



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LOS MATERIALES

**DISEÑO Y CONTROL ESTADÍSTICO DE LA FRACTURA DE MATERIALES:
TENSIÓN DE ADHERENCIA DE ESTUCO DE CAL SOBRE ADOBE**

MEMORIA PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL EN MATERIALES

JAVIERA ALEJANDRA CANALES ROJAS

PROFESOR GUÍA:

GERARDO DIAZ RODENAS

MIEMBROS DE LA COMISION:

EDUARDO DONOSO

PABLO KITTL

SANTIAGO DE CHILE

DICIEMBRE, 2009

RESUMEN DE LA MEMORIA
PARA OPTAR AL TITULO DE
INGENIERO CIVIL EN MATERIALES
POR: JAVIERA CANALES R.
FECHA: 29-12-2009
PROF. GUIA: Sr. GERARDO DIAZ RODENAS

“DISEÑO Y CONTROL ESTADÍSTICO DE LA FRACTURA DE MATERIALES:
TENSION DE ADHERENCIA DE ESTUCO DE CAL SOBRE ADOBE”

El presente estudio consiste en el análisis de datos que provienen de un mortero de cal aplicado como recubrimiento en el adobe, a cuyo sistema se midió las tensiones de corte que actuaban en la superficie de contacto entre el mortero y el adobe. El mortero fue preparado en distintas composiciones, variando la cantidad de arena agregado a la cal para elaborarlo, la que fue desde 2 a 7 partes de arena por cada parte de cal.

El objetivo fue entregar la información necesaria para el diseño de una estructura o elemento que requiera de una probabilidad de resistencia y una tolerancia establecida para dicha probabilidad. Así, se determinaron las dispersiones de parámetros de las distribuciones de probabilidad que mejor caracterizan el sistema, mediante el uso de la matriz de información de Fischer y/o simulaciones, además de la cantidad de ensayos (o simulaciones) a realizar para obtener dicha propiedad con una probabilidad y tolerancia dadas. Dicha tolerancia debe ser menor o igual a la dispersión obtenida para F.

En general, se obtuvieron parámetros para cada composición estudiada, y en todos los casos se encontró aplicable una distribución de Weibull de 3 ó 4 parámetros. Además, se encontró en todos los casos una distribución alternativa capaz de representar los datos, cuyos resultados de las pruebas de bondad de ajuste fueron mejores que para la distribución de Weibull. Sin embargo, se descartan dichas distribuciones dado que carecen de sentido físico.

Las fórmulas y resultados obtenidos de las dispersiones de probabilidad de falla, permiten diseñar elementos con una cierta probabilidad de falla y, a su vez, una cierta dispersión de probabilidad. Esto implica diseñar un experimento con una cantidad determinada de ensayos, así como también definir superficies de contacto (en este caso), para obtener las propiedades deseadas.

Se presenta en el presente estudio un ejemplo de aplicación en que se verifica que la cantidad de ensayos a realizar para obtener resultados esperados de acuerdo a una cierta tolerancia en la probabilidad de falla es demasiado alta. Es por esto que se recurre a una herramienta tan necesaria como la simulación, que permite simular miles de ensayos para luego estudiarlos.

Índice de Contenido

| | | |
|----------|----------------------------------------------------------------------|----|
| 1. | Introducción..... | 1 |
| 2. | Objetivos..... | 2 |
| 2.1. | Objetivo General | 2 |
| 2.2. | Objetivos Específicos | 2 |
| 3. | Metodología | 2 |
| 4. | Marco Teórico..... | 3 |
| 4.1. | Diseño en Ingeniería y Factor de Seguridad | 3 |
| 4.2. | Adobe y Recubrimientos..... | 4 |
| 4.3. | Distribuciones de Probabilidad de Weibull..... | 4 |
| 4.4. | Estimación de Parámetros | 5 |
| 4.4.1. | Mínimos Cuadrados | 6 |
| 4.4.2. | Máxima Verosimilitud..... | 6 |
| 4.4.3. | Mínimo χ^2 | 6 |
| 4.5. | Pruebas de Bondad de Ajuste | 6 |
| 4.5.1. | Prueba de χ^2 | 7 |
| 4.5.2. | Prueba de Kolmogorov Smirnov | 7 |
| 4.5.3. | Prueba de Anderson Darling | 7 |
| 4.6. | Determinación de la Dispersión de Parámetros | 8 |
| 4.6.1. | Matriz de Fisher | 8 |
| 4.7. | Generación de números aleatorios..... | 8 |
| 4.7.1. | Algoritmo de Mersenne Twister..... | 8 |
| 4.8. | Dispersión de Probabilidad asociada a Dispersión de Parámetros | 8 |
| 4.8.1. | Cálculo de Dispersiones | 8 |
| 4.8.1.1. | Distribución de Weibull de 2 parámetros | 9 |
| 4.8.1.2. | Distribución de Weibull de 3 parámetros | 9 |
| 4.8.1.3. | Distribución de Weibull de 4 parámetros | 10 |
| 4.9. | Error aceptable para una dispersión dada..... | 10 |
| 5. | Análisis de Datos Experimentales | 10 |
| 5.1. | Ensayos de Adherencia Superficial..... | 10 |
| 5.2. | Procesamiento Inicial de Datos | 11 |

| | | |
|--------|----------------------------------------------------------|----|
| 5.3. | Estimación de Parámetros | 12 |
| 5.3.1. | Regresión Lineal..... | 12 |
| 5.3.2. | Mínimo χ^2 | 15 |
| 5.3.3. | Máxima Verosimilitud..... | 16 |
| 5.4. | Preparación de la Información: Gráficos | 16 |
| 5.4.1. | Weibull | 17 |
| 5.4.2. | Normal | 18 |
| 5.4.3. | Log-Normal..... | 18 |
| 5.5. | Test de χ^2 | 18 |
| 5.6. | Prueba de Kolmogorov-Smirnov | 20 |
| 5.7. | Test de Anderson-Darling | 20 |
| 5.8. | Dispersión de Parámetros..... | 20 |
| 5.9. | Error aceptable para una dispersión dada..... | 22 |
| 6. | Resultados de Análisis de Datos Experimentales..... | 23 |
| 6.1. | Parámetros y Gráficos Obtenidos | 23 |
| 6.1.1. | Gráficos | 23 |
| 6.1.2. | Parámetros y Pruebas de Bondad de Ajuste | 26 |
| 6.1.3. | Dispersión de Parámetros | 33 |
| 7. | Simulaciones | 37 |
| 7.1. | Dispersión de Parámetros..... | 38 |
| 7.1.1. | Resultados | 40 |
| 8. | Errores de Medición..... | 45 |
| 9. | Programación de los Métodos..... | 47 |
| 10. | Diseño a Partir de lo Expuesto | 48 |
| 11. | Discusiones | 49 |
| 12. | Conclusiones | 51 |
| 13. | Fuentes de Información..... | 52 |
| | Anexos..... | i |
| A. | Códigos para calcular los estadísticos de χ^2 | i |
| i. | Weibull 2p y 3p | i |
| ii. | Weibull 4p..... | i |

| | | |
|------|-------------------------------------------------------------------|-------|
| iii. | Normal | ii |
| iv. | Log-Normal | ii |
| B. | Códigos para calcular los estadísticos de Anderson-Darling | iii |
| i. | Weibull 2p y 3p | iii |
| ii. | Weibull 4p..... | iii |
| iii. | Normal | iii |
| iv. | Log-Normal | iii |
| C. | Códigos para calcular los estadísticos de Kolmogorov-Smirnov..... | iv |
| i. | Weibull 2p y 3p | iv |
| ii. | Weibull 4p..... | v |
| iii. | Normal | vi |
| iv. | Log-Normal | vii |
| D. | Códigos para Estimar parámetros..... | viii |
| i. | Weibull 2p..... | viii |
| ii. | Weibull 3p..... | ix |
| iii. | Weibull 4p..... | ix |
| iv. | Normal | x |
| v. | Log-Normal | xi |
| E. | Códigos para Simular..... | xi |
| i. | General | xi |
| ii. | Weibull 2p..... | xii |
| iii. | Weibull 3p..... | xv |
| iv. | Weibull 4p..... | xviii |
| v. | Normal | xxii |
| vi. | Log-Normal | xxiv |
| F. | Manual para utilizar los programas expuestos..... | xxvii |
| G. | Tabla de Valores de χ^2 | xxix |
| H. | Tabla de Valores de KS | xxx |

Índice de Tablas

| | |
|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 1: Composiciones de mortero utilizadas..... | 11 |
| Tabla 2: Parámetros para Dosificación 1:2..... | 27 |
| Tabla 3: Parámetros para Dosificación 1:3..... | 28 |
| Tabla 4: Parámetros para Dosificación 1:4..... | 29 |
| Tabla 5: Parámetros para Dosificación 1:5..... | 30 |
| Tabla 6: Parámetros para Dosificación 1:6..... | 31 |
| Tabla 7: Parámetros para Dosificación 1:7..... | 32 |
| Tabla 8: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Weibull 2 parámetros..... | 33 |
| Tabla 9: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Weibull 3 parámetros..... | 33 |
| Tabla 10: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Normal..... | 33 |
| Tabla 11: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Log-Normal | 33 |
| Tabla 12: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Weibull 2 parámetros | 34 |
| Tabla 13: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Weibull 3 parámetros | 34 |
| Tabla 14: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Normal | 34 |
| Tabla 15: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Log-Normal | 34 |
| Tabla 16: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Weibull 2 parámetros | 34 |
| Tabla 17: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Weibull 3 parámetros | 34 |
| Tabla 18: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Normal | 35 |
| Tabla 19: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Log-Normal | 35 |
| Tabla 20: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Weibull 2 parámetros | 35 |
| Tabla 21: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Weibull 3 parámetros | 35 |
| Tabla 22: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Normal | 35 |
| Tabla 23: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Log-Normal | 35 |
| Tabla 24: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Weibull 2 parámetros | 36 |
| Tabla 25: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Weibull 3 parámetros | 36 |
| Tabla 26: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Normal | 36 |
| Tabla 27: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Log-Normal | 36 |
| Tabla 28: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Weibull 2 parámetros | 36 |
| Tabla 29: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Weibull 3 parámetros | 36 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 30: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Normal | 37 |
| Tabla 31: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Log-Normal | 37 |
| Tabla 32: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Weibull 2 Parámetros..... | 40 |
| Tabla 33: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Weibull 3 Parámetros..... | 40 |
| Tabla 34: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Normal..... | 40 |
| Tabla 35: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Log-Normal | 41 |
| Tabla 36: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Weibull 2 Parámetros..... | 41 |
| Tabla 37: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Weibull 3 Parámetros..... | 41 |
| Tabla 38: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Normal..... | 41 |
| Tabla 39: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Log-Normal | 41 |
| Tabla 40: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Weibull 2 Parámetros..... | 41 |
| Tabla 41: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Weibull 3 Parámetros..... | 42 |
| Tabla 42: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Normal..... | 42 |
| Tabla 43: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Log-Normal | 42 |
| Tabla 44: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 2 Parámetros..... | 42 |
| Tabla 45: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 3 Parámetros..... | 42 |
| Tabla 46: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 4 Parámetros..... | 42 |
| Tabla 47: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Normal..... | 43 |
| Tabla 48: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Log-Normal | 43 |
| Tabla 49: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 2 Parámetros..... | 43 |
| Tabla 50: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 3 Parámetros..... | 43 |
| Tabla 51: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 4 Parámetros..... | 43 |
| Tabla 52: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Log-Normal | 44 |
| Tabla 53: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Log-Normal | 44 |
| Tabla 54: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 2 Parámetros..... | 44 |
| Tabla 55: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 3 Parámetros..... | 44 |
| Tabla 56: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 4 Parámetros..... | 44 |
| Tabla 57: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Log-Normal | 45 |
| Tabla 58: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Log-Normal | 45 |
| Tabla 59: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:2 | 45 |
| Tabla 60: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:3 | 46 |

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabla 61: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:4 | 46 |
| Tabla 62: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 4 parámetros, Composición 1:5 | 46 |
| Tabla 63: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:6 | 46 |
| Tabla 64: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 4 parámetros, Composición 1:7 | 47 |
| Tabla 65: Ejemplo de Diseño | 48 |

Índice de Figuras

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Gráfico 1: F vs. τ , Dosificación 1:2..... | 23 |
| Gráfico 2: F vs. τ , Dosificación 1:3..... | 24 |
| Gráfico 3: F vs. τ , Dosificación 1:4..... | 24 |
| Gráfico 4: F vs. τ , Dosificación 1:5..... | 25 |
| Gráfico 5: F vs. τ , Dosificación 1:6..... | 25 |
| Gráfico 6: F vs. τ , Dosificación 1:7..... | 26 |
| Gráfico 7: Composición 1:5, Weibull 2 parámetros, m vs. n | 38 |
| Gráfico 8: Composición 1:5, Weibull 2 parámetros, τ_0 vs. n | 39 |
| Gráfico 9: Probabilidad de Falla (F) versus Tensión de adherencia, n=50, composición 1:2. | 39 |
| Gráfico 10: Probabilidad de Falla (F) versus Tensión de adherencia, n=1000, composición 1:2..... | 40 |

1. Introducción

Uno de los requerimientos fundamentales de alguna estructura en ingeniería es que ésta no falle en servicio. Este problema, que se refiere a la resistencia y fractura de materiales, es conocido como uno de los más importantes para el progreso de la ciencia y la tecnología. Esto no es nuevo, la idea de diseñar estructuras para evitar la fractura data de tiempos remotos, remontándose incluso a varios años antes de Cristo.

Las teorías de diseño en ingeniería se han desarrollado a menudo como un resultado de aprender de fallas catastróficas. La imagen de una de estas fallas es de algo que falla de manera inesperada y dramática, como recipientes a presión que fallan frágilmente, o puentes que caen provocando grandes tragedias.

El estudio de las fallas tiene dos líneas fundamentales: determinística y probabilística. En la primera, la fractura de un material se producirá a niveles de carga promedio similares, siempre y cuando este haya sido elaborado de la misma manera todas las veces. En el estudio probabilístico, en cambio, la probabilidad de fallar de un material no es constante, depende de la tensión aplicada y un material sometido a una tensión no necesariamente se romperá sino que existe una probabilidad de que lo haga.

El enfoque de la resistencia probabilística de materiales fue iniciado por W. Weibull en 1939, quien propuso una distribución de probabilidad de fractura para materiales frágiles, que sigue vigente en la actualidad y ha mostrado representar muy bien los resultados empíricos. Esta teoría se ha demostrado que puede ser aplicada también a la probabilidad de fluencia de materiales dúctiles e incluso a materiales que fallan por cargas cíclicas [1,2].

Existe, en la actualidad, una gran cantidad de investigación relacionada con el estudio de la Fractura y Resistencia Probabilística de Materiales Frágiles, ya sea en base a simulaciones o a análisis de datos experimentales. Algunos de estos análisis consisten en una serie de simulaciones y determinaciones sucesivas de parámetros de distribuciones de probabilidad y dispersiones, que permiten llegar a algún tipo de conclusión concreta en cuanto a la resistencia de materiales [3-12].

Cuando se cuenta con un conjunto de datos como los que se utilizaron en el presente estudio, se puede determinar la distribución de probabilidad de ocurrencia de la propiedad estudiada, que en este caso fue la probabilidad de fractura dada una cierta tensión de corte. Esta es la propiedad que se estudió de manera estadística, determinando su distribución y posteriormente relacionando los resultados con el diseño ingenieril.

Previamente se han realizado experiencias que permiten determinar la cantidad de ensayos y/o simulaciones necesarias para obtener una cierta dispersión de parámetros y de probabilidad [8]. Lo que se persigue ahora es determinar las dispersiones aceptables para obtener una dispersión de probabilidad de fractura dada.

2. Objetivos

2.1. Objetivo General

Dada una tolerancia de probabilidad de fractura definida en el diseño de un elemento, en este caso en particular confeccionado en adobe y con recubrimiento de cal, determinar las dispersiones aceptables de los parámetros de la función de distribución de probabilidad de fractura.

2.2. Objetivos Específicos

Determinar dispersiones de parámetros aceptables para obtener una dispersión de probabilidad de fractura determinada.

Estimar los parámetros de distribución de Weibull que caracterizan al material estudiado para sus distintas composiciones.

Estimar las dispersiones de los parámetros encontrados para las distribuciones estudiadas.

Estimar los errores de medición aceptables para obtener los resultados deseados.

A partir de las dispersiones de dichos parámetros, estimar la dispersión de la probabilidad acumulativa de fractura del material para sus diferentes composiciones y diferentes números de datos de entrada, los que corresponden a la cantidad de medidas que se tomaron en cada caso.

3. Metodología

Se trabajó con 6 conjuntos de datos de tensiones de corte de un sistema de mortero de cal sobre adobe, cada uno para una diferente composición de arena y cal del estuco, composiciones que van desde 1:2 a 1:7 en partes de peso de cal:arena.

Utilizando estas tensiones, se realizó un análisis estadístico que buscó ajustar los conjuntos de datos (por separado) a distribuciones de probabilidad de fractura de Weibull y alternativas: Normal y Log-Normal. Es importante señalar que si bien se pudieron utilizar otras distribuciones (en particular, en caso de que los resultados indiquen que los datos no siguen las distribuciones mencionadas), la experiencia muestra que la distribución que mejor ajusta este tipo de datos es la de Weibull ya que, además de ajustar correctamente los datos, considera únicamente valores de tensión positivos, e incorpora la influencia del volumen o, en este caso, superficie a la resistencia de los materiales.

Para ajustar los datos lo que se hizo fue estimar los parámetros de la distribución analizada (que pueden ser 2, 3 o 4 para la distribución de Weibull, y 2 parámetros para las distribuciones Normal y Log-Normal). Para ello se cuenta con 3 métodos comúnmente utilizados:

- Mínimos cuadrados (o Regresión Lineal)
- Mínimo χ^2

- Máxima Verosimilitud

Una vez realizados estos cálculos se realizó un test de bondad de ajuste para determinar cuál de estos parámetros es el que entrega el mejor ajuste, esto para cada conjunto de datos. Los tests de bondad de ajuste estudiados fueron:

- Test de χ^2
- Test de Kolmogorov Smirnov
- Test de Anderson Darling

Ya seleccionados los parámetros, a partir de estos mismos se generan nuevos datos, mediante simulación. A cada simulación se calcularon nuevamente los parámetros de acuerdo a los métodos ya nombrados, de manera que se tienen tantos valores para los parámetros como simulaciones se realicen, para cada conjunto de datos experimentales.

Luego de un cierto número de simulaciones se determina la dispersión de los parámetros obtenidos para cada conjunto de datos, por medio de la Matriz de Fisher.

Mediante el uso de dichas dispersiones, utilizando el método propuesto de cálculo de errores [14], se calcularon los errores aceptables para obtener los resultados de dispersiones coherentes, lo que implica que el error entregue una dispersión que sea igual o menor a la obtenida para cada parámetro, tanto para aquella dispersión obtenida por simulación como aquella obtenida por medio de la matriz de Fischer (donde fue aplicable).

Con esta información se puede calcular la dispersión de la probabilidad de fractura, que debiera estar dentro de la banda delimitada por la probabilidad de fractura y su respectiva tolerancia, definidas en la etapa de diseño.

4. Marco Teórico

4.1. Diseño en Ingeniería y Factor de Seguridad

Dado un material con determinada propiedad σ , la cual tiene una probabilidad acumulativa de ocurrencia $F(\sigma, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$, con parámetros θ_i ($i=1, \dots, n$), la obtención del valor de estos parámetros con un error establecido previamente, para lo cual hay que realizar un número N de ensayos, es un problema de interés común en el diseño de ingeniería.

Cuando se trata de una estructura compleja compuesta de diferentes partes y piezas, cada una de estas tendrá un volumen V_i con propiedades σ_i . Prefijando F y dF (la tolerancia asociada a F), se debe determinar el σ_i que permita asegurar dicha probabilidad. Esto, asociado a la dispersión de los parámetros de su distribución de probabilidad acumulativa de fractura, permitirá obtener la dispersión de la probabilidad, asociada a la dispersión de los parámetros. Así, se buscarán los valores experimentales para F que deberán estar dentro de la banda de tolerancia de $F(\sigma_i)$ [13,14].

La capacidad de controlar esta dispersión es la que se relaciona con la confiabilidad que tiene el diseño, y que en nuevas tendencias se incorpora a los

parámetros de diseño [15-17]. Una manera de cuantificar la confiabilidad durante el diseño es mediante el acercamiento probabilístico. La idea básica en el análisis de confiabilidad mediante la metodología de diseño probabilístico es que dado un componente con una cierta resistencia, si se excede esta resistencia esto resultará en la fractura del componente. Los factores que determinan la resistencia del componente son variables aleatorias, tal como son los factores con que se determinan las cargas que actúan en el componente.

Mediante el estudio de las distribuciones de probabilidad y sus parámetros, el objetivo es calcular la confiabilidad de un sistema, para lo cual es necesario calcular la confiabilidad de cada uno de sus componentes. Esta confiabilidad es función de muchos factores, que quedan expresados indirectamente en las dispersiones de los parámetros de distribución de probabilidad, y su determinación es crucial a la hora de diseñar una estructura según los principios de ingeniería de confiabilidad [17].

4.2. Adobe y Recubrimientos

En el año 1997, en el norte de Chile, había una gran cantidad de edificaciones hechas con adobe que se encontraban en malas condiciones, y muchas de ellas siguen en ese estado. En particular, existen iglesias que han sido denominadas patrimonio nacional y que, luego de un terremoto ocurrido en el sector en octubre de 1997, se encontraron durante un largo período cerca de desmoronarse.

El gobierno, mediante el Centro Nacional de Conservación y Restauración, definió un conjunto de iglesias que serían sometidas a reparaciones, para lo cual se realizó una investigación que determinase el estuco que tuviera mejor adherencia sobre el adobe. El proyecto fue encargado en 1998 por el Arzobispado de La Serena y la Fundación Andes, que solicitó la visita por parte del centro a 32 iglesias que se habían visto gravemente perjudicadas por el terremoto mencionado, luego de lo cual se determinó cuáles eran las que requerían con mayor urgencia dichas reparaciones.

Uno de los principales motivos de los daños producidos durante el sismo es el total desconocimiento del comportamiento de las estructuras de adobe, dada la poca afinidad que este material tiene con los morteros modernos. En reparaciones anteriores, las iglesias fueron reparadas con estos morteros (por ejemplo, cemento), lo que dadas sus características resultó en un completo fracaso. Por ello es que se trabajó con cal en el momento de las restauraciones definitivas, dado que cualquier reparación al adobe se considera correctamente realizada si se utiliza el mortero tradicional de la antigüedad que era una simple combinación de cal, arena y agua [19].

