



**UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA CIVIL**

**MODELAMIENTO Y PREDICCIÓN DE CAPACIDAD DE CORTE EN MUROS
CORTOS MEDIANTE UN MODELO PUNTAL TENSOR**

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL

DANIELA CATALINA VILLAR POBLETE

PROFESOR GUÍA:
LEONARDO MASSONE SANCHEZ

MIEMBROS DE LA COMISIÓN:
FERNANDO YAÑEZ
MAXIMILIANO ASTROZA

SANTIAGO DE CHILE
2010

RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL
TÍTULO DE INGENIERO CIVIL
POR : DANIELA VILLAR POBLETE
FECHA : 12 DE JULIO 2010
PROF. GUÍA : SR. LEONARDO MASSONE

MODELAMIENTO Y PREDICCIÓN DE CAPACIDAD DE CORTE DE MUROS CORTOS MEDIANTE UN MODELO PUNTAL TENSOR

Muros de hormigón armado con una proporción de altura versus largo menor a dos, son importantes componentes estructurales en edificios de muros con grandes aberturas y en casi todas las estructuras nucleares. El comportamiento de estos muros cortos en eventos sísmicos es de importancia ya que estos son diseñados para proporcionar rigidez lateral y resistencia en un edificio o estructura. Actualmente, las normas y códigos se enfocan en muros que generalmente fallan por flexo-compresión, mientras que un muro corto está gobernado por los esfuerzos de corte los que son más difíciles de predecir que las fallas por flexión.

En este trabajo se modificó el modelo de Viu (2009), con orígenes en el modelo de Hwang et. al (2001), los que corresponde a un modelo puntal-tensor de compresión reducida para muros cortos, capaz de predecir la resistencia al corte asociada a una falla de compresión diagonal. Este modelo considera un sistema de tres mecanismos resistentes para muros de hormigón armado: diagonal, vertical y horizontal. La modificación principal corresponde a la introducción de un parámetro α que representa la porción del tensor de la armadura vertical distribuida que no se transmite como esfuerzo a la fundación. La respuesta mejora considerablemente al permitir a este refuerzo transmitir el 70% del esfuerzo a la fundación. A pesar de las mejoras, el modelo podría resultar en sobre-estimaciones de la fuerza en los puntales inclinados, causando tracciones en el puntal principal, e indicar degradación de capacidad con el aumento del refuerzo vertical distribuido.

El modelo fue calibrado a partir de una base de datos existente de 252 muros, incluyéndose muros con doble empotramiento, así como muros en voladizo y una amplia gama de valores asociados a la geometría, refuerzo y propiedades de los materiales. Con esta formulación, el promedio de la relación de capacidades de corte del modelo y del ensayo, es de 0.95 con una desviación estándar relativamente baja de 0.20, al compararlo con otros modelos disponibles en la literatura.

TABLA DE CONTENIDO

TABLA DE CONTENIDO	III
ÍNDICE DE GRÁFICOS	III
INDICE DE TABLAS	IV
INDICE DE FIGURAS	V
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTE GENERALES.....	1
1.2 MODELO PUNTAL TENSOR	2
1.3 OBJETIVOS	4
1.3.1 Objetivo General.....	4
1.3.2 Objetivos Específicos	4
1.4 METODOLOGIA	4
2. MODELO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS	7
2.1 PRESENTACIÓN	7
2.2 RESUMEN DEL MODELO DE HWANG ET AL.(2001).....	7
2.2.1 Modelo Geométrico.....	9
2.2.2 Condiciones de Equilibrio	11
2.2.3 Leyes Constitutivas.....	13
2.2.4 Condiciones de Compatibilidad.....	15
2.2.5 Procedimiento Numérico para calcular el esfuerzo de corte mediante el modelo de Hwang	15
3. MODIFICACIONES AL MODELO DE HWANG ET AL.(2001) REALIZADAS POR VIU (2009)	17
3.1 Modificaciones Geométricas al modelo de Hwang et al. (2001).....	17
3.2 Características de la Modelación a través de Deformaciones	18
4. MODIFICACIONES AL MODELO DE VIU (2009)	25
4.1 Descripción de Datos Experimentales	25
4.2 Ecuaciones de Equilibrio	26
4.2.1. Muros en Voladizo	26

4.2.2 Muros Doblemente Empotrados	29
4.2 Calibración de la ecuación de deformación	32
4.3 Calibración del parámetro α	36
4.4 Discusión de la consideración de deformación horizontal distinta de cero	39
4.5. Tendencias de los resultados.....	44
4. 5.1 Tendencias Generales	44
4.5.2 Tendencias Específicas	46
4.6 Deficiencias del Modelo.....	56
5. COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS	65
5.1 Ecuaciones publicadas para predecir el máximo esfuerzo de corte en muros cortos de hormigón armado.....	65
5.1.1 ACI 318-05	65
5.1.2. Barda et al.	67
5.1.3. Wood (1990)	68
5.1.4 ASCE/SEI 43-05.....	68
5.2 Comparación de los resultados obtenidos con los ensayos con los resultados obtenidos en los ensayos	69
6. CONCLUSIONES.....	72
7. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA	76

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Calibración de la deformación en la dirección -r.....	34
Gráfico 2 Variación del valor promedio del cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ con el parámetro α	38
Gráfico 3 Variación de la desviación estándar del cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ con el parámetro α	39
Gráfico 4 Curva de Coeficiente de reducción versus ángulo de inclinación del puntal para cada ensayo de la base de datos.....	40
Gráfico 5 Consideración del parámetro gamma en términos de coeficiente de reducción y θ para ensayos de la base de datos considerando γ 0.4 y 0.....	42
Gráfico 6 Consideración del parámetro γ en términos de coeficiente de reducción vs. θ para ensayos de la base de datos.	43
Gráfico 7 Comparación entre el cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo con respecto a la relación de aspecto	44
Gráfico 8 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía vertical	45
Gráfico 9 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía horizontal	46
Gráfico 10 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía de borde	46
Gráfico 11 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 1.....	48
Gráfico 12 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 0.....	48
Gráfico 13 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de bode para α igual a 1 para ensayos con cuát de borde menor al 1% o que esta fuera muy pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no está fluyendo.	49
Gráfico 14 Comparación del cociente del esfuerzo de corte d	

INDICE DE TABLAS

Tabla 1 Sensibilidad del parámetro α en promedios y desviaciones estándar para los esfuerzo de corte del modelo sobre los resultados obtenidos en los ensayos.	37
Tabla 2 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde esta Fluyendo considerando el cuociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	61
Tabla 3 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde no está Fluyendo considerando el cuociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	62
Tabla 4 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	70

INDICE DE FIGURAS

Figura 1 Marco con Regiones B y D (Adaptada de Schlaich J et. al (1987))	2
Figura 2 Campo de de tensiones dentro del muro (Yu and Hwang (2005))	8
Figura 3 Modelo de Hwang: a) Acciones e Internas de corte en un muro corto (Hwang et al. (2001)) b) Elemento bidimensional del muro en el punto “a”.	9
Figura 4 Mecanismos Resistentes al corte en muros cortos:(a) Diagonal, (b) Horizontal, (c) Vertical (Adaptada de Hwang et al. (2009))	10
Figura 5 Idealización del Modelo Puntal Tensor (Hsin-Wan Yu (2005))	10
Figura 6 Diagrama de Fuerzas en el nodo (Hwang y Lee (2002))	13
Figura 7 Diagrama con el algoritmo para obtener esfuerzo de corte mediante el Modelo de Hwang et al. (2001).	16
Figura 8 Elementos de corte en Muros de curvatura simple y doble (Viu (2009)).	18
Figura 9 Diagrama de la solución de la calibración de deformaciones y desplazamiento lateral con respecto a la altura (Viu (2009))	23
Figura 10 Mecanismo de Transmisión de fuerzas para muro en voladizo.....	27
Figura 11 Equilibrio de Fuerzas Nudo Superior Muro voladizo	27
Figura 12 Mecanismo de Transmisión de fuerzas Muro doblemente empotrado.....	29
Figura 13 Círculo de Mohr de deformaciones	32
Figura 14 Muro Simplemente empotrado considerando parámetro α	37
el modelo y del ensayo respecto a la cuantía de bode para α igual a 0 para ensayos con cuantía de borde menor al 1% o con armadura pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no está fluyendo.	50
Gráfico 15 Comparación del cuociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de bode para α igual a 0.3 para ensayos co n cuantía de borde menor al 1% o con armadura pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no esta fluyendo....	51
Gráfico 16 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 11 y 13.	52
Gráfico 17 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 1,2 y 4.	53
Gráfico 18 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 14 y 16.	54
Gráfico 19 de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 6 y 8.....	55
Gráfico 20 de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 7 y 10.....	56
Gráfico 21 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el calulo de la capacidad al corte en muros voladizo considerando un α 0.3.....	57

Gráfico 22 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el cálculo de la capacidad al corte en muros voladizo considerando un α igual a 1	58
Gráfico 23 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el cálculo de la capacidad al corte en muros doblemente empotrados considerando un α igual a 0.3..	59
Gráfico 24 Muros ensayados en los cuales el reporte indica la falla de corte. Se indican los muros en que la armadura de borde esta fluyendo y en los ensayos en que esta no fluye.....	59
Gráfico 25 Clasificación según condiciones de apoyo para muros en donde la armadura de borde esta fluyendo.....	60
Gráfico 26 Clasificación según condiciones de apoyo para muros en donde la armadura de borde no esta fluyendo.	61
Gráfico 27 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde esta Fluyendo considerando el cuociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	62
Gráfico 28 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde no está Fluyendo considerando el cuociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	63
Gráfico 29 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, comparado con el esfuerzo de corte obtenido del ensayo.....	71
Gráfico 30 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, comparado con el esfuerzo de corte obtenido del ensayo.....	74

1. INTRODUCCIÓN

1.1 ANTECEDENTE GENERALES

En general, muros estructurales han mostrado un buen comportamiento frente a sollicitaciones sísmicas, por lo cual en un país sísmico como Chile, es importante el detallamiento de las armaduras de hormigón armado para un buen desempeño de las estructuras así como también para el modelamiento y el diseño de éstas.

En particular, existen muros cortos (relación alto versus largo menor a dos) de hormigón armado que se encuentran en niveles de estacionamiento o fachadas con grandes aberturas.

En las estructuras de hormigón armado es posible diferenciar dos regiones dependiendo de la distribución de esfuerzos en cada una. Estas son las regiones B y D. En las primeras la se puede aplicar el principio de Bernoulli, en donde secciones planas permanecen planas, siguiendo la teoría de flexión. En este caso los elementos esbeltos y las cargas están aplicadas lejos de la zona de estudio. Fuera de estas regiones se encuentran las regiones D, o discontinuidades, en donde los esfuerzos no se distribuyen uniformemente por lo que las secciones planas no permanecen planas. Esto se debe a la aplicación de cargas concentradas o discontinuidades estructurales. En el caso particular de muros cortos de hormigón armado, la distribución de cargas y la poca esbeltez lo caracterizan como una región D. Así, se hace necesario un modelo que sea capaz predecir los modos de fallas.

En esta memoria, se analiza un modelo puntal tensor con capacidad reducida del hormigón desarrollado por Hwang et. al.(2001) y modificado por Viu(2009) en el cual las distribuciones de fuerzas se modelan a través de elementos de tracción y compresión que representan las cargas que toman el acero y el hormigón,

respectivamente. De esta manera los flujos de distribución de esfuerzos dentro del muro de hormigón representan lo que ocurre con las regiones D.

1.2 MODELO PUNTAL TENSOR

El modelo puntal tensor distingue dos zonas en su análisis: regiones B, donde la hipótesis de Bernoulli se asume válida, es decir secciones planas permanecen planas y las regiones D, donde las secciones no permanecen planas y existen distorsiones en los flujos de esfuerzos debido a discontinuidades o concentraciones de cargas. Estas se pueden observar en la figura 1.

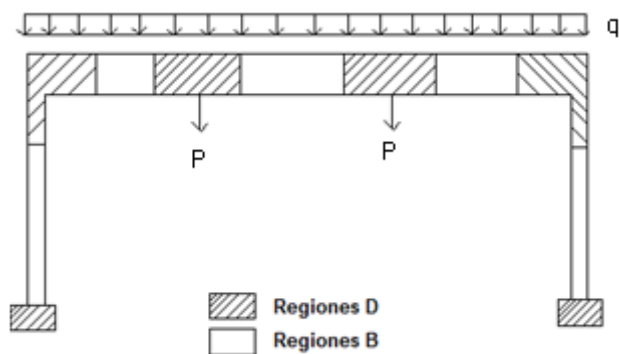


Figura 1 Marco con Regiones B y D (Adaptada de Schlaich J et. al (1987))

El modelo puntal tensor se introdujo para simplificar el diseño de las regiones D. El modelo puntal tensor modela la región mediante un sistema reticulado de bielas de tracción y compresión que representan los esfuerzos. Estos se diseñan para que permitan transferir las cargas a los apoyos. En este caso, se toma el muro en su totalidad como una región D. Algunos modelos, como el de Hwang et al. (2001) no solo se basa en equilibrio, sino que además, contempla la compatibilidad de deformaciones y las leyes constitutivas de un panel de hormigón armado.

Debido a la baja resistencia del hormigón en tracción, los esfuerzos de tracción son tomados por el acero, mientras que los puntales de compresión representan los esfuerzos que toma el hormigón. Se pueden configurar distintas trayectorias de estos

puntales y tensores, pero las que mejor satisfacen el comportamiento de la estructura son las que siguen las trayectorias de las tensiones y compresiones al interior del elemento.

Este modelo se puede extender a las regiones B, siendo este una buena herramienta para diseñar estructuras.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

El objetivo principal de esta memoria es verificar la capacidad al corte en muros cortos mediante un modelo puntal tensor que considera la degradación de la capacidad resistente a la compresión del hormigón.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Analizar y comparar la capacidad de corte con un modelo actualmente desarrollado por Viu(2009) modificado, basado en el método puntal-tensor de Hwang et al.(2001), para una base de datos que considera tanto muros cargados en voladizo como con doble empotramiento.
- Contrastar la capacidad al corte obtenida en el estudio, con algunas ecuaciones disponibles en la literatura.

1.4 METODOLOGIA

La metodología de desarrollo a utilizar en este trabajo de título es la siguiente:

Capítulo 1

En este primer capítulo se recopila información sobre modelos a utilizar, se detalla y describen las características de un modelo puntal tensor para muros cortos de hormigón armado. Además, se describen las aplicaciones que este tiene en el cálculo de estructuras.

Capítulo 2

Se describirá el Modelo de Hwang et al. (2001). Este sirve de base para el modelo modificado de Viu (2009). Se describirán características del modelo, tales como los supuestos, características geométricas, leyes constitutivas y las condiciones de compatibilidad de cada uno. El modelo de Hwang resuelve el set de ecuaciones para determinar el esfuerzo de corte mediante un análisis incremental.

Capítulo 3

Se describirán las modificaciones efectuadas por Viu(2009) al modelo presentado anteriormente de Hwang et al. (2001). Este plantea cambiar el proceso de búsqueda del esfuerzo de corte mediante el cálculo de las deformaciones verticales y horizontal, debido a esto, el modelo deja de ser iterativo y queda determinado por el desplazamiento lateral con respecto a la altura (*drift*). Así además, se incorporan al análisis los muros en que no existe armadura distribuida en el sentido vertical, horizontal o ambos.

Por otra parte, se agregan al análisis los muros con doble empotramiento que no fueron considerados en el análisis realizado por Hwang et al. (2001). Estos tienen un comportamiento levemente distinto a los muros simplemente empotrados, por lo que se debe redefinir el modelo del elemento corte en estos muros.

Capítulo 4

Se describe la base de datos utilizada para la verificación del modelo de Viu(2009) y los cambios realizados a este. Se recurrirá a muros en voladizo y en doble empotramiento con distintas armaduras, relaciones de aspecto y propiedades de los materiales. Se plantean cambios al modelo de Viu (2009). Se analiza como la armadura vertical distribuida influye en los resultados obtenidos con el modelo planteado. Estos se comparan además con la capacidad obtenida en los ensayos.

Asimismo, se estudia el impacto de considerar que el muro no se expande al nivel del puntal principal. Se describen las tendencias con respecto a los distintos parámetros de los que depende el modelo.

Capítulo 5

Se recopila información sobre modelos existentes en la literatura que describen fallas de corte en muros cortos. Los resultados de los cortes obtenidos con las distintas ecuaciones se comparan con los resultados obtenidos de los ensayos. Para esto se utilizarán 4 modelos propuestos en la literatura: 1) Barda et al. [16]; 2) Wood (1990)[20]; 3) Capítulo 21 de ACI 318-05[9]; 4) Capítulo 11 de ACI 318-05[9] y 5) ASCE/SEI 43-05[21].

Capítulo 6

En este capítulo se presentan las conclusiones.

2. MODELO PUNTAL TENSOR PARA MUROS CORTOS

2.1 PRESENTACIÓN

En este capítulo se describe el trabajo realizado por Hwang et al. (2001). Se describen los procedimientos y conceptos involucrados para determinar la capacidad lateral de muros cortos.

El modelo de Hwang et al. (2001) es un modelo puntal tensor de compresión reducida para muros cortos que predice la resistencia al corte asociada a una falla de compresión diagonal, donde se considera un sistema de tres mecanismos enrejados hiperestáticos resistentes para muros de hormigón armado.

La distribución de la fuerza entre estos tres mecanismos se obtiene por medio de factores de distribución basados en la inclinación del puntal de compresión. Además, el modelo toma en consideración la compatibilidad de deformaciones y las relaciones constitutivas de los materiales.

El modelo asume una falla a través de la diagonal del muro, de forma que las fuerzas obtenidas por los tres mecanismos de falla proyectados en la diagonal principal entregan la máxima sollicitación en el muro. La capacidad se define cuando esta sollicitación alcanza la capacidad de compresión del hormigón, para un ancho del puntal diagonal conocido.

2.2 RESUMEN DEL MODELO DE HWANG ET AL.(2001)

El modelo puntal tensor presentado por Hwang et al. (2001) predice la capacidad al corte de un muro corto con capacidad reducida del hormigón. Este modela las tensiones en el muro como tres enrejados hiperestáticos trabajando en conjunto en los cuales las bielas representan los esfuerzos de compresión y tensión, en el hormigón y acero respectivamente. Esta distribución de cargas resulta en una diagonal de

compresión máxima en la diagonal principal del muro (Fig. 2). Esta con las leyes constitutivas, ecuaciones de equilibrio y compatibilidad de deformaciones, caracterizan al modelo.

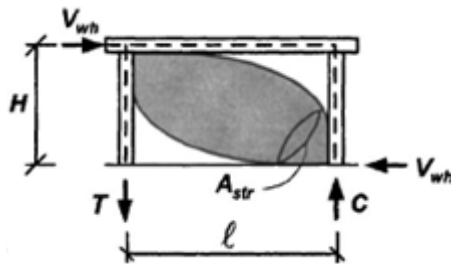
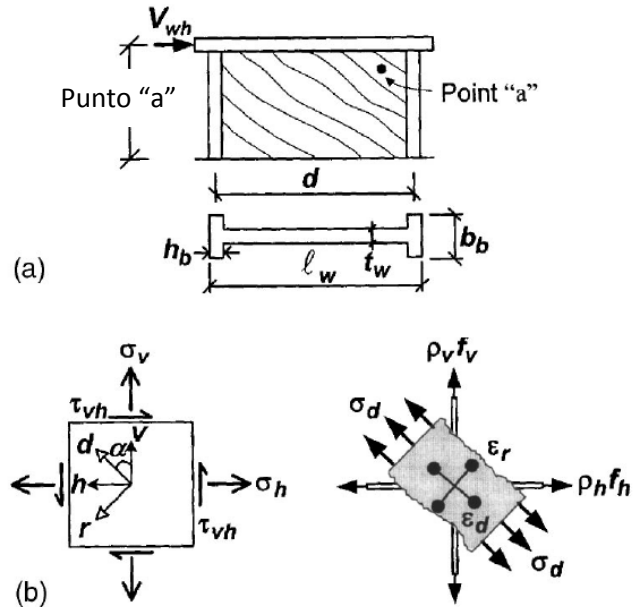


Figura 2 Campo de de tensiones dentro del muro (Yu and Hwang (2005))

El modelo utiliza el término de "compresión reducida" del hormigón, debido a la reducción que sufre la curva de compresión cuando una acción perpendicular deforma al hormigón en tracción, fisurándolo. El comportamiento biaxial se incorpora debido a esta compresión reducida del hormigón en el modelo, entendido como la acción de cargas uniaxiales ortogonales de un elemento tipo panel (Fig. 3). Según lo planteado por Hwang, en muros de hormigón armado cuya esbeltez es menor a 2 (relación alto vs. largo) se puede establecer la siguiente relación (Hwang et al. (2001)).

$$\frac{V_{wv}}{V_{wh}} \approx \frac{H}{l} \quad \text{Ec. 1}$$

Donde V_{vv} , V_{wh} son las fuerzas verticales y horizontales, respectivamente, dentro del muro. Siendo l brazo de palanca y H la distancia desde la base hasta el punto de



aplicación de V_{wh} (Fig. 3 y 5).

**Figura 3 Modelo de Hwang: a) Acciones e Internas de corte en un muro corto (Hwang et al. (2001))
b) Elemento bidimensional del muro en el punto "a".**

2.2.1 Modelo Geométrico

En la figura 3 se muestran las coordenadas d y r , donde d corresponde a la dirección del puntal de compresión y r la dirección perpendicular a la anterior.

