



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL

**ANÁLISIS DE CABLES DE SECCIÓN TRANSVERSAL SIN DAÑO Y CON DAÑO
SIMÉTRICO Y ASIMÉTRICO SUJETOS A CARGAS AXISIMÉTRICAS
UTILIZANDO MODELOS TRIDIMENSIONALES DE ELEMENTOS FINITOS**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

DANILO FERNANDO VARGAS ÁLVAREZ

PROFESOR GUÍA:

JUAN FELIPE BELTRÁN MORALES

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:

MAURICIO SARRAZÍN ARELLANO

RICARDO HERRERA MARDONES

SANTIAGO DE CHILE

AGOSTO 2010

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TÍTULO DE
INGENIERO CIVIL
POR: DANILO VARGAS Á.
FECHA: 19/10/2010
PROF. GUÍA: Sr. JUAN FELIPE BELTRÁN M.

“ANÁLISIS DE CABLES DE SECCIÓN TRANSVERSAL SIN DAÑO Y CON DAÑO SIMÉTRICO Y ASIMÉTRICO SUJETOS A CARGAS AXISIMÉTRICAS UTILIZANDO MODELOS TRIDIMENSIONALES DE ELEMENTOS FINITOS”

A pesar de que un cable es un elemento estructural diseñado esencialmente para transmitir cargas de tracción, su geometría helicoidal es tal que los componentes que lo forman no sólo desarrollan esfuerzos de tracción sino que también esfuerzos de flexión, corte, torsión, fricción y fuerzas de contacto. Ante la acción de cargas axisimétricas, la magnitud y distribución de las tensiones resultantes en los componentes de un cable determinan el comportamiento de éste, el cual puede ser expresado en términos de su elongación y rotación axial.

Este trabajo de título tiene dos objetivos principales: (1) validar y analizar las limitaciones de modelos matemáticos discretos 2D desarrollados para predecir el comportamiento de cables sometidos a cargas axisimétricas; y (2) estudiar el efecto del daño simétrico y asimétrico en la magnitud y distribución de los esfuerzos internos y en la respuesta global (rigidez, capacidad máxima y deformación de falla) del cable cuando es solicitado por cargas axisimétricas. En este estudio se entiende por daño en un cable a que elemento(s) de éste presenta(n) discontinuidad en su longitud en una o varias secciones del cable.

Para alcanzar los objetivos planteados se utiliza una modelación del cable 3D en base al método de Elementos Finitos (MEF) utilizando el programa *ANSYS*, datos experimentales reportados en la literatura y modelaciones 2D lineales y no lineales. El análisis se restringe a cables homogéneos formados por elementos de materiales con comportamiento lineal y no lineal cuyos diámetros varían entre 6 y 40 milímetros y que poseen distintos tipos de configuraciones geométricas de la sección transversal.

Mediante la comparación de la respuesta global de cables obtenida utilizando modelos numéricos 3D (MEF), 2D y datos experimentales y el estudio de la distribución de tensiones y deformaciones obtenida con la modelación 3D (MEF), se concluye que los modelos 2D predicen de forma adecuada la curva de capacidad de un cable sometido a cargas axisimétricas, considerando secciones transversales sin daño y con daño distribuido simétricamente. De esta forma se validan las hipótesis sobre las cuales los modelos 2D están sustentados.

El estudio del impacto del daño y su distribución (simétrica y asimétrica) en la respuesta global y distribución de tensiones y deformaciones de un cable se realiza mediante la comparación de datos experimentales con los resultados obtenidos con la modelación 3D (MEF) de cables dañados y sin daño. Se concluye que el efecto del daño en un cable depende de la cantidad de elementos dañados y de si la distribución del daño es simétrica o asimétrica. Una distribución asimétrica de daño tiene un mayor impacto que una simétrica en la reducción de la capacidad axial y de la deformación axial máxima del cable y en la distribución de tensiones y deformaciones internas en la sección transversal. Se observó que para una misma cantidad de elementos dañados en una sección, para una distribución de daño simétrica, la capacidad axial se reduce en la misma proporción de área dañada, mientras que para una distribución asimétrica esta reducción puede alcanzar un 5%. La deformación axial máxima para una distribución de daño simétrica sufre una reducción menor al 1% con respecto al caso sin daño y para una distribución asimétrica esta reducción puede superar el 30% dependiendo de la configuración geométrica del cable. Las tensiones y deformaciones internas en una sección transversal con distribución de daño simétrica experimentan una variación de 5% entre valores extremos con respecto al valor promedio de la sección, mientras que para una distribución de daño asimétrica, esta variación puede superar el 50%.

Este trabajo está dedicado a mi padre José Santos, a mi madre Soledad y a mi abuela Bettina.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN	1
1.1. MOTIVACIÓN	1
1.2. OBJETIVOS.....	2
1.3. METODOLOGÍA.....	3
1.4. ALCANCES DE LOS CAPÍTULOS	4
CAPÍTULO 2: GENERALIDADES DEL MODELAMIENTO DE CABLES.....	5
2.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ESTRUCTURA DE UN CABLE.....	5
2.2. PARAMETRIZACIÓN DE UNA HÉLICE CIRCULAR.....	6
2.2.1. Vector posición.....	6
2.2.2. Sistema de coordenadas locales	8
2.3. GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL.....	10
2.3.1. Configuración tipo “packing”.....	11
2.3.2. Configuración tipo “wedging”.....	13
CAPÍTULO 3: DEFINICIONES GENERALES EN ANSYS.....	16
3.1. CONTACTO ENTRE ELEMENTOS DE UN SISTEMA.....	16
3.2. ELEMENTOS FINITOS.....	18
3.2.1. Elemento Finito SOLID45.....	18
3.2.2. Elemento Finito CONTA173.....	19
3.2.3. Elemento Finito TARGE170	19
3.3. MATERIALES.....	20
3.3.1. Materiales lineales	20
3.3.2. Materiales no lineales	21
3.3.3. Criterios de falla.....	22
3.3.4. Modelo de fricción.....	23
CAPÍTULO 4: MODELAMIENTO DE CABLES.....	25
4.1. LEYES CONSTITUTIVAS	25
4.1.1. Materiales lineales	25
4.1.2. Material no lineal.....	26
4.2. GEOMETRÍA DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	29
4.2.1. Cable de material lineal 1, configuración inicial tipo “packing”.....	30
4.2.2. Cable de material lineal 2, configuración inicial tipo “packing”.....	32
4.2.3. Cable de material no lineal, configuración inicial tipo “wedging”.....	33
4.2.4. Modelación de cables dañados.....	34

4.2.5.	Secciones transversales a analizar.....	35
4.2.5.1.	Validación de modelos 2D.....	36
4.2.5.2.	Estudio del daño en cables.....	36
4.3.	MODELO ESTRUCTURAL.....	38
CAPÍTULO 5: VALIDACIÓN DE MODELOS ANALÍTICOS BIDIMENSIONALES.....		39
5.1.	MODELOS ANALÍTICOS BIDIMENSIONALES.....	39
5.1.1.	Modelo Lineal.....	40
5.1.2.	Modelo No Lineal.....	41
5.2.	CABLE DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”.....	43
5.3.	CABLE DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”.....	46
CAPÍTULO 6: ESTUDIO DE CABLES DAÑADOS SOMETIDOS A CARGAS AXISIMÉTRICAS.....		49
6.1.	EFFECTO DEL DAÑO EN LA FUERZA, TENSIONES Y DEFORMACIONES.....	49
6.1.1.	Alcance.....	49
6.1.2.	Reducción del área resistente.....	51
6.1.3.	Información de modelos analíticos 2D.....	51
6.1.4.	Reducción de la fuerza axial.....	52
6.1.5.	Reducción de deformación global de falla.....	52
6.1.6.	Reducción o incremento de tensiones y deformaciones internas.....	53
6.1.7.	Asimetría de la sección transversal.....	53
6.2.	CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “PACKING”.....	57
6.2.1.	Cálculo de razones de área resistente.....	58
6.2.2.	Cálculo del índice de asimetría.....	58
6.2.3.	Capacidad axial y deformación de falla.....	58
6.2.4.	Valores de deformaciones y tensiones internas extremas.....	60
6.2.5.	Análisis de la asimetría.....	61
6.2.6.	Distribuciones de deformaciones y tensiones internas.....	64
6.2.6.1.	Secciones sin daño y con daño simétrico.....	64
6.2.6.2.	Secciones con daño asimétrico.....	66
6.2.7.	Distorsión de la geometría global.....	69
6.2.8.	Análisis general del contacto.....	70
6.3.	CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “WEDGING”.....	71
6.3.1.	Razones de área resistente.....	71
6.3.2.	Índice de asimetría.....	72
6.3.3.	Capacidad axial y deformación máxima.....	74
6.3.3.1.	Secciones con daño simétrico.....	76
6.3.3.2.	Secciones con daño asimétrico.....	76
6.3.3.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	77

6.3.3.4.	Comparación con modelos 2D	78
6.3.4.	Valores de deformaciones y tensiones internas extremas	79
6.3.4.1.	Secciones con daño simétrico	81
6.3.4.2.	Secciones con daño asimétrico.....	83
6.3.4.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	84
6.3.5.	Análisis de la asimetría	86
6.3.5.1.	Deformación de falla.....	87
6.3.5.2.	Fuerza axial.....	88
6.3.5.3.	Deformación interna máxima.....	89
6.3.5.4.	Deformación interna mínima	89
6.3.5.5.	Deformaciones internas extremas aproximadas	90
6.3.5.6.	Tensión interna máxima.....	92
6.3.5.7.	Tensión interna mínima.....	93
6.3.5.8.	Tensiones internas extremas aproximadas	93
6.3.5.9.	Correlación de curvas.....	96
6.3.6.	Distribución de deformaciones y tensiones internas	96
6.3.6.1.	Secciones sin daño y con daño simétrico	97
6.3.6.2.	Secciones con daño asimétrico.....	100
6.3.6.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	104
6.3.7.	Distorsión de la geometría global	108
6.3.8.	Análisis general del contacto	110
6.3.9.	Resultados experimentales.....	112
CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES.....		114
7.1.	DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES.....	114
7.1.1.	Validación de modelos bidimensionales.....	114
7.1.1.1.	Cables de configuración tipo “ <i>packing</i> ”.....	114
7.1.1.2.	Cables de configuración tipo “ <i>wedging</i> ”.....	115
7.1.1.3.	Comentarios generales	115
7.1.2.	Estudio del comportamiento de cables dañados.....	116
7.1.2.1.	Cables de configuración tipo “ <i>packing</i> ”.....	116
7.1.2.2.	Cables de configuración tipo “ <i>wedging</i> ”.....	117
7.1.2.3.	Comentarios generales	120
7.1.2.4.	Funciones de aproximación calibradas	121
7.1.3.	Objetivos planteados.....	122
7.2.	RECOMENDACIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS	122
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		123

ANEXO A:	CURVAS DE FUERZA – DEFORMACIÓN	125
A.1.	CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “PACKING”	125
A.1.1.	Secciones con daño simétrico	125
A.1.2.	Secciones con daño asimétrico	125
A.2.	CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “WEDGING”	126
A.2.1.	Curvas de capacidad axial.....	126
A.2.1.1.	Secciones con daño simétrico	126
A.2.1.2.	Secciones con daño asimétrico.....	127
A.2.1.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	128
A.2.2.	Razones de fuerza por cantidad de elementos dañados.....	129
ANEXO B:	TENSIONES Y DEFORMACIONES INTERNAS.....	131
B.1.	CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”	131
B.1.1.	Deformaciones axiales internas extremas	131
B.1.1.1.	Secciones con daño simétrico	131
B.1.1.2.	Secciones con daño asimétrico.....	131
B.1.2.	Tensiones axiales internas extremas	132
B.1.2.1.	Secciones asimétricas.....	132
B.1.2.2.	Secciones asimétricas.....	132
B.2.	CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”	133
B.2.1.	Deformaciones axiales internas extremas	133
B.2.1.1.	Secciones simétricas	133
B.2.1.2.	Secciones asimétricas.....	134
B.2.1.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	135
B.2.2.	Tensiones axiales internas extremas	136
B.2.2.1.	Secciones simétricas	136
B.2.2.2.	Secciones asimétricas.....	137
B.2.2.3.	Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente.....	138
ANEXO C:	CÁLCULO DE CENTRO DE RIGIDEZ	140
C.1.	CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”	140
C.2.	CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”	141

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1: Configuración básica de un cable (Beltrán, 2006)	5
Fig. 2.2: Punto genérico P de una curva C (Beltrán, 2006).....	6
Fig. 2.3: Parámetros de una hélice circular (Beltrán, 2006)	7
Fig. 2.4: Geometría de un cable (Beltrán, 2006)	8
Fig. 2.5: Sistema de coordenadas locales (Beltrán, 2006).....	9
Fig. 2.6: Fuerzas de contacto entre elementos (Beltrán, 2006).....	10
Fig. 2.7: Configuraciones geométricas (Beltrán, 2006).....	11
Fig. 2.8: Diagrama de cuerpo libre de elemento en contacto radial (Beltrán, 2006)	11
Fig. 2.9: Geometría de la sección transversal	12
Fig. 2.10: Esquema de elemento helicoidal en corte transversal	12
Fig. 2.11: Diagrama de cuerpo libre de elemento en contacto circunferencial (Beltrán, 2006).....	13
Fig. 2.12: Geometría de la sección transversal	14
Fig. 2.13: Sección transversal de un elemento helicoidal.....	14
Fig. 2.14: Modelo de fricción	15
Fig. 3.1: Esquema general del contacto entre dos superficies (<i>ANSYS Reference</i>)	17
Fig. 3.2: Esquema de Elemento Finito <i>SOLID45</i> (<i>ANSYS Reference</i>)	18
Fig. 3.3: Esquema de Elemento Finito <i>CONTA173</i> (<i>ANSYS Reference</i>).....	19
Fig. 3.4: Esquema de Elemento Finito <i>TARGE170</i> (<i>ANSYS Reference</i>)	20
Fig. 3.5: Curva de tensión versus deformación de material lineal (<i>ANSYS Reference</i>).....	20
Fig. 3.6: Curva de tensión versus deformación de material multilineal elástico (<i>ANSYS Reference</i>)	21
Fig. 3.7: Modelo de fricción de <i>ANSYS</i> (<i>ANSYS Reference</i>)	23
Fig. 3.8: Decaimiento del coeficiente de fricción en <i>ANSYS</i> (<i>ANSYS Reference</i>).....	23
Fig. 4.1: Sección transversal de un cable de material sintético (Ghoreishi et al., 2006).....	26
Fig. 4.2: Tensión – Deformación natural.....	27
Fig. 4.3: Rigidez tangente – Deformación natural.....	28
Fig. 4.4: Modelo de Elementos Finitos (configuración tipo “ <i>packing</i> ”).....	30
Fig. 4.5: Elementos de contacto en modelo del cable (configuración tipo “ <i>packing</i> ”).....	31
Fig. 4.6: Modelo de Elementos Finitos (configuración tipo “ <i>wedging</i> ”).....	33
Fig. 4.7: Elementos de contacto en modelo del cable (configuración tipo “ <i>wedging</i> ”).....	34
Fig. 4.8: Numeración de elementos de secciones transversales.....	35
Fig. 4.9: Nomenclatura de secciones transversales sin daño	36
Fig. 4.10: Nomenclatura de secciones transversales dañadas, P(-).....	36
Fig. 4.11: Nomenclatura de secciones transversales dañadas, W(-)	37
Fig. 4.12: Modelo estructural general.....	38
Fig. 5.1: Subelemento longitudinal i con grados de libertad y cargas nodales (Beltrán, 2006).....	42
Fig. 5.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(SD).....	44
Fig. 5.3: Distribución de deformaciones y tensiones, P(SD).....	44

Fig. 5.4: Contacto en el cable, P(SD).....	45
Fig. 5.5: Fuerza axial – Deformación axial global, W(SD).....	46
Fig. 5.6: Distribución de deformaciones y tensiones, W(SD).....	47
Fig. 5.7: Contacto circunferencial, W(SD).....	48
Fig. 6.1: Esquema de la posición del centro de rigidez.....	56
Fig. 6.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(-).....	59
Fig. 6.3: Deformación de falla – Índice de asimetría, P(-) (daño asimétrico).....	62
Fig. 6.4: Fuerza axial – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.).....	63
Fig. 6.5: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.).....	63
Fig. 6.6: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.).....	64
Fig. 6.7: Distribución de deformaciones y tensiones, P(SD).....	65
Fig. 6.8: Distribución de deformaciones y tensiones, P(14).....	65
Fig. 6.9: Distribución de deformaciones y tensiones, P(1).....	67
Fig. 6.10: Distribución de deformaciones y tensiones, P(12).....	68
Fig. 6.11: Deformadas globales de los cables, P(-).....	69
Fig. 6.12: Deformadas en zona central de los cables, P(-).....	69
Fig. 6.13: Contacto radial sobre núcleo, P(-).....	70
Fig. 6.14: Contacto en cables (zona central), P(-).....	70
Fig. 6.15: Distancia a centro de rigidez – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	73
Fig. 6.16: Índice de asimetría – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	73
Fig. 6.17: Fuerza axial – Deformación axial global, W(-).....	75
Fig. 6.18: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico).....	76
Fig. 6.19: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	76
Fig. 6.20: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.).....	77
Fig. 6.21: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico).....	81
Fig. 6.22: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico).....	81
Fig. 6.23: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico).....	82
Fig. 6.24: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico).....	82
Fig. 6.25: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	83
Fig. 6.26: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	83
Fig. 6.27: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	83
Fig. 6.28: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	84
Fig. 6.29: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.).....	84
Fig. 6.30: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.).....	85
Fig. 6.31: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.).....	85
Fig. 6.32: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.).....	85
Fig. 6.33: Deformación de falla – Índice de asimetría, W(-) (daño asimétrico).....	87
Fig. 6.34: λ_F – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico).....	88
Fig. 6.35: Fuerza axial – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico, aprox.).....	88

Fig. 6.36: $\lambda_{m\acute{a}x}$ – Deformaci3n axial global, W(-) (daño asimétrico).....	89
Fig. 6.37: $\lambda_{m\acute{i}n}$ – Deformaci3n axial global, W(-) (daño asimétrico).....	89
Fig. 6.38: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(136) (aprox.).....	90
Fig. 6.39: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(1) (aprox.).....	90
Fig. 6.40: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(12) (aprox.).....	91
Fig. 6.41: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(123) (aprox.).....	91
Fig. 6.42: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(1234) (aprox.).....	91
Fig. 6.43: Deformaci3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(01234) (aprox.).....	92
Fig. 6.44: $\lambda_{m\acute{a}x}$ – Deformaci3n axial global, W(-) (daño asimétrico).....	92
Fig. 6.45: $\lambda_{m\acute{i}n}$ – Deformaci3n axial global, W(-) (daño asimétrico).....	93
Fig. 6.46: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(136) (aprox.).....	94
Fig. 6.47: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(1) (aprox.).....	94
Fig. 6.48: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(12) (aprox.).....	94
Fig. 6.49: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(123) (aprox.).....	95
Fig. 6.50: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(1234) (aprox.).....	95
Fig. 6.51: Tensi3n axial interna – Deformaci3n axial global, W(01234) (aprox.).....	95
Fig. 6.52: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(SD).....	98
Fig. 6.53: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(15).....	98
Fig. 6.54: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(1357).....	99
Fig. 6.55: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(1256).....	99
Fig. 6.56: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(136).....	101
Fig. 6.57: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(1).....	101
Fig. 6.58: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(12).....	102
Fig. 6.59: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(123).....	102
Fig. 6.60: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(1234).....	103
Fig. 6.61: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(01234).....	103
Fig. 6.62: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(0).....	105
Fig. 6.63: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(015).....	105
Fig. 6.64: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(01357).....	106
Fig. 6.65: Distribuci3n de deformaciones y tensiones, W(01256).....	106
Fig. 6.66: Concentraci3n de deformaciones y tensiones, W(0).....	107
Fig. 6.67: Concentraci3n de deformaciones y tensiones, W(015).....	107
Fig. 6.68: Concentraci3n de deformaciones y tensiones, W(01357).....	107
Fig. 6.69: Concentraci3n de deformaciones y tensiones, W(01256).....	107
Fig. 6.70: Deformadas globales de los cables, W(-).....	108
Fig. 6.71: Deformadas en zona central de los cables, W(-).....	109
Fig. 6.72: Contacto radial en n3cleo de cables, W(-) (SD, daño simétrico y asimétrico).....	110
Fig. 6.73: Contacto circunferencial general, W(-).....	112
Fig. 6.74: Deformaci3n t3pica en experimentos (Li et al., 2002).....	113

Fig. A.1: Fuerza axial – Deformación axial global, P(14).....	125
Fig. A.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(1).....	125
Fig. A.3: Fuerza axial – Deformación axial global, P(12).....	125
Fig. A.4: Fuerza axial – Deformación axial global, W(15).....	126
Fig. A.5: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1357).....	126
Fig. A.6: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1256).....	126
Fig. A.7: Fuerza axial – Deformación axial global, W(136).....	127
Fig. A.8: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1).....	127
Fig. A.9: Fuerza axial – Deformación axial global, W(12).....	127
Fig. A.10: Fuerza axial – Deformación axial global, W(123).....	127
Fig. A.11: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1234).....	128
Fig. A.12: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01234).....	128
Fig. A.13: Fuerza axial – Deformación axial global, W(0).....	128
Fig. A.14: Fuerza axial – Deformación axial global, W(015).....	128
Fig. A.15: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01357).....	129
Fig. A.16: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01256).....	129
Fig. A.17: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (1 elemento dañado).....	129
Fig. A.18: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (2 elementos dañados).....	129
Fig. A.19: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (3 elementos dañados).....	130
Fig. A.20: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (4 elementos dañados).....	130
Fig. A.21: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (5 elementos dañados).....	130
Fig. B.1: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(14).....	131
Fig. B.2: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(1).....	131
Fig. B.3: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(12).....	131
Fig. B.4: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(14).....	132
Fig. B.5: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(1).....	132
Fig. B.6: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(12).....	132
Fig. B.7: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(15).....	133
Fig. B.8: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1357).....	133
Fig. B.9: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1256).....	133
Fig. B.10: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(136).....	134
Fig. B.11: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1).....	134
Fig. B.12: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(12).....	134
Fig. B.13: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(123).....	134
Fig. B.14: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1234).....	135
Fig. B.15: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01234).....	135
Fig. B.16: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(0).....	135
Fig. B.17: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(015).....	135
Fig. B.18: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01357).....	136

Fig. B.19: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01256)	136
Fig. B.20: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(15)	136
Fig. B.21: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1357)	136
Fig. B.22: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1256)	137
Fig. B.23: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(136)	137
Fig. B.24: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1)	137
Fig. B.25: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(12)	137
Fig. B.26: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(123)	138
Fig. B.27: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1234)	138
Fig. B.28: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01234)	138
Fig. B.29: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(0)	138
Fig. B.30: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(015)	139
Fig. B.31: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01357)	139
Fig. B.32: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01256)	139

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 4.1: Propiedades de materiales lineales	25
Tabla 4.2: Parámetros geométricos (mat. lineal, config. “ <i>packing</i> ”).....	30
Tabla 4.3: Nodos y elementos requeridos (mat. lineal 1, config. “ <i>packing</i> ”).....	32
Tabla 4.4: Parámetros geométricos (mat. lineal 2, config. “ <i>packing</i> ”).....	32
Tabla 4.5: Nodos y elementos requeridos (mat. lineal 2, config. tipo “ <i>packing</i> ”).....	32
Tabla 4.6: Parámetros geométricos (mat. no lineal, config. tipo “ <i>wedging</i> ”).....	33
Tabla 4.7: Nodos y elementos requeridos (mat. no lineal, config. tipo “ <i>wedging</i> ”).....	34
Tabla 4.8: Nodos adicionales para cables dañados.....	38
Tabla 4.9: Desplazamientos aplicados a modelos de E. F.....	38
Tabla 5.1: Notación de los nombres de los modelos	39
Tabla 5.2: Deformación global y fuerza máxima, P(SD)	43
Tabla 5.3: Variación de deformaciones y tensiones entre centro y superficie externa, P(SD)	45
Tabla 5.4: Deformación global y fuerza máxima, W(SD).....	46
Tabla 5.5: Variación de deformaciones y tensiones entre centro y superficie externa, W(SD).....	47
Tabla 6.1: Notación de modelos, P(-).....	57
Tabla 6.2: Razones de área, P(-).....	58
Tabla 6.3: Índice de asimetría, P(-)	58
Tabla 6.4: Razones de fuerza máxima, P(-), FEM.....	59
Tabla 6.5: Razones de fuerza máxima, P(-), LIN	60
Tabla 6.6: Razón de deformación máxima, P(-).....	60
Tabla 6.7: Razón de deformación mínima, P(-)	60
Tabla 6.8: Razón de tensión máxima, P(-)	60
Tabla 6.9: Razón de tensión mínima, P(-)	61
Tabla 6.10: Calibración de parámetros, P(-).....	62
Tabla 6.11: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, P(-) (daño simétrico).....	64
Tabla 6.12: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, P(-) (daño simétrico)	65
Tabla 6.13: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, P(-) (daño asimétrico).....	66
Tabla 6.14: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, P(-) (daño asimétrico)	66
Tabla 6.15: Diferencias porcentuales de deformaciones en elementos, P(1).....	68
Tabla 6.16: Notación de modelos, W(-)	71
Tabla 6.17: Razones de área, W(-)	72
Tabla 6.18: Índice de asimetría, W(-).....	72
Tabla 6.19: Variación del parámetro η c/r a su valor inicial, W(-).....	73
Tabla 6.20: Coeficientes de correlación R^2 de la función d, W(-)	74
Tabla 6.21: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), FEM.....	75
Tabla 6.22: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), LIN	78
Tabla 6.23: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), NLIN.....	78

Tabla 6.24: Diferencias porcentuales de fuerzas c/r a modelo FEM, W(-).....	79
Tabla 6.25: Razón de deformación máxima en instante de falla, W(-)	80
Tabla 6.26: Razón de tensión máxima en instante de falla, W(-).....	80
Tabla 6.27: Razón de deformación mínima en instante de falla, W(-).....	80
Tabla 6.28: Razón de tensión mínima en instante de falla, W(-).....	81
Tabla 6.29: Coeficientes R^2 de $\lambda_F, \lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}, \lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}, \lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}, \lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}, W(-)$	96
Tabla 6.30: Coeficientes R^2 de $F, \varepsilon_{m\acute{a}x}, \varepsilon_{m\acute{i}n}, \sigma_{m\acute{a}x}, \sigma_{m\acute{i}n}, W(-)$	96
Tabla 6.31: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (daño simétrico).....	97
Tabla 6.32: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (daño simétrico).....	97
Tabla 6.33: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (daño asimétrico)	100
Tabla 6.34: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (daño asimétrico).....	100
Tabla 6.35: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (núcleo comp.)	104
Tabla 6.36: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (núcleo comp.).....	104
Tabla C.1: Cálculo del centro de rigidez, P(1)	140
Tabla C.2: Cálculo del centro de rigidez, P(12)	140
Tabla C.3: Cálculo del centro de rigidez, W(136).....	141
Tabla C.4: Cálculo del centro de rigidez, W(1).....	142
Tabla C.5: Cálculo del centro de rigidez, W(12).....	143
Tabla C.6: Cálculo del centro de rigidez, W(123).....	144
Tabla C.7: Cálculo del centro de rigidez, W(1234).....	145
Tabla C.8: Cálculo del centro de rigidez, W(01234).....	146

CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

1.1. MOTIVACIÓN

Un cable puede ser un componente crítico de un sistema estructural, tales como grúas, puentes, elevadores, conductores eléctricos y anclajes de plataformas. Diferentes clases de cables, diseñados para propósitos específicos, varían en el número y disposición de los elementos que los componen, como también en los materiales que los forman.

Un cable es una estructura formada por varios elementos continuos en toda su longitud. Para facilitar el traslado y manipulación de un cable, es necesario que éste sea una estructura compacta en lugar de sólo elementos dispuestos de forma paralela. Esta característica se logra mediante la orientación helicoidal de los componentes del cable en torno a un núcleo central.

La principal característica de un cable es su gran resistencia y rigidez axial en comparación con su peso, combinado con una baja rigidez a la flexión, considerando que la carga axial está desacoplada de la flexión. La gran resistencia axial se obtiene utilizando una gran cantidad de elementos continuos a lo largo del cable.

A pesar de que un cable es un elemento diseñado esencialmente para transmitir cargas de tracción, la geometría helicoidal de éste causa que los componentes del cable no sólo desarrollen esfuerzos de tracción, sino que también de flexión, torsión, fricción y fuerzas de contacto. La magnitud y distribución de las tensiones que resultan de estas sollicitaciones, determinan el comportamiento del cable, el cual puede ser expresado en términos de la extensión y rotación del mismo.

Diversos modelos analíticos 2D, tanto lineales como no lineales, han sido desarrollados para predecir el comportamiento de cables y conductores eléctricos de geometría helicoidal sometidos a cargas axisimétricas. Estos modelos se basan en la geometría de la sección transversal y en el comportamiento del material del cable. Los modelos difieren entre sí en las hipótesis asociadas al comportamiento de los elementos que forman el cable. Existen estudios asociados a la comparación entre modelos 2D analíticos lineales (Jelicoeur y Cardou, 1991) y no lineales (Beltrán, 2006; Velinsky, 1985) con sus respectivos rangos de validez. Estos rangos de validez dependen de las características geométricas y de las condiciones de borde de los cables.

La información que entregan los modelos analíticos bidimensionales está limitada sólo a la sección transversal y está supeditada a las hipótesis que consideran dichos modelos. Por lo anterior, es conveniente realizar modelos más complejos y que sean capaces de entregar más información sobre el comportamiento de los cables. Mediante modelos tridimensionales basados en el método de E. F.¹ es posible obtener información sobre todos los tipos de esfuerzos que pueden desarrollarse en los elementos de un cable, a lo largo del mismo o en diferentes secciones transversales.

En este trabajo, se realiza una validación de modelos 2D aplicados en cables de distintas configuraciones geométricas compuestos por materiales lineales y no lineales. Se comparan los resultados obtenidos por los modelos 2D con los proporcionados por datos experimentales y por modelos 3D de E. F. Además, se utiliza la información entregada por los modelos 3D para verificar las hipótesis consideradas por los modelos 2D.

Adicionalmente, en este trabajo, se estudia el impacto que tiene, en la respuesta mecánica del cable, la distribución de daño en su sección transversal. Se entiende por daño existente en un cable, a la ruptura de algunos de sus elementos, lo cual se traduce en la reducción de la capacidad axial y deformación axial máxima del cable y en un cambio en la distribución de las tensiones y deformaciones internas con respecto a la presente en un cable sin daño.

1.2. OBJETIVOS

Objetivo general

- Cuantificar el efecto del daño simétrico y asimétrico de la sección transversal de un cable en la distribución de tensiones y de deformaciones.

Objetivos específicos

- Validar modelos numéricos bidimensionales mediante modelos tridimensionales basados en el método de Elementos Finitos.
- Visualizar la flexión en el cable debida al daño asimétrico de su sección transversal.
- Correlacionar la reducción de la capacidad, rigidez y deformación máxima de un cable con el grado de asimetría dado por el daño de su sección transversal.

¹ 'E. F': Elementos Finitos

1.3. METODOLOGÍA

Se utiliza el programa *ANSYS* para crear un modelo tridimensional basado en el método de elementos finitos de cables homogéneos formados por elementos de materiales lineales y no lineales.

En *ANSYS*, se incorpora la geometría adecuada para un cable sometido a cargas axisimétricas con un extremo empotrado y el otro restringido transversalmente, según las condiciones de borde consideradas en ensayos (Machida y Durelli, 1973; Li et al., 2002) y en modelos 2D (Beltrán, 2006; Li et al., 2002). El análisis de E. F. incluye todos los esfuerzos que se puedan desarrollar en los elementos del cable, es decir, fuerza axial, corte, flexión, torsión, fricción y fuerzas de contacto.

En la primera etapa, la modelación 3D se centra en cables de material lineal y no lineal con sección transversal simétrica y sin daño para dos tipos de configuraciones geométricas. Se obtienen las curvas de fuerza axial versus deformación axial y se comparan con aquellas obtenidas mediante modelos analíticos 2D y datos experimentales disponibles. También se estudia la variación de las tensiones y deformaciones internas en una sección transversal y a lo largo del cable. De esta forma, se busca validar las hipótesis con las cuales han sido desarrollados los modelos analíticos 2D lineales y no lineales.

En la segunda etapa, la modelación 3D de cables simula daños en algunos elementos del cable. Dependiendo del tipo de distribución del daño en la sección del cable (simétrica o asimétrica), pueden generarse esfuerzos adicionales en los elementos resistentes que tengan impactos diferentes en la distribución de tensiones y de deformaciones internas, en su capacidad axial y en su deformación máxima con respecto a un cable sin daño.

Los resultados de modelos 3D con distintas distribuciones de daño se comparan con datos experimentales reportados en la literatura. Los datos experimentales consisten en curvas de fuerza axial versus deformación axial.

De acuerdo con los resultados de modelos 3D desarrollados en *ANSYS*, se pretende correlacionar la asimetría de una sección transversal con la reducción de la capacidad máxima y de la deformación máxima y con el cambio de las tensiones y deformaciones internas extremas del cable dañado con respecto al no dañado.

1.4. ALCANCES DE LOS CAPÍTULOS

CAPÍTULO 2: GENERALIDADES DEL MODELAMIENTO DE CABLES

Se describen, en general, la estructura de cables de orientación helicoidal, tipos de configuraciones geométricas y cómo éstas influyen en la interacción generada entre los componentes de un cable.

CAPÍTULO 3: DEFINICIONES GENERALES EN *ANSYS*

Se explica de forma general, la manera de desarrollar problemas de contacto en *ANSYS*. Se describen los tipos de elementos finitos que se utilizan en los modelos, características de los tipos de materiales que es necesario definir en *ANSYS*, el modelo de fricción del programa y criterios de falla.

CAPÍTULO 4: MODELAMIENTO DE CABLES

Se definen las leyes constitutivas y los parámetros necesarios para la geometría del mallado de Elementos Finitos de los cables. Se muestran figuras del modelo de E. F. y el estado de carga considerado.

CAPÍTULO 5: VALIDACIÓN DE MODELOS ANALÍTICOS BIDIMENSIONALES

Se comparan resultados de modelos analíticos 2D obtenidos por Gysling (2008) para cables sometidos a cargas axisimétricas, con los resultados de los modelos 3D de Elementos Finitos de cables sin daño, y con datos experimentales disponibles (Machida y Durelli, 1973; Li et al. 2002). Se verifican las hipótesis que consideran los modelos bidimensionales.

CAPÍTULO 6: ESTUDIO DE CABLES DAÑADOS SOMETIDOS A CARGAS AXISIMÉTRICAS

Se entregan los resultados analíticos de modelos 3D en *ANSYS* de cables con secciones transversales dañadas. Se analiza la respuesta global de los cables dañados y sus distribuciones de tensiones y deformaciones internas. Se estudia la correlación entre la capacidad máxima, deformación máxima de un cable y tensiones y deformaciones internas extremas con el grado y distribución del daño en la sección transversal del cable. Se realiza una comparación de la respuesta global con resultados basados en métodos bidimensionales y datos experimentales disponibles.

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES

Se presentan las conclusiones del trabajo desarrollado y sugerencias para investigaciones futuras.

CAPÍTULO 2: GENERALIDADES DEL MODELAMIENTO DE CABLES

2.1. DESCRIPCIÓN GENERAL DE LA ESTRUCTURA DE UN CABLE

Un cable puede estar formado por una gran cantidad de elementos, los cuales se organizan en dos tipos de estructuras:

- **Capa:** corresponde a un anillo de elementos que describen una hélice en torno al eje de un núcleo central.
- **Nivel:** es definido por la identificación de una estructura central con elementos orientados en forma helicoidal en torno a él. Así, el nivel 1 de todo cable es el mismo cable. Si es posible definir una nueva estructura helicoidal dentro de los componentes del primer nivel, se define un segundo nivel y así sucesivamente. Cabe mencionar que el nivel j incluye los elementos del nivel $j+1$. Además, en general, la geometría helicoidal del nivel j es independiente de la geometría del nivel $j+1$.

En Fig. 2.1, se observa la estructura geométrica descrita previamente.

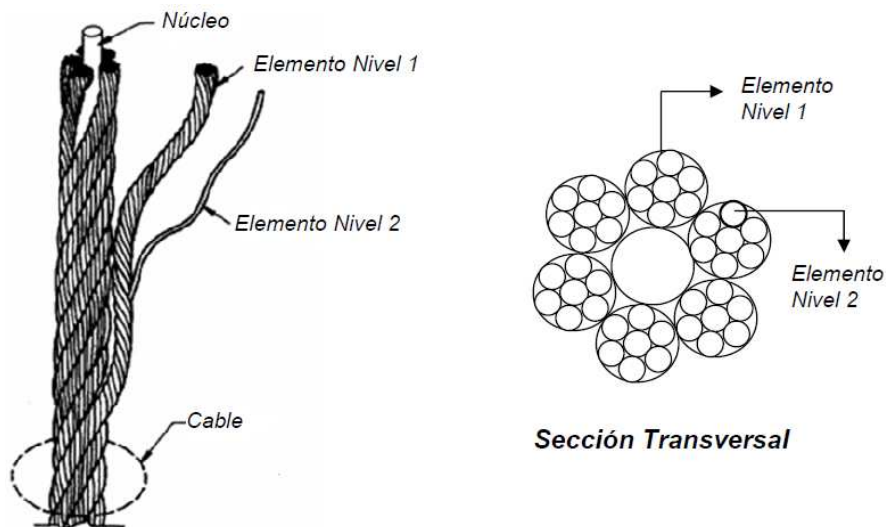


Fig. 2.1: Configuración básica de un cable (Beltrán, 2006)

2.2. PARAMETRIZACIÓN DE UNA HÉLICE CIRCULAR

Una curva C cualquiera en el espacio puede entenderse como la trayectoria de una partícula en movimiento. En un sistema cartesiano, un punto P de la curva C queda determinado por el vector posición \mathbf{u} de la partícula (ver Fig. 2.2).

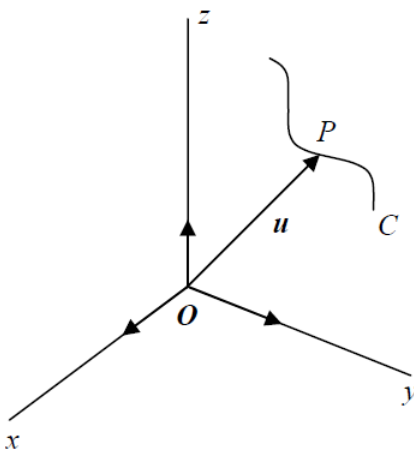


Fig. 2.2: Punto genérico P de una curva C (Beltrán, 2006)

2.2.1. Vector posición

La función $\mathbf{u}(\phi)$ se llama representación paramétrica de la curva C (ver Fig. 2.2), y la variable real ϕ es el parámetro de la representación:

$$\mathbf{u}(\phi) = (x(\phi); y(\phi); z(\phi)) \quad \text{Ec. 2.1}$$

Se consideran dos suposiciones para la representación paramétrica $\mathbf{u}(\phi)$: (1) las funciones $x(\phi)$, $y(\phi)$ y $z(\phi)$ tienen al menos una derivada continua en el intervalo donde están definidas, y (2) para todo valor de ϕ en su intervalo, al menos una de las funciones $dx/d\phi$, $dy/d\phi$ y $dz/d\phi$ es distinta de cero. Una representación paramétrica $\mathbf{u}(\phi)$ de una curva C que satisface las dos condiciones anteriores se denomina representación paramétrica admisible (Kreyszig, 1991).

El modelamiento de la geometría de un cable se basa en una estructura jerárquica (ver 2.1) con un número definido de niveles. Cada elemento de cada nivel de un cable puede ser analizado como una trayectoria helicoidal (o hélice) en torno a un eje. La representación paramétrica de la línea central de cada componente helicoidal (hélice) está dada por:

$$x(\phi) = R \cos \phi \quad \text{Ec. 2.2}$$

$$y(\phi) = R \sin \phi \quad \text{Ec. 2.3}$$

$$z(\phi) = \frac{p}{2\pi} \phi \quad \text{Ec. 2.4}$$

$$0 \leq \phi \leq \frac{2\pi L}{p} \quad \text{Ec. 2.5}$$

donde ϕ es el ángulo de barrido, R es el radio de la hélice, medido desde el eje longitudinal del núcleo del nivel en consideración hasta el centro geométrico del elemento helicoidal, p es la distancia de paso y L es la longitud proyectada del elemento del cable sobre el eje del mismo (ver Fig. 2.3). En base a la representación paramétrica anterior, la línea central de un elemento helicoidal se encuentra sobre el círculo $x^2 + y^2 = R^2$ y se mueve en él de tal forma que cuando ϕ aumenta en un valor de 2π , las componentes x e y regresan a su valor original, mientras que z aumenta su valor en p .

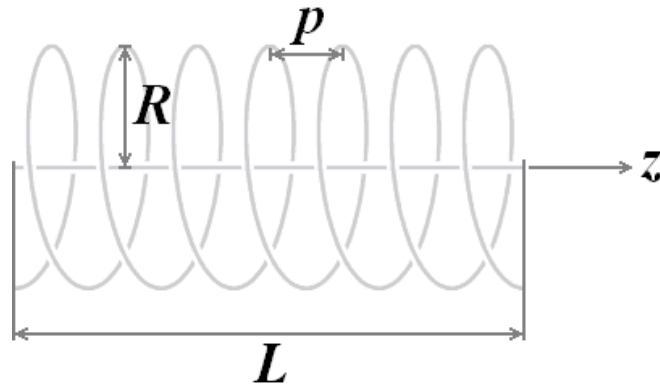


Fig. 2.3: Parámetros de una hélice circular (Beltrán, 2006)

En base a Ec. 2.2 a Ec. 2.5, se necesitan tres parámetros para describir un elemento de un nivel de configuración helicoidal: R , p y L . Por definición, una hélice circular forma un ángulo constante (ángulo de la hélice) con una línea fija en el espacio que corresponde al eje longitudinal del núcleo del nivel. El ángulo de la hélice θ (Ec. 2.6) se define como el ángulo entre el eje del componente helicoidal y el del núcleo del nivel (ver Fig. 2.4).

$$\tan \theta = \frac{2\pi R}{p} \quad \text{Ec. 2.6}$$

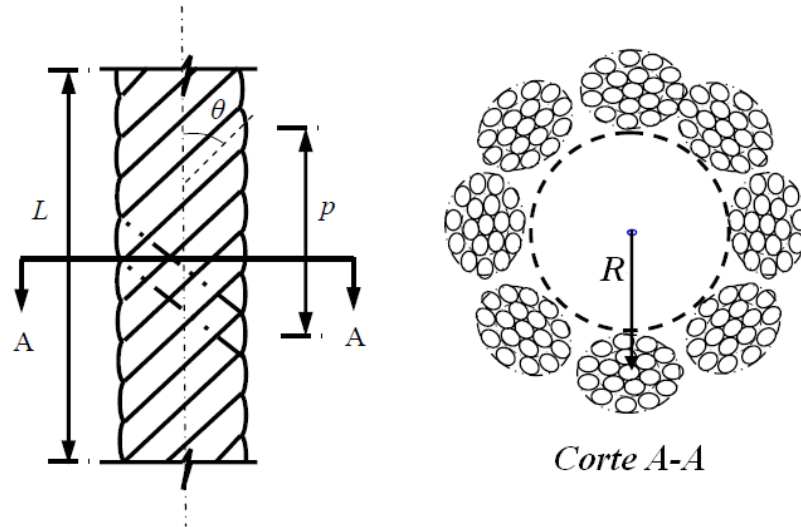


Fig. 2.4: Geometría de un cable (Beltrán, 2006)

2.2.2. Sistema de coordenadas locales

Para el análisis de un elemento helicoidal, conviene utilizar un sistema de coordenadas locales. Este sistema se define en cada punto del eje centroidal del elemento mediante tres vectores unitarios ortonormales entre sí: vector tangente \mathbf{t}_1 , vector normal \mathbf{t}_2 y vector binormal \mathbf{t}_3 (ver Fig. 2.5). La longitud de arco s de una hélice entre dos puntos en el espacio se define en función de ϕ por la siguiente expresión:

$$s(\phi) = \int_0^{\phi} \sqrt{\left(\frac{dx(\phi')}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dy(\phi')}{d\phi}\right)^2 + \left(\frac{dz(\phi')}{d\phi}\right)^2} d\phi' \quad \text{Ec. 2.7}$$

donde $x(\phi)$, $y(\phi)$ y $z(\phi)$ se definen desde Ec. 2.2 a Ec. 2.4. La solución de Ec. 2.7 genera la siguiente expresión de la longitud de arco s en función de la variable ϕ :

$$s(\phi) = \sqrt{R^2 + \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2} \phi \quad \text{Ec. 2.8}$$

donde R y p son definidos en Fig. 2.4. Así, la longitud de arco s puede ser utilizada como parámetro en la representación paramétrica de una curva helicoidal. Además, $\mathbf{u}(s)$ satisface las condiciones definidas previamente de manera que corresponde a una representación paramétrica admisible. El parámetro s , se denomina a menudo, parámetro “natural” (Kreyszig, 1991).

Por definición, el vector unitario *tangente* \mathbf{t}_1 corresponde a la derivada del vector posición \mathbf{u} con respecto a la longitud de arco s .

$$\mathbf{t}_1(\phi) = \frac{d\mathbf{u}}{ds} = \begin{pmatrix} -\sin\theta \sin\phi \\ \sin\theta \cos\phi \\ \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 2.9}$$

Todos los vectores en el punto $\mathbf{u}(s)$ de la hélice que son ortogonales al vector tangente son coplanares. Ellos definen el plano *normal* N (ver Fig. 2.5).

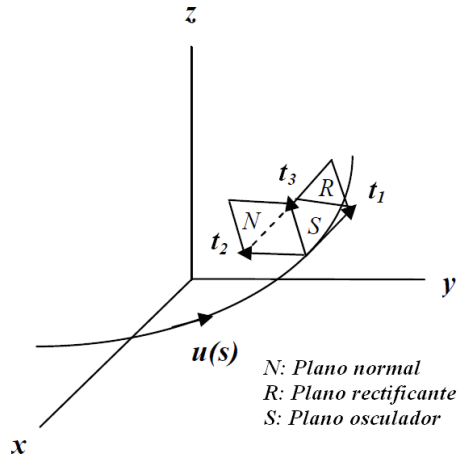


Fig. 2.5: Sistema de coordenadas locales (Beltrán, 2006)

El vector unitario normal \mathbf{t}_2 es ortogonal a \mathbf{t}_1 y ambos están contenidos en el plano osculador S (ver Fig. 2.5) que está definido por los vectores \mathbf{t}_1 y $d\mathbf{t}_1/ds$ en el punto considerado (Struik, 1988).

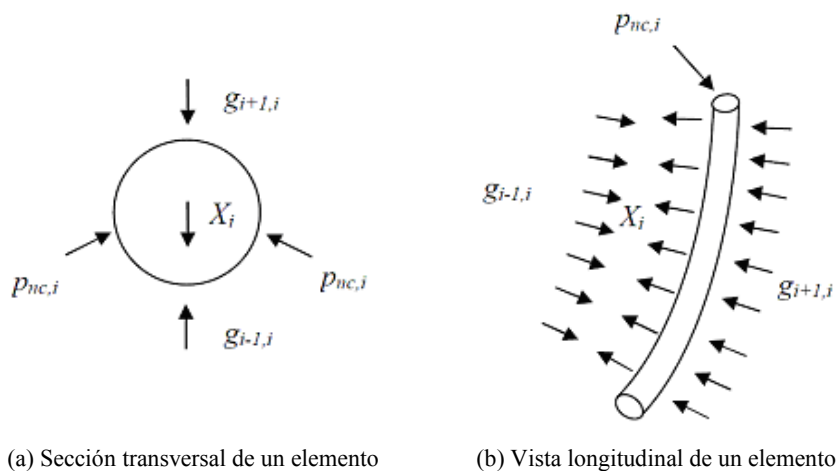
$$\mathbf{t}_2(\phi) = \frac{1}{\left\| \frac{d\mathbf{t}_1}{ds} \right\|} \frac{d\mathbf{t}_1}{ds} = \begin{pmatrix} -\cos\phi \\ -\sin\phi \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 2.10}$$

El vector unitario *binormal* \mathbf{t}_3 es el producto cruz entre \mathbf{t}_1 y \mathbf{t}_2 y, geoméricamente, corresponde a la intersección del plano normal N con el plano rectificante R (ver Fig. 2.5).

$$\mathbf{t}_3(\phi) = \mathbf{t}_1 \times \mathbf{t}_2 = \begin{pmatrix} \cos\theta \sin\phi \\ -\cos\theta \cos\phi \\ \sin\theta \end{pmatrix} \quad \text{Ec. 2.11}$$

2.3. GEOMETRÍA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL

Cuando un cable experimenta deformación, se desarrollan fuerzas de contacto entre elementos contiguos de un cable, tal como se esquematiza en Fig. 2.6. Como se muestra en la figura, en un caso general pueden existir fuerzas de contacto entre elementos de distintas capas y entre elementos de una misma capa que pertenecen a un mismo nivel.



(a) Sección transversal de un elemento (b) Vista longitudinal de un elemento

Fig. 2.6: Fuerzas de contacto entre elementos (Beltrán, 2006)

donde,

$g_{j,i}$: Fuerza que ejercen los elementos de la capa j en los de la capa i

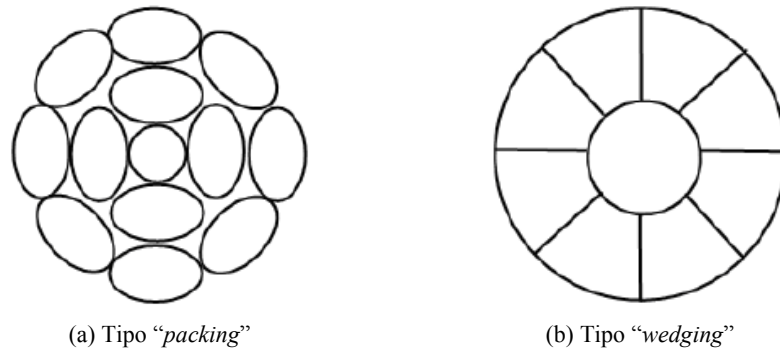
$p_{nc,i}$: Presión normal de contacto entre elementos de la capa i

X_i : Fuerza radial de contacto en la capa i

Para el análisis de una sección transversal, la inclusión de dos tipos de contacto constituye un problema indeterminado. Por lo anterior y por simplicidad, conviene considerar casos extremos de contacto para poder acotar el comportamiento de un cable sometido a cargas axisimétricas.

Hay dos casos extremos de contacto desarrollado en un cable tras su construcción: contacto radial y contacto circunferencial (Beltrán, 2006).

Para poder modelar un cable, se consideran dos tipos de configuraciones geométricas de los componentes del mismo (ver Fig. 2.7): (a) “*packing*” y (b) “*wedging*”, las cuales representan los casos extremos de deformación transversal para cables reales (Beltrán, 2006): (a) contacto radial, y (b) contacto circunferencial.



(a) Tipo “*packing*”

(b) Tipo “*wedging*”

Fig. 2.7: Configuraciones geométricas (Beltrán, 2006)

Por lo general, la configuración tipo “*packing*” se considera para materiales muy rígidos transversalmente, mientras que la configuración tipo “*wedging*” se usa para materiales de baja rigidez transversal como, por ejemplo, materiales sintéticos.

2.3.1. Configuración tipo “*packing*”

Para esta configuración geométrica, se asume que todos los componentes son inicialmente rectos. Para construir un cable de este tipo, un determinado giro es aplicado al componente central. El contacto entre los componentes de un mismo nivel se asume sólo en dirección radial y no existe deslizamiento entre elementos en la región de contacto. Lo anterior se debe a la hipótesis de que la geometría helicoidal se preserva luego de la deformación (Beltrán, 2006).

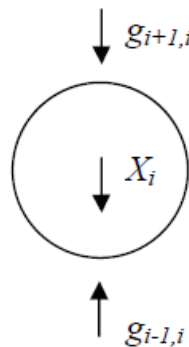


Fig. 2.8: Diagrama de cuerpo libre de elemento en contacto radial (Beltrán, 2006)

Se consideran, en este trabajo, cables de un núcleo central rodeado por seis elementos de orientación helicoidal. Se considera que cada componente del cable es circular en su sección transversal en el plano definido por sus vectores de coordenadas locales t_2 y t_3 (ver Fig. 2.5).

El cable está compuesto por un núcleo circular de radio r_c (c : *core*) y elementos helicoidales circulares de radio r_s (s : *strand*), siendo r_c mayor que r_s . El radio r_s es calculado de tal forma que los componentes helicoidales estén únicamente en contacto radial con el núcleo (ver Fig. 2.9).

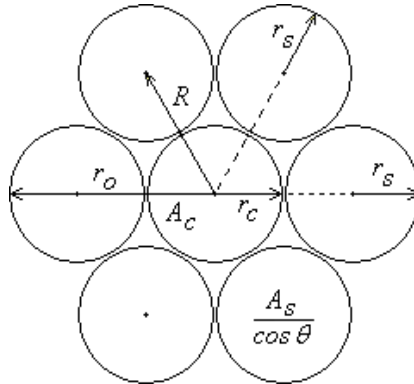


Fig. 2.9: Geometría de la sección transversal

$$A_c = \pi r_c^2 \quad \text{Ec. 2.12}$$

$$A_s = \pi r_s^2 \quad \text{Ec. 2.13}$$

$$r_o = r_c + 2r_s \quad \text{Ec. 2.14}$$

El radio de los elementos helicoidales r_s puede obtenerse con la geometría de la sección transversal. Se asume una sección elíptica para el elemento helicoidal proyectado en un plano perpendicular al eje longitudinal del cable (ver Fig. 2.10).

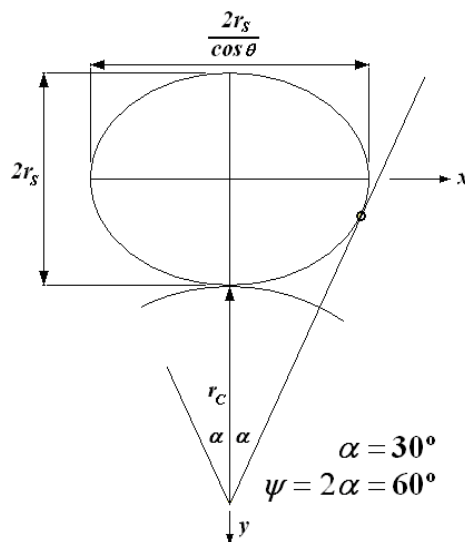


Fig. 2.10: Esquema de elemento helicoidal en corte transversal

Por geometría se determina una relación para el ángulo α que depende de los radios r_c , r_s y del ángulo θ (Ec. 2.15).

$$\tan \alpha = \frac{r_s}{\sqrt{r_c(r_c + 2r_s)} \cos \theta} \quad \text{Ec. 2.15}$$

$$R = r_c + r_s \quad \text{Ec. 2.16}$$

Dado que son seis los elementos helicoidales, se tiene que $\alpha = 30^\circ$. Así, con Ec. 2.6, Ec. 2.15 y Ec. 2.16, se puede calcular el radio de los elementos helicoidales r_s y el radio de la hélice R , dado el radio del núcleo r_c .

2.3.2. Configuración tipo “wedging”

Previo a la construcción de un cable de esta configuración geométrica, se asume que todos sus elementos tienen las mismas dimensiones. Al aplicarse un giro en el cable, los componentes de una misma capa se deforman transversalmente y adoptan una forma de sector circular. La sección completa se transforma en un círculo lleno sin espacios entre los elementos del cable (Beltrán, 2006).

Entre los elementos de una misma capa y nivel se genera presión de contacto en dirección circunferencial (ver Fig. 2.11) y deslizamiento axial relativo, por lo tanto debe considerarse un modelo de fricción. Se considera que el contacto en la dirección radial es despreciable en comparación con el contacto circunferencial. Esta configuración se da principalmente en cables de materiales sintéticos.

