{Phi_{i_1}(s_1), \dots, Phi_{i_d}(s_d), \dots, Phi_{i_D}(s_D), \dots\}$ , donde  $I_d - 1$  representa el grado del polinomio para la variable en la dimensión  $d$  y  $s_d$  está normalizado en el intervalo  $[-1, 1]$  (Rust, 1994).

Especificando una serie particular de coeficientes  $A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D}$ , se obtiene la función de aproximación  $\overline{VF}(s)$  descrita en la Ecuación 3.4.

Ecuación 3.4, Aproximación de la función de valor futuro del sistema por medio de un polinomio de Chebyshev:

$$\overline{VF}(s) = \sum_{i_1=1}^{I_1} \dots \sum_{i_d=1}^{I_d} \dots \sum_{i_D=1}^{I_D} A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D} \cdot Phi_{i_1}(s_1) \cdot \dots \cdot Phi_{i_d}(s_d) \cdot \dots \cdot Phi_{i_D}(s_D)$$

Para implementar este método se necesita especificar las funciones bases y el método para escoger los coeficientes que mejor se ajustan a la función original. Una elección natural de las funciones bases son los polinomios ordinarios de la forma  $Phi_{i_d}(s_d) = s_d^{i_d}$  y una forma natural de especificar los coeficientes  $A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D}$  es vía el enfoque de mínimos cuadrados. El problema de la estimación de los coeficientes usando mínimos cuadrados y la base ordinaria de polinomios es que los términos sucesivos de la serie de aproximación se vuelven sumamente colineales al aumentar el grado  $I_d - 1$  del

polinomio, y esto puede crear problemas numéricos en el cálculo de mínimos cuadrados para estimar  $A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D}$ , especialmente donde hay pocos nodos en la región  $S$  (Rust, 1994).

Este problema motivó el uso de polinomios ortogonales, los que no tienen el problema de la colinealidad.

Existe una infinidad de bases polinomiales ortogonales, pero la ventaja de los polinomios de Chebyshev sobre los demás es que, además de satisfacer la relación de ortogonalidad continua, satisfacen la relación de ortogonalidad discreta, lo que permite definir un set de nodos  $\{s^1, \dots, s^n, \dots, s^N\}$  óptimos (ceros del polinomio) para la interpolación de cualquier función continua (Rust, 1994).

El esfuerzo involucrado en el cómputo de los coeficientes  $A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D}$  es similar al esfuerzo requerido por la aproximación Spline cúbica, pero las propiedades de suavidad de los polinomios de Chebyshev da a lugar la presunción de que se pueden obtener muy buenas aproximaciones para valores pequeños de  $I_d$ , esto ha sido verificado en muchas aplicaciones numéricas (Rust, 1994).

La definición de la base de Chebyshev está dada por la Ecuación 3.1.

Ecuación 3.5, Polinomio base de Chebyshev:

$$Phi_{i_d}(s_d) = \cos(i \cdot \cos^{-1}(s_d))$$

La base de Chebyshev también puede ser definida utilizando una recursividad, la que se muestra en la Ecuación 3.6 y gráficamente en la Figura 3.2.

Ecuación 3.6, Polinomio base de Chebyshev:

$$Phi_{i_d}(s_d) = 2 \cdot s_d \cdot Phi_{i_d-1}(s_d) - Phi_{i_d-2}(s_d)$$

Donde:

$$Phi_{0_d}(s_d) = 1 \quad \text{y} \quad Phi_{1_d}(s_d) = s_d$$

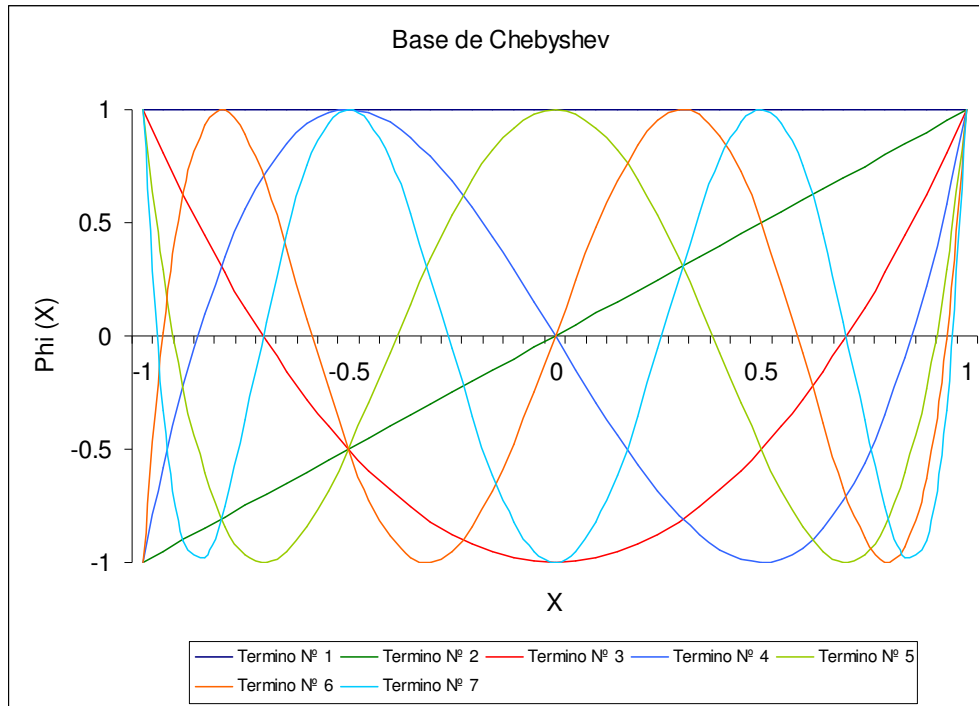


Figura 3.2: Bases de Chebyshev hasta orden 7.

El cálculo de los nodos óptimos para la aproximación con polinomios de Chebyshev se realiza utilizando la Ecuación 3.7.

Ecuación 3.7, Nodos de Chebyshev:

$$s_d^n = -\cos\left(\frac{(2 \cdot n - 1) \cdot \pi}{2 \cdot N}\right), \quad n = 1, \dots, N.$$

El cálculo de los coeficientes de Chebyshev esta dado por la Ecuación 3.8.

Ecuación 3.8, Coeficientes de Chebyshev:

$$A_{i_1, \dots, i_d, \dots, i_D} = \frac{\sum_{s_1^1}^{s_1^1} \dots \sum_{s_1^n}^{s_1^n} \dots \sum_{s_1^N}^{s_1^N} \overline{VF}(s) \cdot Phi_{i_1}(s_1) \cdot \dots \cdot Phi_{i_d}(s_d) \cdot \dots \cdot Phi_{i_D}(s_D)}{\left[ \sum_{s=s_1^1}^{s_1^N} Phi_i(s)^2 \right] \cdot \dots \cdot \left[ \sum_{s=s_d^1}^{s_d^N} Phi_i(s)^2 \right] \cdot \dots \cdot \left[ \sum_{s=s_D^1}^{s_D^N} Phi_i(s)^2 \right]}$$

### 3.4 Uso de información hidrológica en modelos operacionales

En los modelos operacionales asociados a embalses, la información hidrológica cumple el rol de ayudar a pronosticar los caudales afluentes y en ocasiones también algunos efluentes al sistema, de esta forma se puede simular utilizando los escenarios hidrológicos pronosticados y obtener políticas de operación que optimizan el recurso hídrico bajo estos escenarios (Tejeda-Guibert, 1995).



Los pronósticos pueden ser presentados mediante uno, o varios escenarios asociados a una probabilidad de ocurrencia. Los pronósticos que se presentan con sólo un escenario, se denominan pronósticos determinísticos y los modelos operacionales que los utilizan obtienen una política óptima bajo este escenario único. En cambio, los pronósticos que presentan varios escenarios asociados a probabilidades, se denominan estocásticos y los modelos operacionales que los utilizan obtienen una política que si bien no es óptima para ningún escenario, optimizan la esperanza de la función objetivo (Howitt, Msangi, Reynaud & Knapp, 2002).

## 4 Antecedentes relativos al sistema embalse Puclaro

### 4.1 Medición de Caudales

En la cuenca del río Elqui, existen varias estaciones que registran caudales, precipitaciones, evaporación y vientos, y son administradas por la Dirección General de Aguas (DGA). La Figura 4.1 muestra la ubicación de las estaciones fluviométricas.

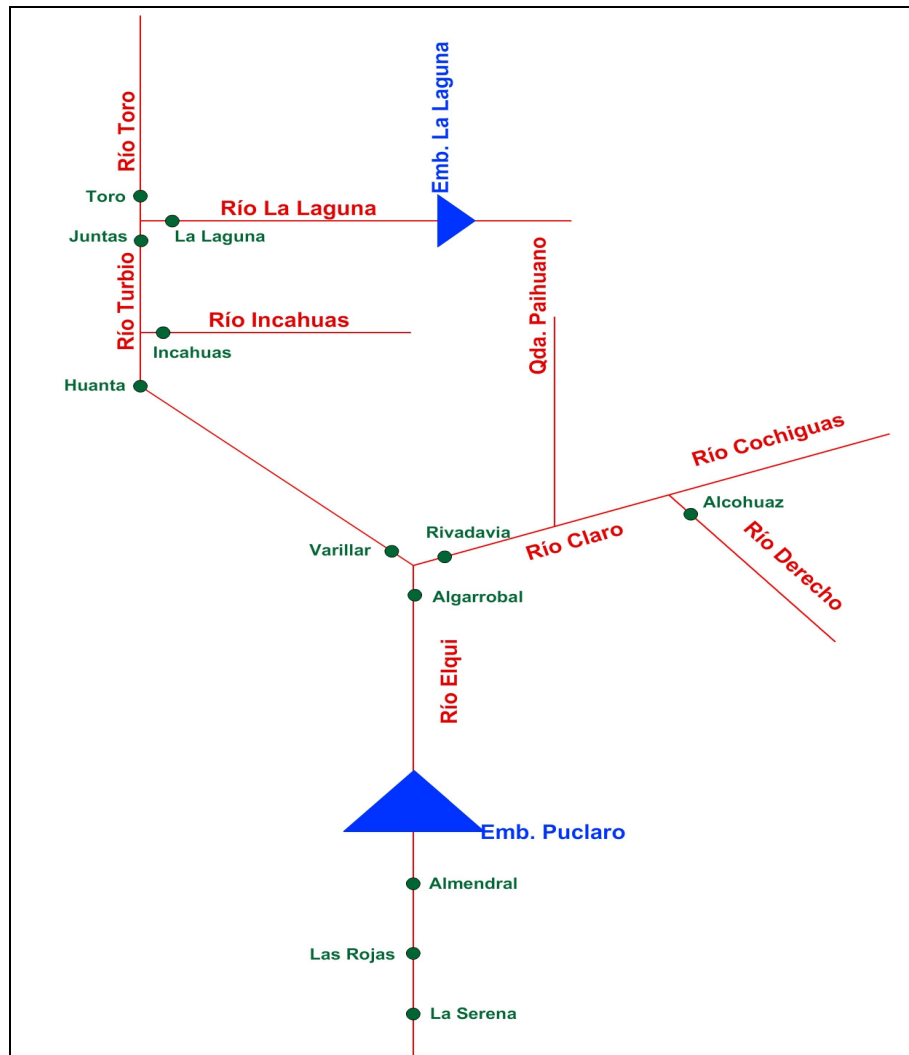


Figura 4.1: Ubicación de las estaciones fluviométricas de la *Dirección General de Aguas* en la cuenca del río Elqui.

Los embalses La Laguna y Puclaro, poseen sus propias estaciones fluviométricas para medir los caudales efluentes y además cuentan con estaciones meteorológicas que miden la evaporación, vientos y precipitaciones. Estas estaciones son administradas por la JVREA.

## 4.2 Operación actual de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui

La operación de los sistemas de acumulación (embalses La Laguna y Puclaro) y distribución de aguas (bocatomas y canales) en la cuenca, está a cargo de *La Junta de vigilancia del río Elqui y sus afluentes* (JVREA), y está sujeta a las necesidades y disponibilidad del recurso hídrico.

El sistema actual de asignación de agua para los distintos sectores establecidos por la JVREA, se realiza de forma proporcional a las acciones de agua que cada canal posee, llamando *Desmarque* al porcentaje de agua entregado o por entregar.

En la Figura 4.2 se muestra un esquema del sistema hídrico y la ubicación de los sectores de riegos de la cuenca del valle Elqui.

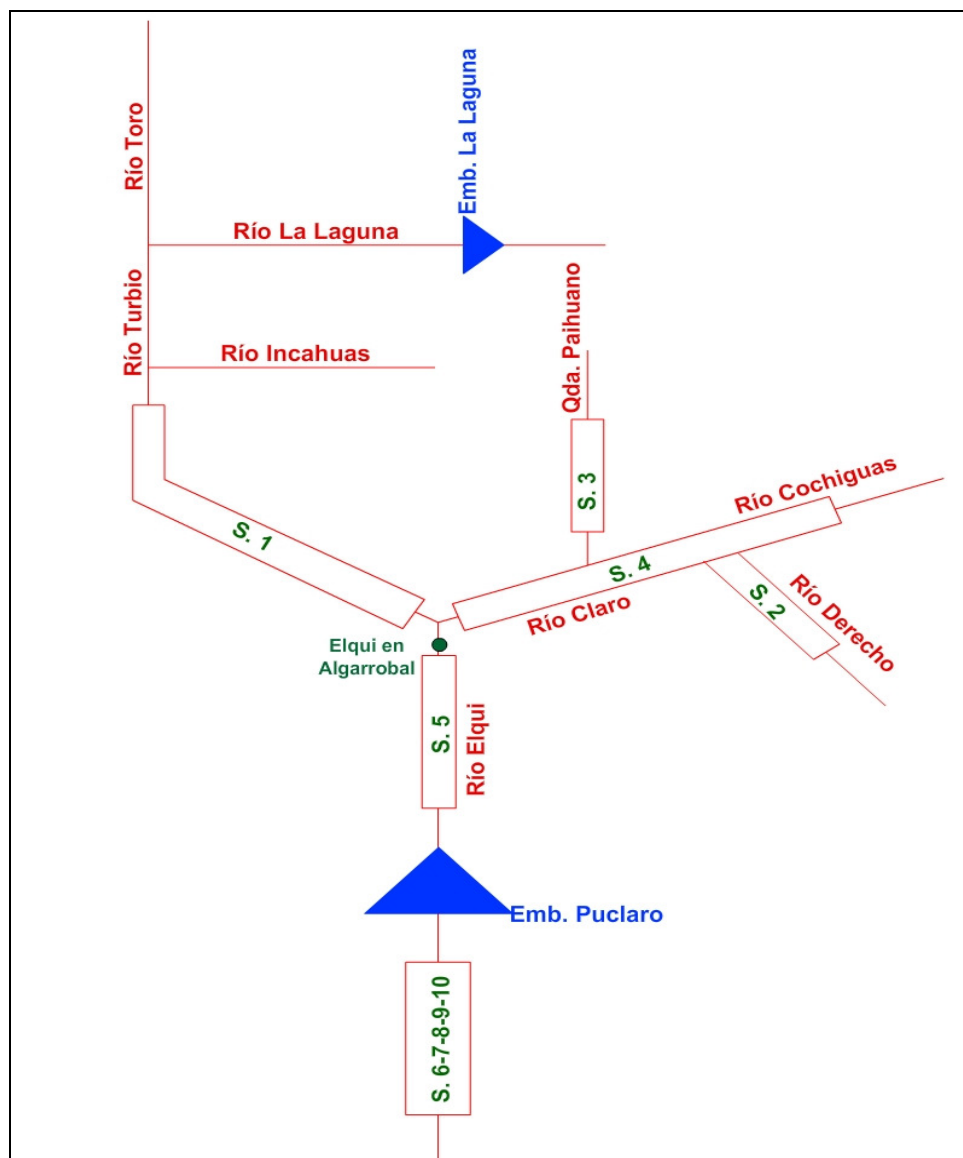


Figura 4.2: Esquema del sistema hídrico y sectores de riego en la cuenca del río Elqui.

Para que los usuarios de las aguas puedan planificar sus actividades, se realiza una programación anual con discretización mensual de los *Desmarques* para todos los sectores de riego. Dicha programación la realiza el repartidor general de aguas de la JVREA basado principalmente en su criterio y experiencia.

La programación de *Desmarques* se realiza anualmente en el mes de Agosto, realizando un ajuste en Marzo para los meses siguientes (desertización mensual).

El proceso de la realización de la programación de *Desmarques* se explica a continuación:

Primero, basándose en una predicción general del estado hidrológico de la zona, entregados en informes del NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) que predicen el impacto de la presencia del fenómeno del Niño o la Niña, el repartidor general de aguas de la JVREA apuesta por una serie de caudales representativos en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal para los meses a programar.

Segundo, se estiman los caudales afluentes al embalse La Laguna para los meses a programar mediante una fórmula empírica, cuya única variable es la altura de nieve en la estación meteorológica en La Laguna.

Tercero, se designa un volumen meta para el final del período a programar de los embalses La Laguna y Puclaro. Estos volúmenes finales dependen del criterio del repartidor de aguas el cual se basa en un pronóstico general del estado hidrológico para el próximo período de programación y de las condiciones hidrológicas del período actual.

Cuarto, se asignan los caudales de entrega a los distintos sectores de riego considerando los requerimientos de agua de los cultivos en cada sector, tratando de satisfacer las necesidades hídricas de las plantas en cada mes, considerando el agua disponible a repartir y al mismo tiempo, cumpliendo los volúmenes meta en ambos embalses.

El sistema actual de cálculo para la programación de *Desmarques* solo considera los sectores de riego N° 5, 6, 7, 8, 9 y 10, excluyendo los sectores de riego aguas arriba de la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal (ver Figura 4.2).

Cabe destacar que existen diez sectores de riego que utilizan aguas del río Elqui y sus afluentes, de los cuales los sectores N° 1, 2, 3, 4 y 5 (aguas arriba de Puclaro) se les asigna un mismo porcentaje de agua sobre sus acciones (*Desmarque*), mientras que a los sectores N° 6, 7, 8, 9 y 10 (aguas abajo de Puclaro) se les asigna un porcentaje distinto. Esta diferencia es debido a la naturaleza de los cultivos que se cultivan en ambas zonas. En los sectores aguas arriba existe predominantemente árboles frutales y en los sectores aguas abajo cultivos de hortalizas. Esta diferenciación de tipos de cultivo es importante ya que los árboles frutales no tienen la flexibilidad de cambiar el área cultivada, excepto mejorando la eficiencia de riego. En cambio los cultivos de hortalizas pueden adaptarse a la disponibilidad del recurso hídrico aumentando o disminuyendo el área a cultivar, sin necesidad de realizar modificaciones en la eficiencia del sistema de regadío.

En la Figura 4.3 y Figura 4.4, se muestran las diferencias entre los desmarques programados y efectivamente entregados históricos desde el funcionamiento del embalse Puclaro.

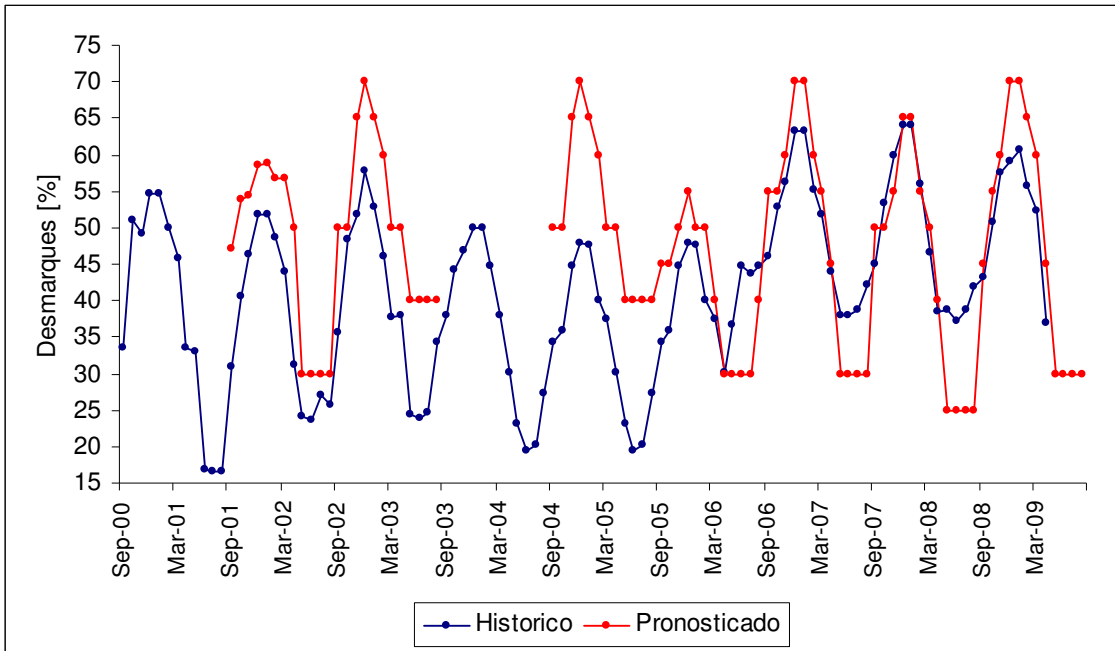


Figura 4.3: Promedios ponderados por las acciones de agua pronosticada e histórica en los sectores de riego aguas arriba al embalse Puclaro durante los años 2000 al 2009.

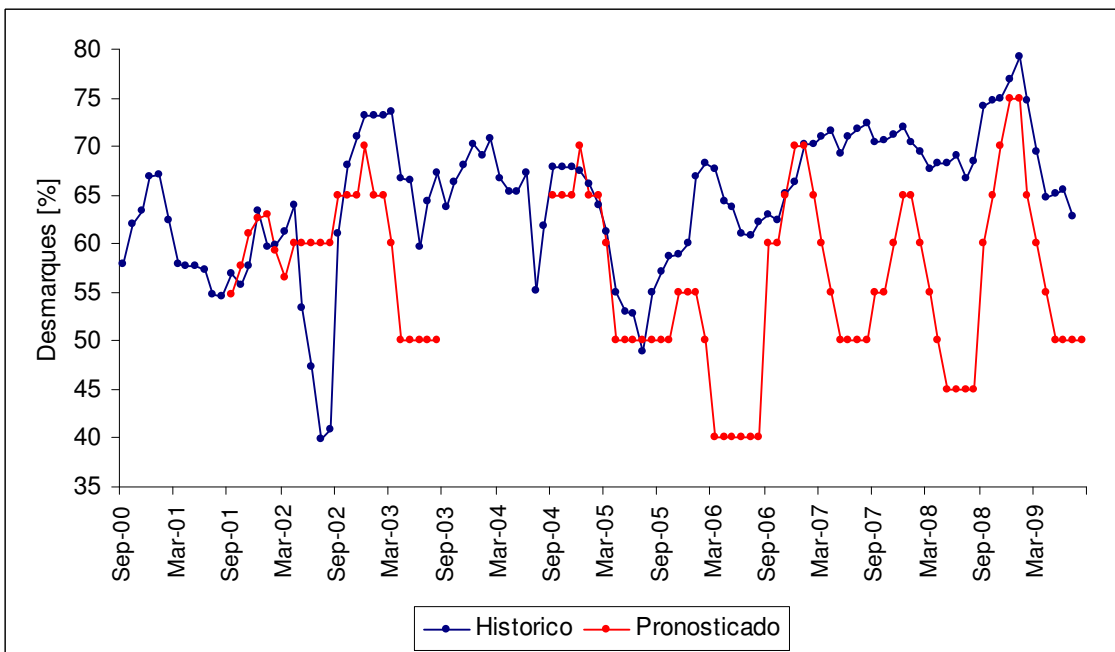


Figura 4.4: Promedios ponderados por las acciones de agua pronosticada e histórica en los sectores de riego aguas abajo al embalse Puclaro durante los años 2000 al 2009.

### **4.3 Sectores de riego**

A continuación se detallan las características más importantes de los sectores de riego de la cuenca del río Elqui.

El sector de riego N° 1, que extrae sus aguas del río Turbio, posee 38.25 ha de secano y 781.57 ha regadas con el agua correspondiente a sus 2086.13 acciones de agua netas. Los canales de distribución sumados tienen una longitud de 50.1 km y una capacidad máxima de transporte de agua de 1460.05 lt/s.

El sector de riego N° 2 extrae sus aguas del río Derecho utilizando sus 1037.48 acciones de aguas netas. Los canales de distribución tienen una capacidad máxima de 474.35 lt/s.

El sector de riego N° 3 extrae sus aguas de la quebrada Paihuano utilizando sus 1916.51 acciones de aguas netas. Los canales de distribución tienen una capacidad máxima de 892.976 lt/s.

El sector de riego N° 4 extrae sus aguas del río Cochihuaz utilizando sus 890.8 acciones de aguas netas. Los canales de distribución tienen una capacidad máxima de 399.585 lt/s.

El sector de riego N° 5, que extrae sus aguas del río Elqui, aguas arriba del embalse Puclaro. Posee 714 ha de secano y 2790.41 ha regadas con el agua correspondiente a sus 5885.293 acciones de agua netas. Los canales de distribución sumados tienen una longitud de 176.70 km y una capacidad máxima de transporte de agua de 3617.29 lt/s.

El sector de riego N° 6, que extrae sus aguas sobre el río Elqui, aguas abajo del embalse Puclaro. Posee 380 ha de secano y 1279 ha regadas con el agua correspondiente a sus 1706.39 acciones de agua netas. Los canales de distribución sumados tienen una longitud de 91.2 km y una capacidad máxima de transporte de agua de 1234.0 lt/s.

Finalmente los sectores de riego N° 7, 8, 9 y 10 extraen sus aguas del río Elqui, aguas abajo del embalse Puclaro, poseen en conjunto 4230.86 ha de secano y 9308.84 ha regadas con el agua correspondiente a sus 10555.80 acciones de agua netas. Los canales de distribución sumados tienen una longitud de 290.0 km y una capacidad máxima de transporte de agua de 6857.56 lt/s.

### **4.4 Antecedentes relativos a los embalses La Laguna y Puclaro**

#### **4.4.1 Embalse Puclaro**

El embalse Puclaro tiene una capacidad de almacenamiento de 210,482 Mm<sup>3</sup> bruto, posee dos compuertas tipo Boreou con capacidad máxima de entrega de 40 m<sup>3</sup>/s, un vertedero con rápido de descarga tipo Salto de Ski diseñado para un caudal de 2500 m<sup>3</sup>/s (Isensee, 2007).

La cota asociada al volumen nulo es 435 m.s.n.m. La cota umbral de la torre de toma es 443 m.s.n.m. Para efectos de operación en el proyecto del embalse se adoptó la cota 445 m.s.n.m. como cota mínima de operación, dejando así 2 m de carga correspondiente a la sumergencia mínima. El volumen correspondiente a la cota 445 m.s.n.m. es de 1,269 Mm<sup>3</sup>, cifra igual al volumen muerto.

El umbral del vertedero de evacuación de crecidas se sitúa en la cota 508.8 m.s.n.m. y a ella le corresponde un volumen bruto de 210,482 Mm<sup>3</sup>.

En consecuencia, el volumen útil máximo del embalse es de 209,213 Mm<sup>3</sup>.

La Figura 4.5 muestra el muro y evacuador de crecidas del embalse Puclaro.



Figura 4.5: Muro y evacuador de crecidas del embalse Puclaro.

En las Figura 4.6 y Figura 4.7 se muestran las curvas de embalse y espejo de agua respectivamente, ambas en función de la altura de agua.

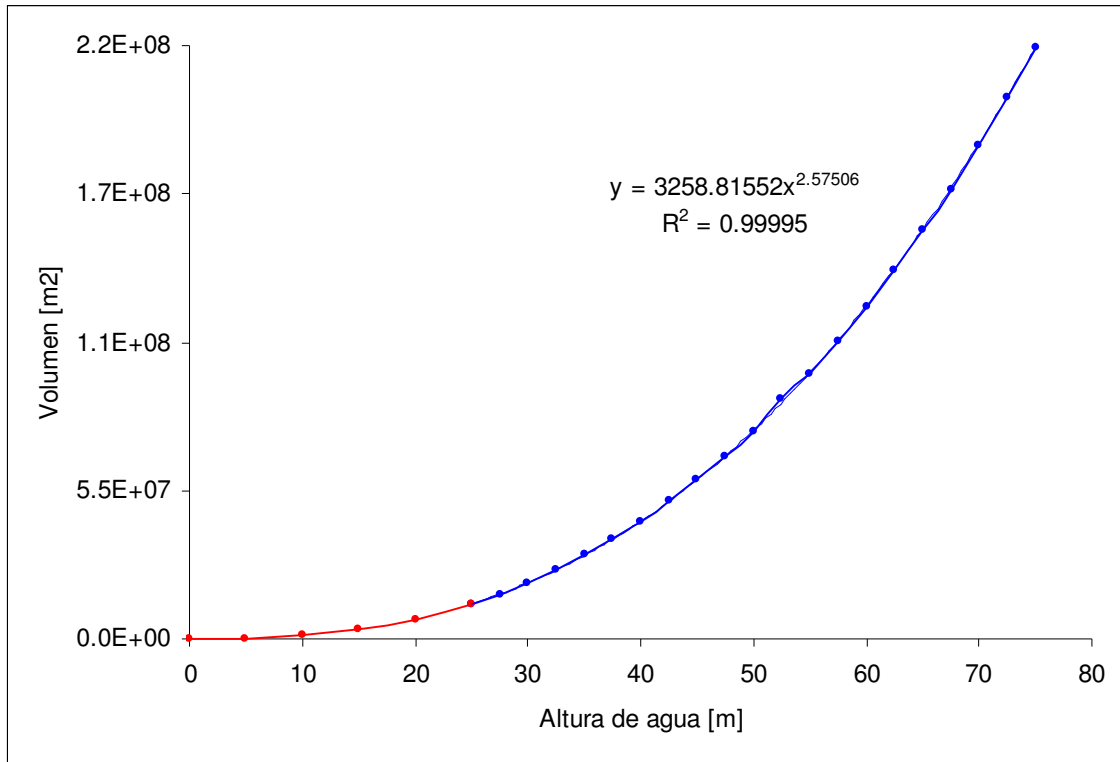


Figura 4.6: Curva de embalse Puclaro (Fuente: *Dirección de Riego. MOP 1994*).

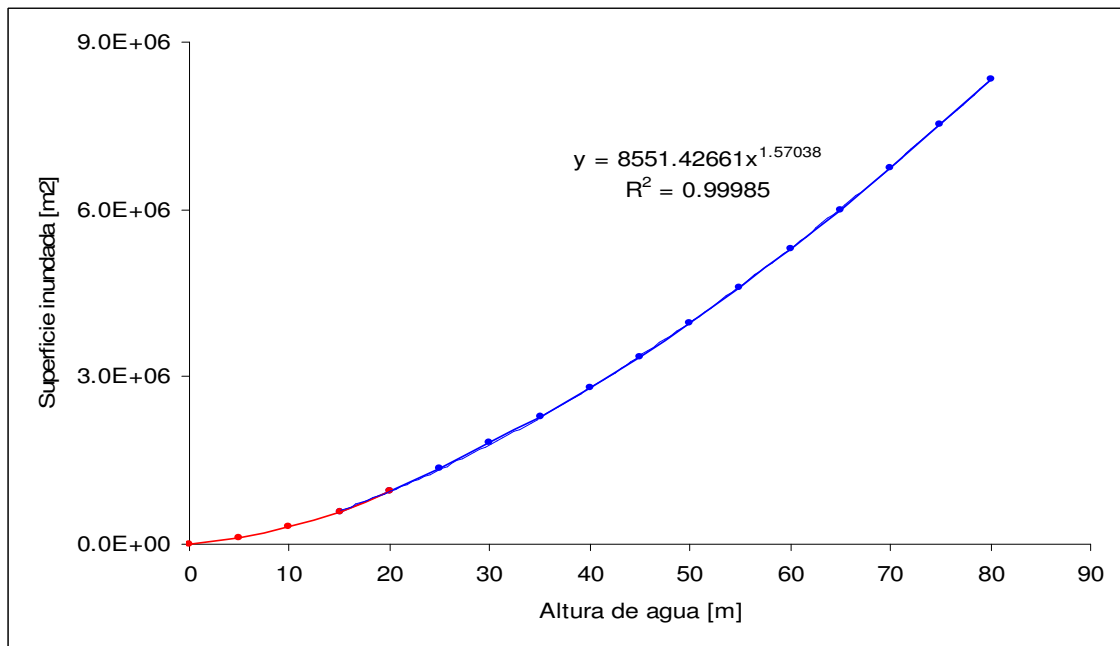


Figura 4.7: Espejo de agua embalse Puclaro (fuente: *Estudio de la energía generable. Central hidroeléctrica, 2007*).

Utilizando las curvas de volumen embalsado y superficie inundada del embalse Puclaro para alturas superior a 30 metros, se tienen la Ecuación 4.1 y Ecuación 4.2 (Isensee, 2007).



Ecuación 4.1, Altura de aguas en el embalse Puclaro:

$$h_p = 0.043057 \cdot V_p^{0.38868} \quad [m]$$

Ecuación 4.2, Superficie inundada en el embalse Puclaro:

$$S_p = 61.23202 \cdot V_p^{0.61038} \quad [m^2]$$

Donde:

$V_p$  : Volumen en el embalse Puclaro.

Debido al considerable tamaño de la superficie inundada, las pérdidas provocadas por la evaporación son relevantes. La Figura 4.8 muestra la estacionalidad que sigue la tasa de evaporación diaria promedio registrada en la estación meteorológica ubicada a los pies del embalse Puclaro hasta el año 2006.

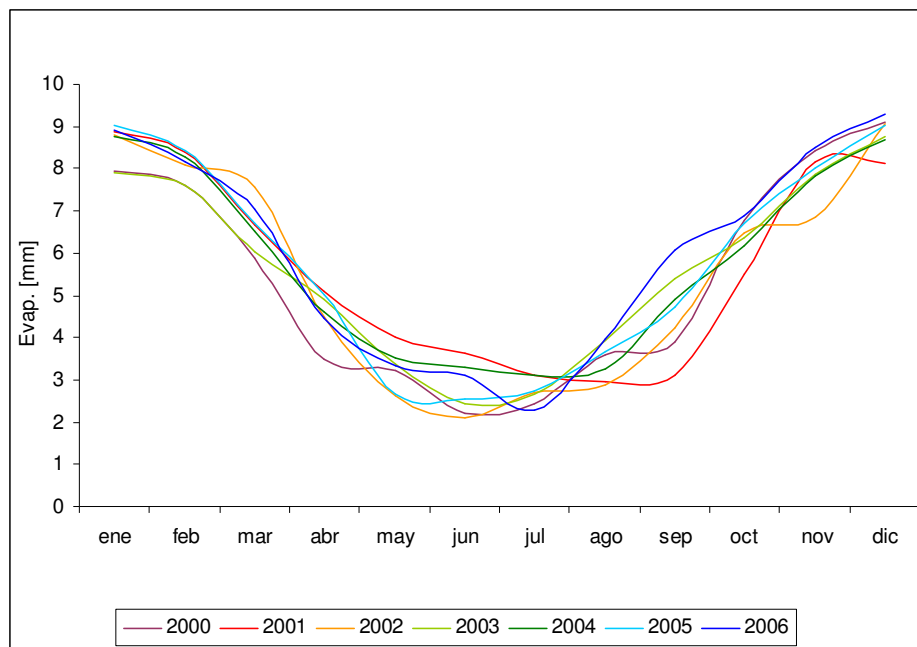


Figura 4.8: Tasa de evaporación diaria promediada mensualmente registrada en la estación meteorológica ubicada a los pies del embalse Puclaro desde el año 2000 hasta el 2006.