Luego que el hormigón se fisura, las barras de acero estarán bajo tracción y el hormigón actuará como los puntales de compresión, formando un mecanismo puntal tensor. Los mecanismos que propone Hwang para la transferencia de tensiones en el muro corto son 3, un mecanismo vertical, uno diagonal y uno horizontal. Estos son descritos en la figura 4.

El ángulo de inclinación de la compresión diagonal con respecto a la horizontal, θ , está definido como,

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{H}{l} \right) \quad \text{Ec. 2}$$

Donde l es el brazo en la base del muro entre el par de fuerzas de tracción y compresión, y H la altura al punto de aplicación de carga. La idealización de modelo puntal tensor de los tres mecanismos se puede ver resumida en la figura 5.

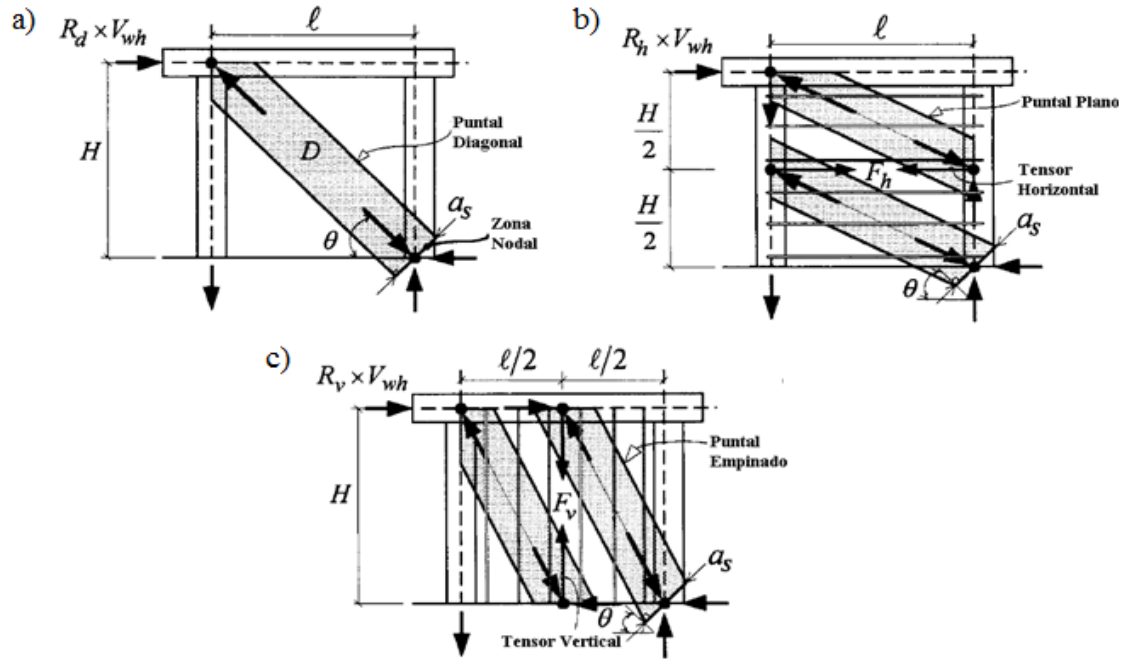


Figura 4 Mecanismos Resistentes al corte en muros cortos:(a) Diagonal, (b) Horizontal, (c) Vertical (Adaptada de Hwang et al. (2009))

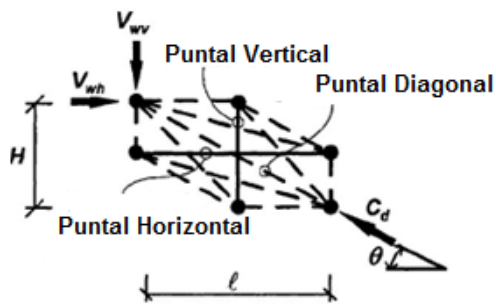


Figura 5 Idealización del Modelo Puntal Tensor (Hsin-Wan Yu (2005))

En el mecanismo horizontal, compuesto de un tensor horizontal y dos puntales, se asume que el refuerzo de corte en la mitad central es completamente efectivo, mientras que el resto del acero tiene un 50% de efectividad (Hwang y Lee 1999, 2000). El mecanismo vertical, compuesto por un tensor vertical y dos puntales inclinados.

Así, como se ve en la figura 5, el modelo asume una falla en la diagonal principal del muro en el que la máxima sollicitación se obtiene de proyectar las fuerzas obtenidas de los tres mecanismos de transmisión de fuerzas. Para un ancho de puntal conocido, se define la capacidad cuando la sollicitación alcanza la capacidad de compresión del hormigón.

2.2.2 Condiciones de Equilibrio

El equilibrio se satisface chequeando las fuerzas en los puntales de compresión y tracción como se ve en la figura 4. Por lo que las resultantes que se obtienen son:

$$V_{wv} = -D \cdot \sin \theta + F_h \cdot \tan \theta + F_v \quad \text{Ec. 3}$$

$$V_{wh} = -D \cdot \cos \theta + F_h + F_v \cot \theta \quad \text{Ec. 4}$$

Siendo D la fuerza de compresión en el puntal diagonal, F_h y F_v las fuerzas en los puntales horizontales y verticales respectivamente. Para superponer los tres enrejados hiperestáticos se requieren factores de distribución los que son definidos como:

$$-D \cdot \cos \theta : F_h : F_v \cot \theta = R_d : R_h : R_v \quad \text{Ec. 5}$$

Siendo R_d , R_h y R_v coeficientes de distribución del mecanismo diagonal, horizontal y vertical respectivamente. Así, el enrejado pasa a ser isostático.

Las distribuciones de corte dependen de las rigideces entre los enrejados. De acuerdo a Schäfer (1996) y Jennewein y Schäfer(1996) la relación de rigidez entre el

mecanismo diagonal y el horizontal esta dado por la Ecuación 6 siendo γ_h la fracción de corte horizontal transferido por el mecanismo horizontal en la ausencia del mecanismo vertical.

$$\gamma_h = \frac{2 \tan \theta - 1}{3} \text{ para } 0 \leq \gamma_h \leq 1 \quad \text{Ec. 6}$$

De la misma manera, se define la relación entre el mecanismo vertical y diagonal como

$$\gamma_v = \frac{2 \cot \theta - 1}{3} \text{ para } 0 \leq \gamma_v \leq 1 \quad \text{Ec.7}$$

Siendo γ_v la fracción de corte vertical transferido por el mecanismo vertical en la ausencia del mecanismo horizontal. Se considera que las rigideces están definidas como

$$\frac{R_h}{R_d} = \frac{\gamma_h}{1 - \gamma_h} \quad \text{Ec. 8}$$

$$\frac{R_v}{R_d} = \frac{\gamma_v}{1 - \gamma_v} \quad \text{Ec. 9}$$

Asimismo, si se asume que los tres mecanismos resisten todo el corte, se tiene,

$$R_d + R_h + R_v = 1 \quad \text{Ec.10}$$

Con lo que,

$$R_d = \frac{(1 - \gamma_h)(1 - \gamma_v)}{1 - \gamma_v \gamma_h} \quad \text{Ec.11}$$

$$R_h = \frac{\gamma_h(1-\gamma_v)}{1-\gamma_v\gamma_h} \quad \text{Ec.12}$$

$$R_v = \frac{\gamma_v(1-\gamma_h)}{1-\gamma_v\gamma_h} \quad \text{Ec.13}$$

Con esto, y considerando que la compresión es principalmente transferida en la dirección principal $-d$, la máxima tensión de compresión actuando en esa dirección se considera que gobierna la falla. En la figura 6 se observan las fuerzas que llegan al nodo inferior. Con lo que el esfuerzo resultante de sumas de las fuerzas de compresión en los puntales diagonales, horizontales y verticales es:

$$\sigma_{d,\max} = \frac{1}{A_{str}} \left\{ D - \frac{\cos\left(\theta - \tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)} \cdot F_h - \frac{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right) - \theta\right)}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right)\right)} \cdot F_v \right\} \quad \text{Ec.14}$$

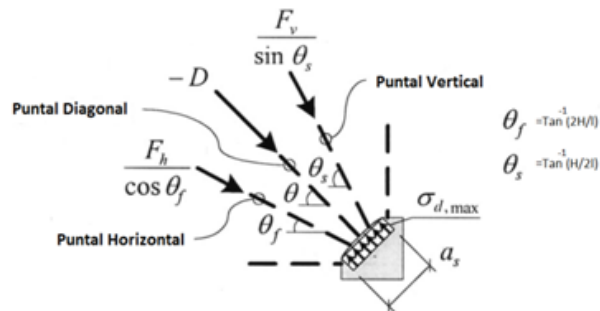


Figura 6 Diagrama de Fuerzas en el nodo (Hwang y Lee (2002))

2.2.3 Leyes Constitutivas

Se considera la rama ascendente para la curva de compresión reducida en el hormigón fisurado del modelo de Zhang and Hsu (1998) para caracterizar la acción biaxial presente en el hormigón, lo que se describe como,

$$\sigma_d = -\zeta \cdot f'_c \left[2 \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right) - \left(\frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \right)^2 \right] \text{ para } \frac{-\varepsilon_d}{\zeta \cdot \varepsilon_0} \leq 1 \quad \text{Ec.15}$$

$$\zeta = \min \left[\frac{5.8}{\sqrt{f'_c}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}}; \frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon_r}} \right] \quad \text{Ec.16}$$

$$\varepsilon_0 = 0.002 + 0.001 \left(\frac{f'_c - 20}{80} \right) \text{ para } 20 \leq f'_c \leq 100 \text{MPa} \quad \text{Ec.17}$$

Siendo ζ coeficiente de reducción, σ_d tensión promedio principal del hormigón en la dirección d, f'_c tensión máxima de compresión de un cilindro estándar de hormigón, ε_d y ε_r deformación principal promedio en la dirección d y r, respectivamente, y ε_0 la deformación de un cilindro de hormigón con una tensión f'_c .

El acero de refuerzo se asume elasto-plástico, así las relaciones de tensión vs. deformación del acero quedan definidas como,

$$f_s = E_s \varepsilon_s \text{ para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad \text{Ec.18}$$

$$f_s = f_y \text{ para } \varepsilon_s \geq \varepsilon_y \quad \text{Ec.19}$$

Siendo E_s el modulo elástico de las barras de acero, f_y la fluencia del acero y f_s y ε_s son la tensión y deformación del acero, respectivamente. La relación entre la fuerza y las deformaciones se transforma a

$$F_h = A_{th} E_s \varepsilon_h \leq F_{yh} \quad \text{Ec.20}$$

$$F_v = A_{tv} E_s \varepsilon_v \leq F_{yv} \quad \text{Ec.21}$$

Siendo A_{th} y A_{tv} las áreas de los tensores horizontales y verticales respectivamente; F_{yh} y F_{yv} las fuerzas de fluencia de los tensores horizontales y verticales, respectivamente; ε_v y ε_h deformaciones horizontales y verticales, respectivamente.

2.2.4 Condiciones de Compatibilidad

Para efectos de la condición de compatibilidad se asume que las deformaciones promedios del muro completo cumplen con la condición del primer invariante del estado de deformación. Así,

$$\varepsilon_r + \varepsilon_d = \varepsilon_h + \varepsilon_v \quad \text{Ec.22}$$

Donde ε_h y ε_v son la deformación normal promedio en la dirección $-h$ y $-v$, respectivamente. Se establece que la tensión es positiva en todos los casos. Esta igualdad indica que la suma de las deformaciones en las direcciones perpendiculares es constante.

2.2.5 Procedimiento Numérico para calcular el esfuerzo de corte mediante el modelo de Hwang

El procedimiento para determinar el esfuerzo de corte comienza seleccionando un corte horizontal V_{wh} . Con este valor se verifican las ecuaciones de equilibrio, compatibilidad y leyes constitutivas. En caso de no cumplirse estas condiciones dentro de una tolerancia, se procede con un nuevo valor del corte horizontal. El procedimiento consiste principalmente en 3 pasos:

1. Se define la distribución de fuerzas en los tres mecanismos resistentes.
2. Las ecuaciones de equilibrio se emplean para encontrar σ_{dmax} .
3. Asumiendo que la resistencia del puntal de hormigón fue alcanzada, se obtiene un valor inicial del coeficiente de reducción ζ igual a $\zeta = -\sigma_{d,max} / f_c'$. Luego, las deformaciones de los tensores se calculan mediante las ecuaciones de las leyes constitutivas.
4. Se calcula un nuevo valor de ζ aplicando las ecuaciones de compatibilidad. Así, si este nuevo valor de ζ es igual, dentro de una tolerancia, al calculado en el paso 2, entonces el valor seleccionado de V_{wh} es el esfuerzo de corte del muro.

Si no es así, se realiza nuevamente el procedimiento para un incremento de V_{wh} .

En la figura 7 se observa el diagrama de flujo procedimiento iterativo. Se aprecia la descripción del algoritmo paso a paso del modelo planteado.

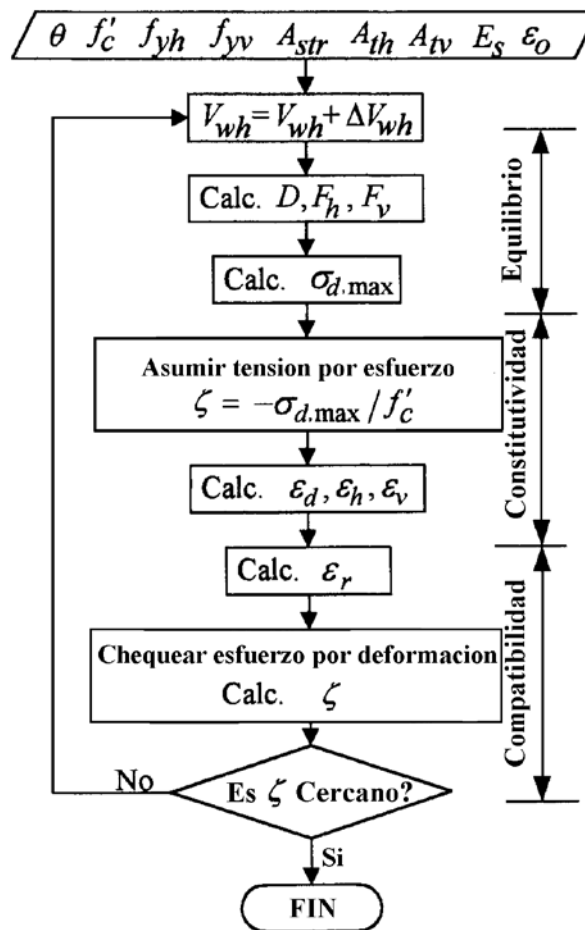


Figura 7 Diagrama con el algoritmo para obtener esfuerzo de corte mediante el Modelo de Hwang et al. (2001).

3. MODIFICACIONES AL MODELO DE HWANG ET AL.(2001) REALIZADAS POR VIU (2009)

En el trabajo de Viu (2009) se hicieron modificaciones al modelo de Hwang et al. (2001). Dentro de estas, se modificó la parte geométrica para incluir muros con doble curvatura y se basa el método en deformaciones verticales y horizontales, por lo que dejó de ser iterativo. En las secciones siguientes se presentan en detalle las modificaciones.

3.1 Modificaciones Geométricas al modelo de Hwang et al. (2001)

En términos de comportamiento los muros cuyos extremo superior e inferior están empotrados, son distintos a los de curvatura simple debido a que cambiando las condiciones de apoyo, la definición del elemento de corte cambia.

El elemento superior de un muro de doble curvatura está diseñado para contribuir con un momento flector, donde es la resultante de compresión la que define el inicio del puntal de compresión del muro. Así, definiendo nuevamente las alturas en un muro empotrado-empotrado la altura l_v del elemento de corte es la altura libre del alma del muro, mientras que l_h se determina como la distancia horizontal entre los puntos de las resultantes de la compresión de la zona inferior y superior del muro ya que se asume que el flujo de esfuerzos a través del puntas diagonal termina en las zonas de compresión. Esto se observa en la Fig. 8. En este caso se asume que no existe carga axial externa.

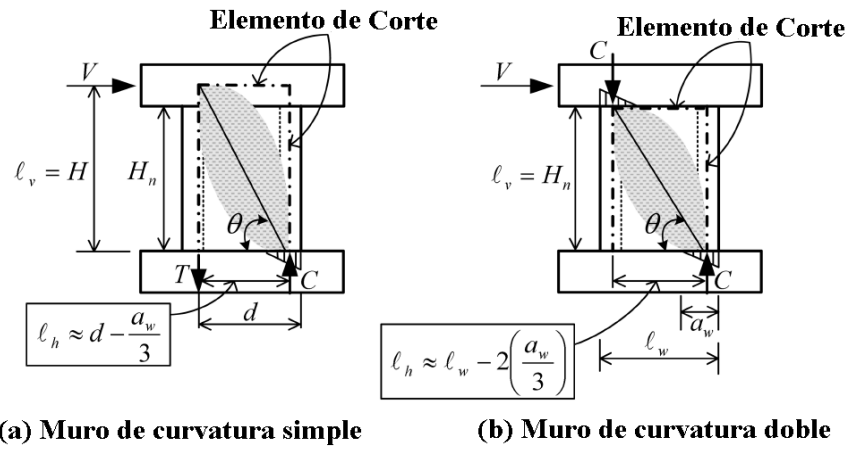


Figura 8 Elementos de corte en Muros de curvatura simple y doble (Viu (2009)).

Asimismo, para el caso de doble empotramiento, las ecuaciones de equilibrio en las nuevas condiciones son,

$$V_{wv} = \frac{1}{2} \cdot (-D \cdot \sin \theta + F_h \cdot \tan \theta + F_v) \quad \text{Ec.23}$$

$$V_{wh} = -D \cdot \cos \theta + F_h + F_v \cot \theta \quad \text{Ec.24}$$

Siendo $\theta = \tan^{-1}(\frac{l_v}{l_h})$, $l_v = H_v$ y $l_h \approx -2(a_w/3)$

Además, la ecuación 1 se reformula por la nueva configuración

$$\frac{V_{wv}}{V_{wh}} = \frac{H}{2\ell} \quad \text{Ec.25}$$

3.2 Características de la Modelación a través de Deformaciones

El modelo de Hwang et al. (2001) no considera la no existencia de refuerzo vertical u horizontal, por lo que cuando no hay refuerzo la fuerza asociada al mecanismo puntal tensor es cero, lo que indefinición la deformación en ese tensor. Por otro lado, en el caso de que el refuerzo distribuido esté fluyendo, dado que el modelo se basa en fuerzas y

el acero se considera elasto-plástico, al tratar de definir la deformación unitaria, ésta no queda determinada.

Por el contrario, si en vez de definir factores de distribución de fuerzas, se determinan a priori las deformaciones unitarias verticales y horizontales de la armadura distribuida basadas en el nivel de desplazamiento lateral del muro el método puede dejar de ser iterativo y queda determinada por el desplazamiento lateral con respecto a la altura.

Las deformaciones unitarias verticales y horizontales de la armadura distribuida del muro se estimaron basadas en los trabajos de Massone (2010). El trabajo analítico de Massone(2010) determinó una calibración de la deformación unitaria media horizontal del muro a diferentes alturas basado en un modelo de elementos finitos bi-dimensional que incluye características del material como el comportamiento biaxial del hormigón y su reducción de capacidad de compresión producto de las acciones de tracción ortogonales. Esta calibración se realizó por medio de los resultados analíticos, luego de calibrar el modelo con algunos ensayos, para una matriz de parámetros geométricos, propiedades de los materiales, cuantías de armadura y niveles de carga axial. Aquí, se incluyen adicionalmente calibraciones para la deformación unitaria promedio vertical y el nivel de desplazamiento lateral del muro al alcanzar la máxima capacidad lateral, basadas en el mismo procedimiento.

La deformación transversal máxima que se obtuvo al centro de la altura del muro con doble empotramiento fue calibrada como,

$$\varepsilon_h = 0.0033(100\rho_h + 0.25)^{-0.53} \left(\frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{0.47} \left(\frac{100N}{f_c' t_w \ell_w} + 5 \right)^{0.25} \cdot (100 \cdot \delta)^{1.4} \quad \text{Ec.26}$$

Para un muro en voladizo la deformación transversal es,

$$\varepsilon_h = 0.0055(100\rho_h + 0.25)^{-0.44} \cdot (100 \cdot \delta)^{1.4} \quad \text{Ec.27}$$

Siendo ρ_h es la cuantía del refuerzo horizontal, ℓ_w el largo del elemento de corte, t_w el espesor del muro, H la altura del elemento de corte, f_c' el valor de máxima compresión del hormigón, N la fuerza axial aplicada sobre el muro y δ o “drift” (Δ/H) el desplazamiento lateral del muro (Δ) con respecto a la altura (H).