4.3. Distribuciones de Probabilidad de Weibull

Todas las distribuciones de probabilidad de Weibull siguen una misma forma:

$$F(\tau) = 1 - \exp\left\{-\frac{1}{S_0} \int_s \phi(\tau) dS\right\}$$

En que S es la superficie de contacto, S₀ es la unidad de superficie y φ(τ) es la función de riesgo específico. Como se aprecia en la fórmula anterior, falta definir dicha función, la que puede ser de dos, tres o cuatro parámetros:

$$\phi(\tau) = \begin{cases} \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^m & \tau \geq 0 \\ \left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_0}\right)^m & \tau \geq \tau_L \\ 0 & \tau < \tau_L \\ K \cdot \left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_S - \tau}\right)^m & \tau_L \leq \tau \leq \tau_S \\ 0 & \tau < \tau_L \\ \infty & \tau > \tau_S \end{cases}$$

En la función de dos parámetros, τ corresponde a las tensiones de adherencia medidas, τ₀ es un parámetro de normalización y m el parámetro de forma. Para el caso de la función de tres parámetros, se ha incorporado τ_L, que corresponde a la tensión bajo la cual no hay falla. Es fácil ver que la distribución de dos parámetros es un caso particular de la función de tres parámetros, con τ_L igual a cero.

La función de cuatro parámetros tiene dos parámetros de forma (también llamados parámetros de Weibull) que son K y m. Además, al igual que en el caso de la distribución de tres parámetros, el parámetro τ_L corresponde a la tensión bajo la cual no hay fractura, mientras que el parámetro τ_S corresponde a la tensión sobre la cual siempre hay falla.

En general, si bien la resistencia probabilística de materiales puede modelarse por medio de diferentes funciones, se han realizado análisis previos que, aunque no son concluyentes al respecto, muestran que el mejor análisis suele ser aquel en que se trabaja con la distribución de probabilidad de Weibull [5,7].

De todas maneras, es importante tener en cuenta que de no ajustarse los datos a una distribución de Weibull, se debe trabajar con otras distribuciones de probabilidad. Se ha analizado la representatividad que se logra con otras distribuciones y entre las que mejor caracterizan el problema, se encuentran las distribuciones Normal y Log-Normal [7].

4.4. Estimación de Parámetros

Para estimar los parámetros existen bastantes métodos, tres de los cuales fueron utilizados y se explican a continuación.

4.4.1. Mínimos Cuadrados

El método de mínimos cuadrados consiste en buscar el mínimo de la función determinada por la regresión lineal de la ecuación que se detalla a continuación [22]:

$$Y(\tau) = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-F(\tau)} \right) \right] = m \ln(\tau) + \ln \left(\frac{V}{S_0 \tau_0^m} \right) \quad \text{Ec. 1}$$

$$Y(\tau) = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-F(\tau)} \right) \right] = m \ln(\tau - \tau_L) + \ln \left(\frac{V}{S_0 \tau_0^m} \right) \quad \text{Ec. 2}$$

En que $F(\tau)$ se determina de los resultados experimentales. Primero se determinan los parámetros de acuerdo a la ecuación expuesta en Ec. 1, luego se determina un τ_L aproximado que se aprecia en el gráfico de Y vs. $\ln(\tau)$ y se comienza a trabajar con la fórmula Ec 2. El conjunto de parámetros que minimice la suma de cuadrados de las distancias entre los valores experimentales de $Y(\tau)$ y los valores teóricos de $Y(\tau)$ son aquellos seleccionados.

Para el caso de la función de Weibull de cuatro parámetros este método se puede utilizar directamente, con leves modificaciones (un poco más complejas) al utilizado para la distribución de Weibull de tres parámetros.

El procedimiento detallado para las distribuciones de Weibull, así como también aquellos utilizados para las distribuciones Normal y Lognormal se exponen en el capítulo 5.3.1.

4.4.2. Máxima Verosimilitud

El método de máxima verosimilitud consiste en determinar la función de la ecuación 3, en que f_x es la densidad de probabilidad seleccionada, x_i es el resultado sobre el que se evalúa la función y θ_j , con $j=1, \dots, m$, son los parámetros de la distribución de probabilidad seleccionada. La derivada de la función con respecto a cada uno de los parámetros debe ser igual a cero, con lo que se obtiene un sistema de m ecuaciones y m incógnitas (Ecs. 3 y 4).

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^n \ln[f_{X_i}(x_i, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m)] \quad \text{Ec. 3}$$

$$\frac{d\mathcal{L}}{d\theta_i} = 0 \quad \text{Ec. 4}$$

4.4.3. Mínimo χ^2

El método del mínimo χ^2 consiste en encontrar el conjunto de parámetros que minimiza el valor del estadístico χ^2 que se explica en el punto 4.5.1.

4.5. Pruebas de Bondad de Ajuste

Las pruebas de bondad de ajuste tienen por objetivo determinar si un conjunto de datos se ajusta a una determinada distribución de probabilidad. Dicha distribución puede estar completamente identificada, en lo que se refiere a sus parámetros, o bien puede pertenecer a una clase paramétrica [23,24,30].

4.5.1. Prueba de χ^2

Existen dos tipos de prueba de χ^2 , sin embargo el más popular es el test de Pearson, que se basa en la comparación por diferencia de las frecuencias observadas y esperadas de cada clase, a partir del estadístico:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \text{Ec. 5}$$

En la ecuación anterior, k corresponde a la cantidad de intervalos elegidos, O_i corresponde a la frecuencia obtenida en el intervalo i, mientras que E_i corresponde a la frecuencia esperada en el intervalo i.

Este estadístico se compara con el valor de χ^2 tabulado, con un nivel de significancia determinado (usualmente es de 95%), y tantos grados de libertad como se obtengan de: $i - m - 1$, en que i es el número de intervalos y m el número de parámetros estimados. Si el χ^2 determinado experimentalmente es menor al valor de χ^2 obtenido de la tabla, se acepta la hipótesis nula de que los datos siguen la distribución especificada.

En el anexo G se puede apreciar una tabla con los valores de χ^2 .

4.5.2. Prueba de Kolmogorov Smirnov

Se basa en el concepto de la función de distribución empírica y sus propiedades, como aproximación de la función de distribución teórica. Uno de los requisitos para realizar esta prueba es haber determinado previamente los parámetros de la distribución de probabilidad. El estadístico en sí es:

$$D_n = \sup_x |G(x) - F(x)| \quad \text{Ec. 6}$$

En que F es la distribución de probabilidad empírica y G es la distribución de probabilidad teórica. Si el valor de D_n experimental es superior a aquel tabulado (para muestras pequeñas, en función del nivel de confiabilidad y el número de muestras), se rechaza la hipótesis de que los datos siguen una distribución de probabilidad determinada [27,28,30].

En el anexo H se puede apreciar una tabla con los valores de Kolmogorov-Smirnov.

4.5.3. Prueba de Anderson Darling

Es una modificación de la prueba de Kolmogorov Smirnov. Se calcula el estadístico de la siguiente manera:

$$A^2 = -N - S \quad \text{Ec. 7}$$

$$S = \sum_{k=1}^n \frac{2k-1}{n} \cdot [\ln F(Y_k) + \ln (1 - F(Y_{n+1-k}))] \quad \text{Ec. 8}$$

En que N es el número total de muestras, F es la distribución de probabilidad e Y es la variable aleatoria (que corresponde a los datos experimentales). Los valores críticos se encuentran tabulados dependiendo de la distribución que sigue la muestra (para muestras pequeñas), en función, además, del nivel de confiabilidad y del número de muestras [29,30].

4.6. Determinación de la Dispersión de Parámetros

4.6.1. Matriz de Fisher

La matriz de Fisher permite determinar las varianzas y covarianzas de los parámetros de la distribución de probabilidad seleccionada. Los términos de la matriz se determinan de acuerdo a la siguiente fórmula, y se evalúa con los datos experimentales:

$$r_{ij} = -E \left[\frac{\partial^2 \ln f(\tau_n; m, \tau_0, \tau_L)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \quad \text{Ec. 9}$$

En la ecuación 9, E corresponde al operador esperanza, mientras que f corresponde a la densidad de probabilidad de Weibull, en este caso de 3 parámetros, m, τ_0 , τ_L . θ_i y θ_j corresponden a los parámetros de Weibull para los cuales se realiza el cálculo.

La matriz obtenida debe ser invertida, para obtener en la diagonal las varianzas de los parámetros de la distribución ($(r_{ii})^{-1}$ será la varianza del parámetro θ_i) y en el resto de la matriz las covarianzas (la matriz es simétrica, $(r_{ij})^{-1} = (r_{ji})^{-1}$ = covarianza (θ_i, θ_j)) [13,24].

4.7. Generación de números aleatorios

Para efectos de las simulaciones llevadas a cabo en el presente trabajo, fue necesario encontrar algún algoritmo que permita generar números aleatorios de manera eficiente. Para ello se utilizó una función del Software MATLAB, el que trabaja con el método de Mersenne Twister.

4.7.1. Algoritmo de Mersenne Twister

Este método de generación de números aleatorios entrega números con igual probabilidad de hasta 623 dígitos, asegurando que dichos valores no se repetirán en $2^{19.937}$ periodos. Esto quiere decir que entre dos números iguales debe haber a lo menos esa cantidad de números diferentes entre sí.

La gran ventaja de este algoritmo por sobre otros (que podrían ofrecer, quizás, mayor precisión o menor frecuencia), es que evita las multiplicaciones y divisiones, optimizando la metodología y utilizando menor cantidad de recursos lo que permite el trabajo más rápido y eficiente [31].

4.8. Dispersión de Probabilidad asociada a Dispersión de Parámetros

4.8.1. Cálculo de Dispersiones

A partir de una cierta probabilidad de fractura y su tolerancia, definidas en el diseño, se pueden obtener los valores de tensión críticos a los que ocurre la fractura. Para ello será necesario despejar los valores de tensión y de dispersión de parámetros utilizando las fórmulas de probabilidad acumulativa de cada distribución de probabilidad estudiada [24].

En general, el análisis se realiza a las distribuciones de probabilidad de Weibull, por las razones expuestas previamente, considerando que es la que mejor representa conjuntos de datos de esta naturaleza.

A continuación se exponen las fórmulas para cada distribución, que permiten obtener los valores de la tensión crítica y dispersión de parámetros asociada a una probabilidad de fractura F y su tolerancia ΔF definidas en la etapa de diseño [8,24,26].

4.8.1.1. Distribución de Weibull de 2 parámetros

$$\tau_c = \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]^{1/m} \cdot \tau_0 \quad \text{Ec. 10}$$

$$d\tau_0 = -\tau_0 + \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]^{-1/m} \cdot \tau_c \quad \text{Ec. 11}$$

$$dm = -m + \frac{\ln \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]}{\ln \left(\frac{\tau_c}{\tau_0} \right)} \quad \text{Ec. 12}$$

En las ecuaciones 10 a 12, τ_c corresponde a la tensión crítica para la cual se obtiene el valor de F elegido, ΔF es la tolerancia establecida para F , $d\tau_0$ y dm son las dispersiones de los parámetros τ_0 y m , respectivamente. Los demás términos son los mismos definidos previamente para las distribuciones de probabilidad de Weibull.

4.8.1.2. Distribución de Weibull de 3 parámetros

$$\tau_c = \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]^{1/m} \cdot \tau_0 + \tau_L \quad \text{Ec. 13}$$

$$dm = -m + \frac{\ln \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]}{\ln \left(\frac{\tau_c - \tau_L}{\tau_0} \right)} \quad \text{Ec. 14}$$

$$d\tau_0 = -\tau_0 + \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]^{-1/m} \cdot (\tau_c - \tau_L) \quad \text{Ec. 15}$$

$$d\tau_L = - \left[-\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \right]^{-1/m} \cdot \tau_0 + \tau_c - \tau_L \quad \text{Ec. 16}$$

En las ecuaciones 13 a 16, τ_c corresponde a la tensión crítica para la cual se obtiene el valor de F elegido, ΔF es la tolerancia establecida para F , $d\tau_0$, $d\tau_L$ y dm son las dispersiones de los parámetros τ_0 , τ_L y m , respectivamente. Los demás términos son los mismos definidos previamente para las distribuciones de probabilidad de Weibull.

4.8.1.3. Distribución de Weibull de 4 parámetros

$$\tau_c = \frac{\left[\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0} \cdot K} \right]^{1/m} \cdot \tau_S + \tau_L}{\left[\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0} \cdot K} \right]^{1/m} + 1} \quad \text{Ec. 17}$$

$$dm = -m + \frac{\ln \left[\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0} \cdot K} \right]}{\ln \left(\frac{\tau_c - \tau_L}{\tau_S - \tau_c} \right)} \quad \text{Ec. 18}$$

$$d\tau_L = - \left[\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0} \cdot K} \right]^{1/m} \cdot (\tau_c - \tau_S) + \tau_c - \tau_L \quad \text{Ec. 19}$$

$$d\tau_S = -\tau_S + \tau_c + \left[\frac{\ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0} \cdot K} \right]^{-1/m} \cdot (\tau_c - \tau_L) \quad \text{Ec. 20}$$

$$dK = - \frac{s \cdot K + \left(\frac{\tau_c - \tau_L}{\tau_S - \tau_c} \right)^{-m} \cdot \ln(1-(F+\Delta F))}{\frac{S}{S_0}} \quad \text{Ec. 21}$$

En las ecuaciones 17 a 21, τ_c corresponde a la tensión crítica para la cual se obtiene el valor de F elegido, ΔF es la tolerancia establecida para F, $d\tau_S$, $d\tau_L$, dK y dm son las dispersiones de los parámetros τ_S , τ_L , K y m, respectivamente. Los demás términos son los mismos definidos previamente para las distribuciones de probabilidad de Weibull.

4.9. Error aceptable para una dispersión dada

A partir de las dispersiones obtenidas para cada parámetro de una distribución de probabilidad, se pueden calcular los errores de medición aceptables, que aseguren una variación provocada por dicho error, menor o igual a la dispersión que se tiene para el respectivo parámetro [14].

Para ver más información, dirigirse al capítulo 5.9.

5. Análisis de Datos Experimentales

5.1. Ensayos de Adherencia Superficial

Los datos utilizados en el presente proyecto son aquellos que representan la tensión de corte a la cual se desprende una capa de estuco de cal del adobe sobre el que se ha aplicado.

Para obtener dicha información fue necesario elaborar distintas composiciones de mortero de cal, con diferentes cantidades de arena. En la Tabla 1 se listan las composiciones utilizadas, junto a la cantidad óptima de agua que indica la norma Chilena NCh. 2256/1 Of.2001, que se utilizó para determinar el agua de amasado. Se aplicó una capa uniforme de 2 a 4 centímetros de mortero sobre probetas de 8x10x15 cm, en la cara de menor superficie.

Tabla 1: Composiciones de mortero utilizadas

| Mortero | Tensión Media [MPa] | Composición [en partes de peso] | | |
|---------|---------------------|---------------------------------|-------|-------|
| | | Cal | Arena | Agua |
| 1:2 | 2,8 | 1 | 2 | 0.735 |
| 1:3 | 1,9 | 1 | 3 | 0.83 |
| 1:4 | 1,7 | 1 | 4 | 0.88 |
| 1:5 | 1,7 | 1 | 5 | 0.92 |
| 1:6 | 1,6 | 1 | 6 | 1.07 |
| 1:7 | 1,7 | 1 | 7 | 1.18 |

La determinación de las tensiones de adherencia se realizó mediante un sistema especial, cuyo esquema se puede apreciar en la Figura 1, en que la carga P se aplica sobre el mortero de cal (se aplica uniformemente sobre toda la superficie hacia la que apunta la carga), y la pieza de adobe ha sido afirmada fuertemente a la mesa que la soporta, también de manera uniforme.

Es importante, para producir una tensión de corte, que la probeta de adobe sobresalga muy levemente de la mesa, dado que en caso contrario se produce flexión, lo que no es deseable en este caso.

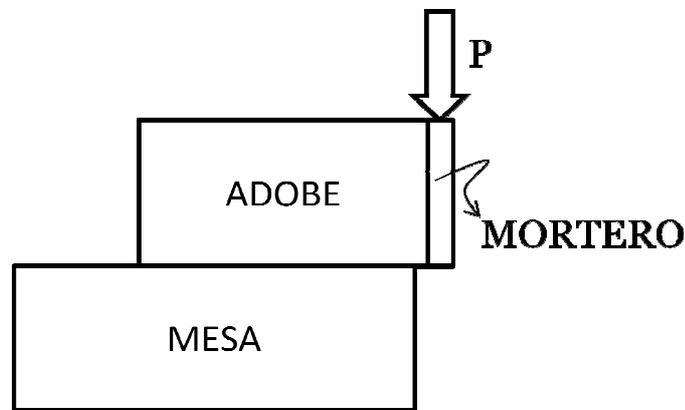


Figura 1: Esquema de sistema de ensaye

5.2. Procesamiento Inicial de Datos

Dado un conjunto de n datos que corresponden a una cierta propiedad (en este caso, tensiones de adherencia), se ordena el conjunto ascendentemente y se le asigna un número de orden i , el que corresponde a la posición de cada tensión dentro del conjunto una vez que este ha sido ordenado. De esta manera, la tensión más baja será τ_1 ($i = 1$) y la mayor de las n tensiones será τ_n , obteniéndose el conjunto $\{\tau_1 \leq \tau_2 \leq \dots \leq \tau_{n-1} \leq \tau_n\}$.

Luego, se debe calcular F_i que corresponde a la probabilidad de que se produzca fractura en el material una vez alcanzada la tensión τ_i . La fórmula para calcular los F_i es la siguiente:

$$F(\tau_i) = \frac{i - 0,5}{n} \quad \text{Ec. 22}$$

Los conjuntos de datos, que corresponden a seis conjuntos de datos de tensiones de adherencia (tensiones de corte) de un sistema de mortero de cal – cuya composición cambia entre un conjunto y otro – aplicado sobre adobe, deben ser tratados independientemente.

5.3. Estimación de Parámetros

Luego de definir las distribuciones con las que se trabajó, se estimaron los parámetros que mejor caracterizan los datos para cada distribución. En el caso de la distribución de Weibull, dependiendo de la función de riesgo utilizada estos parámetros pueden ser 2, 3 o 4. En el caso de las funciones Normal y Log-normal, los parámetros son 2.

5.3.1. Regresión Lineal

La fórmula exacta de trabajo dependerá de la distribución, sin embargo hay algo en común: se busca maximizar el coeficiente de correlación R^2 de una regresión lineal. El conjunto de parámetros que minimicen dicho indicador será el seleccionado.

5.3.1.1. Distribución de Weibull de 2 parámetros

Se define la función:

$$\xi(\tau) = \ln\left(\frac{1}{1-F}\right) \quad \text{Ec. 23}$$

que en el caso de la distribución de Weibull de dos parámetros es igual a:

$$\xi(\tau) = \frac{S}{S_0} \cdot \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^m \quad \text{Ec. 24}$$

Para estimar los parámetros, se aplica el logaritmo natural a lo anterior y se obtiene:

$$\ln[\xi(\tau)] = \ln\left[\ln\left(\frac{1}{1-F}\right)\right] = m \cdot \ln \tau + \ln\left[\frac{S}{S_0} \cdot \tau_0^{-m}\right] \quad \text{Ec. 25}$$

Los valores de S y S_0 ya se conocen y por ende sólo quedan 2 incógnitas: m y τ_0 . Para obtener dichos valores se busca el mejor ajuste lineal, es decir, considerando de la ecuación de la recta:

$$y = a x + b \quad \text{Ec. 26}$$

En que:

$$y = \ln[\xi(\tau)] \quad \text{Ec. 27}$$

$$a = m \quad \text{Ec. 28}$$

$$x = \ln \tau \quad \text{Ec. 29}$$

$$b = \ln\left(\frac{S}{S_0} \cdot \tau_0^{-m}\right) \quad \text{Ec. 30}$$

Se maximiza el coeficiente de correlación, obteniéndose los valores de a y b que mejor ajustan los datos a la recta. A partir de esos valores se obtienen los parámetros, utilizando las ecuaciones 31 y 32.

$$m = a \quad \text{Ec. 31}$$

$$\tau_0 = \left[\frac{S}{S_0} \exp(-b) \right]^a \quad \text{Ec. 32}$$

5.3.1.2. Distribución de Weibull de 3 parámetros

Esta vez se define nuevamente la función $\xi(\tau)$, que para el caso de la distribución de 3 parámetros corresponde a:

$$\xi(\tau) = \frac{S}{S_0} \cdot \left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_0} \right)^m \quad \text{Ec. 33}$$

En dicha ecuación se tienen 3 incógnitas, m , τ_0 y τ_L . Al igual que en el caso anterior, se debe buscar el mejor ajuste lineal. Sin embargo, en este caso se debe buscar primero el valor de τ_L que entregue el mayor coeficiente de correlación R^2 . Luego, realizando la regresión lineal a este nuevo conjunto de valores de τ_i que corresponden a los valores antiguos levemente trasladados en el eje ($\tau_i - \tau_L$), y se obtienen los otros 2 parámetros.

En este caso, para la ecuación de la recta:

$$y = a x + b \quad \text{Ec. 34}$$

se tiene que:

$$y = \ln[\xi(\tau)] \quad \text{Ec. 35}$$

$$a = m \quad \text{Ec. 36}$$

$$x = \ln(\tau - \tau_L) \quad \text{Ec. 37}$$

$$b = \ln\left(\frac{S}{S_0} \cdot \tau_0^{-m}\right) \quad \text{Ec. 38}$$

Maximizando el coeficiente de correlación, obteniéndose los valores de a y b que mejor ajustan los datos a la recta, y de allí se obtienen:

$$m = a \quad \text{Ec. 39}$$

$$\tau_0 = \left[\frac{S}{S_0} \exp(-b) \right]^m \quad \text{Ec. 40}$$

5.3.1.3. Distribución de Weibull de 4 parámetros

La función $\xi(\tau)$, para el caso de la distribución de 4 parámetros corresponde a:

$$\xi(\tau) = \frac{S}{S_0} \cdot K \cdot \left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_S - \tau} \right)^m \quad \text{Ec. 41}$$

En dicha ecuación se tienen 4 incógnitas, m , K , τ_S y τ_L . Al igual que en el caso anterior, se debe buscar el mejor ajuste lineal. Sin embargo, en este caso se debe buscar primero los valores de τ_L y τ_S que entreguen el mayor coeficiente de correlación R^2 . Luego, realizando la regresión lineal a este nuevo conjunto de

valores de τ_i que corresponden a los valores antiguos modificados levemente $((\tau_i - \tau_L)/(\tau_S - \tau_i))$, y se obtienen los otros 2 parámetros.