Se ha estimado también las pérdidas por infiltración (Figura 4.9) las cuales pueden ser calculadas mediante la ecuación de infiltración deducida de las planillas de operación del embalse (Ecuación 4.3), donde las infiltraciones diarias se relacionaron con la cota de agua para obtener una ecuación que las represente (Isensee, 2007).

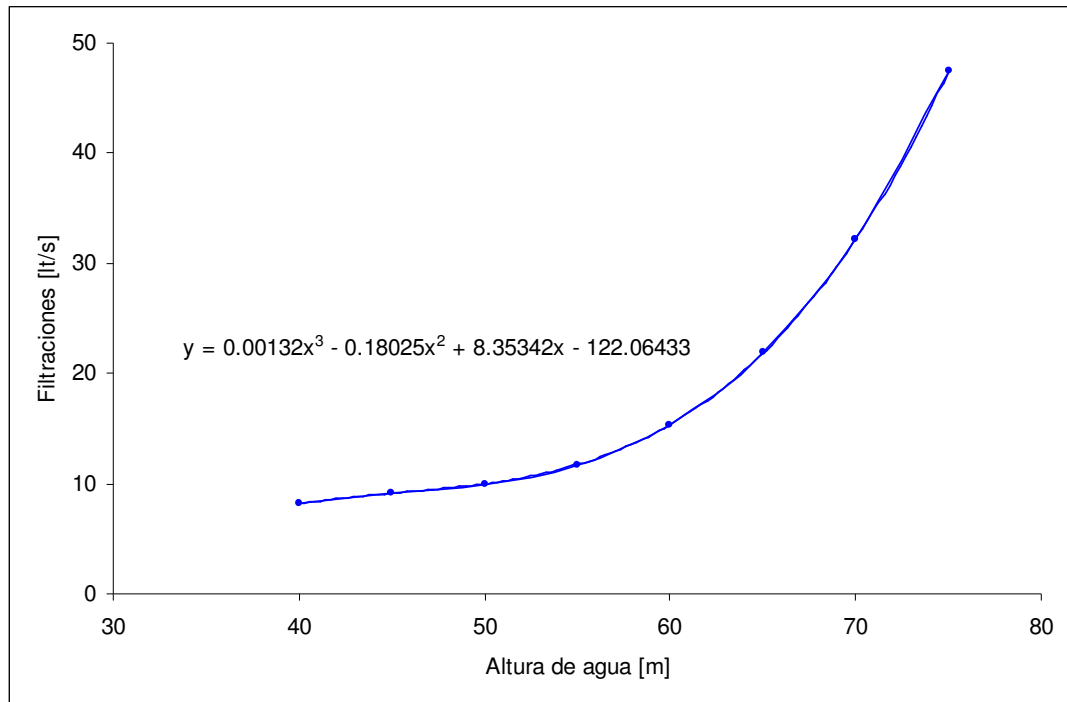


Figura 4.9: Infiltración diaria en el embalse Puclaro (fuente: *Estudio de la energía generable. Central hidroeléctrica, 2007*).

Ecuación 4.3, Infiltración en el embalse Puclaro:

$$Inf(h_p) = \frac{0.00132 \cdot h_p^3 - 0.18025 \cdot h_p^2 + 8.35342 \cdot h_p - 122.06433}{1000} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$$

La ficha técnica del embalse Puclaro se muestra en el Anexo A1.

#### 4.4.2 Embalse La Laguna

El embalse La Laguna tiene una capacidad de 40.164.000 m³ de almacenamiento bruto y un volumen muerto de 4.507.862 m³, por lo que el volumen útil es 35.656.138 m³. Este embalse posee una capacidad de evacuación por compuertas de 50 m³/s.

La Figura 4.10 muestra el muro, canal de descarga y aforador del embalse La Laguna.



Figura 4.10: Muro, canal de descarga y aforador del embalse La Laguna.

La ficha técnica de este embalse La Laguna se muestra en el Anexo A1.

#### **4.5 Antecedentes relativos a la central hidroeléctrica Puclaro**

La central hidroeléctrica Puclaro posee dos turbinas Francis gemelas de eje horizontal. Para las condiciones de diseño que son: altura neta de caída 67 m y un caudal de 4.4 m<sup>3</sup>/s, cada turbina marca 2666 kW. La altura neta máxima de diseño es de 74.3 m y la mínima es de 50 m, pudiendo llegar esta última a 30 m. Aunque los caudales para las cuales estas turbinas fueron diseñadas varía de 2.5 a 4.4 m<sup>3</sup>/s, el rango de operación de caudal fluctúa entre 1.6 y 5.029 m<sup>3</sup>/s (Isensee, 2007).

Para el caudal de diseño, la cota del eje hidráulico en el canal de descarga de las turbinas es de 431.4 m.s.n.m.

La Figura 4.11 muestra la casa de máquinas de la central hidroeléctrica Puclaro.

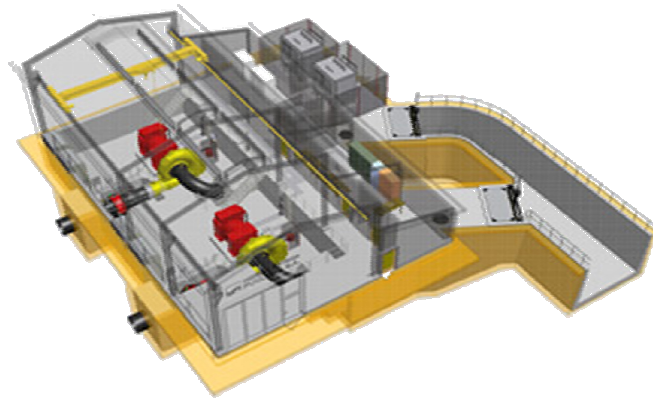


Figura 4.11: Casa de maquinas de la central hidroeléctrica Puclaro.

La pérdida de carga fue determinada mediante la ecuación de Darcy Weisbach y es descrita por la Ecuación 4.4 (Isensee, 2007).

Ecuación 4.4, Perdida de carga en las turbinas de la central hidroeléctrica Puclaro:

$$\Delta h = 0.04 \cdot (Q_{g1} + Q_{g2})^2 \quad [m]$$

Donde:

$Q_{g1}$  : Caudal utilizado en la turbina N° 1 para generación hidroeléctrica.

$Q_{g2}$  : Caudal utilizado en la turbina N° 2 para generación hidroeléctrica.

De esta forma, la altura neta de caída ( $hn_p$ ) se calcula con la Ecuación 4.5 (Isensee, 2007).

Ecuación 4.5, Altura neta de caída:

$$hn_p = h_p + 3.6 - \Delta h \quad [m]$$

Donde:

$h_p$  : Altura de aguas en el embalse Puclaro.

Como ya se mencionó, los caudales de operación que utiliza esta central son los programados por la JVREA, por lo que son relativamente constantes durante todo el mes, a no ser que este organismo establezca realizar un cambio en las entregas de caudal.

Debido a que las turbinas tienen distinto rendimiento según la carga hidráulica y el caudal pasante, existe una política óptima de operación de ellas, y depende de las curvas de eficiencia las que se muestran en la Figura 4.12.

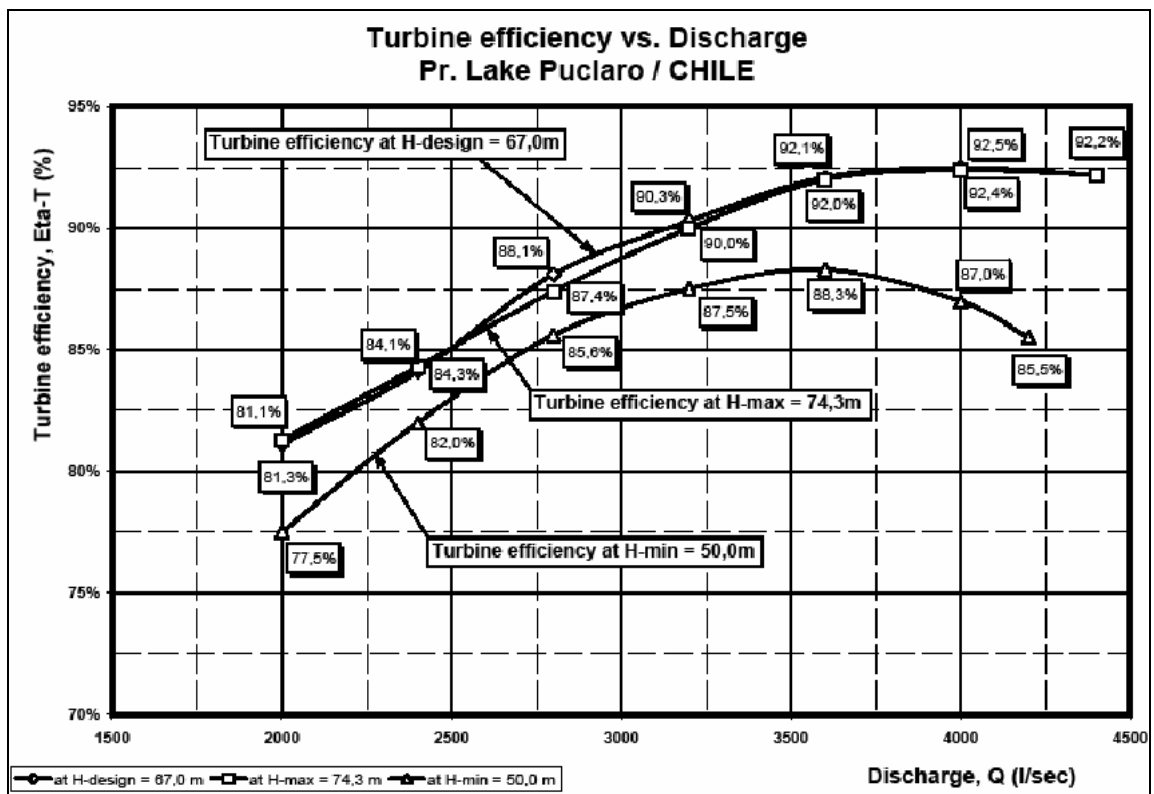


Figura 4.12: Curvas de rendimiento para turbinas de la central Puclaro.

Además del rendimiento de las turbinas, la eficiencia de la planta está influenciada por la eficiencia de los generadores. Los valores de eficiencia de las turbinas y generador eléctrico, para el rango de caudales de diseño y distintas alturas netas proporcionados por los fabricantes se encuentran en el Anexo A2.

Multiplicando los valores de eficiencia de la turbina con las del generador para la misma situación altura – caudal, se obtiene el rendimiento conjunto, el cual se resume en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Eficiencia conjunta del sistema generador - turbina en la central hidroeléctrica Puclaro [%].

Q[m <sup>3</sup> /s]	Hn 50 m.	Hn 67 m.	Hn 74.3 m.
2.0	73.63	77.77	78.13
2.4	78.39	81.07	81.52
2.8	82.26	85.28	84.69
3.2	84.44	87.59	87.48
3.6	85.39	89.61	89.61
4.0	84.22	90.10	90.00
4.4	82.85	89.80	89.90

La central hidroeléctrica Puclaro aplica una política de operación de sus turbinas según el caudal disponible de generación, de tal manera de maximizar la potencia generada distribuyendo el caudal hacia las turbinas de la siguiente forma (Isensee, 2007):

### Altura neta $H_n \geq 67$

- Si  $Q$  es inferior a  $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$  no hay generación.
- Si  $Q$  es menor o igual a  $4.8 \text{ m}^3/\text{s}$  sólo opera una unidad con un máximo de  $4.4 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Si  $Q$  está entre  $4.8$  y  $6 \text{ m}^3/\text{s}$  la segunda unidad opera con el caudal mínimo de  $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$  y la primera con  $Q$  menos  $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Para  $Q$  mayores a  $6.0 \text{ m}^3/\text{s}$  se asigna la mitad del caudal a cada unidad.

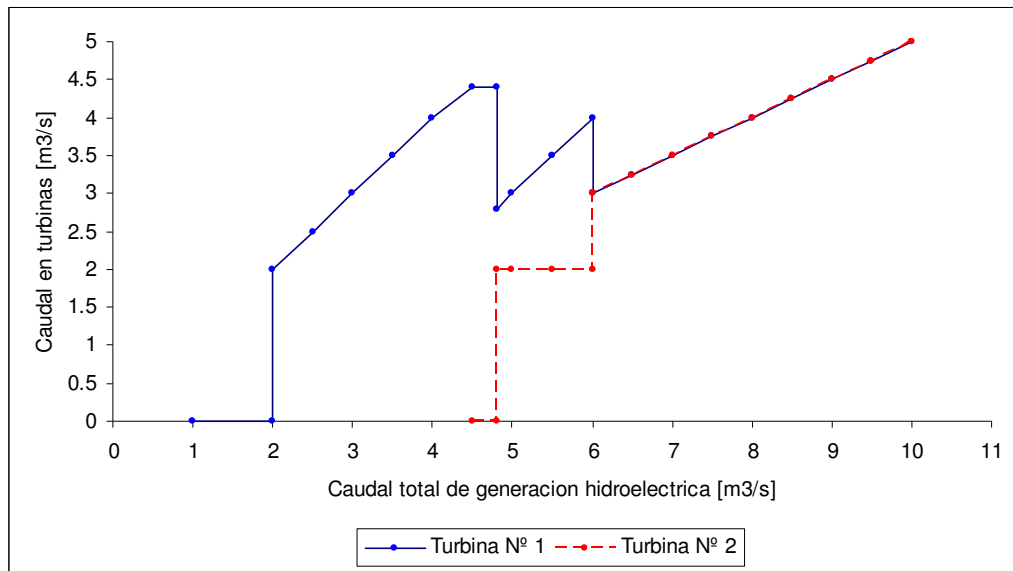


Figura 4.13: Distribución de caudales entre turbinas para una altura neta  $H_n \geq 67$  m.

### Altura neta $67 > H_n > 50$

- Si  $Q$  es igual o inferior a  $2.0 \text{ m}^3/\text{s}$  no hay generación.
- Si  $Q$  es menor o igual a  $4.8 \text{ m}^3/\text{s}$  sólo opera una unidad con un máximo de  $4.4 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- Para  $Q$  mayores a  $4.8 \text{ m}^3/\text{s}$  se asigna la mitad del caudal a cada unidad.

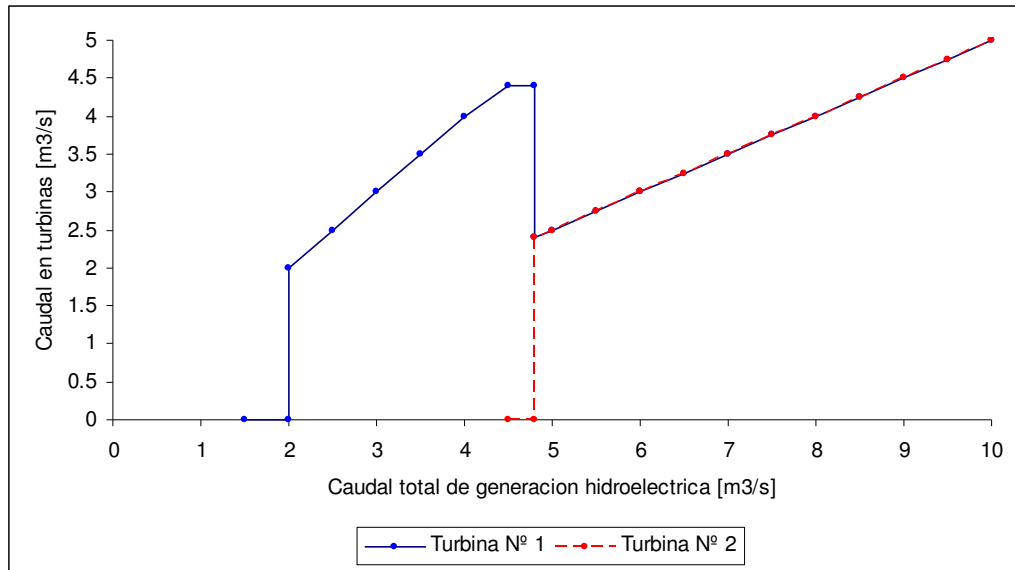


Figura 4.14: Distribución de caudales entre turbinas para una altura neta  $67 > H_n > 50$  m.

## 5 Formulación del problema de optimización

El sistema de recursos hídricos asociado al embalse Puclaro se ha simplificado para poder modelarlo matemáticamente. Las simplificaciones más significativas tienen relación con la disminución y emplazamiento de los sectores de riego y ríos afluentes al río Elqui. La Figura 5.1 muestra el esquema del sistema hídrico y la ubicación de los sectores de riego en la cuenca del río Elqui.

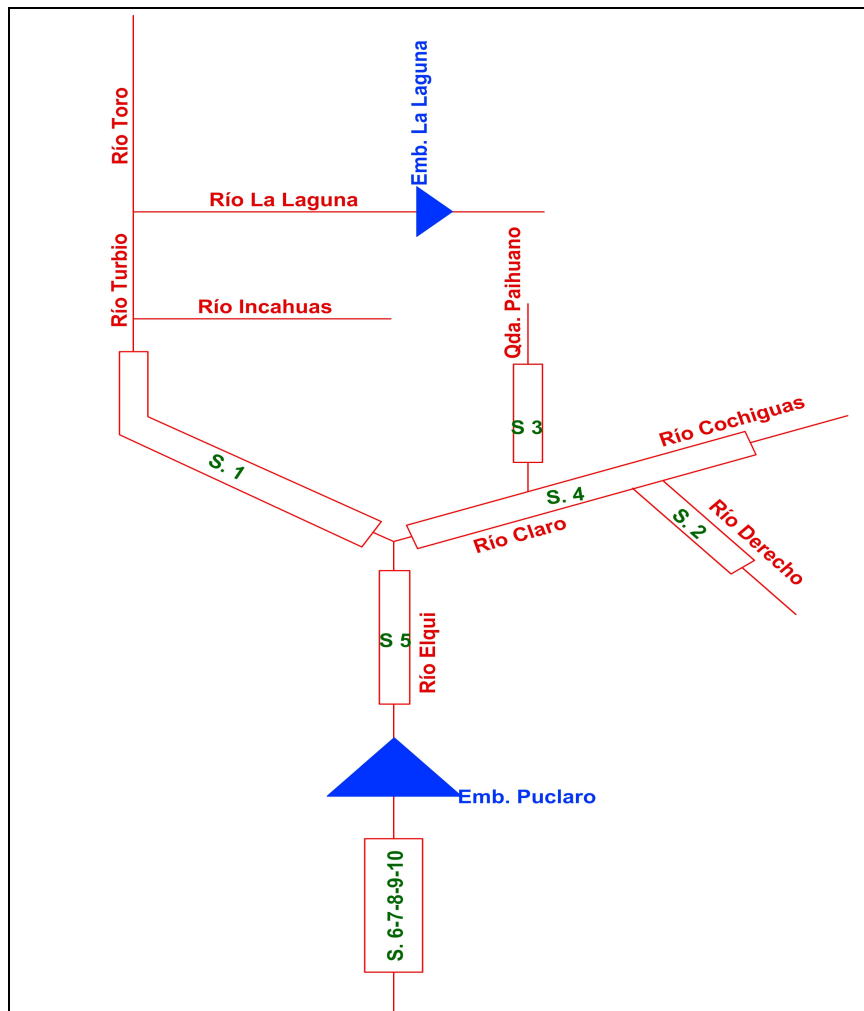


Figura 5.1: Esquema del sistema hídrico y sectores de riego en la cuenca del río Elqui.

Con respecto a los sectores de riego: no se consideraron en la modelación los sectores N° 1, 2, 3 y 4, quedando el sector N° 5 para representar los sectores de riego aguas arriba de Puclaro, en el modelo este sector se nombró sector de riego N° 1. La extracción de aguas de regadío para este sector se ubicó luego de la confluencia de los ríos Turbio y Claro en el río Elqui. Los sectores de riego N° 6, 7, 8, 9 y 10 aguas abajo del embalse Puclaro, se consideraron como un solo sector, que para efectos del modelo se denominó sector de riego N° 2 y se situó inmediatamente aguas abajo del embalse Puclaro.



No se consideraron los sectores de riego N° 1, 2, 3 y 4 debido a que la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal mide los caudales provenientes del río Turbio y Claro en el río Elqui, donde ya se han extraído los caudales de riego de los sectores N° 1, 2, 3 y 4. Esta estación se encuentra en muy buenas condiciones, por lo que la calibración de los datos de entrada al modelo utilizando la estación Elqui en Algarrobal y sólo el sector de riego N° 5 se simplifica enormemente, disminuyendo requerimientos operacionales y computacionales del modelo.

Se designaron sólo dos sectores de riego, ya en la actualidad y por razones agronómicas, los sectores aguas arriba de Puclaro reciben por igual el mismo *Desmarque*, lo mismo ocurre con los sectores de riego aguas abajo, pero con un *Desmarque* distinto.

La simplificación con respecto a los afluentes al río Elqui consiste en reunir los caudales con régimen aleatorio afluentes al río Elqui (ríos Claro y Turbio) y ubicarlos aguas arriba del sector de riego N° 1 del modelo, donde nace el río Elqui. Las aguas provenientes del embalse La Laguna, cuyo régimen es controlado, confluirán también en ese lugar.

Se consideraron dos caudales aleatorios, uno afluente al embalse La Laguna y otro, afluente al río Elqui.

Es importante señalar que se despreciaron las pérdidas o ganancias de caudal de cualquier tipo mientras el agua se encuentre embalsada en La Laguna o fluya a través de los ríos o canales, ya que estimarlas es una tarea compleja y estas pueden ser ajustadas modificando parámetros del modelo.

Debido a la magnitud del embalse Puclaro, se consideraron pérdidas de caudal por evaporación e infiltración. Para la estimación de estas variables se utilizaron los antecedentes descritos en el capítulo 4.

En la Figura 5.2 se muestra el diagrama del modelo propuesto.

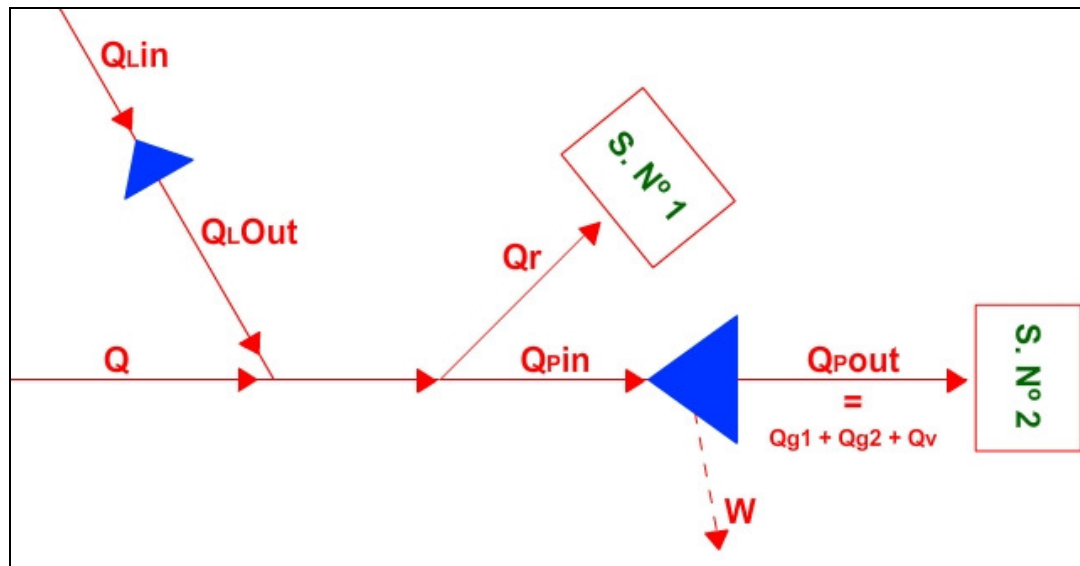


Figura 5.2: Diagrama general del modelo matemático.

Donde:

$Q$  : Caudal natural afluente al río Elqui.

$Q_r$  : Caudal utilizado en el riego del sector N° 1 del modelo.

$Q_{Lin}$  : Caudal natural afluente al embalse La Laguna.

$Q_{Lout}$  : Caudal efluente del embalse La Laguna.

$Q_{Pin}$  : Caudal afluente al embalse Puclaro proveniente del río Elqui.

$Q_{Pout}$  : Caudal efluente del embalse Puclaro utilizado en el riego del sector N° 2 del modelo.

$Q_{g1}$  : Caudal utilizado en la turbina N° 1 para generación hidroeléctrica.

$Q_{g2}$  : Caudal utilizado en la turbina N° 2 para generación hidroeléctrica.

$Q_v$  : Caudal evacuado del embalse Puclaro sin aprovechamiento hidroeléctrico.

$W$  : Perdidas por infiltración y evaporación en el embalse Puclaro.

Debido que la JVREA administra los sistemas de control de aguas en la cuenca, y debe hacerlo mediante una programación mensual de los caudales que controla, los caudales efluentes de los embalses La Laguna y Puclaro son relativamente constantes y rara vez deben ser modificados durante el mes. Por esta razón, el modelo se plantea con una discretización temporal mensual.

Bajo el mismo argumento anterior, es posible incorporar en el modelo, la eficiencia de la central hidroeléctrica Puclaro en generar energía sin incurrir en errores considerables debido a las escasas y pequeñas fluctuaciones de caudal que utiliza la central durante el mes.

Se realizó un ajuste polinómico de dos variables, altura neta y caudal para obtener una función suave y representativa de la eficiencia de la central hidroeléctrica Puclaro, dicha función se presenta en forma gráfica y matemática en la Figura 5.3 y Ecuación 5.1 respectivamente.

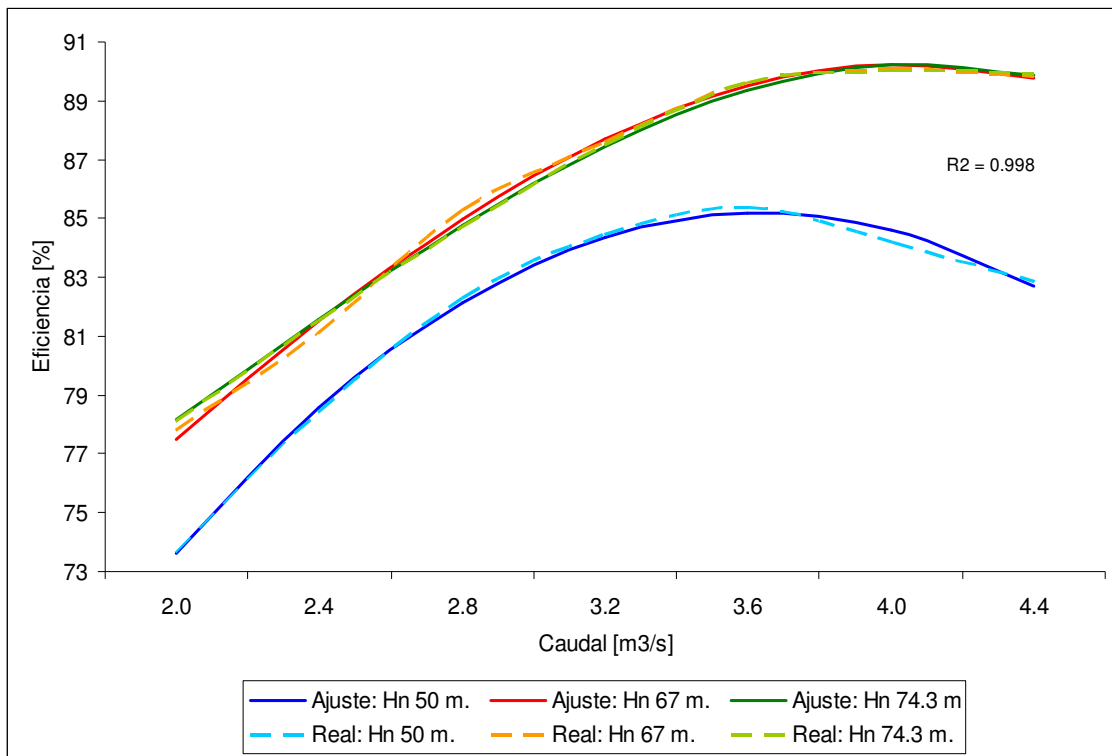


Figura 5.3: Comparación de las curvas reales y ajustadas del rendimiento conjunto turbina - generador de la central hidroeléctrica Puclaro.

Ecuación 5.1, Ajuste polinómico de dos variables y grado 4 del rendimiento turbina – generador:

$$Eff(hn_p, Q_g) = \sum_{s=k=1}^{5,5} ef_{s,k} \cdot \left(\frac{Q_g}{10}\right)^{s-1} \cdot \left(\frac{hn}{100}\right)^{k-1}$$

Donde:

Los índices  $s$  y  $k$  son los índices del grado del polinomio, donde el índice  $s$  recorre el grado de la variable  $Q_g$  y el índice  $k$  recorre el grado de la variable  $hn_p$ , dichos coeficientes se muestran en el Anexo A2.

$Eff(hn_p, Q_g)$  : Eficiencia conjunta turbina – generador.

- $ef_{k,s}$  : Coeficientes del polinomio de ajuste.
- $hn_p$  : Altura normal de caída.
- $Q_g$  : Caudal de generación hidroeléctrica en una turbina.

## 5.1 Variables y parámetros del modelo

Las variables utilizadas son de tres tipos, variables de decisión, variables de estado y variables auxiliares.

Variables de decisión: son incógnitas que deben ser determinadas a partir de la solución del modelo. Representan las decisiones que se pueden tomar directamente sobre el sistema mediante los mecanismos de operación.

Variables de estado: son aquellas que representan el estado del sistema en un tiempo dado y que constituyen toda la información a ser utilizada en la toma de decisiones en cada periodo.

Variables auxiliares: son aquellas que se utilizan para simplificar las relaciones entre las variables de decisión y de estado.

Los parámetros utilizados son de dos tipos:

Parámetros fijos: representan las características del sistema y no deben ser modificados, a no ser que ocurra un cambio significativo en éste.

Parámetros modificables: son responsables de generar los escenarios que se quieran simular.

Las variables auxiliares, parámetros fijos y parámetros modificables serán presentados y descritos a medida que aparezcan en las ecuaciones en el sub-capítulo 5.2.

### 5.1.1 Variables de decisión

Las variables de decisión son aquellas que representan las decisiones que actualmente se toman en la operación de los sistemas de asignación de aguas en el sistema embalse Puclaro, y corresponden a las entregas de caudal para cada sector de riego, así como los caudales efluentes de los embalse La Laguna y Puclaro.

De la Figura 5.2,  $Q_{Lout}$  y  $Q_{Pout}$  representan los caudales de salida de los embalses La Laguna y Puclaro respectivamente, además  $Q_{Pout}$  representa el agua disponible para el sector de riego N° 2.  $Q_r$  representa las asignaciones de agua a los sectores de riego.

La variable  $Q_{Pout}$  puede ser descompuesta en cuatro variables, de las cuales tres son variables de decisión. Las dos primeras corresponden a los caudales de generación hidroeléctrica para ambas turbinas, y la tercera, el caudal evacuado por las compuertas del embalse Puclaro. La cuarta variable correspondiente a una variable auxiliar que representa el caudal vertido a causa del rebalse en el embalse. Las dos últimas variables mencionadas (3 y 4) se representaron en una sola ( $Q_v$ ) equivalente a una variable de decisión de operar las compuertas, esto último debido a:

- La complejidad de implementar por separado dichas variables (que dependen de otras variables) en los *solver* computacionales disponibles.
- La gran capacidad de evacuación de las compuertas.
- El modelo no se hace cargo de representar eventos extremos como lo es una evacuación por crecidas muy grande.

Además, es posible distinguir si se produce evacuación por compuerta o por vertedero, observando el nivel de agua embalsada en Puclaro de la siguiente forma:

Si la variable  $Q_v$  resulta mayor a cero y el volumen final del mes en el embalse Puclaro es igual a su volumen máximo, entonces  $Q_v$  solo representa un caudal vertido. En cambio, si el volumen final del embalse es inferior, entonces la variable  $Q_v$  representa un caudal evacuado por compuertas.

Descripción de las variables de decisión:

$Q_{outL}(t)$  : Caudal efluente del embalse La Laguna en el mes  $t$ .

$Q_r(t)$  : Caudal de riego utilizado en el sector N° 1 durante el mes  $t$ .

$Q_{g1}(t)$  : Caudal utilizado en la Turbina N° 1 para generación hidroeléctrica y en riego en el sector N° 2 durante el mes  $t$ .

$Q_{g2}(t)$  : Caudal utilizado en la Turbina N° 2 para generación hidroeléctrica y en riego en el sector N° 2 durante el mes  $t$ .

$Q_v(t)$  : Caudal evacuado del embalse Puclaro sin aprovechamiento hidroeléctrico, pero disponible para el riego del sector N° 2 durante el mes  $t$ .

### 5.1.2 Variables de estado

Dentro de esta categoría, se encuentran aquellas variables que representan el estado en el sistema en un tiempo dado y que constituyen la única información a ser utilizada en la toma de decisiones en cada periodo (que entregan las variables).

Descripción de las variables de estado:

$V_p(t)$  : Volumen inicial en el mes  $t$  del embalse Puclaro.

$V_L(t)$  : Volumen inicial en el embalse La Laguna en el mes  $t$ .

### 5.1.3 Variables auxiliares, parámetros fijos y modificables

Las variables auxiliares (VA) representan el estado del sistema en un instante dado, pero que no se utilizan como información relevante en la toma de decisiones del modelo y en general son utilizadas para simplificar relaciones entre las variables de estado y decisión. Estas variables obtienen su valor a consecuencia de los valores de los parámetros y demás variables, por lo que es posible prescindir de ellas utilizando funciones dependientes de las variables de decisión y de estado para reemplazarlas. Pero dada la simplicidad en la construcción del modelo utilizando estas variables y también a que los algoritmos computacionales de resolución de problemas de optimización trabajan mejor simplificando las relaciones entre variables, es preferible utilizarlas aún cuando la dimensión del problema crezca (Manual solver Conopt, GAMS).

Los parámetros fijos (PF) representan los límites físicos y operacionales o características que no pueden ser cambiadas sin realizar una reestructuración en el sistema, por lo que se supone serán valores que no cambiarán en el corto ni mediano plazo.

Los parámetros modificables (PM) determinarán condiciones en el modelo, las que pueden recrear distintos escenarios y requerimientos.

