



**UNIVERSIDAD DE CHILE  
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL**

**MODELAMIENTO DE VIGAS DE HORMIGÓN CON REFUERZO DE ACERO Y  
CABLES PRETENSADOS VARIANDO LA RELACIÓN DE ASPECTO DE CORTE**

**MEMORIA PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL**

**NICOLÁS JESÚS GOTSCHLICH MARTÍNEZ**

**PROFESOR GUÍA:  
LEONARDO MASSONE SÁNCHEZ**

**MIEMBROS DE LA COMISIÓN:  
MAXIMILIANO ASTROZA INOSTROZA  
FERNANDO YÁÑEZ URIBE**

**SANTIAGO DE CHILE  
MAYO 2011**

RESUMEN DE LA MEMORIA  
PARA OPTAR AL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
POR: NICOLÁS GOTSCHLICH MARTÍNEZ  
FECHA: 30/05/2011  
PROF. GUIA: Sr LEONARDO MASSONE S.

“MODELAMIENTO DE VIGAS DE HORMIGON CON REFUERZO DE ACERO Y CABLES  
PRETENSADOS VARIANDO LA RELACION DE ASPECTO DE CORTE”

Este trabajo valida un modelo de interacción flexión-corte en vigas de hormigón autocompactante liviano, con acero longitudinal de refuerzo y cables pretensados, para tres relaciones de aspecto de corte. Adicionalmente, se ha estudiado la capacidad predicha por diferentes implementaciones del modelo de interacción sobre vigas de hormigón armado tradicional, utilizando distintas relaciones de aspecto de corte.

La interacción entre esfuerzos de flexión y corte se realiza mediante elementos con comportamiento de panel (biaxial), mientras que las cargas de pretensado se incluyen como solicitaciones externas. Para caracterizar los materiales modelados, se definen las leyes constitutivas de estos en base a recomendaciones y expresiones de la literatura disponible al respecto. Las leyes definidas se incorporan al modelo de interacción, obteniéndose respuestas analíticas que se comparan con resultados experimentales realizados en la Universidad de Oklahoma, en el caso de las vigas de hormigón autocompactante liviano, y ensayos realizados por Kani (1979) en el caso de vigas de hormigón armado tradicional.

Las implementaciones del modelo de interacción: (i) resultante de tensiones nulas en la sección transversal y (ii) deformaciones transversales basadas en un perfil calibrado para muros cortos, son incluidas en la modelación. Se presenta una hipótesis adicional al calcular el perfil de deformaciones transversales: (ii.1) se descuentan las deformaciones por flexión y (ii.2) estas deformaciones no son descontadas.

Al analizar vigas de hormigón armado tradicional para un amplio rango de relaciones de aspecto de corte, el modelo de tensiones nulas posee buenas predicciones de capacidad para relaciones altas; mientras que, en general, el modelo con un perfil de deformaciones calibrado posee mejores predicciones para relaciones bajas. Se presentan adicionalmente un modelo de flexión, que no presenta grandes diferencias con los modelos de interacción en capacidad, pero no permite reflejar la fragilidad de las vigas estudiadas (todas de falla por corte).

En el caso de las vigas de hormigón autocompactante liviano, el modelo con deformaciones calibradas que descuenta las deformaciones por flexión posee mejores predicciones de capacidad y deformación de las vigas estudiadas, entregando los demás modelos capacidades similares, pero deformaciones que sobre estiman la obtenida experimentalmente.

# ÍNDICE DE CONTENIDOS

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>7</b>
1.1. Motivación. ....	7
1.2. Objetivos. ....	10
1.3. Metodología.....	11
1.4. Alcances por capítulo. ....	12
<b>CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES Y MODELOS DE FLEXIÓN E INTERACCIÓN</b> .....	<b>13</b>
2.1. Comportamiento de hormigón armado en compresión. ....	13
2.2. Comportamiento de hormigón armado en tracción. ....	15
2.3. Comportamiento de hormigón autocompactante en compresión. ....	16
2.4. Comportamiento de hormigón autocompactante en tracción. ....	17
2.5. Comportamiento de acero de refuerzo.....	18
2.6. Comportamiento de acero de cables pretensados.....	19
2.7. Modelo de flexión. ....	20
2.8. Modelo de interacción flexión-corte.....	21
<b>CAPÍTULO 3: ANALISIS DE LA INTERACCION FLEXION-CORTE</b> .....	<b>29</b>
3.1. Modelación de vigas de hormigón armado.....	29
3.2. Ensayos de vigas de hormigón armado variando la relación de aspecto de corte realizados por Kani(1979).....	30
3.3. Resultados analíticos de modelos variando la relación de aspecto de corte. ...	32
3.3.1. Modelo de Interacción flexión corte: tensiones nulas.....	32
3.3.2. Modelo de Interacción flexión corte: expansión calibrada.....	32
3.3.3. Modelo de flexión.....	34
3.3.4. Modelo de Interacción flexión corte: expansión re-calibrada. ....	38
<b>CAPÍTULO 4: ANALISIS DE VIGAS DE HORMIGON AUTO-COMPACTANTE LIVIANO CON REFUERZO DE CABLES PRETENSADOS</b> .....	<b>42</b>
4.1. Descripción de los ensayos.....	42
4.1. Resultados experimentales. ....	48
4.2. Modelamiento de vigas de hormigón autocompactante. ....	49
4.3. Comparación con resultados analíticos.....	51
4.3.1. Curvas carga desplazamiento.....	51
4.4. Expansiones transversales en la viga. ....	56

<b>CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES</b> .....	<b>69</b>
<b>REFERENCIAS</b> .....	<b>73</b>
<b>ANEXO A</b> .....	<b>74</b>
<b>ANEXO B</b> .....	<b>79</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1: Viga simplemente apoyada con cargas puntuales simétricas. ....	8
Figura 1.2: Comparación modelo seccional y puntal-tensor con ensayos realizados por Kani (1979).....	10
Figura 2.1: Curva de hormigón armado en compresión, Collins & Porasz (1989).....	14
Figura 2.2: Curva de hormigón armado en tracción, Belarbi & Hsu (1994) .....	16
Figura 2.3: Curva de hormigón autocompactante en compresión, Todeschini et al. (1964).....	17
Figura 2.4: Ley constitutiva del acero (rama monotónica), Menegotto & Pinto (1973). ..	18
Figura 2.5: Ley constitutiva cables pretensados, PCI Handbook Design (1999).....	19
Figura 2.6: Ajuste entre curvas de PCI Handbook Design y Menegotto & Pinto (1973).20	
Figura 2.7: Elemento de fibra del modelo de flexión. ....	21
Figura 2.8: Elemento de fibra modificado mediante la adición de un resorte de corte. ..	22
Figura 2.9: Elemento de interacción flexión-corte (Massone, 2010).....	23
Figura 2.10: Determinación del estado tensional de los elementos (Massone, 2010)....	24
Figura 2.11: Analogía entre muros en cantiléver y vigas en zona de corte. ....	26
Figura 2.12: Desarrollo de perfiles transversales en vigas. ....	28
Figura 3.1: Modelo a realizar, considerando la simetría. ....	29
Figura 3.2: Discretización de la sección para hormigón en tracción.....	30
Figura 3.3: Patrón de fisuramiento para viga de relación de aspecto de corte 4.....	31
Figura 3.4: Resultados de los modelos implementados en ensayos de Kani.....	34
Figura 3.5: Diferencias de curvas carga-desplazamiento entre modelos de interacción ( $\epsilon x$ ) y flexión, viga 76 ( $a/d = 2.62$ ). ....	37
Figura 3.6: Diferencias de curvas carga-desplazamiento entre modelos de interacción ( $\sigma x = 0$ ) y flexión, viga 66 ( $a/d = 6.02$ ). ....	37
Figura 3.7: Resultados de la re calibración de parámetros de la expansión máxima. ....	39
Figura 3.8: Resultados de la re calibración de parámetros de la expansión máxima. ....	39
Figura 3.9: Resultados del modelo de interacción flexión-corte re-calibrado. ....	40
Figura 3.10: Error porcentual de cada viga modelos de interacción.....	41
Figura 4.1: Detalle de refuerzos y dimensiones de vigas ensayadas.....	42
Figura 4.2: Posiciones de LVDT en ensayo 1 (PCD1). ....	44
Figura 4.3: Posiciones de LVDT en ensayo 2 (PCD2). ....	44
Figura 4.4: Posiciones de LVDT en ensayo 3 (PCD3). ....	45
Figura 4.5: Fisuras marcadas en ensayo PCD3.....	46
Figura 4.6: Falla de la viga PCD1 ( $a/d = 3$ ). ....	46

Figura 4.7: Falla de la viga PCD2 ( $a/d = 4$ ).	47
Figura 4.8: Falla de la viga PCD3 ( $a/d = 4.5$ ).	47
Figura 4.9: Curva carga-desplazamiento ensayos SCC.	48
Figura 4.10: Comparación ley constitutiva de cables con ensayo 3.	50
Figura 4.11: Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD1.	51
Figura 4.12: Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD2.	52
Figura 4.13: Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD3.	52
Figura 4.14: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), lado izquierdo de viga PCD1.	57
Figura 4.15: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), lado derecho de viga PCD1.	58
Figura 4.16: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), lado izquierdo de viga PCD2.	59
Figura 4.17: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), lado derecho de viga PCD2.	60
Figura 4.18: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), primeros cuatro sensores viga PCD3.	61
Figura 4.19: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta=0$ ), últimos cuatro sensores viga PCD3.	62
Figura 4.20: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado derecho de viga PCD2.	66
Figura 4.21: Perfil de expansiones en viga, ensayo PCD1.	67
Figura 4.22: Perfil de expansiones en viga, ensayo PCD2.	67
Figura 4.23: Perfil de expansiones en viga, ensayo PCD3.	68
Figura A.1: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado izquierdo de viga PCD1.	74
Figura A.2: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado derecho de viga PCD1.	75
Figura A.3: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado izquierdo de viga PCD2.	76
Figura A.4: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), primeros cuatro sensores viga PCD3.	77
Figura A.5: Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), últimos cuatro sensores viga PCD3.	78

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3.1: Parámetros de las vigas ensayadas por Kani (1979). .....	31
Tabla 3.2: Relación entre capacidad experimental y modelos implementados. ....	35
Tabla 3.3: Parámetros estadísticos asociados a los modelos implementados. ....	36
Tabla 4.1: Propiedades del hormigón utilizado en las vigas de SCC. ....	43
Tabla 4.2: Propiedades de aceros utilizados en vigas de SCC. ....	43
Tabla B.1: Parámetros para modelos de hormigón usados en vigas de Kani. ....	79
Tabla B.2: Parámetros para modelos de acero usados en vigas de Kani. ....	80
Tabla B.3: Parámetros para modelos de hormigón usados en vigas de SCC. ....	80
Tabla B.4: Parámetros para modelos de acero usados en vigas de SCC. ....	81
Tabla B.5: Parámetros para modelos de cables pretensados usados en vigas de SCC. ....	81

# CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

## 1.1. Motivación.

La tecnología del hormigón se encuentra dentro de una constante evolución, surgiendo cada vez nuevas y mejores soluciones a los grandes desafíos de la ingeniería y arquitectura. Uno de los materiales que ha experimentado un crecimiento en su uso es el hormigón autocompactante (“Self-Consolidating Concrete”, SCC). Dentro de las principales cualidades del SCC se puede mencionar que puede fluir entre moldajes, superando obstáculos como armaduras o moldajes de formas irregulares; posee mayor rapidez en su etapa de hormigonado; es capaz de autocompactarse por la acción de su peso propio; permite generar una mejor superficie de terminación; genera un alto ahorro en mano de obra y equipos, y posee altas resistencias a corto plazo, alta impermeabilidad y durabilidad.

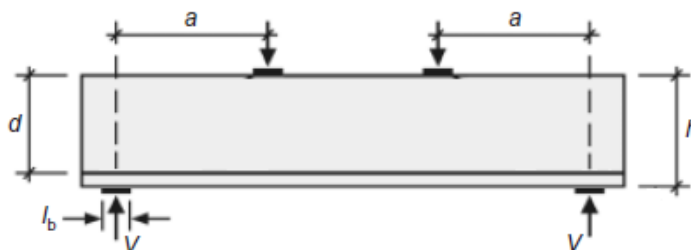
Como menciona Turner (2010), el SCC fue usado masivamente por primera vez en 1990 en Japón, principalmente en la construcción de puentes. De ahí en más, se han descubierto cada vez una mayor cantidad de aplicaciones y ventajas en su uso, siendo uno de los hormigones que presentan un menor costo de proyecto final. Si a este hormigón se le realizan modificaciones en sus compuestos (a través de árido utilizado) o en su proceso de mezcla (introduciendo aire en los áridos o en la masa de hormigón), es posible mejorar el material llegando a la calidad de hormigones livianos (densidad menor a  $1.9 \text{ ton/m}^3$ ), permitiendo disminuir el peso muerto que actúa sobre los elementos estructurales.

A pesar de las modificaciones realizadas al hormigón, este sigue teniendo un punto débil en su baja capacidad a la tracción. Como forma de suplir esta capacidad se tiene la aplicación de cables pretensado, logrando que parte de las tracciones que producen las cargas de servicio en el elemento se traduzcan en una reducción de la compresión de los cables. Es por estas continuas modificaciones y mejoramientos de los materiales que se hace necesario tener métodos de estimación de capacidad efectivos, para así realizar el diseño y dimensionamiento de elementos de una mejor manera.



El diseño de elementos estructurales, por ejemplo muros y vigas, está generalmente orientado a proporcionar una capacidad de resistencia al corte suficientemente grande para promover una falla por flexión. Comúnmente, se considera sólo el efecto del corte y flexión por separado, no considerando la interacción entre ambos esfuerzos. La capacidad a flexión es comúnmente determinada por un análisis seccional que utiliza la hipótesis de Bernoulli: “secciones planas permanecen planas luego de la aplicación de carga”, lo que ha mostrado buenos resultados. En el caso del corte, es común utilizar expresiones semi-empíricas para predecir la capacidad.

La interacción entre flexión y corte depende principalmente de la geometría de los elementos y del estado de carga al cual se encuentra sometido. En el caso de vigas simplemente apoyadas sometidas a cargas simétricas en dos puntos, se define la relación de aspecto de corte “ $a/d$ ” como la relación entre la distancia de una carga al apoyo más cercano “ $a$ ” y la altura efectiva de la sección “ $d$ ”, esquematizado en la figura 1.1.



**Figura 1.1:** Viga simplemente apoyada con cargas puntuales simétricas.

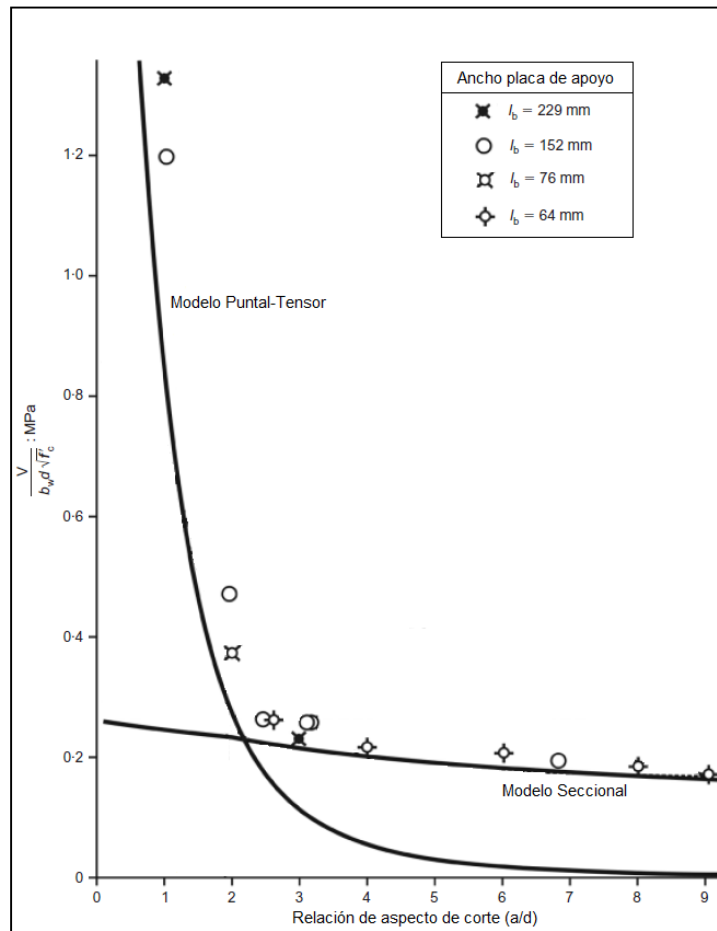
Si se considera una viga de sección constante (“ $d$ ” fijo), al aumentar el valor de “ $a$ ” se aumenta el esfuerzo de flexión producido por las cargas, haciendo la viga más propensa a fallar por flexión, ya que el esfuerzo de corte se mantiene constante. Por el contrario, si se disminuye el valor de “ $a$ ”, el momento que actúa en la viga disminuye, haciendo que el corte tome un rol principal.

Massone et al. (2006) proponen un modelo de interacción flexión-corte que permite considerar la interacción entre ambos esfuerzos. El modelo propuesto utiliza un modelo basado en fibras, que incorpora la respuesta de panel del hormigón armado, y ha obtenido buenos resultados en predecir la respuesta de muros cortos (Massone,

2010) y vigas de hormigón con fibras de acero (“Steel Fiber Reinforced Concrete”, SFRC) (Galleguillos, 2010).

La motivación de este trabajo radica en verificar si el modelo de interacción flexión-corte propuesto por Massone et al. (2006) permite predecir la respuesta de vigas de hormigón autocompactante con agregados livianos (“Lightweight Self-Consolidating Concrete”, LWT SCC) para tres relaciones de aspecto de corte relativamente bajas ( $a/d = 3, 4$  y  $4.5$ ), permitiendo contar con una herramienta para realizar un diseño óptimo de elementos estructurales, considerando la interacción existente entre flexión y corte.

Dentro de los estudios realizados de la interacción flexión-corte, Kani (1979) llevó a cabo 14 ensayos con vigas sin refuerzo al corte y con una gran cuantía de acero de refuerzo longitudinal, estudiando la capacidad al corte de estos elementos. Dentro de sus ensayos las únicas variables significativas son la relación “ $a/d$ ” y el tamaño de la placa de soporte “ $l_b$ ”. Los resultados de estos ensayos son utilizados por Collins et al. (2008), comparando la resistencia al corte de cada viga con las entregadas por un modelo puntal-tensor y por un modelo seccional. El modelo de puntal-tensor es generalmente asociado con una diagonal de compresión vinculada con la armadura de refuerzo en flexión, mientras que el modelo seccional asocia su resistencia al corte con la hipótesis de “secciones planas permanecen planas”. Entre los resultados de Collins et al. (2008), se destaca que para cualquier relación de aspecto de corte “ $a/d$ ”, la capacidad de resistencia al corte de la viga está determinada por el mayor valor entregado entre los modelos puntal-tensor y seccional, como se observa en la figura 1.2.



**Figura 1.2:** Comparación modelo seccional y puntal-tensor con ensayos realizados por Kani (1979).

Adicional a la motivación expuesta, se desea verificar si el modelo de interacción flexión-corte propuesto por Massone et al. (2006) permite predecir la capacidad al corte de las vigas ensayadas por Kani (1979) para diferentes relaciones de aspecto de corte, reproduciendo los resultados de los modelos puntal-tensor y seccional.

## 1.2. Objetivos.

El objetivo principal de este trabajo es validar un modelo capaz de predecir con cierto nivel de precisión el comportamiento de vigas de LWT SCC para tres diferentes relaciones de aspecto de corte " $a/d$ ". El modelo a utilizar incorpora la interacción flexión-corte, y ha sido usado previamente en la modelación de muros de hormigón armado y vigas de SFRC.

Adicionalmente, se plantea verificar si el modelo de interacción flexión-corte es capaz de predecir la capacidad de resistencia al corte de las vigas de hormigón armado ensayadas por Kani (1979), para diferentes relaciones de aspecto de corte " $a/d$ ".

Para cumplir los objetivos indicados previamente, se establece como objetivo secundario determinar las leyes constitutivas de los materiales utilizados, en términos de la curva tensión-deformación uniaxial monotónica.

### 1.3. Metodología.

En primer lugar, para definir las leyes constitutivas de los materiales, se trabaja en base a modelos de curvas propuestas en la literatura, de modo de solo ajustar parámetros a las curvas ya implementadas en el programa de elementos finitos OpenSees.

Una vez determinadas las curvas de tensión-deformación de los materiales e introducidas al modelo de interacción, se estudia si este es capaz de predecir la capacidad de vigas de hormigón armado para un amplio rango de relaciones de aspecto de corte " $a/d$ ". Para ello se compararán los resultados en capacidad que predice el modelo con los obtenidos por Kani (1979) en sus ensayos. Se espera que el modelo sea capaz de ajustarse con cierto grado de precisión a las curvas generadas por Kani.

Finalmente, se compararán los resultados que entregue el modelo de interacción con resultados de tres vigas de LWT SCC ensayadas en la universidad de Oklahoma, para diferentes relaciones de aspecto de corte ( $a/d = 3, 4$  y  $4.5$ ). En esta etapa se espera que el modelo sea capaz de reproducir el comportamiento de estas vigas con un nivel de precisión adecuado.

#### 1.4. Alcances por capítulo.

##### CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN

Se presenta la motivación del trabajo, junto a una introducción basada en investigaciones anteriores acerca del modelo de interacción flexión - corte.

##### CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES Y MODELOS DE FLEXIÓN E INTERACCIÓN

Se definirán las leyes constitutivas de los materiales utilizados en términos de la curva tensión – deformación, tanto en tracción como en compresión. Adicionalmente se presentan los modelos de flexión e interacción flexión-corte.

##### CAPÍTULO 3: ANÁLISIS DE LA INTERACCIÓN FLEXIÓN-CORTE

Se analizarán resultados del modelo interacción flexión-corte al ser aplicado en vigas de hormigón armado, con un amplio rango de la relación de aspecto de corte  $a/d$ , comparando con ensayos realizados previamente y disponibles en la literatura.

##### CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE VIGAS DE HORMIGON AUTOCOMPACTANTE LIVIANO CON REFUERZO DE CABLES PRETENSADOS.

Se verificará la adecuada capacidad de predicción de resultados del modelo de interacción en vigas de hormigón autocompactante liviano con tres relaciones de aspecto de corte diferentes, comparando resultados del modelo con ensayos experimentales realizados en la Universidad de Oklahoma.

##### CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES

Se presentarán las conclusiones del trabajo.

## CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO DE LOS MATERIALES Y MODELOS DE FLEXIÓN E INTERACCIÓN

Se determinan las curvas tensión – deformación de los materiales usados en los modelos a implementar, basándose en los modelos ya implementados en el programa de elementos finitos OpenSees, recomendaciones realizadas por Massone et al. (2006) y en la literatura disponible del tema.

Si bien el modelo de interacción flexión-corte puede ser implementado con leyes constitutivas cíclicas tanto para acero como para hormigón, los modelos y ensayos utilizados solo requieren las curvas uniaxiales monotónicas, pues el tipo de carga utilizada en las vigas estudiadas es monotónica creciente.

### 2.1. Comportamiento de hormigón armado en compresión.

Massone et al. (2006) proponen usar la curva base de Thorenfeldt, con la calibración de Collins & Porasz (1989), la que queda definida por la siguiente ecuación.

$$\sigma_c = f'_c \cdot \frac{n \cdot \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)}{n - 1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^{n \cdot k}} \quad (2.1.1)$$

Donde “ $\sigma_c$ ” y “ $\varepsilon_c$ ” son la tensión y deformación del hormigón armado en compresión, respectivamente. Los parámetros “ $f'_c$ ” y “ $\varepsilon_0$ ” están relacionados al máximo de capacidad en compresión, siendo respectivamente la tensión y deformación del hormigón no confinado, según se observa en la figura 2.1. Finalmente, los parámetros “ $n$ ” y “ $k$ ” están asociados al ascenso y al decaimiento de la curva.

Para la calibración de los parámetros “ $n$ ” y “ $k$ ”, Collins & Proasz (1989) proponen las ecuaciones 2.1.2 y 2.1.3, basadas en hormigones de relativamente alta resistencia ( $f'_c > 20\text{MPa}$ ).

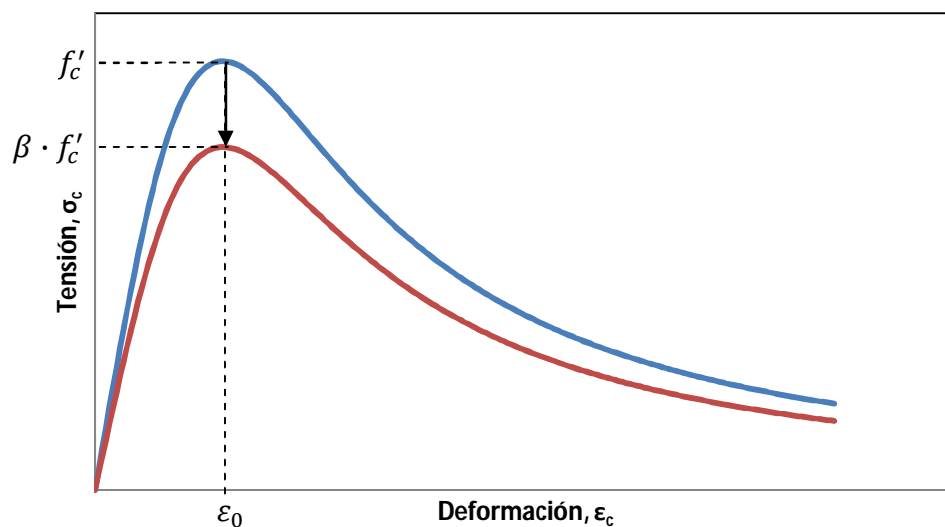
$$n = 0.8 + \frac{f'_c(\text{MPa})}{17} \quad (2.1.2)$$

$$k = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_0 \\ 0.67 + \frac{f'_c(\text{MPa})}{62} & \text{si } \varepsilon_0 < \varepsilon \end{cases} \quad (2.1.3)$$

El modelo de hormigón en compresión utilizado se orienta a reproducir el comportamiento de panel de un elemento de hormigón armado. Una importante consideración en la modelación de elementos de panel es el efecto de reducción de compresión (reducción de la tensión principal de compresión debido al fisuramiento producido por la carga de tracción en la dirección ortogonal). Vecchio & Collins (1993) determinan que aplicar un factor de reducción a la compresión obtiene resultados similares a modelos más complejos. El factor de reducción aplicado a la máxima capacidad de compresión “ $\beta$ ” se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$\beta = \frac{1}{0.9 + 0.27 \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}} \quad (2.1.4)$$

Donde “ $\varepsilon_1$ ” es la tensión principal de tracción y la razón  $\varepsilon_1/\varepsilon_0$  se debe considerar positiva.



**Figura 2.1:** Curva de hormigón armado en compresión, Collins & Porasz (1989)

Como parámetros de entrada el modelo requiere esencialmente la tensión y deformación para el máximo de capacidad del material. Se utiliza la recomendación realizada por Massone et al., que mediante la expresión propuesta por Wee et. al (1996) permite definir la deformación en el máximo de capacidad del hormigón “ $\varepsilon_0$ ”.

$$\varepsilon_0 = 0.00078 \cdot (f'_c(MPa))^{1/4} \quad (2.1.5)$$

Así, para determinar la ley constitutiva del hormigón armado tradicional en compresión sólo se requiere conocer la capacidad última “ $f'_c$ ”.

