

UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SIMULACIÓN FLUIDO-CINÉTICA DE LOS EFECTOS IONOSFÉRICOS PRODUCIDOS POR LA INYECCIÓN DE PARTÍCULAS DESDE EL ESPACIO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

ACCEL NICOLÁS ABARCA PROUZA

SANTIAGO DE CHILE ABRIL 2011



UNIVERSIDAD DE CHILE FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

SIMULACIÓN FLUIDO-CINÉTICA DE LOS EFECTOS IONOSFÉRICOS PRODUCIDOS POR LA INYECCIÓN DE PARTÍCULAS DESDE EL ESPACIO

MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA

ACCEL NICOLÁS ABARCA PROUZA

PROFESOR GUÍA: MARCOS ANDRÉS DÍAZ QUEZADA

MIEMBROS DE LA COMISIÓN: FAUSTO PATRICIO MENA MENA HÉCTOR MILER AGUSTO ALEGRÍA

SANTIAGO DE CHILE ABRIL 2011 RESUMEN DE LA MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL ELECTRICISTA POR: ACCEL NICOLÁS ABARCA PROUZA FECHA: 04/04/2011 PROF. GUÍA: MARCOS ANDRÉS DÍAZ QUEZADA

"SIMULACIÓN FLUIDO-CINÉTICA DE LOS EFECTOS IONOSFÉRICOS PRODUCIDOS POR LA INYECCIÓN DE PARTÍCULAS DESDE EL ESPACIO"

El objetivo del presente trabajo de título es usar un sistema de simulación cinético de plasma para analizar la factibilidad de que mediciones reales de un haz de electrones penetrando la atmósfera, sea la causa de amplificaciones naturales del modo ión acústico (NEIALs), y si las NEIALs pueden ser asociadas a la teoría del decaimiento paramétrico de ondas Langmuir.

Las NEIALS son ampliamente estudiadas en zonas donde las líneas del campo magnético terrestre se encuentran abiertas a la entrada de partículas provenientes desde el espacio. El estudio de las NEIALS no sólo es atrayente por su parte científica sino que también por sus implicancias en ingeniería dentro de las comunicaciones satelitales y de posicionamiento global GPS, debido a las fallas de estos sistemas en presencia de las NEIALS.

Los datos utilizados en esta memoria se basan en las mediciones del proyecto SERSIO, Frederick-Frost et al., 2007. Estas mediciones se realizaron en paralelo por un cohete enviado a la ionósfera y por los radares ionosféricos ubicados en Svalbard, Noruega. Se obtuvieron datos de la distribución del flujo de energía de un haz de electrones penetrando la ionósfera entre los 520 - 780 km. Se observaron NEIALs que fueron asociadas a ondas de frecuencia extremadamente baja (BBELF) y no a un posible decaimiento paramétrico de ondas Langmuir. Esto porque, las mediciones del haz no muestran seguir una distribución *bump-on-tail* a la altura medida por el cohete.

Para encontrar la existencia de las NEIALs y su posible asociación al decaimiento de ondas Langmuir, se propone la utilización de dos programas computacionales: TRANSCAR y un código *Electrostatic Parallel in Cell* (EPPIC). TRANSCAR se usa para determinar la evolución de la distribución de velocidades del haz de electrones que penetra la ionósfera y encontrar evidencia que siguen una distribución *bump-on-tail*. Por otro lado, el código EPPIC se utiliza para analizar la interacción microscópica de las partículas ionosféricas con el haz de electrones.

Al procesar los datos en TRANSCAR se encuentra que para bajas alturas dentro de la ionósfera el haz de electrones sigue una distribución *bump-on-tail* y se elige una de estas alturas para encontrar los parámetros de entrada al código EPPIC. Al obtener el espectro de potencia desde los datos de salida del código EPPIC, queda de manifiesto que las NEIALs si pueden ser asociadas a fenómenos de decaimiento paramétrico de ondas Langmuir.

Agradecimientos

Quisiera agradecer a mi profesor guía Marcos Díaz por darme la oportunidad de hacer este trabajo junto a él y sacar adelante esta memoria. Gracias por las instrucciones, método de trabajo y la amistad dada. También quisiera agradecer a Alejandro Ehrenfeld por dejarme trabajar en mi memoria en el Laboratorio de Electrónica.

Un gran agradecimiento va para mis amigos más cercanos por el gran apoyo y amistad brindados durante tantos años.

A mi familia, especialmente a mi mamá, abuela Pepa y mis tatas, quienes me han dado su apoyo y cariño de manera incondicional durante tantos años.

Köszönöm hercegnô Dóri nagyon szeretlek.

Índice general

1.	INT	RODUCCIÓN	1
	1.1.	Alcances de la Memoria	1
	1.2.	Objetivos	2
		1.2.1. Objetivo General	2
		1.2.2. Objetivos Específicos	2
	1.3.	Estructura de la Memoria	2
2.	FUI	NDAMENTOS TEÓRICOS	4
	2.1.	Atmósfera Terrestre	4
	2.2.	Características de la Ionósfera	7
	2.3.	Plasma	9
		2.3.1. Distancia de Debye y Cuasi-Neutralidad	0
		2.3.2. Principio de un Plasma	1
		2.3.3. Atenuación de Landau	12
		2.3.4. Modo de Langmuir	13
		2.3.5. Modo Ión Acústico	4
	2.4.	Radares Ionosféricos o ISR	15
		2.4.1. Espectro de Dispersión Incoherente o IS	17
	2.5.	Amplificaciones Naturales del Modo Ión Acústico o NEIALs	20
		2.5.1. Inestabilidades causadas por corrientes eléctricas	22
		2.5.2. Inestabilidades por interacción Ión-Ión	23
		2.5.3. Decaimiento paramétrico de ondas Langmuir	24
		2.5.4. Interacción con ondas ciclotrónicas	29
	2.6.	Programas de Simulación	29
		2.6.1. TRANSCAR	29
		2.6.2. Código PIC	31
3.	PRO	OYECTO SERSIO 3	57
	3.1.	Mediciones in-situ de flujo de electrones	37
4.	SIM	IULACIONES Y ANÁLISIS 4	0
	4.1.	Datos procesados en TRANSCAR	10

	4.2. Análisis de Prefactibilidad			
		4.2.1. Número de onda relacionado al <i>bump-on-tail</i>	43	
		4.2.2. Obtención de parámetros de entrada al código PIC	46	
	4.3.	Resultados simulaciones Código PIC	53	
		4.3.1. Aceleración de las partículas	54	
		4.3.2. Obtención del Espectro de Dispersión Incoherente	55	
5.	COI	NCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS	61	
	5.1.	Conclusiones del trabajo de memoria	61	
	5.2.	Trabajos Futuros	62	
BI	BLI	OGRAFÍA	63	
А.	OB	FENCIÓN DE LA DISTANCIA DE DEBYE	66	
в.	B. EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL HAZ DE			
	ELE	ECTRONES	68	
	B.1.	Transformación de la función de distribución al espacio de energía	68	
	B.2.	Flujo de número diferencial	70	
	B.3.	Funciones Maxwellianas	71	

Índice de figuras

2.1.	Perfil de temperatura en relación a la altura de las distintas capas de la atmósfera.	6
2.2.	Ionización y recombinación.	7
2.3.	Subcapas de la ionósfera	8
2.4.	La sección roja representa cuando la onda entrega energía a las partículas. Por otra parte, la sección en azul representa cuando las partículas dan energía a	
	la onda.	13
2.5.	Conjunto de antenas ubicadas en Longyearbyen, Svalbard, Noruega. A la izquierda la antena parabólica de 32 m de diámetro, y a la derecha la an-	
2.6.	tena fija de 42 m de diámetro. Foto: Tom Grydeland	16
	2008	17
2.7.	Espectro de frecuencia de las NEIALs. Knutse, 2008	19
2.8.	Espectro distorsionado con la amplificación en $-w$ y w	21
2.9.	Bump-on-tail producido por un haz de electrones penetrando la ionósfera que	
	se acopla a la distribución maxwelliana de las partículas presentes en la capa	
	(las escalas no son de importancia, es sólo un caso referencial)	25
2.10.	Decaimiento paramétrico de ondas Langmuir. Diaz et al., 2010	27
2.11.	Diagrama de bloques de la arquitectura de TRANSCAR	31
2.12.	Perfil de densidad de iones y moléculas con respecto a la altura. Diaz, 2009.	32
2.13.	Simulación del volumen de plasma y el haz de electrones en el código PIC.	32
2.14. 2.15.	Discretización del volumen de plasma en planos en el tiempo División del plano en el código PIC. Representación de una macropartícula en	33
	una celda por su distribución estadística tipo tienda o piramidal	33
2.16.	Diagrama de bloques del flujo iterativo del código EPPIC.	34
3.1.	Perfil de densidad de electrones con respecto a la altura dentro de la ionósfera, Frederick-Frost et al., 2007.	38
3.2.	(a) Perfil de temperaturas de los electrones de la ionósfera, Frederick-Frost et al., 2007. (b) Perfil de temperaturas de los iones de la ionósfera Frederick-Frost et al., 2007	39

4.1.	Resultados de los datos procesados en TRANSCAR. Curvas del flujo de número	
	diferencial $\phi(E)$ con respecto a la energía E para las distintas alturas dentro	
	de la ionósfera. Créditos Matthew Zettergren.	41
4.2.	Transformación a unidades mks del flujo de número diferencial y de la energía.	42
4.3.	Curvas separadas por altitud. Arriba se puede ver claramente los bump-on-tail.	
	Abajo zonas donde se notan suaves <i>bump-on-tail</i>	43
4.4.	(a) Altura vs w_{pe} . (b) Altura vs $f_{pe} = 2\pi/w_{pe}$.	45
4.5.	Número de onda asociado al haz de electrones kB a cada altura ionosférica.	46
4.6.	Curva de distribución de flujo de número diferencial para una altura de 183	
	km, donde se puede apreciar el <i>bump-on-tail</i> para esta altitud	47
4.7.	Ajuste del <i>bump-on-tail</i> para 183 km con una Gaussiana	48
4.8.	Área bajo la curva de f^2 para obtener la densidad n_b	49
4.9.	Comportamiento de la tasa de crecimiento w_{bi} en función de k	51
4.10.	. Contraste entre valores reales y valores ajustados para producir la misma ines-	
	tabilidad.	52
4.11.	. Ventana de plasma en equilibrio antes de ser cruzada por un haz de electrones.	53
4.12.	Cambios en el movimiento de los electrones de la ionósfera a medida que el	
	haz de electrones cruza el plano en la dirección x	54
4.13.	. Cambios en el movimiento de los iones llevados por los electrones en la ionósfera.	55
4.14.	Espectro teórico a partir de los datos de la Tabla 4.5, donde se puede ver las	
	líneas de plasma (azul), ión acústica (rojo) y del haz de electrones (verde).	56
4.15.	Líneas del modo ión acústico teóricas	57
4.16.	. Espectro para $t = 0 - 0,025$ ms obtenido desde la simulación en el código PIC,	
	donde se pueden ver las mismas líneas que en el espectro teórico	58
4.17.	. Espectro para una ventana de tiempo de $t = 0 - 0,025$ ms	59
4.18.	. Espectro para una ventana de tiempo de $t = 0,025 - 0,031$ ms	59
4.19.	. Espectro para una ventana de tiempo de $t = 0,025 - 0,037$ ms. Aquí ya se	
	puede ver que el modo ión acústico tiene una mayor potencia en un k cercano	
	a 21	60

Índice de tablas

21	Resumen de los gases mayoritarios que componen la atmósfera. Saba 2008	5
2.1.	resumen de los gases mayoritarios que componen la atmosfera, bana, 2000.	0
4.1.	Velocidad v_b para las alturas comprendidas entre 98 – 483 km	44
4.2.	Parámetros utilizados para el cálculo de la frecuencia de plasma	44
4.3.	Valores de ajuste para el <i>bump-on-tail</i> a los 183 km	48
4.4.	Resumen de los valores de plasma y del haz de electrones para una altura de	
	183 km	50
4.5.	Resumen de los valores de plasma y del haz de electrones para una altura de	
	183 km que serán utilizados como variables de entrada al código PIC	52
4.6.	Resumen de los parámetros de entrada al código PIC	53
	 2.1. 4.1. 4.2. 4.3. 4.4. 4.5. 4.6. 	 2.1. Resumen de los gases mayoritarios que componen la atmósfera, Saha, 2008 4.1. Velocidad v_b para las alturas comprendidas entre 98 – 483 km

Definiciones y Abreviaciones

- Haz o Haz de electrones: Se refiere al haz o grupo de electrones que entra en al atmósfera proveniente desde el espacio.
- Modo de Langmuir: Modo de oscilación de los electrones de la ionósfera.
- Modo Ión Acústico: Modo de oscilación de los iones de la ionósfera.
- NEIAL: Amplificaciones naturales del modo ión acústico.
- EISCAT: Radares Ionosféricos Europeos.
- SERSIO: Svalbard EISCAT Rocket Study of Ion Outflows.
- ESR: Radar EISCAT en Svalbard.
- BBELF: Ondas de frecuencia extremadamente bajas.

Capítulo 1 INTRODUCCIÓN

1.1. Alcances de la Memoria

En esta memoria se quiere estudiar los efectos de posibles inestabilidades electromagnéticas en la ionósfera, que son causadas por la lluvia de partículas desde el espacio. Estos fenómenos han sido ampliamente estudiado y se han desarrollado teorías para explicarlo. Entre las teorías más importantes se encuentran la formación de grandes corrientes eléctricas entre las partículas y el decaimiento de uno de los modos de oscilación de las partículas de la ionósfera (modo de Langmuir). Por otro lado, existe una importancia en el estudio de esta zona de la atmósfera desde el punto de vista ingenieril relacionado con las comunicaciones satelitales y con los sistemas de posicionamiento global (GPS). Ante la ocurrencia de inestabilidades en la ionósfera los sistemas pueden ver interrumpida su comunicación normal.

En particular, para este trabajo se dispone de un conjunto de datos de partículas precipitando en la atmósfera medidos in situ por un cohete en un rango de alturas comprendido entre 520 a 782 km. Simultaneamente un radar en tierra midió el mismo fenómeno y detectó inestabilidades llamadas amplificaciones del modo ión acústico (modo asociado a la oscilación de los iones de la ionósfera) del plasma ionosférico, que fueron asociadas a ondas de frecuencias extremadamente bajas (BBELF). El objetivo principal de esta memoria es estudiar si las amplificaciones pueden o no ser asociadas a decaimientos del modo de Langmuir. Para esto los datos medidos serán utilizados para alimentar un programa llamado TRANS-CAR. Este programa es capaz de entregar cambios de flujos de energía de las partículas que van penetrando la ionósfera, usando métodos macroscópicos (o de fluidos). A partir de los cambios de flujos de energía de las partículas precipitadas a alturas inferiores a 520 km, es posible obtener las condiciones iniciales de un código EPPIC (Electrostatic Parallel Particle in Cell), Diaz, 2010. Este código puede simular la interacción microscópica (cinética) entre las partículas precipitadas y las presentes en la ionósfera de acuerdo a sus características (velocidad, dispersión de velocidad, densidad). El código EPPIC es capaz de entregar el espectro de radiación del volumen simulado de la ionósfera con el cual se espera analizar la existencia de amplificaciones en el modo ión acústico cerca del número de onda asociado al radar.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo General

 El objetivo principal es estudiar la existencia de amplificaciones de energía del modo ión acústico y si estos pueden o no ser asociados al decaimiento del modo de Langmuir. Además verificar si el radar pudo o no detectar las amplificaciones dentro de su banda de frecuencia de operación.