En este caso, para la ecuación de la recta:

$$y = a x + b \quad \text{Ec. 42}$$

se tiene que:

$$y = \ln[\xi(\tau)] \quad \text{Ec. 43}$$

$$a = m \quad \text{Ec. 44}$$

$$x = \ln\left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_S - \tau}\right) \quad \text{Ec. 45}$$

$$b = \ln\left(\frac{S}{S_0} \cdot \frac{1}{K}\right) \quad \text{Ec. 46}$$

Se maximiza el coeficiente de correlación, obteniéndose los valores de a y b que mejor ajustan los datos a la recta, y de allí se obtienen:

$$m = a \quad \text{Ec. 47}$$

$$\tau_0 = \left[\frac{S}{S_0} \exp(-b)\right]^m \quad \text{Ec. 48}$$

5.3.1.4. Distribución Normal

Utilizando tablas de la distribución normal, se ubican los valores de Z correspondientes a cada probabilidad F_i , en que Z es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con $\mu=0$ y $\sigma=1$. Para obtener los valores de μ y σ correspondientes a los datos experimentales, se realiza una regresión lineal entre los valores $\{\tau_i\}$ y $\{Z_i\}$. Para ello, es importante tener en cuenta que dada una variable aleatoria X que sigue una distribución normal con media μ y varianza σ :

$$Z = \frac{\tau - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1) \quad \text{Ec. 49}$$

Es decir:

$$Z = \frac{1}{\sigma} \tau - \frac{\mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1) \quad \text{Ec. 50}$$

En esta ecuación se tienen 2 incógnitas, μ y σ , parámetros por determinar. Utilizando la ecuación anterior para igualarla a la de una recta, se tiene:

$$y = a x + b \quad \text{Ec. 51}$$

En que:

$$y = Z \quad \text{Ec. 52}$$

$$a = \frac{1}{\sigma} \quad \text{Ec. 53}$$

$$x = \tau \quad \text{Ec. 54}$$

$$b = \frac{\mu}{\sigma} \quad \text{Ec. 55}$$

Se maximiza el coeficiente de correlación, obteniéndose los valores de a y b que mejor ajustan los datos a la recta, y de allí se obtienen:

$$\sigma = \frac{1}{a} \quad \text{Ec. 56}$$

$$\mu = \sigma \cdot b \quad \text{Ec. 57}$$

5.3.1.5. Distribución Log-Normal

El procedimiento es prácticamente el mismo al utilizado para la distribución normal, con la diferencia de que, en este caso, en lugar de trabajar directamente con los valores $\{\tau_i\}$, se deben utilizar los valores de $\{\ln(\tau_i)\}$. Utilizando tablas de la distribución normal, se ubican los valores de Z correspondientes a cada probabilidad F_i , y de ahí se obtienen los valores de μ y σ correspondientes a los datos experimentales, para lo cual se realiza una regresión lineal entre los valores $\{\ln(\tau_i)\}$ y $\{Z_i\}$. En este caso:

$$Z = \frac{\ln(\tau) - \mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1) \quad \text{Ec. 58}$$

Es decir:

$$Z = \frac{1}{\sigma} \ln(\tau) - \frac{\mu}{\sigma} \rightarrow N(0,1) \quad \text{Ec. 59}$$

En esta ecuación se tienen 2 incógnitas, μ y σ , parámetros por determinar. Utilizando la ecuación anterior para igualarla a la de una recta, se tiene:

$$y = a x + b \quad \text{Ec. 60}$$

En que:

$$y = Z \quad \text{Ec. 61}$$

$$a = \frac{1}{\sigma} \quad \text{Ec. 62}$$

$$x = \ln(\tau) \quad \text{Ec. 63}$$

$$b = \frac{\mu}{\sigma} \quad \text{Ec. 64}$$

Se maximiza el coeficiente de correlación, obteniéndose los valores de a y b que mejor ajustan los datos a la recta, y de allí se obtienen, al igual que en el caso anterior:

$$\sigma = \frac{1}{a} \quad \text{Ec. 65}$$

$$\mu = \sigma \cdot b \quad \text{Ec. 66}$$

5.3.2. Mínimo χ^2

Se busca, por medio de iteración, aquel conjunto de parámetros que minimice el valor del test de χ^2 . Como puntos de partida se puede seleccionar algunos valores, en este caso, se partió de los valores obtenidos mediante el método de mínimos cuadrados.

Este método se aplicó a las distribuciones de Weibull de 3 y 4 parámetros, dado que el método de máxima verosimilitud en dichos casos requiere la resolución de

sistemas de ecuaciones demasiado complejos, por lo que no se obtienen resultados satisfactorios.

5.3.3. Máxima Verosimilitud

La fórmula exacta de trabajo dependerá de la distribución, por lo que se explica el método individualizado en cada caso. Para las distribuciones de Weibull de 3 y 4 parámetros las ecuaciones son muy complejas por lo cual no se aplicó el método.

5.3.3.1. Distribución de Weibull de 2 parámetros

Se definen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial m} = \frac{n}{m} - n \ln(\tau_0) + \sum_{i=1}^n \ln(\tau_i) + \frac{s}{s_0} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tau_i}{\tau_0}\right)^m \ln(\tau_i) - \frac{s}{s_0} \ln(\tau_0) \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tau_i}{\tau_0}\right)^m = 0 \quad \text{Ec. 67}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \tau_0} = -\frac{m \cdot n}{\tau_0} - \frac{s}{s_0} \cdot \frac{m}{\tau_0^{m+1}} \sum_{i=1}^n \tau_i^m = 0 \quad \text{Ec. 68}$$

Se puede apreciar que son dos ecuaciones para dos incógnitas, a partir de las cuales se obtienen los valores para cada variable.

5.3.3.2. Distribución Normal

Las ecuaciones para la distribución normal son bastante más simples y, al igual que en el caso de la distribución de Weibull de 2 parámetros, hay dos ecuaciones para dos incógnitas:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)}{\sigma^2} = 0 \quad \text{Ec. 69}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} = -\frac{n}{2 \cdot \sigma^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^4} = 0 \quad \text{Ec. 70}$$

5.3.3.3. Distribución Log-Normal

A continuación se presentan las ecuaciones para la distribución Log-Normal, que como se puede ver son muy similares a las ecuaciones de la distribución normal:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^n \frac{(\ln(x_i) - \mu)}{\sigma^2} = 0 \quad \text{Ec. 71}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \sigma} = -\frac{n}{2 \cdot \sigma^2} + \sum_{i=1}^n \frac{(\ln(x_i) - \mu)^2}{2 \cdot \sigma^4} = 0 \quad \text{Ec. 72}$$

5.4. Preparación de la Información: Gráficos

La presentación de los gráficos de manera correcta requiere de un trabajo con los datos y con el gráfico que permita obtener fácilmente la información a partir de lo presentado.

El primer paso es, mostrando los ejes con su configuración tradicional, es decir, mostrando los valores que entrega el programa (en este caso Excel) automáticamente, ajustar las escalas para que se vean todos los puntos levemente separados de los mismos.

A continuación se detalla la información que debe ser graficada en cada caso.

5.4.1. Weibull

En general se grafica:

$$\ln[\xi(\tau)] = \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-F} \right) \right] \text{ vs. } \ln \alpha \quad \text{Ec. 73}$$

En que el valor de α cambia de acuerdo a la cantidad de parámetros que posea la función de riesgo:

$$2 \text{ parámetros: } \alpha = \tau$$

$$3 \text{ parámetros: } \alpha = \tau - \tau_L$$

$$4 \text{ parámetros: } \alpha = \frac{\tau - \tau_L}{\tau_S - \tau}$$

De ahí que sea necesario ajustar las escalas, dado que la información que aparece en el eje de las abscisas es $\ln(\alpha)$ siendo que lo que se busca encontrar es el valor de τ . Para esto, se crearon dos nuevos conjuntos de puntos, uno para entregar la información del eje de las abscisas y otro para el de las ordenadas.

A continuación se elabora una tabla que le asignará al conjunto de datos para las abscisas, un valor en la ordenada igual al de la intersección de los ejes (será, para todos los puntos del conjunto, el mismo valor). Como valor de la ordenada se asigna un valor que corresponda al $\ln(\alpha)$, eligiendo los τ que muestren valores cercanos al mínimo y al máximo, y aquellos intermedios que parezcan razonables. A modo de ejemplo, para el caso de la composición 1:2, cuyo valor máximo de τ es 43.3 kPa y el mínimo 17.7 kPa, se escogieron los valores 17 a 47 kPa, a intervalos de 5 kPa.

De acuerdo a cada distribución, y en función de los parámetros encontrados para ella, se calcularán los siguientes valores:

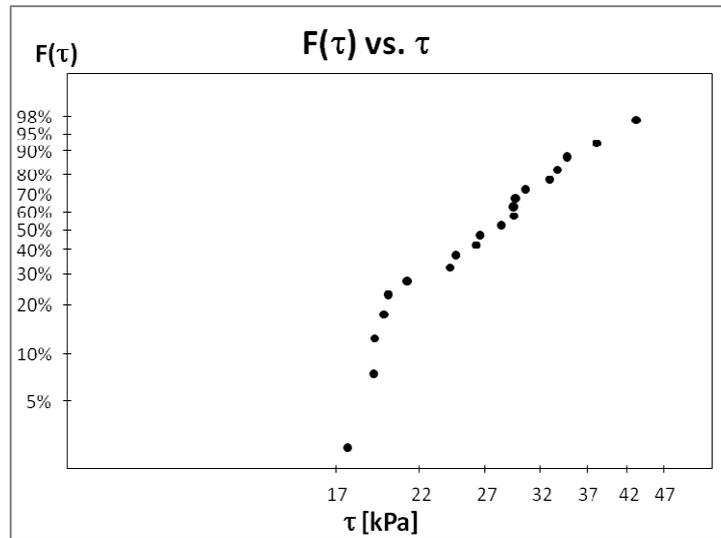
$$2 \text{ parámetros: } \ln(\alpha) = \ln(\tau)$$

$$3 \text{ parámetros: } \ln(\alpha) = \ln(\tau - \tau_L)$$

$$4 \text{ parámetros: } \alpha = \ln \left(\frac{\tau - \tau_L}{\tau_S - \tau} \right)$$

Por otro lado, en el eje de las ordenadas, el procedimiento es siempre el mismo: se escogen ciertos porcentajes de probabilidad, generalmente 2%, 5%, 10%, 20%, 30%, ... , 90%, 95%, 98%. Se calcula entonces $\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-F} \right) \right]$, en que F es el porcentaje expresado como una fracción de 1 (2% = 0.02). Estos valores son asignados a la coordenada y del conjunto de datos, y como valor en la abscisa se asigna el mínimo asignado al eje x, para asegurar que se produzca una intersección de los datos con el eje.

Lo que se obtiene es algo como lo que se ve a continuación:



Es fácil ver que ambas escalas son logarítmicas. Se recomienda, tal como se ve en el gráfico, seleccionar guiones y líneas verticales para que los puntos se vean claramente en el eje.

5.4.2. Normal

En general se grafica:

$$Z(F) \text{ vs. } \tau$$

Ec. 74

En que $Z(F) \sim N(0,1)$ representa la inversa de la función acumulativa de la distribución normal, la que se calculará a todos los valores de F que se mencionaron para el caso de la distribución de Weibull.

El procedimiento es el mismo al utilizado para las ordenadas con la distribución de Weibull, sin embargo, en lugar de utilizar una fórmula, se busca en tablas de la función acumulativa de la distribución normal el valor de Z que corresponde al F seleccionado. Afortunadamente, para las abscisas no es necesario realizar modificaciones.

5.4.3. Log-Normal

En general se grafica:

$$Z(F) \text{ vs. } \ln \tau$$

Ec. 75

En este caso se realiza el mismo procedimiento al de la distribución Normal para las ordenadas, e igual a la distribución de Weibull de dos parámetros al eje de las abscisas.

5.5. Test de χ^2

El test de χ^2 consiste, a grandes rasgos, en la búsqueda de datos por rango de valores y su comparación con los valores que teóricamente debieran encontrarse. Para esto se llevan a cabo una serie de pasos que se explican a continuación:

- 1) Buscar el mínimo y el máximo de los datos. La diferencia entre ellos será el rango de datos y se utilizará para definir el ancho de intervalos.
- 2) Utilizando la fórmula de Sturges, definir la cantidad de intervalos de clase:

$$K = 1 + 3,32 \cdot \log_{10}(N) \quad \text{Ec. 76}$$

en que N es el número de datos.

- 3) Calcular la amplitud de intervalo, que corresponde a la división del rango entre la cantidad de intervalos de clases (K). En caso que no sea un valor entero se debe aproximar hacia arriba, para asegurar que todos los datos quepan dentro de los intervalos.
- 4) Luego, a cada intervalo se le asigna un límite inferior y un límite superior. En general, se debe hacer coincidir el límite inferior de un intervalo con el superior del anterior. El límite superior del intervalo se denota X_i .
- 5) A continuación, se deben contar los valores que caen dentro de cada clase, a lo que se llama "frecuencia absoluta" (O_i)
- 6) A cada intervalo se le asigna, a continuación, un valor típico Z_i , que corresponde al valor que toma la distribución en el punto X_i .
- 7) Luego, se define la probabilidad acumulada como la probabilidad que le asigna la distribución en revisión al valor Z_i , la que se denomina $F_0(X_i)$. El paso 6 se puede omitir en algunos casos en que se calcula la probabilidad acumulativa directamente a partir de x (como la distribución de Weibull), sin embargo para la distribución normal y log-normal se suele calcular el Z_i para facilitar la revisión de tablas.
- 8) La probabilidad de cada intervalo corresponde a la frecuencia absoluta del intervalo menos la frecuencia absoluta del intervalo anterior, a excepción del último intervalo al que se le asume una probabilidad acumulada de 1.
- 9) Con esto, se debe calcular el número de datos que se espera que correspondan a cada intervalo E_i . Éste se debe calcular mediante la multiplicación de la probabilidad del intervalo con el total de datos en estudio.
- 10) Finalmente, el valor del estadístico χ^2 corresponde a la siguiente fórmula:

$$\chi^2 = \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad \text{Ec. 77}$$

- 11) Para saber si la distribución estudiada es aceptada por el test, se debe comparar dicho valor con tablas de probabilidad acumulativa de la distribución de χ^2 . En caso de que el estadístico sea mayor al entregado por la tabla, la hipótesis nula de que la distribución ajusta a los datos es aceptada. Para ello, es necesario determinar los grados de libertad del problema en estudio, lo que se hace mediante la siguiente fórmula:

$$\phi = I - 1 - p \quad \text{Ec. 78}$$

En que I corresponde al número de intervalos y p a la cantidad de variables estimadas. Además, se define el nivel de significancia (en este caso se trabajó con 95%) y con esto se recurre a las tablas.

5.6. Prueba de Kolmogorov-Smirnov

El test de Kolmogorov-Smirnov (en adelante KS test) tiene como objetivo comparar una distribución empírica con una teórica, para lo cual se deben haber estimado previamente los parámetros.

Lo que se hace es buscar la máxima distancia entre ambas distribuciones, es decir, se busca el máximo valor absoluto de las diferencias entre el valor de la distribución teórica y la empírica. Aquél es el valor del test y se debe comparar con los valores entregados por tablas de Kolmogorov-Smirnov. La tabla de valores utilizados se puede encontrar en el Anexo H.

5.7. Test de Anderson-Darling

En el punto 4.5.3 se aprecian las fórmulas a utilizar para calcular el estadístico AD (correspondiente al test de Anderson-Darling). El método paso a paso es el siguiente:

- 1) Contar los datos existentes (n)
- 2) Ordenar los datos de manera creciente (x_i).
- 3) Calcular la probabilidad acumulativa para cada dato (F_i)
- 4) Calcular:

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{2i-1}{N} [\ln(F(x_i)) + \ln(1 - F(x_{N+1-i}))] \quad \text{Ec. 79}$$

- 5) Calcular el estadístico empírico que será igual a -n-S
- 6) En caso de que dicho estadístico sea menor que el valor crítico, se acepta la hipótesis. En caso contrario, se rechaza y se descarta la distribución en estudio.

El valor crítico empleado dependerá de la distribución con la que se trabaja y en caso de que la cantidad de datos sea demasiado grande, se debe utilizar una fórmula llamada de corrección que desplaza los resultados para cada caso.

5.8. Dispersión de Parámetros

Al estimar los parámetros de una distribución de probabilidad, lo que se obtiene en la realidad es el valor medio del parámetro que representa a un conjunto de datos, correspondiente a la resistencia del material. Para cada material, en general, se puede expresar los parámetros como un valor medio y una varianza, la que se podría obtener tanto por simulaciones sucesivas como por la matriz de Fisher. Este último es explicado a continuación, mientras que aquel que requiere simulaciones se detalla a continuación.

Para calcular la dispersión mediante la matriz de Fisher, es necesario realizar cálculos complejos de integrales para cada distribución. Los cálculos se realizan manualmente, dado que por lo general los programas matemáticos no son capaces de detectar ciertas funciones a partir de una integral (como la Gamma, por ejemplo). Se utilizó como apoyo el programa MAPLE, que facilitó el procedimiento de cambio de variables e integración en algunos casos.

5.8.1.1. Matriz de Fisher para Weibull de 2 parámetros

Lo primero es enunciar las fórmulas de la matriz de Fisher, cuya fórmula general es:

$$r_{ij} = -E \left[\frac{\partial^2 \ln f(\sigma_n; m, \sigma_0, \sigma_L)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right] \quad \text{Ec. 80}$$

Los términos para la distribución de Weibull de 2 parámetros son:

$$r_{mm} = -\frac{1}{m^2} \cdot \left[1.8237 - 0.8456 \cdot \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + \ln\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 \right] \quad \text{Ec. 81}$$

$$r_{m\tau_0} = -\frac{1}{\tau_0} \cdot \left[0.42278 - \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) \right] \quad \text{Ec. 82}$$

$$r_{\tau_0\tau_0} = -\left(\frac{m}{\tau_0}\right)^2 \quad \text{Ec. 83}$$

Estas fórmulas se aplican directamente con los valores que se tienen para m , τ_0 y S . Luego, la inversa de la matriz R (compuesta por los términos r_{ij}) debe ser multiplicada por $(-N)$ y de ahí se obtienen los valores de las varianzas $(\Delta\theta_i)^2$ que están situadas en la diagonal de la matriz obtenida.

5.8.1.2. Matriz de Fisher para Weibull de 3 parámetros

Las fórmulas de cada término de la matriz de Fisher para la distribución de Weibull de 3 parámetros son:

$$r_{mm} = -\frac{1}{m^2} \cdot \left[1.8237 - 0.8456 \cdot \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) + \ln\left(\frac{s}{s_0}\right)^2 \right] \quad \text{Ec. 84}$$

$$r_{m\tau_0} = -\frac{1}{\tau_0} \cdot \left[0.42278 - \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) \right] \quad \text{Ec. 85}$$

$$r_{\tau_0\tau_0} = -\left(\frac{m}{\tau_0}\right)^2 \quad \text{Ec. 86}$$

$$r_{\tau_0\tau_L} = -\left(\frac{m}{\tau_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1/m} \cdot \left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{m}\right) \quad \text{Ec. 87}$$

$$r_{\tau_L\tau_L} = -\frac{(m-1)^2}{\tau_0^2} \cdot \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1/m} \cdot \Gamma\left(1 - \frac{2}{m}\right) \quad \text{Ec. 88}$$

$$r_{\tau_L m} = -\frac{1}{\tau_0} \cdot \left(\frac{s}{s_0}\right)^{1/m} \cdot \left[-\frac{1}{m} \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{m}\right) + \Gamma'\left(2 - \frac{1}{m}\right) - \left(1 - \frac{1}{m}\right) \cdot \ln\left(\frac{s}{s_0}\right) \cdot \Gamma\left(1 - \frac{1}{m}\right) \right] \quad \text{Ec. 89}$$

Estas fórmulas se aplican directamente con los valores que se tienen para m , τ_0 , τ_L y S . Luego, de lleva a cabo el tratamiento descrito en el punto anterior para obtener las varianzas $(\Delta\theta_i)^2$ en la diagonal.

5.8.1.3. Matriz de Fisher para Weibull de 4 parámetros

La matriz de Fisher en este caso, no es posible obtenerla mediante una fórmula general como en los dos casos anteriores. Si bien, mediante métodos numéricos debiera poder llegarse a algún resultado, se probaron diferentes métodos, los que no llegaron a resultados concretos.

Se descartó la posibilidad de encontrar los términos de la matriz de Fisher para este caso, dado que en investigaciones anteriores se ha demostrado que los

resultados obtenidos por simulación son similares, si es que no equivalentes, a los obtenidos por medio de la información de Fisher [8].

5.8.1.4. Matriz de Fisher para Distribución Normal

Las fórmulas de cada término de la matriz de Fisher en este caso son:

$$r_{\mu\mu} = -\frac{1}{\sigma^2} \quad \text{Ec. 90}$$

$$r_{\sigma\sigma} = \frac{1}{2 \cdot \sigma^4} \quad \text{Ec. 91}$$

$$r_{\mu\sigma} = 0 \quad \text{Ec. 92}$$

5.8.1.5. Matriz de Fisher para Distribución Log-Normal

Las fórmulas en este caso son exactamente las mismas a las expuestas para el caso de la distribución Normal.

5.9. Error aceptable para una dispersión dada

A partir de las dispersiones obtenidas para cada parámetro, se pueden obtener los errores de medición aceptables. Esto significa calcular un error de medición para el cual la dispersión asociada sea igual o menor a la obtenida para los parámetros calculados de cada distribución.

En general se asume que los errores siguen una distribución Gaussiana:

$$f(\delta\tau) = \frac{1}{\Delta(\delta\tau) \cdot \sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\delta\tau}{\Delta(\delta\tau) \cdot \sqrt{2}}\right)^2} \quad \text{Ec. 22}$$

Donde $\Delta(\delta\tau)$ es la dispersión de los errores $\delta\tau$. La probabilidad acumulativa de un error es:

$$F(\delta\tau) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \text{erf}\left(\frac{\delta\tau}{\Delta(\delta\tau) \cdot \sqrt{2}}\right) \quad \text{Ec. 23}$$

Mediante simulación, se obtiene una serie de errores aleatorios $\delta\tau$. Estos errores se aplican a valores simulados de tensiones de adherencia τ , transformándolos en $\tau' = \tau + \delta\tau$, para luego trabajarlos como se ha descrito previamente. De ahí se obtienen nuevos valores de los parámetros, y lo que se debe realizar es, modificando el valor de $\Delta(\delta\tau)$, buscar aquel valor que entregue parámetros $\theta_i' = \theta_i + \delta\theta_i$ (en que θ_i serán los parámetros de cada distribución y $\delta\theta_i$ serán sus dispersiones).

El procedimiento anterior se repite n veces, lo que entregara n valores de $\Delta(\delta\tau)$ que entregan los resultados deseados. El promedio de todos aquellos $\Delta(\delta\tau)$ será el error de medición permisible. Esto permite asegurar que la variación provocada por el error de medición es menor o igual a la dispersión que se tiene para el parámetro θ_i .