Para la deformación vertical para un muro en voladizo, se tiene lo siguiente:

$$\varepsilon_v = 0.0089(100\rho_h + 0.25)^{-0.25} \left(\frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{-0.37} \left(\frac{100N}{f_c' t_w \ell_w} + 5 \right)^{-0.34} \cdot (100 \cdot \delta)^{0.93} + eN$$

Ec.28

Mientras que para un muro con doble empotramiento se tiene,

$$\varepsilon_v = 0.0094(100\rho_h + 0.25)^{-0.17} \left(\frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{-0.16} \left(\frac{100N}{f_c' t_w \ell_w} + 5 \right)^{-0.35} \cdot (100 \cdot \delta) + eN \quad \text{Ec.29}$$

Siendo el desplazamiento lateral del muro al alcanzar la máxima capacidad lateral, para los parámetros encontrados más importantes, de la siguiente forma para muros en voladizo:

$$\delta = 0.0087(100\rho_h + 0.25)^{0.13} \left(\frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{0.56} \left(\frac{100N}{f_c' t_w \ell_w} + 5 \right)^{-0.35}$$

Ec.30

Para muros en voladizo, y para muros con doble empotramiento se tiene:

$$\delta = 0.0059(100\rho_h + 0.25)^{0.12} \left(\frac{H}{\ell_w} + 0.5 \right)^{0.27} \left(\frac{100N}{f_c' t_w \ell_w} + 5 \right)^{-0.32}$$

Ec.31

Donde $eN = \frac{-N}{t_w \ell_w E_c}$ es la deformación normal vertical estimada (elástica) producto de la aplicación de la carga axial. Donde N es la carga axial aplicada sobre el muro, E_c es

el módulo de elasticidad del hormigón, ρ_h es la cuantía del refuerzo horizontal, ρ_v es la cuantía del refuerzo vertical, ℓ_w es el largo del elemento de corte y t_w es el espesor del muro

Precisamente, como se conocen las deformaciones medias horizontales y verticales del muro por las ecuaciones 26 a 29, se estima la deformación horizontal y vertical promedio conociendo las propiedades del muro. Así, son conocidas las tensiones y fuerzas asociadas a los refuerzos vertical y horizontal.

Como la deformación horizontal no es homogénea sino que disminuye hacia los bordes del muro, se considerará que en caso de tener deformaciones medias máximas menores a la de fluencia, se considerara que para la máxima deformación la fuerza corresponderá a un 75% de la fuerza obtenida para esta y en el caso de que la deformación máxima supere cinco veces la deformación de fluencia se asume que el 100% del refuerzo alcanza la fluencia.

De este modo, la deformación en la dirección principal dirección principal $-r$ del muro (Viu (2009)) viene dada por,

$$400\varepsilon_r^3 + \varepsilon_r^2 - \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2 \theta} \right]^2 = 0 \quad \text{Ec.32}$$

Esta ecuación de tercer grado, tiene dos soluciones imaginarias o reales negativas y solo una real positiva, siendo esta la deformación en la dirección $-r$. Las tres soluciones de la ecuación son las siguientes:

$$-\frac{1}{3a_1} + \frac{2^{1/3}}{3a_1(-2+27a_1^2a_2+\sqrt{-4+(-2+27a_1^2a_2)^2})^{1/3}} + \frac{(-2+27a_1^2a_2+\sqrt{-4+(-2+27a_1^2a_2)^2})^{1/3}}{3a_1 \cdot 2^{1/3}} \quad \text{Ec.33}$$

$$-\frac{1}{3a_1} - \frac{1+i\sqrt{3}}{3a_1 2^{2/3}(-2+27a_1^2a_2+\sqrt{-4+(-2+27a_1^2a_2)^2})^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})(-2+27a_1^2a_2+\sqrt{-4+(-2+27a_1^2a_2)^2})^{1/3}}{6a_1 2^{1/3}} \quad \text{Ec.34}$$

$$-\frac{1}{3a_1} - \frac{1-i\sqrt{3}}{3a_1 2^{2/3} (-2+27a_1^2 a_2 + \sqrt{-4+(-2+27a_1^2 a_2)^2})^{1/3}} - \frac{(1+i\sqrt{3})(-2+27a_1^2 a_2 + \sqrt{-4+(-2+27a_1^2 a_2)^2})^{1/3}}{6a_1 2^{1/3}} \quad \text{Ec.35}$$

Siendo $a_1 = 400$ y $a_2 = \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2 \theta} \right]^2$

Así, se conocen las fuerzas en los mecanismos vertical y horizontal, y la deformación en la dirección $-r$ con lo que se obtiene el factor de reducción de la capacidad máxima del hormigón. Con esta información se calcula la fuerza en la dirección del puntal diagonal D, con lo que se tiene el esfuerzo ultimo de corte en el muro, con lo que el resultado obtenido es no iterativo. El procedimiento a seguir se muestra en la figura 9.

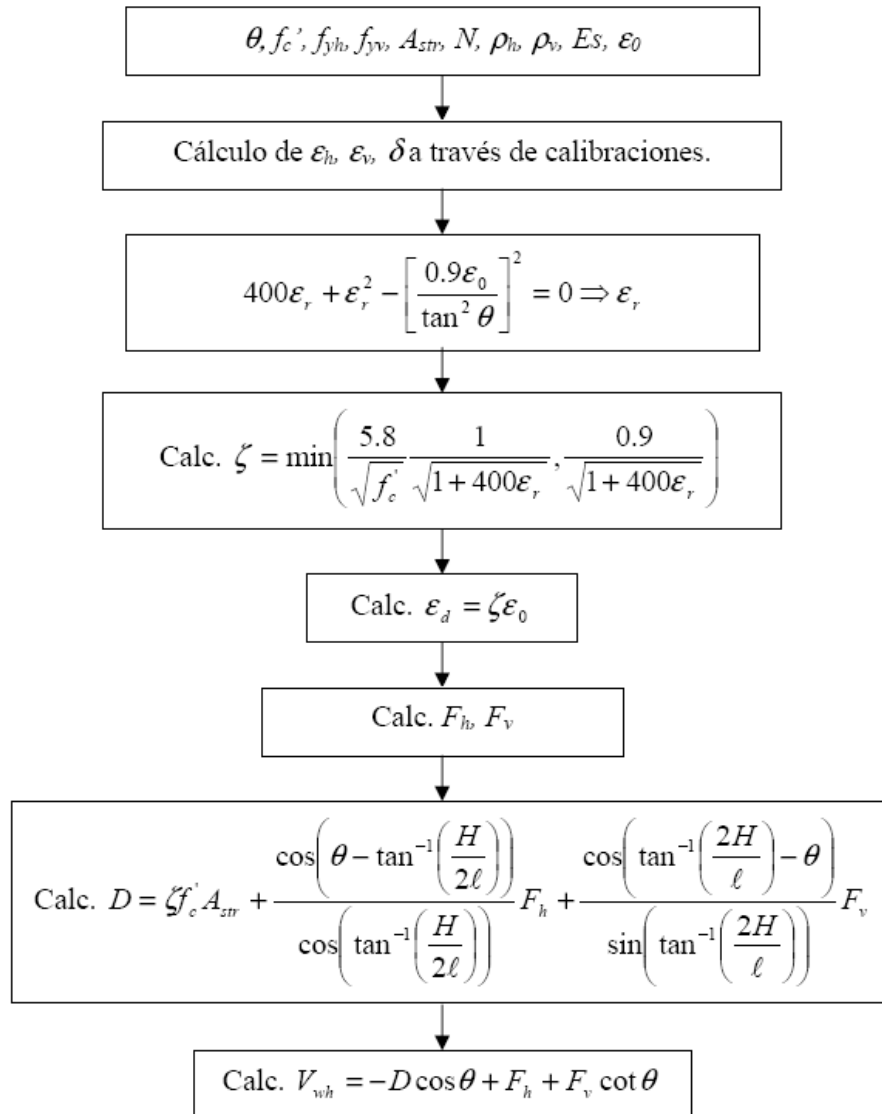


Figura 9 Diagrama de la solución de la calibración de deformaciones y desplazamiento lateral con respecto a la altura (Viu (2009))

4. MODIFICACIONES AL MODELO DE VIU (2009)

Dado que el modelo puntal-tensor propuesto por Viu (2009) se ha desarrollado para determinar la resistencia al corte de muros cortos de hormigón armado, es necesario estudiar el modelo con una mayor base de datos. Asimismo, se incluirán variables del modelo para así mejorar los resultados de éste.

4.1 Descripción de Datos Experimentales

Una base de datos de ensayos relevantes, se recolectó para estudiar el modelo. Este resume el trabajo de Hiroswa [10], y Mohammadi-Doostdar and Saatcioglu [11], y las publicaciones de Massone *et al.* [12], Hidalgo *et al.* [13], Yamada *et al.* [14], Antebi *et al.* [15], Barda *et al.* [16], Benjamin and Williams [17], Cardenas *et al.* [18], and Galletly [19]. La base de datos incluye muros con zonas de engrosamiento en los extremos verticales (68%) y muros de secciones rectangulares (32%).

Se ensayaron probetas en voladizo en donde solo se permite la rotación en el extremo superior (curvatura simple) y probetas doblemente empotradas, donde los extremos superior e inferior están restringidos al giro. Estas fueron ensayadas en voladizo (curvatura simple, 85%) y doblemente empotradas (doble curvatura, 15%).

El porcentaje de la armadura de refuerzo vertical de borde, en la base de datos, va desde 0.7% y 11% medido sobre el límite de la sección (sección ampliada en el caso de los muros con engrosamiento y el 10% de la sección transversal en muros rectangulares); las armaduras verticales y horizontales varían en porcentajes entre 0% y 3.7%, mientras que la tensión de fluencia de todas las barras de refuerzo se encuentra entre 209 MPa y 624 MPa. La resistencia a la compresión de hormigón varía entre 12.4 MPa y 63.4 MPa. La carga axial, a pesar de aplicarse en algunos casos (carga axial mayor que $0.01 f'c/lwtw$, 15%) alcanzaron valores de $0.27 f'c/lwtw$, donde lw y tw son la longitud y el grosor del muro, respectivamente.

4.2 Ecuaciones de Equilibrio

Para el cálculo de las ecuaciones de equilibrio, se considerarán los puntales y tensores planteados por Hwang et al. (2001) que se pueden ver en la figura 11. Asimismo, se considerará una carga axial aplicada en la parte superior, y el mecanismo de transmisión de la misma hacia la fundación, no se considerará.

Por otro lado, se considerará la armadura de borde y la resultante que esta tiene en el borde inferior del muro. A diferencia de lo considerado por Viu (2009), se considera un parámetro α , como el porcentaje de carga que se transmite desde la armadura vertical distribuida hacia la fundación (sección 4.3).

4.2.1. Muros en Voladizo

Para muros en voladizo se considera H como la distancia medida desde el centro de la viga superior a la base del muro (punto de aplicación de la carga), y L como el brazo de palanca interior de las fuerzas indicadas como C y T en la figura 11, en la parte inferior del muro.

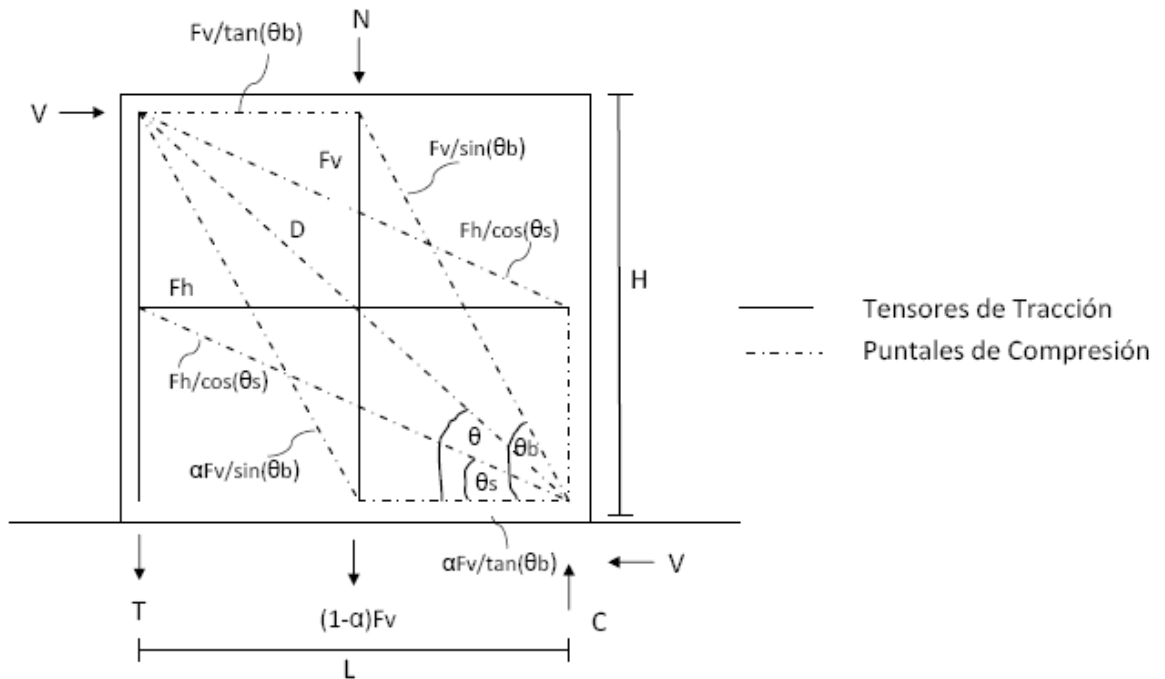


Figura 10 Mecanismo de Transmisión de fuerzas para muro en voladizo

Para obtener las ecuaciones de equilibrio en el sentido horizontal, se hizo equilibrio en el nudo superior izquierdo de la figura anterior como se muestra en la figura 12.

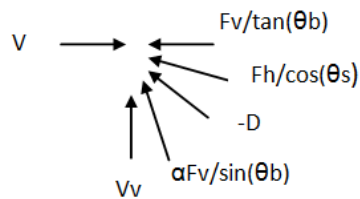


Figura 11 Equilibrio de Fuerzas Nudo Superior Muro voladizo

Con esto se obtiene la siguiente ecuación,

$$V = \frac{Fv}{\tan\theta b} + Fh - D\cos\theta + \alpha Fv\cos\theta b/\sin\theta b \quad \text{Ec.36}$$

Ordenando los términos finalmente se obtiene para el esfuerzo horizontal,

$$V = (\alpha + 1) * \frac{Fv}{2 \tan \theta} + Fh - D \cos \theta \quad \text{Ec.37}$$

Para obtener el esfuerzo T, se tomó momento con las fuerzas externas, en la esquina inferior derecha de la figura 11. Con lo que se obtuvo,

$$(1 - \alpha) \frac{FvL}{2} + TL + \frac{NL}{2} - VH = 0 \quad \text{Ec.38}$$

Reemplazando,

$$T = Fh \tan \theta - D \sin \theta - \frac{N}{2} + \alpha Fv \quad \text{Ec390}$$

De la geometría del muro se tiene que,

$$\tan \theta = \frac{H}{L} \quad \text{Ec.40}$$

$$\tan \theta s = \frac{\tan \theta}{2} \quad \text{Ec. 41}$$

$$\tan \theta b = 2 \tan \theta \quad \text{Ec.42}$$

4.2.2 Muros Doblemente Empotrados

Para muros doblemente empotrados la viga superior no permite giro; por lo que se considera H como la distancia libre de la altura del muro, y L como el brazo de palanca interior de las fuerzas en la parte inferior del muro. Se tiene la siguiente configuración, en donde las líneas llenas son los puntales de compresión, mientras que las líneas discontinuas son los tensores de tracción.

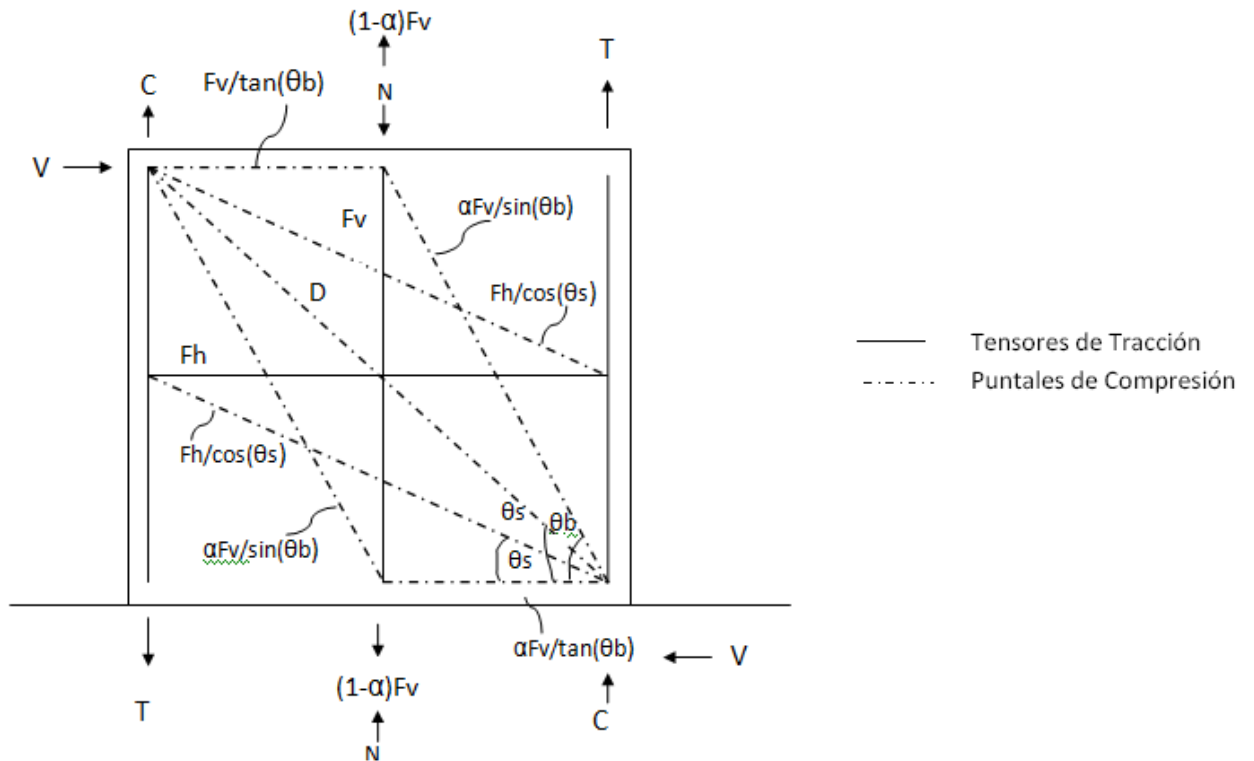


Figura 12 Mecanismo de Transmisión de fuerzas Muro doblemente empotrado

Se observa que existe equilibrio en la estructura y una simetría en las fuerzas presentes en la parte superior e inferior, es por ello que para la obtención de los esfuerzos verticales solo se considerara lo que ocurre en la mitad inferior del muro.

Para lo obtención del esfuerzo horizontal, se toma equilibrio nodal en el nodo superior izquierdo de la figura 12, de donde se obtiene:

$$V = \frac{\alpha F_v}{\tan\theta b} - D\cos\theta + \frac{\alpha F_v}{\tan\theta b} + F_h \quad \text{Ec.43}$$

$$V = -D\cos\theta + F_h + \alpha F_v/\tan\theta \quad \text{Ec.43}$$

La fuerza normal es igual a la suma de las fuerzas en la fundación, con lo que se obtiene;

$$N = C - (1 - \alpha)F_v - T \quad \text{Ec.45}$$

Ahora, tomando momento con respecto al punto de aplicación de N en la parte inferior y solo considerando la parte media inferior, para obtener la segunda ecuación de equilibrio se tiene,

$$M = \frac{TL}{2} + \frac{CL}{2} \quad \text{Ec.46}$$

Donde este momento es igual al corte a la altura media, siendo este el punto de inflexión, por lo que se tiene,

$$M = \frac{VH}{2} = \frac{TL}{2} + \frac{CL}{2} \quad \text{Ec.47}$$

Entonces,

$$V\tan\theta = T + C \quad \text{Ec.48}$$

Reemplazando el valor de C de la ecuación 46 se tiene,

$$2T = V\tan\theta - N - F_v(1 - \alpha) \quad \text{Ec.49}$$

Con lo que finalmente el esfuerzo vertical,

$$T = \left(\frac{1}{2}\right)(V\tan\theta - N - F_v(1 + \alpha)) \quad \text{Ec.50}$$

Donde F_v fuerza de tensión en el puntal horizontal (negativos para compresión). Estas ecuaciones son las que se utilizaron para la calibración del modelo.

4.2 Calibración de la ecuación de deformación

El modelo presentado por Viu (2009) nos permite conocer el esfuerzo último de corte mediante el conocimiento de las deformaciones verticales y horizontales, siendo estas únicas debido a que para cada desplazamiento lateral existe un único estado de deformaciones en el refuerzo de acero. Así, es posible determinar la capacidad de corte sin necesidad de un proceso iterativo.

Para la obtención de la deformación en la dirección principal del hormigón $-r$, se consideró la compatibilidad del modelo propuesto por Hwang et al. (2001) para las deformaciones locales, y además se asumió que la falla se produce en el extremo inferior del muro donde la deformación horizontal es cero, así el invariante de deformaciones toma la siguiente configuración,

$$\varepsilon_d + \varepsilon_r = \varepsilon_v + \varepsilon_h \quad \text{Ec.51}$$

$$\varepsilon_h = 0 \quad \text{Ec.52}$$

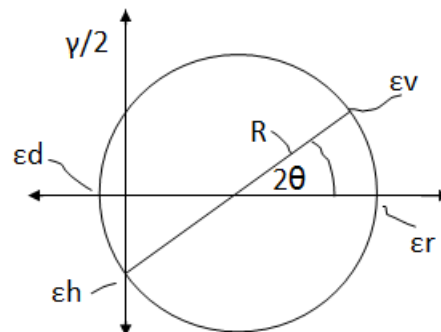


Figura 13 Círculo de Mohr de deformaciones

Considerando el círculo de Mohr de la figura 13, donde se puede observar las deformaciones en las direcciones principales, y que el puntal diagonal es siempre de compresión ($\varepsilon_d < 0$) se tiene,

$$R = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_h}{2 \cos 2\theta} \quad \text{Ec.53}$$

$$\varepsilon d = \frac{\varepsilon v + \varepsilon h}{2} - R \quad \text{Ec.54}$$

$$\varepsilon d = \frac{\varepsilon v}{2} \left(1 - \frac{1}{\cos 2\theta}\right) \quad \text{Ec.55}$$

Además,

$$\varepsilon d = -\xi \varepsilon_0 \quad \varepsilon v = \frac{2\varepsilon d}{1 - \frac{1}{\cos 2\theta}} \quad \text{Ec.56}$$

$$\xi = \min \left[\frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon r}}, \frac{5.8}{\sqrt{f'c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon r}} \right] \quad \text{Ec.57}$$

Luego, reemplazando los valores en la ecuación de compatibilidad,

$$-\xi \varepsilon_0 + \varepsilon r = \frac{2 \cos 2\theta}{\cos 2\theta - 1} \cdot -\xi \varepsilon_0 \quad \text{Ec.58}$$

Así, despejando εr ,

$$\varepsilon r = \frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon r}} \cdot \varepsilon_0 \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad \text{Ec.59}$$

Elevando al cuadrado la ecuación 59 y nuevamente despejando εr se obtiene la ecuación 32, siendo soluciones de esta las ecuaciones 33, 34 y 35. De las cuales solo una de ellas es real, las otras dos son negativas o imaginarias. Siendo la solución real positiva la deformación en la dirección $-r$.