1.2.2. Objetivos Específicos

- Utilizar TRANSCAR¹ para modelar la ionósfera y simular como se vería afectado el haz de partículas que viene desde el espacio al penetrar la capa.
- Hacer una transformación de los datos a la salida de TRANSCAR para que sean una entrada adecuada en cuanto a formato al código EPPIC.
- Simular en el código EPPIC la interacción de las partículas a nivel microscópico para comprobar si existen amplificaciones o no.

1.3. Estructura de la Memoria

El presente trabajo está dividido en cinco capítulos que se resumen a continuación.

El capítulo 1 consta de una introducción que da a conocer el trabajo de esta memoria y los objetivos trazados.

El capítulo 2 contiene los tópicos necesarios para el entendimiento de esta memoria. Dando a conocer conceptos básicos de la atmósfera terrestre, en particular la ionósfera donde ocurren los fenómenos a estudiar. Además se define el plasma, y como existe una similitud entre sus características con la ionósfera, dando a conocer la interacción entre cargas y sus principales modos de oscilación. Por otro lado, se presenta la técnica de medición de parámetros ionosféricos por medio de radares de dispersión incoherente. También se explica el fenómeno de amplificaciones naturales del modo ión acústico y sus teorías más aceptadas.

¹Realizado por Matthew Zettergren, docente e investigador de la Universidad Aeronáutica Embry-Riddle, Daytona Beach, FL, USA.

Por último se presentan los programas utilizados para esta memoria.

El capítulo 3 hace referencia al proyecto SERSIO (Frederick-Frost, 2007) el cual midió parámetros en la ionósfera por medio de un cohete y un conjunto de radares en tierra. Este proyecto coincidió con una lluvia de electrones que penetraron la ionósfera y con el fenómeno de amplificaciones naturales del modo ión acústico del plasma ionosférico.

El capítulo 4 se muestran los resultados y análisis de las simulaciones realizadas en TRANSCAR y en el código EPPIC, y se propone un método para determinar los parámetros de temperatura, densidad, velocidad promedio y velocidad termal del haz de electrones a una cierta altura, y como encontrar los parámetros óptimos de entrada al código EPPIC.

El capítulo 5 se constituye por las conclusiones en cuanto a los objetivos planteados y trabajos a futuro.

Capítulo 2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1. Atmósfera Terrestre

La atmósfera terrestre es una capa de gas que rodea la Tierra en toda su superficie. Es gracias a ésta que es posible la existencia de la vida en el planeta, debido a que evita los grandes cambios de temperatura entre el día y la noche que se producirían si no existiera. Además absorbe gran parte de la radiación ultravioleta proveniente del Sol debido al ozono presente. También actúa como barrera protectora contra meteoritos, que se incineran producto de la fricción al contacto con los gases. Dentro de los elementos más importantes que constituye la atmósfera se encuentra el oxígeno, vital para la existencia de vida, y el vapor de agua responsable de la existencia de lluvias en el planeta. Además el movimiento de la atmósfera es uno de los factores determinantes en la existencia de diferentes climas, Domínguez, 2004.

La composición de la atmósfera es una mezcla de diferentes tipos de gases entre los cuales destacan el oxígeno y el nitrógeno que constituyen en conjunto el 99 % del volumen total. En la Tabla 2.1 se presentan los principales gases que componen la atmósfera.

Componente	Símbolo	Valor
Nitrógeno	N_2	78,084%
Oxígeno	O_2	20,948%
Vapor de agua	H_2O	1%
Argón	Ar	0,934%
Dióxido de carbono	CO_2	0,033%
Neón	Ne	0,001818%
Helio	He	0,000524%
Hidrógeno	H_2	0,000055%
Ozono	O_3	$0 - 7 \times 10^{-6} \%$

Tabla 2.1: Resumen de los gases mayoritarios que componen la atmósfera, Saha, 2008.

La atmósfera se mantiene alrededor de la Tierra por la fuerza de gravedad que ejerce el planeta sobre las partículas que conforman el gas. Esta fuerza permite que la capa no escape al exterior y por ende no desaparezca. A su vez la atmósfera se puede dividir en cinco capas principales que se determinan considerando los cambios de temperatura respecto de la altura (Figura 2.1), Saha, 2008; Palacios, 2010:

- Tropósfera: Capa que va desde la superficie de la Tierra hasta una altura de 6 km en los polos y de 20 km en el ecuador. Aquí la temperatura decrece con la altura a una taza de 10 °Kkm⁻¹ llegando a un mínimo de 200 °K en el límite con la estratosfera (Palacios, 2010). Alredor del 80 % de la masa total de la atmósfera está contenida en esta capa.
- Estratósfera: Se extiende desde el límite superior de la tropósfera hasta una altura de 50 km aproximadamente. En esta capa la temperatura se incrementa con la altura debido a que el Ozono presente absorve gran cantidad de luz ultravioleta, Saha, 2008; Palacios, 2010.
- Mesósfera: Se sitúa por encima de la estratósfera entre los 50 km hasta los 80 km de altura. Las temperaturas vuelven a descender a medida que se aumenta en altitud, aquí se tienen las temperaturas más bajas dentro de la atmósfera.
- Termósfera: Capa que va desde los 80 a los 700 km aproximadamente. La temperatura aquí aumenta con la altura de manera casi constante. Este aumento se debe a que las moléculas y átomos presentes en la capa absorven grandes energías proveniente de la radiación solar produciéndose el proceso de ionización y por otro lado iones y electrones

se recombinan formando una molécula neutra. Ambos procesos hacen que la temperatura aumente, Saha, 2008; Palacios, 2010. La temperatura máxima que se alcanza en la capa varía según el período solar, se puede llegar hasta los 2000 °K en períodos de máximo solar y de 500 °K en mínimo solar para una altura de 500 km aproximadamente, Palacios, 2010.

 Exósfera: Última capa exterior de la atmósfera que tiene como límite inferior la termósfera y llega hasta los 10.000 km por sobre la superficie terrestre justo en el límite donde empieza el espacio interplanetario. Los gases en la exósfera pueden escapar al espacio ya que la gravedad es sumamente débil en esta zona.



Figura 2.1: Perfil de temperatura en relación a la altura de las distintas capas de la atmósfera.

Además de las cinco capas principales en que se divide la atmósfera, existen otras capas que se conforman por propiedades distintas a la de temperatura. Una de estas capas es la ionósfera, cuya principal características es estar ionizada. La ionósfera está contenida en la termósfera y sus límites en alturas coinciden. La ionización se origina por efecto de la radiación solar que entrega la suficiente energía a las moléculas y átomos para que se separen en iones y electrones libres. El proceso de ionización se produce entre los 80 - 800 km porque existe un equilibrio entre la densidad de moléculas existente en la atmósfera y la radiación solar a estas alturas. Por sobre los 800 km la ionización no se produce de manera tan masiva porque la densidad de partículas en la atmósfera es muy baja. Por otro lado, en alturas inferiores a los 80 km las partículas solares que llegan son insuficientes debido a los choques que se producen en altitudes superiores donde la densidad de partículas en la ionósfera es mayor.

2.2. Características de la Ionósfera

Debido a investigaciones sobre propagación y reflexión de ondas de radio, se ha comprobado que a partir de los 80 km aproximadamente, la radiación ultravioleta, los rayos X y la lluvia de electrones procedentes del Sol son capaces de proveer la suficiente energía para separar los electrones de un átomo o una molécula neutra, este fenómeno es conocido como ionización. Esta nube de gas ionizado en la atmósfera forma un plasma que es llamado ionósfera. Por otra parte, existe un proceso contrario a la ionización llamado recombinación, en el cual un electrón que se encuentra lo suficientemente cerca de un ión es atrapado y confinado a moverse en armonía con éste, Diaz, 2009; Bueche, 2004. Las partículas de cargas opuestas se atraen debido a la fuerza electromagnética, aunque la energía cinética de estas cargas es lo suficientemente alta como para evitar que formen una molécula de carga neutra.



Figura 2.2: Ionización y recombinación.

La ionósfera entonces está compuesta por gases neutros, gases de iones (moléculas atmosféricas ionizadas por la radiación solar) y gases de electrones. Estos gases se encuentran libres en constante movimiento interactuando entre si. Dentro de las energías que influyen en este movimiento se encuentra la cinética que tiene directa relación con la ionización y recombinación de átomos y moléculas; y la fuerza eléctrica que también contribuye al movimiento debido a la interacción que se produce entre las partículas cargadas dentro de la ionósfera.

Los límites de la ionósfera van desde los 60 - 80 km hasta los 700 - 800 km, esta variación entre sus margenes inferior y superior se debe a que su estructura (y a su vez la altura) varía dependiendo de la hora del día o de la noche. En la noche, iones de la parte inferior y más densa de la capa se recombinan con electrones libres haciendo desaparecer la parte inferior ionizada. En la parte superior de la capa esta recombinación ocurre con menos frecuencia debido a que su densidad es bastante menor que en las partes bajas. Por tanto durante el transcurso de una noche permanece casi inalterable, pero por efecto de que la capa inferior ionizada se eleva durante la noche, es posible en algunas ocasiones que en la parte superior ocurra recombinación. La ionósfera también es conocida como termósfera. Se utiliza el nombre ionósfera al referirse a sus propiedades de ionización y termósfera al hablar de sus características de temperatura.

La ionósfera a su vez se puede subdividir en subcapas caracterizadas por la densidad de iones y electrones a cada altura, como también por la ionización y recombinación de las partículas. Estas subcapas son la D, E y F (Figura 2.3). Debido a las características de densidad y ionización la capa va cambiando su capacidad de reflexión de ondas de radio, llegando a una frecuencia máxima de reflexión a una altitud aproximada de 400 km.



Figura 2.3: Subcapas de la ionósfera.

La capa D, se extiende entre los 60 y 90 km por sobre la superficie terrestre. La recombinación en esta subcapa es alta y se debe a que la energía de los rayos X y rayos cósmicos es absorbida en alturas mayores donde la densidad de partículas es mayor. Debido a lo anterior, el efecto de ionización neto es bajo en la capa D y tiene como resultado que las ondas de radio de alta-frecuencia (HF) no sean reflejadas. Además es "absorbente" para frecuencias por debajo de los 10 MHz y por ende las ondas de radio que intentan cruzarla se ven considerablemente atenuadas. Otra particularidad de la absorción que se produce es proteger la superficie terrestre de gran parte de la radiación espacial.

La subcapa E, o capa de Kennelly-Heaviside, se encuentra situada entre los 80 y 120 km sobre la superficie de la Tierra. La ionización se debe a los rayos-X y la radiación ultravioleta (UV), ionizando las moléculas de oxígeno (O_2) que se encuentran con una alta densidad en estos niveles. Es capaz de reflejar ondas de radio de frecuencias medias menores a los 10 MHz (cercanas a 3 MHz). El fenómeno de reflexión varía según la hora del día, durante el día el viento solar hace una presión a la capa acercándola a la superficie terrestre, teniendo como efecto que el rango de propagación de las ondas de radio se vea reducido. Por el contrario, en la noche por efectos convectivos el viento solar separa la capa E del plano del planeta, por lo tanto, las distancias de reflexión de las ondas se ven incrementadas.

La subcapa F, o también llamada capa de Appleton, va desde los 120 a los 600 km. Aquí los rayos UV extremos son los que ionizan los átomos de oxígeno. Esta subcapa es la responsable de la propagación de ondas de radio de alta-frecuencia (entre los 3-10 MHz) a grandes distancias (4000 km), siendo la más efectiva en la reflexión de señales.

Esta capa en el pasado cumplía un rol fundamental en las comunicaciones intercontinentales, las cuales se veían interrumpidas en ciertos momentos, debido a las grandes erupciones solares. Estos fenómenos se pueden observar en la Tierra y son denominados vientos solares, que son procesos de emisión de grandes cantidades de partículas cargadas que llegan al planeta un día después desde su emisión en el Sol, Bueche, 2004. La incidencia en la atmósfera terrestre hace que las propiedades especulares de la ionósfera se vean alteradas, produciendo inestabilidades electromagnéticas que afectaban directamente en la transmisión de ondas de radio. Este problema ha sido superado con la puesta en marcha de los satélites síncronos (satélites que giran a la misma velocidad del planeta), los cuales son capaces de reflejar las ondas de radio sin tener la necesidad de utilizar la ionósfera para ello. Sin embargo, en comunicaciones satelitales o GPS es necesario cruzar la capa porque los satélites se encuentran fuera de la ionósfera. Las inestabilidades son diferentes en distintas latitudes.

2.3. Plasma

El plasma, también llamado el cuarto estado de la materia, es el más abundante en el universo. Es un gas cuasi-neutro constituido por moléculas neutras, iones y electrones que se mueven libremente.

A cualquier altura dentro de la atmósfera es posible encontrar plasma, incluso a altitudes donde se desarrolla la vida, pero las condiciones de temperatura influyen en si el gas se podrá mantener ionizado o no. A bajas alturas los átomos son capaces de perder un electrón, pero lo recuperan rápidamente. Esto no ocurre cuando las temperaturas son en extremo altas, como pasa en la ionósfera donde se llega por sobre los 2000 °K (Saha, 2008) y las moléculas son capaces de absorber esta energía y moverse lo suficientemente rápido para que se produzcan colisiones capaces de liberar electrones y así exista la ionización. Otra fuente de energía son los vientos solares que entran en la atmósfera produciendo choques entre las partículas. Para que se produzca la ionización se debe superar un umbral de energía para liberar un electrón desde una molécula neutra, llamada "Energía de ionización". Por ejemplo, en el caso del hidrógeno, la energía de ionización tiene un valor de 13,6 eV y dependiendo del nivel orbital donde se encuentre el electrón, la energía necesaria para liberarlo será multiplo de 13,6 eV.

Dentro de la teoría de gases en equilibrio termal, entre los que se encuentra el plasma, se sabe que las partículas están en movimiento con velocidad aleatoria y que la más probable distribución de velocidades corresponde a la distribución Maxwelliana. Tomando el caso de una dimensión (por simplicidad), la distribución Maxwelliana está dada por:

$$f(v) = A \, \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_BT}\right) \tag{2.1}$$

donde $\frac{1}{2}mv^2$ es la energía cinética; m masa de la partícula; $k_B = 1,38 \times 10^{-23} [\text{J/oK}]$ es la constante de Boltzmann; y T la temperatura de las partículas que está asociada a la energía. De la Ec. (2.1) se puede notar que el ancho de la Maxwelliana depende de la temperatura T, o sea que la desviación de la velocidad está relacionada con T. Al integrar f(v) en el espacio de velocidades se obtiene la densidad de partículas n.

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} f(v) dv \tag{2.2}$$

Así el valor de A puede ser determinado:

$$A = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \tag{2.3}$$

2.3.1. Distancia de Debye y Cuasi-Neutralidad

Dentro de las características de un plasma está la capacidad de blindar o neutralizar el potencial eléctrico que se produce al introducir una partícula cargada dentro del plasma neutro, Chen, 1984. La densidad de iones y electrones en un plasma es igual lo que se traduce en que el plasma sea electricamente neutro, entonces al introducir en el plasma una partícula cargada q_T las cargas de distinto signo se verán atraídas por ésta y las de igual signo se alejarán de q_T . Es así que q_T se verá rodeada por una nube de partículas de carga opuesta, que blindará o neutralizará el potencial eléctrico de q_T . Debido a que en el plasma las partículas tienen una energía cinética finita, algunas no se verán afectadas por q_T y estarán libres dentro del plasma. Por esto último, en un plasma se define la distancia de Debye λ_D como la mínima distancia para que una partícula sea atraída por una carga q_T de signo opuesto y quedar confinada por el potencial eléctrico entre ambas (Chen, 1984; Bellan, 2006).