## 5.2 Restricciones

Las restricciones impuestas sobre las variables del modelo definen el espacio de soluciones factibles, y representan las limitaciones físicas y operacionales en el sistema, además de las ecuaciones que vinculan las variables de estado y de decisión en el tiempo. Más específicamente, estas restricciones tienen relación con las capacidades de almacenamiento de los embalses, de evacuación de las aguas y las capacidades de los canales, junto con ecuaciones de balance de masa. Es decir, aspectos definidos en el diseño de los elementos que conforman el sistema.

Las ecuaciones que definen las restricciones del modelo matemático se detallan a continuación y donde el superíndice  $n$  se asocia al escenario hidrológico  $EH_m^n = (Q^n(t), Q_{Lin}^n(t))$  que posee una cierta probabilidad  $P^n(t)$ :

Ecuación 5.2, Balance de masa aguas arriba del embalse Puclaro:

$$Q^n(t) + Q_{Lout}(t) = Q_r(t) + Q_{Pin}^n(t)$$

Donde:

$Q^n(t)$  : Caudal natural promedio afluente al río Elqui asociado al escenario hidrológico  $n$  (PM).

$Q_{Pin}^n(t)$  : Caudal afluente promedio al embalse Puclaro durante el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.3, Balance de masas en el embalse Puclaro:

$$V_P^n(t+1) = V_P(t) + [Q_{Pin}^n(t) - Q_{Pout}(t) - Infiltr_P^n(t) - E_P^n(t)] \cdot \Delta t$$

Donde:

$V_P^n(t+1)$  : Volumen al inicio del mes  $t+1$  del embalse Puclaro asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

$Q_{Pout}(t)$  : Caudal efluente promedio del embalse Puclaro durante el mes  $t$  (VA).

$Infiltr_P^n(t)$  : Infiltración promedio en el embalse Puclaro durante el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

$E_P^n(t)$  : Evaporación promedio en el embalse Puclaro durante el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

$\Delta t$  : Duración del mes  $t$  (PM).

Ecuación 5.4, Balance de masas aguas abajo del embalse Puclaro:

$$Q_{Pout}(t) = Q_{g1}(t) + Q_{g2}(t) + Q_v(t)$$

Ecuación 5.5, Estimación de la altura de agua promedio en el embalse Puclaro:

$$h_P^n(t) = 0.043057 \cdot \left[ \frac{V_P(t) + V_P^n(t+1)}{2} \right]^{0.38868}$$

Donde:

$h_P^n(t)$  : Altura de agua promedio en el embalse Puclaro durante el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.6, Estimación de la superficie inundada promedio en el embalse Puclaro:

$$S_P^n(t) = 61.23202 \cdot \left[ \frac{V_P(t) + V_P^n(t+1)}{2} \right]^{0.61038}$$

Donde:

$S_p^n(t)$  : Superficie inundada promedio en embalse Puclaro durante el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.7, Evaporación estimada promedio en el embalse Puclaro:

$$E_p^n(t) = Ev(t) \cdot S_p^n(t)$$

Donde:

$Ev(t)$  : Tasa de evaporación diaria promedio del mes  $t$  en la zona donde se encuentra el embalse Puclaro (PM).

Ecuación 5.8, Infiltración estimada promedio en el embalse Puclaro en el mes  $t$ :

$$Infiltr_p^n(t) = Inf(h_p^n(t))$$

Donde:

$Infiltr_p^n(t)$  : Infiltración estimada promedio en el embalse Puclaro en el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.9, Balance de masas en el embalse La Laguna:

$$V_L^n(t+1) = V_L(t) + [Q_{Lin}^n(t) - Q_{Lout}(t)] \cdot \Delta t$$

Donde:

$V_L^n(t+1)$  : Volumen al inicio del mes  $t+1$  en el embalse La Laguna asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

$Q_{Lin}^n(t)$  : Caudal natural afluente al embalse La Laguna asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.10, Satisfacción de la demanda de agua en el sector de riego N° 1:

$$Q_r \geq Acc_1 \cdot Des_1(t) - Shi_1(t)$$

Donde:

$Acc_1$  : Acciones de agua que posee el sector de riego N° 1 (PF).

$Des_1(t)$  : Requerimientos de abastecimiento de agua para el sector de riego N° 1 en términos de porcentaje del número de acciones de aguas en dicho sector (PM).

$Shi_1(t)$  : Variable auxiliar que representa el caudal déficit en el abastecimiento de agua del sector de riego N° 1 en el mes  $t$  (VA).



Ecuación 5.11, Satisfacción de la demanda de agua en el sector de riego N° 2:

$$Q_{Pout}(t) \geq Acc_2 \cdot Des_2(t) - Shi_2(t)$$

Donde:

$Acc_2$  : Acciones de agua que posee el sector de riego N° 2 (PF).

$Des_2(t)$  : Requerimientos de abastecimiento de agua para el sector de riego N° 2 en términos de porcentaje del número de acciones de aguas en dicho sector (PM).

$Shi_2(t)$  : Variable auxiliar que representa el caudal déficit en el abastecimiento de agua del sector de riego N° 2 en el mes  $t$  (VA).

Ecuación 5.12, Eficiencia combinada promedio en el conjunto turbina-generador N° 1:

$$eff_1^n(t) = Eff(hn_p^n(t), Q_{g1}(t))$$

Donde:

$eff_1^n(t)$  : Eficiencia combinada de la turbina y generador N° 1 durante el mes  $t$  asociada al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.13, Eficiencia combinada promedio en el conjunto turbina-generador N° 2:

$$eff_2^n(t) = Eff(hn_p^n(t), Q_{g2}(t))$$

Donde:

$eff_2^n(t)$  : Eficiencia combinada de la turbina y generador N° 2 durante el mes  $t$  asociada al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.14, Limite superior del volumen de operación del embalse Puclaro:

$$V_P^n(t) \leq V_{P,max}$$

Donde:

$V_{P,max}$  : Volumen máximo de almacenamiento del embalse Puclaro (PF).

Ecuación 5.15, Limite inferior del volumen de operación del embalse Puclaro:

$$V_P^n(t) \geq V_{P,min}$$

Donde:

$V_{P,min}$  : Volumen mínimo de almacenamiento del embalse Puclaro en donde el modelo es capaz de representar adecuadamente el sistema (PF).

Ecuación 5.16, Limite inferior para el caudal afluyente al embalse Puclaro:

$$Q_{Pin}^n(t) \geq 0$$

Ecuación 5.17, Limite superior para el caudal de generación hidroeléctrica para la turbina N° 1:

$$Q_{g1}(t) \leq Q_{g \max}$$

Donde:

$Q_{g \max}$  : Caudal operacional de generación máximo para ambas turbinas (PF).

Ecuación 5.18, Limite superior para el caudal de generación hidroeléctrica para la turbina N° 2:

$$Q_{g2}(t) \leq Q_{g \max}$$

Ecuación 5.19, Limite inferior para el caudal de generación hidroeléctrica para la turbina N° 1:

$$Q_{g1}(t) \geq Q_{g \min}$$

Donde:

$Q_{g \min}$  : Caudal operacional de generación mínimo para ambas turbinas (PF).

Ecuación 5.20, Limite inferior para el caudal de generación hidroeléctrica para la turbina N° 2:

$$Q_{g2}(t) \geq 0$$

Ecuación 5.21, Limite inferior para el caudal de riego en el sector N° 1:

$$Q_r(t) \geq 0$$

Ecuación 5.22, Limite superior para el caudal evacuado del embalse Puclaro sin aprovechamiento hidroeléctrico:

$$Q_v(t) \leq Q_{v \max}$$

Donde:

$Q_{v \max}$  : Caudal de máximo posible de entregar por las compuertas del embalse Puclaro (PF).

Ecuación 5.23, Limite inferior para el caudal evacuado del embalse Puclaro sin aprovechamiento hidroeléctrico:

$$Q_v(t) \geq 0$$

Ecuación 5.24, Limite superior del volumen de operación del embalse La Laguna:

$$V_L^n(t) \leq V_{L.\max}$$

Donde:

$V_{L.\max}$  : Volumen máximo de almacenamiento del embalse La Laguna (PF).

Ecuación 5.25, Limite inferior del volumen de operación del embalse La Laguna:

$$V_L^n(t) \geq V_{L.\min}$$

$V_{L.\min}$  : Volumen mínimo operacional de almacenamiento del embalse La Laguna (PF).

Ecuación 5.26, Limite superior para el caudal evacuado por el embalse La Laguna:

$$Q_{Lout}(t) \leq Q_{Lout.\max}$$

Ecuación 5.27, Limite inferior para el caudal evacuado por el embalse La Laguna:

$$Q_{Lout}(t) \geq 0$$

Ecuación 5.28, Limite inferior para el déficit de riego en el sector N° 1:

$$Shi_1(t) \geq 0$$

Ecuación 5.29, Limite inferior para el déficit de riego en el sector N° 2:

$$Shi_2(t) \geq 0$$

### Consideraciones

Las variables de decisión no están asociadas al escenario hidrológico  $n$  debido que se quiere representar explícitamente la incertidumbre en el sistema.

No se establecieron ecuaciones que consideran la política óptima de distribución de caudales entre las turbinas, ya que el modelo por si sólo distribuye de forma óptima dichos caudales, asumiendo caudal constante durante cada mes.

No se estableció un límite superior para los caudales de entrega para riego dependiente de la infraestructura para ningún sector debido a que: El sector de riego N° 1 representa a todos los sectores de riego aguas arriba del embalse Puclaro, no solo al sector N° 5. En cuanto al sector N° 2, el agua no aprovechada en riego puede seguir su curso por el río Elqui.

El modelo es aplicable al rango de volúmenes en que la central hidroeléctrica Puclaro puede operar, ya que se consideraron las curvas de embalse y espejo de agua para

alturas superiores a 30 metros, alturas en que la central hidroeléctrica Puclaro puede operar.

Debido a la complejidad de utilizar variables condicionadas a otras variables (capacidades actuales de *solvers* computacionales disponibles), el caudal mínimo de salida del embalse Puclaro será el caudal de operación mínimo para la operación de las turbinas (2 m<sup>3</sup>/s). Históricamente la demanda de agua que satisface el embalse ha sido ampliamente superior a este valor, por lo que se presume que a pesar de esta restricción ficticia, el modelo no entregará resultados erróneos.

La definición de la variable  $Q_v$  considera el mismo problema anterior de los *solver* actuales para resolución de problemas de optimización.

El valor máximo para el caudal de evacuación sin aprovechamiento hidroeléctrico  $Q_{v,max}$  se estableció como el máximo caudal que pueden evacuar las compuertas, debido a que las compuertas pueden ser controladas y la variable que representan estos caudales es una variable de decisión. Por otra parte y debido a la escala mensual de las decisiones, no se consideraron eventos demasiado extremos de evacuación por vertedero.

### 5.3 Función objetivo

Obtener una política óptima de operación utilizando cualquier modelo de optimización, dependerá de la calidad de la representación y programación matemática del sistema, y del indicador de desempeño o función objetivo a utilizar. Puede existir una infinidad de políticas óptimas de operación condicionada por estos dos factores.

En este estudio, la función objetivo consiste en maximizar el valor esperado presente neto de la función utilidad descrita en la Ecuación 5.32 en un periodo de evaluación infinito, y corresponde al beneficio que genera el aprovechamiento del agua disponible en el sistema, descontando las penalidades por déficit en el abastecimiento de las demandas de riego. Dicha utilidad se expresa en términos de energía.

Las expresiones matemáticas que definen la función objetivo se muestran en las siguientes ecuaciones:

Ecuación 5.30, Producción de energía hidroeléctrica en el mes  $t$  :

$$G^n(t) = [eff_1^n(t) \cdot Q_{g1}(t) + eff_2^n(t) \cdot Q_{g2}(t)] \cdot hn_p^n(t) \cdot \Delta t$$

Donde:

$G^n(t)$  : Producción de energía hidroeléctrica en el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Ecuación 5.31, Penalización por déficit en el abastecimiento de las demandas de agua de riego en el mes  $t$  valorizadas en términos de energía:

$$C^n(t) = [wv_1 \cdot Shi_1(t) + wv_2 \cdot Shi_2(t)] \cdot hn_p^n(t) \cdot \left[ \frac{eff_1^n(t) \cdot Q_{g1} + eff_2^n(t) \cdot Q_{g2}}{Q_{g1} + Q_{g2}} \right] \cdot \Delta t$$

Donde:

$C^n(t)$  : Costo de penalización por déficit en el abastecimiento de las demandas de riego en el mes  $t$  asociado al escenario hidrológico  $n$  (VA).

$wv_1$  : Relación de importancia subjetiva del déficit de agua en el sector de riego N° 1 sobre la producción hidroeléctrica en la central Puclaro (PM).

$wv_2$  : Relación de importancia subjetiva del déficit de agua en el sector de riego N° 2 sobre la producción hidroeléctrica en la central Puclaro (PM).

Ecuación 5.32, Función de utilidad neta en el mes  $t$ :

$$U^n(t) = G^n(t) - C^n(t)$$

Donde:

$U^n(t)$  : Utilidad neta en el mes  $t$  asociada al escenario hidrológico  $n$  (VA).

Es importante recordar que la variable  $U^n(t)$  es función de las variables de estado y de decisión.

Ecuación 5.33, Función objetivo; valor presente esperado de la utilidad total neta:

$$VP = MAX_{\vec{a}} E_{EH} \left[ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \cdot U_{\vec{a}}(t) \right]$$

Donde:

$VP$  : Máximo valor presente de la utilidad esperada total neta (VA).

$E_{EH}$  : Operador esperanza sobre escenarios hidrológicos  $EH^n$ .

$\vec{a}$  : Vector de decisiones de operación en el sistema, incluye  $Q_{g1}$ ,  $Q_{g2}$ ,  $Q_v$  y  $Q_r$ .

$\beta$  : Factor de descuento mensual del valor de la utilidad futura (PM).

La Ecuación 5.33 puede expresarse como muestra la Ecuación 5.34.

Ecuación 5.34, Función objetivo; valor presente esperado de la utilidad total neta:

$$VP = \underset{a}{MAX} \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{n=1}^N \beta^t \cdot P^n(t) \cdot U_a(t)$$

Donde:

$P^n(t)$  : Probabilidad de ocurrencia del escenario hidrológico  $n$  en el mes  $t$  (PM).

Un resumen de las ecuaciones que describen el problema de optimización se muestra a continuación:

$$MAX_a - \sum_{t=0}^{\infty} \sum_{n=1}^N \beta^t \cdot P^n(t) \cdot U_a^n(t)$$

S.A.

Ecuaciones de balance de masas:

$$Q^n(t) + Q_{Lout}(t) = Q_r(t) + Q_{Pin}^n(t)$$

$$V_P^n(t+1) = V_P(t) + [Q_{Pin}^n(t) - Q_{Pout}(t) - Infiltr_P^n(t) - E_P^n(t)] \cdot \Delta t$$

$$Q_{Pout}(t) = Q_{g1}(t) + Q_{g2}(t) + Q_v(t)$$

$$V_L^n(t+1) = V_L(t) + [Q_{Lin}^n(t) - Q_{Lout}(t)] \cdot \Delta t$$

Definición de variables auxiliares:

$$G^n(t) = [eff_1^n(t) \cdot Q_{g1}(t) + eff_2^n(t) \cdot Q_{g2}(t)] \cdot hn_P^n(t) \cdot \Delta t$$

$$C^n(t) = [wv_1 \cdot Shi_1(t) + wv_2 \cdot Shi_2(t)] \cdot hn_P^n(t) \cdot \left[ \frac{eff_1^n(t) \cdot Q_{g1} + eff_2^n(t) \cdot Q_{g2}}{Q_{g1} + Q_{g2}} \right] \cdot \Delta t$$

$$U^n(t) = G^n(t) - P^n(t)$$

$$h_P^n(t) = 0.043057 \cdot \left[ \frac{V_P(t) + V_P^n(t+1)}{2} \right]^{0.38868}$$

$$S_P^n(t) = 61.23202 \cdot \left[ \frac{V_P(t) + V_P^n(t+1)}{2} \right]^{0.61038}$$

$$E_P^n(t) = Ev(t) \cdot S_P^n(t)$$

$$Infiltr_P^n(t) = Inf(h_P^n(t))$$

$$eff_1^n(t) = Eff(hn_P^n(t), Q_{g1}(t));$$

$$eff_2^n(t) = Eff(hn_P^n(t), Q_{g2}(t))$$

Demandas de riego:

$$Q_r \geq Acc_1 \cdot Des_1(t) - Shi_1(t);$$

$$Q_{Pout}(t) \geq Acc_2 \cdot Des_2(t) - Shi_2(t)$$

Limites de capacidades operacionales y no negatividad de variables:

$$V_P^n(t) \leq V_{P,max}; \quad V_P^n(t) \geq V_{P,min} \quad V_L^n(t) \leq V_{L,max}; \quad V_L^n(t) \geq V_{L,min}$$

$$Q_{P.in}^n(t) \geq 0 \quad Q_r(t) \geq 0$$

$$Q_{g1}(t) \leq Q_{g,max}; \quad Q_{g2}(t) \leq Q_{g,max}; \quad Q_{g1}(t) \geq Q_{g,min}; \quad Q_{g2}(t) \geq 0$$

$$Q_v(t) \geq 0; \quad Q_v(t) \leq Q_{v,max}$$

$$Q_{Lout}(t) \geq 0; \quad Q_{Lout}(t) \leq Q_{Lout,max}$$

$$Shi_1(t) \geq 0; \quad Shi_2(t) \geq 0$$

## 5.4 Estrategia de solución

La resolución del problema de optimización se abordará utilizando programación dinámica estocástica (PDE) considerando variables continuas y decisiones que se toman en forma discreta en el tiempo en un periodo de evaluación infinito, por lo que se aplicará la metodología *Value iteration*, descrita en el capítulo 3, donde resulta el método más apropiado para abordar este problema. Para esto, es necesario redefinir la función objetivo introduciendo el concepto de función de valor futuro de Bellman.

La redefinición de la función de objetivo se muestra en la Ecuación 5.35.

Ecuación 5.35, Función objetivo para PDE: valor presente de la utilidad total neta esperada:

$$VP = VF_{t=0}(V_p(t=0), V_L(t=0))$$

Donde:

$VF_t(\cdot)$  : Representa el máximo valor presente de las utilidades futuras que se generan a partir del tiempo  $t$  y del estado inicial  $(V_p(t), V_L(t))$ . En otras palabras es el valor futuro del agua total embalsada en el sistema al comienzo del mes  $t$  (VA).

La variable  $VF_t(\cdot)$  se puede escribir en la forma de Bellman como muestra la Ecuación 5.36, donde se hace explícita la división en sub-problemas del problema original y la recursividad de la ecuación para ser resuelta con PDE.

Ecuación 5.36, Ecuación de Bellman en su forma estocástica para el valor futuro del agua embalsada:

$$VF_t(V_p(t), V_L(t)) = \underset{a}{MAX} \sum_{n=1}^N P_n(t) \cdot [U^n(t) + \beta \cdot VF_{t+1}(V_p(t+1), V_L(t+1))]$$

Teniendo en cuenta que la herramienta desarrollada en este trabajo utilizará una predicción de caudales determinística afluentes a la cuenca para entregar las secuencias óptimas de decisiones respecto a los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui. La metodología propuesta para realizar esto, se detalla a continuación:



- Construcción del *Modelo de valor futuro del agua embalsada*, el cual entrega funciones  $VF_m(\cdot)$ , donde el subíndice  $m$  representa el mes en que la función de valor futuro del agua embalsada es válida, dicho modelo se detalla en el capítulo 6.
- Construcción del *Modelo de Re-Optimización*, el cual utiliza las funciones de  $VF_m(\cdot)$  y un pronóstico determinístico de caudales afluentes a la cuenca con el objeto de planificar la secuencia de decisiones futuras, dicho modelo se detalla en el capítulo 7.
- Validación de modelos.

El esquema del funcionamiento de la herramienta de apoyo de toma de decisiones desarrollada en este trabajo se muestra en la Figura 5.4.

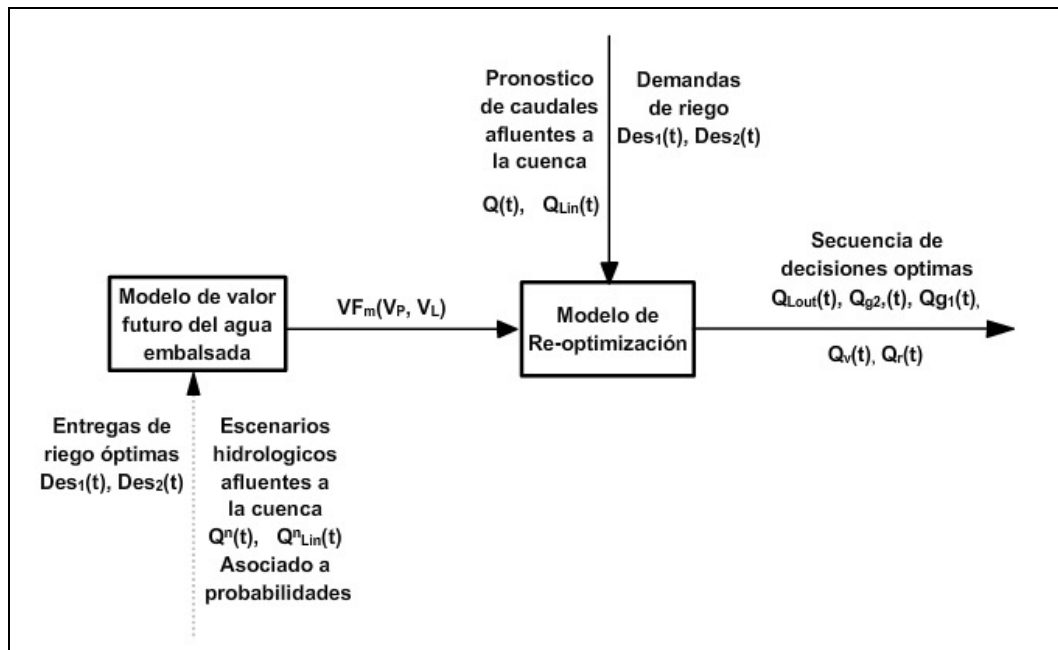


Figura 5.4: Esquema del funcionamiento de la herramienta de apoyo a la toma de decisiones desarrollada en este trabajo.

**Consideraciones:**

La Función objetivo  $VP$  considera un tiempo de evaluación infinito de la función utilidad  $U^n(t)$  descontada por el factor  $\beta$ , esto debido a que el recurso hídrico debe planificarse a largo plazo.

Se trató de utilizar una función objetivo lo más realista posible, introduciendo algunos parámetros, que si bien son subjetivos, esta subjetividad se hace explícita y controlable por los parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$ .

Los parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$ , que corresponden a la relación de importancia subjetiva del déficit de agua de riego por sobre la generación eléctrica en la central Puclaro en los sectores N° 1 y N° 2 respectivamente, se plantearon en forma separada para dar mayor flexibilidad de las preferencias del modelo en la satisfacción de las demandas, quedando con igual preferencia si se utiliza la relación  $wv_1 = wv_2 + 1$ , debido que abastecer al sector de riego N° 2 genera ganancias por generación hidroeléctrica.

Es importante destacar que la función utilidad  $U^n(t)$  se expresa en términos de energía, pero no corresponde solamente a la energía generada descontada por el factor  $\beta$ , sino que además incorpora penalidades al no cumplimiento de las demandas de riego.

La resolución de los modelos planteados (modelo de valor futuro del agua embalsada y modelo de re-optimización) se realizó utilizando el programa computacional de modelamiento algebraico GAMS (General Algebraic Modeling System), basándose en el código proporcionado por Richard Howitt, 2002.

GAMS posee poderosos algoritmos para la resolución de problemas de optimización, de los cuales se ha elegido el algoritmo CONOPT3, *solver* especializado en resolver problemas no lineales.

## 6 Modelo de valor futuro del agua embalsada

Debido a que se planteo el modelo matemático con discretización temporal mensual, se deben conocer 12 funciones de valor futuro (una para cada mes). Para encontrar dichas funciones se utilizó el método Value iteration (detallado en el sub-capítulo 3.2) en conjunto con el método de interpolación de funciones de Chebyshev (detallado en el sub-capítulo 3.3) para obtener una aproximación continua de estas funciones.

Las funciones de valor futuro deben considerar el carácter aleatorio de los caudales afluentes a la cuenca. Lo anterior queda plasmado en las ecuaciones detalladas en el 5, en donde se utiliza un set de estados hidrológicos y solo una forma de operar para cada mes.

Para caracterizar el régimen aleatorio de los caudales afluentes a la cuenca, se utilizó un conjunto discreto de escenarios hidrológicos para cada mes  $EH_m^n$  asociados a una probabilidad de ocurrencia  $P_m^n$ , donde el escenario hidrológico  $EH_m^n$  está compuesto por los caudales naturales afluentes al río Elqui  $Q^n(t)$  y al embalse La Laguna  $Q_{Lin}^n(t)$ .

Dado que se aproximarán las funciones de valor futuro del agua embalsada utilizando polinomios de Chebyshev, se introduce la Ecuación 6.1 para aproximar la función de valor futuro del agua embalsada.

Ecuación 6.1, Aproximación de Chebyshev del la función de valor futuro.

$$VF_t(V_p(t), V_L(t)) = \sum_{i,h}^{I,H} A_{i,h}(t) \cdot PhiP_i(\hat{V}_p(t)) \cdot PhiL_h(\hat{V}_L(t))$$

Donde:

$\sum_{i,h}^{I,H} A_{i,h}(t) \cdot PhiP_i(\hat{V}_p(t)) \cdot PhiL_h(\hat{V}_L(t))$ : Polinomio de Chebychev de grado  $I, H$  que representa el valor futuro del agua embalsada al inicio del periodo  $t$  y cuyos términos se describen más adelante en este capítulo.

El proceso iterativo de la metodología *Value iteration* para encontrar las aproximaciones de las funciones de valor futuro del agua embalsada se describe a continuación:

1.- Se define un mínimo discreto de volúmenes iniciales para los embalses La Laguna y Puclaro, los que llamaremos *Nodos*, esto para discretizar el rango de volúmenes de operación de ambos embalses y poder aproximar la función de valor futuro en estos *Nodos*.

2.- Se define una serie de escenarios hidrológicos  $EH_m^n = (Q^n(t), Q_{Lin}^n(t))$  asociados a su probabilidad de ocurrencia, es decir, se discretizan la funciones de probabilidad de los caudales afluentes a la cuenca de cada mes.

3.- Se inicializan los coeficientes de los polinomios de Chebyshev de cada mes ( $A_{i,h}(t)$ ) con valores elegidos arbitrariamente (estos coeficientes se irán modificando en el proceso iterativo hasta converger a un valor fijo).

4.- Se inicializa el valor del error en la aproximación de la función de valor futuro de los polinomios de Chebyshev con un valor superior al error máximo deseado.

5.- Se inicia la iteración partiendo desde el mes infinito en el futuro hacia el presente. De esta forma se reutilizan las aproximaciones de las funciones de valor futuro de los meses futuros para encontrar mejores aproximaciones de estas funciones para los meses cronológicamente más cercanos.

6.- Se resuelve el modelo de optimización, encontrando una operación óptima para cada combinación de *Nodos* considerando las aproximaciones de las funciones del valor futuro del agua embalsada actualizadas hasta ese momento.

7.- Se actualizan los coeficientes del polinomio de Chebyshev para el mes actual (en la iteración) utilizando la función de construcción de coeficientes de dicho polinomio, la que se muestra en la Ecuación 6.2:

Ecuación 6.2, Coeficientes del polinomio de Chebyshev:

$$A_{i,h}(t) = \frac{\sum_{j,l}^{J,L} VP_{j,l}(t) \cdot Phi.P_i(\hat{V}_{P-j}) \cdot Phi.L_h(\hat{V}_{L-l})}{\sum_j^J [Phi.P_i(\hat{V}_{P-j})]^2 \cdot \sum_l^L [Phi.L_h(\hat{V}_{L-l})]^2}$$

Donde:

Los índices  $j$  y  $l$  recorren los nodos que discretizan el intervalo de volúmenes de operación de los embalses Puclaro y La Laguna respectivamente ( $j = 1, \dots, J$  y  $l = 1, \dots, L$ ).

Los índices  $i$  y  $h$  son los índices que recorren el grado del polinomio de Chebyshev de dos variables, donde el índice  $i$  recorre el grado de la variable  $Phi.P_i(\hat{V}_{P-j})$  asociada a los volúmenes en el embalse Puclaro, mientras el índice  $h$  lo hace para la variable  $Phi.L_h(\hat{V}_{L-l})$  asociada a los volúmenes en el embalse La Laguna.

$\hat{V}_{P-j}$  y  $\hat{V}_{L-l}$  son los volúmenes de operación de los embalses Puclaro y La Laguna respectivamente, normalizados en el intervalo  $[-1,1]$ .

$Phi.P_i(\hat{V}_{P-j})$  y  $Phi.L_h(\hat{V}_{L-l})$  son los términos polinomiales de Chebyshev evaluados en los nodos que discretizan el intervalo de volúmenes de operación de los embalses Puclaro y La Laguna normalizados en el intervalo  $[-1,1]$ . Donde los términos

polinomiales  $Phi.Y_n(x)$  son la base de polinomios de Chebyshev y se calculan en forma recursiva como se muestra en las siguientes ecuaciones:

$$Phi.Y_1(x) = 1$$

$$Phi.Y_2(x) = x$$

$$Phi.Y_n(x) = 2 \cdot x \cdot Phi.Y_{n-1}(x) - Phi.Y_{n-2}(x)$$

Con:  $Y \in [P, L]$  y  $(n = 3, \dots, I \Leftrightarrow Y = P) \vee (n = 3, \dots, H \Leftrightarrow Y = L)$

8.- Se realizan los pasos N° 6 al N° 7 hasta completar todos los meses del año desde Diciembre a Enero.

9.- Se calcula el error en la aproximación de la función de valor futuro del agua embalsada utilizando la Ecuación 6.3.

Ecuación 6.3, Error de convergencia de los polinomios de Chebyshev en la última iteración:

$$ERROR = MAX_{t,j,l} |VF_t(V_{P-j}, V_{L-l}) - \overline{VF}_t(V_{P-j}, V_{L-l})|$$

Donde:

$\overline{VF}(\cdot)$  : Función de valor futuro en el mes  $t$  de la iteración anterior.

10.- Se compara el valor del error obtenido con el máximo deseado, si el error obtenido es menor, la iteración se detiene, en caso contrario se comienza otra iteración desde el paso N° 5.

Cada iteración representa un año donde se actualizan las funciones de valor futuro para cada mes.

Es importante destacar que las funciones de valor futuro no consideran en su formulación un pronóstico de caudales, ni tampoco que el escenario hidrológico de un mes tiene correlación con los escenarios hidrológicos de los demás meses dentro el mismo año hidrológico.

## 6.1 Asignación de valores a los parámetros

Antes de comenzar a utilizar los modelos, es necesario asignar valores numéricos tanto a los parámetros fijos, que definen las características del sistema, como a los parámetros modificables que definen los escenarios hidrológicos, requerimientos de satisfacción de agua y estado inicial en los embalses.

Una vez ingresados los parámetros fijos, no será necesario modificarlos a no ser que ocurran cambios significativos en el sistema, no así los parámetros modificables que

deben ser al menos revisados antes de cada simulación, ya que estos imponen los escenarios que se quieren representar.

### 6.1.1 Parámetros fijos

Se utilizaron los siguientes parámetros fijos:

Tabla 6.1: Parámetros fijos utilizados.

Parámetro	Valor	Unidad de medida
$Q_{g.\max}$	10.058	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{g.\min}$	2.0	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{v.\max}$	40	[m <sup>3</sup> /s]
$V_{P.\max}$	210482000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{P.\min}$	20797000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{L.\max}$	40164000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{L.\min}$	4507862	[m <sup>3</sup> ]
$Acc_1$	5885.293	-
$Acc_2$	12262.188	-
$\beta$	0.92	-

El parámetro  $\beta$  se eligió arbitrariamente, pero teniendo como referencia otros autores que utilizan valores en el rango 0.7 a 0.999, de modo que la convergencia de la función de valor futuro tome un tiempo razonable.

Para los parámetros subjetivos  $wv_1$  y  $wv_2$ , se realizó un análisis de sensibilidad, por lo que se definió un conjunto de combinaciones de estos parámetros. Se impuso igual penalización por el déficit en el abastecimiento de la demanda de agua en ambos sectores de riego. Los valores de  $wv_1$  y  $wv_2$  utilizados se muestran en la Tabla 6.2 y el análisis de sensibilidad se presenta en el sub-capítulo 6.2, donde se recomiendan valores de estos parámetros a utilizar en el modelo de Re-optimización.

Tabla 6.2: Combinación de parámetros fijos subjetivos utilizados para el análisis de sensibilidad de  $wv_1$  y  $wv_2$ .

$wv_1$	$wv_2$
0	0
1	1
2	2
3	3
6	6
10	10

Es importante tener en cuenta que respecto a los valores de  $wv_1$  y  $wv_2$ , mientras más bajos sean, menor será la importancia del riego en el modelo, aunque mientras  $wv_1$  y  $wv_2$  sean mayores a 1, el modelo siempre preferirá satisfacer las demanda de riego por sobre generar hidroelectricidad.

### 6.1.2 Parámetros modificables

Se utilizaron los siguientes parámetros modificables:

#### Evaporación

En la Tabla 6.3 y Figura 6.1 se presentan las tasas de evaporación utilizadas.

Tabla 6.3: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.

Mes	Evaporación [mm]
Enero	8.68
Febrero	8.11
Marzo	6.67
Abril	4.64
Mayo	3.24
Junio	2.76
Julio	2.72
Agosto	3.47
Septiembre	4.62
Octubre	6.27
Noviembre	7.79
Diciembre	8.75

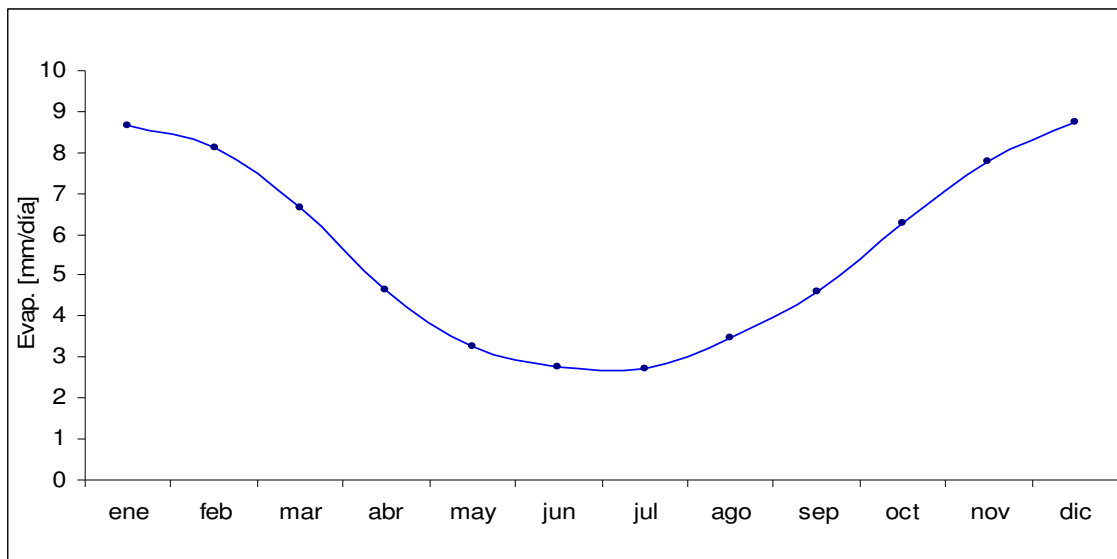


Figura 6.1: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.