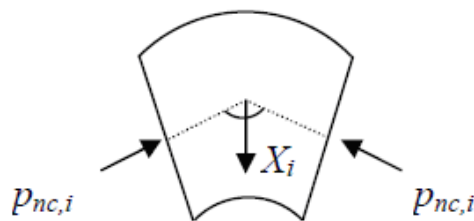


Fig. 2.11: Diagrama de cuerpo libre de elemento en contacto circunferencial (Beltrán, 2006)

En este estudio, para esta configuración geométrica, se considera un cable compuesto por un núcleo rodeado por ocho elementos de orientación helicoidal. Se considera que todos los elementos tienen la misma área transversal A_w en sus respectivos planos normales (ver Fig. 2.5).

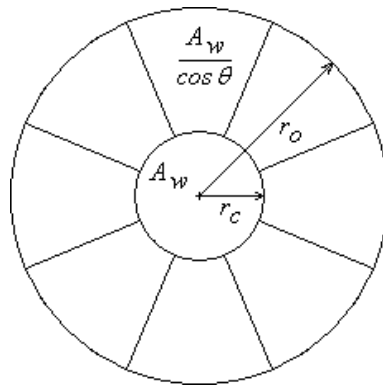


Fig. 2.12: Geometría de la sección transversal

El valor del radio externo r_o (ver Fig. 2.12) del cable se obtiene con ecuaciones de geometría. Como el radio externo r_o del cable es una incógnita, también puede serlo el radio de la hélice R (ver Fig. 2.13). Cada elemento comprende un mismo ángulo $\psi = 45^\circ$ en la sección transversal (ver Fig. 2.13).

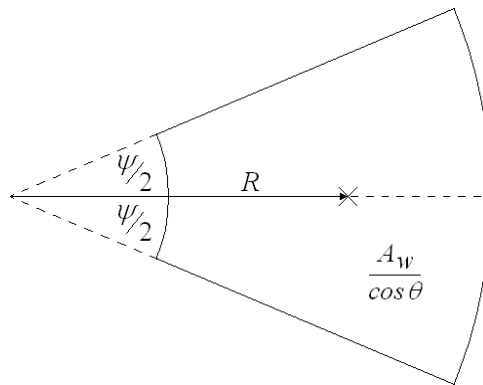


Fig. 2.13: Sección transversal de un elemento helicoidal

$$A_w = \pi r_c^2 \quad \text{Ec. 2.17}$$

$$\frac{A_w}{\cos \theta} = \int_{-\frac{\psi}{2}}^{\frac{\psi}{2}} \int_{r_c}^{r_o} r \, dr \, d\phi = \frac{\psi}{2} (r_o^2 - r_c^2) \quad \text{Ec. 2.18}$$

$$\frac{A_w}{\cos \theta} \cdot R = \int_{-\frac{\psi}{2}}^{\frac{\psi}{2}} \int_{r_c}^{r_o} r^2 \cos \phi \, dr \, d\phi = \frac{2}{3} \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) (r_o^3 - r_c^3) \quad \text{Ec. 2.19}$$

$$\frac{1}{\cos \theta} = \sqrt{1 + \left(\frac{2\pi R}{p}\right)^2} \quad \text{Ec. 2.20}$$

Pueden despejarse dos expresiones para el radio R en función de r_o a partir de Ec. 2.17, Ec. 2.18, Ec. 2.19 y Ec. 2.20 (la última se obtiene a partir de Ec. 2.6). Estas expresiones se igualan en Ec. 2.21 y se obtiene el valor de r_o . Conociendo aquel valor, la geometría transversal del cable está resuelta.

$$R = \frac{p}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\psi}{2\pi} \frac{r_o^2 - r_c^2}{r_c^2}\right)^2 - 1} = \frac{4}{3\psi} \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \frac{r_o^3 - r_c^3}{r_o^2 - r_c^2} \quad \text{Ec. 2.21}$$

Para el análisis de cables de configuración tipo “*wedging*”, se considera un modelo de fricción (ver Fig. 2.14) en que la tensión de fricción (τ) es igual a la presión normal de contacto (p) multiplicada por un coeficiente de fricción (μ) igual a 0,1 (Beltrán, 2006).

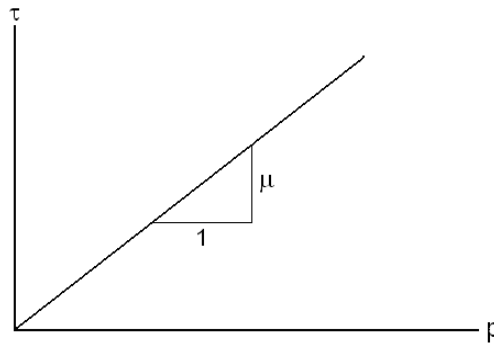


Fig. 2.14: Modelo de fricción

Considerando que para la configuración geométrica tipo “*wedging*” existe contacto con deslizamiento relativo entre elementos contiguos, en modelos bidimensionales se considera una ley de fricción (Beltrán, 2006):

$$f(N) = f_a + \mu \cdot N^b \quad \text{Ec. 2.22}$$

donde,

$f(N)$: Fuerza friccional por unidad de largo

N : Fuerza normal por unidad de largo

f_a, b, μ : Parámetros de la ley de fricción ($f_a = 0; b = 1, \mu = 0,1$ (Beltrán, 2006))

CAPÍTULO 3: DEFINICIONES GENERALES EN ANSYS

3.1. CONTACTO ENTRE ELEMENTOS DE UN SISTEMA

Uno de los principales desafíos en el modelamiento y en los procesos de análisis tiene relación con la interacción entre los elementos contiguos de los cables, es decir, con el contacto entre elementos y con la manera mediante la cual el programa *ANSYS* incorpora el contacto en su análisis interno basado en el método de E. F.

Los problemas de contacto son altamente no lineales y requieren recursos computacionales significativos para ser resueltos. Es importante entender la física del problema y de acuerdo a eso, configurar los modelos (parámetros y opciones de contacto) para que el análisis sea ejecutado de la forma más eficiente.

Existen dos grandes dificultades en los problemas de contacto. Primero, en general, no se conocen exactamente las regiones de contacto hasta que se ha ejecutado al menos un análisis. Dependiendo de los estados de carga, materiales, condiciones de borde y otros factores, las superficies de los elementos pueden entrar en contacto o perderlo de manera abrupta e impredecible. Segundo, la gran mayoría de los problemas de contacto necesitan la definición de una ley de fricción, ya que puede influir de manera caótica en la respuesta del análisis, provocando una difícil convergencia de la solución.

El contacto en un modelo general puede ocurrir entre dos superficies flexibles (cuerpos deformables) o una superficie flexible con una superficie rígida (cuerpos indeformables). El contacto en *ANSYS* se define mediante dos tipos de superficies: una llamada “*superficie de contacto*” y la otra “*superficie objetivo*” (ver Fig. 3.1).

En el caso de contacto entre una superficie flexible y otra rígida, la “*superficie objetivo*” siempre será la rígida y la “*superficie de contacto*” será la flexible, pero si se trata de contacto entre dos superficies flexibles, a priori, no es clara la asignación de las superficies involucradas. En principio, una “*superficie de contacto*” puede ser penetrada por una “*superficie objetivo*” durante la deformación y según esta distancia de penetración, el programa determina internamente si dos superficies se encuentran en contacto.

Las “*superficies de contacto*” tienen asociados conjuntos de parámetros y opciones de análisis que pueden modificarse para lograr un análisis adecuado en términos de convergencia, tiempo computacional

y para obtener resultados coherentes con la física del problema. Johnson (2002) y Metrisin (2008) entregan sugerencias relativas a la modificación de parámetros de contacto para poder obtener convergencia en este tipo de problemas. Los parámetros a modificar, en general, tienen que ver con distancias de tolerancia de contacto entre superficies, con rigideces normales y tangenciales de contacto de superficies, y con métodos analíticos que incorporan internamente el contacto.

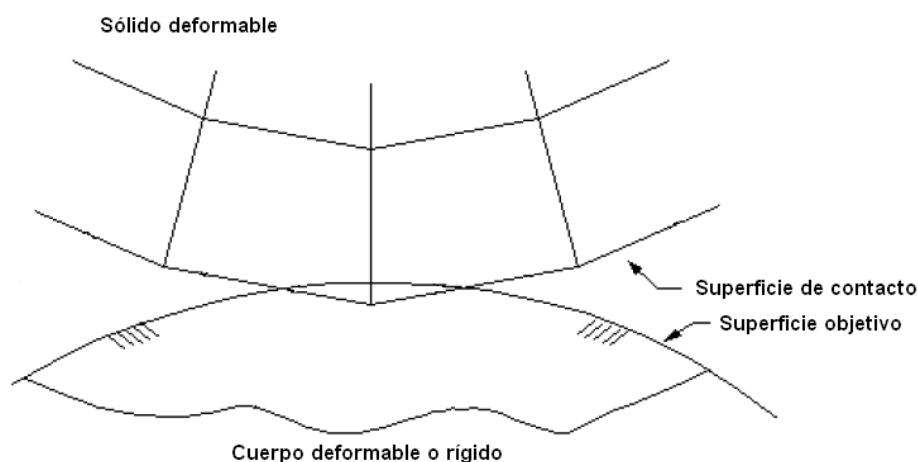


Fig. 3.1: Esquema general del contacto entre dos superficies (*ANSYS Reference*)

Para el caso de los modelos de este trabajo, el contacto ocurre entre elementos compuestos por el mismo material, por lo tanto se trata de superficies flexibles.

Las “*superficies de contacto*” y las “*superficies objetivo*” son identificadas según la geometría del problema y deben ser definidas en pares. Un par de contacto comprende a dos superficies continuas que por cercanía o por la deformación esperada entran potencialmente en contacto.

La diferenciación en la definición de “*superficies de contacto*” y “*superficies objetivo*” es determinada por el usuario mediante el método de prueba y error. Se puede hacer una elección con cierto criterio o se ejecuta un análisis y se verifica si existe convergencia, luego se decide si es o no necesario invertir la caracterización de los elementos de contacto. Lo anterior va acompañado de la elección de los distintos parámetros de contacto y opciones de análisis.

Una opción de análisis que es importante destacar es la elección entre “*contacto simétrico*” o “*contacto asimétrico*”. La opción de “*contacto simétrico*” significa que el programa considera los dos tipos de superficies para una definida como “*superficie de contacto*” o “*superficie objetivo*”, mientras que el “*contacto asimétrico*” sólo toma en cuenta el tipo de superficie establecida inicialmente. Por definición, el “*contacto simétrico*” requiere un mayor tiempo de análisis computacional. Principalmente por lo

anterior, se determinan las regiones que corresponden a “*superficies de contacto*” y a “*superficies objetivo*” desde el inicio del análisis mediante el método de prueba y error.

En general, los análisis con *ANSYS* deben ser realizados múltiples veces con distintas combinaciones de parámetros y opciones de análisis para poder obtener convergencia y resultados satisfactorios y coherentes. Es conveniente, revisar la deformada que experimenta el modelo para decidir si los parámetros de contacto y opciones de análisis necesitan ser modificados (Johnson, 2002; Metrisin, 2008).

3.2. ELEMENTOS FINITOS

Existen tres tipos de E. F. que se usan en los modelos de este trabajo: los elementos sólidos 3D que representan la geometría y los materiales y dos tipos de elementos 2D que corresponden a las “*superficies de contacto*” y “*superficies objetivo*” (mencionadas en sección 3.1). Los elementos 2D se definen sobre las superficies de los elementos sólidos que potencialmente se encuentren en contacto.

3.2.1. Elemento Finito SOLID45

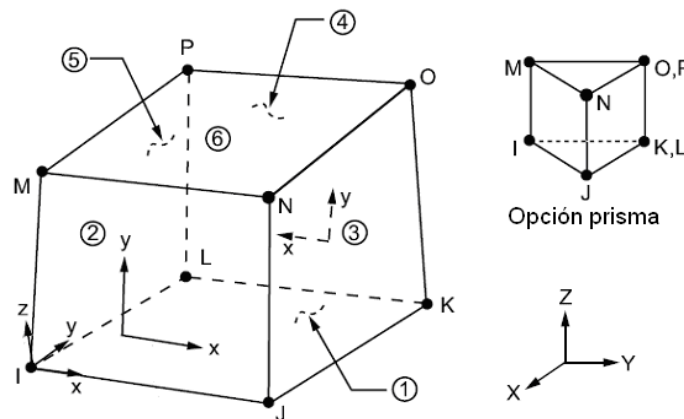


Fig. 3.2: Esquema de Elemento Finito *SOLID45* (*ANSYS* Reference)

El elemento *SOLID45* está definido por ocho nodos en el orden *I, J, K, L, M, N, O, P* (ver Fig. 3.2), cada uno con tres grados de libertad de traslación en los ejes de coordenadas globales (*X, Y, Z*). El elemento no tiene nodos intermedios en sus aristas por lo que las funciones de interpolación entre ellos son lineales.

Se ha elegido el elemento *SOLID45* porque estudios previos muestran que los elementos finitos con funciones de interpolación lineales permiten una mejor convergencia en problemas de contacto (*ANSYS Reference*).

Este tipo de elemento admite propiedades isotrópicas y ortotrópicas del material que lo componga, entre otras características (*ANSYS Reference*). Las direcciones ortotrópicas del material corresponden a las direcciones coordenadas del elemento. El elemento *SOLID45* también admite deformaciones finitas.

3.2.2. Elemento Finito *CONTA173*

Las “superficies de contacto” se definen con elementos *CONTA173*. Resulta conveniente usar este tipo de elemento para superficies sobre elementos *SOLID45* porque, igualmente, está definido por cuatro nodos en las esquinas y sin nodos intermedios en sus aristas.

El sentido positivo de su vector normal está dado por la *regla de la mano derecha* alrededor de los nodos del elemento de superficie en el orden *I, J, K, L* (ver Fig. 3.3). El vector normal debe ir en la dirección externa a la superficie sólida sobre la cual se define el elemento de contacto.

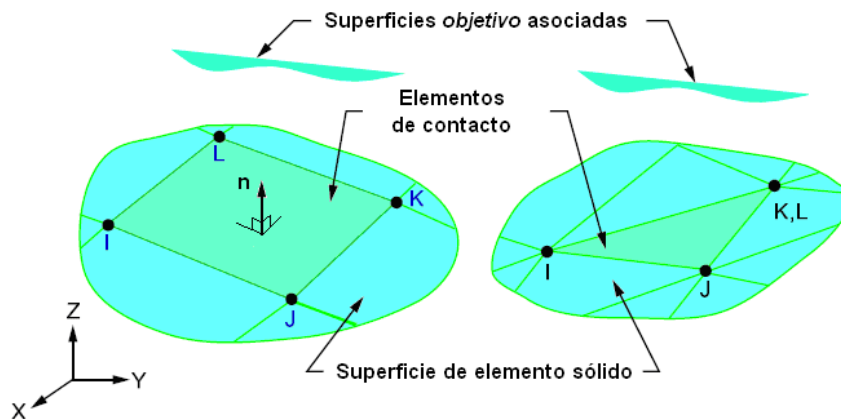


Fig. 3.3: Esquema de Elemento Finito *CONTA173* (*ANSYS Reference*)

3.2.3. Elemento Finito *TARGE170*

El elemento *TARGE170* representa a las “superficies objetivo” que deben ser asociadas a elementos *CONTA173* para formar los pares de contacto. El sentido positivo de las *superficies objetivo* se define de la misma forma que las “superficies de contacto”.

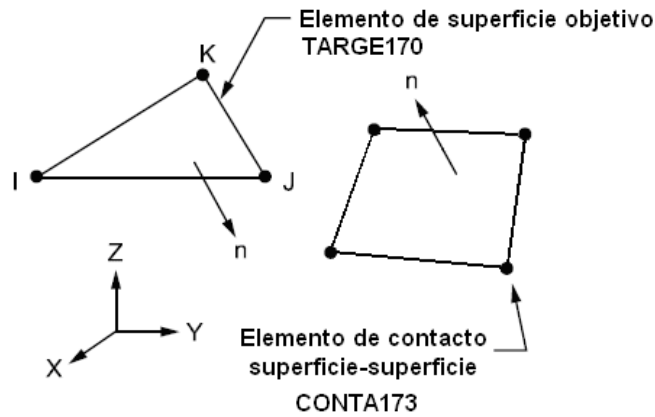


Fig. 3.4: Esquema de Elemento Finito *TARGE170* (*ANSYS Reference*)

No es necesario que los nodos de las superficies *CONTA173* y *TARGE170* coincidan, sólo es importante que un grupo de elementos *CONTA173* esté asociado a un grupo de *TARGE170*, que potencialmente entre en contacto con él durante el análisis, para poder formar un par.

3.3. MATERIALES

Los materiales son asignados a los elementos finitos *SOLID45*, los cuales forman la geometría.

3.3.1. Materiales lineales

El programa *ANSYS* permite la definición de materiales lineales. En el caso de este trabajo, se requiere definir materiales isotrópicos. Para definir un material isotrópico, se entregan dos parámetros: el módulo de elasticidad E (ver Fig. 3.5) y el módulo de Poisson ν .

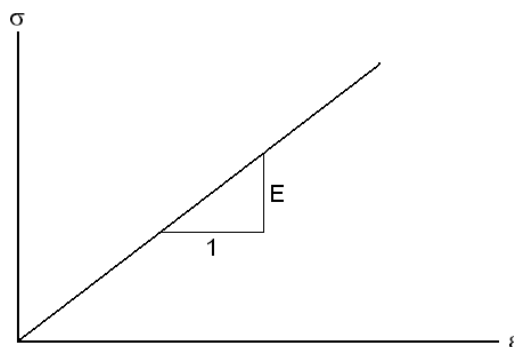


Fig. 3.5: Curva de tensión versus deformación de material lineal (*ANSYS Reference*)

donde,

σ : Tensión

ε : Deformación

3.3.2. Materiales no lineales

El programa *ANSYS* provee la capacidad de modelar materiales no lineales. El material se define como “multilineal” (lineal por tramos) y se debe entregar un máximo de cien puntos $\{\varepsilon_n, \sigma_n\}$ (ver Fig. 3.6), excluyendo el punto $\{0;0\}$. El programa interpola linealmente entre ellos para formar la curva de la ley constitutiva (ver Fig. 3.6). Deben también agregarse las propiedades de un material isotrópico, es decir, un módulo de elasticidad E y el módulo de Poisson del material ν .

El programa *ANSYS* exige que el valor del módulo de elasticidad sea mayor que todas las pendientes definidas por puntos consecutivos en la curva constitutiva. Lo anterior se debe a que el programa requiere un valor inicial de rigidez para incorporarlo en sus métodos de análisis iterativos.

El material definido como “multilineal” en *ANSYS* es elástico, por lo tanto, en un análisis cíclico de carga y descarga no existe pérdida de energía (el proceso es conservativo). En Fig. 3.6, las flechas indican que el material se descarga a lo largo de la misma curva de carga, no induciendo deformaciones inelásticas permanentes.

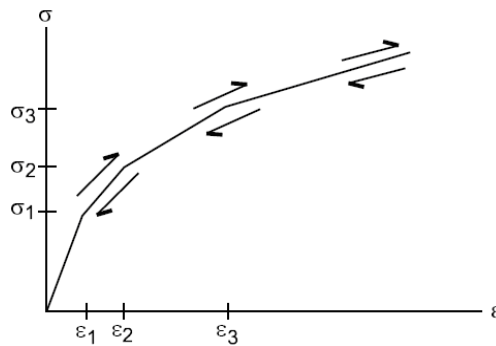


Fig. 3.6: Curva de tensión versus deformación de material multilineal elástico (*ANSYS* Reference)

3.3.3. Criterios de falla

El programa *ANSYS* permite obtener información de deformaciones y tensiones asociadas a nodos, por lo tanto, éstos pueden ser monitoreados con para determinar un instante de falla global cuando un nodo satisfaga un criterio de falla, en el caso de un material con nivel de falla definido. Para esto, *ANSYS* dispone de criterios de falla que se pueden implementar. El instante de falla está definido por el momento en el que se sobrepase un valor de deformación máxima o de tensión máxima en un nodo del modelo en consideración, o equivalentemente, cuando alguno de los parámetros ξ_1 ó ξ_2 (definidos a continuación) alcance un valor igual a la unidad en algún nodo del modelo en consideración.

- Criterio de falla de deformación máxima (ξ_1):

$$\xi_1 = \max \left\{ \frac{\varepsilon_{xt}}{\varepsilon_{xt}^f} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{xc}}{\varepsilon_{xc}^f}, \frac{\varepsilon_{yt}}{\varepsilon_{yt}^f} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{yc}}{\varepsilon_{yc}^f}, \frac{\varepsilon_{zt}}{\varepsilon_{zt}^f} \text{ ó } \frac{\varepsilon_{zc}}{\varepsilon_{zc}^f}, \frac{|\varepsilon_{xy}|}{\varepsilon_{xy}^f}, \frac{|\varepsilon_{yz}|}{\varepsilon_{yz}^f}, \frac{|\varepsilon_{zx}|}{\varepsilon_{zx}^f} \right\} \quad \text{Ec. 3.1}$$

donde,

- $\varepsilon_{xt}, \varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt}$: Deformación de tracción en direcciones X, Y, Z (valor positivo)
- $\varepsilon_{xc}, \varepsilon_{yc}, \varepsilon_{zc}$: Deformación de compresión en direcciones X, Y, Z (valor negativo)
- $\varepsilon_{xy}, \varepsilon_{yz}, \varepsilon_{zx}$: Deformación de corte en planos X - Y, Y - Z, Z - X
- $\varepsilon_{xt}^f, \varepsilon_{yt}^f, \varepsilon_{zt}^f$: Deformación de falla de tracción en direcciones X, Y, Z (valor positivo)
- $\varepsilon_{xc}^t, \varepsilon_{yc}^t, \varepsilon_{zc}^t$: Deformación de falla de compresión en direcciones X, Y, Z (valor negativo)
- $\varepsilon_{xy}^f, \varepsilon_{yz}^f, \varepsilon_{zx}^f$: Deformación de falla de corte en planos X - Y, Y - Z, Z - X (valor positivo)

- Criterio de falla de tensión máxima (ξ_2):

$$\xi_2 = \max \left\{ \frac{\sigma_{xt}}{\sigma_{xt}^f} \text{ ó } \frac{\sigma_{xc}}{\sigma_{xc}^f}, \frac{\sigma_{yt}}{\sigma_{yt}^f} \text{ ó } \frac{\sigma_{yc}}{\sigma_{yc}^f}, \frac{\sigma_{zt}}{\sigma_{zt}^f} \text{ ó } \frac{\sigma_{zc}}{\sigma_{zc}^f}, \frac{|\sigma_{xy}|}{\sigma_{xy}^f}, \frac{|\sigma_{yz}|}{\sigma_{yz}^f}, \frac{|\sigma_{zx}|}{\sigma_{zx}^f} \right\} \quad \text{Ec. 3.2}$$

donde,

- $\sigma_{xt}, \sigma_{yt}, \sigma_{zt}$: Tensión de tracción en direcciones X, Y, Z (valor positivo)
- $\sigma_{xc}, \sigma_{yc}, \sigma_{zc}$: Tensión de compresión en direcciones X, Y, Z (valor negativo)
- $\sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}$: Tensión de corte en planos X - Y, Y - Z, Z - X
- $\sigma_{xt}^f, \sigma_{yt}^f, \sigma_{zt}^f$: Tensión de falla de tracción en direcciones X, Y, Z (valor positivo)
- $\sigma_{xc}^t, \sigma_{yc}^t, \sigma_{zc}^t$: Tensión de falla de compresión en direcciones X, Y, Z (valor negativo)
- $\sigma_{xy}^f, \sigma_{yz}^f, \sigma_{zx}^f$: Tensión de falla de corte en planos X - Y, Y - Z, Z - X (valor positivo)

3.3.4. Modelo de fricción

ANSYS considera el modelo de fricción básico de Coulomb de Fig. 3.7.

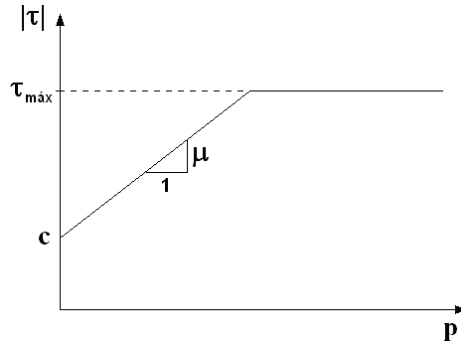


Fig. 3.7: Modelo de fricción de *ANSYS* (*ANSYS Reference*)

$$\tau = c + \mu \cdot p \leq \tau_{m\acute{a}x}$$

Ec. 3.3

donde,

τ : Tensión de fricción

$\tau_{m\acute{a}x}$: Tensión de fricción máxima

p : Presión normal de contacto

c : Tensión de fricción inicial (sin presión normal de contacto)

μ : Coeficiente de fricción

El coeficiente de fricción se determina mediante un decaimiento exponencial entre los coeficientes de fricción estático y dinámico como se observa en Fig. 3.8.

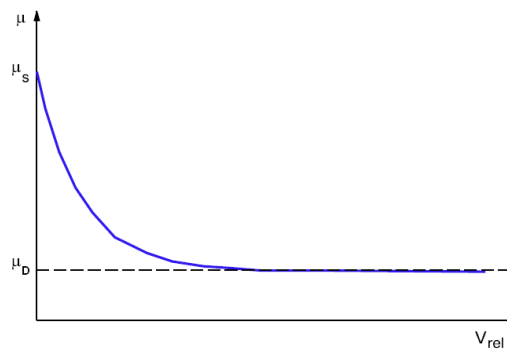


Fig. 3.8: Decaimiento del coeficiente de fricción en *ANSYS* (*ANSYS Reference*)

$$\mu = \mu(v_{rel}) = \mu_d \cdot (1 + (g - 1)e^{-cd \cdot v_{rel}})$$
 Ec. 3.4

$$g = \frac{\mu_s}{\mu_d}$$
 Ec. 3.5

donde,

μ_s : Coeficiente de fricción estático

μ_d : Coeficiente de fricción dinámico

g : Razón entre coeficientes de fricción estático y el dinámico

cd : Coeficiente de decaimiento

v_{rel} : Velocidad de deslizamiento calculada por *ANSYS*

CAPÍTULO 4: MODELAMIENTO DE CABLES

4.1. LEYES CONSTITUTIVAS

En este trabajo, para los análisis de cables, se consideran tres materiales, de los cuales dos son lineales y uno es no lineal.

Se consideran dos definiciones de deformación de acuerdo a los requerimientos de los modelos 2D a validar (ver sección 1.2) y de *ANSYS*. La deformación de ingeniería (e) es la empleada en modelos 2D y la deformación natural o logarítmica (ε) es exigida por *ANSYS* (*ANSYS* Reference).

$$e = \frac{L_f - L_0}{L_0} \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{L_f}{L_0}\right) = \ln(1 + e) \quad \text{Ec. 4.2}$$

donde,

- e : Deformación de ingeniería
- ε : Deformación natural o logarítmica
- L_0 : Longitud inicial
- L_f : Longitud final

4.1.1. Materiales lineales

Se utilizan cables de configuración geométrica tipo “*packing*” (descrita en sección 2.3.1) compuestos por materiales lineales con las propiedades señaladas en Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Propiedades de materiales lineales

Material lineal	E, MPa	ν	$e_{m\acute{a}x}, mm/mm$	$\varepsilon_{z_t}^f$
1	3.516	0,35	0,0016	0,0015987
2	200.000	0,3	0,008	0,00796817

donde,

- E : Módulo de elasticidad

ν : Módulo de Poisson

$e_{máx}$: Deformación de ingeniería máxima

ε_{zt}^f : Deformación natural máxima para criterio de falla (deformación de tracción en Z)

Las propiedades del material lineal 1 están señaladas por Gysling (2008) y las del material lineal 2 corresponden al acero. El acero es considerado de alta resistencia de acuerdo a ensayos reportados por MacDougall y Bartlett (2002).

Se definen criterios de falla para ambos materiales (ver sección 3.3.3) que consiste en valores de deformación máxima. De acuerdo con el requerimiento de *ANSYS* se debe ingresar valores de deformación natural (ver columna ε_{zt}^f en Tabla 4.1 para cada material).

4.1.2. Material no lineal

Se considera el poliéster cuya ley constitutiva es no lineal. Se analizan cables de configuración geométrica tipo “*wedging*” (descrita en sección 2.3.2) compuestos de este material.

Estos cables están compuestos de nueve elementos inicialmente cilíndricos e idénticos. De acuerdo con 2.3.2, la sección del cable adquiere una forma circular sin espacios interiores, tal como se aprecia en Fig. 4.1.

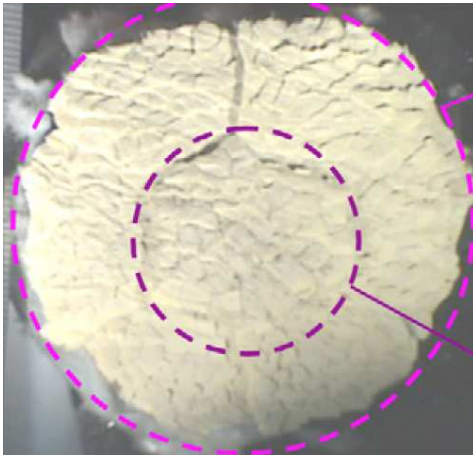


Fig. 4.1: Sección transversal de un cable de material sintético (Ghoreishi et al., 2006)

Se ajusta un polinomio de quinto grado para la función de tensión en función de la deformación en Ec. 4.3 (Beltrán, 2006). La curva constitutiva del material se calibra a partir de resultados de ensayos de

tracción uniaxial. Para este material se produce una falla a una deformación de ingeniería promedio de $0,124 \text{ mm/mm}$ con una tensión axial promedio de 897 MPa (Gysling, 2008).

$$\sigma = \sigma_b \left[1,11 \left(\frac{e}{e_b} \right) - 2,05 \left(\frac{e}{e_b} \right)^2 + 2,4 \left(\frac{e}{e_b} \right)^3 + 1,19 \left(\frac{e}{e_b} \right)^4 - 1,65 \left(\frac{e}{e_b} \right)^5 \right] \quad \text{Ec. 4.3}$$

donde,

σ : Tensión

σ_b : Tensión de falla; $\sigma_b = 897 \text{ MPa}$

e_b : Deformación de ingeniería de falla; $e_b = 0,124 \text{ mm/mm}$

Para un problema de deformaciones finitas, conviene considerar la deformación natural o algún tipo de definición que considere la actualización de la geometría. Según los requerimientos de *ANSYS*, se determina el polinomio de quinto grado de tensión versus deformación natural en Ec. 4.4 (ver gráfico en Fig. 4.2).

$$\sigma = \sigma_b \left[1,026 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right) - 1,537 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^2 + 0,884 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^3 + 2,951 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^4 - 2,325 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^5 \right] \quad \text{Ec. 4.4}$$

donde,

ε_b : Deformación natural de falla; $\varepsilon_b = \ln(1 + e_b) = 0,11689$

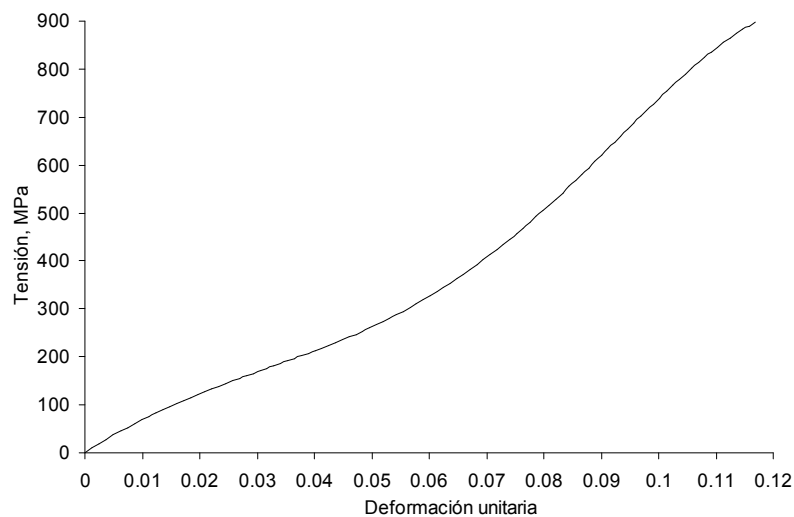


Fig. 4.2: Tensión – Deformación natural

Se define la rigidez tangente del material como la derivada de la tensión con respecto a la deformación unitaria. Este parámetro en función de la deformación de ingeniería se requiere en la formulación de los modelos 2D lineales (ver sección 5.1.1) y corresponde a:

$$\frac{d\sigma}{de} = \frac{\sigma_b}{e_b} \left[1,11 - 4,1 \left(\frac{e}{e_b} \right) + 7,2 \left(\frac{e}{e_b} \right)^2 + 4,76 \left(\frac{e}{e_b} \right)^3 - 8,25 \left(\frac{e}{e_b} \right)^4 \right] \quad \text{Ec. 4.5}$$

Para los modelos 3D en E. F., como se explica en la sección 6.1.7, se considera la expresión de la rigidez del material en función de la deformación natural (debido a que *ANSYS* utiliza esta definición) en Ec. 4.6 (ver gráfico en Fig. 4.3).

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{\sigma_b}{\varepsilon_b} \left[1,026 - 3,073 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right) + 2,653 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^2 + 11,804 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^3 - 11,625 \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_b} \right)^4 \right] \quad \text{Ec. 4.6}$$

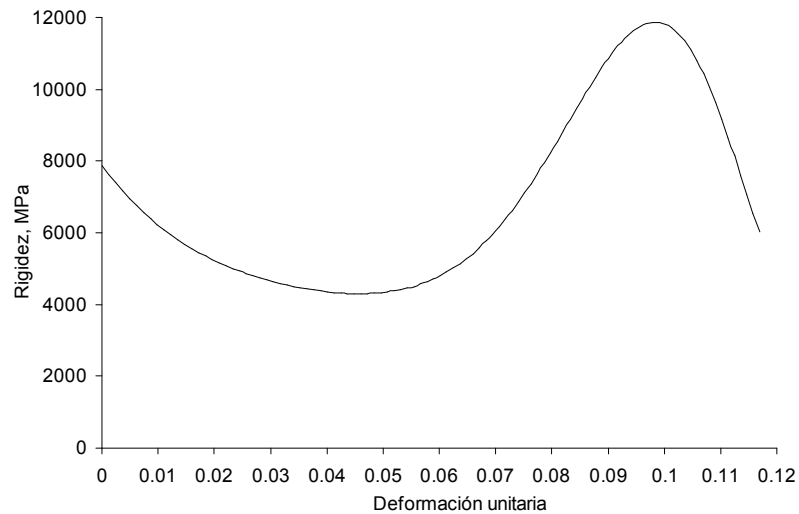


Fig. 4.3: Rigidez tangente – Deformación natural

En *ANSYS* se define un material multilinear isotrópico (ver sección 3.3.2) con un módulo de elasticidad $E = 12.000$ MPa y un módulo de Poisson $\nu = 0,25$ (Li et al., 2002). Si bien, el poliéster no es un material elástico, el que el material “Multilinear” de *ANSYS* sea elástico no influye en el análisis, ya que no se realizan análisis cíclicos en este trabajo.

Para introducir la ley constitutiva en *ANSYS*, se utiliza la curva de tensión versus deformación logarítmica definida por Fig. 4.2 y se ingresan cien puntos de deformación y de tensión de la curva.

Se define además un criterio de falla para este material (ver sección 3.3.3) que consiste en una tensión y una deformación máxima. La tensión máxima de tracción (σ_{zi}^f) es 897 MPa y la deformación máxima de tracción (ε_{zi}^f) es 0,11689 (ver Fig. 4.2). No se especifican límites para la tensión y deformación en otras direcciones, ya que, a priori, se espera que la tensión y deformación en Z son mayores.

Según Ec. 2.22, se considera una ley de fuerza friccional por unidad de largo, que ha sido incorporada en modelos bidimensionales. Sin embargo, al tratarse de un problema tridimensional, debe implementarse una ley de fricción por unidad de área. Así, de acuerdo con las expresiones Ec. 3.3, Ec. 3.4 y Ec. 3.5, en ANSYS se ajustan los valores del coeficiente de fricción $\mu = 0,1$ y de los parámetros restantes $c = 0$, $\tau_{m\acute{a}x} = \infty$ y $\mu_d = 0,1$, $g = 1$ y $cd = 0$.

4.2. GEOMETRÍA DEL MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

En esta sección se definen numéricamente los parámetros necesarios para generar la geometría del problema. Se realizan modelos tridimensionales de E. F. de cables de configuración geométrica tipo “packing” (ver sección 2.3.1) y “wedging” (ver sección 2.3.2).

Para que el comportamiento axial de un cable en la mayor parte de su longitud no se vea afectado por condiciones de borde, se debe fijar una longitud del mismo de entre dos y diez veces el paso del cable (Ghoreishi et al., 2007). De acuerdo a lo anterior y para acortar los tiempos de análisis computacional, para todos los modelos de cables se elige una longitud total igual a dos veces el paso del cable, junto con una discretización lo suficientemente fina como para obtener resultados físicamente aceptables.

Ghoreishi et al. (2007) usan una discretización transversal de cada elemento del cable en 12 elementos y 13 nodos, para cables de configuración tipo “packing”. Sin embargo, en el presente trabajo se opta por una discretización más fina (ver secciones 4.2.1 y 4.2.2), ya que los problemas del contacto requiere mallas más finas por su complejidad analítica (Johnson, 2002).

La dimensión en la dirección longitudinal de los E. F. sólidos se elige de acuerdo a la razón de aspecto máxima recomendable por ANSYS. El valor máximo recomendado por ANSYS es 20, por lo tanto en este trabajo se escogen dimensiones tales que las razones de aspecto sean menores. Para el estudio de cables de configuración tipo “wedging” se consideran mallados con E. F. sólidos de dimensiones similares (ver sección 4.2.3).

En los modelos 3D se considera el eventual contacto factible de desarrollarse entre cada par de elementos contiguos de los cables. Esta consideración se realiza para los dos tipos de configuraciones geométricas utilizadas. Las configuraciones geométricas “*packing*” y “*wedging*” son válidas para el instante inicial del análisis, ya que durante el análisis existe potencial contacto tanto radial como circunferencial, lo cual se acentúa en los casos de cables dañados, según se verá más adelante.

4.2.1. Cable de material lineal 1, configuración inicial tipo “*packing*”

El radio del núcleo r_c es 6,731 mm y el paso p es 558,8 mm (Gysling, 2008). El ángulo α que tiene un valor de 30° está señalado en Fig. 2.10.

Tabla 4.2: Parámetros geométricos (mat. lineal, config. “*packing*”)

Parámetro	Notación	Valor
Radio del núcleo	r_c	6,731 mm
Paso	p	558,8 mm
Longitud total	$L = 2p$	1.117,6 mm
Ángulo de elem. helic.	$\psi = 2\alpha$	60°
Radio de elem. helic.	r_s	6,62 mm
Radio de la hélice	R	13,351 mm
Ángulo de la hélice	θ	8,54°
Área del núcleo	A_c	142,33 mm ²
Área proy. de elem. helic.	A_s	137,66 mm ²
Área total	$A_c + 6A_s$	968,3 mm ²

Transversalmente cada elemento del cable tiene una malla de 36 elementos y 37 nodos (ver Fig. 4.4(a)). Los elementos sólidos tienen una dimensión en la dirección longitudinal igual a 4,4 mm, por lo tanto, cada componente del cable se encuentra dividido en 254 partes longitudinalmente (ver Fig. 4.4(b)).

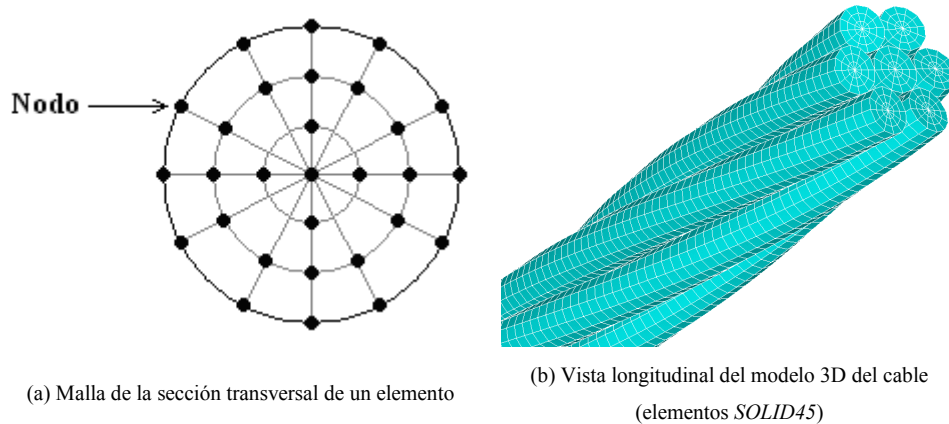


Fig. 4.4: Modelo de Elementos Finitos (configuración tipo “*packing*”)

Se definen las superficies de contacto descritas en 3.2.2 y 3.2.3. Para el núcleo se definen elementos *CONTA173* y para los elementos helicoidales se definen *TARGE170* en las superficies que tienen contacto con el núcleo como se observa en Fig. 4.5(a). Se definen superficies *CONTA173* y *TARGE170* entre elementos helicoidales para abarcar un posible contacto circunferencial.

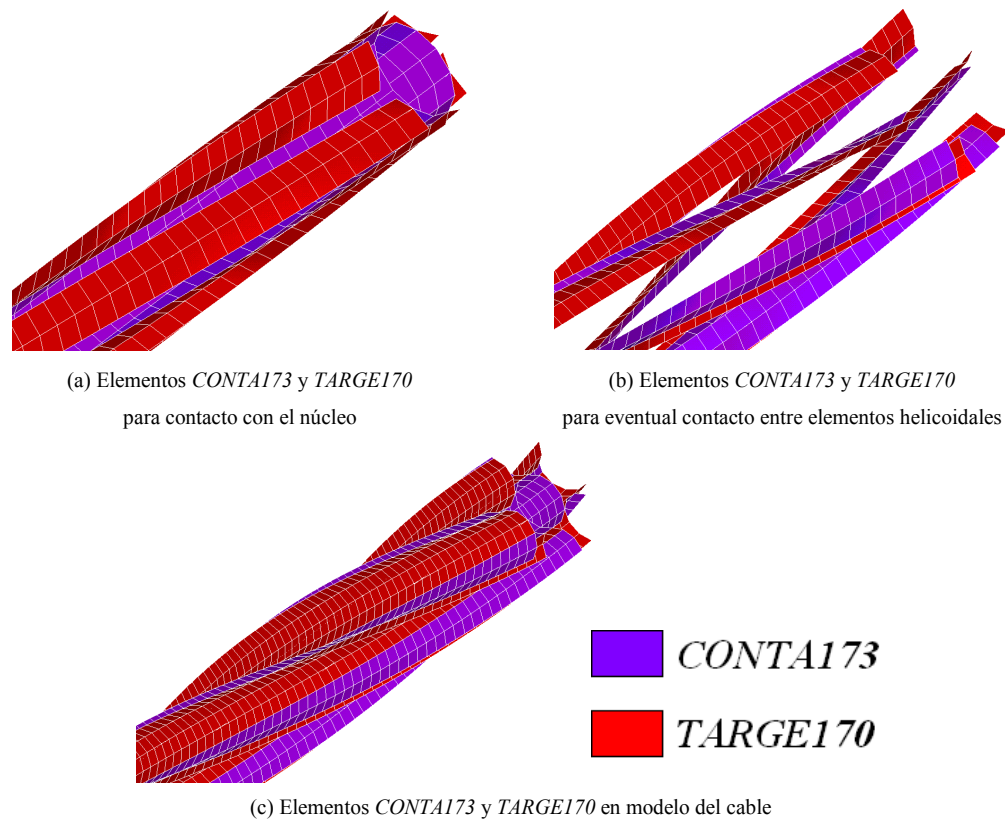


Fig. 4.5: Elementos de contacto en modelo del cable (configuración tipo “*packing*”)

Se consideran elementos de contacto en algunas superficies de los componentes del cable, es decir, en la cara cilíndrica del núcleo (ver Fig. 4.5(a)) y en las superficies de los elementos helicoidales que se encuentren cercanas a elementos contiguos (ver Fig. 4.5(b)).

En la superficie cilíndrica del núcleo se definen elementos *CONTA173*, los que junto con las superficies cercanas de los elementos helicoidales definidas como *TARGE170*, conforman un par de contacto. Además, se definen elementos *CONTA173* y *TARGE170* en las superficies de los elementos helicoidales coincidentes con las de los componentes contiguos. Con esto se forman los seis restantes pares de contacto para considerar el potencial contacto circunferencial. La asignación de los E. F. para “*superficies de contacto*” y “*superficies objetivo*” ha sido mediante el método de prueba y error.

La cantidad de nodos y elementos finitos que requiere el modelo 3D se muestran en Tabla 4.3.

Tabla 4.3: Nodos y elementos requeridos (mat. lineal 1, config. “*packing*”)

Ítem	Elem. del cable	Cant.	Rep.	Total	Total
Nodos	Núcleo	37	255	9.435×1	66.045
	Helicoidal	37	255	9.435×6	
E. F. SOLID45	Núcleo	36	254	9.144×1	64.008
	Helicoidal	36	254	9.144×6	
E. F. CONTA173	Núcleo	12	254	3.048×1	6.096
	Helicoidal	2	254	508×6	
E. F. TARGE170	Helicoidal	4	254	1.016×6	6.096

4.2.2. Cable de material lineal 2, configuración inicial tipo “*packing*”

El radio del núcleo r_c es 2,2 mm y el paso p es 160 mm (MacDougall y Bartlett, 2003). El ángulo α que tiene un valor de 30° está señalado en Fig. 2.10.

Tabla 4.4: Parámetros geométricos (mat. lineal 2, config. “*packing*”)

Parámetro	Notación	Valor
Radio del núcleo	r_c	2,2 mm
Paso	p	160 mm
Longitud total	$L = 2p$	320 mm
Ángulo de elem. helic.	$\psi = 2\alpha$	60°
Radio de elem. helic.	r_s	2,15 mm
Radio de la hélice	R	4,35 mm
Ángulo de la hélice	θ	9,7°
Área del núcleo	A_c	$15,21 \text{ mm}^2$
Área de elem. helic.	A_s	$14,56 \text{ mm}^2$
Área total	$A_c + 6A_s$	$102,59 \text{ mm}^2$

Transversalmente cada elemento del cable tiene una malla de 36 elementos y 37 nodos (ver Fig. 4.4(a)). Los elementos sólidos tienen una dimensión en la dirección longitudinal igual a 1 mm, por lo tanto, cada componente del cable se encuentra dividido en 320 partes longitudinalmente (ver Fig. 4.4(b)). En Fig. 4.5 se muestra la configuración de E. F. sólidos y de contacto. La definición de superficies de contacto es idéntica a la descrita en sección 4.2.1. La cantidad de nodos y elementos finitos que requiere el modelo se muestran en Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Nodos y elementos requeridos (mat. lineal 2, config. tipo “*packing*”)

Ítem	Elem. del cable	Cant.	Rep.	Total	Total
Nodos	Núcleo	37	321	11.877×1	83.139
	Helicoidal	37	321	11.877×6	
E. F. SOLID45	Núcleo	36	320	11.520×1	80.640
	Helicoidal	36	320	11.520×6	
E. F. CONTA173	Núcleo	12	320	3.840×1	7.680
	Helicoidal	2	320	640×6	
E. F. TARGE170	Helicoidal	2+2	320	1.280×6	7.680

4.2.3. Cable de material no lineal, configuración inicial tipo “wedging”

El radio del núcleo r_c es 1,016 mm y el paso p es igual a 81,28 mm (Gysling, 2008). Dado que son ocho elementos helicoidales, el ángulo ψ que comprende cada uno en la sección transversal circular es 45°. El núcleo y los elementos helicoidales tienen la misma área transversal $A_c = A_s$ (c: core; s: strand).

Tabla 4.6: Parámetros geométricos (mat. no lineal, config. tipo “wedging”)

Parámetro	Notación	Valor
Radio del núcleo	r_c	1,016 mm
Paso	P	81,28 mm
Longitud total	$L = 2p$	162,56 mm
Ángulo de elem. helic.	ψ	45°
Radio externo	r_o	3,067 mm
Radio de la hélice	R	2,157 mm
Ángulo de la hélice	θ	9,47°
Área del núcleo	$A_c = A_w$	3,24 mm ²
Área de elem. helic.	$A_s = A_w$	3,24 mm ²
Área total	$A_c + 8A_s$	29,19 mm ²

Transversalmente el núcleo del cable tiene una malla de 48 elementos y 49 nodos (ver Fig. 4.6(a)), mientras que la malla de los elementos helicoidales tiene 20 elementos y 30 nodos (ver Fig. 4.6(b)). Los elementos sólidos tienen una dimensión en la dirección longitudinal igual a 0,64 mm, por lo tanto, cada componente del cable se encuentra dividido en 254 partes longitudinalmente (ver Fig. 4.6(c)).

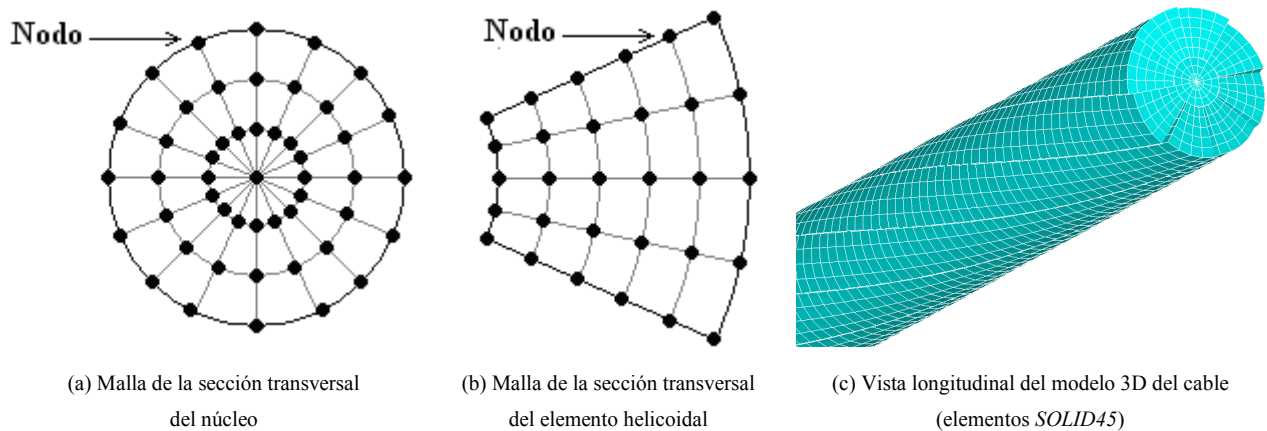


Fig. 4.6: Modelo de Elementos Finitos (configuración tipo “wedging”)

Se consideran elementos de contacto en las superficies de los componentes del cable que estén cercanas a las de elementos contiguos, es decir, en la cara cilíndrica del núcleo (ver Fig. 4.7(a)) y en las caras internas de los ocho elementos helicoidales. Cada elemento helicoidal tiene tres caras internas (ver Fig. 4.7(b))

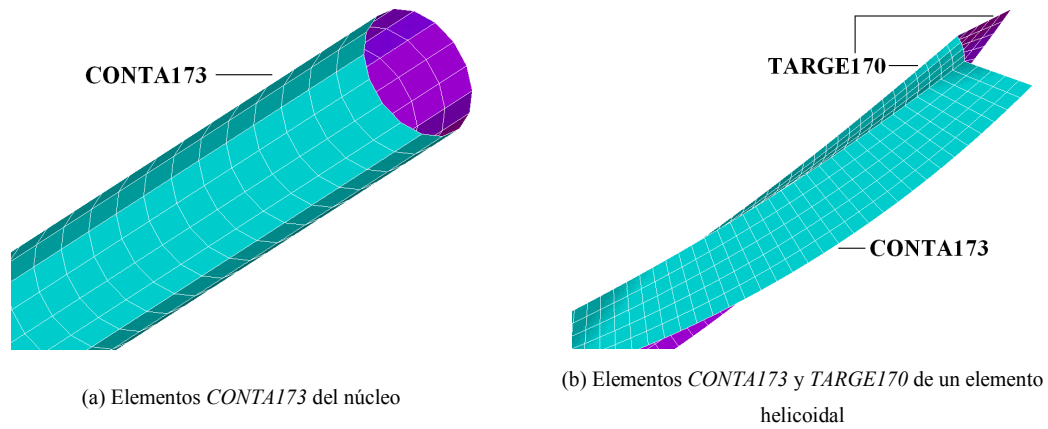


Fig. 4.7: Elementos de contacto en modelo del cable (configuración tipo “wedging”)

Para la superficie del núcleo se emplean elementos *CONTA173* y para las superficies de los elementos helicoidales en contacto con el núcleo se usa *TARGE170*, formando un par de contacto. Los ocho pares de contacto restantes los conforman las superficies de los componentes helicoidales que están cercanos entre sí. Cada elemento helicoidal tiene dos caras en contacto con los componentes contiguos, por lo tanto una de ellas se define como *CONTA173* y la otra como *TARGE170*. La asignación de “*superficies de contacto*” o “*superficies objetivo*” se decide mediante el método de prueba y error.

Tabla 4.7: Nodos y elementos requeridos (mat. no lineal, config. tipo “wedging”)

Ítem	Elem. del cable	Cant.	Rep.	Total	Total
Nodos	Núcleo	49	255	12.495×1	73.695
	Helicoidal	30	255	7.650×8	
E. F. <i>SOLID45</i>	Núcleo	48	254	12.192×1	52.832
	Helicoidal	20	254	5.080×8	
E. F. <i>CONTA173</i>	Núcleo	16	254	4.064×1	14.224
	Helicoidal	5	254	1.270×8	
E. F. <i>TARGE170</i>	Helicoidal	5+4	254	2.286×8	18.288

4.2.4. Modelación de cables dañados

En este estudio, el daño en un elemento de un cable, se refiere a que éste pierde continuidad a lo largo del cable. Existen varias opciones para estudiar el impacto del daño de un elemento en la respuesta de un cable considerando una modelación de E. F. Una opción es definir una rigidez muy baja para aquellos elementos que se encuentren dañados. Sin embargo, al hacer lo anterior, *ANSYS* muestra problemas para calcular coeficientes de las matrices de rigidez internas debido a la diferencia en varios órdenes de magnitud entre ellos. Una segunda opción es eliminar completamente los elementos dañados, pero se estima que esta alternativa no reproduce realmente el fenómeno físico que se pretende modelar, ya que es de gran importancia considerar que los elementos dañados están presentes en el cable.

Se pretende realizar el modelamiento de cables dañados de una forma similar a cómo fueron hechos los experimentos disponibles de acuerdo con Li et al. (2002) para la configuración tipo “*wedging*”. Para la configuración tipo “*packing*” se utiliza la misma modalidad. Se opta por modelar los elementos dañados como cortados transversalmente en la mitad de su longitud, desconectando los elementos finitos y eliminando la continuidad de los componentes del cable. Para esto, se crean nodos adicionales y no es necesario crear más elementos finitos sólidos.

Los parámetros geométricos para el análisis de cables dañados son los mismos que se definen para cables sin daño (Tabla 4.5 y Tabla 4.7). Es importante mencionar que la definición de superficies de contacto en todas las regiones donde existe potencial contacto (como se muestra en secciones 4.2.1 a 4.2.3) se debe a que se estima que esta situación es más factible de ocurrir en el análisis de cables dañados.

Para los dos tipos de configuración geométrica (ver sección 2.3) se analizan cables sin daño y con diferentes distribuciones de daño en sus secciones transversales. Se entiende por daño existente en un cable, a que algunos elementos del cable pierden continuidad a lo largo del cable. Para los modelos 2D, el daño se incluye mediante la anulación de la rigidez que tendría en un caso ideal sin daño, incluyendo el eventual contacto existente sobre él. Por otra parte, para los modelos 3D, el daño se materializa mediante la ruptura de los elementos en la mitad de su longitud ya que es importante considerar que los elementos dañados están presentes en el cable, tal como se consideró en experimentos.