A partir de la relación de Poisson (Ec. (A.1)) es posible obtener λ_D como lo muestra el apéndice A. Así la distancia de Debye queda definida como (Ec. (2.4)):

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}} \tag{2.4}$$

Las perturbaciones de la densidad de carga y el potencial dentro de un plasma tienden a decaer con una distancia característica λ_D . Así un plasma será cuasi-neutral si $\lambda_D \ll L$, siendo L el tamaño del plasma. O sea que la influencia de una partícula cargada que entra en el plasma es capaz de desestabilizar la neutralidad del plasma dentro del rango de λ_D , pero visto desde una distancia mucho mayor que λ_D el plasma se vería como si siguiera estando eléctricamente neutro (Chen, 1084; Bellan, 2006).

2.3.2. Principio de un Plasma

Además de λ_D , existe otro parámetro que debe cumplir cierta condición para que un gas ionizado sea considerado un plasma. Se define N_D como el número de partículas dentro de una esfera con radio igual a λ_D con:

$$N_D = n \frac{4}{3} \pi \lambda_D^3 \tag{2.5}$$

Si $N_D \leq 1$, entonces las partículas que se encuentren en el plasma no pueden ser tratadas como una nube continua, sino cada partícula de manera discreta lo que haría que la teoría estadística no se pudiera utilizar. Por lo tanto, $N_D >> 1$ para que la teoría pueda ser utilizada ya que los efectos colectivos del gas predominan por sobre los efectos puntuales de cada partícula. Es así que un gas será considerado como un plasma siempre y cuando se cumpla que:

$$\lambda_D \ll L \& N_D >> 1 \tag{2.6}$$

Dentro del plasma en equilibrio termal las partículas oscilan debido a las interacciones de fuerzas electromagnéticas, existiendo dos modos longitudinales de oscilación uno relativo a los electrones y otro a los iones. Cada uno de estos modos tiene una frecuencia de oscilación asociada. Estos son: el modo de Langmuir relacionado con el movimiento de los electrones y el modo ión acústico vinculado a los iones. Antes de explicar estos modos, es necesario conocer la atenuación de Landau.

2.3.3. Atenuación de Landau

La atenuación de Landau o más conocida como Landau damping se relaciona con el decaimiento exponencial en el tiempo de las ondas Langmuir en un plasma. El decaimiento está asociado al intercambio de energía de las ondas con las partículas del medio. Si la onda viaja con velocidad de fase v_f , entonces el traspaso de energía se producirá con partículas que tengan una velocidad aproximadamente igual a v_f , lo que implica que el conjunto entra en resonancia. Partículas con velocidad menor a v_f ganarán energía desde la onda, caso contrario para las que tengan una velocidad mayor a v_f darán energía a la onda.

A partir de la Figura 2.4 es fácil entender porqué se produce la atenuación. Si tenemos un plasma donde la distribución de velocidades de las partículas es Maxwelliana, y fijando una velocidad de fase arbitraria v_f se puede ver que el número de partículas con velocidad menor a v_f es mayor que la cantidad con velocidad mayor a v_f , por esta razón la onda entrega mayormente energía a las partículas y no el caso contrario. El fenómeno ocurre también para velocidades negativas, por esta razón se mantiene que las ondas entreguen energía a lo largo del tiempo.



Figura 2.4: La sección roja representa cuando la onda entrega energía a las partículas. Por otra parte, la sección en azul representa cuando las partículas dan energía a la onda.

2.3.4. Modo de Langmuir

El modo de Langmuir está relacionado a la oscilación natural de electrones libres en la ionósfera, la ecuación de dispersión (que relaciona la frecuencia de oscilación w con el número de onda k) para este modo tiene una parte real y otra imaginaria, ésta última contiene el efecto Landau para este modo de oscilación. Para electrones de baja energía cinética la frecuencia está dada por la Ec. (2.7) usualmente llamada frecuencia de plasma w_{pe} .

$$w_{pe} = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}} \tag{2.7}$$

donde n_e es la densidad de electrones; e la carga del electrón; m_e la masa del electrón; y ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío.

En la ionósfera las partículas tienen una alta energía cinética (que es posible asociar a temperaturas ^oK por medio de $E_k = k_B T$). Dado esto, llegan a tener una velocidad distinta a la promedio la cual se conoce como velocidad termal de los electrones v_{the} . Las partículas siguen una distribución Maxwelliana de velocidades, donde v_{the} representa a la desviación estándar de velocidad de la distribución.

$$v_{the} = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}} \tag{2.8}$$

donde k_B es la constante de Boltzmann; y T_e la temperatura de los electrones asociada a la energía cinética.

Con estos parámetros previamente definidos $(w_{pe} \neq v_{the})$ es posible representar la dispersión del modo de Langmuir como lo muestra la Ec. (2.9) (Diaz et al, 2010). No obstante en ocaciones la velocidad de fase $v_f = \frac{w_{pe}}{k} >> v_{the}$ por lo que el término relacionado con v_{the} se hace despreciable.

$$w_L = \sqrt{w_{pe}^2 + 3k^2 v_{the}^2} \approx \pm \left(w_{pe} + \frac{3}{2} v_{the} \lambda_D k^2 \right) , \ si \ v_f >> v_{the} \ \Rightarrow \ w_L \approx \pm w_{pe}$$
(2.9)

Por otro lado, existe una componente compleja de la relación de dispersión w_{Li} que está dada por la Ec. (2.10) (Diaz, 2009). La cual contiene la atenuación de Landau ante amplificaciones del modo, o sea inestabilidades que se puedan producir.

$$w_{Li} = -w_{pe} \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{w_{pe}^3}{k^3} \frac{1}{v_{the}^3} \exp\left(-\frac{w_{pe}^2}{2k^2 v_{the}^2} - \frac{3}{2}\right)$$
(2.10)

La frecuencia del modo de Langmuir w_L está relacionada de manera cuadrática con k lo que gráficamente se vería como una parábola que corta el eje de la frecuencia en w_{pe} y $-w_{pe}$. El rango de magnitud es del orden de los MHz.

2.3.5. Modo Ión Acústico

La onda relacionada con el movimiento de los iones es conocida como modo ión acústico. Este modo también se compone de una parte real y otra imaginaria, esta última nos da la atenuación Landau de la onda. La parte real de la relación de dispersión se muestra en la Ec. (2.11) (Diaz, 2009).

$$w_a^2 = \left[\frac{k_B(T_e + 3T_i)}{m_i}\right] \frac{1}{1 + k^2 \lambda_D^2} k^2$$
(2.11)

donde T_i es la temperatura de los iones; m_i la masa de los iones; y se define $C_s^2 = \left[\frac{k_B(T_e+3T_i)}{m_i}\right]$ como la velocidad ión acústica (Sedgemore-Schulthess and St.-Maurice, 2001; Bellan, 2006). Usualmente el valor de λ_D es muy pequeño lo que implica que $k^2 \lambda_D^2 \ll 1$, por lo tanto w_a se simplifica a (Diaz, 2009):

$$w_a^2 = C_s^2 k^2 \Rightarrow w_a = \pm C_s k \tag{2.12}$$

Por otro lado, se tiene que la parte compleja del modo ión acústico también contiene la atenuación de Landau y es igual a (Diaz, 2009):

$$w_{ai} = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{w_{pe}}{|k^3 \lambda_D^3|} \exp\left(-\frac{1}{2k^2 \lambda_D^2} - \frac{3}{2}\right)$$
(2.13)

Se puede ver que la relación de dispersión del modo ión acústico w_a es lineal con respecto a k y se vería como dos rectas con pendiente C_s y $-C_s$. Este modo está en el rango de los kHz.

2.4. Radares Ionosféricos o ISR

Los radares ionosféricos, o radares de dispersión incoherente (ISR), utilizan una técnica para medir parámetros en la ionósfera que se basa en la dispersión de Thomson. El principio se fundamenta en que una partícula al ser acelerada es capaz de radiar un campo eléctrico transversal a la aceleración. Si lo anterior se lleva a un conjunto de iones y electrones se habla de que un plasma radia fuera de su volumen. No obstante, las partículas que conforman este volumen de plasma (ionósfera) no radian una señal con la suficiente potencia para ser detectada por radares de manera pasiva. Es por esto que desde un radar ubicado en tierra se envía una potente señal electromagnética a través de la ionósfera, que sea capaz de amplificar la aceleración de las partículas (en especial los electrones) y en consecuencia radiar con la suficiente potencia para ser detectada por una estación en tierra. Los electrones adquieren mayor aceleración en comparación con los iones, debido a que son menos masivos y por ende adquieren mayor movilidad, aún así los iones usualmente tienen una nube de electrones a su alrededor, por lo tanto cada fenómeno que le suceda al ión podrá ser visto a través de los electrones.

El eco producido por los electrones puede ser detectado por estaciones en tierra ubicadas en el mismo lugar que el emisor (radar monoestático) o por una estación situada en otra localización (radar multiestático) Diaz, 2009. Con la señal radiada por los electrones se obtienen perfiles en función de la altitud de la densidad de electrones (n_e) , temperatura del electrón (T_e) , temperatura del ión (T_i) y la velocidad de flujos de iones (V_i) , Michell, 2008.

Existen ISR en distintos lugares del planeta, como Perú, Puerto Rico y Alaska. En particular en Svalbard, un archipiélago al norte de Noruega, que cuenta con dos antenas (Figura 2.5) que forman parte del sistema de radares ionosféricos europeos (EISCAT: *European Incoherent Scatter*) en Svalbard (ESR: EISCAT Svalbard Radar). La primera de estas antenas consta de un plato parabólico de 32 m de diámetro y una segunda antena fija de 42 m de diámetro. El conjunto opera en la banda de ultra alta frecuencia (UHF) transmitiendo en un rango de 498 a 502 MHz y recibiendo entre los 485-515 MHz (EISCAT Scientific Association, 2011). Los radares están ubicados en zonas cercanas al polo norte, debido a que las líneas de campo magnético terrestre están abiertas a la interacción con el espacio exterior, lo que hace de estas zonas ideales para el estudio de fenómenos atmosféricos y en particular ionosféricos por la interacción del conjunto Sol-Magnetósfera-Ionósfera. En la Figura 2.6 se muestra el óvalo auroral donde con mayor frecuencia se pueden visualizar los fenómenos electromagnéticos en la ionósfera asociados con estas interacciones. Cabe destacar que Svalbard está situado justo en la línea de este óvalo.



Figura 2.5: Conjunto de antenas ubicadas en Longyearbyen, Svalbard, Noruega. A la izquierda la antena parabólica de 32 m de diámetro, y a la derecha la antena fija de 42 m de diámetro. Foto: Tom Grydeland



Figura 2.6: (a) Óvalo auroral durante el día. (b) Óvalo auroral durante la noche. Knutse, 2008

2.4.1. Espectro de Dispersión Incoherente o IS

Los electrones acelerados radian una señal que es posible medir por radares en tierra. Está aceleración es causada por la transmisión de una potente señal electromagnética como se describió anteriormente. Son los electrones los que radian fuera de su volumen, no obstante los iones también lo hacen, pero para medir a través de radares resulta más factible detectar el campo radiado por los electrones debido a que es más potente. Una manera de explicar que este campo es más fuerte se hace a partir de la Ec. (2.14), que expresa el campo eléctrico producido por un electrón acelerado (Diaz, 2009).

$$E_s(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} \sin\theta \left| \dot{u} \right| \hat{s}$$
(2.14)

donde q es la carga de la partícula; ϵ_0 es la permitividad eléctrica en el vacío; c la velocidad de la luz; r la distancia desde el centro de la partícula; θ el ángulo entre la aceleración y la dirección del observador; \dot{u} la aceleración; y \hat{s} la dirección de radiación del electrón. Si la aceleración se expresa en términos del campo eléctrico incidente transmitido por el radar E_i , haciendo un balance de fuerzas se tiene que:

$$m_e \dot{u} = q_e E_i \tag{2.15}$$

con m_e la masa del electrón. Despejando \dot{u} de la Ec. (2.15) y reemplazando la aceleración en la Ec. (2.14) se obtiene una relación del campo radiado en función de E_i .

$$E_s(r) = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2 r} sen\theta \left| E_i \right| \hat{s}$$
(2.16)

De la Ec. (2.16) es claro notar que el campo eléctrico es inversamente proporcional a la masa de la partícula, y debido a que los electrones son menos masivos que los iones, estos producirán un campo eléctrico de mayor amplitud y será más fácil de medir por los radares.

Forma del espectro

A partir del campo eléctrico radiado por los electrones acelerados, se obtiene el espectro de dispersión incoherente sumando el efecto radiativo de todos los electrones contenidos en un volumen. El número de electrones en el volumen está asociado a la densidad de estos, por esta razón las características del espectro están asociadas a la densidad de los electrones. Este espectro se divide en tres partes: una correspondiente a la línea del electrón, otra que corresponde a los iones vinculada al modo ión acústico y una tercera relacionada al modo de Langmuir, Sedgemore-Schulthess, 2001; Diaz, 2009.

La línea del electrón está relacionada al movimiento aleatorio que tienen los electrones en la ionósfera. Aparece en el espectro cuando la longitud de onda del campo radiado por los electrones, λ_s , es mucho menor que la distancia de Debye λ_D . La forma del espectro se ve como si siguiera la distribución de velocidades Maxwelliana de los electrones, con una ancho de la distribución dado por la velocidad termal.

El modo ión acústico aparece en el espectro cuando λ_s es mayor que λ_D . Este espectro se encuentra centrado en la frecuencia del radar y tiene un ancho de decenas de kHz. La Figura 2.7 muestra la forma del espectro del modo ión acústico, que por comodidad se centra en cero. Se puede ver que contiene dos hombros en -w y +w que corresponden a las frecuencias del Doppler que recibe el radar. Cada uno de estos hombros está relacionado con la potencia radiada por lo iones que han sido acelerados y por ende le entregan una mayor energía al modo ión acústico. El hombro que se produce en +w se vincula a iones que viajan alejándose del radar, caso contrario para la frecuencia -w.

La parte del espectro relacionada con el modo de Langmuir, o también llamadas líneas de plasma, es posible observarlas cuando λ_s es mayor que λ_D . Se ven como dos líneas que cortan el espectro en la frecuencia w_{pe} y que van aumentando de manera parabólico con el número de onda.



Figura 2.7: Espectro de frecuencia de las NEIALs. Knutse, 2008.

Relación entre la frecuencia de operación del radar con el número de onda de los modos de oscilación

La frecuencia de operación del radar nos fija un número de onda donde se medirá el espectro de dispersión incoherente. Alrededor de este número de onda el radar será capaz de detectar inestabilidades en los modos de oscilación del plasma. Entonces se tiene que:

$$f_i = \frac{v}{\lambda_i} \tag{2.17}$$

donde f_i es la frecuencia de transmisión del radar; v la velocidad con que viaja la señal del radar; $y \lambda_i$ la longitud de onda de la señal transmitida por el radar. Dado que la señal del radar viaja a la velocidad de la luz, entonces $v = c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. A su vez la longitud de onda es inversamente proporcional con el número de onda:

$$\lambda_i = \frac{2\pi}{k_i} \tag{2.18}$$

con k_i número de onda de la señal del radar. Así reemplazando el valor λ_i en la Ec. (2.17) se tiene la relación entre la frecuencia de operación del radar y el número de onda

$$k_i = \frac{2\pi f_i}{c} \tag{2.19}$$

donde se puede ver que la frecuencia de operación del radar es proporcional al número de onda.

Por otro lado, para relacionar k_i con el número de onda k_s donde se mide el espectro se ha comprobado que k_s es el doble de k_i cuando se trata de un radar monoestático, Diaz, 2009. O sea:

$$k_s = 2k_i = \frac{4\pi f_i}{c}.\tag{2.20}$$

De la Ec. (2.20) cabe notar que k_s depende de manera proporcional con f_i , con esto el número de onda donde se mida queda exclusivamente determinado por la frecuencia de operación del radar.