## 2.2. Comportamiento de hormigón armado en tracción.

Se utiliza la curva propuesta por Belarbi & Hsu (1994), con el fin de incorporar la redistribución de esfuerzos entre acero y hormigón en tracción, que ocurre posterior al fisuramiento del hormigón. La curva queda definida por la siguiente expresión:

$$\sigma_c = \begin{cases} E_c \cdot \varepsilon_c & \text{si } \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cr} \\ f_{cr} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_c}\right)^\beta & \text{si } \varepsilon_c > \varepsilon_{cr} \end{cases} \quad (2.2.1)$$

A partir de los ensayos realizados por Belarbi & Hsu (1994), se determinan las siguientes expresiones para definir las propiedades del hormigón armado:

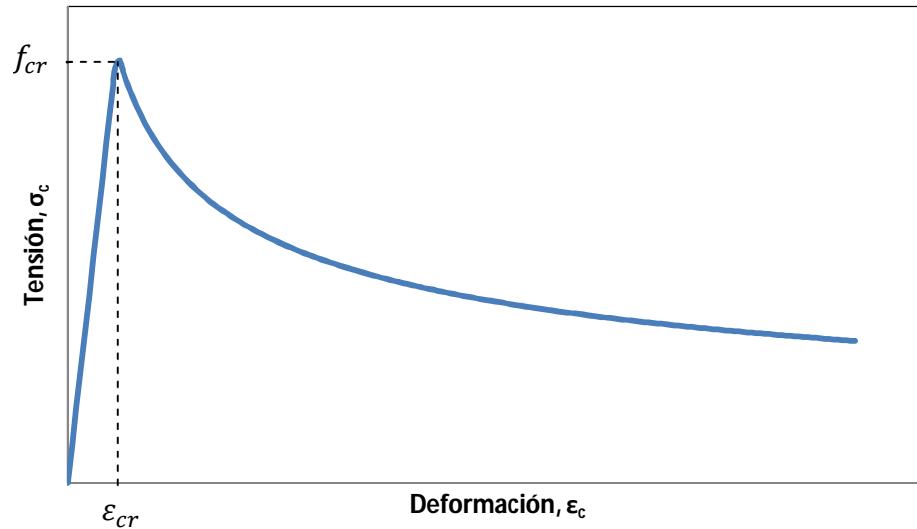
$$E_c = 3917 \cdot \sqrt{f'_c(MPa)} \quad (2.2.2)$$

$$f_{cr} = 0.313 \cdot \sqrt{f'_c(MPa)} \quad (2.2.3)$$

$$\varepsilon_{cr} = 0.00008 \quad (2.2.4)$$

Donde “ $\sigma_c$ ” y “ $\varepsilon_c$ ” son la tensión y deformación del hormigón armado en tracción, respectivamente. Los parámetros “ $f_{cr}$ ” y “ $\varepsilon_{cr}$ ” son la tensión y deformación de fisuramiento y “ $E_c$ ” es el módulo de elasticidad inicial de la curva. La ley definida se presenta en la figura 2.2.





**Figura 2.2:** Curva de hormigón armado en tracción, Belarbi & Hsu (1994)

El parámetro “ $\beta$ ” controla la capacidad de redistribución de esfuerzos después del agrietamiento del hormigón. Los ensayos realizados por Belarbi & Hsu (1994) poseían armadura de refuerzo en la dirección longitudinal, lo que hacía posible esta redistribución. A partir de estos ensayos, Belarbi & Hsu recomiendan usar un valor de  $\beta = 0.4$ , basándose en el mejor ajuste a lo observado experimentalmente.

### 2.3. Comportamiento de hormigón autocompactante en compresión.

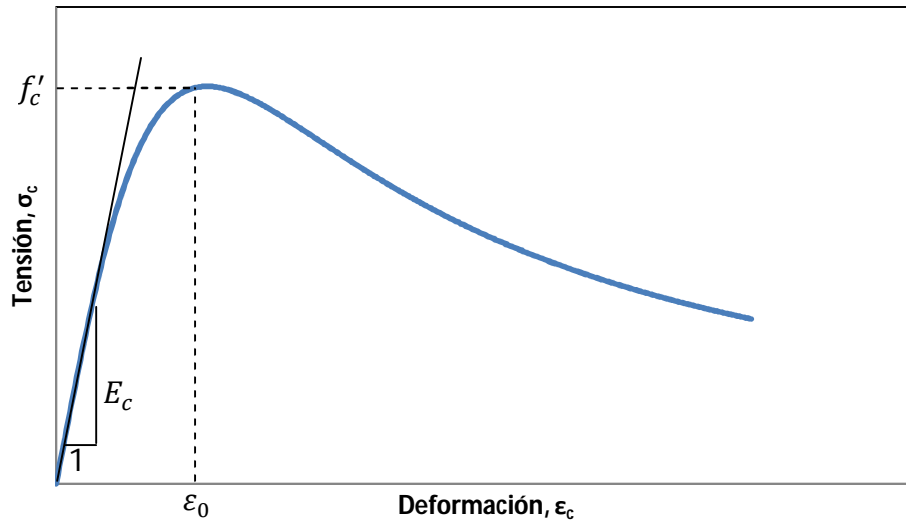
Se utiliza la curva propuesta por Todeschini et al. (1964) para determinar el comportamiento en compresión del hormigón autocompactante, determinada por las siguientes ecuaciones:

$$E_c = 4733 \cdot \sqrt{f'_c (MPa)} \quad (2.3.1)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2 \cdot f'_c}{E_c} \quad (2.3.2)$$

$$\sigma_c = \frac{E_c \cdot \varepsilon_c}{1 + \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0}\right)^2} \quad (2.3.3)$$

Donde " $\sigma_c$ " y " $\varepsilon_c$ " son la tensión y deformación del hormigón autocompactante en compresión, respectivamente. Los parámetros " $f'_c$ " y " $\varepsilon_0$ " están relacionados al máximo de capacidad en compresión, y " $E_c$ " es el módulo de elasticidad inicial del material.



**Figura 2.3:** Curva de hormigón autocompactante en compresión, Todeschini et al. (1964).

En su estudio, Todeschini utiliza hormigones de un amplio rango de capacidad, cubriendo desde 25 a 60 MPa aproximadamente.

Si bien este modelo está desarrollado en base al hormigón autocompactante, la falta de literatura con respecto a este tipo de hormigón confeccionado con agregados livianos no permite utilizar una curva que incorpore ambas cualidades.

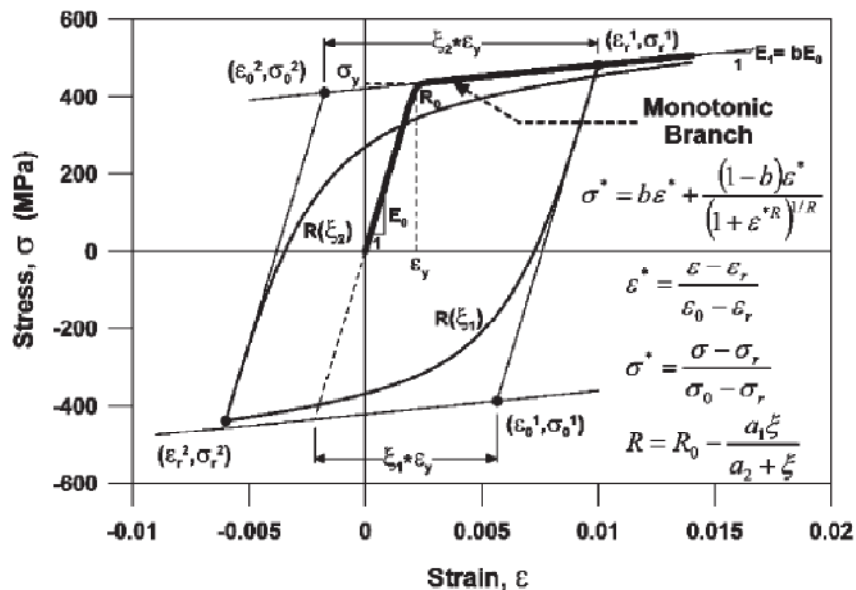
#### 2.4. Comportamiento de hormigón autocompactante en tracción.

En cuanto al comportamiento en tracción del hormigón autocompactante, la falta de información no permite utilizar un modelo específico de este material, por lo que se utiliza las recomendaciones para hormigón tradicional en tracción.

## 2.5. Comportamiento de acero de refuerzo.

El acero de refuerzo es modelado usando la curva propuesta por Menegotto & Pinto (1973), según lo recomendado por Massone et al. (2006). Este modelo posee dos rectas, la primera de pendiente  $E_0$  (módulo de elasticidad del acero) y la segunda con una pendiente expresada como una fracción de la pendiente inicial,  $E_1 = b \cdot E_0$ . La transición queda definida por una curva de parámetro  $R_0$ .

Si bien el modelo posee un comportamiento que permite modelar la degradación cíclica del acero, para el tipo de modelamiento a realizar sólo es relevante la rama monotónica de la curva (figura 2.4).



**Figura 2.4:** Ley constitutiva del acero (rama monotónica), Menegotto & Pinto (1973).

Esta curva es corregida para considerar los efectos descritos por Belarbi & Hsu (1994), considerando una redistribución de esfuerzos post agrietamiento del hormigón. Así, se reduce la tensión de fluencia a un 91% de su valor nominal, logrando recuperar la tensión efectiva de fluencia de barras embebidas en hormigón. El parámetro  $R_0$  según Belarbi & Hsu (1994) queda descrito por las siguientes ecuaciones:

$$R_0 = \frac{1}{9 \cdot B - 0.2} \leq 25 \quad (2.5.1)$$

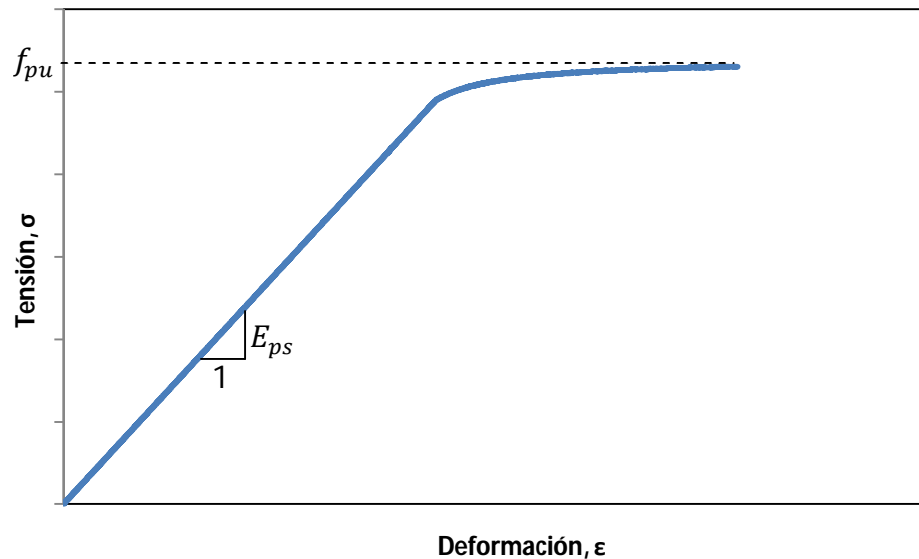
$$B = \frac{1}{\rho} \cdot \left( \frac{f_{cr}}{\sigma_y} \right)^{1.5} \quad (2.5.2)$$

Donde  $f_{cr}$  es la tensión de fisuramiento del hormigón,  $\rho$  es la cuantía de refuerzo longitudinal de la sección y  $\sigma_y$  es la tensión de fluencia del acero.

## 2.6. Comportamiento de acero de cables pretensados.

La curva tensión deformación de los cables pretensados se obtiene basándose en las recomendaciones del “*PCI Design Handbook*” (1999) para cables de 7 hilos, con resistencia última  $f_{pu} = 1.862 \text{ MPa}$ , y módulo de elasticidad  $E_{ps} = 196.501 \text{ MPa}$ , la ley constitutiva está determinada por la siguiente ecuación:

$$f_{ps} (\text{MPa}) = \begin{cases} 196.501 \cdot \varepsilon_{ps} & \text{si } \varepsilon_{ps} \leq 0,0086 \\ 1.862 - 6,89 \cdot \frac{0,04}{\varepsilon_{ps} - 0,007} & \text{si } \varepsilon_{ps} > 0,0086 \end{cases} \quad (2.6.1)$$

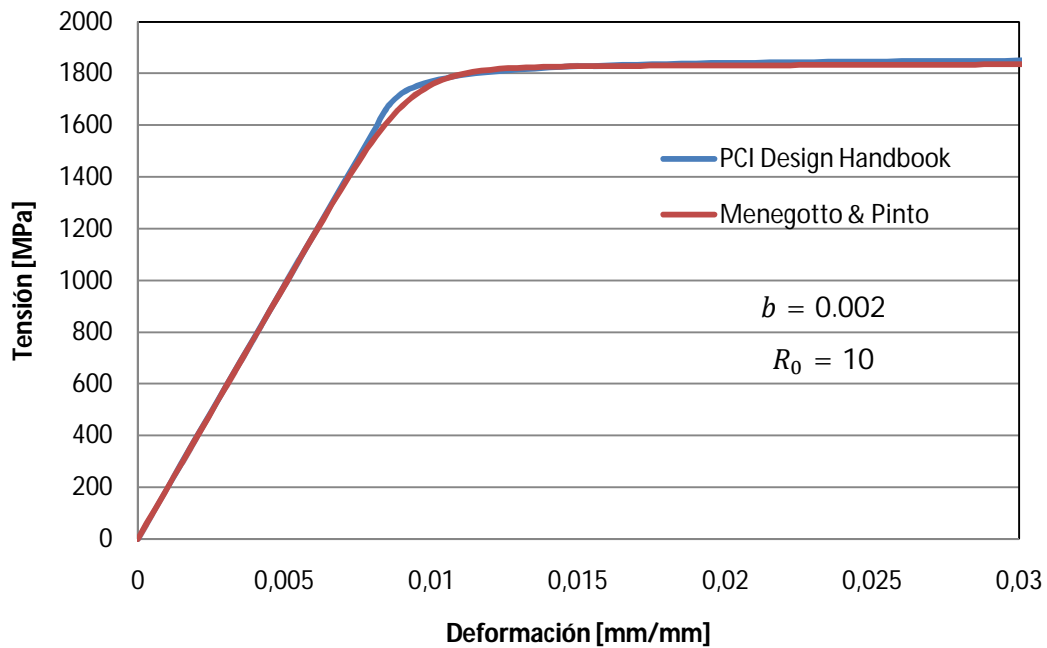


**Figura 2.5:** Ley constitutiva cables pretensados, PCI Handbook Design (1999).

Se observa que la curva se encuentra completamente definida por las recomendaciones de la guía PCI, por lo que inicialmente solo representa el tipo de

cables estudiados para la calibración (cables de 7 hilos de resistencia última 1.861 MPa).

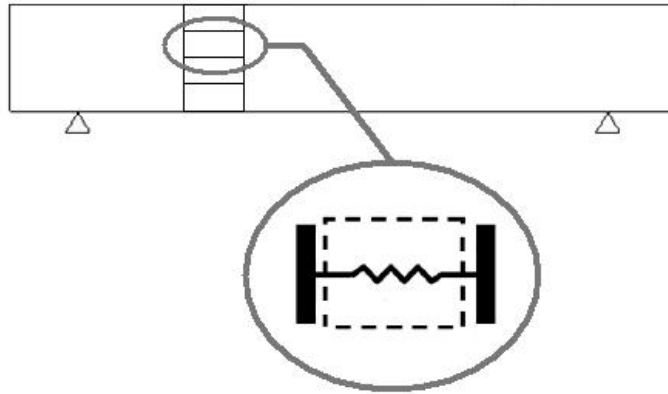
Se busca obtener un ajuste entre la curva propuesta por la guía de diseño PCI y la ley constitutiva para acero de refuerzo propuesta por Menegotto & Pinto (1973). A partir de una modificación de parámetros de la curva de Menegotto & Pinto se obtiene el ajuste mostrado en la figura 2.6. Los parámetros utilizados para el ajuste se presentan en la figura.



**Figura 2.6:** Ajuste entre curvas de PCI Handbook Design y Menegotto & Pinto (1973).

## 2.7. Modelo de flexión.

El modelo de flexión corresponde a una aplicación simple del análisis no lineal. La viga se divide en una cantidad finita de elementos, los que a su vez se sub dividen en fibras horizontales. Cada una de estas fibras horizontales es representada sólo por un resorte en la dirección longitudinal de la viga, como se observa en la figura 2.7.



**Figura 2.7:** Elemento de fibra del modelo de flexión.

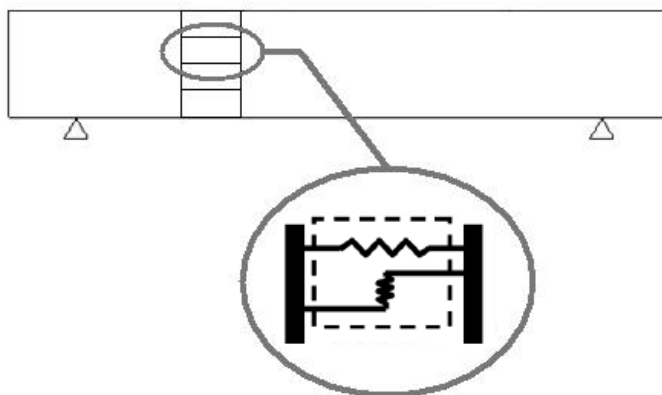
En problemas bi-dimensionales, cada elemento posee seis grados de libertad (dos desplazamientos y un giro en cada extremo de la fibra), los que se relacionan con las deformaciones unitarias por medio de funciones de forma del modelo y la hipótesis de Bernoulli. Al trabajar con deformaciones a lo largo del elemento (resorte uniaxial), no se representan las deformaciones por corte, sino sólo por flexión.

A partir de las leyes constitutivas de los materiales se determinan las tensiones en las fibras, las que sumadas a la geometría del elemento permite determinar las fuerzas y momentos resultantes, dejando el corte determinado por equilibrio. Así, a medida que se imponen desplazamientos en la viga, los grados de libertad de los elementos se desplazan de tal manera de mantener el patrón de cargas dentro de las tolerancias impuestas, entregando como resultado la carga a la que se produce el desplazamiento impuesto.

## 2.8. Modelo de interacción flexión-corte.

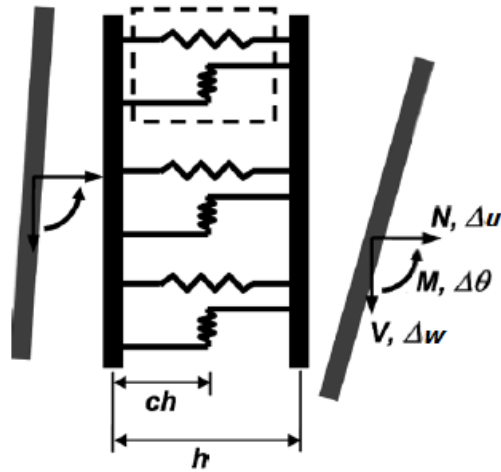
El modelo propuesto por Massone et al. (2006) permite acoplar las respuesta de elementos estructurales antes esfuerzos de flexión y corte. Inicialmente el modelo fue verificado en muros esbeltos y muros cortos, obteniendo buenos resultados. Al aplicar el modelo en vigas de SFRC (Galleguillos, 2010), también se tiene buenos resultados, logrando ajustarse a la capacidad y ductilidad de elementos ensayados.

La formulación del modelo de interacción flexión-corte (modelo de interacción en adelante) está basada en un modelo de fibras bidimensional, a partir de la modificación de la fibra uniaxial utilizada tradicionalmente al adicionar un resorte de corte a cada macro elemento, como se observa en la figura 2.8. Cada fibra es tratada como un elemento de panel de hormigón armado, con tensiones y deformaciones en el plano de acción, obteniendo como resultado una interacción entre los esfuerzos de flexión (a través del esfuerzo axial) y corte.



**Figura 2.8:** Elemento de fibra modificado mediante la adición de un resorte de corte.

La viga analizada se divide en elementos de largo definido, y cada uno de estos se divide en una cantidad finita de fibras horizontales que poseen un comportamiento de panel. En el modelo de interacción, se asume que las rotaciones se concentran en un punto de cada fibra, denominado centro de rotación y que se ubica a una distancia  $c \cdot h$ , siendo  $h$  el largo total de la fibra. En muros, calibraciones experimentales muestran que las rotaciones se concentran a  $0.4 \cdot h$ . En el caso de vigas, con una buena discretización se eligió un valor de  $0.5 \cdot h$ , lo que ha mostrado buenos resultados previamente (Galleguillos, 2010). Cada uno de estos elementos posee seis grados de libertad (dos desplazamientos y un giro a ambos extremos de cada elemento), quedando formadas como se observa en la figura 2.9.



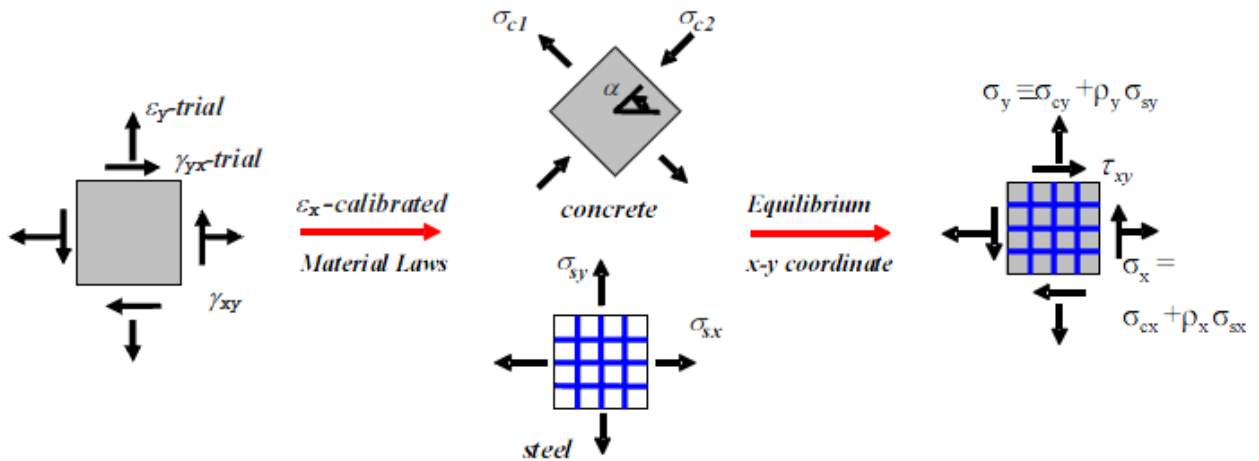
**Figura 2.9:** Elemento de interacción flexión-corte (Massone, 2010).

En cada fibra se utiliza un modelo uniaxial para la ley constitutiva del hormigón, la que es aplicada en la dirección principal, suponiendo que las direcciones principales de tensiones y deformaciones coinciden. En el caso de aceros de refuerzo, se utiliza un modelo uniaxial en la dirección longitudinal de las barras (paralelas a  $x$  o  $y$ ), suponiendo que existe perfecta adherencia entre acero y hormigón.

Tomando como supuesto la hipótesis de Bernoulli, secciones planas permanecen planas después de la deformación, y que las deformaciones de corte son uniformes en la sección; se determinan la deformación axial ( $\epsilon_y$ ) y la distorsión angular ( $\gamma_{xy}$ ), basándose en el paso actual del análisis seccional. La deformación transversal ( $\epsilon_x$ ) de cada fibra es estimada inicialmente para completar el campo de deformaciones, para así determinar las tensiones y fuerzas a partir de las leyes constitutivas de los materiales y la geometría del elemento.

A partir de la deformación desconocida ( $\epsilon_x$ ) surgen dos implementaciones del modelo de interacción. Como primera opción se supone que las tensiones transversales son nulas ( $\sigma_x = 0$ ), lo que muestra consistencia con las condiciones de borde del elemento global, pues no posee cargas aplicadas en su longitud. Al suponer que las tensiones transversales son nulas, se debe realizar una iteración sobre las deformaciones transversales para lograr el equilibrio. Como segunda opción se presenta entregar directamente al modelo valores calibrados de la deformación transversal, con lo que no se requiere iteraciones.





**Figura 2.10:** Determinación del estado tensional de los elementos (Massone, 2010).

El procedimiento para obtener el campo de tensiones del elemento es similar en ambos casos, y se presenta en la figura 2.10. Si se utiliza el supuesto de tensiones nulas, inicialmente se debe estimar un valor de la deformación transversal ( $\epsilon_x$ ). A continuación se determinan las tensiones en las direcciones principales del hormigón y acero de refuerzo. Posteriormente, se vuelve a ubicar las tensiones en las direcciones  $x$  e  $y$ , obteniendo el campo de tensiones asociado a las deformaciones usadas inicialmente. En este paso se verifica si  $\sigma_x = 0$ , de acuerdo a la tolerancia adecuada; en caso de cumplir la tolerancia se continúa con el siguiente elemento, en caso contrario se modifica la estimación de  $\epsilon_x$ , repitiendo el procedimiento hasta cumplir la tolerancia. En el caso del modelo con deformaciones calibradas la iteración no es necesaria, obteniendo como resultado la tensión transversal ( $\sigma_x$ ) y el campo de tensiones.

El procedimiento mencionado se realiza a través de un control por desplazamientos, imponiendo un desplazamiento en el centro de la viga para obtener el campo de tensiones y deformaciones en toda su longitud, y posteriormente la carga asociada a este desplazamiento. El procedimiento se repite para el siguiente incremento de desplazamiento.

En el caso de imponer el valor de las deformaciones transversales se requiere de un perfil calibrado de esta. Massone et al. (2009) calibró un perfil de deformaciones promedio para muros cortos en doble empotramiento a partir de datos experimentales. Posteriormente, Massone (2010) extendió el modelo de interacción de tal forma de

convertirlo en un modelo de elementos finitos bi-dimensional. Este modelo no requiere una hipótesis adicional, lo que permitió calibrar una expresión para la deformación transversal media para muros cortos tanto en voladizo como con doble empotramiento.

. La calibración muestra buena correlación tanto en su magnitud como en su distribución con datos experimentales, y al ser aplicados en vigas también ha mostrado buenos resultados (Galleguillos, 2010). Massone (2010) estudió la deformación transversal máxima en una serie de muros en voladizo, variando una serie de parámetros. Los parámetros más influyentes resultaron ser la deriva entre la base del elemento y el punto de aplicación de carga ( $\delta = \Delta/h$ ) y la cuantía de refuerzo transversal ( $\rho_h$ ). Según el estudio realizado, la deformación transversal unitaria máxima es:

$$\varepsilon_{x,max} = 0.0055 \cdot (100 \cdot \rho_h + 0.25)^{-0.44} \cdot (100 \cdot \delta)^{1.4} \quad (2.8.1)$$

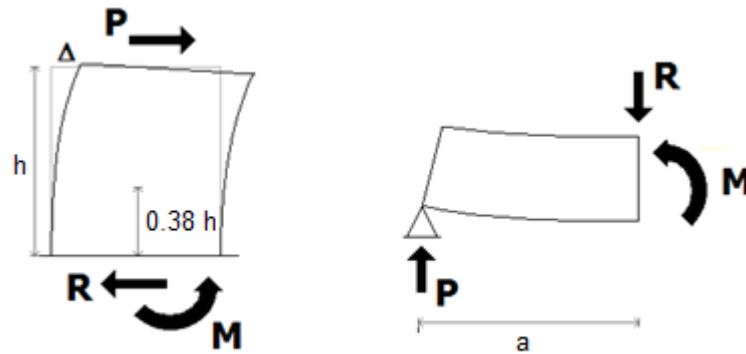
Este valor máximo de deformación se ubica bajo la mitad del muro, donde el momento es máximo. Según el estudio, en promedio este valor se ubica a  $0.38 \cdot h$ , donde  $h$  es la altura del muro, valor que varía con la deriva. A pesar de esto, esta variación es omitida para generar el siguiente perfil de deformaciones a lo largo del muro.

$$\varepsilon_x(y) = \begin{cases} \sin^{0.75} \left( \frac{y}{0.76h_w} \pi \right) & \text{si } 0 \leq y \leq 0.38h_w \\ \sin^{0.75} \left( \frac{(y + 0.24h_w)}{1.24h_w} \pi \right) & \text{si } 0.38h_w \leq y \leq h_w \end{cases} \quad (2.8.2)$$

Donde " $h_w$ " es la altura total del muro e " $y$ " es la posición relativa en el muro, medida desde el apoyo.

Se puede realizar una analogía entre las vigas y muros en voladizo, según se observa en la figura 2.11. Según esto, la zona de corte de la viga (largo entre la carga aplicada R y la reacción P) posee características similares al alto del muro (diagramas de esfuerzos internos). Así, la expansión calibrada que se desarrolla en todo el alto del muro, en vigas se desarrollará solo en la zona de corte. En la zona de momento de la viga (largo entre cargas aplicadas), estudios previos (Galleguillos, 2010) muestran que

usar expansiones nulas entrega buenos resultados, lo que se explica pues en esta zona controla el momento de flexión (esfuerzo de corte es nulo).