## Demandas de riego

Para los parámetros correspondientes a las demandas de riego, se definieron valores que representen un bienestar general en todos los sectores de riego y para cada mes.

Las demandas de riego expresadas como Desmarques utilizadas en este modelo se calcularon utilizando la estadística entre los años 2000 y 2009, período en que el embalse Puclaro ha estado operativo. Dicho cálculo se realizó con el siguiente procedimiento:

- De las planillas de operación de los canales de distribución administrados por la JVREA, se clasificaron los canales en dos categorías, canales que pertenecen a los sectores de riego aguas arriba a Puclaro y los pertenecientes a los sectores de riego aguas abajo.
- Se realizó un promedio de los caudales entregados, ponderado por las acciones de riego que posee cada canal para ambas categorías.
- Se calcularon los *Desmarques* promedios para ambas categorías.
- A los promedios calculados, se les sumó una desviación estándar promedio ponderada por las acciones de cada sector real de riego.

Los Desmarques calculados se muestran gráfica y numéricamente en la Figura 6.2 y Tabla 6.4 respectivamente.

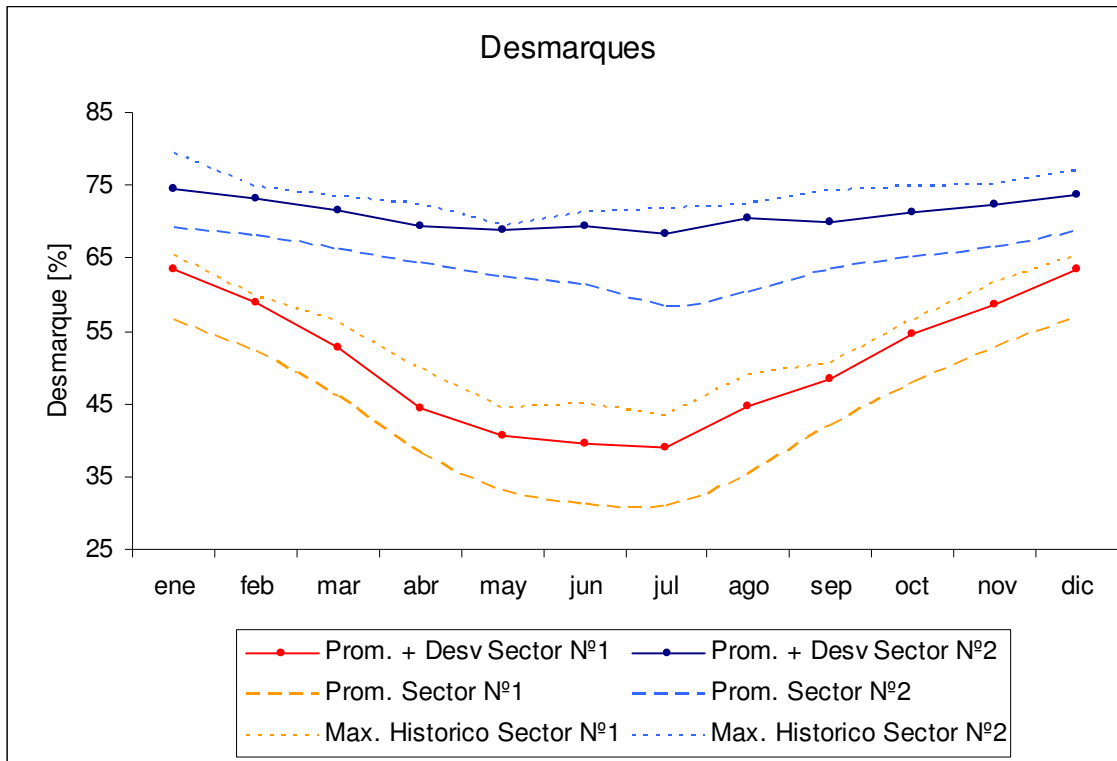


Figura 6.2: *Desmarques* en los sectores de riego Nº 1 y Nº 2 utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada*.



Tabla 6.4: *Desmarques* en los sectores de riego N° 1 y N° 2 utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada*.

Mes	Desmarque [%]	
	Sector N° 1	Sector N° 2
Enero	63.50	74.50
Febrero	58.99	73.16
Marzo	52.66	71.56
Abril	44.39	69.48
Mayo	40.50	68.83
Junio	39.56	69.42
Julio	39.05	68.35
Agosto	44.60	70.47
Septiembre	48.36	69.81
Octubre	54.67	71.15
Noviembre	58.68	72.35
Diciembre	63.59	73.75

### Escenarios hidrológicos

Para los parámetros que representan los caudales afluentes al sistema (escenarios hidrológicos), se definió un conjunto de escenarios hidrológicos posibles de ocurrir. La probabilidad de ocurrencia para cada mes se obtuvo de un análisis de frecuencias de los caudales promedios mensuales que representan las entradas de flujo a la cuenca ajustándoles funciones de distribución de probabilidades. En algunos casos el mejor ajuste fue del tipo Log-Normal y en otros, Exponencial. Los caudales que fueron sometidos al análisis son los siguientes:

- Caudales históricos en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal menos los caudales efluentes del embalse La Laguna.
- Caudales históricos afluentes al embalse La Laguna.

El análisis estadístico junto con los ajustes de las funciones de distribución de probabilidades para cada mes se encuentra en el Anexo B1.

Luego se seleccionaron ocho caudales para cada sector equi-espaciados en los rangos:

Rango de caudales medidos en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal:

$$\left[ \bar{Q}_{EA-L,m} - \frac{\sigma_{EA-L,m}}{2}, \bar{Q}_{EA-L,m} + \frac{\sigma_{EA-L,m}}{2} \right]$$

Rango de caudales calculados para el afluente del embalse La Laguna:

$$\left[ \bar{Q}_{L,m} - \frac{\sigma_{L,m}}{2}, \bar{Q}_{L,m} + \frac{\sigma_{L,m}}{2} \right]$$

Donde:

$\bar{Q}_{EA-L,m}$  : Promedio histórico de los caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes  $m$ .

$\bar{Q}_{L,m}$  : Promedio histórico de los caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes  $m$ .

$\sigma_{EA-L,m}^2$  : Desviación estándar de los caudales históricos en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes  $m$ .

$\sigma_{L,m}^2$  : Desviación estándar de los caudales históricos afluentes al embalse La Laguna en el mes  $m$ .

Debido a los alcances de este trabajo, no se realizó un análisis formal de las probabilidades de ocurrencia de los escenarios hidrológicos que considera una función de distribución de probabilidades conjunta de las variables aleatorias  $(Q^n(t), Q_{Lin}^n(t))$ , si no que se optó por utilizar el método de asignación de probabilidades descrito a continuación:

Se asumió que los caudales afluentes a la cuenca utilizados, tienen una correlación positiva, en base a esto, los caudales naturales afluentes al río Elqui y embalse La Laguna se ordenaron y correlacionaron de menor a mayor, obteniendo pares ordenados  $(Q_{EA-L,m}^n, Q_{L,m}^n)$  y definiéndolos como escenarios hidrológicos  $EH_m^n$ , donde  $n$  es el número de orden y  $m$  el mes.

A cada escenario hidrológico se le asignó una probabilidad igual al promedio ponderado de la probabilidad de ocurrencia individual de cada variable aleatoria. El término ponderador corresponde a la importancia de cada variable (en términos cuantitativos) al caudal total. Para esto se utilizó la Ecuación 6.4.

Ecuación 6.4, Probabilidad de ocurrencia de los escenarios hidrológicos  $EH_m^n$ :

$$PR(EH_m^n) = \frac{1}{\bar{Q}_{EA-L,m} + \bar{Q}_{L,m}} \left[ \frac{fdp_{EA-L,m}(Q_{EA-L,m}^n)}{\sum_n fdp_{EA-L,m}(Q_{EA-L,m}^n)} \bar{Q}_{EA-L,m} + \frac{fdp_{L,m}(Q_{L,m}^n)}{\sum_n fdp_{L,m}(Q_{L,m}^n)} \bar{Q}_{L,m} \right]$$

Donde:

$PR(EH_m^n)$  : Probabilidad de ocurrencia del escenarios hidrológico  $EH_m^n$ .

$fdp_{EA-L,m}(\cdot)$  : Función de densidad de probabilidad de los caudales naturales afluentes al río Elqui.

$fdp_{L,m}(\cdot)$  : Función de densidad de probabilidad de los caudales afluentes al embalse La Laguna.

Los caudales y probabilidades asociadas obtenidos con este método se muestran en las Figura 6.3, Figura 6.4, Figura 6.5 y Figura 6.6.

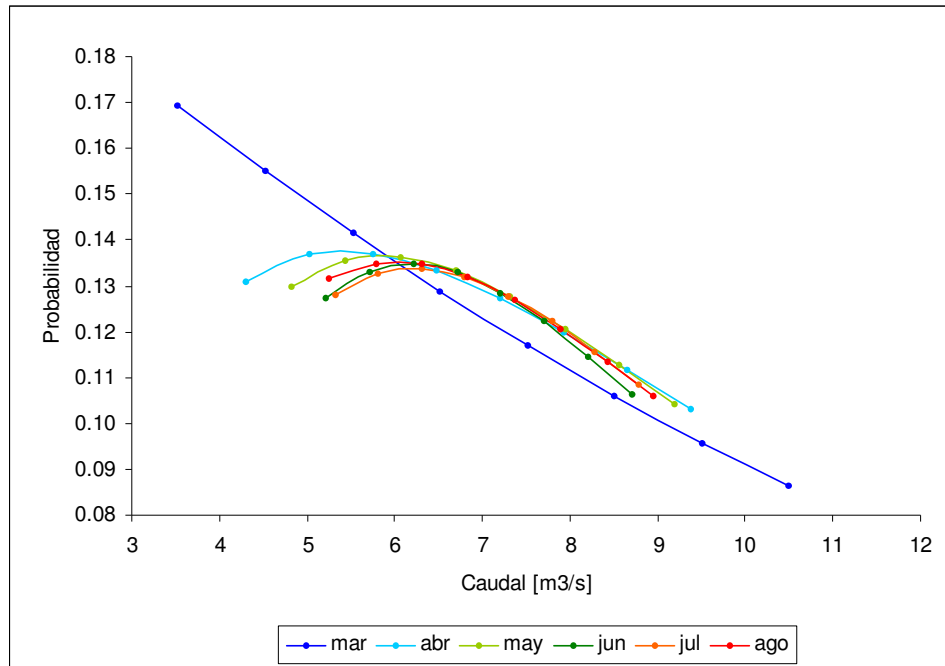


Figura 6.3: Caudales naturales afluentes al río Elqui asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada* para los meses de Otoño e Invierno.

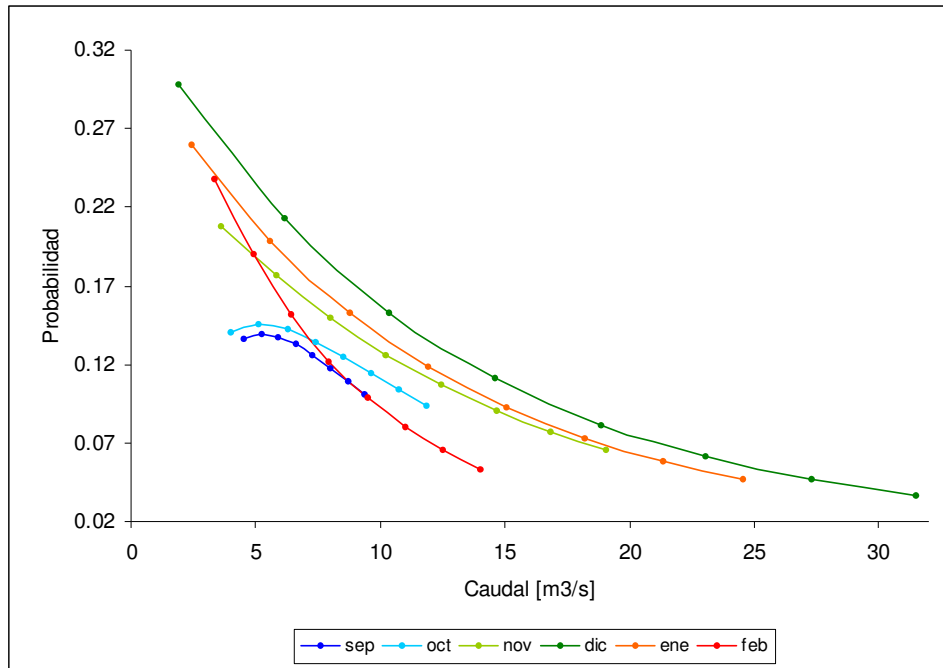


Figura 6.4: Caudales naturales afluentes al río Elqui asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada* para los meses de Primavera y Verano.

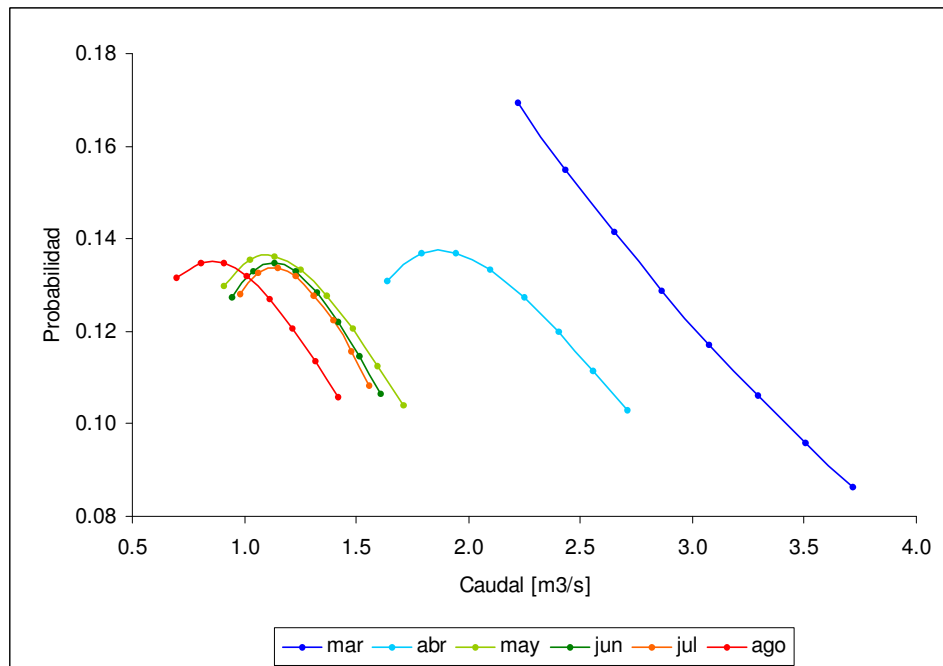


Figura 6.5: Caudales afluentes al embalse La Laguna asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada* para los meses de Otoño e Invierno.

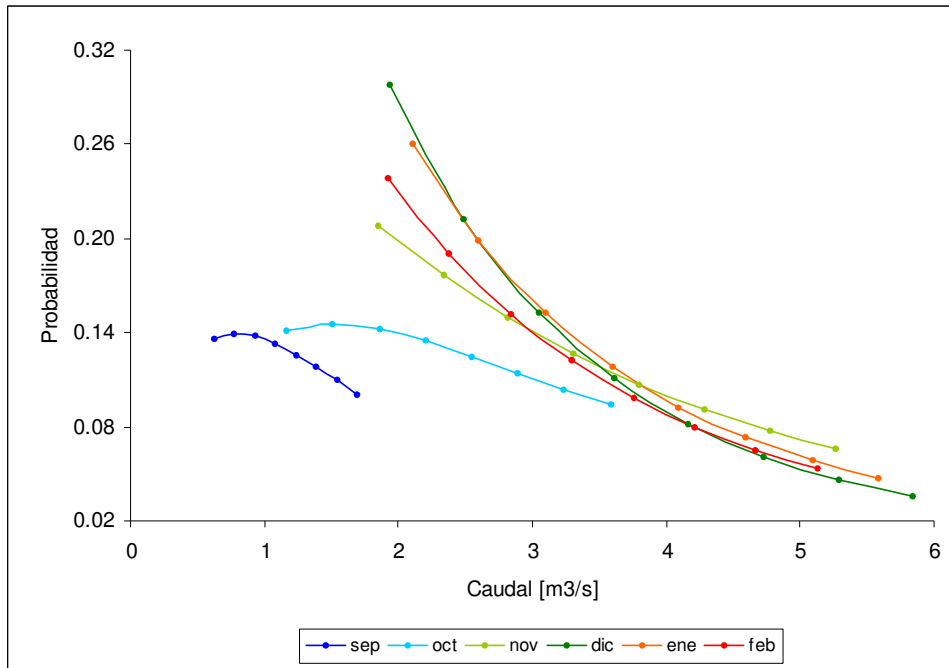


Figura 6.6: Caudales afluentes al embalse La Laguna asociados a su probabilidad de ocurrencia utilizados en el *modelo de valor futuro del agua embalsada* para los meses de Primavera y Verano.

### Otros valores específicos del método Value Iteration

Además de los valores ya asignados, es necesario definir otros valores específicos del método de aproximación de funciones de Chebyshev.

Se definirá el grado de los polinomios de Chebyshev  $I, H$  con el valor 7, es decir  $I = H = 7$ , grado que se considera permitirá obtener buenas aproximaciones de las funciones de valor futuro del agua embalsada.

Se utilizaron 12 *Nodos* que discretizan los volúmenes en el embalse Puclaro y 8 *Nodos* para el embalse La Laguna, es decir;  $J = 12$ ,  $L = 8$ , cantidad suficiente para obtener el valor del agua embalsada que represente los distintos estados de embalse y encontrar buenas aproximaciones de las funciones de valor futuro del agua embalsada. La elección de estos nodos se realiza utilizando el método de Chebyshev (nodos de Chebyshev) mediante la Ecuación 6.5 y Ecuación 6.6 para definir los nodos correspondientes a los volúmenes en el embalse Puclaro y La Laguna respectivamente.

Ecuación 6.5, *Nodo j* del embalse Puclaro:

$$V_{P.ini}^j = \left[ -\cos\left(\pi \cdot \frac{(2j-1)}{2J}\right) + 1 \right] \cdot \left[ \frac{V_{P.max} - V_{P.min}}{2} \right] + V_{P.min}$$

Ecuación 6.6, *Nodo l* del embalse La Laguna:

$$V_{L.ini}^l = \left[ -\cos\left(\pi \cdot \frac{(2l-1)}{2L}\right) + 1 \right] \cdot \left[ \frac{V_{L.max} - V_{L.min}}{2} \right] + V_{L.min}$$

De esta forma existen más *Nodos* cercanos a los volúmenes límites de operación de los embalses, donde se estima que ocurran mayores cambios en las pendientes de las funciones de valor futuro, mejorando así las aproximaciones obtenidas con los polinomios de Chebyshev.

## 6.2 Resultados y análisis

### 6.2.1 Resultados

Se realizaron varias modelaciones para obtener las funciones de valor futuro del agua embalsada aproximadas (polinomios de Chebyshev) utilizando distintos valores de penalidades por déficit del abastecimiento de las demandas de ambos sectores de riego  $wv_1$  y  $wv_2$ .

La Tabla 6.5 y Figura 6.7 muestran las iteraciones y errores en la convergencia para las distintas combinaciones de parámetros subjetivos  $wv_1$  y  $wv_2$ .

Tabla 6.5: Número de iteraciones y error final en la última iteración para los distintos parámetros simulados.

$wv_1$	$wv_2$	Nº iteraciones	Error última iteración [Gw]	Convergencia
0	0	19	0.17	Si
1	1	14	0.29	Si
2	2	13	0.48	Si
3	3	13	0.32	Si
6	6	50	163.04	No
10	10	50	947.24	No

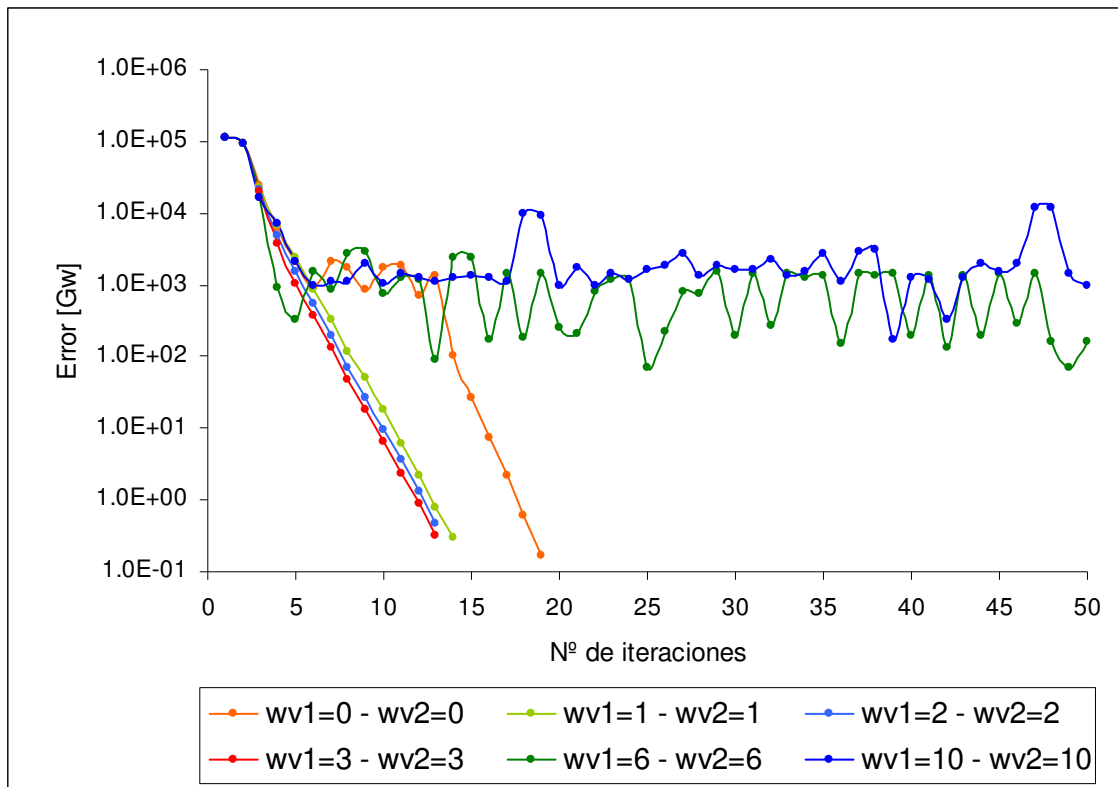


Figura 6.7: Errores en la convergencia para las distintas combinaciones de parámetros subjetivos  $wv_1$  y  $wv_2$ .

La no convergencia de algunas de estas funciones (para  $wv_1 \geq 6$  y  $wv_2 \geq 6$ ) se presume que debe a que la pendiente de las funciones cambia en forma abrupta, mientras mas grandes sean estos parámetros, en el rango de volúmenes menores debido a la penalizaciones por déficit de agua de riego. Lo anterior genera que las funciones polinomiales de aproximación no puedan representar en forma adecuada la función de valor futuro real, produciendo inestabilidad en la convergencia del método. Se presume además que aumentando la malla de nodos de volúmenes en donde se calcularon los valores de la función de valor futuro ( $J$  y  $L$ ) y aumentando el grado de los polinomios de Chebyshev ( $I$  y  $H$ ), el problema de la no convergencia debería tender a desaparecer pero generando un aumento significativo en el tiempo de convergencia del modelo, lo que no se justifica, ya que teniendo valores de  $wv_1$  y  $wv_2$  mayores a 1, el modelo siempre tendrá prioridad en satisfacer las demandas de riego.

En las Figura 6.8 a la Figura 6.17 se muestran graficadas las funciones de valor futuro obtenidas para distintos valores de los parámetros subjetivos en el mes de Enero, estas funciones tienen unidades de energía, y representan la energía total generada en el periodo de convergencia del modelo, por lo que no se especifica las unidades de tiempo debido que depende de la convergencia, por lo que la unidad de energía resulta ser “Giga Watt-tiempo de convergencia”, por esta razón solo se muestra en unidades de Giga Watt.

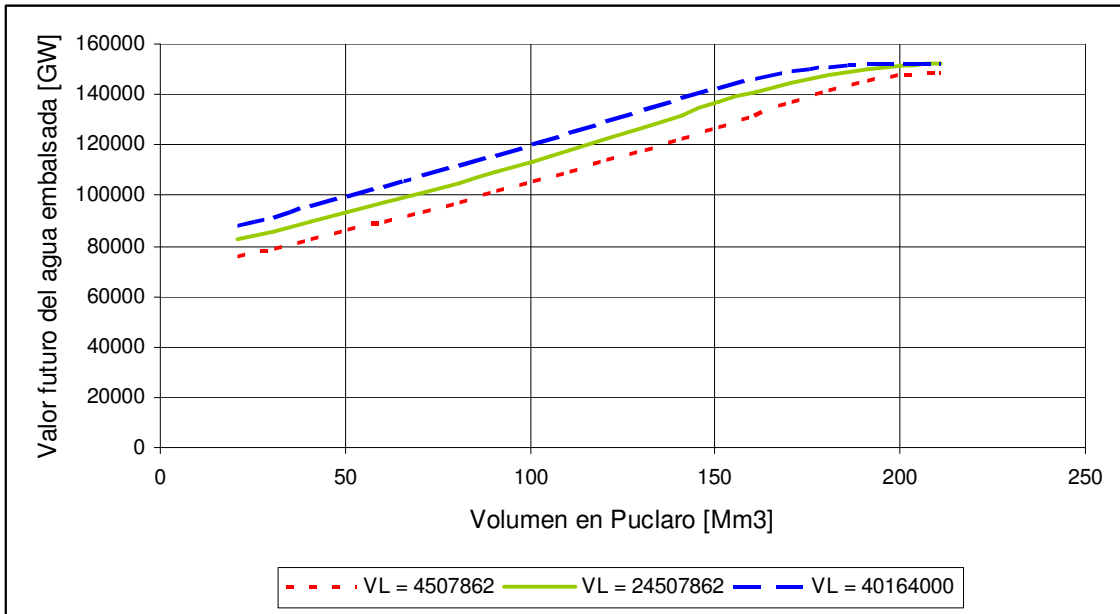


Figura 6.8: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos  $wv_1 = 0$  y  $wv_2 = 0$ .

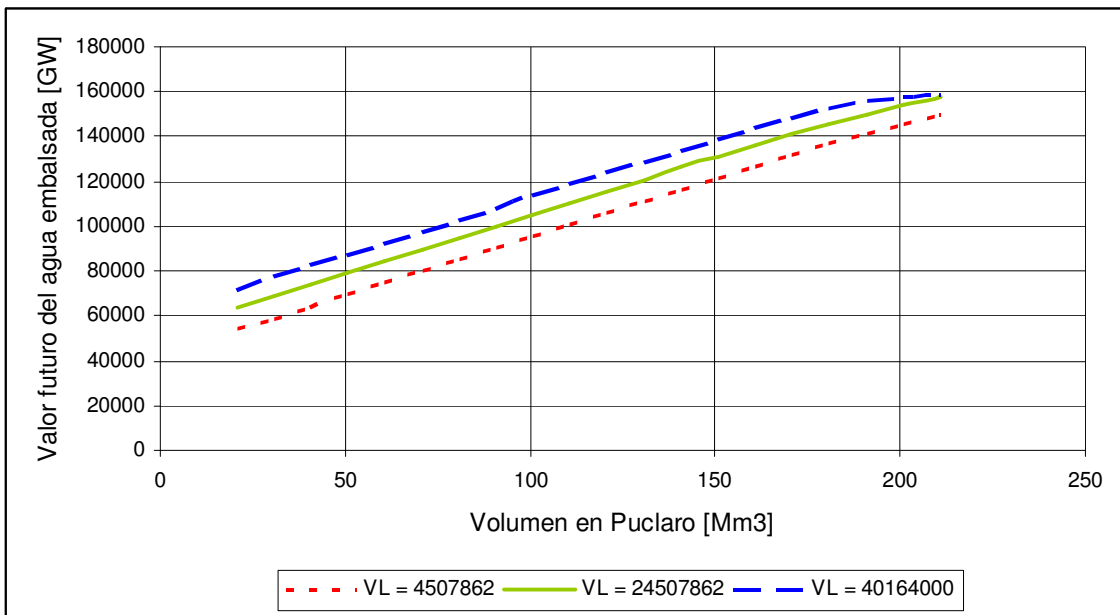


Figura 6.9: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos  $wv_1 = 1$  y  $wv_2 = 1$ .



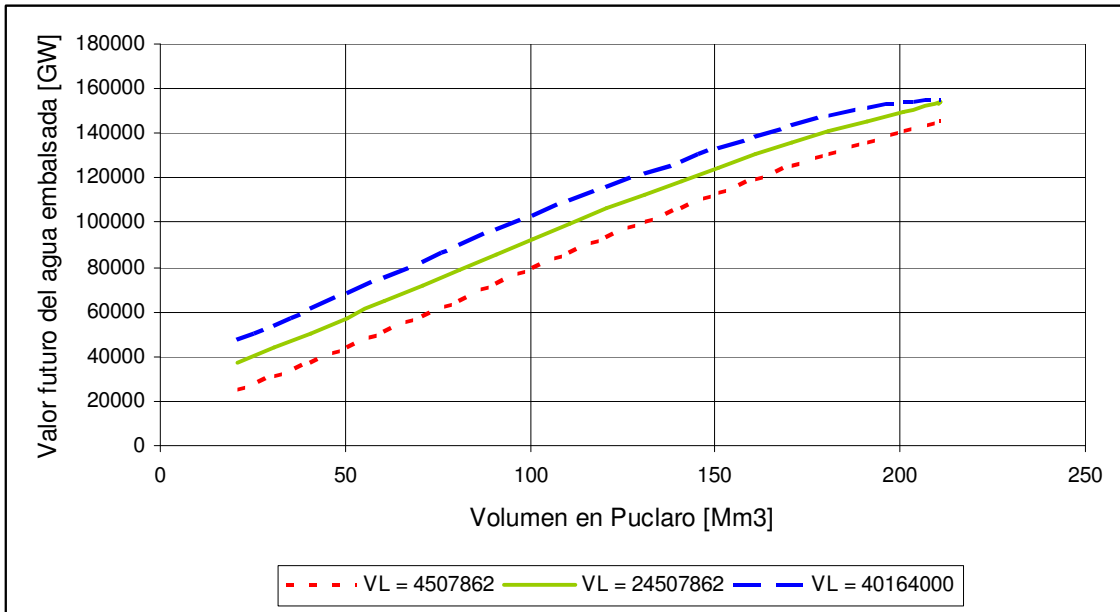


Figura 6.10: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos  $wv_1 = 2$  y  $wv_2 = 2$ .

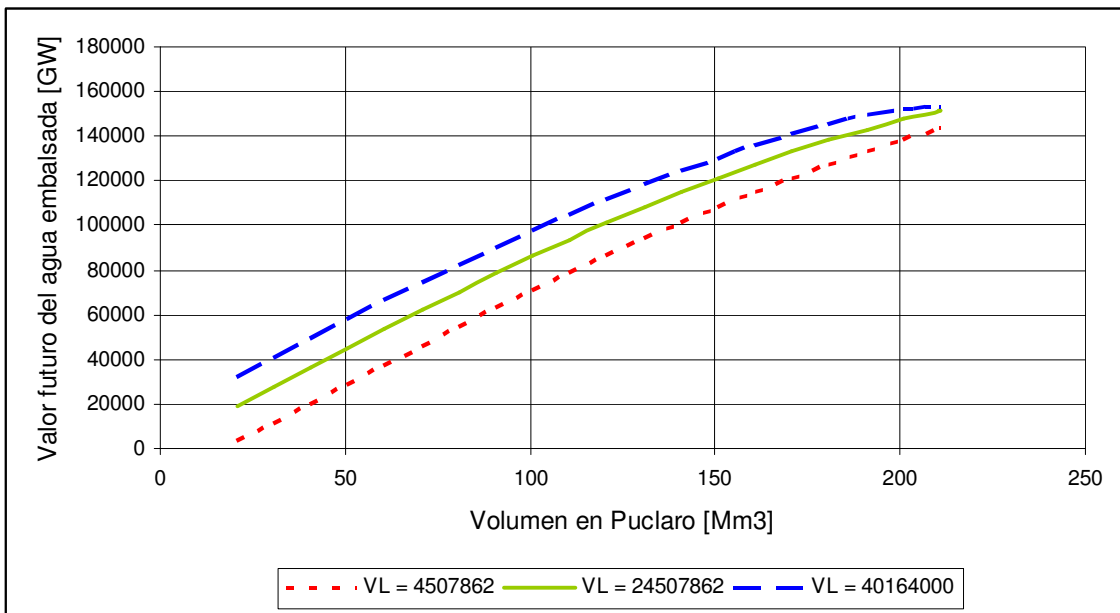


Figura 6.11: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro distintos volúmenes en La Laguna y parámetros subjetivos  $wv_1 = 3$  y  $wv_2 = 3$ .

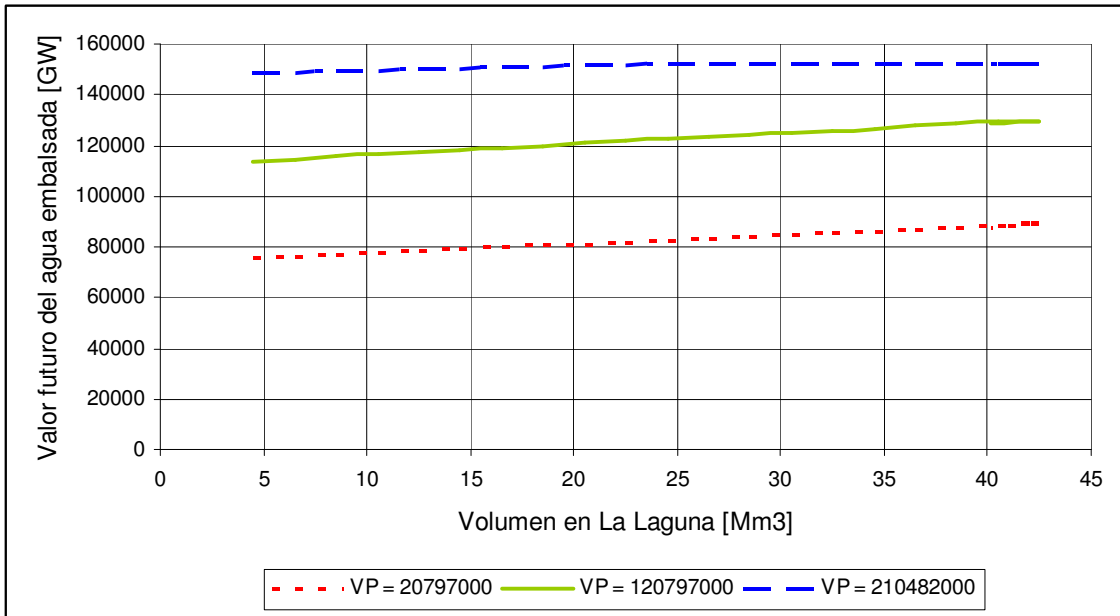


Figura 6.12: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos  $wv_1 = 0$  y  $wv_2 = 0$ .