En el caso del conjunto de radares de Svalbard, estos operan a una frecuencia de 500 MHz (EISCAT Scientific Association, 2011). Si reemplazamos este valor en la Ec. (2.20), se obtiene el número de onda en torno al cual las inestabilidades de los modos podrían ser detectadas por el radar.

$$k_s = 2k_i = \frac{4\pi \ 500}{3 \times 10^8} = 20,94 \approx 21[m^{-1}] \tag{2.21}$$

Por otro lado, k_s tiene relación con las inestabilidades causadas en los modos del plasma por un haz de electrones que penetra la ionósfera. Es así que k_s depende de la frecuencia del haz w_b y de la velocidad promedio v_b con que el haz va atravezando la ionósfera. Por lo tanto, se tiene que

$$k_s = \frac{2\pi f_b}{v_b} = \frac{w_b}{v_b} \tag{2.22}$$

que corresponde a la relación de dispersión de un haz de electrones.

2.5. Amplificaciones Naturales del Modo Ión Acústico o NEIALs

El espectro de dispersión incoherente en equilibrio para el modo ión acústico nos muestra que en la frecuencia w, existe un punto máximo de potencia del espectro (también en -w, aunque puede ocurrir sólo en una de las dos frecuencias) asociada a la densidad, temperatura y composición de las partículas presentes a una cierta altitud dentro de la ionósfera (Figura 2.7). Bajo ciertas condiciones los puntos máximos en w y - w se ven aumentados considerablemente. Cuando este fenómeno ocurre se está en presencia de las amplificaciones naturales del modo ión acústico (NEIALs).

Las NEIALs se producen en latitudes entre los $75^{\circ}-80^{\circ}$ (Knutse, 2008) donde las líneas del campo magnético de la Tierra están abiertas a la inyección directa de partículas desde

el espacio, por esta razón la mayoría de los estudios de este tipo se hacen en o cerca de estas latitudes. Fueron descubiertas a finales de los 80s como una alteración en el espectro de dispersión incoherente donde se veía una amplificación en una o ambas de las frecuencias doppler $(w \ y \ -w)$ (Figura 2.8). Cabe destacar, que en 1962 Rosenbluth y Rostoker predijeron amplificaciones del modo ión acústico en el espectro debido a corrientes de partículas alineadas con el campo magnético, pero nunca habían sido confirmadas, Knutse, 2008.



Figura 2.8: Espectro distorsionado con la amplificación en -w y w.

Las NEIALS están asociadas a alteraciones en las oscilaciones normales de los electrones que se encuentran en la ionósfera producidas por la lluvia de partículas desde el espacio (haz de electrones; vientos solares). Las partículas presentes en la ionósfera se encuentran en constante movimiento aleatorio produciéndose interacción del tipo fuerzas electromagnéticas entre ellas. Aunque este movimiento sea aleatorio existe un equilibrio de fuerzas entre los iones y electrones, por lo tanto, a pesar de que sean movimientos desordenados el sistema se mantiene oscilando en equilibrio.

Al entrar a la ionósfera un haz de electrones desde el espacio exterior (pueden ser iones también, pero los electrones son los que poseen mayor movilidad) comienza la interacción entre el haz entrante y las partículas presentes en la ionósfera. Dado esto, se produce un efecto en que las partículas de igual carga presentes en la capa (interacciones electrón-electrón o iónión) se mueven todas en una misma dirección, que tiene como consecuencia amplificaciones en la potencia de la línea del ión acústico que se ve reflejado en el espectro de dispersión incoherente como un aumento de los máximos en las frecuencias del radar (Figura 2.8). Analizando el caso particular de interacción entre dos electrones, al pasar un electrón que viene en el haz de electrones al lado de uno que se encuentra en la ionósfera, se produce entre ambos una fuerza de repulsión que hace que la partícula de la capa adquiera velocidad (mayor a la que ya tiene), y ésta a su vez ocasiona la misma fuerza en otro electrón presente en la capa. Este fenómeno se propaga entre los electrones de la ionósfera. Los primeros en ser afectados son los electrones debido a que poseen una menor masa en comparación con los iones, pero son mayores en cantidad. En un principio los iones no se ven afectados, pero cuando la cantidad de electrones que está en movimiento es considerable, el fenómeno si empieza a influir a los iones, dejándose llevar éstos por los electrones.

En un principio las NEIALs eran consideradas como ecos artificiales (provenientes de los satélites) de los radares, hasta que se pudo comprobar que es un fenómeno natural, en particular dentro de la capa F de la ionósfera. Estas amplificaciones son difíciles de detectar debido a que son procesos muy cortos, incluso se sabe que mientras un suceso puede estar terminando, otro puede estar empezando. Estos eventos pueden ocurrir en escalas de tiempo de unas pocas decenas de segundos.

Aún en nuestros días la causa de las NEIALs no está zanjado, no obstante, se tienen teorías que lo explican, estas son i) Inestabilidades causadas por corrientes eléctricas (Current driven instabilities); ii) Inestabilidad por interacción Ión-Ión (Ion-Ion Two-Stream Instability); iii) Decaimiento paramétrico de ondas Langmuir (Parametric decay of Langmuir waves); iv) Interacción con ondas ciclotrónicas.

2.5.1. Inestabilidades causadas por corrientes eléctricas

La inestabilidad por corrientes eléctricas, o también llamada inestabilidad ión-electrón, se fundamenta en que la amplificación del modo ión acústico está relacionada con grandes flujos de corriente eléctrica alineadas con el campo magnético terrestre. Estas grandes densidades de corriente pueden ser producidas por campos eléctricos paralelos o grandes flujos de electrones termales entrando en la ionósfera. Esta teoría fue fundamentada por Rosenbluth y Rostoker en 1962 quienes predijeron que la amplificación del modo ión acústico podría haber sido causada por flujos de corriente eléctrica. Sin embargo, se creía que esta teoría era poco probable debido a que se necesitan grandes densidades de corrientes alineadas con el campo del orden de 1 mA m⁻². No obstante, Foster et al., 1988 y Collis et al., 1991 observaron amplificaciones del modo ión acústico que coincidieron con cálculos de grandes densidades de corrientes. Además, en años más recientes densidades de corrientes muy altas fueron medidas por el satélite Ørsted, Neubert and Christiansen, 2003.

En el caso que se tiene un haz de electrones termales entrando en la ionósfera, la inestabilidad se produce por el intercambio de energía entre el haz de electrones (energía cinética alta) y los presentes en la ionósfera (energía cinética baja). En equilibrio los electrones de la ionósfera no podrían sacar de su inercia a los iones más masivos, pero al recibir esta energía extra del haz lograrían moverse con una mayor amplitud y podrían sacar de su inercia a los iones cercanos.

Cada una de las frecuencias donde se ve amplificación está relacionada a la dirección de propagación de los electrones termales. Un aumento en el lado positivo de la frecuencia (+w) quiere decir que el flujo de electrones va en dirección hacia el radar. Por otro lado, un aumento en el lado negativo de la frecuencia (-w) implica lo contrario. Esta explicación causa una contradicción con la teoría donde ambas amplificaciones ocurren de manera simultánea, porque se necesitarían grandes flujos termales tanto entrando como saliendo de la ionósfera. Algunos investigadores (Collis et al., 1991; Rietveld et al., 1991) postularon que la amplificación en ambas frecuencias no era tal, sino que se debió a un artificio producido por el proceso de integración. Aún así en un estudio de Grydelan et al., 2003 se observó continuos crecimientos y decrecimiento en escalas de tiempo de 0, 2 s en las frecuencias Doppler (-w y + w).

2.5.2. Inestabilidades por interacción Ión-Ión

Esta inestabilidad se basa en la entrada a la ionósfera de grandes flujos de iones alineados con el campo magnético terrestre. Wahlund et al., 1992, desestima la teoría de inestabilidad ión-electrón argumentando que las grandes densidades de corriente no habían sido observadas. Wahlund opta por enfocarse en que las amplificaciones son causadas por grandes flujos de iones que han sido observados por el sistema EISCAT (*European Incoherent Scatter*) al mismo tiempo que las NEIALS.

El flujo de iones entrantes debe tener una gran diferencia de velocidad con respecto a los iones de la ionósfera y la densidad de uno de los grupos de iones debe ser mucho mayor que la otra. Con estas características las amplificaciones del modo ión acústico ocurren en altitudes altas dentro de la ionósfera, esto porque a medida que el flujo de iones penetra la capa va perdiendo velocidad y no sería capaz de producir perturbaciones a los iones. Según esto último las NEAILs no tendrían grandes posibilidades de producirse a bajas alturas ionosféricas lo que significa una desventaja sustancial de esta teoría. No obstante, podrían existir procesos que aceleraran los iones a bajas alturas, Lunde et al., 2007. Cabe destacar que las amplificaciones se pueden producir en uno o ambas frecuencias (-w y + w), ya que el flujo entrante de iones provocaría flujos de iones de fuga.

Por otro lado, esta teoría asume que no existe diferencia de velocidad entre los electrones (o es mínima), lo que tiene como consecuencia que la densidad de corriente se vuelve menor en comparación a la teoría Ión-Electrón (con este supuesto se evita el problema de tener grandes densidades de corriente que se requieren en la teoría de inestabilidades Ión-Electrón). En la investigación de Wahlund et al., 1992, se ha llegado a calcular el valor de densidad de corriente para que ocurra la amplificación del modo ión acústico, siendo de 670 μ Am⁻². Este valor en comparación con la densidad de corriente necesaria en la teoría Ión-Electrón, tiene un orden de magnitud menor, lo que representa una ventaja sobre el modelo, aunque con esta teoría (Ión-Ión) no se puede explicar las amplificaciones a bajas alturas ni de ambos hombros simultaneamente.

2.5.3. Decaimiento paramétrico de ondas Langmuir

Las teorías anteriores tienen ciertas debilidades para explicar las NEIALs (corrientes eléctricas e interacción Ión-Ión). Es así que Forme, 1993, propone una nueva teoría para explicar la amplificación del modo ión acústico basada en un fenómeno conocido en física del plasma llamado decaimiento paramétrico de ondas Langmuir.

El decaimiento paramétrico de ondas Langmuir se basa en que un haz de electrones que penetra la ionósfera es capaz de entregar la suficiente energía para acelerar las partículas en la capa. El haz de partículas tiene una distribución Gaussiana llamada *bump-on-tail* que podría verse como parte de la distribución Maxwelliana de los electrones que forman parte del plasma ionosférico (Figura 2.9). El haz viene con una velocidad promedio v_b cercana a la velocidad de fase v_f del modo de Langmuir. El conjunto partículas-haz entraría en resonancia cuando las velocidades se igualan $v_b = v_f$.



Figura 2.9: *Bump-on-tail* producido por un haz de electrones penetrando la ionósfera que se acopla a la distribución maxwelliana de las partículas presentes en la capa (las escalas no son de importancia, es sólo un caso referencial).

La distribución *bump-on-tail* sigue una forma Gaussiana del tipo:

$$f(v) = A \exp\left[-\frac{m_e(v-v_b)^2}{2k_B T_b}\right]$$
(2.23)

donde se define v_b como la velocidad promedio del haz de electrones; T_b la temperatura del haz de electrones; y $\Delta v_b = \sqrt{\frac{k_B T_b}{m}}$ como la velocidad termal del haz de electrones, la cual está relacionada con la energía cinética de las partículas $(E_k = k_B T_b)$.

El decaimiento paramétrico del modo de Langmuir se explica de la siguiente manera: en el caso que $v_b > v_f$ el haz de electrones le entregaría energía al modo de Langmuir hasta que las velocidades se igualen. El modo a su vez intentaría llevar a los electrones de la ionósfera a alcanzar esta velocidad acelerándolos traspasándoles energía. Por otro lado, la nube de electrones acelerados afectaría el movimiento de los iones acelerándolos en su movimiento que se vería reflejado en una amplificación del modo ión acústico. En el caso que $v_b < v_f$ ocurriría que el modo de Langmuir le entregraría energía al haz de electrones, esto se vería reflejado en que el modo del haz se amplificaría y no se produciría el decaimiento que conlleva a la amplificación del modo ión acústico.

Interpretación gráfica del decaimiento del modo de Langmuir

La amplificación del modo ión acústico a partir del decaimiento del modo de Langmuir se describe de la siguiente manera. Se tiene que el haz de electrones entrante en la ionósfera tiene una relación de dispersión dada por

$$w_b = v_b k \tag{2.24}$$

la cual es una recta con una pendiente pronunciada dado que la velocidad v_b es alta y mayor que v_f (velocidad de fase del modo de Langmuir). La recta de la relación de dispersión del haz de electrones entrantes intersecta al modo de Langmuir (modo relacionado con los electrones de la ionósfera) en un bajo número de onda. Haciendo que la intersección en frecuencia w_b sea muy cercana a la frecuencia de plasma w_{pe} , Diaz et al., 2010. Con esto se obtiene un número de onda k_{L0} igual a:

$$k_{L0} = \frac{w_b}{v_b} \approx \frac{w_{pe}}{v_b}.$$
(2.25)

En la Figura 2.10 se puede ver la intersección en k_{L0} entre la recta de dispersión del haz de electrones y el modo de Langmuir. A partir de esto, el vector (k_{L0}, w_{pe}) que representa el haz se puede separar en dos vectores, uno que cae en el modo ión acústico en k_{s1} y otro en la parte negativa del modo de Langmuir en k_{L1} . Ahora si el modo de Langmuir en k_{L1} es lo sufientemente fuerte, este podría decaer en otro modo de Langmuir y otro modo ión acústico con números de onda k_{L2} y k_{s2} respectivamente siendo k_{s2} negativo, Diaz et al., 2010. Con esto se puede explicar que la amplificación del modo ión acústico ocurre en ambas frecuencias del Doppler (-w y +w; se soluciona el problema de la teoría inestabilidad por corrientes eléctricas) y además tampoco tendría problemas con respecto a la altura que se manifieste el fenómeno (problema teoría inestabilidad ión-ión). Lo que le da al decaimiento paramétrico de ondas Langmuir un mayor peso en comparación a las otras teorías.


Figura 2.10: Decaimiento paramétrico de ondas Langmuir. Diaz et al., 2010.

Condición para que se produzca el decaimiento del modo de Langmuir e inclusión de los efectos del haz de electrones

Dependiendo del valor de los parámetros del haz de electrones entrante en la ionósfera y del plasma ionosférico, es el modo del haz de electrones o el modo de Langmuir el que se ve amplificado (Diaz, 2009; Diaz et al., 2010). Es así que se define el parámetro:

$$\Gamma_b = \left[\frac{v_b}{\Delta v_b}\right]^3 \left[\frac{n_b}{n_e}\right] \tag{2.26}$$

con n_b la densidad del haz de electrones. Si $\Gamma_b < 1$ entonces el modo de Langmuir se verá amplificado y por ende podría producirse el decaimiento. Caso contrario, si $\Gamma_b > 1$ sería el modo del haz de electrones el que se amplificaría, impidiendo la posibilidad de que se produzca el decaimiento.

Para que se produzca el decaimiento primero $\Gamma_b < 1$ para que el modo de Langmuir se vea amplificado, pero esto no asegura el decaimiento posterior en el modo ión acústico. Para asegurar el decaimiento en el modo ión acústico, la amplitud del campo eléctrico del modo de Langmuir amplificado E_L tiene que sobrepasar un campo eléctrico umbral E_{thr} (Diaz, 2009), o sea:

$$E_L^2 > E_{thr}^2 \tag{2.27}$$

donde (Diaz, 2009)

$$E_L^2 \approx \frac{1}{3} \frac{m_e n_b v_b^2}{\epsilon_0} \tag{2.28}$$

y el campo eléctrico umbral está dado por (Diaz, 2009):

$$E_{thr}^2 = \frac{4n_i k_B T_i C_{thr}}{\epsilon_0} \tag{2.29}$$

con C_{thr} una constante que depende de los parámetros del haz y del plasma, dada por (Diaz, 2009; Diaz et al., 2010):

$$C_{thr} = \frac{\nu B_{max}^{-1}}{2w_{pe}}$$
(2.30)

donde ν representa la frecuencia de colisiones del ión; y B_{max} es una constante dada por la Ec. (2.31) (Diaz et al., 2010):

$$B = \frac{T_i^2}{T_e^2} \Im \left(\frac{T_i}{T_e} + 1 - 2\alpha_i e^{-\alpha_i^2} \int_0^{\alpha_i} e^{\tau^2} d\tau - i\sqrt{\pi}\alpha_i e^{\alpha_i^2} \right)^{-1}$$
(2.31)

con \Im () representando la parte imaginaria; y $\alpha_i = (w/k)\sqrt{m_i/2k_BT_i}$. El valor de B_{max} se obtiene cuando $w/k = C_s$.