La solución aunque simple, requiere chequear los tres términos para definir la solución, por lo que se calibró una ecuación potencial que entregara resultados aceptables y que además, fuera de fácil evaluación. Para esto, se graficó el parámetro $a_2 = \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2 \theta} \right]^2$ versus la deformación en la dirección $-r$, luego se minimizó el error por medio de mínimos cuadrados con la herramienta Solver de Excel para obtener una ecuación que se aproximara de la mejor manera a los resultados esperados. Para calibrar la

expresión dentro del rango de parámetros consistentes con valores realistas, la base de datos se utilizó como fuente para definir el valor de a_2 para los diferentes casos.

En el gráfico 1 se puede observar que la curva que mejor se ajusta a las deformaciones en la dirección $-r$ es,

$$\varepsilon_r = 0.2 \cdot a_2^{0.39} \quad \text{Ec.60}$$

Se observa que para valores pequeños de deformación, esta se ajusta de buena manera a los resultados requeridos. Asimismo, a medida que el valor de ε_r aumenta estos se alejan un poco de los valores deseados pero siguen manteniéndose dentro del rango aceptable.

El resultado obtenido de la razón entre los parámetros de los ensayos y los de la calibración, se observa que es muy cercano a 1 siendo el valor medio de la razón 0.98, con lo que los resultados obtenidos con la calibración en algunos casos están sobreestimando el valor de la deformación. La dispersión de estos es baja siendo 0.055, con lo que la calibración nos entrega un resultado muy bueno.

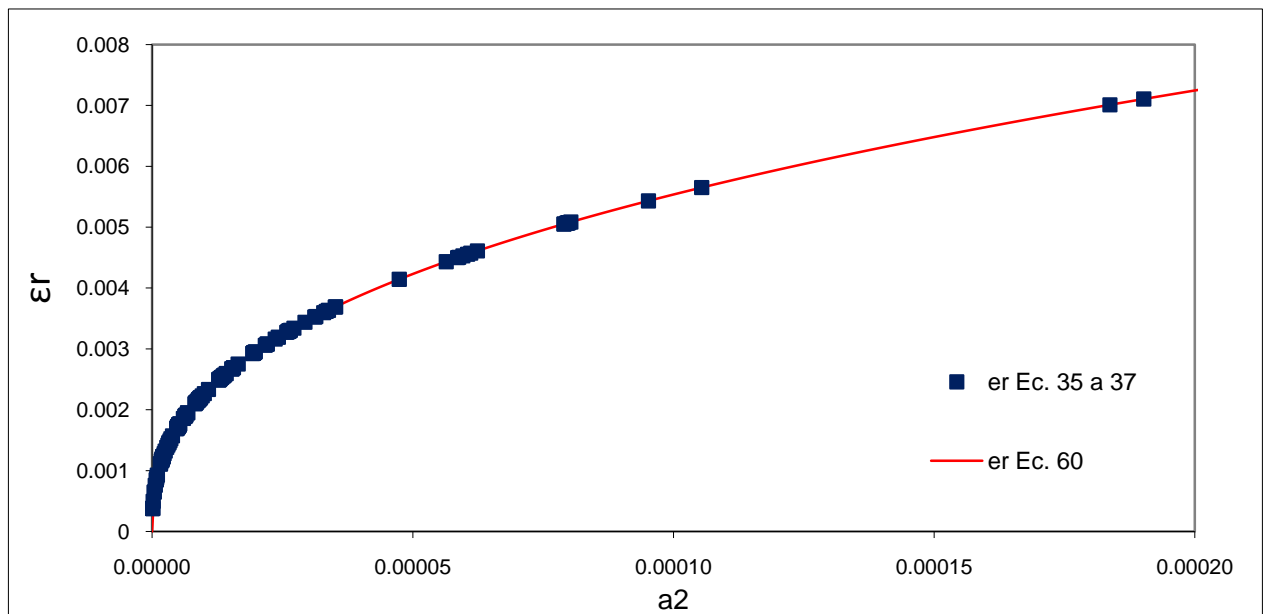


Gráfico 1 Calibración de la deformación en la dirección -r

4.3 Calibración del parámetro α

En el modelo de Hwang et al. (2001) no se considera el traspaso de esfuerzos desde el tensor correspondiente al refuerzo vertical distribuido hacia la fundación. Es por esto que se incluye un parámetro α el cual indica el porcentaje de esfuerzo que pasa hacia la fundación del muro. Esto ya que se busca poder conocer la implicancia de los esfuerzos transmitidos a las fundaciones en el esfuerzo de corte obtenido mediante el modelo.

En este contexto, los valores de α considerados fluctúan entre 0 y 1, siendo 0 cuando ningún esfuerzo es transmitido a la fundación y 1 todo el fuerza se transmite a la fundación recuperándose el modelo de Hwang et al. (2001). Se puede observar en la figura 14 que este parámetro incide en el puntal diagonal del extremo izquierdo así como en la fuerza considerada en la base para muros con curvatura simple. Para muros con doble empotramiento este parámetro incide además en el puntal extremo derecho y las resultantes en la parte superior del muro como se puede apreciar en la figura 12.

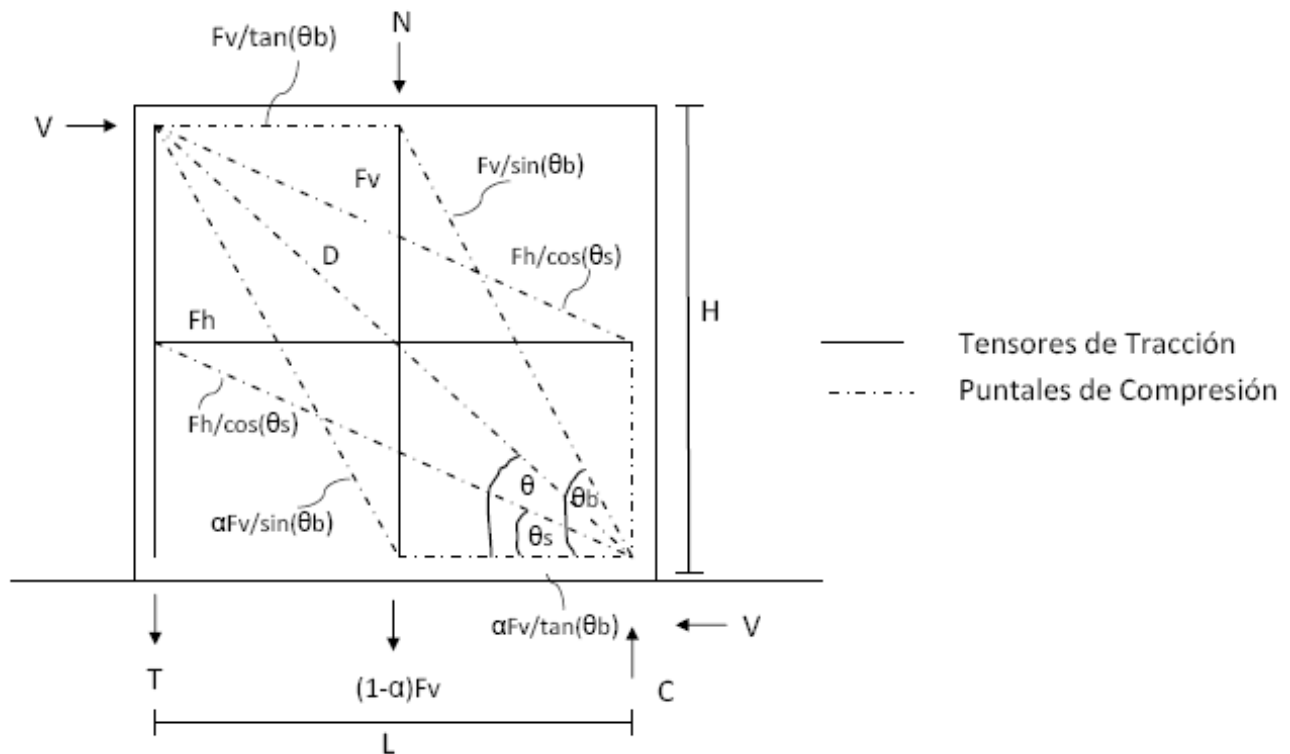


Figura 14 Muro Simplemente empotrado considerando parámetro α

Al observar los resultados obtenidos considerando la modelación para la deformación en la dirección principal r y distintos valores de α , se puede notar que los resultados se ven afectados por ella. En la tabla 1 se pueden observar las promedios y desviaciones estándar del cociente entre el $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ para los distintos valores de α .

Tabla 1 Sensibilidad del parámetro α en promedios y desviaciones estándar para los esfuerzo de corte del modelo sobre los resultados obtenidos en los ensayos.

α	Promedio $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$	Desviación Estándar	COV
0	0,96	0,218	0,23
0,1	0,9625	0,2066	0,21
0,2	0,9607	0,1995	0,21
0,3	0,9544	0,1981	0,21

0,4	0,9458	0,203	0,21
0,5	0,9352	0,2126	0,23
0,6	0,9212	0,2243	0,24
0,7	0,9011	0,2331	0,26
0,8	0,8802	0,2441	0,28
0,9	0,8587	0,2575	0,30
1	0,8361	0,2719	0,33

Nota: COV Coeficiente de Variación

En términos del valor promedio, se observa en el gráfico 2 que a medida que α se acerca a 1 esta decae hasta alcanzar valores de 0.8361. Se esperaría que con α igual a 1 se recuperaran los valores originales, observando que el promedio baja con un α alto implica que con la incorporación de este parámetro se mejoran los resultados alcanzados.

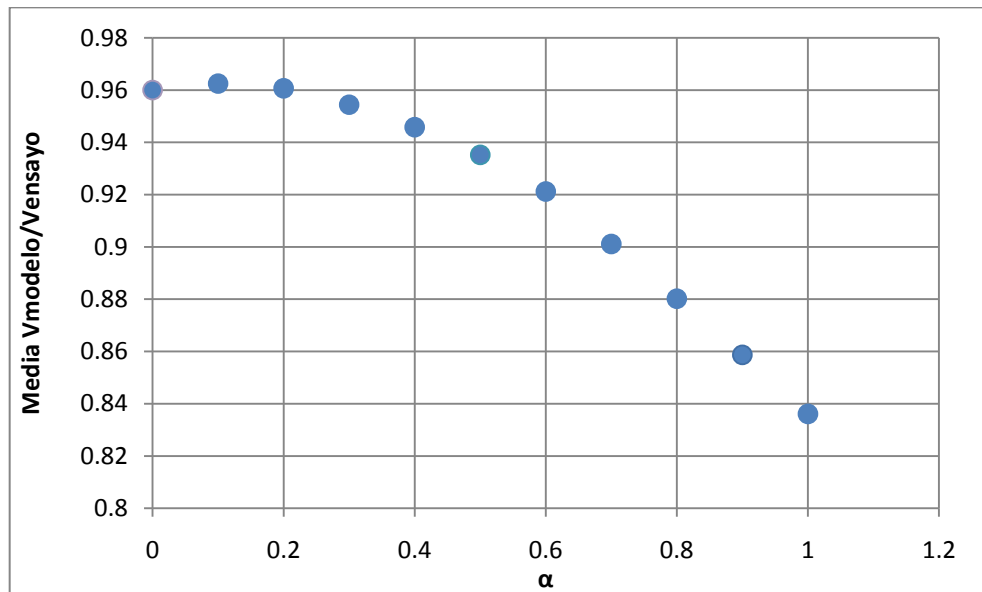


Gráfico 2 Variación del valor promedio del cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ con el parámetro α

En términos de desviación estándar y de dispersión de datos del cociente obtenido del corte calculado con el modelo sobre el corte obtenido con el ensayo, se observa en el gráfico 3, que la dispersión de los datos para α igual a 1 es cercana a 0.27, mientras

que para valores menores esta disminuye. Un mínimo de dispersión se presenta para α igual a 0.3 por lo que este valor se utilizará para optimizar los resultados.

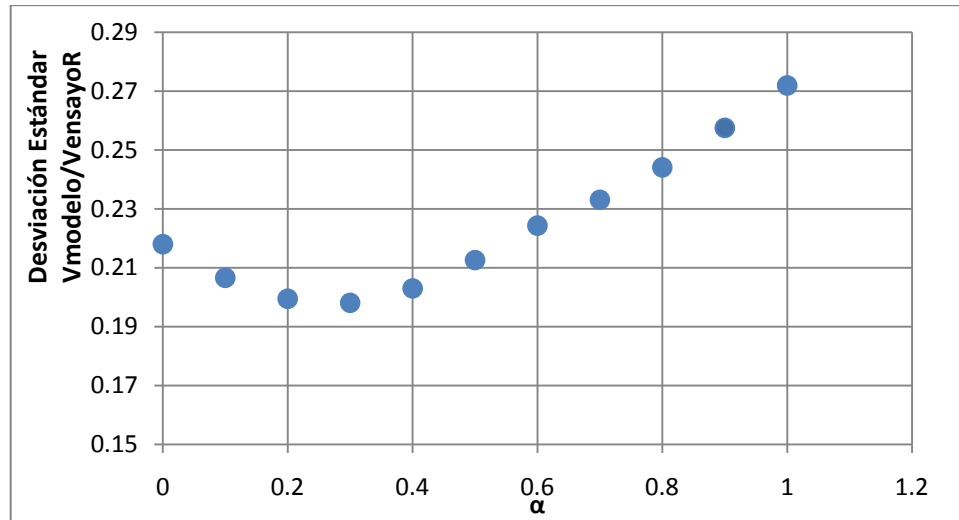


Gráfico 3 Variación de la desviación estándar del cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayoR}}$ con el parámetro α

4.4 Discusión de la consideración de deformación horizontal distinta de cero

Al graficar el ángulo θ del puntal diagonal del muro versus el coeficiente de reducción ξ , se puede observar en el gráfico 4, que la curva tiende a decaer hasta cero. Es decir, que para ángulos pequeños el coeficiente de reducción es cero. Es decir, elementos de fricción no tendrían ninguna resistencia a esfuerzos de corte.

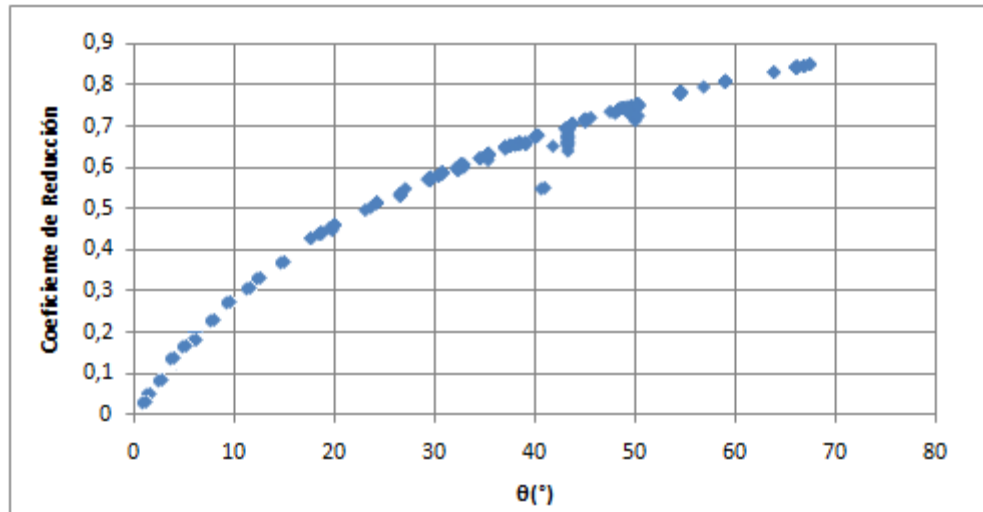


Gráfico 4 Curva de Coeficiente de reducción versus ángulo de inclinación del puntal para cada ensayo de la base de datos

Esto ocurre al considerar que la deformación horizontal es nula, ya que la falla ocurre en la parte inferior del puntal diagonal principal. Al suponer que esta ya no es cero, es decir que existe deformación en la dirección horizontal, las ecuaciones para obtener ϵ_r cambian. Así, se considera que la deformación horizontal, ϵ_h , es $\gamma\epsilon_r$ siendo γ , un entero entre 0 y 1. Para valores de $\gamma=0$ se recupera el modelo original de Viu (2009).

Para la obtención de la ecuación para ϵ_r se hicieron las mismas consideraciones que para la obtención de la ecuación 32, solo cambia que $\epsilon_h \neq 0$. Así, el invariante de deformaciones toma la siguiente forma,

$$\epsilon_d + \epsilon_r = \epsilon_v + \epsilon_h \tag{Ec.61}$$

$$\epsilon_d + \epsilon_r = \epsilon_v + \gamma\epsilon_r \tag{Ec.62}$$

Considerando el mismo círculo de Mohr de la figura 13 y que el puntal diagonal es siempre de compresión ($\epsilon_d < 0$) se tiene,

$$R = \frac{\varepsilon v - \varepsilon h}{2 \cos 2\theta} \quad \text{Ec.63}$$

$$\varepsilon d = \frac{\varepsilon v + \varepsilon h}{2} - R \quad \text{Ec.64}$$

$$\varepsilon d = \frac{\varepsilon v + \varepsilon h}{2} - \frac{\varepsilon v + \varepsilon h}{2 \cos 2\theta} \quad \text{Ec.65}$$

Despejando εv

$$\varepsilon v = \left(1 - \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left[-\xi \varepsilon_0 - \frac{\gamma \varepsilon r}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right)\right] \quad \text{Ec.66}$$

$$\xi = \min \left[\frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon r}}; \frac{5.8}{\sqrt{f'c}} \frac{1}{\sqrt{1+400\varepsilon r}} \right] \quad \text{Ec.67}$$

Luego, reemplazando los valores en la ecuación de compatibilidad,

$$-\xi \varepsilon_0 + \varepsilon r = \left(1 - \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left[-\xi \varepsilon_0 - \frac{\gamma \varepsilon r}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos 2\theta}\right)\right] + \gamma \varepsilon r \quad \text{Ec.68}$$

Y despejando εr ,

$$\varepsilon r \left[1 - \frac{\gamma}{\tan^2 \theta}\right]^2 = \frac{0.9}{\sqrt{1+400\varepsilon r}} \cdot \varepsilon_0 \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad \text{Ec.69}$$

Elevando al cuadrado la ecuación 76 y nuevamente despejando εr se obtiene la nueva ecuación,

$$400\varepsilon_r^3 \left[1 - \frac{\gamma}{\tan^2 \theta}\right]^2 + \varepsilon_r^2 \left[1 - \frac{\gamma}{\tan^2 \theta}\right]^2 - \left[\frac{0.9\varepsilon_0}{\tan^2 \theta}\right]^2 = 0 \quad \text{Ec.70}$$

Con esto se tienen resultados donde el coeficiente de reducción no tiende a cero para un ángulo cero, sino que este punto se mueve dependiendo del valor del parámetro γ .

En el gráfico 5 se ha considerado γ igual a 0.4 y se observa que la curva cambia de forma, donde la curva desciende para luego repuntar, este caso desde $\theta=40^\circ$.

Pero, se observan indefiniciones para ciertos valores de θ , esto se debe a que la ecuación 70 se indefine para puntos en los cuales el término $\frac{\gamma}{\text{sen}\theta^2}$ se acercan a 1. En el gráfico se realizó para distintos valores de γ la curva se indefine en distintos lugares, moviéndose hacia mayores theta, mientras crece γ . Cuando analizamos $\gamma=1$, se puede ver que el coeficiente de reducción se estabiliza en valores cercanos a 0,71. Esto permite entender la existencia de potencial capacidad para ángulos pequeños, sin embargo, no se incluyó en el modelo puesto que esta indefinición depende del valor del parámetro estudiado.