4.2.5. Secciones transversales a analizar

Se enumeran los elementos de los dos tipos de configuraciones geométricas de cables, para poder definir códigos de referencia adecuados para las secciones dañadas.

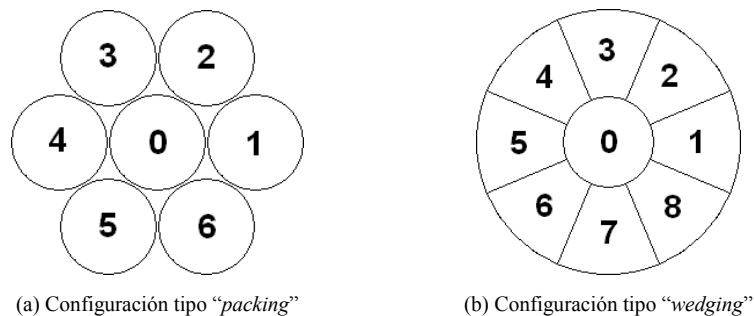


Fig. 4.8: Numeración de elementos de secciones transversales

A continuación se muestran las secciones transversales consideradas para la validación de modelos 2D (Capítulo 4) y para el estudio del daño en cables (Capítulo 5). De Fig. 4.9 a Fig. 4.11, se

muestra la nomenclatura de las secciones transversales utilizadas en este trabajo. ‘P’ se refiere a cables de configuración inicial tipo “*packing*”, mientras que ‘W’ indica cables de configuración inicial tipo “*wedging*”. El texto ‘SD’ entre paréntesis indica ‘sin daño’, mientras que los números se refieren a los elementos que se encuentran dañados en las secciones transversales (ver numeración en Fig. 4.8).

4.2.5.1. Validación de modelos 2D

Para la validación de modelos 2D de cables de configuración inicial tipo “*packing*”, se considera la sección transversal de Fig. 4.9 (a) que corresponde a un caso sin daño de un cable de material lineal 1. Por otra parte, para validar dichos modelos aplicados en cables de configuración inicial tipo “*wedging*” se emplea la sección transversal de Fig. 4.9 (b), que pertenece a un cable sin daño compuesto por un material no lineal.

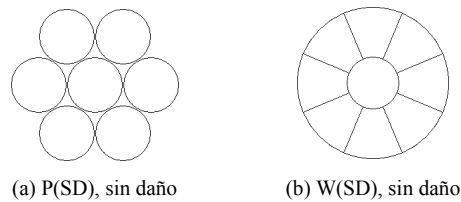


Fig. 4.9: Nomenclatura de secciones transversales sin daño

4.2.5.2. Estudio del daño en cables

Para el estudio del daño en cables de configuración inicial tipo “*packing*”, se consideran las secciones transversales señaladas en Fig. 4.10 que corresponden a cables de material lineal 2.

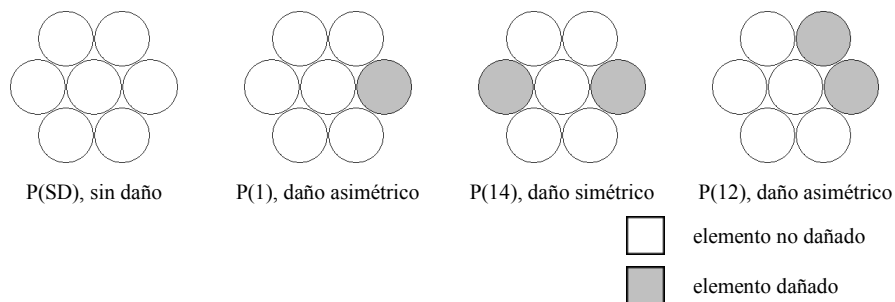


Fig. 4.10: Nomenclatura de secciones transversales dañadas, P(-)

Se eligen las secciones P(14) y P(1) debido a que existen estudios previos de cables con estas distribuciones de daño (MacDougall y Bartlett, 2005 y 2006). Se considera la sección P(12) para complementar el estudio del daño con una distribución asimétrica adicional.

Para estudiar el daño en cables de configuración inicial tipo “*wedging*”, se toman en cuenta las secciones que se muestran en Fig. 4.11. Estas secciones pertenecen a cables de material no lineal.

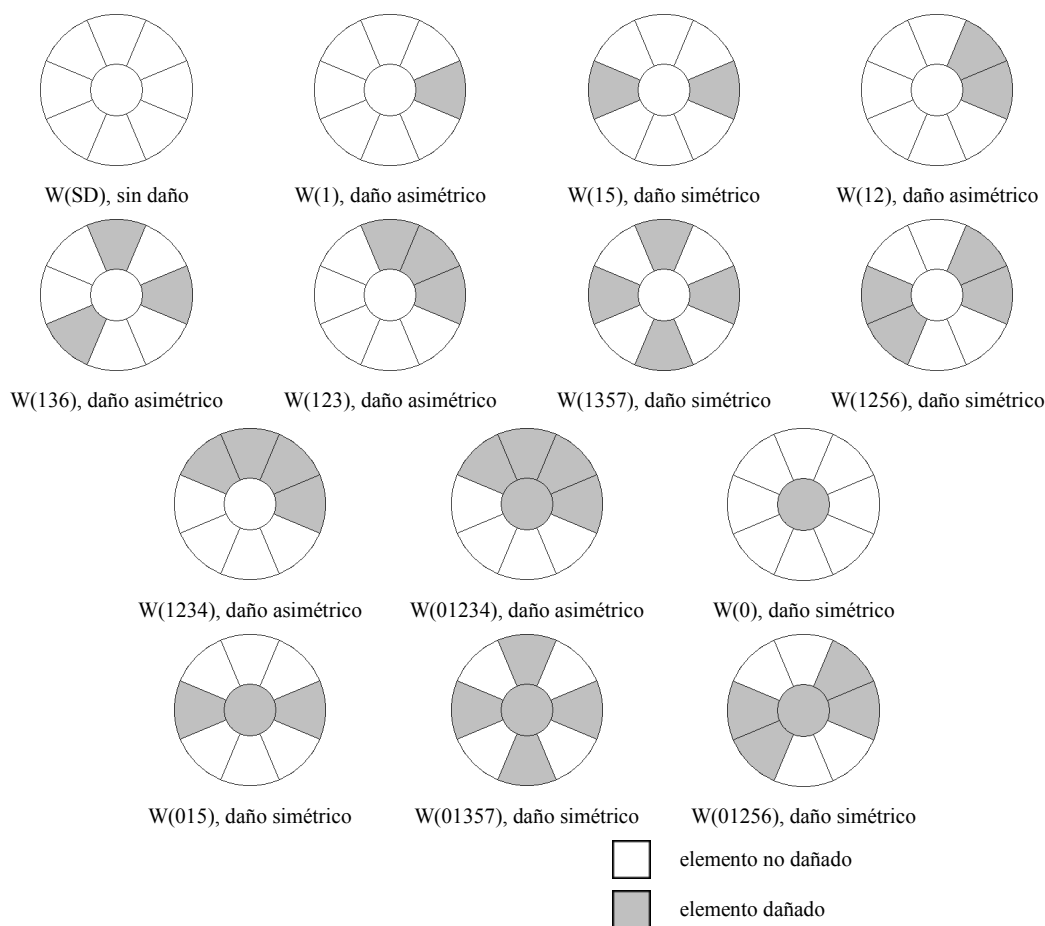


Fig. 4.11: Nomenclatura de secciones transversales dañadas, W(-)

Se han elegido las anteriores secciones transversales por dos razones. La primera es porque existen datos experimentales de las secciones W(SD), W(1), W(136), W(123), W(01234), W(0), W(015), W(01357) y W(01256). La segunda razón para elegir las restantes (W(15), W(12), W(1357), W(1256) y W(1234)), es que presentan distribuciones de daño intermedias en términos de cantidad de elementos dañados y de asimetría del daño, las cuales aportan para encontrar una correlación entre la distribución del daño y la respuesta del cable y, de esta forma, complementar el estudio del daño.

En Tabla 4.8, se muestra la cantidad de nodos adicionales para los cables de configuración tipo “*packing*” (de material lineal 2, ver Fig. 4.10) y de configuración tipo “*wedging*” (de material no lineal, ver Fig. 4.11).

Tabla 4.8: Nodos adicionales para cables dañados

(a) Configuración tipo “packing”			(b) Configuración tipo “wedging”		
Cable	Núcleo	E. helic.	Cable	Núcleo	E. helic.
P(14)	0	74	W(1)	0	30
P(1)	0	37	W(15)	0	60
P(12)	0	74	W(12)	0	60
			W(136)	0	90
			W(123)	0	90
			W(1357)	0	120
			W(1256)	0	120
			W(1234)	0	120
			W(01234)	49	120
			W(0)	49	0
			W(015)	49	60
			W(01357)	49	120
			W(01256)	49	120

4.3. MODELO ESTRUCTURAL

El modelo estructural que se analiza corresponde a un cable empotrado en un extremo y libre de desplazarse axialmente en el otro extremo a lo largo de su eje longitudinal, aunque restringido de rotar, tal como se ha considerado en ensayos realizados por Machida y Durelli (1973) (config. tipo “packing”) y por Li et al. (2002) (config. tipo “wedging”) y en modelos 2D (Beltrán, 2006). En el extremo libre se aplica un desplazamiento axial Δ para lograr la deformación axial global deseada, y posteriormente obtener la reacción en el extremo empotrado F .

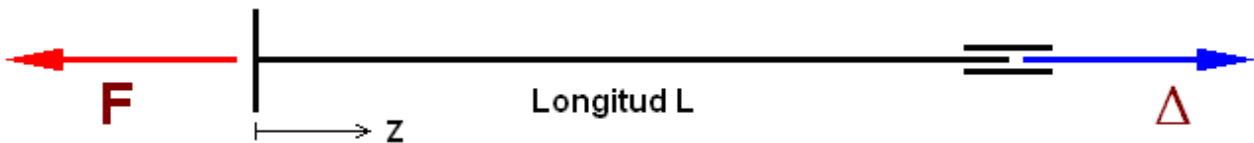


Fig. 4.12: Modelo estructural general

Las deformaciones axiales máximas a aplicar en los cables modelados en E. F. se muestran en Tabla 4.9.

Tabla 4.9: Desplazamientos aplicados a modelos de E. F.

Material	Config. geom.	Deformación $e = \Delta/L, mm/mm$	Longitud L, mm	Despl. Δ, mm
Lineal 1	“packing”	0,0016	1117,6 (2p)	1,79
Lineal 2	“packing”	0,008	320 (2p)	2,56
No lineal	“wedging”	0,124	162,56 (2p)	20,16

CAPÍTULO 5: VALIDACIÓN DE MODELOS ANALÍTICOS BIDIMENSIONALES

En Tabla 5.1, se muestra la notación de referencia de los modelos estudiados. Se consideran resultados de experimentos realizados por Machida y Durelli (1973) (config. tipo “*packing*”) y por Li et al. (2002) (config. tipo “*wedging*”).

Tabla 5.1: Notación de los nombres de los modelos

Modelo	Notación
Modelo 3D de E. Finitos	FEM
Modelo 2D Lineal	LIN
Modelo 2D No Lineal	NLIN
Experimento	EXP

5.1. MODELOS ANALÍTICOS BIDIMENSIONALES

Los modelos 2D que se validan en este capítulo son el “Modelo Lineal con Efecto Poisson” (Jelicoeur y Cardou, 1991) y el “Modelo No Lineal” (Beltrán, 2006), estudiados por Gysling (2008).

De acuerdo a lo que concluye Gysling (2008), los modelos 2D lineales presentan una diferencia de máxima de 10% entre sí y con datos experimentales para la condición de restricción de giro en los extremos. Para la condición de giro libre existe una mayor diferencia entre los modelos y aún mayor en comparación con datos experimentales. Para esta última condición de borde, los modelos que no incluyen efectos de torsión presentan errores mayores entre sí y comparados con datos experimentales.

Según Gysling (2008), para casos particulares en que los cables tienen núcleos flexibles, es decir, en que la reducción de la sección del núcleo sea importante, y además, en casos de análisis con deformaciones finitas, el modelo lineal con efecto Poisson es el más indicado. Para la determinación de la capacidad axial de cables restringidos de rotar en sus extremos, los modelos bidimensionales lineales constituyen una muy adecuada alternativa para el análisis de cables con ángulos de hélice menores a 20°.

En el modelamiento general de cables estudiado por Gysling (2008), se asumen dos hipótesis: (1) las secciones que son planas antes de la deformación permanecen planas después de la misma, y (2) la geometría de un elemento se describe como una hélice circular (ver 2.2) tanto en la configuración inicial como en la configuración deformada. Además, se asume que cada elemento del cable, en una sección

transversal, distribuye sus tensiones y deformaciones uniformemente y que, a lo largo del cable, no existe variación de este comportamiento.

5.1.1. Modelo Lineal

Los modelos lineales han sido implementados por Gysling (2008) como rutinas computacionales en lenguaje *FORTRAN*. Estas rutinas consideran un análisis por control de deformaciones. Lo anterior significa que se toman las deformaciones y rotaciones por unidad de longitud como datos conocidos y se determina, en función de ellos, la fuerza axial y momento de torsión resultantes. En este tipo de análisis el cálculo es directo ya que no se requiere la inversión de matrices de rigidez. En los modelos 2D estudiados pueden ser utilizados materiales lineales o no lineales. Los modelos 2D asumen que las distribuciones de tensiones y deformaciones en la sección transversal son uniformes.

El modelo lineal con efecto Poisson es un modelo de simple aplicación que permite obtener la respuesta axial de cables de materiales lineales o no lineales. Este modelo, estudiado por Gysling (2008), considera contacto radial e incorpora la reducción del radio de los elementos del cable debido al efecto Poisson.

El método es incremental y para cada nivel de deformación se define una matriz de rigidez con dos grados de libertad para los nodos del cable (un nodo en cada extremo), uno de desplazamiento y uno de giro axial por unidad de longitud. La matriz de rigidez del cable es de 4 por 4, y al aplicar ecuaciones de equilibrio en el elemento, ésta se reduce a una matriz de 2 por 2. Las deformaciones corresponden a la definición de ingeniería.

$$\begin{Bmatrix} \Delta F \\ \Delta M \end{Bmatrix} = [\mathbf{K}_T] \begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon \\ \Delta \varphi \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 5.1}$$

$$[\mathbf{K}_T] = \begin{bmatrix} k_{\varepsilon\varepsilon} & k_{\varepsilon\varphi} \\ k_{\varphi\varepsilon} & k_{\varphi\varphi} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5.2}$$

donde,

$[\mathbf{K}_T]$: Matriz de rigidez tangente

$k_{\varepsilon\varepsilon}, k_{\varepsilon\varphi}, k_{\varphi\varepsilon}, k_{\varphi\varphi}$: Coeficientes de la matriz de rigidez tangente

$\Delta \varepsilon, \Delta \varphi$: Incremento de deformación axial y giro torsional

$\Delta F, \Delta M$: Incremento de fuerza axial y momento de torsión

Los coeficientes de la matriz de rigidez son los siguientes:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = (EA)_c + \sum_s (EA)_s \cos^3 \theta (1 - \nu \tan^2 \theta) \quad \text{Ec. 5.3}$$

$$k_{\varphi\varphi} = \sum_s (EA)_s R \cos^2 \theta \sin \theta \quad \text{Ec. 5.4}$$

$$k_{\varphi\varepsilon} = \sum_s \left[(EA)_s R \cos^2 \theta \sin \theta (1 - \nu \tan^2 \theta) - \frac{(EI)_s}{R} \sin \theta \right] \quad \text{Ec. 5.5}$$

$$k_{\varphi\varphi} = (GJ)_c + \sum_s (EA)_s R^2 \sin^2 \theta \cos \theta + \sum_s (EI)_s \cos \theta + \dots \\ \dots + \sum_s (GJ)_s \nu \cos^5 \theta (1 - 2 \cos^2 \theta) \quad \text{Ec. 5.6}$$

donde,

A, I, J : Área, momento de inercia y constante torsional

c, s : Subíndice c : núcleo, s : elementos helicoidal

θ : Ángulo de la hélice inicial

Se considera una ley constitutiva $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ y se definen los parámetros

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \quad \text{Ec. 5.7}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad \text{Ec. 5.8}$$

donde,

E : Rigidez de la ley constitutiva, evaluada en nivel de deformación

G : Módulo de corte de la ley constitutiva, evaluado en nivel de deformación

ν : Módulo de Poisson

5.1.2. Modelo No Lineal

El Modelo No Lineal (Beltrán, 2006) corresponde a un método incremental e iterativo cuya versión linealizada tiene una expresión general como Ec. 5.1. Sin embargo, para los coeficientes de la matriz de rigidez no existen expresiones analíticas debido a la no-linealidad de la geometría y, eventualmente, de las leyes constitutivas de los elementos del cable.

La matriz de rigidez tangente del cable (en Ec. 5.1), se construye ensamblando las matrices de rigidez de elementos menores del cable, cuyos coeficientes de rigidez, naturalmente no tienen expresiones analíticas conocidas, según lo explicado en el párrafo anterior. El cable se divide longitudinalmente en subelementos menores (ver esquema general en Fig. 5.1).

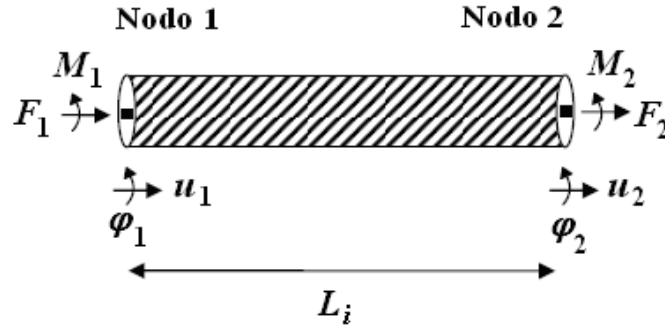


Fig. 5.1: Subelemento longitudinal i con grados de libertad y cargas nodales (Beltrán, 2006)

Si existe, para cada subelemento longitudinal, una función $\mathbf{G}_i = (G_1, G_2)_i$ tal que $(F_i, M_i) = \mathbf{G}_i(\varepsilon_i, \varphi_i)$, los coeficientes de rigidez pueden calcularse con la matriz jacobiana de la función \mathbf{G}_i . Así, la matriz de rigidez de cada subelemento i tiene la siguiente forma:

$$[\mathbf{k}_{se}]_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial G_1}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial G_1}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial G_2}{\partial \varepsilon} & \frac{\partial G_2}{\partial \varphi} \end{bmatrix}_i \quad \text{Ec. 5.9}$$

Como se mencionó previamente, la función \mathbf{G}_i no tiene una expresión fija para cada subelemento i , por lo tanto, las derivadas parciales de Ec. 5.9 se evalúan usando un esquema numérico que induce pequeñas perturbaciones $(\delta\varepsilon, \delta\varphi)_i$ para cada nivel de deformación de ingeniería $(\varepsilon, \varphi)_i$ para cada subelemento i . Estas perturbaciones son aplicadas por separado (es decir, la perturbación de una variable es no nula, mientras que la de la otra es nula), generando dos diferentes niveles de deformación perturbados. Para cada nivel de deformación perturbado, se usan las leyes constitutivas y ecuaciones de equilibrio de cada elemento del cable para calcular las correspondientes fuerzas axiales y momentos de torsión en los nodos de cada subelemento i . Estas cargas calculadas, junto con las asociadas al nivel de deformación no perturbado $(\varepsilon, \varphi)_i$ se emplean para determinar los coeficientes de las matrices de rigidez:

$$k_{\varepsilon\varepsilon} = \frac{\partial G_1}{\partial \varepsilon} = \frac{F(\varepsilon + \delta\varepsilon, \varphi) - F(\varepsilon - \delta\varepsilon, \varphi)}{2\delta\varepsilon} \quad \text{Ec. 5.10}$$

$$k_{\varepsilon\varphi} = \frac{\partial G_1}{\partial \varphi} = \frac{F(\varepsilon, \varphi + \delta\varphi) - F(\varepsilon, \varphi - \delta\varphi)}{2\delta\varphi} \quad \text{Ec. 5.11}$$

$$k_{\varphi\varepsilon} = \frac{\partial G_2}{\partial \varepsilon} = \frac{M(\varepsilon + \delta\varepsilon, \varphi) - M(\varepsilon - \delta\varepsilon, \varphi)}{2\delta\varepsilon} \quad \text{Ec. 5.12}$$

$$k_{\varphi\varphi} = \frac{\partial G_2}{\partial \varphi} = \frac{M(\varepsilon, \varphi + \delta\varphi) - M(\varepsilon, \varphi - \delta\varphi)}{2\delta\varphi} \quad \text{Ec. 5.13}$$

En Ec. 5.10 a Ec. 5.13, F y M corresponden a la fuerza axial y al momento de torsión, respectivamente, y los valores de las perturbaciones $\delta\varepsilon$ y $\delta\varphi$ se determinan mediante un proceso iterativo hasta que dos valores consecutivos de los coeficientes de rigidez sean suficientemente cercanos en base a una tolerancia establecida. Así, se determinan las matrices de rigidez para cada elemento del cable con grados de libertad de desplazamiento y giro axial en cada extremo y posteriormente, estas matrices se ensamblan para obtener la matriz de rigidez del cable y se arma un método matricial incremental como el de Ec. 5.1.

El modelo no lineal considera fuerzas de fricción para contacto circunferencial, según Ec. 2.22.

5.2. CABLE DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”

En esta sección, para el cable P(SD) de material lineal 1, se hace una comparación entre las curvas de fuerza versus deformación axial del resultado de ensayos (Machida y Durelli, 1973), modelos 2D (Gysling, 2008) y del modelo 3D en Elementos Finitos.

En Tabla 5.2 se muestran los valores de fuerzas en el nivel máximo de deformación de ingeniería y las curvas de fuerza versus deformación se grafican en Fig. 5.2. Se muestran las diferencias porcentuales de las fuerzas máximas con respecto a la respuesta del modelo de E. F.

Tabla 5.2: Deformación global y fuerza máxima, P(SD)

Cable	Modelo	Deformación, mm/mm	Fuerza, kN	dF % FEM
P(SD)	FEM	0,0016	4,984	0
	LIN	0,0016	5,259	5,5
	NLIN	0,0016	5,261	5,6
	EXP	0,0016	5,115	2,6

En Tabla 5.2 se observa que la fuerza máxima obtenida por el modelo 3D de E. F. difiere en menos de un 6% con la obtenida mediante modelos 2D o datos experimentales.

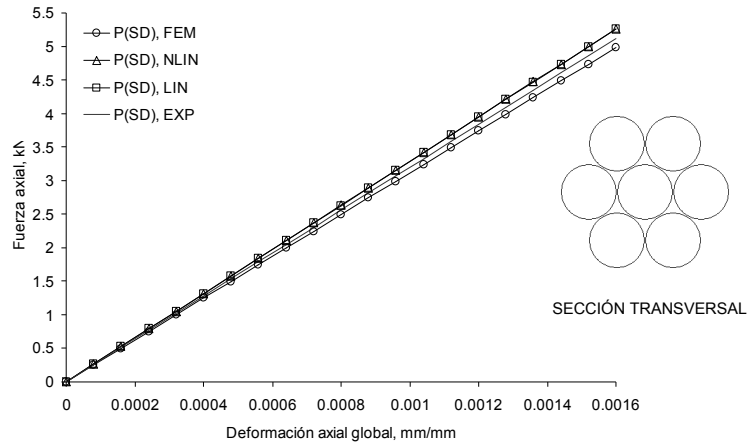


Fig. 5.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(SD)

A continuación, se muestran las distribuciones de tensiones y deformaciones axiales internas en la sección transversal para el modelo 3D. En las imágenes, los valores de deformación que se muestran están calculados por ANSYS de acuerdo a la definición de deformación natural (Ec. 4.2).

Sección P(SD):

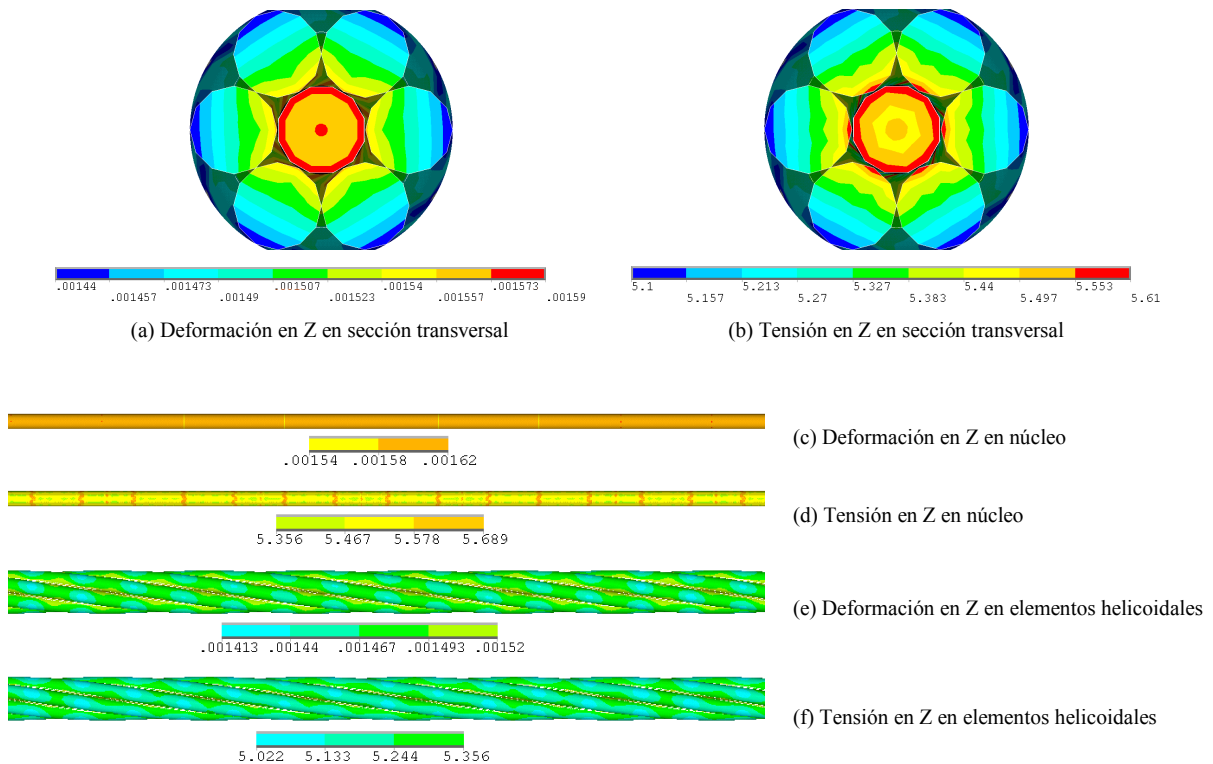


Fig. 5.3: Distribución de deformaciones y tensiones, P(SD)

En Fig. 5.3(a) y (b), se observa que las distribuciones de deformaciones y tensiones internas axiales en la sección transversal son simétricas, y los mayores valores se encuentran en el núcleo. Los

elementos helicoidales presentan un comportamiento creciente desde el extremo más alejado del núcleo hacia el más cercano. Lo anterior se debe a las presiones radiales que ejercen los elementos helicoidales sobre el núcleo y a la geometría helicoidal de los mismos, la cual genera un cambio de curvatura en cada elemento y por ende, flexión local. En Fig. 5.3(c) a (f), se muestra que las distribuciones de deformaciones y tensiones internas axiales no experimentan variación a lo largo del núcleo y de los elementos helicoidales y que se preserva la geometría helicoidal en el cable en posición deformada.

Tabla 5.3: Variación de deformaciones y tensiones entre centro y superficie externa, P(SD)

Variable	Máximo	Mínimo	Promedio	Dif. ¹ % prom. ²
ε	0,00159	0,00144	0,00152	5,0
σ , MPa	5,61	5,1	5,36	4,8

En Tabla 5.3 se muestra que la diferencia de los valores máximos y mínimos de deformaciones y tensiones con el valor medio en la sección es aproximadamente igual a un 5%.

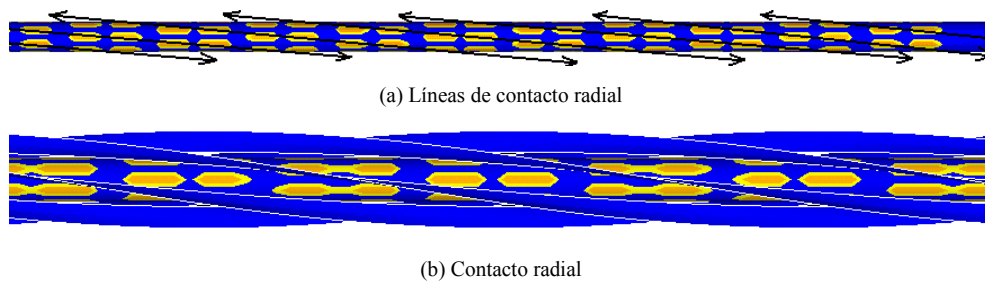


Fig. 5.4: Contacto en el cable, P(SD)³

Se muestra en Fig. 5.4, que existe contacto sobre el núcleo por parte de los elementos helicoidales. Las zonas de contacto que se aprecian en la figura son discretas, lo cual se debe a las aristas del mallado de elementos finitos. Se observa en Fig. 5.4(a) que las zonas de contacto siguen líneas helicoidales alrededor del núcleo, lo que concuerda con el contacto radial ejercido por los elementos circulares que describen trayectorias helicoidales. Como se mencionó antes, el contacto radial, parcialmente, provoca que exista un gradiente de tensiones y deformaciones en los elementos helicoidales (ver Fig. 5.3(a) y (b)), concentrándose los valores máximos en la región en contacto con el núcleo y los mínimos en las zonas más alejadas del núcleo. En Fig. 5.4(b) se muestra que no existe contacto circunferencial.

Con lo anterior, se verifican las suposiciones consideradas en modelos 2D: (a) se mantiene una geometría helicoidal después de la deformación, (b) no existe variación longitudinal de las distribuciones

¹ 'dif.': diferencia

² 'prom.': promedio

³ Color azul indica que no hay contacto

de tensiones y deformaciones de la sección transversal, (c) la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal se asume uniforme, (d) existe contacto radial sobre el núcleo de parte de los elementos helicoidales, y (e) no existe contacto circunferencial entre elementos helicoidales.

5.3. CABLE DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”

Para el cable W(SD) se hace una comparación entre las curvas de capacidad del resultado de ensayos (Li et al., 2002), modelos 2D (Gysling, 2008) y del modelo 3D en Elementos Finitos.

En Tabla 5.4 se muestran los valores de fuerzas en el nivel máximo de deformación de ingeniería y las curvas de fuerza versus deformación se grafican en Fig. 5.5. Se muestran las diferencias porcentuales de las fuerzas máximas con respecto a la respuesta del modelo de E. F.

Tabla 5.4: Deformación global y fuerza máxima, W(SD)

Cable	Modelo	Deformación, mm/mm	Fuerza, kN	dF % FEM
W(SD)	FEM	0,124	23,48	0
	LIN	0,124	25,04	6,6
	NLIN	0,124	25,18	7,2
	EXP-a	0,124	24,86	5,9
	EXP-b	0,124	23,20	-1,2

En Tabla 5.4 se observa que la fuerza máxima obtenida por el modelo 3D de E. F. difiere en menos de un 8% con la obtenida mediante modelos 2D y en menos de 6% con los datos experimentales.

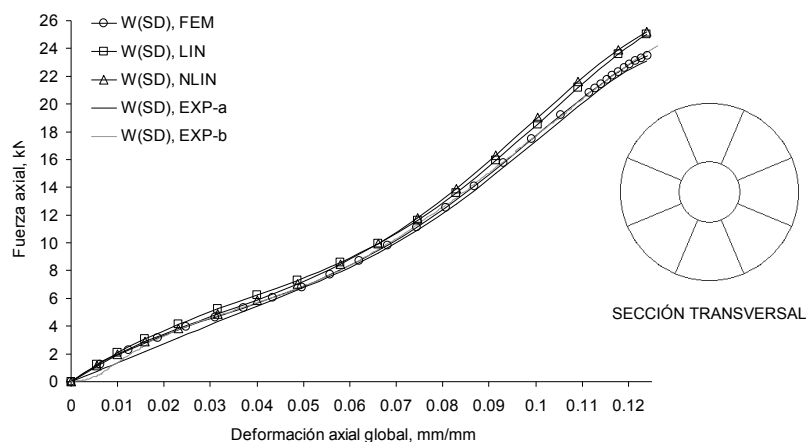


Fig. 5.5: Fuerza axial – Deformación axial global, W(SD)

A continuación, se muestran las distribuciones de tensiones y deformaciones axiales internas en la sección transversal para el modelo 3D. En las imágenes, los valores de deformación que se muestran están calculados por ANSYS de acuerdo a la definición de deformación natural (Ec. 4.2).

Sección W(SD):

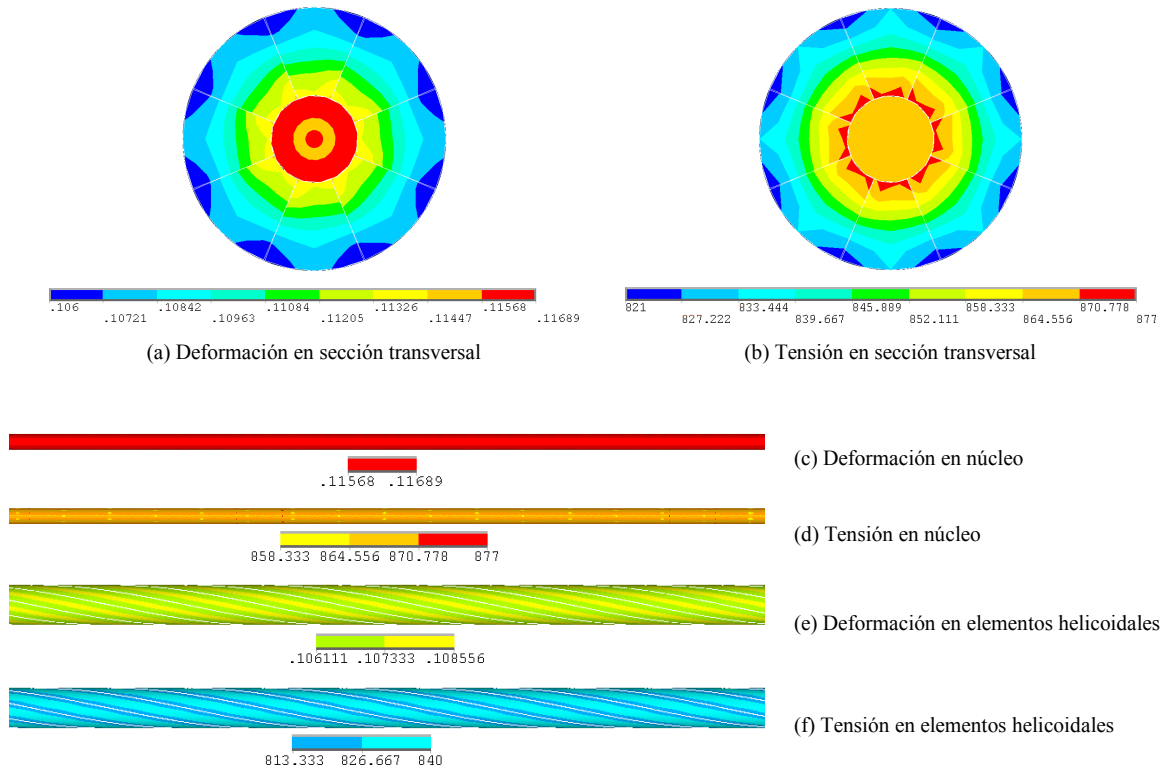


Fig. 5.6: Distribución de deformaciones y tensiones, W(SD)

Se observa en Fig. 5.6(a) y (b) que la distribución de deformaciones y tensiones axiales en la sección transversal son simétricas, y que los mayores valores se encuentran en el núcleo y en la zona de los elementos helicoidales contigua al núcleo. Lo anterior es provocado por la trayectoria helicoidal de los elementos, la cual genera momentos de flexión locales.

En Fig. 5.6(c) a (f) se aprecia que no existe variación de las tensiones y las deformaciones axiales a lo largo del cable y se preserva la geometría helicoidal del cable en posición deformada.

Tabla 5.5: Variación de deformaciones y tensiones entre centro y superficie externa, W(SD)

Variable	Máximo	Mínimo	Promedio	Dif. % prom.
ϵ	0,11689	0,10627	0,11158	4,8
σ , MPa	878,9	823	851	3,3

En Tabla 5.5 se muestra que la diferencia porcentual de los valores extremos de tensiones y deformaciones con los valores promedio es menor que 5%, lo cual constituye una variación muy pequeña en la sección. Lo anterior concuerda con la hipótesis considerada en modelos 2D, que sostiene que cada elemento tiene una distribución de tensiones y deformaciones uniforme.

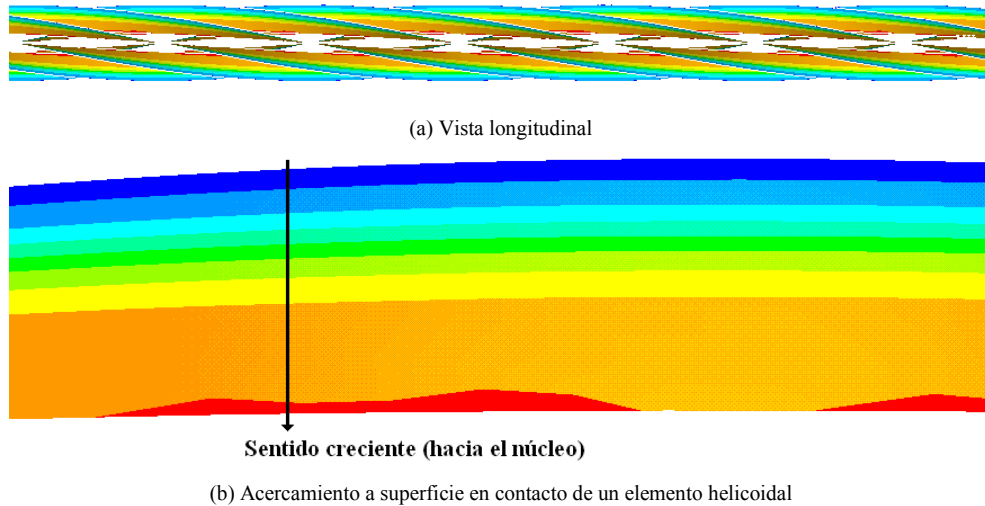


Fig. 5.7: Contacto circunferencial, W(SD)

Se muestra en Fig. 5.7(a), el contacto circunferencial entre las superficies de los elementos helicoidales. De acuerdo con Fig. 5.7(b), la presión de contacto tiene un comportamiento creciente desde el extremo alejado del núcleo hacia el más cercano. Lo anterior, contribuye a la existencia del gradiente de tensiones y deformaciones que se muestra en Fig. 5.6(a) y (b), además de la flexión local existente.

Con lo anterior, se verifican las suposiciones consideradas en modelos 2D: (a) se mantiene una geometría helicoidal después de la deformación, (b) no existe variación longitudinal de las distribuciones de tensiones y deformaciones de la sección transversal, (c) la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal se asume uniforme.

En el modelo de E. F., se observa contacto radial sobre el núcleo para el caso sin daño. Sin embargo, se verifica que la hipótesis de contacto circunferencial considerada en modelos 2D es correcta. Lo anterior se comprobó mediante el análisis en E. F. de un cable idéntico sin superficies de contacto definidas en el núcleo, de manera tal que sólo se desarrolló contacto circunferencial. Al comparar la respuesta axial global y las distribuciones de tensiones y deformaciones de aquel análisis con el que sí incluye contacto radial, se observó que las diferencias no son significativas. Por lo tanto, el contacto radial no tiene un impacto importante en la respuesta del cable sin daño de configuración geométrica tipo “*wedging*”.

CAPÍTULO 6: ESTUDIO DE CABLES DAÑADOS SOMETIDOS A CARGAS AXISIMÉTRICAS

6.1. EFECTO DEL DAÑO EN LA FUERZA, TENSIONES Y DEFORMACIONES

6.1.1. Alcance

En esta sección, se estudia el impacto del daño en elementos del cable en la rigidez, capacidad axial, deformación de rotura del mismo y en las distribuciones de tensiones y deformaciones internas. Tal como se señala en la sección 4.2.4, el daño en elementos de un cable se refiere a que éste se encuentra cortado, es decir, pierde continuidad a lo largo del cable. Se elige este tipo de daño para la modelación, puesto que es la situación que reproduce con más precisión los procedimientos experimentales. El daño en un cable se traduce en que su capacidad axial se reduce y en que sus tensiones y deformaciones internas sufren un cambio en su distribución con respecto a la que tiene un cable en condición ideal sin daño.

Diversos estudios consultados por Beltrán y Williamson (2010) muestran que si se desarrolla fricción a lo largo de los elementos de un cable, entonces un componente dañado es capaz de adquirir la totalidad de la carga axial que le correspondería en caso de no estar dañado. Lo anterior ocurre a una distancia medida desde la zona del daño en el eje del cable, llamada “longitud de recuperación”. La “longitud de recuperación” se define como la distancia medida desde la zona de corte de un elemento, a lo largo del eje del cable, hasta el punto en que el elemento dañado es capaz de resistir la proporción de carga axial que le corresponde. Las fuerzas friccionales que se desarrollan en un cable dependen de la presencia de presiones de contacto entre elementos (debido a la geometría helicoidal) y a las características de las superficies (es decir, coeficiente de fricción) de los elementos en contacto. En particular, un elemento dañado que esté sometido a presiones de contacto ejercidas por elementos de otra capa en el mismo nivel, será capaz de adquirir carga axial en una longitud de recuperación debido a la fricción entre los elementos acompañada de desplazamientos relativos entre ellos.

De acuerdo con Beltrán y Williamson (2010), en general, existen dos maneras de cuantificar el efecto del daño en cables en su respuesta global: (1) ignorar la contribución de los elementos dañados (es decir, el llamado “efecto de área neta”) ó (2) incluir la contribución de los elementos dañados considerando que son capaces de desarrollar una longitud de recuperación por efecto de fricción.

Ambas modelaciones previas pueden ser consideradas dependiendo de la longitud estimada para la cual el daño se propaga a lo largo del cable. Para el caso del efecto de área neta, se asume que el daño se propaga en una longitud mayor a la longitud total del cable (es decir, la longitud de recuperación requerida para que un cable dañado comience a adquirir carga supera a la longitud del cable). De acuerdo a esto e ignorando cualquier pérdida de simetría de la sección transversal debida al daño, los elementos dañados en el modelo de efecto de área neta no contribuyen a la respuesta del cable. Con esto, la reducción de la rigidez y de la capacidad de un cable es proporcional al área que representan los elementos dañados con respecto al área total de la sección transversal del cable, y la deformación global de falla no varía con respecto a la del cable sin daño (Li et al., 2002; Beltrán y Williamson, 2005).

Como explican Beltrán y Williamson (2010), en oposición al concepto del efecto de área neta, investigaciones teóricas y ensayos experimentales en cables sugieren que un elemento dañado puede contribuir a la respuesta del cable. La capacidad de un elemento dañado para adquirir carga axial depende del valor de su longitud de recuperación y de si es físicamente admisible. Por ejemplo, si un elemento de un cable está cortado en la mitad de la longitud, el valor de la longitud de recuperación es admisible si es menor que $L/2$ (L es la longitud total del cable). Si ése es el caso, se puede desarrollar una región con concentración de deformaciones alrededor de la zona de daño, debida a que se generan desplazamientos axiales relativos entre el elemento dañado y los elementos resistentes. Aquellas concentraciones de deformaciones pueden causar una falla prematura en el resto de los elementos del cable, reduciendo la capacidad axial y la deformación máxima del cable dañado con respecto a la de un cable sin daño.

Un factor adicional ha sido considerado en el daño por Beltrán (2006) y Beltrán y Williamson (2009 y 2010) en las comparaciones entre modelos que realizaron. Este factor es la degradación del material generada por la rotura de enlaces moleculares a determinados niveles de deformación. La degradación del material influye en la respuesta del cable reduciendo la capacidad axial. Este aspecto no es considerado en las modelaciones realizadas en este trabajo.

Para efectos de modelación, es importante tener en cuenta que un cable tiene una estructura jerárquica (ver Fig. 2.1) y que eventualmente, los elementos de un cable están en contacto entre sí (ver Fig. 2.6), pudiendo estar sometidos a fuerzas de compresión transversal. Por lo tanto, considerando un modelo de fricción basado en las fuerzas normales de contacto entre elementos, un incremento gradual de la carga axial de un elemento dañado es debido a fuerzas radiales ejercidas por elementos de capas contiguas y a fuerzas circunferenciales ejercidas por elementos contiguos de la misma capa. De acuerdo con Beltrán y Williamson (2010), el modelo de efecto de área neta, ignorando la pérdida de asimetría producto de la distribución del daño en la sección del cable, es adecuado para determinar la respuesta de cables en que los elementos dañados no pueden tomar carga axial.

En este estudio, al utilizar modelos 3D de E. F., se incluye en los análisis, además del daño simétrico en un cable, tanto el impacto del daño asimétrico en una sección transversal como el de potenciales concentraciones de deformaciones en elementos del mismo. Sin embargo, en este trabajo no se estudia el concepto de “longitud de recuperación”.

6.1.2. Reducción del área resistente

Para una reducción de área resistente igual a $(1 - \rho_A)$, se define la razón de área resistente como:

$$\rho_A = \frac{A}{A_c + NA_s} \quad \text{Ec. 6.1}$$

donde,

ρ_A : Razón de área resistente

A : Área resistente

A_c, A_s : Áreas transversales de elementos (“*packing*” Tabla 4.4; “*wedging*” Tabla 4.6)

N : Cantidad total de elementos helicoidales (“*packing*” $N = 6$; “*wedging*” $N = 8$)

6.1.3. Información de modelos analíticos 2D

Como se mencionó con anterioridad, es apropiado emplear el efecto de área neta en el modelo No Lineal (ver 5.1.2; Beltrán, 2006) para casos en que los elementos dañados de un cable no son capaces de recuperar carga axial, lo cual ocurre si los elementos dañados no se encuentran sometidos a presiones de contacto por elementos resistentes contiguos de distinta capa en el mismo nivel (ver sección 6.1.1). Para el modelo lineal con efecto Poisson (ver sección 5.1.1), se emplea el efecto de área neta en todos los casos de daño, ya que, éste modelo lineal no considera el concepto de longitud de recuperación. Ninguno de los modelos 2D estudiados incorpora el efecto de la asimetría del daño en la sección.

Por lo anterior, los resultados de fuerza axial en función de la deformación axial global obtenidos de acuerdo con los modelos de la sección 5.1 se multiplican por la razón de área resistente ρ_A (ver sección 6.1.2) que corresponda:

$$F = \rho_A \cdot F_{SD} \quad \text{Ec. 6.2}$$

donde,

- ρ_A : Razón de área resistente
- F : Fuerza axial de un cable
- F_{SD} : Fuerza axial de un cable no dañado

6.1.4. Reducción de la fuerza axial

Se define, para la respuesta de un cable, la razón de fuerza axial ρ_F con respecto a un cable sin daño a un nivel de deformación e (def. de ingeniería):

$$\rho_F = \frac{F}{F_{SD}} \tag{Ec. 6.3}$$

donde,

- ρ_F : Razón de fuerza axial
- F : Fuerza axial de un cable
- F_{SD} : Fuerza axial para caso sin daño

Para los modelos 2D se tiene por definición la igualdad $\rho_F = \rho_A$, en las condiciones explicadas en sección 6.1.3.

En casos de cables compuestos por materiales con un nivel de falla definido, se consideran valores de fuerza sólo hasta la deformación global de falla registrada (ver sección 6.1.5).

6.1.5. Reducción de deformación global de falla

Para cables dañados y compuestos por un material con criterio de falla definido, podría observarse una reducción de la deformación axial global máxima con respecto al caso sin daño. La razón de deformación axial global máxima es:

$$\rho_{ef} = \frac{e_f}{e_{fSD}} \tag{Ec. 6.4}$$

- ρ_{ef} : Razón de deformación axial global de falla
- e_f : Deformación axial global de falla

e_{fSD} : Deformación axial global de falla para caso sin daño

6.1.6. Reducción o incremento de tensiones y deformaciones internas

En los casos de daño, las tensiones y deformaciones internas sufren un cambio en su distribución con respecto a un caso ideal sin daño. Para los valores máximos y mínimos de las tensiones y deformaciones en una sección transversal, se definen las razones de incremento o reducción:

$$\rho_{\varepsilon máx} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\varepsilon_{máxSD}} \quad \text{Ec. 6.5}$$

$$\rho_{\varepsilon mín} = \frac{\varepsilon_{mín}}{\varepsilon_{mínSD}} \quad \text{Ec. 6.6}$$

$$\rho_{\sigma máx} = \frac{\sigma_{máx}}{\sigma_{máxSD}} \quad \text{Ec. 6.7}$$

$$\rho_{\sigma mín} = \frac{\sigma_{mín}}{\sigma_{mínSD}} \quad \text{Ec. 6.8}$$

donde,

$\rho_{\varepsilon máx}, \rho_{\varepsilon mín}$: Razón de deformación axial máxima y mínima

$\rho_{\sigma máx}, \rho_{\sigma mín}$: Razón de tensión axial máxima y mínima

$\varepsilon_{máx}, \varepsilon_{mín}, \varepsilon_{máxSD}, \varepsilon_{mínSD}$: Deformación axial máxima y mínima ('SD': caso sin daño)

$\sigma_{máx}, \sigma_{mín}, \sigma_{máxSD}, \sigma_{mínSD}$: Tensión axial máxima y mínima ('SD': caso sin daño)

6.1.7. Asimetría de la sección transversal

Se propone que en los casos de daño asimétrico, además de la reducción de área, existe un factor, dado por la asimetría de la sección, que reduce la capacidad y la deformación global axial máxima del cable. Además, el efecto de la asimetría es responsable de que las tensiones y deformaciones internas máximas y mínimas se amplifiquen o reduzcan con respecto a un cable sin daño.

Se sugiere que la modificación de la capacidad, deformación global y de la distribución de tensiones y deformaciones internas por contribución de la asimetría tiene relación directa con la posición del centro de rigidez axial de la sección transversal. En lo siguiente, se muestran las expresiones para

calcular el centro de rigidez axial de una sección a un nivel de deformación axial global e (def. de ingeniería), en un sistema cartesiano con origen en el centro del cable (centro del núcleo).

$$A = \sum_{n \in Q} A_n \quad \text{Ec. 6.9}$$

$$K_n = \frac{1}{A_n} \iint_{\Omega_n} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} d\Omega \quad \text{para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.10}$$

$$x_n = \frac{1}{K_n A_n} \iint_{\Omega_n} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} x' d\Omega \quad \text{para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.11}$$

$$y_n = \frac{1}{K_n A_n} \iint_{\Omega_n} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} y' d\Omega \quad \text{para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.12}$$

$$K = \frac{1}{A} \sum_{n \in Q} K_n A_n \quad \text{Ec. 6.13}$$

$$x = \frac{1}{KA} \sum_{n \in Q} K_n A_n x_n \quad \text{Ec. 6.14}$$

$$y = \frac{1}{KA} \sum_{n \in Q} K_n A_n y_n \quad \text{Ec. 6.15}$$

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{Ec. 6.16}$$

donde,

N : Número de elementos helicoidales

n : Número de elemento, núcleo $n = 0$, elemento helicoidal $n \in \{1, \dots, N\}$

Q : Conjunto de elementos resistentes, $Q \subseteq \{0, 1, \dots, N\}$

$A_n (\Omega_n)$: Área transversal de elemento resistente n

A : Área total resistente

$\frac{d\sigma}{d\varepsilon}$: Función de rigidez dada por la ley constitutiva

K_n : Rigidez del elemento resistente n

K : Rigidez total del cable

$(x_n ; y_n)$: Coordenadas del centro de rigidez del elemento resistente n

$(x ; y)$: Coordenadas del centro de rigidez del cable

$d = d(e)$: Distancia del centro de rigidez al centro del núcleo

Se proponen expresiones en función de la distancia d para correlacionar el efecto de la asimetría con la capacidad, deformación máxima y distribución de tensiones y deformaciones internas en un cable dañado de forma asimétrica:

$$\rho_{ef} = q_{ef}(\eta) \quad \text{evaluada en el nivel de falla} \quad \text{Ec. 6.17}$$

$$\rho_F = \rho_A \cdot q_F(\eta) \quad \text{Ec. 6.18}$$

$$\rho_{\varepsilon máx} = q_{\varepsilon máx}(\eta) \quad \text{Ec. 6.19}$$

$$\rho_{\varepsilon mín} = q_{\varepsilon mín}(\eta) \quad \text{Ec. 6.20}$$

$$\rho_{\sigma máx} = q_{\sigma máx}(\eta) \quad \text{Ec. 6.21}$$

$$\rho_{\sigma mín} = q_{\sigma mín}(\eta) \quad \text{Ec. 6.22}$$

donde,

$\eta = \eta(d)$: Parámetro de asimetría propuesto

$q_F, q_{ef}, q_{\sigma máx}, q_{\sigma mín}, q_{\varepsilon máx}, q_{\varepsilon mín}$: Ponderaciones de fuerza, deformación global de falla, tensión y deformación interna máxima y mínima

Es importante tener en cuenta que el parámetro de asimetría η depende de la distancia d , la cual a su vez, se calcula para todo el análisis de deformación. Por lo tanto, d es una función de la deformación axial global del cable e (def. de ingeniería).

Para un material no lineal, las integrales de la función de rigidez de Ec. 6.10 a Ec. 6.12 se aproximan por sumatorias de esta función del integrando evaluada (Ec. 4.6; ver gráfico en Fig. 4.3) en nodos de una sección transversal del modelo de Elementos Finitos.

Para el caso de un material lineal, dado que la rigidez en toda la sección transversal es constante, el centro de rigidez corresponde al centro geométrico de la sección dañada resistente para todo nivel de deformación global e . Con esto, quedan simplificadas las siguientes expresiones:

$$K_n = \text{constante para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.23}$$

$$x_n = \frac{1}{A_n} \iint_{\Omega_n} x' d\Omega \quad \text{para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.24}$$

$$y_n = \frac{1}{A_n} \iint_{\Omega_n} y' d\Omega \quad \text{para } n \in Q \quad \text{Ec. 6.25}$$

$$x = \frac{1}{A} \sum_{n \in Q} A_n x_n \quad \text{Ec. 6.26}$$

$$y = \frac{1}{A} \sum_{n \in Q} A_n y_n \quad \text{Ec. 6.27}$$

La simplificación anterior también se puede hacer para un nivel de deformación nula ($e = 0$), ya que, en ese instante, la rigidez es constante en toda la sección.

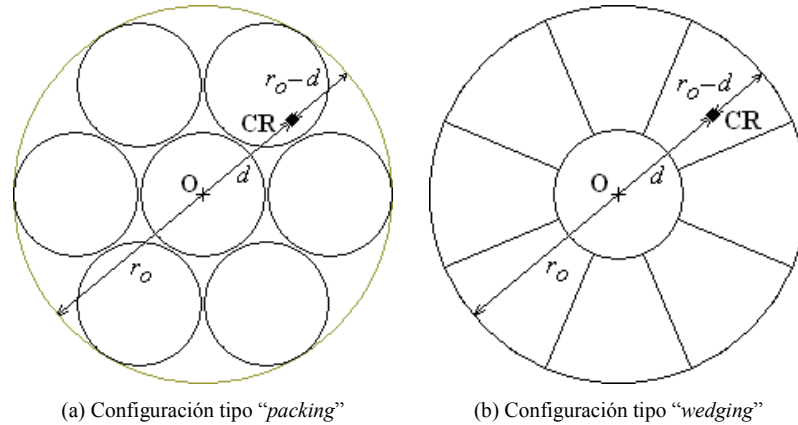


Fig. 6.1: Esquema de la posición del centro de rigidez

En Fig. 6.1 se muestra un esquema de la posición del centro de rigidez (CR) para las dos configuraciones geométricas consideradas. Se propone el siguiente parámetro η y el índice de asimetría H :

$$\eta = \eta(d(e)) = \frac{r_o - d(e)}{r_o + d(e)} \quad \text{Ec. 6.28}$$

$$H = H(d(e)) = 1 - \eta \quad \text{Ec. 6.29}$$

donde,

$d(e)$: Distancia desde el centro del núcleo (O) al centro de rigidez (CR) a la deformación global e

r_o : Radio externo del cable

H : Índice de asimetría propuesto

La función η (Ec. 6.28) ha sido elegida mediante el método de prueba y error para encontrar una correlación adecuada con los datos obtenidos por todos los modelos de cables con daño asimétrico. Se intentó obtener correlaciones con otras expresiones para el parámetro de asimetría pero con la función presentada se encontró aproximaciones con menor dispersión. En Ec. 6.29, se define el índice de asimetría

H que es igual a cero si la sección es simétrica y aumenta a medida que aumenta la distancia entre el centro del núcleo y el centro de rigidez d .