Los resultados obtenidos se pueden encontrar en el capítulo 8.

6. Resultados de Análisis de Datos Experimentales

6.1. Parámetros y Gráficos Obtenidos

A continuación se presenta, para cada dosificación de cal:arena, los gráficos de cada conjunto de datos y los resultados de los parámetros de cada distribución obtenidos en cada caso.

6.1.1. Gráficos

Se presentan primero los gráficos para dar una idea de la distribución que tienen los puntos, donde es fácil observar los desplazamientos con respecto al origen (que corresponden al valor τ_L en los casos de la distribución de Weibull de 3 y 4 parámetros) y, en algunos casos, un límite por sobre el cual no hay puntos (que corresponde al valor τ_s en el caso de la distribución de Weibull de 4 parámetros).

Gráfico 1: F vs. τ , Dosificación 1:2

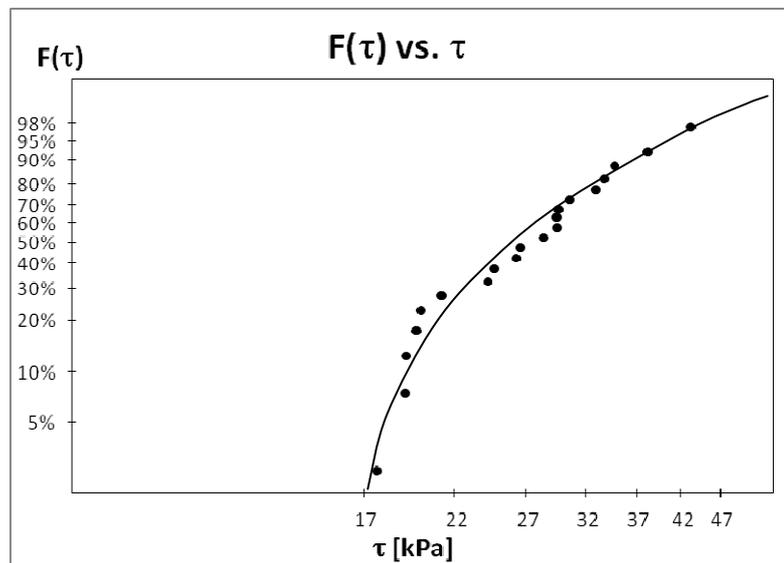


Gráfico 2: F vs. τ , Dosificación 1:3

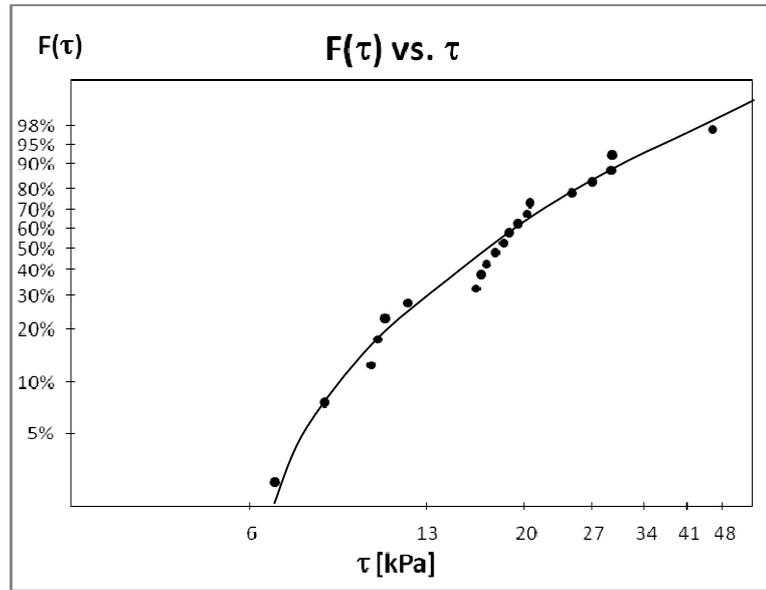


Gráfico 3: F vs. τ , Dosificación 1:4

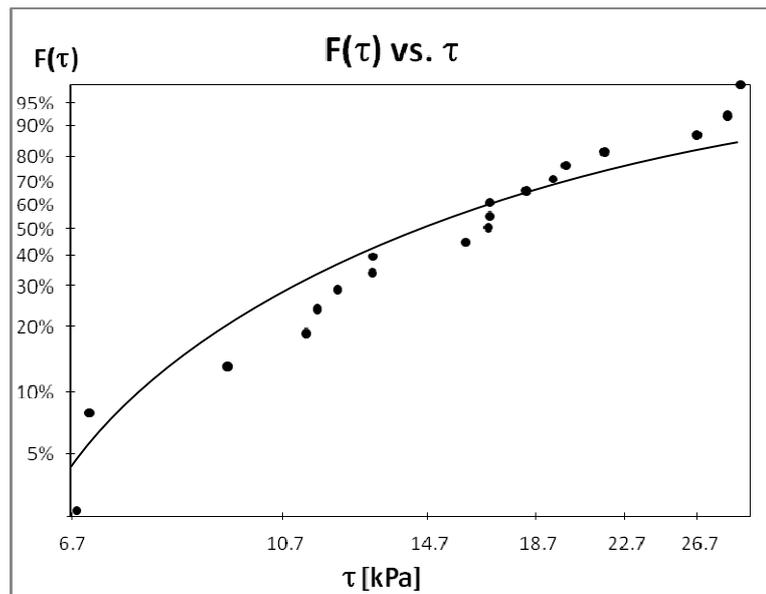


Gráfico 4: F vs. τ , Dosificación 1:5

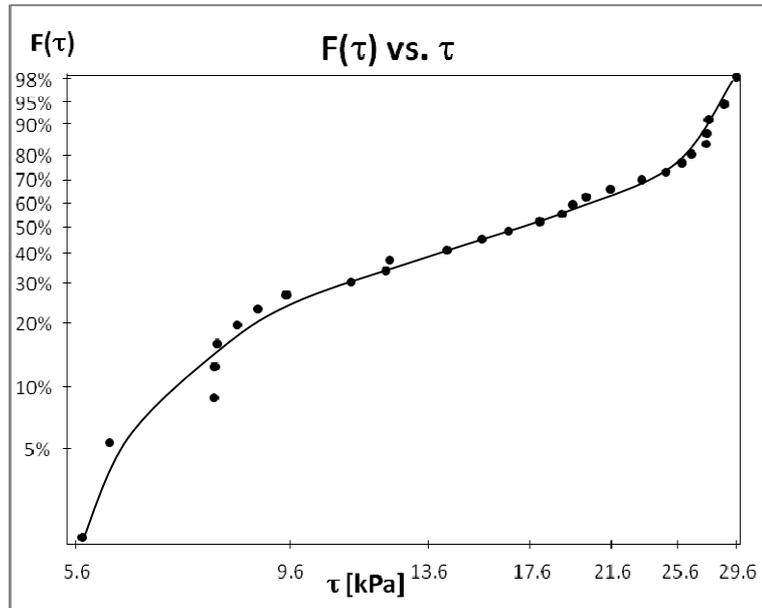


Gráfico 5: F vs. τ , Dosificación 1:6

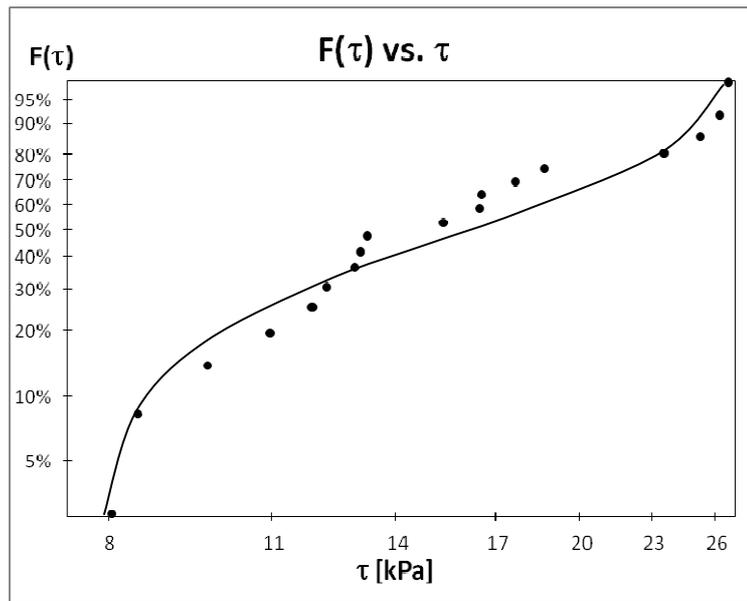
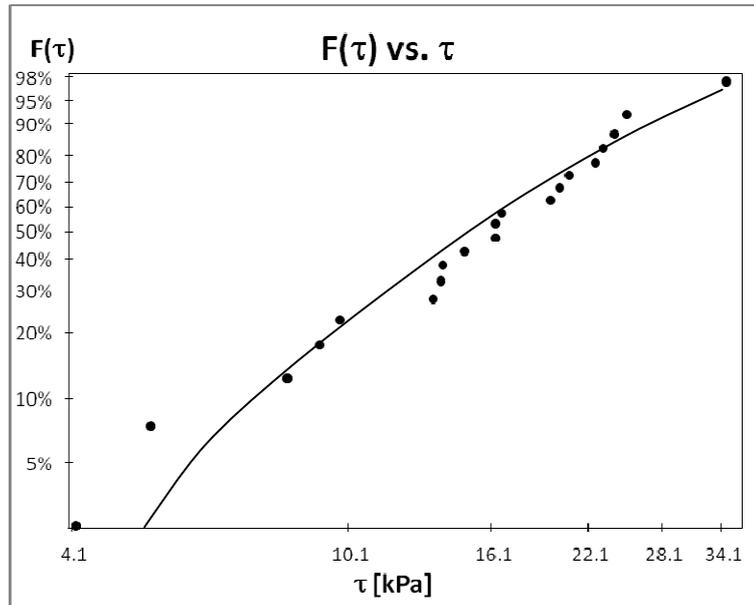


Gráfico 6: F vs. τ , Dosificación 1:7



6.1.2. Parámetros y Pruebas de Bondad de Ajuste

Se presentan, a continuación, los valores de los parámetros estimados de cada distribución para las distintas composiciones de mortero. Se puede apreciar, bajo cada conjunto de parámetros los valores de las pruebas de bondad de ajuste correspondientes.

Los valores rechazados por las pruebas de bondad de ajuste se aprecian en color rojo y tachado, esto quiere decir que el valor empírico obtenido para dicha prueba es superior al valor esperado, obtenido de tablas para cada caso particular, implicando el rechazo instantáneo de la distribución en prueba.

Weibull 2p corresponde a la distribución de Weibull de 2 parámetros, mientras que Weibull 3p y Weibull 4p, corresponden a la de 3 y 4 parámetros respectivamente.

Tabla 2: Parámetros para Dosificación 1:2

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|-------|----------------|------------------|----------------|-------------|------------|-------|
| | Regresión lineal | m | 4,69 | m | 1,36 | m | 0,95 | μ [kPa] | 27,47 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 10,25 | τ_0 [kPa] | 0,29 | K | 323,42 | σ [kPa] | 7,17 | σ | 0,26 |
| | | | τ_L [kPa] | 16,80 | τ_L [kPa] | 17,28 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 56,23 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 2,74 | empírico | 2,80 | empírico | 2,26 | empírico | 1,81 | empírico | 2,03 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,10 | empírico | 0,14 | empírico | 0,11 | empírico | 0,11 | empírico | 0,28 |
| | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,38 | empírico | 0,33 | empírico | 0,22 | empírico | 0,28 | empírico | 0,28 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 4,15 | m | 0,95 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | τ_0 [kPa] | 7,98 | K | 323,42 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 3,06 | τ_L [kPa] | 14,25 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 235,26 | | | | |
| Test χ^2 | No Aplica | | empírico | 2,55 | empírico | 62,63 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| KS Test | No Aplica | | empírico | 0,10 | empírico | 0,68 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | | | | |
| AD Test | No Aplica | | empírico | 0,38 | empírico | 18,06 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 4,30 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 27,47 | μ | 3,28 |
| | τ_0 [kPa] | 30,14 | | | | | σ [kPa] | 6,80 | σ | 0,25 |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | | 1,868 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 2,11 | empírico | 2,15 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | | 0,94 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,10 | empírico | 0,32 |
| | esperado | 0,29 | | | | | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | | 79,45 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,30 | empírico | 0,32 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Tabla 3: Parámetros para Dosificación 1:3

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|------|----------------|------------------|----------------|-------------|------------|-------|
| | Regresión lineal | m | 2,56 | m | 1,59 | m | 1,34 | μ [kPa] | 19,01 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 3,12 | τ_0 [kPa] | 0,70 | K | 1.295 | σ [kPa] | 9,73 | σ | 0,48 |
| | | | τ_L [kPa] | 5,18 | τ_L [kPa] | 5,46 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 103,70 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 7,07 | empírico | 2,08 | empírico | 3,01 | empírico | 3,96 | empírico | 1,79 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,13 | empírico | 0,16 | empírico | 0,15 | empírico | 0,16 | empírico | 0,28 |
| | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,43 | empírico | 0,28 | empírico | 0,33 | empírico | 0,62 | empírico | 0,28 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 2,32 | m | 1,34 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | τ_0 [kPa] | 2,36 | K | 1.295 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 1,48 | τ_L [kPa] | 5,90 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 458,30 | | | | |
| Test χ^2 | No Aplica | | empírico | 5,50 | empírico | 95,34 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| KS Test | No Aplica | | empírico | 0,12 | empírico | 0,75 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | | | | |
| AD Test | No Aplica | | empírico | 0,39 | empírico | 27,19 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 2,26 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 19,01 | μ | 2,84 |
| | τ_0 [kPa] | 21,52 | | | | | σ [kPa] | 8,92 | σ | 0,46 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 1.595 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 5,60 | empírico | 1,93 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,94 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,16 | empírico | 0,29 |
| | esperado | 0,29 | | | | | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 77,58 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,56 | empírico | 0,29 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Tabla 4: Parámetros para Dosificación 1:4

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|------|----------------|------------------|----------------|-------------|------------|-------|
| | Regresión lineal | m | 2,87 | m | 1,99 | m | 1,66 | μ [kPa] | 16,58 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 3,28 | τ_0 [kPa] | 1,18 | K | 3.597 | σ [kPa] | 6,86 | σ | 0,43 |
| | | | τ_L [kPa] | 3,85 | τ_L [kPa] | 4,50 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 114,61 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 4,66 | empírico | 3,15 | empírico | 3,31 | empírico | 4,34 | empírico | 2,55 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,13 | empírico | 0,11 | empírico | 0,11 | empírico | 0,11 | empírico | 0,24 |
| | esperado | 0,30 | esperado | 0,30 | esperado | 0,30 | esperado | 0,30 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,31 | empírico | 0,21 | empírico | 0,22 | empírico | 0,33 | empírico | 0,24 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 2,52 | m | 1,66 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | τ_0 [kPa] | 2,34 | K | 3.597 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 1,62 | τ_L [kPa] | 5,50 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 294,10 | | | | |
| Test χ^2 | No Aplica | | empírico | 4,09 | empírico | 53,12 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| KS Test | No Aplica | | empírico | 0,12 | empírico | 0,61 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,30 | esperado | 0,30 | | | | |
| AD Test | No Aplica | | empírico | 0,28 | empírico | 18,84 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 2,77 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 16,58 | μ | 2,73 |
| | τ_0 [kPa] | 18,67 | | | | | σ [kPa] | 6,49 | σ | 0,41 |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 1,533 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 4,91 | empírico | 2,78 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,95 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,13 | empírico | 0,26 |
| | esperado | 0,30 | | | | | esperado | 0,30 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 74,13 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,35 | empírico | 0,26 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Tabla 5: Parámetros para Dosificación 1:5

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|------------|-----------------|
| | Regresión lineal | m | 2,31 | m | 1,26 | m | 0,66 | μ [kPa] | 17,32 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 2,22 | τ_0 [kPa] | 0,25 | K | 121,49 | σ [kPa] | 8,30 | σ | 0,55 |
| | | | τ_L [kPa] | 5,02 | τ_L [kPa] | 5,61 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 32,28 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 5,09 | empírico | 2,54 | empírico | 1,82 | empírico | 4,81 | empírico | 4,30 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,12 | empírico | 0,12 | empírico | 0,10 | empírico | 0,12 | empírico | 0,72 |
| | esperado | 0,25 | esperado | 0,25 | esperado | 0,25 | esperado | 0,25 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,61 | empírico | 0,60 | empírico | 0,20 | empírico | 0,63 | empírico | 0,72 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 2,11 | m | 0,66 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | τ_0 [kPa] | 1,69 | K | 121,49 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 1,14 | τ_L [kPa] | 5,69 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 35,42 | | | | |
| Test χ^2 | No Aplica | | empírico | 4,85 | empírico | 1,18 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| KS Test | No Aplica | | empírico | 0,12 | empírico | 0,11 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,25 | esperado | 0,25 | | | | |
| AD Test | No Aplica | | empírico | 0,61 | empírico | 0,83 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 2,42 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 17,32 | μ | 2,73 |
| | τ_0 [kPa] | 19,62 | | | | | σ [kPa] | 7,83 | σ | 0,51 |
| | | | | | | | | | | |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 2,503 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 6,61 | empírico | 5,86 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,96 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,13 | empírico | 0,84 |
| | esperado | 0,25 | | | | | esperado | 0,25 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 109,8 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,77 | empírico | 0,84 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Tabla 6: Parámetros para Dosificación 1:6

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|------|----------------|------------------|----------------|-------------|------------|-------|
| | Regresión lineal | m | 3,18 | m | 1,40 | m | 0,93 | μ [kPa] | 15,95 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 3,72 | τ_0 [kPa] | 0,28 | K | 298,0 | σ [kPa] | 6,32 | σ | 0,38 |
| | | | τ_L [kPa] | 7,17 | τ_L [kPa] | 7,68 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 39,18 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 3,76 | empírico | 0,77 | empírico | 1,64 | empírico | 2,90 | empírico | 1,10 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,16 | empírico | 0,12 | empírico | 0,13 | empírico | 0,14 | empírico | 0,25 |
| | esperado | 0,31 | esperado | 0,31 | esperado | 0,31 | esperado | 0,31 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,66 | empírico | 0,22 | empírico | 0,29 | empírico | 0,57 | empírico | 0,25 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 2,67 | m | 0,93 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | τ_0 [kPa] | 2,35 | K | 298,0 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 2,40 | τ_L [kPa] | 7,66 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 267,2 | | | | |
| Test χ^2 | No Aplica | | empírico | 3,22 | empírico | 81,78 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| KS Test | No Aplica | | empírico | 0,16 | empírico | 0,80 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,31 | esperado | 0,31 | | | | |
| AD Test | No Aplica | | empírico | 0,58 | empírico | 25,25 | No Aplica | | No Aplica | |
| | | | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 2,94 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 15,95 | μ | 2,70 |
| | τ_0 [kPa] | 17,93 | | | | | σ [kPa] | 5,85 | σ | 0,36 |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 1.549 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 3,45 | empírico | 1,49 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,95 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,15 | empírico | 0,29 |
| | esperado | 0,31 | | | | | esperado | 0,31 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 70,58 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,63 | empírico | 0,29 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Tabla 7: Parámetros para Dosificación 1:7

| Constantes Distribución | Weibull 2p | | Weibull 3p | | Weibull 4p | | Normal | | Log-Normal | |
|----------------------------|------------------|------------------|----------------|------|----------------|--------|----------------|-------------|------------|-------|
| | Regresión lineal | m | 2,32 | m | 2,32 | m | 2,20 | μ [kPa] | 16,58 | μ |
| τ_0 [kPa] | | 2,19 | τ_0 [kPa] | 2,19 | K | 40.321 | σ [kPa] | 7,60 | σ | 0,55 |
| | | | τ_L [kPa] | 0,00 | τ_L [kPa] | 0,00 | | | | |
| | | | | | τ_S [kPa] | 260,78 | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 2,16 | empírico | 2,16 | empírico | 2,02 | empírico | 1,84 | empírico | 5,18 |
| | esperado | 7,81 | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,13 | empírico | 0,13 | empírico | 0,13 | empírico | 0,11 | empírico | 0,53 |
| | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 0,20 | empírico | 0,20 | empírico | 0,19 | empírico | 0,19 | empírico | 0,53 |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |
| Máximo χ^2 | No Aplica | | m | 2,32 | m | 2,20 | No Aplica | | No Aplica | |
| Test χ^2 | | | τ_0 [kPa] | 2,19 | K | 40.321 | | | | |
| | | | τ_L [kPa] | 0,00 | τ_L [kPa] | 0,00 | | | | |
| KS Test | | | | | τ_S [kPa] | 260,78 | | | | |
| | | | empírico | 2,29 | empírico | 2,02 | | | | |
| AD Test | | | esperado | 5,99 | esperado | 5,99 | | | | |
| | | | empírico | 0,13 | empírico | 0,13 | | | | |
| | esperado | 0,29 | esperado | 0,29 | | | | | | |
| | empírico | 0,20 | empírico | 0,19 | | | | | | |
| | esperado | 0,76 | esperado | 0,76 | | | | | | |
| Máxima Verosimilitud | m | 2,44 | No Aplica | | No Aplica | | μ [kPa] | 16,58 | μ | 2,69 |
| | τ_0 [kPa] | 18,70 | | | | | σ [kPa] | 7,26 | σ | 0,52 |
| | | | | | | | | | | |
| Test χ^2 | empírico | 1,451 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 1,84 | empírico | 4,65 |
| | esperado | 7,81 | | | | | esperado | 7,81 | esperado | 7,81 |
| KS Test | empírico | 0,95 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,10 | empírico | 0,53 |
| | esperado | 0,29 | | | | | esperado | 0,29 | esperado | 0,75 |
| AD Test | empírico | 77,88 | No Aplica | | No Aplica | | empírico | 0,19 | empírico | 0,53 |
| | esperado | 0,76 | | | | | esperado | 0,75 | esperado | 0,75 |

Se aprecian en las tablas 2 a 7 que en todos los casos hay una distribución de Weibull que ajusta los puntos. Se debe recalcar que, si bien las distribuciones normal y log-normal ajustan a todos los conjuntos de puntos, estos resultados sirven únicamente para saber si las mediciones fueron realizadas correctamente, dado que se sabe que los puntos, en general, siguen dichas distribuciones pero estas no tienen sentido fuera de lo estadístico. Las distribuciones de Weibull, en

cambio, tienen un sentido físico y sirven para determinar las tensiones bajo las cuales no hay fractura y, en algunos casos, las tensiones sobre las cuales siempre habrá falla.