Por otro lado, el efecto que causa el haz de electrones se puede incluir en la relación de dispersión del modo de Langmuir. La parte real de la relación de dispersión (Ec. (2.9)) queda igual, en cambio la parte compleja (Ec. (2.10)) se ve afectada quedando (Diaz et al., 2010):

$$\gamma_b = -\sqrt{\frac{\pi}{8}} \left(\frac{w_{pe}}{k\Delta v_b}\right)^2 w_L \frac{n_b}{n_e} \frac{w_L - kv_b}{k\Delta v_b} exp\left(-\left[\frac{w_L - kv_b}{\sqrt{2}k\Delta v_b}\right]^2\right).$$
(2.32)

La parte compleja total de la relación de dispersión incluyendo el efecto del haz de electrones, se obtiene sumando las ecuaciones (2.10) y (2.32). Así se obtiene la Ec. (2.33) que se conoce como taza de crecimiento o growth rate:

$$w_{bi} = w_{Li} + \gamma_b \tag{2.33}$$

la amplificación del modo de Langmuir (y posterior decaimiento en el modo ión acústico) se manifiesta cuando el valor de γ_b es mayor que el valor de la atenuación Landau que contiene w_{Li} . El crecimiento se manifiesta entre un cierto rango de números de onda lo que nos ayudará para determinar si las NEIALs se producen cercanas al número de onda del radar.

2.5.4. Interacción con ondas ciclotrónicas

Esta teoría más reciente propuesta por Bahcivan y Cosgrove, 2008, explica la amplificación del modo ión acústico producido por ondas ciclotrón ión electroestáticas (EIC: *Electrostatic ion cyclotron*). Las EIC son ondas o modos propios de un plasma producidas por corrientes alineadas con el campo magnético, que son consideradas la primera fuente de energía para que se produzcan estas ondas, Bahcivan y Cosgrove, 2008. Las EIC causarían la desestabilización del plasma ionosférico creando una función de distribución de electrones no Maxwelliana que afectaría a la distribución de los iones (que se asume Maxwelliana) provocando amplificación del modo ión acústico, Bahcivan and Cosgrove, 2008.

Las EIC tienen una relación de dispersión dada por:

$$w_{eic}^2 = w_c^2 + k^2 C_s^2 \tag{2.34}$$

donde w_c es la frecuencia de ciclotrón; k número de onda; y C_s la velocidad ión acústica.

2.6. Programas de Simulación

Para el proyecto que comprende esta memoria se ocuparán tres programas, uno para simulación macroscópica que nos da la evolución de la distribución de velocidad del haz de electrones que penetra la ionósfera al ir interactuando con las partículas presentes en la capa (TRANSCAR)¹. Un segundo programa que es capaz de reproducir las interacciones microscópicas entre iones y electrones (código PIC). Por último, se utilizará MATLAB para establecer la conexión entre los datos de salida de TRANSCAR y la entrada al código PIC, debido a que el formato de los datos de TRANSCAR difieren de lo que se necesita para alimentar al código PIC. Además MATLAB también se utilizará para la visualización de los resultados desde TRANSCAR y el código PIC.

2.6.1. TRANSCAR

TRANSCAR es un programa computacional que modela la ionósfera como un fluido en una dimensión dependiente del tiempo (Robineau et al., 1996; Diloy et al., 1996; Alcaydé et al., 2000; Lilensten and Blelly, 2002; Blelly et al., 2005). Al programa se le entrega una base de datos de un haz de partículas que vienen del espacio penetrando la ionósfera y el software es capaz de simular las interacciones de este haz con los iones y electrones presentes en la capa.

¹Procesamiento realizado por Matthew Zettergren, docente e investigador de la Universidad Aeronáutica Embry-Riddle, Daytona Beach, FL., USA

TRANSCAR modela un espacio de la ionósfera en una dimensión dependiente del tiempo que nos entrega cambios en la densidad n_s , desviación estandar de la velocidad u_s , temperatura paralela al campo magnético terrestre $T_{s\parallel}$ y perpendicular al campo magnético terrestre $T_{s\perp}$, y flujo de calor q_s para 7 tipos diferentes de ión ($s = O^+$, H^+ , N^+ , N_2^+ , NO^+ , O_2^+ , $y e^-$).

El programa posee dos bloques principales dentro de su arquitectura, el módulo fluido que nos entrega el procesamiento electromagnético de las partículas y el modulo cinético que resuelve la dinámica de los iones y electrones, que están descritos en Lummerzheim and Lilensten, 1994 y Lilensten and Blelly, 2002. El diagrama de bloques general de TRANSCAR se muestra en la Figura 2.11. Los bloques fluido y cinético funcionan de manera conjunta donde el módulo fluido le entrega densidad y temperatura del electrón al cinético, y éste a su vez le proporciona la ionización de las partículas y los cambios de calor que se producen en el espacio simulado. Los parámetros ionosféricos se conocen por estudios y modelos empíricos de la capa y son entregados a TRANSCAR para tener un ambiente de simulación apropiado. Densidades termosféricas neutras y temperaturas para TRANSCAR son dadas por el módulo MSIS90 (Hedin, 1991) que simula el ambiente de atmósfera neutra. Este último bloque es combinado con un prototipo de vientos solares EUVAC (Richards et al., 1994), que permite recrear la ionización por impacto con las partículas presentes en la ionósfera. Además al módulo cinético se le entrega las energías que se tienen en las auroras a través del bloque Auroral electrons, la cual es otra fuente de ionización de partículas por medio del traspaso de energía calórica, así el módulo cinético es capaz de producir la ionización a partir de las dos fuentes más importantes. Así la ionización y tasas de calor se traspasan al módulo fluido el cual es capaz de calcular la densidad de plasma, temperatura, velocidad y flujos de calor.

Por otro lado, TRANSCAR también es capaz de describir los efectos de la fricción de partículas producidas por las convecciones ionosféricas, flujos de iones y electrones calientes penetrando desde la magnetósfera y corrientes alineadas con el campo (FAC) que traen electrones termales.



Figura 2.11: Diagrama de bloques de la arquitectura de TRANSCAR.

TRANSCAR se utilizará para simular la evolución de la distribución del haz de electrones que viene desde el espacio al ir penetrando en la ionósfera. El haz irá cambiando sus propiedades de la distribución (velocidad y temperatura) al interactuar con las partículas presentes en la ionósfera. Con los resultados de TRANSCAR se espera ver las propiedades del haz para distintas alturas entre los 80 - 800 km.

2.6.2. Código PIC

El código PIC, o código *Particle in Cell*, simula a nivel microscópico la interacción que se produce entre partículas con distintas características. Se usa tanto para iones como para electrones, Diaz et al., *submitted*. En el caso de esta memoria el código PIC es usado para simular la interacción de un haz de electrones que viene desde el espacio penetrando la ionósfera, con los iones y electrones presentes en la ionósfera para una altura definida. El movimiento de las partículas que conforman el plasma se simula de manera continua en espacio y velocidad, en cambio las densidades y corrientes se evaluan de manera discreta a partir de la velocidad y la posición, Verboncoeur, 2005. Los códigos PIC se clasifican en dos grupos: electromagnéticos o dinámicos y electroestáticos. Cuando se trata de un código PIC dinámico, se utilizan las ecuaciones de Newton-Lorentz para calcular el movimiento de las partículas, y las ecuaciones de Maxwell para el cálculo de los campos electromagnéticos que interactúan. Por otro lado, un código PIC electroestático se utiliza cuando los efectos magnéticos son despreciables. Dado esto, se usan las ecuaciones de Newton-Lorentz para el cálculo del movimiento de las partículas (al igual que para el código PIC dinámico), y para la interacción eléctrica (efectos magnéticos despreciables) las ecuaciones de Maxwell se reducen a la ecuación de Poisson, Diaz, 2009. En el caso de esta memoria se utiliza un código PIC electroestático paralelo (EPPIC).

Los parámetros que se cargan en el código EPPIC para cada especie (iones, electrones y haz de electrones) son: densidad $n \, [m^{-3}]$, velocidad promedio $v \, [m \cdot s^{-1}]$, temperatura $T \, [^{\circ}K]$ y masa $m \, [kg]$. Las variables n, v, T y m se obtienen asumiendo que las partículas, tanto de la ionósfera como del haz de electrones entrante, tienen una distribución Maxwelliana. La masa del ión que se utilizará corresponde a la especie dominante a la altura en donde se quiere simular la interacción. Por ejemplo, viendo la Figura 2.12 a una altitud de 200 km el ión dominante es el O^+ , por lo que las interacciones se produciran mayormente con este tipo de iones.



Figura 2.12: Perfil de densidad de iones y moléculas con respecto a la altura. Diaz, 2009.

El código EPPIC simula un volumen de plasma representativo de la ionósfera (a pequeña escala). Los parámetros del plasma $(n, v, T \ge m)$ serán los valores correspondientes a una cierta altura discreta de la ionósfera. A este volumen de plasma se le inyecta un haz de electrones con los parámetros $(n, v, T \ge m)$ que tendría el haz a la altura del plasma simulado. Con esto, es posible simular las interacciones entre el plasma y el haz de electrones. El volumen simulado tiene como ejes de coordenadas $x, y \ge t$ (Figura 2.13).



Figura 2.13: Simulación del volumen de plasma y el haz de electrones en el código PIC.

El volumen simulado por el código EPPIC, se discretiza en el tiempo. De esta discretización se obtienen planos transversales, también llamados "instantáneas", que contienen los datos de salida de la simulación en el código. La información de estos planos se obtiene al pasar un tiempo T_s llamado período de muestreo. En la Figura 2.14 se pueden ver los planos que conforman el volumen de plasma.



Figura 2.14: Discretización del volumen de plasma en planos en el tiempo.

Evolución espacial

Para entender la evolución espacial (x,y) que tiene el código EPPIC, se toma un plano discreto. Este plano se divide en subespacios llamados celdas de ancho Δx y Δy . Cada una de estas celdas contiene agrupaciones de partículas definidas como macropartículas. La agrupación de partículas en una macropartícula se hace para acelerar la simulación, así las partículas se tratan como un todo y no en particular lo que haría las simulaciones más largas. Cada macropartícula tiene una posición (x,y) y una velocidad (v_x, v_y) dentro de la grilla (l_x, l_y) (Diaz, 2009).



Figura 2.15: División del plano en el código PIC. Representación de una macropartícula en una celda por su distribución estadística tipo tienda o piramidal.

En cada celda se suman la cantidad de iones y electrones para obtener la densidad de carga total del espacio. Para el código EPPIC utilizado se resuelve la ecuación de Poisson asumiendo que el campo eléctrico se obtiene a partir de un potencial electroestático (Diaz, 2009). Con el campo eléctrico, se obtiene la fuerza eléctrica que afecta el movimiento de las partículas haciendo que éstas tengan nuevas velocidades y posiciones en el espacio. En el caso de existir colisiones se aplica el esquema de Monte Carlo (no es el caso de esta memoria). Por último se vuelve al bloque donde se calcula la densidad y el proceso se repite nuevamente. En Diaz, 2009 y Verboncouer, 2005 se encuentra detallado este proceso iterativo junto con las ecuaciones utilizadas en cada paso. El diagrama de bloques de la Figura 2.16 muestra el flujo que sigue el código EPPIC.



Figura 2.16: Diagrama de bloques del flujo iterativo del código EPPIC.

Determinación parámetros de simulación²

Los parámetros de simulación del código PIC tienen relación con las características del ambiente de plasma, con el haz de electrones entrante en la ionósfera y el rango de frecuencias obsevables del radar. Así los parámetros de simulación que se quieren determinar son: Δx y Δy ancho de la celda en x e y; Δt paso del tiempo; $N_x y N_y$ número total de celdas de la grilla que conforman el volumen en dos dimensiones; N_t número total de pasos de tiempo necesarios en la simulación; N_s número de pasos de tiempo para alcanzar el período de muestreo; L_x y L_y largo en la dirección x e y respectivamente; y N_p número de macropartículas. Estos parámetros deben ser cuidadosamente elegidos no sólo para simular la física del plasma, sino que también para cumplir los requerimientos del espectro que en ocasiones impone más restricciones a los parámetros, Diaz, 2009.

 $^{^{2}}$ La obtención de los parámetros se puede ver en más detalle en Diaz, 2009 y Diaz et al., submitted

Los parámetros de simulación deben cumplir las condiciones que se muestran en las ecuaciones (2.35) a (2.38), Diaz et al., 2008.

$$\Delta x, \Delta y \le \lambda_D \tag{2.35}$$

$$nw_{pe}\Delta t \le 2 \tag{2.36}$$

$$L_x, L_y >> \lambda_D \tag{2.37}$$

$$N_p \lambda_D >> L_x, L_y \tag{2.38}$$

donde n = 1, 2, 3... está relacionado con posibles armónicos de w_{pe} ; w_{pe} es la frecuencia de plasma; y λ_D la distancia de Debye.

Las medidas de cada celda del espacio en $x \in y$, además de satisfacer la Ec. (2.35), también deben cumplir con requerimientos del radar ISR asi se llega a:

$$\Delta x, \Delta y \le \min\left(\frac{\lambda_R}{4}, \lambda_D\right) \tag{2.39}$$

 λ_R representa la longitud de onda del radar relacionada con la frecuencia de operación del radar.

El paso del tiempo se elige para que las partículas no crucen más de una celda en cada iteración, así se llega a que Δt cumple:

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{max(3v_{the}, v_b + 3\Delta v_b)} \tag{2.40}$$

con v_b y Δv_b la velocidad promedio y la variación de velocidad de un haz de electrones; y v_{the} velocidad termal del plasma ionosférico.

La cantidad de celdas en el espacio N_x se relaciona con la resolución del número de onda Δk deseado para evitar traslape. Además el largo L_x debe cumplir con que se puedan ver una cierta candidad de longitudes de onda dentro del volumen $L_x > 3\lambda_{max}$. Así N_x :

$$N_x \approx max\left(\frac{\pi}{\Delta x \Delta k}, \frac{6\pi}{k_{max\Delta x}}\right)$$
 (2.41)

Por otro lado, el período de muestreo para evitar *aliasing* entre los datos de salida del código EPPIC. Queda determinado por:

$$T_s < \frac{2\pi}{2w_L(k_{max})} \tag{2.42}$$

con $w_L(k_{max}) = \sqrt{w_{pe}^2 + 3k_{max}^2 v_{the}^2}$. Con esto se tiene que el número de pasos es:

$$N_s = \frac{T_s}{\Delta t} \le \frac{\pi}{w_L(k_{max})\Delta t} \tag{2.43}$$

El número total de pasos N_t tiene relación con la resolución de frecuencia Δw , la cual se necesita para poder ver apropiadamente la línea ión acústica en el plasma. Así se llega a que N_t es:

$$N_t \ge \frac{\pi N_{lags}}{2\Delta t C_s k_{min}} \tag{2.44}$$

donde N_{lags} número de puntos entre los hombros de la línea ión acústica; C_s constante de proporcionalidad de la línea ión acústica ($w_s = C_s k$).