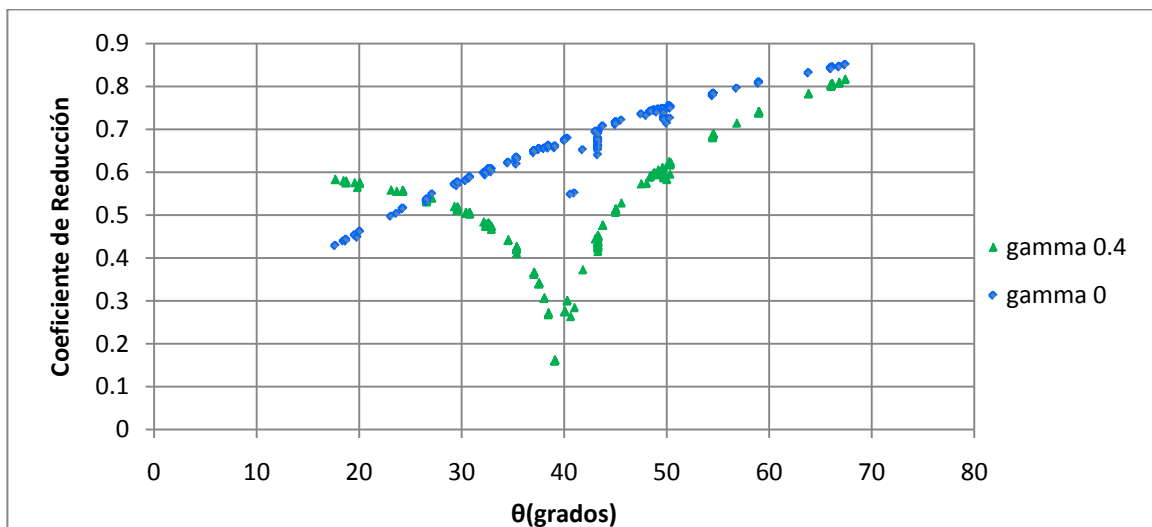


Gráfico 5 Consideración del parámetro gamma en términos de coeficiente de reducción y θ para ensayos de la base de datos considerando γ 0.4 y 0.

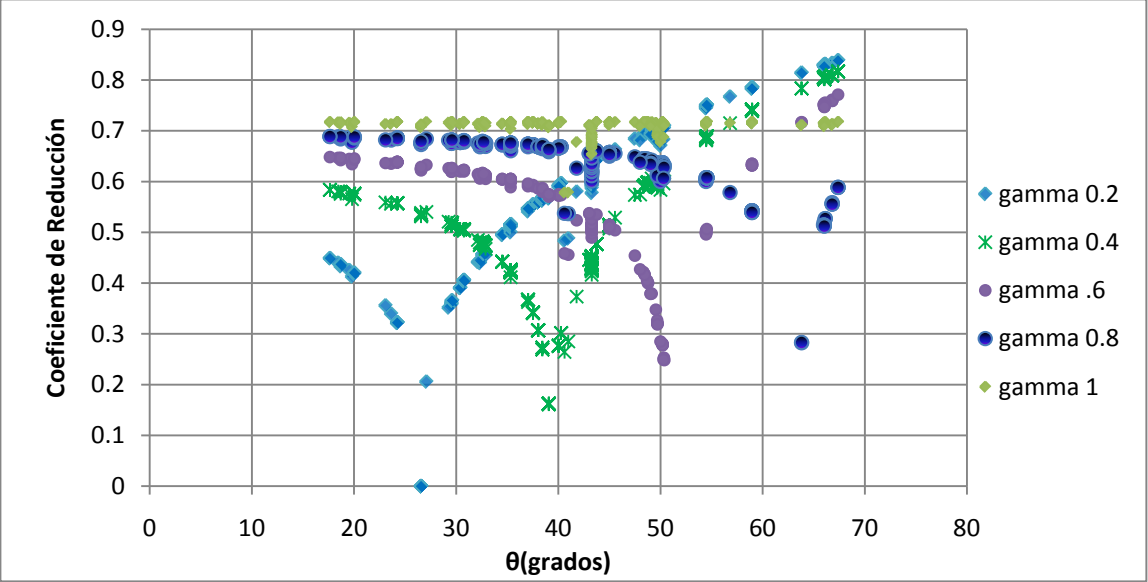


Gráfico 6 Consideración del parámetro γ en términos de coeficiente de reducción vs. θ para ensayos de la base de datos.

4.5. Tendencias de los resultados

4.5.1 Tendencias Generales

Para el análisis de las tendencias con respecto a los distintos parámetros que analizaremos, se compararán los valores del cociente entre el valor de resultado del esfuerzo de corte obtenido a través de la calibración y el valor del ensayo (V_{modelo} / V_{ensayo}). Así, se pretende tener una idea general del comportamiento del modelo con los diferentes parámetros.

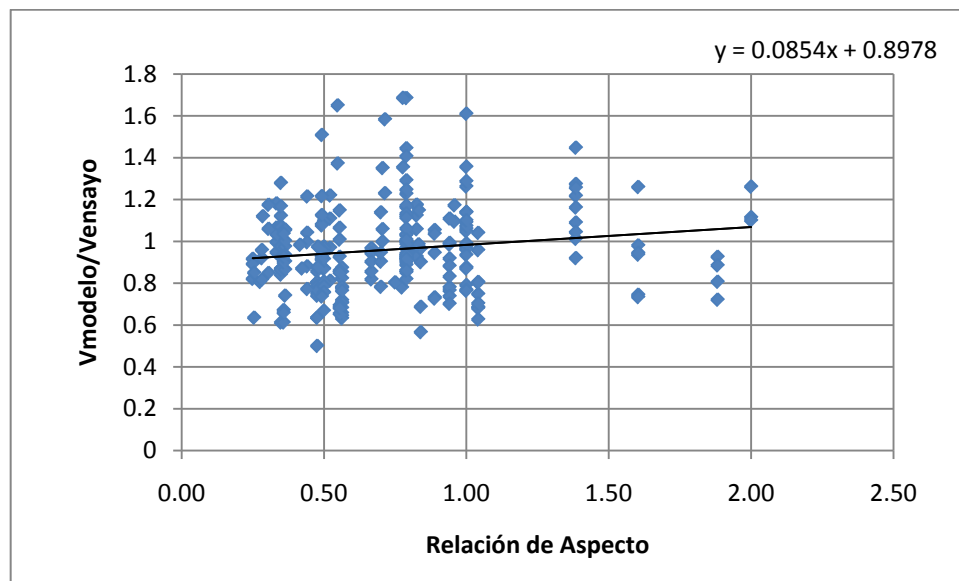


Gráfico 7 Comparación entre el cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo con respecto a la relación de aspecto

En el gráfico 7 se puede observar que la tendencia del cociente de V_{modelo}/V_{ensayo} aumenta a medida que aumenta la relación de aspecto. Se puede ver que existe una pequeña dependencia con este parámetro.

En términos del cociente V_{modelo}/V_{ensayo} de los esfuerzos de corte con respecto a la cuantía vertical y horizontal de los muros, se observa en la figura 8 y 9 la casi nula dependencia que existe frente a este parámetro. Observando el gráfico 10 se puede

ver que la dependencia más importante es la con la cuantía de borde, aunque siendo esta muy baja.

En general, esta baja dependencia del cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ indica que el resultado tiende a ser insensible a este parámetro, es decir, el modelo captura razonablemente bien la variación de la capacidad con cada uno de estos parámetros.

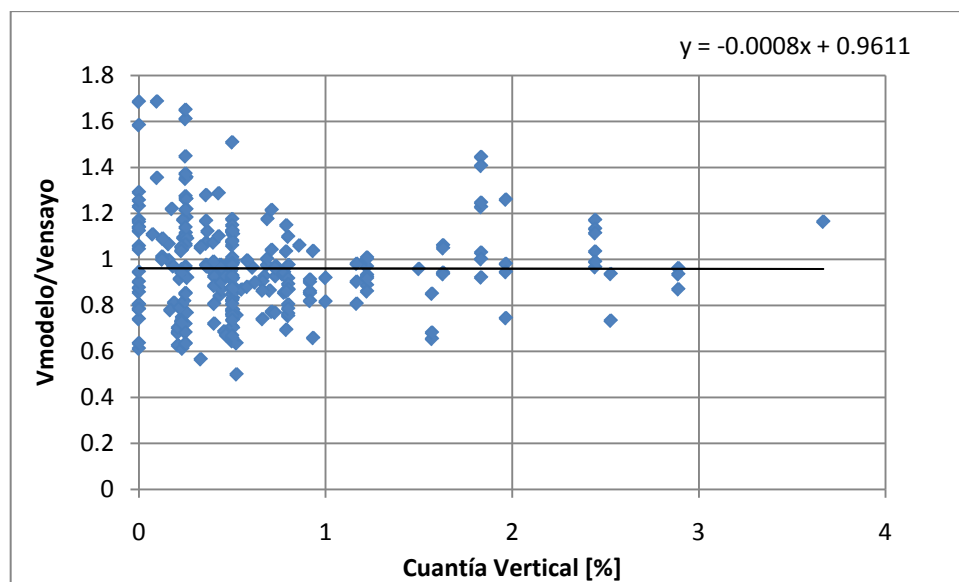


Gráfico 8 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía vertical

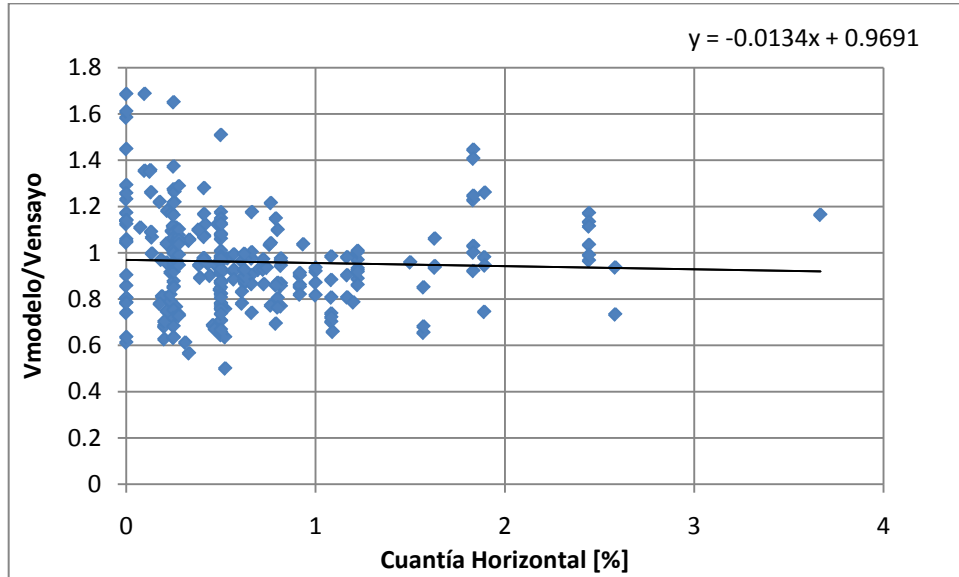


Gráfico 9 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía horizontal

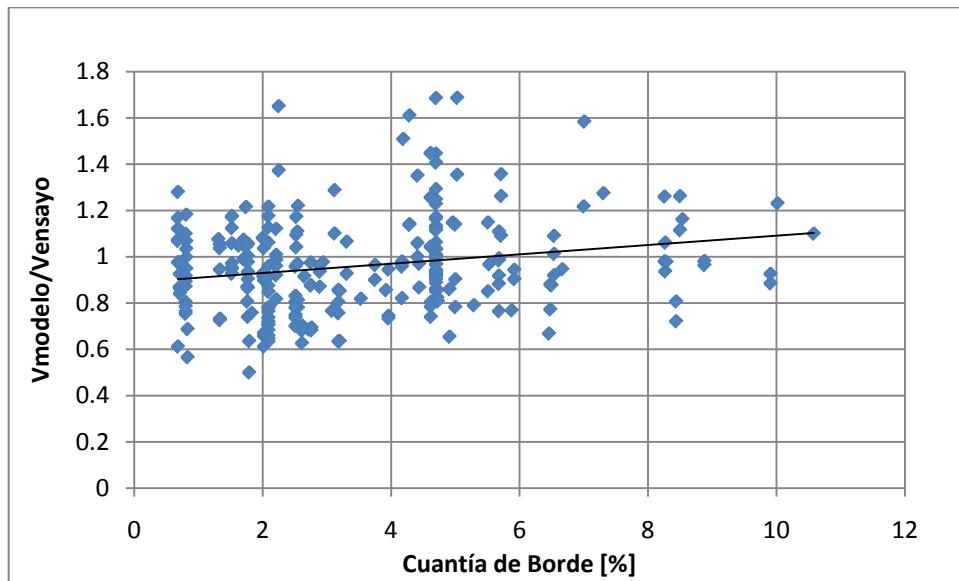


Gráfico 10 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del ensayo y del modelo con respecto a la cuantía de borde

4.5.2 Tendencias Específicas

Las tendencias específicas se incorporan para los ensayos en que se mantienen las características constantes y solo un parámetro cambia. En este caso se analizará lo que sucede con la armadura existente y el cambio del parámetro α y qué sucede en los ensayos de Hidalgo et al. (2002).

4.5.2.1 Distintos valores de α

Se puede observar en las figuras 11 y 12 que para valores de $\alpha=1$ donde se recupera el modelo de Viu (2009) se tienen que, para ensayos de cuantía de borde baja, el cociente entre los valores entregados por el modelo analítico y el ensayo existen ensayos en que el cociente se encuentra bajo 0.4. Así, cuando se considera el parámetro $\alpha=0$ se observa un aumento de la relación entre el corte del modelo y el ensayo, especialmente para valores bajos de cuantía de refuerzo de borde, obteniéndose valores sobre 0.4 en todos los casos.

Esto quiere decir que considerando el parámetro $\alpha=0$ el esfuerzo de corte obtenido mediante el modelo para muros cortos con bajas cuantías de borde están más cerca de lo alcanzado en el ensayo. En términos de líneas de tendencia se observa que existe una mayor dependencia de la cuantía de borde cuando $\alpha=1$, donde se recupera el modelo de Hwang, que considerando $\alpha=0$.

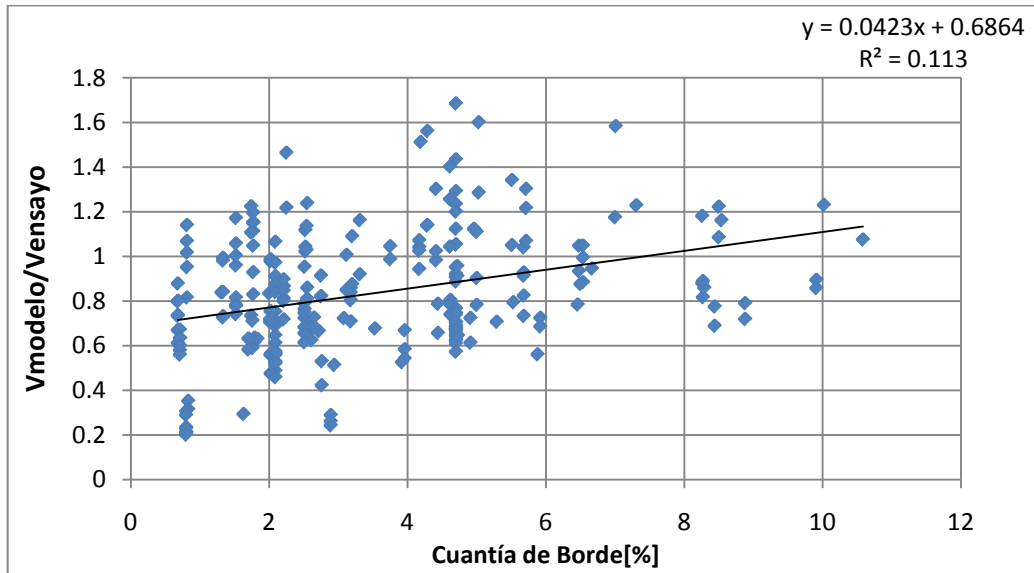


Gráfico 11 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 1

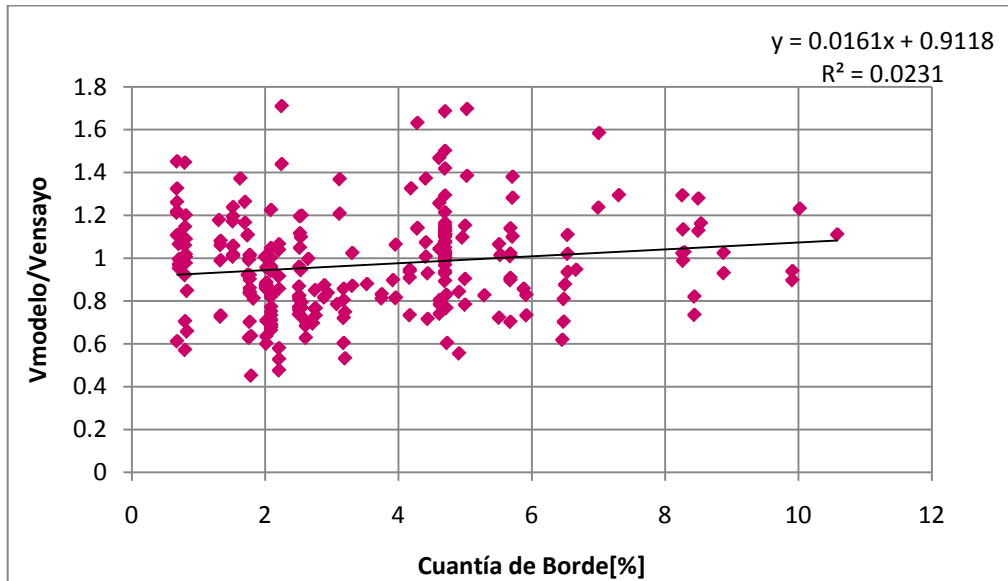


Gráfico 12 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 0

4.5.2.2 Baja Armadura de Borde

Para entender mejor a qué se debe que se corrija preferentemente la estimación de la capacidad de muros con baja cuantía de armadura de borde al disminuir el valor de α , se tomaron solo los ensayos en que la cuantía de borde es menor al 1% y ensayos en que la cuantía de borde es menor al 50% de la cuantía vertical distribuida.

En el gráfico 13 se puede ver que para valores de $\alpha = 1$, en donde se recupera el modelo de Hwang, se tiene que 95% de los casos se encuentran bajo 1, es decir el modelo esta subestimando el esfuerzo del muro. Se observa además, que el 30% de los ensayos se encuentran bajo 0.4 con lo que el resultado entregado por el modelo está muy por debajo lo del ensayo. El valor medio de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ es 0.54 con una desviación estándar de 0.29.

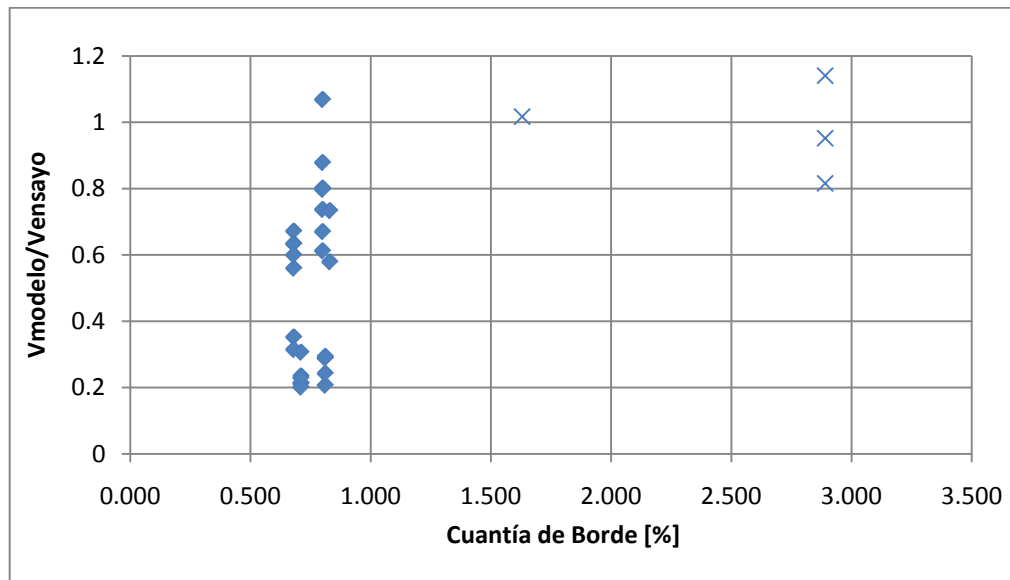


Gráfico 13 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 1 para ensayos con cuantía de borde menor al 1% o que esta fuera muy pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no está fluyendo.

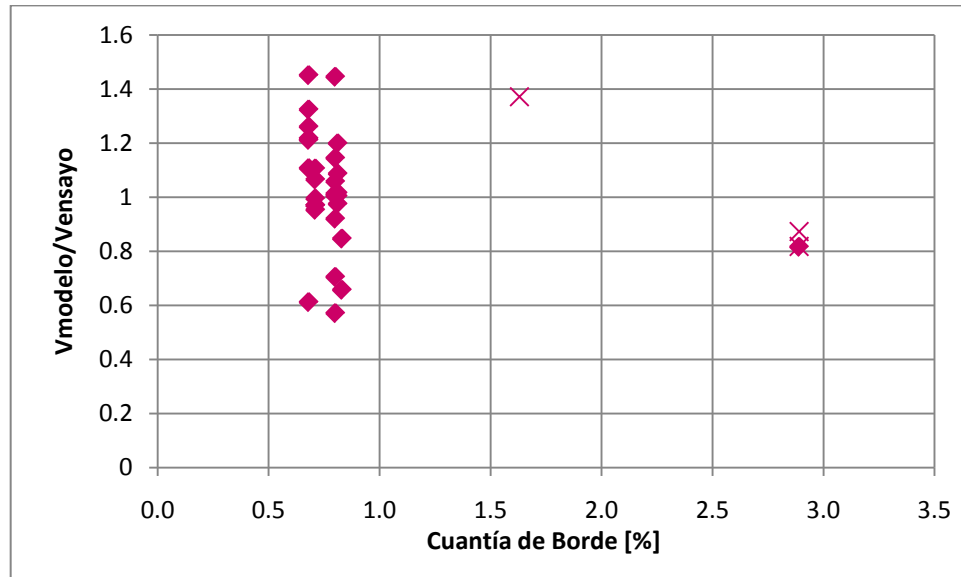


Gráfico 14 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de borde para α igual a 0 para ensayos con cuantía de borde menor al 1% o con armadura pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no está fluyendo.