**Figura 2.11:** Analogía entre muros en cantiléver y vigas en zona de corte.

Un punto a considerar es el giro que se produce en el lugar de aplicación de la carga, que en el modelo de muros es nulo (apoyo en la base). Es de aquí que surgen dos opciones, la primera es determinar la deriva ( $\delta$ ) descontando el aporte del giro en esta sección de la viga, según la siguiente ecuación.

$$\delta = \frac{\Delta - \theta \cdot a}{a} \quad (2.8.3)$$

Donde  $\Delta$  es el desplazamiento bajo la carga puntual,  $\theta$  es el giro producido bajo la carga puntual y  $a$  es el largo de la zona de corte (distancia entre apoyo y carga puntual). La similitud entre muros y vigas en esfuerzos es directa en términos de esfuerzo, sin embargo en deformaciones se presentan diferencias que el descuento realizado pretende solucionar. En el caso de muros, el empotramiento de la base no permite el giro, mientras que el punto de aplicación de la carga en vigas presenta un giro, siendo el que se descuenta en la ecuación 2.8.3. A pesar de que esta aparente corrección soluciona el problema de giro en la base, en la realidad genera otro efecto indeseable. El modelo para muros incorporó la deformación lateral total, incluyendo tanto corte como flexión, sin embargo, al descontar el giro en el modelo para vigas, puesto que la flexión se centra entre los puntos de carga, la deformación por flexión es fuertemente disminuida lo que podría hacer la calibración inadecuada. Es por esta

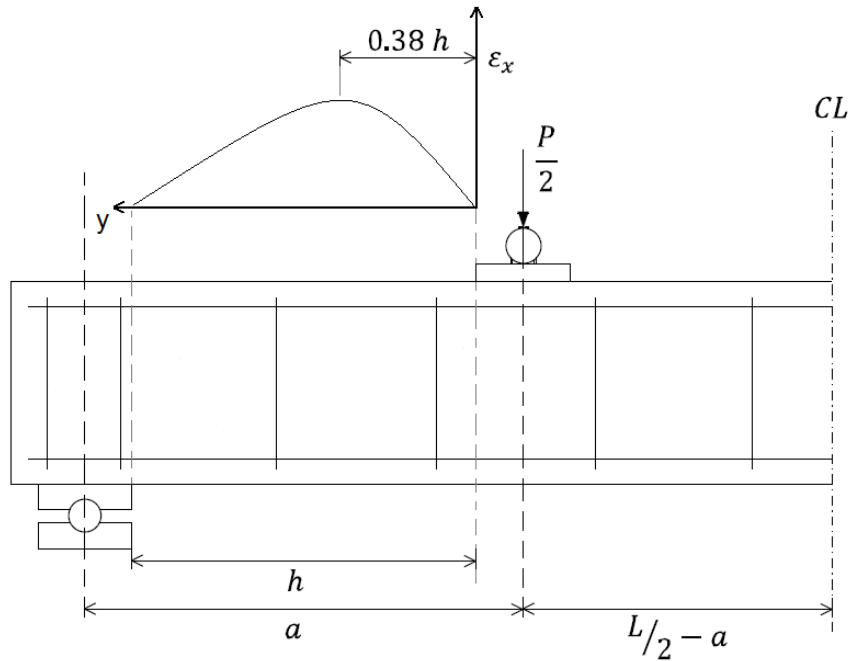
razón que, adicionalmente, se plantea calcular la deriva sin considerar el efecto producido por el giro, quedando una expresión de la siguiente forma.

$$\delta = \frac{\Delta}{a} \quad (2.8.4)$$

En este caso, al no descontar el giro presente en el punto de aplicación de carga, se permite que las deformaciones por flexión afecten en la deriva, entregando mayores deformaciones.

La calibración realizada sobre muros (ecuación 2.8.1) se basa en ensayos que no van más allá del 1% de deriva. En el caso de las vigas estudiadas, experimentalmente se registran valores cercanos a 2.5%, por lo que no necesariamente deben seguir el comportamiento mostrado en esta ecuación. Se espera que esta expresión entregue valores razonables para desplazamientos pequeños.

El perfil de deformaciones calibrado se desarrolla a lo largo de la zona de corte, análogamente a los muros. En el perfil de deformaciones se asume que todas las fibras de la sección en estudio poseen la misma deformación unitaria transversal ( $\varepsilon_x$ ), estimada como deformación media a lo largo de muros cortos (Massone, 2010). Dentro de la zona de corte se encuentran puntos donde la expansión se encuentra limitada, correspondientes a las zonas bajo las placas de carga y apoyo, por lo que el perfil de deformaciones calibrado se desarrolla en una zona de menor longitud que la zona de corte, como se observa en la figura 2.12, suponiendo  $\varepsilon_x$  nulo bajo las placas.



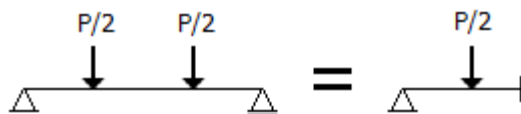
**Figura 2.12:** Desarrollo de perfiles transversales en vigas.

El modelo es analizado mediante un control por desplazamientos, imponiendo un desplazamiento máximo de análisis en el centro de la viga. El análisis se realiza en una cantidad de pasos que depende del modelo que se analiza y la convergencia que se obtenga, sin embargo, la tolerancia utilizada es la misma para todos los modelos.

## CAPÍTULO 3: ANALISIS DE LA INTERACCION FLEXION-CORTE

### 3.1. Modelación de vigas de hormigón armado.

Las vigas a modelar presentan cargas en cuatro puntos (dos apoyos simples y dos puntos de carga a lo largo del vano). Todas las cargas son ubicadas simétricamente con respecto al centro de la viga, por lo que es posible aprovechar la simetría del problema y modelar solo la mitad de la viga, considerando en el centro un apoyo que solo permita el desplazamiento vertical, como se observa en la figura 3.1. Esta simplificación permite realizar discretizaciones más refinadas, optimizando los recursos computacionales sin perder exactitud en el proceso.



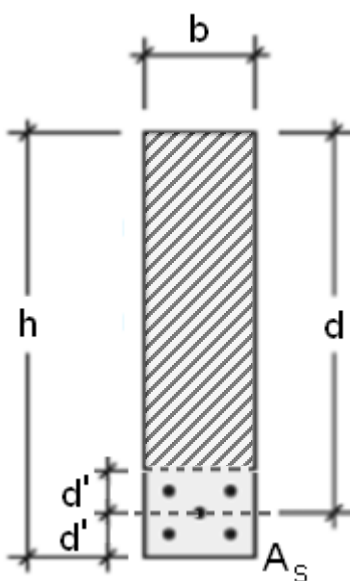
**Figura 3.1:** Modelo a realizar, considerando la simetría.

El modelo generado es una aplicación sencilla en el programa OpenSees. La mitad de la viga se divide en ocho elementos (de acuerdo a la experiencia de Galleguillos, 2010), donde cada uno de estos elementos posee dos nodos, a los que se le asignan cargas o restricciones según corresponda. A cada elemento se le asigna una sección, la que a su vez tiene materiales incorporados. En el modelo de las vigas en estudio se requiere calibrar modelos de hormigón tradicional y acero en refuerzo longitudinal.

Los modelos utilizados para las leyes constitutivas se basan en su totalidad en las recomendaciones mencionadas en el capítulo anterior, debido a que sólo se posee información general de los materiales utilizados (parámetros relacionados a resistencia última o de fluencia según corresponda).

Las vigas ensayadas por Kani (1979) no poseen acero de refuerzo transversal (estribos), ni acero longitudinal en la zona comprimida de la sección. Como se mencionó al describir la ley constitutiva del acero en tracción, Belarbi & Hsu estudian la

redistribución de esfuerzos que se produce entre acero y hormigón posterior al fisuramiento de este último, lo que no es posible suponer si no hay acero longitudinal en la sección. Debido a esto, se realiza una discretización de la sección, dividiéndola en dos zonas: la primera representa al hormigón cercano a la zona de la armadura de refuerzo, y la segunda al hormigón que no posee acero longitudinal, según se observa en la figura 3.2. En la zona achurada de la figura 3.2 se utiliza un hormigón con mayor degradación (aumentando el factor  $\beta$  asociado a tracción del hormigón a 2.0), mientras que en el resto de la sección se dispone el hormigón con los parámetros propuestos por Belarbi & Hsu (factor  $\beta$  con un valor de 0.4).



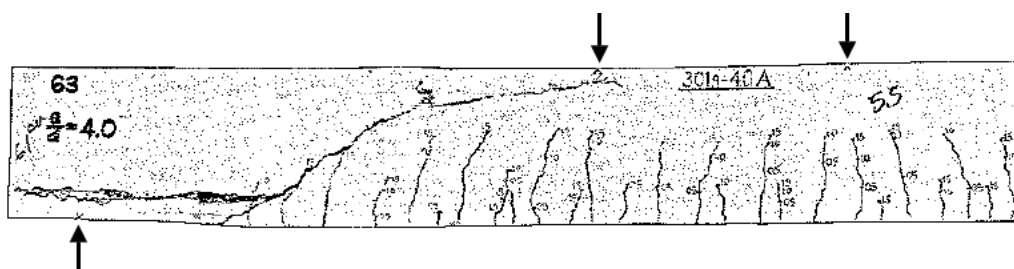
**Figura 3.2:** Discretización de la sección para hormigón en tracción.

### 3.2. Ensayos de vigas de hormigón armado variando la relación de aspecto de corte realizados por Kani(1979).

Para evaluar la efectividad del modelo de interacción flexión-corte al predecir la capacidad de vigas de hormigón armado variando la relación de aspecto de corte, se utilizan los resultados de los ensayos realizados por Kani (1979).

Kani ensayó catorce vigas de hormigón armado de dimensiones y cuantías de refuerzo constantes, variando sólo el punto de aplicación de carga. Las vigas no poseen refuerzos de acero para el corte (estribos) y sólo poseen armadura en tracción. La

cuantía de las vigas es lo suficientemente alta para orientar la falla a una del tipo corte, como se observa en la figura 3.3.



**Figura 3.3:** Patrón de fisuramiento para viga de relación de aspecto de corte 4.

Las vigas poseen 610 [mm] de altura, presentando leves variaciones en los materiales que la componen y en su geometría, los que se encuentran en la tabla 3.1. En la tabla, el largo “L” indicado corresponde al largo total de la viga (entre apoyos). El área de acero de refuerzo “ $A_s$ ” se ubica sólo como refuerzo en tracción, y a una distancia “d” del borde superior de la sección. La carga “ $P_u$ ” señalada corresponde a la mitad de la carga total aplicada en la falla (carga máxima aplicada). El largo de las placas de apoyo “ $l_b$ ” se detalla para cada viga. Los rótulos de las vigas se mantienen de acuerdo a los ensayos realizados por Kani.

**Tabla 3.1:** Parámetros de las vigas ensayadas por Kani (1979).

Viga	b (mm)	d (mm)	a/d (mm/mm)	L (mm)	$l_b$ (mm)	$A_s$ (mm <sup>2</sup> )	$f'_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$P_u$ (kN)
61	156	542	2,00	3186	76	2161	26,8	348,9	163,2
63	154	543	4,00	5356	64	2323	26,2	351,6	93,2
64	156	541	8,01	9697	64	2323	25,7	351,6	79,0
65	150	552	2,46	3734	152	2329	27,0	373,7	112,3
66	156	541	6,02	7527	64	2323	26,4	351,6	90,7
67	157	528	1,03	2101	152	2284	30,3	406,8	547,8
68	157	539	9,05	10782	64	2277	27,2	406,8	75,6
69	155	542	1,00	2101	229	2245	27,4	373,0	585,4
71	155	544	2,99	4271	229	2245	27,4	373,0	102,1
72	152	549	1,96	3190	152	2265	24,8	384,0	196,8
74	152	523	3,11	4277	152	2265	27,2	365,4	107,6
75	152	524	3,11	4277	152	2265	27,3	366,8	107,9
76	152	518	2,62	3734	64	2265	30,8	372,3	114,8
79	153	556	6,83	8626	152	2316	26,1	381,3	83,6



### 3.3. Resultados analíticos de modelos variando la relación de aspecto de corte.

Se presentan los resultados de las diferentes implementaciones del modelo de interacción flexión-corte, y modelos adicionales al ser aplicados en las vigas ensayadas realizados por Kani (1979).

#### 3.3.1. Modelo de Interacción flexión corte: tensiones nulas.

Los resultados del modelo de interacción flexión-corte, utilizando la hipótesis de tensión transversal nula se presenta en la figura 3.4 con el rótulo de “Modelo de Interacción ( $\sigma_x = 0$ )”. Se observa que el modelo genera una buena estimación de la capacidad de vigas de relaciones de aspecto mayores a 2.5, teniendo en promedio un 7% de error en la estimación. Para relaciones de aspecto menores a 2.5, el modelo subestima la capacidad, teniendo resultados significativamente menores a los obtenidos experimentalmente.

Como se mencionó previamente, esta hipótesis es consistente con la condición de borde que a lo largo de la viga no existen cargas aplicadas o reacciones, por lo que las tensiones en la cara del elemento son nulas. A medida que la carga aplicada y la reacción se aproximan (relaciones “ $a/d$ ” bajas), este supuesto pierde validez, pues al tener las cargas cercanas se produce alteraciones en los flujos de tensiones, produciendo que las mismas no sean nulas, sino que se desarrolle un perfil de tensiones en la sección.

Los resultados obtenidos se encuentran completamente dentro de lo esperable, teniendo un buen ajuste para relaciones “ $a/d$ ” altas y sub estimando las capacidades para relaciones “ $a/d$ ” bajas, por las razones ya expuestas.

#### 3.3.2. Modelo de Interacción flexión corte: expansión calibrada.

Los resultados del modelo de interacción flexión-corte, utilizando la calibración de las expansiones verticales ( $\epsilon_x$ ) propuesta por Massone et al. (2010), se presentan bajo

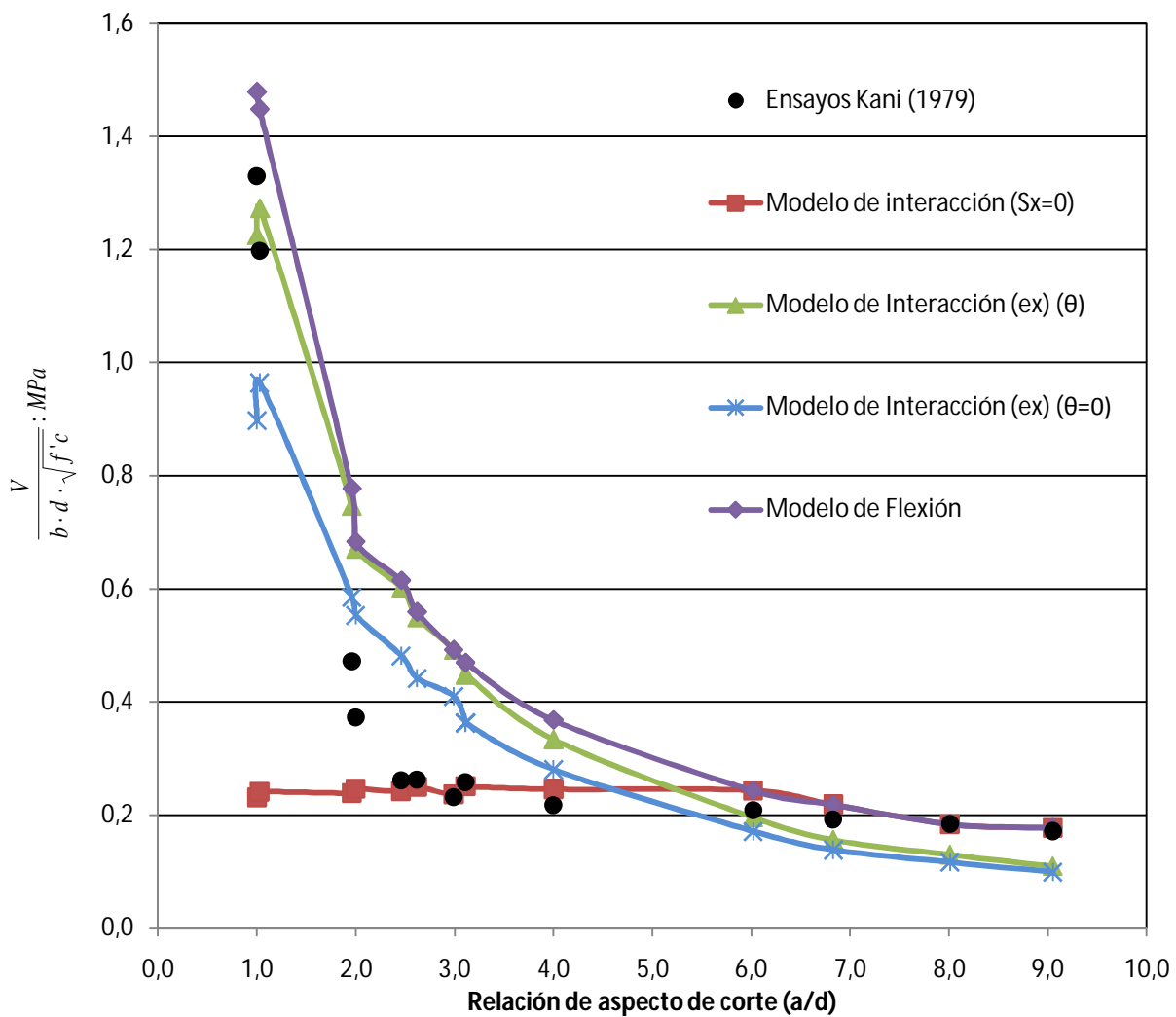
dos rótulos, diferenciándose el modelo que descuenta el giro a la deriva y el que no realiza este descuento, según se discutió previamente.

El modelo que realiza el descuento a la deriva está asociado al rótulo “Modelo de interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta$ )” en la figura 3.4. Se observa que la respuesta del modelo para relaciones de aspecto de corte menores a 2 mejora considerablemente con respecto al modelo de tensiones transversales nulas, llegando a valores con un error menor al 8%. Sin embargo, se pierde precisión para valores de aspecto mayores que 2, sobre estimando la capacidad para valores de “ $a/d$ ” entre 2 y 6; y sub estimando la capacidad para valores mayores que 6. Para relaciones de aspecto de corte altas es posible que el modelo tienda a sobre estimar de mayor manera las expansiones transversales, produciendo una disminución en la capacidad de las vigas.

Por su parte, el modelo que no realiza el descuento a la deriva se rotula como “Modelo de interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta = 0$ )” en la figura 3.10., no significando que el giro es impuesto como nulo. Se observa en este modelo una disminución en la precisión para predecir la capacidad de vigas de relaciones de aspecto de corte menores a 2, lo que se encuentra dentro de lo esperado, pues al aumentar la deriva (no realizando el descuento mencionado) se aumentan las expansiones introducidas al modelo, lo que afecta directamente la capacidad de la viga. Los resultados para relaciones de aspecto entre 2 y 6 se ven levemente mejorados debido a esta disminución en la capacidad, mientras que los resultados para valores de “ $a/d$ ” mayores que 6 se ven levemente afectados, lo que se encuentra dentro de lo esperable. Al tener las vigas un valor de “ $a/d$ ” alto, el impacto que tiene el cálculo del desplazamiento en el punto de carga (diferencia entre ecuaciones 3.2.3 y 3.2.4) es leve, pues se normaliza, para obtener el valor de la deriva, por el largo de la zona de corte “ $a$ ”, que en este caso es un valor relativamente grande.

### 3.3.3. Modelo de flexión.

Para comparar los resultados obtenidos previamente, se implementa el modelo de flexión, presente en la figura 3.4 como “Modelo de Flexión”. Se observa que la capacidad predicha por el modelo de flexión para relaciones de aspecto de corte igual a 1, es mayor que la predicha por los modelos y que la obtenida en el ensayo. A pesar de esto, el valor obtenido por el modelo de flexión se encuentra más cerca de los ensayos que lo esperado. En cuanto a los resultados para “a/d” mayores que 3, el modelo de flexión entrega capacidades similares a las entregadas por el modelo de interacción flexión –corte que descuenta el giro a la deriva.



**Figura 3.4:** Resultados de los modelos implementados en ensayos de Kani.

Una comparación directa entre la efectividad de los modelos implementados se observa en la figura 3.4. Se puede apreciar que para relaciones de aspecto de corte altas (mayores a 6), los modelos de flexión e interacción de tensiones transversales nulas ( $\sigma_x = 0$ ) poseen un alto grado de precisión, siendo muy similares entre ellos; mientras que el resto de los modelos poseen predicciones de capacidad menores a las obtenidas en el ensayo. Por el contrario, al analizar relaciones “a/d” pequeñas (menores a 3), el modelo de flexión entrega valores similares a los del modelo de interacción con expansión calibrada ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta$ ), siendo ambas predicciones mayores que las obtenidas en los ensayos de vigas.

Al trabajar con una base de datos de 14 ensayos, resulta útil definir variables estadísticas para permitir comparar los resultados obtenidos. En la tabla 3.2 se determina la relación entre la capacidad entregada por los modelos analizados y la obtenida experimentalmente, mediante una división de las capacidades obtenidas en cada caso. En la tabla 3.3 se determinan los parámetros estadísticos generales: promedio y desviación estándar, y adicionalmente el coeficiente de variación, definido como la división entre promedio y desviación estándar.

**Tabla 3.2:** Relación entre capacidad experimental y modelos implementados.

Viga	a/d (mm/mm)	Modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ )	Modelo de Interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta = 0$ )	Modelo de Interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta$ )	Modelo de Flexión
69	1,00	0,17	0,68	0,92	1,11
67	1,03	0,20	0,81	1,06	1,21
72	1,96	0,51	1,24	1,58	1,65
61	2,00	0,66	1,48	1,80	1,83
65	2,46	0,92	1,84	2,30	2,35
76	2,62	0,95	1,68	2,10	2,13
71	2,99	1,02	1,77	2,13	2,13
74	3,11	0,97	1,40	1,73	1,81
75	3,11	0,97	1,40	1,74	1,82
63	4,00	1,13	1,29	1,54	1,69
66	6,02	1,17	0,82	0,94	1,17
79	6,83	1,14	0,72	0,81	1,14
64	8,01	1,00	0,63	0,71	1,00
68	9,05	1,03	0,58	0,64	1,03

**Tabla 3.3:** Parámetros estadísticos asociados a los modelos implementados.

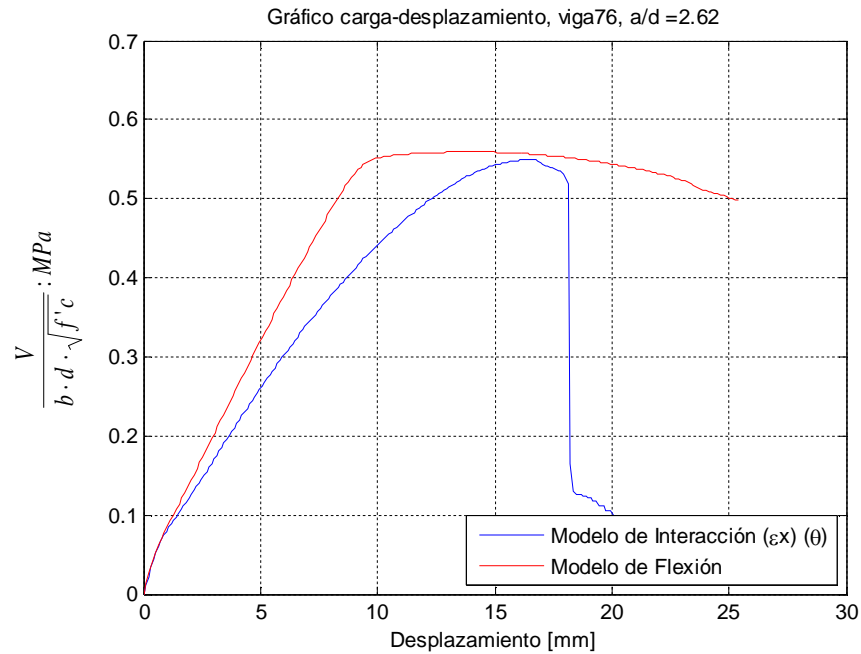
Modelo	Promedio	Desv. Estándar	Coef. de Variación
Modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ )	0,847	0,331	2,559
Modelo de Interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta = 0$ )	1,167	0,451	2,589
Modelo de Interacción ( $\varepsilon_x$ ) ( $\theta$ )	1,428	0,569	2,511
Modelo de Flexión	1,576	0,460	3,427

En la tabla 3.2 es posible detallar las relaciones de aspecto donde cada modelo sobre estima (relación entre capacidades mayores a 1) o sub estima (relaciones menores a 1) la capacidad de cada viga ensayada. Sólo el modelo de flexión presenta un comportamiento diferente, entregando capacidades mayores o iguales a las experimentales en todos los casos analizados. En promedio, los modelos sobre estiman la capacidad de las vigas estudiadas, a excepción del modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ), según se observa en la tabla 3.3. En general, los modelos analizados poseen similares dispersiones en sus valores de error cometido, teniendo zonas de mejor ajuste con lo observado experimentalmente, que por lo general se concentran para relaciones de aspecto de corte bajas o altas, dependiendo del modelo.

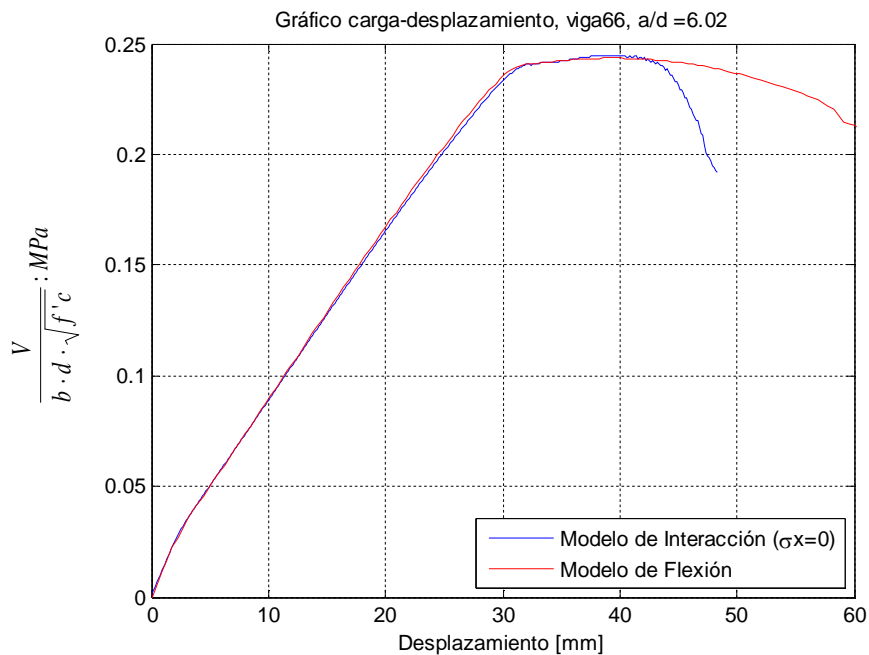
Si bien este análisis no entrega grandes diferencias entre el modelo de flexión y los modelos de interacción, al analizar las curvas carga-desplazamiento se obtienen notables diferencias. En la figura 3.5 se comparan el modelo de interacción ( $\varepsilon_x$ ) con el de flexión en una zona de relación de aspecto de corte baja, obteniendo que el modelo de interacción es capaz de reproducir una mayor fragilidad y una degradación de la viga que el modelo de flexión no es capaz de reproducir. Si bien no se posee las curvas carga-desplazamiento de las vigas ensayadas, se sabe que las fallas encontradas son de corte, por lo que la fragilidad es una de sus cualidades, que en este caso, sólo el modelo de interacción logra reflejar.

En el caso del modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) la diferencia no es tan clara comparada con el modelo en flexión, según se observa en la figura 3.6, comparándolas en una zona de relación de aspecto de corte alta. En este caso, al tener una relación de aspecto más alta, la flexión comienza a tomar un papel más importante en el ensayo, lo

que puede estar reflejado en ambos modelos, sin embargo la degradación del modelo de interacción se produce antes que la del modelo de flexión.



**Figura 3.5:** Diferencias de curvas carga-desplazamiento entre modelos de interacción ( $\epsilon_x$ ) y flexión, viga 76 ( $a/d = 2.62$ ).



**Figura 3.6:** Diferencias de curvas carga-desplazamiento entre modelos de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) y flexión, viga 66 ( $a/d = 6.02$ ).