Se propone que la razón de deformación de falla normalizada por la del caso sin daño tiene un comportamiento lineal en función de η medido en el nivel respectivo de falla:

$$q_{ef} = c_0 + c_1 \cdot H(d(e_f)) \quad \text{Ec. 6.30}$$

donde,

e_f : Nivel de deformación de falla

c_0, c_1 : Constantes a calibrar

Se propone que las proporciones, en que se ponderan fuerzas, deformaciones y tensiones internas para cables dañados con respecto a un cable no dañado, sean de la siguiente forma:

$$q_F(e) = \eta(d(e))^{\lambda_F(e)} = (1 - H(d(e)))^{\lambda_F(e)} \quad \text{Ec. 6.31}$$

$$q_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}(e) = \eta(d(e))^{\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}(e)} = (1 - H(d(e)))^{\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}(e)} \quad \text{Ec. 6.32}$$

$$q_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}(e) = \eta(d(e))^{\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}(e)} = (1 - H(d(e)))^{\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}(e)} \quad \text{Ec. 6.33}$$

$$q_{\sigma_{m\acute{a}x}}(e) = \eta(d(e))^{\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}(e)} = (1 - H(d(e)))^{\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}(e)} \quad \text{Ec. 6.34}$$

$$q_{\sigma_{m\acute{i}n}}(e) = \eta(d(e))^{\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}(e)} = (1 - H(d(e)))^{\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}(e)} \quad \text{Ec. 6.35}$$

donde,

$\lambda_F, \lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}, \lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}, \lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}, \lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}$: Funciones dependientes del nivel de deformación e a calibrar

6.2. CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “PACKING”

En esta sección se estudia el comportamiento de cables de configuración tipo “*packing*” de material lineal 2 con daño en su sección transversal (ver Fig. 4.10).

Tabla 6.1: Notación de modelos, P(-)

Modelo	Notación
3D de Elementos Finitos	FEM
Modelo lineal	LIN

El modelo analítico 2D (LIN, ver sección 5.1.1) sólo se usa para comparar sus resultados de fuerza axial con los entregados por modelos de E. F. Además, se estudiará el comportamiento de los cables con diferentes distribuciones de daño en términos de su capacidad axial, deformación máxima y tensiones y deformaciones internas.

6.2.1. Cálculo de razones de área resistente

Las razones de área resistente para cada caso analizado son las siguientes:

Tabla 6.2: Razones de área, P(-)

Cable	Elementos resistentes, Q	Área resistente A, mm^2		ρ_A
		$A_c + 6A_s$	102,59	
P(SD)	{0,1,2,3,4,5,6}	$A_c + 6A_s$	102,59	1
P(1)	{0,2,3,4,5,6}	$A_c + 5A_s$	88,02	0,858
P(14)	{0,2,3,5,6}	$A_c + 4A_s$	73,46	0,716
P(12)	{0,3,4,5,6}	$A_c + 4A_s$	73,46	0,716

6.2.2. Cálculo del índice de asimetría

En cables dañados, la reducción o amplificación de tensiones y deformaciones está dada por el grado de asimetría de la sección transversal. A continuación, para las secciones asimétricas estudiadas se calculan los índices de asimetría H con la función propuesta $\eta(d)$. Es importante tener en cuenta que, dado que la rigidez del material es constante, la distancia d también se considera constante para todo nivel de deformación.

Tabla 6.3: Índice de asimetría, P(-)

Cable	d, mm	$\eta(d)$	H
P(1)	0,72	0,801	0,199
P(12)	1,495	0,626	0,374

En el anexo C.1, se calculan los valores de d señalados en Tabla 6.3 con las variables x e y según Ec. 6.16, para las secciones con daño asimétrico P(1) y P(12).

6.2.3. Capacidad axial y deformación de falla

Se comparan los resultados obtenidos por modelos 3D de E. F. con los del modelo usado por Gysling (2008). Las fuerzas axiales máximas obtenidas por modelos de E. F. son las siguientes:

Tabla 6.4: Razones de fuerza máxima, P(-), FEM

Cable	Daño	Modelo	H	ρ_A	e_f mm/mm	ρ_f	F, kN	F_{SD} kN	ρ_F	ρ_F/ρ_A	$\rho_A - \rho_F$
P(SD)	No	FEM	0	1	0,00799	1	147,41	147,41	1	1	0
P(1)	Asim. ¹	FEM	0,199	0,858	0,00681	0,852	104,81	125,72	0,834	0,972	0,024
P(14)	Sim. ²	FEM	0	0,716	0,0079	0,989	105,85	145,82	0,726	1,014	-0,01
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,716	0,00563	0,707	69,37	103,96	0,667	0,932	0,049

De Tabla 6.4, se observa que para secciones asimétricas, se experimenta una reducción importante (mínimo 3%) de fuerza con respecto a la reducción de área resistente, mientras que para la sección simétrica P(14) sólo hay un cambio de 1,4%. Se observa que a mayor valor del índice de asimetría H , son mayores la reducción de la fuerza con respecto a la razón de área ($1 - \rho_F/\rho_A$) y la reducción de la deformación de falla del cable.

En Fig. 6.2 se muestran las curvas de fuerza – deformación hasta los respectivos niveles de falla de los cuatro cables analizados con modelos 3D de Elementos Finitos. Se observa que el caso P(12) tiene una rigidez menor que la del cable P(14) debido a la asimetría de la sección, a pesar de que la reducción de área resistente sea la misma.

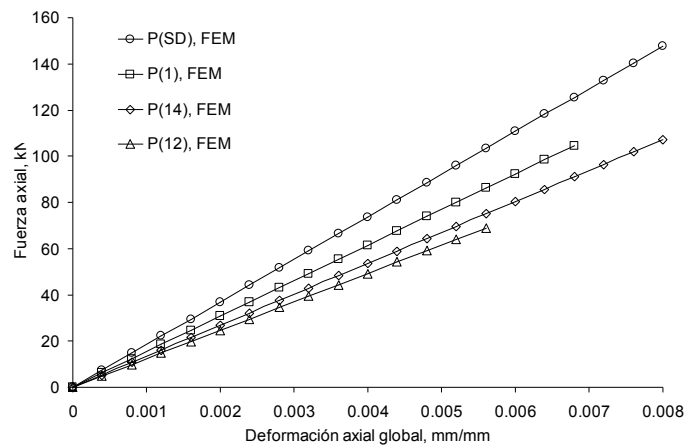


Fig. 6.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(-)

En el anexo A.1, se muestran las curvas de fuerza – deformación por cada sección dañada comparadas con las obtenidas por el modelo LIN (efecto de área neta, ver sección 6.1.3). Los resultados basados en el “Modelo con Efecto Poisson” están en Tabla 6.5 y se muestran las diferencias porcentuales con respecto a los resultados de modelos 3D.

¹ ‘Asim.’: Asimétrico

² ‘Sim.’: Simétrico

Tabla 6.5: Razones de fuerza máxima, P(-), LIN

Cable	Daño	H	Modelo	e , mm/mm	F , kN	F_{SD} , kN	$\rho_F = \rho_A$	dF % FEM
P(SD)	No	0	LIN	0,008	157,05	157,05	1	6,3
P(1)	Asim.	0,199	LIN	0,008	134,76	157,05	0,858	9,5
P(14)	Sim.	0	LIN	0,008	112,46	157,05	0,716	4,9
P(12)	Asim.	0,374	LIN	0,008	112,46	157,05	0,716	14,1

En Tabla 6.5 se aprecia que las diferencias mayores (con respecto a FEM) se presentan para los casos de daño asimétrico, debido a que en el modelo lineal no se incorpora el efecto de la asimetría en el cálculo de la respuesta global del cable. Se observa que a mayor valor del índice de asimetría H , es mayor la reducción de la fuerza con respecto a la razón de área $(1 - \rho_F/\rho_A)$.

6.2.4. Valores de deformaciones y tensiones internas extremas

De Tabla 6.6 a Tabla 6.9 se muestran los valores máximos y mínimos de deformaciones y tensiones, y sus razones de reducción o ampliaciones en la sección transversal con respecto al cable sin daño. Es importante notar que la deformación interna máxima para cada caso corresponde a la deformación de falla definida en Tabla 4.1 (ver Tabla 6.6).

Tabla 6.6: Razón de deformación máxima, P(-)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f , mm	$\epsilon_{máx}$	$\epsilon_{máxSD}$	$\rho_{\epsilon m á x}$
P(SD)	No	FEM	0	0,00799	0,00797	0,00797	1
P(14)	Sim.	FEM	0	0,0079	0,00797	0,00788	1,011
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	0,00797	0,0068	1,173
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	0,00797	0,00562	1,418

Tabla 6.7: Razón de deformación mínima, P(-)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f , mm	$\epsilon_{mín}$	$\epsilon_{mínSD}$	$\rho_{\epsilon m í n}$
P(SD)	No	FEM	0	0,00799	0,00717	0,00717	1
P(14)	Sim.	FEM	0	0,0079	0,00715	0,00709	1,008
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	0,00376	0,00611	0,615
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	0,0014	0,00506	0,276

Tabla 6.8: Razón de tensión máxima, P(-)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f , mm	$\sigma_{máx}$, MPa	$\sigma_{máxSD}$, MPa	$\rho_{\sigma m á x}$
P(SD)	No	FEM	0	0,00799	1.611	1.611	1
P(14)	Sim.	FEM	0	0,0079	1.612,8	1.593,6	1,012
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	1.593,5	1.374	1,16
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	1.597,6	1.136,2	1,406

Tabla 6.9: Razón de tensión mínima, P(-)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f, mm	σ_{min}, MPa	σ_{minSD}, MPa	$\rho_{\sigma min}$
P(SD)	No	FEM	0	0,00799	1.444,9	1.444,9	1
P (14)	Sim.	FEM	0	0,0079	1.429,3	1.441,4	1,008
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	758,1	1.232,3	0,615
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	282,6	1.019	0,277

Tal como se observó en Fig. 5.3(a-b), para un cable no dañado las distribuciones de tensiones y deformaciones no son uniformes. En particular, para el cable P(SD) existe una diferencia aproximadamente de 10~11% entre el valor máximo y el mínimo tanto en tensión (1.611 y 1.444,9 MPa) como en deformación (0,00797 y 0,00717).

Se observa que para una sección con una distribución de daño asimétrico, la deformación y la tensión máxima se amplifican ambas en aproximadamente la misma proporción (P(1): 17% y P(12): 41%), mientras que la deformación y la tensión mínima se reducen a la misma proporción (P(1): 39% y P(12): 72%) con respecto al caso sin daño. Lo anterior se justifica por la linealidad del material. Además para una sección de daño simétrico, se aprecia que no existe una variación importante de deformaciones o tensiones (máximo 1,2%). En el anexo B.1 se muestran los gráficos de deformaciones y tensiones máximas y mínimas en función del nivel de deformación axial global para cada condición de daño, comparadas con el resultado del cable no dañado.

6.2.5. Análisis de la asimetría

En esta sección, se calibran las funciones de Ec. 6.30 a Ec. 6.35 de acuerdo con los resultados de Tabla 6.3 y Tabla 6.4 para la deformación de falla y la capacidad axial, y de Tabla 6.6 a Tabla 6.9 para las deformaciones y tensiones internas extremas.

Para determinar las constantes c_0 y c_1 de Ec. 6.30, se grafica la razón de deformación de falla ρ_{ef} de Tabla 6.4 en función de H (ver Tabla 6.3) para los dos casos asimétricos y se interpola linealmente.

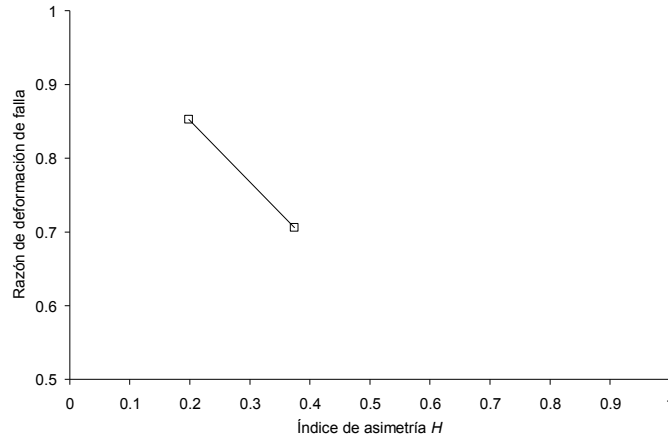


Fig. 6.3: Deformación de falla – Índice de asimetría, P(-) (daño asimétrico)

Con Fig. 6.3, se obtiene la recta de aproximación:

$$q_{ef}(H) = 1,021 - 0,844 \cdot H$$

Ec. 6.36

A continuación, se calibran las expresiones Ec. 6.18 a Ec. 6.22 de acuerdo con los resultados de Tabla 6.4 y de Tabla 6.6 a Tabla 6.9. El procedimiento es reemplazar los valores de las proporciones ρ_F , $\rho_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}$, $\rho_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}$, $\rho_{\sigma_{m\acute{a}x}}$ y $\rho_{\sigma_{m\acute{i}n}}$ en Ec. 6.18 a Ec. 6.22 y en conjunto con el parámetro de asimetría η sustituido en Ec. 6.31 a Ec. 6.35 se determinan los exponentes para cada distribución de daño asimétrica que se consideran constantes para todo nivel de deformación global, debido a que H es constante (ver sección 6.2.2). Con estos datos se obtiene un promedio para cada parámetro.

Tabla 6.10: Calibración de parámetros, P(-)

Variable	Cable	P(1)	P(12)	Promedio	Función de ponderación
	Modelo	FEM	FEM		
Índice de asimetría	H	0,199	0,374		
Fuerza	ρ_F / ρ_A	0,972	0,932	$\lambda_F = 0,14$	$\rho_F = \rho_A \cdot (1 - H)^{0,14}$
	λ_F	0,129	0,151		
Deformación máxima	$\rho_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}$	1,173	1,418	$\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}} = -0,73$	$\rho_{\varepsilon_{m\acute{a}x}} = (1 - H)^{-0,73}$
	$\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}$	-0,716	-0,746		
Deformación mínima	$\rho_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}$	0,615	0,276	$\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}} = 2,47$	$\rho_{\varepsilon_{m\acute{i}n}} = (1 - H)^{2,47}$
	$\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}$	2,183	2,749		
Tensión máxima	$\rho_{\sigma_{m\acute{a}x}}$	1,16	1,406	$\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}} = -0,7$	$\rho_{\sigma_{m\acute{a}x}} = (1 - H)^{-0,7}$
	$\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}$	-0,667	-0,728		
Tensión mínima	$\rho_{\sigma_{m\acute{i}n}}$	0,615	0,277	$\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}} = 2,46$	$\rho_{\sigma_{m\acute{i}n}} = (1 - H)^{2,46}$
	$\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}$	2,186	2,741		

En Fig. 6.4 se muestra la respuesta axial de los casos de daño asimétrico (ver Fig. 6.2) junto con la aproximación propuesta según la razón de fuerza ρ_F de Tabla 6.10 y según la razón de deformación de falla ρ_{ef} de Ec. 6.36.

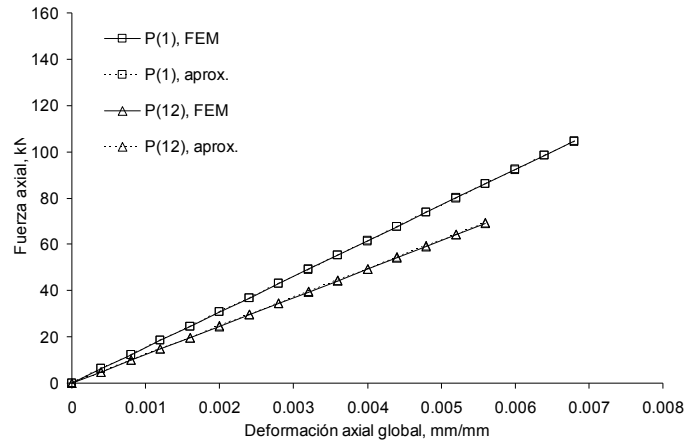


Fig. 6.4: Fuerza axial – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.¹)

En Fig. 6.5 se muestra la variación de las deformaciones extremas de los casos de daño asimétrico junto con las aproximaciones propuestas según las razones de deformación $\rho_{emáx}$ y $\rho_{emín}$ de Tabla 6.10 y según las razones de deformación de falla ρ_{ef} de Ec. 6.36.

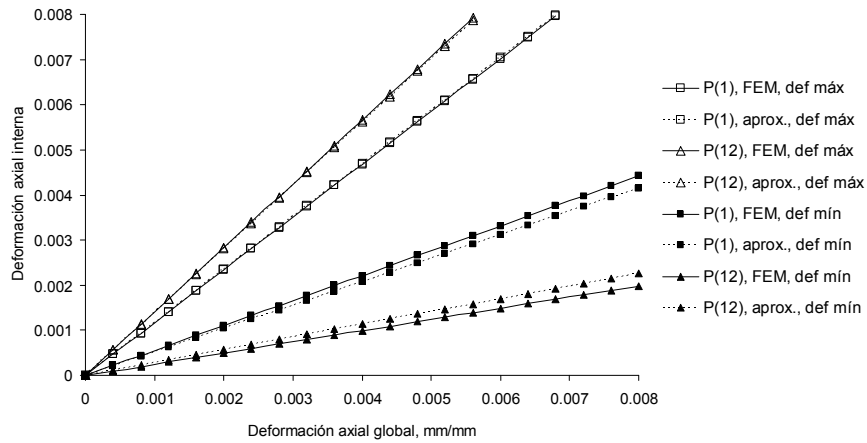


Fig. 6.5: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.)²

En Fig. 6.6 se muestra la variación de las deformaciones extremas de los casos de daño asimétrico junto con las aproximaciones propuestas según las razones de deformación $\rho_{omáx}$ y ρ_{omin} de Tabla 6.10 y las razones de deformación de falla ρ_{ef} de Ec. 6.36.

¹ 'aprox.': aproximación, aproximado/a

² 'def.': deformación

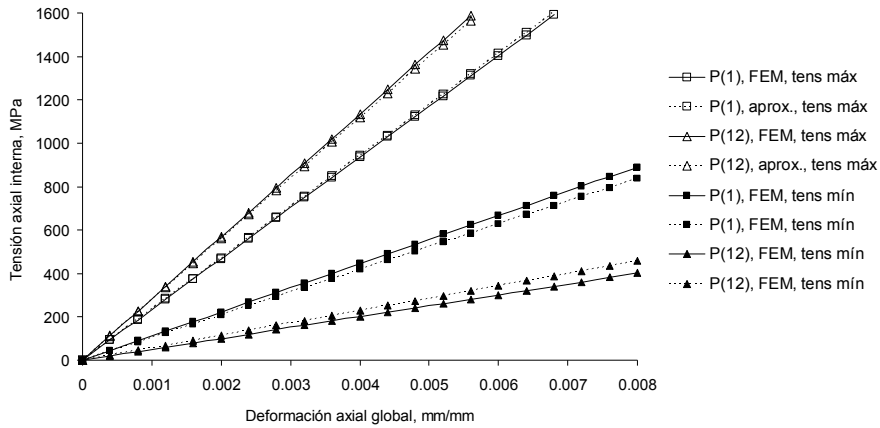


Fig. 6.6: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(-) (daño asimétrico, aprox.)¹

Se observa que las funciones calibradas entregan una buena aproximación para obtener la reducción de la fuerza axial y deformación máxima y el cambio de las tensiones y deformaciones extremas.

6.2.6. Distribuciones de deformaciones y tensiones internas

En esta sección se muestran las distribuciones de tensiones y deformaciones axiales internas en la sección transversal para cada modelo 3D analizado. En las imágenes, los valores de deformación que se muestran están calculados por ANSYS de acuerdo a la definición de deformación natural (Ec. 4.2).

6.2.6.1. Secciones sin daño y con daño simétrico

En Fig. 6.7 y Fig. 6.8 (a) y (b), se observa que las distribuciones de tensiones y deformaciones en la sección transversal es simétrica y que los mayores valores se encuentran en el núcleo, lo cual concuerda con los resultados reportados por MacDougall y Bartlett (2005) para la sección P(14). En Fig. 6.7 y Fig. 6.8(c) a (f) se observa que la distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable no sufre variación, lo cual verifica la hipótesis del modelo bidimensional.

Tabla 6.11: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, P(-) (daño simétrico)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f mm	$\epsilon_{m\acute{a}x}$	$\epsilon_{m\acute{i}n}$	ϵ_{prom}	$d\epsilon$ %
P(SD)	No	FEM	0,199	0,00799	0,00797	0,00717	0,00757	5,3
P(14)	Sim.	FEM	0,374	0,0079	0,00797	0,00715	0,00756	5,4

¹ 'tens.': tensión

Tabla 6.12: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, P(-) (daño simétrico)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f , mm	$\sigma_{máx}$ MPa	$\sigma_{mín}$ MPa	σ_{prom} MPa	$d\sigma$ %
P(SD)	No	FEM	0,199	0,00799	1.611	1.444,9	1.528	5,4
P(14)	Sim.	FEM	0,374	1.612,8	1.441,4	1.527,1	5,6	

En Tabla 6.11 y Tabla 6.12 se muestran las diferencias porcentuales entre los valores extremos de las deformaciones y tensiones internas en el estado de falla en secciones simétricas. Las diferencias observadas para la sección con daño simétrico son similares a las de la sección sin daño, lo cual concuerda con que la sección dañada está afectada básicamente por el efecto de área.

Sección P(SD):

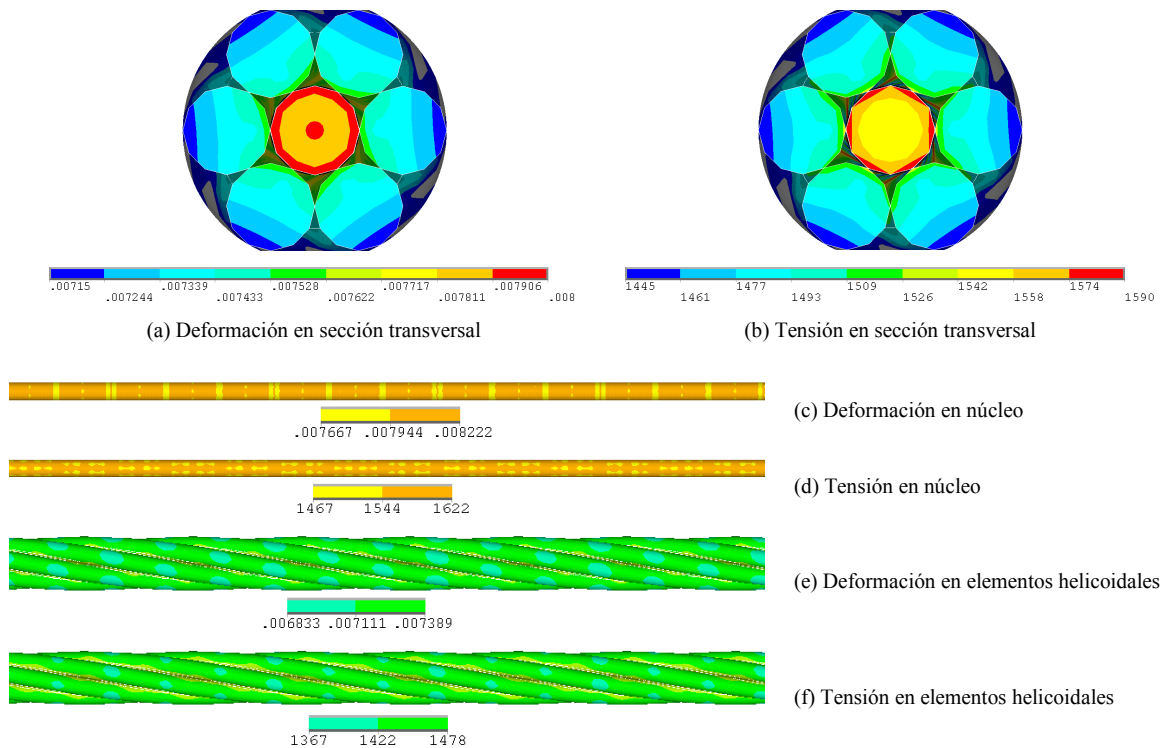


Fig. 6.7: Distribución de deformaciones y tensiones, P(SD)

Sección P(14):

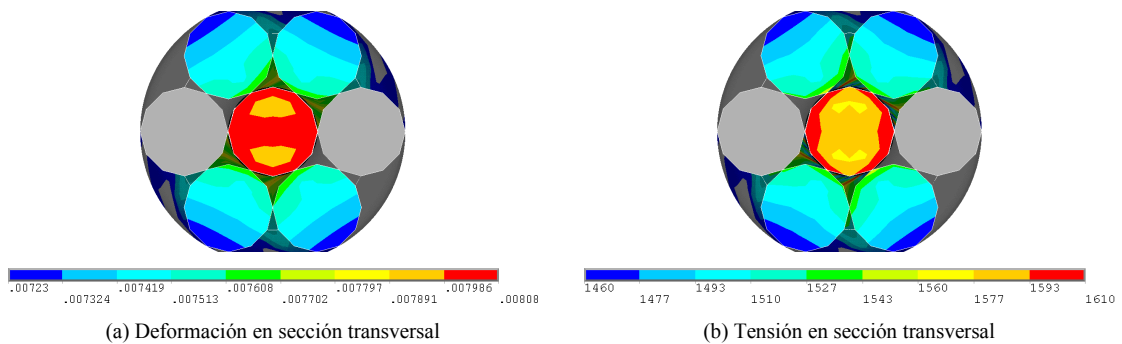
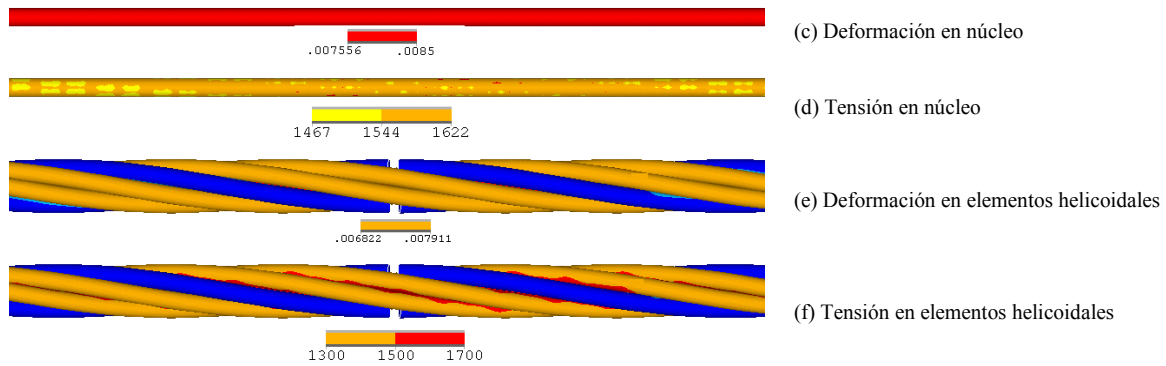


Fig. 6.8: Distribución de deformaciones y tensiones, P(14)



(Continuación de Fig. 6.8)

6.2.6.2. Secciones con daño asimétrico

En Fig. 6.9 y Fig. 6.10 (a) y (b), se observa que las distribuciones de tensiones y deformaciones en la sección transversal es asimétrica y que los mayores valores en los elementos contiguos al daño, lo cual concuerda con el resultado global reportado por MacDougall y Bartlett (2006) para la sección P(1). En Fig. 6.9 y Fig. 6.10 (c) a (f) se observa que la distribución de deformaciones y tensiones a lo largo del cable no sufre variación, lo cual verifica la hipótesis del modelo bidimensional.

Tabla 6.13: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, P(-) (daño asimétrico)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f mm	$\epsilon_{máx}$	$\epsilon_{mín}$	ϵ_{prom}	$d\epsilon$ %
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	0,00797	0,00376	0,00587	35,8
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	0,00797	0,001397	0,00468	70,3

Tabla 6.14: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, P(-) (daño asimétrico)

Cable	Daño	Modelo	H	e_f mm	$\sigma_{máx}$ MPa	$\sigma_{mín}$ MPa	σ_{prom} MPa	$d\sigma$ %
P(1)	Asim.	FEM	0,199	0,00681	1.593,5	758,1	1.175,8	35,5
P(12)	Asim.	FEM	0,374	0,00563	1.597,6	282,6	940,1	69,9

En Tabla 6.13 y Tabla 6.14 se muestran las diferencias porcentuales entre los valores extremos de las deformaciones y tensiones internas en el estado de falla en secciones con daño asimétrico medidas con respecto a los valores promedio. Las diferencias aumentan, a medida que se incrementa el índice de asimetría H (ver Tabla 6.3).

Sección P(1):

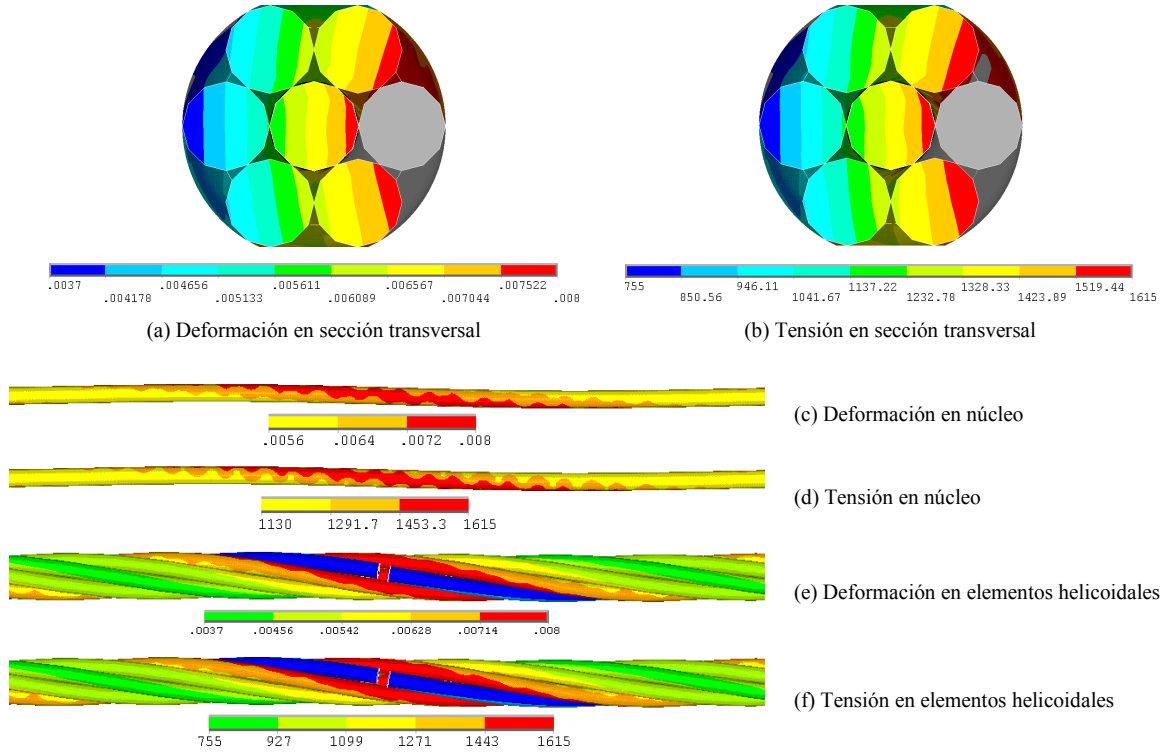


Fig. 6.9: Distribución de deformaciones y tensiones, P(1)

MacDougall y Bartlett (2006) proponen expresiones para las deformaciones axiales de cada elemento del cable con un elemento helicoidal dañado (daño asimétrico). Considerando que la deformación axial en el elemento dañado (elemento 1) es nula, se tienen las siguientes expresiones:

$$\varepsilon_0 = \Delta/L \quad \text{Ec. 6.37}$$

$$\varepsilon_1 = 0 \quad \text{Ec. 6.38}$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_6 = 1,25(\Delta/L)\cos^2 \theta \quad \text{Ec. 6.39}$$

$$\varepsilon_3 = \varepsilon_5 = 0,75(\Delta/L)\cos^2 \theta \quad \text{Ec. 6.40}$$

$$\varepsilon_4 = 0,5(\Delta/L)\cos^2 \theta \quad \text{Ec. 6.41}$$

$$(\varepsilon_z)_k = \varepsilon_k \cos \theta \quad \text{para } k \neq 0 \quad \text{Ec. 6.42}$$

donde,

ε_k : Deformación axial de elemento k (ver Fig. 4.10)

$(\varepsilon_z)_k$: Deformación en dirección z de elemento k (ver Fig. 4.10)

Δ/L : Deformación axial del cable

θ : Ángulo de la hélice (ver Tabla 4.4; $\theta = 9,7^\circ$)

En Tabla 6.15 se comparan los resultados entregados por Ec. 6.37 a Ec. 6.42 para la deformación de falla obtenida según el modelo de E. F. que corresponde a $\Delta/L = 0,00681$ (ver Tabla 6.4).

Tabla 6.15: Diferencias porcentuales de deformaciones en elementos, P(1)

Elemento k	FEM			MacDougall y Bartlett (2006)		Diferencia
	$(\epsilon_{m\acute{a}x})_k$	$(\epsilon_{m\acute{i}n})_k$	$(\epsilon_{prom})_k$	ϵ_k	$(\epsilon_z)_k$	$\frac{\{(\epsilon_{prom})_k - (\epsilon_z)_k\}}{(\epsilon_{prom})_k} \%$
0	0,00800	0,00560	0,00680	0,00681	0,00681	-0,1
2, 6	0,00800	0,00633	0,00716	0,00827	0,00815	-13,8
3, 5	0,00633	0,00460	0,00546	0,00496	0,00489	10,4
4	0,00560	0,00370	0,00465	0,00331	0,00326	29,9

Se observa en Tabla 6.15 que la deformación axial del núcleo es predicha con muy poca diferencia por las expresiones de MacDougall y Bartlett (2006), mientras que para los elementos restantes existen diferencias mayores. En particular, la deformación del elemento opuesto diametralmente al dañado es subestimada por MacDougall y Bartlett (2006) en un 29% con respecto al valor promedio obtenido por el modelo de E. F.

Sección P(12):

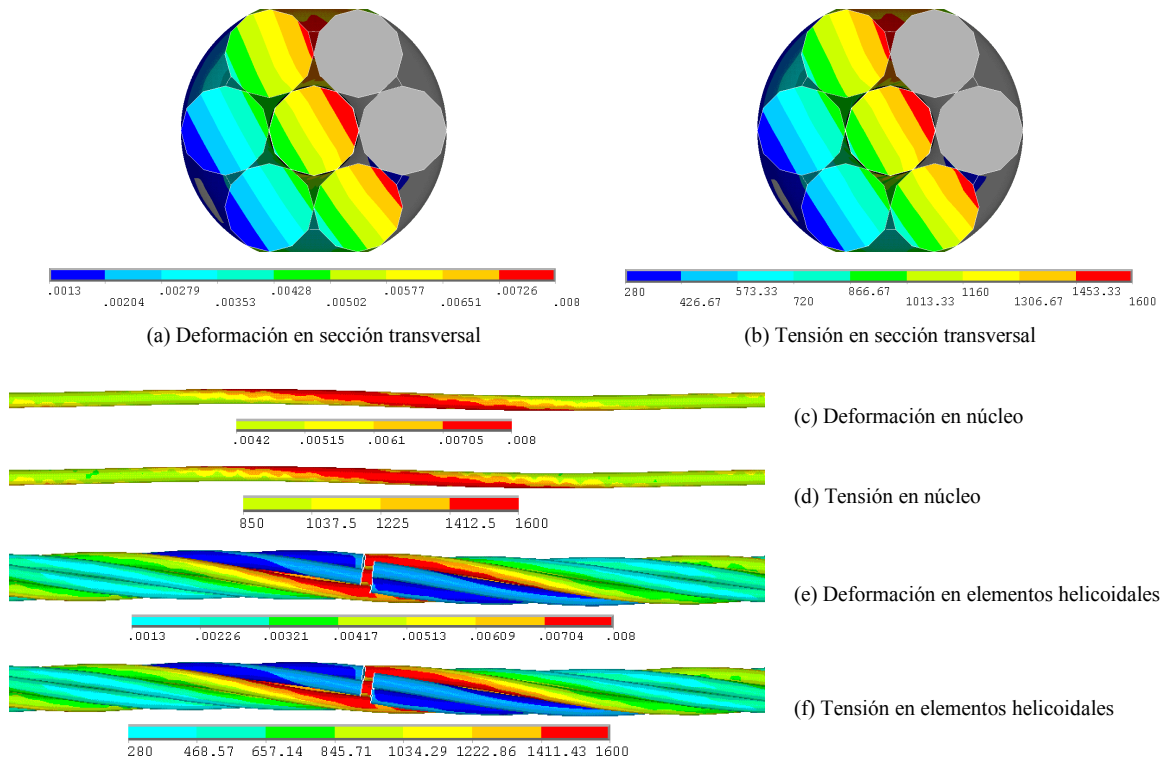


Fig. 6.10: Distribución de deformaciones y tensiones, P(12)

6.2.7. Distorsión de la geometría global

Cuando existe daño asimétrico en la sección transversal, se pierde el equilibrio entre las fuerzas de contacto radial. De acuerdo con Fig. 6.11, el cable tiende a moverse en la dirección donde se encuentra el elemento dañado para restaurar el equilibrio de fuerzas, lo cual concuerda con lo reportado por MacDougall y Bartlett (2006). Para los casos de secciones transversales sin daño o dañadas simétricamente, no se experimenta distorsión transversal del cable, lo que también reporta MacDougall y Bartlett (2005).

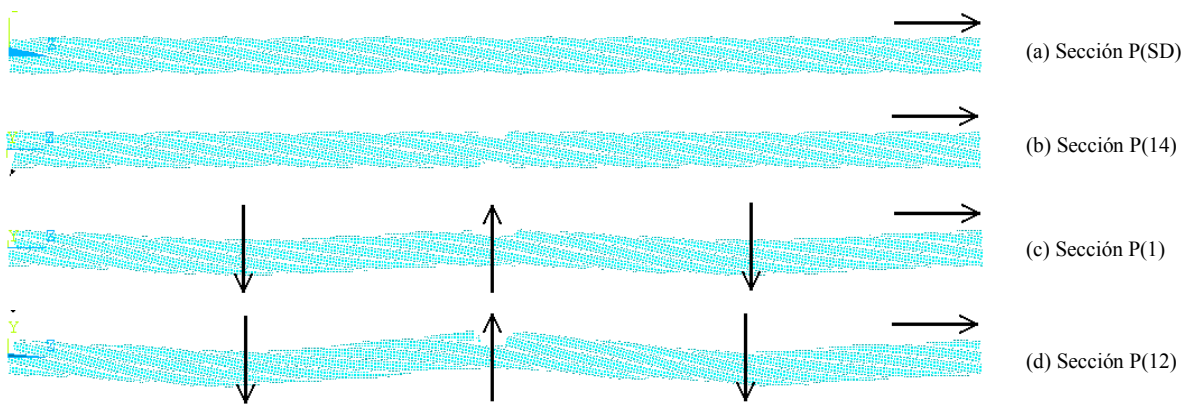


Fig. 6.11: Deformadas globales de los cables, P(-)

En Fig. 6.12 se muestran las deformadas de cada caso analizado en la zona cercana al daño.

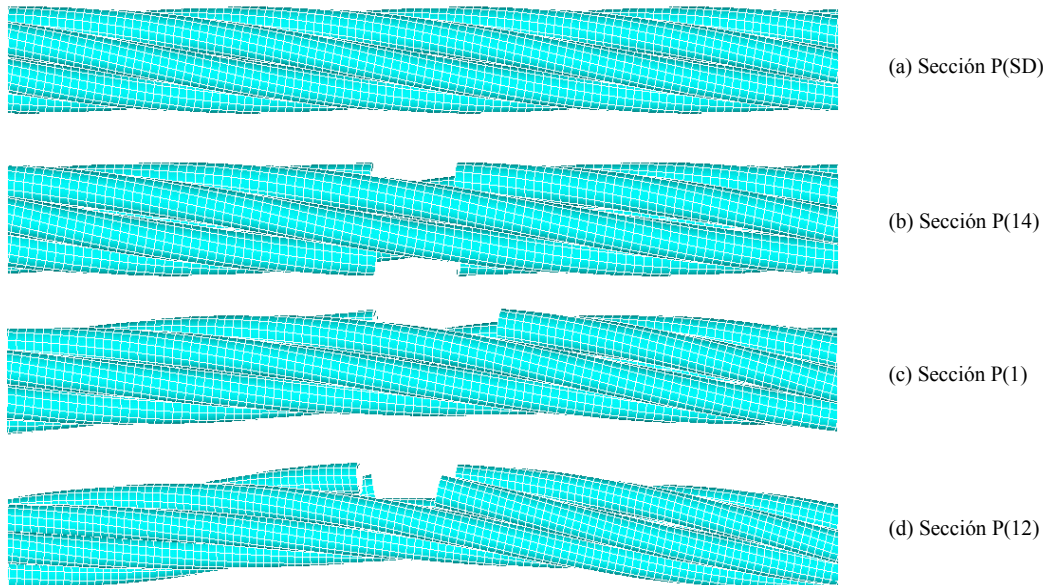


Fig. 6.12: Deformadas en zona central de los cables, P(-)

6.2.8. Análisis general del contacto

En un cable sin daño de configuración tipo “*packing*”, sólo se desarrollan fuerzas de contacto radiales sobre el núcleo. Al dañarse elementos de un cable de este tipo de configuración geométrica, existen fuerzas radiales y también fuerzas circunferenciales entre los elementos helicoidales.

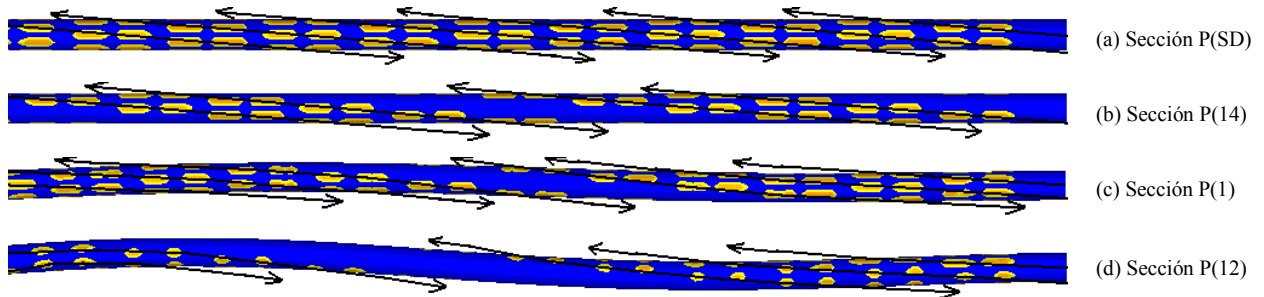


Fig. 6.13: Contacto radial sobre núcleo, P(-)

Se muestra en Fig. 6.13, que existe contacto sobre el núcleo por parte de los elementos helicoidales para todos los casos analizados. Las zonas de contacto que se aprecian en la figura son discretas, lo cual se debe a las aristas del mallado de elementos finitos. Las zonas de contacto describen líneas helicoidales alrededor del núcleo. En Fig. 6.13 (b) a (d), se observa que no existe contacto sobre el núcleo por parte de los elementos dañados (zonas azules).

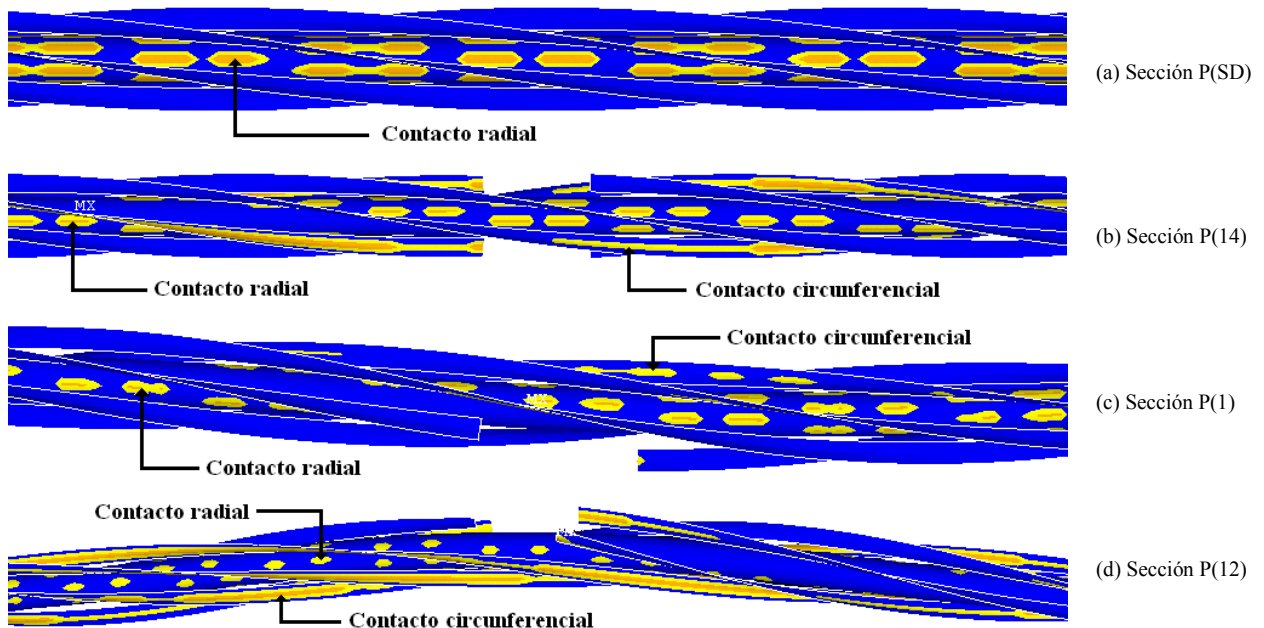


Fig. 6.14: Contacto en cables (zona central), P(-)

En Fig. 6.14 se muestra el contacto de tipo radial y circunferencial existente en los cables. En Fig. 6.14 (c) y (d) (casos asimétricos), se aprecian zonas de contacto de mayor tamaño entre los elementos opuestos diametralmente a los dañados que en los elementos contiguos a los dañados. Además, dicha zona de contacto es mayor para el caso P(12).

6.3. CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “WEDGING”

En esta sección se estudia el comportamiento de cables de configuración inicial tipo “*wedging*” compuestos del material no lineal (ver sección 4.1.2) con diferentes distribuciones de daño (ver Fig. 4.11).

Se muestra que el factor que determina la reducción de la capacidad axial del cable, para distribuciones de daño simétricas, es aproximadamente la reducción del área resistente de la sección; mientras que para distribuciones de daño asimétricas, existe un efecto adicional a la reducción del área proporcionado por la asimetría de la sección.

En Tabla 6.16, se encuentran las notaciones de los modelos comparados. Se consideran los datos experimentales obtenidos por Li et al. (2002) (ver anexo A.2).

Tabla 6.16: Notación de modelos, W(-)

Modelo	Notación
3D de Elementos Finitos	FEM
Modelo Lineal	LIN
Modelo No Lineal	NLIN
Experimento	EXP

Los modelos analíticos 2D (LIN y NLIN, ver sección 5.1) sólo se usan para comparar sus resultados de fuerza axial con los entregados por modelos de E. F. Además, se estudia el comportamiento de los cables con diferentes distribuciones de daño en términos de su capacidad axial, deformación máxima y tensiones y deformaciones internas.

6.3.1. Razones de área resistente

Las razones de área resistente para cada distribución de daño se muestran en orden descendente en Tabla 6.17:

Tabla 6.17: Razones de área, W(-)

Cable	Elem. resistentes, Q	Área resistente A, mm^2		ρ_A
W(SD)	{0,1,2,3,4,5,6,7,8}	$A_c + 8A_s$	29,19	1
W(1)	{0,2,3,4,5,6,7,8}	$A_c + 7A_s$	25,94	0,889
W(0)	{1,2,3,4,5,6,7,8}	$8A_s$	25,94	0,889
W(15)	{0,2,3,4,6,7,8}	$A_c + 6A_s$	22,7	0,778
W(12)	{0,3,4,5,6,7,8}	$A_c + 6A_s$	22,7	0,778
W(136)	{0,2,4,5,7,8}	$A_c + 5A_s$	19,46	0,667
W(123)	{0,4,5,6,7,8}	$A_c + 5A_s$	19,46	0,667
W(015)	{2,3,4,6,7,8}	$6A_s$	19,46	0,667
W(1357)	{0,2,4,6,8}	$A_c + 4A_s$	16,21	0,556
W(1256)	{0,3,4,7,8}	$A_c + 4A_s$	16,21	0,556
W(1234)	{0,5,6,7,8}	$A_c + 4A_s$	16,21	0,556
W(01357)	{2,4,6,8}	$4A_s$	12,97	0,444
W(01256)	{3,4,7,8}	$4A_s$	12,97	0,444
W(01234)	{5,6,7,8}	$4A_s$	12,97	0,444

6.3.2. Índice de asimetría

En esta sección se cuantifica la asimetría de las secciones transversales en cables dañados de manera asimétrica. En Tabla 6.18, se muestran las distancias d del centro de rigidez, los parámetros η y los índices de asimetría H iniciales para las secciones con distribución de daño asimétrica. Las secciones restantes tienen una distancia d igual a cero y, por consiguiente, un índice de asimetría H igual a cero, de acuerdo con su definición en Ec. 6.29.

Tabla 6.18: Índice de asimetría, W(-)

Cable	Deformación nula			Deformación de falla			
	$d_0 = d(0), mm$	η_0	H_0	$e_f, mm/mm$	$d_f = d(e_f), mm$	η_f	H_f
W(136)	0,149	0,907	0,093	0,12346	0,186	0,886	0,114
W(1)	0,27	0,838	0,162	0,12295	0,337	0,802	0,198
W(12)	0,569	0,687	0,313	0,12058	0,669	0,642	0,358
W(123)	0,868	0,559	0,441	0,1185	0,962	0,522	0,478
W(1234)	1,127	0,462	0,538	0,11653	1,217	0,432	0,568
W(01234)	1,409	0,37	0,63	0,11642	1,463	0,354	0,646

En el anexo C.2 se calculan, para las secciones asimétricas de Tabla 6.18, los valores de la distancia d con x e y según Ec. 6.16, en función de la deformación global del cable a lo largo del análisis.

En Fig. 6.15, se muestra la variación, en función de la deformación global (hasta la falla), de la distancia d al centro de rigidez medida desde el centro del núcleo para los cables con daño asimétrico. En Fig. 6.15 se deduce que existe una diferencia máxima aproximada de 25% del valor de d en función del nivel de deformación con respecto a su valor inicial a deformación nula.

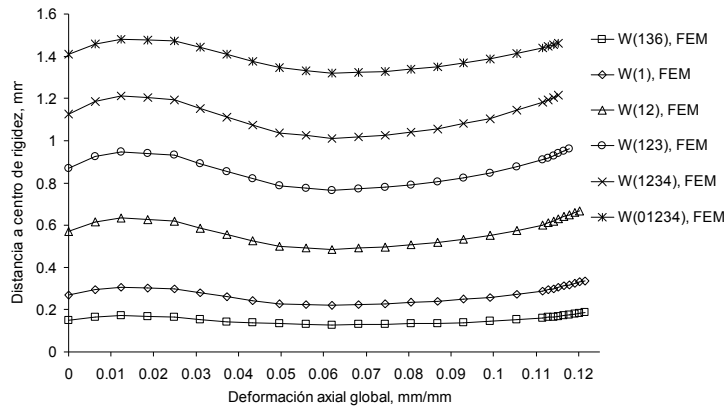


Fig. 6.15: Distancia a centro de rigidez – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

En Fig. 6.16, se muestra la variación, en función de la deformación global (hasta la falla), del índice de asimetría H para los cables con daño asimétrico. Se muestra que, por definición, a medida que aumenta la distancia d al centro de rigidez de la sección, aumenta el índice de asimetría H . De igual forma que con la variación de la distancia d , existe una variación máxima aproximada de 25% del índice de asimetría H con respecto a su valor inicial.

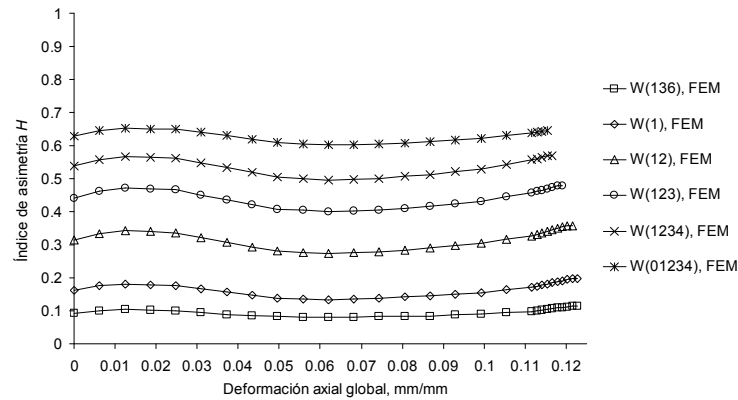


Fig. 6.16: Índice de asimetría – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

En Tabla 6.19 se muestra las diferencias máximas que experimenta el parámetro $\eta = 1 - H$, que se emplea en las funciones de aproximación Ec. 6.31 a Ec. 6.35.

Tabla 6.19: Variación del parámetro η c/r a su valor inicial, W(-)

Cable	Máximo $ \eta/\eta_0 - 1 \%$
W(1)	2,4
W(12)	4,4
W(136)	6,6
W(123)	7,4
W(1234)	8,9
W(01234)	7,5

Se ajusta una curva que represente el comportamiento de la distancia d de manera general. Se propone un polinomio en función del nivel de deformación global (deformación de ingeniería) de quinto grado proporcional al valor inicial de la distancia d .

$$d(e) = d_0 \left(1 + \sum_{k=1}^5 a_k \left(\frac{e}{e_b} \right)^k \right) \quad \text{Ec. 6.43}$$

donde,

a_k : Coeficientes del polinomio

e_b : Deformación de ingeniería de falla del material no lineal ($e_b = 0,124 \text{ mm/mm}$)

Para determinar los coeficientes a_k se realizan aproximaciones por mínimos cuadrados con los datos obtenidos a partir de los modelos de E. F. para cada cable y se obtiene una ponderación. En Ec. 6.44 se muestra la aproximación de la distancia d en función del nivel de deformación e :

$$d(e) = d_0 \left(1 + 1,25 \left(\frac{e}{e_b} \right) - 7,34 \left(\frac{e}{e_b} \right)^2 + 12,74 \left(\frac{e}{e_b} \right)^3 - 8,19 \left(\frac{e}{e_b} \right)^4 + 1,62 \left(\frac{e}{e_b} \right)^5 \right) \quad \text{Ec. 6.44}$$

En Tabla 6.20 se muestran los coeficientes de correlación R^2 de la función d en Ec. 6.44 con los datos de cada modelo de Fig. 6.15.

Tabla 6.20: Coeficientes de correlación R^2 de la función d , W(-)

Cable	R^2 (d)
W(1)	0,894
W(12)	0,931
W(136)	0,955
W(123)	0,978
W(1234)	0,984
W(01234)	0,981

6.3.3. Capacidad axial y deformación máxima

En esta sección, se presentan las curvas de capacidad para los modelos 3D de cables con daño y se comparan con la curva que entrega el modelo del cable sin daño. En el anexo A.2, se muestran las curvas de fuerza versus deformación global de todas las secciones, comparando resultados de los modelos de E. F., modelos 2D, y resultados experimentales realizados por Li et al. (2002) para todos los cables dañados de forma simétrica y asimétrica. Se dispone de datos experimentales para todas las secciones, excepto W(15), W(12), W(1357), W(1256) y W(1234).