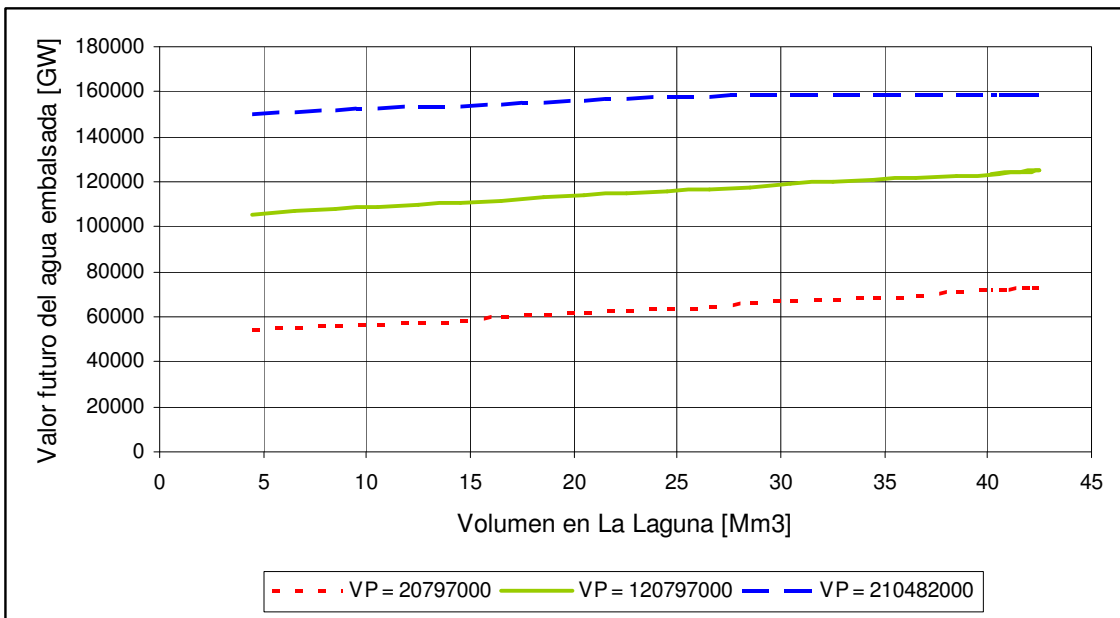


Figura 6.13: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos  $wv_1 = 1$  y  $wv_2 = 1$ .

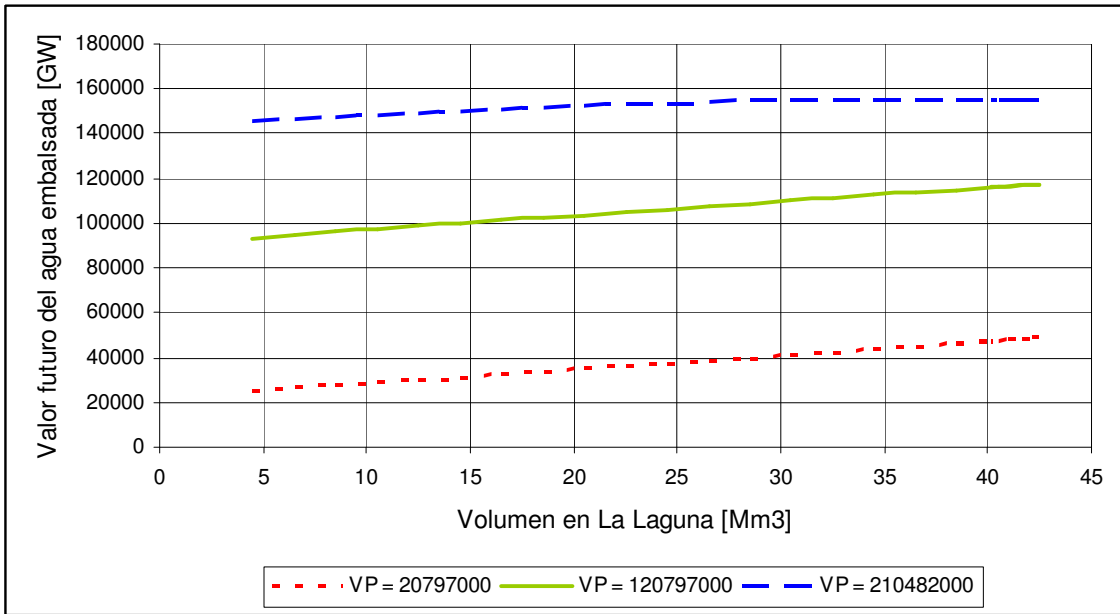


Figura 6.14: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos  $wv_1 = 2$  y  $wv_2 = 2$ .

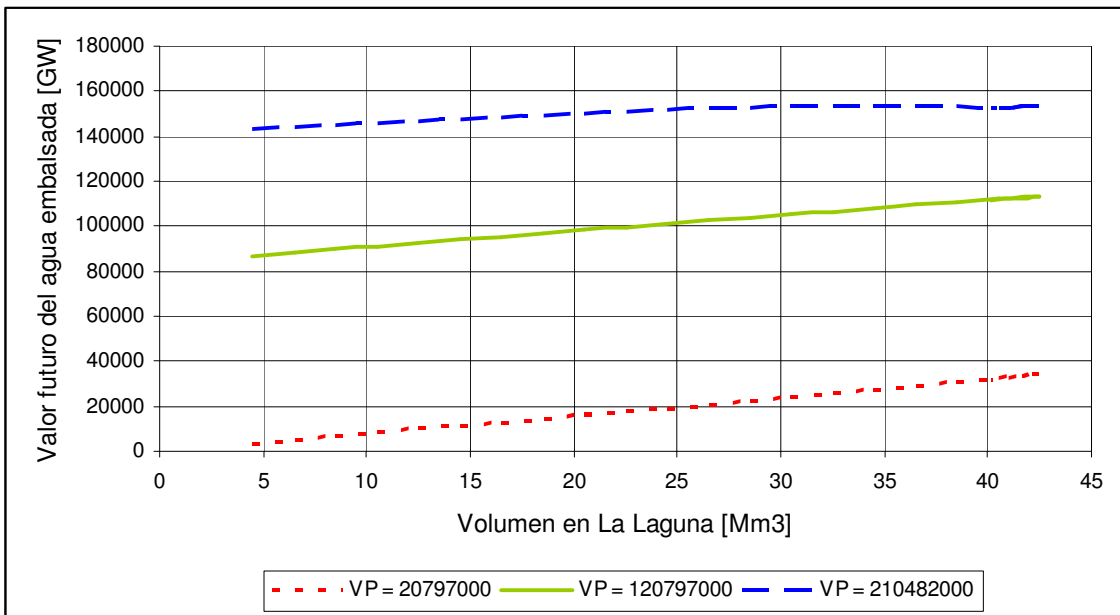


Figura 6.15: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna distintos volúmenes en Puclaro y parámetros subjetivos  $wv_1 = 3$  y  $wv_2 = 3$ .

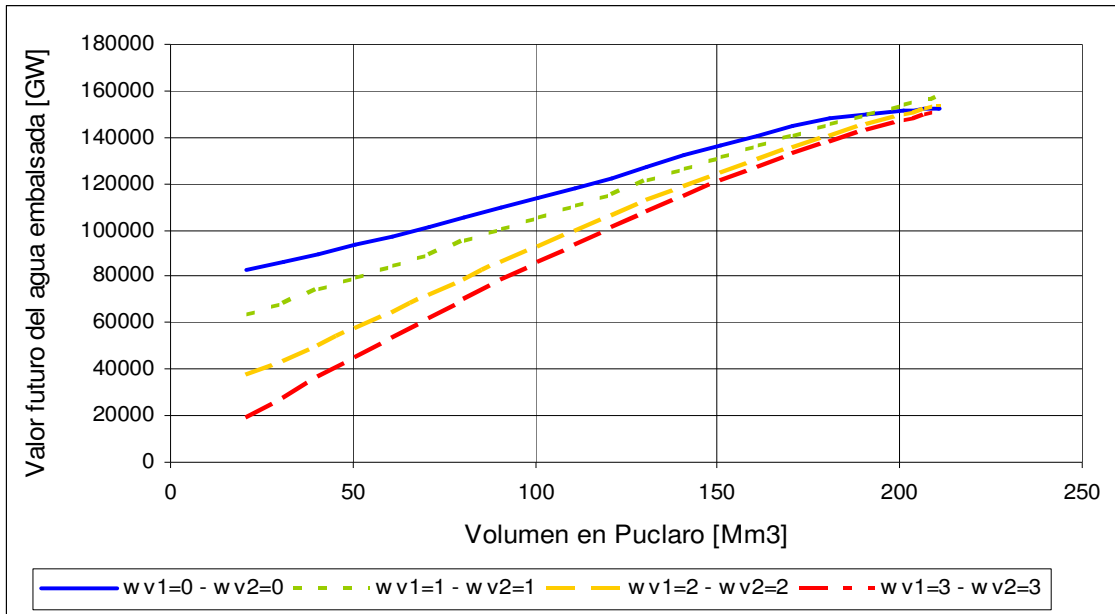


Figura 6.16: Valor futuro del agua embalsada en Puclaro para un volumen medio en La Laguna y distintos valores de los parámetros subjetivos.

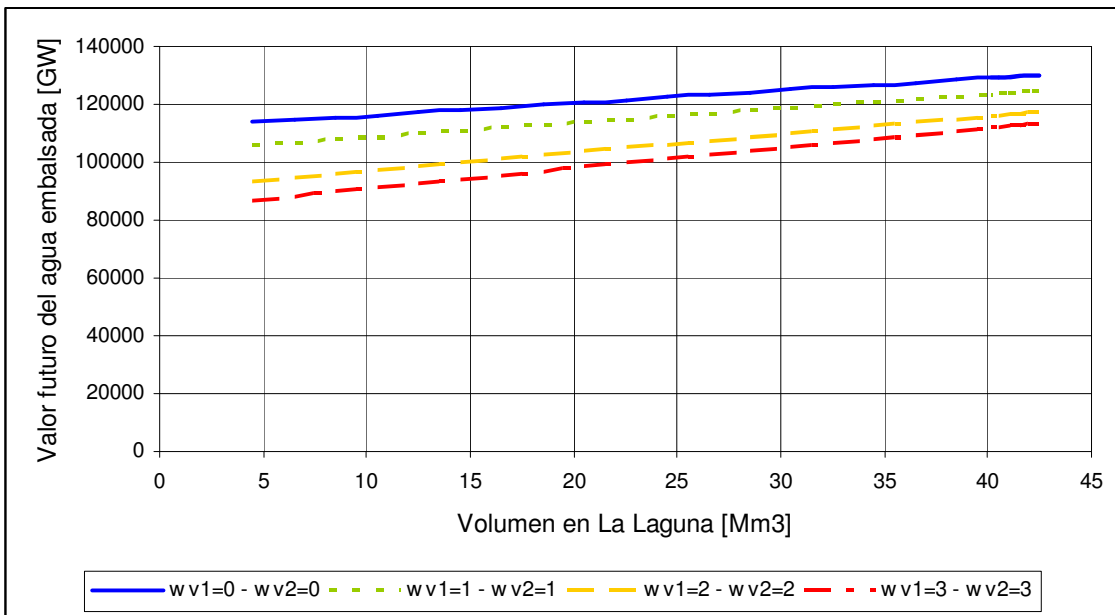


Figura 6.17: Valor futuro del agua embalsada en La Laguna para un volumen medio en Puclaro y distintos valores de los parámetros subjetivos.

Las funciones para los demás meses se pueden revisar en el Anexo C1 (digital).

## 6.2.2 Análisis

Como se muestra en la Figura 6.8 a la Figura 6.17, modificar los parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$  tienen el efecto de:

- Desplazar las curvas en la vertical.
- Modificar las pendientes.

Al aumentar los parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$ , las pendientes de las funciones de valor futuro aumentan, esto ocurre porque los factores  $wv_1$  y  $wv_2$  inciden en el valor de la función de penalización por déficit en las demandas de riego, disminuyendo el valor futuro del agua embalsada.

Es importante notar que, para valores de  $wv_1 \geq 3$  y  $wv_2 \geq 2$ , las funciones de valor futuro en combinaciones de volúmenes bajos en los embalses, toman valores negativos, esto se debe a que en la definición de la función de utilidad contenga términos de penalización por déficit en las entregas de agua para riego.

Los parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$  a utilizar en los modelos de Re-optimización se muestran en la Tabla 6.6, donde los valores  $wv_1$  y  $wv_2$  son suficientemente grandes para imponer la muy mayor importancia relativa del riego por sobre la producción hidroeléctrica y establecen además la misma penalización por déficit en la satisfacción de la demanda en ambos sectores de riego.

Tabla 6.6: Parámetros subjetivos recomendados para el modelo de Re-optimización.

Parámetro	Valor
$wv_1$	3
$wv_2$	3

## 7 Modelo de Re-optimización

El modelo de Re-Optimización genera una secuencia de decisiones óptimas (variables de decisión) esperada de la operación de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui, maximizando la generación hidroeléctrica sujeto a las demandas de riego y se basa en las ecuaciones descritas en el capítulo 5, y utiliza una secuencia de caudales pronosticados para todos los meses de simulación, junto con las funciones de valor futuro del agua embalsada que se obtienen del *Modelo de valor futuro del agua embalsada*.

Al ya conocer las aproximaciones de la función de valor futuro del agua embalsada determinadas sin considerar un pronóstico de caudales futuros y debido que la operación de los sistemas de control de aguas están sujetos a los requerimientos agrícolas por lo que se debe respetar una programación de caudales de riego, se consideró inapropiado utilizar programación dinámica en la resolución del problema de Re-Optimización. En su lugar, el modelo de Re-Optimización se plantea como una herramienta de programación o planificación de los caudales de riego para el periodo de simulación, considerando los beneficios producto de la generación hidroeléctrica. Para esto, el modelo de Re-optimización considera todo el periodo de simulación en la función objetivo y la previsión perfecta de los caudales afluentes a la cuenca. Por esta razón, el superíndice  $n$  asociado a una probabilidad de ocurrencia de los estados hidrológicos no se utiliza o en su defecto es siempre igual a 1 (pronóstico de caudales determinístico).

Pese a lo anterior, es posible utilizar el modelo de Re-optimización en forma dinámica, considerando un periodo de simulación de un mes (programación dinámica), con lo que se presume, se obtendría una mejor política óptima al utilizar, supuestamente, un mejor pronósticos de caudales al estar más cercano en el tiempo de los caudales pronosticados, y por utilizar el estado inicial real del sistema en cada mes. Lo anterior implicaría no seguir necesariamente una planificación preestablecida.

Al realizar las consideraciones ya mencionadas, es necesario reformular la ecuación de la función objetivo, la que utiliza la función de valor futuro solo al final del periodo de simulación, dicha función se muestra en la Ecuación 7.1.

Ecuación 7.1, Función objetivo para el modelo de *Re-optimización*:

$$VP = \sum_{t=1}^T [U(t)] + VF_{T+1}(V_P(T+1), V_L(T+1))$$

Donde:

$T$  : Periodo de simulación.

De la ecuación anterior es importante mencionar que no se considera el factor de descuento  $\beta$  debido a que, por razones agronómicas, no se desea priorizar las entregas de caudal en los meses más próximos por sobre los más alejados.

A modo de comprobación y validación del *Modelo de valor futuro del agua embalsada* y *Modelo de Re-Optimización*, se realizaron dos modelos del tipo Re-optimización adicionales, llamándolos *Modelo de Re-optimización N° 2* y *N° 3*, los que se detallan a continuación:

**Modelo de Re-optimización N° 2:** a diferencia del modelo de Re-optimización original (N° 1), este modelo genera la secuencia óptima de operación considerando las funciones de valor futuro del agua embalsada al término de cada mes, de esta forma se incorpora de cierta forma la probabilidad de ocurrencia de caudales distintos a los pronosticados. La función objetivo de este modelo se muestra en la Ecuación 7.2.

Ecuación 7.2, Función objetivo para el modelo de *Re-optimización N° 2*; valor presente de la utilidad total neta:

$$VP = \sum_{t=1}^T [(T-t+1) \cdot U(t) + VF_{t+1}(V_p(t+1), V_L(t+1))]$$

Es importante notar que la utilidad inmediata  $U(t)$  esta multiplicada por el factor  $(T-t+1)$ , se utilizó este artilugio matemático para hacer comparable el valor de la función utilidad inmediata  $U(t)$  con las funciones de valor futuro.

**Modelo de Re-optimización N° 3:** este modelo no utiliza las funciones de valor futuro del agua embalsada, por lo que en rigor no es un modelo de Re-Optimización. En lugar de utilizar estas funciones, incorpora restricciones sobre el estado de los embalses al término del periodo de simulación y maximiza la energía generada en ese periodo. Las nuevas restricciones y función objetivo de este modelo se muestran en las ecuaciones Ecuación 7.3, Ecuación 7.4, Ecuación 7.5.

Ecuación 7.3, restricción sobre el volumen en Puclaro al término del periodo de simulación:

$$V_p(T+1) \geq V_{P.objetivo}$$

Ecuación 7.4, restricción sobre el volumen en La Laguna al término del periodo de simulación:

$$V_L(T+1) \geq V_{L.objetivo}$$

Ecuación 7.5, Función objetivo para el modelo de Re-optimización N° 3; utilidad total en el periodo de simulación:

$$VP = \sum_{t=1}^T [U(t)]$$

La Figura 7.1 muestra un esquema simplificado de cómo funcionan los tres modelos de optimización desarrollados.

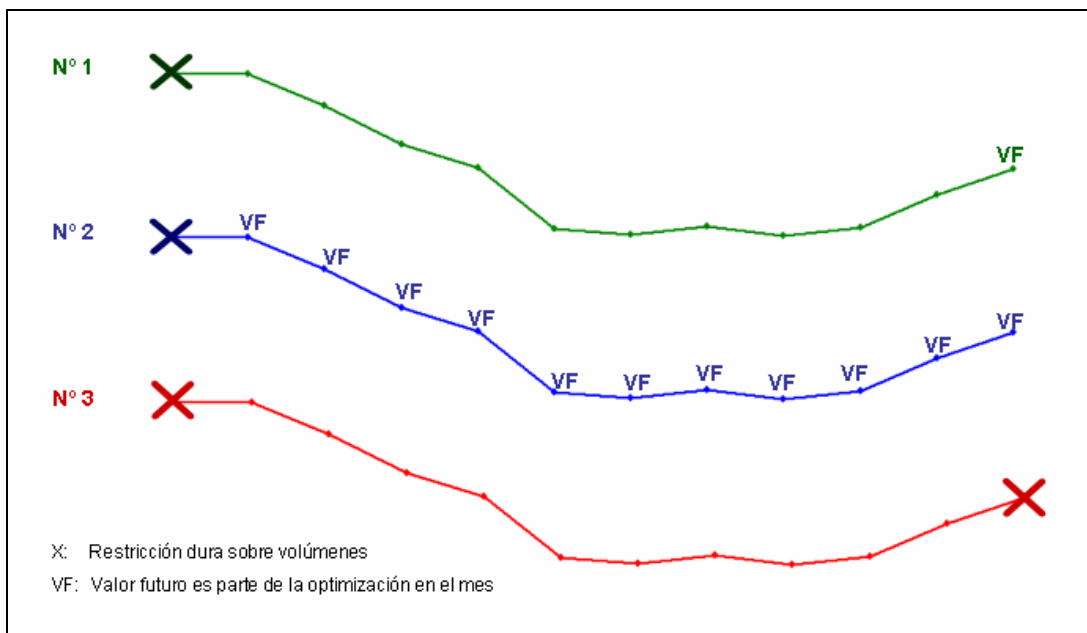


Figura 7.1: Diagrama explicativo de los modelos de optimización desarrollados.

Los resultados de estos modelos son las secuencias óptimas de las variables de decisión para la planificación de la operación en la cuenca del río Elqui, las variables que representan el estado del sistema para cada mes y el valor de la función utilidad, energía generada y penalizaciones por déficit en el abastecimiento de las demandas de riego.

## 7.1 Asignación de valores a los parámetros

Al igual como se realizó en el modelo de valor futuro del agua embalsada, es necesario asignar valores a los parámetros de los modelos de Re-optimización.

### 7.1.1 Parámetros fijos

Se utilizaron los mismos valores definidos y recomendados en el modelo de valor futuro del agua embalsada, estos valores se muestran nuevamente en la Tabla 7.1.



Tabla 7.1: Parámetros fijos utilizados.

Parámetro	Valor	Unidad de medida
$Q_{g.\max}$	10.058	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{g.\min}$	2.0	[m <sup>3</sup> /s]
$Q_{v.\max}$	40	[m <sup>3</sup> /s]
$V_{P.\max}$	210482000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{P.\min}$	20797000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{L.\max}$	40164000	[m <sup>3</sup> ]
$V_{L.\min}$	4507862	[m <sup>3</sup> ]
$Acc_1$	5885.293	-
$Acc_2$	12262.188	-
$\beta$	0.92	-
$wv_1$	3	-
$wv_2$	3	-

### 7.1.2 Parámetros modificables

Se utilizaron los siguientes parámetros modificables.

#### Evaporación

Tabla 7.2: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.

Mes	Evaporación [mm]
Enero	8.68
Febrero	8.11
Marzo	6.67
Abril	4.64
Mayo	3.24
Junio	2.76
Julio	2.72
Agosto	3.47
Septiembre	4.62
Octubre	6.27
Noviembre	7.79
Diciembre	8.75

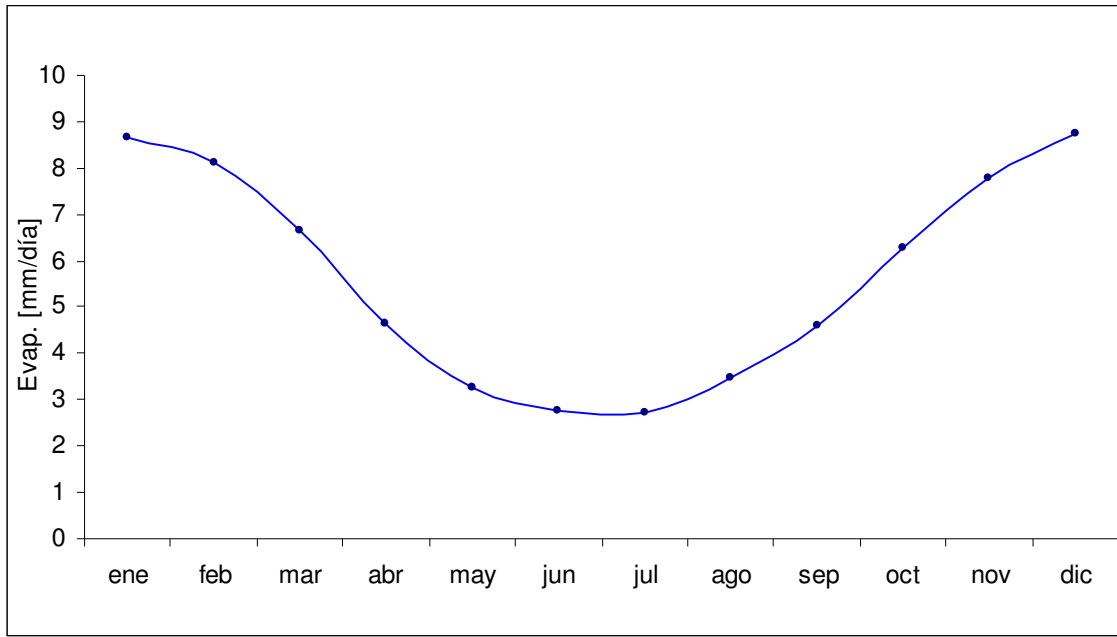


Figura 7.2: Evaporación diaria promedio en la estación meteorológica en Puclaro entre los años 1999 y 2007.

### Caudales afluentes

Para la simulación, se utilizaron los caudales afluentes históricos para simular un pronóstico de caudales. Se analizó la serie históricas correspondiente a Septiembre 2004 a Agosto 2008.

Los caudales afluentes históricos a la cuenca en los meses de simulación se corrigieron para poder comparar los resultados de las simulaciones con los datos reales corregidos. La corrección se realizó utilizando la Ecuación 7.6, Ecuación 7.7 y Ecuación 7.8.

Ecuación 7.6, Corrección promedio mensual de los caudales históricos afluentes a la cuenca:

$$\Delta Q_{total} = \frac{V_{L,final}(T) - V_{L,inicial}(1) - \sum_{t=1}^T [Q_{Lin}(t) - Q_{Lout}(t) + Q(t) - Q_r(t) - Q_{Pout}(t) - W(t)] \cdot \Delta t}{\sum_{t=1}^T \Delta t}$$

Donde:

$\Delta Q_{total}(t)$  : Corrección promedio mensual de los caudales históricos afluentes a la cuenca.

$W(t)$  : Perdidas por infiltración y evaporación.

$Q_r(t)$  y  $Q_{Pout}(t)$  se estimaron como las entregas reales a los sectores de riego N° 1 y N° 2 respectivamente.

Ecuación 7.7, Corrección de caudales naturales históricos afluentes al río Elqui:

$$\Delta Q(t) = \Delta Q_{total} \cdot \frac{\bar{Q}(t)}{\bar{Q}(t) + \bar{Q}_{Lin}(t)}$$

Ecuación 7.8, Corrección de caudales naturales históricos afluentes al río Elqui:

$$\Delta Q(t) = \Delta Q_{total} \cdot \frac{\bar{Q}_{Lin}(t)}{\bar{Q}(t) + \bar{Q}_{Lin}(t)}$$

Donde:

$\bar{Q}(t)$  : Caudal natural medio mensual promedio en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal (no considera el aporte del embalse La Laguna).

$\bar{Q}_{Lin}(t)$  : Caudal medio mensual promedio afluente al embalse La Laguna.

### Demandas de riego

Las demandas de agua de riego se establecieron como las entregas efectivas realizadas durante el periodo Septiembre 2004 a Agosto 2008.

Las series utilizadas se detallan en la Tabla 7.3.

Tabla 7.3: Serie de parámetros utilizados en los modelo de optimización.

Año	Parámetro	Mes											
		Sep	Oct	Nov	Dic	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago
Año 2004 - 2005	Días	30	31	30	31	31	28	31	30	31	30	31	31
	Des <sub>1</sub> [%]	34.24	35.76	44.74	47.81	47.65	39.93	37.31	30.12	23.06	19.5	20.2	27.15
	Des <sub>2</sub> [%]	67.83	67.82	67.89	67.46	66.16	63.89	61.17	55	53.05	52.89	48.98	54.99
	Q [m <sup>3</sup> /s]	6.762	4.698	4.969	4.454	4.004	4.175	4.625	5.373	7.065	7.588	7.131	6.735
	Q <sub>Lin</sub> [m <sup>3</sup> /s]	1.550	2.508	3.675	3.181	4.360	2.818	2.363	2.080	1.373	0.342	0.340	0.292
Año 2005 - 2006	Días	30	31	30	31	31	28	31	30	31	30	31	31
	Des <sub>1</sub> [%]	34.24	35.76	44.74	47.81	47.65	39.93	37.31	30.12	36.67	44.78	43.63	44.61
	Des <sub>2</sub> [%]	57.12	58.76	58.83	60.04	66.97	68.27	67.75	64.38	63.68	61.04	60.73	62.22
	Q [m <sup>3</sup> /s]	4.993	6.564	12.814	18.572	15.777	10.856	8.513	6.594	6.794	7.509	8.057	7.156
	Q <sub>Lin</sub> [m <sup>3</sup> /s]	0.000	0.125	1.287	6.408	8.987	7.045	1.906	0.000	1.305	2.120	2.076	1.148
Año 2006 - 2007	Días	30	31	30	31	31	28	31	30	31	30	31	31
	Des <sub>1</sub> [%]	46.02	52.75	56.3	63.28	63.25	55.28	51.76	43.83	38.07	38.07	38.67	42.19
	Des <sub>2</sub> [%]	63.06	62.3	65.13	66.23	70.2	70.15	70.97	71.67	69.18	71.03	71.69	72.33
	Q [m <sup>3</sup> /s]	9.401	9.901	9.032	9.543	9.431	7.753	7.120	7.844	9.035	9.199	9.433	8.985
	Q <sub>Lin</sub> [m <sup>3</sup> /s]	0.772	2.265	4.404	5.715	6.731	5.400	3.179	1.700	1.648	1.321	1.514	2.094
Año 2007 - 2008	Días	30	31	30	31	31	29	31	30	31	30	31	31
	Des <sub>1</sub> [%]	44.98	53.23	59.88	64.09	64.09	55.9	46.54	38.47	38.72	37.19	38.67	41.82
	Des <sub>2</sub> [%]	70.32	70.54	71.21	71.96	70.38	69.41	67.66	68.28	68.25	68.99	66.75	68.4
	Q [m <sup>3</sup> /s]	8.020	9.520	12.577	11.772	9.680	8.874	7.196	7.493	8.418	9.168	9.068	10.657
	Q <sub>Lin</sub> [m <sup>3</sup> /s]	4.015	4.870	4.780	4.435	4.552	4.191	2.623	1.317	0.366	0.361	1.023	1.487

Los volúmenes iniciales del periodo de simulación se calcularon utilizando la estadística de volúmenes medios mensuales de ambos embalses. Se promediaron los volúmenes del mes de Agosto con los del mes de Septiembre para cada año correspondiente para obtener una estimación del volumen al inicio de Septiembre (Tabla 7.4).

Tabla 7.4: Volúmenes iniciales utilizados en los modelo de optimización.

$V_{L.ini}(t=1)$ [ $Mm^3$ ]	38.12
$V_{P.ini}(t=1)$ [ $Mm^3$ ]	201.775

Los resultados del modelo de optimización se compararon con la operación histórica de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui, los volúmenes medios mensuales históricos se muestran en la Tabla 7.5.

Tabla 7.5: Volúmenes medios mensuales históricos durante los periodos de simulación de los modelos de optimización.

Mes	Volúmenes en Puclaro [ $Mm^3$ ]				Volúmenes en La Laguna [ $Mm^3$ ]			
	Año 2004-2005	Año 2005-2006	Año 2006-2007	Año 2007-2008	Año 2004-2005	Año 2005-2006	Año 2006-2007	Año 2007-2008
Sep	199.69	141.22	192.26	197.97	38.13	32.61	32.39	32.35
Oct	189.98	141.50	188.85	203.30	38.09	36.20	34.93	28.03
Nov	178.92	155.24	192.19	206.83	35.57	36.81	35.45	25.80
Dic	165.85	189.05	189.34	210.15	32.47	38.07	34.97	25.65
Ene	152.89	210.51	189.34	210.08	30.60	36.14	33.03	25.51
Feb	141.95	210.44	189.34	209.87	25.84	31.27	29.04	24.97
Mar	132.83	206.68	191.46	207.16	25.37	27.90	28.45	24.64
Abr	127.72	208.66	187.59	204.07	25.99	32.43	29.94	25.69
May	133.26	201.56	187.26	201.97	25.20	33.99	31.67	26.93
Jun	133.78	196.39	189.98	206.53	25.88	33.32	31.75	30.43
Jul	136.21	197.01	192.53	204.63	28.47	32.17	32.67	32.43
Ago	140.49	193.13	195.24.	207.87	30.54	31.10	33.24	32.15

Los volúmenes finales utilizados en las restricciones del modelo de Re-optimización N° 3 de los periodos de simulación se calcularon utilizando la estadística de volúmenes medios mensuales de ambos embalses. Se promediaron los volúmenes del mes de Agosto con los del mes de Septiembre (Tabla 7.6).

Tabla 7.6: Volúmenes finales utilizados en el *modelo de optimización N° 3*.

$V_{L.objetivo}$ [ $Mm^3$ ]	32.13
$V_{P.objetivo}$ [ $Mm^3$ ]	207.235

## 7.2 Resultados y análisis

La Operación histórica y óptima para el periodo de simulación correspondiente a los años 2004 – 2008 se muestra en la Figura 7.4 a la Figura 7.6.

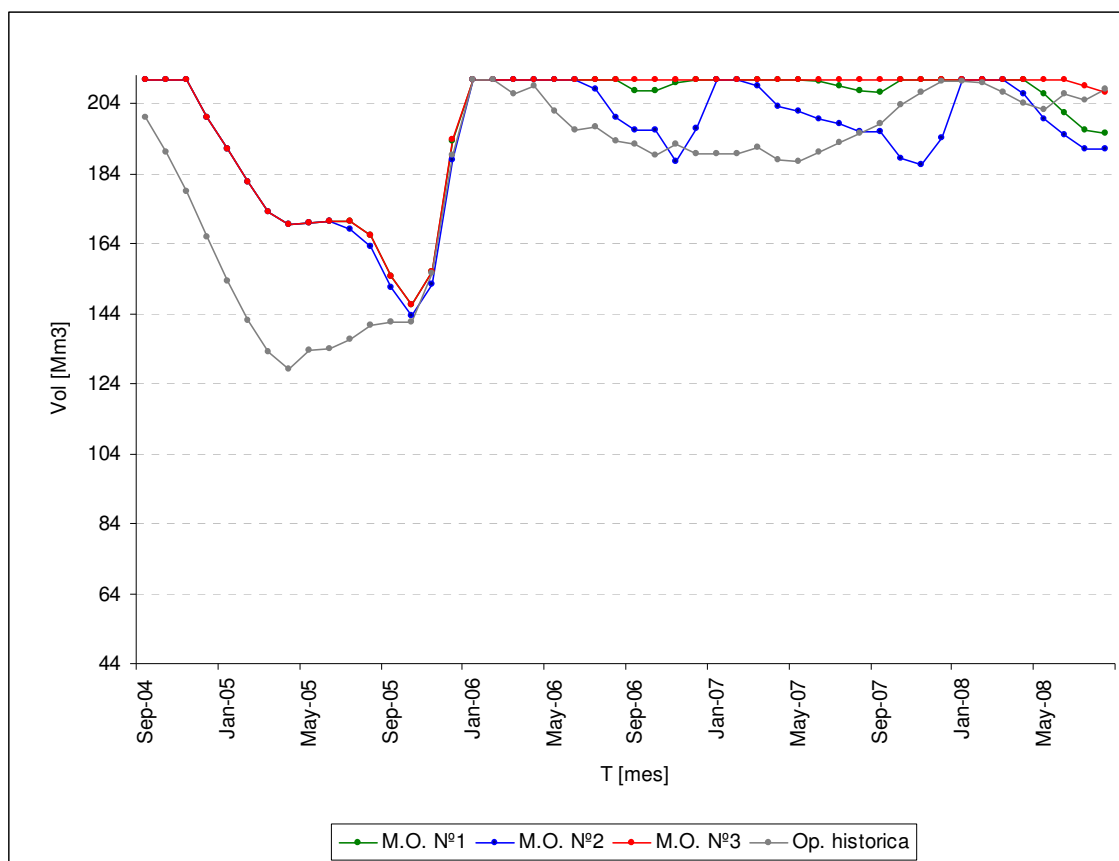


Figura 7.3: Volúmenes finales de cada mes en el embalse Puclaro durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008.