Se puede apreciar, además, en los gráficos 1 a 6 las líneas de tendencia que muestran las curvas que se trazarían a simple vista.

6.1.3. Dispersión de Parámetros

A continuación se encuentran los resultados de las dispersiones de los parámetros obtenidas a partir de la matriz de Fisher. Se expresan los resultados en formato $\theta \pm \Delta\theta$.

Tabla 8: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| $4,69 \pm 0,82$ | $10,25 \pm 2,14$ | $4,30 \pm 0,75$ | $30,14 \pm 6,85$ |

Tabla 9: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_l \pm \Delta\tau_l$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_l \pm \Delta\tau_l$ |
| $1,36 \pm 0,09$ | $0,29 \pm 0,05$ | $16,80 \pm 0,72$ | $4,15 \pm 2,78$ | $7,98 \pm 11,84$ | $3,06 \pm 15,38$ |

Tabla 10: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| $27,47 \pm 1,60$ | $7,17 \pm 16,26$ | $27,47 \pm 1,52$ | $6,80 \pm 14,64$ |

Tabla 11: Parámetros y Dispersión para Dosificación 1:2, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| $3,28 \pm 0,06$ | $0,26 \pm 0,02$ | $3,28 \pm 0,06$ | $0,25 \pm 0,02$ |

Tabla 12: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| 2,56 ± 0,45 | 3,12 ± 1,17 | 2,26 ± 0,39 | 21,52 ± 9,16 |

Tabla 13: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| 1,59 ± 0,17 | 0,70 ± 0,21 | 5,18 ± 1,12 | 2,32 ± 0,53 | 2,36 ± 1,40 | 1,48 ± 2,08 |

Tabla 14: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Normal

| Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| 19,01 ± 2,18 | 9,73 ± 29,94 | 19,01 ± 2,00 | 8,92 ± 25,17 |

Tabla 15: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:3, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| 2,84 ± 0,11 | 0,48 ± 0,07 | 2,84 ± 0,10 | 0,46 ± 0,07 |

Tabla 16: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| 2,87 ± 0,50 | 3,28 ± 1,10 | 2,77 ± 0,48 | 18,67 ± 6,54 |

Tabla 17: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| 1,99 ± 0,35 | 1,18 ± 0,57 | 3,85 ± 0,20 | 2,52 ± 0,65 | 2,34 ± 1,54 | 1,62 ± 2,45 |

Tabla 18: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 16,58 ± 1,53 | 6,86 ± 14,88 | 16,58 ± 1,45 | 6,49 ± 13,31 |

Tabla 19: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:4, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,73 ± 0,10 | 0,43 ± 0,06 | 2,73 ± 0,09 | 0,41 ± 0,05 |

Tabla 20: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| 2,31 ± 0,34 | 2,22 ± 0,79 | 2,42 ± 0,36 | 19,62 ± 6,68 |

Tabla 21: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ |
| 1,26 ± 0,05 | 0,25 ± 0,02 | 5,02 ± 0,60 | 2,11 ± 0,34 | 1,69 ± 0,75 | 1,14 ± 0,85 |

Tabla 22: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 17,32 ± 1,57 | 8,30 ± 18,41 | 17,32 ± 1,48 | 7,83 ± 16,38 |

Tabla 23: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:5, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,73 ± 0,10 | 0,55 ± 0,08 | 2,73 ± 0,10 | 0,51 ± 0,07 |

Tabla 24: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| $3,18 \pm 0,58$ | $3,72 \pm 1,19$ | $2,94 \pm 0,54$ | $17,93 \pm 6,23$ |

Tabla 25: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| $1,40 \pm 0,11$ | $0,28 \pm 0,06$ | $7,17 \pm 0,68$ | $2,67 \pm 0,79$ | $2,35 \pm 1,74$ | $2,40 \pm 2,76$ |

Tabla 26: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Normal

| Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| $15,95 \pm 1,49$ | $6,32 \pm 13,30$ | $15,95 \pm 1,38$ | $5,85 \pm 11,44$ |

Tabla 27: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:6, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| $2,70 \pm 0,09$ | $0,38 \pm 0,05$ | $2,70 \pm 0,09$ | $0,33 \pm 0,04$ |

Tabla 28: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Weibull 2 parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| $2,32 \pm 0,40$ | $2,19 \pm 0,91$ | $2,44 \pm 0,43$ | $18,70 \pm 7,43$ |

Tabla 29: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Weibull 3 parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| $2,32 \pm 0,52$ | $2,19 \pm 1,31$ | $0,00 \pm 1,98$ | $2,21 \pm 0,46$ | $1,91 \pm 1,07$ | $0,49 \pm 1,48$ |

Tabla 30: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 16,58 ± 1,70 | 7,60 ± 18,27 | 16,58 ± 1,62 | 7,26 ± 16,67 |

Tabla 31: Dispersión por Fischer, Dosificación 1:7, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,69 ± 0,12 | 0,55 ± 0,10 | 2,69 ± 0,12 | 0,52 ± 0,09 |

En las tablas 8 a 31 se encuentran las dispersiones obtenidas para las distribuciones de Weibull de 2 y 3 parámetros, y para la distribución normal y log-normal. Si bien en el caso de estas dos últimas no tiene sentido físico calcular estos valores, y no se utilizarán para el diseño de una estructura, se calcularon a modo de ejemplo y para comparar dichas dispersiones con los otros dos casos.

Para el caso de la distribución de Weibull de 4 parámetros, no se realizaron los cálculos, dado que tanto por métodos numéricos como por métodos exactos no se llegó a los resultados esperados. De todas formas, en estudios anteriores se ha demostrado que los resultados obtenidos por medio de simulaciones son válidos.

Es importante comentar algunos resultados en que las dispersiones son demasiado altas, inclusive mayores al valor del parámetro. Esto se aprecia en las distribuciones que no ajustan, de acuerdo a las pruebas de bondad de ajuste, al conjunto de datos, por lo cual se atribuye dicha dispersión al hecho de que se ha forzado los datos a coincidir con dichos valores.

7. Simulaciones

El software MATLAB entrega la posibilidad de generar números aleatorios utilizando el algoritmo de generación de números aleatorios conocido como Mersenne Twister Algorithm, el que ha sido explicado previamente.

Para cada concentración de cal:arena se realizó el procedimiento de simulación con diferentes cantidades de datos m (50, 100, 200, 500, 1.000, 2.000, 5.000, 10.000 y 20.000 datos), repitiendo el procedimiento para cada m 1.000 veces. Es decir, se generaron conjuntos de 50 datos 1.000 veces, 100 datos 1.000 veces, 200 datos 1.000 veces y así sucesivamente. Se obtienen entonces 1.000 conjuntos para 9 valores de m diferentes, lo que se realizó a las 6 concentraciones diferentes de mortero, llegando a un total de 54.000 conjuntos de una cantidad variable de datos.

7.1. Dispersión de Parámetros

Los resultados de los parámetros obtenidos para cada simulación fueron ubicados en una tabla en una hoja de Microsoft Excel, a lo que se calculó las desviaciones estándar y los promedios.

Este procedimiento se llevó a cabo para cada concentración, con las distintas cantidades de datos simulados, un total de 30 conjuntos de parámetros estimados. A continuación se pueden apreciar los gráficos 7 y 8 que muestran la variación de la dispersión de parámetros en función del número de simulaciones realizadas.

Gráfico 7: Composición 1:5, Weibull 2 parámetros, m vs. n

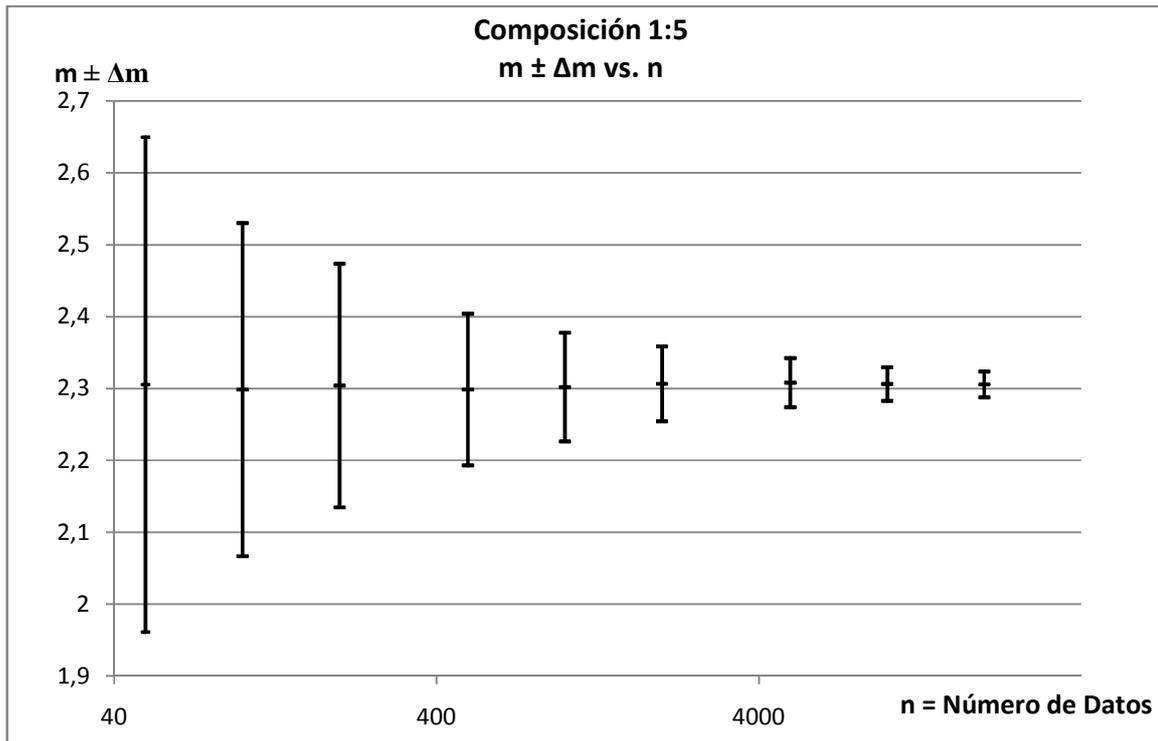
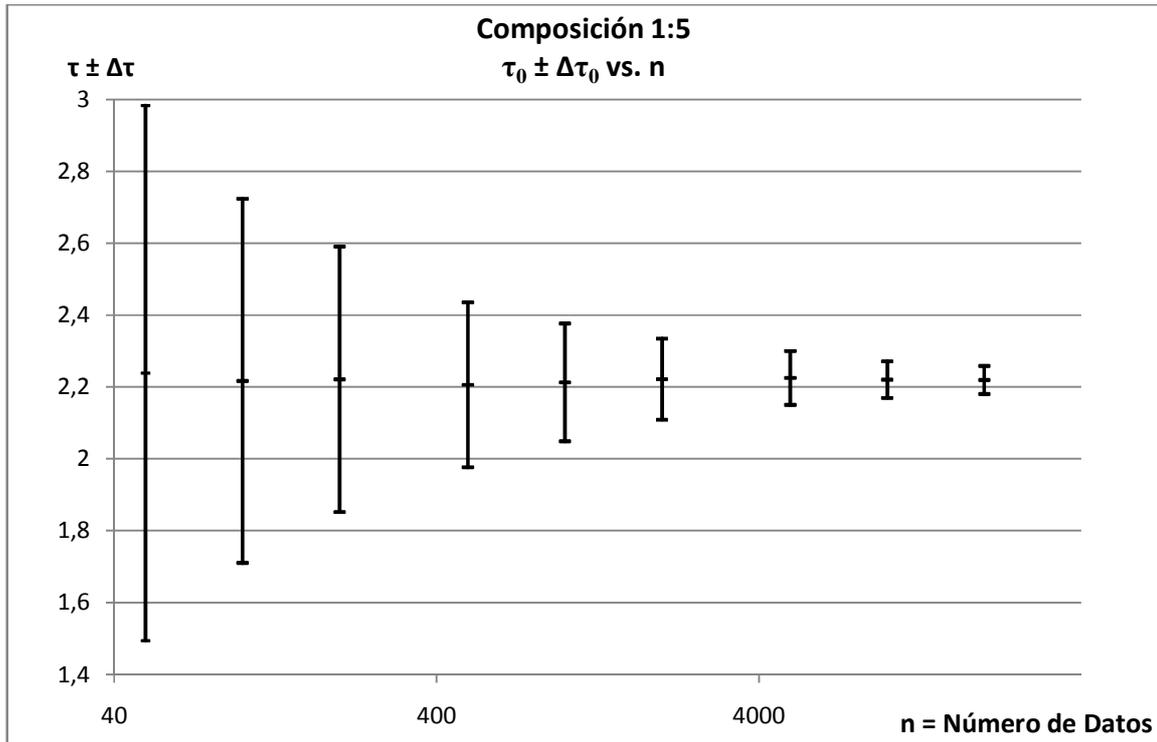
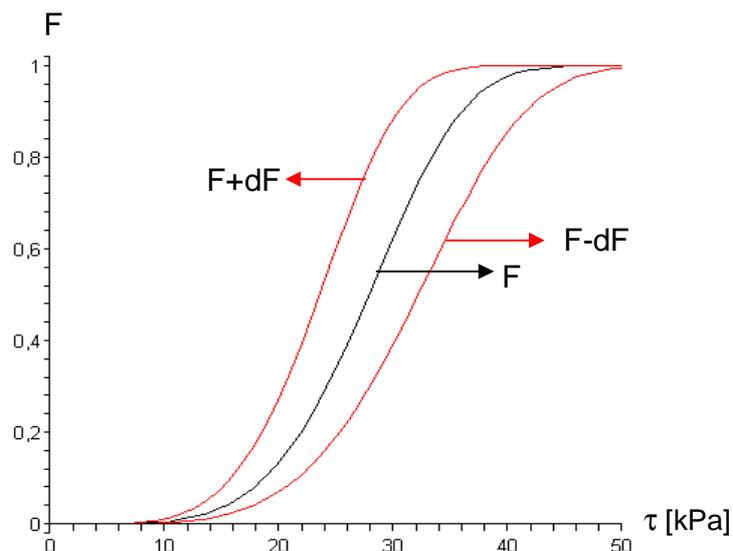


Gráfico 8: Composición 1:5, Weibull 2 parámetros, τ_0 vs. n



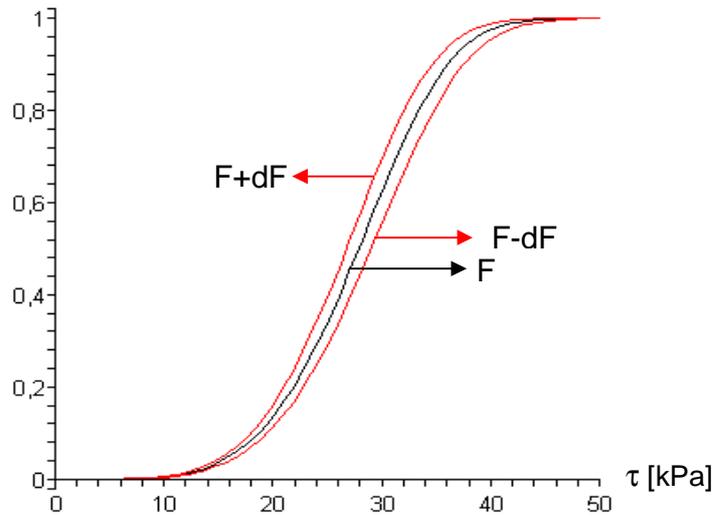
A continuación se presentan los gráficos 9 y 10 que corresponden a gráficos de la distribución de probabilidad de fractura versus tensión de adherencia, para los casos de $n = 50$ y $n = 1000$. Se puede ver a simple vista la gran diferencia que hay entre ambos casos en cuanto a la magnitud de las dispersiones de la Probabilidad de Falla. De aquí se explica por qué elegir una cantidad de datos simulados similar a los datos con que se contaba en un principio, dado que a mayor cantidad de datos, menor será la dispersión de los parámetros.

Gráfico 9: Probabilidad de Falla (F) versus Tensión de adherencia, $n=50$, composición 1:2.



F

Gráfico 10: Probabilidad de Falla (F) versus Tensión de adherencia, n=1000, composición 1:2.



Los resultados de las dispersiones obtenidas para 100 simulaciones de 50 datos se pueden ver a continuación, en el punto 7.1.1., para cada dosificación de mortero. Se seleccionó $n = 50$, de manera que se pueda comparar con los cálculos por medio de la matriz de Fisher, cuyos valores se calcularon para $n = 20$ a $n = 30$.

7.1.1. Resultados

Tabla 32: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| $4,69 \pm 0,68$ | $10,25 \pm 1,59$ | $4,30 \pm 0,49$ | $30,14 \pm 3,43$ |

Tabla 33: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| $1,36 \pm 0,21$ | $0,29 \pm 0,20$ | $16,80 \pm 0,61$ | $4,15 \pm 0,65$ | $7,98 \pm 1,79$ | $3,06 \pm 2,05$ |

Tabla 34: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Normal

| Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| $27,47 \pm 0,95$ | $7,17 \pm 0,72$ | $27,47 \pm 0,98$ | $6,80 \pm 0,73$ |

Tabla 35: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:2, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| $3,28 \pm 0,04$ | $0,26 \pm 0,03$ | $3,28 \pm 0,04$ | $0,25 \pm 0,02$ |

Tabla 36: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| $2,56 \pm 0,36$ | $3,12 \pm 0,84$ | $2,26 \pm 0,25$ | $21,52 \pm 13,04$ |

Tabla 37: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ |
| $1,59 \pm 0,29$ | $0,70 \pm 0,51$ | $5,18 \pm 1,07$ | $2,32 \pm 0,31$ | $2,36 \pm 0,72$ | $1,48 \pm 0,52$ |

Tabla 38: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| $19,01 \pm 1,49$ | $9,73 \pm 0,84$ | $19,01 \pm 1,20$ | $8,92 \pm 0,85$ |

Tabla 39: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:3, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| $2,84 \pm 0,07$ | $0,48 \pm 0,05$ | $2,84 \pm 0,07$ | $0,46 \pm 0,04$ |

Tabla 40: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| $2,87 \pm 0,41$ | $3,28 \pm 0,85$ | $2,77 \pm 0,40$ | $18,67 \pm 6,08$ |

Tabla 41: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ |
| 1,99 ± 0,39 | 1,18 ± 0,77 | 3,85 ± 1,60 | 2,52 ± 0,38 | 2,34 ± 0,75 | 1,62 ± 0,52 |

Tabla 42: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 16,58 ± 0,96 | 6,86 ± 0,78 | 16,58 ± 0,87 | 6,49 ± 0,67 |

Tabla 43: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:4, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,73 ± 0,06 | 0,43 ± 0,04 | 2,73 ± 0,06 | 0,41 ± 0,04 |

Tabla 44: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| 2,31 ± 0,34 | 2,22 ± 0,72 | 2,42 ± 0,31 | 19,62 ± 8,55 |

Tabla 45: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ |
| 1,26 ± 0,20 | 0,25 ± 0,20 | 5,02 ± 0,71 | 2,11 ± 0,28 | 1,69 ± 0,56 | 1,14 ± 0,55 |

Tabla 46: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Weibull 4 Parámetros

| Weibull 4 parámetros | | | |
|----------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | |
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta\tau_S$ |
| 0,67 ± 0,12 | 121,5 ± 36,65 | 5,61 ± 0,19 | 32,28 ± 2,55 |

| Mínimo χ^2 | | | |
|------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta \tau_S$ |
| $0,67 \pm 0,13$ | $121,5 \pm 46,22$ | $5,69 \pm 0,79$ | $35,42 \pm 7,50$ |

Tabla 47: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Normal

| Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| $17,32 \pm 1,11$ | $8,30 \pm 0,79$ | $17,32 \pm 1,15$ | $7,83 \pm 0,81$ |

Tabla 48: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:5, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ | $\mu \pm \Delta \mu$ | $\sigma \pm \Delta \sigma$ |
| $2,73 \pm 0,07$ | $0,55 \pm 0,05$ | $2,73 \pm 0,07$ | $0,51 \pm 0,05$ |

Tabla 49: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ |
| $3,18 \pm 0,48$ | $3,72 \pm 0,90$ | $2,94 \pm 0,34$ | $17,93 \pm 5,08$ |

Tabla 50: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|----------------------------|----------------------------|------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta \tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ |
| $1,40 \pm 0,21$ | $0,28 \pm 0,17$ | $7,17 \pm 0,45$ | $2,67 \pm 0,37$ | $2,35 \pm 0,71$ | $2,40 \pm 0,48$ |

Tabla 51: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Weibull 4 Parámetros

| Weibull 4 parámetros | | | |
|----------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|
| Regresión Lineal | | | |
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta \tau_S$ |
| $0,93 \pm 0,21$ | $298,0 \pm 433,5$ | $7,68 \pm 0,35$ | $39,18 \pm 14,85$ |
| Mínimo χ^2 | | | |
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta \tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta \tau_S$ |
| $0,93 \pm 0,15$ | $298,0 \pm 97,8$ | $7,66 \pm 2,33$ | $267,2 \pm 46,8$ |

Tabla 52: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Log-Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 15,95 ± 0,84 | 6,32 ± 0,59 | 15,95 ± 0,89 | 5,85 ± 0,69 |

Tabla 53: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:6, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,70 ± 0,05 | 0,38 ± 0,04 | 2,70 ± 0,05 | 0,36 ± 0,04 |

Tabla 54: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 2 Parámetros

| Weibull 2 parámetros | | | |
|----------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ |
| 2,32 ± 0,08 | 2,19 ± 0,15 | 2,44 ± 0,08 | 18,70 ± 1,27 |

Tabla 55: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 3 Parámetros

| Weibull 3 parámetros | | | | | |
|----------------------|---------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | Mínimo χ^2 | | |
| $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $m \pm \Delta m$ | $\tau_0 \pm \Delta\tau_0$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ |
| 2,32 ± 0,08 | 2,19 ± 0,18 | 0,00 ± 0,26 | 2,21 ± 0,06 | 1,91 ± 0,14 | 0,49 ± 0,12 |

Tabla 56: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Weibull 4 Parámetros

| Weibull 4 parámetros | | | |
|----------------------|------------------|---------------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | | |
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta\tau_S$ |
| 2,20 ± 0,12 | 40.321 ± 4.852 | 0,00 ± 0,37 | 260,78 ± 35,84 |
| Mínimo χ^2 | | | |
| $m \pm \Delta m$ | $K \pm \Delta K$ | $\tau_L \pm \Delta\tau_L$ | $\tau_S \pm \Delta\tau_S$ |
| 2,20 ± 0,08 | 40.321 ± 25.642 | 0,00 ± 0,26 | 260,78 ± 67,69 |

Tabla 57: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Log-Normal

| Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 16,58 ± 0,25 | 7,60 ± 0,18 | 16,58 ± 0,24 | 7,26 ± 0,16 |

Tabla 58: Dispersiones por Simulación, Dosificación 1:7, Log-Normal

| Log-Normal | | | |
|---------------------|---------------------------|----------------------|---------------------------|
| Regresión Lineal | | Máxima Verosimilitud | |
| $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ | $\mu \pm \Delta\mu$ | $\sigma \pm \Delta\sigma$ |
| 2,69 ± 0,02 | 0,55 ± 0,01 | 2,69 ± 0,02 | 0,52 ± 0,01 |

Se puede ver que, en general, las dispersiones calculadas por medio de simulación son bastante menores a lo obtenido previamente por el método de la matriz de Fisher. En algunos casos, se diferencian de órdenes de magnitud, lo que se puede atribuir principalmente a la cantidad de datos utilizados en simulación, que es dos veces la utilizada en la realidad para la matriz de Fisher.