### 3.3.4. Modelo de Interacción flexión corte: expansión re-calibrada.

Como se observó previamente, el modelo de interacción donde se imponía un perfil de expansión de la viga que no descontaba el giro bajo la carga, resultaba en menores capacidades que el modelo que tomaba en cuenta esta corrección. Ambos modelos fueron considerados por el hecho de que a pesar de ambos ser equivalentes en términos de esfuerzos a un muro en voladizo, la distribución de deformaciones no era consistente con la formulación original para muros. En muros, la deformación lateral contempló tanto la componente de corte como de flexión. En este caso, al descontar el giro, lo que lo hace equivalente a un empotramiento perfecto, se descuenta gran parte de las deformaciones de flexión que provienen de la zona central de la viga. De esta forma, se pretende utilizar los ensayos de Kani (1979) para re-calibrar la expresión que representa la expansión de las vigas con el desplazamiento, de manera de obtener un óptimo para esta batería de ensayos. Esta re-calibración se realiza sobre el valor estimado para la expansión máxima, dejando la distribución a lo largo del elemento como se calibró por Massone et al. (2010). La nueva expresión para la expansión máxima es de la forma:

$$\varepsilon_{x,max} = A \cdot (100 \cdot \delta)^B \quad (3.5.1)$$

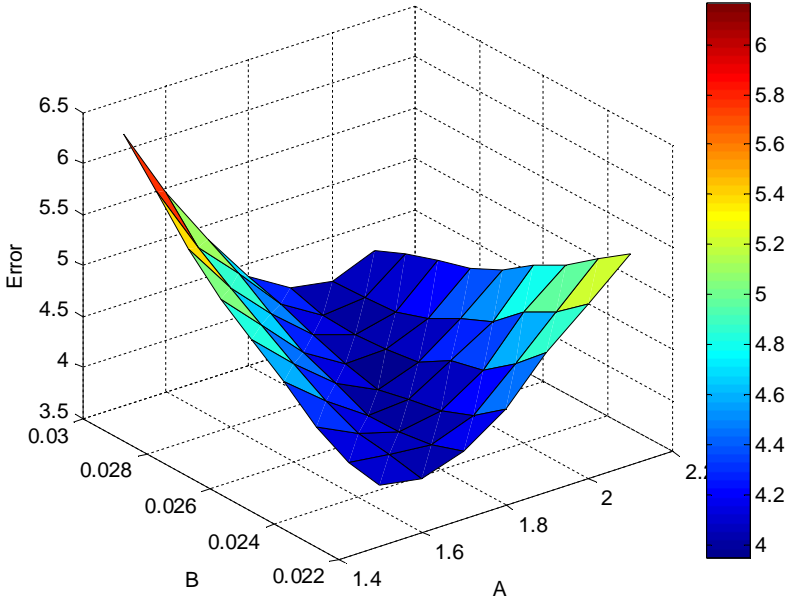
Donde  $\delta$  es la deriva de cada etapa de carga considerando el descuento de acuerdo al giro en el punto de carga. A partir de estos valores se busca una combinación que minimice el error entre lo predicho por el modelo y lo obtenido mediante ensayos. El error se mide porcentualmente, según la siguiente ecuación:

$$Error_{modelo} = \sum_{vigas} \frac{|V_{ensayo} - V_{modelo}|}{V_{ensayo}} \quad (3.5.2)$$

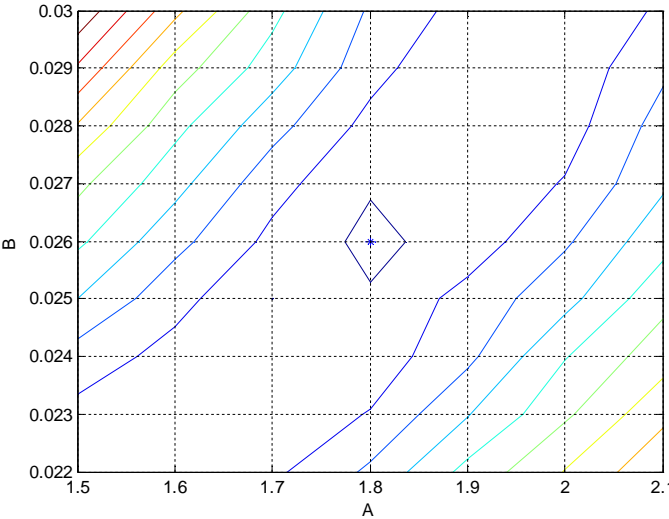
Al medir el error de esta forma se busca que la curva que entrega el modelo tenga un mejor ajuste a los valores resultante de los ensayos, teniendo el error cometido en cada relación de aspecto de corte analizado el mismo nivel de importancia.

Los parámetros “A” y “B” tienen diferentes impactos sobre la curva de capacidad versus relación de aspecto de corte. Si se mantiene “A” constante, al disminuir el valor de “B” se logra disminuir principalmente la capacidad de vigas de “a/d” menor a 4. Esto

se debe a que la deriva depende directamente del valor de  $1/a$ , por lo que el efecto que tiene en valores de " $a/d$ " bajos (como  $d$  es constante solo se ve afectado  $a$ ) es mayor que el de " $a/d$ " altos. Por el contrario, si se mantiene " $B$ " constante, al aumentar " $A$ " se disminuye la capacidad de todas las vigas, pues este valor es una constante de la expresión de la re-calibración de la expansión máxima. Los resultados de la re-calibración se presentan a continuación.



**Figura 3.7:** Resultados de la re calibración de parámetros de la expansión máxima.

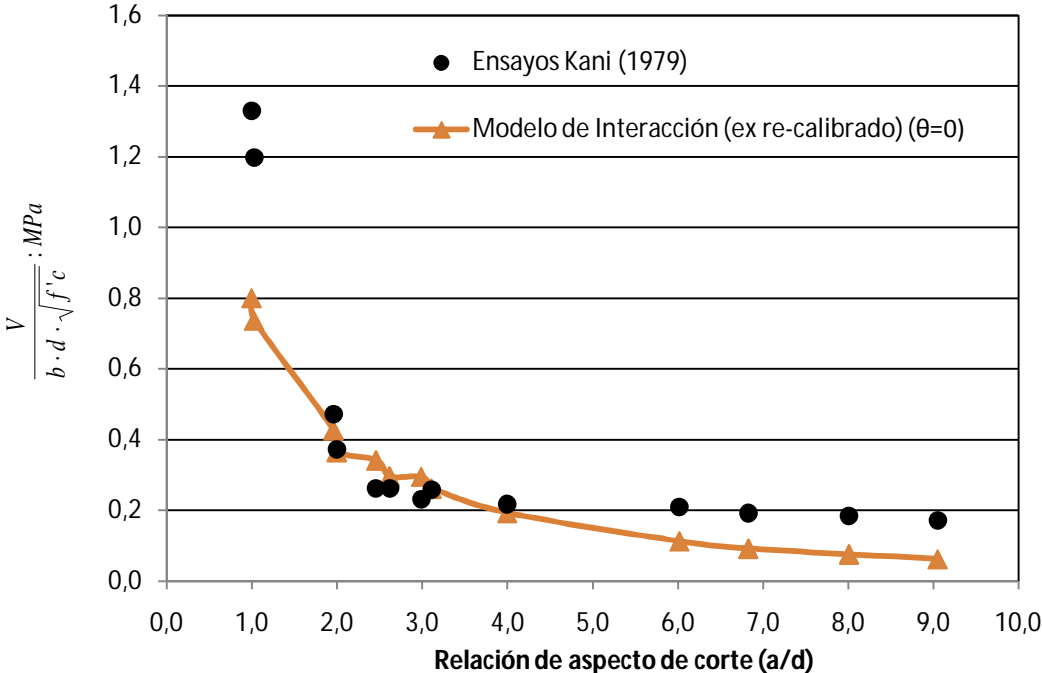


**Figura 3.8:** Resultados de la re calibración de parámetros de la expansión máxima.



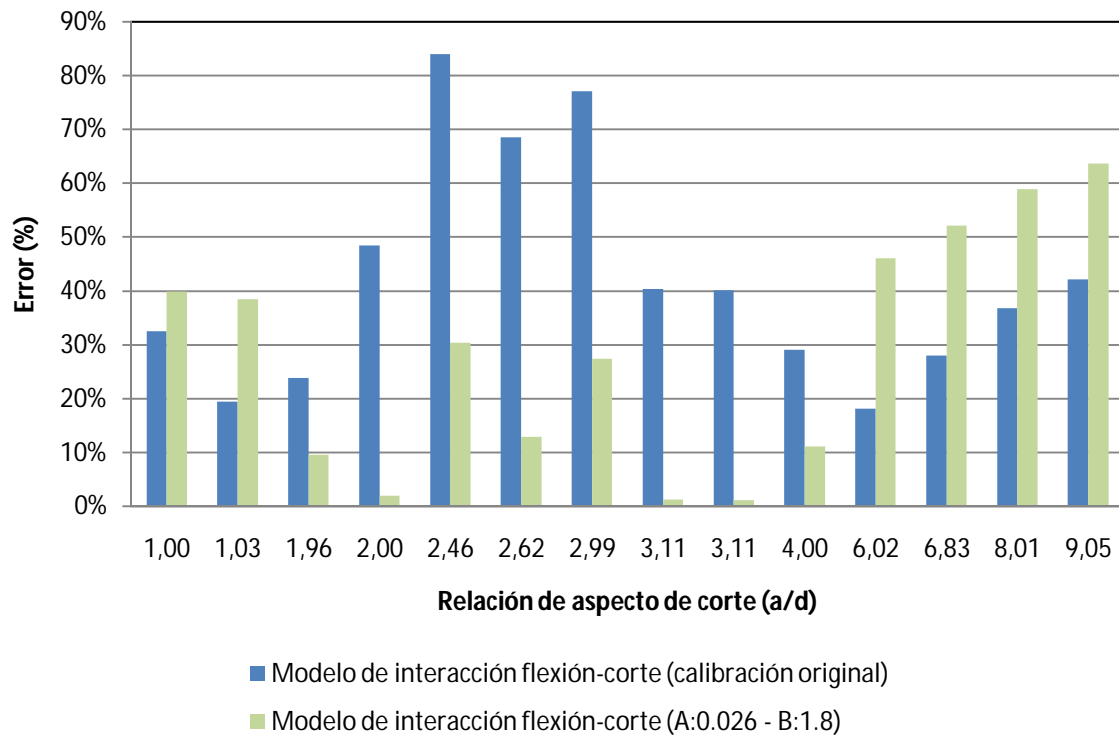
En los resultados obtenidos se observa que para un valor fijo de “A” se tiene una curva que presenta un mínimo marcado para un cierto valor de B. Ahora, si se toma fijo este valor de “B”, se obtiene nuevamente un mínimo claro para algún valor de “A”. Siguiendo este procedimiento se obtiene la superficie graficada, cuyos mínimos siguen una línea producida por una variación de los valores de “A” y “B” simultáneamente.

Se destaca que el óptimo se encuentra en la re-calibración de la expansión máxima de parámetros A=0.026 y B=1.8. La curva capacidad versus relación de aspecto de corte generada a partir de estos parámetros se presenta a continuación.



**Figura 3.9:** Resultados del modelo de interacción flexión-corte re-calibrado.

Se observa que a pesar de medir el error de cada par de puntos (A,B) como un porcentaje de la capacidad de la viga entregada por el ensayo, el resultado obtenido presenta una gran pérdida de precisión para relaciones de aspecto de corte altas (mayores a 6), pero mejorando de gran manera los resultados para “a/d” entre 2 y 4. A continuación se presentan los errores porcentuales que cometen el modelo con perfil de expansiones re-calibrado y el modelo de calibración original para cada relación de aspecto de corte analizada.



**Figura 3.10:** Error porcentual de cada viga modelos de interacción.

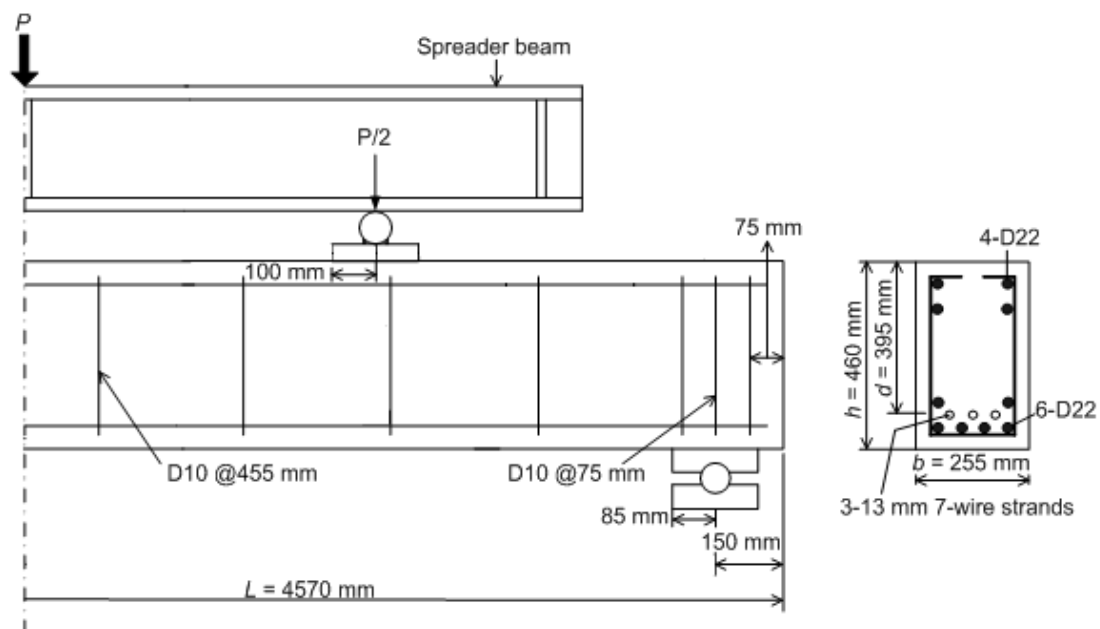
Se observa que el modelo re-calibrado obtiene un menor error global pues mejora la respuesta de los valores de “a/d” entre 2 y 4, que es donde se concentran la mayor cantidad de vigas ensayadas (8 de 14 vigas en total). Es por esto que la re-calibración se vuelve poco satisfactoria en cuanto a resultados obtenidos y para mejorarlos se requeriría una mayor cantidad de ensayos, y con una mejor distribución en cuanto a relación de aspecto de corte.

## CAPÍTULO 4: ANALISIS DE VIGAS DE HORMIGON AUTO-COMPACTANTE LIVIANO CON REFUERZO DE CABLES PRETENSADOS

### 4.1. Descripción de los ensayos.

Una serie de tres vigas de geometría idéntica se ensayan en la universidad de Oklahoma para evaluar la influencia de la relación de aspecto de corte sobre la capacidad del elemento, para lo cual se utilizan valores de “ $a/d$ ” de 3, 4 y 4.5 como única variable entre los ensayos.

Las vigas fueron diseñadas para fallar en corte antes que en flexión, por lo que poseen una alta cuantía de refuerzo longitudinal ( $\rho_s = 0.0232$ ). Las vigas se ensayan con dos cargas puntuales, simétricas con respecto al centro de la viga y dos apoyos simétricos de igual manera, la carga se distribuye a través de una viga metálica de distribución. La sección utilizada en las tres vigas ensayadas posee dimensiones de 10 in (255 mm) por 18 in (460 mm), con una altura efectiva de 15.5 in (395 mm) y un largo total de 180 in (4570 mm). La sección posee refuerzo longitudinal tanto en tracción como en compresión, estribos de refuerzo al corte y cables pretensados, distribuidos como se observa en la figura 4.1.



**Figura 4.1:** Detalle de refuerzos y dimensiones de vigas ensayadas.

Las vigas fueron construidas en una cama de pretensado de 100 ft (30.48 m) y los cables de pretensados poseen una tensión aplicada inicialmente ( $P_i$ ) de 27.87 kips (123.97 kN). Se usó hormigón autocompactante con agregados livianos, con un cono de 26 in (660 mm) y una densidad de 1.85 ton/m<sup>3</sup>. Posterior a que el hormigón alcanzó una resistencia a la compresión de 6000 psi (41.3 MPa) se cortan los cables pretensados.

Se ensayaron tres cilindros para obtener la resistencia a la compresión, de acuerdo a la norma ASTM C39, a los 26 días después del vaciado del hormigón. Adicionalmente, se realizan tres ensayos de resistencia a la tracción indirecta (STS), de acuerdo a la norma ASTM C496. Posteriormente, a los 28 días se lleva a cabo el ensayo de módulo de ruptura (MOR) sobre tres prismas. El ensayo de las vigas se realiza a 28 días del vaciado, por lo que las propiedades determinadas se encuentran cercanas a las de la viga al momento del ensayo. Las propiedades promedio determinadas por los ensayos se presentan a continuación.

**Tabla 4.1:** Propiedades del hormigón utilizado en las vigas de SCC.

Ensayo realizado	Resultado promedio psi (MPa)
Resistencia a la compresión ( $f'_c$ )	7200 (49.64)
Resistencia a la tracción indirecta ( $f_{sp}$ )	519 (3.58)
Módulo de ruptura ( $f_{cr}$ )	529 (3.65)

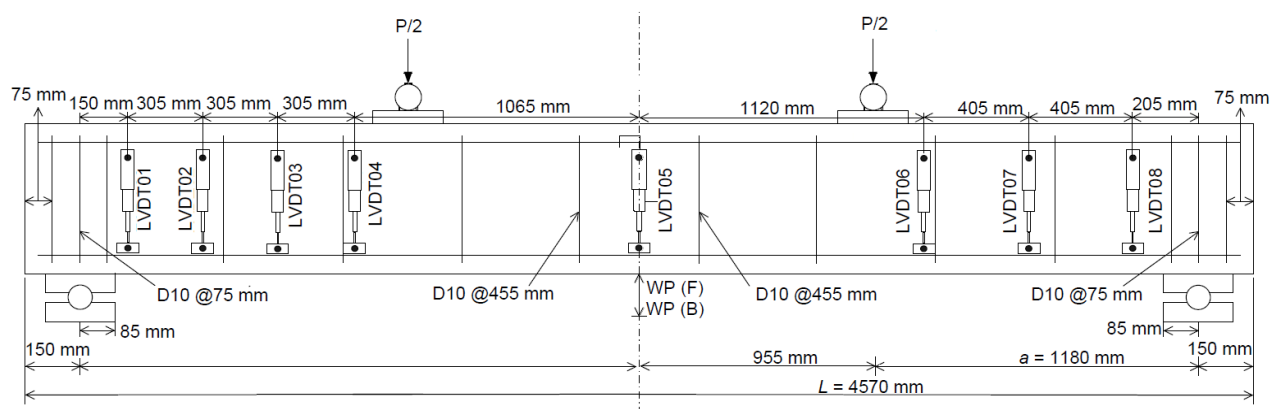
Se realizan ensayos de tracción de barras y cables pretensados con el fin de determinar la tensión de fluencia ( $f_y$ ), tensión última ( $f_u$ ) y módulo de elasticidad ( $E_s$ ). Se ensayan dos barras longitudinales y estribos de refuerzo y tres cables de pretensado, obteniendo los siguientes valores promedios:

**Tabla 4.2:** Propiedades de aceros utilizados en vigas de SCC.

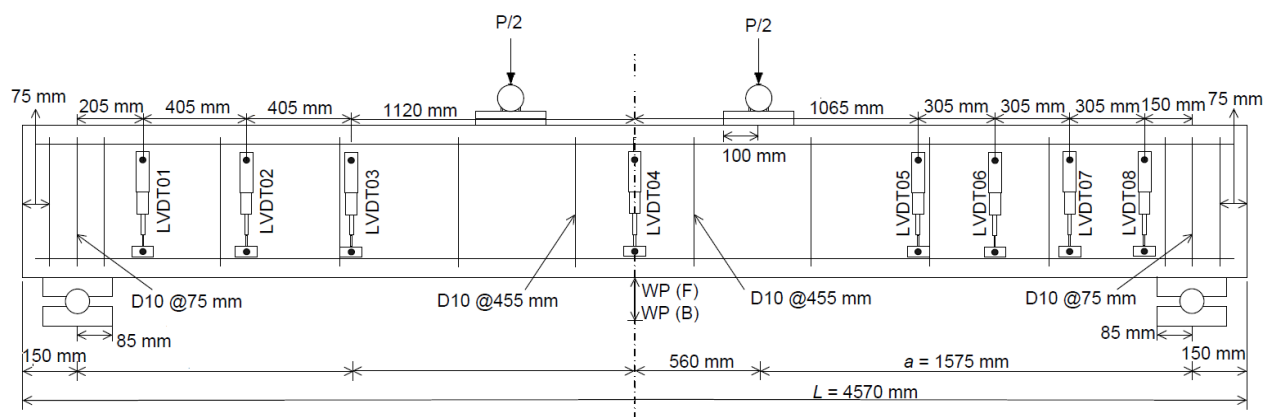
Propiedad	Barra #7 (D22)	Barra #3 (D10)	Cables Pretensados
$f_y$ ksi (MPa)	76.1 (524.7)	72.3 (498.5)	n/a
$f_u$ ksi (MPa)	132.5 (913.6)	114 (786.0)	272.8 (1880.9)
$E_s$ ksi (MPa)	30910 (213117)	30914 (213145)	30066 (207298)

En el caso de los cables pretensados no se registró una fluencia del material, y el extensómetro es retirado a una carga cercana al 80% de la carga última por seguridad. A pesar de esto, se observa que la carga última registrada y el módulo de elasticidad son similares a los propuestos por la guía de diseño PCI en la ley constitutiva detallada previamente.

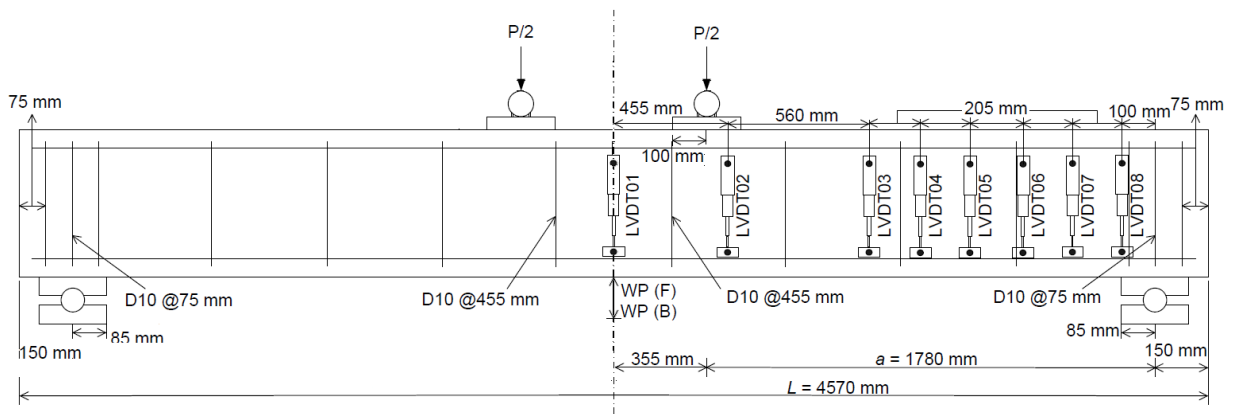
En los ensayos de las vigas se implementan 8 sensores LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) a lo largo del elemento, modificando la posición en cada uno de los tres ensayos, como se observa en las siguientes figuras:



**Figura 4.2:** Posiciones de LVDT en ensayo 1 (PCD1).



**Figura 4.3:** Posiciones de LVDT en ensayo 2 (PCD2).

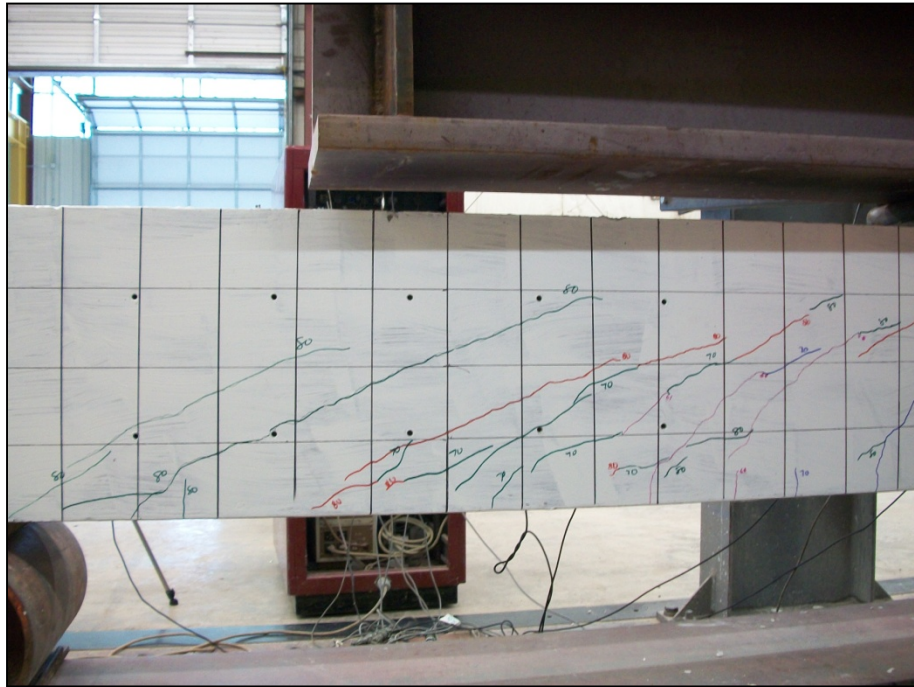


**Figura 4.4:** Posiciones de LVDT en ensayo 3 (PCD3).

Como se mencionó previamente, la única variable entre los tres ensayos es la relación de aspecto de corte, siendo estas 3, 4 y 4.5 para los ensayos PCD1, PCD2 y PCD3 respectivamente. En los ensayos PCD1 y PCD2 se ubican 3 LVDT a un lado de la viga y 4 LVDT al otro lado, dejando un sensor en el centro. En el ensayo PCD3 se ubican 7 LVDT a un lado y uno al centro de la viga. A partir de las diferentes ubicaciones de los LVDT es posible obtener comparaciones con los perfiles de deformación impuestos en los modelos de interacción. Adicionalmente, se ubican dos Potenciómetros (Wire Potentiometers, WP) en cada lado al centro de la viga, con los cuales se obtiene el desplazamiento promedio en el centro de la viga para cada carga aplicada.

El proceso de carga de la viga se detiene cada 10 kips (44.5 kN) para inspeccionar la viga ante posibles fisuras. Las fisuras son marcadas en la viga (pintada blanca para este propósito) y etiquetadas con la carga a la que se encuentra el proceso de ensayo.

Todas las vigas ensayadas presentaron una falla por corte, específicamente por trituración del hormigón en el puntal de compresión entre un punto de carga y el apoyo más cercano. Las fallas de las vigas se observan en las figuras 4.6, 4.7 y 4.8.



**Figura 4.5:** Fisuras marcadas en ensayo PCD3.



**Figura 4.6:** Falla de la viga PCD1 ( $a/d = 3$ ).



**Figura 4.7:** Falla de la viga PCD2 ( $a/d = 4$ ).



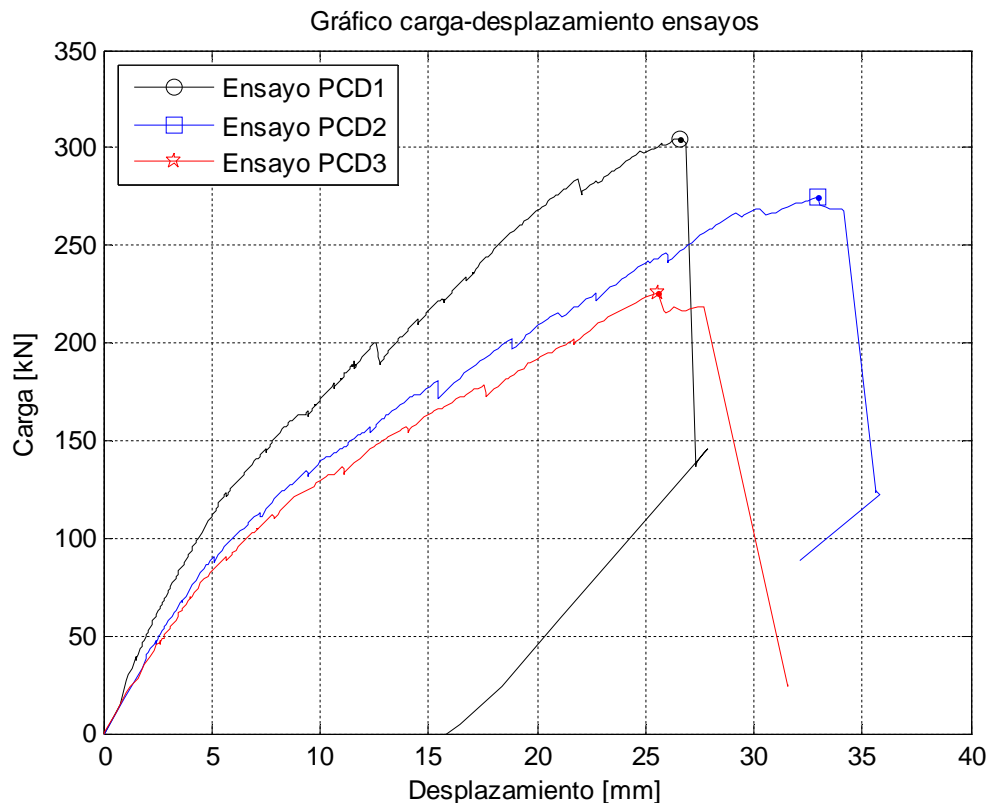
**Figura 4.8:** Falla de la viga PCD3 ( $a/d = 4.5$ ).



Las fallas de corte por lo general se propagan en un ángulo de  $45^\circ$ , mientras que en los resultados obtenidos se observa que las fisuras se propagan en un ángulo menor a este. Este hecho se puede deber a las cargas de pretensado que comprimen la viga.

#### 4.1. Resultados experimentales.

Las curvas carga - desplazamiento obtenidas en los ensayos se presentan a continuación. Se grafica el desplazamiento en el centro de la viga versus la mitad de la carga total aplicada (carga puntual utilizada).