Asimismo, en el gráfico 14 se observa que los resultados obtenidos considerando el parámetro $\alpha=0$, que el cociente entre $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ se encuentra entre 0.6 y 1.45 lo que mejora considerablemente los resultados comparando con el gráfico 13 para ensayos con baja cuantía de borde. El valor medio de la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ es 1.02 con una desviación estándar de 0.22. Observando el gráfico 15, donde alfa es 0.3 se observa que los resultados no varían considerablemente en el gráfico, pero su valor medio y desviación estándar si lo hacen disminuyendo a 0.93 y 0.16 respectivamente.

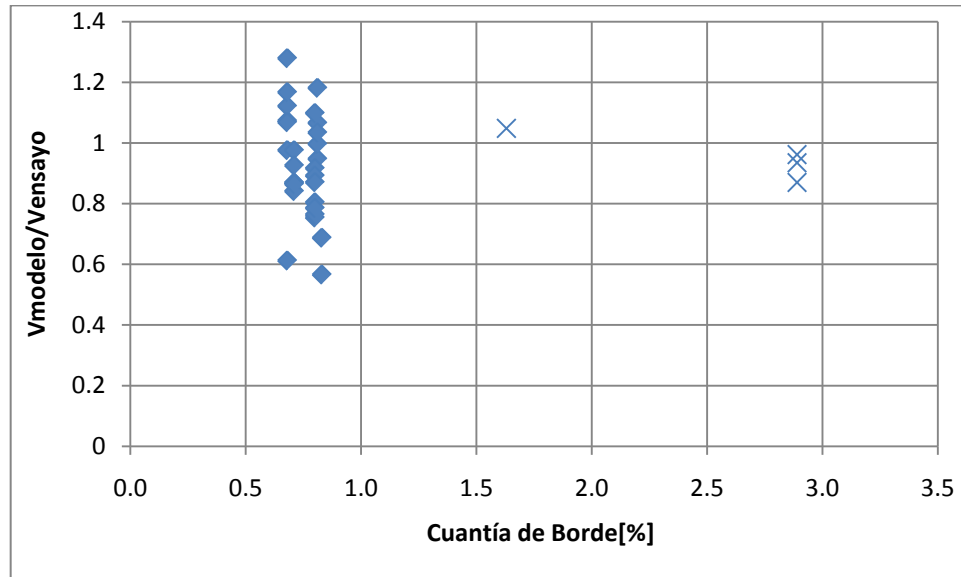


Gráfico 15 Comparación del cociente del esfuerzo de corte del modelo y del ensayo respecto a la cuantía de bode para α igual a 0.3 para ensayos con cuantía de borde menor al 1% o con armadura pequeña con respecto a la cuantía de armadura vertical. Se muestra con cruces los ensayos en que la armadura de borde no esta fluyendo.

Estos resultados indican que en el caso de baja armadura de borde (absoluta o relativa a la armadura vertical distribuida), la armadura vertical distribuida contribuye al momento flector resistente y es por eso que al disminuir el valor de α el mecanismo resistente asume que la fuerza en las barras verticales distribuidas tienen mayor participación en la capacidad a flexión del muro aumentando su capacidad.

Se observa que no todos los ensayos están fluyendo. Si todos los ensayos estaría fluyendo se podría concluir que impacta en la capacidad.

4.5.2.3 Ensayos de Hidalgo

Tomando solo en consideración los ensayos realizados por Hidalgo et. al. (2002), y solo aquellos en que se mantienen constantes los parámetros geométricos y de materiales variando solo uno de estos, se pretende verificar si existen las mismas tendencias de variación de capacidad entre el modelo y los ensayos.

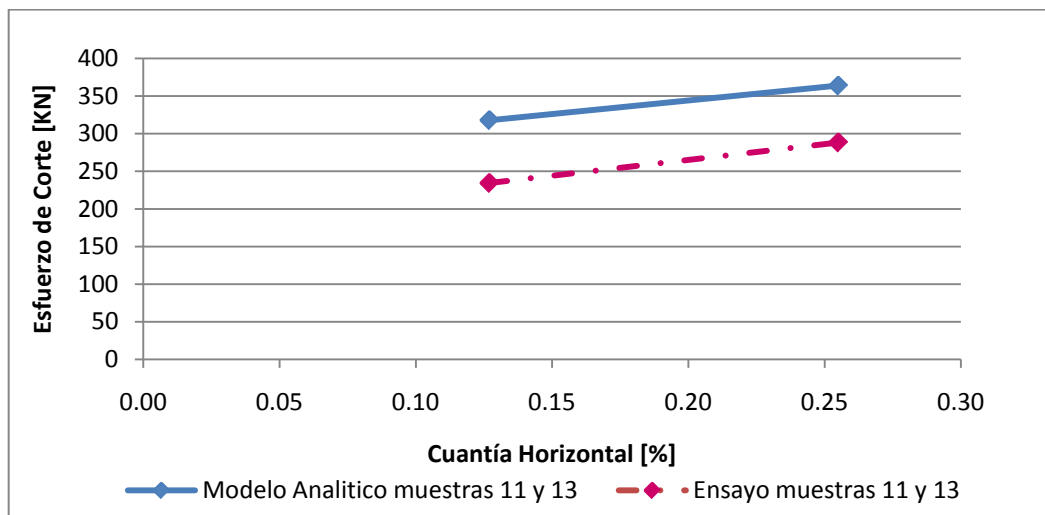


Gráfico 16 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 11 y 13.

En el gráfico 16 se muestran dos ensayos en los cuales se tienen las mismas características del muro, una cuantía vertical de $\rho_v = 0.26\%$ y diferente cuantía horizontal. Se puede ver que ambos siguen la misma tendencia de aumentar el valor del esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía horizontal. Así mismo, tienen la misma pendiente. Se debe notar además, que en el ensayo 13 $f'c$ tiene una variación positiva del 10% en $f'c$ con respecto al ensayo 11.

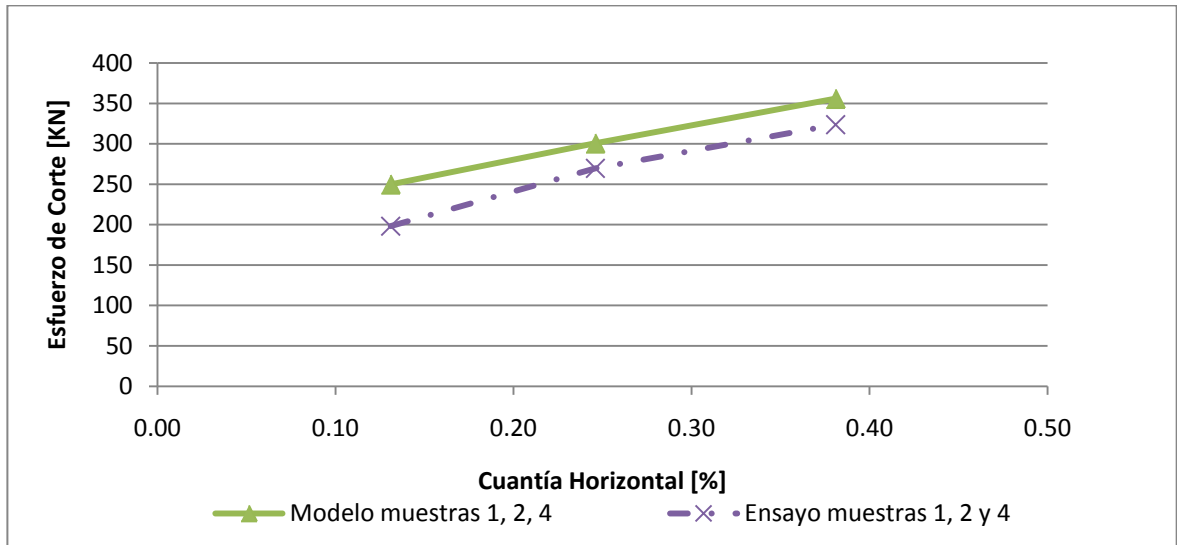


Gráfico 17 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 1,2 y 4.

En el gráfico 17 se muestran tres ensayos en los cuales tienen las mismas características del muro, una cuantía vertical de $\rho_v = 0.25\%$ diferente cuantía horizontal. Se puede ver que los tres siguen la misma tendencia de aumentar el valor del esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía horizontal. Así mismo, tienen prácticamente la misma pendiente.

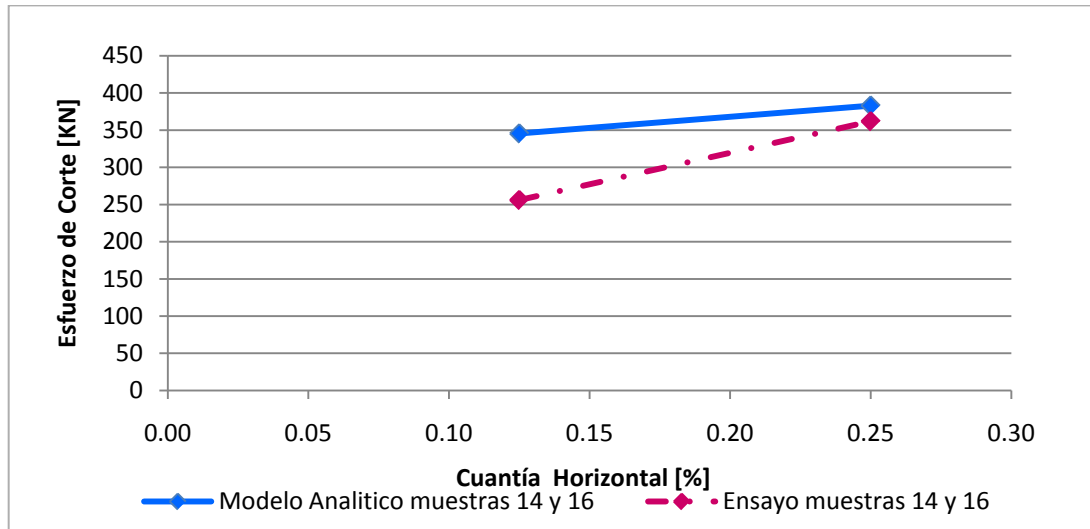


Gráfico 18 Comparación de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 14 y 16.

En el gráfico 18 se muestran dos ensayos en los cuales se tienen las mismas características del muro, una cuantía vertical de $\rho_v = 0.25\%$ y diferente cuantía horizontal. Se puede ver que los dos siguen la misma tendencia de aumentar el valor del esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía horizontal. Se debe notar, que la diferencia entre los ensayos en f'_c alcanza al 10% y que a pesar de que las pendientes son distintas, muestran la misma tendencia.

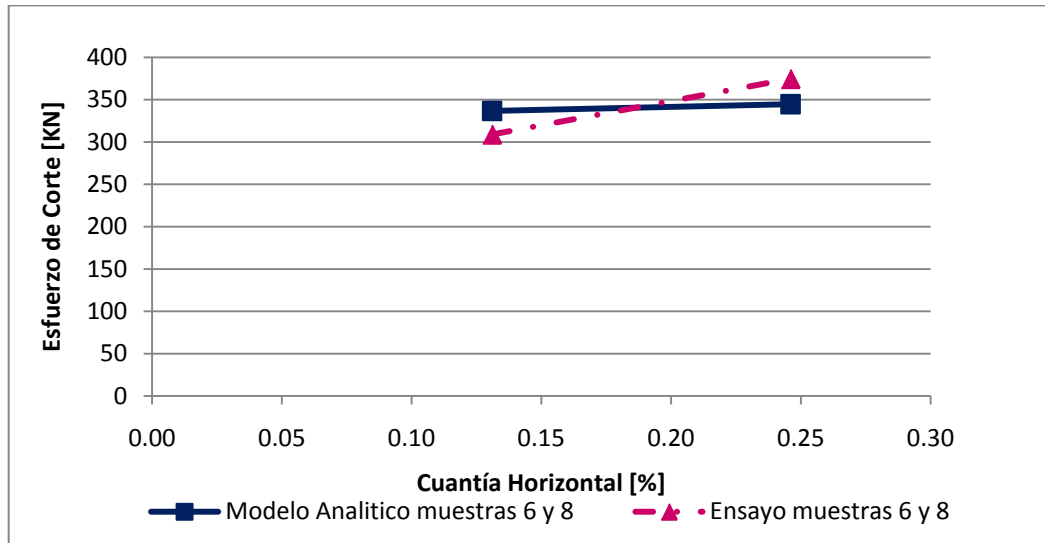


Gráfico 19 de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 6 y 8

En la figura 19 se muestran dos ensayos en los cuales se tienen las mismas características del muro, una cuantía vertical de $\rho_v = 0.26\%$ y diferente cuantía horizontal. Se puede ver que los dos siguen la misma tendencia de aumentar el valor del esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía horizontal. Se debe notar, que la diferencia entre los ensayos en $f'c$ alcanza al 12% y que, aunque las pendientes son distintas, estas tienden a aumentar la capacidad.

En el gráfico 20 se muestran dos ensayos en los cuales se tienen las mismas características del muro, una cuantía vertical de $\rho_v = 0.25\%$ y diferente cuantía horizontal. Se puede ver que los dos siguen la misma tendencia de disminuir el valor del esfuerzo de corte a medida que aumenta la cuantía vertical. Se debe notar, que la diferencia entre los ensayos en $f'c$ alcanza al 10% siendo mayor para el ensayo 7.

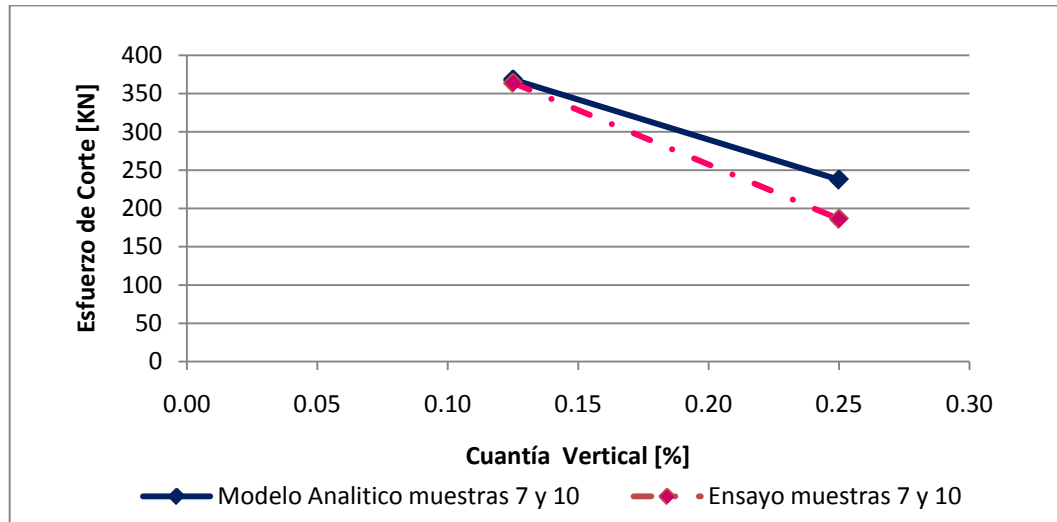


Gráfico 20 de la variación del esfuerzo de corte con respecto a la cuantía horizontal ensayos 7 y 10

4.6 Deficiencias del Modelo

En la estimación del esfuerzo en el puntal diagonal D, tres componentes aparecen: la fuerza resistente del puntal en el nodo, y las fuerzas asociadas a los tensores debido a la armadura vertical y horizontal (F_v y F_h respectivamente). Las componentes asociadas a las fuerzas F_v y F_h dependen de la armadura presente en el muro, vertical y horizontal respectivamente, así como de la relación de aspecto del muro.

Al determinar la capacidad lateral del muro, las fuerzas de los tensores vertical y horizontal (F_v y F_h) tienen incidencia en tanto en la determinación del puntal D, como directamente en la estimación de la capacidad lateral (V). Estas son la ecuación de D y la ecuación de equilibrio para obtener el esfuerzo de corte vertical (Ec.72 Y Ec.73 para muros en voladizo). Así, los coeficientes que acompañan a los tensores, junto con los valores de estas fuerzas, pueden indicar tanto que existe una resultante del puntal que no es de compresión, o que el aumento de armadura distribuida resulte en disminución de la capacidad.

Al graficar estos coeficientes frente a la relación de aspecto en los muros, se observa en el gráfico 21 ($\alpha= 0.3$) la contribución de la armadura horizontal siempre es positiva

en cuanto a aportar en capacidad (el coeficiente es positivo). Asimismo, se puede ver que la contribución de la armadura vertical para muros con relaciones de aspecto mayores a 0.65, es decir con ángulos mayores a 33°, es negativo lo que quiere decir que disminuye la capacidad final del muro. Este problema no subsiste en el modelo original de Hwang ya que considerando α igual a 1 el aporte de la armadura vertical es siempre positivo como se observa en el gráfico 21.

$$D = -\sigma_{d,\max} A_{str} + \frac{\cos\left(\theta - \tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)}{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{H}{2\ell}\right)\right)} \cdot F_h + \frac{\cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right) - \theta\right)}{\sin\left(\tan^{-1}\left(\frac{2H}{\ell}\right)\right)} \cdot F_v \quad \text{Ec. 71}$$

$$V = (\alpha + 1) * \frac{F_v}{2 \tan \theta} + F_h - D \cos \theta \quad \text{Ec. 72}$$

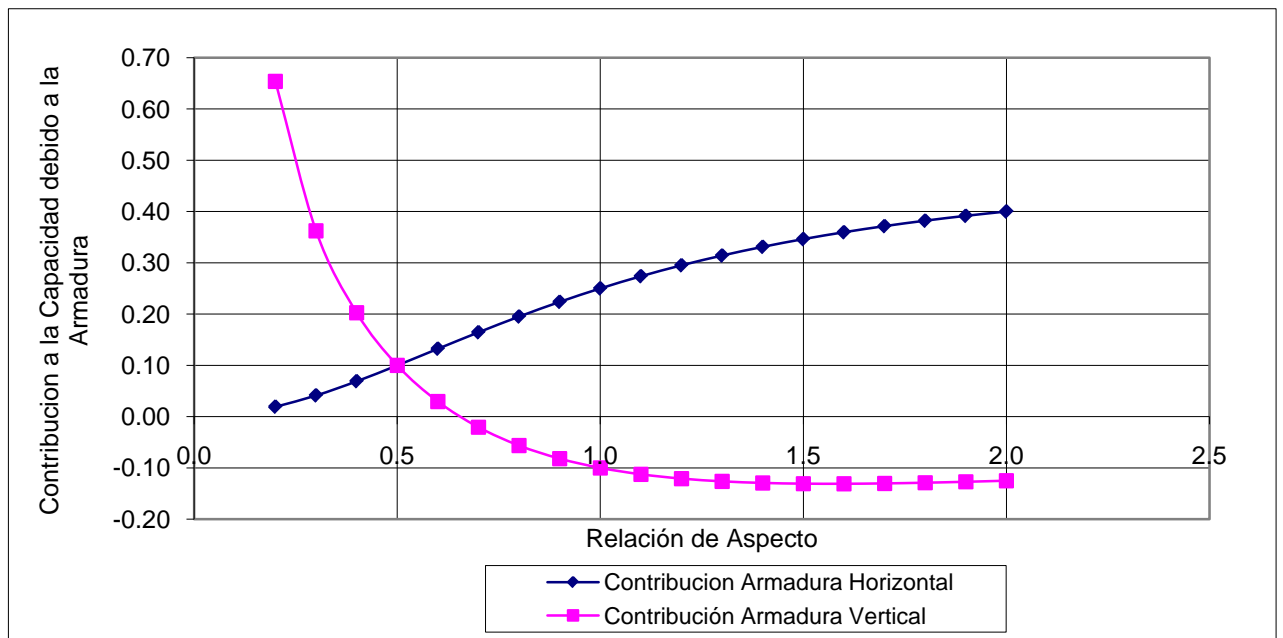


Gráfico 21 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el cálculo de la capacidad al corte en muros voladizo considerando un α 0.3

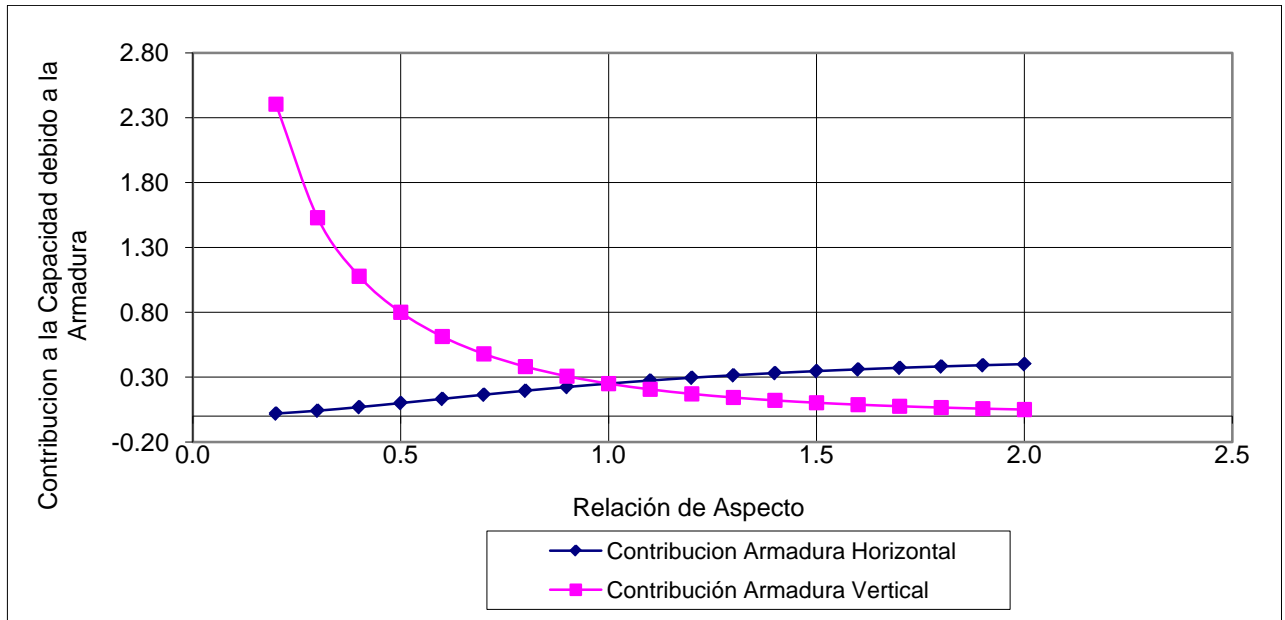


Gráfico 22 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el cálculo de la capacidad al corte en muros voladizo considerando un α igual a 1

Se observa además, que el aporte de la armadura vertical alcanza un valor máximo de 2,5 para muros con relaciones de aspecto 0,25, mientras que el aporte para muros voladizo considerando α igual a 0.3 baja considerablemente a 0.7.