En este caso, al igual que aquel en que las dispersiones se obtuvieron por medio de la matriz de Fisher, se llegaron a resultados en que las dispersiones fueron del mismo orden de magnitud – e incluso superiores – a la magnitud de los parámetros. Se explica mediante el mismo hecho de que se fuerza a los datos a ser representados mediante una distribución que no le corresponde.

8. Errores de Medición

Se programó en el software matlab el procedimiento descrito para la obtención de errores de medición aceptables, cuyos resultados se exponen a continuación, para la distribución que mejor ajustó cada conjunto de datos. Los cálculos se llevaron a cabo utilizando tanto las dispersiones obtenidas por medio de la matriz de Fisher como aquellas obtenidas por simulación.

Tabla 59: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:2

| Parámetro | Fischer | | Simulaciones | |
|-----------|-----------|--------------------|--------------|--------------------|
| | Error [%] | Valor ± Dispersión | Error [%] | Valor ± Dispersión |
| m | 1,73 | 1,36 ± 0,09 | 1,71 | 1,36 ± 0,21 |
| τ_0 | 1,67 | 0,29 ± 0,05 | 1,84 | 0,29 ± 0,20 |
| τ_L | 2,08 | 16,80 ± 0,72 | 2,04 | 16,80 ± 0,61 |

Tabla 60: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:3

| Parámetro | Fischer | | Simulaciones | |
|-----------|-----------|------------------------|--------------|------------------------|
| | Error [%] | Valor \pm Dispersión | Error [%] | Valor \pm Dispersión |
| m | 2,56 | 1,59 \pm 0,17 | 2,47 | 1,59 \pm 0,29 |
| τ_0 | 2,59 | 0,70 \pm 0,21 | 2,54 | 0,70 \pm 0,51 |
| τ_L | 2,76 | 5,18 \pm 1,12 | 2,73 | 5,18 \pm 1,07 |

Tabla 61: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:4

| Parámetro | Fischer | | Simulaciones | |
|-----------|-----------|------------------------|--------------|------------------------|
| | Error [%] | Valor \pm Dispersión | Error [%] | Valor \pm Dispersión |
| m | 2,74 | 1,99 \pm 0,35 | 2,68 | 1,99 \pm 0,39 |
| τ_0 | 2,66 | 1,18 \pm 0,57 | 2,74 | 1,18 \pm 0,77 |
| τ_L | 2,90 | 3,85 \pm 0,20 | 2,81 | 3,85 \pm 1,60 |

Tabla 62: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 4 parámetros, Composición 1:5

| Parámetro | Simulaciones | |
|-----------|--------------|------------------------|
| | Error [%] | Valor \pm Dispersión |
| m | 3,00 | 0,66 \pm 0,12 |
| K | 2,82 | 121,49 \pm 36,7 |
| τ_L | 2,24 | 5,61 \pm 0,19 |
| τ_s | 3,10 | 32,28 \pm 2,55 |

Tabla 63: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 3 parámetros, Composición 1:6

| Parámetro | Fischer | | Simulaciones | |
|-----------|-----------|------------------------|--------------|------------------------|
| | Error [%] | Valor \pm Dispersión | Error [%] | Valor \pm Dispersión |
| m | 2,88 | 1,40 \pm 0,11 | 2,88 | 1,40 \pm 0,21 |
| τ_0 | 2,87 | 0,28 \pm 0,06 | 2,87 | 0,28 \pm 0,17 |
| τ_L | 3,80 | 7,17 \pm 0,68 | 3,79 | 7,17 \pm 0,45 |

Tabla 64: Errores Aceptables, Distribución de Weibull 2 parámetros, Composición 1:7

| Parámetro | Fischer | | Simulaciones | |
|-----------|-----------|------------------------|--------------|------------------------|
| | Error [%] | Valor \pm Dispersión | Error [%] | Valor \pm Dispersión |
| m | 2,53 | 2,32 \pm 0,40 | 2,43 | 2,32 \pm 0,08 |
| τ_0 | 2,65 | 2,19 \pm 0,91 | 2,77 | 2,19 \pm 0,15 |

Se puede ver en los resultados que, en general, los errores aceptables son del orden del 2% a 3% en promedio. Esto es menor a lo esperado, sin embargo si se considera que las dispersiones no son demasiado altas para los parámetros de las distribuciones seleccionadas en cada caso, esto no se escapa de lo común.

Para aquellos casos en que la dispersión es del orden de magnitud de los parámetros, es extraño que los resultados sean incluso menores al promedio. Esto se puede explicar con el hecho de que el error es porcentual con respecto a los promedios de las tensiones, por ende a mayores tensiones, mayor variación implica un cierto porcentaje de error asociado.

9. Programación de los Métodos

Las etapas de análisis y procesamiento de datos que se mencionaron previamente, tanto para obtener los parámetros de las distintas distribuciones como para obtener sus dispersiones, fueron programados utilizando el software MATLAB, mediante la elaboración de distintas funciones.

Para asegurarse de que todas las funciones están programadas correctamente, es necesario utilizar un estudio realizado previamente, de manera de asegurarse que no existen errores y si los hay, poder encontrarlos con mayor facilidad y enmendarlos.

Se contaba con un estudio realizado paso a paso de forma manual, a tensiones de fluencia de barras de cobre. Uno a uno se probaron los métodos para estimar los parámetros, verificando que los resultados obtenidos con los programas coincidieran con aquellos que se obtuvieron anteriormente.

Si bien en algunos casos los resultados no fueron exactamente los mismos, las diferencias eran mínimas y se atribuyeron al nivel de precisión con que trabajan los distintos programas, dado que previamente se realizaron todos los cálculos en Microsoft Excel, mientras que los nuevos cálculos se están realizando con MATLAB, que es una herramienta matemática más poderosa.

En los anexos A al E se incluyen los códigos de los métodos programados, y en el anexo F se adjunta, además, una breve explicación acerca del uso de los métodos mencionados.

10. Diseño a Partir de lo Expuesto

Los temas previamente expuestos están orientados a facilitar el diseño de elementos a partir de una serie de ensayos. Los pasos a seguir son los mismos expuestos previamente, para lo cual se cuenta con una nueva herramienta creada específicamente con este objetivo (ver anexo explicativo F). Adicionalmente se debe realizar una etapa en que se comparan los diferentes materiales, o bien en que se decide si el material seleccionado sirve o no para lo que se busca hacer.

A continuación se expone un ejemplo de diseño, aplicado a la dosificación 1:2, para la distribución de Weibull de 2 parámetros, que fue aquella que mejor ajustó a los datos de esta composición de mortero.

Se define, como punto de partida, la probabilidad de ruptura crítica y su tolerancia, en este caso, se elijen diferentes valores de ambos parámetros, para ilustrar. Para cada caso, utilizando las fórmulas planteadas en el capítulo 4.8, se obtienen los valores de la tensión crítica (a la cual se obtendrá la propiedad Fc requerida) y las varianzas de los parámetros asociados a la tolerancia impuesta para la probabilidad de fractura Fc.

Tabla 65: Ejemplo de Diseño

| Fc; dF | τ_c [kPa] | $d\tau_0$ [kPa] | dm | N_{τ_0} | N_m |
|--------------------|----------------|-----------------|--------|--------------|-------|
| $10^{-7}; 10^{-8}$ | 0,964 | 0,21 | -0,040 | 2.150 | 8.212 |
| $10^{-6}; 10^{-7}$ | 1,577 | 0,21 | -0,051 | 2.150 | 5.153 |
| $10^{-5}; 10^{-6}$ | 2,575 | 0,21 | -0,069 | 2.150 | 2.803 |
| $10^{-4}; 10^{-5}$ | 4,209 | 0,21 | -0,107 | 2.149 | 1.163 |
| $10^{-3}; 10^{-4}$ | 6,878 | 0,21 | -0,24 | 2.147 | 233 |
| $10^{-2}; 10^{-3}$ | 11,259 | 0,21 | 1,02 | 2.127 | 13 |

De esta tabla, a modo de ejemplo, la probabilidad de fractura de 10^{-6} con una tolerancia de $\pm 10^{-7}$ se obtiene a 1,577 kPa, y las dispersiones de los parámetros τ_0 y m aceptables para obtener una dispersión de probabilidad que esté dentro del rango de tolerancia son 0,21 y -0,40 respectivamente. Finalmente, para obtener dicha dispersión de τ_0 se requeriría realizar 2.150 ensayos y 5.153 para obtener la dispersión nombrada de m.

Este procedimiento se puede realizar para cualquiera de las distribuciones nombradas, utilizando las fórmulas ya comentadas. El procedimiento es análogo al mostrado en este capítulo.

11. Discusiones

Se estimaron los parámetros para cada distribución de probabilidad asociada a los datos con los que se trabajó. Si bien no hay información previa que confirme el hecho de que la distribución de Weibull se adapta mejor que la distribución normal o log-normal para datos de resistencia, se obtuvo en todos los casos tanto una distribución de Weibull como una alternativa para caracterizar los conjuntos de datos. Sin embargo, se podría decir que el inconveniente de que las distribuciones normal y log-normal ajusten valores negativos, indica una cierta preferencia de la distribución de Weibull, considerando que en todos los casos se aceptó también una de ellas utilizando las pruebas de bondad de ajuste.

Tal como se esperaba, en general las dispersiones de parámetros encontradas por el método de la matriz de Fisher coinciden con aquellas encontradas por el método de simulaciones, para el caso de número de datos simulado similar a los datos experimentales con que se contaba. En el caso de la distribución de Weibull de 4 parámetros, simplemente se aceptó la dispersión por medio de simulación, dado que en estudios previos indican que los resultados obtenidos corresponden efectivamente a las dispersiones [8]. Las fórmulas empleadas para obtener la matriz de información de Fisher quedan expuestas, y fueron determinadas independientemente de la información previa, coincidiendo con lo que se puede encontrar en la literatura.

En general, los métodos de simulación son sencillos y se encontraron explicados en detalle en la literatura, sin embargo se aprecia acá una explicación adicional y se entregan los algoritmos para programarla en el software MATLAB, lo que podría facilitar los trabajos venideros. Asimismo, se adjuntan métodos de obtención de las pruebas de bondad de ajuste aquí utilizadas, las que fueron programadas utilizando el algoritmo general, para luego ser particularizadas para cada caso. Cabe destacar que a partir de los códigos presentados, no es difícil aumentar la cantidad de distribuciones en estudio, al menos en lo que se refiere a la reprogramación de las pruebas y los métodos de estimación de parámetros. De todas maneras es importante destacar que en lo que respecta a la presentación de los datos en planillas organizadas, podría significar más trabajo dado que éstas fueron preparadas para recibir únicamente la información aquí expuesta.

Para la etapa de diseño de elementos que en un futuro pudieran estar confeccionadas en adobe y posteriormente recubiertas con el mortero aquí estudiado (en alguna de las composiciones revisadas), se pueden utilizar las herramientas existentes de resistencia probabilística de materiales, concretamente en lo que respecta al número de ensayos que se deben realizar y la precisión con que se deben estimar los parámetros. Esto, previa determinación de una probabilidad de fractura y su respectiva dispersión, no es difícil de determinar si se utilizan las fórmulas expuestas en el capítulo 4.8, como lo que se explica en el capítulo 10 que se refiere a diseño de elementos.

Cabe destacar que, si se trata de estructuras de magnitudes considerables, los materiales encontrados pueden presentar una buena solución, dependiendo de los requerimientos. Sin embargo, en lo que se refiere a estructuras de alta precisión,

que puedan tener tamaños muy pequeños además de requerimientos muy altos de exactitud (lo que implicaría un rango de tolerancia muy pequeño), puede ser difícil realizar la cantidad ensayos necesarios para caracterizar el material dado que luego de una cantidad no menor de simulaciones se podría obtener un rango de probabilidad que no coincida con lo que se persigue.

De todas maneras, en caso de requerirse tales niveles de precisión, puede trabajarse con este método y con grandes cantidades de simulaciones, lo que permitiría comparar diferentes materiales en cuanto a sus propiedades y la precisión con que se pueden obtener en una situación dada.

12. Conclusiones

Para una probabilidad de fractura determinada en el diseño de un elemento, a la que se asocia una tolerancia establecida en la misma etapa, se pueden estimar las dispersiones aceptables de los parámetros para obtener dichos resultados, utilizando las herramientas aquí entregadas.

Se logró estimar los parámetros de cada una de las composiciones de mortero cal:arena, para las distintas distribuciones previamente seleccionadas. En todos los casos, al menos una de las distribuciones de Weibull ajusta los datos de acuerdo a las pruebas de bondad de ajuste utilizadas. Si bien se encontró, además, una distribución alternativa – normal o log-normal – para representar los datos, cuyos resultados de pruebas de bondad de ajuste fueron mejores que la distribución de Weibull respectiva, considerando la carencia de sentido físico de ambas distribuciones, fueron descartadas para posteriores análisis.

Para cada caso se estimaron, además, las dispersiones de los parámetros encontrados de dos formas diferentes (exceptuando el caso de la distribución de Weibull de 4 parámetros), las que eran similares en ambos casos para todas las distribuciones, manteniendo a lo menos el mismo orden de magnitud.

Para el caso de la composición 1:5, los resultados indican – excepcionalmente – que la distribución que mejor caracteriza los datos es la de Weibull de 4 parámetros. Esto es poco común de encontrar en la naturaleza y, por ende, un caso de estudio. En dicho caso, la tensión media fue de 1.7 MPa, y los parámetros encontrados fueron $m = 0,66$; $K = 121$; $\tau_L = 5,61$; $\tau_S = 32,3$. Las dispersiones, en todos los casos, inferiores al 30%, siendo la mayor de ellas para el parámetro K y las menores para los parámetros τ_L y τ_S . Esto último tiene su relevancia en que son dichos parámetros los de mayor sentido físico, indicando que, en general, el valor mínimo (bajo el cual no se produce fractura) y el valor máximo (sobre el cual siempre habrá fractura) tienen muy baja variación.

Las fórmulas y resultados de las dispersiones estimadas, permiten diseñar elementos con una cierta probabilidad de falla y, a su vez, una cierta tolerancia a dicha probabilidad. Esto se mostró posteriormente, calculando algunos casos particulares de las probabilidades de fractura y su dispersión, a modo de ejemplo y para ilustrar el método en que se debe realizar dicho procedimiento para la etapa de diseño. Lo anterior implica el diseño de un experimento con una cantidad determinada de ensayos, así como también definir superficies de contacto (en este caso), para obtener las propiedades deseadas.

En el ejemplo expuesto en el capítulo 10, se puede ver que se deben realizar más de 2.000 ensayos (o simulaciones) para obtener las probabilidades requeridas con las respectivas tolerancias, llegando a más de 8.000 para el caso de probabilidad de fractura del orden de 10^{-7} con una tolerancia de 10^{-8} . Esto respalda absolutamente la necesidad de simulación dado que es inviable realizar dicha cantidad de ensayos.

En el caso presentado, para obtener dispersiones pequeñas de la probabilidad de fractura se requiere una cantidad demasiado grande de ensayos, por lo cual se confirma que la simulación es la mejor herramienta disponible para este y otros casos posibles.

13. Fuentes de Información

- [1] Dr. Alexander Balankin, *“Mecánica de la Fractura: Pasado, Presente y Futuro”*, V Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas, México.
- [2] Juan Sánchez, *“Introducción a la Simulación”*, Escuela de Ingeniería de Transporte, Facultad de Ingeniería, Universidad Católica de Valparaíso.
- [3] Gonzalo Gutiérrez, *“Diseño de Materiales a la medida: ¿sueño o realidad?”*, Marzo 2003, U. de Santiago de Chile
- [4] Chunsheng Lu, Robert Danzer, Franz Dieter, *“Fracture statistics of brittle materials: Weibull or normal distribution”*, Physical Review E, Volume 65, 067102.
- [5] M. Elgueta, G. Díaz, S. Zamorano, P. Kittl, *“On the use of the Weibull and the normal cumulative probability in structural design”*, MATERIALS & DESIGN, v.: 28, issue: 9, p.: 2496-2499, 2007.
- [6] Till Vallée, Thomas Keller, Gilles Fourestey, Benjamin Fournier, Joao R. Correia, *“Adhesively bonded joints composed of pultruded adherends: Considerations at the upper tail of the material strength statistical distribution”*, Probabilistic Engineering Mechanics 24 (2009) 358-366.
- [7] Bikramjit Basu, Devesh Tiwari, Debasis Kundu, Rajesh Prasad, *“Is Weibull distribution the most appropriate statistical strength distribution for brittle materials?”*, Ceramics International, Volume 35, Issue 1, January 2009, Pages 237-246
- [8] G. Díaz, P. Kittl y M. Rosales, *“Probabilistic design and quality control in probabilistic strength of materials”*, International Journal of Solids and Structures 40, 2003, pags. 5001 - 5015.
- [9] N.N. Nemeth, L.J. Evans, O.M. Jadaan, W.N. Sharpe, G.M. Beheim, M.A. Trapp, *“Fabrication and probabilistic fracture strength prediction of high-aspect-ratio single crystal silicon carbide microspecimens with stress concentration”*, Thin Solid Films, 515 (2007) 3283 – 3290.
- [10] Strnadel B., Nedbal I., Prioul C, Shiratori M., *“Statistical Aspects of Brittle Fracture in Low-Alloyed Steels”*, JSME International, Series A, Vol. 45, No.2, 2002.
- [11] L. Munkholm, E. Perfect, *“Brittle Fracture of Soil Aggregates: Weibull Models and Methods of Parameter Estimation”*, Soil Science Society, AM. Journal, Vol 69, Sept – Oct 2005.
- [12] Shigenobu Okazawa, Kai Oide, Kiyohiro Ikeda, Kenjiro Terada, *“Imperfection sensitivity and probabilistic variation of tensile strength of steel members”*, International Journal of Solids and Structures 39 (2002) 1651 – 1671.
- [13] M. Elgueta y P. Kittl, *“Probabilistic control of materials by a simulation method”*, Materials & Design, Volume 28, Issue 6, 2007
- [14] P. Kittl y G. Díaz, *“Introducción a los problemas del diseño en la resistencia probabilística de materiales”*.
- [15] Till Vallée, Thomas Keller, Joao R. Correia, *“Probabilistic strength prediction for double lap joints composed of pultruded GFRP profiles – Part II: Strength prediction”*, Composites Science and Technology 66 (2006) 1915 – 1930.

- [16] Franklin E. Fisher, Joy R. Fisher, "Probability Applications in Mechanical Design"
- [17] Handbook of Reliability engineering and Management, Second Edition, W. Grant Ireson, Clyde F. Coombs, Jr, Richard Y. Moss. Ed. McGraw-Hill.
- [18] Probabilistic Design of Damage Tolerant Composite Aircraft Structures, U.S. Department of Transportation, Federal Aviation Administration.
- [19] Delage, Antoine. Morteros de Cal utilizados como estucos en la restauración de iglesias de adobe en la IV región de Chile, Informe Final de Curso ID601-1, Trabajo Dirigido, Santiago, Chile. Universidad de Chile, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Junio 2004.
- [20] Dongfang Wu, Jiancheng Zhou, Yongdan Li, "*Unbiased estimation of Weibull parameters with the linear regression method*", Journal of the European Ceramic Society, Volume 26, Issue 7, 2006, Pages 1099-1105
- [21] Lingyan Song, Dongfang Wu, Yongdan Li, "*Optimal probability estimators for determining Weibull parameters*", Journal of Materials Science Letters 22, 2003, 1651 – 1653.
- [22] Anexo – Práctica 0 "*Tratamiento de Datos y Errores – Método de Mínimos Cuadrados*" Instituto de Física – Facultad de Ciencias, Programa de Ciencias de la Tierra y el Espacio, Uruguay.
- [23] Estadística para Ingenieros, A. Bowker, G. Lieberman, Ed. Prentice/Hall Internacional, Primera Edición.
- [24] P. Kittl, M. Rosales, G. Diaz, "*Metodos computacionales de la resistencia probabilística de materiales*", Ciencia Abierta 13, 1–45, 2007
- [25] Robert B. Abernethy, "*The new Weibull Handbook*" Capítulo 1.
- [26] The Weibull Analysis Handbook, Second Edition, Bryan Dodson.
- [27] Engineering Statistics Handbook, 1.3.5.16. Kolmogorov-Smirnov Goodness-of-Fit Test
<<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35g.htm>>
[consulta: 15 octubre 2009]
- [28] José M. Casas, "*Estadístico Modificado de Kolmogorov-Smirnov: Aplicación al test de bondad de ajuste*", Instituto Nacional de Estadística, España.
- [29] Engineering Statistics Handbook, 1.3.5.14. Anderson-Darling Test.
<<http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda35e.htm>>
[consulta: 15 octubre 2009]
- [30] Charles Annis, P.E., Statistical Engineering. Goodnes-of-Fit tests for Statistical Distributions
<<http://www.mh1823.com/goodness.htm>> [consulta: 20 octubre 2009]
- [31] Mersenne Twister Home Page, A very fast random munber generator of period 2¹⁹.937 – 1.
<<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/MT/emt.html>>
[consulta: 23 noviembre 2009]