Capítulo 3 PROYECTO SERSIO

3.1. Mediciones in-situ de flujo de electrones

El conjunto de datos de entrada en las simulaciones de esta memoria provienen del proyecto SERSIO (Svalbard EISCAT Rocket Study of Ion Outflows) que fue puesto en marcha en la región de Ny-Alesund, Svalbard, archipiélago al Noreste de Noruega. El radar EISCAT (European Incoherent Scatter) está situado en Longyearbyen, Svalbard. El estudio fue realizado el 22 de Enero del año 2004 horario 0857 UT.

El proyecto midió un flujo de electrones entrante en la ionósfera y su interacción con las partículas presentes en la capa, las mediciones se hicieron de dos maneras. La primera por medio de un cohete volando en la ionósfera, Frederick-Frost, 2007 y la segunda a través del conjunto de radares ionosféricos ubicados en Svalbard (ESR), Lunde, 2007. El cohete llegó a una altura máxima de 782 km y obtuvo datos de una zona comprendida entre los 520 - 782 km. Los datos obtenidos se compararon y a la vez completar las mediciones que se hicieron al mismo tiempo con los radares ionosféricos.

El cohete fue diseñado para cuantificar las interacciones onda-partícula, campos eléctricos ambipolares y ganancias de calor de los iones más pesados dentro de la ionósfera. El cohete contenia tres analizadores electroestáticos que entregaron datos de distribución de velocidades para electrones (5 - 16000 eV) e iones (200 - 8000 eV). Además tres detectores adicionales que eran capaces de medir grupos de iones termales (0, 1 - 20 eV). Por otro lado, los electrones termales fueron caracterizados por un analizador de potencial retardado ERPA (0, 1 - 3 eV), y por un detector electroestático de electrones termales TED (0, 1 - 6 eV). Para el instrumento ERPA fue el primer vuelo en ser utilizado. Además se contaba con un instrumento capaz de medir y guardar datos de las ondas (entre 0 - 20 kHz) llamado COWBOY. Con los datos obtenidos se pudieron hacer perfiles de energía y temperatura de los iones y electrones, Frederick-Frost, 2007.

El conjunto de radares se mantuvieron operando a una frecuencia de 500 MHz, donde el

plato de 42 m de diámetro se encuentra permanentemente en dirección paralela al campo magnético y entrega parámetros de plasma. Por otro lado, el plato de 32 m de diámetro se encontraba con una inclinación de 18º con respecto al campo magnético, porque fue con este ángulo que se pudo intersectar la trayectoria del cohete. Del conjunto ESR se obtuvieron datos de las temperaturas de los iones y electrones de la ionósfera asumiendo una distribución Maxwelliana de las partículas.

De los datos más importantes encontrados por el proyecto SERSIO, y en especial los que fueron utilizados en esta memoria, se muestran en las Figuras 3.1 y 3.2.



Figura 3.1: Perfil de densidad de electrones con respecto a la altura dentro de la ionósfera, Frederick-Frost et al., 2007.



Figura 3.2: (a) Perfil de temperaturas de los electrones de la ionósfera, Frederick-Frost et al., 2007. (b) Perfil de temperaturas de los iones de la ionósfera Frederick-Frost et al., 2007.

Los datos obtenidos y analizados por el proyecto SERSIO, mostraron un incremento en la temperatura de los iones que se vio en conjunto con actividad de ondas de frecuencias muy bajas (BBELF: Broadband Extremely Low Frequency) en la zona comprendida entre 520 - 780 km. Además actividad de amplificaciones naturales del modo ión acústico (NEIAL) fueron vistas por el radar ESR en la misma zona y dada la existencia de las ondas BBELF se sugiere que ambos fenómenos podrían estar relacionados, Frederick-Frost, 2007.. Cabe destacar que los períodos de NEIALs vistas no mostraron relación con distribución *bump-on-tail* del haz de electrones. Es por esto que Frederick-Frost et al., 2007 indican que los eventos de NEIALs vistas no tendrían relación con el decaimiento del modo de Langmuir.

A partir de lo anterior, en esta memoria se quiere estudiar si el fenómeno de NEIAL detectado por el radar podría darse en alturas menores a los 520 km y estar asociado al decaimiento del modo de Langmuir.

Capítulo 4 SIMULACIONES Y ANÁLISIS

4.1. Datos procesados en TRANSCAR

El conjunto de datos obtenidos por SERSIO fueron procesados en TRANSCAR por Matthew Zettergren docente e investigador del Departamento de Ciencias Físicas de la Universidad Aeronáutica Embry-Riddle, Daytona Beach, FL., USA. Zettergren muestreó los datos obtenidos por el cohete tanto para alturas mayores y menores a los 782 km, para obtener un perfil completo de todas las alturas de la ionósfera.

Se utilizó TRANSCAR para ver la evolución de la distribución de velocidades del haz de electrones penetrando la ionósfera. Los resultados de TRANSCAR se muestran en la Figura 4.1.



Figura 4.1: Resultados de los datos procesados en TRANSCAR. Curvas del flujo de número diferencial $\phi(E)$ con respecto a la energía E para las distintas alturas dentro de la ionósfera. Créditos Matthew Zettergren.

Como se puede notar en la Figura 4.1, existen distintas curvas para diferentes alturas. Estas curvas representan un grupo de electrones de la ionósfera que cruzan un volumen con una cierta energía. Las curvas siguen una distribución Maxwelliana centradas en cero, siendo las curvas de la Figura 4.1 la cola de la Maxwelliana. Con respecto a la evolución del haz de electrones, es clara la existencia de *bump-on-tail* formando parte de la distribución de los electrones para alturas comprendidas entre 98-300 km, más suaves para altitudes entre los 300-380 km y nulas desde los 450 km. Las curvas que serán tomadas para posteriores análisis estarán entre 98-483 km debido a que contienen los *bump-on-tail* más marcados. En cuanto a las pretenciones de obtención de parámetros ionosféricos a partir de los datos de salida de TRANSCAR es necesario hacer una transformación de unidades.

El formato de salida de los datos desde TRANSCAR se encuentran en distribución de flujo de número diferencial $\phi(E) \ [cm^{-2} \ s^{-1} \ eV^{-1} \ sR^{-1}]$ vs E [eV]. Dado que los datos no están en unidades *mks*, es necesario pasar al sistema internacional de medidas para tener datos acordes con la entrada del código EPPIC. O sea, debemos pasar de $[cm^{-2} \ s^{-1} \ eV^{-1} \ sR^{-1}]$ a $[m^{-2} \ s^{-1} \ J^{-1} \ sR^{-1}]$ y de [eV] a [J]:

$$\begin{split} 1[cm^{-2}s^{-1}eV^{-1}sR^{-1}] &= 6,24151\times 10^{22}[m^{-2}s^{-1}J^{-1}sR^{-1}]\\ 1[eV] &= 1,602176462\times 10^{-19}[J] \end{split}$$

Al hacer la transformación se obtienen las curvas que se muestran en la Figura 4.2 y al separarlas por altitud es posible ver cuales son las que tienen un *bump-on-tail* más marcado (Figura 4.3).



Figura 4.2: Transformación a unidades mks del flujo de número diferencial y de la energía.



Figura 4.3: Curvas separadas por altitud. Arriba se puede ver claramente los *bump-on-tail*. Abajo zonas donde se notan suaves *bump-on-tail*.

En las figuras anteriores se puede ver como va evolucionando el haz de electrones a medida que penetra la ionósfera y como el *bump-on-tail* en la distribución de velocidades se va acrecentando para más bajas alturas.

4.2. Análisis de Prefactibilidad

4.2.1. Número de onda relacionado al *bump-on-tail*

Dado que se tiene el número de onda del radar $k_{ra} \approx 21 \ m^{-1}$ (Ecs. (2.19), (2.20) y (2.21)) es útil calcular el número de onda k_b asociado a la inestabilidad *bump-on-tail* para cada altura. Se calcula k_b porque el radar detectó NEIALs durante el episodio nombrado en §3.1, que fueron asociadas a eventos de muy baja frecuencia BBELF (Broad Band Extremely Low Frequency) y no a decaimiento del tipo Langmuir. Es por esto que dada la existencia de los *bump-on-tail* es necesario calcular k_b y ver si está cerca de k_{ra} para asegurar de que el radar es capaz de medir las inestabilidades causadas por el modo de Langmuir y no que se deba a otras causas.

Utilizando la Ec. (2.22) para obtener k_b ($k_s = k_b = w_b/v_b$), se iguala w_b a w_{pe} . Para esto debemos conocer la frecuencia de plasma w_{pe} a cada altura ionosférica. La velocidad v_b es la velocidad promedio del haz de electrones que penetran la capa. Esta velocidad se calcula

a partir de la energía donde se produce el máximo del bump-on-tail para cada altura. La velocidad se obtiene con la relación clásica de energía cinética (Ec. (4.1))

$$E = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2E}{m}} \tag{4.1}$$

donde E es la energía cinética en el punto máximo del *bump-on-tail*; y $m = m_e$ es la masa del electrón. Así los valores de v_b entre las alturas 98 - 483 km se muestran en la Tabla 4.1.

Altura [km]	$Velocidad \ [m/s]$
98	$1,1707 \times 10^{6}$
130	$1,1707 \times 10^{6}$
183	$1,1080 \times 10^{6}$
247	$1,0454 \times 10^{6}$
310	$1,2337 \times 10^{6}$
373	$1,2337 \times 10^{6}$
483	$1,2337 \times 10^6$

Tabla 4.1: Velocidad v_b para las alturas comprendidas entre 98 – 483 km.

Para el cálculo de w_{pe} se necesita un perfil ionosférico de la densidad de electrones con respecto a la altura. Este perfil se obtiene directamente de Frederick-Frost et al., 2004. En el gráfico de la Figura 3.1 se tiene el perfil de densidades (§3.1). Así con la Ec. (2.7) y el perfil de densidad se calcula la frecuencia de plasma para cada una de las alturas entre los 98-483 km (Figura 4.4). En la Tabla 4.2 se dan a conocer los valores utilizados para calcular la frecuencia de plasma.

Tabla 4.2: Parámetros utilizados para el cálculo de la frecuencia de plasma.

Parámetro	Símbolo	Valor
Carga electrón	e	$-1,602564 \times 10^{-19} [C]$
Masa electrón	m_e	$9,1094 \times 10^{-31} \ [kg]$
Permitividad	ϵ_0	$8,8542 \times 10^{-12} \ [F/m]$



Figura 4.4: (a) Altura vs w_{pe} . (b) Altura vs $f_{pe} = 2\pi/w_{pe}$.

Uilizando w_{pe} de la Figura 4.4 (a) y las velocidades de la Tabla 4.1, se obtiene k_b asociado al haz de electrones para cada altura (Figura 4.5). Se puede apreciar para altitudes entre los 200-400 km que k_b se encuentra cercano a k_{ra} por lo que es muy probable detectar las inestabilidades con el radar. Para las alturas que tienen un número alejado de k_{ra} la probabilidad de detectar la inestabilidad se hace más difícil.



Figura 4.5: Número de onda asociado al haz de electrones kB a cada altura ionosférica.

4.2.2. Obtención de parámetros de entrada al código PIC

Como se dijo en la sección 2.6.2, los parámetros de simulación del código PIC dependen de las características del plasma y del haz de electrones. Los valores característicos del plasma y del haz de electrones se pueden obtener directamente desde las curvas $(\phi(E), E)$ (datos de salida desde TRANSCAR Figura 4.2) pasando del espacio $(\phi(E), E)$ al espacio de distribución de velocidades (f(v), v). Se decide obtenerlos del conjunto $(\phi(E), E)$ porque la distribución del haz de electrones que ingresa en la ionósfera se aprecia de mejor manera en este espacio, en comparación con el de distribución de velocidad, ya que los *bump-on-tail* se ven atenuados por las grandes velocidades que alcanza el haz de electrones en la transformación de un espacio a otro.

Para la obtención de los parámetros del haz de electrones se siguió el siguiente método:

- Elegir una altura donde el *bump-on-tail* se note de manera clara, y que el número de onda donde se produce el *peak* del *bump-on-tail*, k_{bmax} , se encuentre cercano a k_{ra} y que cumpla $k_{bmax} < k_{ra}$.
- Modelar la distribución *bump-on-tail* por una distribución Gaussiana del flujo de número diferencial dada por la Ec. $(4.2)^{-1}$, donde E_u corresponde a la energía promedio del haz

 $^{^1\}mathrm{En}$ el apéndice B se encuentra en detalle el cálculo de esta expresión

de electrones (punto donde $\phi(E)$ es máximo), $E_0 = k_B T$ energía térmica del haz que corresponde al ancho de la Gaussiana y el factor A es la altura máxima que alcanza la función

$$\phi(E) = AE \ exp\left[-\frac{\left(\sqrt{E} - \sqrt{E_u}\right)^2}{E_0}\right].$$
(4.2)

A partir de lo anterior, se elige el caso para una altura de 183 km para calcular los parámetros del haz de electrones donde $k_{bmax} = 13 \text{ m}^{-1}$. Así se tiene el *bump-on-tail* para una altura de 183 km como lo muestra la Figura 4.6.



Figura 4.6: Curva de distribución de flujo de número diferencial para una altura de 183 km, donde se puede apreciar el *bump-on-tail* para esta altitud.

En la Figura 4.7 se puede apreciar el ajuste por la distribución Gaussiana, donde los parámetros de la curva A, E_u y E_0 calculados se muestran en la Tabla 4.3.



Figura 4.7: Ajuste del bump-on-tail para 183 km con una Gaussiana.

Parámetro	Símbolo	Valor
Altura bump-on-tail	A	$5,2 \times 10^{49} \left[m^{-2} s^{-1} J^{-1} s R^{-1} \right]$
Energía promedio	E_u	$6 \times 10^{-19} [J]$
Energía termal	E_0	$1,9 \times 10^{-20} [J]$

Tabla 4.3: Valores de ajuste para el bump-on-tail a los 183 km.

A partir de E_u y E_0 se obtienen los siguientes parámetros del haz de electrones: temperatura T_b , velocidad promedio v_b y la desviación de la velocidad Δv_b . Usando $k_B = 1,38 \times 10^{-23}$ J°K⁻¹, m_e de la Tabla 4.2 y la Ec. (4.1) para la velocidad v_b .

$$v_b = \sqrt{\frac{2E_u}{m_e}} = 1,1477 \times 10^6 \text{ [m/s]}$$

 $E_0 = k_B T_b \Rightarrow T_b = 1376 \text{ [°K]}$
 $\Delta v_b = \sqrt{\frac{k_B T_b}{m_e}} = 1,4442 \times 10^5 \text{ [m/s]}$

Por último se debe calcular el valor de la densidad del haz de electrones n_b con la Ec. (4.3). Donde v es el rango de velocidades relacionadas con las energías en torno al *bump-on-tail* y que se calcula con la ecuación de energía cinética 4.1.



$$= \int_{\Omega} \int_{E} \frac{\phi(E, \alpha, \gamma)}{v} \, dE d\Omega = \int_{\Omega} \int_{E} f_2 \, dE d\Omega \Rightarrow n_b = 1,303 \times 10^8 [m^{-3}] \tag{4.3}$$

Figura 4.8: Área bajo la curva de f^2 para obtener la densidad n_b .

En resumen los parámetros tanto del plasma (obtenidos de los gráficos 3.1 y 3.2) como del haz de electrones se presentan en la Tabla 4.4, donde el ión dominante para esta altura es O^+ que se obtiene del gráfico de la Figura 2.12.

Tabla 4.4: Resumen de los valores de plasma y del haz de electrones para una altura de 183 km.