De la Figura 7.3 se puede notar que en general los modelos de Re-Optimización proponen una operación más conservadora del embalse Puclaro, manteniendo un mayor volumen embalsado que el histórico, de esta forma mantienen una mayor altura en el embalse aumentando la eficiencia en generación hidroeléctrica.

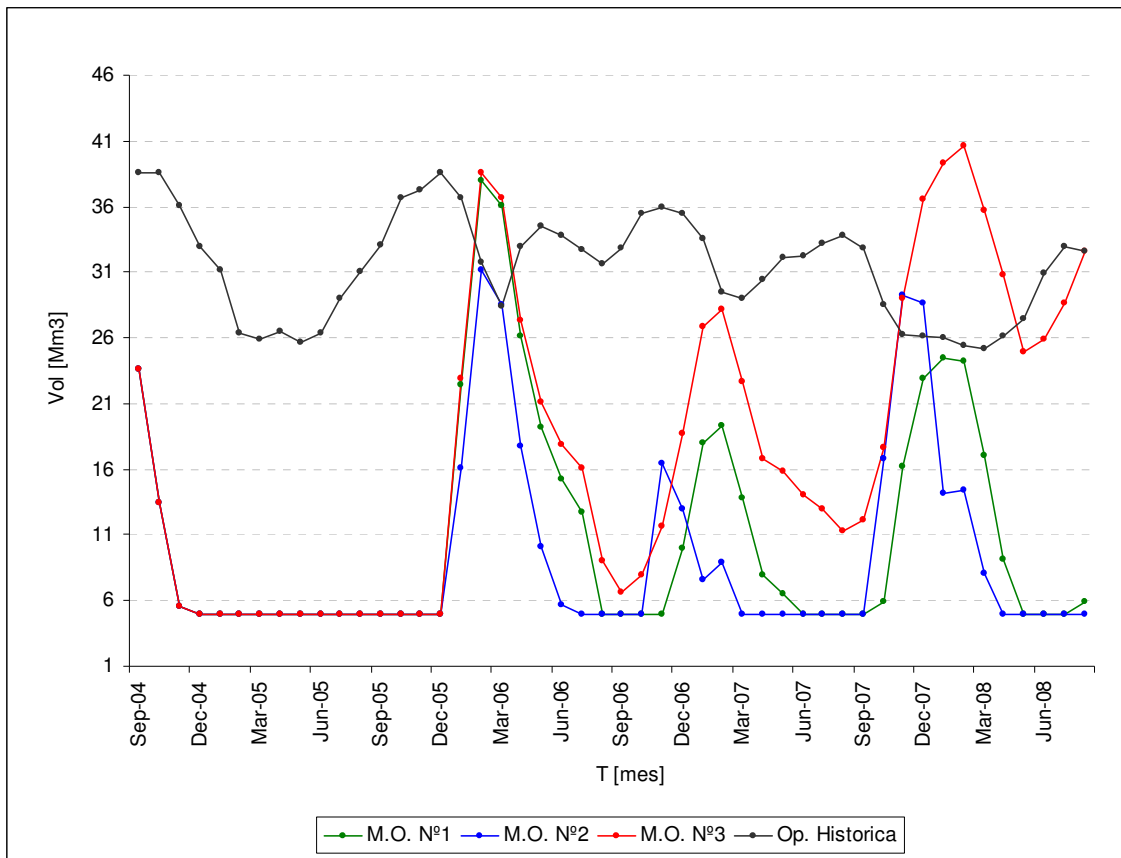


Figura 7.4: Volúmenes finales de cada mes en el embalse La Laguna durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008.

Con respecto a los volúmenes en La Laguna y como se muestra en Figura 7.4, todos los modelos de Re-Optimización tienden a vaciar este embalse mientras el embalse Puclaro no esté lleno. Esto se debe a que los modelos prefieren utilizar en primera instancia los volúmenes de agua en La Laguna y mantener un nivel alto en Puclaro, lo que genera mayor eficiencia en la producción hidroeléctrica. En el periodo de verano, por lo general los caudales afluentes a la cuenca son mayores, lo que permite elevar el nivel en La Laguna a pesar de la mayor demanda en estos meses.

Todos los modelos de Re-Optimización proponen una secuencia de decisiones poco conservadora de la operación del embalse La Laguna.

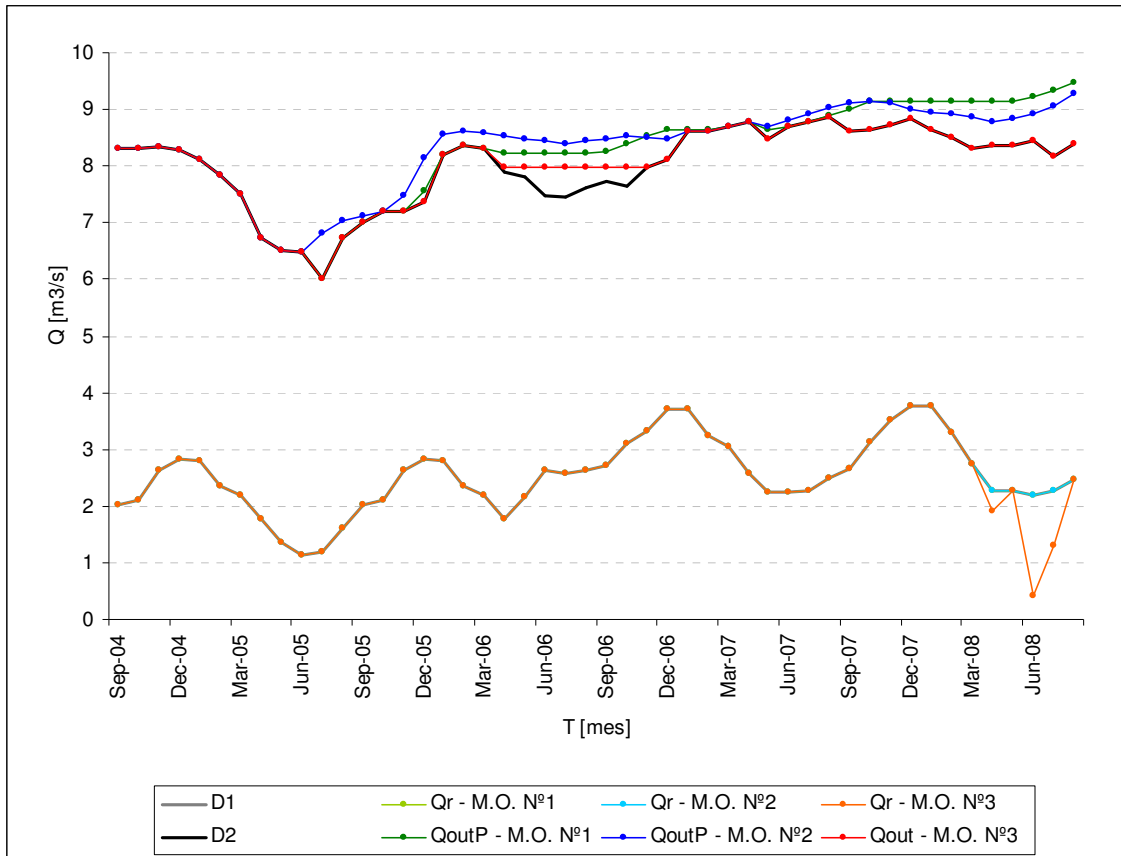


Figura 7.5: Demandas históricas y entregas para riego durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008.

De la Figura 7.5, todas las series de entrega al sector de riego N° 1 están sobrepuestas al requerimiento de riego, cumpliendo exactamente con el requerimiento de agua del sector de riego N° 1.

Dado que los costos por déficit de la demanda de riego son mayores a la utilidad que genera la producción hidroeléctrica, los modelos de Re-Optimización siempre preferirán suplir la necesidad de agua en los sectores de riego por sobre generar energía, esto ocurre en todas las series analizadas, donde se cumplió la demanda exigida, excepto en el modelo de Re-optimización N° 3 donde la imposición de las restricciones en los volúmenes finales de ambos embalses impiden cumplir con la demanda de riego al final del periodo de simulación.

Es importante notar que en ninguna operación se presentan vertimientos ni evacuaciones por compuerta en el embalse Puclaro.

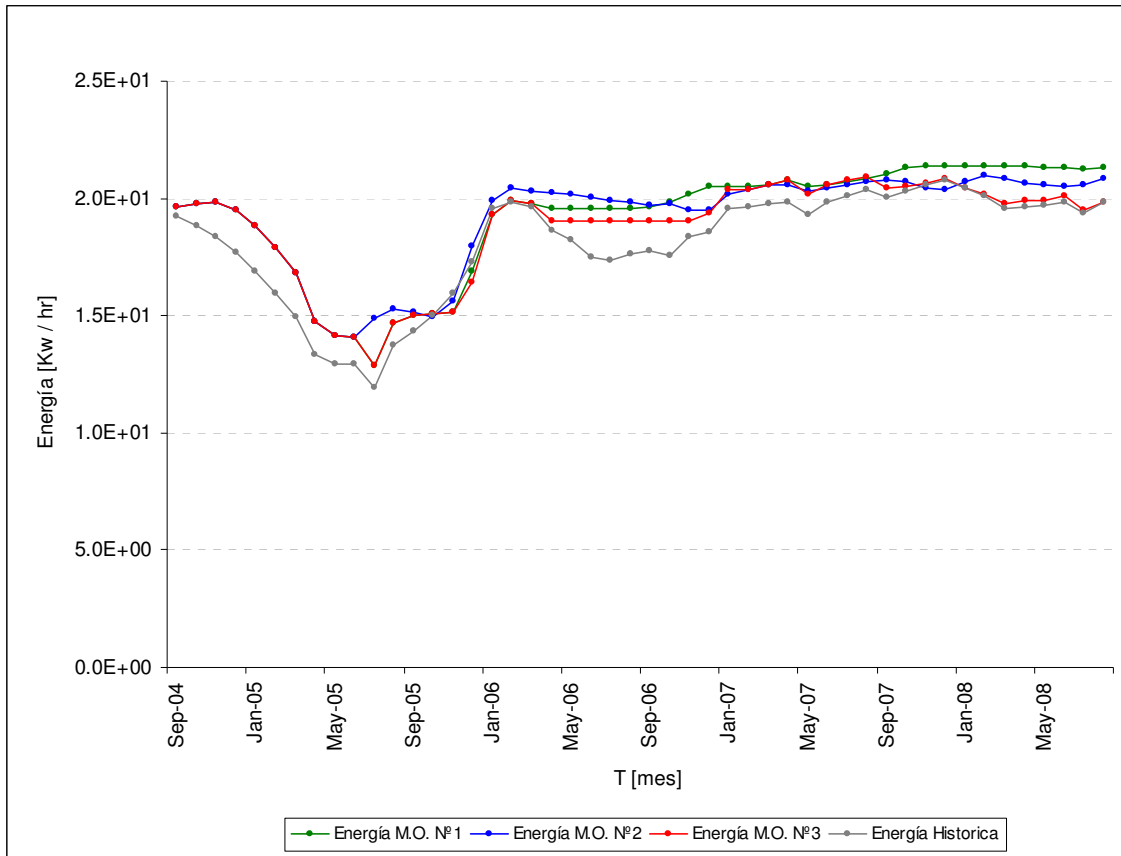


Figura 7.6: Energía que pudo haberse generado con la operación actual y energía generada en los modelos de optimización durante los meses de simulación correspondientes a los años 2004–2008.

Los modelos de Re-optimización propuestos en este trabajo, generan mayor cantidad de energía de lo que se hubiera generado con la operación histórica, obteniendo mayores beneficio relacionados con la producción hidroeléctrica y agrícolas, excepto para el modelo N<sup>o</sup> 3 donde es más discutible esta afirmación, al tener un déficit importante en la demanda de riego aguas debajo de Puclaro.



## 8 Conclusiones

La operación actual del sistema de recursos hídricos en la cuenca del río Elqui muestra signos de operación deficiente al no considerar la generación hidroeléctrica. Además, la programación de los caudales de riego se realiza utilizando métodos que se apoyan en gran medida de la experiencia de los operadores y no necesariamente optimiza los recursos hídricos disponibles. Por lo general, las entregas programadas para los sectores de riego aguas abajo de Puclaro son menores que los caudales efectivamente entregados, lo que provoca una mala planificación de las tierras cultivables y con ello, pérdidas económicas en estos sectores de riego. Esto no ocurre en los sectores aguas arriba a Puclaro, donde la programación de las entregas y la entrega real se ha ido ajustando con los años. Además, y debido que a inicios de la temporada de riego los niveles de agua embalsada en los embalses La Laguna y Puclaro son altos, en ocasiones se producen rebalses que no pueden ser controlados y, en el caso de Puclaro, no pueden ser utilizados para generación hidroeléctrica.

Debido a lo anterior, se desarrolló una herramienta de apoyo a la toma de decisiones de la operación de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui. Esta herramienta es capaz de proponer una política y una secuencia de decisiones que optimizan el uso del recurso hídrico, maximizando la generación hidroeléctrica, sin perjuicio de la producción agrícola, y validado con datos históricos, cumpliendo satisfactoriamente con todos los objetivos planteados al inicio de este trabajo.

La herramienta desarrollada utiliza dos modelos acoplados, donde el primero de ellos, denominado *Modelo de Valor Futuro del Agua Embalsada*, entrega una aproximación de las funciones de valor futuro del agua embalsada, bajo la definición de la función objetivo. Los resultados de este primer modelo son utilizados por el segundo modelo, de *Re-optimización*, el que tiene el objetivo de generar la secuencia óptima de operación en el periodo de simulación a partir de un pronóstico de caudales afluentes a la cuenca.

Las variables de decisión que utilizan ambos modelos representan las decisiones que actualmente se toman con respecto al recurso hídrico en la cuenca y corresponden a los caudales efluentes de los embalses La Laguna y Puclaro, caudales de generación hidroeléctrica y las entregas de riego. Las variables de estado que definen el valor futuro del agua embalsada corresponden a los volúmenes de agua almacenados en ambos embalses. Y la función objetivo consiste en maximizar la producción eléctrica descontando penalidades por déficit en las demandas de riego.

Se realizaron tres modelos de *Re-optimización*, con el objeto de verificar y validar los resultados de todos los modelos.

El modelo de *Re-Optimización N° 1* utiliza sólo una función de valor futuro en el último periodo de simulación, por lo que no considera errores en los pronósticos de caudales afluentes. Se recomienda este modelo en el caso que se dispongan buenos pronósticos de caudales afluentes a la cuenca.

El modelo de *Re-Optimización N° 2* utiliza las funciones de valor futuro del agua embalsada en cada mes de simulación, lo que considera que el pronóstico de caudales afluentes no es perfecto, y tiene mayor incertidumbre mientras más alejado sea en el tiempo. Se recomienda apoyarse en este modelo para la toma de decisiones cuando no se posea certeza de la calidad del pronóstico de caudales afluentes a la cuenca.

El modelo de *Re-Optimización N° 3* no utiliza funciones de valor futuro del agua embalsada, sustituyéndolas por restricciones en los volúmenes finales de los embalses La Laguna y Puclaro. Además, no considera errores en los pronósticos de caudales afluentes. Su uso es recomendable cuando se necesite disponer de los embalses con un volumen de agua almacenado mayor que algún valor al final del periodo de simulación y se cuente con buenos pronósticos. El objetivo de este tercer modelo fue utilizarlo para la comparación y validación de los modelos desarrollados.

Debido a que la programación de las entregas de riego es mensual y a que el precio de la energía es fijo, la discretización mensual de la variable temporal en los modelos desarrollados en este trabajo es suficiente para representar en forma adecuada los cambios en el sistema.

Otro aspecto importante de mencionar es que por razones agronómicas se debe respetar una planificación de las entregas de riego, por lo que se optó por desarrollar una herramienta de planificación de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui. Aún así, se destaca que la herramienta diseñada permite ser utilizada en forma dinámica en el tiempo, con el objetivo de mejorar la operación y programación de los sistemas de control, pero esto implicaría no seguir necesariamente una planificación preestablecida.

El análisis de los resultados obtenidos en los distintos modelos de *Re-Optimización* permite concluir que se desarrolló una herramienta de apoyo a la toma de decisiones que optimiza el recurso hídrico disponible en la cuenca, maximizando la producción eléctrica de la central Puclaro y considera como objetivo principal cumplir con las demandas de riego. De esta forma se espera que el trabajo realizado sea un aporte real al mejoramiento de la operación de los sistemas de control de aguas en la cuenca del río Elqui.

El cambio más significativo en la operación de los sistemas de control de aguas propuesto por los modelos de *Re-Optimización*, y comparado con la operación actual, está relacionado con un manejo más osado del embalse la laguna permitiendo mejorar la eficiencia de la central hidroeléctrica al mantener el embalse Puclaro con mayor cota.

Las limitaciones de la herramienta desarrollada están relacionadas con la incapacidad de obtener resultados para el rango completo de situaciones del sistema. Por ejemplo, al no considerar el rango operacional en la cual no se pueda utilizar la central hidroeléctrica o en situaciones de crecidas extremas, las que se desarrollan en una escala de tiempo muy inferior a la utilizada en los modelos. Por otra parte, las funciones de valor futuro no consideran la correlación de caudales afluentes para distintos tipos de años hidrológicos (húmedo, normal, seco). Dicha limitación puede ser compensada en parte por un cambio en las probabilidades asumidas en el modelo de valor futuro del agua embalsada, lo cual es un punto que se propone que se continúe estudiando. Otro

punto interesante de desarrollar, es la utilización de pronósticos en la definición de las funciones de valor futuro, las cuales pueden ser incorporadas como variables de estado en el modelo.

Finalmente, los modelos generados en este trabajo están ajustados para ser utilizados en la cuenca del río Elqui. Sin embargo, pueden ser implementados en otras cuencas que posean uno o más embalses y centrales hidroeléctricas, y que además no necesariamente tengan como objetivo principal suplir las demandas de riego.

## 9 Bibliografía y referencias

Comision Nacional de Riego y Comisión Nacional de Energía. 2008. [Pagina web en internet]. <[http://www.cnr.gob.cl/opensite\\_det\\_20080104144804.aspx](http://www.cnr.gob.cl/opensite_det_20080104144804.aspx)>. [consulta: 2010 Ene 18]

Dayan Meter. Reinforcement Learning. Gatsby computational neuroscience unit. University College London.

Drud A. CONOPT. ARKI Consulting and Development. Bagsvaerd, Denmark.

Howitt R., Msangi S., Reynaud A., Knapp K. 2002. Using polynomial approximation to solve stochastic dynamic programming problems: or a “Betty Crocker” approach to SDP. Departament of agricultural and resources economics, University of California at Davis.

Isensse Martinez P. 2007. Estudio de la energía generable. Central hidroeléctrica Puclaro.

Junta de Vigilancia del Rio Elqui y sus Afluentes. 2007. [Pagina web en internet]. <<http://www.rioelqui.cl/>>. [consulta: 2010 Ene 16].

Kenneth L. Judd. 1998. Numerical methods in economics. Cambridge, Massachussts: MIT Press.

Mariño M., Mohammadi B. 1984. Multipurpose reservoir operation, 1 Monthly model for a single reservoir, J. Hydrology. Vol 69(1):1-14.

Nandalal W. K. D., Bogardi J. Janos. 2007. Dynamic Programming Based Operation of Reservoirs, Applicability and Limits. New York, United States of America: Advisory Board.

Olivares, M. A. 2008. Optimal Hydropower Reservoir Operation with Environmental Requirements. Memoria para optar al título de Doctor de Filosofía en Ingeniería Civil y Ambiental. Universidad de California Davis.

Picchio M<sup>a</sup>. C., Ojeda Bär N. 2006. Programación dinámica, Monografía UMA.

Rosenthal R. 2008. GAMS – A user’s guide. GAMS Development Corporation. Washington DC, USA.

Rust J. 1996. Numerical Dynamic Programming in Economics. North Holland: Handbook of Computational Economics Elsevier.

Seok-Ku K., Darrell G., Fontane and John W. Labadie. 1987. Multiobjective optimization of reservoir system operation. Water Resour. Res. Vol. 23(6):983-996.

Tejada-Guibert, J. A., S.A. Johnson, J.R. Stedinger. 1995. The value of hydrologic information in Stochastic dynamic programming models of a multi-reservoir system. *Water Resour. Res.* Vol. 31(10):2571-2579.

Trezos T., Yeh W. Use of stochastic dynamic programming for reservoir management. *Water Resour. Res.* Vol. 23(6):983-996.

Yakowitz S. 1982. Dynamic programming applications in water resources. *Water Resour. Res.* Vol. 18(4):673-696.

## 10 Anexos

### 10.1 A1

Tabla 10.1: Ficha técnica del embalse Puclaro (Fuente: <http://www.riodelqui.cl/>).

<b>Características generales - Embalse Puclaro</b>	
Regulación:	Multianual
Superficie de la cuenca tributaria:	6.765 Km.2
Superficie de embalse:	760 ha.
Capacidad de embalse:	200.000.000 m <sup>3</sup>
Caudal medio anual:	9.5 m <sup>3</sup> /seg.
Longitud del lago:	7.400 m.
Cota máxima aguas normales:	508.80 m.s.n.m
<b>Presa</b>	
Tipo C.F.G.D:	Gravas compactadas en pantalla de hormigón
Cota:	516 m.s.n.m
Longitud coronación:	595 m.
Altura muro:	83 m.
Talud aguas abajo:	1.6/1
Talud aguas arriba:	1.5/1
Volumen muro:	4.900.000 m <sup>3</sup>
<b>Pared moldeada</b>	
Profundidad:	58 m.
Superficie:	16.850 m <sup>2</sup>

Tabla 10.2: Ficha técnica del embalse Puclaro (Fuente: <http://www.rioelqui.cl/>).

<b>Características generales - Embalse Puclaro</b>	
<b>Vertedero</b>	
<b>A- Aliviadero de crecidas</b>	
Ubicación:	Lado derecho.
Tipo:	Creager
Longitud:	112 m.
Crecida de diseño (1/10000):	2.500 m <sup>3</sup> /seg.
Caudal máximo regulado:	2.300 m <sup>3</sup> /seg.
Cota:	516 m.s.n.m
<b>B- Rápido de descarga</b>	
Tipo:	Salto SKI
Longitud total:	218.70 m.
Ancho:	25 m.
Pendiente:	40%
<b>C- Canal de restitución</b>	
Ancho basal :	50 m.
Longitud:	500 m.
Taludes laterales:	3/1 (h/v)
<b>Túnel de desvío entrega</b>	
Longitud :	418 m.
Sección:	22 m.
Pendiente:	1.00%
Válvula de entrega tipo Howell Bungler:	2 de DN 900 mm.
Válvula de guardia tipo mariposa:	DN 1800 mm.
<b>Descarga de fondo</b>	
Compuertas tipo Boreou :	2 de 1.2 x 1.0 m.
Caudal máximo de evacuación:	40 m <sup>3</sup> /s.

Tabla 10.3: Ficha técnica del embalse La Laguna (Fuente: <http://www.riodelqui.cl/>).

<b>Características generales - Embalse La Laguna</b>	
Ubicación:	IV Región de Coquimbo - Chile
Ciudad más cercana:	Vicuña
Río:	La Laguna
Período de construcción:	1927-1937
Tipo de presa:	Zona con núcleo impermeable y pantalla central de hormigón armado.
Material de fundación:	Morrena y Roca
Impermeabilización estribo izquierdo:	Dentellón
Material estribo derecho:	Morrena
Impermeabilización estribo derecho:	Dentellón
Instrumentación:	Aforadores de control de filtraciones y monolitos de control.
Altura máxima:	36.1 m
Cota coronamiento:	230.0 m.
Ancho coronamiento:	10.0 m.
Talud aguas arriba:	1(V):3(H) (aprox.)
Talud aguas abajo:	1(V):2.5(H) (aprox.)
Volumen del muro:	227.215 m <sup>3</sup>
Capacidad embalse:	40.1 Mill m <sup>3</sup>

## 10.2 A2

Tabla 10.4: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 74.3 metros.

<b>Caudal [l/s]</b>	<b>Eficiencia de la turbina [%]</b>	<b>Potencia de la turbina [kW]</b>	<b>Eficiencia del generador [%]</b>	<b>Potencia [kW]</b>
4400	92.2	2957	97.5	2882
4000	92.4	2694	97.4	2623
3600	92.0	2414	97.4	2351
3200	90.0	2099	97.2	2040
2800	87.4	1784	96.9	1728
2400	84.3	1475	96.7	1426
2000	81.3	1185	96.7	1139



Tabla 10.5: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 67 metros.

<b>Caudal [l/s]</b>	<b>Eficiencia de la turbina [%]</b>	<b>Potencia de la turbina [kW]</b>	<b>Eficiencia del generador [%]</b>	<b>Potencia [kW]</b>
4400	92.2	2666	97.4	2596
4000	92.5	2432	97.4	2368
3600	92.1	2179	97.3	2120
3200	90.3	1899	97.0	1842
2800	88.1	1621	96.8	1569
2400	84.1	1326	96.4	1278
2000	81.1	1066	95.9	1022

Tabla 10.6: Eficiencia de las turbinas y generador para una altura neta de 50 metros.

<b>Caudal [l/s]</b>	<b>Eficiencia de la turbina [%]</b>	<b>Potencia de la turbina [kW]</b>	<b>Eficiencia del generador [%]</b>	<b>Potencia [kW]</b>
4400	85.5	1761	96.9	1706
4000	87.0	1707	96.8	1652
3600	88.3	1559	96.7	1507
3200	87.5	1373	96.5	1325
2800	85.6	1176	96.1	1130
2400	82.0	965	95.6	922
2000	77.5	760	95.0	722

Tabla 10.7: Coeficientes del polinomio eficiencia conjunta generador - turbina ajustado para la central hidroeléctrica Puclaro.

Índice $s$	Índice $k$	Coeficiente $ef_{k,s}$
1	1	27.615
1	2	-136.739
1	3	367.214
1	4	-145.552
1	5	-4.555
2	1	476.413
2	2	-143.138
2	3	-402.987
2	4	-421.240
2	5	43.331
3	1	-734.257
3	2	644.197
3	3	712.402
3	4	578.829
3	5	355.499
4	1	-600.675
4	2	139.645
4	3	-60.761
4	4	-331.761
4	5	-526.436
5	1	593.432
5	2	139.764
5	3	-274.301
5	4	-545.306
5	5	-678.081

### 10.3 B1

Los histogramas de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal se muestran en las Figura 10.1 a la Figura 10.12.

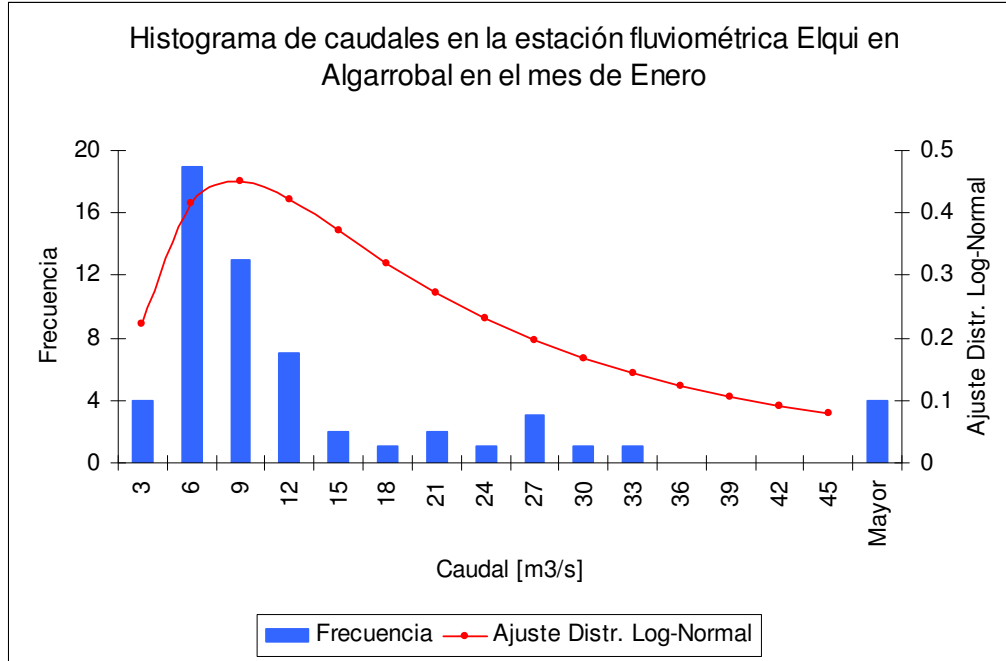


Figura 10.1: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Enero, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009.

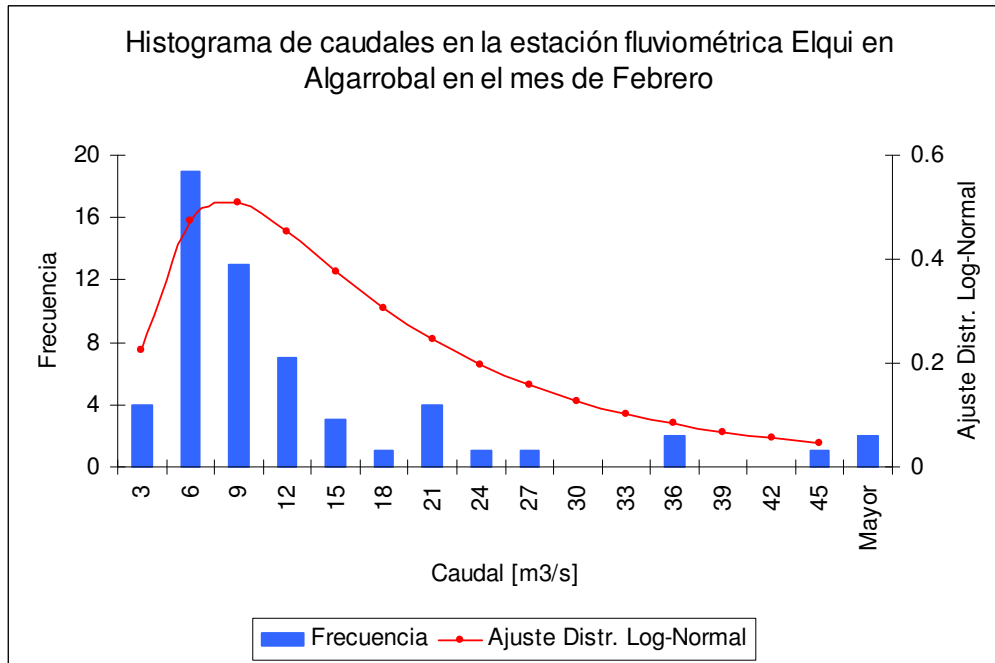


Figura 10.2: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Febrero, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009.

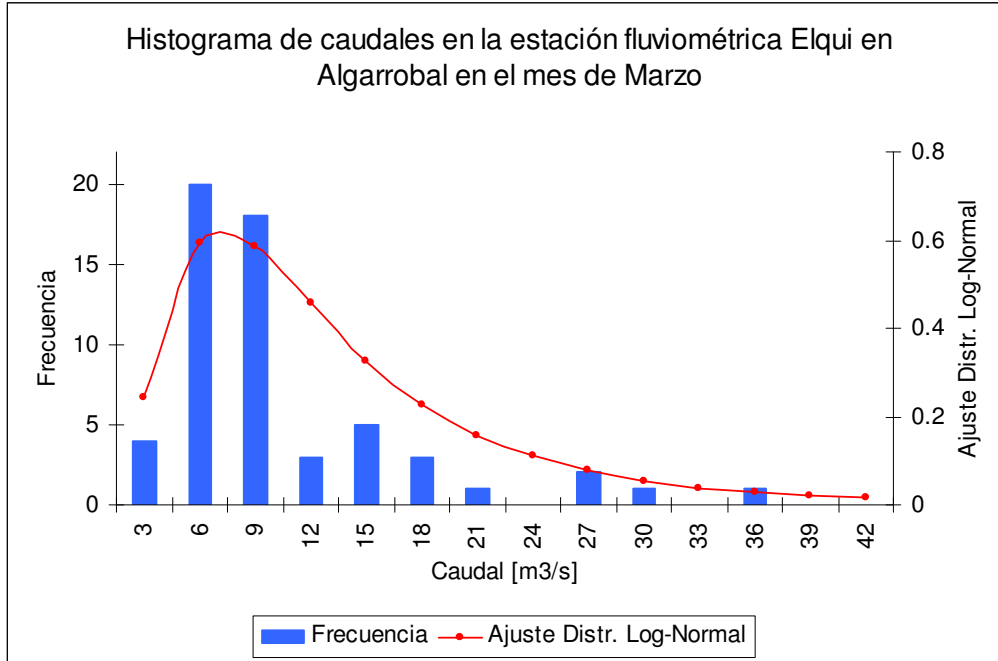


Figura 10.3: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Marzo, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009.

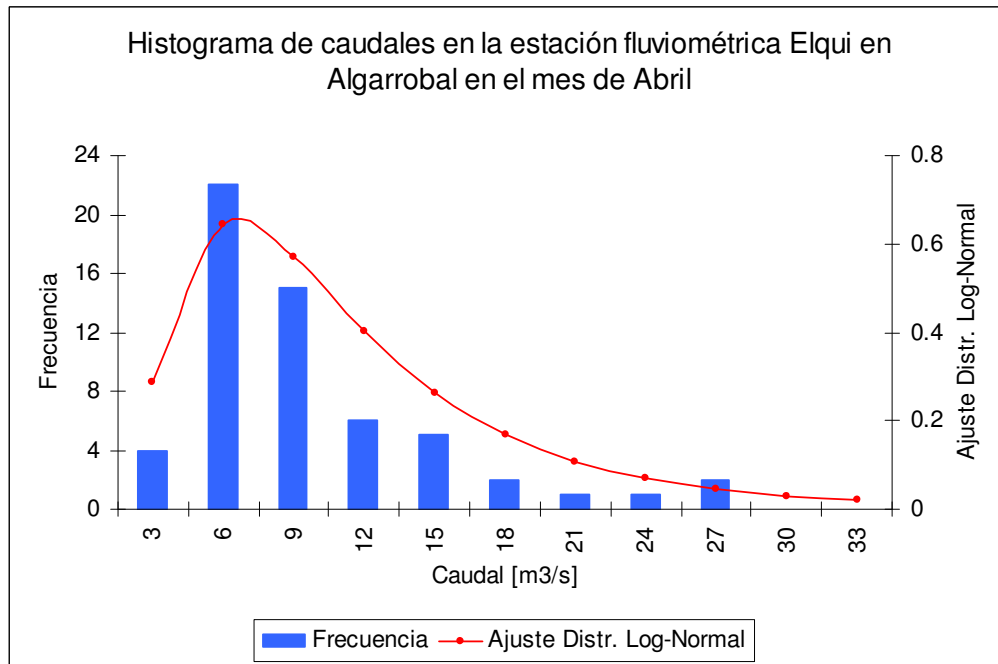


Figura 10.4: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Abril, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2009.