**Figura 4.9:** Curva carga-desplazamiento ensayos SCC.

Los gráficos obtenidos permiten estimar información importante de los ensayos, tales como la carga última ( $P_u$ ), carga de fisuración ( $P_{cr}$ ) y si existe o no fluencia de la armadura antes de la falla. En todos los ensayos se observa un primer de cambio de pendiente, cercano a los 5 mm, que identifica la fisuración de la viga. Este cambio de pendiente se debe al cambio de rigidez que se produce debido a la reducción de la

sección efectiva de hormigón. En los ensayos PCD2 y PCD3 se observa un segundo cambio de pendiente (en PCD2 a 30 mm y en PCD3 a 25 mm, aproximadamente), lo que puede marcar la fluencia de las barras de refuerzo longitudinales, no siendo tan evidente la fluencia de los cables pretensados. El ensayo PCD1 aparentemente no muestra fluencia de la armadura. Si bien existe evidencia de fluencia de la armadura, esta se produce cerca de la carga última, lo que en caso de ser una falla por flexión mostraría una mayor porción del gráfico con la pendiente post fluencia. Adicionalmente, la falla repentina observada confirma que la falla de los elementos está relacionada al corte.

#### 4.2. Modelamiento de vigas de hormigón autocompactante.

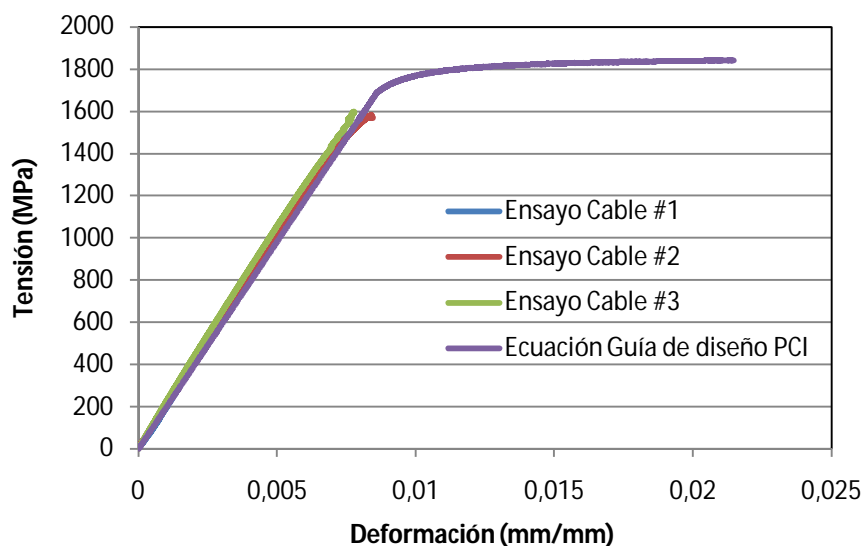
El modelo utilizado parte de la base de los modelos realizados para las vigas de Kani, teniendo elementos y nodos según se mencionó previamente.

Las leyes constitutivas para aceros de refuerzo longitudinal y transversal se basan en la ley constitutiva definida por Menegotto & Pinto (1973), determinando los parámetros necesarios obtenidos mediante ensayos (tabla 4.2), mientras que los parámetros restantes se basan en las recomendaciones de los autores. En cuanto al hormigón, en compresión se utiliza la curva de Todeschini et al. (1964) y en tracción la ley determinada por Belarbi & Hsu (1994). Para la curva del hormigón en compresión se utilizan las recomendaciones de los autores, basando todos los parámetros en función de la resistencia al máximo de capacidad ( $f'_c$ ). En el caso de la curva en tracción, se utilizan las recomendaciones de los autores para todos los parámetros, a excepción de la tensión de fisuración que se obtiene mediante los ensayos realizados del material.

Además de acero de refuerzo longitudinal y transversal (estribos), las vigas ensayadas poseen cables pretensados, lo que debe ser considerado adecuadamente. Para simular el efecto de los cables, se incluyó al modelo una carga de compresión en el centro de la sección. La magnitud de esta carga se determina a partir de la pretensión que se entregó a los cables, pues no se posee información respecto a las pérdidas ocurridas hasta el momento del ensayo. Adicional a esta carga, se introducen

al modelo dos momentos actuando en los extremos de la viga, que simulan el esfuerzo producido por la excentricidad de las cargas; los momentos son opuestos entre sí, manteniendo el equilibrio global de la viga. Como en este caso los cables pretensados eran rectos, el momento producido en la viga debido a los cables es constante por lo que esta modelación refleja de buena manera esta condición.

Un tema importante es la ley constitutiva a utilizar en los cables pretensados. Se posee ensayos de tracción de los cables, los que muestran buena correlación con la ley constitutiva recomendada por la guía de diseño PCI, según se observa en la figura 4.10. Los ensayos realizados no registran la curva completa de los cables, pues los sensores son removidos para su protección.



**Figura 4.10:** Comparación ley constitutiva de cables con ensayo 3.

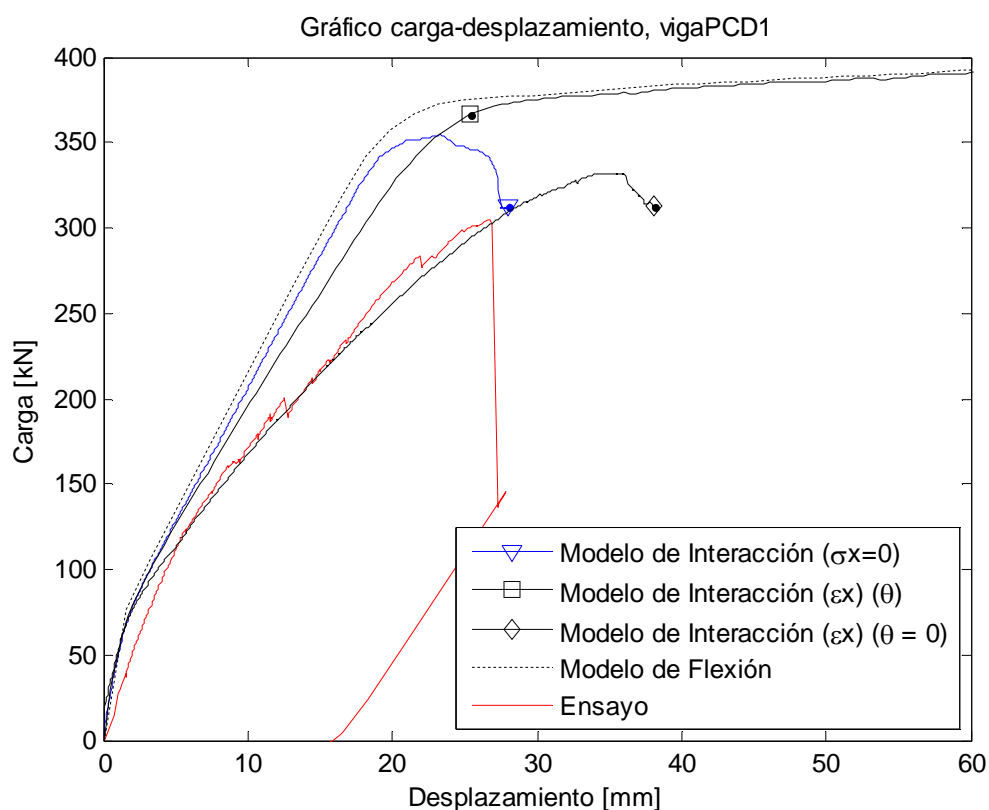
La pretensión en los cables hace que al momento de ensayar la viga estos posean una deformación que no se incluye en el modelo. Para simular esto se introduce en los cables una capacidad a tracción “efectiva”, reduciendo la capacidad nominal de acuerdo a la pretensión que se les entregó. Si bien este efecto no permite reproducir el efecto de deformación en los cables (al introducir una carga axial constantes los cables resultan con una leve compresión), permite limitar los cables en cuanto a la capacidad de estos, no desarrollando tensiones superiores a las nominales.

En cuanto a la curva de hormigón en compresión, se desea incorporar al modelo de OpenSees como una calibración de las leyes ya implementadas. En este caso es sencillo observa que tomando las constantes  $n=2$  y  $k=1$ , la curva de Todeschini et al. (ecuación 2.3.3) esta resulta idéntica a la curva de Thorenfeldt (ecuación 2.1.1), la que se encuentra implementada previamente.

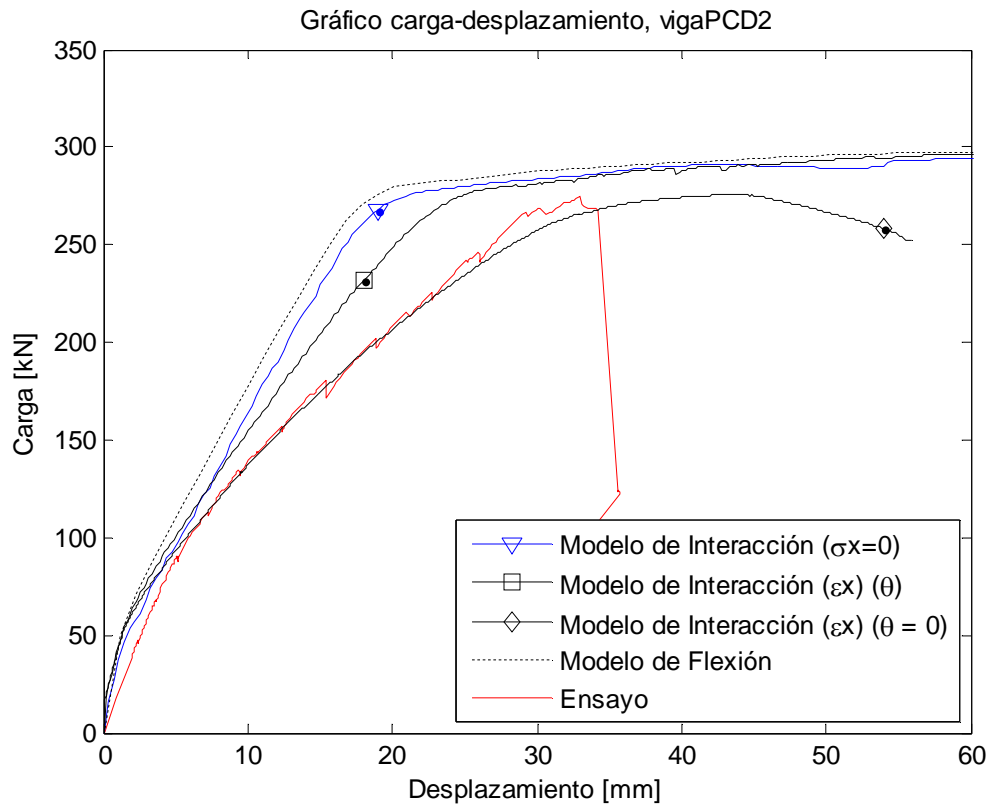
#### 4.3. Comparación con resultados analíticos.

##### 4.3.1. Curvas carga desplazamiento.

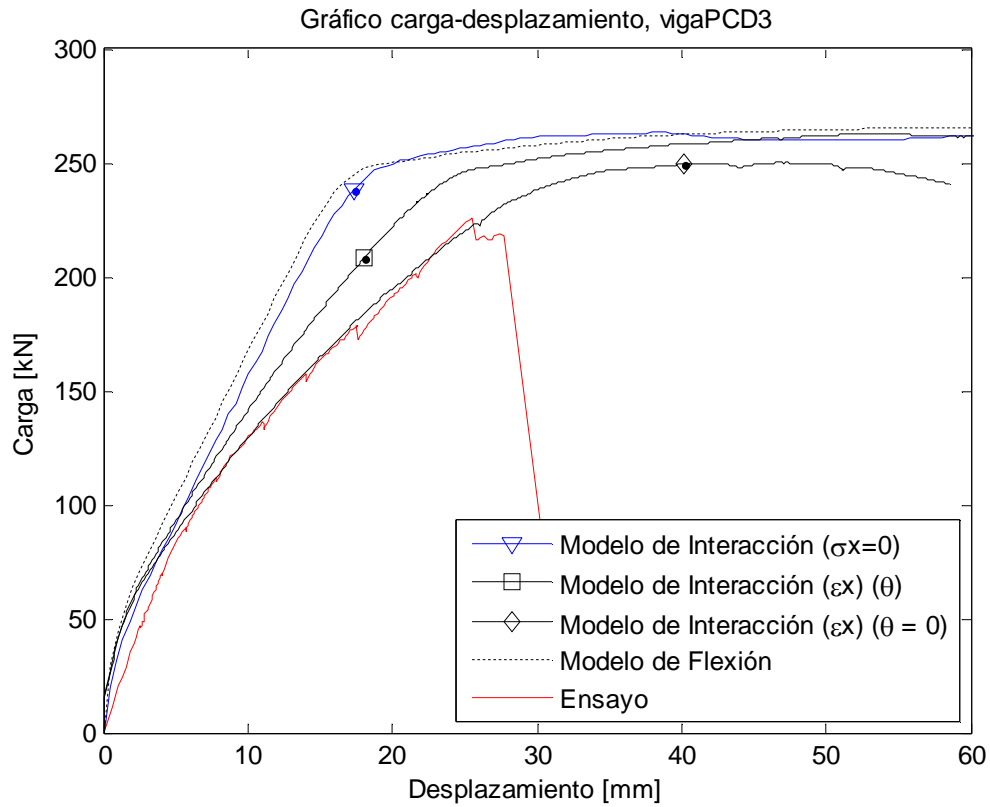
A continuación se presentan las curvas carga desplazamiento en el centro de la viga obtenidas en los diferentes modelos, contrastadas con la correspondiente curva experimental.



**Figura 4.11:** Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD1.



**Figura 4.12:** Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD2.



**Figura 4.13:** Curva carga desplazamiento de modelos ensayo PCD3.

En general, se observa que todos los modelos sobre estiman la capacidad de las vigas ensayadas. Similar comportamiento tiene el desplazamiento máximo al que se produce la carga máxima, presentando sobre estimaciones de un 36, 56 y 85 % para cada uno de los tres ensayos en el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ). Los modelos que presentan una mayor ductilidad, presentan degradaciones de un 10% de la capacidad máxima para deformaciones del orden de 250 mm en el caso de PCD1, 200 mm en el caso de PCD2 y 150 mm en el caso de PCD3.

El modelo de flexión es el que tiene un mayor error al estimar la capacidad de las vigas, sobre estimando esta en un 33, 11 y 20% en cada uno de los tres ensayos, respectivamente. En cuanto a la ductilidad mostrada por este modelo, se destaca que esta se encuentra completamente fuera de lo observado experimentalmente. Estos resultados se encuentran dentro de lo esperable, pues el modelo de flexión no es capaz de representar de manera adecuada elementos fuera del rango denominado “esbeltos”, mostrando una falla producida por la fluencia de la armadura en la zona central, que si bien ocurre experimentalmente en algunos casos, no es la condición de falla de las vigas.

En cuanto a rigidez, el modelo de flexión obtiene un cambio de pendiente (fisuramiento de la sección) a un nivel de carga y deformación similar a los demás modelos, teniendo una rigidez fisurada mayor que la mostrada por las demás implementaciones. Nuevamente, esta respuesta del modelo está claramente producida por la omisión de las deformaciones por corte, estimando menores deformaciones para un mismo nivel de carga. La rápida degradación, principal diferencia de las fallas por corte, es una cualidad que este modelo no permite reproducir, obteniendo deformaciones impensadas en la viga ensayada (no mostrando una degradación incluso para deformaciones mayores a las graficadas).

El modelo de interacción flexión-corte que considera la hipótesis de tensiones nulas en la sección ( $\sigma_x = 0$ ) obtiene una respuesta similar al modelo de flexión en los ensayos PCD2 y PCD3. En parte este comportamiento puede corresponder al efecto mencionado previamente, al modelar vigas de relación de aspecto de corte relativamente bajas, la cercanía entre el punto de aplicación de la carga y el apoyo de la

viga pierde validez la hipótesis que la tensión es nula en toda la sección, dejando esto valido solo para las condiciones de borde libre las secciones (bordes sin carga). Como se mencionó, la respuesta del modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) es similar a la del modelo de flexión, sobre estimando las capacidades de las vigas y mostrando una ductilidad de la sección producto de la falla de fluencia de la armadura longitudinal. La pendiente posterior a la fluencia de la armadura es similar a la obtenida en el modelo de flexión, limitando el análisis sin obtener una degradación de los elementos ensayados.

En cuanto a la viga PCD1, el modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) presenta un comportamiento diferentes a las demás vigas. Si bien en este caso la rigidez fisurada es similar a la del modelo de flexión, para una carga un 12% mayor a la de falla del ensayo se produce un cambio de pendiente debido a la fluencia de la armadura, para obtener una falla rápidamente. Al tener esta viga una relación de aspecto de corte más baja, es probable que el modelo de interacción logre captar la falla por corte de la viga, posterior a la fluencia de la armadura. A pesar de esto, el modelo no permite reproducir la rigidez de la viga posterior al fisuramiento.

La segunda implementación del modelo de interacción, la cual posee perfiles de expansión transversal calibrados y que descuenta el giro a la deriva ( $\varepsilon_x \theta$ ), posee estimaciones de capacidad similar a la de los modelos de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) y al de flexión. En cuanto a rigidez inicial el modelo es similar a los demás, sin embargo la rigidez fisurada es inferior a la de los otros dos modelos en los tres casos estudiados. A pesar de esto, se observa una fluencia de la armadura longitudinal y una pendiente posterior a la fluencia que deriva en capacidades estimadas que no difieren significativamente con las del modelo de flexión. El modelo tampoco permite reflejar el degradamiento de la viga ensayada, permitiendo deformaciones completamente sobre estimadas sin generar una disminución en la capacidad.

Finalmente, el modelo de interacción de perfiles calibrados que no descuenta el giro a la deriva ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) es el que posee menor error en las predicciones de capacidad de las vigas. Los errores cometidos en cada estimación son de 6, 1 y 13% para cada uno de los tres ensayos respectivamente. Estos valores se encuentran

completamente dentro de un rango aceptable, considerando que la estimación generada es buena.

La rigidez posterior al fisuramiento del hormigón entregada por el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) es considerablemente menor a la observada en los restantes modelos, teniendo un buen ajuste con la pendiente observada experimentalmente en los tres ensayos realizados. En la respuesta del modelo para los ensayos PCD2 y PCD3 se observa una zona de pendiente cercana a ser nula, lo que sugiere una fluencia de la armadura. Sin embargo, y como se observa en los ensayos, esta fluencia no domina la falla, degradando rápidamente posterior al punto de fluencia.

El hecho de que al no descontar el giro a la deriva en el punto de carga se obtengan buenos resultados sugiere que las deformaciones por flexión están actuando en la región de corte de la viga. La analogía realizada con muros (figura 3.6) en cuanto a esfuerzos internos es perfecta, sin embargo en cuanto a deformaciones surgen diferencias, que el descontar el giro a la deriva busca solucionar. Al descontar el giro a la deriva, se elimina gran parte de las deformaciones por flexión, sub estimando las deformaciones totales cercanas al punto de carga en la viga (base en muros).

En cuanto a los niveles de deformaciones alcanzados por el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ), se observa que son sobre estimados, llegando a valores cercanos al 25% superior en los ensayos PCD1 y PCD2, mientras que el ensayo PCD3 muestra un mayor error en esta estimación con cerca de un 80%.

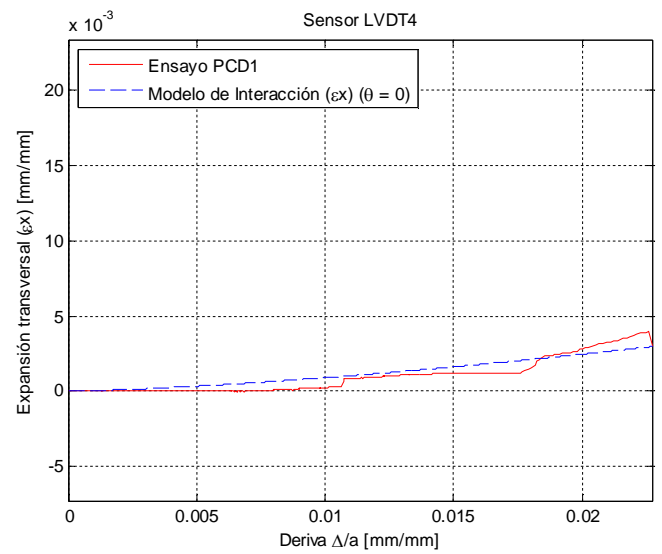
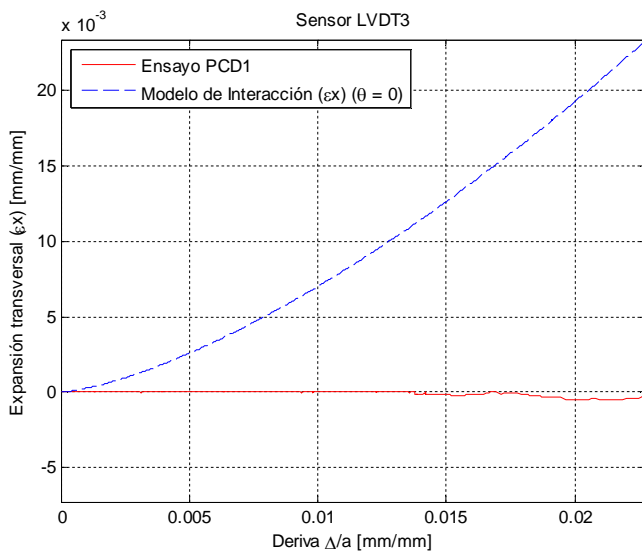
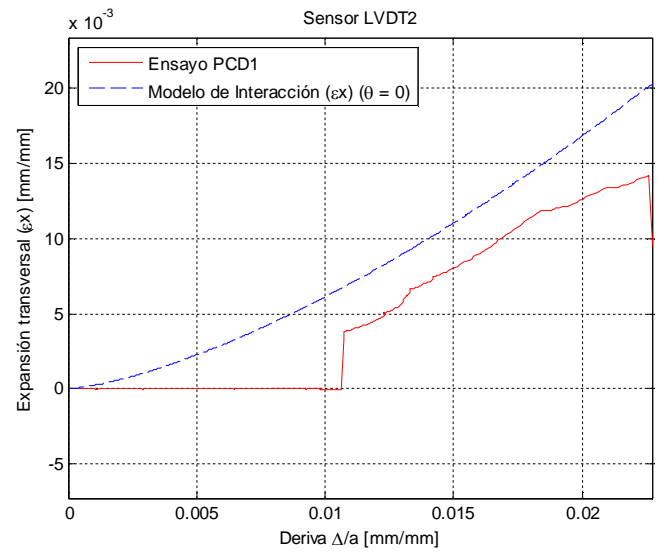
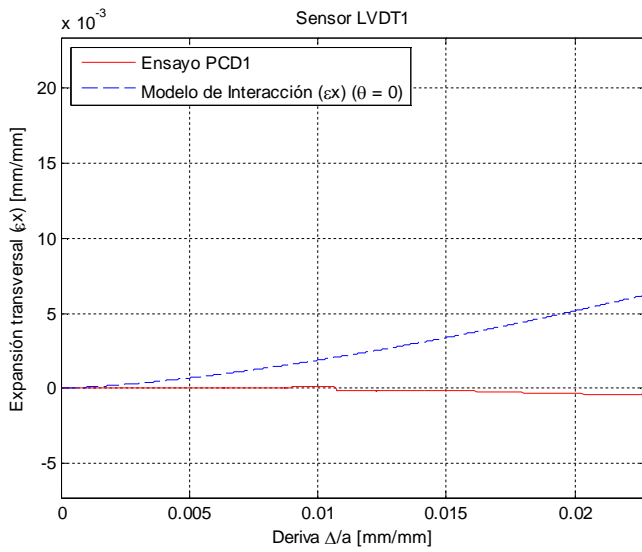
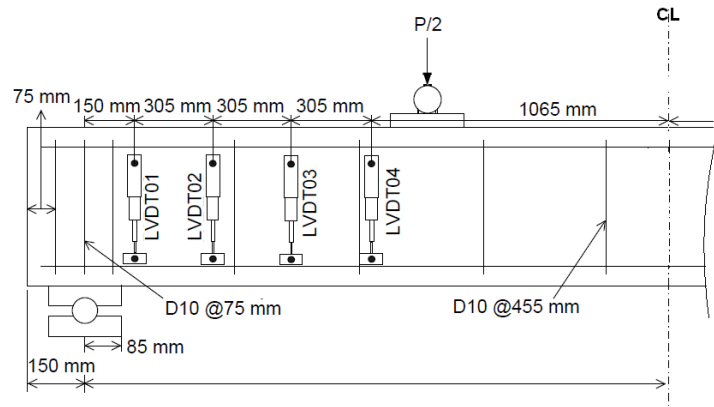
El modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) muestra buena predicción de las propiedades principales de la curva global carga desplazamiento, para los tres ensayos realizados. Sin embargo resta analizar si el buen comportamiento del modelo se refleja en las expansiones utilizadas para su determinación.



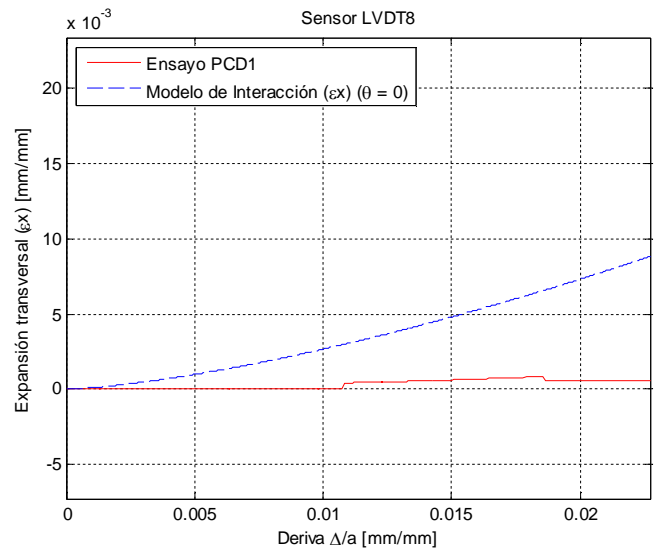
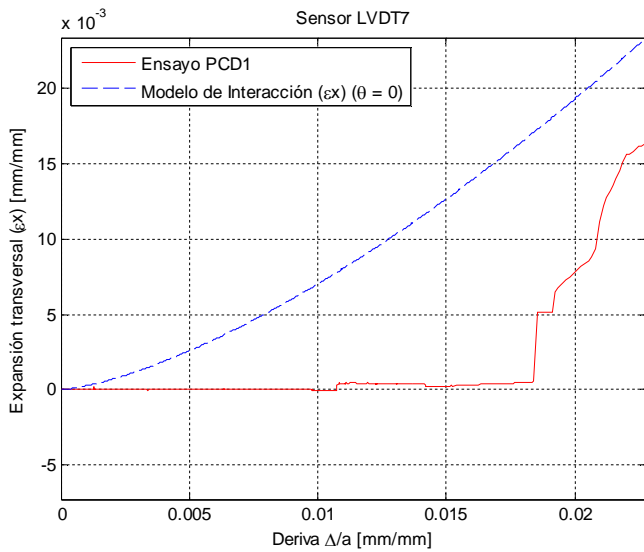
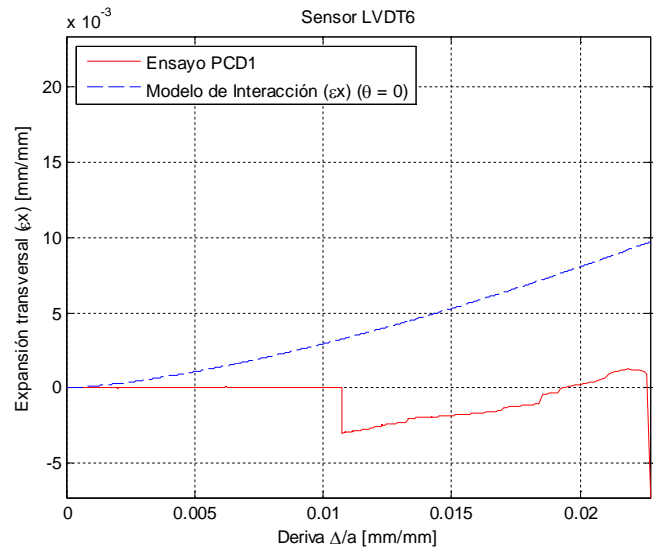
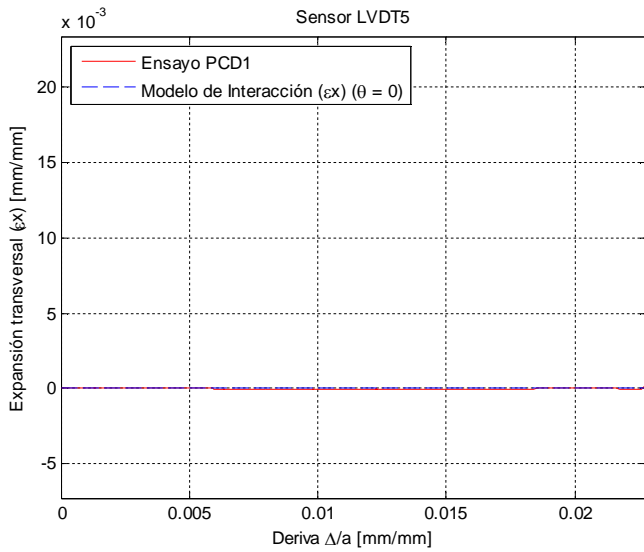
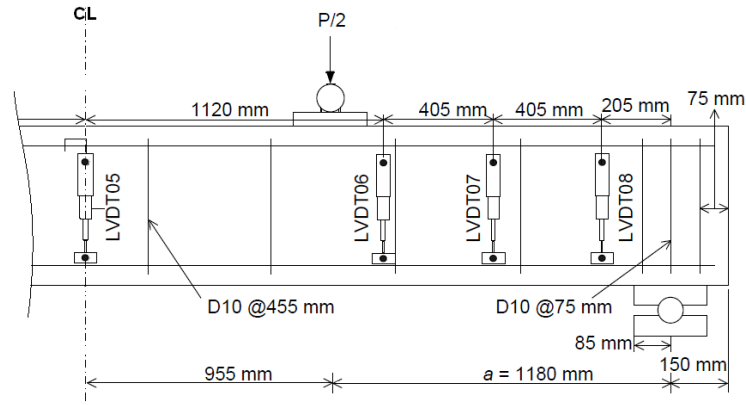
#### 4.4. Expansiones transversales en la viga.