Parámetro	Símbolo	Valor
$Densidad\ electrones$	n_e	$6,5 \times 10^{10} \ [m^{-3}]$
Densidad iones	n_i	$6,5 \times 10^{10} \ [m^{-3}]$
$Masa\ e$	m_e	$9,1094 \times 10^{-31} \ [kg]$
$Masa \ O^+$	m_{io}	$2,6568 \times 10^{-26} \ [kg]$
$Temperatura \ electrones$	T_e	1000 [°K]
$Temperatura\ iones$	T_i	$500 [^{\circ}K]$
Densidad haz electrones	n_b	$1,303 \times 10^8 \ [m^{-3}]$
$Temperatura\ haz\ electrones$	T_b	1376 [°K]
Velocidad haz electrones	v_b	$1,1477 \times 10^{6} \ [m/s]$
Desviación velocidad haz electrones	Δv_b	$1,4442 \times 10^5 \ [m/s]$

Tasa de crecimiento

La tasa de crecimiento es otra manera de ver el rango de números de onda donde el haz de electrones afectaría al modo de Langmuir. Para esto se utiliza la relación de la tasa de crecimiento (Ec. (2.33)) y los valores de la Tabla 4.4, así la tasa de crecimiento en este caso se muestra en la Figura 4.9.



Figura 4.9: Comportamiento de la tasa de crecimiento w_{bi} en función de k.

Del gráfico de la Figura 4.9 se puede inferir que la instabilidad existe debido al valor positivo que tiene la función alcanzando un *peak* del orden de 5×10^5 cs·a⁻¹². La inestabilidad se produce entre los 12-18 m⁻¹ alcanzando el máximo en 14 m⁻¹. El rango obtenido es similar al que se tiene en la Figura 4.5 para la altura de 183 km, lo que confirma, por medio de dos métodos distintos, que la instabilidad comenzaría alrededor del número de onda 13 m⁻¹ contaminando números de onda cercanos. Dadas estas condiciones el radar podría ser capaz de detectar amplificaciones de las ondas ión acústico, ya que éstas se producen para números de ondas mayores que los de las ondas de Langmuir a las cuales representa w_{bi} .

Por otro lado, con la tasa de crecimiento es posible encontrar otro conjunto de datos, como los de la Tabla 4.4, que nos permitan reducir el tiempo de simulación en el código EPPIC. Para esto, se hace que la razón de masas entre los iones y electrones sea menor, o sea que los iones sean menos masivos y los electrones más. Además se aumenta la densidad n_e , n_i y n_b , la temperatura T_b y la velocidad termal Δv_b . La velocidad v_b se disminuye minimamente. Los valores anteriores se cambian siempre y cuando nos aseguren provocar una inestabilidad muy parecida a la de la Figura 4.5 y cumpliendo que $\Gamma_b < 1$ para que el modo de Langmuir sea el amplificado y no el modo del haz de electrones. Es así que los nuevos valores con los que se hará la simulación se muestran en la Tabla 4.5 y la inestabilidad producida se contrasta con la de los valores reales (Figura 4.10).

²La unidad cs $\cdot a^{-1}$ es el equivalente de rad $\cdot s^{-1}$ para las frecuencias de giro imaginarias.

Parámetro	Símbolo	Valor
Densidad electrones	n_e	$2 \times 10^{11} \ [m^{-3}]$
Densidad iones	n_i	$2 \times 10^{11} \ [m^{-3}]$
Masa e	m_e	$3,3452 \times 10^{-30} \ [kg]$
Masa ión	m_i	$1,6726 \times 10^{-27} \ [kg]$
Temperatura electrones	T_e	1000 [°K]
Temperatura iones	T_i	500 [°K]
Densidad haz electrones	n_b	$4,4 \times 10^8 \ [m^{-3}]$
Temperatura haz electrones	T_b	4549,7 [°K]
Velocidad haz electrones	v_b	$1,04 \times 10^{6} \ [m/s]$
Desviación velocidad haz electrones	Δv_b	$1,37 \times 10^5 \ [m/s]$

Tabla 4.5: Resumen de los valores de plasma y del haz de electrones para una altura de 183 km que serán utilizados como variables de entrada al código PIC.



Figura 4.10: Contraste entre valores reales y valores ajustados para producir la misma inestabilidad.

Con los valores del plasma y del haz de electrones es posible determinar los parámetros de simulación del código PIC que se vieron en la sección 2.6.2, así en la Tabla 4.6 se resumen los valores optimizados de estos.

Parámetro	Símbolo	Valor
$Paso\ en\ x$	Δx	$0,005 \ [m]$
Paso en y	Δy	0,005~[m]
Número de células en x	N_x	1024
Número de células en y	N_y	128
Paso tiempo	Δt	$3 \times 10^{-9} [s]$
Total pasos para tiempo muestreo	N_s	32
Número total pasos	N_t	131072
Número macropartículas	N_p	500,000

Tabla 4.6: Resumen de los parámetros de entrada al código PIC.

4.3. Resultados simulaciones Código PIC

Al tomar una ventana del espacio de plasma y hacer que un haz de electrones cruce el espacio, es posible ver si las partículas del plasma son perturbadas y sacadas del equilibrio. En la Figura 4.11 se muestra la ventana de plasma con sus partículas en equilibrio antes de que el haz de electrones cruce el espacio.





En la sección 4.3.1 se muestran los casos en que un haz de electrones cruza el espacio de plasma simulado. Los casos son cuando el plasma está constituido sólo por electrones y otro cuando está conformado sólo por iones.

4.3.1. Aceleración de las partículas

El espacio de ionósfera muestreado en el código PIC corresponde a una ventana de 5, 12 m \times 0, 64 m donde conviven iones y electrones en equilibrio térmico. A partir de esta ventana es posible saber si las partículas se ven perturbadas por la inyección de electrones. En la Figura 4.12 se muestra la ventana solamente con los electrones.



Figura 4.12: Cambios en el movimiento de los electrones de la ionósfera a medida que el haz de electrones cruza el plano en la dirección x.

En t = 0 ms los electrones se encuentran en equilibrio, pero al transcurrir el tiempo empiezan a haber ondulaciones en el espacio. Esto se debe a que un electrón va atravezando el espacio produciéndose fuerzas eléctricas de repulsión con los electrones presentes, por lo que el conjunto se comienza a mover en la misma dirección que el electrón entrante (en este caso en dirección +x). De lo anterior se infiere que el modo de Langmuir (el cual depende del movimiento de los electrones del plasma) ve incrementada su energía producto de la entrada del haz de electrones, y éste empieza a llevar a los electrones de la ionósfera acelerándolos hasta que se muevan en armonía con el modo. Por tanto, se demuestra que los electrones si son acelerados. Ahora se quiere saber si estos electrones son capaces de acelerar a los iones y por ende que se vea incrementado el modo ión acústico.



Figura 4.13: Cambios en el movimiento de los iones llevados por los electrones en la ionósfera.

En la Figura 4.13 se tiene el mismo espacio dimensional pero ahora con los iones. Para $t \ge 0,031$ ms se pueden ver ondulaciones en el espacio parecidas a las que se producen con los electrones (para el mismo tiempo), esto quiere decir que los iones comienzan a ser llevados por los electrones y por ende empiezan a adquirir una cierta aceleración. Esto último es fundamental, ya que si los iones son acelerados estos podrán entregar energía al modo ión acústico y posiblemente la amplificación en el modo podría ser suficiente para ser vista con el radar. Para ver si el modo incrementa su energía lo suficiente para ser detectado por el radar, es necesario obtener el espectro de dispersión incoherente.

4.3.2. Obtención del Espectro de Dispersión Incoherente

A partir de los datos presentados en la Tabla 4.5 y las relaciones de dispersión de los modos Langmuir (Ec. (2.9)), ión acústico (Ec. (2.12)) y del haz de electrones (Ec. (2.22)), es posible obtener el espectro IS teórico, el cual se muestra en la Figura 4.14.



Figura 4.14: Espectro teórico a partir de los datos de la Tabla 4.5, donde se puede ver las líneas de plasma (azul), ión acústica (rojo) y del haz de electrones (verde).

Las líneas de plasma, o modo de Langmuir, cortan el eje de la ordenada en la frecuencia $w_{pe} = 2,0954$ MHz y comienza a tener un crecimiento parabólico al aumentar el número de onda, tal y como se había previsto en la sección 2.5.3. Por otro lado, a menores frecuencias es posible ver las líneas de ión acústico que siguen una relación lineal con el número de onda (Figura 4.15), pero con un rango de frecuencias del orden de los kHz. Además, es posible observar la línea del haz de electrones, que intersecta al modo de Langmuir en $k = 13 \text{ m}^{-1}$, por lo que alrededor de este número de onda es donde se empieza a formar la inestabilidad del modo de Langmuir (que posteriormente decaería en el modo ión acústico), pudiendo llegar a contaminar hasta los 20 m⁻¹ lo que sería detectado por el radar.



Figura 4.15: Líneas del modo ión acústico teóricas.

El espectro obtenido a partir de la simulación en el código PIC para una ventana de tiempo t = 0 - 0,025 ms, se muestra en la Figura 4.16.



Figura 4.16: Espectro para t = 0 - 0,025 ms obtenido desde la simulación en el código PIC, donde se pueden ver las mismas líneas que en el espectro teórico.

Si comparamos el espectro teórico con el obtenido por la simulación es posible ver la existencia de las líneas de plasma, el modo ión acústico y la relación de dispersión del haz de electrones. Además se puede ver la existencia de una línea que corta alrededor de los 4 MHz, esta línea corresponde al primer armónico del modo de Langmuir. Con respecto a la línea de plasma, ésta corta en una frecuencia cercana a los 2 MHz, lo que coincide con lo visto en el espectro teórico. Además es posible visualizar la línea del haz de electrones que intersecta la línea de plasma en $k \approx 13 \text{ m}^{-1}$, incluso se puede ver como el modo de Langmuir se incrementa en torno a este número de onda. Si comparamos la potencia del modo de Langmuir en 13 m⁻¹ con otros números de onda, se puede ver que es mayor en al menos 20 dB, esto viene dado por la cantidad de energía que entrega el haz de electrones al modo de Langmuir en este número de onda. Así de lo anterior se infiere que el modo ión acústico se verá afectado alrededor de este número de onda. Ahora, es necesario evolucionar el espectro en el tiempo para ver si el modo de Langmuir irradia con suficiente potencia para que una vez ocurrido el decamiento en el modo ión acústico, éste se amplifique lo suficiente para alcanzar a contaminar hasta el número de onda del radar $k_{ra} = 20 \text{ m}^{-1}$. En las figuras siguientes se muestra la evolución en el tiempo del espectro en las ventanas de tiempo t = 0 - 0,025 ms (Figura 4.17), t = 0,025 - 0,031 ms (Figura 4.18) y t = 0,031 - 0,037 ms (Figura 4.19).



Figura 4.17: Espectro para una ventana de tiempo de t = 0 - 0,025 ms.



Figura 4.18: Espectro para una ventana de tiempo de t = 0,025 - 0,031 ms.



Figura 4.19: Espectro para una ventana de tiempo de t = 0,025 - 0,037 ms. Aquí ya se puede ver que el modo ión acústico tiene una mayor potencia en un k cercano a 21.

Si se comparan los espectros entre los tiempos t = 0 ms y t = 0,037 ms, se puede ver como la línea de ión acústica en torno a los 15 m⁻¹ tiene una ganancia en potencia entre 10 y 15 dB, lo que significa que las NEIALs se estarían desarrollando. Por otro lado, este incremento en potencia empieza a contaminar números de onda cercanos, en particular 20 m⁻¹ donde el aumento es entre 10 a 15 dB lo que implicaría que el radar si podría detectar amplificaciones del modo ión acústico.

Capítulo 5 CONCLUSIONES Y TRABAJOS FUTUROS

5.1. Conclusiones del trabajo de memoria

En el capítulo 2, se ha logrado generar un marco teórico donde se tocan los principales temas en cuanto a la física espacial y la interacción atmósfera-espacio, para introducir al lector dentro de este tópico. Además esta memoria puede ser utilizada como punto de partida para abrir una nueva área de investigación en tópicos de física espacial, tanto en la propia Universidad de Chile como en otras Universidades chilenas, y como motivación para futuros estudiantes interesados en participar dentro de este tipo de investigaciones.

Los datos procesados en TRANSCAR nos muestran la evolución que tiene el haz de electrones, a medida que penetra la ionósfera y como para más bajas alturas la inestabilidad *bump-on-tail* se va acrecentando teniendo una forma aproximadamente Gaussiana. Además se ve como parte de la distribución Maxwelliana de los electrones de la ionósfera. Lo importante de la evolución del haz realizada en TRANSCAR es que permite descartar ciertas alturas en las cuales la distribución *bump-on-tail* no se tiene y centrarse en un rango de altitudes donde si se nota de manera clara.

Por otro lado, en la sección 4.2.1 se propone una manera para encontrar que números de onda del modo de Langmuir se ven afectados por la entrada en la ionósfera del haz de electrones, para saber si el radar puede o no ser capaz de detectar las inestabilidades causadas por el haz. Así, combinando el procesamiento en TRANSCAR con el cálculo del número de onda, nos permite proponer un método para encontrar los parámetros del haz de electrones: $T_b, v_b, \Delta v_b, y n_b$, eligiendo una cierta altura donde el *bump-on-tail* se pueda ajustar por una Gaussiana y que además se cumpla que k_{bmax} se encuentre cercano a k_{ra} con $k_{bmax} < k_{ra}$. Una vez obtenidos los parámetros del haz de electrones, es importante ver el comportamiento de la tasa de crecimiento, no sólo para confirmar el rango de números de onda encontrado en la sección 4.2.1 para una altura de 183 km, sino que para encontrar un conjunto de datos de entrada para la simulación en el código EPPIC que nos permitan reducir los costos computacionales propios de la simulación y además por medio de Γ_b asegurar que la amplificación se producirá en el modo de Langmuir y no en el modo del haz.

Los resultados de la simulación en el código EPPIC permiten obtener imágenes en el tiempo del movimiento tanto de los electrones como de los iones presentes en la ionósfera y como se ven perturbados por la interacción con el haz de electrones. Con esto es posible comprobar que los electrones son los primeros en salir del equilibrio y adquirir movimiento en la ionósfera para luego llevar a los iones más masivos a seguir este movimiento, finalizando con que el conjunto de partículas se mueven en armonía como se pudo ver en las figuras 4.12 y 4.13 para un tiempo de 0,037 ms. Para comprobar que las NEIALs se producen, se obtiene el espectro IS que nos muestra como en el rango de tiempo entre 0 - 0.037 ms el modo ión acústico se amplifica. La amplificación en el modo ión acústico se comienza a gestar en un $k = 17 \text{ m}^{-1}$ y al evolucionar el espectro en el tiempo se puede ver como los números de onda alrededor de 17 m⁻¹ se comienzan a amplificar también. En particular para $k = 20 \text{ m}^{-1}$ el aumento de potencia entre los tiempo t = 0 y t = 0.037 ms es de 10 a 15 dB. Esto último implica que la amplificación se está produciendo en $k = 20 \text{ m}^{-1}$ y por ende el radar sería capaz de detectarla, por consiguiente se estaría comprobando que las NEIALs observadas por el proyecto SERSIO sí podrían estar relacionadas al decaimiento paramétrico de ondas Langmuir.