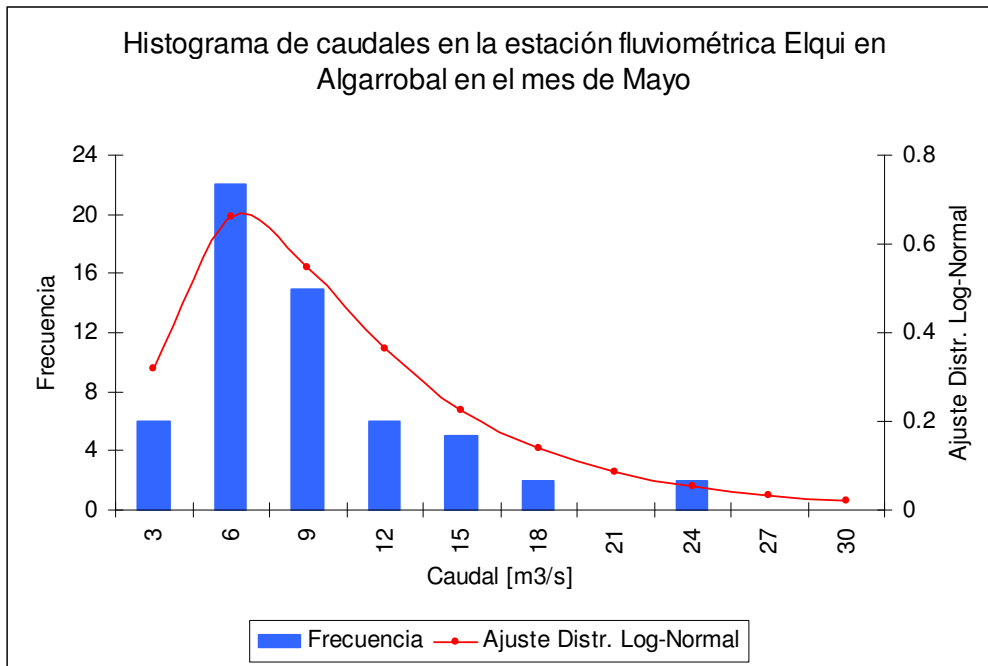


Figura 10.5: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Mayo, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

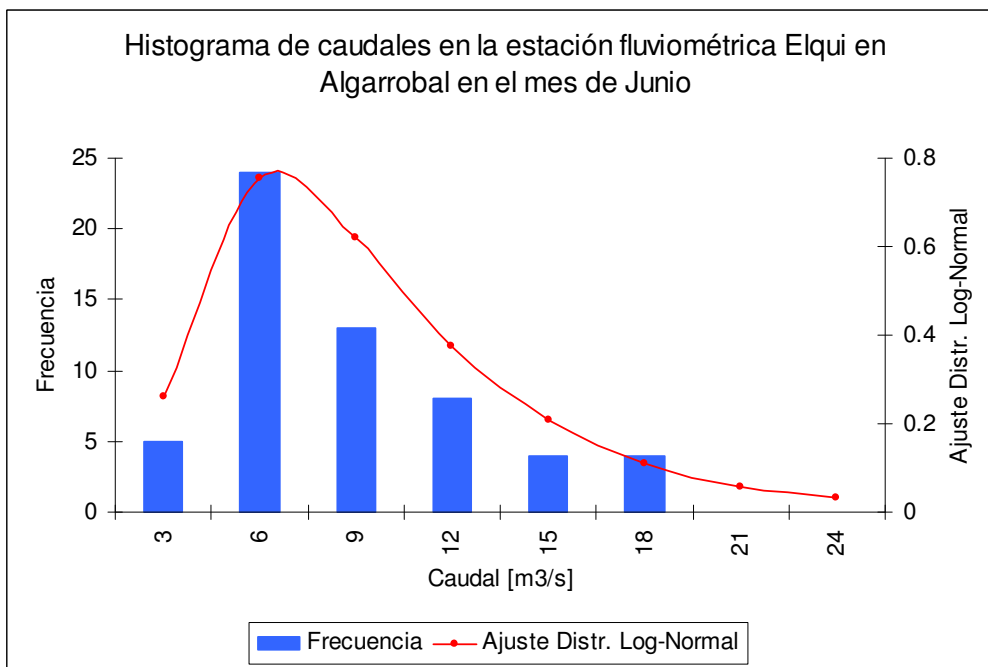


Figura 10.6: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Junio, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

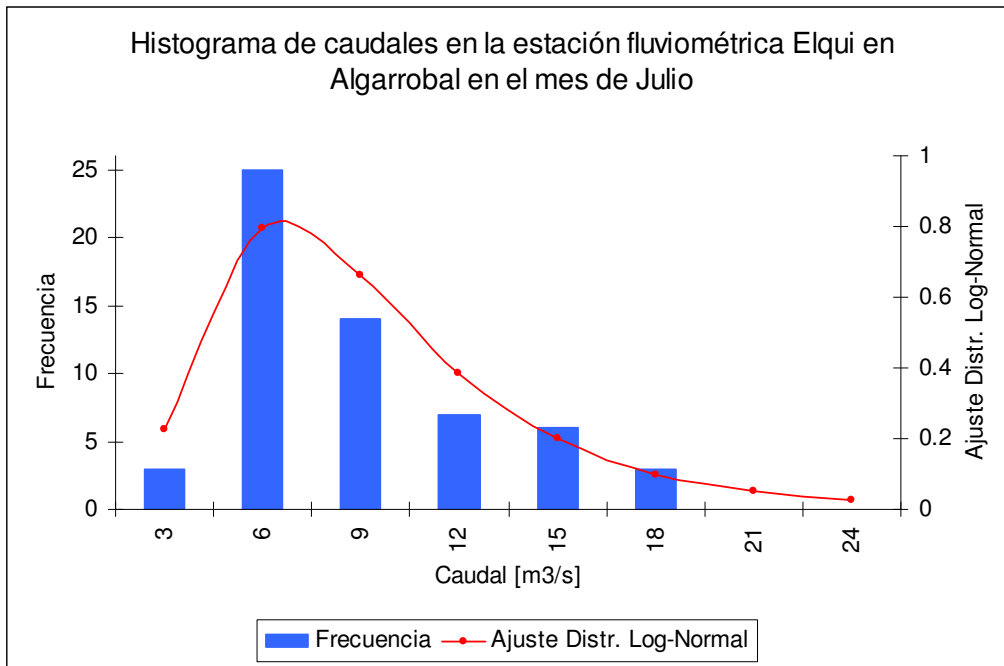


Figura 10.7: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Julio, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

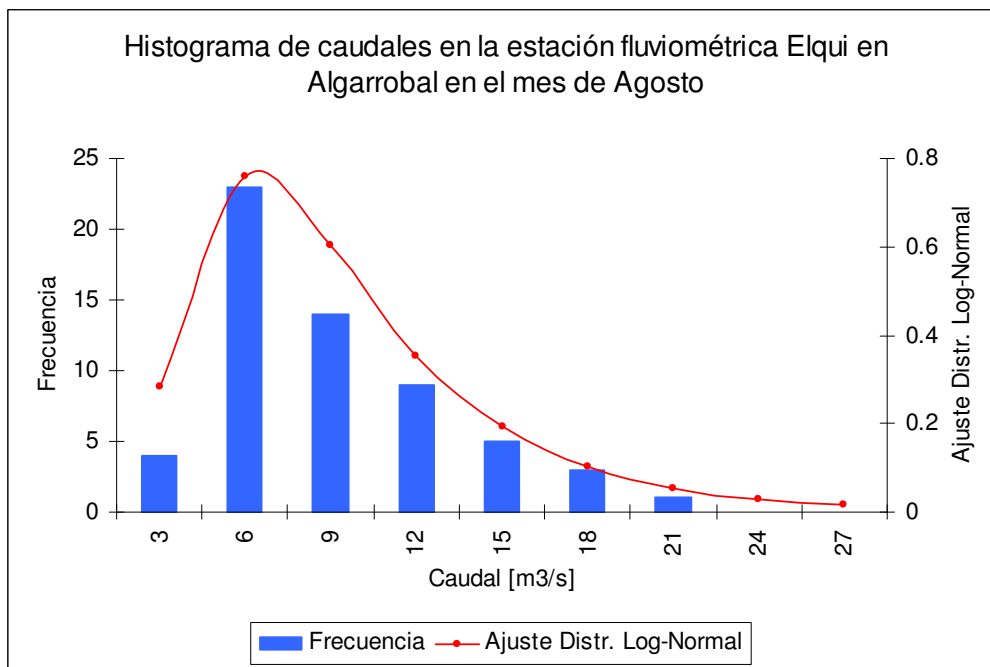


Figura 10.8: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Agosto, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

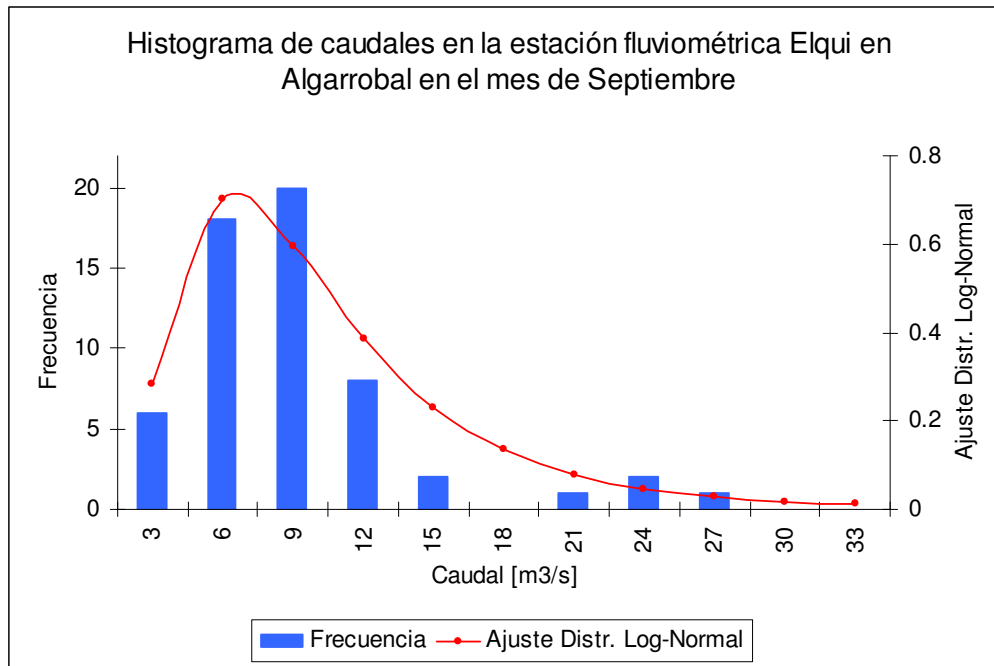


Figura 10.9: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Septiembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

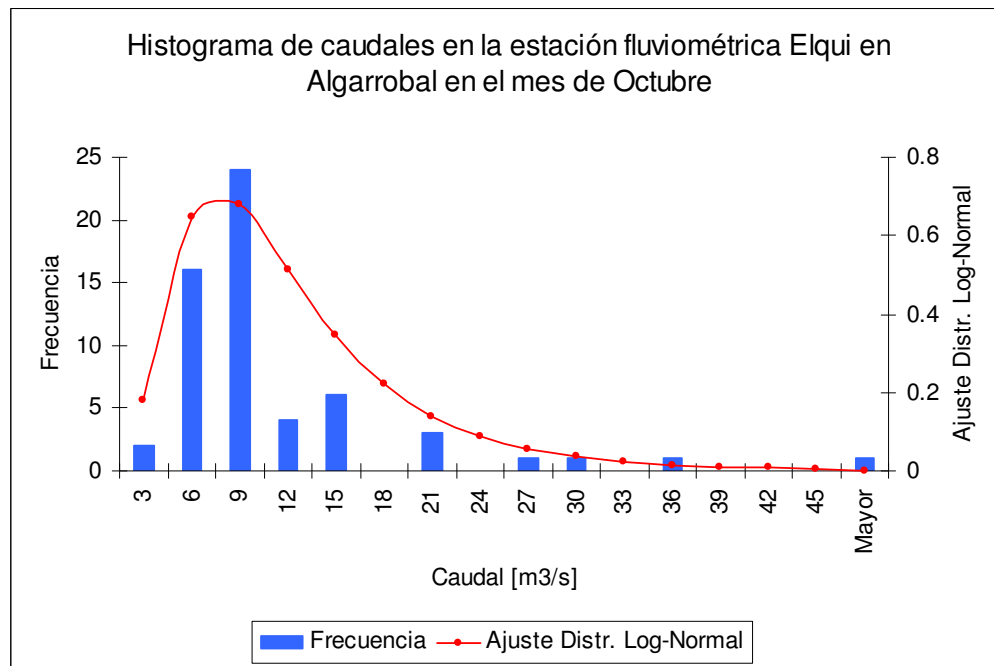


Figura 10.10: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Octubre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

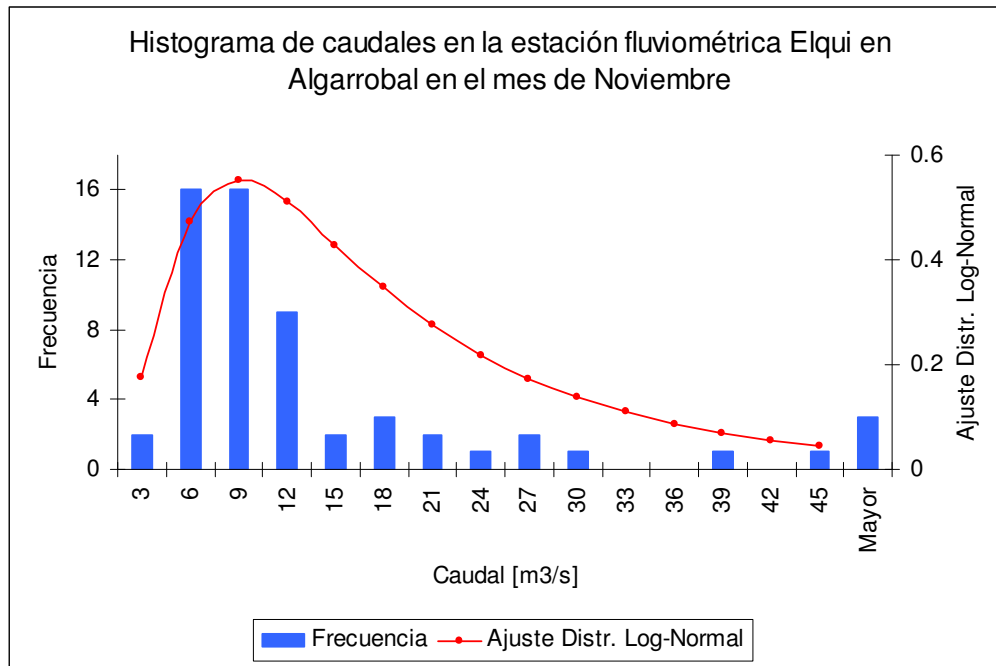


Figura 10.11: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Noviembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.

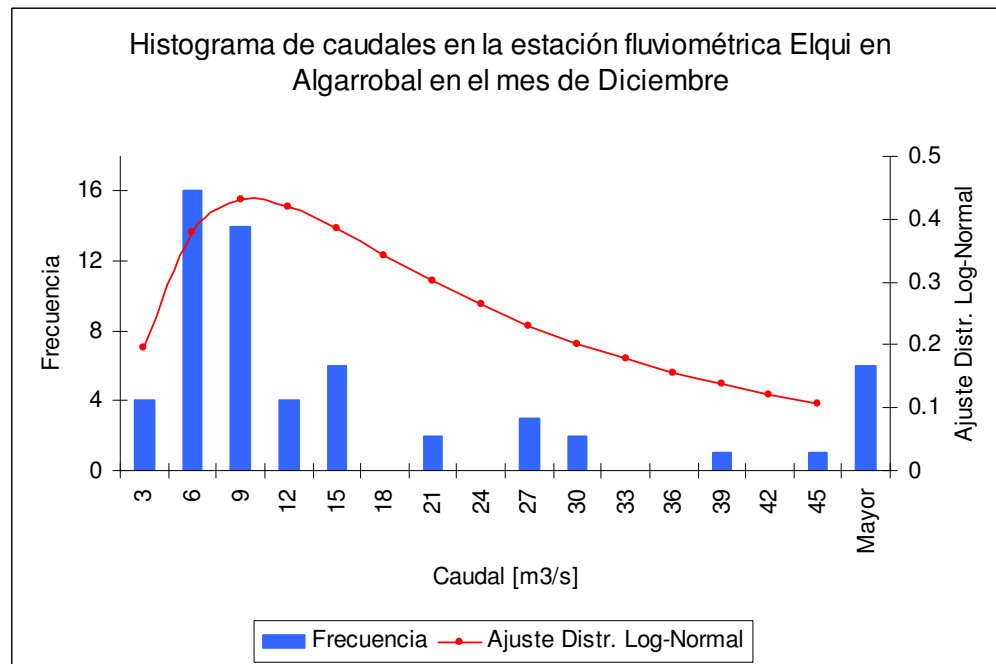


Figura 10.12: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal en el mes de Diciembre, donde se utilizó estadística desde el año 1950 hasta el año 2008.



Los histogramas de caudales afluentes al embalse La Laguna se muestran en las Figuras 10.13 a la Figura 10.24.

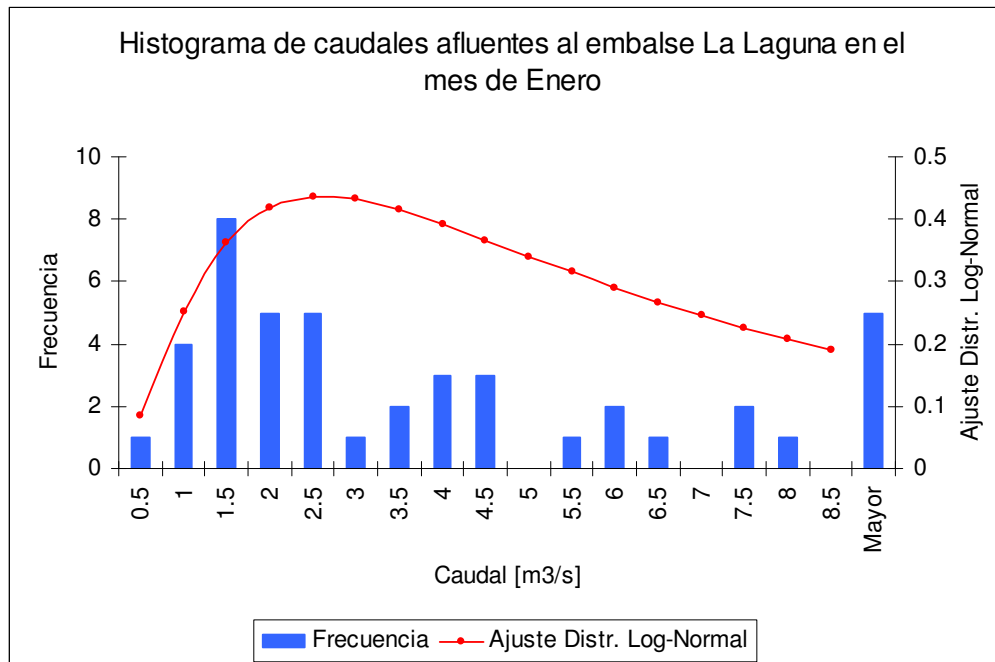


Figura 10.13: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Enero, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009.

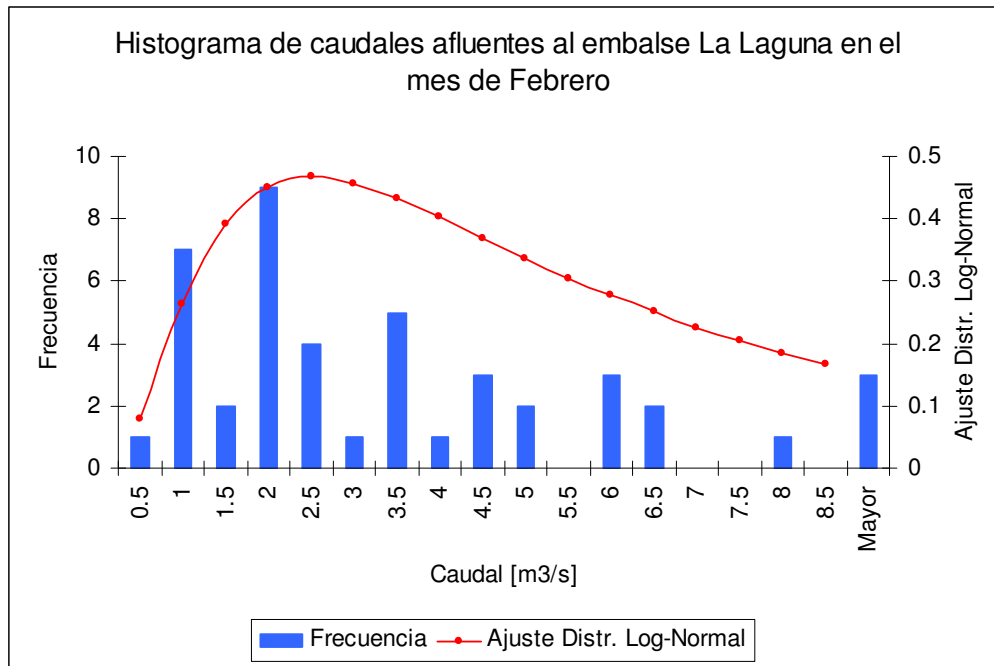


Figura 10.14: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Febrero, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009.

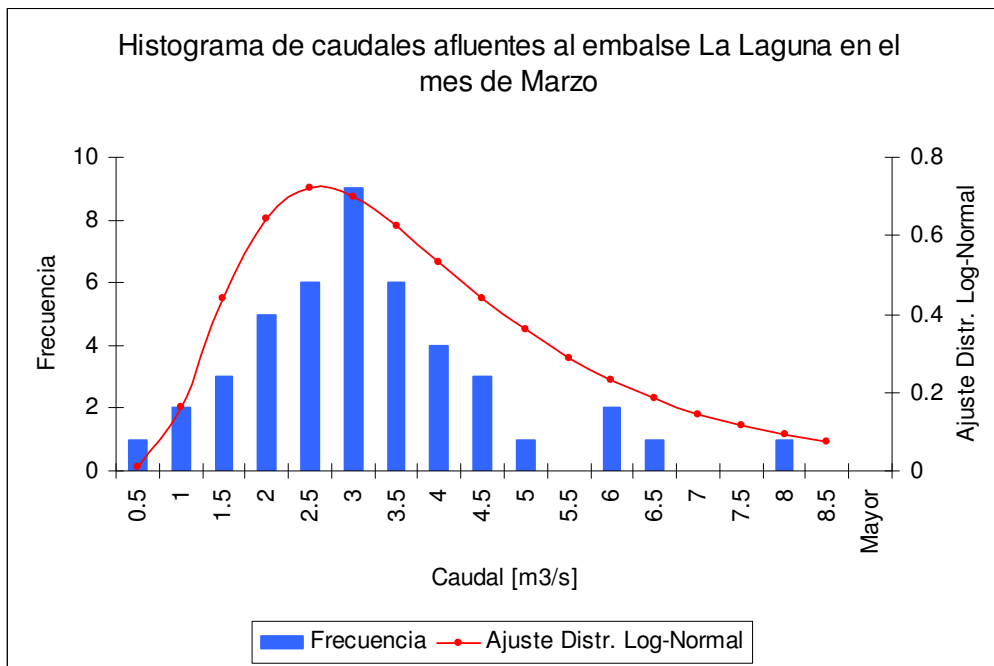


Figura 10.15: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Marzo, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009.

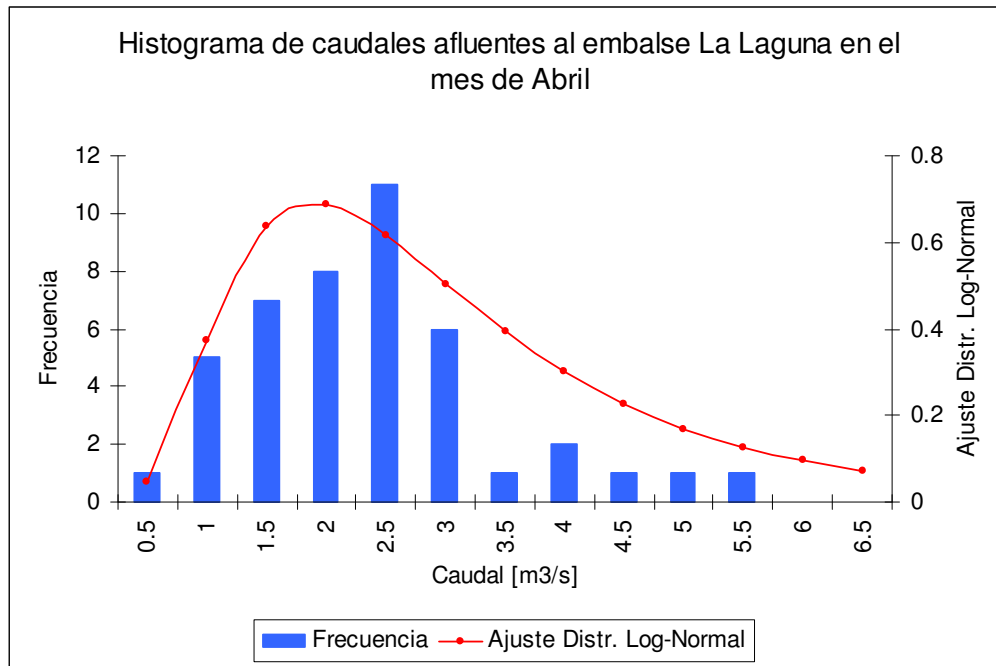


Figura 10.16: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Abril, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2009.

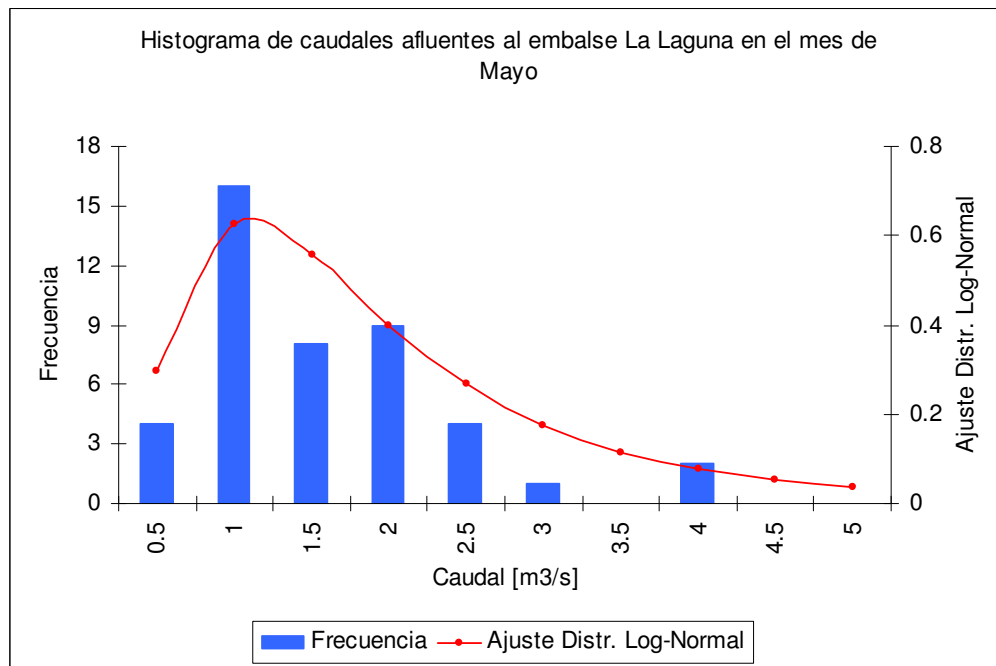


Figura 10.17: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Mayo, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

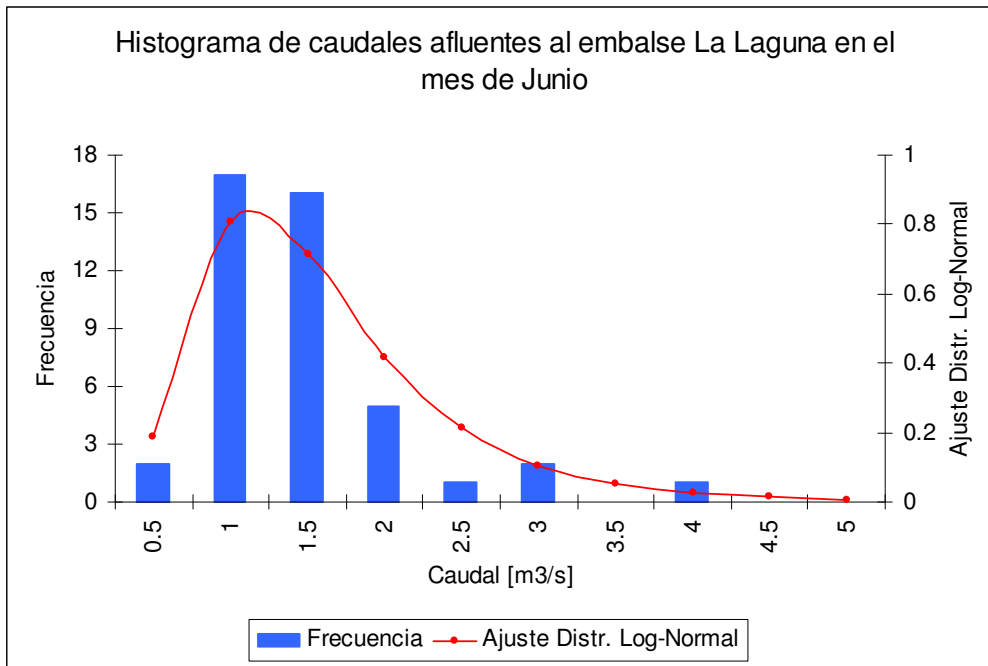


Figura 10.18: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Junio, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

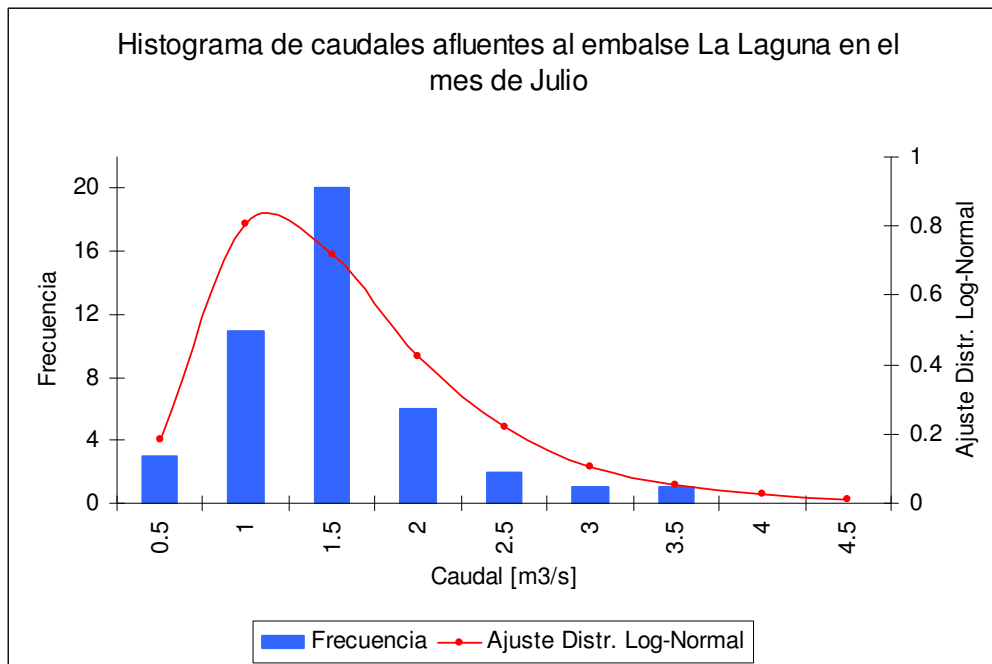


Figura 10.19: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Julio, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

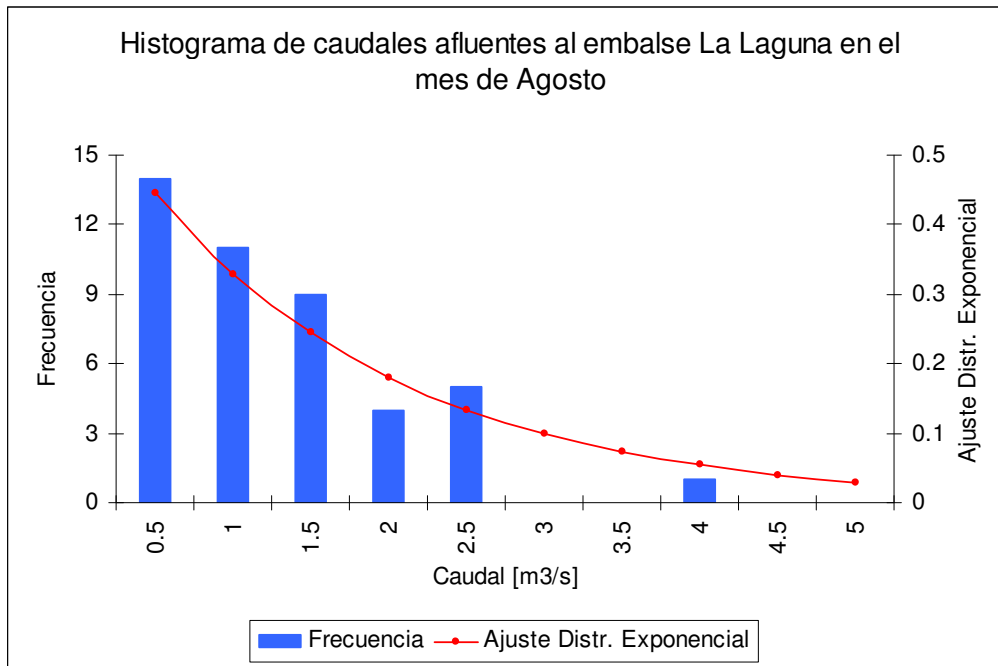


Figura 10.20: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Agosto, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