Con el fin de medir las expansiones se ubican sensores LVDT a lo largo de la viga, según se observa en las figuras 4.2 a 4.4. Los sensores cubren una longitud de 8 in (203 mm) sobre el alto de la sección (460 mm). Si bien no se logra cubrir toda la sección, la ubicación permite obtener una buena estimación de la expansión promedio de cada una de las secciones registradas.

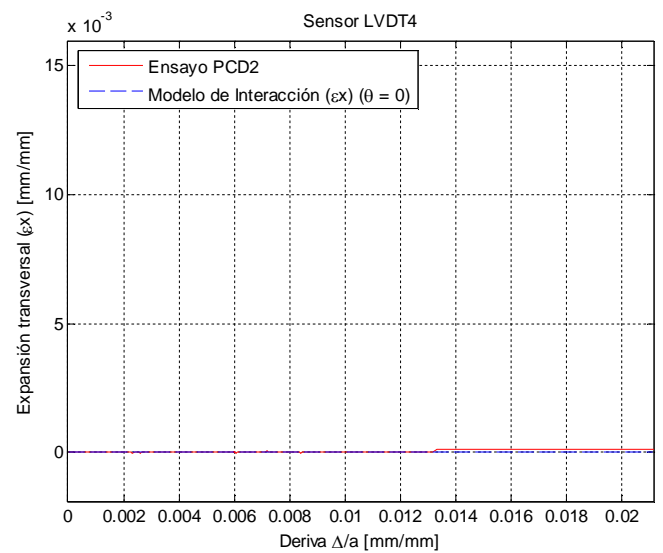
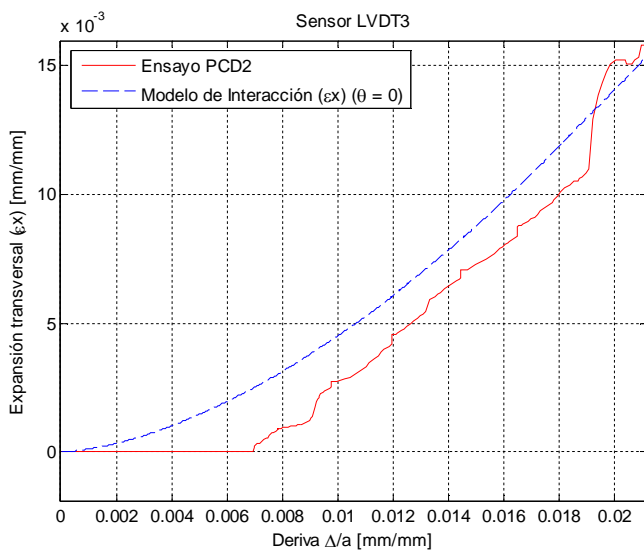
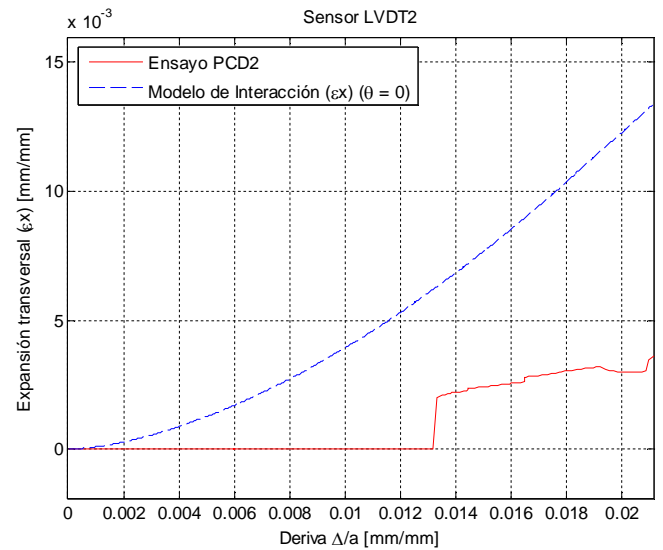
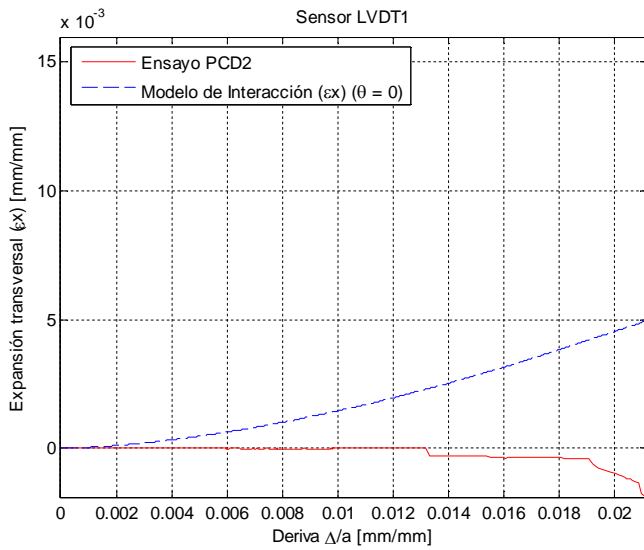
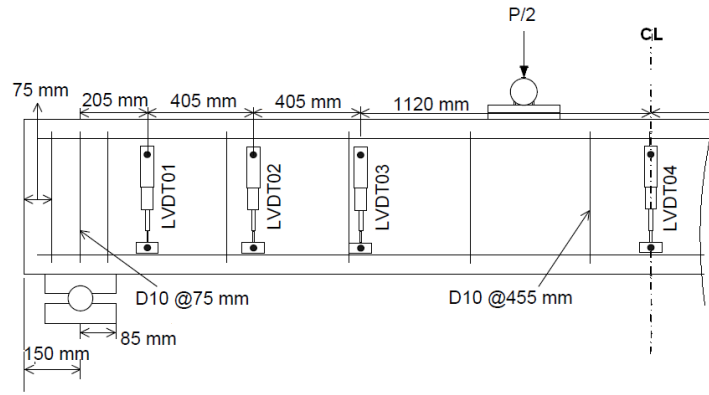
A continuación se contrastan los registros de los LVDT implementados en cada uno de los ensayos con las expansiones utilizadas en el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ), siendo el que muestra un mejor comportamiento. Los gráficos individuales de cada LVDT contiene la expansión transversal ( $\varepsilon_x$ ) versus la deriva en el punto de aplicación de la carga ( $\delta = \Delta_{CL}/a$ ).



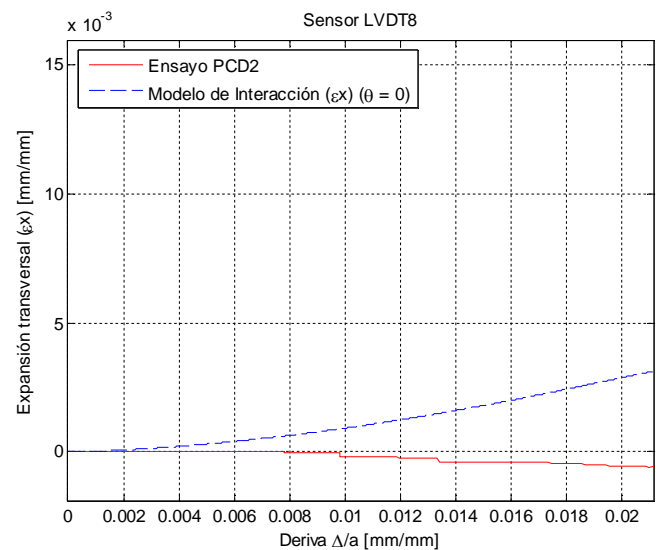
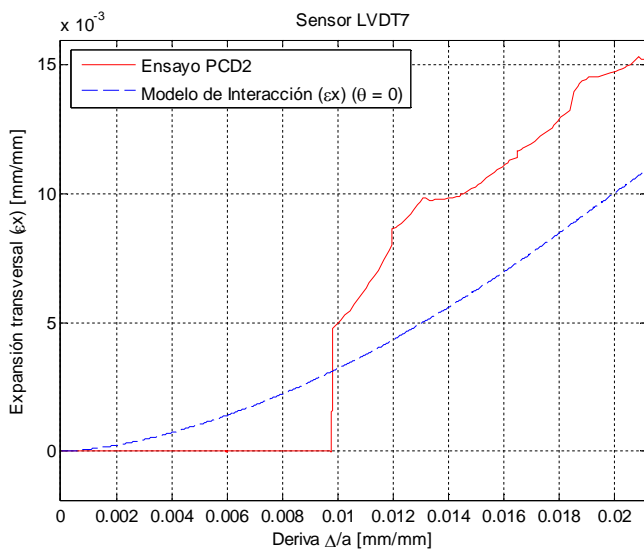
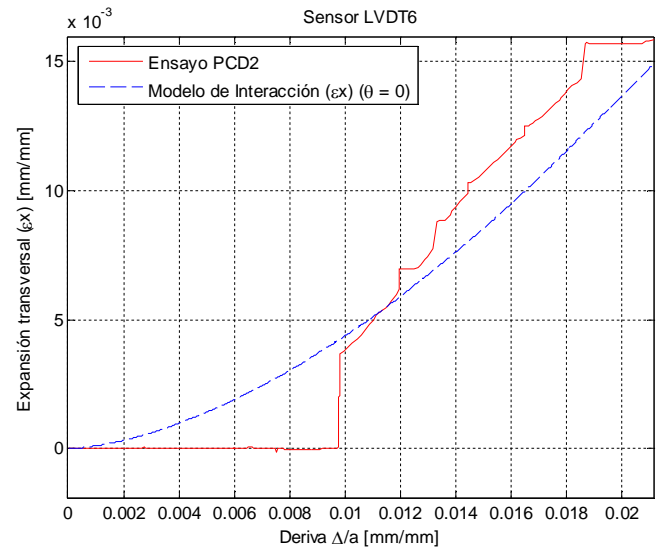
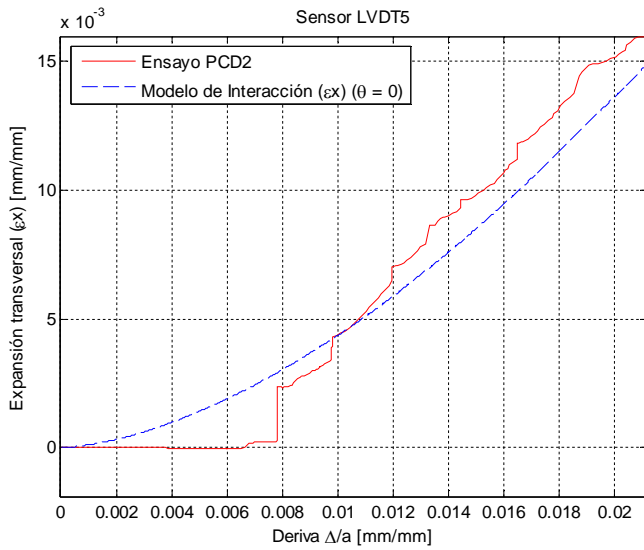
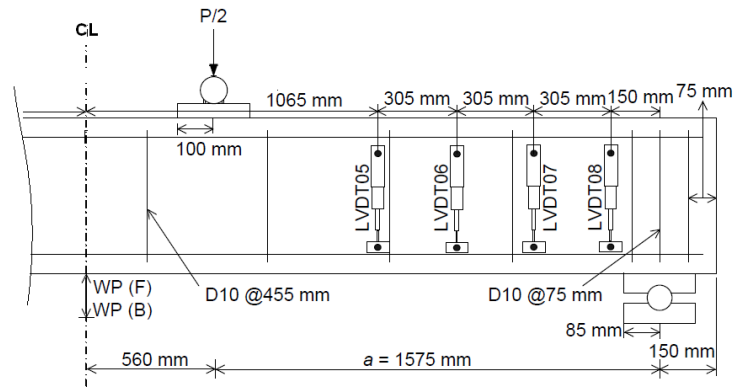
**Figura 4.14:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta = 0$ ), lado izquierdo de viga PCD1.



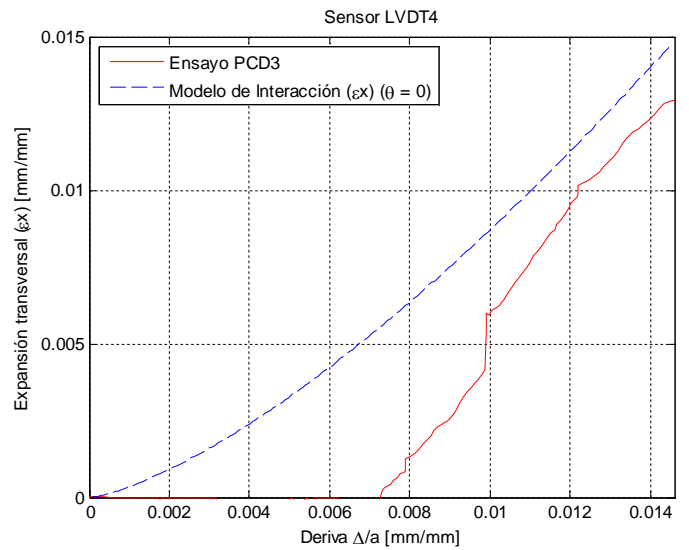
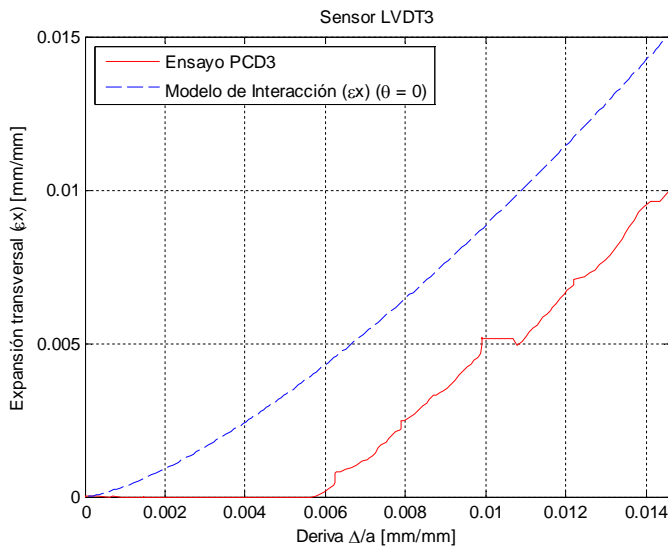
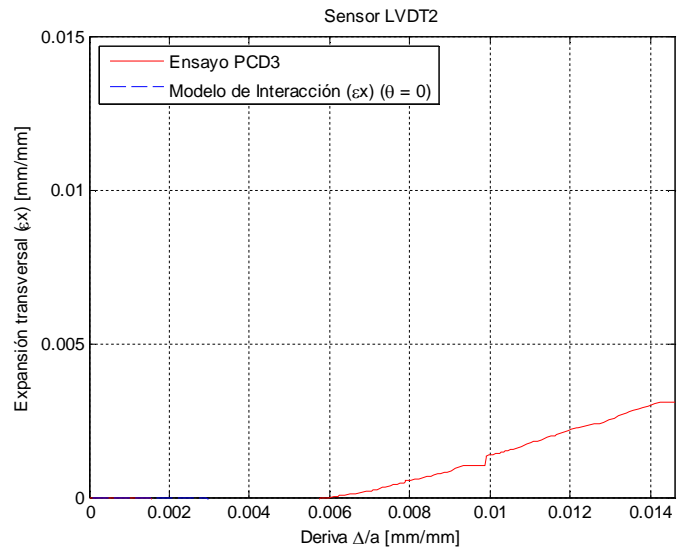
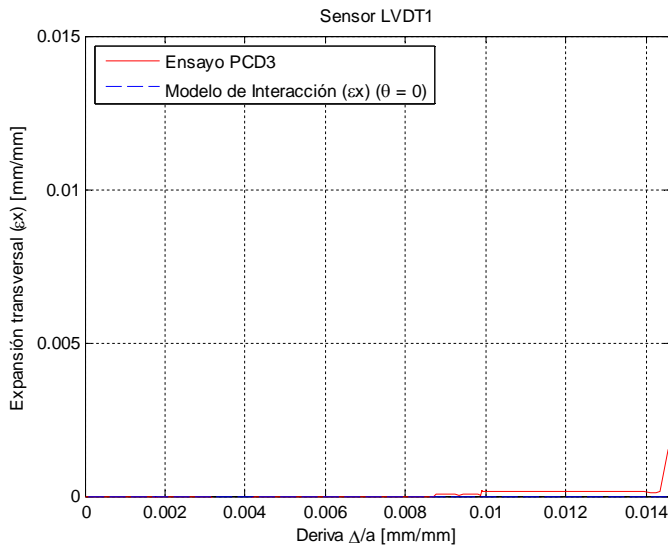
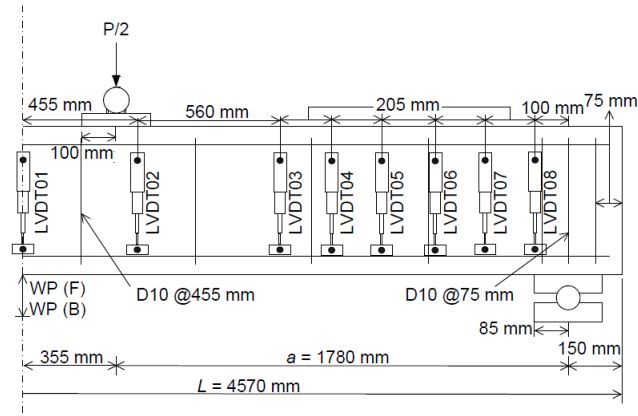
**Figura 4.15:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta = 0$ ), lado derecho de viga PCD1.



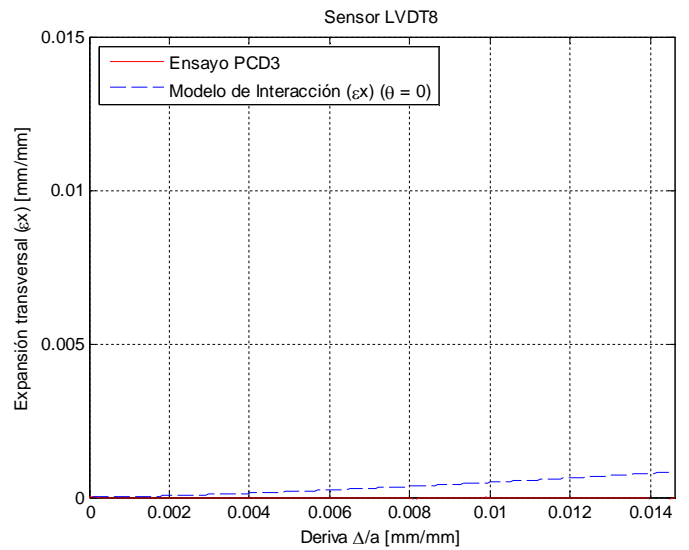
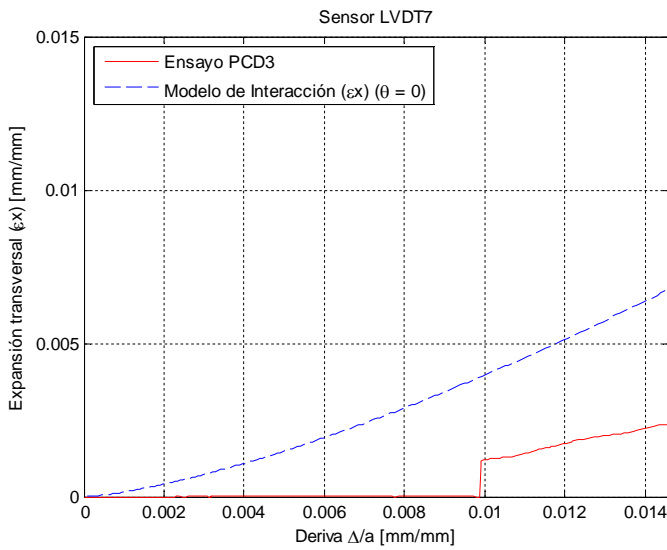
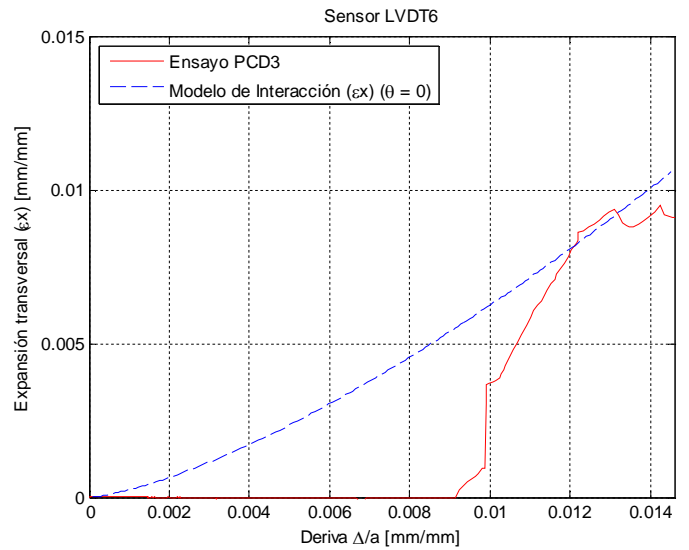
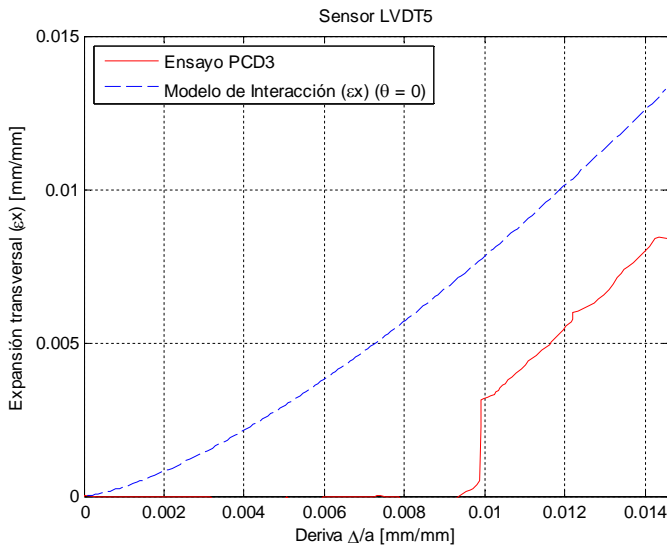
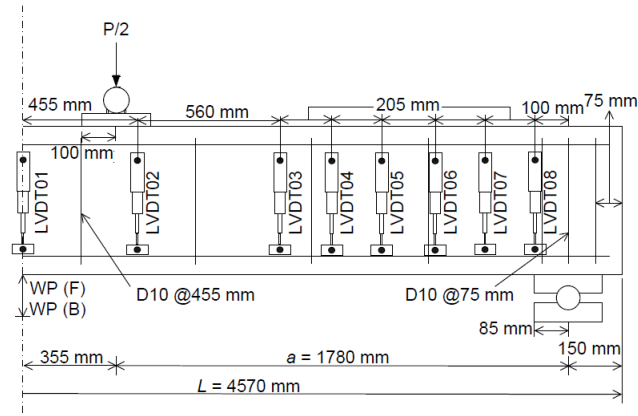
**Figura 4.16:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ), lado izquierdo de viga PCD2.



**Figura 4.17:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ), lado derecho de viga PCD2.



**Figura 4.18:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x$   $\theta = 0$ ), primeros cuatro sensores viga PCD3.



**Figura 4.19:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta = 0$ ), últimos cuatro sensores viga PCD3.

En general, las expansiones transversales impuestas por el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) son mayores que las registradas por los LVDT en los diferentes ensayo de las vigas. Cabe destacar que los registros de LVDT se grafican hasta el máximo de capacidad de la viga en el ensayo, agregando dos puntos del registro posterior al máximo de capacidad para obtener alguna posible tendencia de las expansiones (aumentando la deriva analizada en 0.3‰ aproximadamente). Las expansiones calibradas en el modelo de interacción se cortan hasta el nivel de deriva que se grafica en el ensayo, de modo de hacer estas comparables.

Se observa que los sensores ubicados en el centro de cada una de las vigas ensayadas muestran registros consistentes con la hipótesis supuesta para la calibración de expansiones en la viga, teniendo valores relativamente cercanos a cero. Este resultado es importante pues valida la distribución generada en las vigas, imponiendo expansiones sólo en la zona de corte.

En cuanto a la hipótesis supuesta para la expansión transversal bajo las placas de carga y apoyos, sólo el sensor LVDT 02 del ensayo PCD3 se ubica directamente bajo una de ellas (placa de carga), y muestra expansiones menores a las de los sensores restantes, pero lejanas del supuesto ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ). Otros sensores se ubican en puntos cercanos a las placas mencionadas y muestran una tendencia más cercana a no poseer expansiones, como se observa por ejemplo en sensor LVDT 08 de ensayo PCD2. Si bien el sensor ubicado bajo la placa no tiene expansiones nulas, la tendencia al acercarse a estas placas es de una disminución de las expansiones, por lo que la hipótesis realizada puede ser validada en este punto.

En su mayoría, los sensores presentan una gran cantidad de derivas iniciales con expansión prácticamente nula. Esta zona varía desde un 40% a un 70% de la deriva al máximo de capacidad. Este fenómeno responde a que en un comienzo con la sección no fisurada y en una cierta parte de la zona fisurada (dependiendo de la ubicación del sensor en la viga) las expansiones que se producen son relativamente bajas, comparadas con las producidas en niveles de cargas mayores. Las calibraciones realizadas para los modelos de interacción de expansiones verticales no contemplan este fenómeno, utilizando (por simplicidad) una única expresión para la expansión máxima, que crece a medida que crece la deriva. Con la implementación actual del



modelo de interacción no es posible reproducir la diferencia de aumento en la expansión transversal observada, surgiendo como alternativa la generación de una nueva calibración del modelo a partir de una batería adecuada de ensayos.