5.2. Trabajos Futuros

Como trabajo a futuro se quiere realizar simulaciones en el código EPPIC para las demás alturas en donde se visualiza el *bump-on-tail*, que no se hicieron en esta memoria debido al largo tiempo de duración (mayores a 5 horas) que tienen las simulaciones en el código EPPIC. Además se espera poder probar el método propuesto para las demás alturas y ver en cuales las NEIALs se manifiestan.
Bibliografía

- Alcaydé D., Blelly P.L., Kofman W., Litvin A., and Oliver W.L., "Effects of hot oxygen in the ionosphere: TRANSCAR simulations", Ann. Geophys., vol 19, 257-261, 2000.
- [2] Bahcivan H., and Cosgrove R., "Enhanced ion acustic lines due to strong ion cyclotron wave fields", Ann. Geophys., Vol. 26, 2081-2095, 2008.
- [3] Bellan P.M., "Fundamentals of Plasma Physics". New York: Cambridge University Press, U.S.A. 2006.
- [4] Blelly P.L., Lathuillère C., Emery B., Lilensten J., Fontanari J., and Alcaydé D., "An extended TRANSCAR model including ionospheric convection: simulation of EISCAT observations using inputs from AMIE", Ann. Geophys., vol. 23, 419-431, 2005.
- [5] Bueche F.J., "Ciencias Físicas". New York: Worth Publishers, Inc., U.S.A. 2004.
- [6] Chen F., "Intruduction to plasma physics and controlled fusion", 2nd. ed. Springer Publisher, 1984.
- [7] Collis P.N., Häggström I., Kaila K., and Rietveld M.T., "EISCAT radar observations of enhanced incoherent scatter spectra; their relation to red aurora and field-aligned currents", Geophys. Res. Lett., 18, 1031-1034, 1991.
- [8] Diaz M.A., Semeter J.L., Oppenheim M., and Zettergren M., "Particle-in-cell simulation of the incoherent scatter radar spectrum", Radio Science, Vol. 43, RS1007, doi:10.1029/2007RS003722, 2008.
- [9] Diaz M.A., "Electron Beam Instability in the Ionosphere and their Effects on ISR Spectra with Particle-In-Cell Simulations", Ph.D. dissertation, Boston University, Boston, MA, USA, 2009.
- [10] Diaz M.A., Semeter J.L., Oppenheim M., and Zettergren M., "Analysis of beam plasma instability effects on incoherent scatter spectra", Ann. Geophys. vol 28, pp. 2169-2175, December 2010.
- [11] Diaz M.A., Oppenheim M., Semeter J.L., and Zettergren M., "2D Particle-In-Cell Simulation of the Beam-Plasma Interaction and its Effects in the Incoherent Scatter Spectrum", Journal of Geophysical Research, vol. xx, submitted for publication.

- [12] Diloy P.Y., Robineau A., Lilensten J., Blelly P.L., and Fontanari J., "A numerical model of the ionosphere, including the Eregion above EISCAT", Ann. Geophys., 14, 191-200, 1996.
- [13] Domínguez H., "Nuestra Atmósfera: Como comprender los cambios climáticos". México, D.F.: Editorial Lectorum, S.A. de C.V., México. 2004.
- [14] EISCAT Scientific Association, "Technical specification: Compilation of the basic technical specifications of the EISCAT facilities." Marzo 2011. [Online]. Disponible: http://www.eiscat.se/about/specifications
- [15] Forme F.R.E., "A new interpretation on the origin of enhanced ion acoustic fluctuations in the upper ionosphere", Geophys. Res. Lett., 20, 2347-2350, 1993.
- [16] Forme F.R.E., "Parametric decay of beam-driven Langmuir wave and enhanced ionacoustic fluctuations in the ionosphere: a weak turbulence approach", Ann. Geophys., 17, 1172-1181, 1999, http://www.ann-geophys.net/17/1172/1999/.
- [17] Foster J.C., del Pozo C., Groves K., and St. Maurice J.P., "Radar observations of the onset of current driven instabilities in the topside ionosphere", Geophys. Res. Lett., vol 15, 160-163, 1988.
- [18] Frederick-Frost K.M., Lynch K.A., Kintner Jr. P.M., Klatt E., Lorentzen D., Moen J., Ogawa Y., and Widholm M., "SERSIO: Svalbard EISCAT Rocket Study of Ion Outflows", Journal of Geophysical Research, vol. 112, A08307, August 2007.
- [19] Grydeland T., La Hoz C., Hagfors T., Blixt E.M., Saito S., Strømme A., and Brekke A., "Interferometric observations of filamentary structures associated with plasma instability in the auroral ionosphere", Geophys. Res. Lett., 30, 1338, doi: 10.1029/2002GL016362, 2003.
- [20] Hedin A.E.,"Extension of the MSIS Thermosphere Model into the Middle and Lower Atmosphere", Journal OF Geophysical Research, Vol. 96, NO. A2, PP. 1159-1172, 1991. doi:10.1029/90JA02125.
- [21] Knutse J.S., "Plasma Line Studies in Relation to Naturally Enhanced Ion Acoustic Lines (NEIALs)", M.S. thesis, University of Tromsø, Tromsø, Norway, 2008.
- [22] Lathuillere C., Blelly P.L., Lilensten J., and Gaimard P., "Storm Effects on the Ion Composition", Adv. Space Res., Vol. 20, No. 9, 1699-1708, 1997.
- [23] Lilensten J., and Blelly P.L., "The TEC and F2 parameters as tracers of the ionosphere and thermosphere", Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, vol. 64, 775-793, 2002.

- [24] Lummerzheim D., and Lilensten J., "Electron transport and energy degradation in the ionosphere: evaluation of the numerical solution, comparison with laboratory experiments and auroral observations", Ann. Geophys., Vol. 12, 1039-1051, 1994.
- [25] Lunde J., Gustavsson B., Løvhaug U.P., Lorentzen D.A., and Ogawa Y., "Particle precipitations during NEIAL events: simultaneous ground based observations at Svalbard", Ann. Geophys., vol 25, pp. 1323-1336, June 2007.
- [26] Michell R.G., Lynch K.A., Heinselamn C.J., and Stenback-Nielsen H.C., "PFISR nightside observation of naturally enhanced ion acoustic lines, and their relation to boundary auroral features", Ann. Geophys., vol 26, pp. 3623-3639, November 2008.
- [27] Neubert T. and Christiansen F., "Small-scale, field aligned currents at the top-side ionosphere", Geophis. Res. Lett., vol 30, 2010, doi:10.1029/2003GL017808, 2003.
- [28] Palacios J.C., "Cálculo del contenido total de electrones (TEC) en la ionósfera colombiana mediante la utilización de una red de estaciones de rastreo satelital (REICO)", MsC tesis, Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia, Agosto 2010.
- [29] Richards P.G., Fennelly J.A., and Torr D.G., "EUVAC: A Solar EUV Flux Model for Aeronomic Calculations", J. Geophys. Res., Vol. 99, No A5, 8981-8992, 1994.
- [30] Rietveld M.T., Collis P.N., and St. Maurice J.P., "Naturally enhanced ion acoustic waves in theauroral ionosphere observed with the EISCAT 933-MHz radar", J. Geophys. Res., 96, 19 291-19 305, 1991.
- [31] Robineau A., Blelly P.L., and Fontanari J., "Time-dependent models of the auroral ionosphere above EISCAT", J. Atmos. Terr. Phys., 58, 257-271, 1996.
- [32] Rosenbluth M.N., and Rostoker N., "Scattering of Electromagnetic Waves by a Nonequilibrium Plasma", Physics of Fluids, 5:776, 1962.
- [33] Saha K., "The Earth's Atmosphere Its Physics and Dynamics". Springer-Verlag Berlin Haidelberg, 2008.
- [34] Sedgemore-Schultess F., and St Maurice J., "Naturally Enhanced Ion-Acustic Spectra and Their Interpretation", Surveys in Geophysics, 22(1):55-92, 2001.
- [35] Verboncoeur J.P., "Particle simulation of plasmas: review and advances", Plasma Phys. Control. Fusion, Vol. 47, A231-A260, 2005.
- [36] Wahlund J., Forme F., Opgenoorth H., Persson M., Mishin E., and Volokitin A, "Scattering of electromagnetic waves from a plasma: Enhanced ion acoustic fluctuations due to ion-ion two-stream instabilities", Geophysical Research Letters, 19, 1919-1922, 1992.

Apéndice A OBTENCIÓN DE LA DISTANCIA DE DEBYE

El cálculo de la distancia de Debye λ_D se determina a partir de la relación de Poisson (Ec. (A.1)) como sigue:

$$\nabla \vec{D} = \rho \tag{A.1}$$

donde \vec{D} es la densidad de flujo eléctrico; y ρ es la densidad de carga. Ahora la relación de Poisson en términos del campo eléctrico E es:

$$\nabla \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{A.2}$$

con ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío. Por otro lado, se define el campo eléctrico en términos del potencial eléctrico ϕ como:

$$\vec{E} = -\nabla\vec{\phi} \tag{A.3}$$

Reemplazando la Ec. (A.3) en (A.2) y siendo $\rho = e(n_i - n_e)$ se tiene que:

$$\nabla^2 \vec{\phi} = \frac{d^2 \phi}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_0} (n_i - n_e) \tag{A.4}$$

donde n_i es la densidad de los iones; n_e la densidad de los electrones; y e es la carga del electrón. Tomando la densidad de los iones $n_i = n_0$ cuando $\phi = 0$; y ante la presencia de un potencial de energía $q\phi$, la distribución de velocidades de los electrones es:

$$f(v,\phi) = A \exp\left[-\frac{\left(\frac{1}{2}m_e v^2 + q\phi\right)}{k_B T_e}\right]$$
(A.5)

De esta ecuación se desprende que en ciertos lugares existen partículas con un potencial de energía $q\phi$ distinto de cero. Integrando f(v) sobre v, con q = -e y la densidad de los electrones $n_e(\phi = 0) = n_0$, se obtiene que la densidad de los electrones en el espacio es:

$$n_e = n_0 \exp(e\phi/k_B T_e) \tag{A.6}$$

Ahora sustituyendo n_i y n_e en la Ec. (A.1) se obtiene:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{en_0}{\epsilon_0} \left[exp\left(\frac{e\phi}{k_B T_e} - 1\right) \right]$$
(A.7)

La Ec. (A.7) es claramente no lineal, pero si estamos en la región donde $|e\phi/T_e| \ll 1$, se puede utilizar la expansión de Taylor para la exponencial, y tomando en cuenta sólo los componentes lineales de ésta se tiene que:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{en_0}{\epsilon_0} \left[\frac{e\phi}{k_B T_e}\right] \tag{A.8}$$

donde se define la distancia de Debye como:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_e}} \tag{A.9}$$

Se reemplaza n_0 por n_e (y no por n_i) porque son los electrones los que tienen mayor movilidad dentro del plasma y ante la entrada de una partícula puntual q_T serán los primeros en rodearla (si son de signo opuesto) o de alejarse (si son de igual signo), es por esto también que la temperatura se asocia a los electrones.

Apéndice B

EXPRESIONES PARA EL CÁLCULO DE PARÁMETROS DEL HAZ DE ELECTRONES

B.1. Transformación de la función de distribución al espacio de energía

La función de distribución de velocidades en el espacio cartesiano es:

$$f(v) = f(v_x, v_y, v_z) \left[s^3 / m^6 \right]$$
(B.1)

Se elige la componente z de velocidad paralela al campo magnético

$$v_z = \frac{v \cdot B}{B}.\tag{B.2}$$

Así, las componentes x e y son perpendiculares a B. Para pasar de función de distribución de velocidad a flujo de número diferencial, se debe pasar del espacio cartesiano al esférico expresando la energía cinética E, α el ángulo desde el campo y el ángulo de giro γ (medido desde el eje x) en términos de las velocidades cartesianas:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)[J]$$
(B.3)

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}{v_z} \right) [rad] \tag{B.4}$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{v_y}{v_x} \right) [rad] \tag{B.5}$$

Invirtiendo las expresiones anteriores tenemos que las velocidades cartesianas en términos de E, α y γ :

$$v_x = \sqrt{\frac{2E}{m}} \sin \alpha \ \cos \gamma \tag{B.6}$$

$$v_y = \sqrt{\frac{2E}{m}} \sin \alpha \, \sin \gamma \tag{B.7}$$

$$v_z = \sqrt{\frac{2E}{m}} \cos \alpha \tag{B.8}$$

Así con las ecuaciones B.6, B.7 y B.8 tenemos la transformación desde el espacio cartesiano al esférico. El único detalle es que la energía E es usada con respecto a la velocidad instantanea v.

Por otra parte, se quiere que la transformación a flujo de número diferencial mantenga las propiedades de integración de la distribución de velocidad, donde la integral en todo el espacio de f(v) es al densidad total de un volumen. Así denotando por f_1 a la distribución transformada se tendría:

$$n = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(v_x, v_y, v_z\right) dv_x dv_y dv_z = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\infty} f_1\left(E, \alpha, \gamma\right) dE d\alpha d\gamma \tag{B.9}$$

Para la relación B.9 y para cualquier orden mayor, la transformación transformada de ser:

$$f_1(E, \alpha, \gamma) = f(v_x, v_y, v_z) \cdot |J|$$
(B.10)

donde |J| es el jacobiano:

$$|J| = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_x}{\partial E} & \frac{\partial v_x}{\partial \alpha} & \frac{\partial v_x}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial v_y}{\partial E} & \frac{\partial v_y}{\partial \alpha} & \frac{\partial v_y}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial v_z}{\partial E} & \frac{\partial v_z}{\partial \alpha} & \frac{\partial v_z}{\partial \gamma} \end{bmatrix}$$

Utilizando las ecuaciones B.6 a B.7, el jacobiano es:

$$|J| = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{2E}{m}} sen\alpha \tag{B.11}$$

Así la transformación de la distribución será:

$$f_1(E,\alpha,\gamma) = \frac{1}{m} \sqrt{\frac{2E}{m}} sen\alpha \ f(v_x, v_y, v_z)$$
(B.12)

El término $sen\alpha$ se junta con los diferenciales de la Ec. (B.9) para formar un ángulo sólido.

$$d\Omega = sen\alpha d\alpha d\gamma = 4\pi \tag{B.13}$$

Así f_1 puede ser escrita como:

$$f_2(E,\alpha,\gamma) = \frac{1}{m}\sqrt{\frac{2E}{m}} f(v_x,v_y,v_z)$$
(B.14)

Con la conformación del ángulo sólido la densidad se vuelve:

$$n = \int_{\Omega} \int_{E} f_2(E, \alpha, \gamma) dE d\Omega$$
(B.15)

B.2. Flujo de número diferencial

La distribución de partículas medidas por sensores *in-situ* generalmente se expresa en flujo de número diferencial ϕ o flujo de energía diferencial ϕ_E . Estas cantidades son:

$$\phi(E,\alpha,\gamma) = vf_2(E,\alpha,\gamma) = \frac{2E}{m^2}f(v_x,v_y,v_z)\left[\frac{1}{J\ m^2s\ sR}\right]$$
(B.16)

$$\phi_E(E,\alpha,\gamma) = E\phi = \frac{2E^2}{m^2} f(v_x, v_y, v_z) \left[\frac{1}{m^2 s \ sR}\right]$$
(B.17)

Tomando las ecuaciones B.15 y B.16 se llega a la siguiente relación:

$$n = \int_{\Omega} \int_{E} \frac{\phi(E, \alpha, \gamma)}{v} dE d\Omega$$
(B.18)

B.3. Funciones Maxwellianas

Es usual asumir que la distribución de partículas en la ionósfera sigue una distribución de velocidades Maxwelliana, en el caso de 1-dimensión se tiene:

$$f(v) = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} exp\left[-\frac{m(v-u)^2}{2k_B T}\right]$$
(B.19)

donde *n* es la densidad; *m* masa de la partícula; k_B constante de Boltzmann; *T* temperatura; y *u* velocidad promedio. Si utilizamos la Ec. (B.16) para encontra en flujo de número diferencial y además que $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$, $u = \sqrt{\frac{2E_u}{m}}$ con *u* y E_u constantes, se tendría:

$$\phi(E) = \frac{2n}{m^2} \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} E \exp\left[-\frac{(\sqrt{E} - \sqrt{E_u})^2}{k_B T}\right]$$
(B.20)