Tabla 6.21: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), FEM

Cable	Daño	Modelo	H_f	ρ_A	e_f , mm/mm	ρ_{ef}	F , kN	F_{SD} , kN	ρ_F	ρ_F/ρ_A	$\rho_A - \rho_F$
W(SD)	No	FEM	0	1	0,12427	1	23,52	23,52	1	1	0
W(15)	Sim.	FEM	0	0,778	0,12385	0,997	18,29	23,45	0,78	1,003	-0,002
W(1357)	Sim.	FEM	0	0,556	0,12302	0,99	13,06	23,33	0,56	1,008	-0,004
W(1256)	Sim.	FEM	0	0,556	0,12315	0,991	13,04	23,35	0,558	1,005	-0,002
W(136)	Asim.	FEM	0,114	0,667	0,12346	0,993	15,67	23,4	0,67	1,005	-0,003
W(1)	Asim.	FEM	0,198	0,889	0,12295	0,989	20,71	23,32	0,888	0,999	0,001
W(12)	Asim.	FEM	0,358	0,778	0,12058	0,97	17,69	22,89	0,773	0,993	0,005
W(123)	Asim.	FEM	0,478	0,665	0,1185	0,954	14,71	22,46	0,655	0,982	0,01
W(1234)	Asim.	FEM	0,568	0,556	0,11653	0,938	11,87	22,03	0,539	0,97	0,017
W(01234)	Asim.	FEM	0,646	0,444	0,11642	0,937	9,36	22	0,426	0,958	0,018
W(0)	Sim.	FEM	0	0,889	0,12169	0,979	21,03	23,11	0,91	1,023	-0,021
W(015)	Sim.	FEM	0	0,667	0,11563	0,93	15,25	21,82	0,699	1,048	-0,032
W(01357)	Sim.	FEM	0	0,444	0,11404	0,918	9,91	21,44	0,462	1,039	-0,018
W(01256)	Sim.	FEM	0	0,444	0,11385	0,916	9,96	21,39	0,466	1,044	-0,022

En Tabla 6.21, se muestran los valores de capacidad axial y deformación máxima obtenida con los modelos de E. F. por cada sección estudiada. Además, se calculan las razones en que se reducen la deformación de falla y de capacidad axial por sección. El instante de falla se determina con el criterio de deformación máxima disponible en *ANSYS* (ver sección 3.3.3).

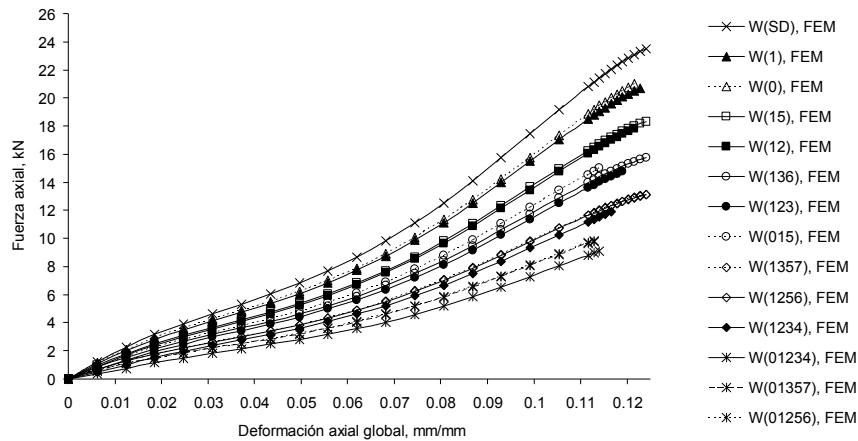


Fig. 6.17: Fuerza axial – Deformación axial global, W(-)

En Fig. 6.17, se comparan las curvas de capacidad obtenidas por modelos de E. F. de los cables dañados con la del cable sin daño, ordenadas en sentido descendiente por razón de área resistente, según la leyenda del gráfico.

6.3.3.1. Secciones con daño simétrico

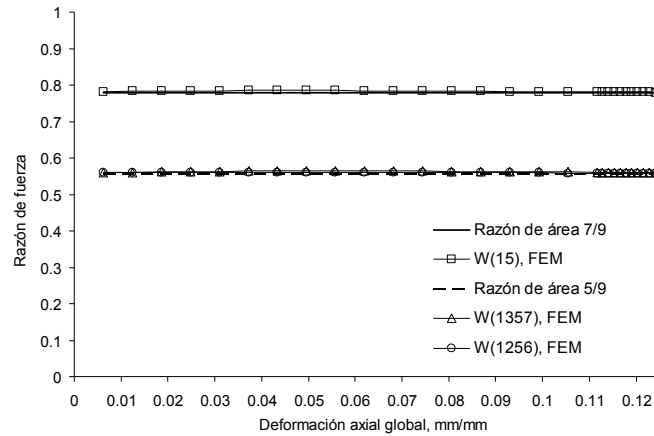


Fig. 6.18: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico)

En Fig. 6.18, se comparan las razones de fuerza (hasta la falla) con las respectivas razones de área de las secciones simétricas W(15), W(1357) y W(1256). Se observa que todas son muy cercanas al valor de razón de área. Además, se observa que no existe reducción de la deformación axial de falla.

6.3.3.2. Secciones con daño asimétrico

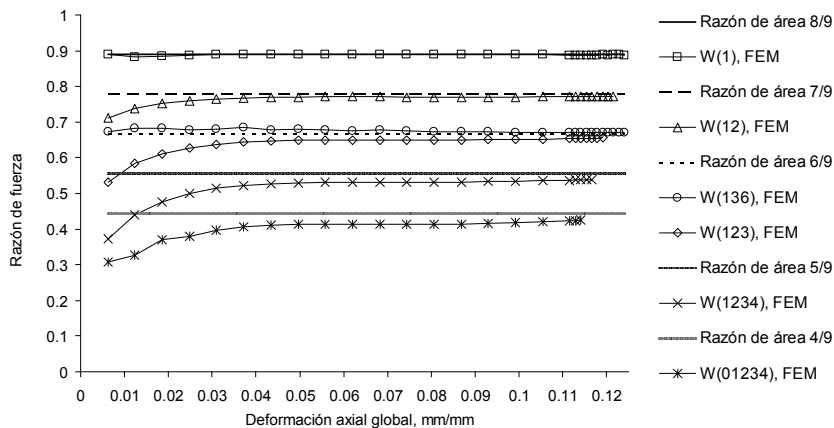


Fig. 6.19: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

En Fig. 6.19, se muestran los valores hasta la falla de las razones de fuerza de los casos de daño asimétrico con respecto al caso sin daño se comparan con las correspondientes razones de área. En general, se observa que la razón de fuerza se aproxima inferiormente a la razón de área a medida que

aumenta el nivel de deformación axial global. Además, se muestra que a medida que aumenta el índice de asimetría H (ver Fig. 6.16), disminuye la deformación axial de falla.

6.3.3.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

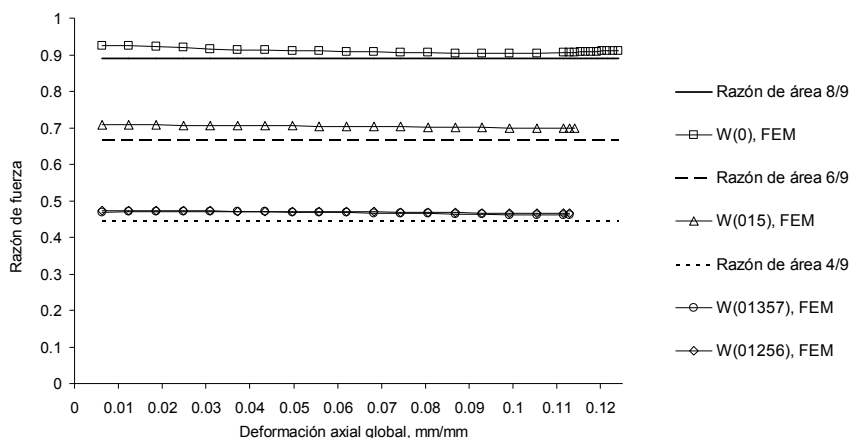


Fig. 6.20: Razón de fuerza – Deformación axial global, $W(-)$ (núcleo comp.¹)

Para algunos modelos de cables dañados se observa que la razón de fuerza es mayor que la razón de área, como se muestra claramente en Fig. 6.20.

De acuerdo con Beltrán y Williamson (2010), un elemento dañado es capaz de adquirir carga axial si los elementos helicoidales resistentes ejercen fuerzas normales sobre él. Este fenómeno ocurre en los cables que tienen elementos dañados en niveles interiores de su estructura. En este estudio, aquella situación ocurre en los cables $W(0)$, $W(015)$, $W(01357)$ y $W(01256)$, los cuales tienen sus núcleos dañados y se encuentran sometidos a fuerzas de contacto radiales por parte de los elementos resistentes. La sección $W(01234)$ también tiene su núcleo dañado, sin embargo, al tener cuatro elementos helicoidales dañados consecutivamente, las fuerzas radiales ejercidas sobre el núcleo por ellos no son equilibradas por fuerzas radiales opuestas, sino que la sección completa experimenta un desplazamiento transversal para lograr el equilibrio.

Tal como predicen Beltrán y Williamson (2010), se observa en los resultados de E. F. (ver Fig. 6.20) que la deformación axial de falla se reduce con respecto a la del caso sin daño. Los valores se encuentran en Tabla 6.21, y se verifica que a medida que existe mayor daño en la sección transversal (menor área resistente), la deformación de falla es menor.

¹ 'comp.': comprimido

6.3.3.4. Comparación con modelos 2D

En el anexo A.2, se muestran las curvas de fuerza – deformación por cada sección dañada comparadas con las obtenidas por el modelo LIN (ver sección 5.1.1) que considera el efecto de área neta (ver sección 6.1.3) y el modelo NLIN (ver sección 5.1.2) que considera el modelo de área neta para los casos en que no se generan concentraciones de deformaciones debidas a compresión radial sobre el núcleo (ver sección 6.1.1), si éste está dañado, es decir, en los casos W(0), W(015), W(01357) y W(01256).

Los resultados basados en el modelo lineal con efecto Poisson (LIN) están en Tabla 6.22.

Tabla 6.22: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), LIN

Cable	Daño	Modelo	ρ_A	e_f , mm/mm	ρ_{ef}	F , kN	F_{SD} , kN	$\rho_F = \rho_A$
W(SD)	No	LIN	1	0,12396	1	25,04	25,04	1
W(15)	Sim.	LIN	0,778	0,12396	1	19,47	25,04	0,778
W(1357)	Sim.	LIN	0,556	0,12396	1	13,91	25,04	0,556
W(1256)	Sim.	LIN	0,556	0,12396	1	13,91	25,04	0,556
W(136)	Asim.	LIN	0,667	0,12396	1	16,69	25,04	0,667
W(1)	Asim.	LIN	0,889	0,12396	1	22,25	25,04	0,889
W(12)	Asim.	LIN	0,778	0,12396	1	19,47	25,04	0,778
W(123)	Asim.	LIN	0,665	0,12396	1	16,69	25,04	0,665
W(1234)	Asim.	LIN	0,556	0,12396	1	13,91	25,04	0,556
W(01234)	Asim.	LIN	0,444	0,12396	1	11,13	25,04	0,444
W(0)	Sim.	LIN	0,889	0,12396	1	22,25	25,04	0,889
W(015)	Sim.	LIN	0,667	0,12396	1	16,69	25,04	0,667
W(01357)	Sim.	LIN	0,444	0,12396	1	11,13	25,04	0,444
W(01256)	Sim.	LIN	0,444	0,12396	1	11,13	25,04	0,444

Los resultados basados en el modelo no lineal (NLIN) están en Tabla 6.23. Los datos del modelo no lineal para los casos en que existen localizaciones de deformaciones se extraen del artículo de Beltrán y Williamson (2010). De estos casos, sólo se tiene la respuesta del modelo no lineal para W(0) y W(015).

Tabla 6.23: Razones de deformación y fuerza en instante de falla, W(-), NLIN

Cable	Daño	Modelo	ρ_A	e_f , mm/mm	ρ_{ef}	F , kN	F_{SD} , kN	$\rho_F = \rho_A$
W(SD)	No	NLIN	1	0,12396	1	25,18	25,18	1
W(15)	Sim.	NLIN	0,778	0,12396	1	19,58	25,18	0,778
W(1357)	Sim.	NLIN	0,556	0,12396	1	13,99	25,18	0,556
W(1256)	Sim.	NLIN	0,556	0,12396	1	13,99	25,18	0,556
W(136)	Asim.	NLIN	0,667	0,12396	1	16,79	25,18	0,667
W(1)	Asim.	NLIN	0,889	0,12396	1	22,38	25,18	0,889
W(12)	Asim.	NLIN	0,778	0,12396	1	19,58	25,18	0,778
W(123)	Asim.	NLIN	0,665	0,12396	1	16,79	25,18	0,665
W(1234)	Asim.	NLIN	0,556	0,12396	1	13,99	25,18	0,556
W(01234)	Asim.	NLIN	0,444	0,12396	1	11,19	25,18	0,444
W(0)	Sim.	NLIN	0,889	0,117	0,944	21,04	23,68	0,889
W(015)	Sim.	NLIN	0,667	0,115	0,928	15,43	23,16	0,667
W(01357)	Sim.	NLIN	0,444	--	--	--	--	--
W(01256)	Sim.	NLIN	0,444	--	--	--	--	--

En Tabla 6.24 se muestran las diferencias porcentuales de las capacidades axiales obtenidas mediante los modelos LIN y NLIN con respecto a los resultados de modelos 3D de E. F. al nivel global de deformación axial correspondiente. Además, se muestra la diferencia porcentual existente entre la registrada con el modelo no lineal para la deformación máxima (en los casos W(0) y W(015)), y la determinada con el modelo 3D, calculada con respecto al último.

Tabla 6.24: Diferencias porcentuales de fuerzas c/r a modelo FEM, W(-)

Cable	LIN dF % FEM	NLIN dF % FEM	NLIN def % FEM
W(SD)	7,2	6,6	--
W(15)	6,8	6,4	--
W(1357)	6,5	6,0	--
W(1256)	6,6	6,1	--
W(136)	6,6	6,1	--
W(1)	7,1	6,4	--
W(12)	7,8	6,7	--
W(123)	8,9	7,7	--
W(1234)	10,2	8,9	--
W(01234)	11,7	10,0	--
W(0)	4,7	3,6	3,6
W(015)	2,5	1,4	0,2
W(01357)	3,1	--	--
W(01256)	2,2	--	--

De Tabla 6.24 se observa que existe menor diferencia entre la respuesta del modelo 3D con la del modelo no lineal (el cual, en su formulación, considera potenciales concentraciones de deformaciones) que con la del modelo lineal, para todos los casos analizados. Para el caso W(0), la reducción de la deformación máxima se encuentra sobreestimada por el modelo no lineal con respecto a la calculada por el modelo 3D. Sin embargo, para el caso W(015), la diferencia entre ambos modelos no es significativa.

6.3.4. Valores de deformaciones y tensiones internas extremas

En esta sección se estudia la variación de las deformaciones y tensiones en los cables analizados mediante modelos de E. F. En el anexo B.2 se muestran gráficos con la variación de la deformación y tensión máxima y mínima en la sección transversal para cada caso de daño en función de la deformación axial global del cable. Estas curvas se comparan en los mismos gráficos con las del cable sin daño.

De Tabla 6.25 a Tabla 6.28, se muestran los valores extremos de deformaciones y tensiones axiales internas extremas en una sección transversal, en el instante de falla, determinado cuando se registra la deformación de falla definida para el material. Se determinan las proporciones en que se incrementan o reducen las deformaciones y tensiones internas máximas y mínimas. Es importante mencionar que la sección transversal del cable, para la que se registran los valores de deformación y tensión de las

siguientes tablas y gráficos, se encuentra en la región del daño, al centro de los modelos de los cables. En Tabla 6.25 se observa que las deformaciones máximas ($\epsilon_{m\acute{a}x}$) corresponden al valor de falla ϵ_b definido en 4.1.2 y se han determinado en el instante en que el criterio de falla de deformación máxima se ha cumplido (ver sección 3.3.3).

Tabla 6.25: Razón de deformación máxima en instante de falla, W(-)

Cable	Modelo	e_f mm/mm	$\epsilon_{m\acute{a}x}$	$\epsilon_{m\acute{a}xSD}$	$\rho_{\epsilon_{m\acute{a}x}}$
W(SD)	FEM	0,12427	0,11689	0,11689	1
W(15)	FEM	0,12385	0,11689	0,11653	1,003
W(1357)	FEM	0,12302	0,11689	0,11595	1,008
W(1256)	FEM	0,12315	0,11689	0,11604	1,007
W(136)	FEM	0,12346	0,11689	0,11626	1,005
W(1)	FEM	0,12295	0,11689	0,1159	1,009
W(12)	FEM	0,12058	0,11689	0,1139	1,026
W(123)	FEM	0,1185	0,11689	0,11204	1,043
W(1234)	FEM	0,11653	0,11689	0,11028	1,06
W(01234)	FEM	0,11642	0,11689	0,11018	1,061
W(0)	FEM	0,12169	0,11689	0,11488	1,018
W(015)	FEM	0,11563	0,11689	0,10947	1,068
W(01357)	FEM	0,11404	0,11689	0,10804	1,082
W(01256)	FEM	0,11385	0,11689	0,10787	1,084

Tabla 6.26: Razón de tensión máxima en instante de falla, W(-)

Cable	Modelo	e_f mm/mm	$\sigma_{m\acute{a}x}$ MPa	$\sigma_{m\acute{a}xSD}$ MPa	$\rho_{\sigma_{m\acute{a}x}}$
W(SD)	FEM	0,12427	878,9	878,9	1
W(15)	FEM	0,12385	891,7	876,3	1,018
W(1357)	FEM	0,12302	888,6	872,3	1,019
W(1256)	FEM	0,12315	895,1	872,9	1,025
W(136)	FEM	0,12346	892	874,4	1,02
W(1)	FEM	0,12295	892,3	872	1,023
W(12)	FEM	0,12058	895,8	856,1	1,046
W(123)	FEM	0,1185	895,5	840,8	1,065
W(1234)	FEM	0,11653	896,2	825,4	1,086
W(01234)	FEM	0,11642	883,9	824,5	1,072
W(0)	FEM	0,12169	872,5	863,8	1,01
W(015)	FEM	0,11563	884,7	817,9	1,082
W(01357)	FEM	0,11404	885,9	804,3	1,102
W(01256)	FEM	0,11385	884,9	802,5	1,103

Tabla 6.27: Razón de deformación mínima en instante de falla, W(-)

Cable	Modelo	e_f mm/mm	$\epsilon_{m\acute{i}n}$	$\epsilon_{m\acute{i}nSD}$	$\rho_{\epsilon_{m\acute{i}n}}$
W(SD)	FEM	0,12427	0,10627	0,10627	1
W(15)	FEM	0,12385	0,10602	0,10591	1,001
W(1357)	FEM	0,12302	0,10552	0,10522	1,003
W(1256)	FEM	0,12315	0,10528	0,10532	0,9995
W(136)	FEM	0,12346	0,10475	0,10558	0,992
W(1)	FEM	0,12295	0,10256	0,10516	0,975
W(12)	FEM	0,12058	0,09744	0,10318	0,944
W(123)	FEM	0,1185	0,09356	0,10143	0,922
W(1234)	FEM	0,11653	0,08929	0,09978	0,895
W(01234)	FEM	0,11642	0,08833	0,09969	0,886
W(0)	FEM	0,12169	0,10697	0,1041	1,027
W(015)	FEM	0,11563	0,09877	0,09903	0,997
W(01357)	FEM	0,11404	0,09651	0,0977	0,988
W(01256)	FEM	0,11385	0,096	0,09753	0,984

Tabla 6.28: Razón de tensión mínima en instante de falla, W(-)

Cable	Modelo	e_f , mm/mm	σ_{min} , MPa	σ_{minSD} , MPa	ρ_{min}
W(SD)	FEM	0,12427	823	823	1
W(15)	FEM	0,12385	821,1	820	1,001
W(1357)	FEM	0,12302	815,9	813,6	1,003
W(1256)	FEM	0,12315	813,7	814,6	0,999
W(136)	FEM	0,12346	808,9	817	0,99
W(1)	FEM	0,12295	787,6	813,1	0,969
W(12)	FEM	0,12058	731,8	793,6	0,922
W(123)	FEM	0,1185	686	775,5	0,885
W(1234)	FEM	0,11653	634,9	757,6	0,838
W(01234)	FEM	0,11642	624,2	756,7	0,825
W(0)	FEM	0,12169	827,9	802,9	1,031
W(015)	FEM	0,11563	747	749,3	0,997
W(01357)	FEM	0,11404	721,3	734,4	0,982
W(01256)	FEM	0,11385	716	732,6	0,977

En lo siguiente, se muestran las variaciones de las deformaciones y tensiones mínimas y máximas en función del nivel de deformación global e . Se muestran por separado los distintos tipos de secciones analizados según el comportamiento o tendencia visualizada.

6.3.4.1. Secciones con daño simétrico

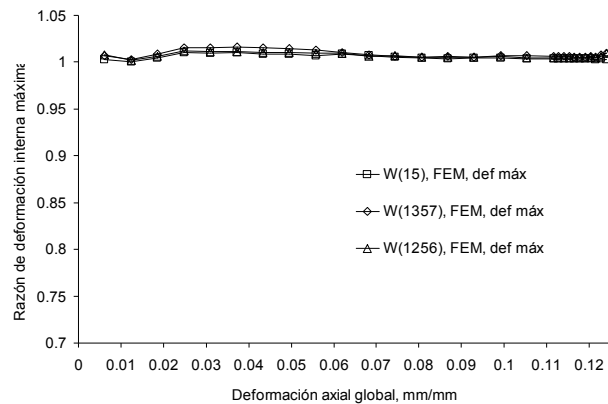


Fig. 6.21: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico)

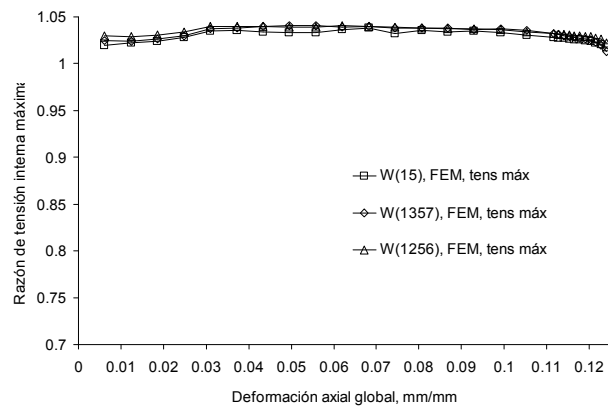


Fig. 6.22: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico)

En Fig. 6.21 y Fig. 6.22 se muestra que las deformaciones y tensiones internas máximas para las secciones simétricas W(15), W(1357) y W(1256), básicamente, no sufren una variación despreciable con respecto al caso sin daño (máximo 3%).

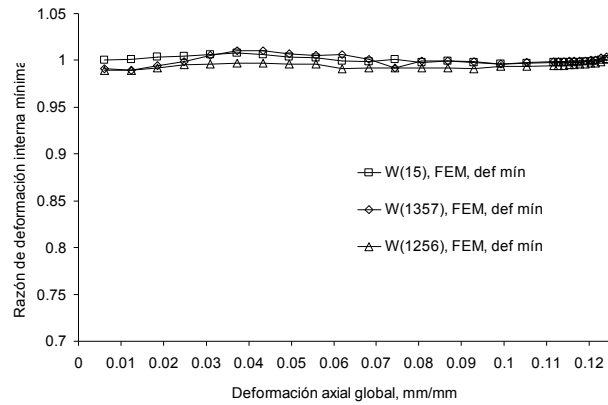


Fig. 6.23: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico)

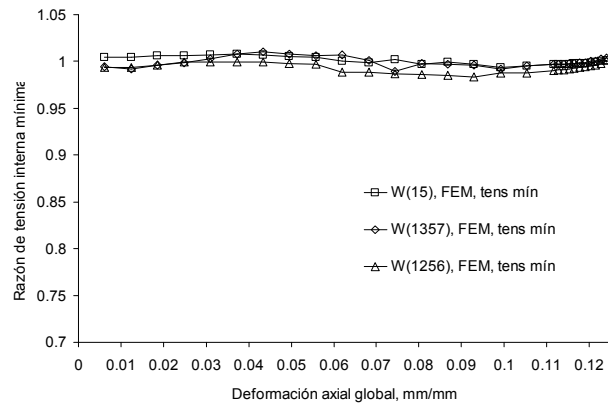


Fig. 6.24: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño simétrico)

De igual forma que con las deformaciones y tensiones máximas, en Fig. 6.23 y Fig. 6.24 se muestra que las deformaciones y tensiones internas mínimas para las secciones simétricas W(15), W(1357) y W(1256), básicamente, no sufren variación con respecto al caso sin daño.

6.3.4.2. Secciones con daño asimétrico

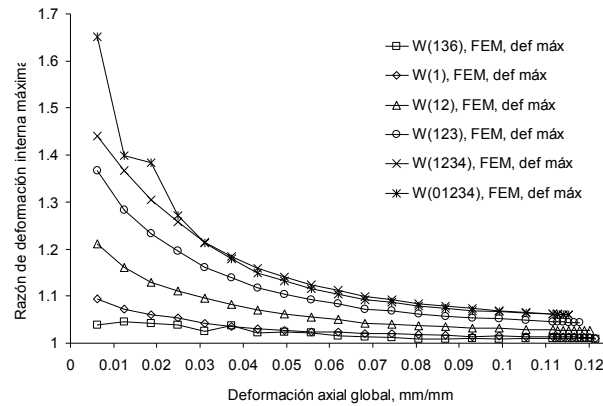


Fig. 6.25: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

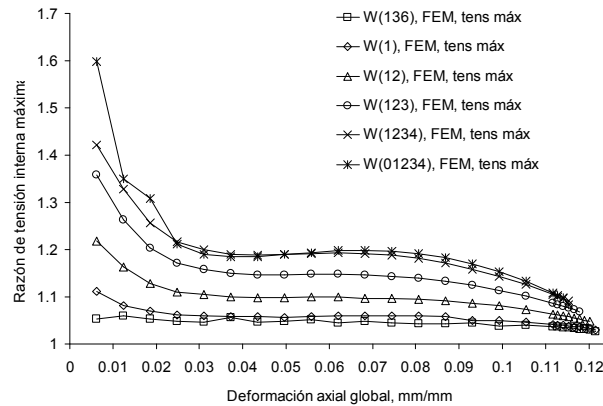


Fig. 6.26: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

En Fig. 6.25 y Fig. 6.26 se observa que a medida que aumenta el índice de asimetría H , de acuerdo a las secciones dañadas (ver Fig. 6.16), aumentan los valores de las curvas de variación de las razones de deformación y tensión máximas alejándose desde la unidad.

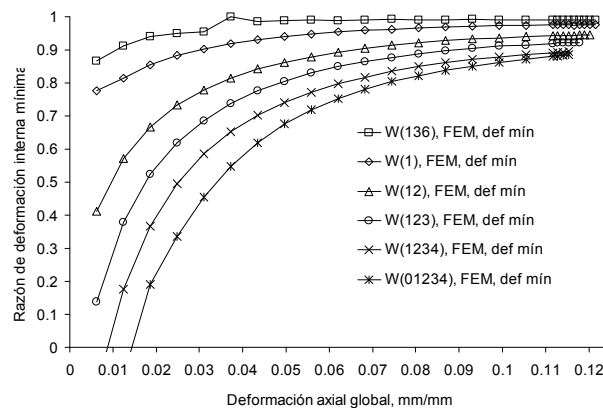


Fig. 6.27: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

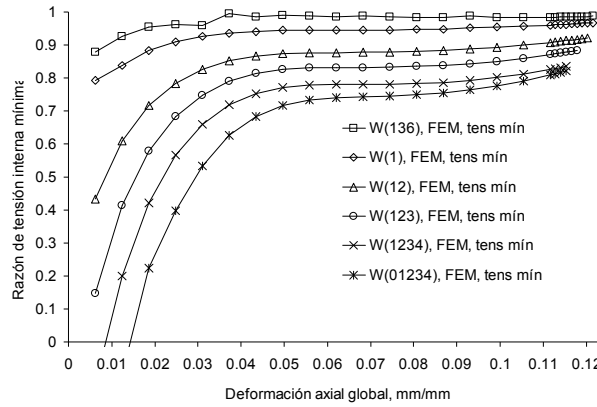


Fig. 6.28: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

En Fig. 6.27 y Fig. 6.28 se observa que a medida que aumenta el índice de asimetría H , de acuerdo a las secciones dañadas (ver Fig. 6.16), disminuyen los valores de las curvas de variación de las razones de deformación y tensión mínimas alejándose de la unidad.

En Fig. 6.27 y Fig. 6.28 se muestra que las curvas de las secciones W(1234) y W(01234) cruzan el eje horizontal. Esto es porque en el registro obtenido a partir de ANSYS, existen valores negativos, lo cual se atribuye a que al inicio del análisis, para deformaciones pequeñas, el efecto de la flexión dada por la asimetría del daño (menores índices de asimetría, ver Tabla 6.18) es mayor que el efecto de la carga axial, generándose compresión en un extremo de la sección.

6.3.4.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

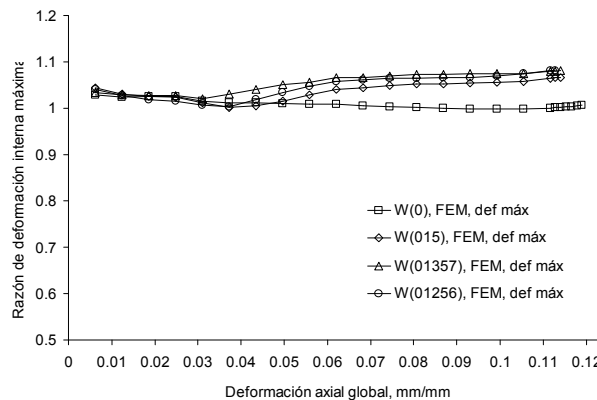


Fig. 6.29: Razón de deformación interna máxima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.)

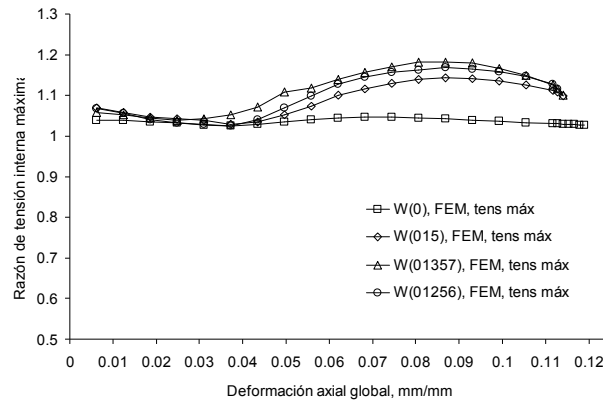


Fig. 6.30: Razón de tensión interna máxima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.)

En Fig. 6.29 y Fig. 6.30 se observa que, para los casos en que los núcleos están dañados y se encuentran sometidos a contacto radial, los valores máximos de deformaciones y tensiones internas son mayores que el caso sin daño durante todo el análisis, y además, a partir de un nivel de deformación de 5%, dichos valores se incrementan. Lo anterior es evidencia de que se generan concentraciones de deformaciones y tensiones en el sector cercano del daño y así, un nivel de deformación axial de falla prematuro, lo que concuerda con lo reportado por Beltrán y Williamson (2010).

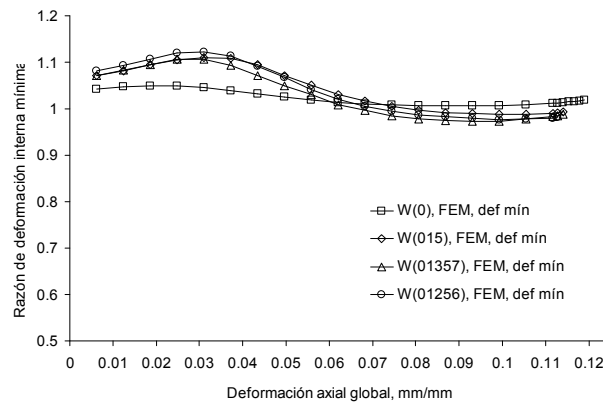


Fig. 6.31: Razón de deformación interna mínima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.)

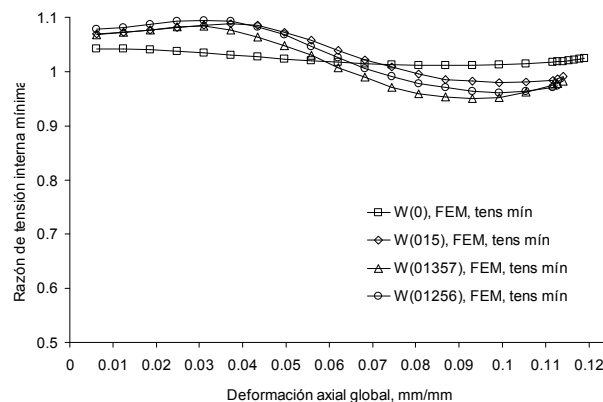


Fig. 6.32: Razón de tensión interna mínima – Deformación axial global, W(-) (núcleo comp.)

En Fig. 6.31 y Fig. 6.32 se observa que los valores mínimos de deformaciones y tensiones internas son mayores que el caso sin daño durante hasta aproximadamente un nivel de deformación de 5%, a partir del cual dichos valores disminuyen. Lo anterior se justifica porque los valores máximos de deformaciones y tensiones se ven aumentados (Fig. 6.29 y Fig. 6.30) debido a flexión local en los elementos resistentes generándose concentraciones de deformaciones y tensiones en el sector cercano del daño.

6.3.5. Análisis de la asimetría

En esta sección, se calibran las funciones de Ec. 6.30 a Ec. 6.35 de acuerdo con los resultados de Tabla 6.18 y Tabla 6.21 para la deformación de falla, de Fig. 6.19 para la capacidad axial, y de Fig. 6.25 a Fig. 6.28, para las deformaciones y tensiones internas extremas.

En 6.3.5.1 se calcula la aproximación de la razón de deformación de falla, para lo cual se necesita determinar las constantes c_0 y c_1 de Ec. 6.30.

Para obtener las funciones λ_F , $\lambda_{emáx}$, λ_{emin} , $\lambda_{omáx}$ y λ_{omin} se igualan las expresiones Ec. 6.31 a Ec. 6.35 con Ec. 6.18 a Ec. 6.22, reemplazando las proporciones ρ_F , $\rho_{emáx}$, ρ_{emin} , $\rho_{omáx}$ y ρ_{omin} en conjunto con el índice de asimetría H en función del nivel de deformación global (ver Fig. 6.16), para cada caso asimétrico. Con estos datos se obtiene un promedio de cada parámetro para todo nivel de deformación. Se proponen polinomios de quinto grado como se observa en Ec. 6.45:

$$\lambda(e) = \sum_{k=0}^5 b_k \left(\frac{e}{e_b} \right)^k \quad \text{Ec. 6.45}$$

donde,

λ : Función a calibrar

b_k : Coeficientes del polinomio

e_b : Deformación de ingeniería de falla del material no lineal ($e_b = 0,124 \text{ mm/mm}$)

En lo siguiente se grafican los valores de los valores de λ_F , $\lambda_{emáx}$, λ_{emin} , $\lambda_{omáx}$ y λ_{omin} en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelo de daño asimétrico y se muestran las correspondientes funciones de aproximación basadas en Ec. 6.45. Se comparan las curvas de fuerza, tensiones y deformaciones internas obtenidas mediante modelos 3D con las de las aproximaciones calibradas. En los gráficos, se identifican los resultados calculados con las funciones de aproximación calibradas, con la leyenda ‘aprox.’.

6.3.5.1. Deformación de falla

Se grafica la razón de deformación de falla ρ_{ef} de Tabla 6.21 en función del índice de asimetría medido en la falla (ver Tabla 6.18) para casos asimétricos y se realiza una aproximación por mínimos cuadrados.

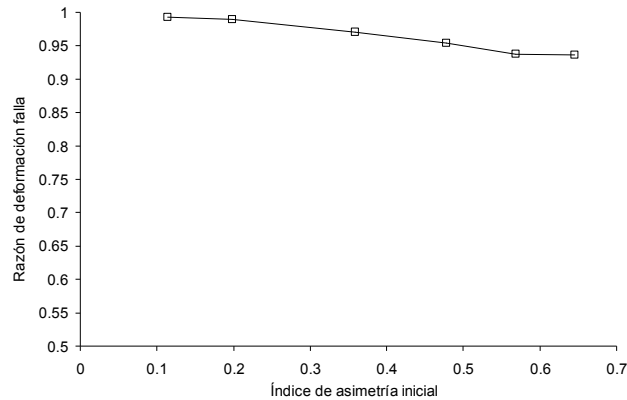


Fig. 6.33: Deformación de falla – Índice de asimetría, $W(-)$ (daño asimétrico)

Con Fig. 6.33, se obtiene la recta de mínimos cuadrados de Ec. 6.46 con $R^2 = 0,9804$.

$$q_{ef}(H_f) = 1,01 - 0,1177 \cdot H_f \quad \text{Ec. 6.46}$$

donde,

H_f : Índice de asimetría evaluado en la deformación de falla

Luego, para determinar la deformación de falla, se despeja la deformación de falla e_f de:

$$q_{ef}(H(e_f)) = \frac{e_f}{e_b} \quad \text{Ec. 6.47}$$

Para conocer la función del índice de asimetría H sólo basta conocer el valor inicial de la distancia del centro de rigidez, d_0 . Este cálculo puede simplificarse utilizando solamente el valor inicial del índice de asimetría, H_0 , obteniéndose la siguiente aproximación por mínimos cuadrados con $R^2 = 0,9808$:

$$q_{ef}(H_0) = 1,006 - 0,1164 \cdot H_0 \quad \text{Ec. 6.48}$$

donde,

H_0 : Índice de asimetría evaluado en deformación nula

Ec. 6.46 y Ec. 6.48 muestran diferencias del orden de 0,001 para la razón de deformación de falla, por lo tanto, emplear el índice de asimetría inicial es una aproximación aceptable.

6.3.5.2. Fuerza axial

En Fig. 6.34 se grafican los valores de λ_F en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelos de daño asimétrico.

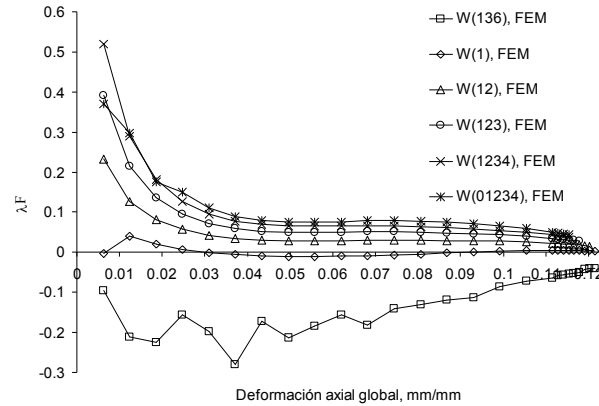


Fig. 6.34: λ_F – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

Se muestra la aproximación de λ_F en función del nivel de deformación e :

$$\lambda_F(e) = 0,64 - 5,13\left(\frac{e}{e_b}\right) + 17,6\left(\frac{e}{e_b}\right)^2 - 28,84\left(\frac{e}{e_b}\right)^3 + 22,64\left(\frac{e}{e_b}\right)^4 - 6,89\left(\frac{e}{e_b}\right)^5 \quad \text{Ec. 6.49}$$

En Fig. 6.35 se muestran las curvas de capacidad de los cables con daño asimétrico obtenidas mediante modelos 3D y mediante las aproximaciones calibradas.

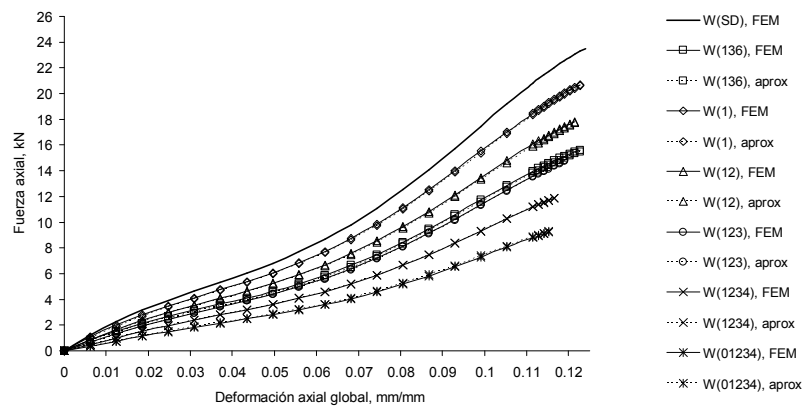


Fig. 6.35: Fuerza axial – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico, aprox.)

6.3.5.3. Deformación interna máxima

En Fig. 6.36 se grafican los valores de $\lambda_{\varepsilon máx}$ en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelo de daño asimétrico.

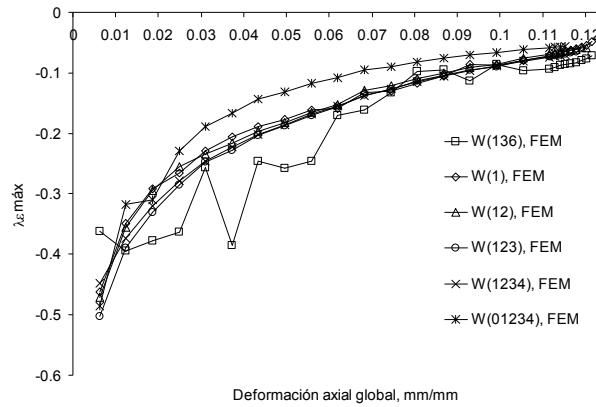


Fig. 6.36: $\lambda_{\varepsilon máx}$ – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

Se muestra la aproximación de $\lambda_{\varepsilon máx}$ en función del nivel de deformación e :

$$\lambda_{\varepsilon máx}(e) = -0,59 + 2,8\left(\frac{e}{e_b}\right) - 7,76\left(\frac{e}{e_b}\right)^2 + 11,46\left(\frac{e}{e_b}\right)^3 - 8,12\left(\frac{e}{e_b}\right)^4 + 2,14\left(\frac{e}{e_b}\right)^5 \quad \text{Ec. 6.50}$$

6.3.5.4. Deformación interna mínima

En Fig. 6.37 se grafican los valores de $\lambda_{\varepsilon mín}$ en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelo de daño asimétrico.

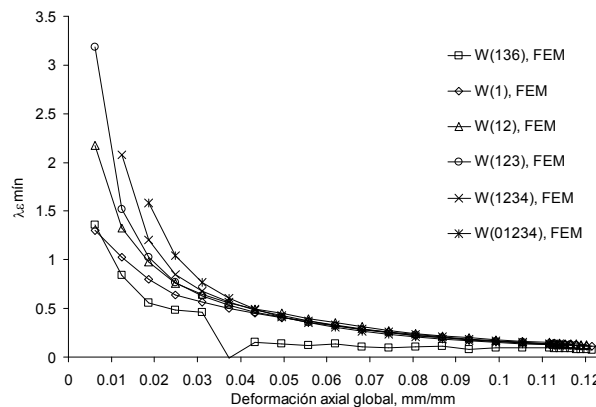


Fig. 6.37: $\lambda_{\varepsilon mín}$ – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

Se muestra la aproximación de λ_{emin} en función del nivel de deformación e :

$$\lambda_{emin}(e) = 4,79 - 39,39\left(\frac{e}{e_b}\right) + 140,74\left(\frac{e}{e_b}\right)^2 - 245,09\left(\frac{e}{e_b}\right)^3 + 203,94\left(\frac{e}{e_b}\right)^4 - 64,9\left(\frac{e}{e_b}\right)^5 \quad \text{Ec. 6.51}$$

6.3.5.5. Deformaciones internas extremas aproximadas

En Fig. 6.38 a Fig. 6.43 se muestran las curvas de deformaciones extremas en función del nivel de deformación global e para los cables con daño asimétrico obtenidas mediante modelos 3D y mediante las aproximaciones calibradas.

En lo siguiente, los gráficos muestran las secciones analizadas en las que el color blanco representa a los elementos no dañados y el color gris a los elementos dañados.

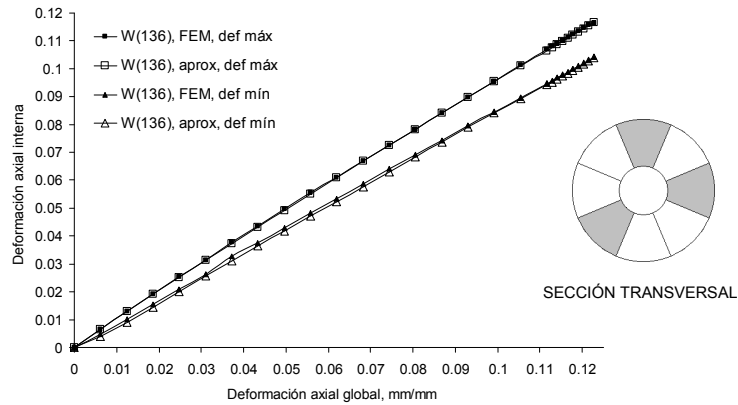


Fig. 6.38: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(136) (aprox.)

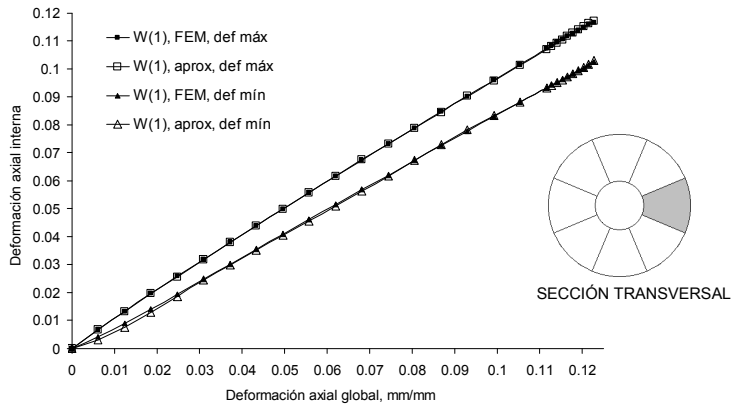


Fig. 6.39: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1) (aprox.)

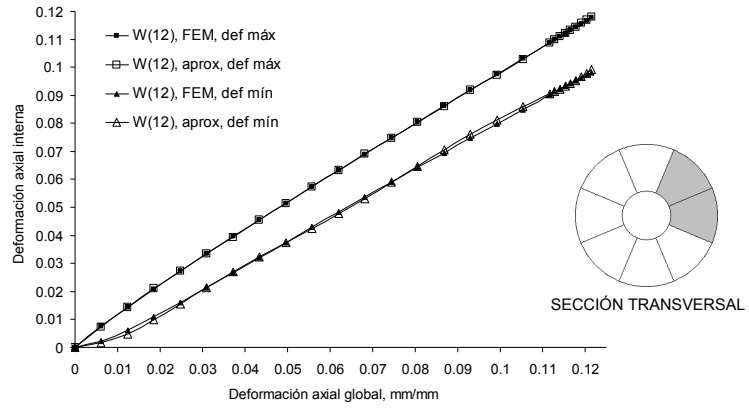


Fig. 6.40: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(12) (aprox.)

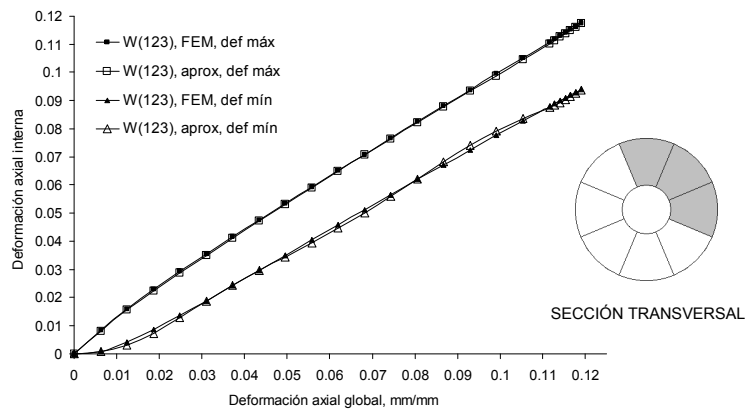


Fig. 6.41: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(123) (aprox.)

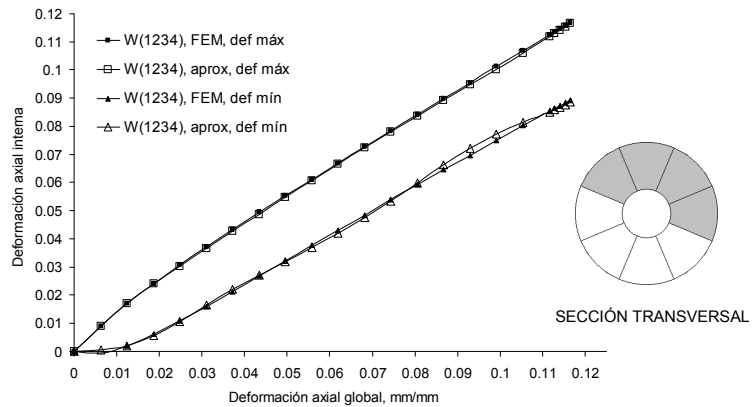


Fig. 6.42: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1234) (aprox.)

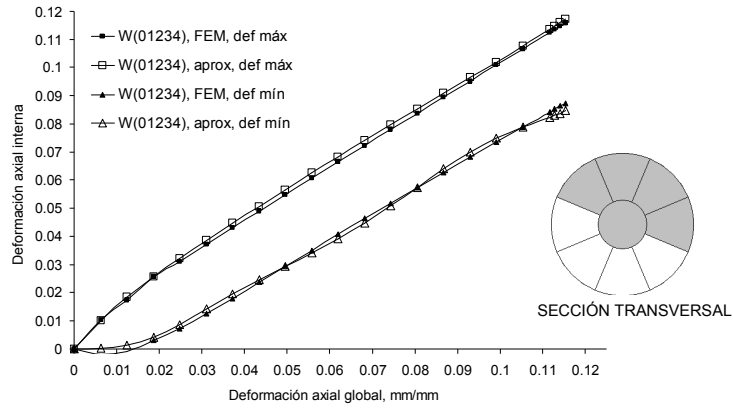


Fig. 6.43: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01234) (aprox.)

6.3.5.6. Tensión interna máxima

En Fig. 6.44 se grafican los valores de $\lambda_{\sigma_{máx}}$ en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelo de daño asimétrico.

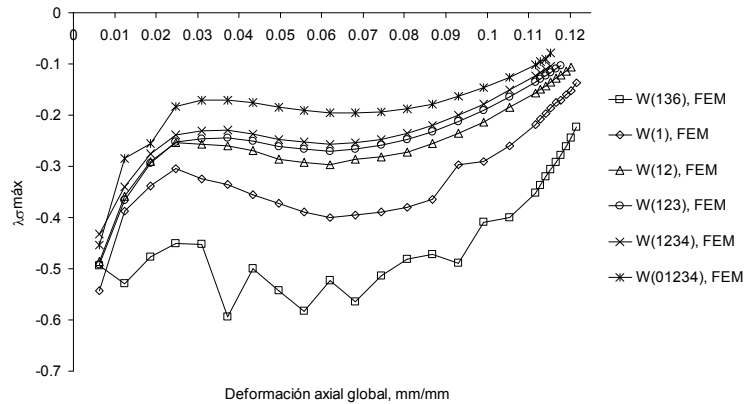


Fig. 6.44: $\lambda_{\sigma_{máx}}$ – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

Se muestra la aproximación de $\lambda_{\sigma_{máx}}$ en función del nivel de deformación e :

$$\lambda_{\sigma_{máx}}(e) = -0,65 + 4,68 \left(\frac{e}{e_b} \right) - 18,36 \left(\frac{e}{e_b} \right)^2 + 32,77 \left(\frac{e}{e_b} \right)^3 - 27,37 \left(\frac{e}{e_b} \right)^4 + 8,93 \left(\frac{e}{e_b} \right)^5 \quad \text{Ec. 6.52}$$

6.3.5.7. Tensión interna mínima

En Fig. 6.45 se grafican los valores de $\lambda_{\sigma_{min}}$ en función del nivel de deformación axial global e calculados para cada modelo de daño asimétrico.

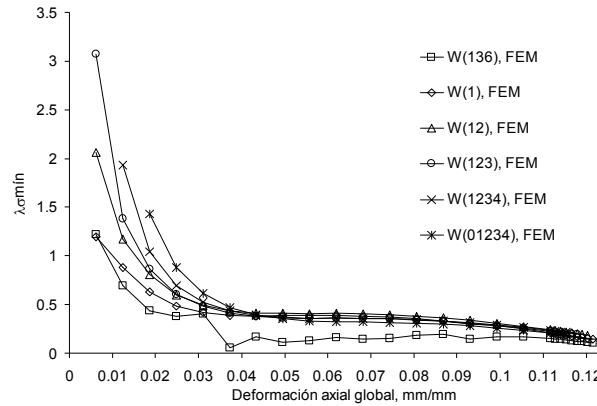


Fig. 6.45: $\lambda_{\sigma_{min}}$ – Deformación axial global, W(-) (daño asimétrico)

Se muestra la aproximación de $\lambda_{\sigma_{min}}$ en función del nivel de deformación e :

$$\lambda_{\sigma_{min}}(e) = 4,78 - 41,33 \left(\frac{e}{e_b} \right) + 147,6 \left(\frac{e}{e_b} \right)^2 - 250,82 \left(\frac{e}{e_b} \right)^3 + 203,17 \left(\frac{e}{e_b} \right)^4 - 63,27 \left(\frac{e}{e_b} \right)^5 \quad \text{Ec. 6.53}$$

En Fig. 6.46 a Fig. 6.51 se muestran las curvas de deformaciones extremas en función del nivel de deformación global e para los cables con daño asimétrico obtenidas mediante modelos 3D y mediante las aproximaciones calibradas.

6.3.5.8. Tensiones internas extremas aproximadas

En lo siguiente, los gráficos muestran las secciones analizadas en las que el color blanco representa a los elementos no dañados y el color gris a los elementos dañados.

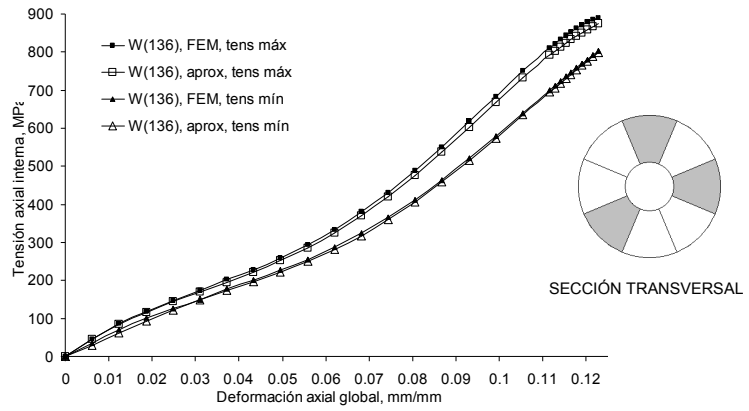


Fig. 6.46: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(136) (aprox.)

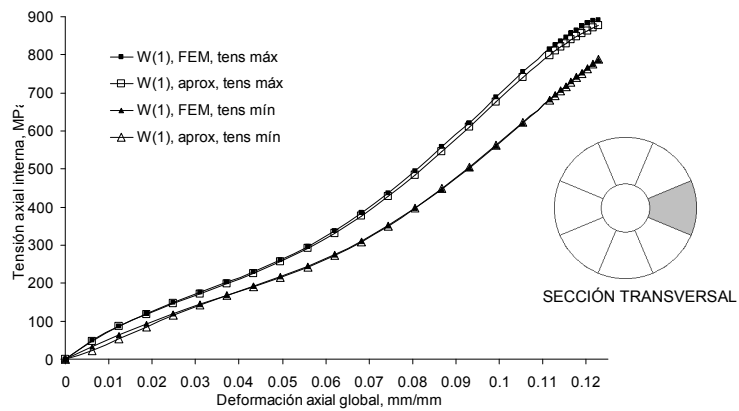


Fig. 6.47: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1) (aprox.)