Anexos

A. Códigos para calcular los estadísticos de χ^2

i. Weibull 2p y 3p

```
function ji2s = ji2w(s,sL,s0,m,v)
n=length(s);
s=sort(s);
delta=ceil(s(n))-floor(s(1));
K=ceil(delta*100/6)/100;
lims=[floor(s(1)+K):K:ceil(s(1)+K*6)];
lims=lims';
largo=length(lims);
tabla=zeros(largo,10);
tabla(:,1)=[lims-K];
tabla(:,2)=[lims];
probs=1-exp(-v.*((tabla(:,2)-sL)./s0).^m);
tabla(1,5)=probs(1)*n;
tabla(largo,5)=(1-probs(largo-1))*n;
for i=2:largo-1
    tabla(i,5)=(probs(i)-probs(i-1))*n;
end
for i=1:largo
    tabla(i,7)=length(s((s>tabla(i,1))&(s<=tabla(i,2))));
end
tabla(:,8)=((tabla(:,7)-tabla(:,5)).^2)./tabla(:,5);
ji2s=sum(tabla(:,8));
```

ii. Weibull 4p

```
function ji2s = ji2w4(s,sL,sS,Kt,m,v)
n=length(s);
s=sort(s);
delta=ceil(s(n))-floor(s(1));
K=ceil(delta*100/6)/100;
lims=[floor(s(1)+K):K:ceil(s(1)+K*6)];
lims=lims';
largo=length(lims);
tabla=zeros(largo,10);
tabla(:,1)=[lims-K];
tabla(:,2)=[lims];
tt=zeros(1,largo);
for i = 1:largo
    tt(i) = (tabla(i,2)-sL)/(sS-tabla(i,2));
end
tt = tt';
probs=1-exp(-v*Kt.*(tt.^m));
tabla(1,5)=probs(1)*n;
tabla(largo,5)=(1-probs(largo-1))*n;
for i=2:largo-1
    tabla(i,5)=(probs(i)-probs(i-1))*n;
```

```

end
for i=1:largo
    tabla(i,7)=length(s((s>tabla(i,1))&(s<=tabla(i,2))));
end
tabla(:,8)=((tabla(:,7)-tabla(:,5)).^2)./tabla(:,5);
ji2s=sum(tabla(:,8));

```

iii. Normal

```

function ji2s = ji2ln(t,u,s)
n=length(t);
t=sort(t);
delta=ceil(t(n))-floor(t(1));
ninterv=6;
K=ceil(delta*100/6)/100;
lims=[floor(t(1)+K):K:ceil(t(1)+K*ninterv)];
lims=lims';
largo=length(lims);
tabla=zeros(largo,10);
tabla(:,1)=[lims-K];
tabla(:,2)=[lims];
probs=normcdf(tabla(:,2),u,s);
tabla(1,5)=probs(1)*n;
tabla(largo,5)=(1-probs(largo-1))*n;
for i=2:largo-1
    tabla(i,5)=(probs(i)-probs(i-1))*n;
end
for i=1:largo
    tabla(i,7)=length(t((t>tabla(i,1))&(t<=tabla(i,2))));
    &(t<=tabla(i,4))));
end
tabla(:,8)=((tabla(:,7)-tabla(:,5)).^2)./tabla(:,5);
tabla(:,6)).^2)./tabla(:,6);
ji2s=sum(tabla(:,8));

```

iv. Log-Normal

```

function ji2s = ji2ln(t,u,s)

n=length(t);
t=sort(t);
delta=ceil(t(n))-floor(t(1));

ninterv=6;
K=ceil(delta*100/6)/100;
lims=[floor(t(1)+K):K:ceil(t(1)+K*ninterv)];
lims=lims';
largo=length(lims);

tabla=zeros(largo,10);
tabla(:,1)=[lims-K];
tabla(:,2)=[lims];
probs=logncdf(tabla(:,2),u,s);
tabla(1,5)=probs(1)*n;
tabla(largo,5)=(1-probs(largo-1))*n;
for i=2:largo-1

```

```

        tabla(i,5)=(probs(i)-probs(i-1))*n;
end
for i=1:largo
    tabla(i,7)=length(t((t>tabla(i,1))&(t<=tabla(i,2)))));
    &(t<=tabla(i,4))));
end
tabla(:,8)=((tabla(:,7)-tabla(:,5)).^2)./tabla(:,5);
tabla(:,6)).^2)./tabla(:,6);
ji2s=sum(tabla(:,8));

```

B. Códigos para calcular los estadísticos de Anderson-Darling

i. Weibull 2p y 3p

```

function [ADx,ADe] = ADw(x,s0,sL,m,v)
n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
fx = 1-exp(-v.*((x-sL)./s0).^m);
i = 1:n;
S = sum((((2*i)-1)/n)*(log(fx)+log(1-fx(n+1-i))));
ADx = -n-S;
ADe = 0.757;
Return;

```

ii. Weibull 4p

```

function [ADx,ADe] = ADw(x,s0,sL,m,v)
n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
fx = 1-exp(-v.*Kt.*((x-sL)./(sS-x)).^m);
i = 1:n;
S = sum((((2*i)-1)/n)*(log(fx)+log(1-fx(n+1-i))));
ADx = -n-S;
ADe = 0.757;
Return;

```

iii. Normal

```

function [ADx,ADe] = ADw(x,s0,sL,m,v)
n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
fx = normcdf(x,u,s);
i = 1:n;
S = sum((((2*i)-1)/n)*(log(fx)+log(1-fx(n+1-i))));
ADx = -n-S;
ADe = 0.752;
Return;

```

iv. Log-Normal

```

function [ADx,ADe] = ADw(x,s0,sL,m,v)
n = length(x);
x = x(:);

```

```

x = sort(x);
fx = logncdf(x,u,s);
i = 1:n;
S = sum(((2*i)-1)/n)*(log(fx)+log(1-fx(n+1-i)));
ADx = -n-S;
ADe = 0.752;
Return;

```

C. Códigos para calcular los estadísticos de Kolmogorov-Smirnov

i. Weibull 2p y 3p

```

function [KSx,KSt] = KSw(x,s0,sL,m,v)

n = length(x);
KSec = 1.36/(sqrt(n));
x = x(:);
x = sort(x);
gx = 1-exp(-v.*((x-sL)./s0).^m);
M = zeros(2,n);
for i=1:n
    M(i,1) = (gx(i)-((i-1.5)/n));
    M(i,2) = (((i-0.5)/n)-gx(i));
end
b = max(M);
KSx = max(b);

KSe = zeros(35);
KSe(1) = 0.975;
KSe(2) = 0.842;
KSe(3) = 0.708;
KSe(4) = 0.624;
KSe(5) = 0.565;
KSe(6) = 0.521;
KSe(7) = 0.486;
KSe(8) = 0.457;
KSe(9) = 0.432;
KSe(10) = 0.410;
KSe(11) = 0.391;
KSe(12) = 0.375;
KSe(13) = 0.361;
KSe(14) = 0.349;
KSe(15) = 0.338;
KSe(16) = 0.328;
KSe(17) = 0.318;
KSe(18) = 0.309;
KSe(19) = 0.301;
KSe(20) = 0.294;
KSe(21) = 0.2892;
KSe(22) = 0.2844;
KSe(23) = 0.2796;
KSe(24) = 0.2748;
KSe(25) = 0.27;
KSe(26) = 0.264;

```

```

KSe(27) = 0.258;
KSe(28) = 0.252;
KSe(29) = 0.246;
KSe(30) = 0.24;
KSe(31) = 0.238;
KSe(32) = 0.236;
KSe(33) = 0.234;
KSe(34) = 0.232;
KSe(35) = 0.23;

if n>35
    KSt = KSec;
else
    KSt = KSe(n);
end

return

```

ii. Weibull 4p

```

function [KSx,KSt] = KSw4(x,sS,sL,Kt,m,v)

n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
gx = 1-exp(-v.*Kt.*(((x-sL)./(sS-x)).^m));
M = zeros(2,n);
for i=1:n
    M(i,1) = (gx(i)-((i-1.5)/n));
    M(i,2) = (((i-0.5)/n)-gx(i));
end
b = max(M);
KSx = max(b);

KSe = zeros(35);
KSe(1) = 0.975;
KSe(2) = 0.842;
KSe(3) = 0.708;
KSe(4) = 0.624;
KSe(5) = 0.565;
KSe(6) = 0.521;
KSe(7) = 0.486;
KSe(8) = 0.457;
KSe(9) = 0.432;
KSe(10) = 0.410;
KSe(11) = 0.391;
KSe(12) = 0.375;
KSe(13) = 0.361;
KSe(14) = 0.349;
KSe(15) = 0.338;
KSe(16) = 0.328;
KSe(17) = 0.318;
KSe(18) = 0.309;
KSe(19) = 0.301;
KSe(20) = 0.294;
KSe(21) = 0.2892;

```

```

KSe(22) = 0.2844;
KSe(23) = 0.2796;
KSe(24) = 0.2748;
KSe(25) = 0.27;
KSe(26) = 0.264;
KSe(27) = 0.258;
KSe(28) = 0.252;
KSe(29) = 0.246;
KSe(30) = 0.24;
KSe(31) = 0.238;
KSe(32) = 0.236;
KSe(33) = 0.234;
KSe(34) = 0.232;
KSe(35) = 0.23;

KSec = 1.36/(sqrt(n));

if n>35
    KSt = KSec;
else
    KSt = KSe(n);
end

return

```

iii. Normal

```

function [KSx,KSt] = KSn(x,u,s)

n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
gx = normcdf(x,u,s);
M = zeros(2,n);
for i=1:n
    M(i,1) = (gx(i)-((i-1.5)/n));
    M(i,2) = (((i-0.5)/n)-gx(i));
end
b = max(M);
KSx = max(b);

KSe = zeros(35);
KSe(1) = 0.975;
KSe(2) = 0.842;
KSe(3) = 0.708;
KSe(4) = 0.624;
KSe(5) = 0.565;
KSe(6) = 0.521;
KSe(7) = 0.486;
KSe(8) = 0.457;
KSe(9) = 0.432;
KSe(10) = 0.410;
KSe(11) = 0.391;
KSe(12) = 0.375;
KSe(13) = 0.361;
KSe(14) = 0.349;
KSe(15) = 0.338;

```

```

KSe(16) = 0.328;
KSe(17) = 0.318;
KSe(18) = 0.309;
KSe(19) = 0.301;
KSe(20) = 0.294;
KSe(21) = 0.2892;
KSe(22) = 0.2844;
KSe(23) = 0.2796;
KSe(24) = 0.2748;
KSe(25) = 0.27;
KSe(26) = 0.264;
KSe(27) = 0.258;
KSe(28) = 0.252;
KSe(29) = 0.246;
KSe(30) = 0.24;
KSe(31) = 0.238;
KSe(32) = 0.236;
KSe(33) = 0.234;
KSe(34) = 0.232;
KSe(35) = 0.23;

KSec = 1.36/(sqrt(n));

if n>35
    KSt = KSec;
else
    KSt = KSe(n);
end

return

```

iv. Log-Normal

```

function [KSx,KSt] = KSln(x,u,s)

n = length(x);
x = x(:);
x = sort(x);
gx = logncdf(x,u,s);
M = zeros(2,n);
for i=1:n
    M(i,1) = (gx(i)-((i-1.5)/n));
    M(i,2) = (((i-0.5)/n)-gx(i));
end
b = max(M);
KSx = max(b);

KSe = zeros(35);
KSe(1) = 0.975;
KSe(2) = 0.842;
KSe(3) = 0.708;
KSe(4) = 0.624;
KSe(5) = 0.565;
KSe(6) = 0.521;
KSe(7) = 0.486;
KSe(8) = 0.457;

```

```

KSe(9) = 0.432;
KSe(10) = 0.410;
KSe(11) = 0.391;
KSe(12) = 0.375;
KSe(13) = 0.361;
KSe(14) = 0.349;
KSe(15) = 0.338;
KSe(16) = 0.328;
KSe(17) = 0.318;
KSe(18) = 0.309;
KSe(19) = 0.301;
KSe(20) = 0.294;
KSe(21) = 0.2892;
KSe(22) = 0.2844;
KSe(23) = 0.2796;
KSe(24) = 0.2748;
KSe(25) = 0.27;
KSe(26) = 0.264;
KSe(27) = 0.258;
KSe(28) = 0.252;
KSe(29) = 0.246;
KSe(30) = 0.24;
KSe(31) = 0.238;
KSe(32) = 0.236;
KSe(33) = 0.234;
KSe(34) = 0.232;
KSe(35) = 0.23;
KSec = 1.36/(sqrt(n));
if n>35
    KSt = KSec;
else
    KSt = KSe(n);
end
return

```

D. Códigos para Estimar parámetros

i. Weibull 2p

```

function [m2,t02,mlem2,mlet02] = w2(t,s0)

n=length(t);
%calcular F(t)
F = zeros(1,n);
for i=1:n
    F(i)=(i-0.5)/length(t);
end
%---- MINIMOS CUADRADOS ----
%calcular ln(ln(1/(1-F)))
weib2=log(log(1./(1-F)));
weib2=weib2';
%calcular ln(t)
g1=[log(t) ones(n,1)];
%obtener parametros de la regresion lineal
[b,bint,r,rint,stats] = regress(weib2,g1);
m2=b(1);

```

```

t02=(s0/exp(b(2)))^(1/m2);
%---- MAXIMA VEROSIMILITUD ----
aux = t;
while(min(aux)<0)
    aux = ones(length(aux)-1,1);
    for i = (length(t)-length(aux)):length(t)
        aux = t(i);
    end
end
phat = mle(aux,'distribution','weibull');
mlet02 = phat(1);
mlem2 = phat(2);
return;

```

ii. Weibull 3p

```

function [m,t0,tL,j2m,j2t0,j2tL] = w3(t,s0)
n=length(t);
%ordenar t
t=sort(t);
%calcular F(t)
F = zeros(1,n);
for i=1:length(t),
    F(i)=(i-0.5)/length(t);
end
%calcular ln(ln(1/(1-F)))
weib=log(log(1./(1-F)));
weib=weib';
%----- MINIMOS CUADRADOS ----
sL=fminbnd(@(sL) RLw3(sL,t), 0,t(1));
g2=[log(t-sL) ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(weib,g2);
tL=sL;
m=b(1);
t0=(s0/exp(b(2)))^(1/m);
%----- MINIMO JI2 -----
%calcular ln(ln(1/(1-F)))
sL=fminbnd(@(sL) J2w3(sL,t,s0), 0,t(1));
g2=[log(t-sL) ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(weib,g2);
j2tL=sL;
j2m=b(1);
j2t0=(s0/exp(b(2)))^(1/j2m);
return;

```

iii. Weibull 4p

```

function [m,K,tL,tS,j2m,j2K,j2tL,j2tS] = w4(t,s0)
n=length(t);
%ordenar t
t=sort(t);
%calcular F(t)
F = zeros(1,n);
for i=1:length(t),
    F(i)=(i-0.5)/length(t);
end

```

```

%---- MINIMOS CUADRADOS -----
weib=log(log(1./(1-F)));
weib=weib';
x0=[t(1)*0.999;t(n)*1.001];
A=[[0 0];[0 0]];
b=[0;0];

x =
fmincon(@(x)RLw4(x(1),x(2),t),x0,A,b,A,b,[0.00001;t(n)*1.0001],[t(1)*0.9999
;t(n)*10]);
tL = x(1);
tS = x(2);
tt=zeros(1,n);
for i = 1:n
    tt(i) = log((t(i)-tL)/(tS-t(i)));
end
tt = tt';
g2=[tt ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(weib,g2);
m=b(1);
K=exp(b(2))/s0;
%R2 = stats(1)
ji2w4(t,tL,tS,K,m,s0);
%----- MINIMO JI2 -----
%calcular ln(ln(1/(1-F)))
weib=log(log(1./(1-F)));
weib=weib';
x0=[tL,tS];
A=[[0 0];[0 0]];
b=[0;0];
x =
fmincon(@(x)J2w4(x(1),x(2),t,s0),x0,A,b,A,b,[0.00001;t(n)*1.0001],[t(1)*0.9
999;t(n)*10]);
j2tL = x(1);
j2tS = x(2);
tt=zeros(1,n);
for i = 1:n
    tt(i) = log((t(i)-tL)/(tS-t(i)));
end
tt = tt';
g2=[tt ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(weib,g2);
j2m=b(1);
j2K=exp(b(2))/s0;
ji2w4(t,j2tL,j2tS,j2K,j2m,s0);
return;

```

iv. Normal

```

function [u,s,mleu,mles] = nn(t)
n=length(t);
%ordenar t
t=sort(t);
%calcular F(t)
F = zeros(1,n);
for i=1:length(t),
F(i)=(i-0.5)/length(t);

```

```

end
%----- MINIMOS CUADRADOS -----
% NORMAL
Zn = norminv(F,0,1);
Zn=Zn';
g1=[t ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(Zn,g1);
u=-b(2)/b(1);
s=1/b(1);
%--- MAXIMA VEROSIMILITUD ---
%NORMAL
phat = mle(t,'distribution','normal');
mleu = phat(1);
mles = phat(2);
return;

```

v. Log-Normal

```

function [lu,ls,mlelu,mlels] = ln(t)
n=length(t);
%ordenar t
t=sort(t);
%calcular F(t)
F = zeros(1,n);
for i=1:length(t),
F(i)=(i-0.5)/length(t);
end
%---- MINIMOS CUADRADOS ----
% LOG-NORMAL
Zln = norminv(F,0,1);
Zln=Zln';
g1=[log(t) ones(n,1)];
[b,bint,r,rint,stats] = regress(Zln,g1);
lu=-b(2)/b(1);
ls=1/b(1);
%--- MAXIMA VEROSIMILITUD ---
%LOG-NORMAL
phat = mle(t,'distribution','lognormal');
mlelu = phat(1);
mlels = phat(2);
return;

```

E. Códigos para Simular

i. General

```

function x = simular(dist,s,par,n)
l = length(par);
if ((dist == 1) && (l == 2))
F = unifrnd(0,1,n,1);
F = sort(F);
x = par(2)*((1/s)*log(1./(1-F))).^(1/par(1));
x = sort(x);
return;
end;

```

```

if ((dist == 2) && (l == 3))
    F = unifrnd(0,1,n,1);
    F = sort(F);
    x = par(1)*((1/s)*log(1./(1-F))).^(1/par(2))+par(3);
    x = sort(x);
    return;
end;

if ((dist == 3) && (l == 4))
    F = unifrnd(0,1,n,1);
    F = sort(F);
    x = zeros(n,1);
    for i = 1:n
        x(i)=(par(2).*((log(1./(1-
F(i)))./(s*par(3))).^(1/par(4))+par(1)))/(((log(1./(1-
F(i)))./(s*par(3))).^(1/par(4))+1);
    end
    x = sort(x);
    return;
end;

if ((dist == 4) && (l == 2))
    F = unifrnd(0,1,n,1);
    F = sort(F);
    Zn = norminv(F,0,1);
    x = Zn*par(2)+par(1);
    x = sort(x);
    return;
end;

if ((dist == 5) && (l == 2))
    F = unifrnd(0,1,n,1);
    F = sort(F);
    Zln = norminv(F,0,1);
    x = exp(Zln*par(2)+par(1));
    x = sort(x);
    return;
end;
x = 0;
return

```

ii. Weibull 2p

```

function simw(aa,b,c,d,s0,rep,e,a)
%REGRESION LINEAL
%SIMULAR DATOS
    t = simular(1,s0,[aa b],rep);
%obtener parámetros
    [m2,t02,mlem2,mlet02]=w2(t,s0);
%escribir parámetros en excel
    %VALORES POR REGRESION LINEAL
    str = ['b',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',m2);
    str = ['c',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);

```

```

        set(ExcelRange, 'Value', t02);
%VALORES POR MAXIMA VEROSIMILITUD
        str = ['j', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', mlem2);
        str = ['k', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', mlet02);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [p, ks] = KSw(t, t02, 0, m2, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['f', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['g', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2w(t, 0, t02, m2, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['d', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95, 2);
        str = ['e', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx, ADe] = ADw(t, t02, 0, m2, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['h', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADx);
        str = ['i', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [p, ks] = KSw(t, mlet02, 0, mlem2, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['n', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['o', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2w(t, 0, mlet02, mlem2, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['l', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95, 2);
        str = ['m', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx, ADe] = ADw(t, mlet02, 0, mlem2, s0);

```

```

%escribir resultados del test en excel
    str = ['p',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['q',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);

%MAXIMA VEROSIMILITUD
%SIMULAR DATOS
    t = simular(1,s0,[c d],rep);
%obtener parámetros
    [m2,t02,mlem2,mlet02]=w2(t,s0);
%escribir parámetros en excel
    %VALORES POR REGRESION LINEAL
    str = ['cj',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',m2);
    str = ['ck',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',t02);
    %VALORES POR MAXIMA VEROSIMILITUD
    str = ['cr',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',mlem2);
    str = ['cs',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',mlet02);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSw(t,t02,0,m2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['cn',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['co',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2w(t,0,t02,m2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['cl',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,2);
    str = ['cm',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw(t,t02,0,m2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['cp',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['cq',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov

```

```

    [p,ks] = KSw(t,mlet02,0,mlem2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['cv',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['cw',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2w(t,0,mlet02,mlem2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ct',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,2);
    str = ['cu',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw(t,mlet02,0,mlem2,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['cx',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['cy',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);

return

```

iii. Weibull 3p

```

function simw3(aa,b,c,aaa,bb,cc,s0,rep,e,a)
%WEIBULL 3 PARAMETROS - RL
%SIMULAR DATOS
    t = simular(2,s0,[aa b c],rep);
%obtener parámetros
    [m3,t03,tL3,jm3,jt03,jtL3]=w3(t,s0);
%escribir parámetros en excel
%REGRESION LINEAL
    str = ['r',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',m3);
    str = ['s',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',t03);
    str = ['t',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',tL3);
%MINIMO JI2
    str = ['aa',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',jm3);
    str = ['ab',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',jt03);
    str = ['ac',num2str(a)];

```

```

        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',jtL3);
%REGRESION LINEAL
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSw(t,t03,tL3,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['w',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['x',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2w(t,tL3,t03,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['u',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,3);
    str = ['v',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw(t,t03,tL3,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['y',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['z',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);
%MINIMO JI2
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSw(t,jt03,jtL3,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['af',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['ag',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2w(t,jtL3,jt03,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ad',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,3);
    str = ['ae',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw(t,jt03,jtL3,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ah',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);

```

```

        str = ['ai',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',ADe);
%WEIBULL 3 PARAMETROS - JI2
%SIMULAR DATOS
        t = simular(2,s0,[aaa bb cc],rep);
%obtener parámetros
        [m3,t03,tL3,jm3,jt03,jtL3]=w3(t,s0);
%escribir parámetros en excel
%REGRESION LINEAL
        str = ['cz',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',m3);
        str = ['da',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',t03);
        str = ['db',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',tL3);
%MINIMO JI2
        str = ['di',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',jm3);
        str = ['dj',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',jt03);
        str = ['dk',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',jtL3);
%REGRESION LINEAL
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [p,ks] = KSw(t,t03,tL3,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['de',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',p);
        str = ['df',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2w(t,tL3,t03,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['dc',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95,3);
        str = ['dd',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx,ADe] = ADw(t,t03,tL3,m3,s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['dg',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',ADx);
        str = ['dh',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);

```

```

        set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%MINIMO JI2
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSw(t,jt03,jtL3,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['dn',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', p);
    str = ['do',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2w(t,jtL3,jt03,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['dl',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,3);
    str = ['dm',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw(t,jt03,jtL3,jm3,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['dp',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', ADx);
    str = ['dq',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', ADe);
return