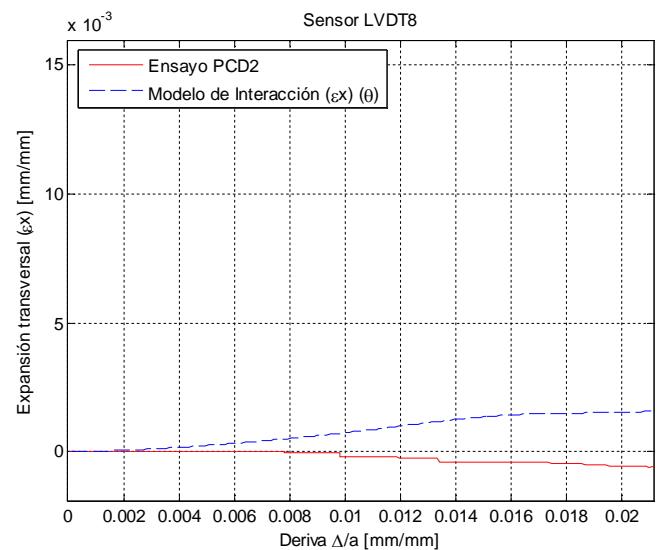
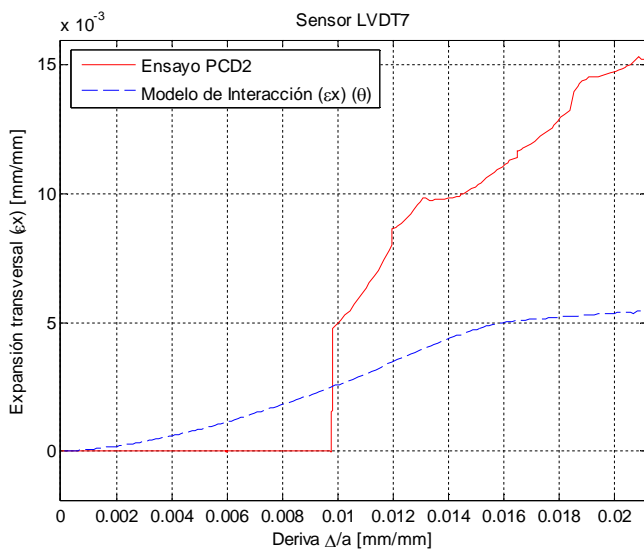
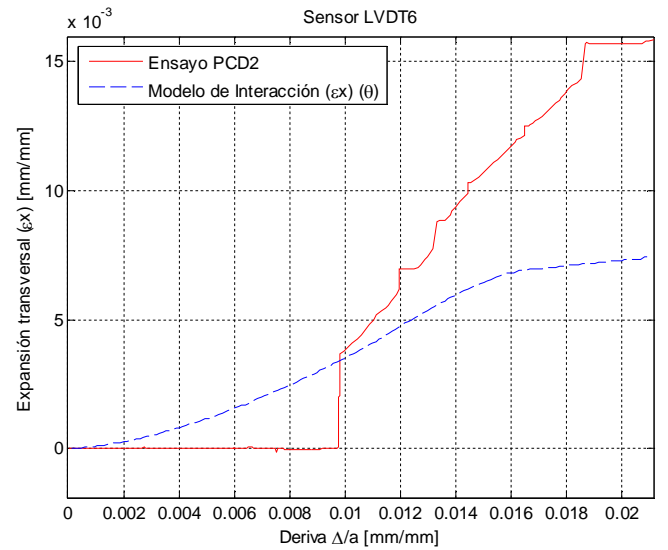
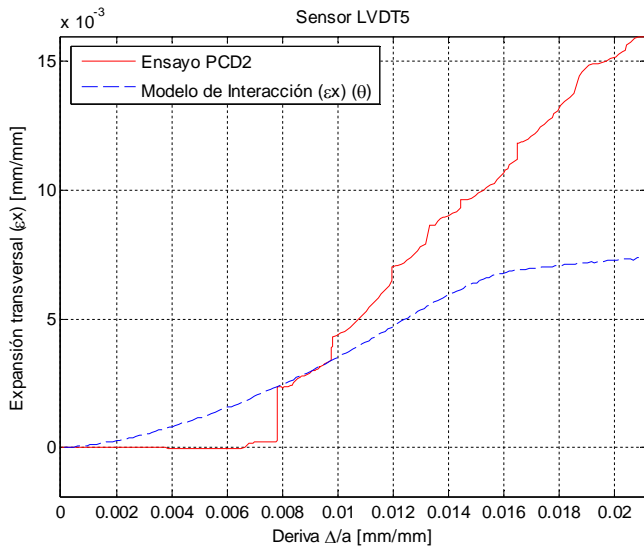
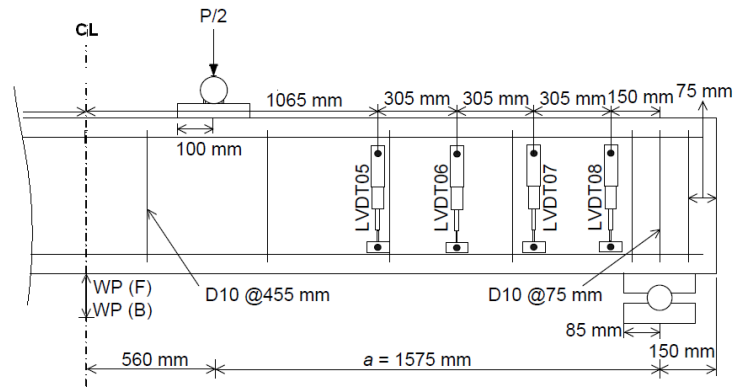
Se observa que a pesar de sobre estimar las deformaciones transversales, la tasa de crecimiento de estas es similar a la observada experimentalmente (por ejemplo, sensor LVDT 05 de ensayo PCD2). Esta buena correlación entre las tasas de crecimiento se observa en diferentes sensores LVDT en los tres ensayos. El modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) presenta un aumento de la expansión a medida que aumenta la deriva, sin tener una limitación, lo que en este caso no presenta grandes problemas al no observar una fluencia de la armadura longitudinal u observándose esta en cargas cercanas a la falla. Si las fallas de las vigas estuvieran orientadas a la flexión, las deformaciones se concentrarían en la zona central, limitando las expansiones en la zona de corte; efecto que no podría reflejar este modelo.

En la figura 4.20 se observa la comparación entre los registros de sensores LVDT y el modelo de interacción que si descuenta el giro ( $\varepsilon_x \theta$ ) para el ensayo PCD2. Se observa que el aumento de las expansiones de este modelo tiende a limitarse a medida que aumenta la deriva. Como las expansiones del modelo dependen de la calibración de la expansión máxima, y esta a su vez depende del valor de la deriva; una estabilización de las expansiones se debe a que la deriva utilizada tiende a limitarse. Esto ocurre debido a que el aumento en el desplazamiento del nodo cargado es mayoritariamente debido a la contribución de las deformaciones por flexión de la zona central de la viga, concentrando la falla en la sección central (fluencia de la armadura longitudinal). Si bien esto no se observa de manera muy clara en las vigas ensayadas, al utilizar vigas con menores cuantías de armadura longitudinal, o vigas de relaciones de aspecto de corte mayores es un comportamiento que probablemente se observará, dando al modelo una ventaja por sobre los demás. Esta situación se ha observado previamente en vigas de mayor esbeltez (Galleguillos, 2010). La limitación que ocurre en las expansiones de este modelo ocurre para derivas relativamente cercanas a la falla de la viga experimentalmente, por lo que si se re-calibrara el perfil utilizado, aumentando las expansiones (que se encuentran bajo las registradas experimentalmente) podría obtenerse una falla más orientada al corte, probablemente

mostrando mejores resultados tanto en su respuesta global carga vs. desplazamiento (con degradación de la viga), como en las expansiones transversales de cada punto de la viga. Las comparaciones entre los restantes registros de LVDT y expansiones utilizadas por el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta$ ) se encuentran en el anexo A.

Finalmente, se compara el perfil de expansiones utilizados por el modelo de interacción de mejor ajuste ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) con el registrado experimentalmente. Las comparaciones se realizan para niveles de deriva con respecto al centro de la viga ( $\delta = \Delta_{CL}/a$ ) similares. Se grafican niveles de deriva de un 50, 75 y 100% de la deriva máxima alcanzada en el ensayo registrada con sensores. Bajo el nivel de 50% de deriva máxima de ensayo la gran mayoría de los sensores experimentales muestran bajas expansiones, por lo que la comparación entregaría una información limitada.

En general, se observa que el perfil utilizado para las expansiones transversales a lo largo de la viga tiene buen ajuste con las expansiones puntuales registradas por los LVDT. En particular, la distribución concentrada de LVDT realizada en el ensayo PCD3, permite observar que la distribución es razonable, presentando solo problemas con el sensor LVDT 05. Como se mencionó al describir la calibración realizada para las expansiones, la expansión máxima se estima en promedio ubicada a una distancia de  $0.38 h$ , sufriendo variaciones para diferentes etapas de carga. Este fenómeno se observa en la figura 4.23, donde si se sigue el patrón del registro experimental, el máximo de la expansión se desplaza hacia posiciones más cercanas al centro de la región de corte a medida que se aumenta la carga aplicada.



**Figura 4.20:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado derecho de viga PCD2.

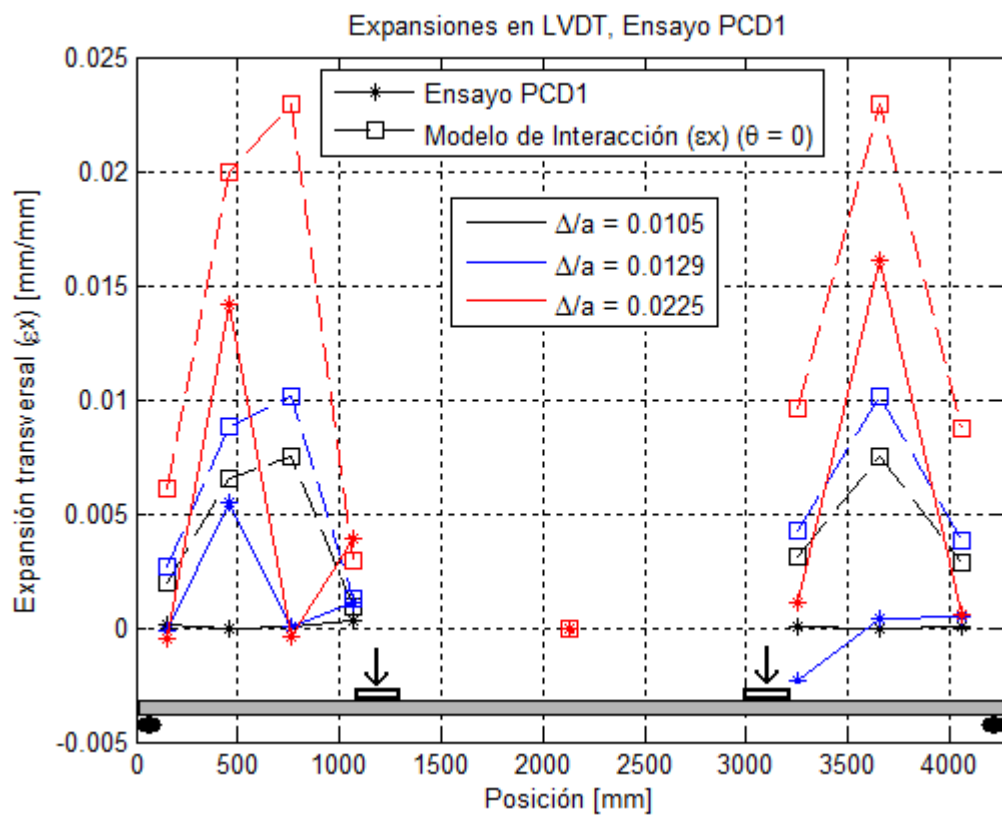


Figura 4.21: Perfil de expansões em viga, ensaio PCD1.

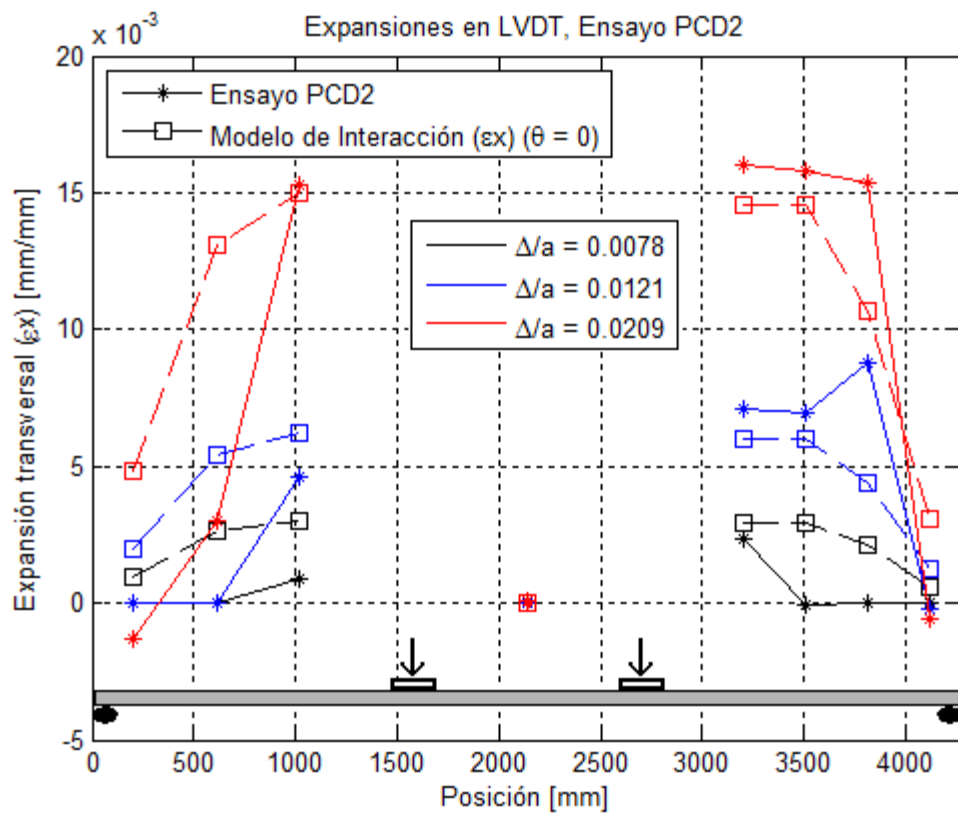


Figura 4.22: Perfil de expansões em viga, ensaio PCD2.

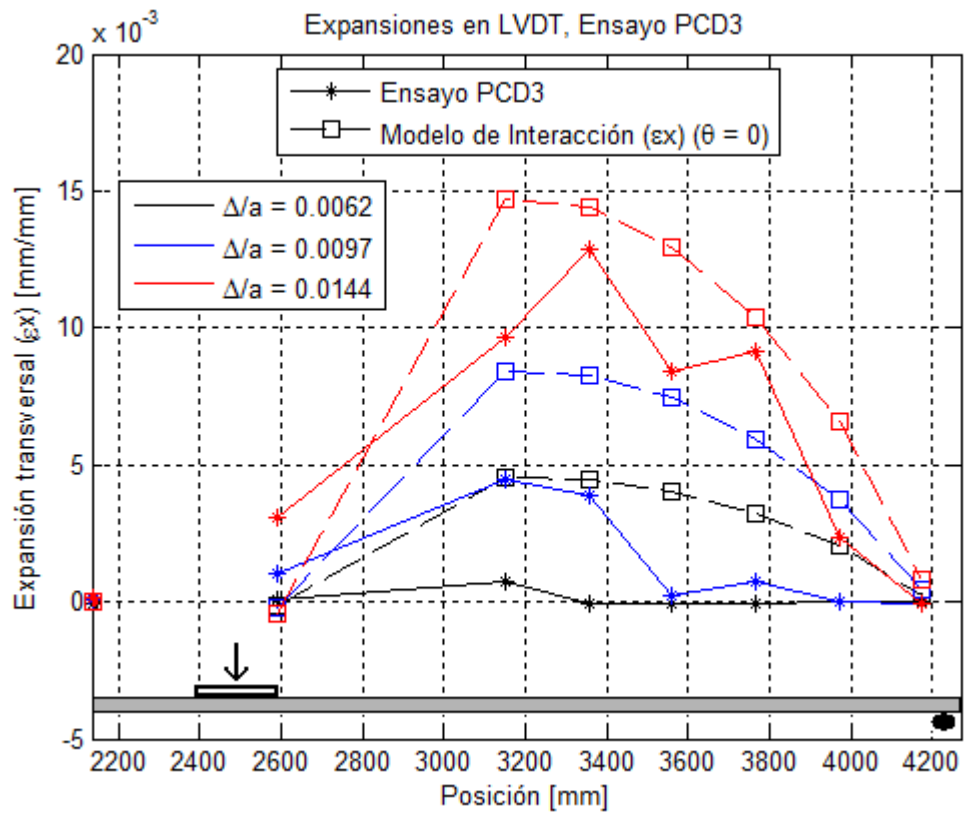


Figura 4.23: Perfil de expansiones en viga, ensayo PCD3.

## CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES

Este trabajo valida un modelo de interacción flexión-corte en vigas de hormigón autocompactante liviano con acero longitudinal de refuerzo y cables pretensados. La interacción entre los esfuerzos de flexión y corte se realiza mediante elementos con comportamiento de panel (biaxial), mientras que las cargas de pretensado se incluyen como solicitaciones externas. Adicionalmente, se ha estudiado la capacidad predicha por diferentes implementaciones del modelo de interacción sobre vigas de hormigón armado tradicional, utilizando distintas relaciones de aspecto de corte.

Las leyes constitutivas utilizadas en el modelamiento se basan exclusivamente en expresiones de la literatura disponible al respecto, ajustándolas a expresiones ya implementadas en el modelo computacional utilizado (OpenSees). Los parámetros utilizados en el modelamiento de hormigón armado tradicional (utilizado en las vigas ensayadas por Kani), obedecen únicamente a las recomendaciones realizadas en la literatura, debido a la falta de información acerca de las leyes de los materiales utilizados.

En cuanto al modelamiento del hormigón autocompactante en compresión, la ley utilizada no permite incorporar hormigón autocompactante y agregados livianos de manera conjunta; es por esto que los resultados podrían verse mejorados utilizando una curva obtenida experimentalmente a partir de probetas del hormigón utilizado. Similar caso ocurre en tracción, donde la falta de información hace tomar las recomendaciones para hormigón tradicional.

En el caso de los cables pretensados, la ley constitutiva propuesta por la guía de diseño de PCI muestra buen ajuste con los ensayos de tracción realizados, en la zona elástica lineal registrada. La falta de un registro en la zona cercana a la fluencia de los cables o posterior a ésta, no permite asegurar que la ley constitutiva utilizada sea la que determina el comportamiento de los cables, por lo que los resultados podrían verse mejorados al incluir una ley constitutiva basada en ensayos de los materiales utilizados.

Se analizaron respuestas de diferentes modelos implementados, comparándolas con las curvas obtenidas experimentalmente. Se estudiaron las respuestas de diferentes implementaciones del modelo de interacción; como primera implementación se tiene el modelo que considera tensiones nulas en la dirección transversal ( $\sigma_x = 0$ ) en toda la sección, el cual tiene mayor validez en vigas de una relación de aspecto de corte alta. Adicionalmente, se estudió los resultados obtenidos a partir del modelo de interacción que impone un perfil de deformaciones en la zona de corte de la viga ( $\varepsilon_x$ ), basado en la calibración del perfil realizado por Massone (2010) para muros en voladizo. A partir del modelo de interacción ( $\varepsilon_x$ ) se generan dos implementaciones: la primera realiza un descuento de las deformaciones por flexión al momento de calcular este perfil ( $\varepsilon_x \theta$ ). El descuento se realiza a priori para lograr la similitud en deformaciones entre la calibración realizada por Massone (2010) en muros en voladizo con las producidas en la región de las vigas para la configuración estudiada. Este descuento lleva a subestimar las deformaciones que se producen en el punto de carga y que impactan directamente las expansiones de la zona de corte. Es por esto que surge la implementación del modelo de interacción que impone el mismo perfil calibrado, pero calculado en base a los desplazamiento producidos bajo la carga sin descontar la deformación asociada al giro de la sección ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ).

Los modelos mencionados se reproducen para los ensayos de Kani (1979), cubriendo un amplio rango de relaciones de aspecto de corte. El modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta$ ) posee una buena predicción para vigas de relación de aspecto de corte inferior a 2. Así, el perfil de expansiones utilizado (Massone 2010) permite reproducir no sólo la capacidad de las secciones, sino también la degradación de las vigas (todas de falla por corte). En este punto es donde se produce una diferencia con el modelo de flexión para relaciones de aspecto bajas, que si bien tiene una predicción de capacidad similar a la del modelo de interacción, se observa una leve degradación de las vigas, concentrando la falla en la zona central (zona de flexión). Para las relaciones de aspecto mencionadas, el modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) sub estima las capacidades, esto es debido a que la hipótesis de tensiones transversales nulas pierde validez al momento en que la carga aplicada se encuentra cercana al apoyo, produciendo un flujo de tensiones que afectan las condiciones de borde del elemento, produciendo un perfil de tensiones transversales en la sección.

Para relaciones de aspecto altas (mayores a 6), el modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) y el modelo de flexión poseen predicciones con un bajo nivel de error (cercanas a un 8% en promedio). La diferencia entre estos modelos radica en la capacidad de mostrar la degradación de los elementos, como se mencionó previamente. El modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta$ ) y ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) muestran capacidades que sub estiman la experimental, siendo el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) el que predice menores capacidades. En este caso, al no descontar el giro, se producen mayores expansiones en la viga, las que a priori no se producirían experimentalmente (debido a la mayor capacidad), es de aquí que se desprende que para esta geometría y materiales, las deformaciones por flexión no toman un papel importante en las expansiones de la zona de corte, concentrando la falla en la zona de flexión.

Las vigas de hormigón autocompactante liviano poseen refuerzos de acero longitudinal y cables pretensados, como se mencionó previamente. El modelo utilizado permite introducir las leyes constitutivas de los materiales directamente, sin embargo, la carga aplicada a los cables pretensados deben ser introducida como una carga externa, que produce compresión y flexión a lo largo de toda la viga. Este hecho no representa de buena manera el efecto de la deformación inicial de los cables, pues al cargar la viga completa, se genera una compresión en los cables. La capacidad de los cables se debe reducir de modo de simular la tensión que se genera inicialmente. Este modelamiento podría verse mejorado incluyendo una deformación en tensión de los cables al modelo directamente, generando una compresión en la sección y una tracción en los cables.

En las tres vigas de hormigón autocompactante estudiadas, los resultados obtenidos por el modelo de interacción ( $\varepsilon_x \theta = 0$ ) muestran que este modelo es capaz de reproducir la pendiente fisurada de la sección, llegando a una capacidad un 6% superior en promedio. El modelo además logra reproducir la degradación de las vigas, mostrando una disminución de la capacidad para valores de desplazamientos razonables. En cuanto a las expansiones transversales usadas en el perfil impuesto, estas son sobre estimadas por el modelo, pero recuperando la pendiente que estas presentan al aumentar la deriva en análisis. No se observa un acotamiento de las expansiones calibradas, pues el modelo no lo plantea así en su formulación (depende de la deriva en el punto de carga, la que aumenta a medida que se imponen mayores



deformaciones en el centro de la viga). En caso de analizar vigas de relación de aspecto mayores o con cuantías de armadura longitudinal menores, este efecto sería deseable y puede ser incluido en el perfil imponiendo que a partir de la fluencia de las barras la expansión se mantenga constante, o alternativamente, corrigiendo la deriva por el desplazamiento de cuerpo rígido que genera la rotación de la sección bajo el punto de carga. Esta corrección permitiría observar un acotamiento en vigas que presentan deformaciones importantes por flexión en la zona central (corte nulo y momento constante) ya que se disminuye en gran medida la deriva.

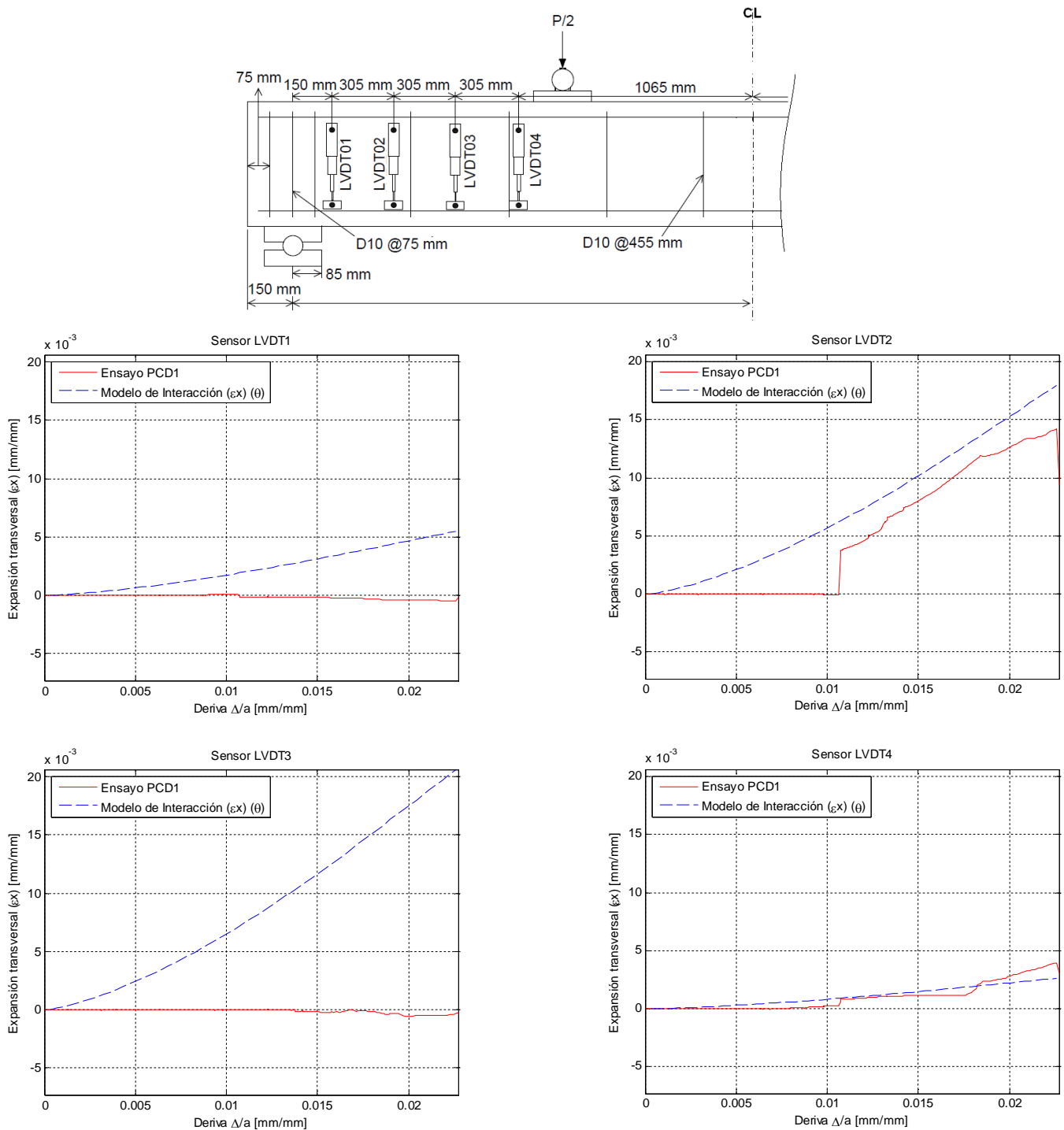
El modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) posee estimaciones de capacidad similares al de flexión, las que se encuentran sobreestimadas en un 20% en promedio. A pesar de esto, el modelo de interacción ( $\sigma_x = 0$ ) es capaz de mostrar la degradación de la viga PCD1, siendo esta la de menor relación de aspecto de corte. A pesar de que este modelo presenta problemas a medida que se disminuye la relación  $a/d$ , en este caso el modelo alcanza a predecir la degradación a un nivel de carga un 12% superior que la mostrada en el ensayo. En las demás vigas, el modelo muestra una fluencia de las barras longitudinales, teniendo una falla en flexión que ocurre a niveles de carga considerablemente superiores a los obtenidos experimentalmente. El modelo en flexión, como era de esperar, muestra este comportamiento para las tres vigas, no siendo capaz de mostrar la degradación del elemento con una rigidez fisurada mayor a la experimental.