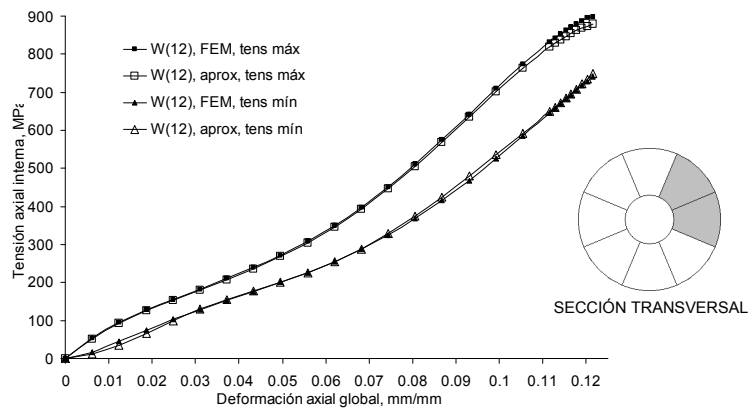


Fig. 6.48: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(12) (aprox.)

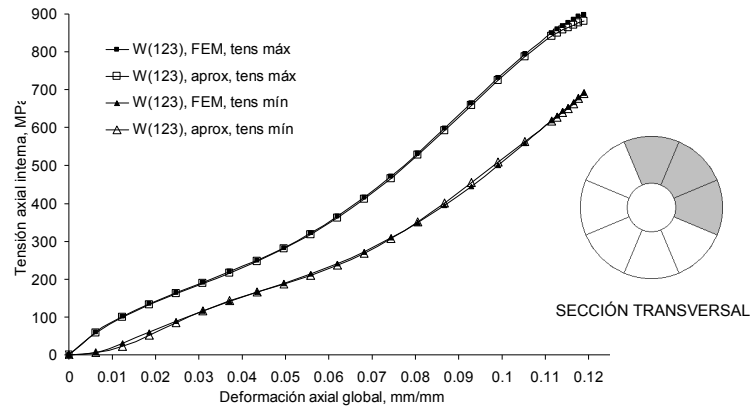


Fig. 6.49: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(123) (aprox.)

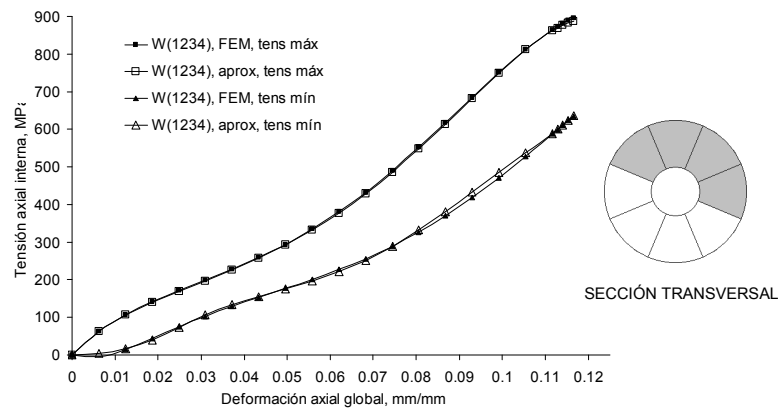


Fig. 6.50: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1234) (aprox.)

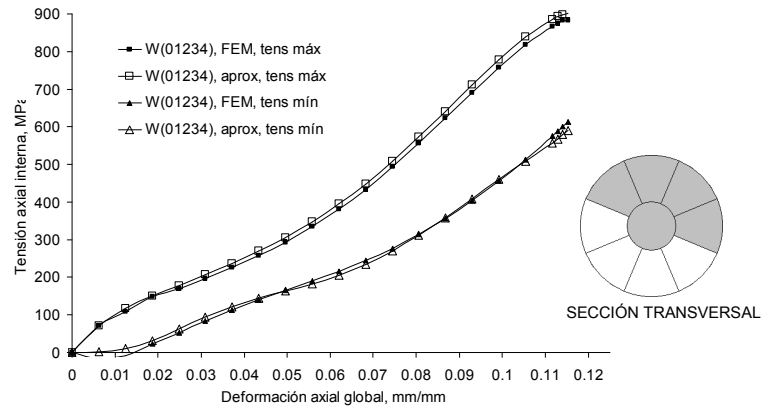


Fig. 6.51: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01234) (aprox.)

6.3.5.9. Correlación de curvas

En Tabla 6.29 se muestran los coeficientes de correlación R^2 de las funciones de los exponentes con respecto a los valores calculados a partir de la respuesta de los modelos 3D de cada cable con daño asimétrico.

Tabla 6.29: Coeficientes R^2 de λ_F , $\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}}$, $\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}}$, $\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}}$, $\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}}$, $W(-)$

Cable	$R^2 (\lambda_F)$	$R^2 (\lambda_{\varepsilon_{m\acute{a}x}})$	$R^2 (\lambda_{\varepsilon_{m\acute{i}n}})$	$R^2 (\lambda_{\sigma_{m\acute{a}x}})$	$R^2 (\lambda_{\sigma_{m\acute{i}n}})$
W(136)	--	0,811	0,948	0,712	0,95
W(1)	--	0,982	0,923	0,924	0,917
W(12)	0,987	0,991	0,983	0,991	0,981
W(123)	0,99	0,997	0,975	0,999	0,97
W(1234)	0,992	0,993	0,994	0,992	0,992
W(01234)	0,976	0,977	0,988	0,983	0,977

En Tabla 6.30 se muestran los coeficientes de correlación R^2 de las funciones aproximadas de fuerza, deformaciones y tensiones internas con respecto a lo obtenido directamente a partir de modelos 3D para cada cable de daño asimétrico.

Tabla 6.30: Coeficientes R^2 de F , $\varepsilon_{m\acute{a}x}$, $\varepsilon_{m\acute{i}n}$, $\sigma_{m\acute{a}x}$, $\sigma_{m\acute{i}n}$, $W(-)$

Cable	$R^2 (F)$	$R^2 (\varepsilon_{m\acute{a}x})$	$R^2 (\varepsilon_{m\acute{i}n})$	$R^2 (\sigma_{m\acute{a}x})$	$R^2 (\sigma_{m\acute{i}n})$
W(136)	0,999998	0,99999	0,999882	0,999933	0,999927
W(1)	0,999971	0,999982	0,999726	0,999962	0,999879
W(12)	0,99997	0,999938	0,999357	0,999693	0,999609
W(123)	0,999967	0,999927	0,999152	0,999591	0,999547
W(1234)	0,999981	0,999949	0,998694	0,99974	0,999413
W(01234)	0,99999	0,999909	0,998015	0,999777	0,99907

A partir de Tabla 6.30, se observa que las funciones calibradas constituyen excelentes aproximaciones para las seis secciones de daño asimétrico estudiadas.

6.3.6. Distribución de deformaciones y tensiones internas

En esta sección se muestran las distribuciones de tensiones y deformaciones axiales internas en la sección transversal para cada modelo 3D analizado. En las imágenes, los valores de deformación que se muestran están calculados por ANSYS de acuerdo a la definición de deformación natural (Ec. 4.2).

6.3.6.1. Secciones sin daño y con daño simétrico

Para todas las secciones simétricas (sin daño y con daño), se observa en Fig. 6.52 a Fig. 6.55 (a) y (b) que las deformaciones y tensiones se distribuyen de forma simétrica en la sección transversal, y que los máximos valores se encuentran en el centro, mientras que los mínimos en la superficie externa del cable. La distribución no uniforme descrita previamente se debe a que los elementos helicoidales experimentan flexión local por el cambio de curvatura generado durante la deformación, el cual se debe a la geometría de la trayectoria que recorren dichos elementos. Los valores extremos de tensiones y deformaciones internas no presentan una diferencia significativa entre sí (ver valores en Tabla 6.31 y Tabla 6.32). Esto se debe a que el efecto del cambio de curvatura que experimentan los elementos helicoidales no es significativo en comparación con el efecto que tiene la deformación axial.

En Fig. 6.52 a Fig. 6.55 (c) a (f), se muestra que, a lo largo del cable, las tensiones y deformaciones se distribuyen uniformemente.

Como se explicó en la sección 5.3, el gradiente de deformaciones y tensiones observado en los elementos helicoidales se debe al momento de flexión generado por la geometría helicoidal de los elementos de dicha orientación. El mismo comportamiento se observa, para secciones con daño simétrico.

Tabla 6.31: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (daño simétrico)

Cable	Modelo	Daño	$\epsilon_{m\acute{a}x}$	$\epsilon_{m\acute{i}n}$	ϵ_{prom}	$d\epsilon\%$
W(SD)	FEM	No	0,11689	0,10627	0,11158	4,8
W(15)	FEM	Sim.	0,11689	0,10602	0,11146	4,9
W(1357)	FEM	Sim.	0,11689	0,10552	0,11121	5,1
W(1256)	FEM	Sim.	0,11689	0,10528	0,11109	5,2

Tabla 6.32: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (daño simétrico)

Cable	Modelo	Daño	$\sigma_{m\acute{a}x}, MPa$	$\sigma_{m\acute{i}n}, MPa$	σ_{prom}, MPa	$d\sigma\%$
W(SD)	FEM	No	878,9	823	851,0	3,3
W(15)	FEM	Sim.	891,7	821,1	856,4	4,1
W(1357)	FEM	Sim.	888,6	815,9	852,3	4,3
W(1256)	FEM	Sim.	895,1	813,7	854,4	4,8

En Tabla 6.31 y Tabla 6.32 se muestran, para secciones simétricas, las diferencias porcentuales entre los valores extremos de deformaciones y tensiones medidas en base al valor promedio. La mayor diferencia observada es de 5,2%, lo cual no constituye una diferencia significativa y concuerda con que básicamente las secciones con daño simétrico cumplen con el efecto de área neta en su comportamiento axial global y tienen distribuciones de tensiones y deformaciones aproximadamente uniformes, debido a la ausencia de flexión global en la sección.

Sección W(SD):

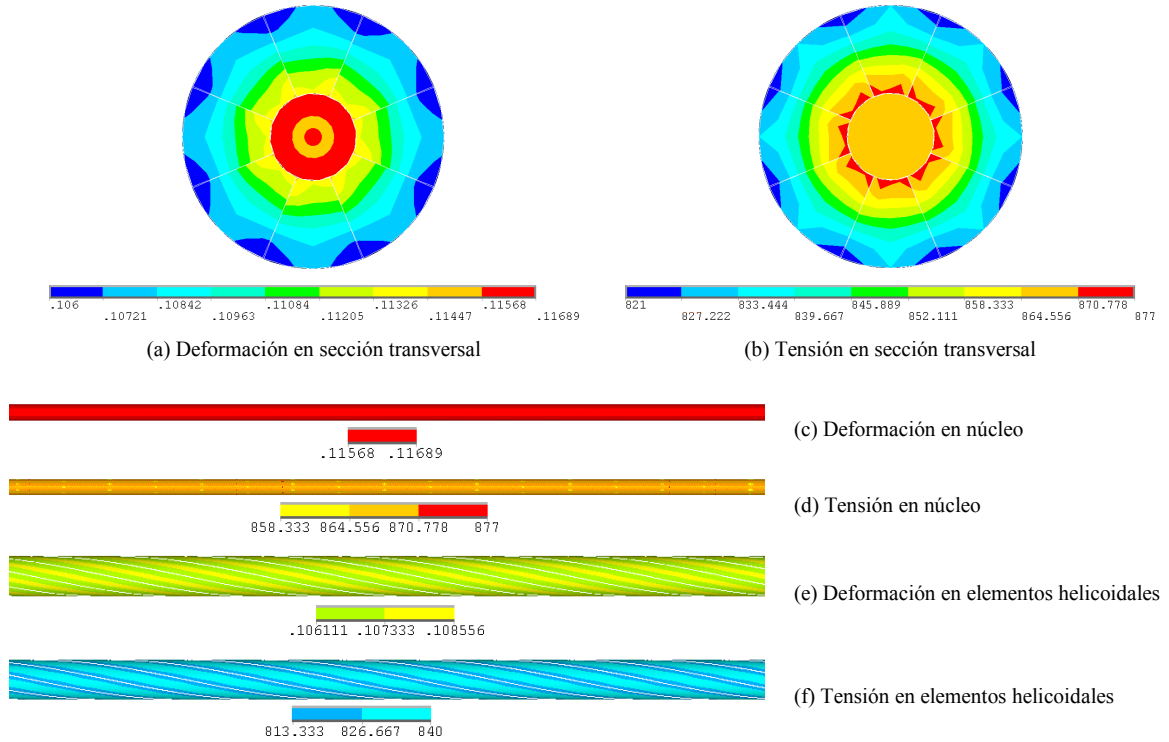


Fig. 6.52: Distribución de deformaciones y tensiones, W(SD)

Sección W(15):

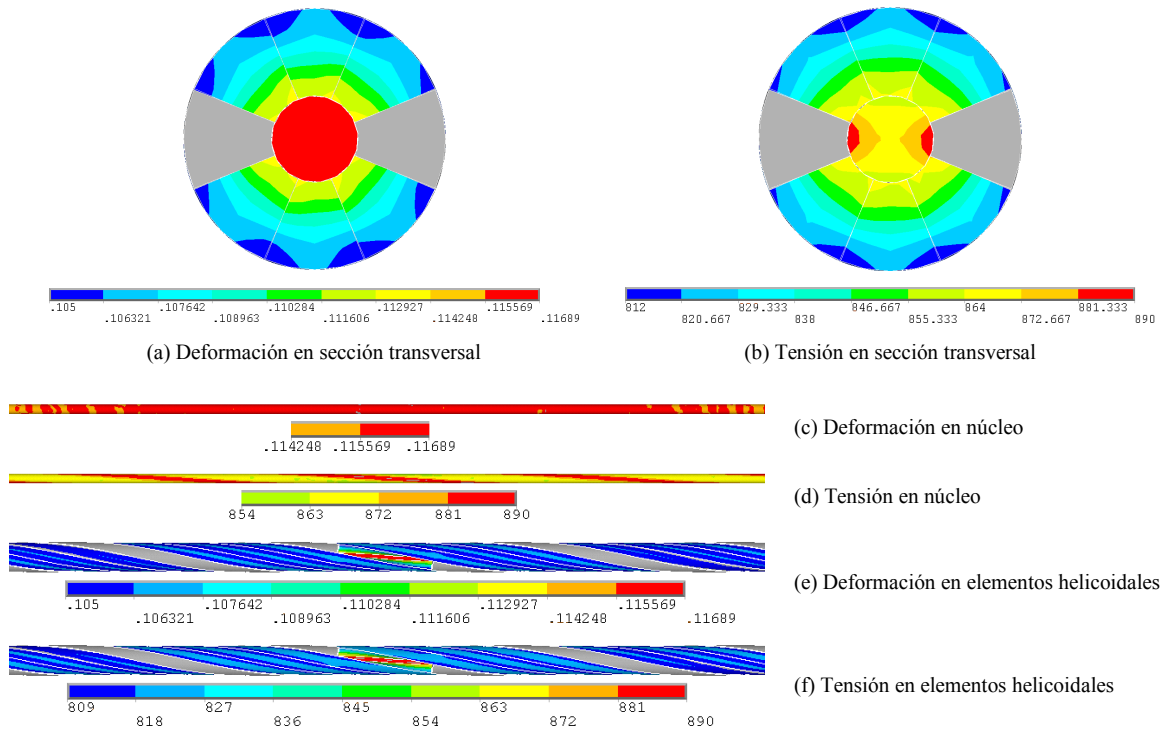


Fig. 6.53: Distribución de deformaciones y tensiones, W(15)

Sección W(1357):

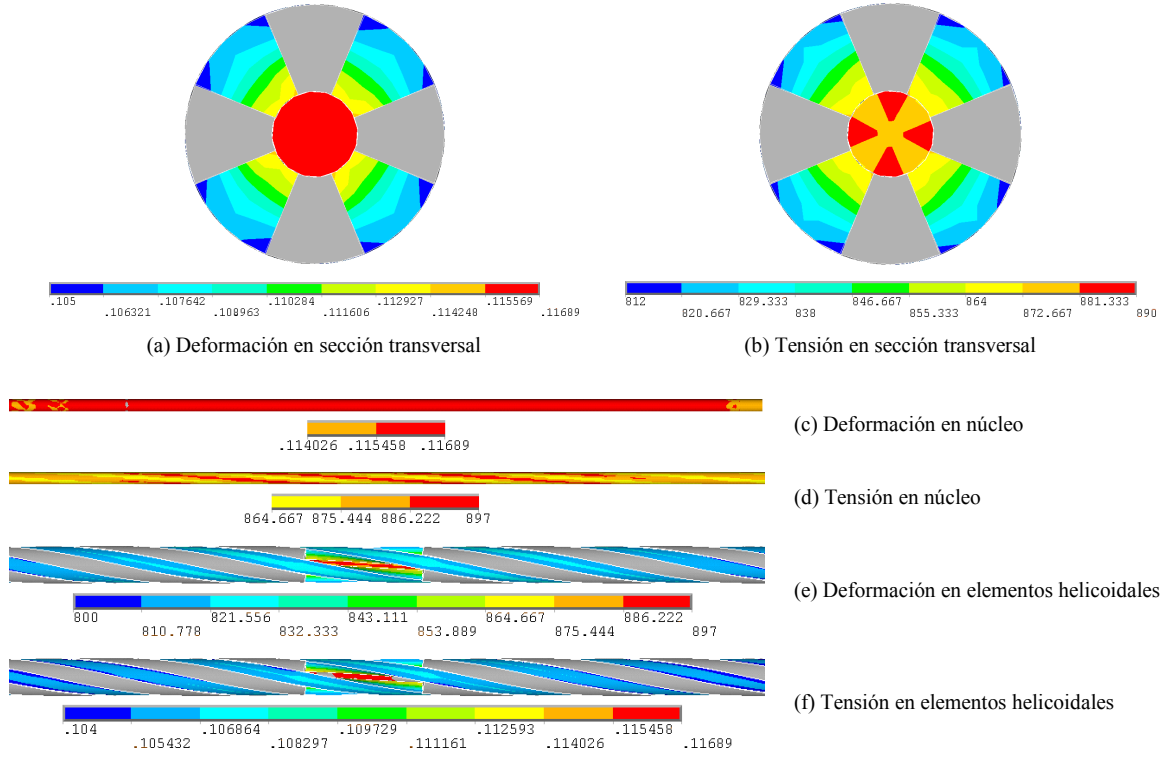


Fig. 6.54: Distribución de deformaciones y tensiones, W(1357)

Sección W(1256):

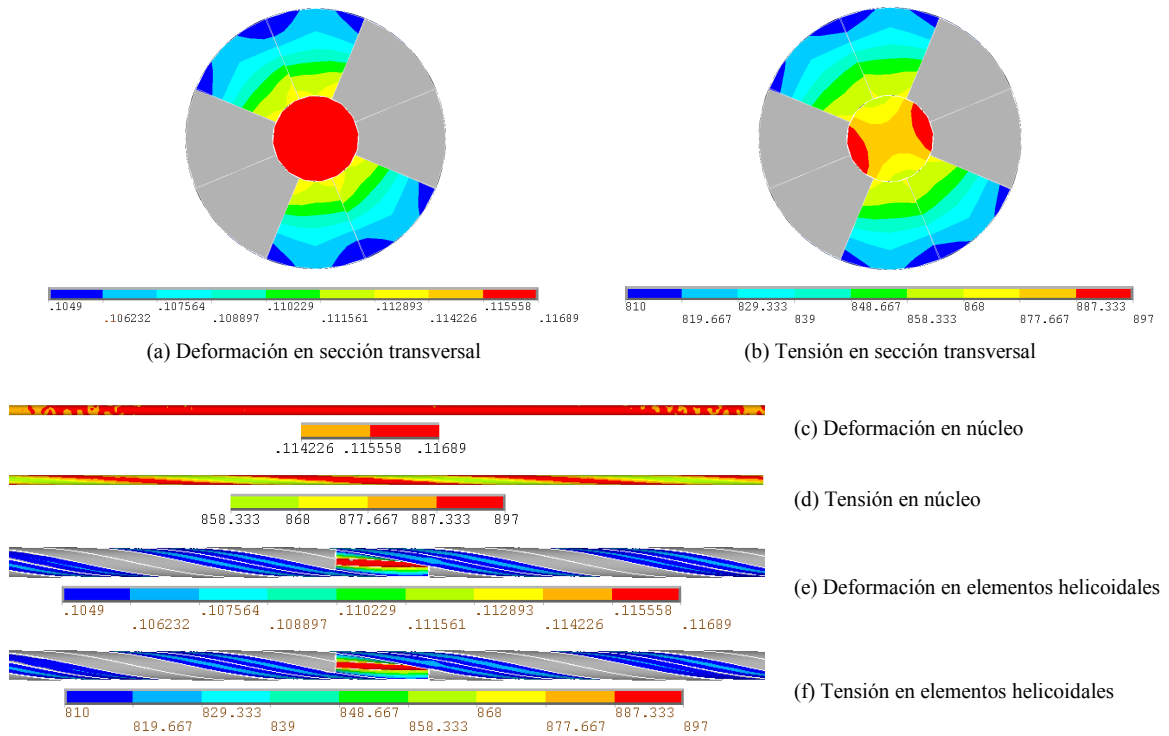


Fig. 6.55: Distribución de deformaciones y tensiones, W(1256)

6.3.6.2. Secciones con daño asimétrico

Para los casos de secciones con daño asimétrico, en Fig. 6.56 a Fig. 6.61 (a) y (b) se aprecia que los valores máximos de tensiones y deformaciones se producen en las zonas más cercanas al daño. Por otra parte, en la sección transversal, los mínimos se tienen en la parte más alejada de los elementos dañados.

En Fig. 6.56 a Fig. 6.61 (c) a (f), se observa que las tensiones y deformaciones mantienen el mismo patrón de distribución a lo largo del cable. En particular, para el caso W(136), en Fig. 6.56 (a) y (b) se muestra que los valores mínimos se encuentran en la zona de la sección con menos daño y los máximos en la zona con más daño.

Tabla 6.33: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (daño asimétrico)

Cable	Daño	Modelo	H_f	$\epsilon_{m\acute{a}x}$	$\epsilon_{m\acute{i}n}$	ϵ_{prom}	$d\epsilon\%$
W(136)	Asim.	FEM	0,114	0,11689	0,10475	0,11082	5,5
W(1)	Asim.	FEM	0,198	0,11689	0,10256	0,10973	6,5
W(12)	Asim.	FEM	0,358	0,11689	0,09744	0,10717	9,1
W(123)	Asim.	FEM	0,478	0,11689	0,09356	0,10523	11,1
W(1234)	Asim.	FEM	0,568	0,11689	0,08929	0,10309	13,4
W(01234)	Asim.	FEM	0,646	0,11689	0,08833	0,10261	13,9

Tabla 6.34: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (daño asimétrico)

Cable	Daño	Modelo	H_f	$\sigma_{m\acute{a}x}$ MPa	$\sigma_{m\acute{i}n}$ MPa	σ_{prom} MPa	$d\sigma\%$
W(136)	Asim.	FEM	0,114	892	808,9	850,5	4,9
W(1)	Asim.	FEM	0,198	892,3	787,6	840,0	6,2
W(12)	Asim.	FEM	0,358	895,8	731,8	813,8	10,1
W(123)	Asim.	FEM	0,478	895,5	686	790,8	13,2
W(1234)	Asim.	FEM	0,568	896,2	634,9	765,6	17,1
W(01234)	Asim.	FEM	0,646	883,9	624,2	754,1	17,2

En Tabla 6.33 y Tabla 6.34 se muestran, para secciones con daño asimétrico, las diferencias porcentuales entre los valores extremos de deformaciones y tensiones medidas en base al valor promedio. A medida que aumenta el índice de asimetría en la falla H_f (ver Fig. 6.16), se incrementa, la diferencia entre los valores. El valor máximo registrado es de 17,2 %, por lo tanto se verifica que la asimetría de la sección tiene un impacto importante en la distribución de deformaciones y tensiones. Este comportamiento se debe a la flexión global generada en el cable debido a la asimetría de la sección.

Sección W(136):

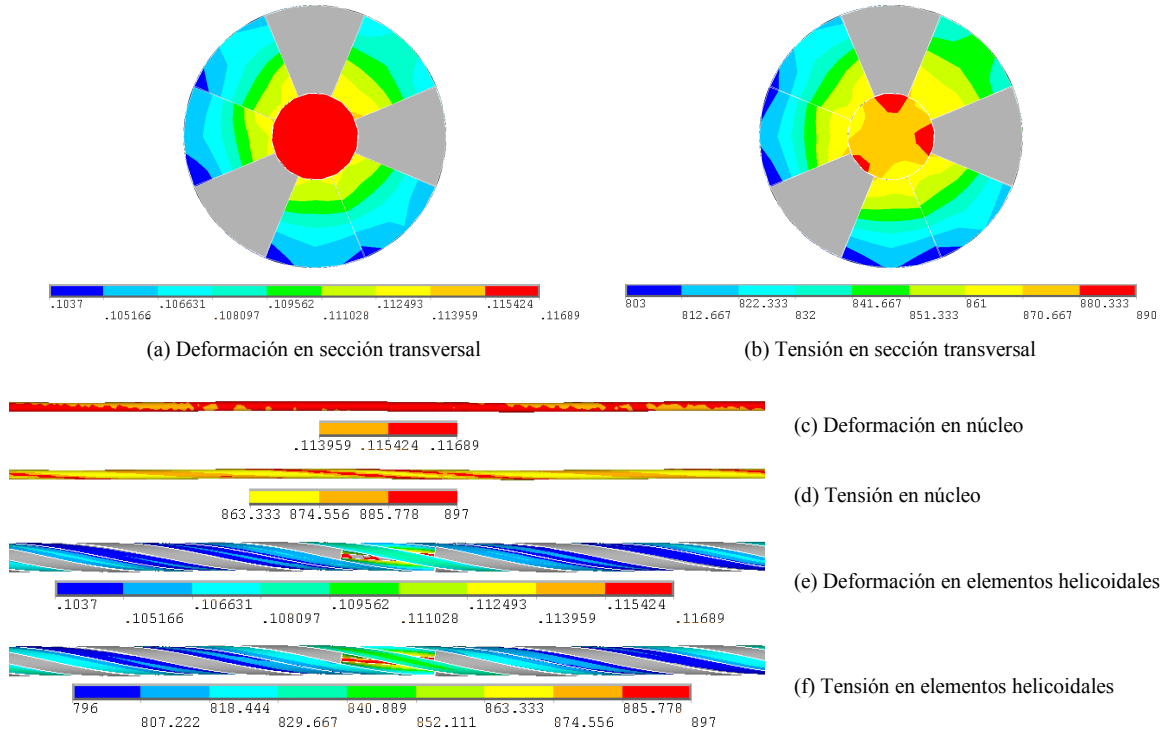


Fig. 6.56: Distribución de deformaciones y tensiones, W(136)

Sección W(1):

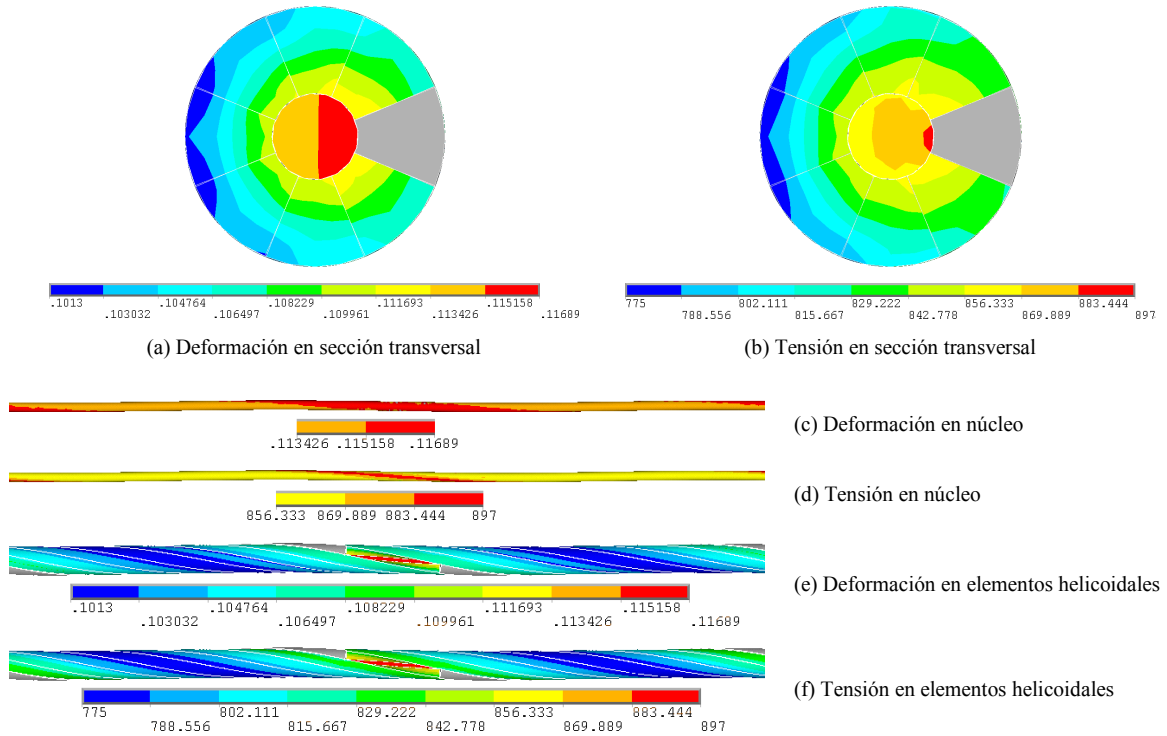


Fig. 6.57: Distribución de deformaciones y tensiones, W(1)

Sección W(12):

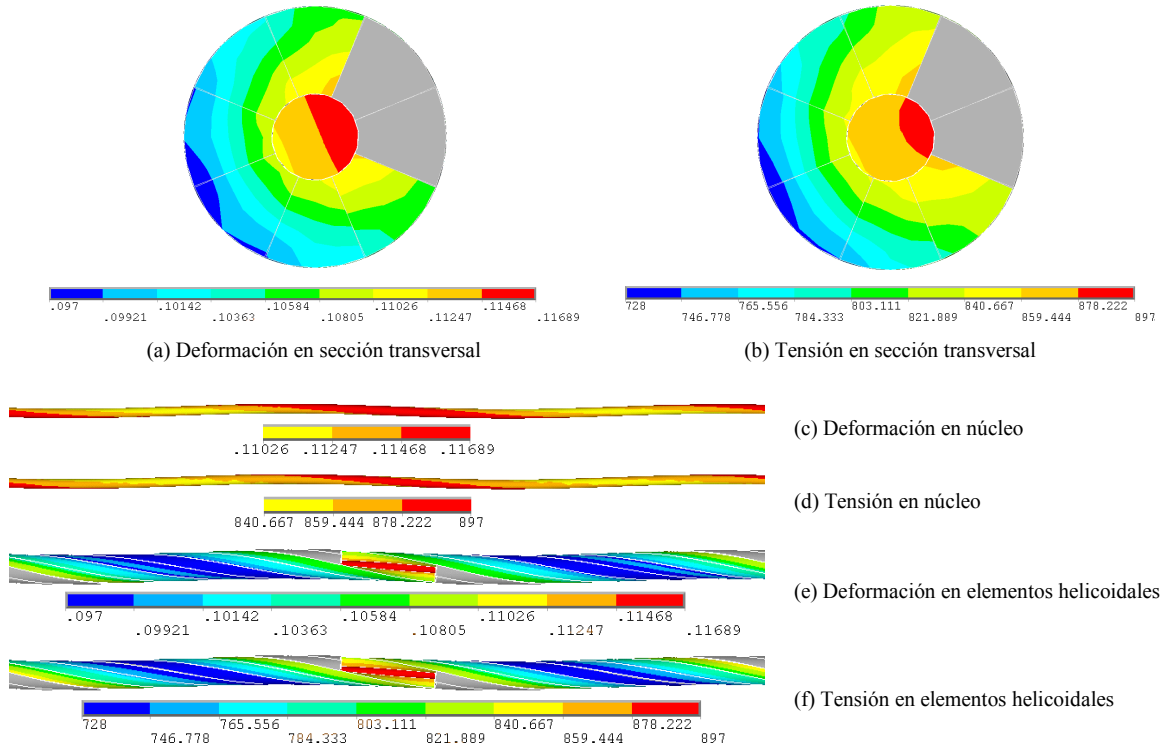


Fig. 6.58: Distribución de deformaciones y tensiones, W(12)

Sección W(123):

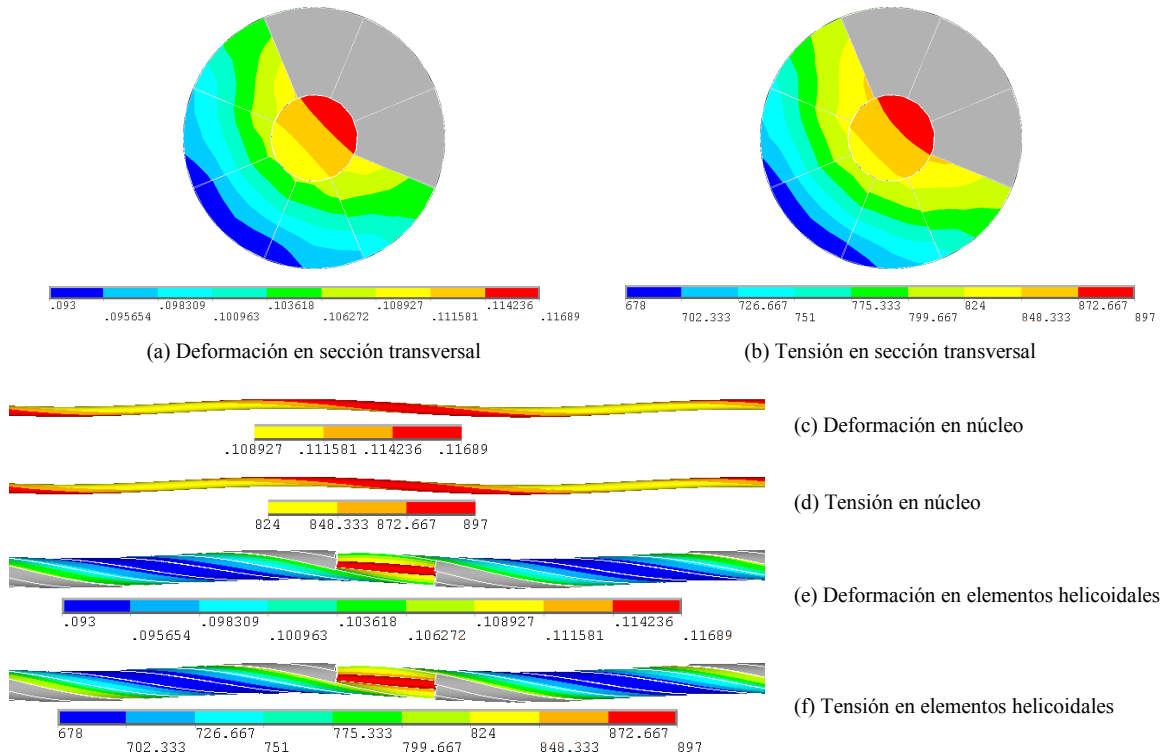


Fig. 6.59: Distribución de deformaciones y tensiones, W(123)

Sección W(1234):

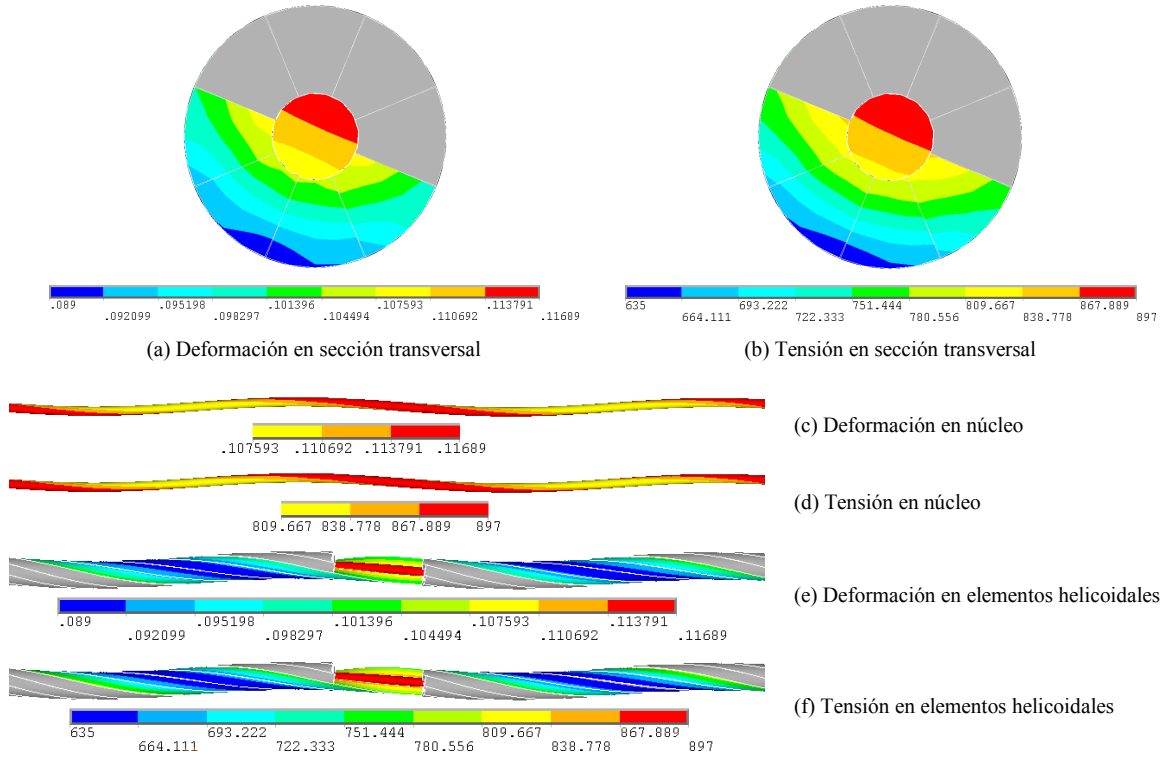


Fig. 6.60: Distribución de deformaciones y tensiones, W(1234)

Sección W(01234):

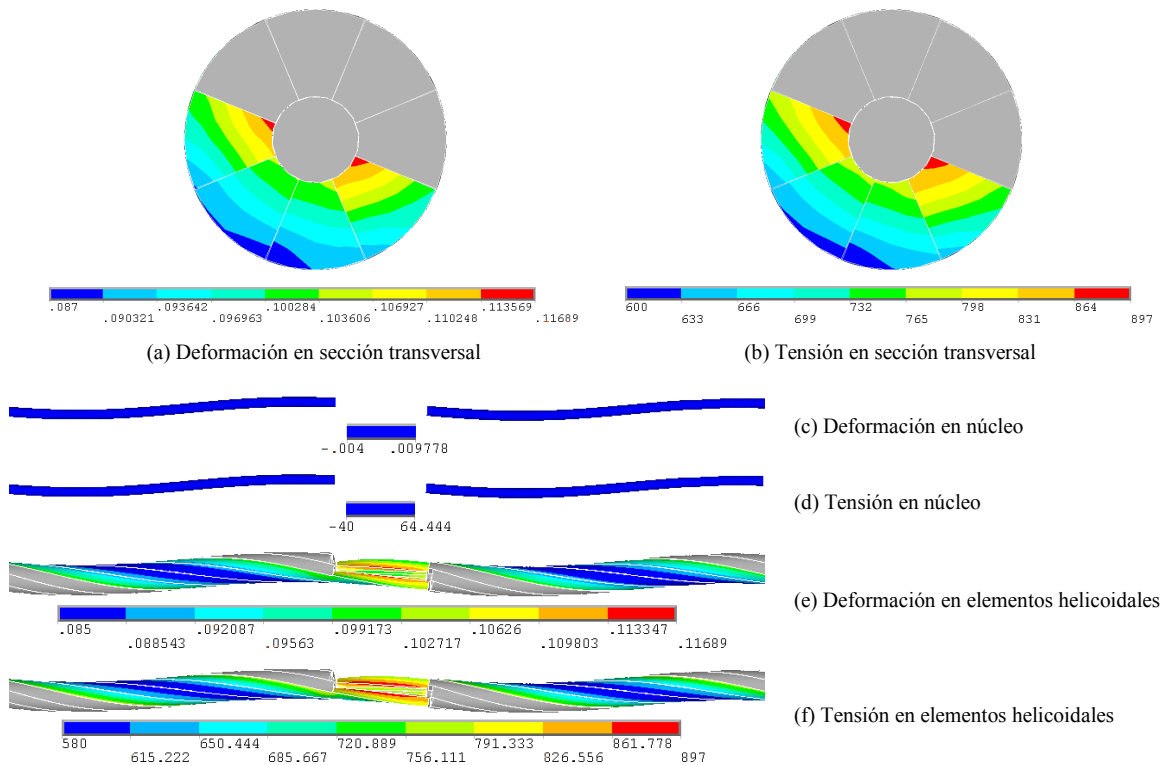


Fig. 6.61: Distribución de deformaciones y tensiones, W(01234)

6.3.6.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

En Fig. 6.62 a Fig. 6.65 (a) y (b) se observan distribuciones simétricas de deformaciones y tensiones en la sección transversal, con máximos al centro y mínimos en la superficie externa. En Fig. 6.62 a Fig. 6.65 (c) y (d), se observa un aumento gradual de la carga del núcleo desde la zona del daño, lo cual es causado por un fenómeno de fricción debido a la presencia de presiones normales actuando sobre él por parte de los elementos helicoidales resistentes.

En Fig. 6.62 a Fig. 6.65 (e) y (f), se aprecian concentraciones de deformaciones y tensiones en la zona del daño, lo cual es causado por

Tabla 6.35: Variación de deformaciones entre centro y superficie externa, W(-) (núcleo comp.)

Cable	Modelo	Daño	$\epsilon_{m\acute{a}x}$	$\epsilon_{m\acute{i}n}$	ϵ_{prom}	$d\epsilon\%$
W(0)	FEM	Sim.	0,11689	0,10697	0,11193	4,4
W(015)	FEM	Sim.	0,11689	0,09877	0,10783	8,4
W(01357)	FEM	Sim.	0,11689	0,09651	0,1067	9,6
W(01256)	FEM	Sim.	0,11689	0,096	0,10645	9,8

Tabla 6.36: Variación de tensiones entre centro y superficie externa, W(-) (núcleo comp.)

Cable	Modelo	Daño	$\sigma_{m\acute{a}x}$ MPa	$\sigma_{m\acute{i}n}$ MPa	σ_{prom} MPa	$d\sigma\%$
W(0)	FEM	Sim.	872,5	827,9	850,2	2,6
W(015)	FEM	Sim.	884,7	747	815,9	8,4
W(01357)	FEM	Sim.	885,9	721,3	803,6	10,2
W(01256)	FEM	Sim.	884,9	716	800,5	10,6

En Tabla 6.35 y Tabla 6.36 se muestran, para las secciones simétricas con núcleo dañado, las diferencias porcentuales entre los valores extremos de deformaciones y tensiones medidas en base al valor promedio. Se observa que a medida que aumenta el daño, la diferencia porcentual crece. Sin embargo, todas las diferencias son menores a las registradas para los casos de daño asimétrico.

Sección W(0):

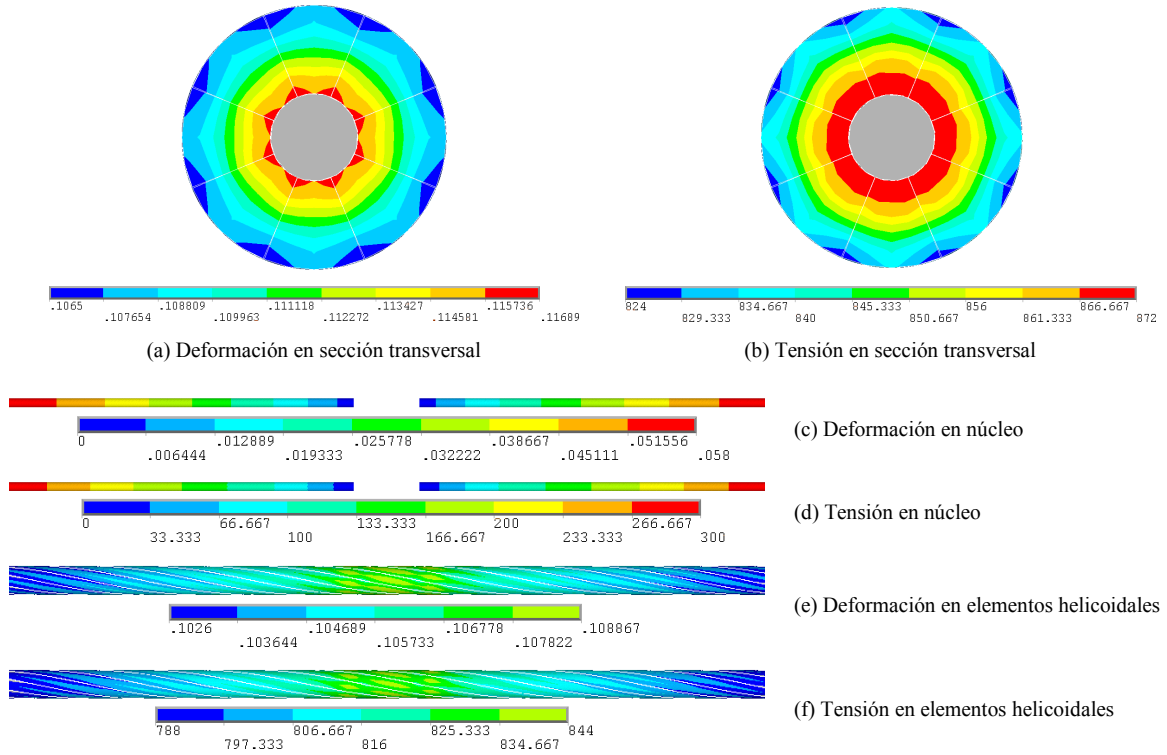


Fig. 6.62: Distribución de deformaciones y tensiones, W(0)

Sección W(015):

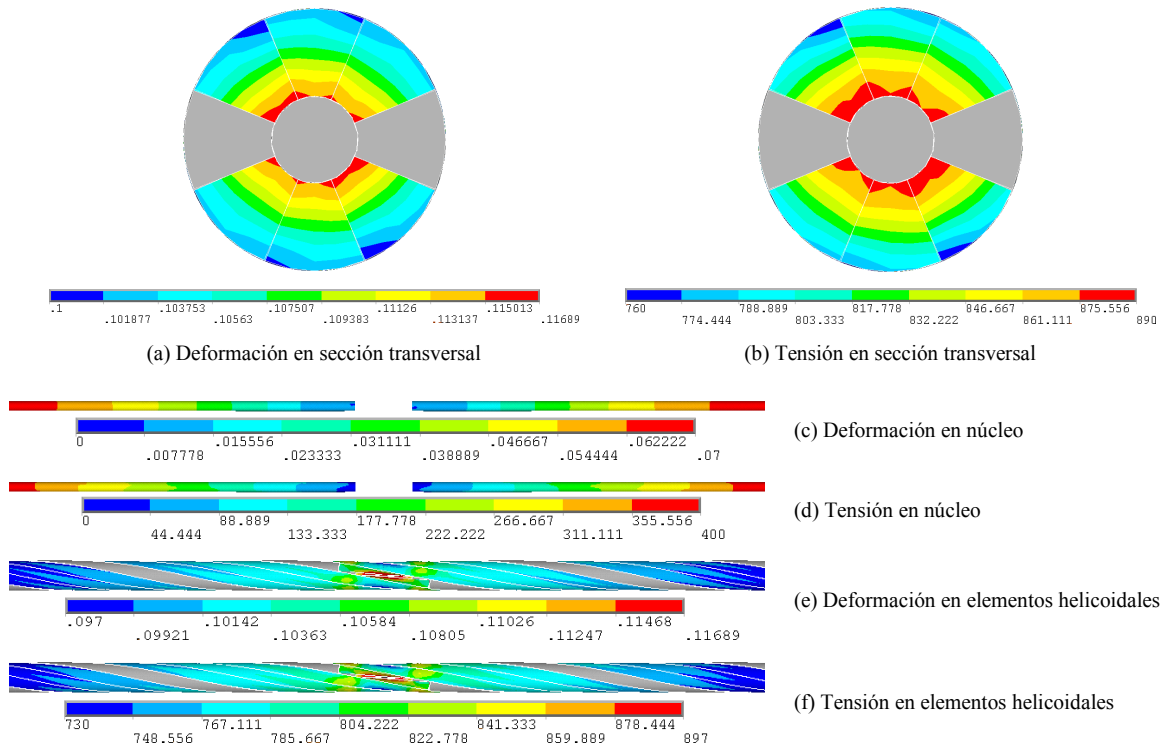


Fig. 6.63: Distribución de deformaciones y tensiones, W(015)

Sección W(01357):

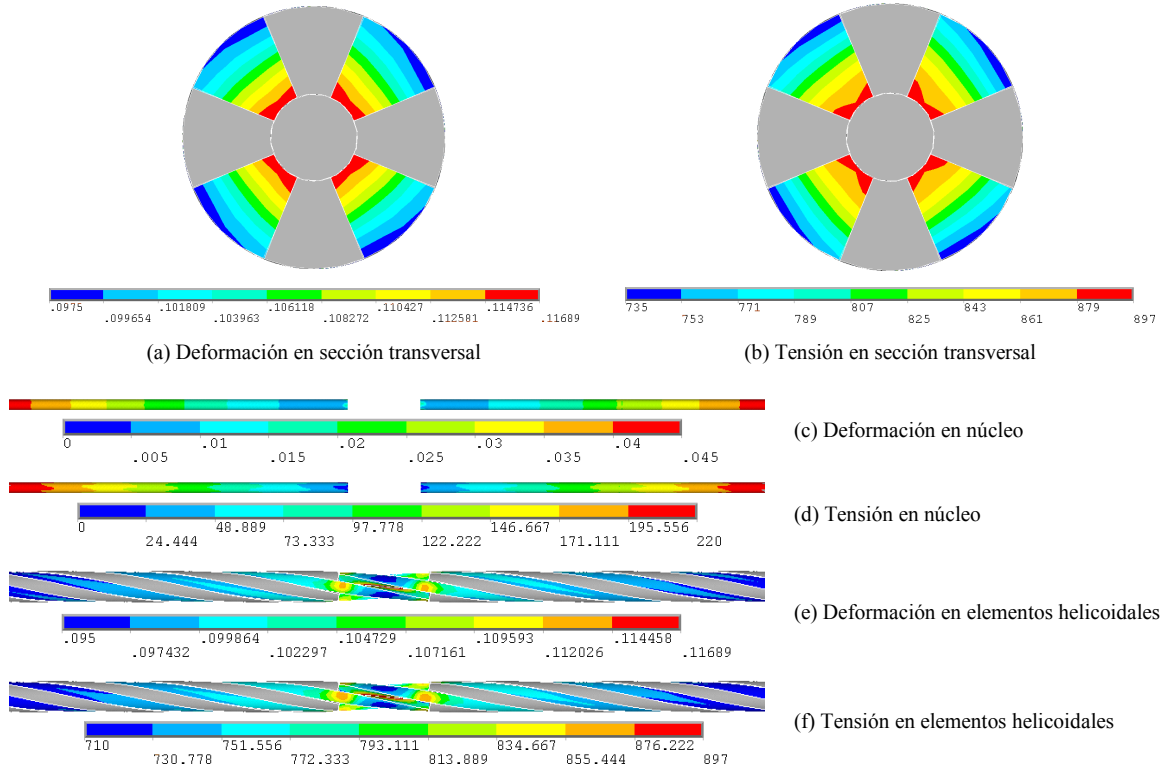


Fig. 6.64: Distribución de deformaciones y tensiones, W(01357)

Sección W(01256):

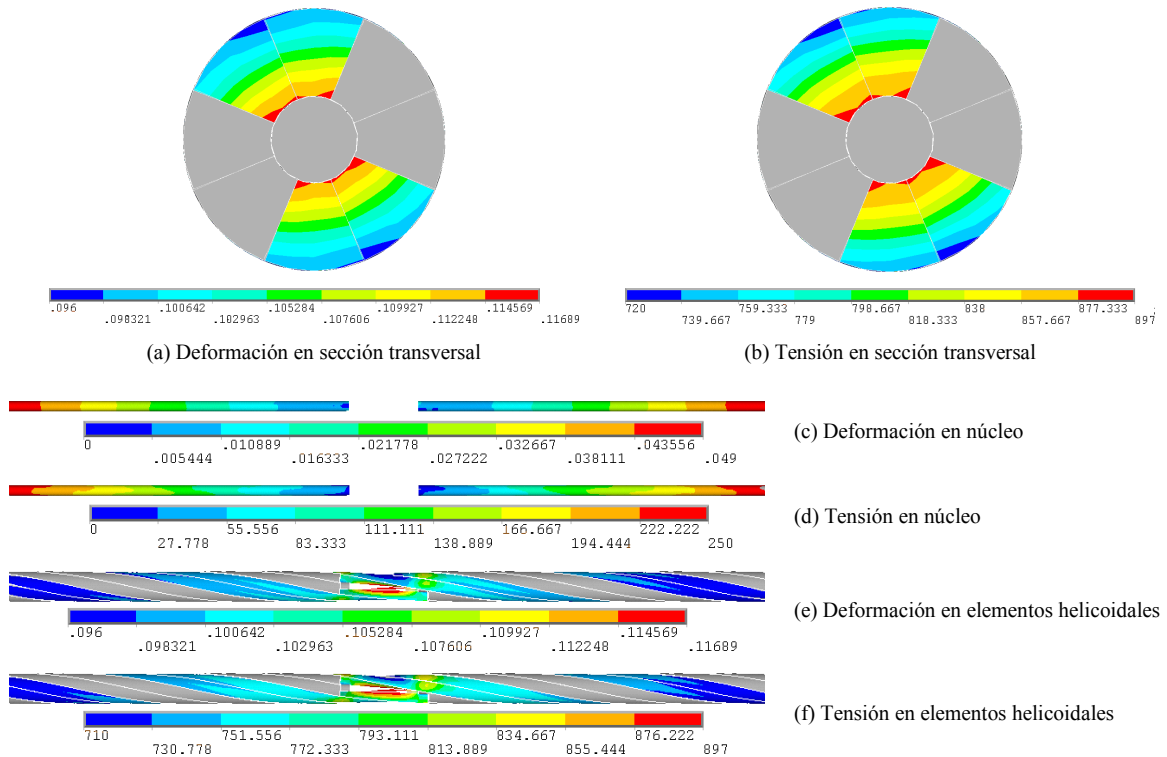


Fig. 6.65: Distribución de deformaciones y tensiones, W(01256)

Según los resultados anteriores, en algunos modelos, los elementos resistentes presentan concentraciones de tensiones y deformaciones en la zona cercana al corte. Esto se observa en las secciones con núcleo dañado W(0), W(015), W(01357) y W(01256). En Fig. 6.66 a Fig. 6.69 se muestran las concentraciones de deformaciones y tensiones para el instante de falla en un elemento helicoidal resistente. La zona gris corresponde al núcleo cortado, el cual presenta deformaciones y tensiones nulas inmediatamente en la zona de corte.