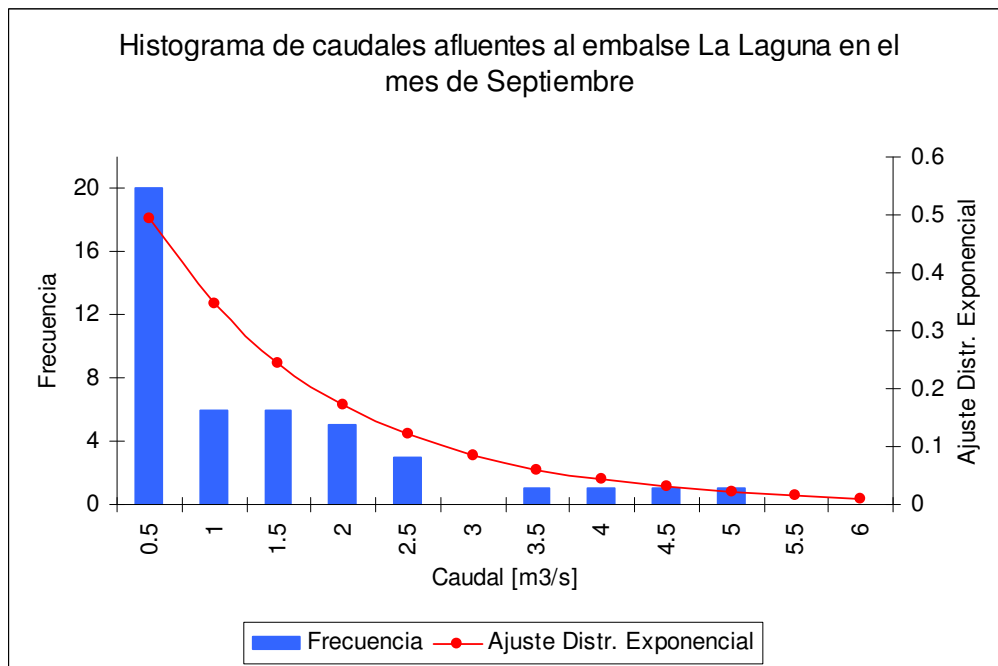


Figura 10.21: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Septiembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

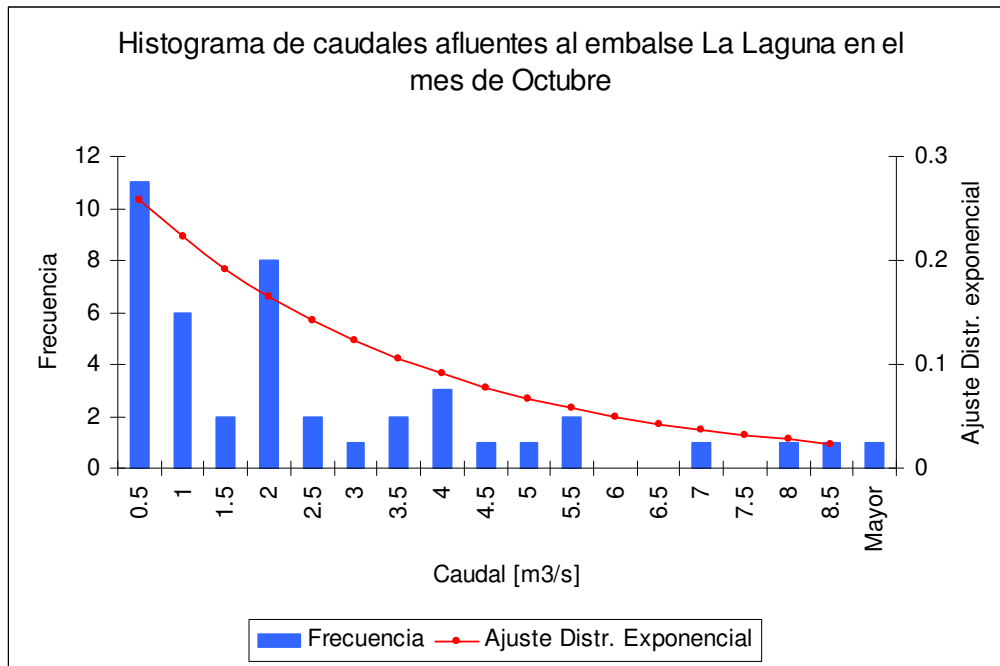


Figura 10.22: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Octubre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

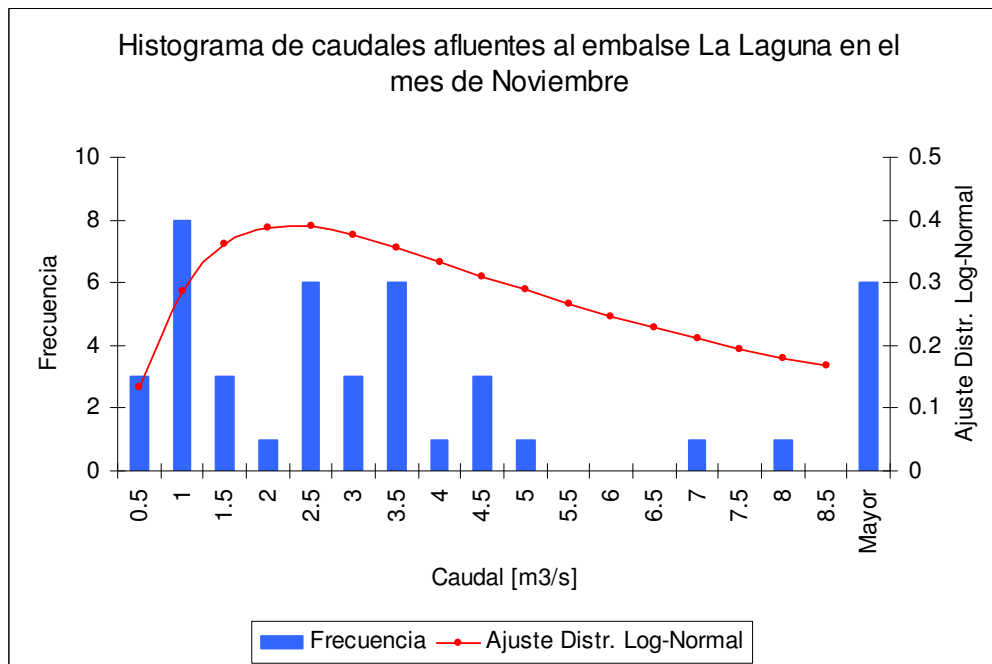


Figura 10.23: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Noviembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

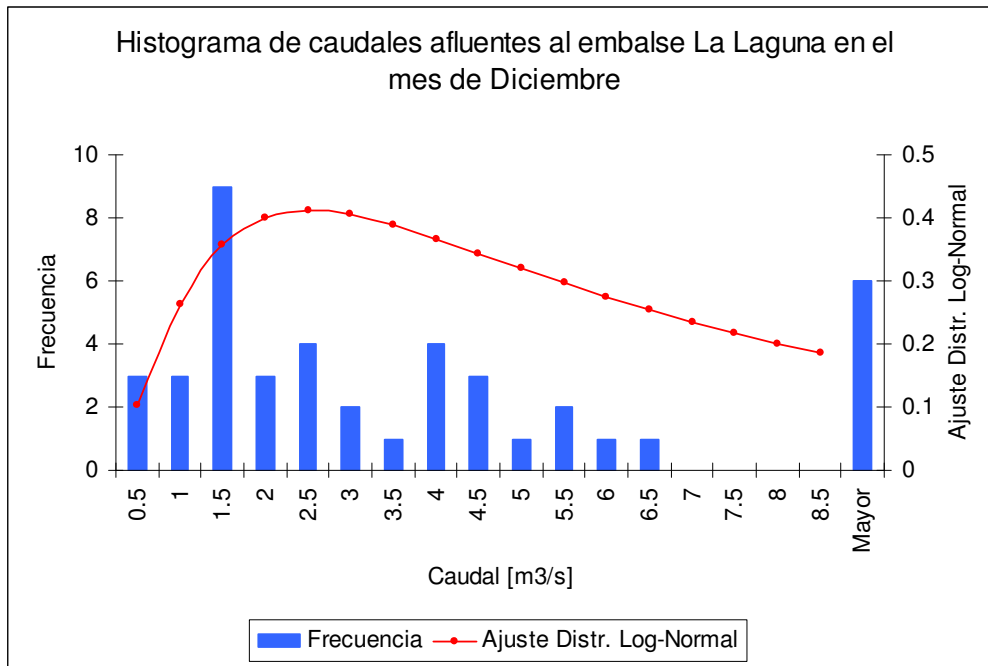


Figura 10.24: Histograma de caudales afluentes al embalse La Laguna en el mes de Diciembre, calculados a partir de balances de masas utilizando las planillas de operación del embalse desde el año 1966 hasta el año 2008.

Los histogramas de caudales naturales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal (descontado el aporte del embalse La Laguna) se muestran en la Figura 10.25 a la Figura 10.36.

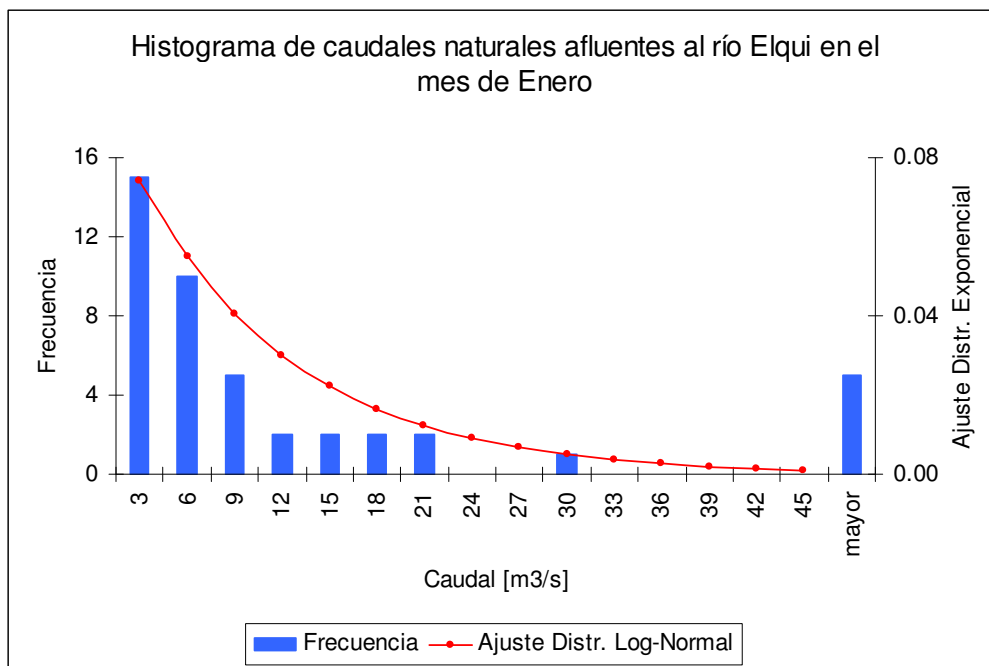


Figura 10.25: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Enero, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009.

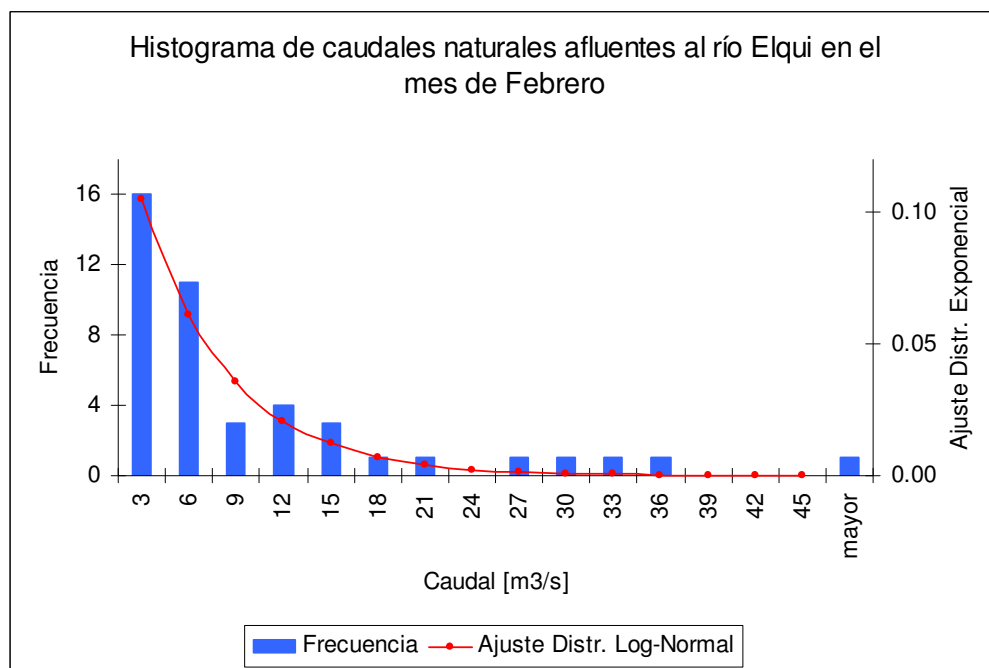


Figura 10.26: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Febrero, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009.



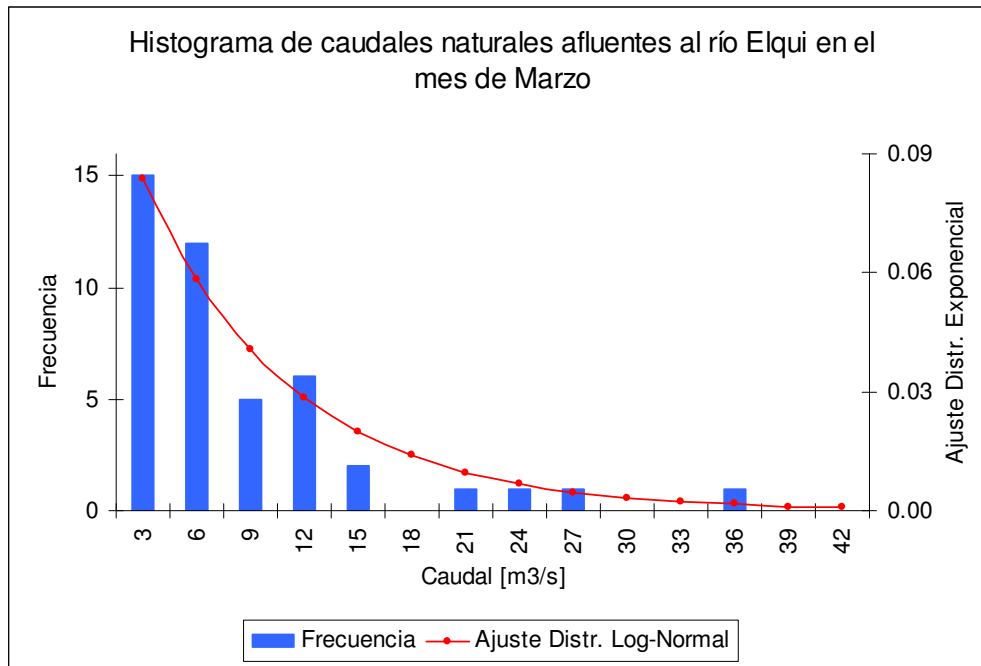


Figura 10.27: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Marzo, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009.

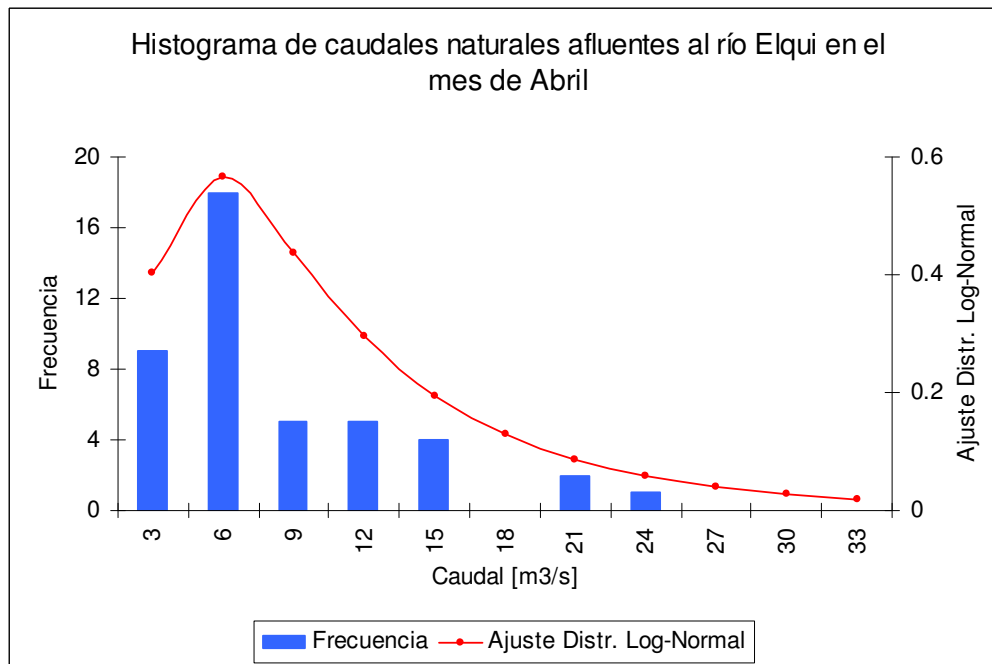


Figura 10.28: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Abril, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2009.

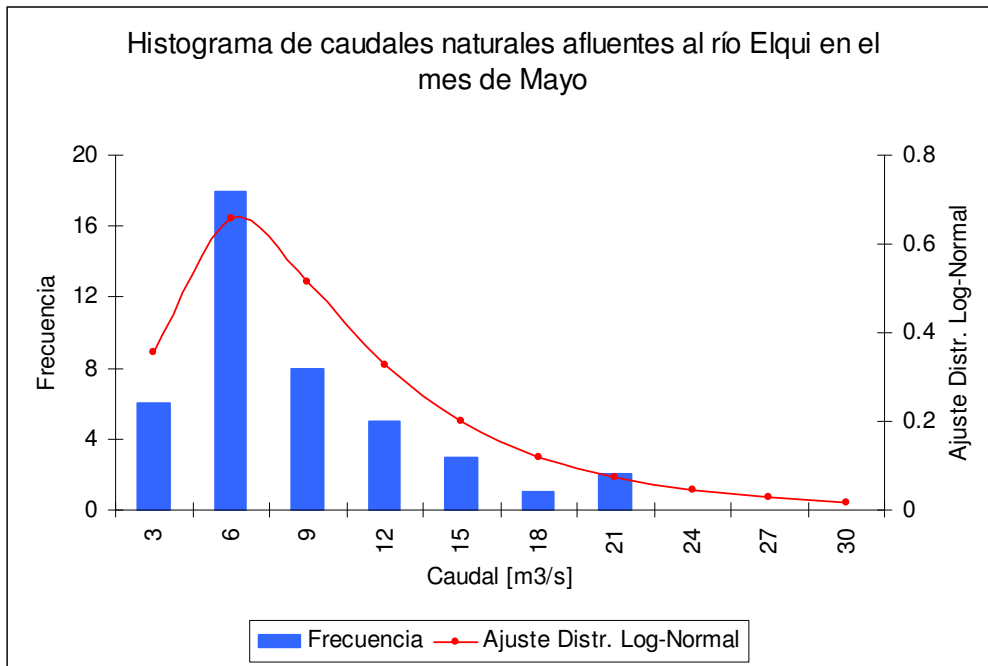


Figura 10.29: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Mayo, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

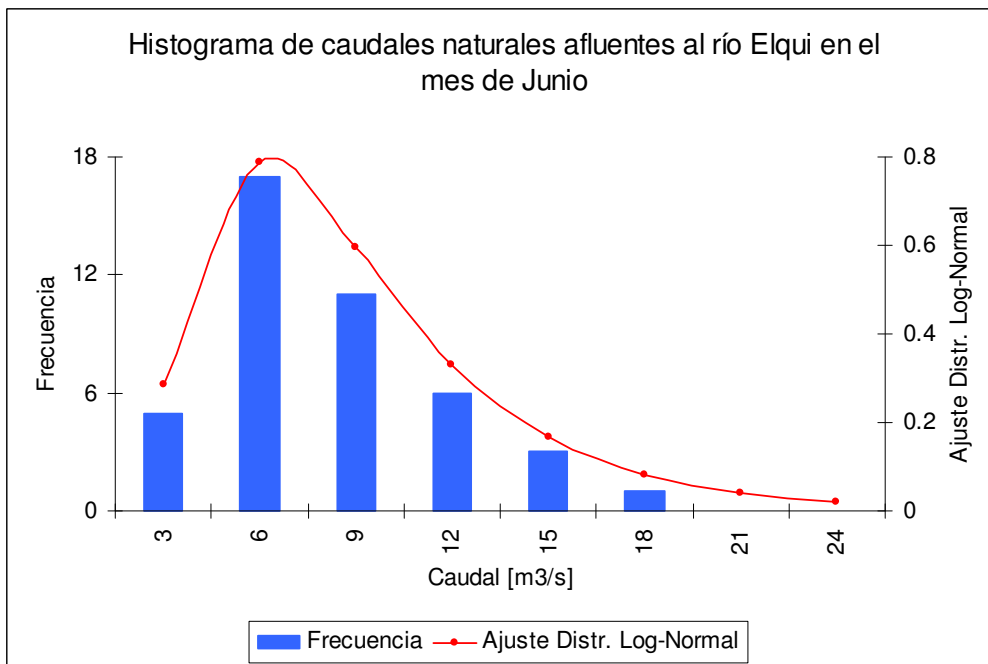


Figura 10.30: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Junio, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

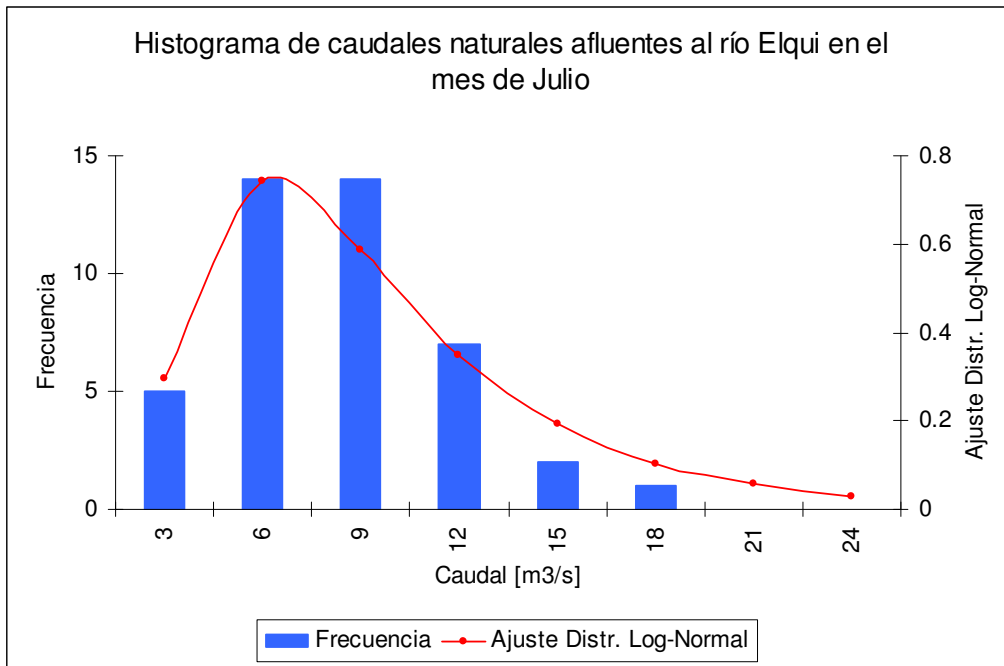


Figura 10.31: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Julio, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

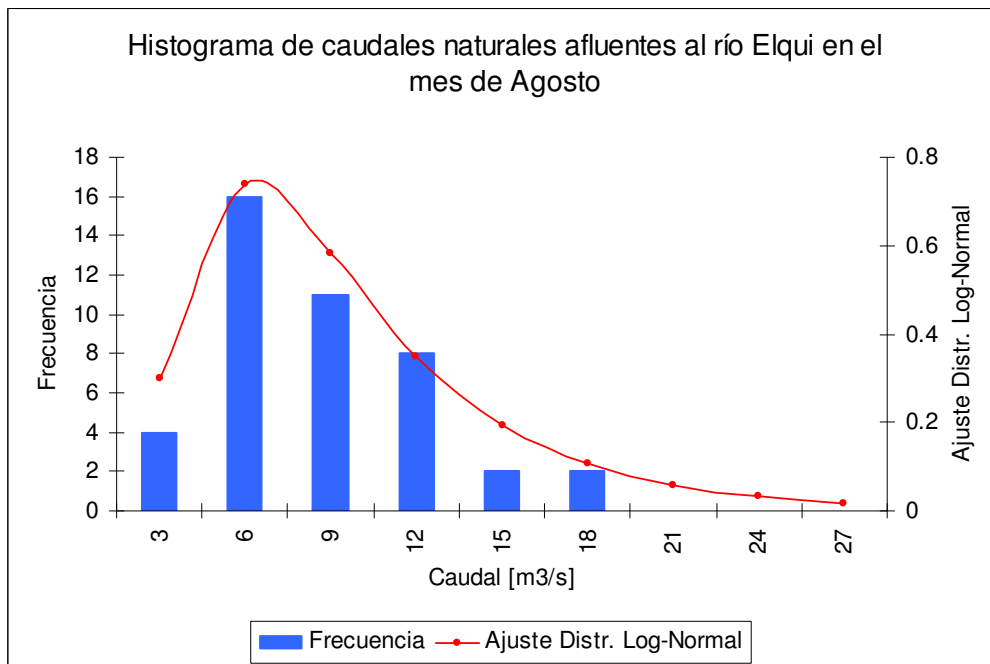


Figura 10.32: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Agosto, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

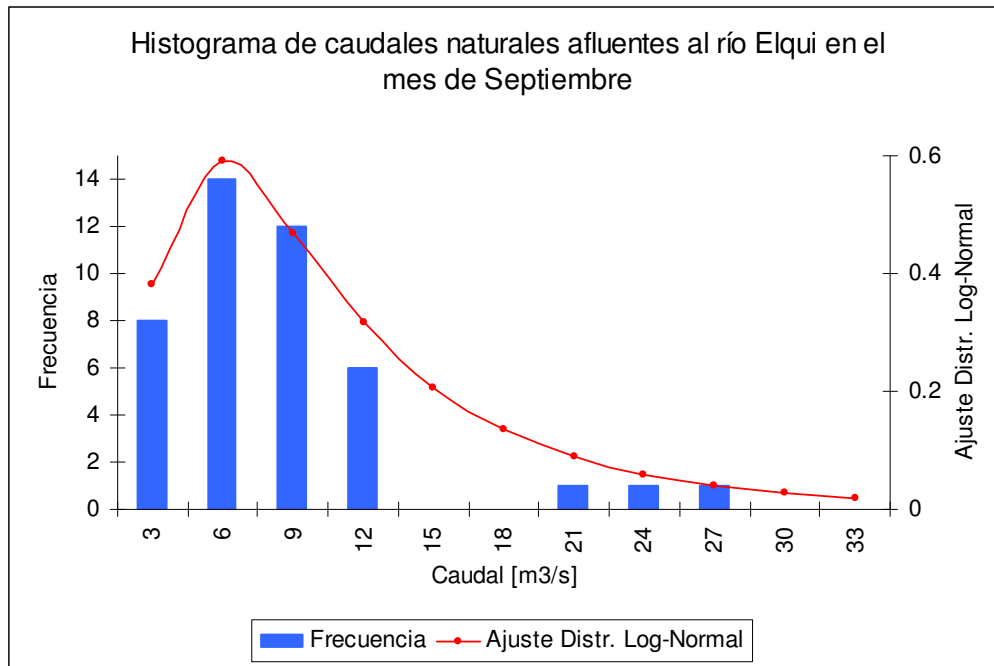


Figura 10.33: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Septiembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

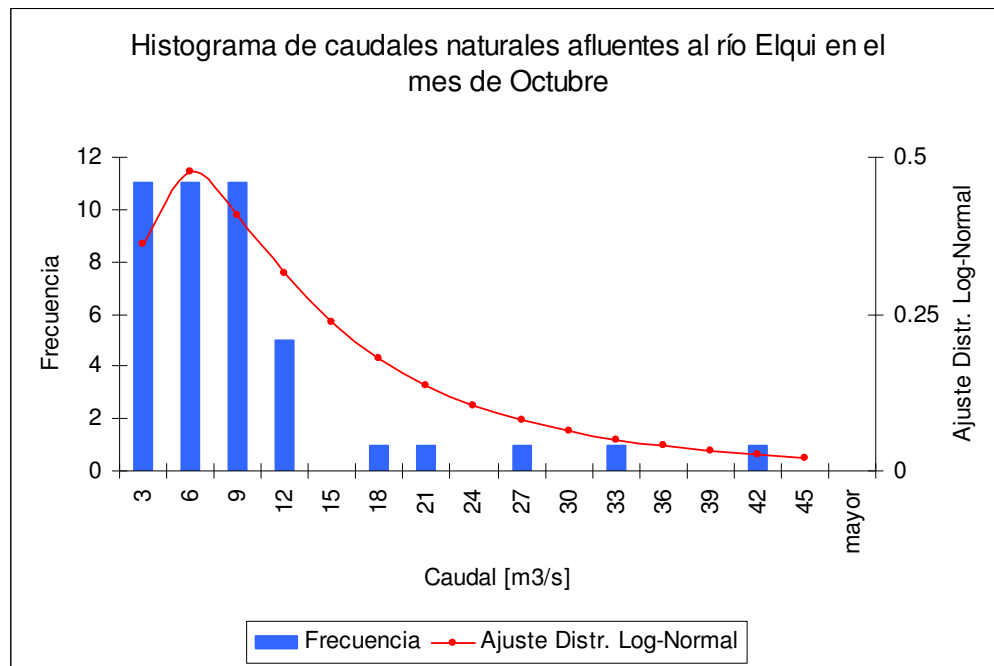


Figura 10.34: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Octubre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

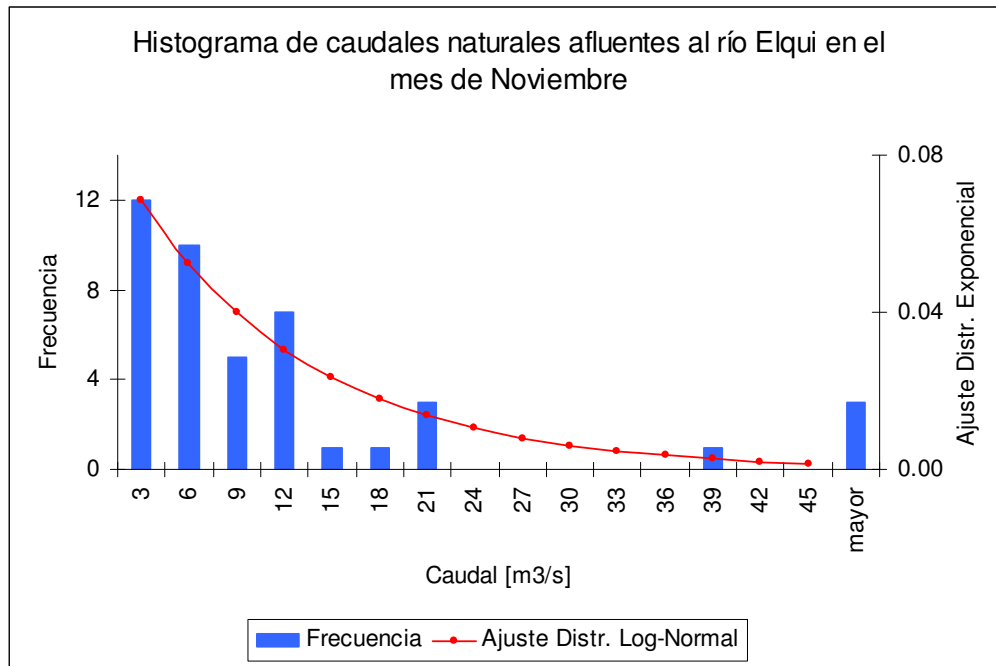


Figura 10.35: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Noviembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

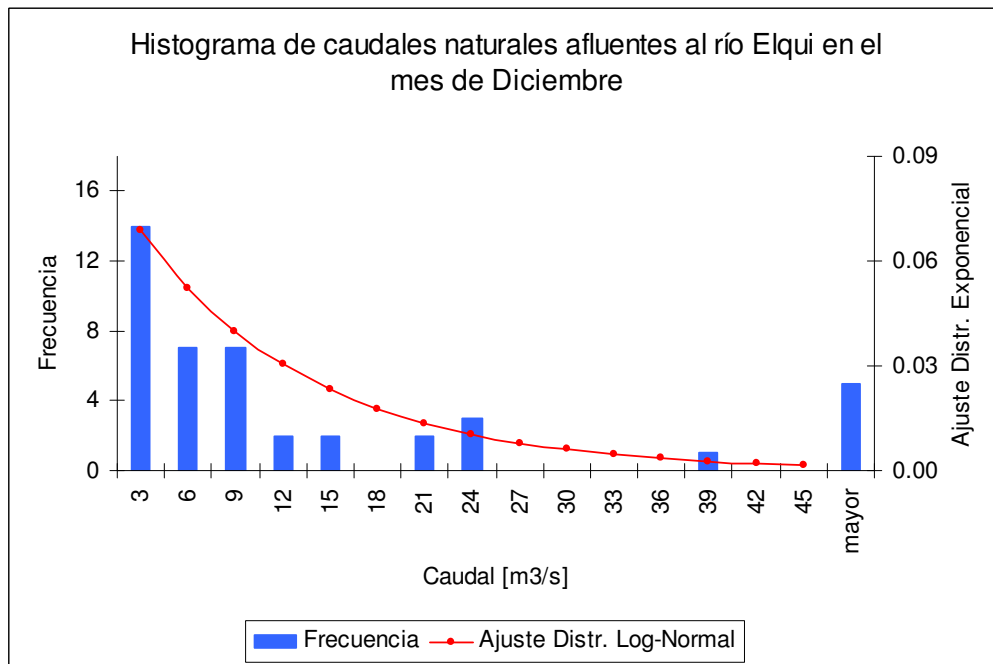


Figura 10.36: Histograma de caudales en la estación fluviométrica Elqui en Algarrobal restados con los efluentes del embalse La Laguna en el mes de Diciembre, donde se utilizó estadística desde el año 1966 hasta el año 2008.

## 10.4 C1

Anexo digital en donde se encuentran las funciones de valor futuro del agua embalsada obtenidas en las distintas modelaciones utilizando diferentes parámetros  $wv_1$  y  $wv_2$ .