## REFERENCIAS

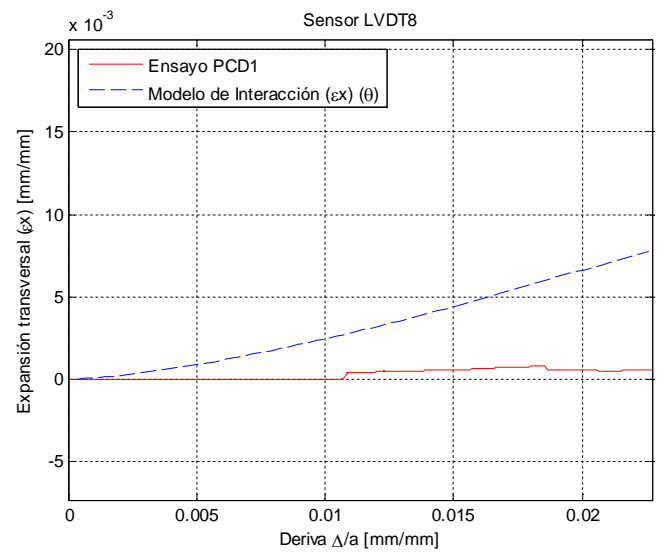
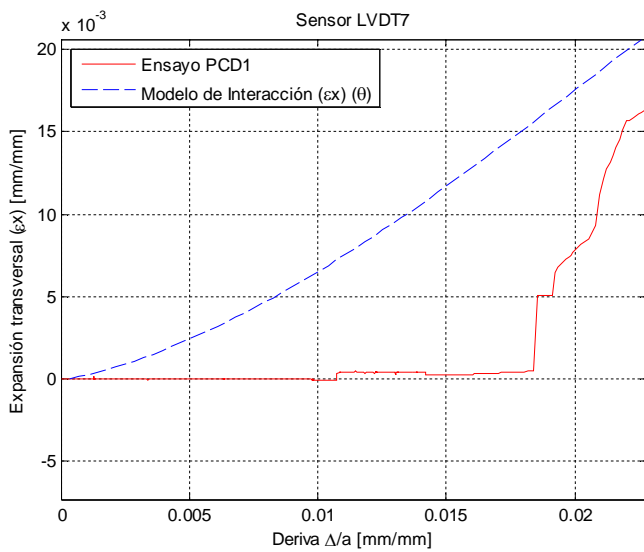
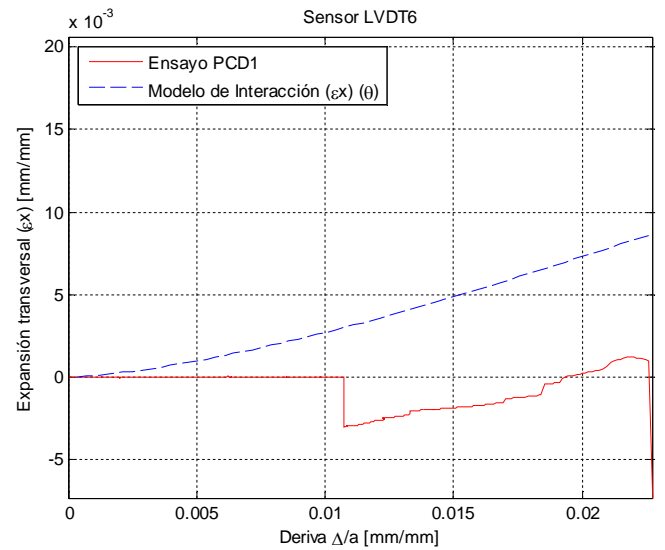
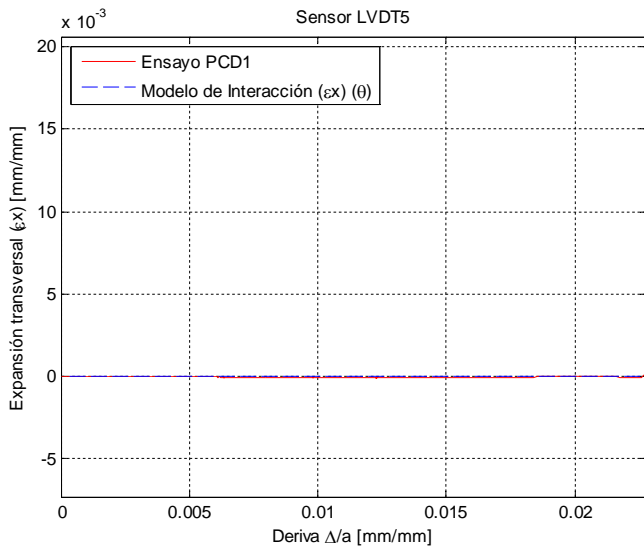
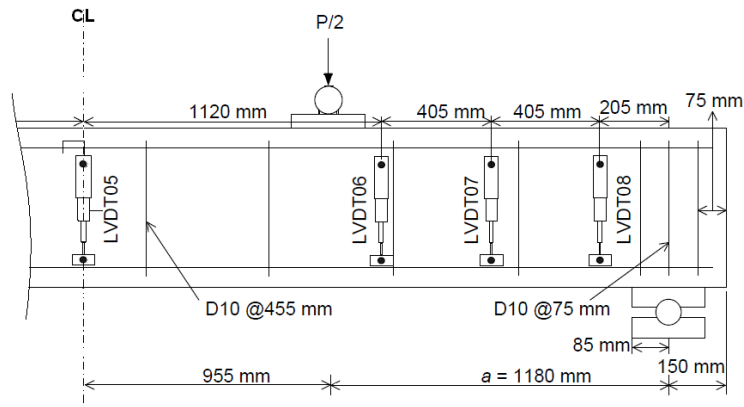
1. Massone, L. M., Orakcal, K., and Wallace, J. W., "Shear - Flexure Interaction for Structural Walls," SP-236, ACI Special Publication – /Deformation Capacity and Shear Strength of Reinforced Concrete Members Under Cyclic Loading/, editors: Adolfo Matamoros & Kenneth Elwood, 2006, pp. 127-150.
2. Massone, L. M., 2010; "Strength Prediction of Squat Structural Walls via Calibration of a Shear-Flexure Interaction Model," Engineering Structures, V. 32, No. 4, Apr. 2010, pp. 922-932.
3. Galleguillos, Tito; 2010; "Modelamiento de Vigas de Hormigón con Fibras de Acero", Memoria para optar al título de ingeniero civil, Universidad de Chile.
4. Turner, Kate; 2010; "Shear Capacity of Prestressed Lightweight Self-Consolidating Concrete Beams: An experimental study", Final Report, University of Oklahoma.
5. Belarbi, H. & Hsu, T.C.C., 1994, "Constitutive Laws of Concrete in Tension and Reinforcing Bars Stiffened by Concrete", ACI Structural Journal, V. 91, No. 4, pp. 465-474.
6. PCI, "PCI Design Handbook: Precast and Prestressed Concrete", Apr. 1999, 5<sup>th</sup> Edition, pp. 11-22.
7. Kani M. W, Huggins M. W. & Wittkopp R. R., "Kani on shear in reinforced concrete", Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto 1979.
8. Todeschini, C., Bianchini, A. and Kesler, C., "Behavior of Concrete Columns Reinforced with High Strength Steels", ACI Structural Journal, V. 61, No. 6, pp. 701-716.
9. Massone, L. M., Orakcal, K., and Wallace, J. W., 2009, "Modeling of Squat Structural Walls Controlled by Shear"; ACI Structural Journal, V. 106, No 5; pp.646-655.
10. M.P. Collins, E.C. Bentz, E.G.Sherwood and L. Xie; "An adequate theory for the shear strength of reinforced concrete structures"; Magazine of concrete research, 2008, No. 9; pp. 635-650.
11. Michael P. Collins, Denis Mitchell, Perry Adebar, and Frank J. Vecchio; "A general shear design method"; ACI Structural Journal, 1996, Title no. 93-S5, pp. 36-45.

## ANEXO A

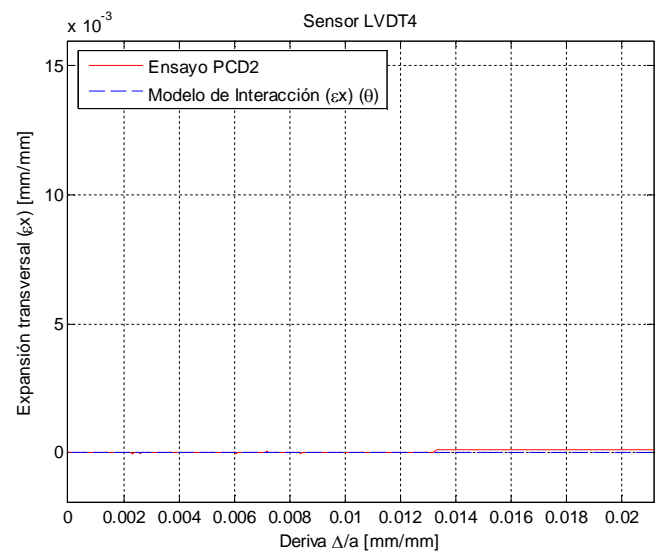
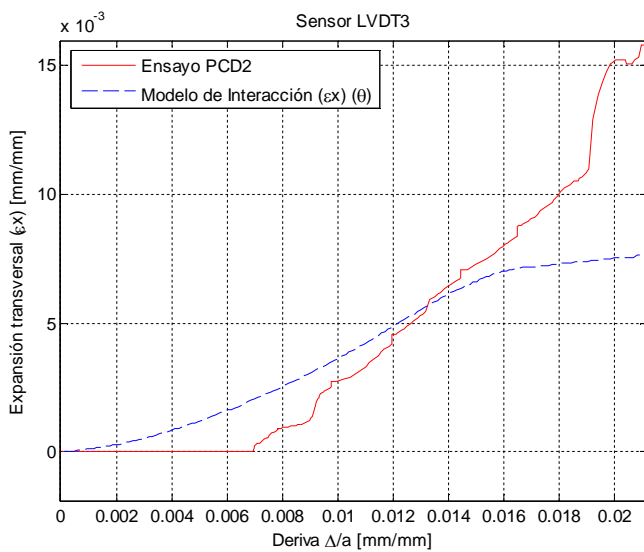
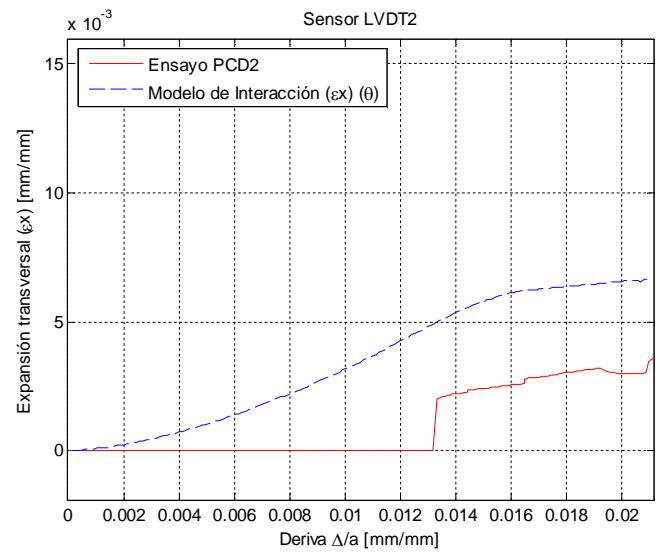
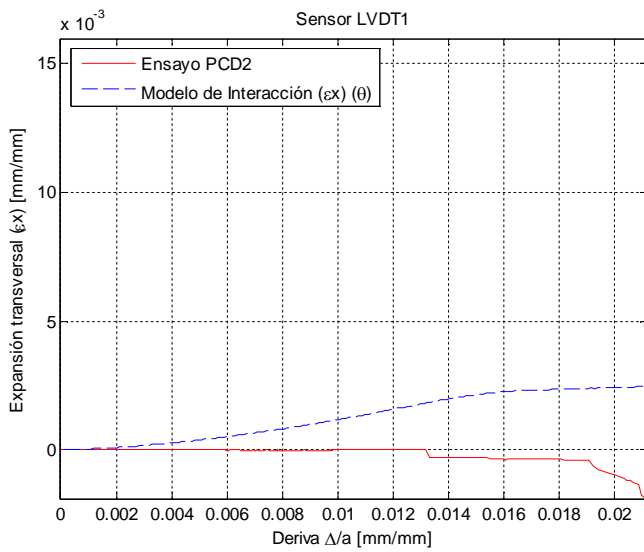
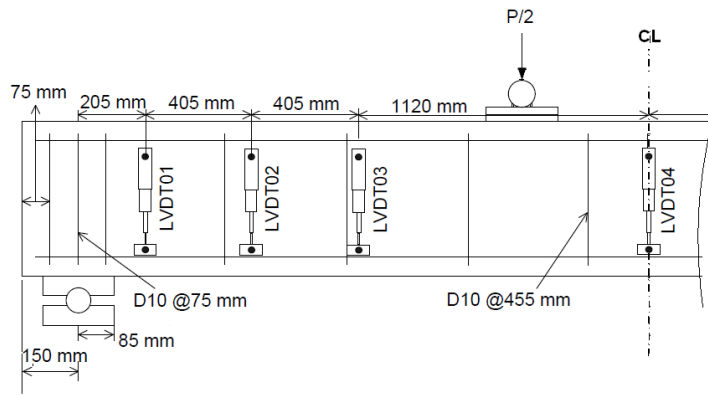
A partir de los registros de los ensayos realizados en la universidad de Oklahoma, se grafican las comparaciones entre registros de LVDT y expansiones utilizadas por el modelo de interacción ( $\epsilon_x \theta$ ).



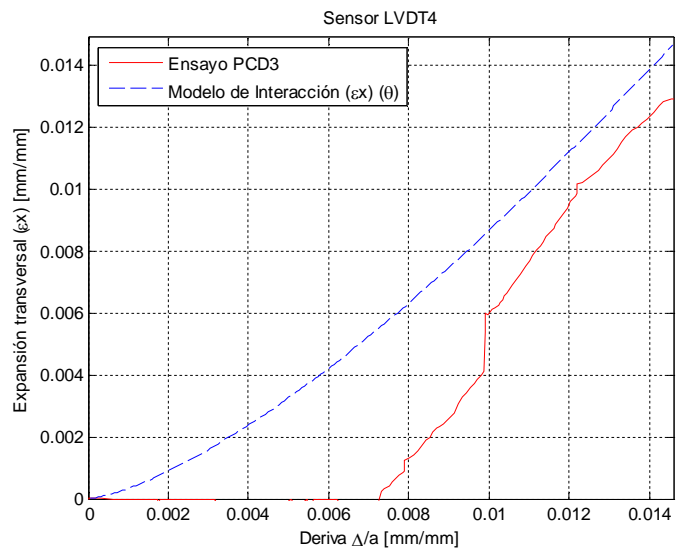
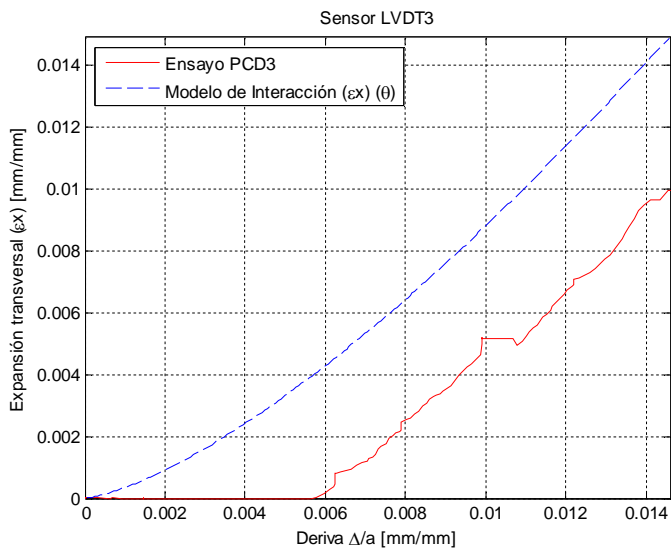
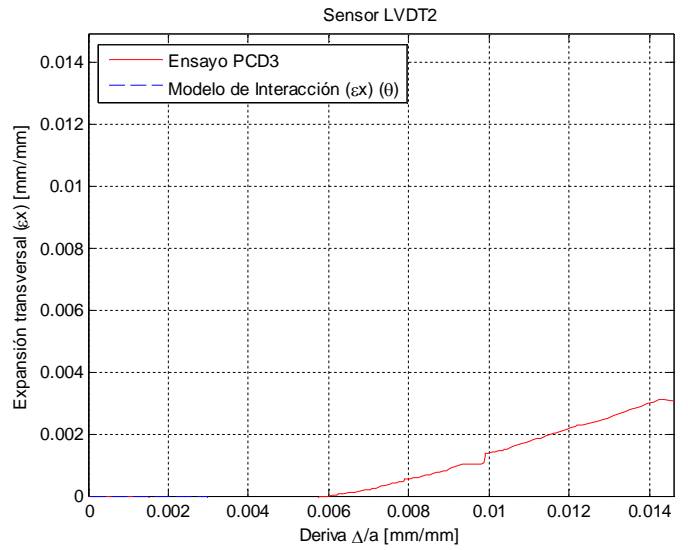
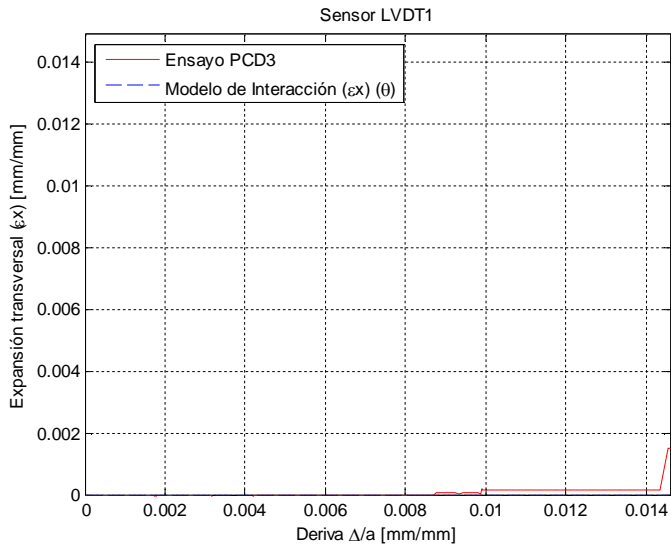
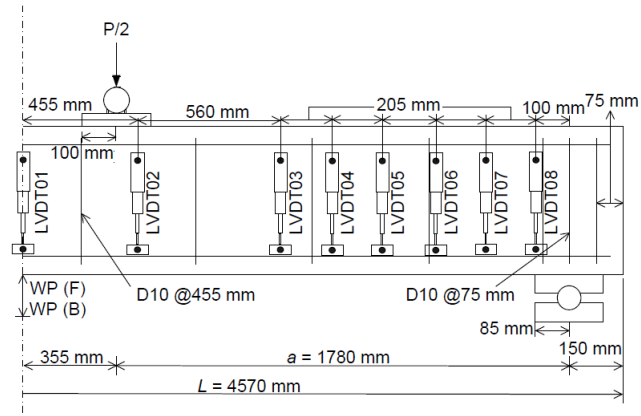
**Figura A.1:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado izquierdo de viga PCD1.



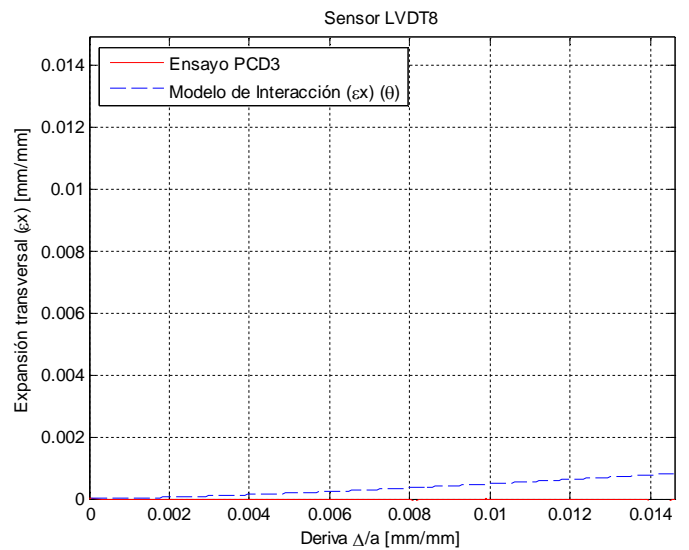
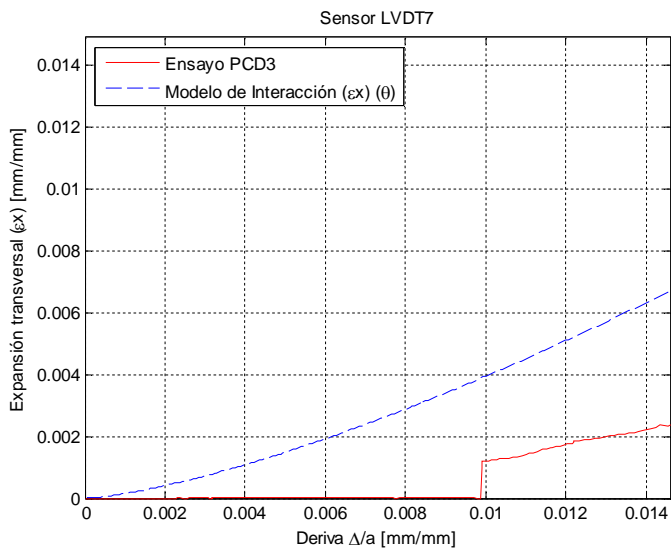
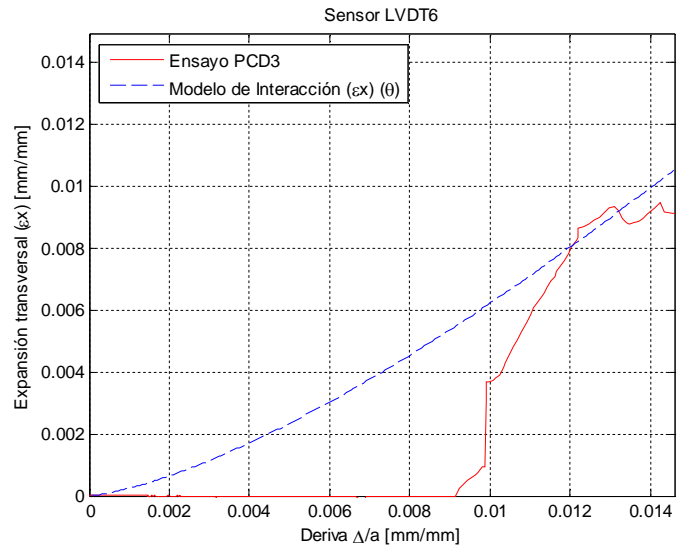
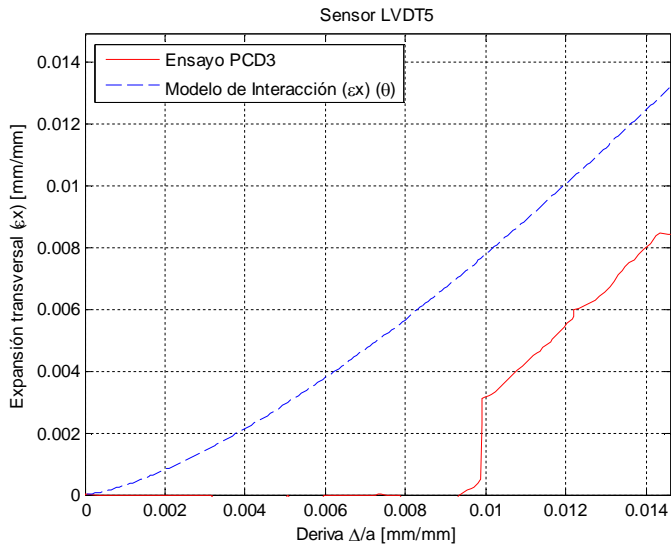
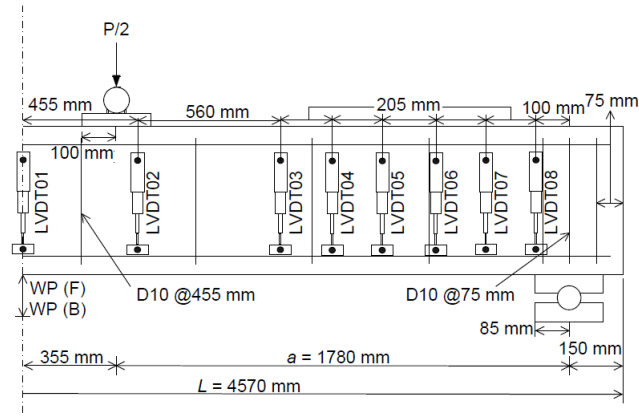
**Figura A.2:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x$ ,  $\theta$ ), lado derecho de viga PCD1.



**Figura A.3:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), lado izquierdo de viga PCD2.



**Figura A.4:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción  $(\epsilon_x)(\theta)$ , sensores LVDT1 a LVDT4, viga PCD3.



**Figura A.5:** Registro LVDT versus expansiones modelo interacción ( $\epsilon_x \theta$ ), sensores LVDT5 a LVDT8, viga PCD3.

## ANEXO B

A continuación se presentan los parámetros utilizados para el modelamiento de las propiedades de los materiales.

**Tabla B.1:** Parámetros para modelos de hormigón usados en vigas de Kani.

Viga	Hormigón en compresión					Hormigón en tracción				
	$f'_c$ (MPa) *	$\epsilon_0$	$n^1$	k	$\alpha_1$ **	$f_{cr}$ (MPa)	$\epsilon_{cr}$	b1	b2	$\alpha_2$ **
61	26,8	0,00177	2,40	1,00	0,20	1,62	0,00008	0,4	2,0	0,20
63	26,2	0,00176	2,40	1,00	0,20	1,60	0,00008	0,4	2,0	0,20
64	25,7	0,00176	2,40	1,00	0,20	1,59	0,00008	0,4	2,0	0,20
65	27,0	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,63	0,00008	0,4	2,0	0,20
66	26,4	0,00177	2,40	1,00	0,20	1,61	0,00008	0,4	2,0	0,20
67	30,3	0,00183	2,40	1,00	0,20	1,72	0,00008	0,4	2,0	0,20
68	27,2	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,63	0,00008	0,4	2,0	0,20
69	27,4	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,64	0,00008	0,4	2,0	0,20
71	27,4	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,64	0,00008	0,4	2,0	0,20
72	24,8	0,00174	2,40	1,00	0,20	1,56	0,00008	0,4	2,0	0,20
74	27,2	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,63	0,00008	0,4	2,0	0,20
75	27,3	0,00178	2,40	1,00	0,20	1,64	0,00008	0,4	2,0	0,20
76	30,8	0,00184	2,40	1,00	0,20	1,74	0,00008	0,4	2,0	0,20
79	26,1	0,00176	2,40	1,00	0,20	1,60	0,00008	0,4	2,0	0,20

\* Valores obtenidos a través de ensayos disponibles de los materiales utilizados.

\*\* Los parámetros  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  corresponden al comportamiento cíclico del material.

<sup>1</sup> El valor de "n" se calcula usando el promedio de resistencia a compresión de las vigas.



**Tabla B.2:** Parámetros para modelos de acero usados en vigas de Kani.

Viga	Acero Longitudinal			
	$E_s$ (MPa) <sup>2</sup>	$f_y$ (MPa) *	$R_L$	$b_L$ <sup>3</sup>
61	200.000	348,9	25	0,01
63	200.000	351,6	25	0,01
64	200.000	351,6	25	0,01
65	200.000	373,7	25	0,01
66	200.000	351,6	25	0,01
67	200.000	406,8	25	0,01
68	200.000	406,8	25	0,01
69	200.000	373,0	25	0,01
71	200.000	373,0	25	0,01
72	200.000	384,0	25	0,01
74	200.000	365,4	25	0,01
75	200.000	366,8	25	0,01
76	200.000	372,3	25	0,01
79	200.000	381,3	25	0,01

**Tabla B.3:** Parámetros para modelos de hormigón usados en vigas de SCC.

Ensayo	Hormigón en compresión					Hormigón en tracción			
	$f'_c$ (MPa) *	$\epsilon_0$	n	k	$\alpha_1$	$f_{cr}$ (MPa) *	$\epsilon_{cr}$	b1	$\alpha_2$
PCD1	49,6	0,00298	2,00	1,00	0,20	3,58	0,00008	0,4	0,20
PCD2	49,6	0,00298	2,00	1,00	0,20	3,58	0,00008	0,4	0,20
PCD3	49,6	0,00298	2,00	1,00	0,20	3,58	0,00008	0,4	0,20

\* Valores obtenidos a través de ensayos disponibles de los materiales utilizados.

<sup>2</sup> El valor de  $E_s$  es tomado como referencia de los valores usuales de diseño.<sup>3</sup> Parámetro tomado como referencia de modelaciones previas (Galleguillos, 2010).

**Tabla B.4:** Parámetros para modelos de acero usados en vigas de SCC.

Ensayo	Acero Longitudinal				Acero Transversal			
	$E_s$ (MPa) *	$f_y$ (MPa) *	$R_L$	$b_L$ <sup>4</sup>	$E_s$ (MPa) *	$f_y$ (MPa) *	$R_T$	$b_T$ <sup>4</sup>
PCD1	213.117	524,7	25	0,01	213.145	498,5	25	0,01
PCD2	213.117	524,7	25	0,01	213.145	498,5	25	0,01
PCD3	213.117	524,7	25	0,01	213.145	498,5	25	0,01

**Tabla B.5:** Parámetros para modelos de cables pretensados usados en vigas de SCC.

Ensayo	Cables Pretensados			
	$E_s$ (MPa) *	$f_y$ (MPa) <sup>5</sup>	R	b
PCD1	196.501	434,0	10	0,002
PCD2	196.501	434,0	10	0,002
PCD3	196.501	434,0	10	0,002

---

\* Valores obtenidos a través de ensayos disponibles de los materiales utilizados.

<sup>4</sup> Parámetro tomado como referencia de modelaciones previas (Galleguillos, 2010).

<sup>5</sup> Valor calculado restando a la tensión nominal de los cables (ensayo) la tensión debido al pretensado (tensión "efectiva")