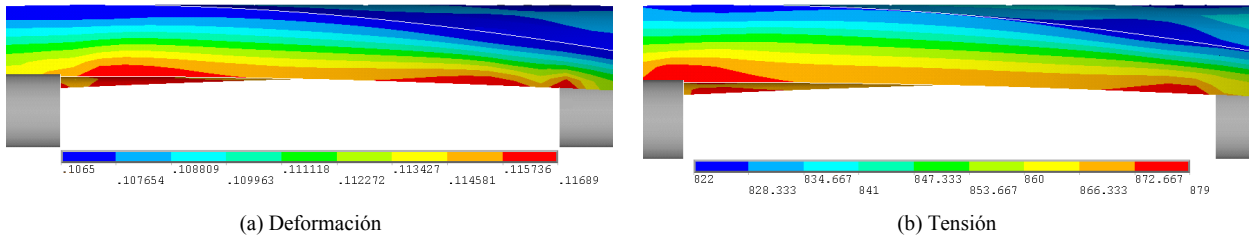


Fig. 6.66: Concentración de deformaciones y tensiones, W(0)

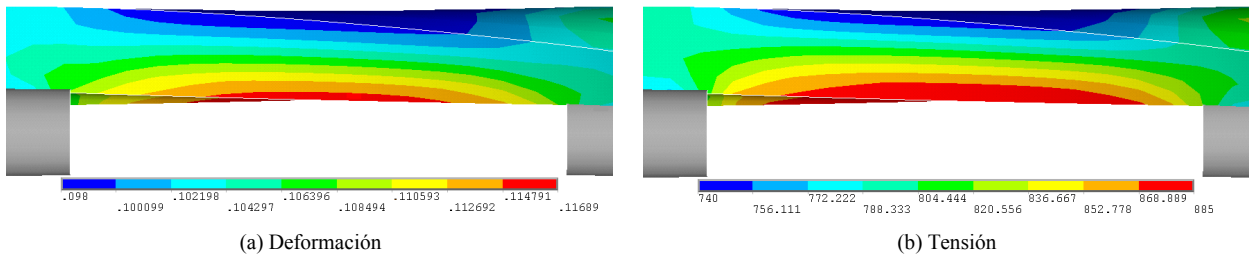


Fig. 6.67: Concentración de deformaciones y tensiones, W(015)

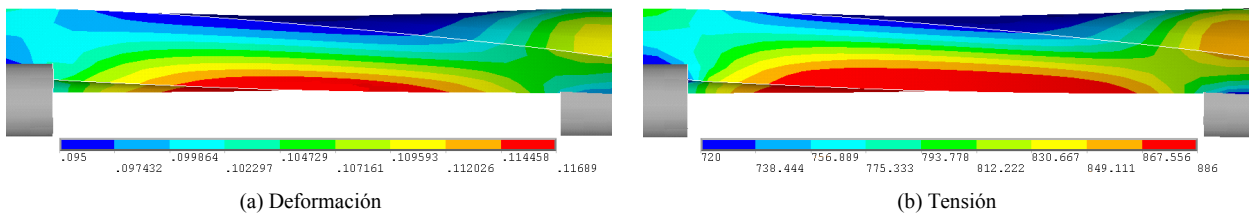


Fig. 6.68: Concentración de deformaciones y tensiones, W(01357)

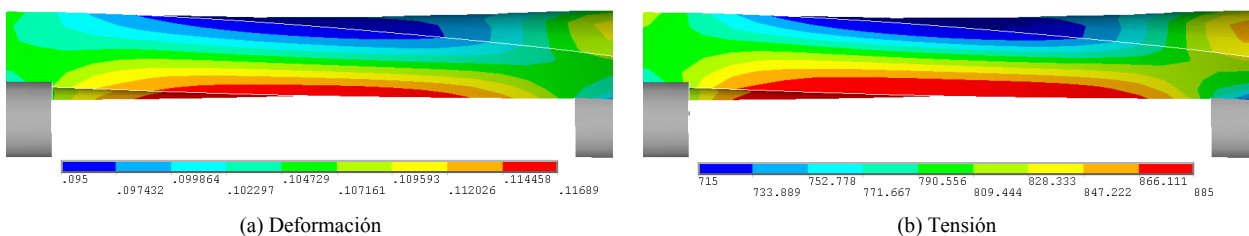


Fig. 6.69: Concentración de deformaciones y tensiones, W(01256)

6.3.7. Distorsión de la geometría global

Los cables con daño asimétrico experimentan un desplazamiento transversal global, debido a una pérdida del equilibrio de fuerzas radiales. Este desplazamiento ocurre hacia el sector en que está la mayor cantidad de daño en una sección transversal, ya que los elementos helicoidales dañados no se encuentran ejerciendo fuerzas radiales contra el núcleo. Mientras la sección dañada es más asimétrica (mayor distancia d del centro de rigidez, ver Fig. 6.15; mayor índice de asimetría H , ver Fig. 6.16), el desplazamiento transversal del cable es mayor.

Para los cables con daño simétrico y núcleo no dañado, no se observa desplazamiento transversal global, ya que todos los elementos helicoidales resistentes experimentan el mismo cambio de curvatura durante la deformación.

Para los cables con daño simétrico y núcleo dañado, se observa que, en la zona del daño, los elementos helicoidales resistentes, experimentan un desplazamiento en dirección radial, debido a la ausencia del núcleo en aquella región. Este desplazamiento radial genera flexión local adicional en los elementos resistentes en la zona de daño.

En Fig. 6.70 se muestran las deformadas de los cables (movimientos indicados con flechas).

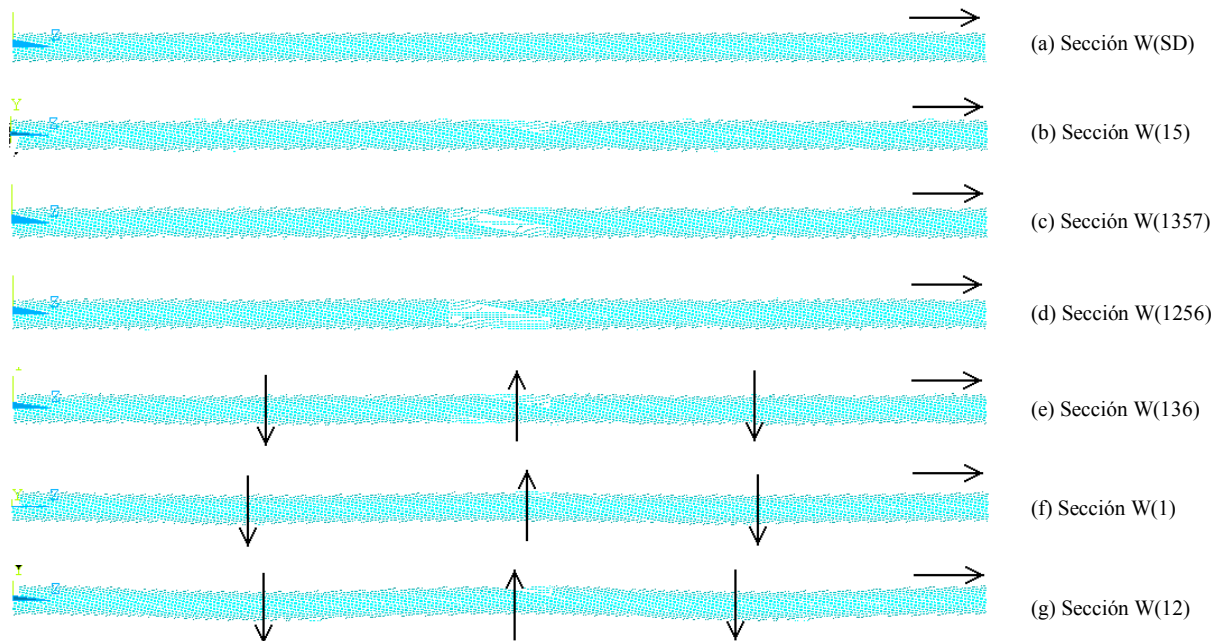
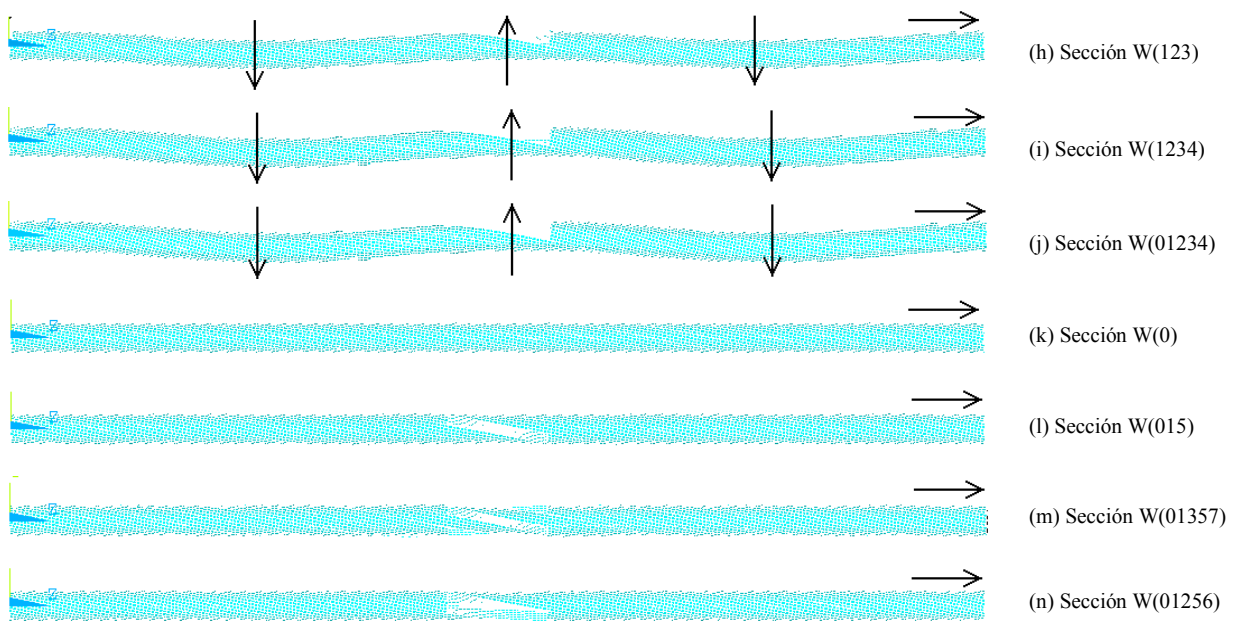


Fig. 6.70: Deformadas globales de los cables, W(-)



(Continuación de Fig. 6.70)

En Fig. 6.71 se muestra un acercamiento a la zona central del cable en posición deformada.

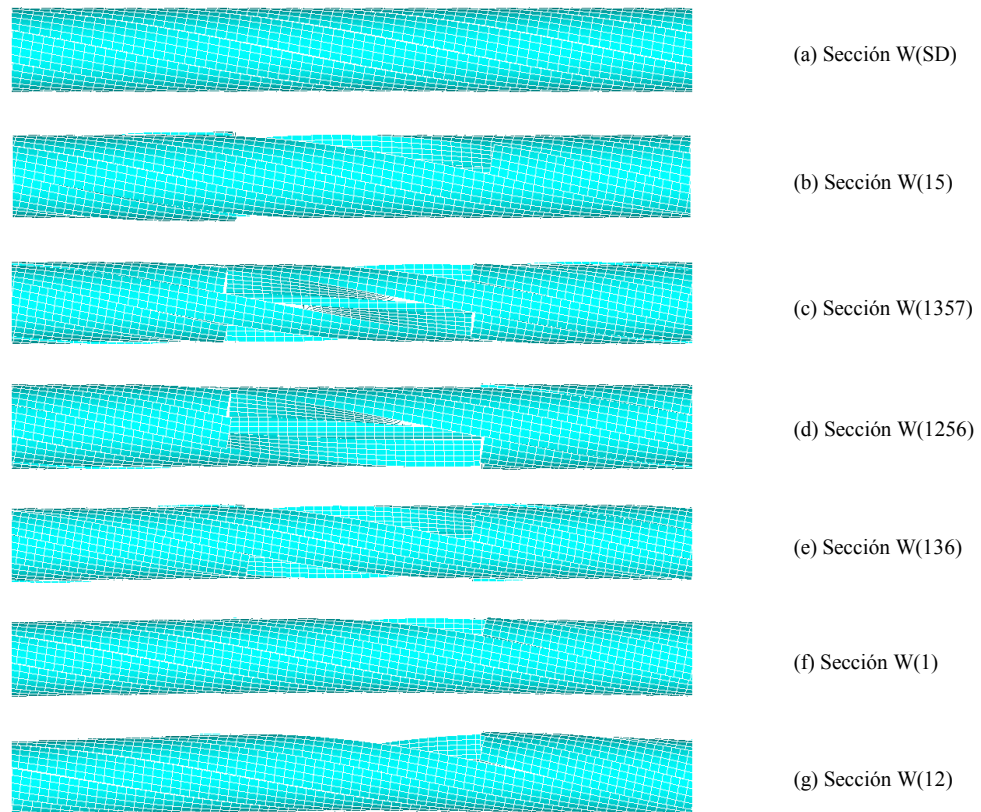
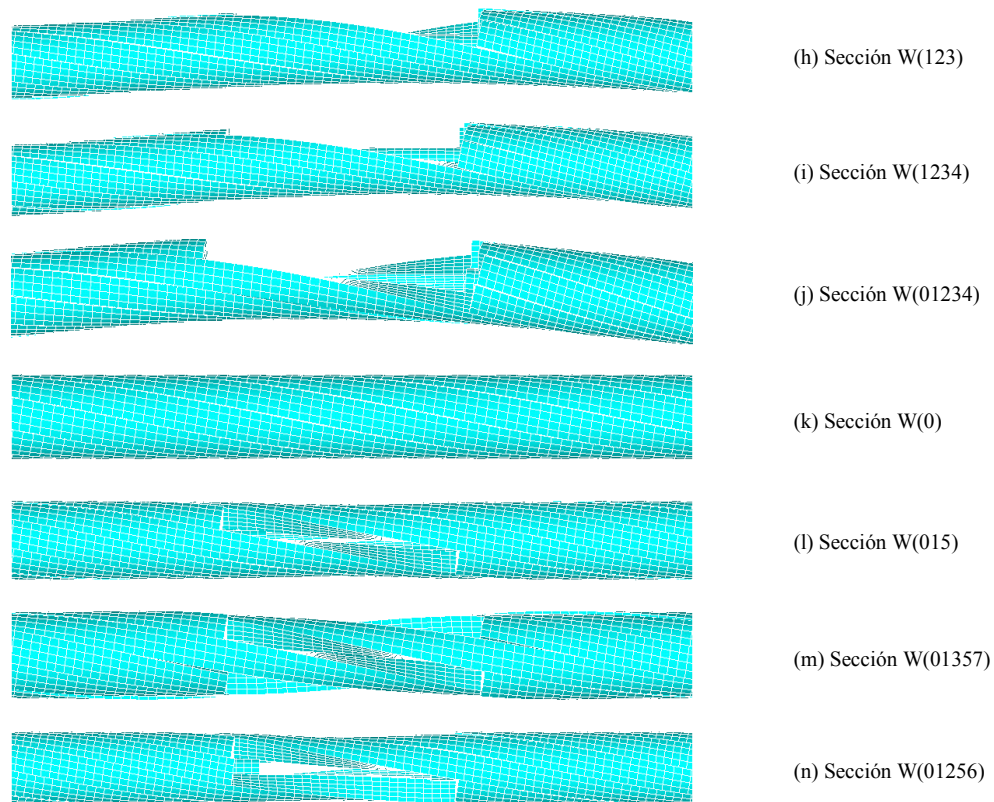


Fig. 6.71: Deformadas en zona central de los cables, W(-)



(Continuación de Fig. 6.71)

6.3.8. Análisis general del contacto

En cables dañados, se generan fuerzas radiales que equilibran la ausencia de fuerzas circunferenciales, dada por el daño. A continuación se muestra la mitad de la longitud de los cables: el lado izquierdo corresponde a la zona central del cable y el lado derecho a un extremo impedido de rotar.

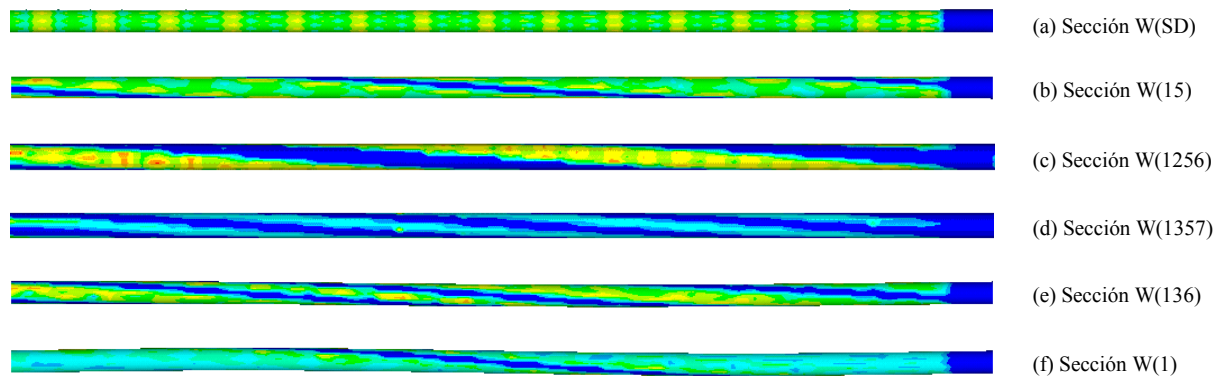
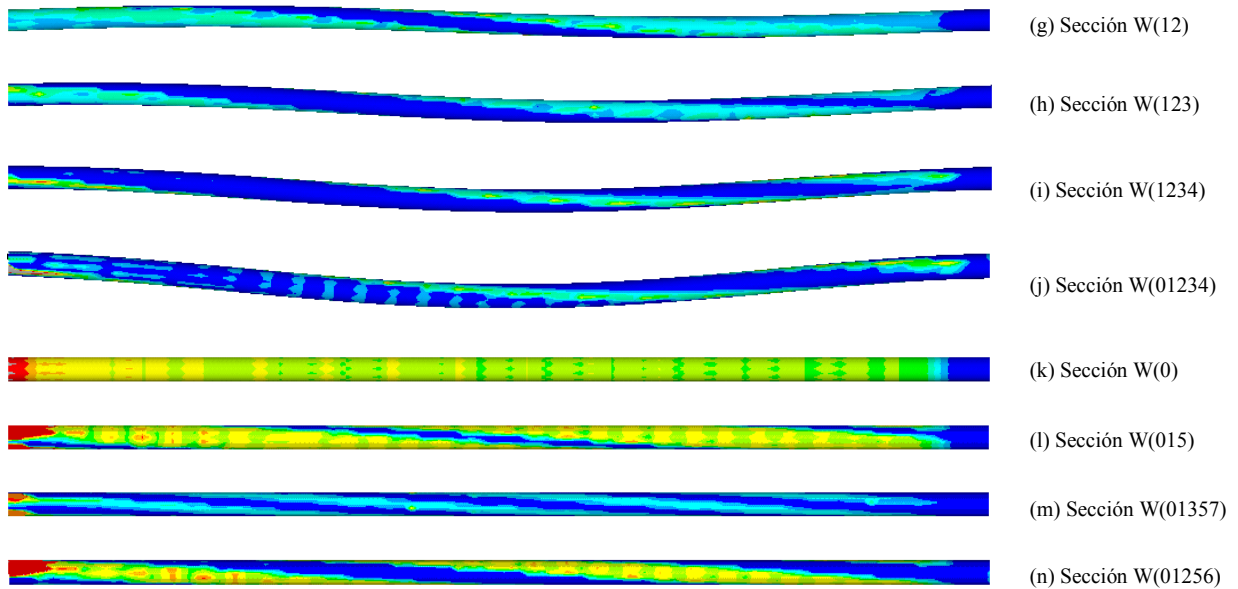


Fig. 6.72: Contacto radial en núcleo de cables, W(-) (SD, daño simétrico y asimétrico)¹

¹ Color azul indica ausencia de contacto



(Continuación de Fig. 6.72)

En Fig. 6.72, se muestra el contacto radial en los cables que no sufren variación longitudinal de tensiones y deformaciones (ver Fig. 6.57 a Fig. 6.61). En cada caso se observa contacto radial sobre el núcleo. Es importante recordar que, según la sección 5.3, el modelo del cable no dañado exhibe contacto radial sobre el núcleo (ver Fig. 6.72(a)), concluyendo que dicho tipo de contacto no tiene un impacto significativo en la respuesta axial global, ni en la distribución de tensiones y deformaciones en la sección transversal.

En Fig. 6.72(b) a (j), se observa que existe contacto radial sobre el núcleo por parte de los elementos helicoidales resistentes y que los elementos helicoidales dañados no ejercen contacto sobre el núcleo.

En Fig. 6.72(k) a (n), para los casos W(0), W(015), W(01357) y W(01256), el contacto radial es mayor en la zona del núcleo cercana al daño del núcleo (lado izquierdo de las figuras). De acuerdo con Fig. 6.62 a Fig. 6.65, las fuerzas radiales sobre el núcleo dañado son las que provocan que adquiera carga axial y aporte a la resistencia axial del cable, resultando en una capacidad axial global reducida en una razón menor que la proporción de área dañada ($1 - \rho_A$) (ver Fig. 6.20).

Es importante destacar que, para los cables W(0), W(015), W(01357) y W(01256), no es posible realizar una estimación de los largos de recuperación respectivos. Para estos cables, las distribuciones de deformaciones y tensiones que deberían observarse en una sección alejada de la zona del corte de los elementos, corresponderían a las de W(SD), W(15), W(1357) y W(1256), respectivamente. Sin embargo,

este comportamiento no es observado, ya que la longitud de recuperación de cada caso resulta mayor que la mitad de la longitud del cable analizado. Lo anterior es verificable visualmente puesto que el núcleo dañado no alcanza a recuperar la totalidad de la carga axial que tendría en una sección sin el núcleo dañado. Para poder estimar una longitud de recuperación, se necesitaría analizar modelos de cables de longitudes mayores, de forma tal que la longitud de recuperación pueda desarrollarse completamente.

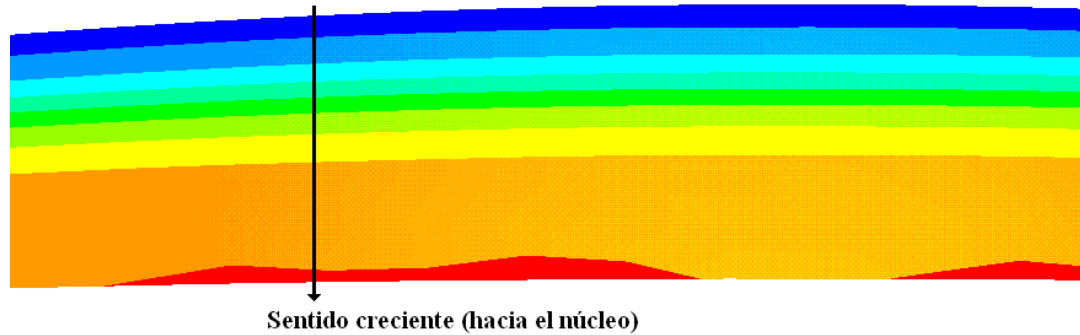


Fig. 6.73: Contacto circunferencial general, $W(-)$

En Fig. 6.73 se muestra la distribución del contacto en las superficies de los elementos helicoidales resistentes en contacto con componentes resistentes contiguos. Para todos los casos se observa que la presión de contacto aumenta en dirección hacia el núcleo.

6.3.9. Resultados experimentales

En el anexo A.2, se muestran las curvas de capacidad de todas las secciones dañadas de configuración geométrica inicial tipo “*wedging*”. Las curvas pertenecen a los modelos de Elementos Finitos, modelos 2D (efecto de área) y a resultados experimentales reportados por Li et al. (2002).

Li et al. (2002) concluyen que las fuerzas axiales de cables con daño asimétrico en estado de falla son menores que las registradas para cables con daño simétrico, con la misma cantidad de elementos dañados. Por otra parte, se observó que las deformaciones excéntricas causadas por una distribución de daño asimétrica causan que la transferencia de carga y la distribución se vuelva no uniforme en las terminaciones de los cables ensayados, registrándose fallas prematuras con respecto a una distribución de daño simétrica. Existen factores microestructurales que pueden afectar en la respuesta global del cable (curvas de capacidad) y los instantes de falla, como diferencias en el alineamiento presente en los elementos helicoidales, variaciones en terminaciones y características químicas de los materiales.

En base a los comentarios de Li et al. (2002), la preparación de los cables usados para los ensayos en el estudio de Li et al. (2002) es compleja, por lo que pequeñas irregularidades en la geometría de los especímenes causada por el manejo o por ineficiencia en terminaciones puede impactar de distintas formas a la respuesta del cable. De acuerdo con Li et al. (2002), aquella situación es más factible de ocurrir en los cables dañados de manera asimétrica, ya que las fibras internas no desarrollan distribuciones uniformes de deformaciones. Se presume que podrían encontrarse valores más representativos para el estudio con procedimientos más refinados en la preparación de los cables.

Todos estos factores, no son considerados en modelos analíticos, por lo tanto Li et al. (2002) concluyen que la influencia del daño en la respuesta axial global del cable está relacionada a la reducción del área resistente. Esta conclusión es básicamente lo observado en los resultados de modelos 3D de E. F., ya que según Tabla 6.21, existe una máxima variación de la razón de fuerza con respecto a la razón de área ($|1 - \rho_F/\rho_A|$) de aproximadamente 5%, lo que no constituye un valor significativo.

Como se aprecia en Fig. 6.74, el corte de elementos en el centro de la longitud del cable causa que éstos se deformen libremente hacia fuera del mismo, lo cual no se considera con el modelo de E. F.



Fig. 6.74: Deformación típica en experimentos (Li et al., 2002)

CAPÍTULO 7: CONCLUSIONES

Para validar los modelos bidimensionales analíticos estudiados por Gysling (2008) de cables (dos distintos tipos de configuraciones geométricas y distintas leyes constitutivas) sometidos a cargas axisimétricas, se han comparado sus resultados con los obtenidos mediante modelos tridimensionales de Elementos Finitos y con datos experimentales de Machida y Durelli (1973) (config. tipo “*packing*”) y Li et al. (2002) (config. tipo “*wedging*”).

Además, se ha estudiado el comportamiento de cables con elementos dañados sometidos a carga axisimétricas, mediante el modelamiento con Elementos Finitos utilizando el programa *ANSYS*. Se ha determinado el impacto que tienen los distintos grados y distribuciones de daño en la respuesta axial y en las distribuciones de deformaciones y tensiones del cable. Además, se ha definido numéricamente la relación que tiene la distribución de daño con la respuesta del cable, en particular, con la reducción su capacidad axial y con la distribución de tensiones y deformaciones internas.

7.1. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

7.1.1. Validación de modelos bidimensionales

7.1.1.1. Cables de configuración tipo “*packing*”

Para cables de configuración tipo “*packing*”, en Tabla 5.2 se muestra que la diferencia porcentual de la fuerza máxima entre modelos 2D con el modelo de E. F. es de un máximo de 6% y con el dato experimental es menor, por lo tanto se considera que la respuesta entregada por los modelos 2D estudiados es adecuada.

Para los cables de configuración tipo “*packing*”, en Fig. 5.3(a) y (b) se verifica que la sección transversal presenta una distribución simétrica de las tensiones y deformaciones axiales internas y que la diferencia entre los valores extremos y el valor promedio no es significativa (aprox. 5%). De acuerdo a lo anterior, es aceptable suponer que las tensiones y deformaciones se distribuyen uniformemente en la sección transversal. Además, en Fig. 5.3(c) y (f) se observa que las tensiones y deformaciones no experimentan una variación longitudinal.

En el modelo de E. F. se verifica que en los cables de configuración tipo “*packing*” existe sólo contacto radial sobre el núcleo por parte de los elementos helicoidales, lo cual valida la hipótesis de contacto considerada en ambos modelos 2D.

7.1.1.2. Cables de configuración tipo “*wedging*”

Se observa en Tabla 5.4, que para los cables de configuración tipo “*wedging*”, la respuesta axial de los modelos 2D es mayor en un 7% a la respuesta del modelo de E. F. y la diferencia con los datos experimentales es menor. Por lo anterior, se considera que la respuesta axial entregada por ambos modelos 2D es adecuada.

En Fig. 5.6(a) y (b) se observa que, en la sección transversal del cable, las tensiones y deformaciones axiales internas se distribuyen simétricamente. Los valores extremos de tensiones y deformaciones en la sección transversal presentan una variación en un máximo de 5% con respecto a valores promedio. Se verifica que las tensiones y las deformaciones no experimentan cambio a lo largo del cable (ver Fig. 5.6(c) a (f)).

A pesar de haberse observado contacto radial sobre el núcleo para el caso sin daño, se verifica que la hipótesis de contacto circunferencial considerada en modelos 2D es correcta. Al comparar el resultado de un modelo 3D que no incluya elementos de contacto para la superficie del núcleo y que sólo incluya contacto circunferencial con el modelo 3D que incluye ambos tipos de contacto, se comprueba que el contacto radial no tiene un impacto importante en las distribuciones de tensiones y deformaciones axiales en la sección transversal del cable. Lo anterior verifica la hipótesis de los modelos 2D que considera sólo contacto circunferencial para esta configuración geométrica de cables.

7.1.1.3. Comentarios generales

Gysling (2008) concluyó que los modelos 2D lineales son aplicables para cables con ángulo de su hélice menor a 20° y con condiciones de borde de giro nulo en cada extremo. Los resultados de los modelos de E. F. comprueban este rango de validez.

Como se mencionó con anterioridad, los elementos helicoidales de los cables de ambos tipos de configuración geométrica en condición sin daño exhiben un gradiente de tensiones y deformaciones internas en la sección transversal. Sin embargo, la diferencia entre los valores extremos no es significativa,

puesto que el cambio de curvatura que experimentan los elementos helicoidales durante el análisis es pequeño en comparación con la deformación axial.

Para ambos tipos de configuración geométrica, las posiciones deformadas de los cables preservan una geometría helicoidal con una distancia de paso aumentada por la deformación axial y un radio de la hélice levemente menor al inicial debido a que la sección sufre deformación transversal.

7.1.2. Estudio del comportamiento de cables dañados

7.1.2.1. Cables de configuración tipo “*packing*”

Se han analizado cables dañados de configuración inicial tipo “*packing*” y se observa, en la sección con daño simétrico analizada, P(14), que la fuerza axial se reduce aproximadamente en la misma razón en que se reduce el área resistente (dif. aprox. 1% sobre la razón de área, ver Tabla 6.4). La deformación de falla del cable es aproximadamente la misma que para el caso sin daño.

Para los dos modelos con daño asimétrico estudiados (P(1) y P(12)), se verifica que la fuerza axial se reduce en una proporción mayor que la reducción de área (para P(1) 2,4% y para P(12) 4,5% aprox. bajo la razón de área), lo que indica que la distribución asimétrica del daño influye en la respuesta axial. Los cables dañados asimétricamente, además, registran una reducción en la deformación axial de falla del cable (de 15% a 30% del valor del cable sin daño igual a 0,008 *mm/mm*). La deformación de falla disminuye mientras aumenta el índice de asimetría *H*.

Para el cable con daño simétrico, los valores máximos de deformaciones y tensiones se ubican en la zona central de la sección transversal y los mínimos en los extremos alejados del núcleo. Las tensiones y deformaciones en la sección transversal tienen aproximadamente los mismos valores que los del caso sin daño (dif. aprox. 1%). Esto se debe a que para un caso de daño simétrico, los elementos helicoidales sufren el mismo cambio de curvatura durante la deformación para una misma deformación axial que para el caso sin daño. Las tensiones y deformaciones, en la sección P(14) se distribuyen de manera simétrica registrándose sólo una diferencia de aproximadamente 5,5% entre los valores máximos y mínimos con respecto al valor promedio, que coincide con dicha diferencia observada el caso sin daño (ver Tabla 6.11 y Tabla 6.12). Las tensiones y deformaciones se distribuyen uniformemente en la longitud del cable.

Para cables con daño asimétrico, se muestra que las distribuciones de tensiones y deformaciones son asimétricas, en particular, con un eje de simetría que pasa por el centro del núcleo del cable y por el centro geométrico de los elementos dañados. Se aprecia que los valores máximos se encuentran en los elementos adyacentes al daño y los mínimos en el extremo opuesto al daño de la sección transversal, lo cual concuerda con lo concluido por MacDougall y Bartlett (2006). La distribución de tensiones y deformaciones es uniforme a lo largo del cable, para las condiciones de daño asimétrico estudiadas.

La diferencia entre los valores extremos de deformaciones y tensiones y el valor promedio (P(1) 35% y P(12) 70%, ver Tabla 6.13 y Tabla 6.14) dentro de la sección transversal es mucho mayor para los casos de daño asimétrico que para una sección con daño simétrico, independiente del grado del daño. Por otra parte, las tensiones y deformaciones máximas sufren un aumento considerable con respecto al caso sin daño (16% y 40%, ver Tabla 6.6 y Tabla 6.8) y los mínimos tienen una reducción también significativa (39% y 72%, ver Tabla 6.7 y Tabla 6.9). A medida que aumenta el índice de asimetría H , se incrementa, la diferencia entre los valores extremos de deformaciones y tensiones axiales de una sección.

Las grandes diferencias registradas entre los valores extremos de tensiones y deformaciones se deben a que además de flexión local en los elementos helicoidales (dada por el cambio de curvatura que provoca un gradiente de deformaciones y tensiones en cada elemento) se genera flexión global en el cable. Lo anterior ocurre porque se produce la pérdida del equilibrio de las fuerzas radiales de contacto, lo cual provoca, a lo largo del cable, la migración de la sección transversal en dirección radial a lo largo del eje de simetría de la sección.

Para los cables de configuración tipo “*packing*”, existe sólo contacto radial en el caso sin daño, de acuerdo a lo observado en el modelo 3D. En cables dañados, se produce además, contacto circunferencial entre los elementos helicoidales. En los casos de daño asimétrico, el contacto circunferencial es mayor entre los elementos helicoidales opuestos diametralmente a los elementos dañados.

7.1.2.2. Cables de configuración tipo “*wedging*”

En el caso de los cables de configuración inicial tipo “*wedging*” con daño simétrico se tiene básicamente el efecto de área neta para la reducción de la capacidad axial, con una diferencia menor al 0,5% con respecto a la razón de área. Las deformaciones de falla de los cables con daño simétrico no experimentan variación con respecto al caso sin daño.

Para casos de daño asimétrico, la reducción máxima de la fuerza axial bajo la razón de área es de 1,8% para la sección W(01234) (ver Tabla 6.21). Con esto, se deduce que a mayor índice de asimetría H (ver Tabla 6.22), mayor es la reducción de la capacidad axial. También se observa que los cables dañados asimétricamente presentan una reducción en la deformación axial de falla del cable (de 1% a 6,5% del valor del cable sin daño igual a 0,124 mm/mm). La deformación de falla disminuye mientras aumenta el índice de asimetría H .

Las tensiones y deformaciones en la sección transversal de un cable con daño simétrico sin el núcleo dañado corresponden aproximadamente a los mismos valores que los del caso sin daño (dif. máxima aprox. 2,5%, ver Tabla 6.25 a Tabla 6.28), lo cual se debe a que para casos de daño simétrico y para el caso sin daño, los elementos helicoidales sufren el mismo cambio de curvatura durante la deformación a una misma deformación axial. Las tensiones y deformaciones, en las secciones dañadas simétricamente, se distribuyen de manera simétrica en la sección transversal registrándose una diferencia máxima de aproximadamente 5,2% entre los valores máximos y mínimos con respecto al valor promedio (ver Tabla 6.31 y Tabla 6.32). Además, las tensiones y deformaciones se distribuyen uniformemente a lo largo de los cables, para las condiciones de daño simétrico estudiadas.

Para casos de daño asimétrico, se tienen diferencias mayores entre las deformaciones y tensiones extremas (ver Tabla 6.33 y Tabla 6.34) que las observadas para casos de daño simétrico. El valor máximo registrado es de 17,2 %, por lo tanto se verifica que la asimetría de la sección tiene un impacto importante en la distribución de deformaciones y tensiones. Las tensiones y deformaciones axiales se distribuyen de manera uniforme longitudinalmente.

Se deduce que a medida que aumenta el índice de asimetría H (ver Tabla 6.33 y Tabla 6.34), se incrementa la diferencia entre los valores extremos de deformaciones y tensiones axiales de una sección. Este comportamiento se debe a que, además de la flexión local en cada elemento helicoidal debida al cambio de curvatura experimentado, se genera flexión global en el cable causada por la asimetría. Dicha flexión global en el cable se traduce en un desplazamiento transversal del cable en dirección radial hacia la zona de mayor daño. Se observa que aquel desplazamiento transversal aumenta, a medida que aumenta el índice de asimetría H .

En el caso sin daño del cable de configuración tipo “*wedging*”, existe contacto radial y contacto circunferencial, sin embargo en sección 5.3 se explicó que el contacto radial no tiene impacto significativo en la respuesta axial ni en las distribuciones de tensiones y deformaciones de la sección transversal. La presión de contacto circunferencial es creciente en sentido radial hacia el núcleo (ver Fig. 6.73). En cables dañados, se produce mayor contacto radial para, parcialmente, contrarrestar la ausencia de fuerzas

circunferenciales dada por el corte de elementos y, así, restaurar el equilibrio. En casos de daño asimétrico, como se mencionó con anterioridad, se produce un movimiento transversal del cable hacia la zona de mayor cantidad de elementos cortados, lo cual es producto de que los elementos helicoidales ejercen valores de presiones de contacto diferente sobre el núcleo.

Para algunos modelos de configuración inicial “*wedging*” se ha registrado concentraciones de deformaciones y tensiones (explicado también por Beltrán y Williamson (2010)). Estos modelos son los cables W(0), W(015), W(01357) y W(01256) que tienen en común que poseen el núcleo dañado y que la distribución de su daño es simétrica, de manera tal que las fuerzas de contacto normales ejercidas sobre el núcleo dañado por los elementos helicoidales resistentes se equilibran entre sí. Esto causa que, entre el núcleo dañado y los elementos resistentes, se produzcan desplazamientos relativos que dependen de las características de las superficies en contacto. Las fuerzas de presión radiales generan fricción entre los elementos resistentes y el núcleo, lo cual causa que el núcleo aporte gradualmente rigidez axial al cable desde la región del daño. Por otra parte, los elementos resistentes disminuyen progresivamente su carga hasta que la carga axial total se distribuya uniformemente (concepto de longitud de recuperación, ver 6.1.1). Esto provoca que la capacidad axial de los cables modelados sea levemente mayor que la calculada como la razón de área resistente multiplicada por la capacidad del cable sin daño (máximo 3,2% por sobre la razón de área para la sección W(015)). Este factor es más complicado de cuantificar o de relacionar con algún índice que pueda obtenerse a partir de los modelos de E. F. desarrollados, ya que en este trabajo no se han analizado modelos de cables de longitudes mayores que las longitudes de recuperación de los cables con este tipo de daño.

En los elementos resistentes de los cables W(0), W(015), W(01357) y W(01256) se observan concentraciones de deformaciones, específicamente alrededor de la región del corte de elementos. Esto provoca una falla temprana con respecto al caso no dañado, es decir, a una deformación de falla menor. Esta característica no fue estudiada más a fondo ni correlacionada con algún factor obtenido mediante resultados de los modelos de E. F. realizados en este trabajo.

En necesario destacar que la sección con daño asimétrico, W(01234), también tiene su núcleo dañado, sin embargo, al tener cuatro elementos helicoidales dañados consecutivamente, las fuerzas radiales ejercidas por ellos sobre el núcleo no son equilibradas por fuerzas radiales opuestas y la sección completa experimenta un desplazamiento transversal para lograr el equilibrio. De esta forma, el núcleo del cable W(01234) no recupera carga y en los elementos resistentes no se generan concentraciones de deformaciones y tensiones por lo que se distribuyen uniformemente en la longitud del cable.

Para los cables dañados de configuración tipo “*wedging*” se encuentra una similitud entre las respuestas de los modelos 3D con las de los experimentos de Li et al. (2002) (anexo A.2). Ésta es que la deformación máxima (de falla) registrada en ensayos de tracción de cables con daño asimétrico son menores que aquellas de cables con daño simétrico, para un mismo grado de daño. Sin embargo, no se establece de manera segura que esta reducción se deba únicamente a la asimetría de una sección, sino que podría deberse a otros factores (ver sección 6.3.9). Existen, también, variaciones entre la deformación máxima de un cable ensayado y la obtenida mediante E. F. lo cual también podría deberse a particularidades del acondicionamiento de los especímenes a ensayar u otras características del material no consideradas en el modelo 3D.

7.1.2.3. Comentarios generales

Para los dos tipos de configuraciones geométricas estudiados, se observa que el daño asimétrico en un cable afecta la curva de capacidad axial reduciéndola en una proporción mayor que la proporción de área dañada con respecto al área total. Las reducciones de capacidad axial máximas se observan para las secciones P(12) (“*packing*”) con 4,9% y W(01234) (“*wedging*”) con 1,8% de reducción bajo la razón de área correspondiente. También se observa una reducción de la deformación de falla con respecto al caso sin daño. La deformación de falla se reduce en 30% para la sección P(12) (“*packing*”) y en 6,5% para la sección W(01234) (“*wedging*”). La capacidad axial y la deformación axial de falla disminuyen a medida que aumenta el índice de asimetría H , por lo tanto los valores máximos de reducción de capacidad axial (con respecto a la razón de área) y de deformación de falla corresponden a las secciones con mayor índice de asimetría H .

Se observa que, para las configuraciones tipo “*packing*” y “*wedging*”, en una sección transversal se tienen distribuciones de tensiones y deformaciones simétricas con variación pequeña entre sus valores extremos en casos de daño simétrico. En casos de daño asimétrico, se registran distribuciones de tensiones y deformaciones con un solo eje de simetría, cuyos valores máximos se ubican en las regiones de los elementos adyacentes a los componentes dañados y los mínimos en el extremo diametralmente opuesto a ellos. Sin embargo, la diferencia entre los valores extremos (y entre éstos y los correspondientes al caso sin daño) es mucho mayor en los cables de configuración tipo “*packing*”.

Para las dos configuraciones geométricas se encontró la misma característica de las posiciones deformadas de los cables. En secciones con daño simétrico, el núcleo se mantiene recto durante la deformación, mientras que para secciones con daño asimétrico, el núcleo y la sección completa experimenta una migración transversal en la dirección donde se localiza el centro geométrico de los

elementos dañados (predecido por MacDougall y Bartlett (2006) para caso P(1)). Este fenómeno ocurre porque los elementos helicoidales resistentes ejercen fuerzas normales sobre el núcleo que no son equilibradas por fuerzas opuestas, ya que los elementos dañados no las ejercen. De esta forma, la sección completa se desplaza transversalmente hasta una posición de equilibrio. De acuerdo con resultados de modelos de E. F., a mayor índice de asimetría H , mayor es el desplazamiento transversal.

7.1.2.4. Funciones de aproximación calibradas

Para ambos tipos de configuraciones geométricas de cables ha sido posible calibrar funciones (Ec. 6.30 a Ec. 6.35) para las variaciones de la capacidad axial, deformación de falla y tensiones y deformaciones axiales máximas y mínimas en una sección transversal que dependen del índice de asimetría H (Ec. 6.29). El índice H , a su vez, depende de la posición del centro de rigidez de la sección dañada.

Las funciones calibradas predicen que a medida que aumenta el índice de asimetría H , disminuye la capacidad axial bajo la proporción de área resistente, disminuye la deformación de falla del cable, aumentan las tensiones y deformaciones máximas de la sección transversal y disminuyen sus tensiones y deformaciones mínimas. Toda esta información se calcula suponiendo conocida la correspondiente a un caso sin daño.

Si la sección es simétrica, por definición se cumple que el centro de rigidez coincide con el centro del núcleo, por lo cual el índice de asimetría es nulo. Si además el núcleo del cable no se encuentra dañado, las funciones predicen que la fuerza axial se reduce sólo por el “efecto de área neta”, que la deformación de falla no cambia con respecto al caso sin daño y que las tensiones y deformaciones internas extremas no sufren variación con respecto al mismo caso, debido a que los elementos helicoidales experimentan el mismo cambio de curvatura durante la deformación.

Es importante destacar el rango de validez que tienen las funciones calibradas a partir de los resultados de modelos 3D realizados en este trabajo. Las funciones han sido calculadas para cables con las leyes constitutivas lineales y no lineales consideradas en este trabajo. Es necesario tomar en cuenta que el núcleo está cubierto por una sola capa de elementos que componen los cables analizados (6 elementos helicoidales para configuración tipo “*packing*” y 8 para “*wedging*”), y que el núcleo, en caso de estar dañado no sea capaz de recuperar carga. Al estudiar el impacto de la asimetría sólo en cables de dimensiones fijas, se presume que, en general, las expresiones calibradas no sean válidas para cables con diferentes estructuras jerárquicas, con ángulos de hélice elevados y con mayores dimensiones.

7.1.3. Objetivos planteados

A partir de la información presentada en los capítulos 5 y 6, se concluye que se han cumplido los objetivos planteados al inicio de este trabajo.

7.2. RECOMENDACIONES PARA INVESTIGACIONES FUTURAS

Se sugiere realizar más ensayos y ejecutar modelos en Elementos Finitos de cables con diferentes dimensiones y razones de aspecto L/d (L : longitud, d : diámetro), diferentes estructuras jerárquicas y distribuciones de daño, para poder completar el estudio del concepto de “longitud de recuperación” (Beltrán y Williamson, 2010) y poder analizarlo en conjunto con el impacto que tiene la asimetría en el comportamiento axial de los cables sometidos a cargas axisimétricas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Beltrán J. F. (2006), “Computational modeling of synthetic-fiber ropes”. PhD Thesis, The University of Texas at Austin, Austin, TX, USA.
- [2] Beltrán J. F., Williamson E. B. (2009), “Investigation of the Damage-Dependent Response of Mooring Ropes”. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 135, No. 11, November 1, 2009, © ASCE, ISSN 0733-9399/2009/11, pp. 1237-1247.
- [3] Beltrán J. F., Williamson E. B. (2010), “Numerical Simulation of Damage Localization in Polyester Mooring Ropes”. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 136, No. 8, August 1, 2010, © ASCE, ISSN 0733-9399/2010/8, pp. 945-959.
- [4] Gysling A. (2008), “Comparación de modelos analíticos que predicen el comportamiento de cables sometidos a cargas axisimétricas”. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Civil, Santiago, Chile.
- [5] Ghoreishi S. R., Messenger T., Cartraud P., Davies P. (2006), “Analytical modeling of synthetic fiber ropes subjected to axial loads. Part I: a new continuum model for multilayered fibrous structures”. *International Journal of Solids and Structures* 44, pp. 2924-2942.
- [6] Ghoreishi S. R., Messenger T., Cartraud P., Davies P. (2007), “Validity and limitations of linear analytical models for steel wire strands under axial loading, using a 3D FE model”. *International Journal of Mechanical Sciences* 49, pp. 1251-1261.
- [7] Jelicoeur C., Cardou A. (1991), “A Numerical Comparison of Current Mathematical Models of Twisted Wire Cables Under Axisymmetric Loads”. *Journal of Energy Resources Technology*, Vol. 113, pp. 241-249.
- [8] Johnson D. H. (2002), “Principles of Simulating Contact Between Parts using ANSYS”. Penn State-Erie, Erie, Pennsylvania, USA. 2002 International ANSYS Conference.
- [9] Kreyszig E. (1991), “Differential Geometry”. Dover, New York, ISBN 0486667219.

- [10] Li. D., Miyase A., Williams J.G., Wang S.S. (2002), "Damage Tolerance of Synthetic-Fiber Mooring Rope: Small-Scale Experiments and Analytical Evaluation of Damaged Subropes and Elements". Composites Engineering and Application Center (CEAC). College of Engineering, University of Houston, Houston, TX, 77204-0903.
- [11] MacDougall C., Bartlett F. M. (2003), "Tests of Unbonded Seven-Wire Tendon with Broken Outer Wires". ACI Structural Journal, Vol. 100, N° 5, September-October 2003.
- [12] MacDougall C., Bartlett F. M. (2005), "Mechanical Model for Unbonded Seven-Wire Tendon with Symmetric Wire Breaks". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 131, N° 12, December 1, 2005, © ASCE, ISSN 0733-9399/2005/12 pp. 1239-1247.
- [13] MacDougall C., Bartlett F. M. (2006), "Mechanical Model for Unbonded Seven-Wire Tendon with Single Broken Wire". Journal of Engineering Mechanics, Vol. 132, N° 12, December 1, 2006, © ASCE, ISSN 0733-9399/2006/12 pp. 1345-1353.
- [14] Machida S., Durelli A. J. (1973), "Response of a Strand to Axial and Torsional Displacements". Journal of Mechanical Engineering Science, Vol. 15, pp. 241-251.
- [15] Metrisin J. T. (2008), "Guidelines for Obtaining Contact Convergence". 2008 International ANSYS Conference.
- [16] Struik D. J. (1988), "Lectures on Classical Differential Geometry", Dover Publications.
- [17] Velinsky S. A. (1985), "General Nonlinear Theory for Complex Wire Rope". International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 27, pp. 497-507.
- [18] ANSYS Release 12.1 Reference, ANSYS, Inc. Southpointe 275 Technology Drive Canonsburg, PA 15317, ansysinfo@ansys.com, <http://www.ansys.com>.