Para muros doblemente empotrados esto no sucede ya que la ecuación de equilibrio para conseguir el corte en el sentido horizontal es distinta (Ec.80) por lo que los coeficientes de las fuerzas horizontal y vertical cambian. Esto trae consigo que la armadura vertical siempre sea un aporte al obtener el esfuerzo de corte vertical.

$$V = -D\cos\theta + F_h + \alpha F_v / \tan\theta \quad \text{Ec. 73}$$

En el gráfico 24 se puede observa el aporte que realizan ambas armaduras al esfuerzo de corte horizontal.

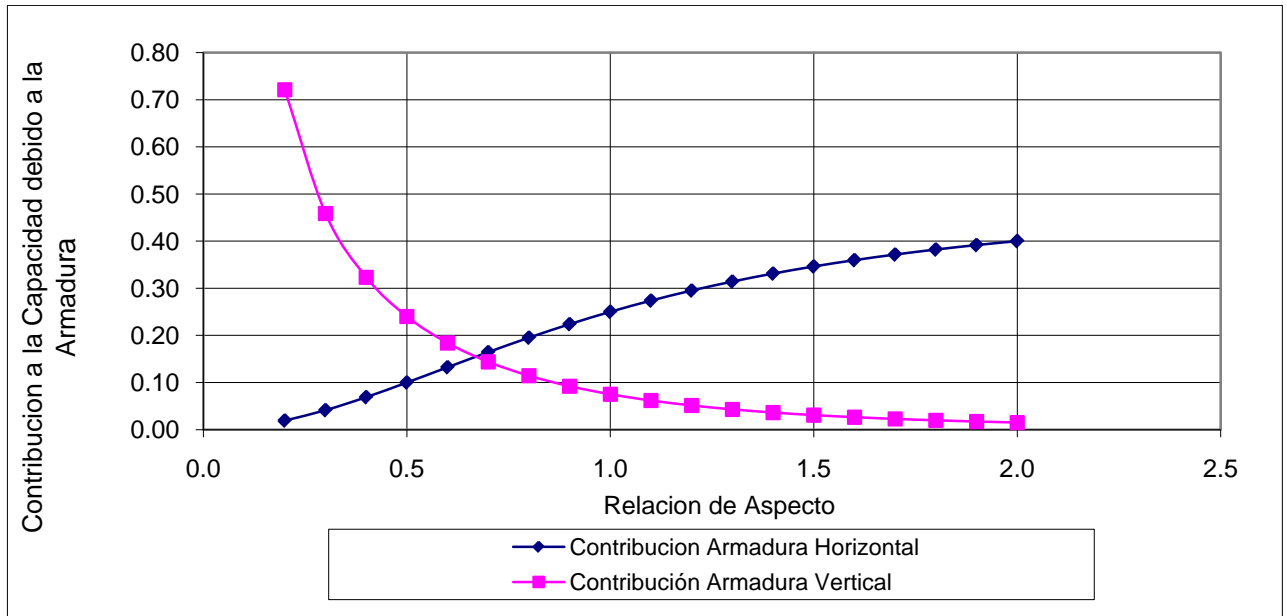


Gráfico 23 Contribución de las Armaduras horizontal y verticales en el cálculo de la capacidad al corte en muros doblemente empotrados considerando un α igual a 0.3

Debido a esto, se verificó que sucedía en la base de datos utilizada con las capacidades de los muros. En esta primero se descartaron los ensayos en los cuales se informa que la falla no es directamente de corte. Por lo que los ensayos verificados ya no son 252 sino solamente 213 ensayos. De estos, 124 ensayos esta fluyendo la armadura de borde (58%) y en 89 ensayos esta armadura no fluye (42%).

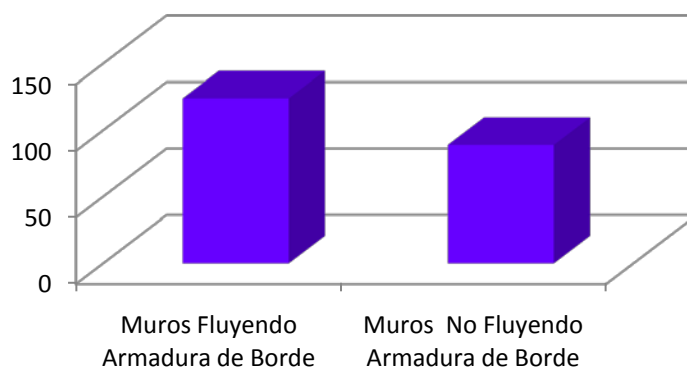


Gráfico 24 Muros ensayados en los cuales el reporte indica la falla de corte. Se indican los muros en que la armadura de borde esta fluyendo y en los ensayos en que esta no fluye.

Dentro de este grupo, se dividieron los ensayos según el tipo de apoyo (voladizo o doble empotramiento). A su vez, los muros en voladizo se estudiaron los que tienen un ángulo θ mayor a 33 grados (zona crítica) y los menores a esta.

Dentro de los muros que fluyen (gráfico 25), 12 son los muros que son doblemente empotrados (10%), 55 muros en voladizo con ángulo bajo 33° (44%) y 57 muros en voladizo con ángulo sobre 33° (46%). Los muros que no fluyen (gráfico 26), 27 son los muros doblemente empotrados (30%), 50 muros en voladizo con ángulo bajo 33° (56%) y 12 muros en voladizo con ángulo sobre 33° (13%).

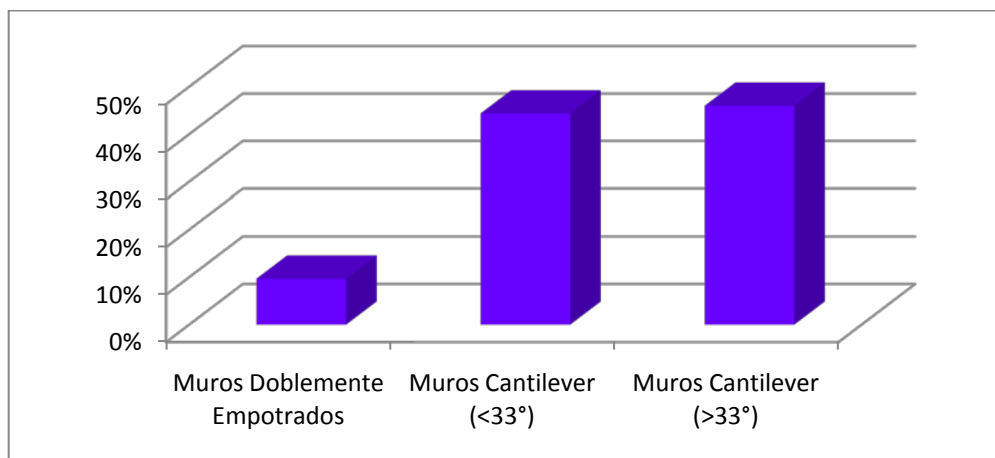


Gráfico 25 Clasificación según condiciones de apoyo para muros en donde la armadura de borde esta fluyendo.

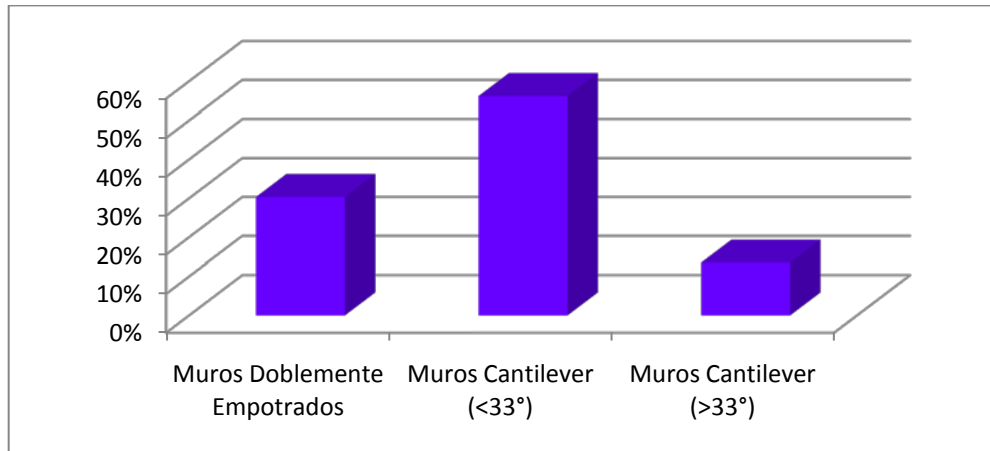


Gráfico 26 Clasificación según condiciones de apoyo para muros en donde la armadura de borde no esta fluyendo.

En la tabla 2 hay un resumen de los promedios y desviaciones obtenidas cuando consideramos el cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ cuando la armadura de borde esta fluyendo. En términos de desviaciones, estas están sobre el 20% para todos los tipos de apoyo y los valores medios de los muros doblemente empotrados y voladizo con ángulos mayores a 33° , son muy cercanas a 1 mientras que las de los muros voladizo con ángulos menores a 33° es 0.9.

Tabla 2 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde esta Fluyendo considerando el cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$

	Promedio	Desviación Estándar	COV	Cantidad Ensayos
Muros Doblemente Empotrados	1.03	0.24	0.23	12
Muros Voladizo con ángulos < 33°	0.90	0.21	0.23	55
Muros Voladizo con ángulos > 33°	0.99	0.20	0.20	57

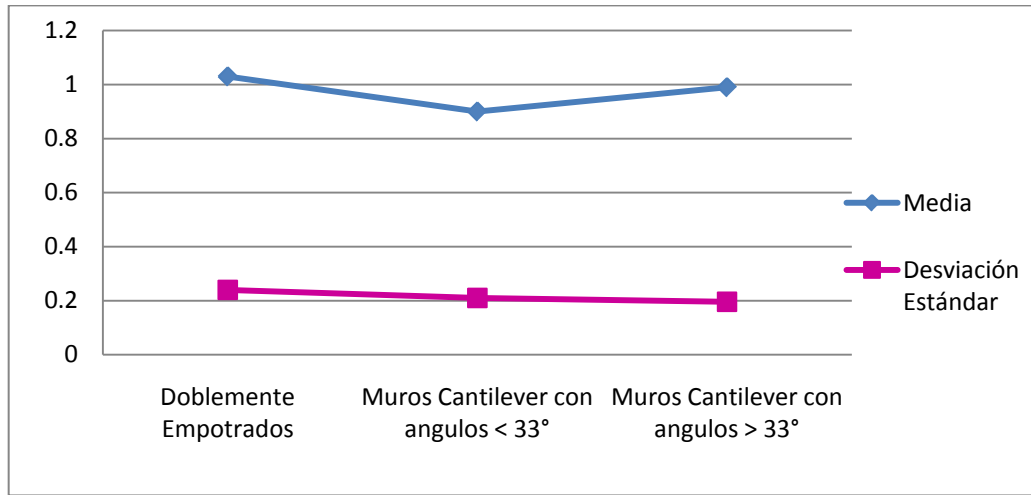


Gráfico 27 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde está Fluyendo considerando el cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$

En la tabla 3 se puede ver que para muros en que la armadura de borde no está fluyendo, se tiene que los valores medios para los muros doblamente empotrados y los muros voladizo con un ángulo mayor a 33° , son mayores a 1 mientras que para los muros voladizo con ángulos menores a 33° la promedio es de 0.92. En términos de coeficientes de variación, se observa que estas son menores que en el caso de muros que tienen la armadura de borde fluyendo, estas se encuentran entre 0.15 y 0.19 respectivamente.

Tabla 3 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde no está Fluyendo considerando el cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$

	Promedio	Desviación Estándar	COV	Cantidad Ensayos
Muros Doblemente Empotrados	1.09	0.17	0.15	27
Muros Voladizo con ángulos < 33°	0.92	0.17	0.19	50
Muros Voladizo con ángulos > 33°	1.03	0.17	0.16	12

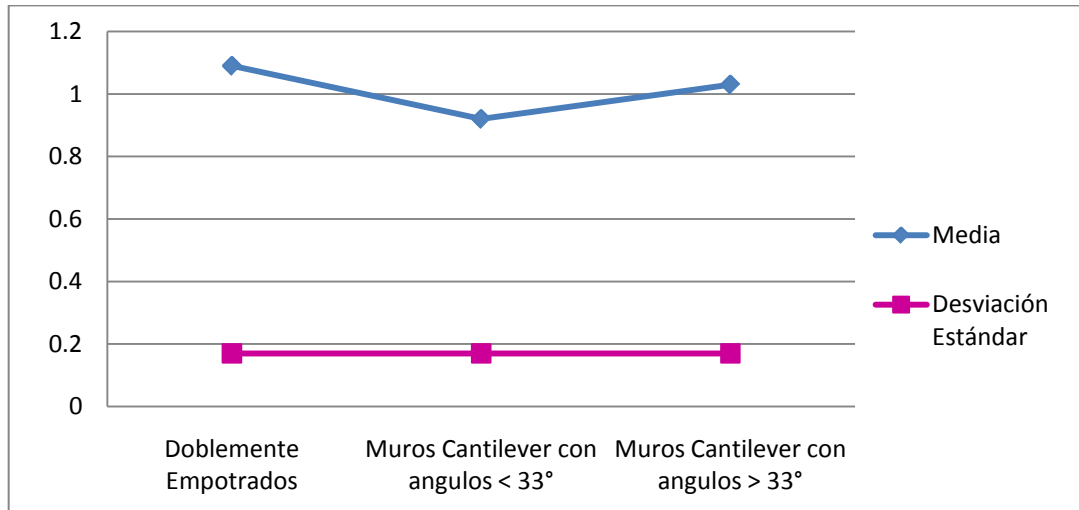


Gráfico 28 Estadísticas de los Muros en que la armadura de Borde no está Fluyendo considerando el cociente $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$

Este modelo se enfoca principalmente en muros que fallan debido a compresión diagonal, por lo que los resultados obtenidos con muros en los cuales la armadura de borde no está fluyendo se atienen directamente a lo estudiado. En general, se tienen dos puntos importantes: (1) los casos en que la armadura de borde fluye, la dispersión es levemente mayor, y (2) al observar los casos de muros en voladizo se tienen niveles similares de valor promedio al mirar casos donde la armadura de borde fluye o donde esto no ocurre. A pesar de que el valor medio es menor en el caso de muros en voladizo más cortos (ángulo menor a 33°), lo que se podría interpretar como una disminución de la capacidad producto de este efecto negativo que podría tener la armadura distribuida vertical, esa misma menor capacidad, es vista en el caso de muros donde fluye la armadura de borde. Por otro lado, la baja dispersión observada (para 50 ensayos) para muros en voladizo cortos indica que el modelo interpreta correctamente cómo sus parámetros afectan la capacidad de estos. A pesar de estos buenos resultados es importante mencionar que no se tienen ensayos de muros en voladizo con relaciones de aspecto que resulten en ángulos mayores y menores a 33° con variación solamente de armadura horizontal para poder interpretar mejor esta situación. De esta forma, se requiere mayor información para validar en este aspecto. Se observa que el parámetro D es positivo en 21 de los 252 ensayos de los cuales 21 son muros en voladizo, esto se podría explicar debido a la sobreestimación de los

puntales verticales y horizontales (Fig. 6). El término D influye en todas las ecuaciones de equilibrio para muros en voladizo como en muros con doble empotramiento. Que este término sea positivo implica que en el puntal de la dirección principal ya no es un puntal de compresión sino de tensión, lo cual no concuerda con los supuestos del modelo y no es consistente con los resultados experimentales. Esto requiere modificar el modelo pero esas modificaciones no están en los alcances de esta memoria.

Se hizo un análisis preliminar haciendo variaciones de F_h y F_v disminuyendo su valor, imponiendo D igual a cero, pero no se llegaron a resultados concretos en términos de mejorar los resultados y disminuir la cantidad de ensayos en que el parámetro D es positivo.

5. COMPARACIÓN CON OTROS MODELOS

En la literatura se pueden encontrar ecuaciones que permiten encontrar el esfuerzo de corte máximo en muros cortos. La utilidad de éstas se evaluará con la base de datos utilizada y se comparan los resultados con el modelo que se ha modificado en esta memoria.

Estas ecuaciones utilizan parámetros tales como la relación de aspecto, el refuerzo vertical, refuerzo horizontal y el esfuerzo axial para determinar el esfuerzo de corte. En estudios previos se ha visto que los resultados entregados por estas son muy dispersos, lo que es un problema ya que esto es una variable clave para un buen diseño.

Los resultados de los cortes obtenidos con las distintas ecuaciones se comparan con los resultados obtenidos de los ensayos. Para esto se utilizaran 5 modelos propuestos en la literatura: 1) Barda et al.[16]; 2)Wood (1990)[20]; 3) Capítulo 21 de ACI 318-05[9]; 4)Capítulo 11 de ACI 318-05[9] y 5)ASCE/SEI 43-05[21].

5.1 Ecuaciones publicadas para predecir el máximo esfuerzo de corte en muros cortos de hormigón armado

A continuación se describirán las ecuaciones de: Barda et al.[16]; Wood(1990)[20]; Capítulo 21 de ACI 318-05[9]; Capítulo 11 de ACI 318-05[9] y ASCE/SEI 43-05[.].

5.1.1 ACI 318-05

ACI 318-05[9] entrega dos ecuaciones semi-empíricas para obtener el corte en muros de hormigón armado. Una de estas esta especificada en ACI 318-05[9], en la sección 21.7 (Muros estructurales especiales de concreto reforzado y vigas de acople) para diseño sísmico.

$$V_{n1} = (\alpha_c \sqrt{f'c} + \rho_h f_{yh}) A_w \leq 10 \sqrt{f'c} A_w \quad \text{Ec. 74}$$

Siendo,

A_w = Área del muro, in^2

d = distancia de la fibra en compresión extrema a la resultante de las fuerzas

α_c = coeficiente de la relación de aspecto, es 1/4 para $h_w/l_w \leq 1.5$, 1/6 para $h_w/l_w \geq 2.0$, y varía linealmente entre 1/4 y 1/6 para h_w/l_w entre 1.5 y 2.0 considerando el sistema inglés.

l_w = Largo del muro, in

h_w = altura del muro, in

ρ_h = cuantía de armadura horizontal

$f'c$ = Resistencia a la compresión del hormigón, psi.

El límite impuesto tiene la intención de prevenir falla por compresión diagonal. Esta a su vez impone un límite de mínimo un 0.25% para los refuerzos verticales y horizontales. Asimismo para muros en que la relación de aspecto es menor a dos, es decir muros cortos, requiere que el porcentaje de refuerzo vertical no será menor que el porcentaje de refuerzo horizontal.

El procedimiento para predecir el corte en la sección 11.10 del ACI 318-05[9], está dado por las ecuaciones.

$$V_{n2} = V_c + V_s \leq 10 \sqrt{f'c} t_w d \quad \text{Ec. 75}$$

$$V_c = 3.3 \sqrt{f'c} h d + \frac{d N_u}{4 l_w} \quad \text{Ec. 76}$$

$$V_c = t_w d \left[0.6 \sqrt{f'c} + \frac{(1.25 \sqrt{f'c} + \frac{0.2 N_u}{t_w l_w}) l_w}{\frac{M_u \cdot l_w}{V_u \cdot 2}} \right] \quad \text{Ec. 77}$$

$$V_s = \frac{dA_v f_{yh}}{s} \quad \text{Ec. 78}$$

Donde,

d =distancia de la fibra en compresión extrema a la resultante de las fuerzas, in

t_w =ancho del muro, in

s =espaciamiento en el refuerzo horizontal del muro, in

f'_c =Resistencia a la compresión del hormigón, psi

N_u =Carga axial mayorada (negativa en tensión), lb

M_u =Momento mayorado en la sección, lb-in

V_u =Esfuerzo de corte mayorado en la sección, lb

V_c = Capacidad de corte nominal debido al hormigón, lb

V_s = Capacidad de corte nominal debido al refuerzo horizontal, lb

f_{yh} =Resistencia a la fluencia del refuerzo vertical, psi

A_v =Area de refuerzo horizontal dentro de s , in^2

l_w =Largo del muro, in

Se debe utilizar el mínimo valor obtenido en las ecuaciones 76 y 77, cuando $\frac{M_u}{V_u} - \frac{l_w}{2} \leq 0$ no se puede utilizar la ecuación 80. Asimismo, el esfuerzo de corte tiene un límite superior de $10\sqrt{f'_c}$ psi. Para utilizar esta ecuación el mínimo refuerzo horizontal es 0.25% y el mínimo reforzamiento vertical esta dado por

$$\rho_v = 0.0025 + 0.5 \left(2.5 - \frac{h_w}{l_w} \right) (\rho_h - 0.0025) \quad \text{Ec.79}$$

5.1.2. Barda et al.

La ecuación propuesta por Barda et al.[16], predice el corte en muros cortos como,

$$V_{n3} = (8\sqrt{f'_c} - 2.5\sqrt{f'_c} \frac{h_w}{l_w} + \frac{N_u}{4t_w l_w} + \rho_v f_{yv}) t_w d_2 \quad \text{Ec.80}$$

Donde,

l_w = Largo del muro, in

f_y = Resistencia a la fluencia del refuerzo vertical, psi

d = distancia de la fibra en compresión extrema a la resultante de las fuerzas Se calcula como $0.6 l_w$, in

t_w = ancho del muro, in

h_w = altura del muro, in

ρ_v = cuantía de armadura vertical

ρ_h = cuantía de armadura horizontal

f'_c = Resistencia a la compresión del hormigón, psi.

d_2 = distancia de la fibra en compresión extrema al centroide del refuerzo vertical del muro en tracción, in.