```

iv. Weibull 4p

```

function simw4(aa,b,c,d,aaa,bb,cc,dd,s0,rep,e,a)

%WEIBULL 4 PARAMETROS - RL
%SIMULAR DATOS
    t = simular(3,s0,[aa b c d],rep);
    n = rep;
    m = rep*100;
    aux = zeros(m,1);
    for i = 1:m
        aux(i) = ((t(n)-t(1))/m)*i+t(1);
    end
%obtener parámetros
    [m,K,tL,tS,j2m,j2K,j2tL,j2tS] = w4(t,s0);
%escribir parámetros en excel
%REGRESION LINEAL
    str = ['aj',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', m);
    str = ['ak',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange, 'Value', K);
    str = ['al',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);

```

```

        set(ExcelRange, 'Value', tL);
        str = ['am', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', tS);
%MINIMO JI2
        str = ['at', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', j2m);
        str = ['au', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', j2K);
        str = ['av', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', j2tL);
        str = ['aw', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', j2tS);
%REGRESION LINEAL
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [p, ks] = KSw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['ap', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['aq', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2w4(t, tL, tS, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['an', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95, 3);
        str = ['ao', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx, ADe] = ADw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['ar', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADx);
        str = ['as', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%MINIMO JI2
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [p, ks] = KSw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['az', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['ba', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado

```

```

        ji2s = ji2w4(t,tL,tS,K,m,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ax',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,1);
    str = ['ay',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADw4(t,tS,tL,K,m,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['bb',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['bc',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);

%WEIBULL 4 PARAMETROS - J2
%SIMULAR DATOS
    t = simular(3,s0,[aaa bb cc dd],rep);
%obtener parámetros
    [m,K,tL,tS,j2m,j2K,j2tL,j2tS] = w4(t,s0);
%escribir parámetros en excel
    %REGRESION LINEAL
        str = ['dr',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',m);
        str = ['ds',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',K);
        str = ['dt',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',tL);
        str = ['du',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',tS);
    %MINIMO JI2
        str = ['eb',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',j2m);
        str = ['ec',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',j2K);
        str = ['ed',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',j2tL);
        str = ['ee',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange,'Value',j2tS);
    %REGRESION LINEAL
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSw4(t,tS,tL,K,m,s0);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['dx',num2str(a)];

```

```

ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', p);
str = ['dy', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
ji2s = ji2w4(t, tL, tS, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
str = ['dv', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
pvalor = chi2inv(0.95, 3);
str = ['dw', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
[ADx, ADe] = ADw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
str = ['dz', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADx);
str = ['ea', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%MINIMO JI2
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
[p, ks] = KSw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
str = ['eh', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', p);
str = ['ei', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
ji2s = ji2w4(t, tL, tS, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
str = ['ef', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
pvalor = chi2inv(0.95, 3);
str = ['eg', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
[ADx, ADe] = ADw4(t, tS, tL, K, m, s0);
%escribir resultados del test en excel
str = ['ej', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADx);
str = ['ek', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADe);

```

return

v. Normal

```
function simn(aa,b,c,d,rep,e,a)
%SIMULACION CON REGRESION LINEAL
t = simular(4,0,[aa b],rep);
%obtener parámetros
[u,s,mleu,mles]=mn(t);
%escribir parámetros en excel
str = ['bd',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',u);
str = ['be',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',s);
str = ['bl',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',mleu);
str = ['bm',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',mles);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
[p,ks] = KSn(t,u,s);
%escribir resultados del test en excel
str = ['bh',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',p);
str = ['bi',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
ji2s = ji2n(t,u,s);
%escribir resultados del test en excel
str = ['bf',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ji2s);
pvalor = chi2inv(0.95,2);
str = ['bg',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
[ADx,ADe] = ADn(t,u,s);
%escribir resultados del test en excel
str = ['bj',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ADx);
str = ['bk',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ADe);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
[p,ks] = KSn(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
str = ['bp',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',p);
str = ['bq',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ks);
```

```

%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2n(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['bn',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,2);
    str = ['bo',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADn(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['br',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['bs',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);
%SIMULACION CON MAXIMA VEROSIMILITUD
    t = simular(4,0,[c d],rep);
%obtener parámetros
    [u,s,mleu,mles]=nn(t);
%escribir parámetros en excel
    str = ['el',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',u);
    str = ['em',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',s);
    str = ['et',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',mleu);
    str = ['eu',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',mles);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSn(t,u,s);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ep',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['eq',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2n(t,u,s);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['en',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,2);
    str = ['eo',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADn(t,u,s);

```

```

%escribir resultados del test en excel
    str = ['er',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['es',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
    [p,ks] = KSn(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ex',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',p);
    str = ['ey',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
    ji2s = ji2n(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ev',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ji2s);
    pvalor = chi2inv(0.95,2);
    str = ['ew',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
    [ADx,ADe] = ADn(t,mleu,mles);
%escribir resultados del test en excel
    str = ['ez',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADx);
    str = ['fa',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ADe);
return

```

vi. Log-Normal

```

function simln(aa,b,c,d,rep,e,a)
%SIMULACION CON REGRESION LINEAL
    t = simular(5,0,[aa b],rep);
%obtener parámetros
    [lu,ls,mlelu,mlels]=ln(t);
%escribir parámetros en excel
    str = ['bt',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',lu);
    str = ['bu',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',ls);
    str = ['cb',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);
    set(ExcelRange,'Value',mlelu);
    str = ['cc',num2str(a)];
    ExcelRange = Range(e,str);

```

```

        set(ExcelRange, 'Value', mlels);
%obtener función
        l = normcdf(log(t), lu, ls);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [h,p,ks] = kstest(t,[t l]);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['bx',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['by',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2ln(t,lu,ls);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['bv',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95,2);
        str = ['bw',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx,ADe] = ADln(t,lu,ls);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['bz',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADx);
        str = ['ca',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%obtener función
        l = normcdf(log(t), mlelu, mlels);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
        [h,p,ks] = kstest(t,[t l]);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['cf',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', p);
        str = ['cg',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
        ji2s = ji2ln(t,mlelu,mlels);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['cd',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
        pvalor = chi2inv(0.95,2);
        str = ['ce',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);
        set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
        [ADx,ADe] = ADln(t,mlelu,mlels);
%escribir resultados del test en excel
        str = ['ch',num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e,str);

```

```

        set(ExcelRange, 'Value', ADx);
        str = ['ci', num2str(a)];
        ExcelRange = Range(e, str);
        set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%SIMULACION CON MAXIMA VEROSIMILITUD
t = simular(5,0,[c d],rep);
%obtener parámetros
[lu,ls,mlelu,mlels]=ln(t);
%escribir parámetros en excel
str = ['fb', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', lu);
str = ['fc', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ls);
str = ['fj', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', mlelu);
str = ['fk', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', mlels);
%obtener función
l = normcdf(log(t), lu, ls);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
[h,p,ks] = kstest(t,[t l]);
%escribir resultados del test en excel
str = ['ff', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', p);
str = ['fg', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ks);
%realizar el test de ji cuadrado
ji2s = ji2ln(t, lu, ls);
%escribir resultados del test en excel
str = ['fd', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ji2s);
pvalor = chi2inv(0.95,2);
str = ['fe', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
[ADx,ADe] = ADln(t, lu, ls);
%escribir resultados del test en excel
str = ['fh', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADx);
str = ['fi', num2str(a)];
ExcelRange = Range(e, str);
set(ExcelRange, 'Value', ADe);
%obtener función
l = normcdf(log(t), mlelu, mlels);
%realizar el test de Kolmogorov-Smirnov
[h,p,ks] = kstest(t,[t l]);
%escribir resultados del test en excel
str = ['fn', num2str(a)];

```

```

ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',p);
str = ['fo',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ks);
%realizar el test de ji cuadrado
ji2s = ji2ln(t,mlelu,mlels);
%escribir resultados del test en excel
str = ['fl',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ji2s);
pvalor = chi2inv(0.95,2);
str = ['fm',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',pvalor);
%realizar el test de Anderson Darling
[ADx,ADe] = ADln(t,mlelu,mlels);
%escribir resultados del test en excel
str = ['fp',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ADx);
str = ['fq',num2str(a)];
ExcelRange = Range(e,str);
set(ExcelRange,'Value',ADe);
return

```

F. Manual para utilizar los programas expuestos

Se adjuntan todos los códigos de programación, así como también un disco que contiene los programas en formato digital, para su posterior utilización. Para realizar el análisis es necesario contar, primero, con una copia de los archivos Excel, dónde se entregarán luego los resultados. Estos archivos deben estar en una carpeta conocida y deben ser abiertos desde MATLAB utilizando el siguiente código:

```

xcl = actxserver ('Excel.Application'); %ActiveX de Excel
eWorkbooks = invoke(xcl.Workbooks,'Open', '<nombre del archivo>');
xcl.Visible = 1;

```

A modo de ejemplo, si el archivo “Pruebas” de Microsoft Excel entregado se ha copiado, se ha llamado “Resultados.xls” y está en la carpeta C:\Documentos\, donde dice <nombre del archivo> se escribirá “C:\Documentos\Resultados.xls” y el código queda, finalmente:

```

xcl = actxserver ('Excel.Application'); %ActiveX de Excel
eWorkbooks = invoke(xcl.Workbooks,'Open', 'C:\Documentos\Resultados.xls');
xcl.Visible = 1;

```

Luego, se deben agregar al espacio de MATLAB los valores de las propiedades a estudiar (que en este caso fueron tensiones de corte) y las superficies o volúmenes asociados a la distribución de Weibull. Para hacer esto se escribe en la línea de comandos de matlab:

```
s = 0.057;  
T = zeros(1,n);
```

Aquí s es la superficie de contacto entre el mortero y el ladrillo de adobe y n será la cantidad de datos con que se cuenta de las tensiones de corte que ubicaremos en T . Suponiendo que el primer dato es 150 y el n -ésimo es 1.404, los ubicamos en las distintas posiciones dentro del vector T . Los valores pueden estar en Pascales, kilo Pascales u otra unidad, dependiendo de la propiedad en estudio. Se recomienda que jamás estén los valores por debajo del 1, por lo cual se debe seleccionar la unidad que entregue los valores en un intervalo entre 1 y 1.000, idealmente.

```
T(1) = 150;  
T(2) = ...  
T(n) = 1404;
```

Asumiendo que ya están creadas las variables: xcl – que sería la conexión entre MATLAB y Excel –, s – que sería en este caso la superficie de contacto – y T – que corresponde al conjunto de datos de la tensión de corte u otra propiedad en estudio, para realizar el estudio, el comando a ejecutar es:

```
Procesos(t,s,xcl,m);
```

En que m será la cantidad de veces que se quieren realizar las simulaciones. Si se elige una vez, se realizará una simulación con 50 datos, una con 100, una con 200 y así sucesivamente. En general, se recomienda indicarle al computador que realice muchas simulaciones, por ejemplo 500, de manera que se puede dejar el sistema trabajando durante la noche y así no se pierde tiempo valioso.

Finalmente, una vez que se tienen los resultados en el archivo Excel, se guardan los cambios y se abre, desde MATLAB un nuevo archivo que corresponde al archivo “Documentos” entregado junto con el resto de la información en el disco. Así, suponiendo que este último archivo se ha copiado en la misma carpeta que el archivo “Resultados.xls” y se ha llamado “Diseno.xls”, se corre el siguiente código en la línea de comandos de MATLAB:

```
dis = actxserver ('Excel.Application');  
eWorkbooks = invoke(dis.Workbooks, 'Open', 'C:\Documentos\Diseno.xls');  
dis.Visible = 1;  
diseno(xcl,dis);
```

Este último comando calculará los promedios y las desviaciones estándar de los resultados obtenidos a partir de simulación, y se podrá apreciar los resultados en las tablas y los gráficos del archivo de diseño mencionado. A partir de estos resultados y los obtenidos en la planilla de Excel “Resultados”, se deben calcular las dispersiones por medio de los dos métodos expuestos en este documento, para lo cual se recomienda la utilización del programa MAPLE.

G. Tabla de Valores de χ^2

| χ^2 ϕ | 0.995 | 0.99 | 0.975 | 0.95 | 0.9 | 0.75 | 0.5 | 0.25 | 0.1 | 0.05 | 0.025 | 0.01 | 0.005 | χ^2 ϕ |
|--------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------------------|
| 1 | 3.93E-05 | 1.57E-04 | 9.82E-04 | 3.93E-03 | 1.58E-02 | 0.102 | 0.455 | 1.323 | 2.71 | 3.84 | 5.02 | 6.63 | 7.88 | 1 |
| 2 | 1.00E-02 | 2.01E-02 | 5.08E-02 | 0.103 | 0.211 | 0.575 | 1.386 | 2.77 | 4.61 | 5.99 | 7.38 | 9.21 | 10.60 | 2 |
| 3 | 7.17E-02 | 0.115 | 0.216 | 0.352 | 0.584 | 1.213 | 2.37 | 4.11 | 6.25 | 7.81 | 9.35 | 11.34 | 12.84 | 3 |
| 4 | 0.207 | 0.297 | 0.484 | 0.711 | 1.064 | 1.923 | 3.36 | 5.39 | 7.78 | 9.49 | 11.14 | 13.28 | 14.86 | 4 |
| 5 | 0.412 | 0.554 | 0.831 | 1.145 | 1.610 | 2.67 | 4.35 | 6.63 | 9.24 | 11.07 | 12.83 | 15.09 | 16.75 | 5 |
| 6 | 0.676 | 0.872 | 1.237 | 1.635 | 2.20 | 3.45 | 5.35 | 7.84 | 10.64 | 12.59 | 14.45 | 16.81 | 18.55 | 6 |
| 7 | 0.989 | 1.239 | 1.690 | 2.17 | 2.83 | 4.25 | 6.35 | 9.04 | 12.02 | 14.07 | 16.01 | 18.48 | 20.3 | 7 |
| 8 | 1.344 | 1.647 | 2.18 | 2.73 | 3.49 | 5.07 | 7.34 | 10.22 | 13.36 | 15.51 | 17.53 | 20.1 | 22.0 | 8 |
| 9 | 1.735 | 2.09 | 2.70 | 3.33 | 4.17 | 5.90 | 8.34 | 11.39 | 14.68 | 16.92 | 19.02 | 21.7 | 23.6 | 9 |
| 10 | 2.16 | 2.56 | 3.25 | 3.94 | 4.87 | 6.74 | 9.34 | 12.55 | 15.99 | 18.31 | 20.5 | 23.2 | 25.2 | 10 |
| 11 | 2.60 | 3.05 | 3.82 | 4.57 | 5.58 | 7.58 | 10.34 | 13.70 | 17.28 | 19.68 | 21.9 | 24.7 | 26.8 | 11 |
| 12 | 3.07 | 3.57 | 4.40 | 5.23 | 6.30 | 8.44 | 11.34 | 14.85 | 18.55 | 21.0 | 23.3 | 26.2 | 28.3 | 12 |
| 13 | 3.57 | 4.11 | 5.01 | 5.89 | 7.04 | 9.30 | 12.34 | 15.98 | 19.81 | 22.4 | 24.7 | 27.7 | 29.8 | 13 |
| 14 | 4.07 | 4.66 | 5.63 | 6.57 | 7.79 | 10.17 | 13.34 | 17.12 | 21.1 | 23.7 | 26.1 | 29.1 | 31.3 | 14 |
| 15 | 4.60 | 5.23 | 6.26 | 7.26 | 8.55 | 11.04 | 14.34 | 18.25 | 22.3 | 25.0 | 27.5 | 30.6 | 32.8 | 15 |
| 16 | 5.14 | 5.81 | 6.91 | 7.96 | 9.31 | 11.91 | 15.34 | 19.37 | 23.5 | 26.3 | 28.8 | 32.0 | 34.3 | 16 |
| 17 | 5.70 | 6.41 | 7.56 | 8.67 | 10.09 | 12.79 | 16.34 | 20.5 | 24.8 | 27.6 | 30.2 | 33.4 | 35.7 | 17 |
| 18 | 6.26 | 7.01 | 8.23 | 9.39 | 10.86 | 13.68 | 17.34 | 21.6 | 26.0 | 28.9 | 31.5 | 34.8 | 37.2 | 18 |
| 19 | 6.84 | 7.63 | 8.91 | 10.12 | 11.65 | 14.56 | 18.34 | 22.7 | 27.2 | 30.1 | 32.9 | 36.2 | 38.6 | 19 |
| 20 | 7.43 | 8.26 | 9.59 | 10.85 | 12.44 | 15.45 | 19.34 | 23.8 | 28.4 | 31.4 | 34.2 | 37.6 | 40.0 | 20 |
| 21 | 8.03 | 8.90 | 10.28 | 11.59 | 13.24 | 16.34 | 20.3 | 24.9 | 29.6 | 32.7 | 35.5 | 38.9 | 41.4 | 21 |
| 22 | 8.64 | 9.54 | 10.98 | 12.34 | 14.04 | 17.24 | 21.3 | 26.0 | 30.8 | 33.9 | 36.8 | 40.3 | 42.8 | 22 |
| 23 | 9.26 | 10.20 | 11.69 | 13.09 | 14.85 | 18.14 | 22.3 | 27.1 | 32.0 | 35.2 | 38.1 | 41.6 | 44.2 | 23 |
| 24 | 9.89 | 10.86 | 12.40 | 13.85 | 15.66 | 19.04 | 23.3 | 28.2 | 33.2 | 36.4 | 39.4 | 43.0 | 45.6 | 24 |
| 25 | 10.52 | 11.52 | 13.12 | 14.61 | 16.47 | 19.94 | 24.3 | 29.3 | 34.4 | 37.7 | 40.6 | 44.3 | 46.9 | 25 |
| 26 | 11.16 | 12.20 | 13.84 | 15.38 | 17.29 | 20.8 | 25.3 | 30.4 | 35.6 | 38.9 | 41.9 | 45.6 | 48.3 | 26 |
| 27 | 11.81 | 12.88 | 14.57 | 16.15 | 18.11 | 21.7 | 26.3 | 31.5 | 36.7 | 40.1 | 43.2 | 47.0 | 49.6 | 27 |
| 28 | 12.46 | 13.56 | 15.31 | 16.93 | 18.94 | 22.7 | 27.3 | 32.6 | 37.9 | 41.3 | 44.5 | 48.3 | 51.0 | 28 |
| 29 | 13.12 | 14.26 | 16.05 | 17.71 | 19.77 | 23.6 | 28.3 | 33.7 | 39.1 | 42.6 | 45.7 | 49.6 | 52.3 | 29 |
| 30 | 13.79 | 14.95 | 16.79 | 18.49 | 20.6 | 24.5 | 29.3 | 34.8 | 40.3 | 43.8 | 47.0 | 50.9 | 53.7 | 30 |
| 40 | 20.7 | 22.2 | 24.4 | 26.5 | 29.1 | 33.7 | 39.3 | 45.6 | 51.8 | 55.8 | 59.3 | 63.7 | 66.8 | 40 |
| 50 | 28.0 | 29.7 | 32.4 | 34.8 | 37.7 | 42.9 | 49.3 | 56.3 | 63.2 | 67.5 | 71.4 | 76.2 | 79.5 | 50 |
| 60 | 35.5 | 37.5 | 40.5 | 43.2 | 46.5 | 52.3 | 59.3 | 67.0 | 74.4 | 79.1 | 83.3 | 88.4 | 92.0 | 60 |
| 70 | 43.3 | 45.4 | 48.8 | 51.7 | 55.3 | 61.7 | 69.3 | 77.6 | 85.5 | 90.5 | 95.0 | 100.4 | 104.2 | 70 |
| 80 | 51.2 | 53.5 | 57.2 | 60.4 | 64.3 | 71.1 | 79.3 | 88.1 | 96.6 | 101.9 | 106.6 | 112.3 | 116.3 | 80 |
| 90 | 59.2 | 61.8 | 65.6 | 69.1 | 73.3 | 80.6 | 89.3 | 98.6 | 107.6 | 113.1 | 118.1 | 124.1 | 128.3 | 90 |
| 100 | 67.3 | 70.1 | 74.2 | 77.9 | 82.4 | 90.1 | 99.3 | 109.1 | 118.5 | 124.3 | 129.6 | 135.8 | 140.2 | 100 |
| Z_α | -2.58 | -2.33 | -1.96 | -1.64 | -1.28 | -0.674 | 0.000 | 0.674 | 1.282 | 1.645 | 1.96 | 2.33 | 2.58 | Z_α |

H. Tabla de Valores de KS

| Tamaño muestral n | Nivel de significación | | | | |
|----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| | 0,20 | 0,15 | 0,10 | 0,05 | 0,01 |
| 1 | 0,900 | 0,925 | 0,950 | 0,975 | 0,995 |
| 2 | 0,684 | 0,726 | 0,776 | 0,842 | 0,929 |
| 3 | 0,565 | 0,597 | 0,642 | 0,708 | 0,828 |
| 4 | 0,494 | 0,525 | 0,564 | 0,624 | 0,733 |
| 5 | 0,446 | 0,474 | 0,510 | 0,565 | 0,669 |
| 6 | 0,410 | 0,436 | 0,470 | 0,521 | 0,618 |
| 7 | 0,381 | 0,405 | 0,438 | 0,486 | 0,577 |
| 8 | 0,358 | 0,381 | 0,411 | 0,457 | 0,543 |
| 9 | 0,339 | 0,360 | 0,388 | 0,432 | 0,514 |
| 10 | 0,322 | 0,342 | 0,368 | 0,410 | 0,490 |
| 11 | 0,307 | 0,326 | 0,352 | 0,391 | 0,468 |
| 12 | 0,295 | 0,313 | 0,338 | 0,375 | 0,450 |
| 13 | 0,284 | 0,302 | 0,325 | 0,361 | 0,433 |
| 14 | 0,274 | 0,292 | 0,314 | 0,349 | 0,418 |
| 15 | 0,266 | 0,283 | 0,304 | 0,338 | 0,404 |
| 16 | 0,258 | 0,274 | 0,295 | 0,328 | 0,392 |
| 17 | 0,250 | 0,266 | 0,286 | 0,318 | 0,381 |
| 18 | 0,244 | 0,259 | 0,278 | 0,309 | 0,371 |
| 19 | 0,237 | 0,252 | 0,272 | 0,301 | 0,363 |
| 20 | 0,231 | 0,246 | 0,264 | 0,294 | 0,356 |
| 25 | 0,21 | 0,22 | 0,24 | 0,27 | 0,32 |
| 30 | 0,19 | 0,20 | 0,22 | 0,24 | 0,29 |
| 35 | 0,18 | 0,19 | 0,21 | 0,23 | 0,27 |
| >35 | $\frac{1,07}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1,14}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1,22}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1,36}{\sqrt{n}}$ | $\frac{1,63}{\sqrt{n}}$ |

n es el tamaño de la muestra.