ANEXO A: CURVAS DE FUERZA – DEFORMACIÓN

A.1. CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “PACKING”

A.1.1. Secciones con daño simétrico

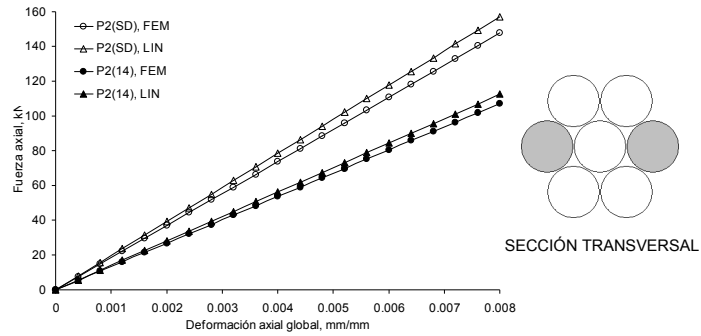


Fig. A.1: Fuerza axial – Deformación axial global, P(14)

A.1.2. Secciones con daño asimétrico

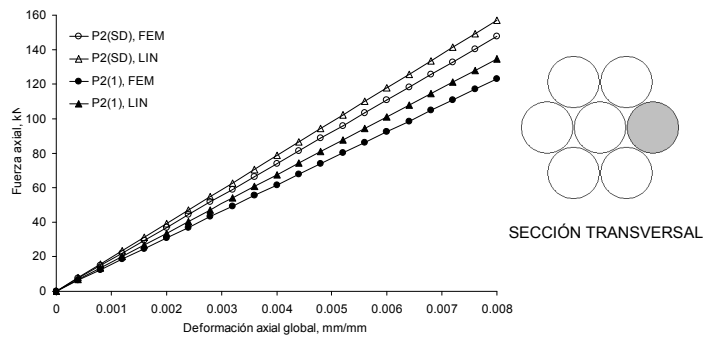


Fig. A.2: Fuerza axial – Deformación axial global, P(1)

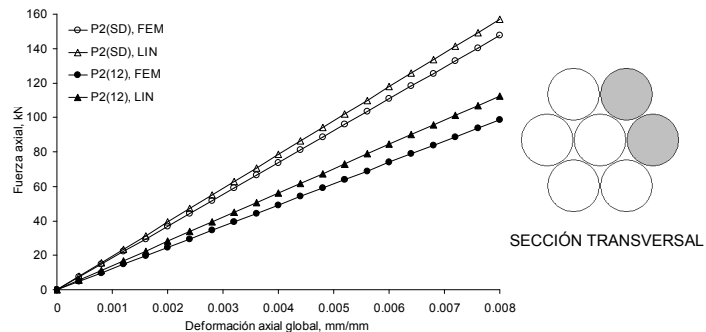


Fig. A.3: Fuerza axial – Deformación axial global, P(12)

A.2. CABLES DE CONFIGURACIÓN INICIAL TIPO “WEDGING”

A.2.1. Curvas de capacidad axial

A.2.1.1. Secciones con daño simétrico

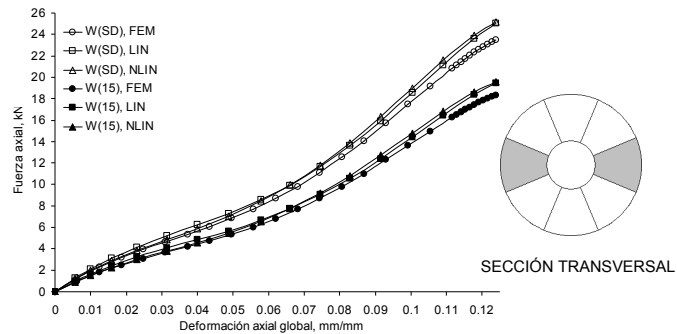


Fig. A.4: Fuerza axial – Deformación axial global, W(15)

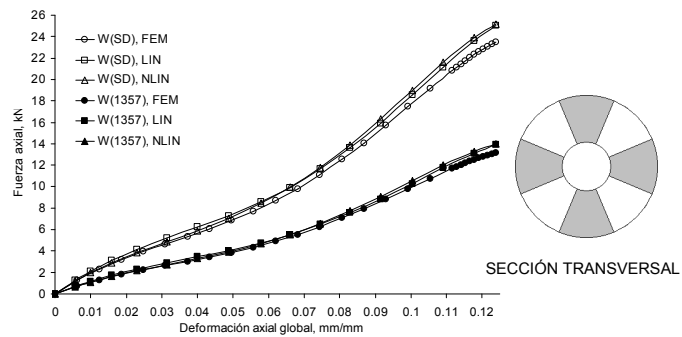


Fig. A.5: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1357)

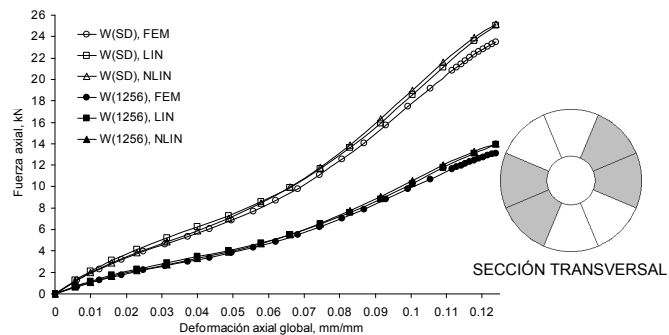


Fig. A.6: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1256)

A.2.1.2. Secciones con daño asimétrico

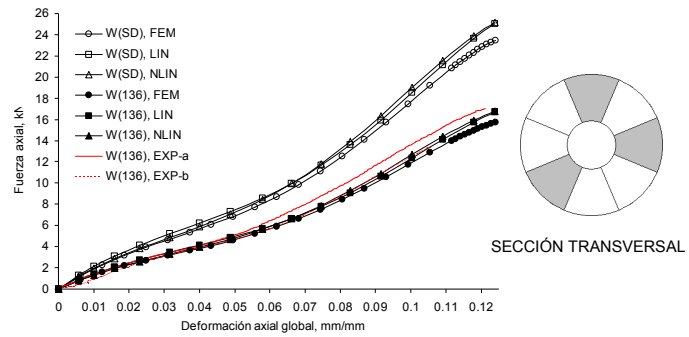


Fig. A.7: Fuerza axial – Deformación axial global, W(136)

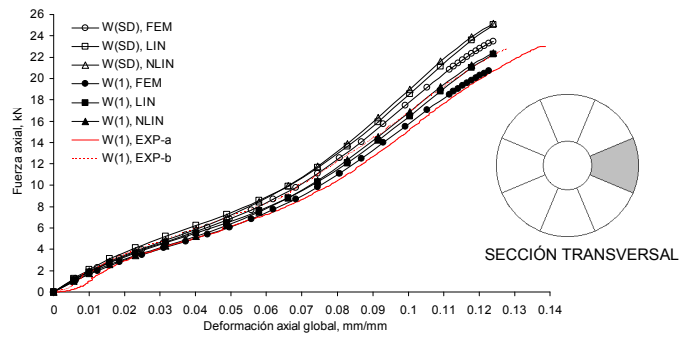


Fig. A.8: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1)

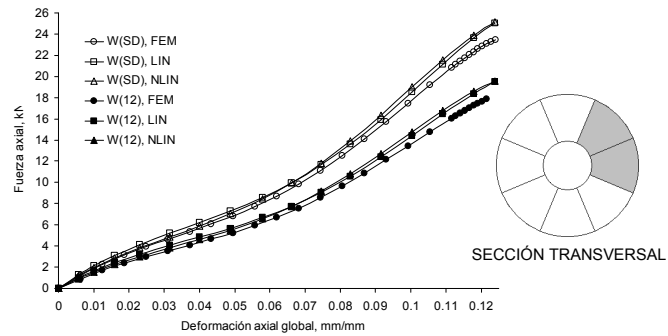


Fig. A.9: Fuerza axial – Deformación axial global, W(12)

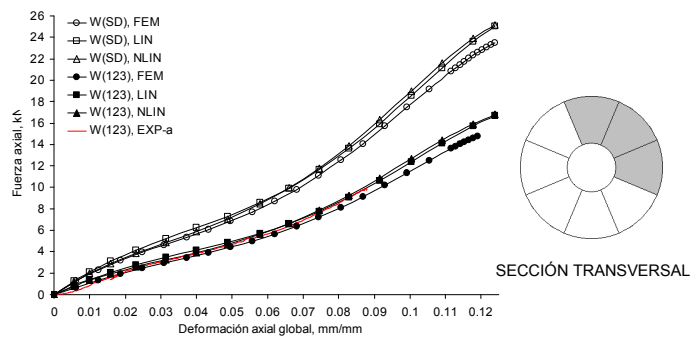


Fig. A.10: Fuerza axial – Deformación axial global, W(123)

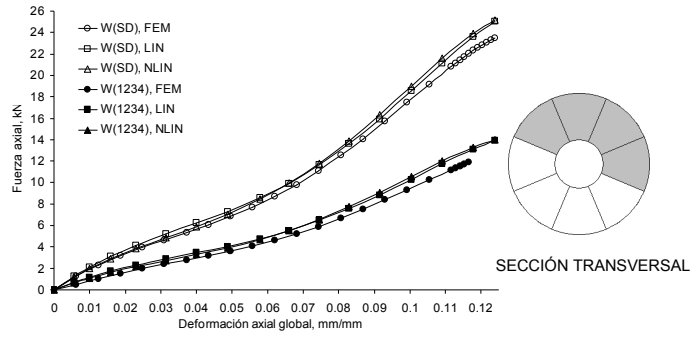


Fig. A.11: Fuerza axial – Deformación axial global, W(1234)

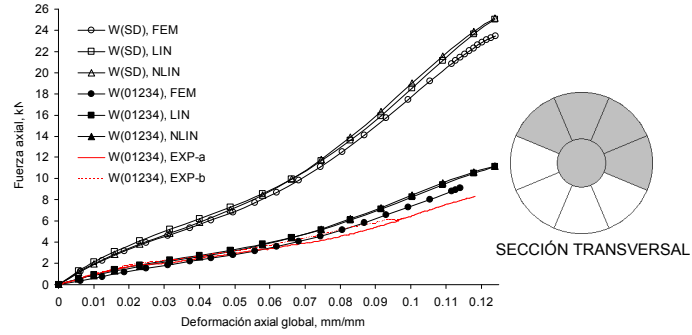


Fig. A.12: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01234)

A.2.1.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

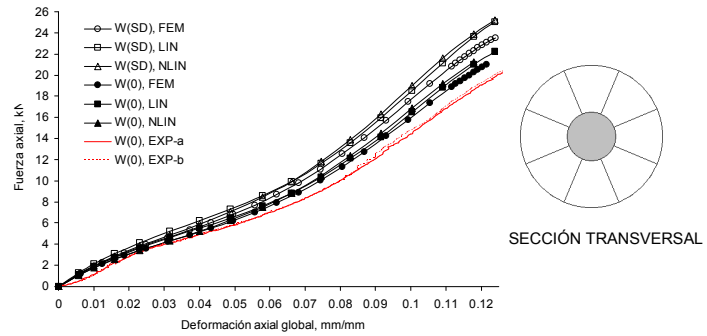


Fig. A.13: Fuerza axial – Deformación axial global, W(0)

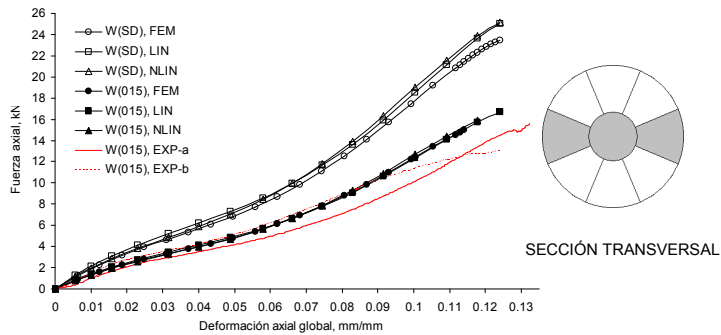


Fig. A.14: Fuerza axial – Deformación axial global, W(015)

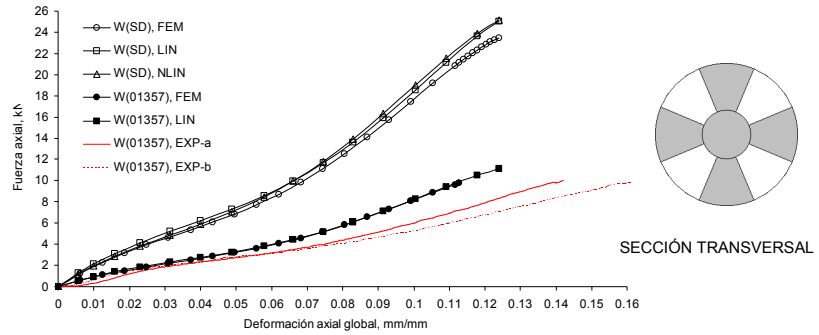


Fig. A.15: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01357)

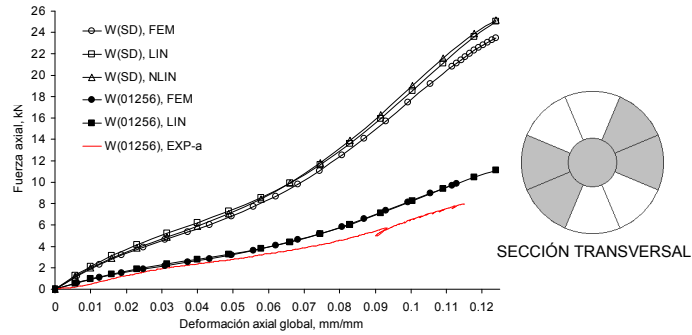


Fig. A.16: Fuerza axial – Deformación axial global, W(01256)

A.2.2. Razones de fuerza por cantidad de elementos dañados

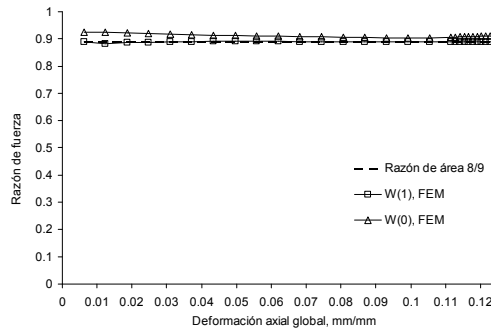


Fig. A.17: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (1 elemento dañado)

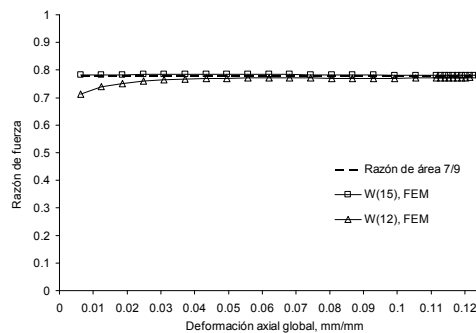


Fig. A.18: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (2 elementos dañados)

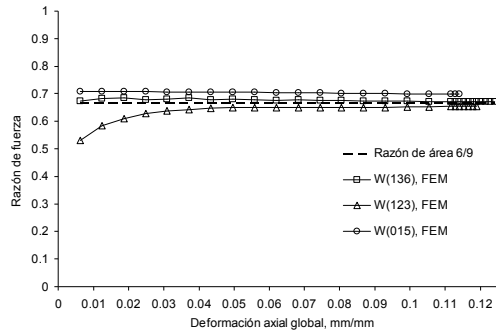


Fig. A.19: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (3 elementos dañados)

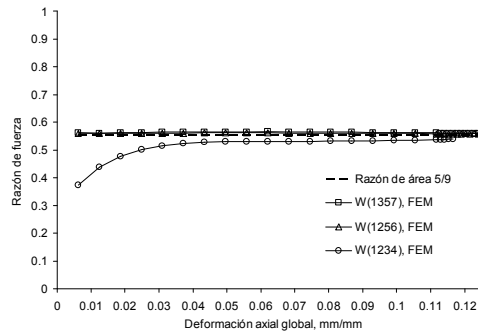


Fig. A.20: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (4 elementos dañados)

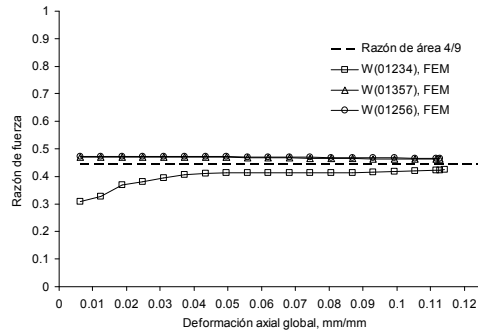


Fig. A.21: Razón de fuerza – Deformación axial global, W(-) (5 elementos dañados)

ANEXO B: TENSIONES Y DEFORMACIONES INTERNAS

B.1. CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”

B.1.1. Deformaciones axiales internas extremas

B.1.1.1. Secciones con daño simétrico

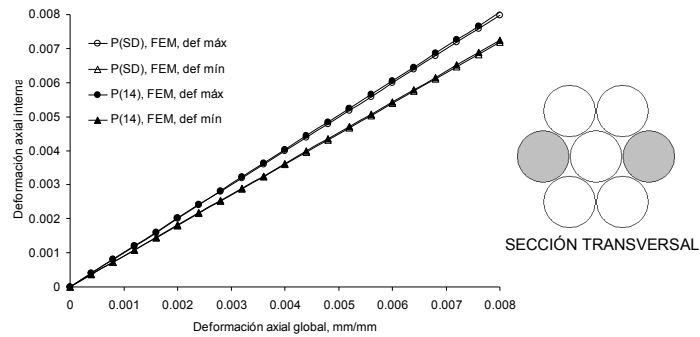


Fig. B.1: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(14)

B.1.1.2. Secciones con daño asimétrico

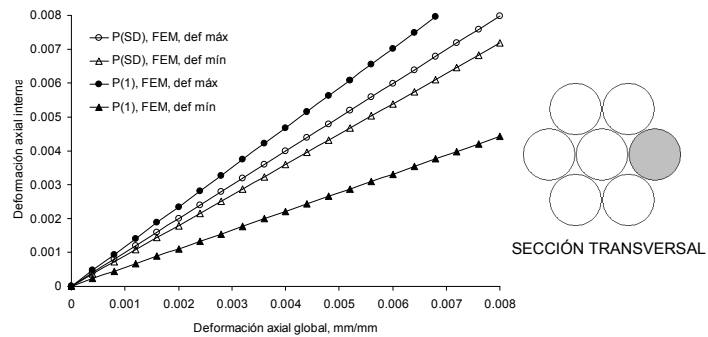


Fig. B.2: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(1)

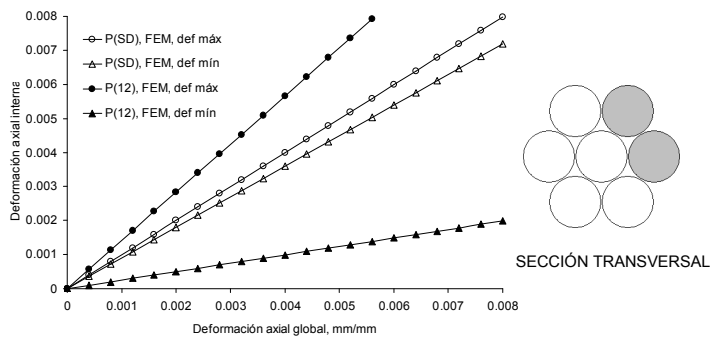


Fig. B.3: Deformación axial interna – Deformación axial global, P(12)

B.1.2. Tensiones axiales internas extremas

B.1.2.1. Secciones asimétricas

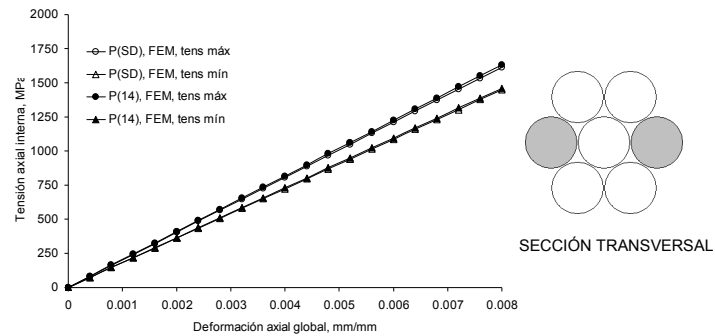


Fig. B.4: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(14)

B.1.2.2. Secciones asimétricas

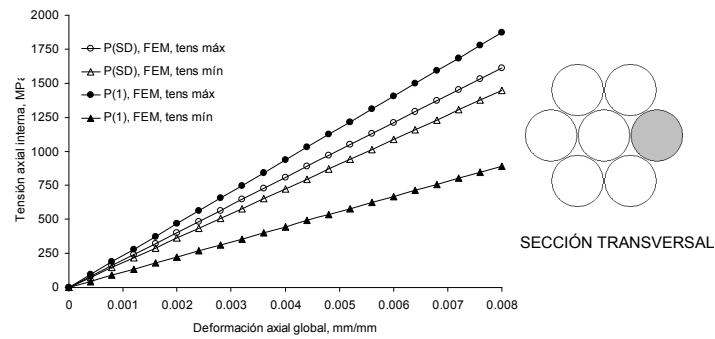


Fig. B.5: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(1)

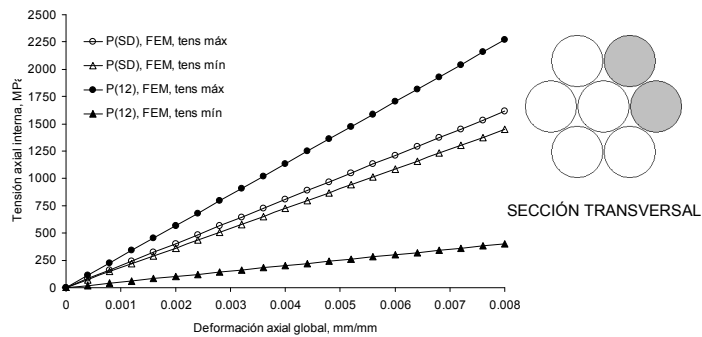


Fig. B.6: Tensión axial interna – Deformación axial global, P(12)

B.2. CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”

B.2.1. Deformaciones axiales internas extremas

B.2.1.1. Secciones simétricas

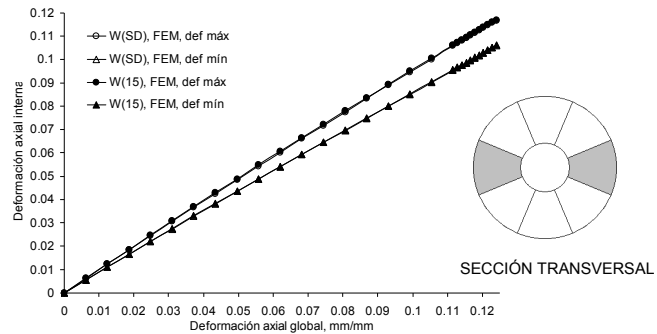


Fig. B.7: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(15)

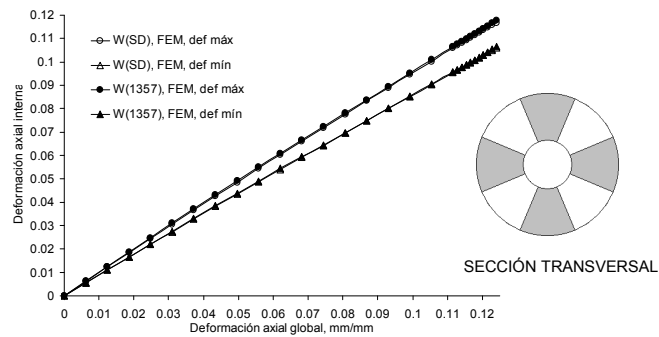


Fig. B.8: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1357)

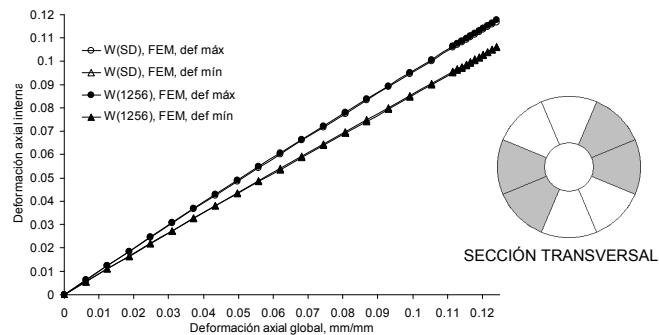


Fig. B.9: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1256)

B.2.1.2. Secciones asimétricas

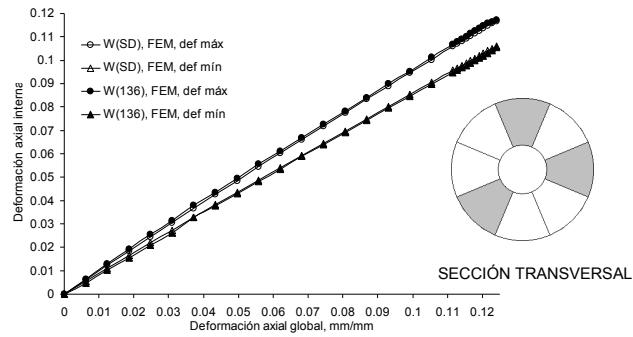


Fig. B.10: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(136)

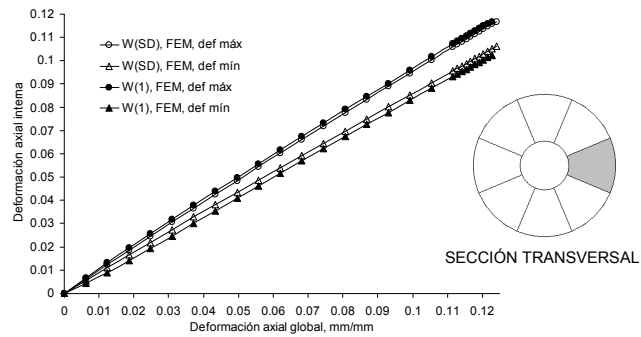


Fig. B.11: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1)

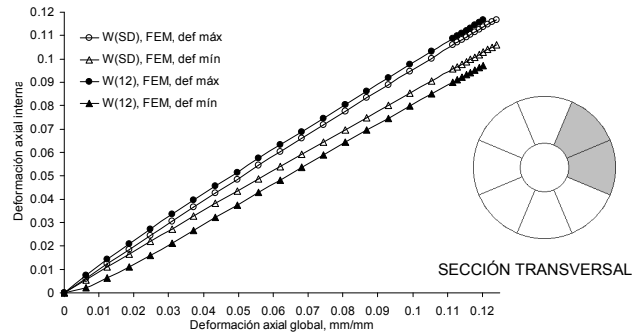


Fig. B.12: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(12)

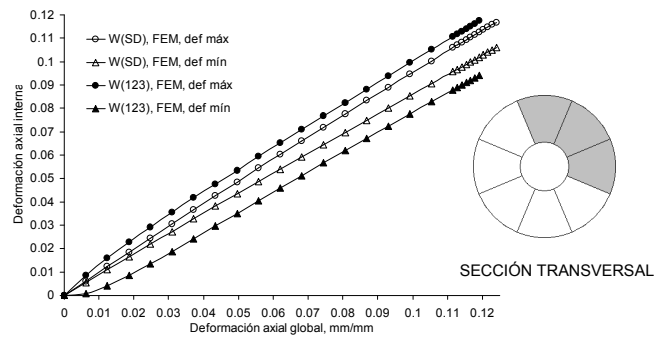


Fig. B.13: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(123)

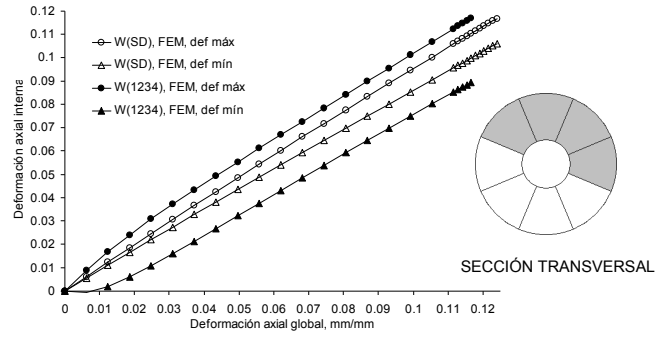


Fig. B.14: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(1234)

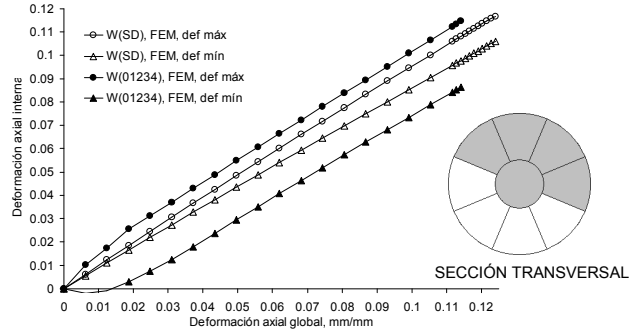


Fig. B.15: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01234)

B.2.1.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

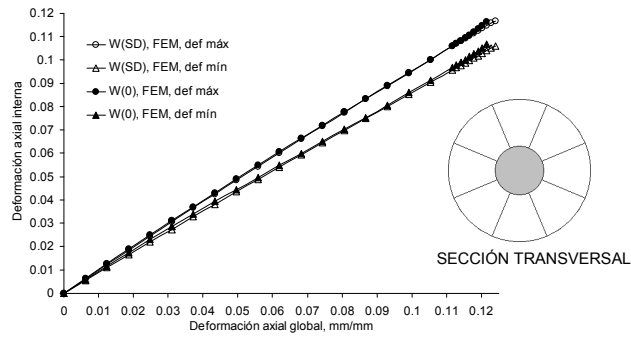


Fig. B.16: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(0)

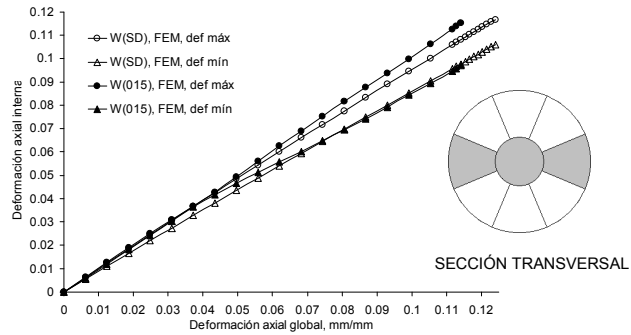


Fig. B.17: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(015)

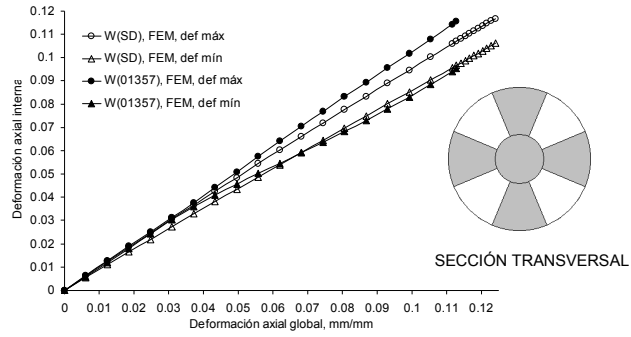


Fig. B.18: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01357)

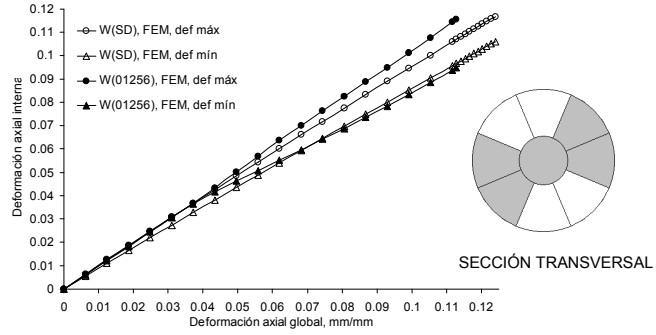


Fig. B.19: Deformación axial interna – Deformación axial global, W(01256)

B.2.2. Tensiones axiales internas extremas

B.2.2.1. Secciones simétricas

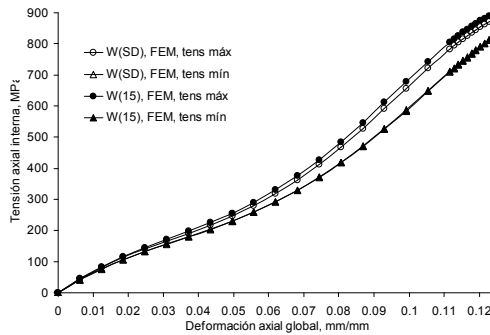


Fig. B.20: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(15)

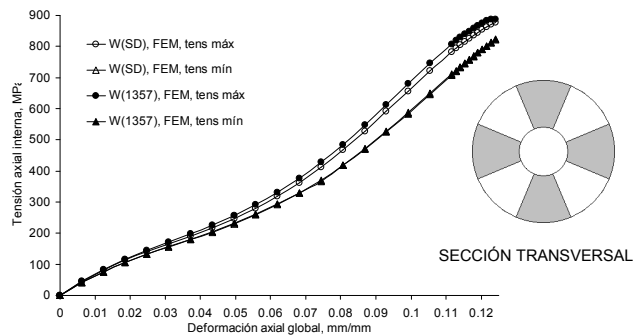


Fig. B.21: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1357)

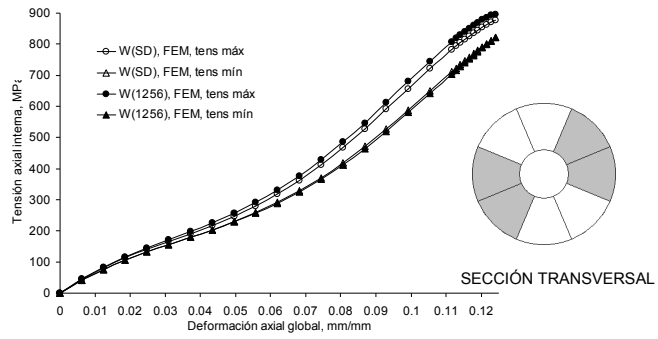


Fig. B.22: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1256)

B.2.2.2. Secciones asimétricas

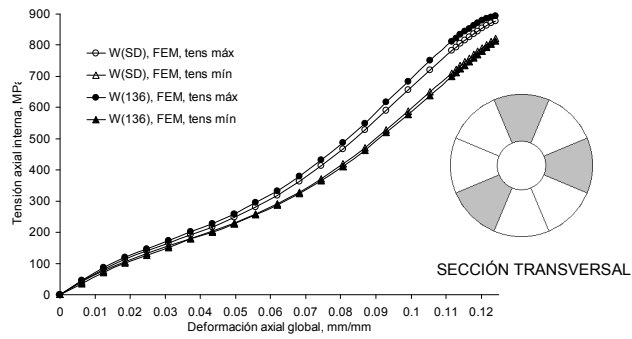


Fig. B.23: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(136)

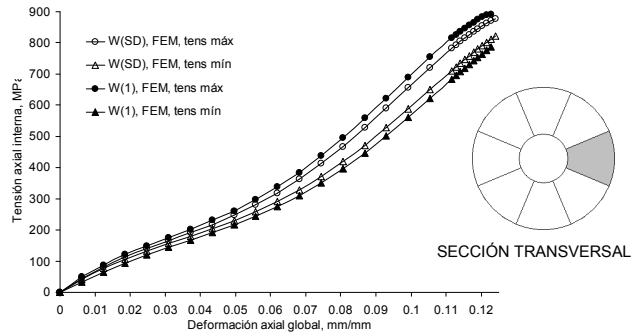


Fig. B.24: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1)

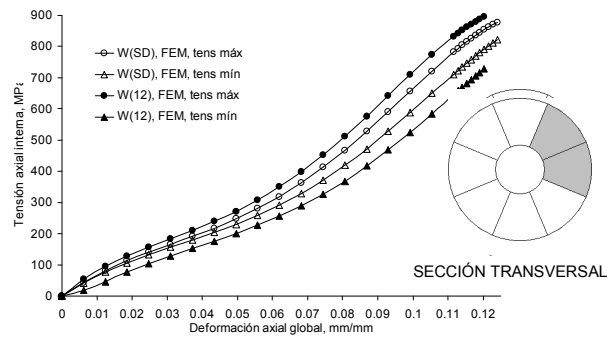


Fig. B.25: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(12)

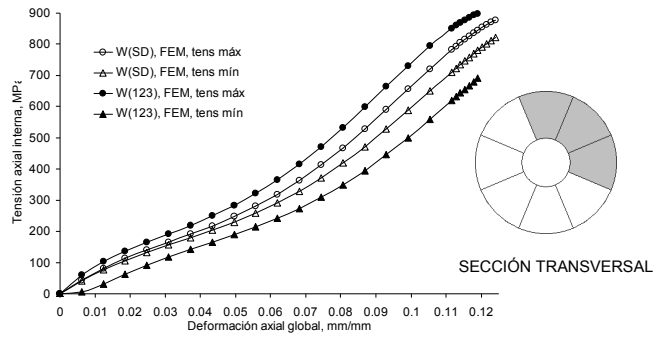


Fig. B.26: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(123)

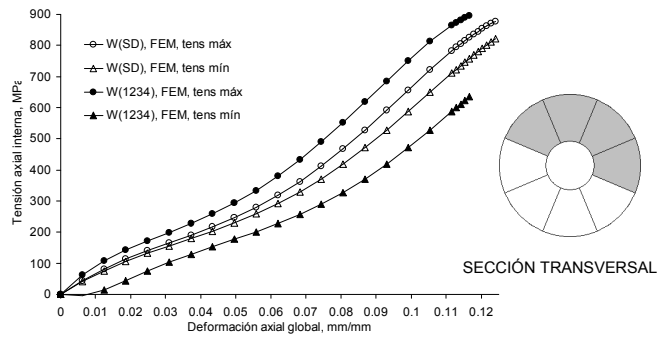


Fig. B.27: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(1234)

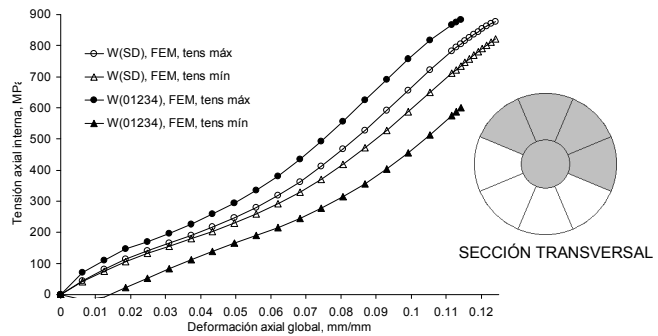


Fig. B.28: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01234)

B.2.2.3. Secciones con núcleo dañado comprimido transversalmente

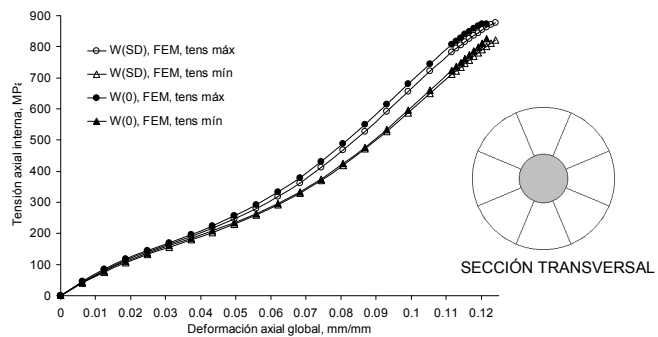


Fig. B.29: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(0)

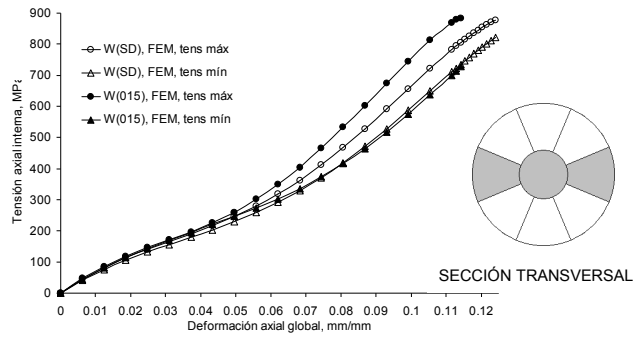


Fig. B.30: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(015)

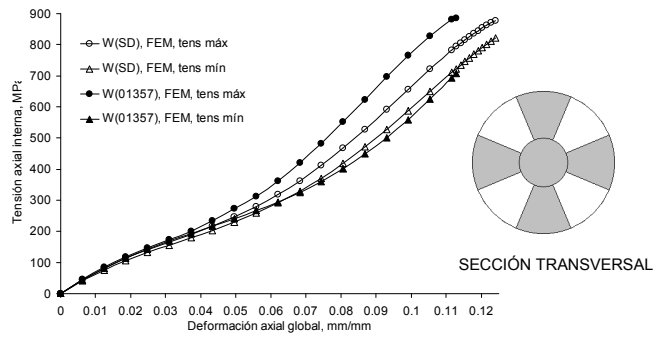


Fig. B.31: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01357)

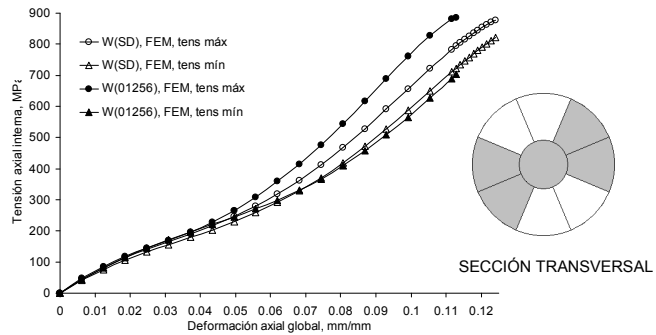


Fig. B.32: Tensión axial interna – Deformación axial global, W(01256)

ANEXO C: CÁLCULO DE CENTRO DE RIGIDEZ

C.1. CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “PACKING”

Tabla C.1: Cálculo del centro de rigidez, P(1)

Elem	A_n, mm^2	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1				
2	14,56	200.000	-2,226	3,741
3	14,56	200.000	-4,353	-0,057
4	14,56	200.000	-2,127	-3,798
5	14,56	200.000	2,226	-3,741
6	14,56	200.000	4,353	0,057
0	15,21	200.000	0	0
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm
	88,02	200.000	-0,352	-0,628

Tabla C.2: Cálculo del centro de rigidez, P(12)

Elem	A_n, mm^2	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--
2	--	--	--	--
3	14,56	200.000	-4,353	-0,057
4	14,56	200.000	-2,127	-3,798
5	14,56	200.000	2,226	-3,741
6	14,56	200.000	4,353	0,057
0	15,21	200.000	0	0
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm
	73,46	200.000	-1,295	-0,747

C.2. CABLES DE CONFIGURACIÓN TIPO “WEDGING”

Tabla C.3: Cálculo del centro de rigidez, W(136)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	7.876	0,989	1,656	6.640,5	0,988	1,656	5.630,2	0,988	1,657
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	7.876	-1,656	0,989	6.753,8	-1,662	0,987	5.778,2	-1,666	0,987
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	6.822,2	-1,877	-0,477	5.864,7	-1,882	-0,48
6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	6.816,3	0,472	-1,878	5.867	0,472	-1,883
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.754,5	1,658	-0,993	5.791,4	1,661	-0,997
0	3,24	7.876	0	0	6.689,3	-0,002	-0,004	5.668	-0,003	-0,006
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	7.876	-0,076	-0,128	6.746,1	-0,084	-0,14	5.766,6	-0,086	-0,147

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	4.482,1	0,989	1,659	4.410,1	0,987	1,653	5.271,5	0,98	1,64
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	4.556,9	-1,666	0,989	4.364,5	-1,65	0,987	5.117,2	-1,631	0,981
5	3,24	4.594,1	-1,882	-0,479	4.384,7	-1,861	-0,469	5.127,6	-1,842	-0,461
6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7	3,24	4.593,9	0,472	-1,883	4.349,2	0,472	-1,864	5.164	0,465	-1,84
8	3,24	4.557,3	1,662	-0,995	4.365	1,652	-0,984	5.135,2	1,637	-0,97
0	3,24	4.460,5	-0,002	-0,003	4.454	0,002	0,004	5.508,9	0,005	0,008
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	4.540,8	-0,108	-0,099	4.387,9	-0,075	-0,122	5.220,7	-0,066	-0,116

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	6.855,7	0,971	1,633	8.815,3	0,975	1,632	10.695,1	0,977	1,633
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	6.625,9	-1,619	0,977	8.584,3	-1,62	0,974	10.454,6	-1,629	0,978
5	3,24	6.626,6	-1,828	-0,46	8.575,2	-1,827	-0,461	10.433,2	-1,836	-0,463
6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7	3,24	6.626,2	0,462	-1,828	8.564,3	0,46	-1,826	10.442,8	0,463	-1,837
8	3,24	6.635,9	1,629	-0,964	8.558,7	1,627	-0,962	10.451,5	1,631	-0,968
0	3,24	7.315,1	0,005	0,007	9.426,9	0,002	0,006	11.224,7	0,003	0,004
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	6.780,9	-0,066	-0,11	8.754,1	-0,069	-0,113	10.617	-0,069	-0,116

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	11.758,3	0,985	1,65	11.298,5	1,002	1,68	9.168,4	1,027	1,728
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	11.668,5	-1,645	0,984	11.464	-1,677	0,998	9.652,8	-1,73	1,022
5	3,24	11.645,4	-1,856	-0,469	11.447,7	-1,896	-0,479	9.670,7	-1,959	-0,499
6	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
7	3,24	11.643,2	0,468	-1,856	11.457,7	0,479	-1,895	9.710,4	0,494	-1,957
8	3,24	11.663,4	1,647	-0,98	11.464,3	1,676	-1,002	9.662,7	1,724	-1,036
0	3,24	11.859	-0	-0	10.376,6	-0,004	-0,01	6.963,6	-0,013	-0,03
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	11.706,3	-0,074	-0,123	11.251,5	-0,081	-0,137	9.138,1	-0,094	-0,161

Tabla C.4: Cálculo del centro de rigidez, W(1)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	7.876	0,989	1,656	6.605,5	0,983	1,658	5.648,8	0,982	1,659
3	3,24	7.876	-0,472	1,87	6.745,3	-0,479	1,872	5.802,4	-0,483	1,875
4	3,24	7.876	-1,656	0,989	6.873,2	-1,667	0,99	5.969,8	-1,674	0,991
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	6.924,8	-1,881	-0,475	6.040,5	-1,889	-0,477
6	3,24	7.876	-0,989	-1,656	6.872,6	-0,997	-1,662	5.971,1	-1,002	-1,667
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	6.748,1	0,467	-1,876	5.805,8	0,465	-1,88
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.597,5	1,653	-0,991	5.656,2	1,653	-0,994
0	3,24	7.876	0	0	6.676,4	-0,007	-0,002	5.691,4	-0,01	-0,003
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	25,94	7.876	-0,261	-0,066	6.755,4	-0,287	-0,072	5.823,2	-0,298	-0,076

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	4.490,3	0,986	1,66	4.389,1	0,989	1,652	5.256,1	0,989	1,638
3	3,24	4.569,6	-0,481	1,877	4.350	-0,469	1,866	5.107,6	-0,457	1,85
4	3,24	4.671,6	-1,673	0,992	4.325,6	-1,653	0,987	4.966,6	-1,628	0,978
5	3,24	4.718,1	-1,889	-0,477	4.320,7	-1,867	-0,472	4.911,8	-1,839	-0,465
6	3,24	4.672,7	-1,002	-1,668	4.325,5	-0,986	-1,653	4.963,7	-0,968	-1,634
7	3,24	4.571,9	0,468	-1,88	4.348,2	0,473	-1,865	5.099,8	0,476	-1,844
8	3,24	4.488,9	1,656	-0,993	4.391	1,654	-0,984	5.266	1,646	-0,971
0	3,24	4.474	-0,007	-0,001	4.429,4	0,006	0,001	5.472,1	0,012	0,002
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	25,94	4.582,1	-0,288	-0,073	4.359,9	-0,252	-0,064	5.130,5	-0,222	-0,056

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	6.857,9	0,987	1,627	8.824,5	0,985	1,262	10.680,5	0,983	1,631
3	3,24	6.632,9	-0,452	1,839	8.577,9	-0,453	1,876	10.462	-0,458	1,844
4	3,24	6.418,2	-1,615	0,973	8.346,1	-1,615	1,385	10.266,4	-1,624	0,974
5	3,24	6.330,5	-1,825	-0,461	8.246,4	-1,824	0,084	10.182,5	-1,833	-0,463
6	3,24	6.413,1	-0,959	-1,623	8.337,3	-0,96	-1,266	10.260,6	-0,966	-1,629
7	3,24	6.620,7	0,475	-1,833	8.565,8	0,473	-1,875	10.450,8	0,472	-1,84
8	3,24	6.869,6	1,637	-0,963	8.837,4	1,635	-1,382	10.674,2	1,638	-0,968
0	3,24	7.300,7	0,011	0,001	9.430,9	0,008	0,001	11.220	0,005	0,001
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	25,94	6.680,5	-0,214	-0,054	8.645,8	-0,221	-0,056	10.524,7	-0,233	-0,059

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	3,24	11.750,5	0,987	1,648	11.318,2	0,996	1,68	9.193,1	1,015	1,736
3	3,24	11.673,4	-0,466	1,86	11.463,1	-0,481	1,891	9.636,7	-0,506	1,944
4	3,24	11.583,2	-1,642	0,982	11.567,3	-1,674	0,997	10.012,1	-1,727	1,021
5	3,24	11.541,1	-1,853	-0,468	11.601,8	-1,888	-0,477	10.160,9	-1,944	-0,491
6	3,24	11.581,4	-0,978	-1,644	11.569,1	-0,999	-1,673	10.030,8	-1,033	-1,719
7	3,24	11.668,3	0,473	-1,858	11.474,4	0,475	-1,892	9.676,4	0,481	-1,949
8	3,24	11.750	1,651	-0,982	11.298,2	1,677	-1,006	9.188,3	1,72	-1,039
0	3,24	11.858,6	-0,001	-0,0002	10.399,9	-0,01	-0,002	7.051,1	-0,034	-0,016
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	25,94	11.675,8	-0,251	-0,063	11.336,5	-0,279	-0,07	9.368,7	-0,327	-0,084

Tabla C.5: Cálculo del centro de rigidez, W(12)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	3,24	7.876	-0,472	1,87	6.578	-0,485	1,863	5.583,9	-0,49	1,863
4	3,24	7.876	-1,656	0,989	6.898,3	-1,673	0,982	5.972,3	-1,682	0,98
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	7.125,6	-1,89	-0,483	6.258,8	-1,901	-0,489
6	3,24	7.876	-0,989	-1,656	7.128,5	-1,005	-1,672	6.263,1	-1,014	-1,681
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	6.900,7	0,461	-1,885	5.976,8	0,457	-1,894
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.577,1	1,647	-0,999	5.585	1,645	-1,005
0	3,24	7.876	0	0	6.662,8	-0,014	-0,011	5.658,3	-0,02	-0,015
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	22,7	7.876	-0,457	-0,34	6.838,7	-0,494	-0,368	5.899,7	-0,51	-0,38

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	3,24	4.460,8	-0,484	1,869	4.423,5	-0,463	1,87	5.340,9	-0,446	1,861
4	3,24	4.675,2	-1,681	0,983	4.335,6	-1,652	0,988	4.979,5	-1,621	0,988
5	3,24	4.872,2	-1,902	-0,489	4.333,6	-1,872	-0,474	4.784,2	-1,833	-0,457
6	3,24	4.874,8	-1,014	-1,682	4.334,3	-0,991	-1,658	4.782,6	-0,963	-1,625
7	3,24	4.679,4	0,46	-1,893	4.336,1	0,473	-1,866	4.976,8	0,481	-1,834
8	3,24	4.463,3	1,652	-1	4.422,4	1,658	-0,979	5.336,6	1,654	-0,961
0	3,24	4.468,4	-0,011	-0,009	4.455,4	0,011	0,008	5.524,1	0,023	0,018
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	22,7	4.642	-0,497	-0,371	4.377,3	-0,444	-0,331	5.103,5	-0,401	-0,298

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	3,24	6.969,3	-0,442	1,852	8.931,2	-0,445	1,85	10.747,1	-0,453	1,853
4	3,24	6.430,2	-1,605	0,984	8.351,7	-1,606	0,982	10.266	-1,617	0,982
5	3,24	6.101,5	-1,812	-0,448	7.969	-1,811	-0,449	9.923,7	-1,823	-0,454
6	3,24	6.095,9	-0,949	-1,607	7.963,4	-0,949	-1,606	9.919,8	-0,957	-1,616
7	3,24	6.425	0,482	-1,819	8.341,5	0,48	-1,819	10.257,8	0,477	-1,83
8	3,24	6.952,9	1,648	-0,954	8.921,4	1,643	-0,957	10.733,3	1,645	-0,965
0	3,24	7.366,5	0,022	0,017	9.490,2	0,018	0,012	11.254,2	0,009	0,007
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	22,7	6.620,2	-0,39	-0,289	8.566,9	-0,399	-0,296	10.443,1	-0,417	-0,309

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	3,24	11.768,6	-0,466	1,866	11.768,6	-0,466	1,866	11.768,6	-0,466	1,866
4	3,24	11.571,1	-1,638	0,986	11.571,1	-1,638	0,986	11.571,1	-1,638	0,986
5	3,24	11.383,5	-1,845	-0,462	11.383,5	-1,845	-0,462	11.383,5	-1,845	-0,462
6	3,24	11.380,6	-0,972	-1,635	11.380,6	-0,972	-1,635	11.380,6	-0,972	-1,635
7	3,24	11.566,2	0,475	-1,852	11.566,2	0,475	-1,852	11.566,2	0,475	-1,852
8	3,24	11.765,7	1,653	-0,981	11.765,7	1,653	-0,981	11.765,7	1,653	-0,981
0	3,24	11.834,4	-0,002	-0,001	11.834,4	-0,002	-0,001	11.834,4	-0,002	-0,001
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	22,7	11.610	-0,442	-0,329	11.610	-0,442	-0,329	11.610	-0,442	-0,329

Tabla C.6: Cálculo del centro de rigidez, W(123)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	7.876	-1,656	0,989	6.699,4	-1,673	0,967	5.715,6	-1,681	0,961
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	7.166,2	-1,893	-0,497	6.299,4	-1,904	-0,509
6	3,24	7.876	-0,989	-1,656	7.346,3	-1,008	-1,688	6.549,7	-1,018	-1,704
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	7.161,4	0,46	-1,904	6.301	0,456	-1,92
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.697,2	1,647	-1,016	5.720,1	1,646	-1,027
0	3,24	7.876	0	0	6.622,3	-0,015	-0,028	5.606,7	-0,02	-0,038
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	7.876	-0,445	-0,745	6.948,8	-0,474	-0,793	6.032,1	-0,486	-0,814

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	4.533,8	-1,677	0,973	4.408,5	-1,647	0,996	5.243,3	-1,618	1,008
5	3,24	4.894,3	-1,904	-0,507	4.354,1	-1,873	-0,478	4.802,5	-1,832	-0,445
6	3,24	5.089,3	-1,018	-1,707	4.388,9	-0,996	-1,669	4.666,1	-0,965	-1,616
7	3,24	4.901,1	0,458	-1,919	4.357,5	0,468	-1,876	4.799,3	0,477	-1,822
8	3,24	4.541,2	1,654	-1,017	4.409,4	1,657	-0,976	5.239,6	1,652	-0,944
0	3,24	4.458,1	-0,01	-0,019	4.514,9	0,012	0,022	5.642,4	0,023	0,04
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	4.736,3	-0,476	-0,8	4.405,5	-0,437	-0,733	5.065,5	-0,403	-0,674

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	6.998,4	-1,605	1,004	8.764,2	-1,608	0,998	10.604,3	-1,62	0,994
5	3,24	6.277	-1,808	-0,43	7.964,9	-1,809	-0,432	9.907,4	-1,821	-0,441
6	3,24	6.000,7	-0,946	-1,585	7.637,8	-0,945	-1,583	9.598,3	-0,953	-1,597
7	3,24	6.267,2	0,479	-1,795	7.953,2	0,478	-1,795	9.895,2	0,477	-1,811
8	3,24	6.989,6	1,643	-0,935	8.753,9	1,639	-0,94	10.589,3	1,643	-0,953
0	3,24	7.722,3	0,023	0,037	9.626,2	0,018	0,028	11.322,5	0,009	0,014
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	6.709,2	-0,393	-0,657	8.450,1	-0,399	-0,668	10.319,5	-0,413	-0,691

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	3,24	11.696,7	-1,643	0,991	11.292,6	-1,686	0,991	10.244,1	-1,725	0,992
5	3,24	11.355,4	-1,844	-0,455	11.597,9	-1,885	-0,477	11.018,3	-1,919	-0,494
6	3,24	11.162,2	-0,968	-1,622	11.636,9	-0,992	-1,663	11.233,6	-1,011	-1,695
7	3,24	11.346,9	0,475	-1,839	11.602,7	0,475	-1,885	11.034,4	0,476	-1,922
8	3,24	11.690,8	1,652	-0,975	11.300,9	1,674	-1,012	10.260,1	1,694	-1,045
0	3,24	11.779,1	-0,003	-0,005	10.034,4	-0,026	-0,041	7.995,1	-0,051	-0,081
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	19,46	11.505,2	-0,433	-0,725	11.244,2	-0,465	-0,78	10.297,6	-0,492	-0,827

Tabla C.7: Cálculo del centro de rigidez, W(1234)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	6.969,7	-1,881	-0,508	6.043,7	-1,888	-0,526
6	3,24	7.876	-0,989	-1,656	7.401,8	-1,001	-1,701	6.630,2	-1,007	-1,724
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	7.401,6	0,468	-1,918	6.630,4	0,468	-1,943
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.956,3	1,66	-1,031	6.034,5	1,664	-1,053
0	3,24	7.876	0	0	6.595,2	-0,003	-0,044	5.548,9	-0,002	-0,06
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	16,21	7.876	-0,163	-1,115	7.064,9	-0,173	-1,172	6.177,5	-0,176	-1,199

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	4.726,8	-1,889	-0,519	4.384,8	-1,868	-0,47	5.019,9	-1,84	-0,426
6	3,24	5.159,9	-1,006	-1,729	4.427,5	-0,991	-1,679	4.663,8	-0,97	-1,609
7	3,24	5.163,6	0,469	-1,947	4.433,5	0,469	-1,893	4.667	0,467	-1,818
8	3,24	4.737,5	1,666	-1,044	4.394,1	1,654	-0,986	5.026,2	1,635	-0,934
0	3,24	4.454,9	-0	-0,025	4.599,4	0,001	0,038	5.794,6	0,006	0,064
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	16,21	4.848,5	-0,172	-1,183	4.447,9	-0,161	-1,101	5.034,3	-0,151	-1,026

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	6.456,7	-1,824	-0,413	8.356,3	-1,822	-0,418	10.246	-1,833	-0,432
6	3,24	5.798,7	-0,956	-1,569	7.559,4	-0,955	-1,566	9.511,3	-0,961	-1,583
7	3,24	5.801	0,465	-1,776	7.560,3	0,465	-1,772	9.510,3	0,466	-1,791
8	3,24	6.459,3	1,624	-0,916	8.353,9	1,623	-0,921	10.239,2	1,63	-0,938
0	3,24	7.694,3	0,007	0,058	9.785,2	0,006	0,041	11.397,9	0,003	0,019
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	16,21	6.442	-0,147	-1,001	8.323	-0,149	-1,014	10.180,9	-0,153	-1,046

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	11.518	-1,854	-0,453	11.435	-1,893	-0,485	11.020,3	-1,911	-0,5
6	3,24	11.083,4	-0,973	-1,613	11.593,9	-0,993	-1,66	11.428,7	-1,002	-1,681
7	3,24	11.080,5	0,47	-1,823	11.589,8	0,476	-1,875	11.424,7	0,478	-1,898
8	3,24	11.510,1	1,646	-0,964	11.429,7	1,675	-1,007	11.013,9	1,689	-1,027
0	3,24	11.696,9	-0,002	-0,011	9.704,6	-0,011	-0,069	8.495,8	-0,016	-0,104
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	16,21	11.377,8	-0,16	-1,093	11.150,6	-0,171	-1,169	10.676,7	-0,177	-1,204

Tabla C.8: Cálculo del centro de rigidez, W(01234)

Elem	A_n, mm^2	Deformación nula			Deformación $e = 0,05 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,1 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	7.876	-1,87	-0,472	6.784,8	-1,879	-0,525	5.891,7	-1,889	-0,547
6	3,24	7.876	-0,989	-1,656	7.268,1	-1,002	-1,722	6.609,1	-1,012	-1,754
7	3,24	7.876	0,472	-1,87	7.248,5	0,472	-1,942	6.613,1	0,468	-1,973
8	3,24	7.876	1,656	-0,989	6.710,8	1,668	-1,051	5.876,3	1,668	-1,077
0	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	12,97	7.876	-0,204	-1,394	7.003,1	-0,215	-1,442	6.247,6	-0,216	-1,466

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,2 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,3 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,4 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	4.701,3	-1,887	-0,532	4.473,9	-1,868	-0,461	5.257	-1,83	-0,406
6	3,24	5.266,6	-1,009	-1,761	4.520,5	-0,991	-1,692	4.692,2	-0,965	-1,601
7	3,24	5.249,5	0,471	-1,978	4.522,9	0,468	-1,904	4.702,8	0,465	-1,809
8	3,24	4.684,9	1,67	-1,056	4.498	1,647	-0,976	5.291,3	1,615	-0,911
0	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	12,97	4.975,6	-0,213	-1,458	4.503,8	-0,201	-1,395	4.985,8	-0,192	-1,331

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,5 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,6 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,7 \cdot e_b$		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	6.810,4	-1,803	-0,39	8.725	-1,801	-0,398	10.495,6	-1,818	-0,418
6	3,24	5.741,8	-0,949	-1,557	7.432,9	-0,947	-1,556	9.360,8	-0,955	-1,577
7	3,24	5.758,6	0,466	-1,762	7.450,7	0,469	-1,762	9.379,6	0,471	-1,784
8	3,24	6.838,2	1,597	-0,89	8.747,8	1,598	-0,899	10.506,4	1,614	-0,924
0	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	12,97	6.287,2	-0,189	-1,307	8.089,1	-0,189	-1,314	9.935,6	-0,193	-1,338

Elem	A_n, mm^2	Deformación $e = 0,8 \cdot e_b$			Deformación $e = 0,9 \cdot e_b$			Deformación de falla		
		K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm	K_n, MPa	x_n, mm	y_n, mm
1	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
2	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
3	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
4	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
5	3,24	11.455	-1,855	-0,45	10.777	-1,929	-0,507	10.092,4	-1,968	-0,537
6	3,24	10.980,9	-0,968	-1,61	11.609,2	-0,99	-1,657	11.490,2	-1	-1,676
7	3,24	10.993,6	0,473	-1,819	11.609,5	0,476	-1,871	11.480,8	0,477	-1,892
8	3,24	11.441,8	1,647	-0,965	10.717,8	1,715	-1,04	10.020,5	1,75	-1,078
0	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--
	A, mm^2	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm	K, MPa	x, mm	y, mm
	12,97	11.217,8	-0,2	-1,371	11.178,4	-0,21	-1,423	10.771	-0,215	-1,447