5.1.3. Wood (1990)

La ecuación propuesta por Wood (1990), utilizando una base de datos de 143 ensayos incluyendo muros con elementos de borde es:

$$6\sqrt{f'_c}A_w \leq V_{n4} = \frac{A_v f_{y2}}{4} \leq 10\sqrt{f'_c}A_w \quad \text{Ec.81}$$

Donde,

t_w = ancho del muro, in

f'_c = Resistencia a la compresión del hormigón, psi

f_{y2} = Resistencia a la fluencia del refuerzo vertical y los elementos de borde, psi

A_v = Area de refuerzo horizontal dentro de s , in^2

l_w = Largo del muro, in

A_w = Area del muro, in^2

s = separación entre estribos, in

5.1.4 ASCE/SEI 43-05

El último modelo es de ASCE/SEI 43-05 aplicable a muros donde la relación de aspecto es menor a 2. Está definida por,

$$V_{n5} = v_n dt_w \quad \text{Ec. 82}$$

$$v_n = 8.3\sqrt{f'c} - 3.4\sqrt{f'c}\left(\frac{h_w}{l_w} - 0.5\right) + \frac{N_u}{4t_w l_w} + \rho_{se} f_{yv} \quad \text{Ec. 83}$$

$$\rho_{se} = A\rho_v + B\rho_h \quad \text{Ec. 84}$$

Siendo,

l_w =Largo del muro, in

f_y =Resistencia a la fluencia del refuerzo vertical, psi

d =distancia de la fibra en compresión extrema a la resultante de las fuerzas. Se calcula como $0.6 l_w$, in

t_w =ancho del muro, in

h_w =altura del muro, in

ρ_v =porcentaje de armadura vertical

ρ_h =porcentaje de armadura horizontal

$f'c$ =Resistencia a la compresión del hormigón, psi.

A, B=constantes, su valor depende de la relación de aspecto como se describe a continuación,

$\frac{h_w}{l_w} \leq 0.5$	A=1	B=0
$0.5 \leq \frac{h_w}{l_w} \leq 1.5$	$A = -\frac{h_w}{l_w} + 1.5$	$B = \frac{h_w}{l_w} - 0.5$
$\frac{h_w}{l_w} \geq 1.5$	A=0	B=1

5.2 Comparación de los resultados obtenidos con los ensayos con los resultados obtenidos en los ensayos

En esta sección se presentan los resultados estadísticos de la aplicación de los modelos presentados anteriormente. Se calculó el corte obtenido con cada uno de estos modelos a los ensayos de la base de datos utilizada.

En la tabla 4 se observa el promedio del cociente del corte obtenido a través de las ecuaciones sobre el corte obtenido en los ensayos. Esto quiere decir que si el promedio es sobre 1, el resultado entregado por la ecuación está sobreestimados, mientras que si se encuentran bajo 1, significa que los resultados entregados por los modelos están por debajo del corte máximo alcanzado en el ensayo.

Tabla 4 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$

	Promedio	Desviación Estándar	COV
Barda et al.	0,90	0,30	0,33
Villar(2010)	0,95	0,21	0,21
Wood(1990)	1,00	0,40	0,40
ASCE/SEI 43-05	1,10	0,38	0,35
ACI 318-5 Cap. 21	0,92	0,42	0,45
ACI 318-5 Cap.11	0,72	0,33	0,46

Nota: COV coeficiente de variación.

En el gráfico 29 se observa que todos los modelos están por debajo de 1, excepto el modelo del ASCE/SEI 43-05, el cual entrega un valor 1.1. Esto quiere decir que en general los modelos entregan un corte subestimado frente a lo obtenido en los mismos muros en los ensayos realizados. En términos de desviación estándar, se puede ver que todas son menores a 0.4, siendo la del modelo estudiado en esta memoria la menor. Asimismo en términos de coeficiente de variación (COV) se observa que los más altos son los entregados por los modelos presentados en el ACI 318 capítulos 21 y 11, y la más baja está dada por el modelo presentado en esta memoria.

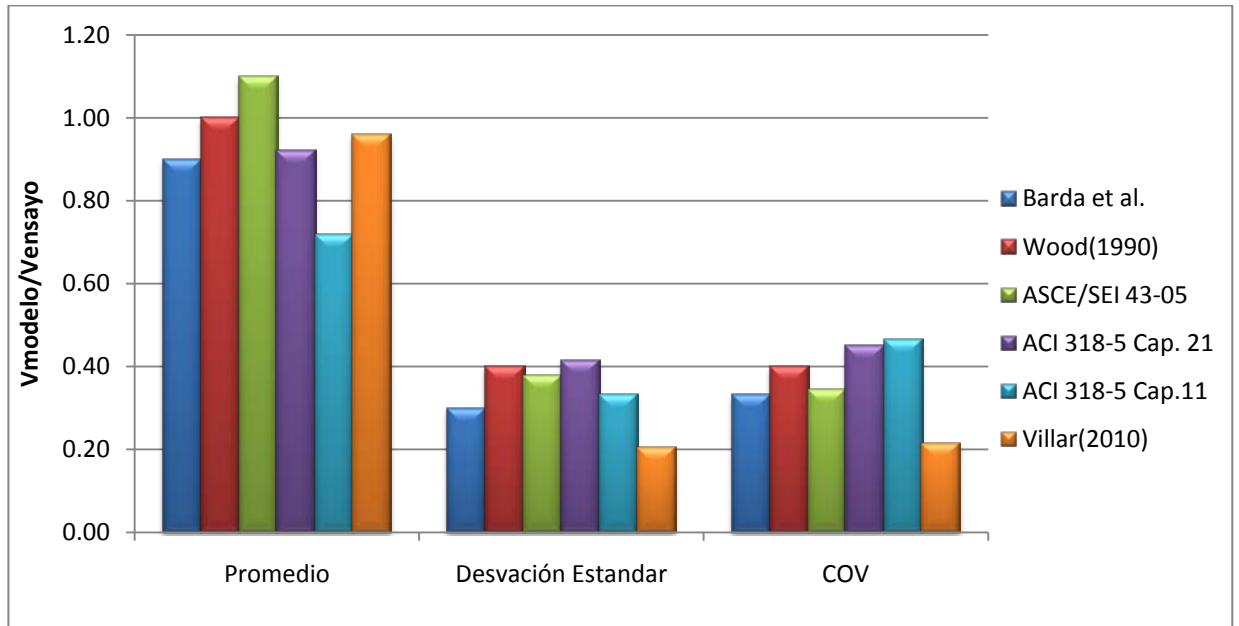


Gráfico 29 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, comparado con el esfuerzo de corte obtenido del ensayo

Las ecuaciones de Barda sobreestiman el esfuerzo de corte en un 36% de los ensayos, mientras que un 6.7% de estos, los resultados están bajo el 0.5, es decir, la capacidad real del muro es el doble de lo entregado por las ecuaciones. Asimismo, Wood (1990) subestima el corte en 6.3% de los ensayos de los muros mientras que, 46% de estos ensayos se sobreestiman.

En las ecuaciones de ASCE7SEI 43-05 solo 12 ensayos se encuentran bajo 0.5 lo que representa un 4.7% del total, y 131 ensayos sobreestiman el esfuerzo de corte lo que significa un 52% de los ensayos de muros son sobreestimados. En las ecuaciones presentadas por ACI 318-5 capítulo 11, 16.6% de los ensayos están bajo 0.5 mientras que con las ecuaciones presentadas en el capítulo 21 solo el 8.7% de los ensayos. En términos de sobreestimación, la ecuación del capítulo 21 presenta 88 ensayos sobre 1, en la relación $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$, lo que representa un 35% mientras que la ecuación en el capítulo 11 solo 40 ensayos se sobreestiman lo que representa un 16% de los ensayos de muros.

6. CONCLUSIONES

Muros de hormigón armado con una proporción de altura versus largo menor a dos, son importantes componentes estructurales en edificios comerciales y en casi todas las estructuras que conciernen energía nuclear. El comportamiento de estos muros cortos en eventos sísmicos es de mayor importancia ya que estos son modelados y diseñados para proporcionar rigidez lateral y resistencia en un edificio o estructura. Actualmente las normas y códigos se enfocan en muros altos (los cuales fallan por flexión), mientras que muros cortos son más comunes en la práctica. El comportamiento de un muro corto está gobernado por los esfuerzos de corte los cuales son más difíciles de predecir que las fallas por flexión.

En esta memoria se implementó un modelo puntal-tensor con compresión reducida del hormigón basada en el trabajo de Hwang et al. (2001). Este modelo considera un sistema de tres mecanismos que representan las armaduras vertical y horizontales; y un puntal diagonal de compresión constituido por un puntal de hormigón. Esta distribución considera que los esfuerzos del acero son elastoplásticos y además, se considera en el hormigón el efecto del estado de cargas biaxial, donde el puntal diagonal tiende a agrietarse. La distribución de esfuerzos entre los distintos mecanismos se debe a las distintas rigideces de estos enrejados y están descritas en la literatura. Así, considerando tanto la distribución de fuerzas, el equilibrio y las ecuaciones de compatibilidad se obtienen las deformaciones del refuerzo y del hormigón, para finalmente determinar la capacidad del muro en forma iterativa.

Esta formulación presenta inconvenientes, los cuales fueron abarcados en el trabajo de Viu (2009). Debido a que el modelo está basado en fuerzas, en caso de no existir refuerzo distribuido tanto vertical y/o horizontal, la deformación en esa dirección queda indefinida. Además, si se alcanza la fluencia en algún mecanismo, no es posible definir la deformación por lo que nuevamente la deformación queda indefinida. Viu (2009) modificó el modelo basando este en deformaciones, incorporando ecuaciones que calibran tanto las deformaciones horizontales como las verticales en función del desplazamiento lateral del muro (*drift*). Con esto, las iteraciones propuesta por Hwang

et. al (2001) son innecesarias y solo se evalúan las ecuaciones propuestas por Viu (2009) .

El modelo de Viu (2009) con las modificaciones propuestas en esta memoria, se calibró con una base de datos de 252 ensayos de muros de hormigón armado. Estos ensayos incluyen muros en doble empotramiento así como también muros en voladizo. Las modificaciones que se realizaron al modelo presentado por Viu (2009) incluyen la incorporación de un nuevo parámetro α , el cual nos indica la cantidad de esfuerzo que se traspa hacia la fundación por medio de la armadura vertical. Este parámetro se encuentra entre 0 y 1 recuperando el modelo de Viu (2009) cuando α es 1.

El modelo implementado, entrega valores menores que los ensayos, en general. Por otro lado, considerando el parámetro α menor a 1 , baja la dispersión de los datos así como también mejora el valor promedio de la expresión $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ que representa la relación de capacidades de corte del modelo y del ensayo, es decir, se tienen mejores resultados con la consideración del parámetro. Con esta formulación, la razón de los resultados obtenidos $V_{\text{modelo}}/V_{\text{ensayo}}$ es de 0.95 con una desviación estándar relativamente baja de 0.20, mientras que Viu (2009) presenta una relación de 1.14 con una dispersión levemente menor, para una base de datos reducida.

Se comparó el modelo desarrollado con 5 modelos disponibles en la literatura: Barda et al.[16]; Wood(1990)[20]; Capítulo 21 de ACI 318-05[9]; Capítulo 11 de ACI 318-05[9] y ASCE/SEI 43-05[21]. Así, se puede ver que el modelo desarrollado entrega un menor valor promedio que el modelo de Wood (1990), el cual tiene una promedio de 1, pero mejora considerablemente en términos de desviación estándar y coeficiente de variación. Es decir, la dispersión baja a casi la mitad con un buen valor promedio. Estas variaciones se observan en el gráfico 30. En términos de sobreestimación del esfuerzo de corte, se tiene que Wood (1990) tiene 46% de los ensayos sobreestimados frente a un 52% de las ecuaciones de Barda, mientras que en el modelo desarrollado en esta memoria solo el 35% de los ensayos se sobreestiman.

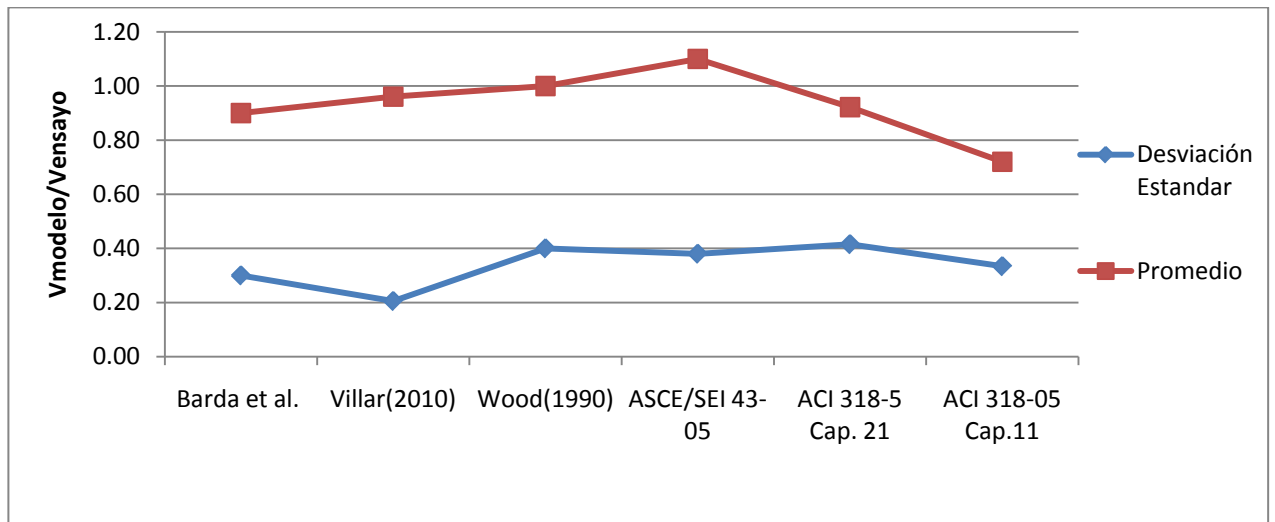


Gráfico 30 Resultados estadísticos de la aplicación de los conjuntos de ecuaciones presentados para obtener el esfuerzo de corte, comparado con el esfuerzo de corte obtenido del ensayo

Al estudiar las tendencias de los resultados frente a distintos parámetros se observó que el modelo era dependiente de la relación de aspecto (en baja medida) y de la cuantía de borde. Una de las deficiencias encontradas en el modelo fue la zona crítica para muros en voladizo, donde para una relación de aspecto mayor a 0.65, es decir, el ángulo es mayor a 33° (donde la armadura de borde no está fluyendo), al aumentar la armadura vertical la capacidad de estos disminuye. Esto debido a que los coeficientes que acompañan a los esfuerzos verticales y horizontales hacen que el aporte de la armadura vertical sea negativo. Esto no se presentaba en el modelo original con α igual a 1, ya que en este caso el aporte de la armadura es siempre positivo. A pesar de que la evidencia de los ensayos indican que los resultados son aceptables en estos casos, no se tenían datos específicos (configuración idéntica con solo variación de armadura vertical para diferentes relaciones de aspecto de muros en voladizo) que pudieran validar esta situación. Adicionalmente, dada la metodología, puede ocurrir que el término en el modelo para el puntal diagonal (D) al calcularlo en los ensayos entregue un valor de tracción (positivo). Esto debido a que se puede estar sobreestimando las fuerzas del puntal vertical y horizontal en el nodo inferior del muro. Este término D influye en todas las ecuaciones de equilibrio para muros en voladizo como en muros con doble empotramiento. Que este sea positivo, implica que en el puntal de la

dirección principal ya no es un puntal de compresión sino de tensión, lo cual no concuerda con los supuestos del modelo y no es consistente con los resultados experimentales. Esto requiere modificar el modelo pero estas modificaciones no están en los alcances de esta memoria.

7. REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

[1] Hwang, S. J., Fang, W. H., Lee, H. J. y Yu, H. W. (2001). "Analytical Model for Predicting Shear Strength of Squat Walls." *Journal of Structural Engineering*. ASCE, 127 (1), 43-50.

[2] Schlaich J., Schafer K. y Jennewein, M. (1987). "Toward a Consistent Design of Structural Concrete." *PCI Journal*. 32 (3), 74-151.

[3] Viu, G.(2009). "Modelamiento Puntal Tensor para Muros Cortos" *Tesis de Título de grado, Universidad de Chile, Facultad de Ingeniería*, 83 pp.

[4] Yu, H. W., Hwang, S. J. (2005). "Evaluation of Softened Truss Model for Strength Prediction of Reinforced Concrete Squat Walls", *Journal of Engineering Mechanics*. ASCE, 127 (1), 839-846.

[5] Cardenas, A. E.; Russell, H. G.; and Corley, W. G., 1980, "Strength of Low Rise Structural Walls," Reinforced Concrete Structures Subjected to Wind and Earthquake Forces, SP-63, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, pp. 221-241

[6] Gulec, C., Whittaker, A., Stojadinovic, B.(2009). "Peak Shear Strength of Squat Reinforced Concrete Walls with Boundary Barbells or Flanges" *ACI Structural Journal*, 106(3), 368-377.

[7] Gulec, C., Whittaker, A., Stojadinovic, B.(2009). "Shear Strength of Squat Rectangular Reinforced Concrete Walls" *ACI Structural Journal*, 106(3), 368-377.

[8] Mo, Y. L., Rothert, H.(1997). "Effect of Softening Models on Behavior of Reinforced Concrete Framed Shearwalls" *ACI Structural Journal*, 94(6), 730-744.

[9] ACI 318-08: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary. Committee 318. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.

- [10] Hirosawa M., "Past Experimental Results on Reinforced Concrete Shear Walls and Their Analysis" (en Japonés). Kenchiku Kenkyu Shiryo, No. 6, Building Research Institute, Ministry of Construction, Tokyo, 1975, 277 pp.
- [11] Mohammadi-Doostdar H, Saatcioglu M., "Behavior and Design of Earthquake Resistant Low-Rise Shear Walls". Report OCCERC 02-28, Ottawa Carleton Earthquake Engineering Research Center, Department of Civil Eng., University of Ottawa, Canada, 2002, 250 pp.
- [12] Massone LM, Orakcal K, Wallace JW. "Modeling of Squat Structural Walls Controlled by Shear". *ACI Structural Journal* 2009; 106(5):646-655.
- [13] Hidalgo PA, Ledezma CA, Jordan RM. "Seismic Behavior of Squat Reinforced Concrete Shear Walls". *Earthquake Spectra* 2002; 18(2):287-308.
- [14] Yamada M, Kawamura H, Katagihara K. "Reinforced Concrete Shear Walls without Openings; Test and Analysis". SP-42, *ACI Special Publication - Shear in Reinforced Concrete*, 1974, pp. 539 – 558.
- [15] Antebi J, Utku S, Hansen RJ., "The Response of Shear Walls to Dynamic Loads". *Department of Civil and Sanitary Eng., Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, August 1960, 177 pp.
- [16] Barda F, Hanson JM, Corley WG., "Shear Strength of Low-Rise Walls with Boundary Elements". SP-53, *ACI Special Publication - Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones*, 1977, pp.149-202.
- [17] Benjamin JR, Williams HA., "The Behavior of One-Story Reinforced Concrete Shear Walls". *J. Struct. Div. ASCE* 1957; 83(3):1–49.

[18] Cardenas AE, Russell HG, Corley WG., "Strength of Low-Rise Structural Walls". SP-63, *ACI Special Publication - Reinforced Concrete Structures Subject to Wind and Earthquake Forces*, 1980, pp. 221-241.

[19] Galletly GD. "Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls under Static Load". *Department of Civil and Sanitary Eng., Massachusetts Institute of Technology*, Cambridge, August 1952, 123 pp.

[20] Wood, S. L., "Shear Strength of Low-Rise Reinforced Concrete Walls" *ACI Structural Journal*, V.87, No 1, Jan-Feb. 1990, pp. 99-107.

[21]ASCE, 2005,"Seismic design Criteria for Structures, Systems, and Components in Nuclear Facilities (ASCE/SEI 43-05)" American Society of Civil Engineers, Reston, VA, 96 pp.

[22]Massone, L. M., "Strength Prediction of Squat Structural Walls via Calibration of a Shear-Flexure Interaction Model," *Engineering Structures*, V. 32, No. 4, April 2010, pp. 922-932.

